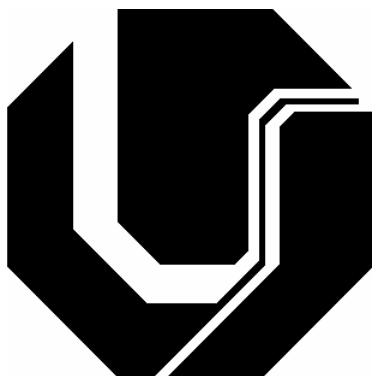


UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



**CONTROLE ADAPTATIVO EM TEMPO
REAL DE UMA UNIDADE EXPERIMENTAL**

Cleber Cristian da Silva

Uberlândia – MG

Fevereiro 2005

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

CONTROLE ADAPTATIVO EM TEMPO
REAL DE UMA UNIDADE EXPERIMENTAL

Cleber Cristian da Silva

Dissertação de mestrado apresentada à
Universidade Federal de Uberlândia como
parte dos requisitos necessários à obtenção do
título de Mestre em Engenharia Química na
área de concentração Desenvolvimento de
Processos Químicos

Uberlândia
Fevereiro 2005

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborado pelo Sistema de Bibliotecas da UFU / Setor de Catalogação e Classificação

S586c Silva, Cleber Cristian da, 1978-
Controle adaptativo em tempo real de uma unidade experimental /
Cleber Cristian da Silva. - Uberlândia, 2005.
69f. : il.
Orientador: Humberto Molinar Henrique.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química.
Inclui bibliografia.
1. Controle de processo - Automação - Teses. 2. Controle de processos químicos - Teses. 3. Identificação de sistemas - Teses. 4. Engenharia química - Teses. I. Henrique, Humberto Molinar. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. III. Título.

CDU: 66.012:681.3 (043.3)

**CONTROLE ADAPTATIVO EM TEMPO REAL DE UMA UNIDADE
EXPERIMENTAL**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA QUÍMICA.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Humberto Molinar Henrique, D.Sc.
Orientador – PPG-EQ/UFU

Prof. Luís Cláudio Oliveira Lopes, Ph.D.
PPG-EQ/UFU

Prof. Aline Carvalho da Costa, D.Sc.
FEQ - UNICAMP

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais,
José Donizete e Nilda

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Humberto, pela imprescindível orientação, dedicação e paciência, sem os quais seria impossível a realização deste trabalho.

À Prof^a Valéria e ao Prof. Luís Cláudio pelas observações e sugestões que muito contribuíram para a melhoria deste trabalho.

Aos meus pais, José Donizete e Nilda por sempre terem me apoiado.

À minha irmã Naiara, pela amizade e companheirismo.

À Amanda Tillmann, por estar ao meu lado em todos os momentos.

Ao Anísio, pela ajuda na construção da unidade experimental.

Ao povo brasileiro, que através do CNPQ, viabilizou a realização deste trabalho com a concessão da bolsa de estudo.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente para a conclusão deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	vi
SIMBOLOGIA	vii
RESUMO.....	x
ABSTRACT	xi

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
--------------------------------------	----------

CAPÍTULO 2 – CONTROLE ADAPTATIVO	3
2.1 Introdução	3
2.2 Histórico	3
2.3 Alguns conceitos de controle adaptativo	5
2.3.1 Controladores auto sintonizáveis.....	5
2.3.2 Controladores adaptativos a modelo de referência.....	6

CAPÍTULO 3 – ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA.....	8
3.1 Introdução	8
3.2 Modelos lineares discretos <i>SISO</i> do processo e do ruído	8
3.3 Métodos de estimação paramétrica.....	10
3.3.1 Método não recursivo dos mínimos quadrados	11
3.3.2 Método recursivo dos mínimos quadrados.....	13
3.3.3 Algoritmo estendido de mínimos quadrados.....	15
3.3.4 Estimação do valor do estado estacionário (Y_{∞} e U_{∞}).....	15
3.3.5 Condições de convergência	17
3.4 Estimação paramétrica recursiva de sistemas lineares variantes no tempo.....	18
3.4.1 Fator de esquecimento constante.....	19
3.4.2 Fator de esquecimento variável	20
3.5 Simulações.....	22

3.5.1 Influência do fator de esquecimento constante na estimação paramétrica de um sistema persistentemente excitado.....	23
3.5.2 Influência do fator de esquecimento constante na estimação paramétrica de um sistema com pouca excitação.....	27
3.5.3 Influência do fator de esquecimento variável na estimação paramétrica de um sistema	29
CAPÍTULO 4 – ESTIMAÇÃO ON-LINE EM LAÇO FECHADO.....	33
4.1 Introdução	33
4.2 – Estimação de parâmetros sem perturbação externa.....	34
4.2.1 Identificação indireta do processo ((a) + (c) + (e)).....	35
4.2.1.a Condições de identificabilidade dos parâmetros	36
4.2.2 Identificação direta do processo ((b) + (d) + (e))	39
4.3 Estimação de parâmetros com perturbação	42
CAPÍTULO 5 – SÍNTESE DE CONTROLADORES: ASPECTOS ESSENCIAIS	45
5.1 Introdução	45
5.2 Método da síntese direta	45
5.3 O MPC (Controle preditivo baseado em modelo)	47
5.3.1 Cálculo do MPC linear de 1ª ordem	49
5.3.2 O problema de otimização	52
5.3.2.a A solução analítica para o caso sem restrições	53
5.3.2.b O problema de programação quadrática (QP)	53
5.3.3 Eliminação de <i>off-set</i>	55
CAPÍTULO 6 – O SISTEMA EXPERIMENTAL	56
6.1 Introdução	56
6.2 Descrição do sistema	56
6.3 Calibração dos instrumentos.....	61
6.3.1 Procedimento para determinação da curva de calibração.....	61
6.4 Operação em malha aberta	62
6.5 Identificação do sistema	65
6.5.1 Modelagem do tanque com área constante.....	65
6.5.2 Modelagem do tanque com área variável.....	69

CAPÍTULO 7 – IMPLEMENTAÇÃO DOS SISTEMAS DE CONTROLE	72
7.1 Introdução	72
7.2 Tanque de área constante.....	75
7.2.1 Resultados simulados	75
7.2.1.a Controlador via síntese direta com parâmetros constantes (CSDPC-TAC-S) ..	75
7.2.1.b Controlador via síntese direta com adaptação (CSDA-TAC-S).....	77
7.2.1.c MPC com parâmetros constantes e restrições (MPCPCR-TAC-S).....	81
7.2.1.d MPC com adaptação e restrições (MPCAR-TAC-S)	83
7.2.2 Resultados experimentais	86
7.2.2.a Controlador via síntese direta com parâmetros constantes (CSDPC-TAC-E) .	86
7.2.2.b Controlador via síntese direta com adaptação (CSDA).....	88
7.2.2.c MPC com parâmetros constantes e restrições (MPCPCR-TAC-E).....	91
7.2.2.d MPC com adaptação e restrições (MPCAR)	93
7.3 Tanque com área variável.....	97
7.3.1 Resultados simulados	97
7.3.1.a Controlador via síntese direta com parâmetros constantes (CSDPC-TAV-S) .	97
7.3.1.b Controlador via síntese direta com adaptação (CSDA-TAV-S).....	102
7.3.1.c MPC com parâmetros constantes e restrições (MPCPCR-TAV-S).....	105
7.3.1.d MPC com adaptação e restrições (MPCAR-TAV-S)	109
7.3.2 Resultados experimentais	113
7.3.2.a Controlador via síntese direta com parâmetros constantes (CSDPC-TAV-E)	113
7.3.2.b Controlador via síntese direta com adaptação (CSDA-TAV-E)	116
7.3.2.c MPC com parâmetros constantes e restrições (MPCPCR-TAV-E).....	120
7.3.2.d MPC com adaptação e restrições (MPCAR-TAV-E).....	123
7.3.2.e Comportamento do CSDA e do MPCAR frente a perturbações não medidas	127
 CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS ..	133
8.1 Conclusões.....	133
8.2 Sugestões para trabalhos futuros	134
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	135

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Esquema de controlador auto sintonizável.....	6
Figura 2.2: Esquema de Controlador a Modelo de Referência.....	7
Figura 3.1: Modelo de ruído e processo	9
Figura 3.2: Reposta do sistema persistentemente excitado a ser estimado utilizando-se o fator de esquecimento constante	24
Figura 3.3: Desempenho do estimador utilizando $\lambda = 1$ em um sistema persistentemente excitado.....	25
Figura 3.4: Desempenho do estimador utilizando $\lambda = 0,85$ em um sistema persistentemente excitado.....	25
Figura 3.5: Parâmetro C e o traço de P quando o estimador utiliza $\lambda = 1$ em um sistema persistentemente excitado.....	26
Figura 3.6: Parâmetro C e o traço de P quando o estimador utiliza $\lambda = 0,85$ em um sistema persistentemente excitado.....	26
Figura 3.7: Reposta do sistema com pouca excitação a ser estimado utilizando-se o fator de esquecimento constante	27
Figura 3.8: Desempenho do estimador utilizando $\lambda = 0,9$ em um sistema com pouca excitação	28
Figura 3.9: Parâmetro C e o traço de P quando o estimador utiliza $\lambda = 0,9$ em um sistema com pouca excitação.....	28
Figura 3.10: Reposta do sistema com pouca excitação a ser estimado utilizando-se o fator de esquecimento variável	30
Figura 3.11: Variações do fator de esquecimento	30
Figura 3.12: Desempenho do estimador quando este utiliza o fator de esquecimento variável.	31
Figura 3.13: Parâmetro C e o traço de P quando o estimador utiliza o fator de esquecimento variável	31
Figura 4.1: Esquema de um processo identificado em laço fechado sem sinal de perturbação externa.....	35
Figura 4.2: Esquema de um processo identificado em laço fechado com uma perturbação externa p	43

Figura 5.1: Diagrama de blocos para um controlador digital <i>feedback</i>	45
Figura 5.2: Idéia básica do controle preditivo baseado em modelos (MPC).....	49
Figura 6.1: Diagrama do sistema de controle dos tanques de nível	57
Figura 6.2: Unidade experimental	58
Figura 6.3: Válvula de controle	59
Figura 6.4: Sensor de pressão e válvula de controle.....	59
Figura 6.5: Sistema de aquisição de dados	60
Figura 6.6: Computador Pentium 500MHz	60
Figura 6.7: Gráfico da curva de calibração do sensor de pressão.....	61
Figura 6.8: Altura da coluna de líquido no tanque de área constante.....	63
Figura 6.9: Corrente enviada á válvula no tanque de área constante	63
Figura 6.10: Altura da coluna de líquido no tanque de área variável.....	64
Figura 6.11: Corrente enviada á válvula no tanque de área variável.....	64
Figura 6.12: Representação esquemática da unidade experimental.	65
Figura 6.13: Variação da altura com a corrente (Tanque de área constante)	66
Figura 6.14: Variação da vazão com a corrente	67
Figura 6.15: Simulação do processo 1 e infinitos passos à frente	69
Figura 6.16: Simulação 1 e infinitos passos à frente	71
Figura 7.1: Resposta do tanque com área constante a uma perturbação degrau de 3 mA.....	72
Figura 7.2: Resposta do tanque com área variável a uma perturbação degrau de 3,3 mA.....	73
Figura 7.3: Esquema utilizado no controle adaptativo.	74
Figura 7.4: Desempenho do CSDPC (CSDPC-TAC-S).....	76
Figura 7.5: Ações de controle do CSDPC (CSDPC-TAC-S).....	76
Figura 7.6: Variações das ações de controle do CSDPC (CSDPC-TAC-S).....	77
Figura 7.7: Desempenho do CSDA (CSDA-TAC-S).....	78
Figura 7.8: Ações de controle do CSDA (CSDA-TAC-S).....	79
Figura 7.9: Variações das ações de controle do CSDA (CSDA-TAC-S).....	79
Figura 7.10: Parâmetro a, real e estimado (CSDA-TAC-S).....	80
Figura 7.11: Parâmetro b, real e estimado (CSDA-TAC-S).....	80
Figura 7.12: Desempenho do MPCPCR (MPCPCR-TAC-S)	82
Figura 7.13: Ações de controle do MPCPCR (MPCPCR-TAC-S)	82
Figura 7.14: Variações das ações de controle do MPCPCR (MPCPCR-TAC-S).....	83
Figura 7.15: Desempenho do MPCAR (MPCAR-TAC-S)	84
Figura 7.16: Ações de controle do MPCAR (MPCAR-TAC-S)	84

Figura 7.17: Variações das ações de controle do MPCAR (MPCAR-TAC-S).....	85
Figura 7.18: Parâmetro a, real e estimado (MPCAR-TAC-S).....	85
Figura 7.19: Parâmetro b, real e estimado (MPCAR-TAC-S)	86
Figura 7.20: Desempenho do CSDPC (CSDPC-TAC-E).....	87
Figura 7.21: Ações de controle do CSDPC (CSDPC-TAC-E).....	87
Figura 7.22: Variações das ações de controle do CSDPC (CSDPC-TAC-E)	88
Figura 7.23: Desempenho do CSDA (CSDA-TAC-E).....	89
Figura 7.24: Ações de controle do CSDA (CSDA-TAC-E).....	89
Figura 7.25: Variações das ações de controle do CSDA (CSDA-TAC-E)	90
Figura 7.26: Parâmetro a estimado (CSDA-TAC-E).....	90
Figura 7.27: Parâmetro b estimado (CSDA-TAC-E)	91
Figura 7.28: Desempenho do MPCPCR (MPCPCR-TAC-E).....	92
Figura 7.29: Ações de controle do MPCPCR (MPCPCR-TAC-E).....	92
Figura 7.30: Variações das ações de controle do MPCPCR (MPCPCR-TAC-E).....	93
Figura 7.31: Desempenho do MPCAR (MPCAR-TAC-E).....	94
Figura 7.32: Ações de controle do MPCAR (MPCAR-TAC-E).....	94
Figura 7.33: Variações das ações de controle do MPCAR (MPCAR-TAC-E).....	95
Figura 7.34: Parâmetro a estimado (MPCAR-TAC-E)	95
Figura 7.35: Parâmetro b estimado (MPCAR-TAC-E).....	96
Figura 7.36: Histerese da válvula de controle (Tanque de área constante)	96
Figura 7.37: Desempenho do CSDPC na primeira simulação (CSDPC-TAV-S)	98
Figura 7.38: Ações de controle do CSDPC na primeira simulação (CSDPC-TAV-S)	99
Figura 7.39: Variações das ações de controle do CSDPC na primeira simulação (CSDPC-TAV-S)	99
Figura 7.40: Desempenho do CSDPC na segunda simulação (CSDPC-TAV-S).....	100
Figura 7.41: Ações de controle do CSDPC na segunda simulação (CSDPC-TAV-S)	101
Figura 7.42: Variações das ações de controle do CSDPC na segunda simulação (CSDPC-TAV-S)	101
Figura 7.43: Desempenho do CSDA (CSDA-TAV-S).....	102
Figura 7.44: Ações de controle do CSDA (CSDA-TAV-S).....	103
Figura 7.45: Variações das ações de controle do CSDA (CSDA-TAV-S)	103
Figura 7.46: Parâmetro a, real e estimado (CSDA-TAV-S).....	104
Figura 7.47: Parâmetro b, real e estimado (CSDA-TAV-S)	104
Figura 7.48: Desempenho do MPCPCR na primeira simulação (MPCPCR-TAV-S)	106

Figura 7.49: Ações de controle do MPCPCR na primeira simulação (MPCPCR-TAV-S) ...	106
Figura 7.50: Variações das ações de controle do MPCPCR na primeira simulação (MPCPCR-TAV-S)	107
Figura 7.51: Desempenho do MPCPCR na segunda simulação (MPCPCR-TAV-S).....	108
Figura 7.52: Ações de controle do MPCPCR na segunda simulação (MPCPCR-TAV-S)....	108
Figura 7.53: Variações das ações de controle do MPCPCR na segunda simulação (MPCPCR-TAV-S)	109
Figura 7.54: Desempenho do MPCAR (MPCAR-TAV-S).....	110
Figura 7.55: Ações de controle do MPCAR (MPCAR-TAV-S).....	111
Figura 7.56: Variações das ações de controle do MPCAR (MPCAR-TAV-S).....	111
Figura 7.57: Parâmetro a, real e estimado (MPCAR-TAV-S)	112
Figura 7.58: Parâmetro b, real e estimado (MPCAR-TAV-S)	112
Figura 7.59: Desempenho do CSDPC no primeiro experimento (CSDPC-TAV-E).....	113
Figura 7.60: Ações de controle do CSDPC no primeiro experimento (CSDPC-TAV-E).....	114
Figura 7.61: Variações nas ações de controle do CSDPC no primeiro experimento (CSDPC-TAV-E)	114
Figura 7.62: Desempenho do CSDPC no segundo experimento (CSDPC-TAV-E)	115
Figura 7.63: Ações de controle do CSDPC no segundo experimento (CSDPC-TAV-E)	115
Figura 7.64: Variações das ações de controle do CSDPC no segundo experimento (CSDPC-TAV-E)	116
Figura 7.65: Desempenho do CSDA (CSDA-TAV-E)	117
Figura 7.66: Ações de controle do CSDA (CSDA-TAV-E)	118
Figura 7.67: Variações das ações de controle do CSDA (CSDA-TAV-E)	118
Figura 7.68: Parâmetro a estimado (CSDA-TAV-E)	119
Figura 7.69: Parâmetro b estimado (CSDA-TAV-E)	119
Figura 7.70: Desempenho do MPCPCR no primeiro experimento (MPCPCR-TAV-E)	120
Figura 7.71: Ações de controle do MPCPCR no primeiro experimento (MPCPCR-TAV-E)	121
Figura 7.72: Variações das ações de controle do MPCPCR no primeiro experimento (MPCPCR-TAV-E)	121
Figura 7.73: Desempenho do MPCPCR no segundo experimento (MPCPCR-TAV-E)	122
Figura 7.74: Ações de controle do MPCPCR no segundo experimento (MPCPCR-TAV-E).....	122
Figura 7.75: Variações das ações de controle do MPCPCR no segundo experimento (MPCPCR-TAV-E)	123

Figura 7.76: Desempenho do MPCAR (MPCAR-TAV-E).....	124
Figura 7.77: Ações de controle do MPCAR (MPCAR-TAV-E).....	125
Figura 7.78: Variações das ações de controle do MPCAR (MPCAR-TAV-E).....	125
Figura 7.79: Parâmetro a estimado (MPCAR-TAV-E).....	126
Figura 7.80: Parâmetro b estimado (MPCAR-TAV-E).....	126
Figura 7.81: Desempenho do CSDA frente a uma perturbação não medida (CSDA-TAV-E)	128
Figura 7.82: Ação de controle do CSDA frente a um perturbação não medida (CSDA-TAV-E)	128
Figura 7.83: Parâmetro a estimado quando é aplicada uma perturbação não medida (CSDA- TAV-E).....	129
Figura 7.84: Parâmetro b estimado quando é aplicada uma perturbação não medida (CSDA- TAV-E).....	129
Figura 7.85: Desempenho do MPCAR frente a uma perturbação não medida (MPCAR-TAV- E).....	130
Figura 7.86: Ações de controle do MPCAR frente a uma perturbação não medida (MPCAR- TAV-E).....	130
Figura 7.87: Parâmetro a estimado quando é aplicada uma perturbação não medida (MPCAR- TAV-E).....	131
Figura 7.88: Parâmetro b estimado quando é aplicada uma perturbação não medida (MPCAR- TAV-E).....	131

LISTA DE TABELAS

Tabela 7.1: Parâmetros utilizados no CSDPC (CSDPC-TAC-S).....	75
Tabela 7.2: Parâmetros utilizados no CSDA (CSDA-TAC-S).....	78
Tabela 7.3: Parâmetros utilizados no MPCPCR (MPCPCR-TAC-S)	81
Tabela 7.4: Parâmetros utilizados no MPCAR (MPCAR-TAC-S)	83
Tabela 7.5: Parâmetros utilizados na primeira simulação do CSDPC (CSDPC-TAV-S)	98
Tabela 7.6: Parâmetros utilizados no CSDPC na segunda simulação (CSDPC-TAV-S)	100
Tabela 7.7: Parâmetros utilizados no CSDA (CSDA-TAV-S).....	102
Tabela 7.8: Parâmetros utilizados no MPCPCR na primeira simulação (MPCPCR-TAV-S)	105
Tabela 7.9: Parâmetros utilizados pelo MPCPCR na segunda simulação (MPCPCR-TAV-S)	107
Tabela 7.10: Parâmetros utilizados no MPCAR (MPCAR-TAV-S).....	110
Tabela 7.11: Parâmetros utilizados no CSDA (DSDA-TAV-E)	117
Tabela 7.12: Parâmetros utilizados no MPCAR (MPCAR-TAV-E).....	124

SIMBOLOGIA

a, b:	parâmetros das equações de diferenças dos processos
c:	parâmetros das equações de sinais estocásticos
d:	tempo morto ou tempo de atraso
e:	erro de estimação ou e_w é diferença entre o <i>setpoint</i> e a variável controlada
g:	parâmetro para o cálculo de q
h:	altura da coluna de líquido
k:	unidade discreta de tempo
l:	parâmetro
m:	ordem dos polinômios A(), B(), C() e D() ou vazão mássica
n:	sinal de perturbação
p:	parâmetro da equação de diferenças do controlador
q:	parâmetro do controlador ou vazão
s:	variável da transformada de Laplace
t:	tempo contínuo
u:	sinal de entrada do processo ou variável manipulada
v:	ruído não mensurável
w:	<i>setpoint</i>
y:	sinal de saída do processo
z:	variável da transformada z
A:	parâmetro do MPC, ou área transversal
A(s):	denominador de G(s)
B:	parâmetro do MPC
B(s):	numerador de G(s)
A(z):	denominador da transformada z do modelo do processo
B(z):	numerador da transformada z do modelo do processo
C(z):	denominador da transformada z do modelo do ruído
D(z):	numerador da transformada z do modelo do ruído
G(s):	função de transferência de sistemas contínuos no tempo
G(z):	função de transferência de sistemas discretos no tempo
K:	ganho do processo
M:	horizonte de controle

P :	horizonte de predição
$P(z)$:	denominador da função de transferência z do controlador
$P(s)$:	denominador da função de transferência em s do controlador
$Q(z)$:	numerador da função de transferência z do controlador
$Q(s)$:	numerador da função de transferência em s do controlador
R :	resistência da válvula manual
R^2 :	coeficiente de correlação
U :	variável de entrada do processo (valor absoluto)
V :	função custo ou volume do tanque
Y :	variável de saída do processo (valor absoluto)
$\mathbf{e}$:	desvio do <i>setpoint</i> ou matriz dos erros de estimação
$\mathbf{P}$:	matriz de covariância
Q :	parâmetro de sintonia do controlador que pondera os erros
R :	parâmetro de sintonia do controlador que pondera as ações de controle
$\mathcal{A}(z)$:	denominador da função de transferência do laço fechado
$\mathcal{B}(z)$:	numerado da função de transferência do laço fechado
α :	parâmetros da equação de diferenças do laço fechado ou valor inicial da matriz de covariância
β :	parâmetros da equação de diferenças do laço fechado
ζ :	peso do estimador
κ :	parâmetro da equação da vazão
λ :	fator de esquecimento
μ :	ordem de $P(z)$
ν :	ordem de $Q(z)$
ξ :	parâmetro do estimador
ρ :	densidade do líquido
τ :	constante de tempo do processo
τ_c :	constante de tempo da malha fechada
Ξ :	parâmetro da equação da vazão
χ :	variável de folga

γ :	vetor inovação ou predição da saída em laço aberto
ψ :	vetor de sinais
θ :	vetor de parâmetros
Σ_0 :	parâmetro do estimador
Γ :	matriz triangular dos coeficientes da saída predita

RESUMO

Desde o início das pesquisas sobre controladores automáticos tem existido o problema de se encontrar a melhor estrutura e os melhores parâmetros para o controlador de um dado processo. Deve ser observado que o controlador tem de ser ajustado não somente para um ponto de operação mas para toda uma faixa e que os parâmetros de um processo podem mudar devido a vários motivos como desgaste dos equipamentos, falhas, não linearidades, etc. Portanto o desenvolvimento do controle adaptativo se tornou necessário. Este trabalho consiste no estudo de algoritmos de estimação recursiva e a aplicação destes algoritmos ao controle de processos. Foram realizadas a análise e implementação de alguns controladores adaptativos que foram aplicados a um sistema experimental em tempo real. A implementação em laboratório foi feita utilizando-se um sistema de controle de nível de líquido conectado a um computador digital. Foram utilizados dois tanques um com área transversal que varia abruptamente com a altura e o outro com área constante, ou seja, em um sistema variante e outro teoricamente invariante no tempo. Os resultados experimentais são então comparados aos resultados de simulação. Os controladores que utilizaram a estimação *on-line* obtiveram melhor desempenho.

Palavras-chave: identificação de sistemas; sistemas dinâmicos; controle adaptativo

ABSTRACT

The problem of finding the proper controller structure and the controller parameters for a given process has been subject of research over decades. Another difficulty has been the fact that the controller must be well tuned not just for one operation point but for the whole range of operational region. In addition, the parameters of the process may change in consequence of several reasons such as long time use, faults, nonlinearities, hysteresis, etc. Adaptive control techniques can be used to deal with these types of problem. This work presents a study of on-line estimation algorithms and it implements some of these algorithms experimentally in a level control plant. The experimental setup is a liquid level control system connected to a digital computer. It was employed a tank with variable transversal area and other with constant transversal area. This feature yields both a variant and invariant time systems. The experimental results are also compared to the simulation results.

Keywords: System identification; Dynamic systems; Adaptive control.

Capítulo 1 – Introdução

Desde o início das pesquisas e da utilização do controle automático, existem as dificuldades de se encontrar a estrutura apropriada e os melhores parâmetros a serem utilizados. Outra dificuldade é a de que o controlador deve ser bem sintonizado não somente para um ponto de operação, mas para toda uma faixa de pontos de operação. Portanto o desenvolvimento de controladores que se adaptassem a mudanças no processo se fez necessária.

Controladores adaptativos são caracterizados por estimar informações sobre um processo desconhecido durante a operação em laço fechado e fazer mudanças em suas leis de controle, ou seja, eles ajustam seu comportamento de acordo com mudanças no processo controlado. Para isso é utilizada a identificação *on-line*. Identificação é a determinação experimental do comportamento dinâmico do processo e seus sinais. Os sinais medidos são utilizados para determinar o comportamento do sistema utilizando-se modelos matemáticos. Portanto, identificação *on-line* refere-se à identificação por meio de computadores em operação *on-line* com o processo. Se os sinais são processados imediatamente depois de cada intervalo de amostragem temos o processamento em tempo real.

Para o controle adaptativo a identificação *on-line* em tempo real é o que mais interessa. Métodos de estimação recursiva foram desenvolvidos para processos lineares variantes e invariantes no tempo e para algumas classes de processos não lineares. Entretanto, a aplicação da estimação recursiva tem que ser utilizada com um controlador apropriado, visto que irá operar em laço fechado.

Os processos químicos são caracterizados por não linearidades e sofrem mudanças no decorrer do tempo devido a vários fatores como desgaste dos equipamentos, falhas, histerese entre outros. Por isso a grande vantagem em se utilizar controladores adaptativos.

O objetivo deste trabalho é a aplicação do controle adaptativo em sistemas simulados e experimentais.

Os primeiros capítulos desta obra abordam conceitos fundamentais que foram aplicados no desenvolvimento deste trabalho.

Será proposta a utilização de dois tipos de controladores: um projetado por síntese direta, método muito popular e simples e o outro o MPC (*Model Predictive Control*) com restrições, que é uma técnica de controle avançada e muito pesquisada. O método da síntese

direta para sistemas de ordem baixa (primeira e segunda ordens) gera controladores equivalentes ao PI e PID.

O sistema experimental utilizado é um conjunto de tanques para controle de nível. Um dos tanques com área transversal constante e outro com área transversal variável. Os tanques podem ser operados separadamente ou podem ser ligados para formar um sistema de dois tanques com interação. Para estimação dos parâmetros do processo foram realizados experimentos em laço aberto.

Com os parâmetros estimados o próximo passo foi à simulação em laço fechado utilizando os controladores com e sem a adaptação e em seguida a aplicação ao sistema experimental.

Os resultados mostram que os controladores adaptativos apresentaram bom desempenho apesar do nível de ruído no sistema experimental.

Capítulo 2 – Controle Adaptativo

2.1 Introdução

Sistemas de controle incluem mecanismos de ajuste que facilitam a operação do processo sob várias condições. Se os parâmetros do processo mudam significativamente, o controlador deve ser reajustado de maneira a obter ações de controle satisfatórias. Com o objetivo de evitar este problema surgiu o chamado controle adaptativo. Nas últimas décadas tem havido grande interesse em sistemas de controle que se ajustem automaticamente às mudanças do processo. Esse tipo de controlador oferece condições de se lidar com não linearidades e parâmetros variantes no tempo.

2.2 Histórico

Na década de 50 o desenvolvimento de estratégias de controle adaptativo foi motivado pelo interesse em um piloto automático de alto desempenho para aeronaves e foguetes. O comportamento das aeronaves variava significativamente devido às condições de voo e controladores lineares clássicos não rendiam ações de controle satisfatórias (SEBORG et al., 1986). Durante este período o projeto de controladores para aeronaves influenciou fortemente o trabalho de pesquisa em controle adaptativo (GREGORY, 1959 e MISHKI e BRAUN, 1961 apud ISERMANN et al., 1992). Nesta época existiam muitas dificuldades para o desenvolvimento do controle adaptativo devido a utilização de sistemas analógicos e pela pouca teoria sobre o assunto (“The work on adaptive flight control was characterized by a lot of enthusiasm, bad hardware and nonexistent theory”, ÅSTRÖM, 1983).

Nos anos 60 houve muitas contribuições na teoria de controle que foram importantes para o desenvolvimento do controle adaptativo. O espaço de estados e a teoria de estabilidade foram introduzidos. Houve também importantes resultados na teoria de controle estocástico. Contribuições fundamentais foram feitas por TSYPKIN (1971) apud ÅSTRÖM (1983) e por ÅSTRÖM e EYKHOFF (1971) apud ISERMANN et al. (1992) em identificação e estimação de parâmetros.

O interesse em controle adaptativo foi renovado na década de 70, devido ao progresso na teoria de controle e pelo rápido e revolucionário avanço na microeletrônica, que

possibilitou a implementação de controladores adaptativos simples e baratos. Nos anos 70, não só o controle adaptativo, mas todas as áreas de pesquisa em controle de processos avançaram. ÅSTRÖM e WITTENMARK (1973) desenvolveram o STR (*Self-tuning regulator*) que é um controlador adaptativo de mínima variância com adaptação onde o controlador *feedback* foi projetado para minimizar a variância da variável controlada. CLARKE e GAWTHROP (1975) propuseram o STC (*Self-tuning controller*) que também é conhecido como controlador adaptativo de mínima variância generalizado. Tanto o STC como o STR, podem não ter bom desempenho se o tempo morto do processo é desconhecido ou variante no tempo (SEBORG *et al.*, 1986). GUSTAVSSON *et al.* (1977) publicaram um importante trabalho sobre a identificação em laço fechado em relação aos aspectos de identificabilidade e precisão.

Na década de 80, os controladores adaptativos surgiram como produtos comerciais no Japão, Europa e América do Norte (HOOPEs *et al.*, 1983; DRAUS e MYRON, 1984 e BENGTSSON e EDGARD, 1984 apud SEBORG *et al.*, 1986). ISERMANN *et al.* (1980) comparou dois métodos de estimação de parâmetros e seis algoritmos de controle e aplicou estas comparações experimentalmente. Nos anos 80, vários tutoriais e *surveys* foram publicados sobre controle adaptativo, alguns deles são: ISERMANN (1982), ÅSTRÖM (1983), ÅSTRÖM e WITTENMARK (1984) e SEBORG *et al.* (1986). Nesta década, também surgiram outros tipos de algoritmos de controle adaptativo como o *deadbeat* (ISERMANN, 1982) e a aplicação do PID com adaptação, onde os parâmetros são obtidos por minimização de um critério de desempenho (ISERMANN e RADKE, 1987). Em 1989 Karl J. Åström e Björn Wittenmark (ÅSTRÖM e WITTENMARK, 1989) publicaram “*Adaptive Control*”, que se tornou referência clássica na área e foi reeditada em 1995. Esta obra traz tópicos importantes como: MRAS (*Model-reference Adaptive Systems*); APC (*Adaptive Predictive Control*) com a utilização do GPC (*Generalized Predictive Control*, CLARKE *et al.* 1987a; 1987b) sendo um MPC que utiliza o modelo matemático CARIMA (*Controlled Auto-Regressive Integrating Moving-Average model*); controlador adaptativo estocástico; *Gain Scheduling* entre outros. Em 1992, Rolf Isermann, Karl-Heinz Lachmann e Drago Matko publicaram “*Adaptive Control Systems*” (ISERMANN *et al.* 1992) que é referência muito citada, assim como “*Self-Tuning Systems*” (WELLSTEAD e ZARROP (1991)).

Nos anos 90, com o avanço nas pesquisas sobre controle preditivo, houve a tendência de unir este controlador com a estimação *on-line* (adaptação). Trabalhos como “*ADAPTIVE PREDICTIVE CONTROL: From the concepts to plant optimization*” de Juan M. Martín Sánchez e José Rodellar (SÁNCHEs e RODELLAR, 1996) abrange a teoria e a aplicação do

APCS (*Adaptive predictive control system*). Eles ressaltam a necessidade de um mecanismo de adaptação, pois a utilização de modelos com parâmetros que levam a uma má predição comprometem o desempenho do controlador preditivo.

GENCELI e NIKOLAOU (1996) introduziram um novo paradigma de controle preditivo chamado de MPCÍ (*Model Predictive Control and Identification*). Para o bom desempenho da estimação recursiva, há a necessidade do critério de persistente excitação do sistema (LJUNG, 1999) ser satisfeita. O MPCÍ incorpora a condição de persistente excitação no problema de otimização restrito. NIKOLAU *et al.* (1998) utilizaram um modelo DARX (*Deterministic auto-regressive with exogenous input*) ao contrário de 1996 onde utilizaram um modelo DMA (*Deterministic moving-average*). Essa mudança teve como objetivo reduzir o esforço computacional da otimização *on-line*.

MILLS *et al.* (1996) valeram-se de técnicas de adaptação, estruturas de controle e redes neurais com o objetivo de controlar processos não lineares. Implementaram o ANMC (*Adaptive neural model-based control*) baseado em uma estrutura de controle preditivo de múltiplos passos.

NIKOLAU *et al.* (2002) demonstrou a aplicabilidade do MPCÍ a sistemas em pequena escala.

2.3 Alguns conceitos de controle adaptativo

Existem várias modos de se definir um controlador adaptativo. A mais aceita é a seguinte: “*Intuitivamente, um controlador adaptativo é o controlador que pode modificar seu comportamento em resposta a mudanças nas dinâmicas do processo e perturbações*” (ÅSTRÖM e WITTENMARK, 1989).

Uma estratégia geral para o projeto de sistemas de controle adaptativo paramétricos é estimar os parâmetros do processo *on-line* e então ajustar o controlador valendo-se dos valores correntes estimados do processo. Genericamente, um método de estimação *on-line* é combinado com uma lei de controle *on-line* para formar o sistema adaptativo desejado.

2.3.1 Controladores auto sintonizáveis

A distinção entre controlador “auto sintonizável” e “adaptativo” é que o primeiro termo é aplicado a processos com parâmetros constantes. Entretanto, desde que não haja uma distinção clara entre ambos os casos e respeitando suas aplicabilidades, esta diferença não é

importante (ISERMANN, 1982). WELLSTEAD e ZARROP (1991) afirmam que os termos controle adaptativo e auto sintonizável levam a mesma idéia, mas por razões históricas podem ter diferentes interpretações. Especificamente, a idéia de auto sintonizável foi concebida para o ajuste dos parâmetros do controlador durante o procedimento de partida do sistema, depois da sintonia, o processo é operado com um controlador fixo. É obvio que se o mecanismo de ajuste não é desligado, isto provê um meio de adaptação contínua a mudanças no sistema. Portanto, um sistema adaptativo é geralmente visto como um método de *ajuste contínuo* e o auto sintonizável como um de *ajuste inicial*. Na prática, a diferença entre estas duas idéias é muito pequena e depende de alguns detalhes algorítmicos.

ÅSTRÖM (1984) se refere ao controle adaptativo como auto sintonizável quando diz: “O *controlador adaptativo ou auto sintonizável* deve ser hábil ao lidar com não linearidades, dinâmicas e perturbações não modeladas sobre um amplo conjunto de condições de operação”.

A Figura 2.1 mostra o esquema geral de um controlador auto sintonizável.

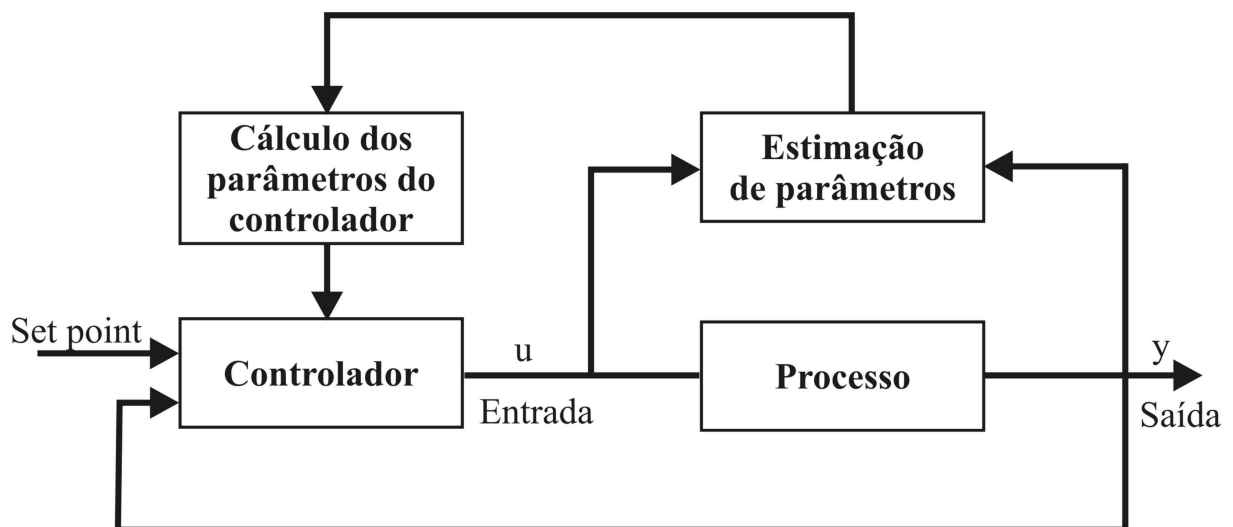


Figura 2.1: Esquema de controlador auto sintonizável

2.3.2 Controladores adaptativos a modelo de referência

Sistemas de controle a modelo de referência são projetados para obter um desempenho em laço fechado próximo a um dado modelo de referência desejado para o comportamento em laço fechado. O controlador tem os seus parâmetros modificados com

base no erro que decorre da saída do sistema e a saída do modelo. A Figura 2.2 ilustra o esquema de um sistema adaptativo a modelo de referência.

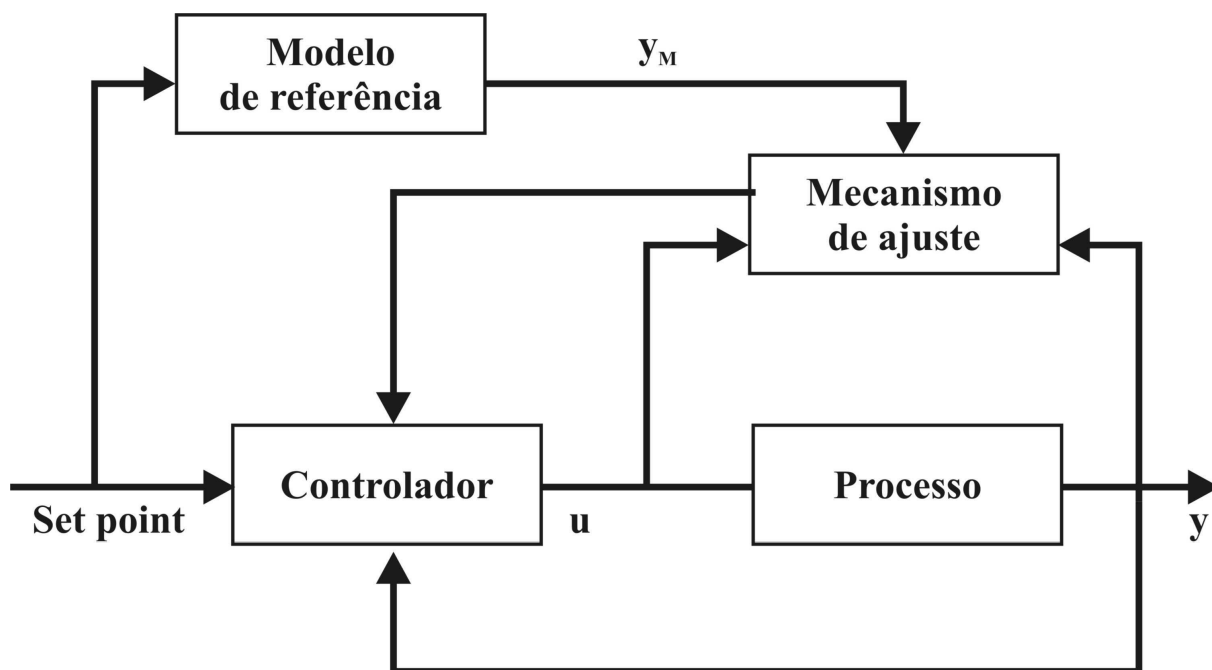


Figura 2.2: Esquema de Controlador a Modelo de Referência

Capítulo 3 – Estimação Paramétrica

3.1 Introdução

Identificação é a determinação experimental do comportamento dinâmico do processo e de seus sinais (ISERMANN *et al.*, 1992). Sinais medidos são utilizados na determinação do comportamento do sistema utilizando-se modelos matemáticos. Identificação *on-line* refere-se à identificação por meio de computadores em ligação direta com o processo. Se os sinais medidos são primeiro armazenados e depois processados haverá o processamento em batelada. Entretanto, se os sinais são processados após cada instante de amostragem isto é chamado de processamento em tempo real.

A determinação *on-line* de parâmetros do processo é elemento chave em controle adaptativo (ÅSTRÖM e WITTENMARK, 1989), fornecendo em tempo real uma descrição do processo sobre o qual se projeta o controlador (sistemas de controle adaptativo indireto) ou produzindo imediatamente o próprio controlador (sistemas de controle adaptativo direto).

Os problemas de identificação são simplificados significativamente quando modelos lineares nos parâmetros são utilizados. Em controle adaptativo os parâmetros do processo mudam continuamente, portanto são necessários métodos que os atualizem recursivamente. O método dos mínimos quadrados é a técnica básica para estimação de parâmetros. Este capítulo aborda a identificação do processo sobre o qual o controlador irá atuar.

3.2 Modelos lineares discretos SISO do processo e do ruído

Um processo invariante no tempo e linearizável pode ser descrito por uma equação de diferenças

$$y_u(k) + a_1 y_u(k-1) + \dots + a_m y_u(k-m) = b_0 u(k-d) + b_1 u(k-d-1) + \dots + b_m u(k-d-m) \quad (3.1)$$

Onde $d=0,1,2,\dots$ é o tempo morto discreto. A transformada z da Equação 3.1 é

$$G_p(z) = \frac{y_u(z)}{u(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} = \frac{b_0 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}} z^{-d} \quad (3.2)$$

É pressuposto que a saída $y(k)$ está contaminada com perturbações $n(k)$ como mostrado na Figura 3.1

$$y(k) = y_u(k) + n(k) \quad (3.3)$$

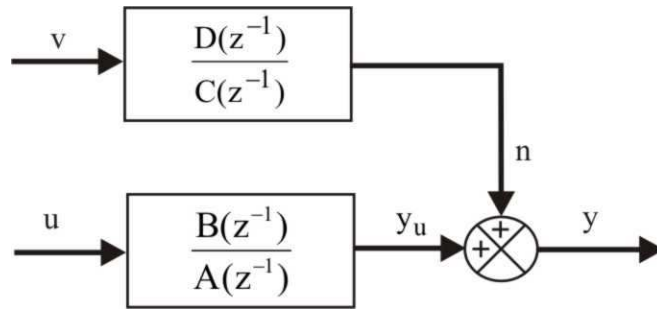


Figura 3.1: Modelo de ruído e processo

Admite-se que o sinal de perturbação $n(k)$ pode ser descrito como um processo de sinal autoregressivo de média móvel (ARMA, *Autoregressive moving average*):

$$n(k) + c_1 n(k-1) + \dots + c_p n(k-p) = v(k) + d_1 v(k-1) + \dots + d_p v(k-p) \quad (3.4)$$

onde $v(k)$ é normalmente distribuído, estatisticamente independente (ruído branco discreto) e não mensurável com:

$$E\{v(k)\} = 0$$

$$\text{cov}[v(k), \tau] = E\{v(k)v(k+\tau)\} = \sigma_v^2 \delta(\tau)$$

onde σ_v^2 é a variância e $\delta(\tau)$ é a função delta de Kronecker:

$$\delta(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau = 0 \\ 0, & \tau \neq 0 \end{cases}$$

A transformada z da função do filtro de ruído é:

$$G_v = \frac{n(z)}{v(z)} = \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} = \frac{1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_p z^{-p}}{1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_p z^{-p}} \quad (3.5)$$

As Equações 3.2 e 3.5 podem ser combinadas para formar o modelo de processo e ruído

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} u(z) + \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} v(z) \quad (3.6)$$

O objetivo da estimação de parâmetros é estimar os parâmetros do processo nos polinômios $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ e os parâmetros do ruído em $C(z^{-1})$ e $D(z^{-1})$, baseando-se nos sinais medidos $u(k)$ e $y(k)$. É considerado que as ordens m e p dos modelos são conhecidas *a priori*. O ruído $n(k)$ é admitido ser estacionário, isto é, as raízes do polinômio $C(z^{-1})$ estão dentro do círculo unitário no plano z . O modelo geral da Equação 3.6 dá origem a dois tipos de modelo o ARMAX (**A**uto**R**egressive **M**oving **A**verage with **eX**ternal input):

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} u(z) + \frac{D(z^{-1})}{A(z^{-1})} v(z) \quad (3.7)$$

e o modelo ARX (**A**uto**R**egressive with **eX**ternal input)

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} u(z) + \frac{1}{A(z^{-1})} v(z) \quad (3.8)$$

A Equação 3.6 pode dar origem a outros tipos de modelo, para maiores detalhes ver LJUNG (1999).

3.3 Métodos de estimação paramétrica

Na literatura de identificação paramétrica de sistemas lineares são apresentados vários métodos de estimação *on-line*. Muitos destes métodos são escolhas clássicas na aplicação em controle adaptativo. Os mais conhecidos são aqueles baseados em mínimos

quadrados e suas diversas variações, o método de variáveis instrumentais e outros. Maiores detalhes sobre as técnicas de estimação podem ser encontrados em LJUNG (1999).

3.3.1 Método não recursivo dos mínimos quadrados

O algoritmo de mínimos quadrados toma como melhor estimativa os parâmetros da planta estimada que minimizam a soma dos quadrados dos erros entre a saída real e a saída do modelo proposto.

Sejam $y(k)$ e $u(k)$ sinais medidos de um processo dinâmico aplicados a uma equação com parâmetros de processo estimados no tempo $k-1$ sendo $b_0 = 0$:

$$y(k) + \hat{a}_1(k-1)y(k-1) + \dots + \hat{a}_m(k-1)y(k-m) + \\ - \hat{b}_1(k-1)u(k-d-1) - \dots - \hat{b}_m(k-1)u(k-d-m) = e(k) \quad (3.9)$$

O erro (resíduo) surge da saída $y(k)$ contaminada com ruído e de parâmetros erroneamente calculados. Na Equação 3.10 o termo $\hat{y}(k | k-1)$ pode ser interpretado como a predição um passo a frente de $y(k)$ no tempo $k-1$:

$$\hat{y}(k | k-1) = -\hat{a}_1(k-1)y(k-1) - \dots - \hat{a}_m(k-1)y(k-m) + \\ + \hat{b}_1(k-1)u(k-d-1) + \dots + \hat{b}_m(k-1)u(k-d-m) = \boldsymbol{\psi}^T(k)\hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) \quad (3.10)$$

onde:

$$\boldsymbol{\psi}^T(k) = [-y(k-1) \dots -y(k-m) \ u(k-d-1) \dots u(k-d-m)] \quad (3.11)$$

é o vetor de dados e

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k) = [\hat{a}_1 \dots \hat{a}_m \ \hat{b}_1 \dots \hat{b}_m] \quad (3.12)$$

o vetor de parâmetros.

A equação do erro é:

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k | k-1) \quad (3.13)$$

Entradas e saídas são medidas para $k = 1, 2, \dots, m + d + N$. Então $N+1$ equações da forma

$$y(k) = \boldsymbol{\Psi}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + e(k) \quad (3.14)$$

podem ser representadas como uma equação vetorial

$$\mathbf{y}(m+d+N) = \boldsymbol{\Psi}(m+d+N) \hat{\boldsymbol{\theta}}(m+d+N-1) + \mathbf{e}(m+d+N) \quad (3.15)$$

onde

$$\mathbf{y}^T(m+d+N) = [y(m+d) \ y(m+d+1) \ \dots \ y(m+d+N)] \quad (3.16)$$

e

$$\boldsymbol{\Psi}(m+d+N) = \begin{bmatrix} -y(m+d-1) & -y(m+d-2) & \dots & -y(d) & u(m-1) & u(m-2) & \dots & u(0) \\ -y(m+d) & -y(m+d-1) & \dots & -y(1+d) & u(m) & u(m-1) & \dots & u(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y(m+d+N-1) & -y(m+d+N-2) & \dots & -y(N+d) & u(m+N-1) & u(m+N-2) & \dots & u(N) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{e}^T(m+d+N) = [e(m+d) \ e(m+d+1) \ \dots \ e(m+d+N)] \quad (3.18)$$

Minimizando a função:

$$V = \mathbf{e}^T(m+d+N) \mathbf{e}(m+d+N) = \sum_{k=m+d}^{m+d+N} e^2(k) \quad (3.19)$$

O ponto de valor mínimo na função custo é determinado quando se faz o gradiente em relação aos parâmetros estimados ser igual a zero. Portanto

$$\left. \frac{dV}{d\theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} = \mathbf{0} \quad (3.20)$$

Substituindo

$$\mathbf{P}(m+d+N) = \left[\mathbf{\Psi}^T(m+d+N) \mathbf{\Psi}(m+d+N) \right]^{-1} \quad (3.21)$$

no estimador, obtém-se

$$\hat{\theta}(m+d+N-1) = \mathbf{P}(m+d+N) \mathbf{\Psi}^T(m+d+N) \mathbf{y}(m+d+N) \quad (3.22)$$

Este é o estimador paramétrico não recursivo para $N \geq 2m$. Os parâmetros são estimados somente depois da armazenagem de todos os sinais medidos. Detalhes sobre a solução analítica da função custo podem ser encontrados em ÅSTRÖM e WITTENMARK (1989).

3.3.2 Método recursivo dos mínimos quadrados

Escrevendo a estimação não recursiva para $\hat{\theta}(k+1)$ e $\hat{\theta}(k)$ e subtraindo um do outro irá se obter o algoritmo recursivo de estimação de parâmetros. Desta maneira pode-se ter disponível a cada instante uma estimativa calculada a partir da estimativa anterior e dos novos dados coletados. A atualização dos parâmetros estimados deve ser proporcional ao erro segundo a equação:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \gamma(k) \left[y(k+1) - \mathbf{\Psi}^T(k+1) \hat{\theta}(k) \right] \quad (3.23)$$

sendo:

$\hat{\theta}(k+1)$	nova estimação
$\hat{\theta}(k)$	velha estimação
$\gamma(k)$	vetor de correção ou inovação
$y(k+1)$	nova medida
$\mathbf{\Psi}^T(k+1) \hat{\theta}(k)$	predição um passo a frente da nova medida

O vetor de correção é dado por:

$$\gamma(k) = \mathbf{P}(k+1)\boldsymbol{\psi}(k+1) = \frac{\mathbf{P}(k)\boldsymbol{\psi}(k+1)}{\boldsymbol{\psi}^T(k+1)\mathbf{P}(k)\boldsymbol{\psi}(k+1) + 1} \quad (3.24)$$

e

$$\mathbf{P}(k+1) = \mathbf{P}(k) - \mathbf{P}(k)\gamma(k)\boldsymbol{\psi}^T(k+1) = \left[\mathbf{I} - \gamma(k)\boldsymbol{\psi}^T(k+1) \right] \mathbf{P}(k) \quad (3.25)$$

A esperança da matriz $\mathbf{P}$ é proporcional a matriz de covariância dos parâmetros estimados, por este motivo ela é chamada de matriz de covariância

$$E\{\mathbf{P}(k+1)\} = \frac{1}{\sigma_e^2} \text{cov}\{\Delta\boldsymbol{\theta}(k)\} \quad (3.26)$$

com

$$\sigma_e^2 = E\{\mathbf{e}^T \mathbf{e}\} \quad (3.27)$$

e o erro do parâmetro

$$\Delta\boldsymbol{\theta}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k) - \boldsymbol{\theta}_0 \quad (3.28)$$

Portanto o algoritmo recursivo contém as variâncias dos parâmetros estimados (elementos da diagonal da matriz de covariância). A Equação 3.23 também pode ser escrita da seguinte forma

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k+1) = \boldsymbol{\theta}(k) + \gamma(k)\mathbf{e}(k+1) \quad (3.29)$$

Com um algoritmo recursivo, em suas equações dinâmicas é necessário ao estimador valores iniciais para $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ e $\mathbf{P}$. É usual iniciar o vetor de parâmetros com valores nulos, principalmente quando não se tem informação a respeito de seus valores reais. A matriz de covariância é iniciada como uma matriz diagonal de elementos com valor elevado.

$$\mathbf{P}(0) = \alpha \mathbf{I}$$

$$\alpha \approx 10^4$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(0) = \mathbf{0}$$

Mais estritamente, algum conhecimento *a priori* que contribua com alguma expectativa destes valores, $\hat{\boldsymbol{\theta}}(0)$ e $\mathbf{P}(0)$, pode ser valiosa para assegurar o comportamento do modelo.

3.3.3 Algoritmo estendido de mínimos quadrados

Este algoritmo é utilizado na estimação de modelos como o ARMAX. Neste algoritmo os parâmetros do filtro de ruído são incluídos no vetor de parâmetros e o vetor de regressão é aumentado com valores do ruído.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^T = [\hat{a}_1 \dots \hat{a}_m \hat{b}_1 \dots \hat{b}_m \hat{d}_1 \dots \hat{d}_m] \quad (3.30)$$

$$\boldsymbol{\psi}^T(k) = [-y(k-1) \dots -y(k-m) \ u(k-d-1) \dots u(k-d-m) \ \hat{v}(k-1) \dots \hat{v}(k-p)] \quad (3.31)$$

3.3.4 Estimação do valor do estado estacionário (Y_∞ e U_∞)

Sendo:

$$\begin{aligned} u(k) &= U(k) - U_\infty \\ y(k) &= Y(k) - Y_\infty \end{aligned} \quad (3.32)$$

Para a estimação de parâmetros os valores das variações de $u(k)$ e $y(k)$ dos sinais medidos $U(k)$ e $Y(k)$ devem ser utilizadas. Os valores U_∞ e Y_∞ devem ser estimados ou removidos. Os seguintes métodos podem ser aplicados:

a) Diferença

Uma maneira de se obter as variações sem o conhecimento dos valores de U_∞ e Y_∞ é fazer a seguinte diferença:

$$\begin{aligned} U(k) - U(k-1) &= u(k) - u(k-1) = \Delta u(k) \\ Y(k) - Y(k-1) &= y(k) - y(k-1) = \Delta y(k) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Ao invés de $u(z)$ e $y(z)$ os sinais $\Delta u(z) = u(z)(1 - z^{-1})$ e $\Delta y(z) = y(z)(1 - z^{-1})$ são utilizados para a estimação de parâmetros. Nos algoritmos de estimação de parâmetros $u(k)$ e $y(k)$ devem ser substituídos por $\Delta u(k)$ e $\Delta y(k)$, mas se os valores do estado estacionário precisam ser explícitos outros métodos devem ser utilizados.

Observação: este método é recomendado somente para sistemas com ruídos de baixa frequência.

b) Média

Os valores do estado estacionário podem ser calculados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} Y_{\infty} &= \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M Y(k) \\ U_{\infty} &= \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M U(k) \end{aligned} \quad (3.34)$$

c) Estimação implícita de uma constante

A estimação dos valores de U_{∞} e Y_{∞} pode ser incluída na estimação de parâmetros. Substituindo a Equação 3.32 em

$$\begin{aligned} y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_m y(k-m) &= b_0 u(k-d) + \\ + b_1 u(k-d-1) + \dots + b_m u(k-d-m) \end{aligned} \quad (3.35)$$

Obtém-se:

$$Y(k) = -a_1 Y(k-1) - \dots - a_m Y(k-m) + b_1 U(k-d-1) + \dots + b_m U(k-d-m) + C \quad (3.36)$$

Onde

$$C = (1 + a_1 + \dots + a_m)Y_\infty - (b_1 + \dots + b_m)U_\infty \quad (3.37)$$

Estendendo o vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ incluindo o elemento C e o vetor de dados $\psi^T(k)$ adicionando o valor 1 (um), as medidas de $Y(k)$ e $U(k)$ podem ser usadas diretamente na estimação e C pode também ser estimado.

$$\hat{\theta}^T(k) = [a_1 \dots a_m \ b_1 \dots b_m \ C] \quad (3.38)$$

$$\psi^T(k) = [-Y(k-1) \dots -Y(k-m) \ U(k-d-1) \dots U(k-d-m) \ 1] \quad (3.39)$$

Para ruídos de alta frequência este método é o mais indicado.

3.3.5 Condições de convergência

As exigências gerais para o bom desempenho dos métodos de estimação de parâmetros são que os parâmetros estimados sejam não tendenciosos

$$E\{\hat{\theta}(N)\} = \theta_0, \quad N \text{ finito} \quad (3.40)$$

e consistente na média dos quadrados (ISERMANN *et al.*, 1992)

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E\{\hat{\theta}(N)\} = \hat{\theta}_0 \quad (3.41)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E\{\hat{\theta}(N) - \theta_0\}[\hat{\theta}(N) - \theta_0]^T = 0 \quad (3.42)$$

Para o método dos mínimos quadrados, aplicados a equações de diferenças estáveis e lineares nos parâmetros, as seguintes condições devem ser satisfeitas (ISERMANN, 1988 apud ISERMANN *et al.*, 1992).

1. A ordem do processo e o tempo morto devem ser conhecidos.

2. O sinal de entrada $u(k) = U(k) - U_\infty$ deve ser mensurável e U_∞ deve ser conhecido.
3. O sinal de entrada deve ser persistentemente excitado no mínimo de ordem m (maiores detalhes sobre a ordem de excitação podem ser vistos em ÅSTRÖM e WITTENMARK (1989) e em ISERMANN *et al.*, 1992).
4. O sinal de saída $y(k) = Y(k) - Y_\infty$ deve ser perturbado por um ruído estacionário $n(k)$. Y_∞ deve ser conhecido e deve corresponder com U_∞ de acordo como comportamento estático do processo.
5. A equação do erro $e(k)$ deve ser não correlacionada com os elementos do vetor de dados $\Psi^T(k)$. Isto significa que $e(k)$ deve ser não correlacionado.
6. $E\{e(k)\} = 0$.

A convergência do algoritmo recursivo também depende da escolha do valores iniciais $\mathbf{P}(0)$ e $\hat{\boldsymbol{\theta}}(0)$.

A exigência de que o erro não seja correlacionado, impõe consideráveis restrições a aplicabilidade do método dos mínimos quadrados para processos muito ruidosos. A estimação de parâmetros não tendenciosos supõe um filtro de ruído

$$G_v(z) = \frac{n(z)}{v(z)} = \frac{1}{A(z^{-1})} \quad (3.43)$$

que raramente existe. Portanto, outros métodos devem ser utilizados para processos fortemente perturbados. Entretanto, o método recursivo de mínimos quadrados é bem conveniente para o controle adaptativo.

3.4 Estimação paramétrica recursiva de sistemas lineares variantes no tempo

Para a maioria dos processos os parâmetros dos modelos não são constantes. Eles mudam devido a influências internas e externas no decorrer do tempo. Geralmente o comportamento dinâmico de um sistema é linearizado em torno de um ponto operacional para pequenas mudanças de sinal. Depois de mudanças no ponto operacional o comportamento não linear real do processo torna-se efetivo. Quando o comportamento não linear não é muito forte

e o ponto de operação muda lentamente, geralmente bons resultados são obtidos com equações de diferenças lineares e variantes no tempo (ISERMANN *et al.*, 1992).

Os algoritmos mostrados na seção anterior são apropriados para sistemas invariantes no tempo. Com o passar do tempo os parâmetros tendem aos seus valores reais, com isso há a queda nos valores da matriz de covariância ($\mathbf{P}$) e conseqüentemente o vetor de correção ou inovação terá seus valores cada vez menores. Portanto, o algoritmo vai perdendo sua capacidade de adaptação. Na prática este tipo de comportamento não é apropriado.

Se existem modificações no sinal de entrada e variações nos parâmetros do processo, algoritmos que ponderam distintamente os dados mais antigos e mais recentes podem melhorar o desempenho da estimação recursiva.

3.4.1 Fator de esquecimento constante

O algoritmo de estimação por mínimos quadrados pode ser modificado para manter a sensibilidade a variações dos parâmetros do processo. Talvez a modificação mais comum é a aplicação de pesos maiores aos novos dados e menores aos mais antigos. Isto pode ser feito incluindo um peso exponencial .

A Equação 3.19 pode ser substituída pela seguinte equação:

$$V = \sum_{k=m+d}^{m+d+N} \zeta(k) e^2(k) \quad (3.44)$$

onde $\zeta(k)$ é uma função de ponderação que varia no tempo. Escolhendo-se $\zeta(k)$ como:

$$\zeta(k) = \lambda^{m+d+N-k} \quad (3.45)$$

Isto leva a um fator de esquecimento exponencial. λ é chamado popularmente de fator de esquecimento e varia entre 0 e 1. O algoritmo recursivo de mínimos quadrados torna-se:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k+1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k) + \gamma(k) \left[y(k+1) - \boldsymbol{\psi}^T(k+1) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k) \right] \quad (3.46)$$

$$\gamma(k) = \mathbf{P}(k+1) \boldsymbol{\psi}(k+1) = \frac{\mathbf{P}(k) \boldsymbol{\psi}(k+1)}{\boldsymbol{\psi}^T(k+1) \mathbf{P}(k) \boldsymbol{\psi}(k+1) + \lambda} \quad (3.47)$$

$$\mathbf{P}(k+1) = \left[\mathbf{I} - \gamma(k) \boldsymbol{\psi}^T(k+1) \right] \mathbf{P}(k) \frac{1}{\lambda} \quad (3.48)$$

Quando $\lambda=1$ o algoritmo original é retomado.

Algoritmos de estimação de parâmetros com fator de esquecimento constante são apropriados para processos com pequenas mudanças nos parâmetros e entradas persistentemente excitadas. Entretanto, problemas poderão surgir se um fator de esquecimento menor que 1 for utilizado em sistemas com excitação insuficiente. Os elementos de $\mathbf{P}(k+1)$ crescem continuamente, este efeito é chamado de *blow up* (explosão) da matriz de covariância. Como o vetor de correção é:

$$\gamma(k) = \mathbf{P}(k+1) \boldsymbol{\psi}(k+1) = \frac{\mathbf{P}(k) \boldsymbol{\psi}(k+1)}{\boldsymbol{\psi}(k+1)^T \mathbf{P}(k) \boldsymbol{\psi}(k+1) + \lambda} \quad (3.49)$$

o estimador torna-se cada vez mais sensível. Portanto uma pequena perturbação ou um erro numérico será suficiente para gerar grandes mudanças nos parâmetros, este fenômeno é conhecido como *estimator windup* (ÅSTRÖM, 1982 apud SEBORG *et al.*, 1986).

3.4.2 Fator de esquecimento variável

Muitos caminhos para evitar os problemas citados no item anterior já foram propostos: ajuste da matriz de covariância, uso de um sinal de perturbação, *covariance resetting* entre outros. Dentre todos, o mais popular é o fator de esquecimento variável.

Se o erro de predição entre o modelo e processo é pequeno, a estimação está correta ou o sistema está em estado estacionário. Em ambos os casos o uso de $\lambda(k) \approx 1$ é apropriado. Por outro lado, se o erro é grande, $\lambda(k)$ deve ser pequeno para que promova a rápida adaptação dos parâmetros.

FORTESCUE *et al.* (1981), propôs uso da seguinte função baseada na soma dos erros posteriores para o cálculo do fator de esquecimento

$$\lambda(k) = 1 - \frac{1}{\Sigma_0} \left[1 - \boldsymbol{\psi}^T(k) \boldsymbol{\gamma}(k-1) \right] e^2(k) \quad (3.50)$$

onde Σ_0 é um parâmetro que precisa ser bem escolhido. Pequenos valores de Σ_0 fazem com que $\lambda(k)$ varie muito e para grandes valores a adaptação fica lenta.

Outra função para o cálculo do fator de esquecimento foi proposta por YDSTIE *et al.* (1985), este algoritmo tem características desejáveis de estabilidade e convergência.

$$\lambda(k) = \frac{N_0}{N_0 + e(k)^2 \left[1 + \boldsymbol{\psi}(k-1)^T \mathbf{P}(k-1) \boldsymbol{\psi}(k-1) \right]^{-1}} \quad (3.51)$$

Onde N_0 é um parâmetro de sintonia arbitrário chamado de comprimento de memória, e $e(k)$ é o erro de estimação. Um valor típico para N_0 é 10^4 .

SEBORG e FASOLO (1995) utilizaram a seguinte estratégia empregando o algoritmo de FORTESCUE *et al.* (1981).

$$\gamma(k) = \frac{\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\psi}(k)}{1 + \boldsymbol{\psi}(k)^T \mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\psi}(k)} \quad (3.52)$$

$$\lambda(k) = 1 - \frac{\left(y(k) - \boldsymbol{\psi}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) \right)^2}{\Sigma_0 (1 + \boldsymbol{\psi}(k)^T \mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\psi}(k))} \quad (3.53)$$

$$\mathbf{P}(k) = \frac{\mathbf{W}(k)}{\lambda(k)} \quad \text{se o traço de } \frac{\mathbf{W}(k)}{\lambda(k)} \leq \xi \quad (3.54)$$

senão

$$\mathbf{P}(k) = \mathbf{W}(k)$$

onde

$$\mathbf{W}(k) = \mathbf{P}(k-1) - \gamma(k) \boldsymbol{\psi}^T(k) \mathbf{P}(k-1) \quad (3.55)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \gamma(k) (y(k) - \boldsymbol{\psi}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1)) \quad (3.56)$$

Neste algoritmo Σ_0 e ξ são parâmetros de projeto. A lógica na Equação 3.54 é impedir que a matriz de covariância se torne excessivamente grande durante longos períodos de pouca excitação e permite que o estimador permaneça sensível a mudanças no processo.

3.5 Simulações

Nesta seção são apresentadas algumas simulações de identificação paramétrica utilizando-se o algoritmo dos mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento constante e variável.

Pretende-se ressaltar a mudança que o fator de esquecimento $\lambda \neq 1$ introduz no comportamento do estimador.

Tendo como base a Figura 3.1, serão utilizadas as seguintes funções de transferência:

$$G_p(s) = \frac{y_u(s)}{u(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (3.57)$$

Aplicando a transformada z à $G_p(s)$ juntamente com o *hold* de ordem zero será obtido:

$$HG_p(z) = \frac{y_u(z^{-1})}{u(z^{-1})} = \frac{bz^{-1}}{1 + az^{-1}} \quad (3.58)$$

onde

$$a = -\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \quad (3.59)$$

$$b = K \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \right] \quad (3.60)$$

Admitindo que a saída do processo está contaminada com ruído que possui função de transferência igual a:

$$G_v = \frac{n(z^{-1})}{v(z^{-1})} = \frac{1}{1 + az^{-1}} \quad (3.61)$$

O modelo final do processo será:

$$y(z) = y_p + n \quad (3.62)$$

ou

$$y(z) = \frac{bz^{-1}}{1+az^{-1}} u(z) + \frac{1}{1+az^{-1}} v(z) \quad (3.63)$$

Admitindo que o ruído é igual ao erro:

$$v(k) = e(k) \quad (3.64)$$

Encontra-se o seguinte modelo ARX:

$$y(k) = -ay(k-1) + bu(k-1) + e(k) \quad (3.65)$$

Para a estimação de parâmetros a Equação 3.65 será transformada, para que possam ser utilizados os valores absolutos dos sinais da planta na estimação. Para isso, foi incorporado no modelo a constante C que foi discutida no item 3.3.4, portanto:

$$Y(k) = -aY(k-1) + bU(k-1) + C + e(k) \quad (3.66)$$

Sendo $e(k)$ aleatório e o tempo de amostragem ($\Delta t = 3s$) de 3 segundos. Com $Y(0) = 80$ cm e $U(0) = 12$ mA. As unidades de K e τ são: $K = [\text{cm/mA}]$ e $\tau = [s]$.

3.5.1 Influência do fator de esquecimento constante na estimação paramétrica de um sistema persistentemente excitado

Nesta simulação $G_p(s)$ será:

$$G_p(s) = \frac{30}{90s + 1} \quad (3.67)$$

para $0 < t < 90$ s, e

$$G_p(s) = \frac{40}{5s + 1} \quad (3.68)$$

para $t \geq 90$ s

Será analisada a influência do fator de esquecimento no estimador. Fatores de esquecimento iguais a 1 e 0,85 serão aplicados. Um ruído aleatório com amplitude máxima de $\pm 0,5$ cm é somado ao sinal de saída do processo.

O sistema foi persistentemente excitado como pode ser visto na Figura 3.2.

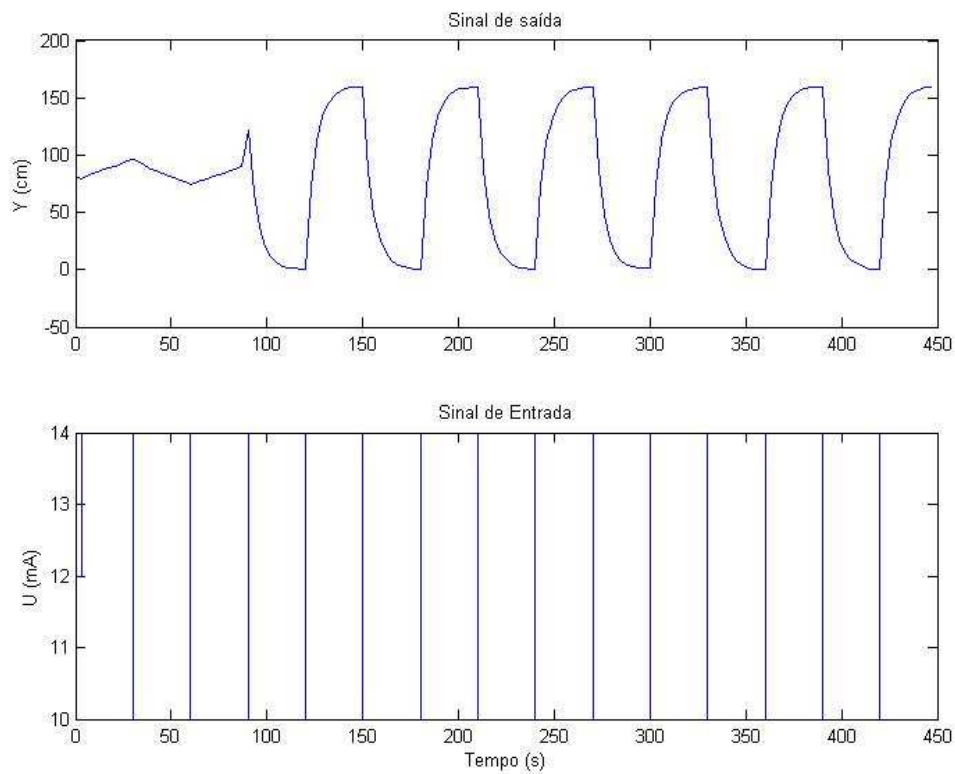


Figura 3.2: Reposta do sistema persistentemente excitado a ser estimado utilizando-se o fator de esquecimento constante

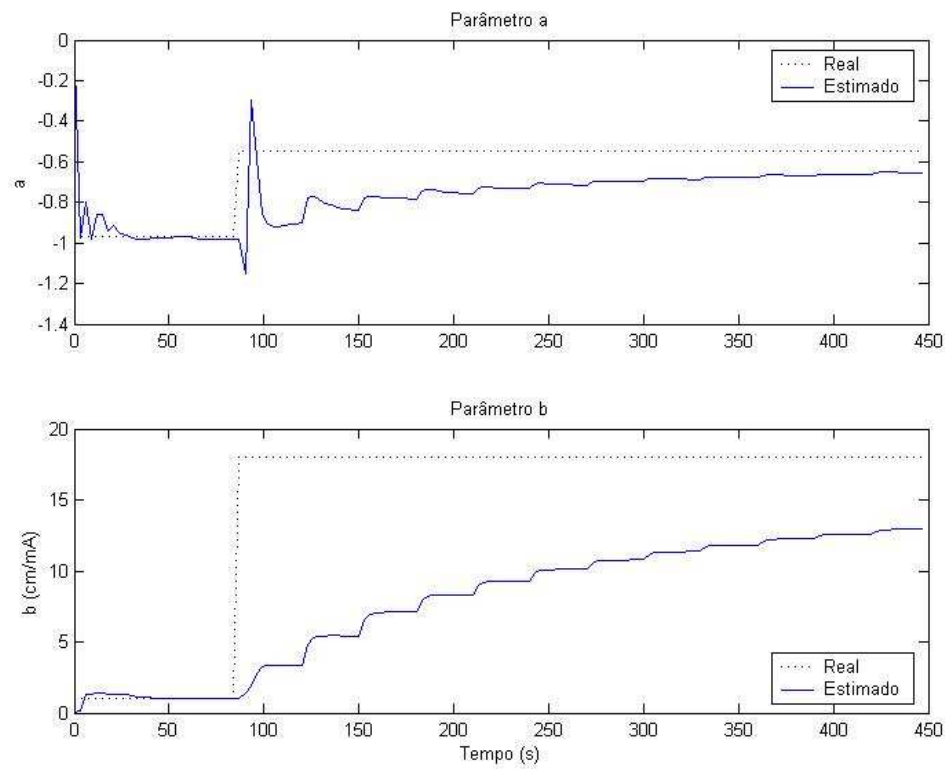


Figura 3.3: Desempenho do estimador utilizando $\lambda = 1$ em um sistema persistentemente excitado

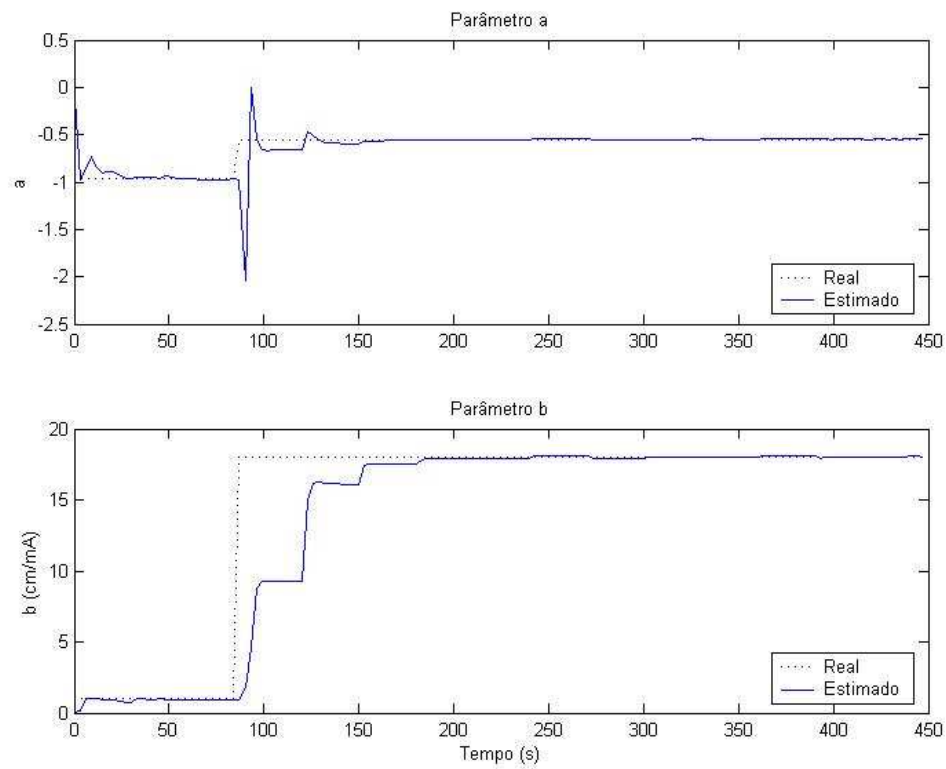


Figura 3.4: Desempenho do estimador utilizando $\lambda = 0,85$ em um sistema persistentemente excitado

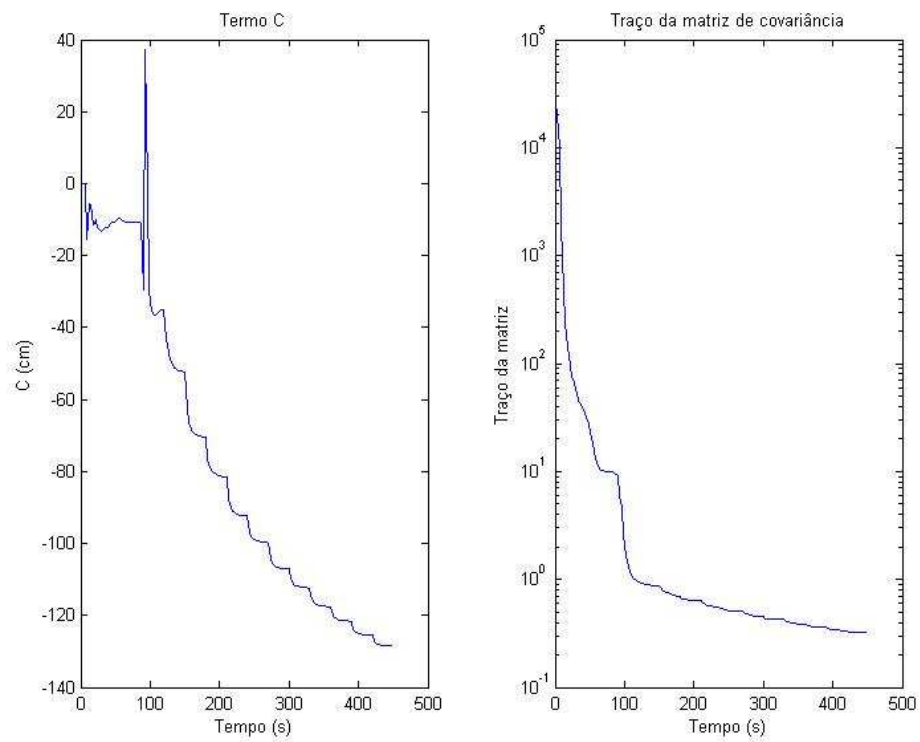


Figura 3.5: Parâmetro C e o traço de P quando o estimador utiliza $\lambda = 1$ em um sistema persistentemente excitado

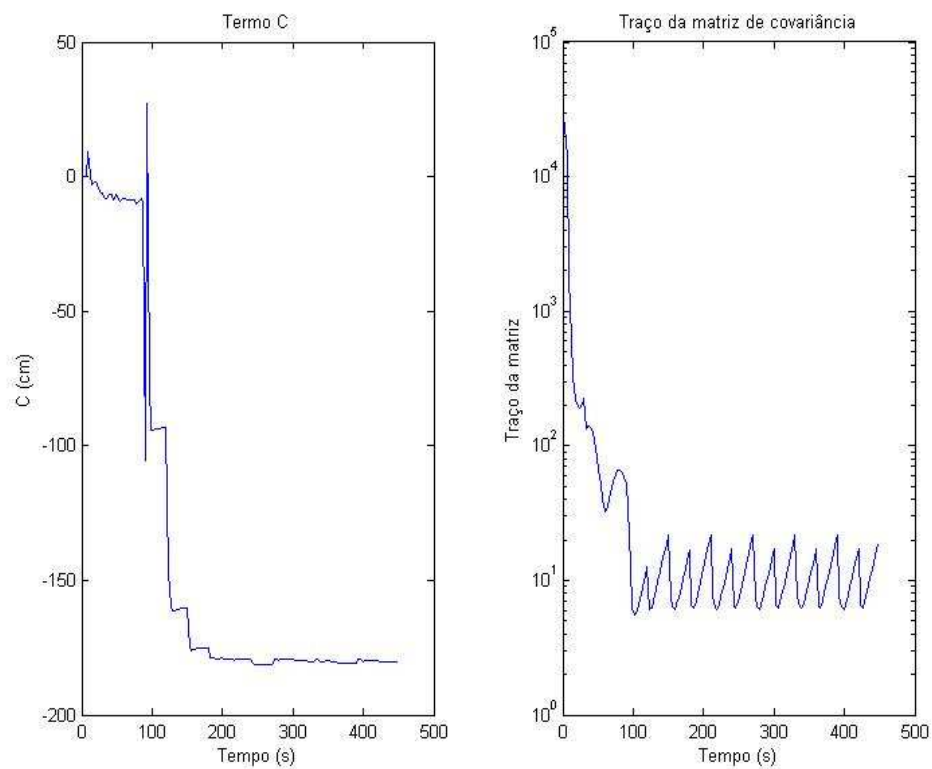


Figura 3.6: Parâmetro C e o traço de P quando o estimador utiliza $\lambda = 0,85$ em um sistema persistentemente excitado

As Figuras 3.3, 3.4, 3.5 e 3.6 mostram que com a diminuição do valor de λ os parâmetros convergem mais rapidamente para os valores reais. Para $\lambda = 1$ o traço da matriz de covariância torna-se cada vez menor, isto provoca a perda de sensibilidade e a convergência lenta do algoritmo. A utilização do fator de esquecimento constante é apropriada para sistemas persistentemente excitados e com baixo nível de ruído.

3.5.2 Influência do fator de esquecimento constante na estimação paramétrica de um sistema com pouca excitação

Nesta simulação $G_p(s)$ será:

$$G_p(s) = \frac{39}{50s + 1} \quad (3.69)$$

A variável de saída deste sistema também está contaminada com ruído de amplitude máxima de $\pm 0,5$ cm. O processo será persistentemente excitado até $t = 90$ s, acima desse tempo a variável de entrada $U(k)$ será mantida constante. A Figura 3.7 mostra o comportamento do sistema. Será utilizado um fator de esquecimento de 0,9.

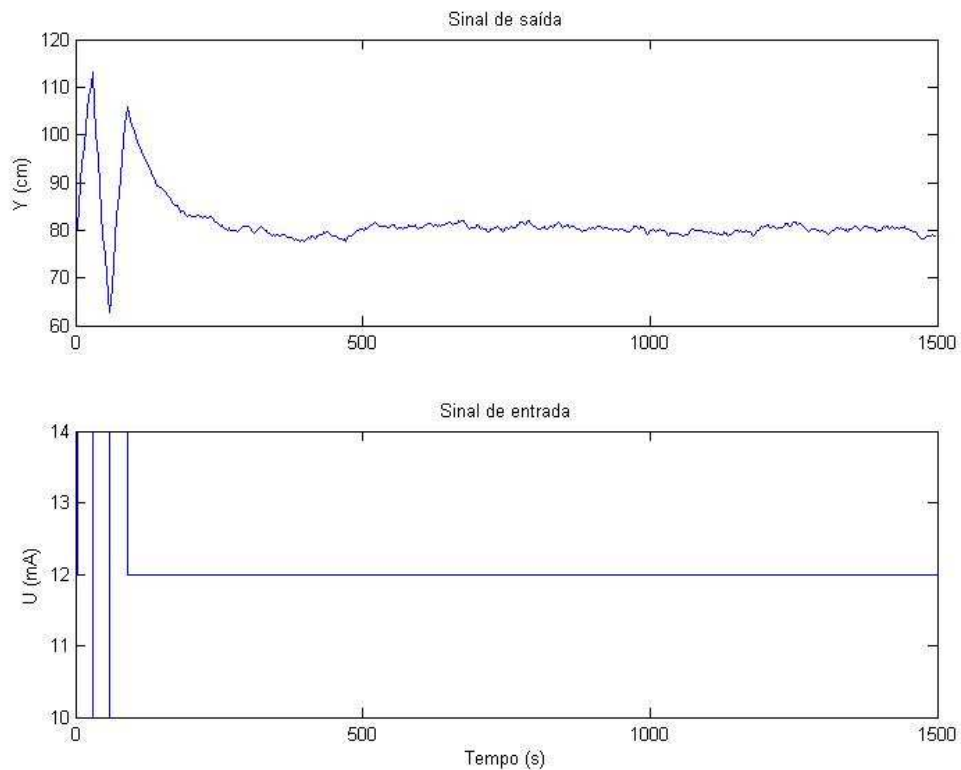


Figura 3.7: Reposta do sistema com pouca excitação a ser estimado utilizando-se o fator de esquecimento constante

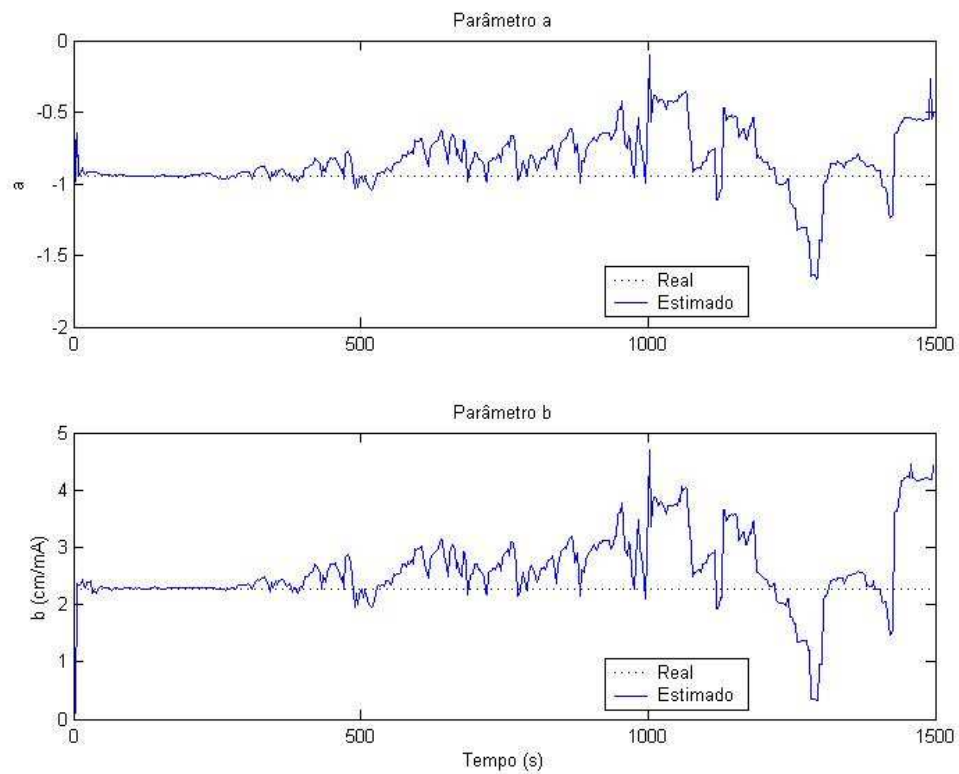


Figura 3.8: Desempenho do estimador utilizando $\lambda = 0,9$ em um sistema com pouca excitação

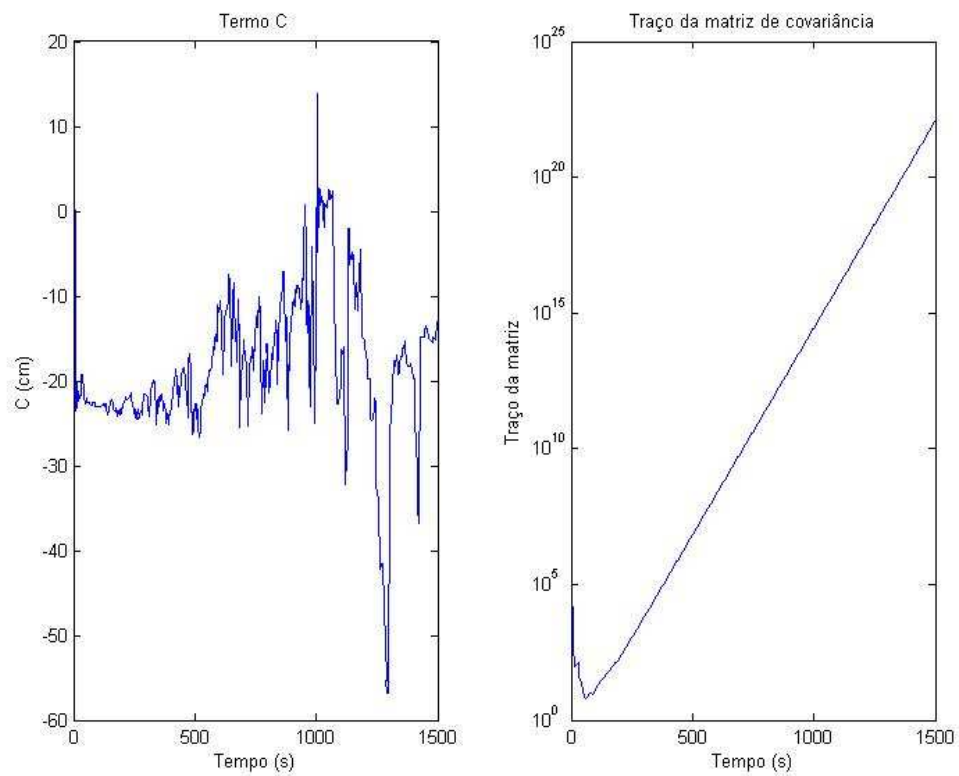


Figura 3.9: Parâmetro C e o traço de P quando o estimador utiliza $\lambda = 0,9$ em um sistema com pouca excitação

Pode ser observado que a matriz de covariância (Figura 3.9) cresce exponencialmente quando o sistema não está sendo perturbado, esse fenômeno é chamado de “*blow-up*” da matriz de covariância (FORTEESCUE, 1981). O crescimento de $\mathbf{P}$ faz com que os parâmetros variem muito, este fenômeno é conhecido como *estimator windup* (SEBORG *et al.*, 1986). Estes problemas podem ser evitados utilizando-se o fator de esquecimento variável.

3.5.3 Influência do fator de esquecimento variável na estimação paramétrica de um sistema

Nesta simulação $G_p(s)$ será:

$$G_p(s) = \frac{30}{90s + 1} \quad (3.70)$$

para $0 < t < 90$ s, e

$$G_p(s) = \frac{40}{5s + 1} \quad (3.71)$$

para $t \geq 90$ s

O sistema será persistentemente excitado até $t = 240$ s acima disso $U(k)$ ficará constante. Foi adicionado à variável de saída um ruído aleatório de amplitude máxima de $\pm 0,5$ cm.

Como parâmetros do estimador utilizou-se:

$$\Sigma_0 = 5$$

$$\xi = 300$$

A Figura 3.10 mostra o comportamento do sistema.

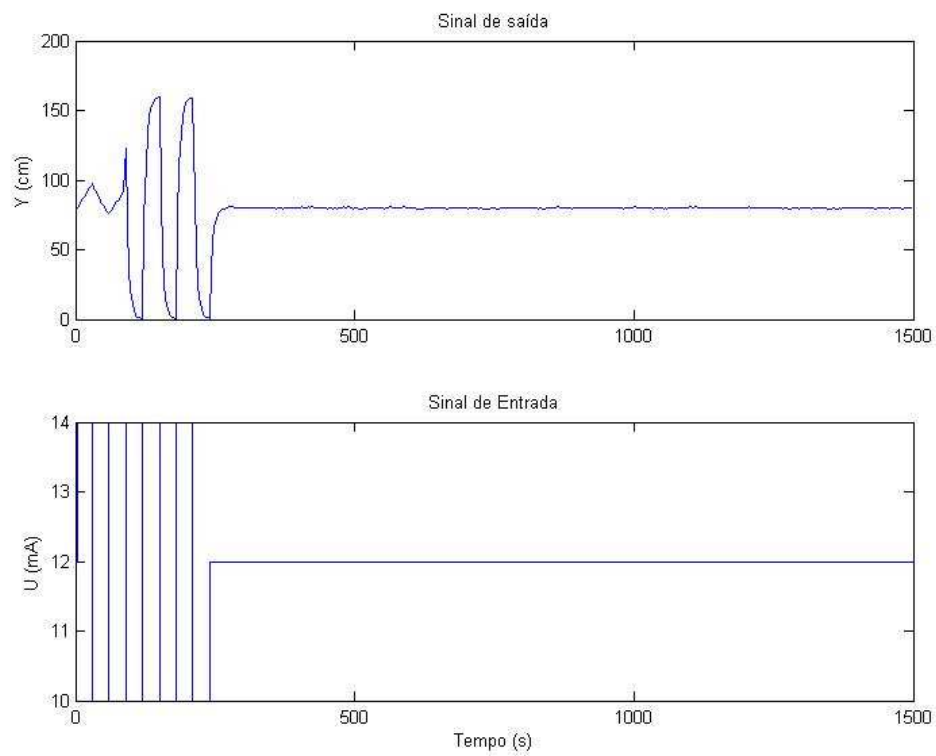


Figura 3.10: Reposta do sistema com pouca excitação a ser estimado utilizando-se o fator de esquecimento variável

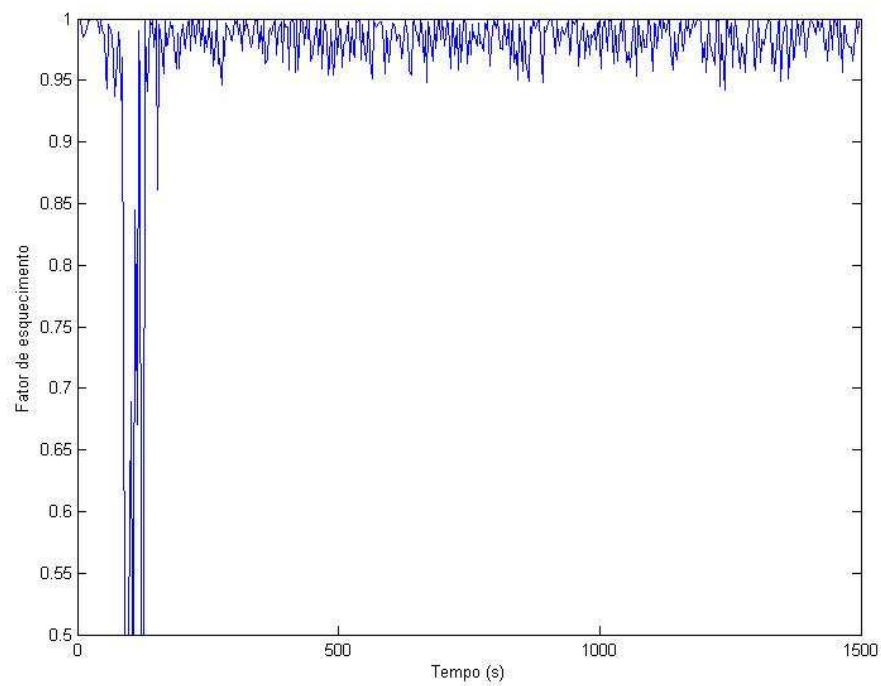


Figura 3.11: Variações do fator de esquecimento

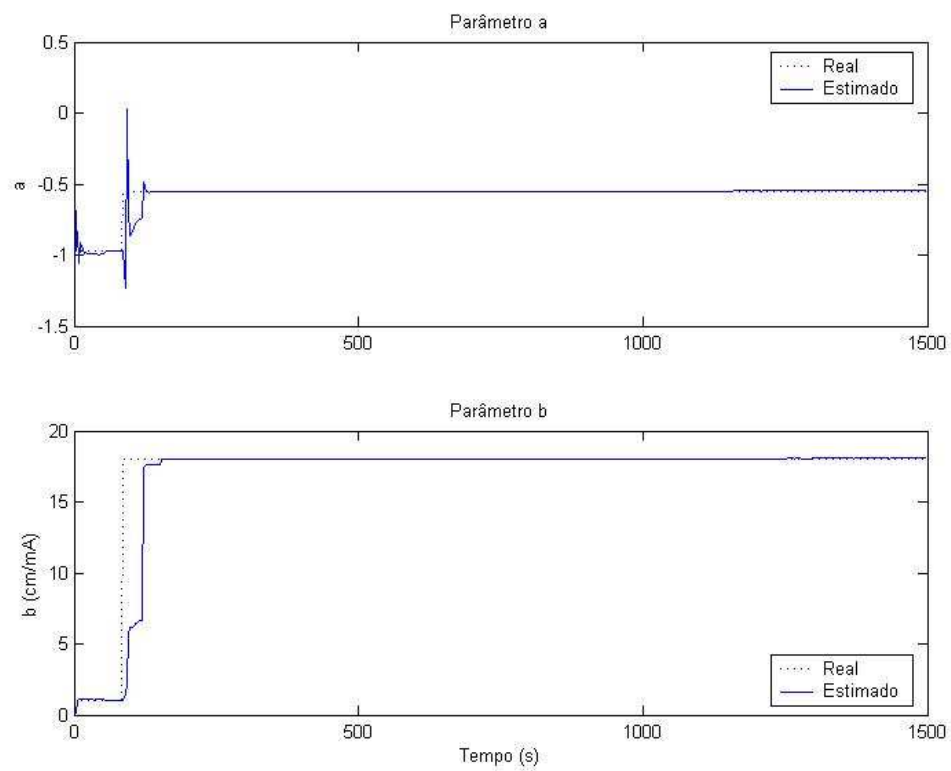


Figura 3.12: Desempenho do estimador quando este utiliza o fator de esquecimento variável.

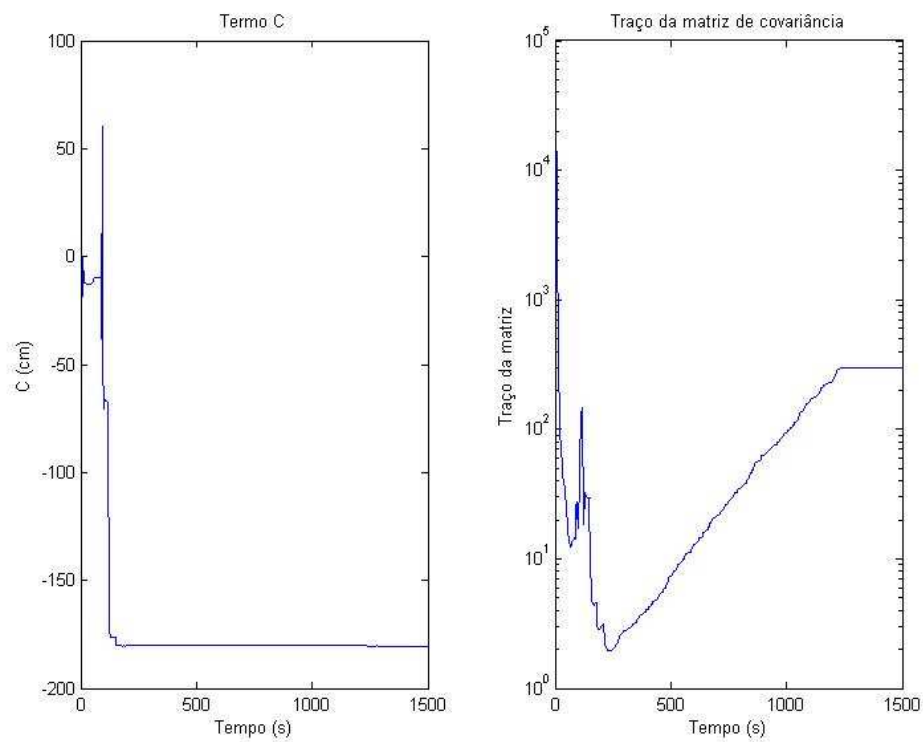


Figura 3.13: Parâmetro C e o traço de P quando o estimador utiliza o fator de esquecimento variável

Pode ser observado na Figura 3.12 que a utilização do fator de esquecimento variável torna a estimação mais rápida além de não permitir que os parâmetros comecem a divergir. A Figura 3.13 mostra como o algoritmo não permitiu que o traço da matriz de covariância crescesse demasiadamente. Pode-se concluir que a utilização do fator de esquecimento variável para propósitos de controle é apropriada, por isso neste trabalho será utilizado este algoritmo.