

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**DESENVOLVIMENTO DE TÉCNICAS DE PROBLEMAS INVERSOS EM
CONVECÇÃO DE CALOR**

Dissertação apresentada
à Universidade Federal de Uberlândia por:

CRISTIE NE VASCONCELOS GONÇALVES

como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre
em Engenharia Mecânica

Tendo como banca examinadora:

Prof. Dr. Gilmar Guimarães – DEEME/UFU (Orientador)
Prof. Doc. Ing. Aristeu da Silveira Neto – DEEME/UFU (Co-orientador)
Prof. Dr. Carlos Roberto Ribeiro – DEEME/UFU
Prof. Ph.D. Antônio José da Silva Neto – IPRJ/UERJ

Uberlândia, 16 de setembro de 1999

Aos meus pais,

Diva e Longino

que ao longo dos anos, me abençoaram com
amor, paciência e compreensão

Meus agradecimentos,

A **Deus**.

Aos professores **Gilmar** e **Aristeu** pela orientação, apoio, companheirismo e paciência durante todo curso.

Aos colegas da pós-graduação, em especial a todos do **LTCM**, pela amizade, ajuda e prontidão no auxílio para o encerramento desse trabalho.

À **Janete** e a **Marta**, por toda ajuda prestada.

Ao meu namorado **Anderson** pela compreensão e dedicação em todas as ocasiões.

À **CAPES** (Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro.

DESENVOLVIMENTO DE TÉCNICAS DE PROBLEMAS INVERSOS EM CONVECÇÃO DE CALOR

SUMÁRIO

Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas.....	xi
Lista de Símbolos	xiii
Resumo	xv
Abstract	xvi
Capítulo I: Introdução.....	1
Capítulo II: Revisão Bibliográfica.....	3
2.1 Introdução.....	3
2.2 Solução direta.....	3
2.3 Solução do problema inverso	4
Capítulo III: Fundamentos Teóricos.....	09
3.1 Introdução.....	09
3.2 O problema direto	10
3.2.1 Obtenção da espessura da camada limite.....	12
3.3 O problema inverso de transferência de calor	15

3.3.1 Método da função especificada	15
3.3.2 Método de regularização sequencial	19
3.3.3 Algoritmo genético	20
Capítulo IV: Bancada experimental.....	23
4.1 Introdução.....	23
4.2 O aparato Experimental.....	23
4.3 Procedimento experimental	26
Capítulo V: Análise de incerteza e dos coeficientes de sensibilidade	27
5.1 Introdução.....	27
5.2 Análise do algoritmo sem erros aleatórios.....	27
5.3 Análise de incerteza na posição y	28
5.4 Análise de incerteza na posição x	33
5.5 Análise de incerteza no perfil de $Y(x,y)$	37
5.6 Análise dos coeficientes de sensibilidade.....	41
Capítulo VI: Resultados e Discussões.....	46
6.1 Introdução.....	46
6.2 Obtenção do fluxo de calor exato	47
6.3 Obtenção das propriedades físicas	47
6.4 Verificação do regime permante e laminar	49
6.5 Solução do problema inverso através do método da função especificada	51

6.5.1 Solução do Caso 1 – $P = 5$ Watts	51
6.5.2 Solução dos Casos 2,3 e 4	57
6.6 Algoritmo genético	62
6.7 Método da função especificada com regularização	63
Capítulo VII: Conclusão	71
Capítulo VII: Referências Bibliográficas	73

LISTA DE FIGURAS

Figura	Descrição	Página
Figura 2.1	Esquema de escoamento e sistema de coordenadas (Moutsoglou,1989).	06
Figura 2.2	Geometria e condições de contorno para o problema inverso resolvido por Prud'homme & Nguyen (1995).	06
Figura 2.3	Geometria e coordenadas de um duto (Bokar & Özisik, 1995).	07
Figura 2.4	Problema físico de um canal de placas planas paralelas (Machado and Orlande, 1997).	08
Figura 3.1	Figura 3.1- Problema térmico estudado. a) Placa plana vertical aquecida. b) Camada limite representada esquematicamente.	10
Figura 3.2	Forma funcional do fluxo de calor constante para o procedimento seqüencial.	17
Figura 4.1	Aparato experimental.	24
Figura 4.2	Disposição esquemática dos aquecedores resistivos na superfície interna da placa plana vertical.	25

Figura 4.3	Esquema representativo das distribuições dos termopares ao longo da altura da placa plana vertical aquecida e localização das sondas.	25
Figura 5.1	Erro relativo percentual entre o fluxo de calor estimado e imposto sem a presença de erros.	28
Figura 5.2	Fluxo de calor obtido para passos futuros 1,2,3 e 4 para o Caso 1.	30
Figura 5.3	Fluxo de calor simulado para os casos apresentados na Tabela 5.1 e $r=4$.	31
Figura 5.4	Perfil da temperatura na parede para $r = 4$.	32
Figura 5.5	Perfis de temperatura da camada limite a partir da adição de erros na posição y .	32
Figura 5.6	Comparação entre os fluxos de calor estimados com adição de erros em x_i e fluxo imposto.	34
Figura 5.7	Erro percentual do fluxo estimado com erros em x_i exato.	35
Figura 5.8	Perfis estimados da temperatura na parede com erros aleatórios em x_i e obtido através do fluxo de calor imposto.	36
Figura 5.9	Erro médio obtido para a temperatura da parede em relação aos valores exatos e estimados com erros aleatórios adicionados à posição x_i .	37

Figura 5.10	Temperatura do perfil da camada limite “exata” com e sem os erros aleatórios.	38
Figura 5.11	Fluxo de calor estimado com erros aleatórios adicionados à temperatura experimental, $Y(x_i, y)$ e fluxo de calor imposto.	38
Figura 5.12	Erro percentual relativo entre fluxo de calor estimado com erros aleatórios adicionais a y e fluxo imposto.	39
Figura 5.13	Perfil da temperatura na parede obtida através do algoritmo inverso.	40
Figura 5.14	Erro relativo médio da temperatura da parede obtida, $T_p(x, 0)$.	40
Figura 5.15	Mapeamento do coeficiente de sensibilidade em toda a camada limite.	42
Figura 5.16	Perfil da camada limite para o fluxo exato de 280 W/m^2 .	43
Figura 5.17	Coeficiente de sensibilidade ao longo da placa plana para a posição $y=2 \text{ mm}$.	44
Figura 5.18	Perfil da temperatura ao longo da placa plana para $y = 2 \text{ mm}$.	45
Figura 5.19	Coeficiente de sensibilidade ao longo da placa plana para a posição $y=7\text{mm}$. .	45
Figura 6.1	Estabelecimento do regime permanente através do perfil de Y e T_∞ .	50
Figura 6.2	Perfis obtidos experimentalmente de $Y(x, y)$ e T_w , para o Problema 1.	51
Figura 6.3	Perfil do fluxo de calor obtido através do método seqüencial para diversos valores de passos futuros .	52

Figura 6.4	Erro relativo entre os perfis de temperatura da parede estimado e medidos para diversos passos futuros.	55
Figura 6.5	Temperatura da parede obtida para o método seqüencial passo diversos passos futuros.	56
Figura 6.6	Camada limite obtida através dos dados experimentais e do algoritmo inverso.	56
Figura 6.7	Perfis de temperatura para o caso 2 – $P = 10$ Watts.	58
Figura 6.8	Perfis de temperaturas para o caso 3 – $P = 15$ Watts.	58
Figura 6.9	Perfis de temperaturas para o caso 4 – $P = 20$ Watts.	59
Figura 6.10	Erro relativo médio do fluxo de calor obtido através do método seqüencial sem regularização para os Casos 2,3 e 4.	60
Figura 6.11	Fluxo de calor obtido através do algoritmo genético. (a)- Caso 1, (b) – Caso 2, (c) – Caso 3, (d) – Caso 4.	63
Figura 6.12	Componente do Fluxo de Calor, caso 1 - $P=5$ Watts, para o método sequencial com regularização, ordem 0.	65
Figura 6.13	Componente do Fluxo de Calor, caso 2 - $P=10$ Watts, para o método sequencial com regularização, ordem 0.	66
Figura 6.14	Componente do Fluxo de Calor, caso 3 - $P=15$ Watts, para o método sequencial com regularização, ordem 0.	66
Figura 6.15	Componente do Fluxo de Calor, caso 4 - $P=20$ Watts, para o método sequencial com regularização, ordem 0.	67

LISTA DE TABELA

Tabela	Descrição	Página
Tabela 5.1	Valores de y_e utilizados na obtenção do perfil de temperatura, $Y(x,y)$.	29
Tabela 5.2	Erro relativo médio para o fluxo de calor e temperatura da parede para cada caso estudado.	31
Tabela 5.3	Erro relativo médio do fluxo de calor obtido valores $B = 0; 0,1$ e $0,05$.	34
Tabela 5.4	Erro relativo médio da temperatura da parede obtida para as incertezas adotadas.	36
Tabela 5.5	Erro relativo médio do fluxo de calor e da temperatura da parede obtida para as incertezas adotadas no perfil de temperatura na camada limite.	41
Tabela 5.6	Comparação para o fluxo médio de calor estimado através do método sequencial e do algoritmo genético com o sensor de temperatura variando ao longo de y .	43
Tabela 6.1	Indicação dos testes experimentais segundo a potência total fornecida à placa plana vertical aquecida.	46
Tabela 6.2	Erro das propriedades de transporte obtidas pelas equações de Hilsenrath et al (1960) e Incropera (1992).	49
Tabela 6.3	Verificação do número de Ra para o regime laminar.	50
Tabela 6.4	Comportamento do coeficiente de sensibilidade ao longo de x para diversos passos futuros.	53

Tabela 6.5	Erro relativo entre as componentes do fluxo de calor estimado, $q(x)$ e de referência, $q_t(x)$.	54
Tabela 6.6	Média dos fluxos obtidos das repetições experimentais com seus respectivos desvios padrões.	54
Tabela 6.7	Verificação da repetibilidade através do fluxo médio estimado para diversas posições, considerando-se $r = 5$ em cinco testes experimentais.	57
Tabela 6.8	Temperatura estimadas e medidas na parede. (Caso 2, $r = 5$).	61
Tabela 6.9	Temperatura estimadas e medidas na parede. (Caso 3, $r = 5$).	61
Tabela 6.10	Temperatura estimadas e medidas na parede. (Caso 4, $r = 5$).	61
Tabela 6.11	Parâmetros usados na convergência do algoritmo genético .	62
Tabela 6.12	Erro percentual entre o fluxo estimado e valor de referência - Função especificada com regularização ordem 0.	65
Tabela 6.13	Temperaturas da parede estimada através do algoritmo de regularização, ordem 0, Caso 1.	68
Tabela 6.14	Temperaturas da parede estimadas através do algoritmo de regularização, ordem 0, Caso 2.	68
Tabela 6.15	Temperaturas da parede obtida através do algoritmo de regularização, ordem 0, Caso 3.	69
Tabela 6.16	Temperaturas da parede obtida através do algoritmo de regularização, ordem 0, juntamente com o erro percentual para o caso 4.	69

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Gregas

α	difusividade térmica	[m ² /s]
β	Coeficiente de expansão térmica	[1/K]
ν	viscosidade dinâmica	[m ² /s]
μ	viscosidade cinemática	[kg/s.m]
ρ	Densidade	[kg/m ³]
τ	Constante de tempo	[ms]
ε	Erro aleatório	[m]
$\delta(x)$	Espessura da camada limite	[m]
α_i	Parâmetro de regularização	

Letras Latinas

B	Desvio padrão de e_i	
C_0	Termo de regularização para ordem zero	
C_1	Constante	
C_2	Constante	
D	Desvio padrão do erro aleatório na posição y	
e_i	Erro aleatório de média zero e intervalo $-1 < e_i < 1$	

g	gravidade	[m/s ²]
k	Condutividade térmica	[W/m-K]
$q(x)$	Fluxo de Calor simulado na placa plana vertical	[W/m ²]
$q_t(x)$	Fluxo de Calor imposto na placa plana vertical	[W/m ²]
S	Função somatório dos mínimos quadrados	[K ²]
T_∞	Perfil da temperatura ambiente	[K]
$T(x,y)$	Perfil da temperatura calculado na camada limite	[K]
$T_w(x,0)$	Perfil da temperatura na parede da placa plana	[K]
$u(x,y)$	Componente da velocidade em x	[m/s]
$v(x,y)$	Componente da velocidade em y	[m/s]
x	coordenada da distância medida ao longo da placa	[m]
$X(x,y)$	Coeficiente de sensibilidade	[K]
y	coordenada da distância normal à placa	[m]
$Y(x,y)$	Perfil de temperatura medido experimentalmente	[K]
y_e	coordenada normal à placa acrescida de erros aleatórios	[m]

Gonçalves, C. V, 1999, “ Desenvolvimento de Técnicas de Problemas Inversos em Convecção de Calor”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

Resumo

Nesse trabalho apresenta-se a estimação do fluxo de calor imposto em uma placa plana vertical aquecida através de medições de temperatura no interior do fluido. O problema de convecção é descrito pelas equações da energia, quantidade de movimento e da continuidade. A solução direta dessas equações é obtida analiticamente através do método de von Kármán-Pohlhausen e de algumas hipóteses simplificativas como regime permanente, escoamento bidimensional e aproximação de Boussinesq. Três técnicas de problemas inversos são aplicadas, sendo duas baseadas em um método sequencial com função especificada e outra em um algoritmo genético. Para a obtenção da temperatura no interior do filme, uma bancada experimental é construída de forma a estabelecer o escoamento e o desenvolvimento completo da camada limite sob a placa plana vertical aquecida. Apresenta-se também, nesse trabalho, uma análise das principais fontes de erro presentes no processo bem como uma análise do comportamento dos coeficientes de sensibilidade indicando as melhores localizações dos sensores de temperatura no interior da camada limite.

Palavra Chave: Convecção de Calor. placa plana. método da função especificada sequencial. método de regularização. algoritmo genético.

Gonçalves, V. C., 1999, "Developing of Inverse Problems Techniques in Convection", M. Sc. Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, MG.

Abstract

This work presents an experimental technique to the heat flux estimation on a vertical plate heated relative to an ambient fluid. The heat flux components are obtained from using temperature measurements inside of the fluid. The energy, momentum and overall continuity equations describe the laminar free convection problem. The direct solution of the boundary layer equations is obtained analytically using the von Kármán-Pohlhausen method. For this, hypothesis like steady state, two-dimensional flow and the Boussinesq approximation are assumed. Three inverse problem techniques are applied. Two of them are based on a sequential function specification while the other is based on genetic algorithm. An experimental apparatus is designed to establish the completely developed boundary layer on the vertical plate heated and to measure the temperatures inside the fluid. An analysis of the main error sources in the process is presented. It is also presented a sensitivity coefficients analysis to indicate the optimum temperature sensors location.

Key words: Heat convection. Flat plate. Function specification method. Regularization method. Genetic algorithm.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Atualmente a preocupação com a poluição ambiental motivou inúmeras pesquisas diretas e indiretas em diversas áreas no intuito de se obter a redução dos problemas advindos. Um dos maiores problemas ambientais ainda sem solução é o destino do lixo urbano coletado diariamente. Um dos meios de se obter a aceleração do processo de degradação do lixo urbano é através de sua incineração. Entretanto certos componentes presentes poderiam, ao ser queimados, liberar gases tóxicos ao meio ambiente. Nesse caso o problema, apenas seria transferido de localização. Pesquisas realizadas recentemente demonstram que até uma determinada temperatura, a incineração ajuda o processo de degradação sem acarretar outro tipo de poluição. Para tal usam-se fornos rotativos nos quais a temperatura não deve exceder a um valor máximo preestabelecido. Uma das grandes dificuldades, nesse caso, é a obtenção das temperaturas no interior do forno de forma a se fazer o devido controle do aquecimento.

Esse é um exemplo de um problema em transferência de calor por convecção onde as condições de contorno de temperatura prescrita são desconhecidas ou de difícil acesso. Uma forma de se abordar esse problema é o uso das técnicas de problemas inversos. A técnica inversa em transferência de calor procura prever condições de contorno térmicas, condições iniciais, termo fonte, geometria, coeficiente de espalhamento a partir de medições de temperaturas, em posições diferentes daquela da superfície estudada. Esse tipo de problema é de fato encontrado em muitas aplicações práticas de engenharia, como controle de temperatura de combustão ou temperatura em processos de usinagem, entre outros.

Técnicas de problemas inversos tem recebido muita atenção no tocante a problemas aplicados à condução de calor. Beck et al., (1985) apresentam uma excelente revisão da literatura, e resumem as várias aproximações e contribuições significativas no estudo de condução de calor inversa. Um exemplo citado por Beck, é o de uma sonda espacial reentrando na atmosfera terrestre. Quando a sonda mergulha na camada de gases que circundam a Terra, inicia-se um processo de geração de calor, devido ao atrito com as partículas gasosas, aumentando a temperatura de sua superfície. Deseja-se então conhecer a evolução do fluxo de calor e da temperatura na superfície da casca a partir de medições de temperatura realizadas em um ponto interno da sonda.

Apesar do grande número de trabalhos voltados às técnicas de problemas inversos poucos têm sido dedicados à convecção. Esse trabalho representa um passo inicial nesse

sentido. Observa-se que uma meta a ser alcançada é a obtenção da solução de um problema inverso em convecção natural de calor ou mista provocada por um cilindro rotativo com inúmeras aplicações práticas. Para isso, um passo intermediário e não menos importante, é o representado pelo domínio da técnica inversa em problemas de convecção mais simples. Optou-se, assim, pelo estudo de uma placa plana cuja geometria e a formulação matemática sendo mais simples favoreça a compreensão e o domínio da técnica tanto pelo aspecto experimental quanto pela aplicação do modelo teórico.

Assim, a proposta desse trabalho é a obtenção do fluxo de calor imposto em uma placa plana vertical exposta a um meio convectivo. Para isso, diferentes técnicas de problemas inversos são aplicadas: técnicas seqüencial baseada em funções especificadas, com e sem o uso de termos de regularização e algoritmos genéticos. Todas as técnicas são aplicadas a partir de um mesmo conjunto de dados experimentais representados pela medição de temperatura no interior da camada limite desenvolvida e pela temperatura ambiente.

Apresenta-se no Capítulo II uma revisão de trabalhos realizados para obtenção do fluxo de calor e temperatura da parede para problemas diretos e inversos em convecção de calor. Essa revisão apresenta de forma sucinta a base necessária para o desenvolvimento das técnicas propostas.

No Capítulo III obtém-se a solução analítica do problema direto de uma placa plana vertical aquecida e a adaptação do algoritmo inverso baseado em funções especificadas ao problema de convecção de calor estudado.

Uma descrição da bancada experimental utilizada na obtenção dos dados experimentais é apresentada no Capítulo IV.

No Capítulo V uma análise de incerteza é feita de forma a investigar as maiores fontes de erros nas variáveis envolvidas no problema. Apresenta-se também uma análise do comportamento do coeficiente de sensibilidade indicando a melhor localização de sensores de temperatura.

Os resultados obtidos são apresentados, comparados e discutidos no Capítulo VI.

No Capítulo VII são apresentadas algumas conclusões e sugestões relativas às técnicas de problemas inversos aplicadas a problemas de convecção. Idéias e sugestões relativas a trabalhos futuros são também discutidas.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - INTRODUÇÃO

O principal objetivo desse trabalho é o desenvolvimento de uma técnica para a obtenção do fluxo de calor e do perfil de temperatura na parede de uma placa plana vertical aquecida a partir de medições experimentais de temperatura no interior da camada limite. Esse problema é normalmente denominado como um problema inverso em convecção de calor.

Assim como os problemas inversos em condução de calor, a técnica em convecção envolve, além de medições de temperatura, a solução teórica direta do problema envolvido.

Nesse Capítulo é apresentada uma revisão de trabalhos relacionados à solução direta, técnicas experimentais e procedimentos inversos que, de alguma forma, auxiliam na solução do problema inverso aplicado a uma placa plana vertical aquecida.

2.2 – SOLUÇÃO DIRETA

Para uma melhor abordagem do problema inverso e, ainda, como parte de seu entendimento, torna-se necessária uma análise inicial do problema clássico envolvido no processo de transferência de calor no aquecimento de uma placa plana vertical. Observa-se que o problema de convecção de calor natural envolvido em uma placa plana vertical aquecida pode ser descrito pelo acoplamento das equações de continuidade, quantidade de movimento e de energia do escoamento e suas respectivas condições de contorno.

Uma grande variedade de técnicas numéricas tem sido usada para obter as soluções dessas equações, como métodos de soluções por, similaridade local (Lloyd & Sparrow, 1970) e (Yao, 1989), não similaridade local, perturbação em série, (Esgly, 1964), (Sparrow & Greig, 1959) e (Szewczyk, 1964), e técnicas de diferenças finitas, entre outras. Tais técnicas têm apresentado valiosas informações sobre o processo de transferência de calor convectiva natural e forçada.

Nesse trabalho, escolheu-se uma solução analítica em detrimento de soluções numéricas devido a algumas vantagens que uma solução fechada sempre pode apresentar. Por exemplo, as informações físicas relativas às propriedades, relações geométricas e parâmetros importantes são melhor observadas devido seu aparecimento direto na solução.

Além disto, a rapidez de cálculo bem como a eliminação de problemas de convergência normalmente presentes em soluções numéricas é sempre preferida. Uma vez que o problema de convecção analisado admite o uso de solução analítica esse foi o caminho escolhido. Nesse sentido, vários autores têm trabalhado no desenvolvimento de soluções fechadas no estudo de convecção. Entre eles pode-se citar Sparrow & Greeg (1956) e Kobus & Wedekind (1995).

Soluções clássicas para o problema de convecção natural de calor em uma placa plana vertical isotérmica pode ser encontrada em Holman (1990) ou Sparrow & Greeg (1959). Já a obtenção da solução direta do problema de convecção sobre uma placa plana aquecida, não isotérmica, é apresentada por Sparrow & Greeg (1956) que por sua vez é comparado com os resultados obtidos pelo método Integral de von Kármán-Pohlhausen (Holman, 1990). A diferença entre as duas soluções pode ser creditada aos diferentes perfis de velocidade parabólicos, normalmente assumidos como hipótese, para a solução da camada limite.

A solução direta usada nesse trabalho deve-se ao uso do método integral de von Kármán-Pohlhausen foi adaptada do procedimento indicado por Holman (1990) descrito inicialmente para uma placa plana isotérmica.

2.3 - SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

Normalmente a solução de problemas inversos é mais difícil que a dos problemas diretos, devido ao condicionamento ruim das equações, que se manifesta através da sensibilidade de soluções aos erros nos dados de entrada. Isso significa que uma pequena imprecisão de dados (usualmente medidos) pode resultar em grandes imprecisões dos resultados.

Várias técnicas de problemas inversos podem ser aplicadas visando a obtenção do fluxo de calor em meios condutivos. Pode-se citar a técnica das soluções analíticas, desenvolvida por Burgraff (1964) e Langford (1976), o método de Stolz, o método da função seqüencial especificada, o método do gradiente conjugado, métodos de regularização e algoritmos genéticos, dentre outros. Observa-se que a aplicação de técnicas de problemas inversos à condução de calor tem recebido muita atenção. Beck et al (1985) apresentam uma excelente revisão da literatura, e resumem as várias aproximações e contribuições significativas no estudo de condução inversa de calor. A técnica de problemas inversos em condução encontra-se atualmente em estágio avançado de desenvolvimento, podendo citar trabalhos como (Murio & Zheng, 1996), (Raudenský et al. , 1995), (Beck et al., 1985), (Alifanov, 1985) , (Alencar Jr. et al. , 1997), (Lima & Guimarães, 1998) entre outros.

Entretanto o número de trabalhos voltados à convecção de calor é bem menor. Esses problemas surgem em casos onde uma superfície em contato com um fluido em movimento é

inacessível à instrumentação e nenhuma informação com respeito as condições de contorno térmicas da superfície está disponível. O problema inverso de convecção é definido como estimativa de fluxo de calor e/ou distribuição de temperatura da parede (vizinhança) através de temperaturas medidas no interior do meio convectivo (escoamento).

Um dos primeiros trabalhos em problemas inversos em convecção é apresentado por Cebbeci et al. (1975). O problema inverso estudado concentra-se na determinação da variação da velocidade para um coeficiente de atrito local prescrito ou a espessura de deslocamento prescrita em um escoamento de camada limite compressível. Entretanto o coeficiente de atrito local calculado e a espessura da camada limite, foram obtidos pelo problema direto e utilizados como dados de entrada do problema inverso. Nesse caso a estabilidade do problema não foi investigada.

Moutsoglou (1989), expôs a natureza mal condicionada de um problema inverso, descrito na Figura 2.1, em ambiente de transferência de calor convectiva, para o escoamento laminar livre em um canal, através da técnica da função especificada (Beck et al., 1985).

O perfil do fluxo da superfície na parede esquerda, $y = 0$, foi obtido através de medidas de temperaturas simuladas na parede direita, $y = L$, e o campo de velocidade foi assumido ser independente da temperatura nos cálculos dos coeficientes de sensibilidade. O algoritmo da função seqüencial especificada foi adotado com sucesso para o sistema parabólico de equações que governam o escoamento e a transferência de calor no canal, aliviando o mal condicionamento do problema inverso. O método de função especificada desenvolvido por Beck (1968), envolve a inversão numérica de uma integral de convolução e a utilização de passos de tempos futuros. Uma solução é fornecida a cada passo de tempo. Entretanto, nenhum trabalho experimental foi realizado, sendo todos os dados de entrada obtidos através de simulações.

Moutsoglou (1990) também usou a técnica de regularização no domínio completo, desenvolvida por Tikhonov and Arsenin (1977), para resolver basicamente o mesmo problema da Figura (2.1), mas para convecção forçada. Essa técnica cuida da estabilidade da solução através de adição de fatores de regularização e a redução de erros de medição. Para os parâmetros considerados, o trabalho ilustra que os problemas inversos podem ser extremamente sensíveis às flutuações numéricas próprias introduzidas durante os cálculos numéricos e/ou erros aleatórios próprios. O esquema de regularização em todo o domínio minimiza esses efeitos.

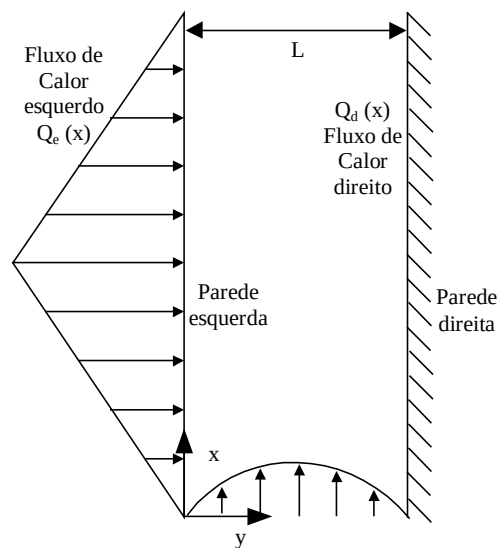


Figura 2.1 - Esquema de escoamento e sistema de coordenadas (Moutsoglou, 1989).

Prud'homme et al. (1995) apresentam um algoritmo da função especificada seqüencial para resolver um problema de convecção natural em uma cavidade quadrada com fluxo de calor uniforme variando com o tempo em uma face enquanto os outros contornos permanecem adiabáticos, Figura (2.2).

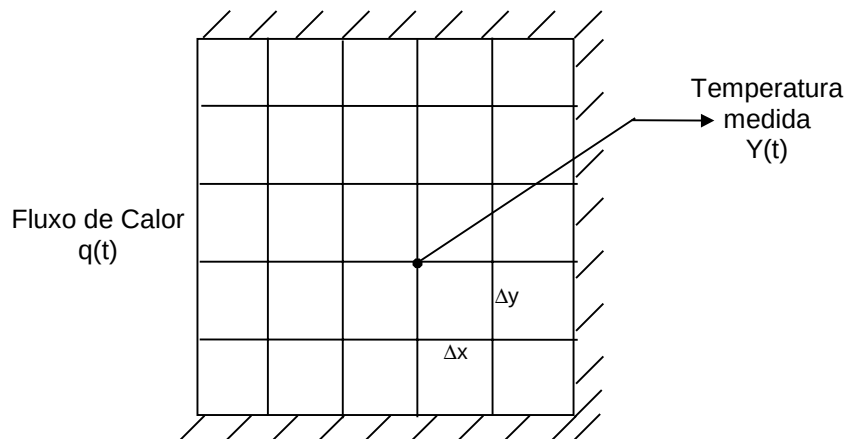


Figura 2.2: Geometria e condições de contorno para o problema inverso resolvido por Prud'homme & Nguyen (1995).

A estimação do fluxo de calor $q(x)$, se deu a partir do uso de um sensor de temperatura dentro do fluido. Verificou-se que a estabilidade dos resultados é muito sensível à localização dos sensores, especialmente na presença de convecção forçada. Entretanto, enquanto o número de temperaturas futuras amortece os dados de entrada a alta frequência,

ele reduz também a precisão do fluxo de calor predito. Verificou-se ainda que na presença de convecção natural, a precisão da solução inversa é também afetada pelo número de Rayleigh elevado. O estudo, demonstra que o método da função especificada seqüencial resolve com sucesso o problema de convecção inversa para uma faixa de número de Rayleigh de $0 < Ra < 10^5$.

Trabalhos baseados na técnica de gradientes conjugados, também têm sido desenvolvidos para o estudo do problema inverso em convecção de calor. A formulação matemática desses métodos consiste no desenvolvimento de um problema de sensibilidade, de um problema adjunto, de equações gradientes e métodos de otimização. Esses métodos são ainda considerados métodos iterativos e de domínio global.

Bokar & Özisik (1995), usam o método do gradiente conjugado para estimação da variação temporal da temperatura de entrada de um escoamento laminar, desenvolvido térmica e hidrodinamicamente entre duas placas paralelas, Figura (2.3). Nesse caso medições de temperaturas transientes são realizadas com um único termopar, localizado a jusante do escoamento. Foi assumido não haver nenhuma informação a respeito da forma funcional da dependência temporal da temperatura de entrada. O método do gradiente conjugado se mostrou efetivo na estimativa da forma funcional da temperatura.

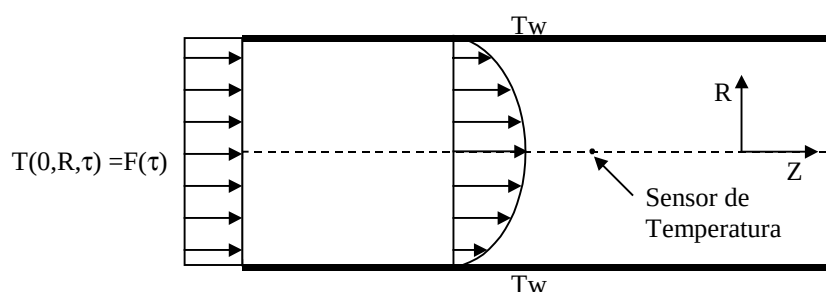


Figura 2.3: Geometria e coordenadas de um duto (Bokar & Özisik, 1995).

Machado & Orlande (1997) utilizaram o mesmo método para a estimativa da variação temporal e espacial do fluxo de calor na parede em um canal plano paralelo, sob condições de escoamento laminar e hidrodinamicamente desenvolvido, Figura 2.4. Os resultados obtidos com medições simuladas mostraram boa concordância na recuperação dos cantos e discontinuidades na forma funcional exata assumida para o fluxo desconhecido. Notou-se que a localização dos sensores o mais próximo possível do contorno produzem melhores resultados.

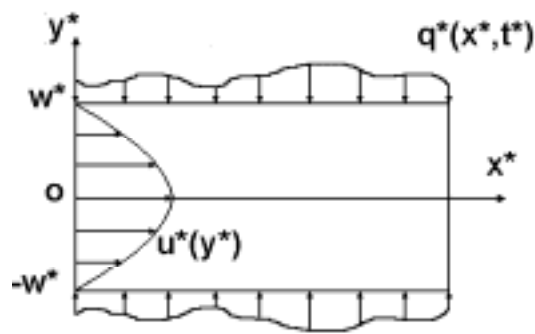


Figura 2.4: Problema físico de um escoamento em um canal de placas planas paralelas (Machado & Orlande, 1997).

Métodos de otimização baseados em inteligência artificial, como o caso do algoritmo genético, têm sido desenvolvidos extensamente nos últimos anos, com os progressos nessa área sendo estimulados pela evolução das ciências matemáticas e da tecnologia computacional. Tais técnicas, baseadas em inteligência artificial, têm se mostrado promissoras. O uso de redes neurais em problemas inversos em condução de calor (Dumek et al , 1993), é um exemplo. O algoritmo genético vem a ser do mesmo grupo de métodos numéricos, e consiste num algoritmo de otimização estocástico baseado no método de seleção dos melhores membros através de um amplo conjunto de vetores gerados estocasticamente e atualizados.

Raudenský et al (1995) demonstraram o uso do algoritmo genético para resolver um problema inverso de condução de calor unidimensional usando dados gerados pela solução do problema direto correspondente. Dados com e sem ruídos foram considerados, e o método apresentou bons resultados principalmente se usados juntamente com algoritmos de regularização. O termo de regularização utilizado para ajustar melhor a solução do problema é uma analogia discreta da regularização de primeira ordem.

Nesse ponto cabe ressaltar que a grande maioria dos trabalhos encontrados em problemas inversos usam simulações numéricas para a obtenção das temperaturas “experimentais”. A proposta do presente trabalho é a abordagem experimental do problema de convecção natural envolvido no aquecimento de uma placa vertical. A técnica inversa desenvolvida baseia-se no método de função especificada e na teoria de regularização de Tikhonov & Arsenin (1977).

A contribuição do presente trabalho reside na interação dos aspectos experimentais e na adaptação do método de função especificada para problemas de convecção. Resultados de estimação também são obtidos com uso de uma algoritmo genético para efeito de comparação das técnicas propostas.

CAPÍTULO III

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 – INTRODUÇÃO

Como já mencionado, analisa-se o problema de uma placa plana vertical sujeita a um fluxo de calor prescrito, $q(x)$, e exposta à convecção natural, Figura 3.1 (a). Pode-se observar, nessas condições, a formação de um escoamento devido às forças de empuxo e o estabelecimento de uma camada limite, representada esquematicamente na Figura 3.1 (b). O problema estudado pode ser caracterizado por uma geometria cartesiana, bidimensional, sujeita a um fluxo de calor $q(x)$, com escoamento no estado estacionário e descrito pelas equações da camada limite incompressível e laminar.

O problema inverso se estabelece à medida que as condições de contorno na parede como o fluxo de calor ou variação de temperatura não são conhecidas. As estimativas dessas variáveis, $q(x)$ e $T_w(x,0)$, são os objetivos desse trabalho.

Como citado anteriormente existem várias técnicas para a solução de problemas inversos. Nesse trabalho a técnica da função especificada proposta por Beck et al. (1985), aplicada à condução de calor é adaptada para o presente problema de convecção. Ao contrário da condução de calor, a convecção natural é um problema não linear, mesmo considerando as propriedades térmicas invariantes com a temperatura. Isto se deve ao acoplamento entre as equações da energia e do movimento. Uma solução possível é a linearização do problema para cada passo (posição), e com a conseqüente determinação do fluxo através do método da função especificada. Este método, apropriado para sistemas de equações parabólicas ou semi-parabólicas, é descrito detalhadamente em Beck e al. (1995) sendo que passos do algoritmo são discutidos aqui.

Uma das características das técnicas de problemas inversos é a necessidade de se obter uma equação que forneça uma correlação de uma variável a ser medida (nesse caso $T(x,y)$) em função do parâmetro a ser estimado, $q(x)$ e $T_w(x,0)$. Torna-se necessário, inicialmente, obter-se a solução do problema direto em questão. Esta solução é obtida através das equações de continuidade, movimento e energia que governam o problema de convecção natural sobre uma placa plana aquecida.

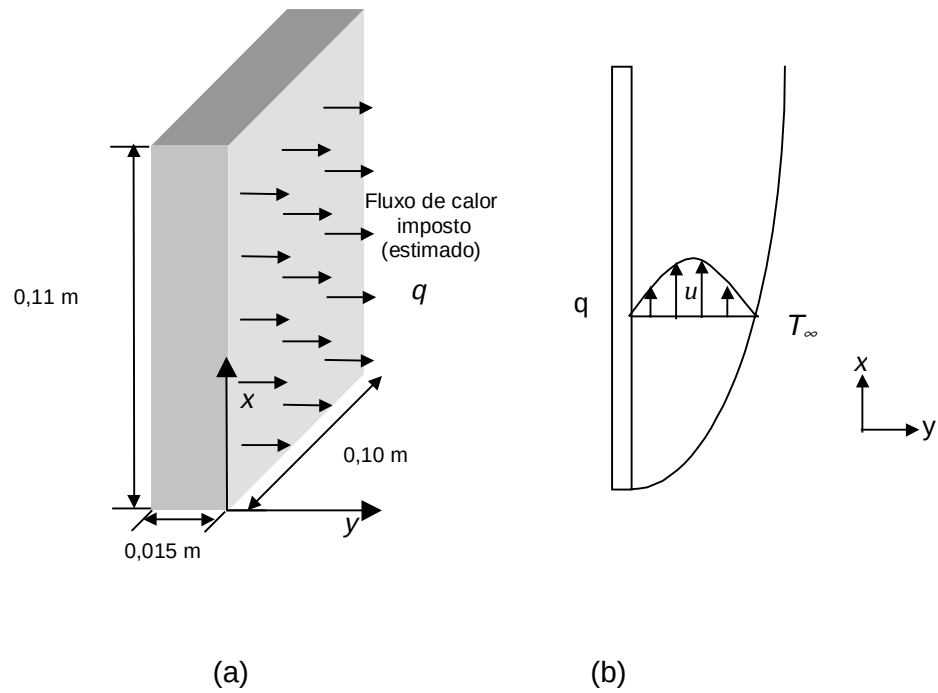


Figura 3.1- Problema térmico estudado. a) Placa plana vertical aquecida. b) Camada limite representada esquematicamente.

3.2 – O PROBLEMA DIRETO

O problema de convecção natural sobre uma placa plana vertical aquecida pode ser descrito pelas equações da quantidade de movimento, da energia e da conservação de massa, considerando a aproximação de Boussinesq, ou seja,

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_{\infty}) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (3.1)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (3.2)$$

e

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3.3)$$

onde x é a coordenada medida ao longo da placa, y é a coordenada normal à placa, u e v são as componentes da velocidade na direção x e y respectivamente, $T(x,y)$ a temperatura, α a difusividade térmica, g a aceleração da gravidade e β o coeficiente de expansão térmica.

A solução das equações da camada limite laminar para convecção natural em uma placa plana vertical com fluxo de calor não uniforme, $q(x)$, na superfície pode ser obtida através do método de von Kármán–Pohlhausen , (Holman,1990), que consiste em uma formulação integral acoplada ao uso de aproximações polinomiais para os perfis de velocidade e temperatura.

Nesse trabalho, assume-se que os perfis da velocidade têm formas geometricamente similares para várias distâncias em x , ao longo da placa. Como o problema proposto é de convecção livre, assume-se também que a velocidade seja representada por uma função polinomial y multiplicada por uma função arbitrária de x , (Holman, 1990), ou seja,

$$\frac{u(x, y)}{u_x(x)} = a + b \cdot y + c \cdot y^2 + d \cdot y^3 \quad (3.4)$$

O perfil de temperatura é também representado por uma função polinomial de y , isto é,

$$T(x, y) = e + f \cdot y + g \cdot y^2 \quad (3.5)$$

Sendo que a, b, c, d, e, d e f , são funções de x obtidas de forma que as condições de contorno presentes no problema sejam satisfeitas, ou seja:

$$u = 0, \quad \text{para} \quad y = 0; \quad (3.6)$$

$$u = 0, \quad \text{para} \quad y = \delta; \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \text{para} \quad y = \delta; \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -g\beta \frac{T_w - T_\infty}{\nu}, \quad \text{para} \quad y = 0; \quad (3.9)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} = q(x), \quad \text{para} \quad y = 0; \quad (3.10)$$

$$T = T_{\infty}, \quad \text{para} \quad y = \delta; \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad \text{para} \quad y = \delta. \quad (3.12)$$

onde $\delta(x)$ é a espessura da camada limite, k é a condutividade térmica e $q(x)$ ou simplesmente, q_x , o fluxo de calor não uniforme imposto na placa plana por unidade de área.

A relação final encontrada para o perfil da componente da velocidade no eixo x , designada por $u(x,y)$, pode ser dada por:

$$\frac{u(x,y)}{u_x(x)} = \frac{y}{\delta(x)} \left(1 - \frac{y}{\delta(x)} \right)^2, \quad (3.13)$$

sendo $u_x(x)$ uma velocidade de referência.

Substituindo as condições de contorno dadas pelas Eqs. (3.6) a (3.12) em (3.5), obtém-se a expressão para o perfil de temperatura, como:

$$T(x,y) - T_{\infty} = \frac{q_x}{2 \cdot k \cdot \delta(x)} (y - \delta(x))^2, \quad (3.14)$$

Para que a Eq. (3.14) represente a solução completa do campo de temperatura em função do fluxo de calor imposto, q_x , resta ainda a determinação da espessura da camada limite, $\delta(x)$.

3.2.1 - OBTENÇÃO DA ESPESSURA DA CAMADA LIMITE

Para o processo de convecção natural, as equações integrais do momento, Eq. (3.1), e da energia, Eq. (3.2), podem ser escritas por,

$$\frac{d}{dx} \left(\int_0^\delta \rho u^2 dy \right) = -\tau_w + \int_0^\delta \rho g \beta [T(x, y) - T_\infty] dy = -\mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} + \int_0^\delta \rho g \beta (T(x, y) - T_\infty) dy \quad (3.15)$$

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int_0^\delta u [T(x, y) - T_\infty] dy \right\} = -\alpha \frac{dT(x, y)}{dy} \Big|_{y=0} \quad (3.16)$$

Substituindo-se, então, as Eqs. (3.14) e (3.13) nas Eqs. (3.15) e (3.16), e reorganizando, são obtidas as equações diferenciais governantes para a quantidade de movimento e energia em função de $\delta(x)$ respectivamente como sendo:

$$\frac{1}{105} \cdot \frac{d(u_x^2 \delta_x)}{dx} = \frac{1}{6} g \beta q_x \delta_x^2 - \nu \frac{u_x}{\delta_x} \quad (3.17)$$

e

$$\frac{d(u_x \cdot q_x \delta(x)^2)}{dx} = \alpha \cdot 60 q_x \quad (3.18)$$

Ainda, integrando a Eq. (3.18) obtém-se

$$u_x \cdot \delta(x)^2 = \frac{\alpha \cdot 60 \int q_x dx}{q_x} \quad (3.19)$$

Observa-se que nas Eqs. (3.17) e (3.19) que u_x ainda deve ser determinado. Entretanto, através da Eq. (3.13), conclui-se que:

$$u(x)_x \sim \delta(x)^2 \quad (3.20)$$

Assim inserindo-se a Eq. (3.20) na Eq. (3.16) obtém-se que:

$$\delta(x) \sim x^{1/4} \quad (3.21)$$

Assumindo-se, então, as variações das funções exponenciais para $u(x)_x$ e $\delta(x)$, como sendo,

$$u(x)_x = C_1 x^{1/2} \quad (3.22)$$

$$\delta(x) = C_2 x^{1/4} \quad (3.23)$$

e substituindo as Eq. (3.22) e (3.23) em (3.19) obtém-se,

$$C_1 \cdot \frac{\alpha \cdot 60}{C_2^2} \frac{\int_0^x q_x dx}{x q_x} = \frac{\alpha \cdot 60 Q_x}{C_2^2} \quad (3.24)$$

onde

$$Q_x = \frac{\int_0^x q_x dx}{(x \cdot q_x)} \quad (3.25)$$

A substituição das Eqs. (3.22), (3.23) na Eq. (3.17) resulta em

$$\frac{1}{105} \cdot \frac{d[(C_1 x^{1/2})(C_2 x^{1/4})]}{dx} = \frac{1}{6} g \beta q_x (C_2 x^{1/4})^2 - v \frac{(C_1 x^{1/2})}{(C_2 x^{1/4})} \quad (3.26)$$

e substituindo a Eq. (3.24) na Eq. (3.25) obtém-se

$$C_1 = 60 \cdot \alpha \cdot \left[\frac{9 \cdot k \cdot \alpha}{g \cdot \beta \cdot q_x \cdot x^{1/4}} \left(\frac{240}{7} \alpha (Q_x)^2 + 48 \cdot v Q_x \right) \right]^{-\frac{2}{5}} \quad (3.27)$$

e

$$C_2 = \left[\frac{9 \cdot k \cdot \alpha}{g \cdot \beta \cdot q_x \cdot x^{1/4}} \left(\frac{240}{7} \alpha (Q_x)^2 + 48 \cdot v Q_x \right) \right]^{\frac{1}{5}} \quad (3.28)$$

Uma vez determinado os valores de C_1 e C_2 , a espessura da camada limite, $\delta(x)$, pode então ser obtida através da substituição da Eq. (3.28) na Eq. (3.23), ou seja,

$$\delta(x) = \left[\frac{9 \cdot k \cdot \alpha}{g \cdot \beta \cdot q_x} \left(\frac{240}{7} \alpha (Q_x)^2 + 48 \cdot v Q_x \right) \cdot x \right]^{\frac{1}{5}} \quad (3.29)$$

e a Eq. (3.14) pode ser rescrita como

$$T(x, y) - T_{\infty} = \frac{q_x}{2 \cdot k \cdot \delta(x, q_x, Q_x)} (y - \delta(x, q_x, Q_x))^2, \quad (3.30)$$

onde $T(x, y)$ representa o modelo teórico para a temperatura, dada em função das coordenadas x e y , das componentes locais q_x e da influência das componentes $q_{x1}, q_{x2}, \dots, q_{xi}$ ao longo do comprimento da placa.

Observa-se que para o caso onde o comportamento do fluxo de calor seja aproximadamente constante, ou seja, $q_x \cong q = \text{constante}$, então

$$Q_x = \int_0^x q_x dx \Big/ (x \cdot q_x) \cong 1 \text{ e conseqüentemente } Q_x^2 \cong 1$$

assim, nesse caso, a expressão para o cálculo de δ pode ser dada por

$$\delta(x) = \left[\frac{9 \cdot k \cdot \alpha}{g \cdot \beta \cdot q_x} \left(\frac{240}{7} \alpha + 48 \cdot \nu \right) \cdot x \right]^{1/5} \quad (3.31)$$

3. 3 - PROBLEMA INVERSO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Neste trabalho três métodos para a solução do problema inverso, originalmente aplicados em condução de calor foram adaptados para convecção natural em uma placa plana. São eles o método da função especificada sem regularização, o método de regularização seqüencial e o algoritmo genético.

3.3.1 – MÉTODO DA FUNÇÃO ESPECIFICADA SEQÜENCIAL

Uma das técnicas inversas usadas nesse trabalho, envolve a inversão numérica de uma integral de convolução e o uso de passos de futuros. É o chamado método da função especificada, desenvolvido por Beck et al. (1985).

A proposta inicial para a obtenção das componentes do fluxo de calor q_x é a minimização de uma função erro quadrático definida pelo quadrado da diferença entre as temperaturas medidas no interior da camada limite $Y(x, y)_{M+r-1}$ e as temperaturas calculadas pelo modelo teórico dado pela Eq. (3.30), ou seja,

$$S = \sum_{i=1}^r (Y(x, y)_{M+i-1} - T(x, y)_{M+i-1})^2 \quad (3.32)$$

Onde o índice M representa a posição atual do sensor de temperatura e r a posição futura.

Assim, a Eq. (3.32) é minimizada em relação a componente de fluxo de calor a ser estimada q_M ,

$$\frac{\partial S}{\partial q_M} = 0 = \sum_{i=1}^r (Y(x, y)_{M+i-1} - T(x, y)_{M+i-1}) \cdot \frac{\partial T(x, y)_{M+i-1}}{\partial q_M} \quad (3.33)$$

ou ainda,

$$\frac{\partial S}{\partial q_M} = 0 = \sum_{i=1}^r [Y(x, y)_{M+i-1} - T(x, y)_{M+i-1}] X_{M+i-1} \quad (3.34)$$

Observa-se que, embora a relação entre $T(x, y)$ e q_x seja não linear, a temperatura é uma função contínua do fluxo de calor. Assim expandindo o campo de temperatura em torno de um valor q^* , arbitrário, usando Série de Taylor e retendo os termos até a primeira ordem obtém-se

$$T(x, y)_{M+i-1} = T_{M+i-1}^*(x, y) + X_{M+i-1} \Delta q_M \quad \text{para} \quad i = 1, \dots, r \quad (3.35)$$

onde T_{M+i-1}^* são as temperaturas calculadas, baseadas numa estimativa inicial de q_M^* . através da Eq. (3.30).

Substituindo-se a Eq. (3.35) na Eq. (3.34) obtém-se:

$$\Delta q_M = \frac{\sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - T_{M+i-1}^*) \cdot X_{M+i-1}}{\sum_{i=1}^r X_{M+i-1}^2} \quad (3.36)$$

sendo q_M obtido através de:

$$q_M = q_M^* + \Delta q_M \quad (3.37)$$

Observa-se nas Eq. (3.32) e (3.36) que temperaturas para posições “futuras”, ou seja, em posições superiores a atual M , isto é, $M + 1$, $M + 2$, $M + r - 1$, devem ser calculadas. Nesse caso o procedimento seqüencial descrito por Beck and Blackwell (1985) pode ser aplicado.

Um dos casos mais simplificados do procedimento seqüencial da função especificada, consiste em assumir temporariamente vários fluxos de calor como constantes com a posição como é mostrado na Figura 3.2.

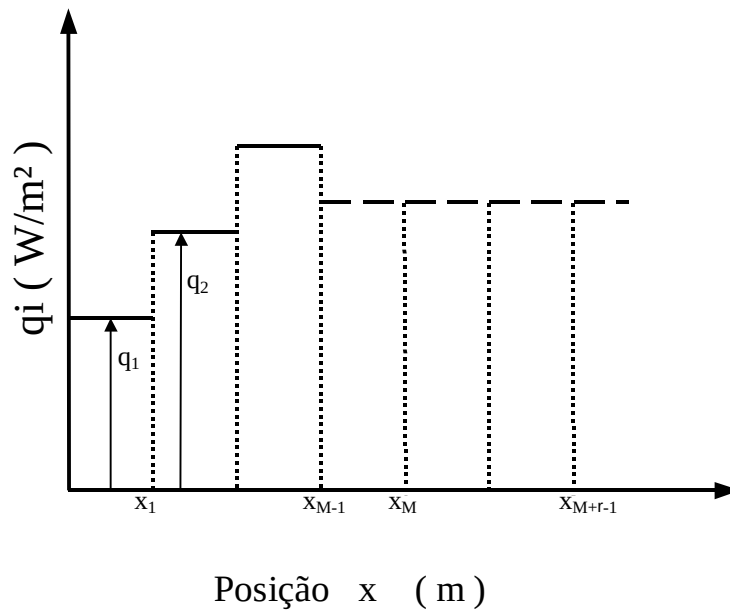


Figura 3.2 – Forma funcional do fluxo de calor constante para o procedimento seqüencial.

Assim as componentes do fluxo de calor estimado, q_1 , q_2 , q_{M-1} , são assumidas conhecidas e o objetivo torna-se a estimação de q_M . Nesse caso, os valores de q_{M+1} , q_{M+2} , ..., q_{M+r-1} são assumidos temporariamente constantes ou seja:

$$q_M = q_{M+1} = q_{M+2} = q_{M+r-1} = q_M^* \quad (3.38)$$

onde r é número de passos futuros.

Para a solução final de q_M , torna-se necessária a obtenção de $X(x, y)_{M+r-1}$, que é o chamado coeficiente de sensibilidade, definido como a primeira derivada da temperatura, Eq. (3.14), em relação à variável que se deseja estimar, nesse caso o fluxo de calor., ou seja:

$$X(x, y)_{M+i-1} = \frac{\partial T(x, y)_{M+i-1}}{\partial q_M} \quad (3.39)$$

Uma das mais importantes características dos coeficientes de sensibilidade é indicar quais as melhores regiões para a localização dos sensores de temperatura. Ou seja, se $X(x, y)_{M+i-1}$ é relativamente grande, observa-se uma grande sensibilidade de mudanças térmicas no interior devido a pequenas mudanças nos fluxos. Por outro lado, quando os valores de $X(x, y)_{M+i-1}$ são pequenos, as chances de bons resultados na estimação são menores, pois o problema estimado torna-se muito sensível aos erros de medição, (Beck and Arnold, 1977).

Assim o algoritmo computacional do procedimento seqüencial baseado em função especificada de fluxo constante pode ser resumido em:

- Passo 1: Adota-se um valor arbitrário para o fluxo de calor superficial, q^* , para $M = 1$. Normalmente um valor muito baixo e diferente de zero.
- Passo 2: Resolve-se o problema direto através das Eqs. (3.30) e (3.31).
- Passo 3: Calcula-se o valor da temperatura pelo problema direto, $T^*(q^*, x, y, \delta(x, q^*))$
- Passo 4: Calcula-se o coeficiente de sensibilidade $X(q^*)$, Eq. (3.39).
- Passo 5: Calcula-se Δq_M , através da Eq. (3.36).
- Passo 6: Obtém-se o novo valor de q_M através da Eq. (3.37).
- Passo 7: Adota-se $q_M^* = q_M$.
- Passo 8: Retorna-se ao passo 2, até que se obtenha a convergência, que é considerada alcançada quando $\frac{(q_M - q_M^*)}{q_M} \leq 10^{-4}$.
- Passo 9: Adota-se o valor de q_M convergido, como uma estimativa inicial para q_{M+1} , retorna-se ao passo 2 até que se obtenha a convergência para a posição $M+1$. Esse procedimento é repetido até que se atinja todas as posições existentes ao longo da placa plana vertical.

Nesse ponto, cabe observar que o termo Q_x dado por

$$Q_x = \int_0^x q_x dx \quad \left/ \begin{matrix} x \\ q_x \end{matrix} \right.$$

não apresenta nenhuma dificuldade adicional na avaliação dos valores de δ_x ou de $\frac{\partial \delta_x}{\partial q_x}$ uma vez que o procedimento é seqüencial. Ou seja, a equação para Q_x em forma discreta considerando vários elementos constantes ao longo de Δx pode ser dada por

$$Q_i = \frac{(q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_i) \Delta x}{n \Delta x q_i}$$

e, nesse caso, em qualquer posição i ($x = i\Delta x$) a componente q_{i-1} é conhecida do passo anterior.

3.3.2 – MÉTODO DE REGULARIZAÇÃO SEQÜENCIAL

Para corrigir a natureza mal condicionada do problema inverso, o esquema de regularização proposto por Tikhonov e Arsenin (1977), é adaptado para o problema de convecção considerado. O método de regularização é uma técnica que modifica a aproximação dos mínimos quadrados através da adição dos fatores para redução da amplificação do ruídos presentes nos dados experimentais inerentes ao problema mal condicionado. A influência da componente de regularização é determinada pela magnitude do parâmetro regularizador.

Assim, a forma algébrica da função erro quadrático escrita para 1 sensor, $r = 1$ e ordem zero, se reduz a:

$$S = (Y_M - T_M)^2 + \alpha_i \cdot C_0 \cdot q_M^2 \quad (3.40)$$

onde C_0 é o termo regularização para ordem zero e o símbolo α_i é chamado de parâmetro de regularização. Vários métodos podem ser usados para a obtenção de α_i . Segundo Beck et al. (1985), um dos meios para selecionar um valor moderado para o parâmetro regularizador, α_i , é fazer a relação α_i / X_1^2 igual a 1.

Da forma similar ao que foi feito para o método da função especificada seqüencial a Eq. (3.40) é minimizada em relação à componente de fluxo de calor desejada, ou seja:

$$\frac{\partial S}{\partial q_M} = 2 \cdot (Y_M - T_M) \cdot \frac{\partial T_M}{\partial q_M} + 2 \cdot \alpha_i \cdot C \cdot q_M = 0 \quad (3.41)$$

São substituídos então, as Eqs. (3.35) e (3.37) na Eq. (3.41) obtendo-se a equação para o fluxo de calor a ser estimado como:

$$q_M = \frac{(Y_M - T_M^*) \cdot X_M + X_M^2 \cdot q_M^*}{X_M^2 - \alpha_i \cdot C_0} \quad (3.42)$$

Assim o algoritmo de regularização de ordem zero pode ser resumido como

- Passo 1: Adota-se um valor qualquer para o fluxo de calor superficial uniforme para a placa plana, q^* , para $M = 1$. Normalmente um valor muito baixo, diferente de zero.
- Passo 2: Resolve-se o problema direto através das Eqs. (3.30) e (3.31).
- Passo 3: Calcula-se o valor da temperatura pelo problema direto, $T^*(q^*, x, y, \delta(x, q^*))$
- Passo 4: Calcula-se o coeficiente de sensibilidade $X(q^*)$, Eq. (3.39).
- Passo 5: Adota-se um valor para α_i
- Passo 6: Adota-se um valor para C_0
- Passo 7: Obtém-se um novo valor de q_M através da Equação. (3.42).
- Passo 8: Adota-se $q_M^* = q_M$.
- Passo 9: Retorna-se ao passo 2, até que se chegue à convergência, que é considerada alcançada quando $\frac{(q_M - q_M^*)}{q_M} \leq 10^{-4}$.
- Passo 10: Adota-se o valor de q_M convergido, como uma estimativa inicial para q_{M+1} . Retorna-se ao passo 2 até que se obtenha a convergência. Repete-se esse procedimento até que se atinja todas as posições existentes ao longo da placa plana vertical.

3.3.3 – ALGORITMO GENÉTICO

Métodos de otimização baseados na inteligência artificial têm sido desenvolvidos extensamente nos últimos anos, sendo os progressos nessa área estimulados pela evolução das ciências matemáticas e da tecnologia computacional. Dentre os métodos inversos clássicos, há algumas técnicas modernas, baseadas em inteligência artificial, que se mostram promissoras. Os algoritmos genéticos são mecanismos de busca baseados nos processos de seleção natural da luta pela vida. Sua idéia é procurar repetir o que faz na natureza. Trata-se

de um procedimento de busca que usa uma escolha aleatória como ferramenta para guiar uma exploração inteligente no espaço de parâmetros codificados. Todos os seus princípios são inspirados na teoria de evolução de Darwin.

O modelo matemático do algoritmo genético trabalha com termos e conceitos que são similares aos da natureza. Um conjunto de soluções possíveis, é chamado de *população*, o que neste trabalho é o fluxo de calor, e as soluções que melhor se ajustam ao critério de otimização são chamadas de *melhores membros da população*, que é o melhor valor do fluxo de calor encontrado. Novos membros para a população são construídos através dos melhores membros por mecanismos de recombinação e mutação.

Cada membro da população é formado por um conjunto de elementos similares aos genes naturais. Esses genes formam uma *string* ou *cromossomo*, no qual é considerado um membro da população. Esses genes podem ser elementos de um vetor de entrada que constituem os dados de entrada de uma função objetivo que fornece para cada membro, uma medida de quão bem adaptado ele está. Essa avaliação de cada indivíduo é denominada “fitness” ou adequabilidade e a função objetivo utilizada é a função erro quadrática dada por:

$$S = \sum_{i=1}^N (Y(x_i, y) - T(x_i, y))^2 \quad (3.43)$$

A população inicial é criada através de um conjunto de genes aleatórios nos membros da população.

A solução ótima é alcançada quando o perfil de temperatura na camada limite, $T(x,y)$, obtido utilizando-se o valor da população for o mais próximo possível do perfil de temperatura obtido experimentalmente para a mesma posição, $Y(x,y)$, ou seja, quando a função S for minimizada. O algoritmo é então dividido em 4 passos que são repetidos até que a solução ótima seja alcançada:

Evolução: É o critério de otimização (função custo) para todos os membros da população. Fornece um valor escalar simples que indica se um membro da população é bom ou não e quanto bom ele é.

Seleção: É o subconjunto que encontra e ordena os melhores membros em uma população processada.

Recombinação dos melhores membros: Significa subconjuntos combinados para se obter novos membros de uma população.

Mutação: é o método de produção de membros diferentes em uma população. É a modificação aleatória ocasional (de baixa probabilidade) do valor de um caracter da cadeia de cromossomos.

O programa básico de algoritmos genéticos utilizado foi desenvolvido por Houck et al (1996) para ambiente Matlab® e adaptado por Silva (1999). Este programa foi implementado neste trabalho, para um problema de convecção natural, sendo que alguns operadores foram adicionados.

Observa-se que o objetivo do uso do algoritmo genético foi o de simplesmente proporcionar uma comparação independente, em relação à técnica proposta, quanto aos aspectos de eficiência do algoritmo inverso aqui desenvolvido. Maiores detalhes sob esses algoritmos podem ser encontrados em, Braga (1999), Silva (1999), Raudenský et al. (1995) e Michalewicz (1996).

CAPÍTULO IV

BANCADA EXPERIMENTAL

4.1 – INTRODUÇÃO

Nesse capítulo descreve-se o aparato experimental de transferência de calor usado para a obtenção dos perfis de temperatura e fluxo de calor em uma placa plana dentro de um duto de ar.

O projeto experimental foi realizado de forma a proporcionar o escoamento idealizado sob a placa plana vertical aquecida. Nesse caso, as condições de contorno como componentes de velocidade nulas na superfície da parede, desenvolvimento da camada limite, fluxo prescrito, $q(x)$, na parede e temperatura ambiente, T_{∞} , são obtidas experimentalmente de modo que se garanta um escoamento laminar e bidimensional em regime permanente.

4.2 – O APARATO EXPERIMENTAL

O escoamento em regime permanente é obtido experimentalmente, através de um duto vertical retangular apoiado sobre uma bancada, de comprimento, largura e espessura respectivamente de $1,02 \times 0,12 \times 0,07 \text{ m}^3$, apresentado de forma detalhada na Figura (4.1). Uma placa de alumínio, de dimensões $0,10 \times 0,11 \text{ m}^2$ e espessura de $0,015 \text{ m}$, instalada no duto e presa às laterais, representa a parede plana vertical aquecida a ser estudada. Esta parede possui acoplada à sua superfície interna duas resistências dispostas em paralelo de 3 mm de espessura cada e dimensões de $0,1 \times 0,0366 \text{ m}^2$, como mostra a Figura 4.2. Essa disposição aliada à característica condutora do alumínio tem o efeito de distribuir uniformemente a temperatura na parede.

As medições de temperatura no interior da camada limite são executadas por uma sonda com um termopar tipo cobre-constantan no seu interior, possuindo $77,2 \times 10^{-6} \text{ m}$ de diâmetro e constante de tempo, τ , inferior a 50 ms . A sonda de aço inoxidável, com 48 mm de comprimento e $1,7 \text{ mm}$ de diâmetro interno é fixada em um paquímetro posicionado perpendicularmente à parede de forma a se permitir o controle da posição na direção y . Por sua vez a posição x é controlada através de uma escala localizada na própria parede aquecida. O movimento da sonda e o controle de sua posição relativos aos eixos x e y é mostrado

esquemáticamente em detalhe na Figura 4.1. A visualização do posicionamento da sonda e da parede aquecida é feita através de uma janela acrílica no duto, através da qual o paquímetro é inserido.

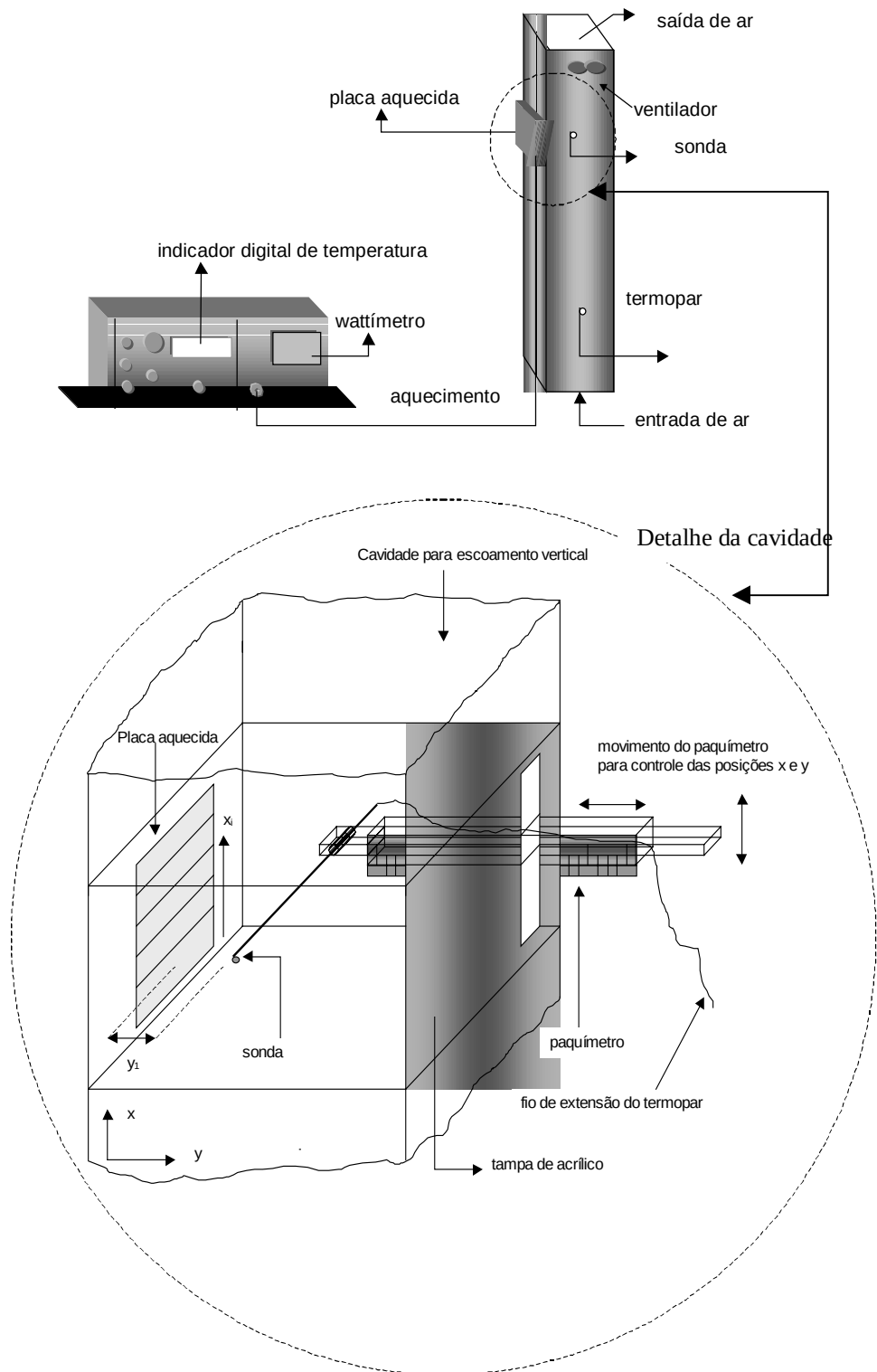


Figura 4.1: Aparato experimental.

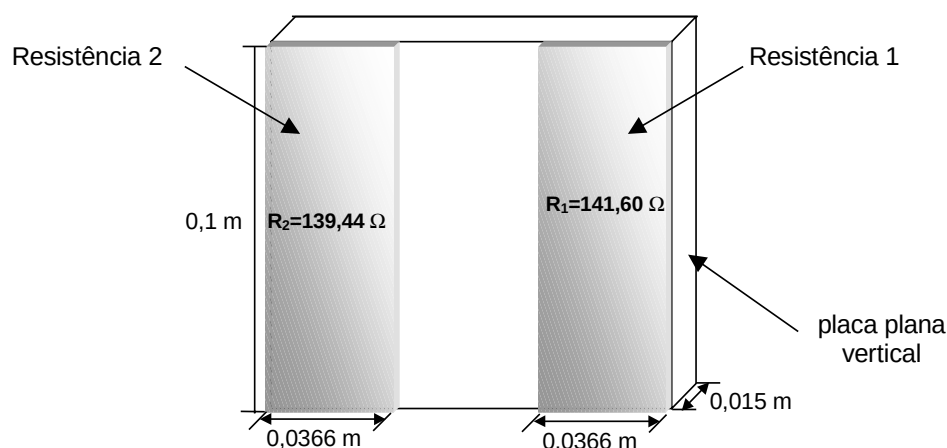


Figura 4.2: Disposição esquemática dos aquecedores resistivos na superfície interna da placa plana vertical.

O fluxo de calor imposto na superfície interna da placa vertical é gerado por efeito Joule através de uma fonte de corrente contínua. Uma vez que o fluxo de calor total gerado pelas resistências não é totalmente absorvido pela superfície interna da placa devido às perdas de calor laterais e oposta à superfície, o fluxo de calor imposto na placa, $q(x)$ é então desconhecido. Visando, então, uma posterior validação do método inverso, 9 termopares tipo cromel-alumel foram soldados e distribuídos uniformemente espaçados ao longo da altura da superfície, próximo à sua lateral. A Figura (4.3) mostra a disposição dos termopares na superfície.

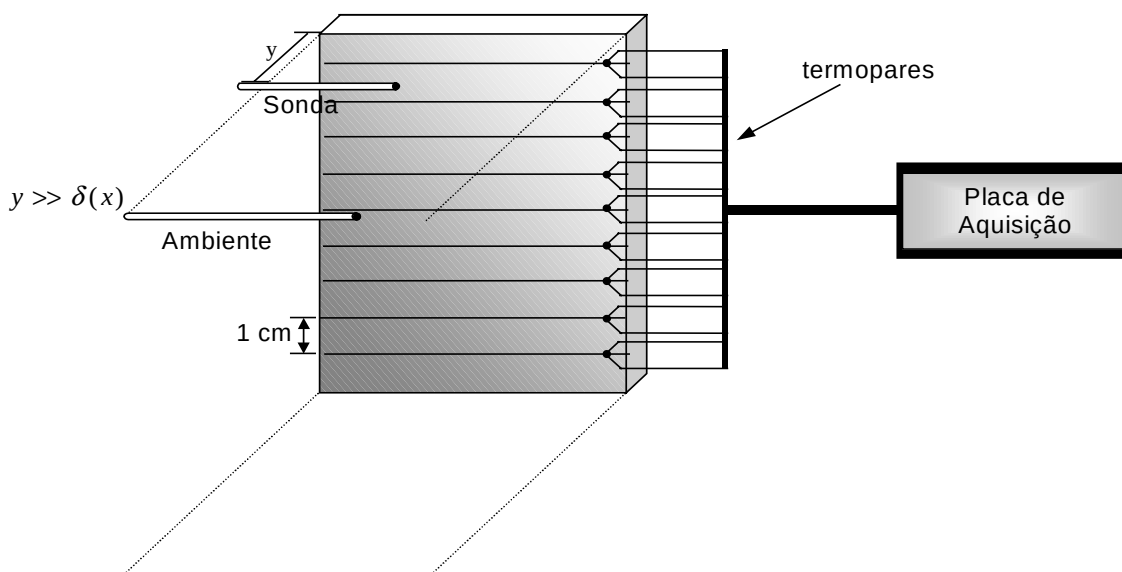


Figura 4.3 – Esquema representativo das distribuições dos termopares ao longo da altura da placa plana vertical aquecida, e localização das sondas.

O posicionamento dos 9 termopares na lateral da placa visa atenuar a presença de perturbações ao escoamento na região próxima à localização da sonda, no interior da camada limite.

Para aquisição dos sinais dos termopares usou-se uma placa de aquisição PCL-818 controlada por um computador Pentium 100 MHz. Posteriormente utilizou-se o sistema de aquisição de dados HP Série 75000 B E1326B (Data acquisition/ Control Unit).

4.2 – PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Os sinais de temperatura da sonda no interior da camada limite foram adquiridos para uma posição pré-determinada $y = 0,002$ m, ao longo das posições x_M , onde $M = 1, 2, \dots, 9$. Além disso, uma sonda tipo termopar é inserida numa região fora da camada limite para obtenção da temperatura ambiente, T_∞ .

Para a verificação do regime permanente, monitora-se a evolução de todos os sinais de temperatura presentes na bancada, ou seja, termopares na superfície, $T_w(x_M, 0)$, sonda, $Y(x, y)$, e termopar ambiente T_∞ . O regime permanente é considerado alcançado quando uma variação inferior a $0,1$ °C é observada no cálculo da diferença entre as temperaturas da superfície e ambiente e na diferença entre a temperatura da sonda e a ambiente durante 3 horas. Esse regime é alcançado em aproximadamente 6 horas, contados desde o início da imposição do fluxo de calor.

A partir da obtenção do regime permanente os sinais de temperatura (sonda, superfície ou ambiente) são adquiridos com um tempo de amostragem de 1 segundo.

Foram realizadas 60 medidas para cada sinal sendo o valor médio usado para a determinação de $\bar{Y}(x_M, y)$, $\bar{T}_{\infty, M}$ e $\bar{Y}(x_M, 0)$.

Foram coletados dados para uma potência de alimentação das resistências de 5, 10, 15 e 20 Watts. Para cada potência foram feitas 5 repetições, obtidos com o sistema de aquisição HP. Além disso, foram feitos 10 experimentos para cada potência de 10 e 20 Watts com a placa de aquisição PCL-818. Os dados obtidos com placa de aquisição foram inicialmente realizados apenas para o desenvolvimento da bancada e estabelecimento dos limites de regime permanente.

Após a coleta, os dados são tratados de forma a obter-se através da metodologia inversa a temperatura da parede aquecida e o fluxo de calor imposto.

Antes de se verificar os resultados experimentais faz-se necessária uma análise de incerteza da metodologia utilizada afim de verificar qual a influência de todas essas variáveis medidas na convergência do algoritmo inverso.

CAPÍTULO V

ANÁLISE DE INCERTEZA E DOS COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE.

5.1 INTRODUÇÃO

Uma vez que os problemas inversos são muito sensíveis a erros experimentais, torna-se importante uma análise das principais fontes de erros inerentes ao modelo e ao experimento antes da obtenção dos resultados experimentais. Esses erros podem estar presentes nas medições de temperatura ou na obtenção da posição exata dos termopares. Em cada um dos casos, uma análise qualitativa e quantitativa dessas fontes se faz necessária.

Observa-se entretanto, que erros sistemáticos como perturbação do escoamento devida a presença da sonda ou a adequação do modelo teórico não são considerados.

Antes da verificação de como a solução do algoritmo inverso é influenciada pela adição de erros aleatórios nas medições de temperatura e localização (x,y) dos sensores, considerou-se uma simulação com experimentos numéricos isentos de erros aleatórios, de forma a ilustrar a convergência do algoritmo.

5.2 – ANÁLISE DO ALGORITMO SEM ERROS ALEATÓRIOS

Para a simulação experimental do algoritmo inverso inicialmente impõe-se um fluxo de calor exato $q_t(x) = \text{constante} = 280 \text{ W/m}^2$. Uma vez conhecido o fluxo de calor “imposto” o problema direto pode então ser resolvido através da Eq. (3.14). Obtendo-se as chamadas temperaturas experimentais simuladas, através da adição de erros aleatórios, ou seja,

$$Y(x, y) = T(x_i, y) + \varepsilon_j \quad (5.1)$$

nas posições (x_i, y) projetadas pelo experimento.

Assim, de posse das temperaturas simuladas $Y(x_i, y)$ o algoritmo inverso pode então ser testado uma vez que a estimativa inicial desses algoritmos prevêem fluxos próximos a zero. Caso haja sucesso nas estimativas, as componentes de fluxo de calor estimados devem convergir ao valor exato imposto, ou seja, $q_t(x) = 280 \text{ W/m}^2$.

Inicialmente, apenas para a verificação do algoritmo inverso sem influência de erros experimentais, adota-se $\varepsilon_j = 0$. A Figura 5.1 apresenta os erros percentuais relativos às componentes de fluxo de calor estimadas e o fluxo de calor exato imposto.

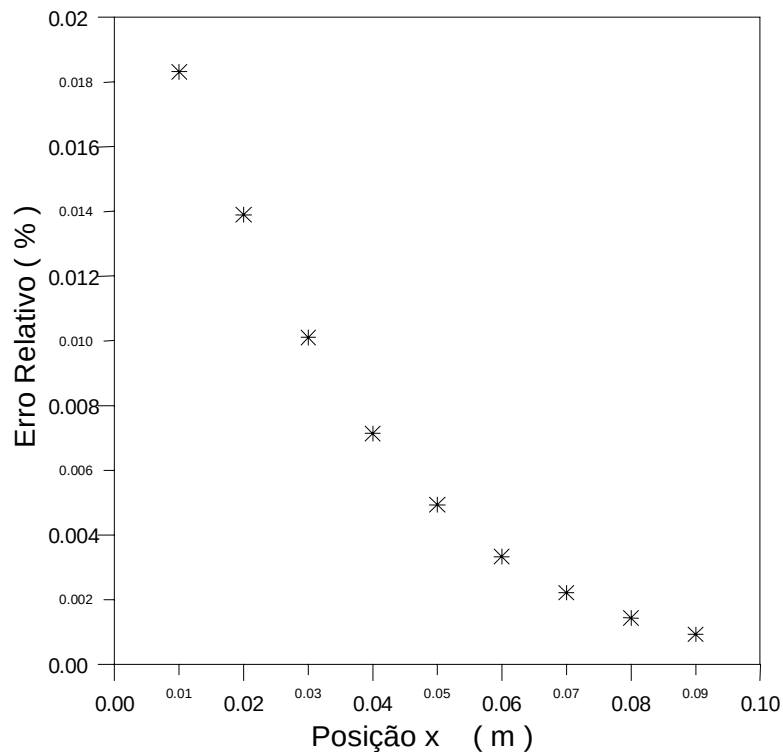


Figura 5.1 – Erro relativo percentual entre o Fluxo de calor estimado e imposto sem a presença de erros.

Pode-se observar o excelente resultado na estimativa uma vez que os erros encontrados são inferiores a 0,02 %. Entretanto, este resultado apenas indica a viabilidade do uso da técnica. Observa-se que em um problema real além das presenças de vários erros de medição, muitas variáveis imprevistas podem comprometer os resultados. Pode-se citar, por exemplo, problemas no escoamento, obtenção do regime permanente ou mudança da temperatura ambiente. Nota-se também, na Figura 5.1 um desvio do comportamento do erro próximo a borda de ataque do escoamento. Uma das justificativas para tal comportamento seria a natureza parabólica do escoamento camada limite.

5.3 – ANÁLISE DE INCERTEZA NA POSIÇÃO y

Uma das principais fontes de erros se deve à localização exata da sonda em relação à posição y . Para a análise da influência dessa incerteza, adota-se uma incerteza aleatória de $\pm$

10% e $\pm 5\%$ sobre o seu valor especificado. A posição exata de y foi considerada constante como sendo 2 mm de distância perpendicularmente ao longo de toda a placa. Os novos valores de y juntamente com as incertezas, y_e , são obtidos por:

$$y_e = y + \varepsilon \quad (5.2)$$

onde erro ε é escrito como sendo:

$$\varepsilon = y \cdot D \quad (5.3)$$

Os valores escolhidos para a constante D , responsável pelo desvio do erro, juntamente com os valores de y_e , encontram-se na Tabela 5.1. O fluxo de calor adotado foi de 280 W/m². Novamente um perfil de temperatura experimental, $Y(x,y)$, para cada valor de y_e , mostrado na Tabela 5.1, é simulado através da Eqs. (5.1) e (3.14). As temperaturas da parede e o fluxo de calor são então obtidos e comparados com os exatos calculados sem erros aleatórios adicionais para o fluxo imposto de 280 W/m².

Tabela 5.1: Valores de y_e utilizados na obtenção do perfil de temperatura, $Y(x,y)$.

	Caso 1	Caso 2	Caso3	Caso 4	Caso 5
D	0,05	-0,05	0,1	-0,1	0
y_e (mm)	2,1	1,9	2,2	1,8	2,0

Observa-se que os valores estimados para a variação da posição ($\pm 0,2$ mm) foi adotado como sendo um valor superior à soma do diâmetro externo do termopar (0,077 mm) e a resolução do paquímetro 0,01 mm.

Durante as análises foi usado passo futuro $r = 4$ para todos os casos apresentados na Tabela 5.1. A escolha desse r é justificada através da Figura 5.2, onde obteve-se o fluxo de calor para $r = 1, 2, 3$ e 4, para o Caso 1 com o menor desvio padrão, σ .

O resultado da simulação para obtenção do fluxo de calor é mostrado na Figura 5.3 para os vários casos analisados. Percebe-se nitidamente o efeito de mal comportamento na solução do algoritmo inverso devido às incertezas na posição y . Quanto maior é o erro na posição y maior o desvio em relação ao fluxo imposto.

Observa-se também que o desvio aumenta à medida que o sensor se aproxima da borda de ataque da placa. Esse efeito se deve, em parte, a essa região ser mais sensível a erros. Este tema será abordado na seção seguinte.

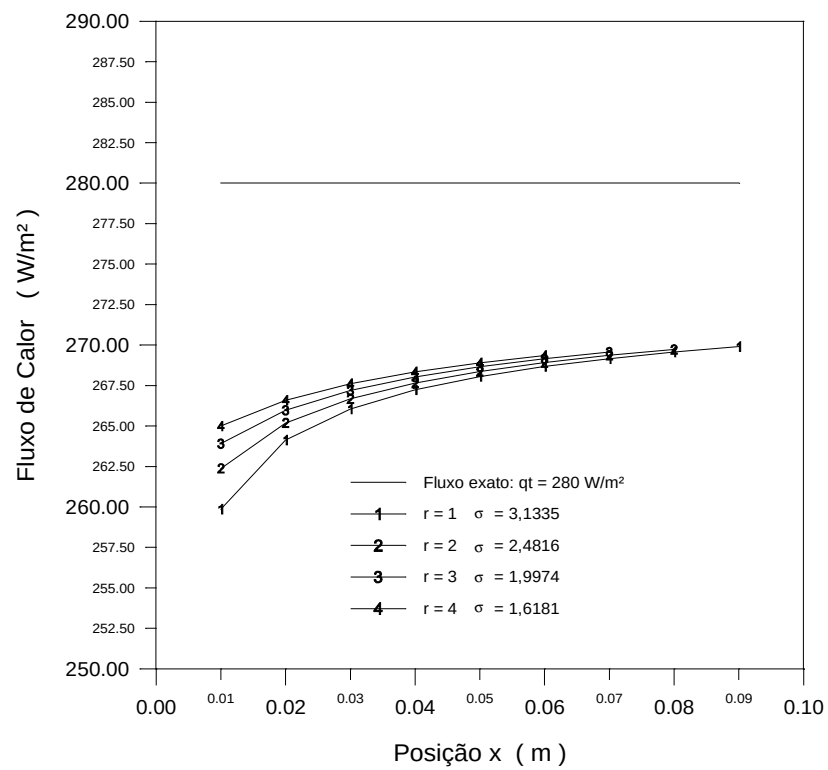


Figura 5.2 – Fluxo de calor obtido para passos futuros 1,2,3 e 4 para o Caso 1.

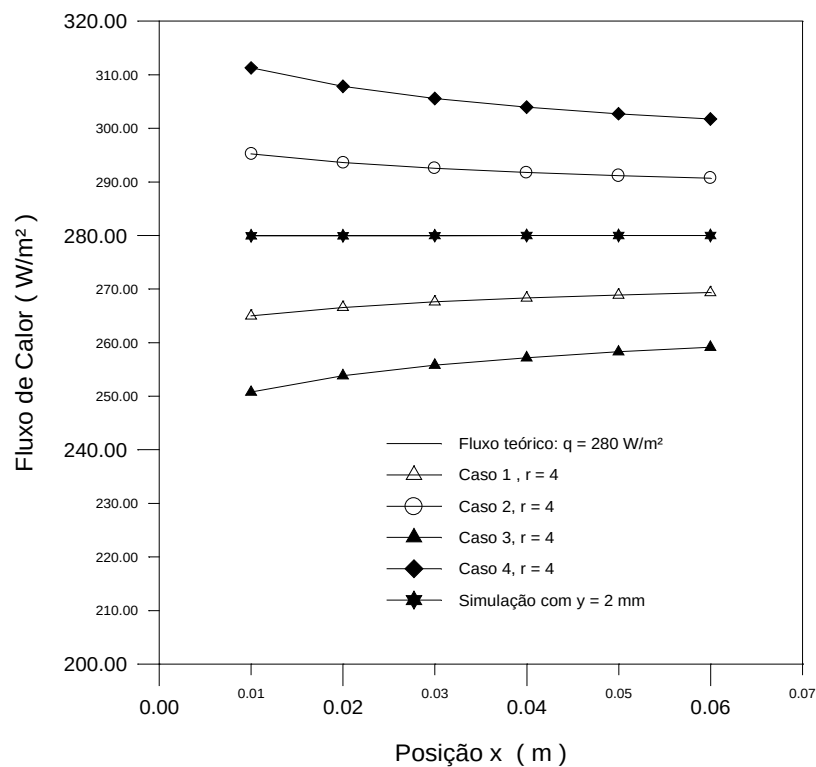


Figura 5.3 – Fluxo de calor simulado para os casos apresentados na Tabela 5.1 e $r = 4$.

Os perfis da temperatura da parede, $T_p(x,0)$ obtido com o fluxo de calor encontrado para cada caso é apresentado na Figura 5.4. Nota-se que a influência de erros na posição y é menor quando comparado à influência no fluxo de calor obtido. Isso é mostrado também na Tabela 5.2 através do erro relativo médio encontrado em cada caso para o fluxo de calor e temperatura da parede.

A Figura 5.5 apresenta os perfis de temperatura simulados para as posições y_e apresentados na Tabela 5.1 e y sem erro adicional.

Tabela 5.2 – Erro relativo médio para o fluxo de calor e temperatura da parede para cada caso estudado.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5
Erro q (%)	4,42	4,47	8,64	9,11	$1,23 \times 10^{-2}$
Erro T_w (%)	2,17	2,17	4,25	4,21	$5,54 \times 10^{-3}$

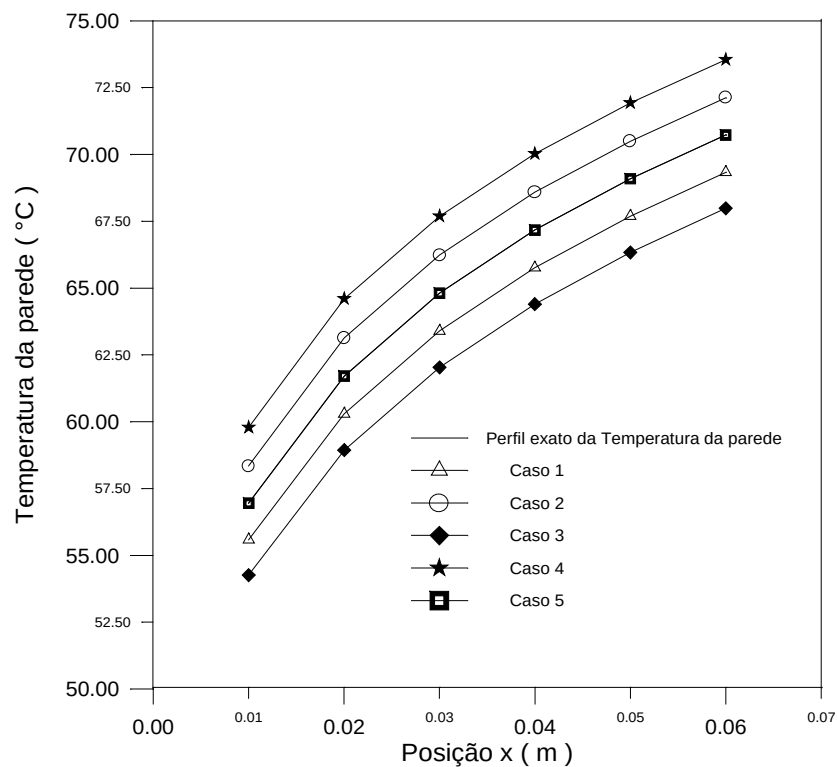


Figura 5.+4 – Perfil da temperatura na parede para $r = 4$.

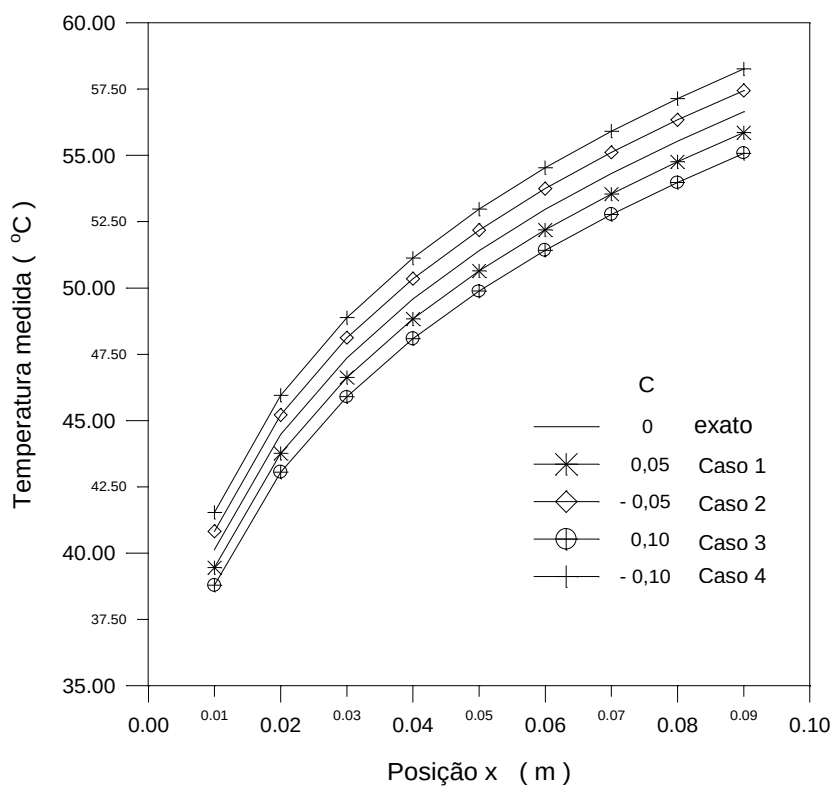


Figura 5.5 – Perfis de temperatura da camada limite a partir da adição de erros na posição y .

Nota-se a grande sensibilidade dos resultados em relação a localização precisa do sensor na posição y . Nesse sentido observa-se que um desvio de 10% em y acarreta um desvio de aproximadamente 10% na estimativa do fluxo de calor. Ou seja, não há qualquer amortecimento na propagação do erro. Esse fato indica uma grande dependência dos resultados na localização precisa do sensor em relação à distância da placa.

5.4 – ANÁLISE DE INCERTEZA NA POSIÇÃO x

Erros aleatórios são acrescentados à posição x , no intuito de se verificar sua influência nas medições de temperatura. Como foi feito para a posição y , somente o vetor x é modificado nessa análise. A temperatura simulada, $Y(x,y)$, é obtida com a adição de pequenos erros aleatórios acrescentados ao valor do vetor x que pode ser expresso como:

$$x_e = x + \varepsilon \cdot x \quad (5.4)$$

sendo

$$\varepsilon = B \cdot e_i \quad (5.5)$$

onde e_i são erros aleatórios, com valores dentro do intervalo de $-1 < e_i < 1$ e a constante B é escolhida de modo que o desvio padrão e_i seja igual ao valor desejado. Os valores adotados para B foram de 0; 0,1 e 0,05. O vetor x é composto por nove elementos, e representado por, $x = 0,01 \cdot i$, onde $i = 1, \dots, 9$.

Com os valores de x_m para todos os desvios B , obteve-se os perfis de temperatura da camada limite através das Eqs. (5.1) e (3.14) que foram usadas no algoritmo inverso na obtenção do fluxo de calor. Os resultados obtidos para todos os casos e o fluxo exato de 280,0 W/m² pode ser visto na Figura 5.6. Os erros relativos são apresentados na Figura 5.7. Nota-se que a presença de erros aleatórios ao longo da posição x , tem menor influência na obtenção do fluxo de calor quando comparado com a posição y isoladamente. A média dos erros relativos obtidos para essa simulação, juntamente com o desvio padrão dos erros é mostrado na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Erro relativo médio do fluxo de calor obtido para valores de $B = 0; 0,1$ e $0,05$.

C	Erro médio (%)	Desvio padrão do erro
0	$1,2329 \times 10^{-2}$	$8,0917 \times 10^{-3}$
0,05	0,7912	0,6171
0,1	0,8358	1,021

Pode-se observar nas Figuras 5.6 e 5.7 que a propagação dos erros aleatórios em cada posição x_i (10% e 5 %) é amortecida, obtendo-se desvios percentuais inferiores a 1%. Esse resultado é esperado, em parte devido ao maior número de posições em relação a x_i a serem usadas ($i = 1,2, \dots, 9$). Assim o efeito de uma incerteza aleatória em uma dada localização x_i pode ser compensada em relação à outra localização x_j .

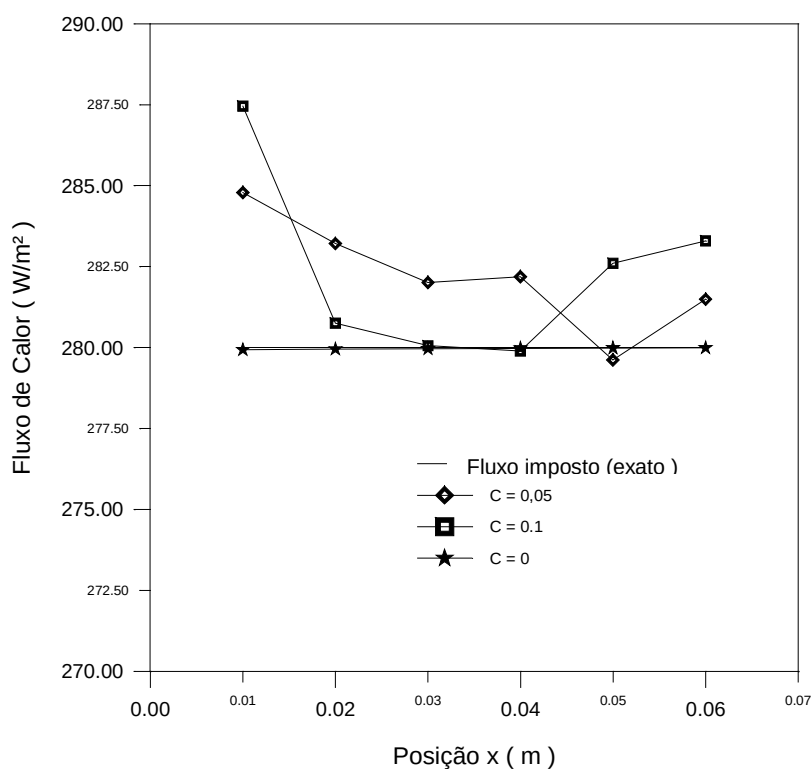


Figura 5.6 – Comparação entre os fluxos de calor estimados com adição de erros em x_i e fluxo imposto

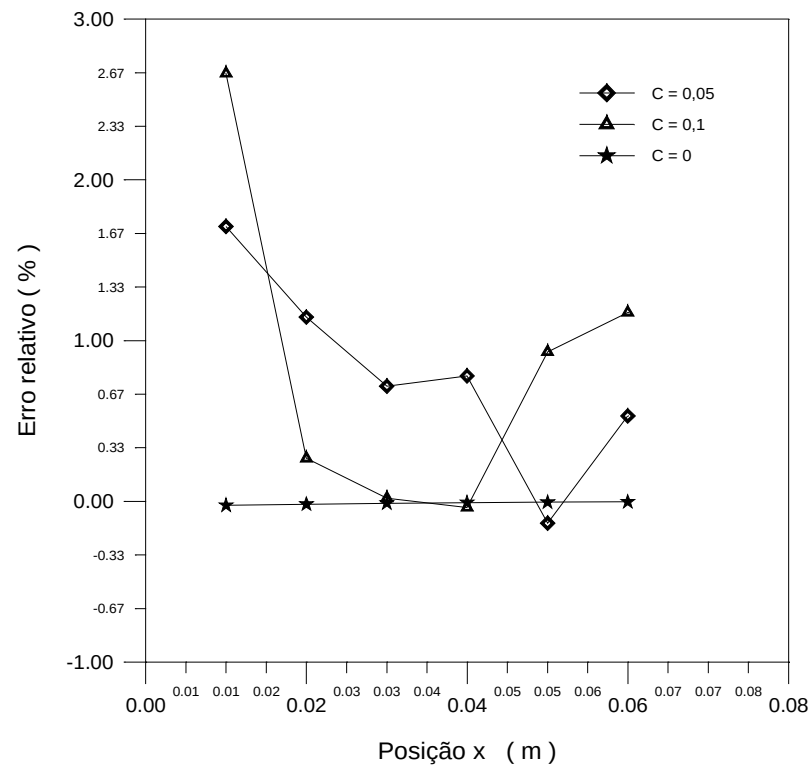


Figura 5.7 – Erro percentual do fluxo estimado com erros em x_i exato.

Os perfis das temperaturas na parede obtidos com o fluxo exato (imposto), $T_w(x,0)$, e $T_p(x,0)$, podem ser vistos na Figura 5.8. Nota-se que os erros aleatórios não influenciaram de forma significativa a obtenção da temperatura da parede, $T_p(x,0)$, apresentando um baixo desvio percentual entre eles.

A Tabela 5.4 apresenta o erro médio percentual desses desvios enquanto a Figura 5.9 apresenta a sua evolução.

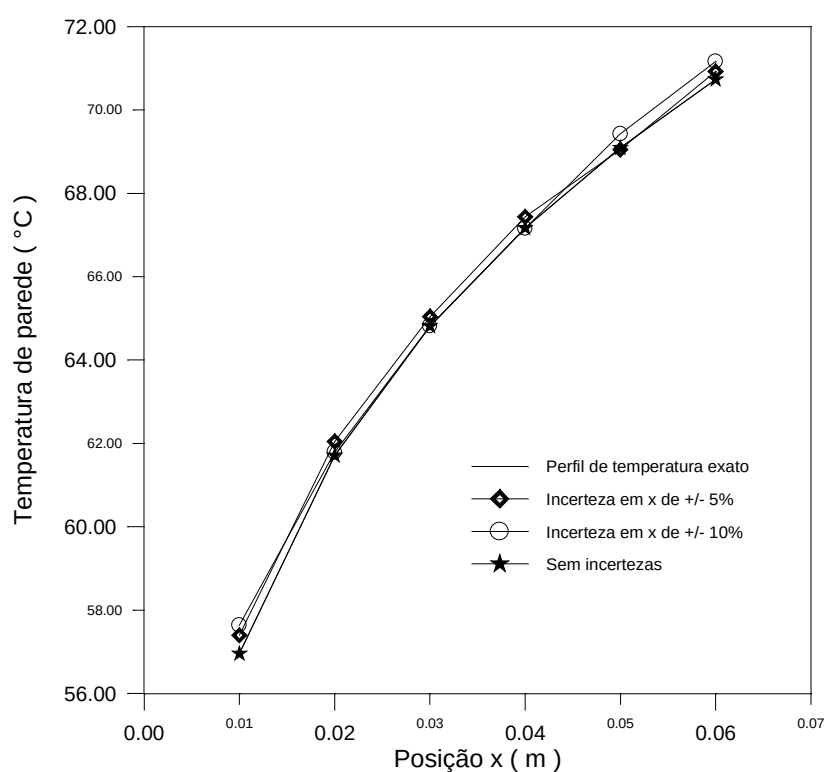


Figura 5.8 – Perfis estimados da temperatura na parede com erros aleatórios em x_i e obtidos através do fluxo de calor imposto.

Tabela 5.4 – Erro relativo médio da temperatura da parede obtida para as incertezas adotadas.

B	Erro médio (%)	Desvio padrão do erro
0	$5,874 \times 10^{-3}$	$3,5416 \times 10^{-3}$
0,05	0,3766	0,2795
0,1	0,3984	0,4643

Observa-se que assim como a análise de incerteza em y os erros em relação à temperatura da parede são amortecidos. Ainda, da mesma forma, os maiores erros encontram-se para as posições próximas à borda. Entretanto, o nível de incerteza nas posições x_i representam pouca influência na obtenção do fluxo de calor imposto ou temperatura da parede.

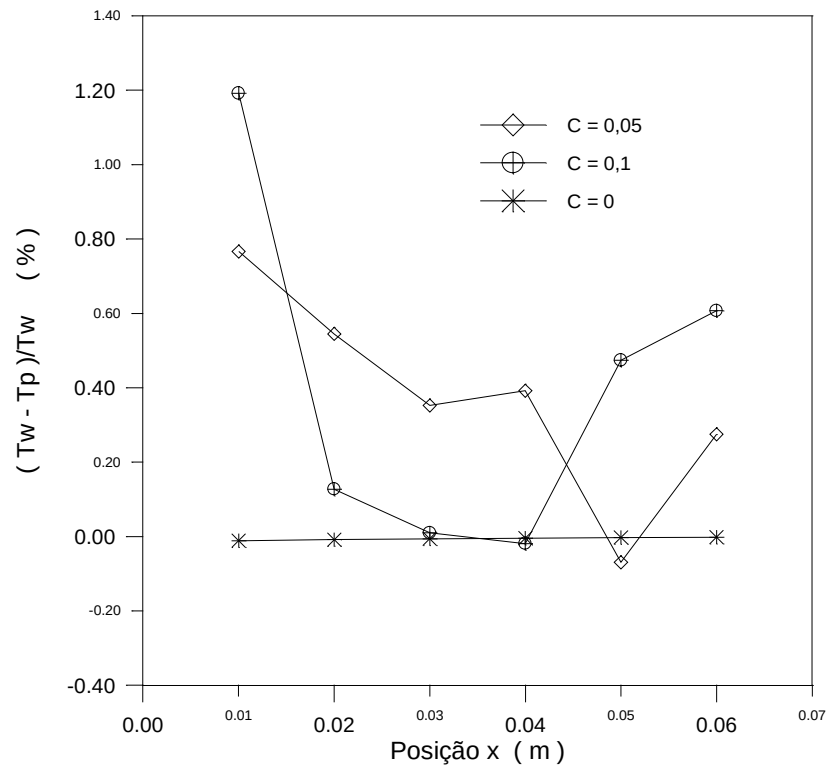


Figura 5.9 – Erro médio obtido para a temperatura da parede em relação aos valores exatos e estimados com erros aleatórios adicionados à posição x_i .

5.5 – ANÁLISE DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO NO PERFIL DE $Y(x,y)$

Para a análise do perfil da temperatura na camada limite, $Y(x,y)$, foi admitido um erro de $\pm 0,5^\circ\text{C}$ sobre o seu valor. O perfil de $Y(x,y)$ é então obtido através da Eq. (5.1):

$$Y(x, y) = T(x, y) + \varepsilon_i \quad (5.6)$$

Considera-se agora que ε_i , como um erro aleatório de média zero e intervalo variando entre $-0,5^\circ\text{C} \leq \varepsilon \leq +0,5^\circ\text{C}$. A Figura 5.10 ilustra a magnitude do ruído aleatório, ε , na medida do perfil de temperatura na camada limite, $Y(x,y)$, obtido de acordo com a Eq. (5.6).

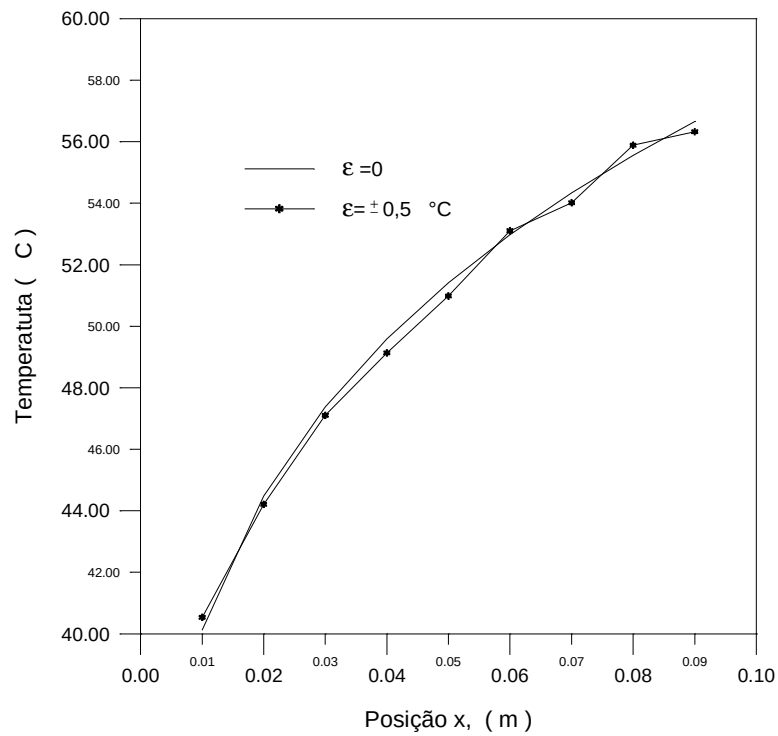


Figura 5.10 – Temperatura do perfil da camada limite “exata” com e sem os erros aleatórios.

O fluxo de calor estimado através do algoritmo inverso para $r = 4$ e o erro relativo encontrado são mostrados nas Figuras 5.11 e 5.12, respectivamente.

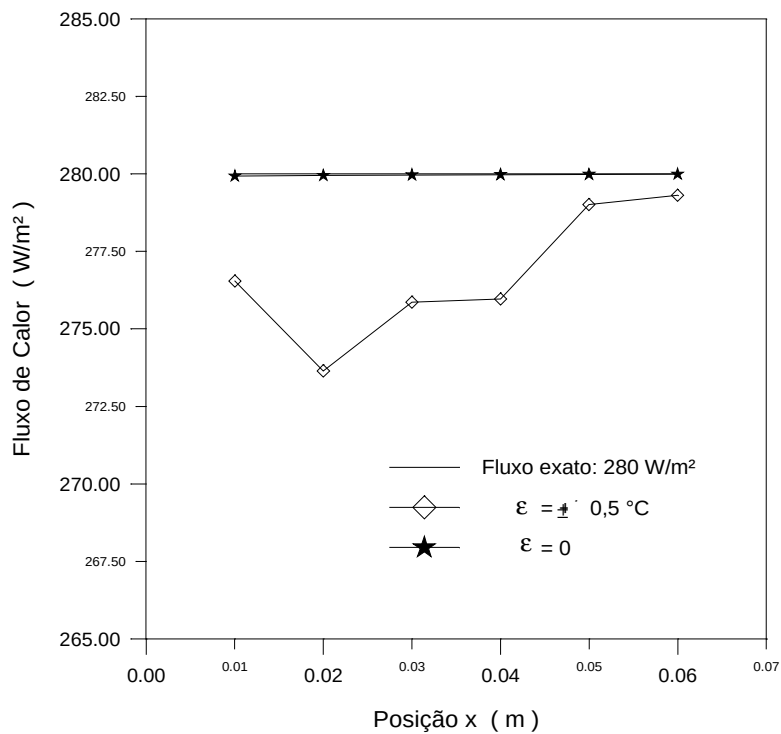


Figura 5.11 – Fluxo de calor estimado com erros aleatórios adicionados a temperatura experimental, $Y(x_i, y)$ e fluxo de calor imposto.

Observa-se nas Figuras 5.11 e 5.12 que erros aleatórios na temperatura podem perturbar as estimativas de fluxo de calor. Entretanto, o nível de propagação desse erro situa-se abaixo de 3% se os níveis de ruído encontrados em medição de termopares com equipamentos confiáveis forem inferiores a $\pm 0,5$ °C.

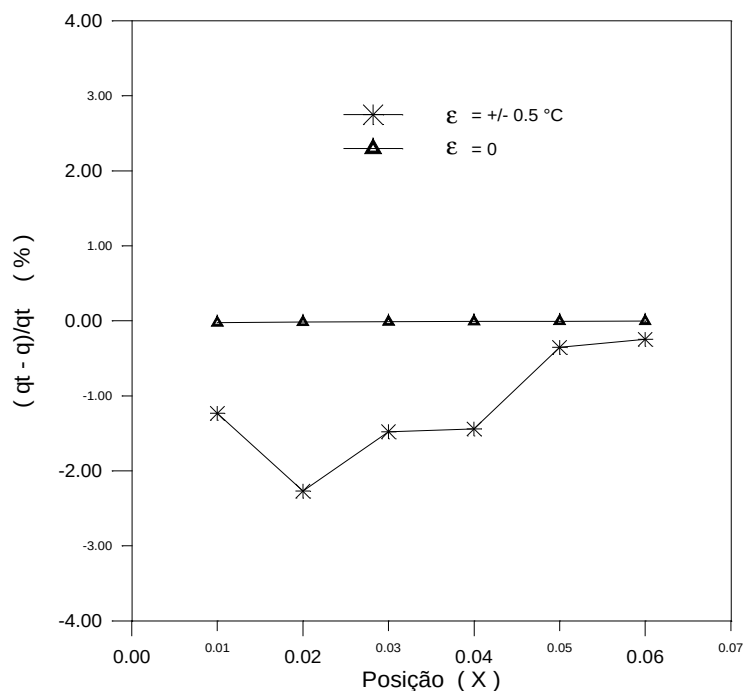


Figura 5.12 – Erro percentual relativo entre fluxo de calor estimado com erros aleatórios adicionais a y e fluxo imposto.

A Figura 5.13 mostra o perfil da temperatura na parede obtido com o fluxo de calor encontrado na Figura 5.11. O erro relativo do perfil da temperatura na parede é mostrado na Figura 5.14.

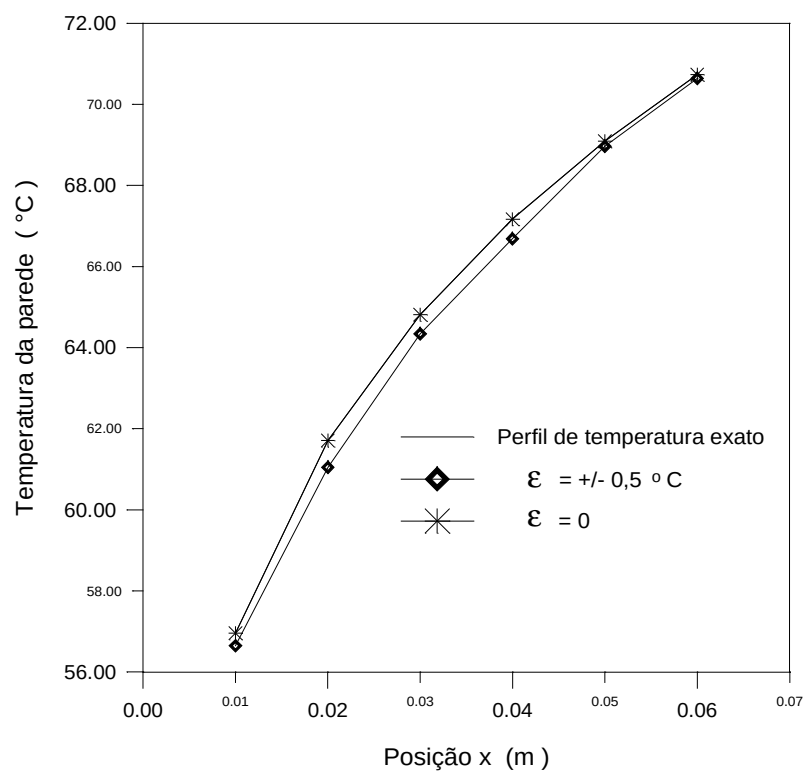


Figura 5.13 – Perfil da temperatura na parede obtida através do algoritmo inverso.

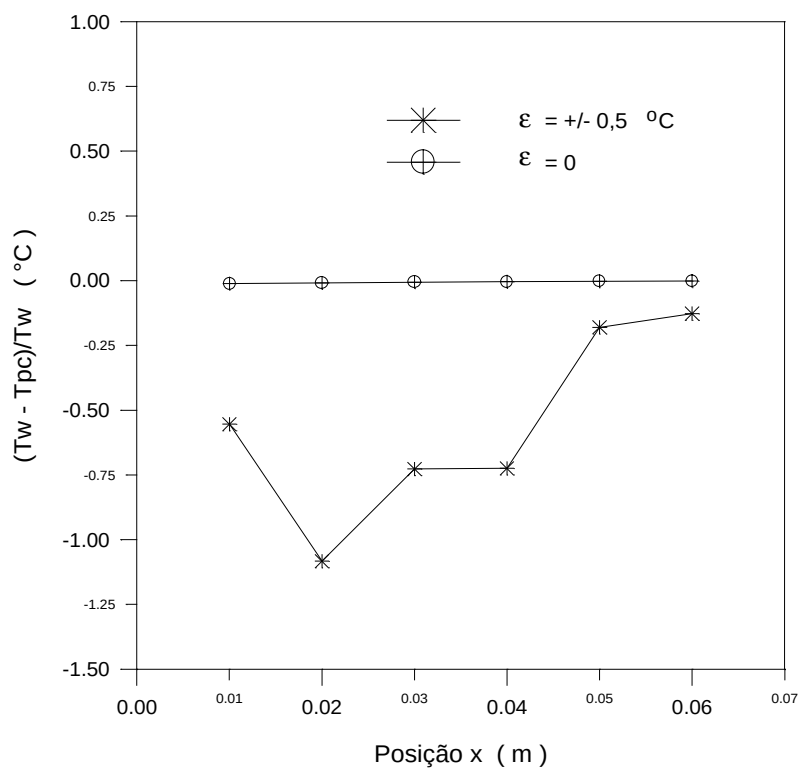


Figura 5.14 – Erro relativo médio da temperatura da parede obtida, $T_p(x,0)$.

O erro relativo médio do fluxo de calor e da temperatura da parede encontram-se na Tabela 5.5. Nota-se que os valores encontrados foram menores do que os que foram obtidos no estudo das posições x e y . Esse resultado indica que um grande cuidado deve ser tomado na determinação da posição do sensor de temperatura, especificadamente em relação à coordenada y . Uma alternativa à minimização desses erros seria o uso simultâneo de mais sensores ao longo da posição y .

Tabela 5.5 – Erro relativo médio do fluxo de calor e da temperatura da parede obtida para as incertezas adotadas no perfil de temperatura na camada limite.

Parâmetro estudado	Erro médio (%)	Desvio padrão do erro
Fluxo de Calor	1,1704	0,7619
Temperatura da parede	0,5662	0,3632

5.6 - ANÁLISE DOS COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE

Como já visto, o coeficiente de sensibilidade é definido como a primeira derivada de uma variável dependente, temperatura, com relação a um parâmetro desconhecido, nesse caso o fluxo de calor. Se os coeficientes são muito pequenos ou correlacionados com outro, o problema de estimativa é de difícil convergência e muito sensível a erros de medição (Beck and Arnold, 1977). Quando se trata de uma estimativa de uma função, caso de uma história de fluxo de calor, um exame detalhado do coeficiente de sensibilidade pode fornecer informações extremamente úteis dentro da solução do problema. Esses coeficientes podem mostrar possíveis áreas de medições que fornecerão dificuldades para a obtenção de bons resultados.

Para o problema em convecção de calor estudado, os coeficientes de sensibilidade de interesse são os da primeira derivada do perfil de temperatura $T(x,y)$, obtido através da Eq. (3.14), para a localização x , com relação a componente do fluxo de calor, q_M , e é definido como:

$$X(x,y) = \frac{\partial T(x,y)}{\partial q_M} \quad (5.7)$$

para $M=1,2,...,9$

Como o comportamento dos coeficientes de sensibilidade indicam a região de melhor localização dos sensores, um mapeamento desses coeficientes ao longo de toda a camada limite é apresentado na Figura 5.15. As melhores posições para localização de sensores de temperatura são para os maiores valores de $X(x,y)$, o que de acordo com o mapeamento seria para regiões próximas à placa e na extremidade superior. Entretanto, distanciando-se da placa, nota-se que o coeficiente de sensibilidade diminui e apresenta tendências a crescer novamente. Porém, uma vez que isso implica no afastamento da condição de contorno de interesse, a influência desse coeficiente diminui. Ao se colocar os sensores de temperatura longe da condição de contorno tem-se problemas na convergência do algoritmo, obtendo-se valores sem significado físico. A Tabela 5.6 apresenta um quadro comparativo para a estimação do fluxo de calor imposto ($q_t = 280 \text{ W/m}^2$) em relação à várias posições de y sem a adição de erros aleatórios, tomadas no interior da camada limite. Apresenta-se na Figura 5.16 o perfil da camada limite em relação às posições x . Nota-se na Tabela 5.6 que para o método sequencial a partir de $y = 0,006$ não se obtém a convergência do algoritmo. Entretanto para o algoritmo genético como é um método robusto, o distanciamento da condição de contorno acarreta problemas apenas na precisão dos resultados.

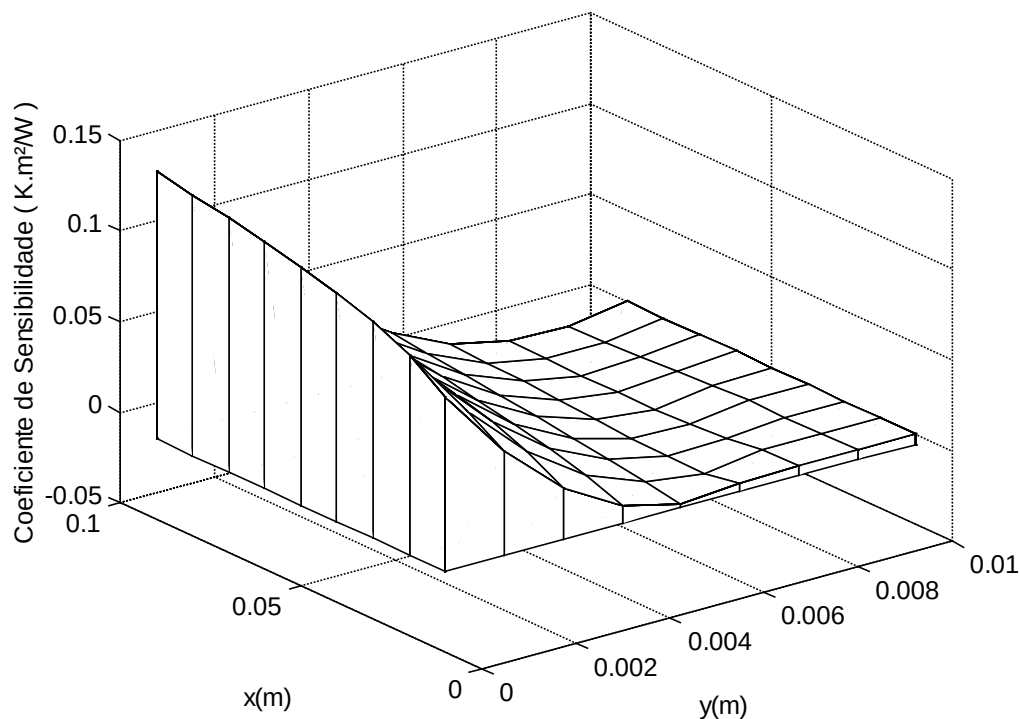


Figura 5.15 – Mapeamento do coeficiente de sensibilidade em toda a camada limite.

Tabela 5.6 – Comparação para o fluxo médio de calor estimado através do método sequencial e do algoritmo genético com o sensor de temperatura variando ao longo de y .

y (m)	q exato = 280 W/m ²			
	Método Sequencial		Algoritmo Genético	
	q médio estimado	Erro (%)	q médio estimado	Erro (%)
0.0010	279.9958	-0,0015	284.4043	1,573
0.0020	279.9626	-0,0134	279.7446	-0,091
0.0030	279.8469	-0,0547	278.3470	-0,448
0.0040	279.2586	-0,2647	288.1114	2,897
0.0050	246.4629	-11,978	282.9271	1,045
0.00600.0070	173.8329	-37,917	269.9245	-3,5983
0.0080	não convergiu	-	195.6879	-30,111
0.0090	não convergiu	-	364.9442	30,337
	não convergiu	-	445.8098	59,2175

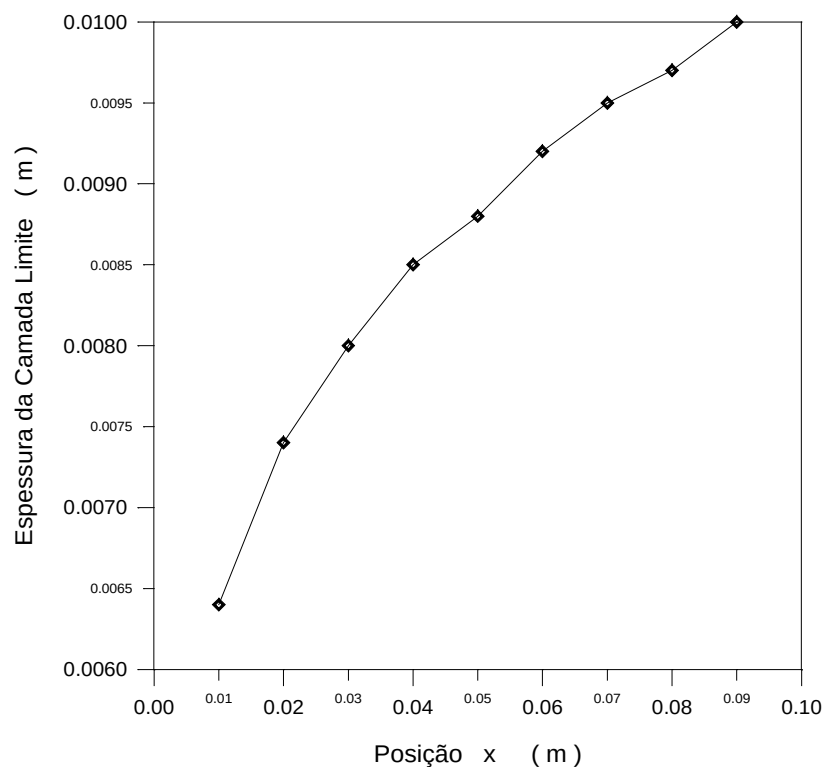


Figura 5.16 – Perfil da camada limite para o fluxo exato de 280 W/m².

A Figura 5.17 apresenta o perfil do coeficiente de sensibilidade para a posição constante de $y = 2$ mm ao longo do comprimento da placa. Pode-se verificar que os valores do coeficiente de sensibilidade aumentam a medida que a posição x aumenta. Esse comportamento de $X(x,y)$, assemelha-se ao perfil da temperatura ao longo da camada limite para a mesma posição fixa de y , Figura 5.18. Esse fato evidencia os melhores resultados obtidos sempre para as componentes de fluxo de calor estimados a uma maior distância da borda de ataque do escoamento.

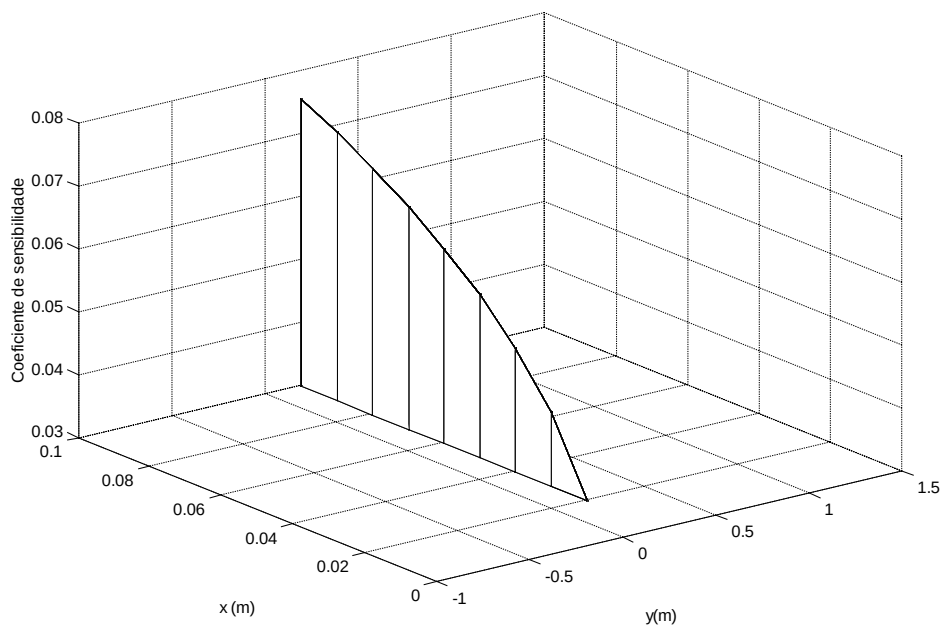


Figura 5.17 – Coeficiente de sensibilidade ao longo da placa plana para a posição $y = 2$ mm.

Nota-se na Figura 5.15 que a medida que se aumenta a distância da placa ao longo de y , o coeficiente de sensibilidade passa a admitir pontos de mínimos que por sua vez, devem ser evitados. É observado que em regiões de vales a convergência dos algoritmos inversos é bastante prejudicada. A Figura 5.19 ilustra esse comportamento do coeficiente de sensibilidade para uma determinada posição $y = 7$ mm, onde pode-se notar a presença de pontos de mínimos.

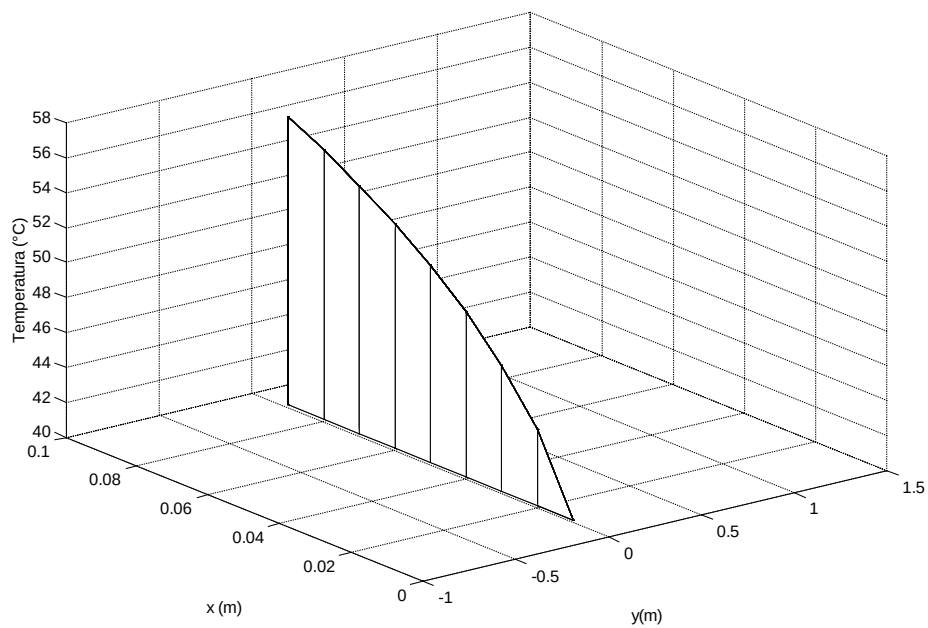


Figura 5.18 – Perfil da temperatura ao longo da placa plana para $y = 2 \text{ mm}$.

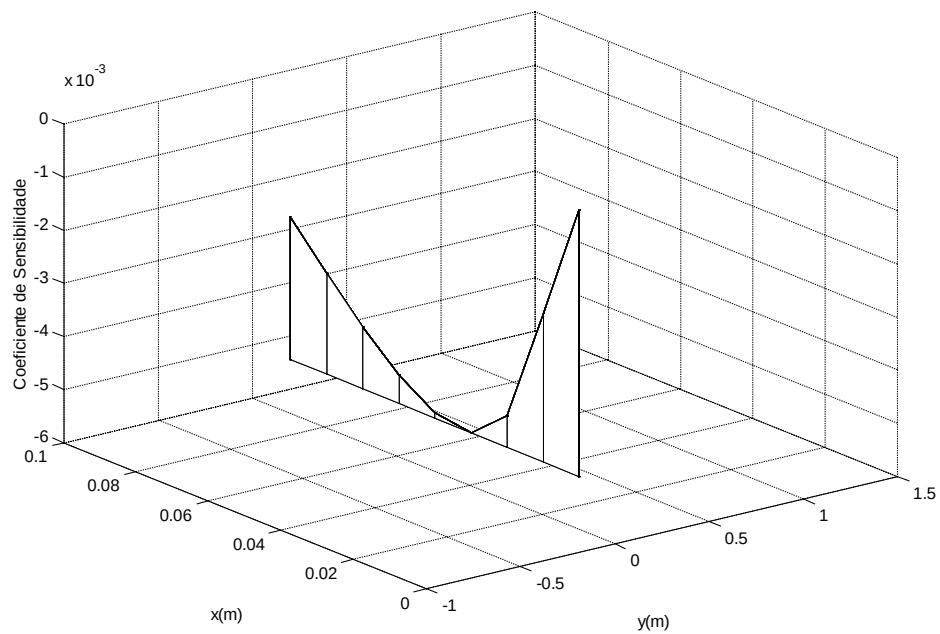


Figura 5.19 – Coeficiente de sensibilidade ao longo da placa plana para a posição $y = 7 \text{ mm}$

CAPÍTULO VI

RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 - INTRODUÇÃO

Realizou-se testes experimentais para quatro diferentes tipos de potência fornecida à placa plana. Mediu-se o perfil de temperatura no interior da camada limite, $Y(x,y)$, e temperatura ambiente, T_{∞} , para serem usadas na estimativa inversa do fluxo de calor, $q(x)$, e do perfil de temperatura da parede, $T_p(x,0)$. Para a comparação dos resultados e validação dos algoritmos inversos aplicados, mediu-se também o perfil de temperatura da parede, $T_w(x,0)$. Como a potência total fornecida, P , é parcialmente dissipada até chegar à superfície da placa, devido às características de isolamento e à espessura da placa plana, os valores citados na Tabela 6.1, representam apenas uma indicação para os testes realizados experimentalmente, ou seja, não representam valores de referência para os fluxos estimados.

Tabela 6.1: Indicação dos testes experimentais segundo a potência total fornecida à placa plana vertical aquecida

Caso	Potência (W)	Número de testes realizados
1	05	5
2	10	5
3	15	5
4	20	5

O fluxo de calor e o perfil temperatura da parede da placa plana vertical foram estimados por meio de três algoritmos:

- a) método da função especificada seqüencial sem regularização
- b) método seqüencial com regularização
- c) algoritmo genético.

6.2 - OBTENÇÃO DO FLUXO DE CALOR TEÓRICO EXPERIMENTAL DE REFERÊNCIA ATRAVÉS DE $T_w(x,0)$

Para validação dos resultados, torna-se necessária a obtenção de valores de referência para os diversos fluxos estimados.

Neste caso, optou-se pela obtenção desses fluxos através do uso de medições de temperatura na parede da placa e de modelos teóricos experimentais aplicados a regime laminar em convecção natural sob uma placa plana.

Assim, o fluxo de calor de referência, $q_t(x,y)$, para cada problema, pode ser obtido de forma direta através da definição:

$$q_t(x) = h(x) \cdot (T_w(x) - T_\infty) \quad (6.1)$$

Em Holman (1990) encontra-se uma expressão para o coeficiente de transferência de calor, $h(x)$, para uma placa plana em regime laminar,

$$h(x) = 1,42 \left(\frac{(T_w(x) - T_\infty)}{L} \right)^{1/4} \quad (6.2)$$

onde $L = 0,1$ m é o comprimento da placa.

A Eq. (6.2) é válida no intervalo $10^4 < Ra < 10^9$, onde, Ra é o número de Rayleigh definido por:

$$Ra = \frac{g \cdot \beta (T_w - T_\infty) \cdot x^3}{\alpha \cdot \nu^2} \quad (6.3)$$

onde α é a difusividade térmica, ν é a viscosidade dinâmica e β o coeficiente de expansão térmica.

6.3 – OBTENÇÃO DAS PROPRIEDADES FÍSICAS.

Para o uso das equações do problema direto e inverso torna-se necessário o conhecimento das propriedades físicas, que são normalmente funções da temperatura. Essas propriedades são obtidas usando-se a temperatura experimental no interior da camada limite,

$Y(x,y)$, como referência. Teoricamente as propriedades deveriam ser avaliadas com a temperatura da película,

$$T_f = \frac{T_w + T_\infty}{2}. \quad (6.4)$$

Entretanto em um problema inverso, a temperatura da parede, T_w , não é conhecida. Ressalta-se que os valores de T_w medidos experimentalmente só são usados para a validação da técnica.

Como o fluido é ar, a densidade, ρ , pode ser adequadamente representada numa faixa de temperatura de 300 – 900 K pela lei dos gases perfeitos,

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (6.5)$$

enquanto as propriedades de transporte dadas por Hilsenrath et al (1960) são usadas para o cálculo de μ , k e C_p , ou seja:

$$\mu = \left(\frac{14 \times 10^{-5} T(x, y)^{3/2}}{110,4 + T(x, y)} \right) \cdot 100 \quad (6.6)$$

$$k = \frac{2,6482 \times 10^{-3} T(x, y)^{1/2}}{1 + \frac{245,4 \times 10^{-(12/T(x, y))}}{T(x, y)}} \quad (6.7)$$

$$C_p = (0,2383 - 0,7915 \times 10^{-5} T(x, y) + 0,4834 \times 10^{-7} T(x, y)^2) \cdot 4189 \quad (6.8)$$

onde μ , é a viscosidade dinâmica, κ é a condutividade térmica e C_p é o calor específico. A viscosidade cinemática, ν , é obtida por,

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (6.9)$$

e a difusividade térmica, α ,

$$\alpha = \frac{\kappa}{\rho \cdot C_p} \quad (6.10)$$

A Tabela 6.2 apresenta os valores encontrados para 300 e 500 K usando-se as Eqs. 6.1 – 6.8 e valores de referência obtidos em Incropera (1992) os baixos erros indicam a viabilidade do uso dessas equações nos algoritmos inversos tornando-os mais ágeis.

Tabela 6.2 – Erro das propriedades de transporte obtidas pelas equações de Hilsenrath et al (1960) e Incropera e Witt (1992).

Propriedades Físicas	Temperatura (K)	Hilsenrath et al	Incropera e Witt	Erro relativo (%)
μ	300	$184,6 \times 10^{-7}$	$184,6 \times 10^{-7}$	0,0
(kg/s-m)	500	$267,05 \times 10^{-7}$	$270,1 \times 10^{-7}$	1,13
κ	300	$26,27 \times 10^{-3}$	$26,3 \times 10^{-3}$	0,11
(W/m-K)	500	$40,44 \times 10^{-3}$	$40,7 \times 10^{-3}$	0,64
C_p	300	$1,00652 \times 10^{-3}$	$1,007 \times 10^{-3}$	0,048
(J/kg-K)	500	$1,03228 \times 10^{-3}$	$1,030 \times 10^{-3}$	0,22

6.4 – VERIFICAÇÃO DO REGIME PERMANENTE E LAMINAR.

O regime permanente foi alcançado após 3 horas de imposição do fluxo de calor na placa. A Figura 6.1 apresenta a evolução da temperatura na posição $x = 0,05$ m e $y = 0,002$ m e da temperatura ambiente desde o início da imposição do fluxo até o estabelecimento do regime permanente. As medições de temperatura só foram usadas a partir de 6 horas de forma a se garantir o regime permanente em todos os casos experimentais.

O regime laminar foi verificado através do número de Rayleigh, Ra , definido na Eq.(6.3). Observa-se que a Eq. (6.2) só é válida para valores de Ra situados no intervalo $10^4 < Ra < 10^9$. Verifica-se na Tabela 6.3 que os resultados obtidos para os quatro casos estudados, o número de Ra permaneceu dentro da faixa do regime laminar, com valores na ordem de 10^6 . Esse resultado indica que os 9 termopares fixados à placa para a obtenção de $T_w(x,0)$ não provocaram o transicionamento do escoamento, que poderia ocorrer devido às possíveis instabilidade provocadas.

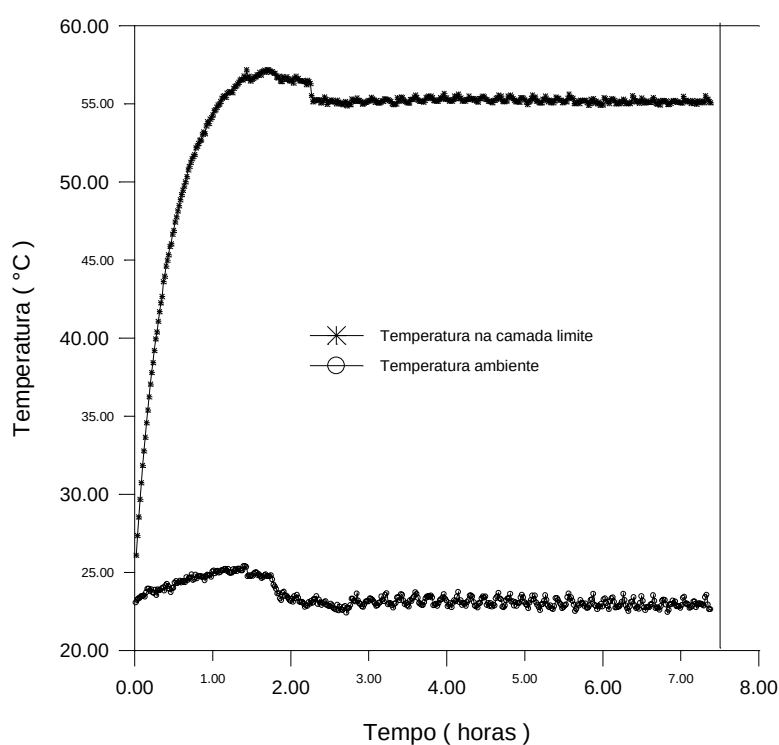


Figura 6.1 – Estabelecimento do regime permanente através do perfil de Y e T_{∞}

Uma vez verificado o regime permanente e laminar serão apresentados a seguir os resultados para os fluxos de calor estimados referentes aos casos 1,2,3 e 4 descritos na Tabela 6.1.

Tabela 6.3 – Verificação do número de Ra para o regime laminar.

Posição x (m)	$Ra \times 10^6$			
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
0,01	0.0015	0.0028	0.0039	0.0048
0.02	0.0119	0.0233	0.0314	0.0387
0,03	0.0402	0.0778	0.1057	0.1302
0,04	0.0969	0.1856	0.2513	0.3092
0,05	0.1870	0.3643	0.4913	0.6041
0,06	0.3231	0.6300	0.8520	1.0477
0,07	0.5137	0.9908	1.3491	1.6594
0,08	0.7630	1.4587	1.9985	2.4617
0,09	1.0875	2.1041	2.8291	3.4859

6.5 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO ATRAVÉS DO MÉTODO DA FUNÇÃO ESPECIFICADA

6.5.1 – SOLUÇÃO DO CASO 1 - P = 5 Watts

A Figura 6.2 apresenta os perfis das temperaturas experimentais obtidas no interior da camada limite, $Y(x,y)$, a uma distância de 2 mm da placa e da parede para uma potência fornecida de 5 Watts. Pode-se verificar que $T_w(x,0)$ permanece praticamente constante ao longo de toda a placa. Esse comportamento repetiu-se nos demais experimentos realizados para a mesma potência, sob as mesmas condições experimentais.

De posse dos valores de $Y(x,y)$ na posição $x = 0,01 \cdot M$ onde $M = 1,2, \dots, 9$ e $y = 2$ mm, o fluxo de calor é estimado seguindo os passos do algoritmo da função especificada descritos no Capítulo III. Os valores de $q(x)$ obtidos após a convergência do algoritmo inverso são então usados no problema direto para a obtenção do perfil da temperatura da parede através da Eq. (3.14).

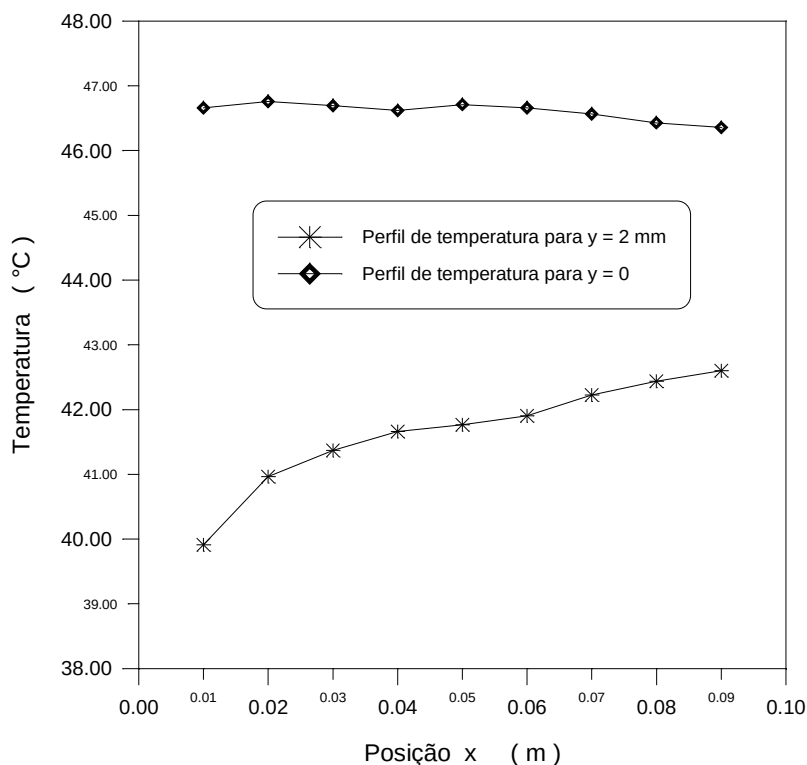


Figura 6.2 – Perfis obtidos experimentalmente de $Y(x,y)$ e T_w , para o Problema 1.

Foram usados passos futuros variando de 1 a 5 sendo que os valores dos fluxos obtidos foram comparados com o fluxo de referência obtido através da Eq. (6.1). Da mesma forma, a temperatura da parede estimada, $T_p(x,0)$, é comparada à temperatura experimental, $T_w(x,0)$.

A Figura 6.3 mostra os perfis de fluxo de calor para os diversos valores de r juntamente com o fluxo de calor de referência, $q_t(x)$. Nota-se que a medida que se aumenta o valor de r , melhores resultados são obtidos. Entretanto como o número de sensores na posição x , é pequeno, valores para $r > 5$ não são usados.

O erro relativo médio para o fluxo de calor obtido para cada caso pode ser visto na Tabela 6.5. O passo futuro igual a 1 fornece os maiores erros para as posições inferiores a $x = 0,05$ m. O erro diminui a medida que r aumenta, permanecendo com valor elevado nas posições inferiores. Uma das justificativas para esse fato se deve à natureza parabólica das equações que descrevem a camada limite.

Observa-se que o perfil de temperatura é obtido apenas considerando informações à montante do escoamento. Assim, quanto mais distante da borda o sensor de temperatura estiver localizado, maior será o nível de informação dessa temperatura em função das componentes de fluxo de calor. Isso, conseqüentemente pode representar um menor erro relativo nas componentes de fluxo estimadas.

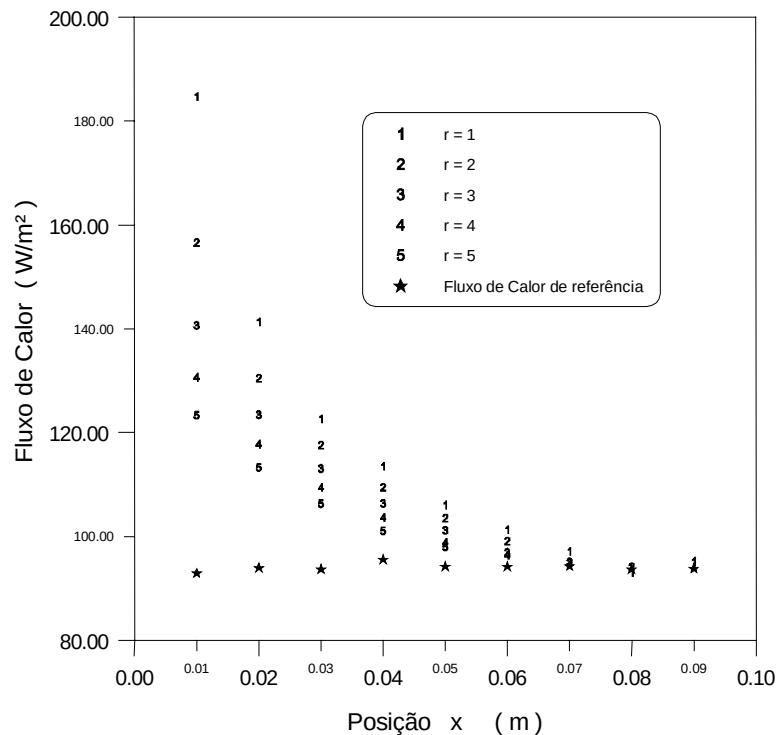


Figura 6.3 – Perfil do fluxo de calor obtido através do método seqüencial para diversos valores de passos futuros .

Outra justificativa para o comportamento do erro relativo é dada pelos coeficientes de sensibilidade, $X(x_i, y)$. Observa-se que quanto maior o valor desses coeficientes menor é a sensibilidade aos erros experimentais (Beck and Arnold, 1977). Conseqüentemente , é de se esperar que a estimação das componentes de fluxo de calor obtenha maior sucesso nas regiões onde os coeficientes de sensibilidade sejam maiores. Nesse caso, observa-se na Tabela 6.4, qualquer que seja os valores de r , os coeficientes de sensibilidade aumentam quando se aumenta a distância da borda de ataque do escoamento. Esse efeito é claramente notado no menor erro relativo das componentes de fluxo ao longo da posição x (Tabela 6.5). Essa informação indica que em um eventual estudo de posições ótimas de sensores de temperatura esses devem ser localizados o mais afastado possível da borda em relação ao eixo axial, x .

Tabela 6.4 – Comportamento do coeficiente de sensibilidade ao longo de x para diversos passos futuros.

x (m)	Coeficiente de Sensibilidade				
	$r = 1$	$r = 2$	$r = 3$	$r = 4$	$r = 5$
0,01	0,0406	0,0436	0,0456	0,0470	0,0481
0,02	0,0597	0,0615	0,0628	0,0639	0,0648
0,03	0,0728	0,0738	0,0748	0,0757	0,0765
0,04	0,0824	0,0834	0,0842	0,0849	0,0856
0,05	0,0907	0,0914	0,0921	0,0928	0,0930
0,06	0,0975	0,0982	0,0989	0,0991	
0,07	0,1037	0,1044	0,1044		
0,08	0,1095	0,1091			
0,09	0,1126				

Tabela 6.5 – Erro relativo entre as componentes do fluxo de calor estimado, $q(x)$ e de referência, $q_r(x)$

x (m)	Erro (%)				
	$r = 1$	$r = 2$	$r = 3$	$r = 4$	$r = 5$
0,01	92,9556	63,59319	46,92142	36,51868	28,7999
0,02	47,99995	36,67978	29,24406	23,28312	18,62551
0,03	28,97096	23,63286	18,86908	15,06072	11,77674
0,04	18,69101	14,50375	11,25863	8,407069	5,695168
0,05	10,73304	8,090739	5,627337	3,180118	2,291832
0,06	5,586839	3,32203	1,008013	0,5145387	
0,07	1,053942	-1,185545	-1,108667		
0,08	-2,63215	-1,456399			
0,09	-0,4493807				

Tabela 6.6 – Erro relativo entre o perfil de temperatura na parede estimado e medido experimentalmente.

x (m)	Erro (%)				
	$r = 1$	$r = 2$	$r = 3$	$r = 4$	$r = 5$
0,01	10,77473	4,578972	0,9629415	-1,334916	-3,062378
0,02	7,144895	4,284185	2,379411	0,8366257	-0,3793669
0,03	5,769224	4,275972	2,932393	1,85057	0,9119739
0,04	5,35435	4,090681	3,105015	2,234106	1,4016
0,05	4,861404	4,015915	3,224056	2,433702	2,145799
0,06	4,77719	4,018106	3,238855	3,072153	
0,07	4,588359	3,805706	3,83254		
0,08	4,438662	4,861268			
0,09	6,245314				

Uma vez estimadas as componentes do fluxo de calor pode-se obter as temperaturas na parede bem como a espessura da camada limite na parede plana. A Tabela 6.6 apresenta os erros relativos entre o perfil de temperatura na parede estimado e o medido experimentalmente. Observa-se que para valores de r situados entre 3 e 5 os erros encontrados são da ordem de 4% ou inferiores. Este resultado é também apresentado Figura 6.4 enquanto os perfis de temperatura medidos e estimados são apresentados na Figura 6.5.

A Figura 6.6 apresenta o perfil da espessura da camada limite calculada usando-se a temperatura da parede estimada e medida experimentalmente. Pode-se observar uma grande concordância entre os dois perfis. Nesse caso o maior erro relativo encontrado foi de 10,25 % para a posição $x = 0,01$ m. Para as demais posições o erro foi inferior a 5%.

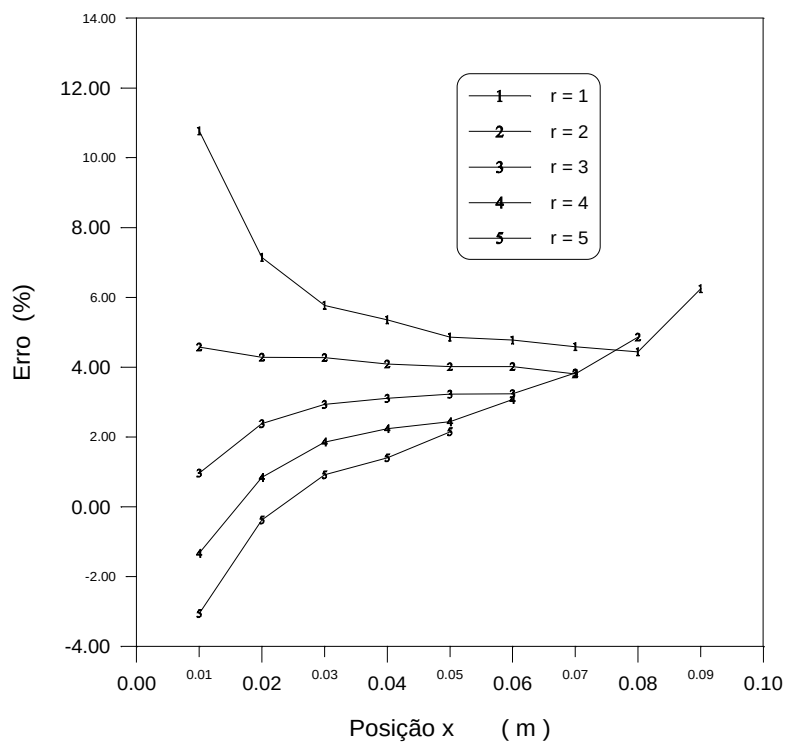


Figura 6.4 – Erro relativo entre os perfis de temperatura da parede estimado e medidos para diversos passos futuros

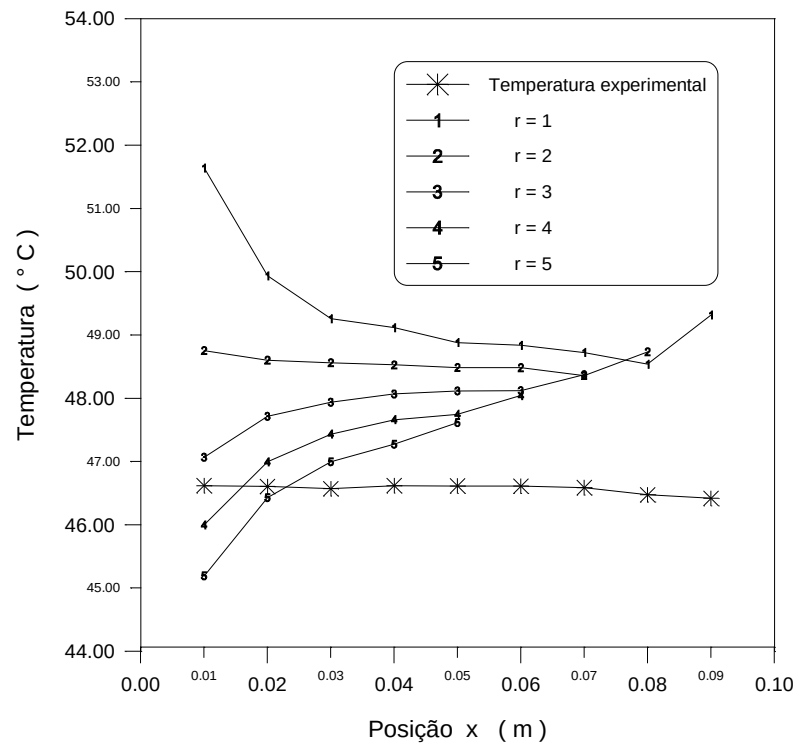


Figura 6.5 – Temperatura da parede obtida para o método sequencial com diversos passos futuros.

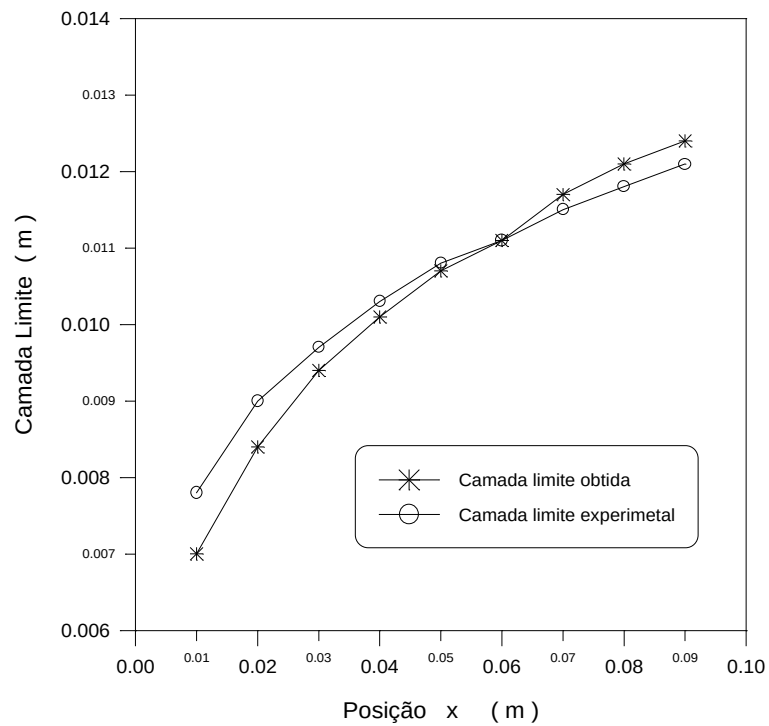


Figura 6.6 – Camada limite obtida através dos dados experimentais e do algoritmo inverso

Para verificação da repetibilidade experimental foram realizados 5 testes para potência fornecida, $P = 5$ Watts, sob as mesmas condições experimentais. Os resultados de fluxo de calor e temperatura da parede estimados se mostraram bem concordantes. Entretanto, para apresentação desses resultados apenas os valores médios para os componentes do fluxo de calor estimados serão mostrados, Tabela 6.7. Nesse caso, ainda, apresenta-se também somente as componentes estimadas para um passo futuro $r = 5$. Escolheu-se esse passo por tratar-se dos melhores resultados obtidos, quando comparados com as temperaturas medidas na parede (Erro $< 3\%$) ou com o fluxo de calor de referência.

Tabela 6.7 – Verificação da repetibilidade através do fluxo médio estimado para diversas posições, considerando-se $r = 5$ em cinco testes experimentais.

x (m)	Fluxo médio (W/m ²)	Desvio Padrão
0,01	116,6291	10,5895
0,02	108,759145	6,9391
0,03	102,9976	4,4635
0,04	98,8192	2,52839
0,05	95,7759	2,2423

Novamente pode-se observar que as maiores dispersões encontram-se nas posições mais próximas à borda de ataque. Ainda, percentualmente, os desvios encontrados são inferiores a 9 %. Nas posições centrais são menores que 4%. Isso indica uma boa repetibilidade dos testes o que representa um bom controle do escoamento.

6.5.2 – SOLUÇÕES DOS CASOS 2, 3 e 4 (Potências 10, 15 e 20)

As temperaturas experimentais para os casos 2,3 e 4 foram, da mesma forma, tomadas ao longo de x (0,01, 0,02, ... , 0,09) a uma distância de 2 mm da parede. As Figuras 6.7 – 6.9 apresentam, respectivamente, os perfis de temperaturas experimentais e estimadas na parede e o perfil da temperatura medida para a posição $y = 2$ mm para as potências 10, 15 e 20 W. Usando-se a função especificada com passo futuro $r = 5$ optou-se aqui pela apresentação somente dos resultados relativos a $r = 5$, por terem, de forma análoga ao Caso 1, apresentado os menores valores de erros relativos às temperaturas medidas na parede ou aos fluxos de calor de referência.

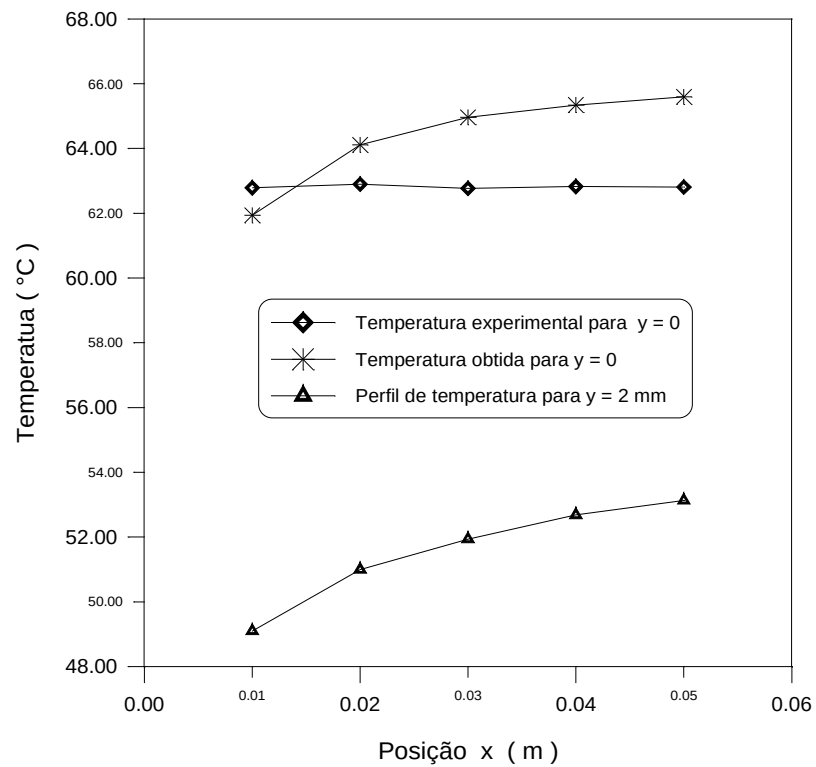


Figura 6.7 – Perfis de temperatura para o caso 2 – $P = 10$ Watts.

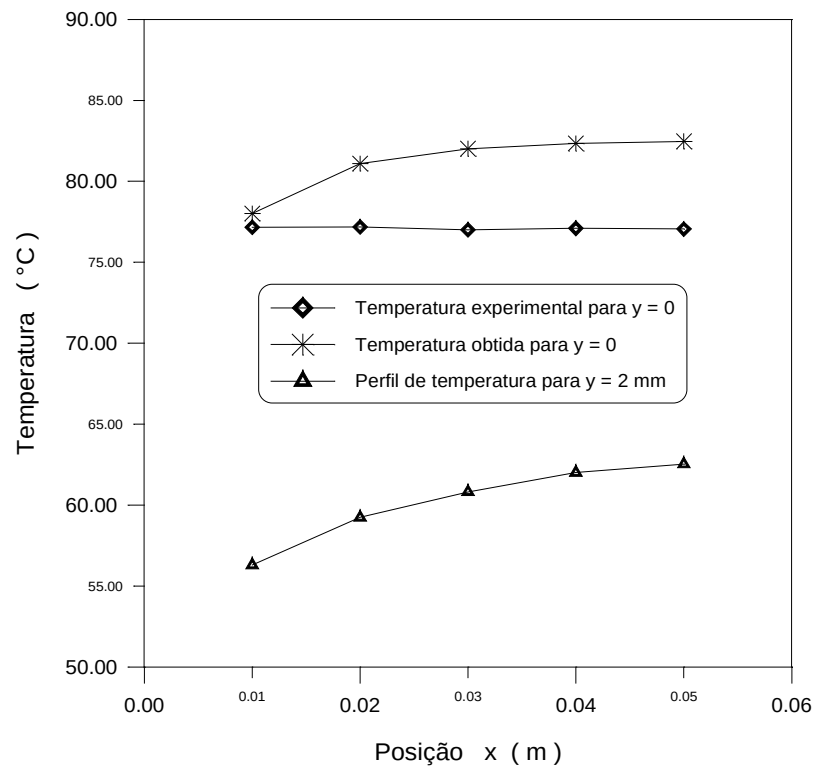


Figura 6.8 - Perfis de temperaturas para o caso 3 – $P = 15$ Watts.

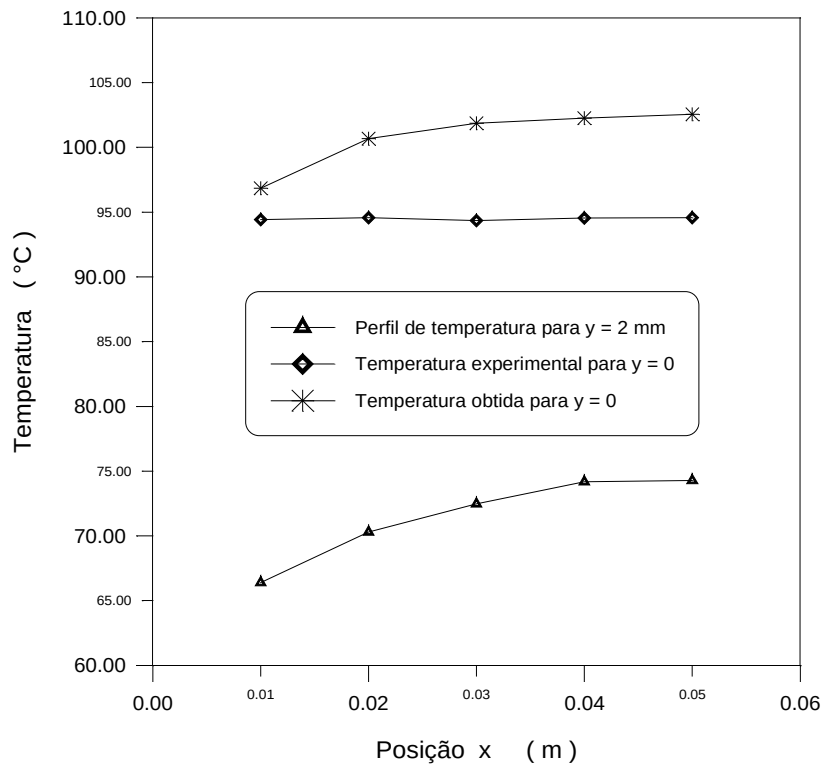


Figura 6.9 - Perfis de temperaturas para o caso 4 – $P = 20$ Watts.

A Figura 6.10 apresenta o erro percentual entre os valores das componentes de fluxo de calor estimado e de referência para as potências 10, 15 e 20 W. Observa-se que quanto maior o calor imposto maior a dispersão entre os valores estimados e de referência. Da mesma forma anterior pode-se explicar esse fato através da análise dos coeficientes de sensibilidade. Observa-se que os coeficientes de sensibilidade diminuem quando se aumenta o valor de $q(x)$. O que explica também a espessura menor da camada limite para valores altos do fluxo de calor imposto.

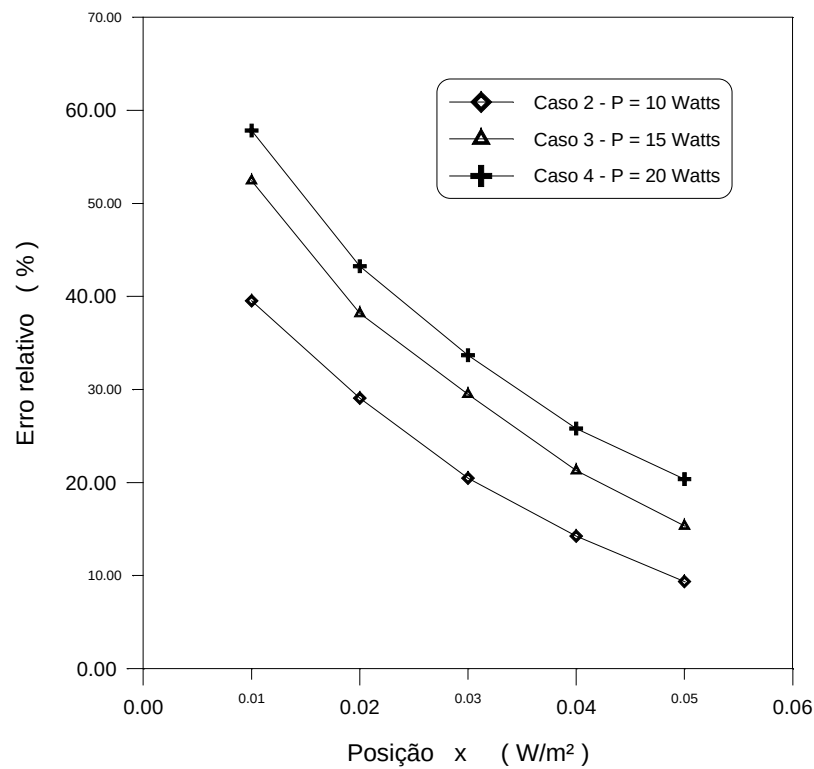


Figura 6.10 – Erro relativo médio do fluxo de calor obtido através do método seqüencial sem regularização para os Casos 2,3 e 4.

As Tabelas 6.8 -6,10 apresentam as temperaturas da parede estimadas, $T_p(x,0)$, a temperatura da parede medida experimentalmente, $T_w(x,0)$ e os erros relativos encontrados para os casos 2, 3 e 4 respectivamente. Observa-se que em todos os casos os erros foram inferiores a 10%, o que indica a viabilidade do uso do algoritmo seqüencial sem regularização com $r = 5$. Como o número de sensores é pequeno faz-se necessário o estudo de um algoritmo de regularização que utilize um menor número de passos futuros, como $r = 1$ e obtenha resultados satisfatórios.

Tabela 6.8 – Temperaturas estimadas e medidas na parede. (Caso 2, $r = 5$).

Posição x (m)	Caso 2		
	Tw (°C)	Tp (°C)	Erro (%)
0,01	61.537	60.5356	-1.627314
0,02	61.5078	62.9528	2.349295
0,03	61.4533	63.8127	3.839335
0,04	61.5935	64.4716	4.672742
0,05	61.6741	64.8786	5.195864

Tabela 6.9 – Temperaturas estimadas e medidas na parede. (Caso 3, $r = 5$).

Posição x (m)	Caso 3		
	Tw (°C)	Tp (°C)	Erro (%)
0,01	78.2454	79.3473	1.408259
0,02	78.5712	82.5855	5.109131
0,03	78.3719	83.6996	6.797969
0,04	78.4969	84.0098	7.023081
0,05	78.4738	84.1639	7.250957

Tabela 6.10 – Temperaturas estimadas e medidas na parede. (Caso 4, $r = 5$).

Posição x (m)	Caso 3		
	Tw (°C)	Tp (°C)	Erro (%)
0,01	92.7331	95.1259	2.580308
0,02	93.0081	99.012	6.455243
0,03	92.7796	100.3096	8.116007
0,04	92.9302	100.8925	8.568048
0,05	92.9181	101.4169	9.146552

6.6 – O ALGORITMO GENÉTICO

Com o objetivo de se evitar a dependência do número de passos futuros obtendo-se o maior número possível de componentes de fluxo, aplica-se para o mesmo conjunto de experimentos o algoritmo genético e o método da função especificada com regularização de ordem zero e $r=1$, descritos no Capítulo III.

A Figura 6.11 apresenta os resultados de estimativa das componentes de fluxo de calor através do algoritmo genético. Para efeito de comparação são apresentados também os fluxos de referência e estimados pelo algoritmo de função especificada sem regularização, $r=1$.

Observa-se que em qualquer que seja o caso os resultados entre o algoritmo genético e função especificada ($r=1$) são bem concordantes, embora piores do que os resultados para $r=5$, como descrito anteriormente. Entretanto, o algoritmo genético tem a vantagem de ter relativo sucesso em regiões de baixos coeficientes de sensibilidade. Ou seja, embora tenha menor precisão pode representar uma boa estimativa inicial. Essa característica é usada para obtenção dos parâmetros de regularização na próxima seção. A Tabela 6.11 apresenta alguns parâmetros importantes no desenvolvimento do algoritmo genético.

Tabela 6.11 – Parâmetros usados na convergência do algoritmo genético.

Precisão (quantidade de bits)	20
Tamanho da população	200
Número de gerações	100
Mutação	0,01
Cruzamento	0,6
Tipo de Cruzamento	duplo

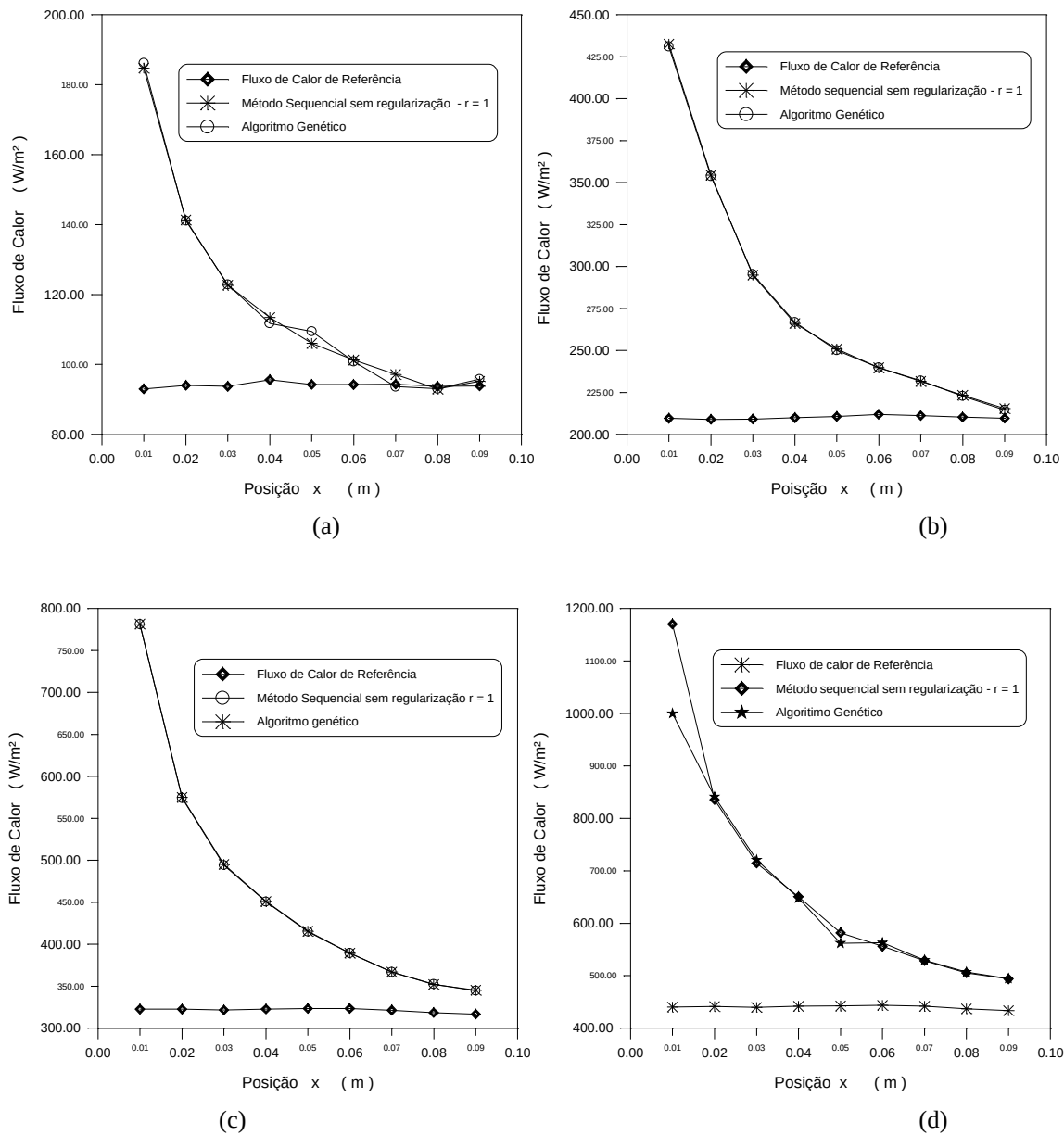


Figura 6.11 – Fluxo de calor obtido através do algoritmo genético. (a)- Caso 1, (b) – Caso 2, (c) – Caso 3, (d) – Caso 4.

6.7 – MÉTODO DA FUNÇÃO ESPECIFICADA COM REGULARIZAÇÃO

O esquema de regularização, inicialmente proposto para problemas de condução, por Tikhonov and Arsenin (1977), para ordem zero e $r=1$, é adaptado neste trabalho visando corrigir a natureza mal condicionada do problema inverso em convecção de calor. O método introduz uma estabilidade numérica devido a adição de fatores de regularização e consequente redução da influência nos erros de medição. A influência da componente de regularização é determinada pela magnitude do parâmetro regularizador, α , previsto na Eq. (3.36).

Segundo Beck et al (1985), um dos meios para se seleccionar um valor moderado para o parâmetro regularizador, α , é fazer $\alpha / X_{(1)}^2$ igual a 1. Entretanto, o uso dessa recomendação não apresentou resultados satisfatórios. Assim, devido às características não lineares da convecção optou-se pelo uso de um vetor parâmetro como sendo o quadrado do vetor coeficiente de sensibilidade, ou seja,

$$\alpha_i = (X_i(x, y))^2 \quad (6.11)$$

O coeficiente de sensibilidade adotado, nesse caso, é obtido através da solução do algoritmo genético, devido à característica de robustez dessa técnica. Os valores adotados para o termo de regularização da ordem zero, C_0 , foram 0,5; 0,75; 1 e 2.

As Figuras 6.12 – 6.15 apresentam os componentes de fluxo de calor estimadas usando o algoritmo da função especificada com regularização de ordem 0. Observa-se também nessas figuras a influência dos parâmetros de regularização na estimativa final dos fluxo de calor. Evidencia-se nesse caso, a grande melhora na obtenção das componentes quando se compara com as componentes do fluxo de referência

A Tabela 6.12 apresenta os menores erros relativos encontrados juntamente com os parâmetros de regularização usados para cada caso testado.

Tabela 6.12 – Erro percentual entre o fluxo estimado e valor de referência - Função especificada com regularização ordem 0.

x (m)	Caso 1			Caso 2			Caso 3			Caso 4		
	$qt(x)$ (W/m ²)	$q(x)$ (W/m ²)	Erro (%)	$qt(x)$ (W/m ²)	$q(x)$ (W/m ²)	Erro (%)	$qt(x)$ (W/m ²)	$q(x)$ (W/m ²)	Erro (%)	$qt(x)$ (W/m ²)	$q(x)$ (W/m ²)	Erro (%)
0,01	92,99	99,69	-6,72	209,5	215,9	3,06	322,5	333,7	3,47	440,2	407,3	-7,49
0,02	94,01	97,07	-3,15	208,9	220,7	5,63	322,6	333,7	3,44	441,6	415,2	-5,97
0,03	93,73	92,01	1,86	209,1	213,0	1,87	321,6	332,8	3,50	439,9	418,8	-4,80
0,04	95,59	91,86	4,06	209,9	208,3	-0,73	322,8	332,4	2,974	441,8	429,3	-2,84
0,05	94,28	87,07	8,28	210,7	206,8	-1,85	323,4	331,0	2,35	442,4	426,8	-3,52
0,06	94,23	85,20	10,60	211,9	206,0	-2,78	323,5	329,5	1,85	443,6	435,2	-1,90
0,07	94,35	85,53	10,30	211,2	206,6	-2,20	321,5	327,6	1,89	441,9	443,9	0,46
0,08	93,75	85,98	9,03	210,3	207,5	-1,30	318,7	327,7	2,82	437,1	458,5	4,89
0,09	93,85	86,78	8,14	209,6	208,4	-0,57	316,6	330,6	4,41	433,6	468,6	8,06
	$C_0 = 0,5$			$C_0 = 0,75$			$C_0 = 1$			$C_0 = 1,5$		

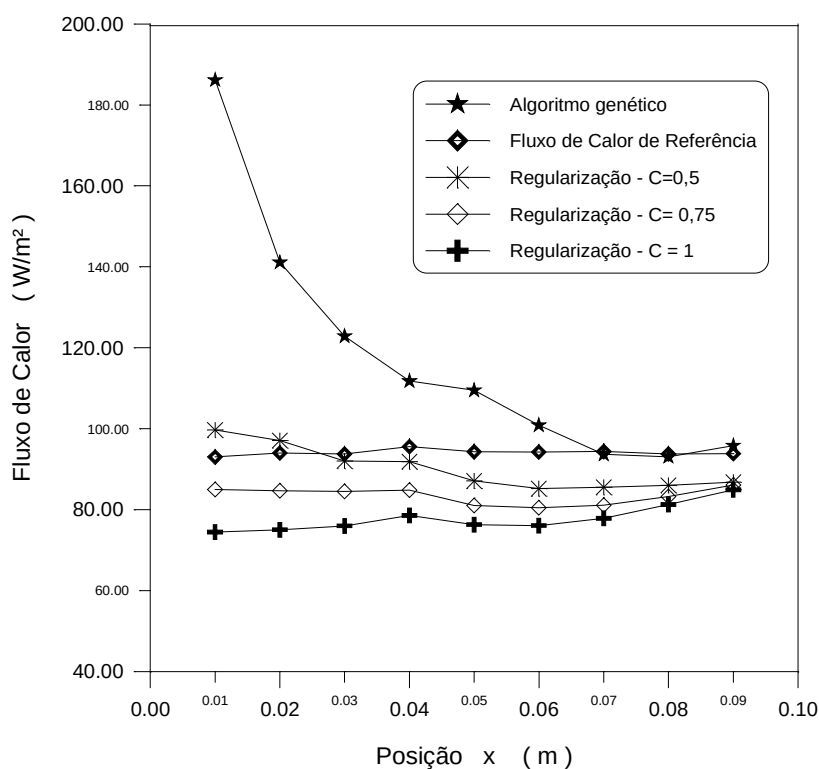


Figura 6.12 – Componente do Fluxo de Calor, caso 1 - P=5 Watts, para o método sequencial com regularização, ordem 0.

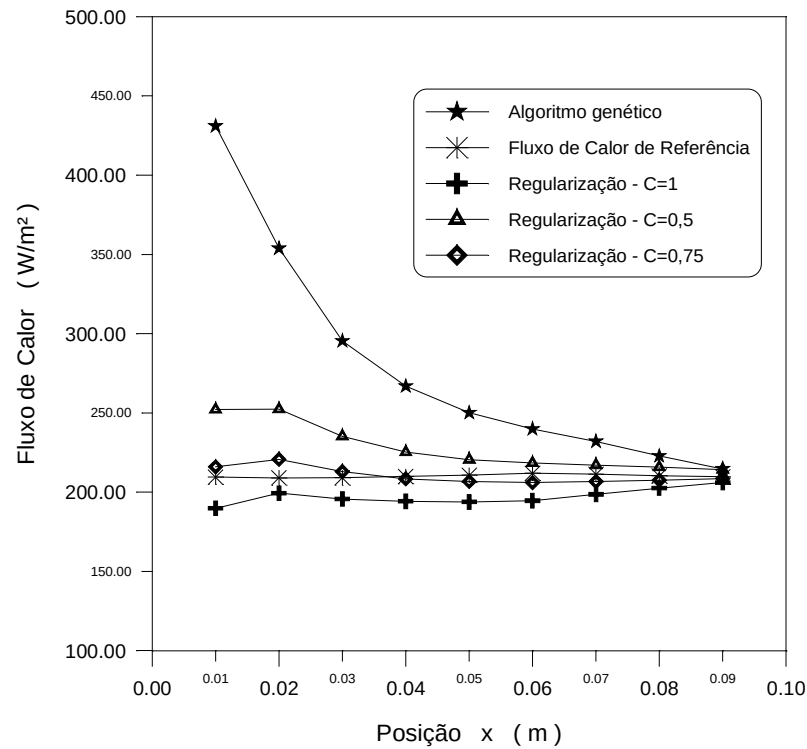


Figura 6.13 – Componente do Fluxo de Calor, caso 2 - P=10 Watts, para o método sequencial com regularização, ordem 0.

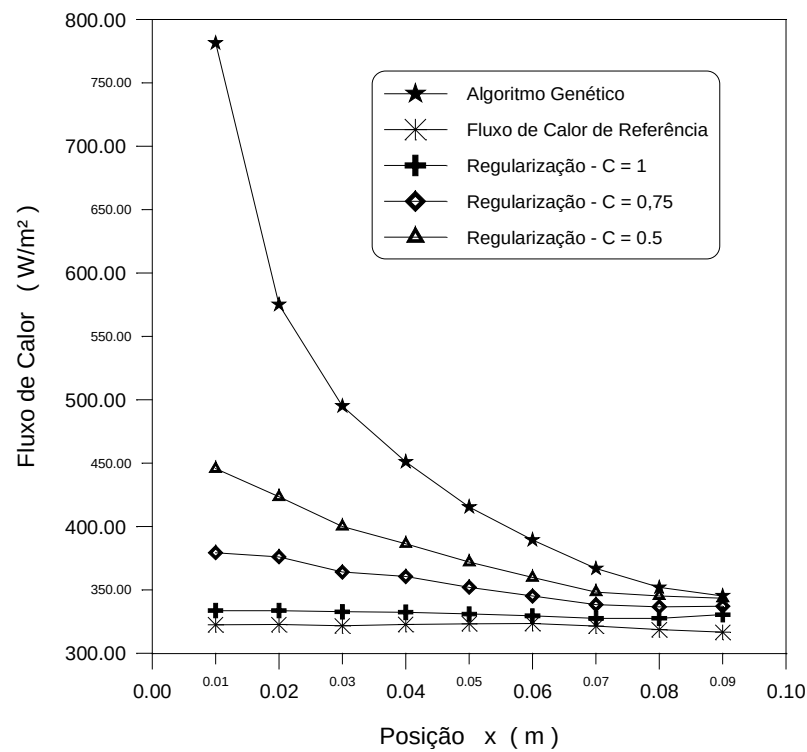


Figura 6.14 – Componente do Fluxo de Calor, caso 3 - P=15 Watts, para o método sequencial com regularização, ordem 0.

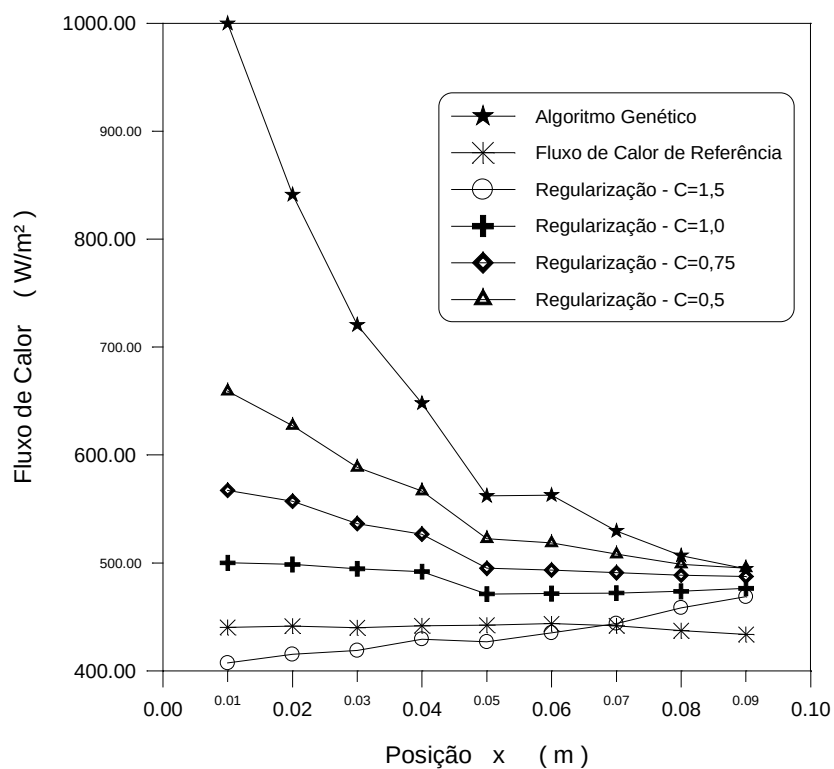


Figura 6.15 – Componente do Fluxo de Calor, caso 4 - P=20 Watts, para o método sequencial com regularização, ordem 0.

As temperaturas da parede estimadas para cada caso, são mostrados juntamente com os erros relativos na Tabelas 6.13 - 6.16. Os melhores valores de C encontrados para cada caso foram usados para cada caso.

Tabela 6.13 – Temperaturas da parede estimada através do algoritmo de regularização, ordem 0, Caso 1.

x	$T_w(x,0)$	$T_p(x,0)$	Erro (%)
0,01	46.6589	43.0143	7.8111
0,02	46.7574	44.6992	4.4019
0,03	46.6966	45.2949	3.0016
0,04	46.6182	45.8822	1.5789
0,05	46.7106	46.2032	1.0862
0,06	46.6574	46.4913	0.3559
0,07	46.5648	46.9893	-0.9117
0,08	46.4285	47.5196	-2.3500
0,09	46.3563	48.0274	-3.6049

Tabela 6.14 – Temperaturas da parede estimadas através do algoritmo de regularização, ordem 0, Caso 2.

x	$T_w(x,0)$	$T_p(x,0)$	Erro (%)
0,01	61.537	56.8123	-7.677815
0,02	61.5078	61.1041	-0.6563424
0,03	61.4533	61.8676	0.6741688
0,04	61.5935	62.6589	1.729733
0,05	61.6741	63.5757	3.083304
0,06	61.8144	64.5865	4.484558
0,07	61.7746	65.5685	6.141514
0,08	61.6627	66.4007	7.683742
0,09	61.5658	67.073	8.945224

Tabela 6.15 – Temperaturas da parede obtida através do algoritmo de regularização, ordem 0, Caso 3.

x	$T_w(x,0)$	$T_p(x,0)$	Erro (%)
0,01	77.1601	65.1451	-15.57152
0,02	77.1789	70.3553	-8.841277
0,03	77.0025	73.5996	-4.419208
0,04	77.0879	76.0537	-1.341579
0,05	77.0491	77.8955	1.098517
0,06	77.1064	79.5384	3.154082
0,07	76.9225	80.9182	5.194445
0,08	76.5951	82.314	7.466408
0,09	76.3691	83.9383	9.911336

Tabela 6.16 – Temperaturas da parede obtida através do algoritmo de regularização, ordem juntamente com o erro percentual para o caso 4.

x	$T_w(x,0)$	$T_p(x,0)$	Erro (%)
0,01	94.4247	74.284	-21.32991
0,02	94.5623	80.948	-14.39718
0,03	94.3356	85.1894	-9.695388
0,04	94.5429	89.276	-5.570909
0,05	94.5659	91.5524	-3.186671
0,06	94.7143	94.603	-0.1175168
0,07	94.5483	97.5397	3.163887
0,08	94.0102	101.0051	7.440571
0,09	93.6239	103.7829	10.85086

Observa-se que a escolha dos parâmetros de regularização é fundamental para o sucesso da estimação. Nesse sentido, um procedimento de otimização desses parâmetros representariam um grande avanço no desenvolvimento dessas técnicas. É evidente que o uso de técnicas de regularização conduz a resultados superiores aos da função especificada sem regularização ou algoritmo genético. Entretanto, muito estudo deve ainda ser feito para que os parâmetros sejam obtidos de uma forma sistemática. Outro fator a ser investigado é a ordem de regularização. Nesse trabalho somente a ordem 0 foi estudada. O estudo de termos de regularização de ordem 1 e 2 representa o próximo passo desse trabalho. Ainda, a influência dos passos futuros nos termos de regularização devem também ser estudados.

CAPÍTULO VII

CONCLUSÃO

O emprego da metodologia inversa em transferência de calor é de grande importância quando não se conhece as condições de contorno através das quais o domínio da solução do problema está restrito. Esse tipo de problema é de fato encontrado em muitas aplicações práticas de engenharia, tais como controle de aquecimento ou resfriamento, onde as condições de contornos ou iniciais são inacessíveis. Baseando-se nisso desenvolveu-se neste trabalho, o emprego de métodos inversos para solucionar um problema de convecção natural em uma placa plana vertical aquecida. O objetivo é o de recuperar o fluxo de calor imposto, assim como a temperatura da parede tendo como dados de informação apenas um perfil de temperatura ao longo da camada limite, $Y(x,y)$.

O modelo teórico analítico para o cálculo do perfil de temperatura em função do fluxo de calor imposto foi obtido através do método de von Kármán-Pohlhausen. Com o uso desse modelo, $T(x,y)$, e de temperaturas experimentais, $Y(x,y)$, obtidas no interior da camada limite construiu-se uma função erro quadrática de minimização. Os dados experimentais de temperatura foram adquiridos com escoamento em regime laminar e permanente. Essa função erro foi usada por três métodos na obtenção do fluxo de calor, o método da função especificada sequencial, o método de regularização e o algoritmo genético.

Os resultados obtidos através do método da função especificada demonstraram que com o aumento do passo futuro o erro obtido tanto para o fluxo de calor quanto para a temperatura da parede diminuem. Entretanto seu valor permanece elevado nas posições inferiores. Uma das justificativas para esse fato é a natureza parabólica da camada limite, onde o sensor de temperatura não é influenciado por componentes do fluxo a montante da sua posição. Assim, para posições na extremidade superior da placa maiores informações são fornecidas, o que justificaria a diminuição do erro relativo para todos os passos futuros à medida que a posição da placa aumenta. Também verificou-se através do mapeamento do coeficiente de sensibilidade ao longo da camada limite que a melhor localização do sensor para maiores valores do coeficiente, seria próximo à placa e na extremidade superior. Portanto, em problemas com essas características a posição ideal do sensor é a mais distante possível do início do escoamento. Entretanto, com o aumento de passos futuros, um maior número de sensores devem ser inseridos.

Observou-se também, através de uma análise de incerteza nas principais variáveis presentes no problema, que a posição y representa a maior fonte de erro para a obtenção de bons resultados. Notou-se que um aumento de y , dependendo do valor, pode representar uma limitação em relação à convergência do algoritmo. Nesse caso, conclui-se que localizações mais próximas à parede produzem melhores resultados

Para os mesmo dados coletados obteve-se a solução do problema através do algoritmo genético. Encontrou-se para essa técnica um elevado erro relativo entre o fluxo de calor e para a temperatura da parede estimados. Os resultados obtidos foram comparados com o método da função sequencial e apresentaram concordância apenas para o passo futuro igual a 1. No entanto, por ser um método robusto, apresentou resultados estáveis para posições do sensor ao longo de toda a camada limite, mesmo para regiões mais afastadas da placa, o que não ocorreu com o método da função especificada. Esse comportamento se deve à característica não restritiva dos algoritmos genéticos que possuem domínio completo de busca.

No intuito de se melhorar a precisão da solução inversa usou-se o método de regularização. O parâmetro de regularização adotado foi obtido através do cálculo do coeficiente de sensibilidade oriundo do algoritmo genético. Notou-se uma melhora significativa nos resultados, com uma grande redução nos erros relativos do fluxo de calor e da temperatura da parede estimados.

PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Obter soluções para o problema inverso aqui apresentado usando-se equações elípticas.

Obter os termos de regularização de ordem 1 e 2 e a influência dos passos futuros na obtenção da solução do problema inverso.

Obter uma relação entre o parâmetro de regularização e as variáveis de entrada no algoritmo genético de maneira a otimizar a solução do problema.

Utilizar a metodologia inversa para convecção natural em problemas de convecção mista sobre um placa plana vertical aquecida.

Implementar a técnica de regularização no algoritmo genético, a fim de melhorar sua precisão.

Aplicar a metodologia inversa para uma placa plana vertical aquecida em uma geometria cilíndrica.

CAPÍTULO VIII

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alencar Jr., J. P., Orlande. H. R. B. & Özisik, M. N., 1997 “A General Two-dimensional Formulation for Inverse Heat Conduction Problems”, XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Bauru, Brasil.

Alifanov, O. M. & Egorov, Yu. V., 1985, “Algorithms and Results of Solving the Inverse Heat Conduction Boundary Problem in Two- dimensional Formulation”, Journal of Engineering Physics, vol. 48, No. 4.

Beck, J. V & Arnold, K. J., 1977, “Parameter Estimation in Engineering and Science”, John Wiley Sons, New York

Beck, J. V., Blackwell, J. C., & St. Clair., C. R., 1985, “Inverse Heat Conduction”, Wiley - Interscience, Inc, N.Y.

Beck, J. V., 1968, “Surface heat flux determination using an integral method”, Nucl. Eng. Des. Vol. 7, pp. 170-178.

Bokar, J. C. & Özisik, M. N., 1995, “Inverse analysis for estimating the time-varying inlet temperature in laminar flow inside a parallel plate duct”, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 38, No. 1, pp. 39 - 45.

Braga, C. G., 1999, “O uso de algoritmos genéticos para aplicação em problemas de otimização de sistemas mecânicos”, tese de mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, MG, Brasil.

Burgraff, O. R., 1964, “ An Exact Solution of the inverse problem in heat conduction theory and applications”, ASME J. Heat Transfer, Vol. 86, pp.373-382.

Cebeci, T. et al, 1975, “Turbulent Boundary Layers with assigned wall shear”, Computers and Fluids, vol.3, pp. 37 – 49.

Dumek, V., Druckmuller, M., Raudenský, M. & Woodbury, K. A., 1993, "Novel Approches to the IHCP: Neural Networks and Experts Systems", Inverse Problems in Engeneering: Theory and Prattice, Proc. First Int. Conf. on Inverse Problems in Engineering, Palm Cost, FL, pp: 275-282.

Esgthy.,S., 1964, "Forced-Flow effects on free-convection flow and heat transfer", J. Heat Transfer .Vol 86, pp. 290-291.

Hilsenrath, L., et al., 1960, "Tables of Thermodynamic and Transport Properties of Air, Argon, Carbon Dioxide, Carbon Monoxide, Hydrogen, Nitrogen, Oxygen, and Steam, Pergamon Press, New York.

Holman, J. P., 1990, " Heat Transfer", Seventh Edition, McGraw-Hill, Inc, N.Y.

Houck, C.R., Joines J. & Kay, M., 1996, "A Genetic Algorithm for Function Optimization: A Matlab Implementation, ACM Transaction on Mathematical Software.

Incropera, F. P. and Witt, D. P. 1992, "Fundamentos de Transferência de Calor e Massa", Editora Guanabara, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Kobus, C. J. & Wedekind, G. L., 1995 "Modeling the local and average heat transfer coefficient for an isothermal vertical flat plate with assisting and opposing combined forced and natural convection" , Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 39, No.13, pp. 2723-2733

Langford, D., 1967, "Analytic Solutions of the one-dimensional heat equation for temperature and heat flow rate both prescribed at the same fixed boundary (with applications to the phase change problem)", Q. App. Math. Vol. 24, pp315-322

Lima, F. R. S. e Guimarães, G., "Método do Gradiente Conjugado Aplicado a Problema Inverso de Condução de Calor Bidimensional", V Congresso de Engenharia Mecânica Norte Nordeste, João Pessoa, Brasil, 1998.

Lloyd, R. & Sparrow, E. M., 1970, " Combined forced and free convection flow on vertical surfaces." , Int. J. Heat Mass Transfer. No. 13, pp. 434-438.

Machado, H. A., e Orlande, H. R. B., 1997, “Inverse analysis for estimating the timewise and spacewise variation of the wall heat flux in a parallel plate channel”, *International Journal for Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 7, No. 7, 1997, pp. 698-710.

Michalewicz, Z., 1996, “Genetic Algorithms+Data Structures=Evolution Programs”, 3ª edição, Springer-Verlag, USA.

Moutsoglou, A. , 1990, “Solution of an elliptic inverse convection problem using a whole domain regularization technique”, *J. Thermophysics*, Vol. 4, No. 3, pp. 341-349.

Moutsoglou, A., 1989, “An inverse convection problem”, *Trans. ASME J. Heat Transfer*, vol. 111, No. 1, pp 37 - 43.

Murio, D. A., & Zheng , H., 1995, “A Stable Algorithm for 3D-IHCP”, *Computers and Mathematics with Applications*, Vol.29, No. 5, pp 97-110.

Özisik, M. N., & Huang, H. C., 1992, “Inverse Problem of Determining Unknown Wall Heat Flux in Laminar Flow through a Parallel Plate Duct”, *Numer. Heat Transfer Part A*, vol.21, pp 55-70.

Prud’homme, M., Li, Z. R. and Nguyen, T. H., 1995, “A Numerical Solution for the Inverse Natural-Convection Problem”, *Numerical Heat Transfer, Part B*, vol. 28, pp. 307-321.

Raudenský, M. Woodbury, K. A., Kral, J. & Brezina, T., 1995, “Genetic Algorithm in solution of inverse heat conduction problems”, *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 28, pp. 293-306.

Silva, L. A , 1999, “Estudo avaliativo de algoritmos genéticos aplicados a problemas de identificação em elastodinâmica”, tese de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, MG. Brasil.

Sparrow, E. W. & Greeg, J. L., 1956, “Laminar free convection from a vertical plate with uniform surface heat flux”, *Transactions of the ASME*, Vol. 78, pp. 453-448.

Sparrow, E. W. & Greeg, J. L., 1959, “Buoyancy effects in forced-convection flow and heat transfer”, *J. Heat Transfer*, Vol. 95, pp. 133-134.

Szewczyk, A. A., 1964, “Combined forced and free-convection laminar flow”, *J. Heat Transfer*, Vol.86, pp. 501-507.

Tikhonov, A. N., and Arsenin, V. Y., 1977, "Solutions of Ill-Posed Problems, V. H. Winston and Sons, Washington, DC.

Yao, L. S., 1989, "Two-dimensional mixed convection along a flat plate", *Journal of Heat Transfer*, 109, pp. 440-445.