

MANUEL RAMÓN VILLAFANE SILDARRIAGA

**ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM MÁQUINAS
ROTATIVAS FLEXÍVEIS USANDO MATERIAIS
VISCOELÁSTICOS NOS SUPORTES**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
2007

MANUEL RAMÓN VILLAFANE SILDARRIAGA

ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM MÁQUINAS ROTATIVAS FLEXÍVEIS USANDO MATERIAIS VISCOELÁSTICOS NOS SUPORTES

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

Orientador: Prof. Dr. Valder Steffen Junior.

UBERLÂNDIA – MG
2007

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

V713a Villafañe Saldarriaga, Manuel Ramón, 1976-
Atenuação de vibrações em máquinas rotativas flexíveis usando materiais viscoelásticos nos suportes / Manuel Ramón Villafañe Saldarriaga. - 2007.

103 f. : il.

Orientador: Valder Steffen Junior.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.

1. Vibração - Teses. 2. Rotores - Vibração - Teses. I. Steffen Junior, Valder. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 621:534

MANUEL RAMÓN VILLAFANE SILDARRIAGA

ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM MÁQUINAS ROTATIVAS FLEXÍVEIS USANDO MATERIAIS VISCOELÁSTICOS NOS SUPORTES

Tese APROVADA pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da universidade Federal de Uberlândia.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Valder Steffen Jr (Orientador) - UFU

Prof. Dra. Elaine Gomes de Assis - UNIMINAS

Prof. Dr. Francisco Paulo Lépure Neto - UFU

Prof. Dra. Katia Lucchesi Cavalca - UNICAMP

Prof. Dr. Mario Olavo M. de Carvalho - UnB

Prof. Dr. Oscar Saúl Hernandez Mendoza - UFU

Uberlândia, 13 de Agosto de 2007.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Valder Steffen Jr., por seu apoio, incentivo e inestimáveis sugestões durante o transcurso do trabalho.

Aos professores Francisco Paulo Lé pore Neto e Marcelo Braga dos Santos e ao doutorando Patrick Magalhães Cardoso pela Colaboração constante ao longo desta pesquisa, a qual foi indispensável para o avance dos testes experimentais e o desenvolvimento dos modelos dos amortecedores viscoelásticos.

Ao Professor Jarir Mahfoud pela grande ajuda e apoio durante a etapa da identificação da bancada de rotação.

Aos Colegas e demais Professores da FEMEC pela amizade e colaboração.

À FEMEC, pela oportunidade.

À FAPEMIG, pelo apoio financeiro, sem o qual não seria possível a realização deste trabalho de pesquisa.

À comunidade hispano-falante de Uberlândia pela amizade e apoio.

À minha família, pelo amor e compreensão, e pela constante motivação que eles significaram para a culminação deste trabalho.

Saldarriaga. M. V. **Atenuação de Vibrações em Máquinas Rotativas Flexíveis Usando Materiais Viscoelásticos nos Suportes**. 2007. 111p. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

O objetivo deste trabalho é o estudo de uma metodologia para o controle passivo de vibração aplicada a rotores flexíveis, baseada no uso de absorvedores viscoelásticos. Desta forma é aproveitado o alto potencial que oferecem estes materiais para uso em aplicações industriais como absorvedores de ruído e vibrações. Para este fim foi projetado um sistema de absorção de vibrações composto por um conjunto de absorvedores colocados em cada um dos apoios de um rotor flexível. Foi desenvolvida uma metodologia para a identificação e ajuste dos modelos do rotor flexível, os amortecedores viscoelásticos e do sistema rotor-mancais-apoios viscoelásticos. Nesta tese foram considerados dois modelos viscoelásticos, a saber, o modelo viscoelástico dos campos de deslocamento anelásticos (*anelastic displacement fields – ADF*) e o modelo caracterizado pelo módulo de rigidez complexo. A resposta obtida através do modelo adotado para o sistema rotor flexível contendo os absorvedores viscoelásticos, é comparada com aquela obtida experimentalmente observando-se que a modelagem desenvolvida permite identificar satisfatoriamente as velocidades críticas. A aplicação dos absorvedores viscoelásticos permitiu diminuir consideravelmente o nível de vibração inicialmente medido no sistema, apesar do aparecimento de não-linearidades associadas ao sistema de acionamento.

Saldarriaga, M.V. **Vibration Attenuation of Flexible Rotating Machines by Using Viscoelastic Absorbers in the Supports**. 2007. 111p. PhD Thesis. Federal University of Uberlandia, Uberlândia.

Abstract

The purpose of this work is the study of a passive vibration control methodology applied to flexible rotors based on the use of viscoelastic vibration absorbers. In this way, the capability of the viscoelastic material to reduce mechanical vibrations is taken into account. A device composed by a set of viscoelastic absorbers is designed to be used in the supports of a flexible rotating machine. A methodology for the identification and model-updating of the flexible rotor, the viscoelastic absorbers, and the rotor-bearing-viscoelastic absorber system was performed. Two viscoelastic models were used in this work, namely the anelastic displacement fields (ADF) model and the complex modulus based model. The analytic response obtained by using the model composed by the flexible rotor and the viscoelastic absorbers was compared with the experimental one. The model allows the identification of the critical speeds observed in the experimental test. Experimentally, it was observed that the application of viscoelastic absorbers was able to reduce the initial vibration measured in the system, satisfactorily.

TABELA DE SÍMBOLOS

σ	-	Função da tensão
G_r	-	Módulo de elasticidade do material viscoelástico (módulo estático, ou módulo de baixa frequência).
ε	-	Função da deformação.
ω	-	Frequência de Oscilação
σ_0	-	Tensão constante.
t_0	-	Tempo inicial.
η	-	Fator de Perda
α_T	-	O fator de deslocamento usado em base ao princípio de superposição frequência-temperatura
K'	-	Rigidez complexa do material viscoelástico.
γ	-	Fator de forma.
C_B	-	Velocidade de propagação da onda mecânica
ρ	-	Densidade do Material
α_n	-	Expoente fracionário usado no modelo das derivadas fracionárias.
β_n	-	Expoente fracionário usado no modelo das derivadas fracionárias.
D^α	-	Operador de derivada fracionária.
Γ	-	Função <i>gamma</i> , usada no modelo das derivadas fracionárias.
N	-	Número de campos de deslocamento considerado.
$\dot{\phi}$	-	Velocidade angular do rotor. Quando é assumida como sendo constante é Ω .
δW	-	Trabalho virtual das forças atuando sobre o eixo, devido ao desbalanceamento.
q_i^A	-	Referente às coordenadas generalizadas do i -esimo deslocamento anelástico
K_v^∞	-	Rigidez do sólido viscoelástico a altas frequências
$\{\Delta_l\}$	-	Vetor de constantes usado na equação dos deslocamentos produzidos num rotor

devido a forças de desbalanceamento.

- $\{\Delta_2\}$ - Vetor de constantes usado na equação dos deslocamentos produzidos num rotor devido a forças de desbalanceamento.
- K_{Tv}^* - Matriz devida ao efeito viscoelástico dos absorvedores localizados nos suportes.
- $\overline{\mathbf{Dr}}$ - Vetor de receptância complexa.
- $\mathbf{F}_T$ - Vetor das forças de excitação aplicadas sobre o sistema.
- F_{1j} - Função objetivo usada para o ajuste das frequências naturais relacionadas com os modos de vibração que aparecem na direção j
- k_{1j} - Rigidez do mancal superior na direção j
- k_{2j} - Rigidez do mancal inferior na direção j
- m_{1j} - Massa concentrada do mancal superior na direção j
- m_{2j} - Massa concentrada do mancal inferior na direção j
- $[\mathcal{X}]$ - Matriz diagonal contendo as frequências naturais.
- D_j - Vetor contendo os coeficientes de amortecimento (coeficientes dos mancais e coeficientes de amortecimento modais):
- S^* - Rigidez dinâmica do sistema
- γ - Fator de Forma
- ψ - Rotação medida sobre o plano inercial XY .
- θ - Rotação medida sobre o plano não inercial y_1z_1 .
- ϕ - Rotação medida sobre o plano não inercial xz .
- α - Ângulo de fase da massa concentrada
- Ω - Velocidade de rotação do sistema
- ν - Módulo de Poisson
- ε^A - Deslocamento anelástico interno.
- σ^A - A tensão no amortecedor, no modelo dos campos de deslocamento anelástico, considerando um único campo de deslocamento.
- ε^E - Deslocamento elástico.
- Ω_i - Inverso do tempo de relaxação com deformação constante correspondente ao campo anelástico i .
- Δ_i - Relação entre o módulo de rigidez relaxado e a rigidez do campo de deslocamento

anelástico i .

- T - Temperatura medida no espécime.
- $\{q\}$ - Vetor contendo o conjunto de coordenadas generalizadas necessárias para descrever o movimento da estrutura.
- $\{v\}$ - Vetor que contem as frequências naturais calculadas para o modelo analítico do rotor
- A - Matriz de Estado do sistema completo
- b - Altura da esponja de material viscoelástico usada na construção do apoio.
- B - Matriz de Estado do sistema completo
- C_b - Coeficientes de amortecimento dos rolamentos ou mancais hidrodinâmicos
- C_i - Parâmetro que permite relacionar o processo físico de relaxação ao deslocamento total.
- d - Excentricidade da massa concentrada.
- E - Módulo de Young
- F_0 - Força axial sobre o Elemento de Árvore
- F_u - Componentes das forças generalizadas, devido ao desbalanceamento.
- F_w -
- G - Módulo de cisalhamento do material.
- G' - Parte real do modulo de cisalhamento complexo do material viscoelástico (Módulo de armazenamento).
- G'' - Parte imaginaria do modulo de cisalhamento complexo do material viscoelástico (Módulo de Perda).
- G_D - Matriz giroscópica do elemento de Disco.
- H - Largura da esponja de material viscoelástico usada na construção do apoio.
- I - Momento de inércia da seção transversal em relação à linha neutra do elemento de Árvore.
- I_{Dx}
- I_{Dy} - Elementos da diagonal principal do tensor de inércia dos elementos de Disco.
- I_{Dz}
- K_b - Coeficientes de rigidez dos rolamentos ou mancais hidrodinâmicos
- K_c - Matriz clássica de rigidez do elemento de Árvore.
- K_F - Matriz de rigidez devida às forças axiais
- L - Espessura de material viscoelástico usada na construção do apoio.

M_1	-	Matriz clássica de massa do Elemento de Árvore:
M_2	-	Matriz clássica de massa do Elemento de Árvore:
M_3	-	Matriz de massa devido à influência do efeito da inércia rotatória do Elemento de Árvore:
M_4	-	Matriz de massa devido à influência do efeito da inércia rotatória do Elemento de Árvore
M_5	-	Matriz de massa devido ao efeito giroscópico do Elemento de Árvore
M_D	-	Matriz de massa do elemento de Disco.
m_u	-	Massa concentrada excêntrica
N_1	-	Primeiro vetor de funções de forma.
N_2	-	Segundo vetor de funções de forma.
R_i	-	Referente ao sistema inercial (fixo) XYZ
R_{ni}	-	Referente ao sistema não inercial (rotativo) xyz.
S	-	Seção transversal do elemento de Árvore.
S_r	-	Área reduzida da seção transversal do elemento de Arvore.
T_g	-	Temperatura de transição vítrea
T_o	-	Temperatura de referencia, usada na aplicação do principio de superposição frequência-temperatura. (Usualmente considerada 290 K).
T_U	-	Energia cinética da massa concentrada m_u .
u	-	Coordenadas generalizadas em relação ao sistema de coordenadas inercial.
U_s	-	Energia de deformação do elemento de Árvore.
w	-	Coordenadas generalizadas em relação ao sistema de coordenadas inercial.
Y_p	-	Posição da massa em relação ao eixo y .

TABELA DE SUBÍNDICES

- M* - Relativo aos graus de liberdade associados aos deslocamentos nas posições dos suportes.
- L* - Relativo aos graus de liberdade associados aos deslocamentos nas posições diferente dos suportes.
- v* - Relativo à rigidez viscoelástica ou à módulo viscoelástico
- e* - Relativo à rigidez elástica ou à módulo elástico
- i* - Correspondente ao campo *i* de deslocamento anelástico
- g* - Corresponde aos pontos de excitação para a obtenção da resposta dinâmica.
- h* - Corresponde aos pontos de medição para a obtenção da resposta dinâmica.

TABELA DE SUPERÍNDICES

- e* - Relativo aos Campos de deslocamento elástico
- a* - Relativo aos Campos de deslocamento anelástico

SUMÁRIO

1.	-	INTRODUÇÃO	1
1.1.	-	MOTIVAÇÃO	1
1.2.	-	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE ASPECTOS RELACIONADOS AO CONTROLE DAS MÁQUINAS ROTATIVAS	3
1.2.1.	-	Comportamento Dinâmico de Máquinas Rotativas	3
1.2.2.	-	Técnicas de Controle	6
1.3.	-	ORGANIZAÇÃO DA TESE	8
2.	-	MATERIAIS VISCOELÁSTICOS	10
2.1	-	INFLUÊNCIA DE OUTROS EFEITOS NO COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO	14
2.1.1.	-	Influência da Temperatura nas Propriedades Viscoelásticas	14
2.1.2.	-	Influência das Cargas Estáticas nas Propriedades Viscoelásticas	17
2.2.	-	CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO	17
2.3.	-	IDENTIFICAÇÃO DO COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO	19

2.3.1.	- Ensaio Transientes	20
2.3.2.	- Ensaio Dinâmicos	20
2.3.3.	- Fontes de Erro na Realização dos Ensaio	24
2.4.	- MODELAGEM DO COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO	25
2.5.	- MODELO DOS CAMPOS DE DESLOCAMENTO ANELÁSTICOS (ADF)	28
3.	- MODELOS MATEMÁTICOS	31
3.1.	- MODELO MATEMÁTICO DE UM SISTEMA ROTATIVO	31
3.1.1.	- Elemento de Disco	32
3.1.2.	- Elemento de Árvore	34
3.1.3.	- Elemento de Mancal	38
3.1.4.	- Efeito das Massas de Desbalanceamento	41
3.2.	- MODELAGEM DE COMPONENTES VISCOELÁSTICOS USADOS EM APOIOS DE SISTEMAS ROTATIVOS	43
3.2.1.	- Modelagem de Apoios Translacionais Viscoelásticos	44
4.	- IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DINÂMICOS DOS MODELOS	51
4.1	- IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DINÂMICOS DO ROTOR FLEXÍVEL	51
4.1.1.	- Modelo do Sistema Rotativo	52

4.1.2	- Ajuste dos Parâmetros Dinâmicos do Rotor em Repouso (parado)	53
4.1.3.	- Determinação das forças de desbalanceamento – Sistema giroscópico	57
4.2.	- IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DINÂMICOS DOS ABSORVEDORES DE VIBRAÇÃO VISCOELÁSTICOS	58
5.	- RESULTADOS	61
5.1.	- IDENTIFICAÇÃO DA BANCADA DE ROTOR FLEXÍVEL	61
5.1..1.	- Resultados da Identificação	63
5.2.	- IDENTIFICAÇÃO DOS ABSORVEDORES VISCOELÁSTICOS	68
5.2.1.	- Bancada de identificação dos absorvedores Viscoelásticos	70
5.2.2	- Resultados da identificação	71
5.3.	- RESULTADOS DA APLICAÇÃO DOS ABSORVEDORES VISCOELÁSTICOS NOS SUPORTES DO ROTOR	78
5.4	- ANALISE DOS RESULTADOS	80
6.	- CONCLUSÕES	83
6.1.	- MODELAGEM	83
6.2.	- IDENTIFICAÇÃO DOS SISTEMAS DINÂMICOS	84
6.2.	- PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS	86
7.	- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	87

APÊNDICE A – MATRIZES DOS ELEMENTOS DE DISCO E EIXO	98
APÊNDICE B – GEOMETRIA DOS COMPONENTES MECÂNICOS DOS ABSORVEDORES VISCOELÁSTICOS	101
APÊNDICE C – DADOS TÉCNICOS DO MATERIAL DA SORBUTHANE	102

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. MOTIVAÇÃO

As condições atuais de alta competitividade nos mercados industriais representam um constante desafio aos projetistas de equipamentos industriais, criando expectativas cada vez mais exigentes por equipamentos de menor custo e tamanho, melhor desempenho, e ainda, exigindo maior confiabilidade, baixas frequências de manutenção, e o cumprimento das normas relativas aos níveis máximos de ruído e vibração.

Neste panorama, o projeto dos sistemas rotativos é uma das áreas onde se observam maiores exigências; dada sua importância estratégica em indústrias como as de geração de energia elétrica, de exploração e refino de petróleo, nuclear e aeroespacial.

As máquinas rotativas atuam sob a influência de forças dinâmicas indesejadas que podem ser extremamente elevadas. Estas forças são geralmente produto de desbalanceamentos, desalinhamentos, folgas nos mancais ou atrito no eixo e podem ter consequências desastrosas, sobretudo na passagem do rotor pelas velocidades críticas. As cargas dinâmicas comprometem os componentes mecânicos, provocando diminuição geral do desempenho do sistema, além de produzir desconforto. Geralmente o valor destas forças está diretamente relacionado com o nível de vibrações presente no equipamento.

Existem diferentes alternativas para controlar as vibrações neste tipo de sistemas. Por um lado, existem soluções óbvias como balancear ou alinhar o rotor, eliminar o atrito no eixo, corrigir as folgas ou substituir os mancais. Se estes procedimentos não conseguem reduzir os níveis de vibração até os padrões aceitáveis, é necessário partir para o uso de técnicas de controle ativo, passivo ou semi-ativo. Neste caso, geralmente a solução mais simples e econômica é o emprego de técnicas de controle passivo, agregando amortecimento ao sistema. Desta maneira, parte da energia (produto das cargas dinâmicas indesejadas) é eliminada em forma de calor, diminuindo os níveis de vibração do equipamento. Ainda que estas técnicas apresentem limitações com relação ao controle ativo, ou ao semi-ativo, podem ser também uma alternativa muito versátil; ademais estas técnicas apresentam a vantagem de não precisar de nenhuma forma de energia externa, garantindo a estabilidade do sistema.

Os procedimentos mais comuns para o incremento do amortecimento em sistemas rotativos são o emprego de amortecedores de filme fluido (SFD) e o uso de suportes viscoelásticos. Na atualidade os SFD são mais usados: estes são projetados para operar em série com os mancais como um sistema integrado de apoio (Lund, 1974). No entanto, este tipo de amortecedor apresenta algumas desvantagens devido à complexidade do mecanismo, alto custo, funcionamento em faixas de frequências limitadas e tolerâncias apertadas. Por outro lado, os materiais viscoelásticos surgem como uma alternativa viável, dado o seu baixo custo, simplicidade e alto desempenho, quando usados como suportes de mancais. O pouco uso deste tipo de suporte pode ser explicado pela dificuldade do projeto destes sistemas, dado que é bastante recente o desenvolvimento de modelos do comportamento viscoelástico adequados para aplicações estruturais (Trindade, 2000). Muitas vezes o projeto de suportes viscoelásticos é desenvolvido a partir de ensaios experimentais sem dispor de um modelo matemático do sistema (Bormann e Gasch, 2002), o que pode tornar o procedimento excessivamente custoso.

Em anos recentes, pesquisadores têm procurado soluções para problemas de vibração tentando mesclar a simplicidade, segurança e economia decorrentes do uso de materiais viscoelásticos, com o alto desempenho, capacidade de adaptação e potencial para atuar numa faixa ampla de frequências, associadas à utilização do controle ativo, mediante o uso atuadores piezoelétricos (Benjeddou, 2001; Inman e Lam, 1997; Lesieutre e Lee, 1996).

A partir deste panorama, foi realizado este trabalho com o objetivo de estudar a aplicação de materiais viscoelásticos no projeto de máquinas rotativas, visando o melhoramento das características dinâmicas do sistema. Com este objetivo, foi projetado um sistema de absorvedores viscoelásticos adequado para sua implementação nos apoios de um rotor flexível. Foi implementado um procedimento para a identificação das características dinâmicas do rotor e, das características viscoelásticas dos absorvedores, posteriormente se desenvolvem modelos matemáticos que permitem a inclusão do efeito viscoelástico no comportamento dinâmico do rotor de forma que seja possível otimizar as características do suporte, procurando que os parâmetros dinâmicos do sistema rotativo (respostas dinâmicas, velocidades críticas e estabilidade) se enquadrem dentro de níveis aceitáveis.

A partir dos modelos desenvolvidos é possível determinar a resposta dinâmica, velocidades críticas e a velocidade limite de estabilidade e projetar ferramentas de controle ativo e semi-ativo, a partir do conhecimento das características dinâmicas dos absorvedores viscoelásticos, e as características do sistema rotor-mancais. Os modelos do sistema rotor-suporte viscoelástico até agora propostos na bibliografia (Panda e Dutt, 1999, Shabaneh e Zu, 2000, Dutt e Toi, 2003,

Panda e Dutt, 2003, Bormann e Gasch, 2002), concentram seu trabalho na modelagem dos componentes viscoelásticos e não consideram a flexibilidade do rotor, impedindo a determinação do comportamento dinâmico do sistema para os modos flexíveis do rotor, aspecto que é melhorado nesta tese, outro aspecto é que, dos anteriores trabalhos, unicamente Bormann e Gasch apresentaram um estudo analítico-experimental do problema. Neste trabalho foram considerados dois modelos viscoelásticos na abordagem do problema: o modelo viscoelástico dos campos de deslocamento anelásticos (ADF) e o modelo do módulo de rigidez complexo, sendo este simplificado considerando diretamente a rigidez complexa dos absorvedores determinada experimentalmente, sem considerar o fator de forma. Isto devido às dificuldades práticas na aplicação das cargas sobre os absorvedores nas condições ideais, o que modifica consideravelmente a resposta dinâmica do absorvedor, comparada com a determinada em função do fator de forma multiplicado pelo módulo complexo do material.

O modelo matemático do rotor flexível obtido foi determinado usando o método dos elementos finitos.

1.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE ASPECTOS RELACIONADOS AO CONTROLE DAS MÁQUINAS ROTATIVAS

Para aplicar convenientemente técnicas de controle é necessário ter conhecimento do comportamento dinâmico das máquinas rotativas e também saber quais parâmetros dinâmicos devem ser controlados. Por esse motivo, é feita uma revisão sobre os aspectos importantes do comportamento dinâmico de rotores e, em seguida, são apresentadas as alternativas de controle para tais sistemas.

1.2.1. COMPORTAMENTO DINÂMICO DE MÁQUINAS ROTATIVAS

A seguir são mencionados os aspectos do comportamento dinâmico mais importantes de um sistema rotativo:

- (i) Velocidades críticas: Nestas velocidades (e em suas proximidades) o eixo do rotor pode atingir grandes amplitudes de vibração, sendo recomendável controlar a passagem pelas mesmas, até a máquina atingir sua velocidade de operação. É também recomendável manter a velocidade de operação em uma distancia cautelosa das velocidades críticas. As

velocidades críticas se apresentam quando a velocidade de rotação da máquina coincide com uma de suas frequências naturais. Para identificar estas velocidades, é comum o uso do diagrama de Campbell, onde se observa a variação das frequências naturais do sistema, em função da velocidade de rotação do rotor.

- (ii) **Resposta Dinâmica:** Dado que quanto maiores sejam as amplitudes de vibração, maiores serão as forças laterais que podem provocar falhas prematuras nos mancais, fadiga na estrutura e diminuição geral no desempenho do equipamento, além de produzir desconforto devido ao ruído e às próprias vibrações, o estudo do comportamento dinâmico do sistema rotor-mancais torna-se imperativo. A resposta dinâmica é geralmente determinada a partir do gráfico de resposta ao desbalanceamento (figura 1.1), onde as máximas amplitudes correspondem às velocidades críticas. Basicamente, os procedimentos usados para diminuir a resposta dinâmica são o balanceamento do rotor ou o aumento do amortecimento. Evidentemente, técnicas de controle podem ser também utilizadas com esta finalidade.

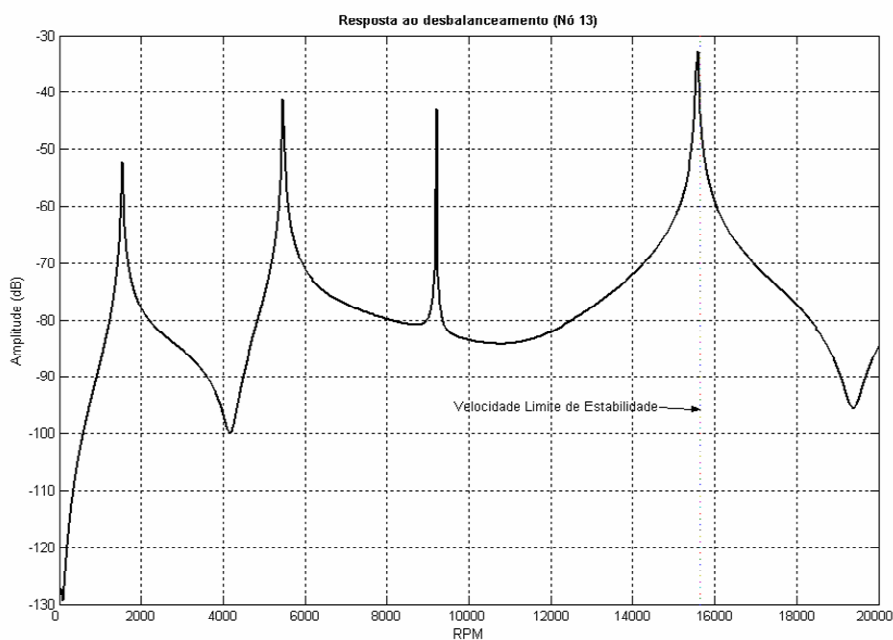


Figura 1.1 – Resposta Dinâmica ao Desbalanceamento

- (iii) **Estabilidade:** Sendo a instabilidade um problema pouco comum, recebe menor atenção dos pesquisadores que outros problemas mais usuais como, por exemplo, o desbalanceamento (Silveira, 2001). Porém, o tema merece atenção especial dado que determinadas

condições de velocidade e carga podem levar ao rotor a amplitudes catastróficas. O problema reveste-se de especial importância quando se trabalha com rotores montados sobre mancais hidrodinâmicos, uma vez que os coeficientes cruzados presentes nestes mancais (nas matrizes de rigidez e amortecimento) atuam de maneira similar ao amortecimento interno, com efeito desestabilizador (Childs, 1993). As principais características deste fenômeno são as seguintes:

- Antes de uma determinada velocidade denominada “Velocidade Limite de Estabilidade” (VLE), o rotor é estável e síncrono. A partir desta velocidade aparece uma componente subsíncrona no movimento do rotor provocando instabilidade. A VLE sempre excede a primeira velocidade crítica.
- Para velocidades de rotação superiores à VLE, a componente subsíncrona diverge exponencialmente com o tempo. O movimento (precessional) associado com a componente subsíncrona tem a mesma direção que a rotação do rotor.
- A ocorrência (ou ausência) de instabilidade depende muito do estado de equilíbrio das forças sobre o rotor.

Na figura (1.2), tomada de Atkins e Perez (1988), é apresentada a função de resposta em frequência para um compressor centrífugo de 5 estágios medida em diferentes velocidades de rotação. A VLE é aproximadamente 8500 rpm. É possível observar como a componente subsíncrona é a metade da velocidade de rotação e cresce até exceder a componente síncrona.

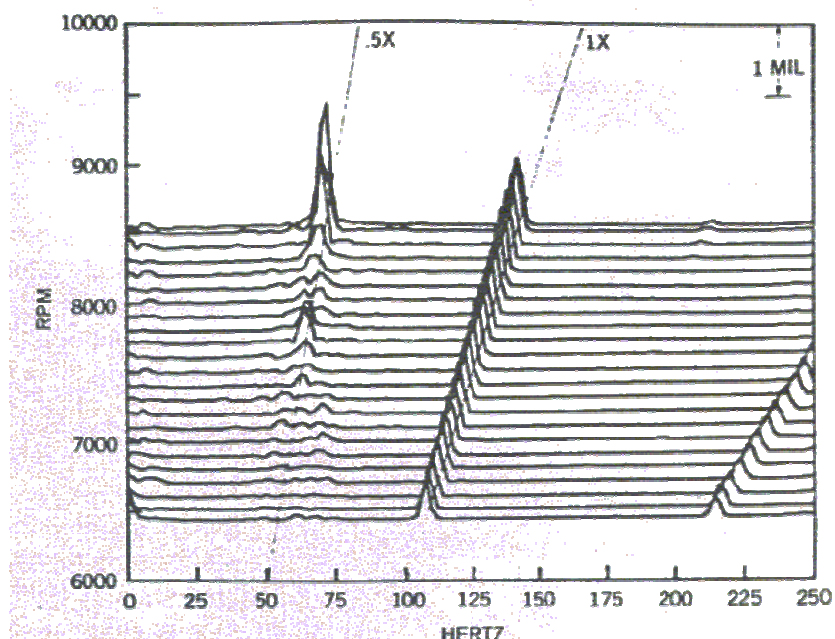


Figura 1.2 – Diagrama em Cascata mostrando um caso de instabilidade num rotor.

- (iv) Vibrações transmitidas através do suporte e/ou acoplamentos: Durante sua operação, o rotor pode ver-se afetado por vibrações transmitidas através dos acionamentos ou outros acessórios, produzindo forças assíncronas, forças estas que podem provocar alteração das velocidades críticas (Lalanne e Ferraris, 1998). Também é possível o aparecimento de problemas de instabilidade, dependendo das características dinâmicas dos suportes (Childs, 1993). Outro aspecto que merece consideração é que acionamentos que transmitem vibrações residuais podem afetar o desempenho do equipamento e provocar falhas prematuras (e.g., no caso de acoplamentos deficientes entre o motor e o eixo rotativo).

1.2.2. TÉCNICAS DE CONTROLE

As técnicas para controlar os aspectos anteriormente mencionados são usualmente divididas em três tipos.

O primeiro deles tem a ver com as Técnicas de Controle Ativo, onde é introduzido algum tipo de energia ao sistema, usando atuadores. No caso das máquinas rotativas, estas técnicas são divididas em duas categorias, sendo a primeira o controle de vibração ativo, no qual são aplicadas

forças laterais sobre o rotor para contrapor as forças causadas pelas vibrações (Zhou e Shi, 2001). Por ser o eixo do rotor um elemento móvel, é necessário que as forças aplicadas pelos atuadores sejam sem contato (*e.g.* usando atuadores eletromagnéticos ou mancais magnéticos), ou aplicando-as sobre o suporte (atuadores piezoelétricos, hidráulicos, etc.). Em Adams e McCloskey (1990) e Zhou e Shi (2001) pode-se encontrar revisões sobre o estado da arte destas técnicas aplicadas às máquinas rotativas. A outra categoria é o balanceamento ativo, onde o objetivo é procurar uma redistribuição da massa ao longo do eixo, com a ajuda de atuadores, visando balancear o rotor (*e.g.* Alauze, 1998, Dyer e Ni, 1999 e Dyer *et al*, 2002).

O segundo tipo engloba as Técnicas de Controle Semi-Ativo, onde se procura controlar os fatores críticos do rotor (velocidades críticas, VLE, nível de vibrações) modificando as características dinâmicas do sistema (De Lima, 2003). Estas técnicas têm sido aplicadas em máquinas rotativas mudando as características dos amortecedores de filme fluido por meio do controle da pressão do óleo lubrificante (Burrow e Sahinkaya, 1984), mediante a mudança da pressão de injeção de óleo em mancais de sapatas deslizantes (Heinrichson, Santos e Fuerst, 2007a, 2007b), ou pelo uso de mancais híbridos: tais como os magnéticos-hidrodinâmicos (Tian e Bornis, 1995), ou ainda usando fluidos electroreologicos (Forte *et al*, 2004). Não se acha documentado até o momento o controle semi-ativo usando suportes híbridos com materiais piezoelétricos e viscoelásticos, embora pareça ser este um campo promissor de estudos, dado seu sucesso em outras aplicações (Trindade e Benjeddou, 2002).

O último tipo a ser considerado envolve as Técnicas de Controle Passivo, onde são feitas modificações nas características dinâmicas do sistema (massa, rigidez e amortecimento) visando uma diminuição das vibrações e/ou aumento da estabilidade.

Segundo Mead (1999) as técnicas de controle passivo podem ser divididas em 4 tipos característicos:

- (i) Controle de Vibrações pela modificação do projeto original: onde, antecipando problemas em um dado produto, ainda no estado de protótipo, é possível fazer modificações alterando suas características originais com a finalidade de garantir um comportamento dinâmico adequado.
- (ii) Controle de vibrações agregando dispositivos: estes dispositivos permitem uma apropriada redução das vibrações, como por exemplo massas concentradas que permitem diminuir a amplitude das vibrações (balanceamento).
- (iii) Controle de vibrações aumentando o amortecimento externo: procura-se diminuir a resposta dinâmica nas velocidades críticas pelo acréscimo de materiais com características

viscoelásticas, os quais têm uma alta capacidade de absorver energia. Dessa forma, localizados em pontos estratégicos do sistema, conseguem dissipar uma quantidade de energia considerável, atenuando as vibrações.

- (iv) Controle de vibrações por isolamento do sistema: muitas das vibrações resultam de fontes conectadas com o mesmo. Neste caso, é conveniente promover o isolamento da máquina através de pontos de conexão com materiais resilientes que permitem minimizar os efeitos indesejáveis.

Na área de dinâmica de rotores é comum o uso de diversas combinações destes métodos. Alguns exemplos são as aplicações de materiais viscoelásticos na fundação da máquina, procurando aumentar a VLE (Panda e Dutt, 1999); a instalação de tais materiais no suporte dos mancais (Dutt e Toi, 2003, Bormann e Gash, 2002), cobrindo totalmente o eixo rotativo (Silveira, 2001); aumentando o amortecimento externo usando mancais hidrodinâmicos (Childs, 1993), ou ainda a diminuição do efeito das reações nos mancais usando amortecedores de filme fluido (SFD), (Chu e Holmes, 2000).

As técnicas de controle ativo e semi-ativo têm a vantagem de poder corrigir problemas de vibrações em uma faixa maior de frequências que as técnicas passivas, porém são geralmente mais custosas e mais complexas na hora de ser aplicadas. Nestes casos, as técnicas de controle passivo podem ser uma melhor opção. Outro aspecto que as torna viáveis é que não necessitam de nenhuma fonte externa de energia, fato que garante inerente estabilidade, e as tornam mais adaptadas a aplicações de grande porte (De Lima, 2003). Este aspecto também assegura seu funcionamento caso aconteçam problemas como o corte de energia elétrica ou falhas em determinados sensores. Deve-se notar que as técnicas de controle ativo e semi-ativo partem dos mesmos fundamentos teóricos que as técnicas passivas, ou seja, fundamentam-se nas equações diferenciais que caracterizam a dinâmica do sistema.

1.3. ORGANIZAÇÃO DA TESE

Este documento está dividido da seguinte maneira:

No capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica dos conceitos fundamentais sobre materiais viscoelásticos, procedimentos para a identificação das características dinâmicas destes materiais e os modelos de viscoelasticidade utilizados.

No capítulo 3 são apresentados os procedimentos adotados para a modelagem matemática do sistema composto por um rotor flexível e os procedimentos adotados para incluir o efeito viscoelástico no modelo matemático do rotor.

O Capítulo 4 apresenta o procedimento proposto para a identificação das características dinâmicas do rotor flexível y dos absorvedores viscoelásticos

No Capítulo 5 são apresentados os resultados experimentais da identificação do rotor e dos absorvedores, a resposta exibida pelo modelo do sistema do rotor flexível contendo os absorvedores viscoelásticos comparada com os resultados experimentais.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões obtidas a partir dos resultados do trabalho.

CAPÍTULO 2

MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

Um material exhibe comportamento viscoelástico quando sua resposta dinâmica apresenta características tanto de fluido viscoso como de sólido elástico. Um material elástico recupera sua posição original quando é retirada a carga que produz a deformação, enquanto um fluido viscoso conserva a forma que lhe tem sido imposta. Os materiais viscoelásticos combinam estas duas características, ou seja, eles recuperam a forma original depois de terem sido deformados, contudo sua resposta é suficientemente lenta para ter consequências no próximo ciclo de vibração. A caracterização de como estes materiais se comportam (elasticamente ou viscosamente) depende, entre outros fatores, da temperatura e da frequência da carga. Muitos materiais poliméricos que tem longas cadeias moleculares exibem comportamento viscoelástico (plásticos, borrachas, acrílicos, silicones, vinis, adesivos, etc). De fato, todos os materiais exibem comportamento viscoelástico; em materiais reais não se observa uma resposta instantânea entre a tensão e a deformação, não obstante, a hipótese de elasticidade é apropriadamente adotada nos casos onde os efeitos viscoelásticos são o suficientemente pequenos para ser desconsiderados.

O mecanismo de amortecimento interno característico dos materiais viscoelásticos oferece alto potencial de uso em aplicações industriais como absorvedores passivos de ruído e vibrações (Nashif *et al*, 1998). No caso das máquinas rotativas, sua utilização também tem demonstrado eficiência no controle das vibrações (Childs, 1993).

O modelo mais adequado para representar a resposta dinâmica dos materiais viscoelásticos depende do nível de deformação a que é submetido o material, ou seja, para pequenas deformações são considerados modelos lineares de viscoelasticidade, enquanto que para grandes deformações outros tipos de modelos não-lineares devem ser elaborados¹. Os modelos não-lineares podem ser adequados para aplicações estruturais, no entanto oferecem dificuldades quando são usados na modelagem de sistemas dinâmicos, devido a suas características não lineares. O carregamento imposto experimentalmente sob os elementos viscoelásticos utilizados neste trabalho gerou deformações máximas de 2%. Devido a esse nível baixo de deformação, este estudo é baseado unicamente em modelos de viscoelasticidade linear, considerando, portanto, pequenas deformações.

¹ Modelos hipoeelásticos ou hiperelásticos segundo o nível de deformação, sendo mais estendido o uso de modelos hiperelásticos o quais são consistentes para maiores deformações que os modelos hipoeelásticos.

Na teoria da viscoelasticidade linear se considera que nos materiais viscoelásticos a tensão não é instantaneamente proporcional à deformação, sendo dependente da taxa de deformação. Neste caso, a relação entre a tensão, deformação, e taxa de deformação é dependente da frequência de oscilação da carga. Uma forma aproximada de relacionar as tensões e as deformações nos materiais viscoelásticos sob a ação de um carregamento uniaxial é a que usa o modelo linear padrão (Zener, 1948), conforme expressa a equação (2.1).

$$\sigma + \alpha \cdot \frac{d\sigma}{dt} = G_r \cdot \varepsilon + \beta \cdot G_r \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2.1)$$

sendo:

$\sigma(t)$, tensão em função do tempo.

G_r , módulo de elasticidade do material (módulo estático, ou módulo de baixa frequência).

$\varepsilon(t)$, deformação em função do tempo.

α , β , são constantes dependentes do material

A equação anterior apresenta dificuldades para representar o comportamento real dos materiais, mas é um bom ponto de partida para ilustrar alguns aspectos do comportamento reológico. Considerando inicialmente que é aplicada uma tensão constante (σ_0) no tempo t_0 , e considerando as condições iniciais $t_0 = 0$ e $\varepsilon = 0$, a equação diferencial (2.1) pode ser solucionada da seguinte forma:

$$\varepsilon = \left(\frac{\sigma_0}{G_r} \right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\beta}} \right) \quad (2.2)$$

Alternativamente, quando é aplicada uma deformação constante (ε_0) no tempo t_0 , com condições iniciais $t_0 = 0$ e $\sigma = G_g \cdot \varepsilon_0$, a solução da equação diferencial é a seguinte:

$$\sigma = G_r \cdot \varepsilon_0 + (G_g - G_r) \cdot \varepsilon_0 \cdot e^{-\frac{t}{\alpha}} \quad (2.3)$$

Nesta equação, G_g é conhecido como *módulo vítreo* do material, que é o módulo de elasticidade do material no instante inicial em que este é afetado por um carregamento tipo degrau. A partir da equação (2.3) é possível calcular a evolução no tempo do estado de tensões sofrido por um sólido viscoelástico submetido a uma deformação constante, sendo que esta função recebe o nome de *função de relaxação*. Usando a equação (2.2) é possível determinar o estado de deformações de um sólido viscoelástico submetido a uma tensão constante. Neste caso, o resultado é conhecido como *função de fluência*, como pode ser visto na figura (2.1).

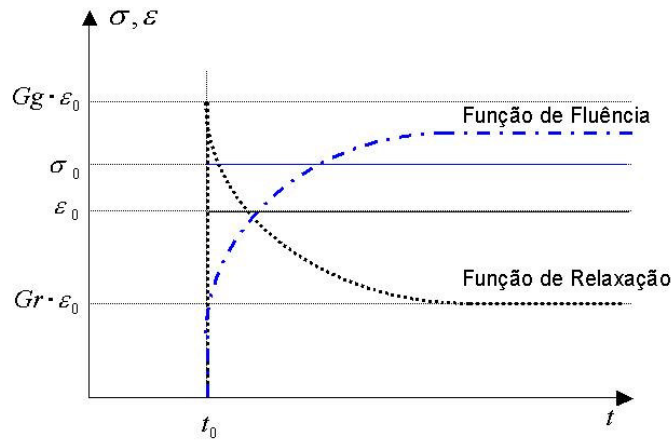


Figura 2.1 – Funções de Relaxação e de Fluência.

Considerando que é aplicada uma tensão periódica da forma $\sigma(\omega) = \sigma_0 \cdot e^{i\omega t}$, que conseqüentemente produzirá uma deformação do tipo $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \cdot e^{i\omega t}$, a solução da equação (2.1) será:

$$\sigma_0 = (G' + i \cdot G'') \cdot \varepsilon_0 = \left[\left(\frac{1 + \omega^2 \cdot \alpha \cdot \beta}{1 + \omega^2 \cdot \alpha^2} \right) + i \cdot \left(\frac{\omega \cdot (\beta - \alpha)}{1 + \omega^2 \cdot \alpha^2} \right) \right] \cdot G_r \cdot \varepsilon_0 \quad (2.4)$$

sendo a relação entre σ_0 e ε_0 dependente da frequência de vibração.

A equação anterior mostra um comportamento similar ao dos materiais viscoelásticos reais, porém a variação de G' e G'' é muito mais rápida do que se observa na realidade (Nashif *et al*, 1985). Devido a estes inconvenientes na representação, se faz necessária a introdução de outras derivadas adicionais de σ e ε em função do tempo na equação (2.1), conforme se observa na equação (2.5).

$$\sigma + \sum_{n=1}^r \alpha_n \cdot \frac{d^n \sigma}{dt^n} = G_r \cdot \varepsilon + G_r \cdot \sum_{n=1}^r \beta_n \cdot \frac{d^n \varepsilon}{dt^n} \quad (2.5)$$

O modelo se torna mais satisfatório na medida em que a ordem da derivada (r) é maior.

A solução da equação (2.5), considerando um carregamento periódico $\sigma(\omega) = \sigma_0 \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}$, é a seguinte:

$$\sigma_0 = G_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{1 + \sum_{n=1}^r \beta_n \cdot (i \cdot \omega)^n}{1 + \sum_{n=1}^r \alpha_n \cdot (i \cdot \omega)^n} \quad (2.6)$$

Considerando algumas simplificações, a equação (2.6) pode ser escrita da seguinte forma (Nashif *et al*, 1985):

$$\sigma(\omega) = G'(\omega) \cdot [1 + i \cdot \eta(\omega)] \cdot \varepsilon(s) \quad (2.7)$$

onde:

$G(\omega) = G'(\omega) \cdot [1 + i \cdot \eta(\omega)]$, é o módulo complexo do material.

$G'(\omega)$, é a parte real do modulo complexo, conhecida como *módulo de armazenamento*.

$G''(\omega)$, é a parte imaginária, denominada *módulo de perda*.

$\eta(\omega) = G''(\omega)/G'(\omega)$, é conhecido como *fator de perda*.

Experimentalmente é possível determinar o fator de perda calculando a função arco-tangente do ângulo de fase entre a tensão e a deformação. Este fator de perda é relacionado ao amortecimento viscoelástico.

As funções típicas do módulo de armazenamento e do fator de perda de materiais viscoelásticos com características similares às da borracha (os mais usados em aplicações industriais) são mostradas na figura (2.2) para uma faixa de frequência de dez décadas e considerando a temperatura como sendo constante. Evidentemente, a figura apresentada deve ser entendida apenas do ponto de vista qualitativo.

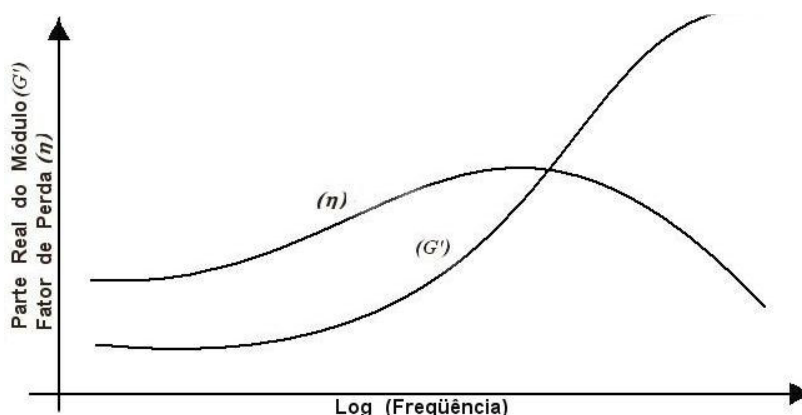


Figura 2.2 – Variação do módulo de armazenamento e do fator de perda em função da frequência (adaptado de Nashif *et al*, 1985).

Na figura (2.2) é possível observar como o módulo de armazenamento aumenta seu valor, na medida em que é aumentada a frequência de oscilação da carga dinâmica. No caso do fator de perda, seu valor aumenta até uma determinada frequência e logo sofre uma diminuição gradual na medida em que a frequência é mais ainda aumentada.

2.1. INFLUÊNCIA DE OUTROS EFEITOS NO COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO

Além da frequência existem outros fatores que modificam a resposta dinâmica dos materiais viscoelásticos. Os mais importantes são a temperatura e as cargas estáticas e dinâmicas. Outros fatores podem mudar as propriedades do material durante sua vida útil (envelhecimento, fadiga, contaminação, etc.), dependendo de determinadas condições. Entretanto, existem poucos estudos sobre a inclusão destes outros efeitos sobre os modelos matemáticos de viscoelasticidade. Nesta seção é apresentada uma revisão sobre a influência da temperatura e das cargas estáticas no efeito viscoelástico destes materiais.

2.1.1. Influência da Temperatura nas propriedades viscoelásticas

A temperatura é considerada o fator mais importante dentro dos fatores ambientais que podem afetar a resposta dinâmica dos materiais viscoelásticos (Jones, 1974).

O efeito da temperatura sobre materiais viscoelásticos é ilustrado na figura (2.3). Podem-se identificar claramente quatro regiões com características diferentes. A primeira, conhecida como *região vítrea*, é a região em que o material é duro e quebradiço e o módulo de armazenamento é

alto e diminui lentamente com o aumento da temperatura, enquanto o fator de perda aumenta significativamente com o incremento da temperatura. Logo começa a *região de transição*, onde o módulo de armazenamento decresce rapidamente com o incremento da temperatura e o fator de perda atinge um máximo local; o ponto onde este máximo local é atingido é conhecido como temperatura de transição vítrea (T_g), sendo o ponto onde o material deixa de ter um comportamento vítreo para ter um comportamento tipo borracha. Verifica-se que alguns polímeros podem ter mais de uma temperatura de transição vítrea devido à mudança da estrutura interna do material decorrente do aumento da temperatura.

Depois da transição, é identificada outra região, conhecida como *região de borracha*. Nesta faixa, tanto o módulo de armazenamento como o fator de perda apresentam valores baixos e são pouco influenciados pela temperatura.

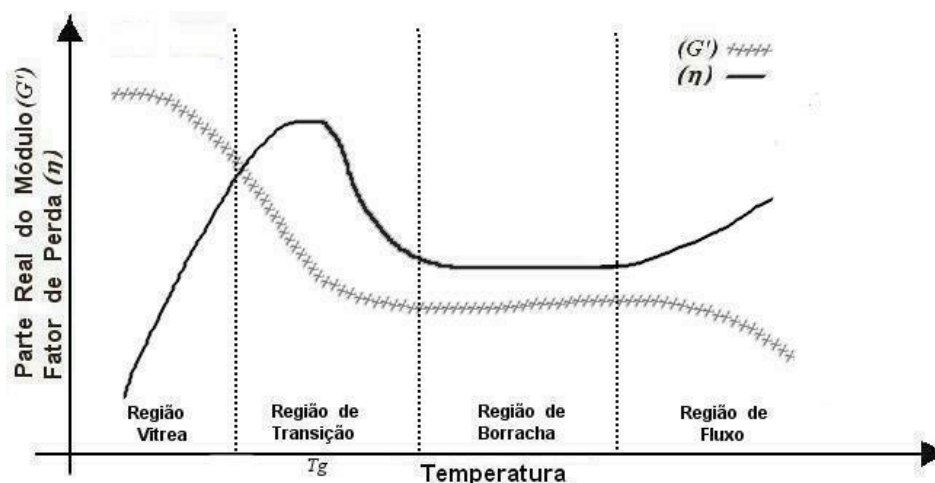


Figura 2.3. – Variação do módulo de armazenamento e o fator de perda com relação à temperatura, considerando a frequência constante (adaptado de Nashif *et al* (1985)).

Em temperaturas superiores, alguns materiais viscoelásticos podem chegar até a uma quarta região, conhecida como *região de fluxo*. Nesta região o módulo de armazenamento se caracteriza por valores muito baixos e, inversamente, o fator de perda apresenta valores altos.

Devido às características da região de fluxo, sua aplicação em projetos de amortecedores é bastante limitada, sendo que, na maioria destas aplicações, são utilizados materiais expostos a temperaturas que os limitam entre a região de transição e a região de borracha.

Na figura (2.4) são representados o módulo de armazenamento e o fator de perda de três diferentes materiais viscoelásticos usados na fabricação de anéis de suporte para máquinas rotativas (Bormann e Gasch, 2002). Os materiais são o Perflour PFR 94 (Ausimont Technoflon), o Parker Nitrilo NBR N674-70 e o Terpolímero de Etileno-Propileno-Dieno EPDM E3676. Nesta

figura é possível observar que, para a faixa de temperaturas estudada (entre -40°C e 70°C), o P94 passa pelas regiões vítrea e de transição. No caso do N674, passa-se pelas regiões de transição e entra-se na região de borracha. Para o caso do E3676, nessa faixa ele está saindo da região de transição e permanece, na maior parte do intervalo, na região de borracha.

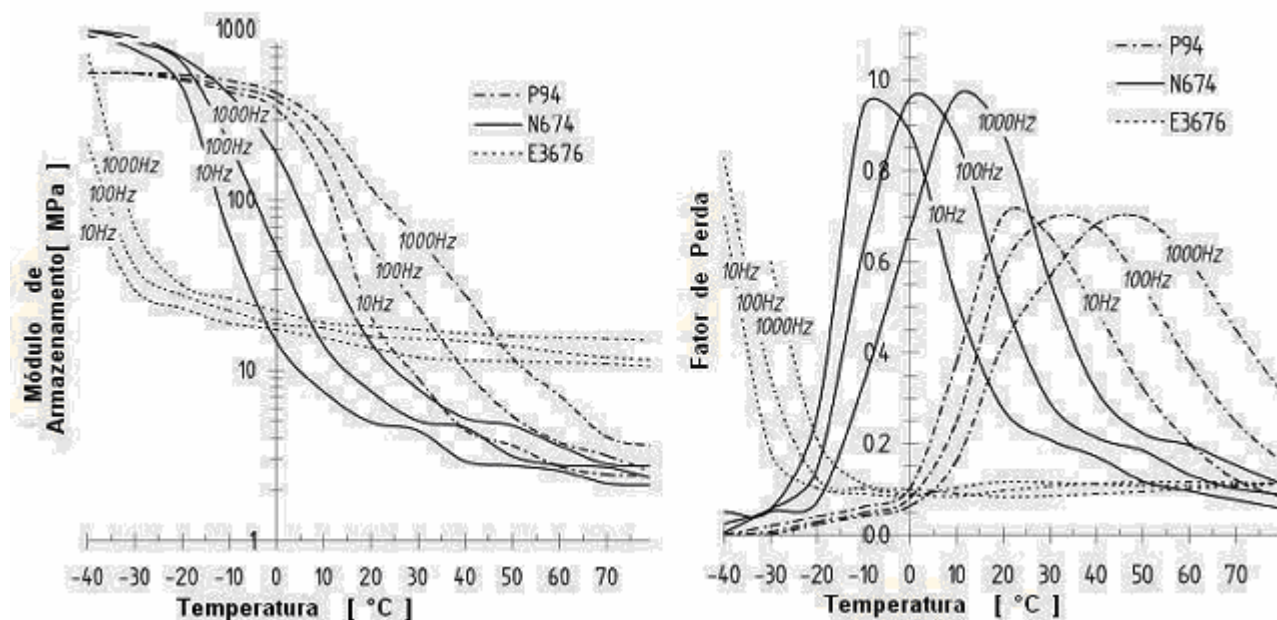


Figura 2.4 – Propriedades dinâmicas de três materiais viscoelásticos representativos (temperatura versus três frequências de operação), (adaptado de Bormann e Gasch, 2002).

Na figura anterior também é possível observar como a frequência e a temperatura estão relacionadas. A influência exercida pela temperatura é dada pelo inverso do efeito da frequência. Não obstante, sua influência é “mais rápida”. Desta forma, é evidente que uma variação na frequência correspondendo a várias décadas representa a mesma mudança no comportamento do material que aquela provocada por uma variação na temperatura correspondendo apenas a alguns graus. Este fenômeno é evidente na maioria dos materiais viscoelásticos e é um dos mais importantes aspectos da teoria da viscoelasticidade, sendo especialmente relevante na caracterização destes materiais, como será discutido em outra seção. Este comportamento é a base do *princípio de superposição frequência-temperatura*, que é usado para transformar as propriedades do material do domínio da frequência para o domínio da temperatura e vice-versa. Os materiais que exibem o comportamento descrito pelo princípio de superposição frequência-temperatura são conhecidos como *termoreologicamente simples*, já os que não exibem este comportamento são conhecidos como *termoreologicamente complexos*. Felizmente a maioria dos

materiais viscoelásticos apresenta um comportamento termoreologicamente simples. No caso dos materiais termoreologicamente complexos, são necessários procedimentos mais dispendiosos para a modelagem do comportamento dinâmico em função da frequência e da temperatura (Klompén e Govaert, 1999).

2.1.2. Influência das Cargas Estáticas nas Propriedades Viscoelásticas

Quando são usados materiais viscoelásticos no projeto de amortecedores de estruturas dinâmicas, a introdução de pré-cargas é quase inevitável. Os efeitos destas pré-cargas no módulo de armazenamento e no fator de perda podem ser vistos na figura (2.5), onde é possível observar como o valor do módulo de armazenamento aumenta com o aumento da pré-carga, enquanto o fator de perda diminui com o incremento da pré-carga. Os valores destes deslocamentos podem ser calculados a partir de dados experimentais.

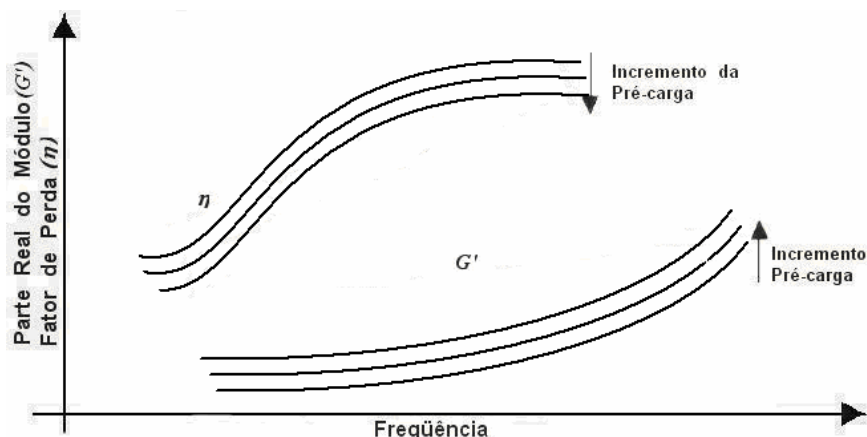


Figura 2.5 – Variação das propriedades dos materiais viscoelásticos em função da pré-carga (adaptado de Nashif *et al* (1985)).

2.2. CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO

A relação inversa entre a frequência e a temperatura (princípio de superposição) permite representar o comportamento de materiais viscoelásticos para diferentes temperaturas e frequências de forma simplificada usando os fatores de deslocamento adequados. O fator de deslocamento (α_T) é um recurso usado para calcular o deslocamento das curvas de módulo de armazenamento e do fator de perda a partir de uma temperatura de referência (T_o), quando esta temperatura varia para um determinado valor (T). Desta forma, os valores do módulo de

armazenamento e do fator de perda são calculados para uma frequência reduzida ($\alpha_T \cdot \omega$), dada pelo produto da frequência de vibração pelo fator de deslocamento. Teoricamente, um carregamento aplicado sob o material com uma frequência ω , sendo T a temperatura do material, levaria à mesma resposta viscoelástica caso fosse aplicada a mesma amplitude de carga sobre o material, estando este na temperatura de referência, mas com a frequência reduzida correspondente à temperatura T .

Partindo do recurso da frequência reduzida é possível representar o valor das propriedades dinâmicas do material viscoelástico usando os diagramas apresentados na figura (2.6). Desta forma, é determinado o fator de deslocamento em função da temperatura e são também determinadas as propriedades para a temperatura de referência. É evidente que, para a temperatura de referência ($T_o=290$ K), o valor do fator de deslocamento é igual à unidade.

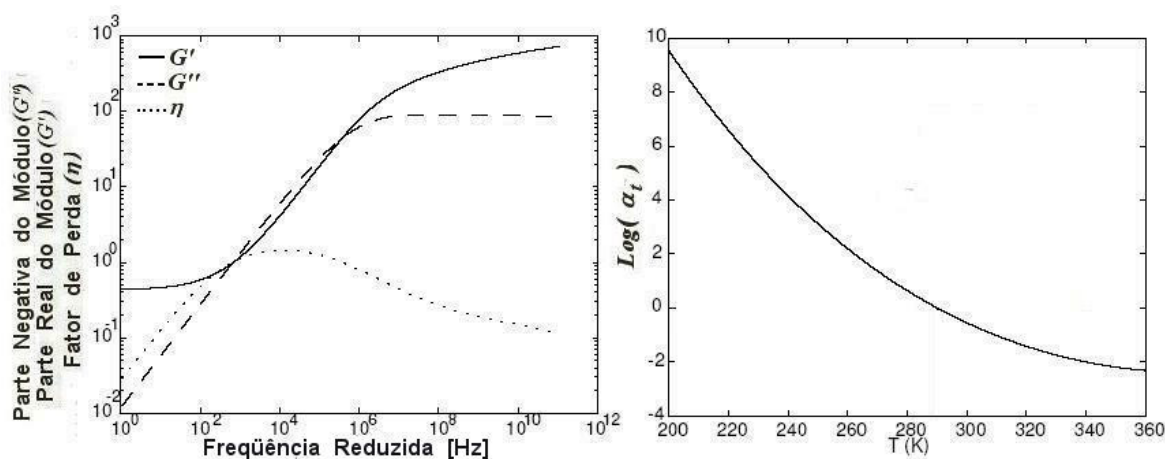


Figura 2.6 – a) Variação de G' , G'' e η em função da frequência reduzida; b) variação do fator de deslocamento em função da temperatura (Material ISD112²) (Soovere *et al*, 1984).

Um procedimento mais simples para a representação das propriedades de um material viscoelástico foi proposto por Jones (1978 e 1981), onde toda a informação se acha incluída em um único nomograma. Na figura (2.7) é ilustrada esta metodologia na apresentação das propriedades do material ISD112 (3M Viscoelastic Damping Polymer 110, Technical Data, 2003). Para determinar o módulo de armazenamento e o fator de perda usando este nomograma é necessário traçar uma linha horizontal na frequência desejada até cruzar a isoterma da

² Produzido pela 3M™

temperatura escolhida. Então, a partir deste ponto de interseção é traçada uma linha vertical que intercepta as curvas do módulo de armazenamento e do fator de perda, cujos valores podem ser lidos à esquerda do nomograma.

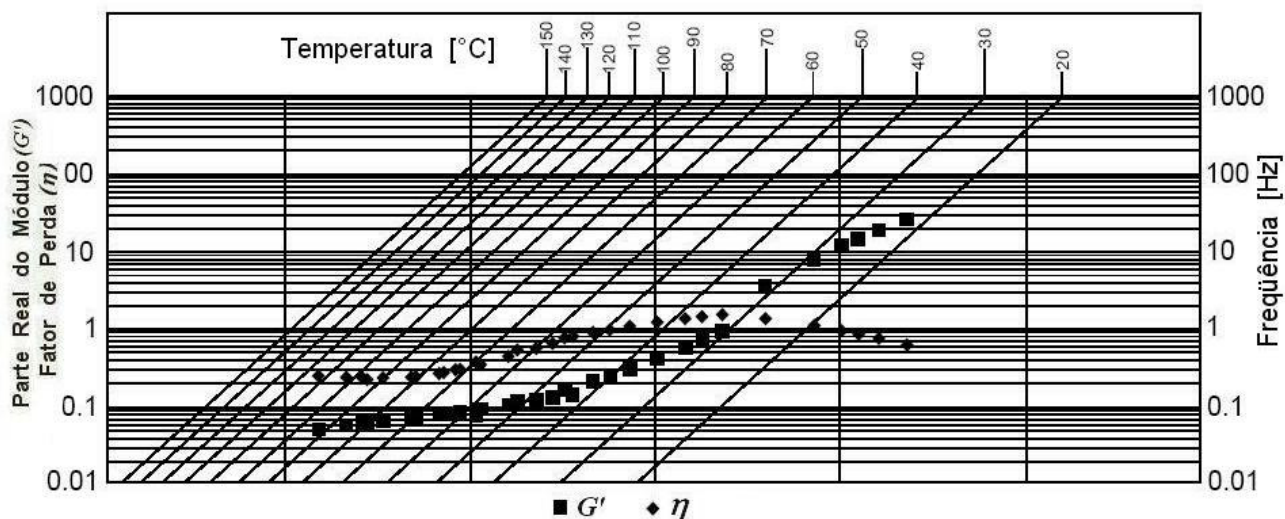


Figura 2.7 – Nomograma das propriedades viscoelásticas do material ISD112 (Adaptado de 3M Viscoelastic Damping Polymer 110, Technical Data, 2003).

2.3. IDENTIFICAÇÃO DO COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO

As características viscoelásticas de um sólido podem ser determinadas através de diferentes tipos de ensaios, dependendo das características geométricas e físicas do espécime a identificar, da região na qual se pretende obter as características viscoelásticas (ver seção 2.1.1), da faixa de frequência investigada, da magnitude e do tipo de deformação, etc. No caso da identificação dos parâmetros viscoelásticos em lâminas com camadas de materiais viscoelásticos, pode ser aplicado o procedimento proposto pela norma ASTM E-756 (2004). De maneira geral os ensaios para a determinação das propriedades viscoelásticas de espécimes sólidos podem ser classificados em dois grupos, dependendo do tipo de carregamento aplicado: ensaios transientes, através dos quais, a partir da resposta no tempo, é possível determinar as funções de fluência e relaxação; e ensaios dinâmicos, divididos em sub-ressonantes e ressonantes, através dos quais é possível determinar os parâmetros dependentes da frequência, ou seja, o módulo de

armazenamento, o fator de perda, o coeficiente de Poisson³, etc. Segundo a bibliografia, a partir de qualquer um destes ensaios é possível fazer uma identificação completa de todos os parâmetros viscoelásticos no domínio do tempo e no da frequência (Bergström e Boyce, 1999). Não obstante, na prática, isto implica muitas dificuldades na determinação acertada dos parâmetros dinâmicos através dos ensaios transientes e, da mesma forma, dos parâmetros das funções de fluência e relaxação, através dos ensaios dinâmicos. Por este motivo é normalmente recomendado realizar uma combinação de ensaios. Por outro lado, deve ser considerada a anisotropia do material. Adicionalmente, deve-se lembrar que caso o estado de tensões/deformações aplicado experimentalmente no ensaio não corresponder ao considerado no modelo, os resultados estarão fortemente comprometidos. De uma forma geral, é preferível a realização de ensaios em que se coloca o espécime numa câmara com temperatura controlada. Em seguida, dependendo da faixa de frequências e temperaturas de análise, é usado o princípio de superposição frequência-temperatura (ver seção anterior) para reduzir o número de ensaios necessários numa determinada faixa de frequências. A seguir, são apresentadas as bases para a realização destes ensaios.

2.3.1. Ensaios Transientes

Este tipo de ensaios é usado para determinar as funções de fluência e relaxação. No caso do ensaio de fluência é necessário colocar uma carga estática atuando sobre o espécime de forma que se produza uma tensão constante ao longo de sua seção transversal. Considera-se que a deformação decorrente é o suficientemente pequena para não modificar significativamente a área da seção transversal do espécime. O carregamento acima mencionado não pode ser aplicado de forma instantânea como seria o ideal. Ao invés disso, a carga se aplica gradualmente até alcançar seu valor nominal num período que geralmente leva entre 0,5 e 1,0 segundos. Geralmente a aquisição dos dados experimentais é iniciada depois de transcorrido 10 vezes o tempo necessário para o carregamento. De maneira geral, as bancadas usadas para a identificação das propriedades dinâmicas de materiais viscoelásticos também podem ser utilizadas para a identificação das funções transientes (Lakes, 2004).

³ Teoricamente o coeficiente de Poisson (ν) de materiais viscoelásticos é um valor complexo, dependente da frequência (Etchessahar *et al*, 2005). Mas, em termos práticos, na maioria das vezes este coeficiente é considerado como um valor real e independente da frequência. Para materiais com características de borracha, observa-se que seu valor oscila entre 0.49 e 0.50

Por outro lado, ensaios de relaxação são realizados através da observação da resposta do material em função de uma deformação constante. A deformação constante pode ser imposta usando um sistema de cames com uma rigidez muito maior que a do espécime, ou ainda qualquer outro tipo de atuador que permita a aplicação rápida de uma deformação que logo permanecerá constante. Neste caso, de forma semelhante à dos ensaios de fluência, não é possível aplicar a deformação de maneira instantânea, como seria o ideal.

2.3.2. Ensaios dinâmicos

Nestes ensaios é observada a resposta dinâmica do espécime ao ser aplicada uma excitação externa. Determinar qual é o tipo de ensaio dinâmico adequado depende da faixa de frequências, da rigidez do material e do fator de perda. Para baixas frequências e altos fatores de perda são recomendáveis métodos sub-ressonantes; no caso de baixos fatores de perda se recomenda a aplicação de ensaios ressonantes, e, para frequências maiores (da ordem de megahertz ou maiores), é usada a velocidade de propagação das ondas acústicas através do espécime para a determinação do módulo complexo correspondente. Na seqüência, será ampliado o sentido da realização de cada um dos tipos de ensaios acima descritos.

(i) Ensaios sub-ressonantes:

Neste caso é aplicado sobre o espécime um carregamento com uma frequência senoidal, considerando que neste caso é esperada uma resposta também senoidal e na mesma frequência, sempre que o material apresente um comportamento linear. Em materiais não lineares é comum a identificação de múltiplos inteiros da frequência de excitação.

O espécime é excitado numa faixa de frequências determinada, sendo a frequência máxima restrita pelas ressonâncias do material, do sistema de fixação e dos transdutores, de maneira que a arcotangente do ângulo de fase medido entre a tensão aplicada e a deformação seja diretamente relacionado com o fator de perda do material considerado. A frequência mínima de análise é restrita pelo tipo de transdutores empregados.

Através do ensaio é possível determinar a rigidez complexa do material, e, a partir daí, é obtido o módulo de armazenamento e o fator de perda, uma vez conhecido o fator de forma da peça ensaiada. O fator de forma depende da geometria e do tipo de carregamento aplicado sobre o

espécime. A relação entre o fator de forma e o módulo complexo do material é dado pela equação (2.8).

$$K'(\omega) = \gamma \cdot G'(\omega) \cdot [1 + i \cdot \eta(\omega)] \cdot \varepsilon(s) \quad (2.8)$$

onde:

$K'(\omega)$, é a rigidez complexa do material viscoelástico.

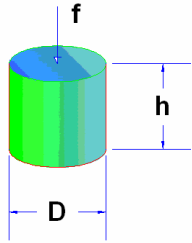
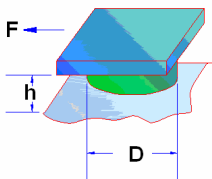
γ , é o fator de forma.

Na tabela 1 é apresentado um resumo dos diferentes procedimentos encontrados na literatura, conforme apresentados por Di Benedetto e Francken (1997), ao estudar os testes usados para a identificação do módulo complexo e os correspondentes fatores de forma empregados em cada caso.

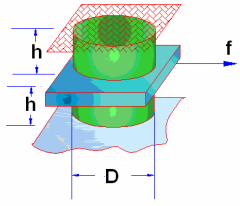
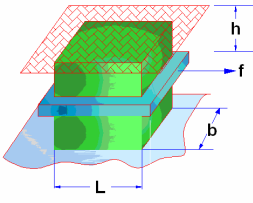
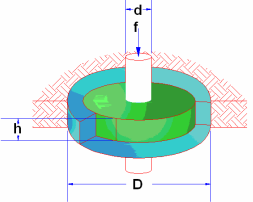
Tais métodos de ensaio também são conhecidos como *métodos de estimação direta da rigidez complexa* (Espíndola *et al*, 2005), uma vez que, a partir do fator de forma e das leituras dos transdutores, é estimado diretamente o valor do módulo complexo de rigidez do material.

Tabela 1. Métodos de Ensaio usados para a identificação do módulo complexo.

(adaptada de Di Benedetto e Francken,1997).

Ensaio	Descrição	Esquema do Ensaio	Fator de forma	Fonte
1)	Ensaio de Tensão ou Compressão ⁴		$\frac{\pi \cdot D^2}{h}$	Charif (1991) Doubbaneh (1995) Wiczak <i>et al</i> (2000)
2)	Ensaio de Cisalhamento simples sobre área transversal circular		$\frac{\pi \cdot D^2}{h}$	Sousa (1994)

⁴ Neste caso o fator de forma é dado para o cálculo do módulo de elasticidade do material (E)

3)	Ensaio de Cisalhamento com máquina de ensaios com duas peças deformáveis		$\frac{2 \cdot \pi \cdot D^2}{h}$	Lempe <i>et al</i> (1992)
4)			$\frac{2 \cdot L \cdot b}{h}$	
5)	Ensaio de cisalhamento co-axial		$\frac{2 \cdot \pi \cdot h}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}$	Gubler (1990)

(ii) Ensaio ressonantes:

Este tipo de ensaios é apropriado para a identificação de materiais com fatores de perda muito baixos, da ordem de 10^{-3} a 10^{-9} , usualmente verificados nos materiais viscoelásticos situados na região vítrea (Lakes, 2004).

Neste tipo de ensaios o material é induzido a vibrar livremente, sendo identificadas suas primeiras frequências naturais e seus correspondentes fatores de amortecimento modais. A partir desta informação, o módulo complexo do material é calculado através do ajuste do modelo matemático do corpo de prova. Desta maneira o módulo complexo do material é determinado indiretamente, através da solução de um problema inverso.

Usualmente se empregam duas estratégias para a realização destes ensaios: na primeira, o espécime é colado a uma massa muito maior, ou, no caso de ensaios de torção, a uma massa de momento de inércia muito maior. A idéia é que virtualmente toda flexibilidade do sistema esteja associada ao material viscoelástico e toda a inércia esteja relacionada com a massa solidária ao mesmo. Desta maneira a modelagem do sistema é simplificada e, conseqüentemente, a análise dos resultados fica igualmente mais simples.

(iii) Ensaaios de propagação de ondas mecânicas:

Mediante o uso destas técnicas é possível identificar o módulo complexo do material em faixas de frequência superiores a 1MHz.

Para comprimentos de onda muito maiores que o diâmetro ou a largura do espécime, a velocidade de propagação da onda (C_B) é dependente do módulo de Young e da densidade do material, conforme mostra a equação (2.9).

$$C_B = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.9)$$

Na equação (2.9), o módulo de Young é substituído pelo módulo de cisalhamento, no caso de ser considerada a velocidade de propagação das ondas transversais através do corpo de prova.

No caso inverso, ou seja, quando o comprimento de onda é muito menor que o diâmetro ou a largura do corpo de prova, a velocidade de propagação da onda também é dependente do coeficiente de Poisson, conforme expresso pela equação (2.10).

$$C_L = \sqrt{\frac{E \cdot \frac{1-\nu}{(1+\nu) \cdot (1-2 \cdot \nu)}}{\rho}} \quad (2.10)$$

Configura-se, assim, o caso típico da maioria dos estudos ultra-sônicos para frequências superiores a 1MHz. Para casos onde nenhuma das condições anteriores se apresente, a relação entre a velocidade de propagação da onda e o módulo do material é bem mais complicada (Lakes, 2004).

2.3.3. Fontes de Erro na realização dos Ensaaios

Quando da realização dos ensaios, devem ser consideradas diferentes fontes de erros na determinação dos parâmetros viscoelásticos, procurando minimizar seu efeito, na medida do possível. Os aspectos mais importantes a levar em conta como fontes de erro são os seguintes:

- (i) Falta de precisão na medida da força aplicada sobre o material quando as medições são feitas em altas temperaturas, ou, da mesma forma, falta de precisão na medida da deformação do espécime quando os ensaios são feitos em temperaturas próximas à temperatura de transição vítrea (Di Benedetto *et al*, 2001).
- (ii) Dimensão do espécime utilizado no ensaio não está de acordo com o modelo (Di Benedetto *et al*, 2001).
- (iii) Baixa rigidez do dispositivo onde são realizados os testes (Di Benedetto *et al*, 2001) ou as frequências naturais do suporte são próximas daquelas da faixa de frequências estudada.
- (iv) Controle inadequado das condições ambientais, permitindo mudanças de temperatura ou contaminação durante o ensaio.
- (v) Defeitos ou não-homogeneidades do espécime testado, tais como micro-fissuras, inclusões, contaminação.
- (vi) Falta de controle sobre as variáveis que não são consideradas no modelo, tais como o movimento relativo entre as peças que compõem o sistema constituído pela bancada de ensaios e pelo espécime, devido à ineficiência da cola ou a folgas excessivas, o que acaba introduzindo atrito e não-linearidades na resposta dinâmica.
- (vii) Dificuldade na aplicação de diferentes modos de carga sobre o material. Evidentemente, deve-se procurar promover um estado de deformações no material, o mais aproximado possível daquele verificado no modelo usado para o ajuste dos parâmetros. (Axel physical testing services, 2000).
- (viii) No caso de ensaios dinâmicos ocorre um aquecimento do material, até entrar em equilíbrio com o meio ambiente. O ensaio deve ser efetuado nas condições de trabalho reais do material, pelo que se deve esperar até que este entre em equilíbrio com o meio-ambiente, devendo-se esperar o tempo necessário para que isso ocorra.

2.4. MODELAGEM DO COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO

Observa-se que não existe um único modelo capaz de representar apropriadamente todos os aspectos do comportamento dos sólidos viscoelásticos sob diferentes condições de carga. Assim sendo, é conveniente ter conhecimento das características tanto de carregamento como ambientais na escolha do modelo mais adequado. Conforme anteriormente alertado, neste trabalho o estudo é concentrado nos modelos lineares de viscoelasticidade.

Os modelos de viscoelasticidade linear baseados na equação (2.7) são conhecidos como *modelos de módulo complexo*. Esta proposta foi feita inicialmente por Snowdon (1968) para analisar o comportamento de materiais com características semelhantes às da borracha. A partir deste critério, alguns autores consideraram que, devido à baixa taxa de variação do módulo de armazenamento e do fator de perda com relação à frequência, é possível tomar estes valores como sendo constantes, para uma dada faixa de frequências de interesse (Shen, 1994). Em outros casos, foi considerada a variação do módulo de armazenamento, mas mantendo constante o fator de perda (Douglas and Yang, 1978; Huang *et al*, 1996). Agnes e Napolitano (1993) e Baz (1998) consideram que tanto o módulo de armazenamento como o fator de perda são ambos variáveis com a frequência. Assim sendo, eles usaram nomogramas do material que mostram a variação do módulo de armazenamento e do fator de perda com relação à frequência.

Procurando introduzir a relação entre tensão e deformação nas equações da dinâmica do sistema submetido ao efeito viscoelástico, têm sido propostos modelos baseados no agrupamento de molas e amortecedores viscosos, sendo tais modelos conhecidos como *modelos reológicos*. Os modelos reológicos originais apresentam limitações devido a sua simplicidade (*e.g.* os modelos de Kelvin-Voigt e de Maxwell). No caso do modelo linear padrão (ou de Zener) são superadas estas limitações, porém sua resposta não se aproxima o bastante do comportamento real do material. Tal fato motivou o desenvolvimento do Modelo Padrão Generalizado, que introduz derivadas de ordem superior da tensão e da deformação, além de considerar ambas como sendo função do tempo (Rogers, 1983), conforme a equação (2.5).

Geralmente, para representar apropriadamente o comportamento viscoelástico de um material usando o modelo Padrão Generalizado, é necessário considerar um grande número de derivadas temporais. Assim, a utilização deste modelo para representar o efeito viscoelástico num sistema baseado no método dos elementos finitos implica a solução de um sistema de equações diferenciais de alta ordem. Procurando reduzir o número de parâmetros e, conseqüentemente, o custo computacional da utilização do modelo padrão generalizado, Bagley e Tovik (1979) propuseram a introdução de derivadas fracionárias, conforme a equação (2.11).

$$\sigma(t) + \sum_{n=1}^r b_n \cdot D^{\beta_n}(\sigma(t)) = G_r \cdot \varepsilon(t) + \sum_{n=1}^r G_n \cdot D^{\alpha_n}(\varepsilon(t)) \quad (2.11)$$

onde α_n e β_n são expoentes fracionários e D^{α} é o operador de derivada fracionária, segundo a seguinte equação:

$$D^{\alpha}(X(t)) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \left(\frac{X(\tau)}{t-\tau} \right) d\tau \quad (2.12)$$

onde $\Gamma(1-\alpha) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-t}}{t^{\alpha}} dt$ é a chamada função *gamma*.

De acordo a observações experimentais (Bagley e Torvik, 1979), a maioria dos materiais viscoelásticos pode ser modelada considerando unicamente o primeiro termo dos somatórios que aparecem na equação (2.11), de acordo com a seguinte equação:

$$\sigma(t) + b \cdot D^{\beta}(\sigma(t)) = G_r \cdot \varepsilon(t) + G_1 \cdot D^{\alpha}(\varepsilon(t)) \quad (2.13)$$

Neste caso, é possível representar a dependência da frequência do comportamento viscoelástico considerando somente cinco parâmetros.

Estudos posteriores, baseados na relação entre tensão e deformação dos materiais viscoelásticos usando o conceito de derivadas fracionárias, foram desenvolvidos por Torvik e Bagley (1987), Liebst e Torvik (1996), Rossikhin e Shitikova (1998) e Espíndola *et al* (2004 e 2005).

Com o objetivo de permitir a inclusão do efeito viscoelástico em problemas estruturais usando o método dos elementos finitos, foram desenvolvidos métodos baseados no uso de variáveis internas. Por esse motivo são conhecidos como *modelos baseados em variáveis internas*. O primeiro autor a usar o conceito de variáveis internas parece ser Biot (1955). Não obstante, o desenvolvimento de modelos apropriados para aplicações do método dos elementos finitos é relativamente recente. Considerando estas aplicações, Golla e Hughes (1985) e depois McTavish e Hughes (1993) desenvolveram o modelo conhecido como *Golla-Hughes-McTavish* (GHM). Leisieutre (1992) propôs o modelo denominado de *campos termodinâmicos aumentados*⁵. Em seguida, Leisieutre e Bianchini (1995) apresentaram o modelo dos *campos de deslocamentos anelásticos*⁶. Johnson *et al* (1997) e Yiu (1993) também propuseram alternativas de se escrever modelos representativos de materiais viscoelásticos baseados no uso de variáveis internas.

O conceito das variáveis internas tem permitido um grande avanço na modelagem do amortecimento viscoelástico devido à possibilidade de se ter modelos bastante representativos das situações experimentais e ainda por permitir a introdução da dependência da frequência e da temperatura no comportamento do material. Uma grande vantagem destes métodos é que os

⁵ O nome em português foi traduzido do original: *Augmenting Thermodynamical Fields* (ATF)

dados empíricos do módulo complexo de um determinado material viscoelástico podem ser introduzidos no modelo usando variáveis complexas. Estas variáveis são apenas um recurso matemático para incorporar a informação experimental no modelo teórico e, portanto, não representam deslocamentos físicos ou reais.

A introdução de variáveis internas incrementa de forma considerável o tamanho do modelo construído usando elementos finitos; não obstante, o sistema de equações pode ser reduzido sem modificar a resposta dinâmica em determinada faixa de interesse usando um método de redução de modelos (Yae *et al*, 1993 ou Park *et al*, 1999). Na próxima seção é revisado o modelo dos campos de deslocamentos anelásticos, uma vez que este método foi o escolhido pelo autor para o desenvolvimento desta pesquisa.

2.5. MODELO DOS CAMPOS DE DESLOCAMENTO ANELÁSTICOS (ADF)

O modelo ADF (Lesieutre e Bianchini, 1995) é baseado na separação dos graus de liberdade associados aos elementos viscoelásticos em dois grupos: um elástico e o outro anelástico, sendo que o grupo anelástico é relacionado com o processo de relaxação próprio do material viscoelástico. As equações básicas do modelo ADF são as seguintes:

$$\sigma = G \cdot \varepsilon^E = G \cdot \left(\varepsilon - \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^A \right) \quad (2.14)$$

$$\sigma_i^A = \frac{C_i \cdot G}{\Omega_i} \cdot \dot{\varepsilon}_i^A = G \cdot (\varepsilon - C_i \cdot \varepsilon_i^A) \quad (i=1, \dots, N) \quad (2.15)$$

sendo N o número de campos de deslocamento considerado. C_i é um parâmetro dependente do material, que permite associar o deslocamento dos campos anelásticos ao deslocamento total, como será explicado à frente. No caso de se considerar apenas um campo de deslocamento anelástico, o modelo pode ser representado pelo sistema mecânico mostrado na figura (2.8).

⁶ O nome em português foi traduzido do original: *Anelastic Displacement Fields (ADF)*

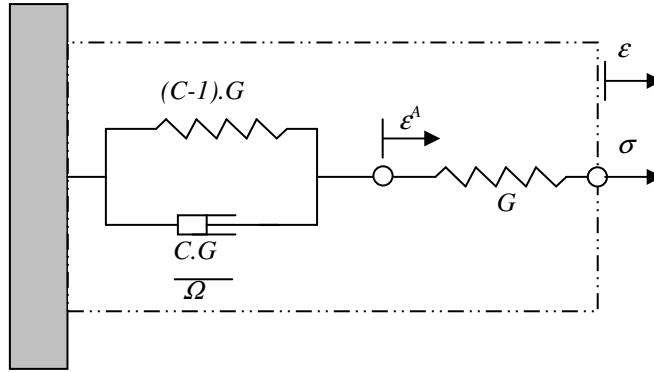


Figura 2.8 – Analogia do modelo ADF com um sistema mecânico

O sistema da figura (2.8) é um modelo viscoelástico clássico composto por um elemento de Kelvin-Voigt em série com uma mola. A tensão na mola, σ , é determinada pela rigidez G e pelo deslocamento elástico (ϵ^E), sendo este dado pela diferença entre o deslocamento total (ϵ) e o deslocamento anelástico interno (ϵ^A). A tensão no amortecedor, σ^A , é a diferença entre a tensão da mola principal e da mola secundária incluída no elemento de Kelvin-Voigt. A tensão do amortecedor é também equivalente à constante do amortecedor multiplicada pela taxa de mudança na deformação anelástica, de forma que a equação (2.12) representa a evolução do campo de deslocamento anelástico.

Lesieutre (1992) define o módulo de rigidez do material viscoelástico da seguinte forma:

$$G(\omega) = G_r \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^N \Delta_i \cdot \frac{\left(\frac{\omega}{\Omega} \right)^2 + i \cdot \frac{\omega}{\Omega}}{1 + \left(\frac{\omega}{\Omega} \right)^2} \right) \quad (2.16)$$

sendo G_r o módulo relaxado ou módulo de baixa frequência, ω a frequência, Ω_i o inverso do tempo de relaxação com deformação constante correspondente ao campo anelástico i , Δ_i , a relação entre o módulo de rigidez relaxado e a rigidez do campo de deslocamento anelástico i , onde C_i é o parâmetro que permite relacionar o processo físico de relaxação ao deslocamento total, dado pela seguinte equação:

$$C_i = \frac{1 + \sum_{i=1}^N \Delta_i}{\Delta_i} \quad (2.17)$$

No modelo ADF o módulo de rigidez é simplificado como sendo dado pelo módulo de alta frequência (Lesieutre e Biachini, 1996), conforme a Equação (2.18).

$$G(\omega) = G_r \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^N \Delta_i \right) \quad (2.18)$$

Os parâmetros Δ_i , Ω_i , e G_r podem ser determinados usando informações empíricas do módulo complexo de um dado material viscoelástico. Usando as equações (2.14), (2.15) e (2.18) pode-se incorporar o comportamento viscoelástico do material no modelo estrutural montado a partir do método dos elementos finitos, como será mostrado no próximo capítulo desta tese.

CAPÍTULO 3

MODELOS MATEMÁTICOS

Neste capítulo serão apresentados os procedimentos matemáticos usados para a obtenção dos modelos analíticos do rotor. Tais modelos são necessários para o cálculo da resposta às forças de desbalanceamento, determinação das frequências naturais para diferentes velocidades de rotação e dos modos próprios de vibração. Além disso, apresenta-se o modelo utilizado para representação dos sistemas viscoelásticos estudados. Em seguida, é apresentado o procedimento mediante o qual são integrados os modelos que incluem o efeito viscoelástico.

3.1. MODELO MATEMÁTICO DE UM SISTEMA ROTATIVO

O modelo do sistema rotativo é obtido usando o método dos elementos finitos, segundo o procedimento proposto por Lalanne e Ferraris (1998).

Para o cálculo das energias cinética e de deformação, e do trabalho virtual, são usados dois sistemas de referência, sendo $R_i(XYZ)$ um sistema inercial (fixo) e $R_{ni}(xyz)$ um sistema não inercial (rotativo), sendo sua origem pertencente à linha neutra da árvore. A relação entre R_i e R_{ni} é feita por meio de três ângulos: ψ medido sobre o plano XY , θ medido sobre o plano y_1z_1 , e ϕ medido no plano xz (figura 3.1).

A matriz de transformação do sistema de coordenadas inercial, R_i , para o não inercial, R_{ni} , é dada pela seguinte equação:

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cdot \cos \phi - \sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi & \sin \psi \cdot \cos \phi + \cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi & \cos \psi \cdot \sin \phi \\ -\sin \psi \cdot \sin \theta & \cos \psi \cdot \cos \theta & \sin \theta \\ \cos \psi \cdot \sin \phi + \sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi & \sin \psi \cdot \sin \phi - \cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos \phi & \cos \theta \cdot \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

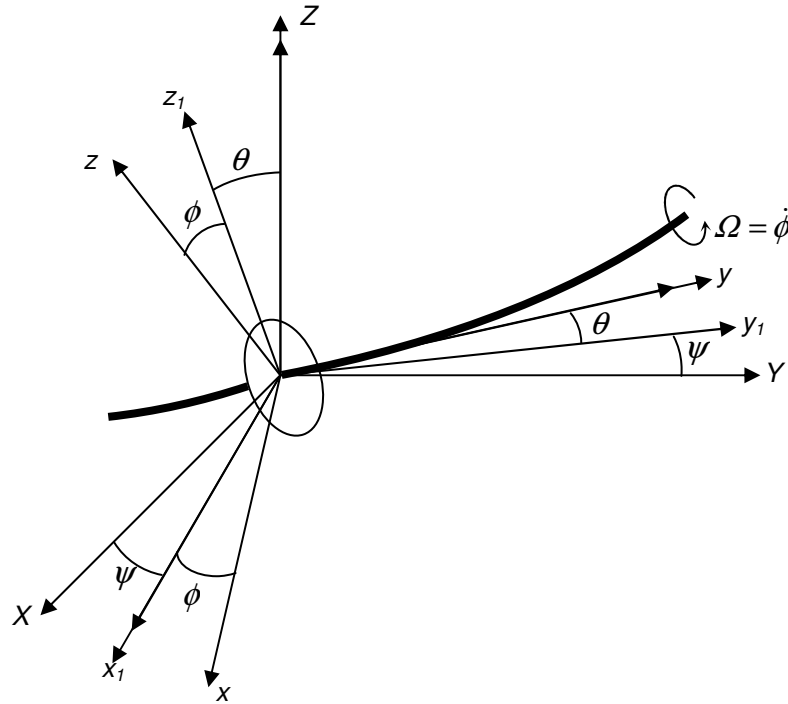


Figura 3.1 - Relações angulares entre os sistemas inercial e não-inercial

O vetor velocidade instantânea de rotação escrito no sistema de coordenadas R_{ni} é dado por:

$$\omega = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \cdot \cos \phi - \dot{\psi} \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi \\ \dot{\phi} + \dot{\psi} \cdot \sin \theta \\ \dot{\theta} \cdot \sin \phi + \dot{\psi} \cdot \cos \theta \cdot \cos \phi \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

3.1.1. Elemento de Disco

O elemento de disco (figura 3.2) é considerado rígido e, portanto, sua energia de deformação não é considerada. A energia cinética do elemento de disco pode ser calculada pela equação (3.3).

$$T_D = \frac{1}{2} \cdot M_D \cdot (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} \cdot (I_{Dx} \cdot \omega_x^2 + I_{Dy} \cdot \omega_y^2 + I_{Dz} \cdot \omega_z^2) \quad (3.3)$$

sendo:

M_D = Massa do disco.

u, w = coordenadas generalizadas em relação ao sistema de coordenadas inercial.

I_{Dx}, I_{Dy}, I_{Dz} = elementos da diagonal principal do tensor de inércia do disco.

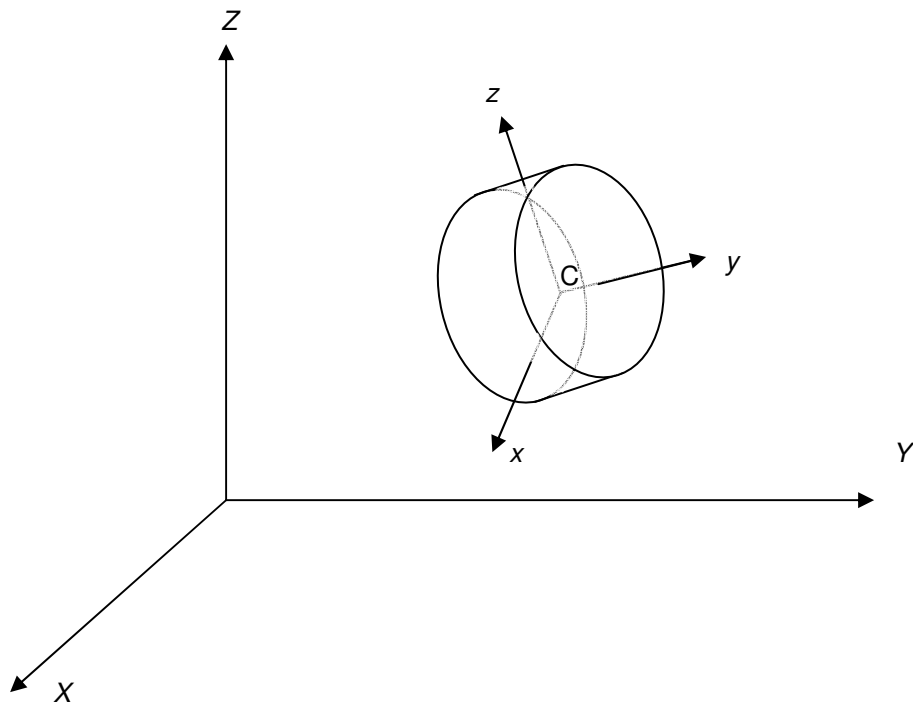


Figura 3.2 - Elemento de Disco.

Considerando o disco como sendo simétrico ($I_{Dx} = I_{Dz}$), os ângulos θ e ψ como sendo “pequenos”, e a velocidade angular como sendo constante, isto é $\dot{\phi} = \Omega$, obtém-se após substituição da equação (3.2) na equação (3.3):

$$T_D = \frac{1}{2} \cdot M_D \cdot (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} \cdot I_{Dx} \cdot (\dot{\theta}^2 - \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2} \cdot I_{Dy} \cdot (\Omega^2 - 2 \cdot \Omega \cdot \dot{\psi} \cdot \theta) \quad (3.4)$$

onde $\frac{1}{2} \cdot I_{Dy} \cdot \Omega^2$ é uma constante que representa a energia cinética de rotação do disco e

$\frac{1}{2} \cdot I_{Dy} \cdot 2 \cdot \Omega \cdot \dot{\psi} \cdot \theta$ é um termo da energia cinética relacionado ao efeito de coriolis.

Define-se o vetor $\{q\}$ contendo o conjunto de coordenadas generalizadas necessárias para descrever o movimento da estrutura: neste caso são necessárias duas translações, u e w , e duas rotações, θ e ψ , como é mostrado na equação (3.5).

$$\{q\} = \{u \quad w \quad \theta \quad \psi\}^T \quad (3.5)$$

onde: $\theta = \frac{\partial w}{\partial y}$ e $\psi = -\frac{\partial u}{\partial x}$

Aplicando as equações de Lagrange à equação (3.4), considerando o vetor de coordenadas generalizadas $\{q\}$, é possível chegar à seguinte equação:

$$M_D \cdot \{\ddot{q}\} + \Omega \cdot G_D \cdot \{\dot{q}\} = \mathbf{0} \quad (3.6)$$

onde M_D e G_D são, respectivamente, as matrizes de massa e giroscópica do elemento de disco, cujas expressões se encontram detalhadas no Apêndice A.

3.1.2. Elemento de Árvore

O elemento de árvore (figura 3.3) é considerado como um elemento de viga com seção transversal circular. São considerados os efeitos de inércia rotatória da seção transversal (Rayleigh), e o efeito de cisalhamento (Timoshenko). Na sequência são calculadas as expressões da energia cinética e de deformação do elemento de árvore.

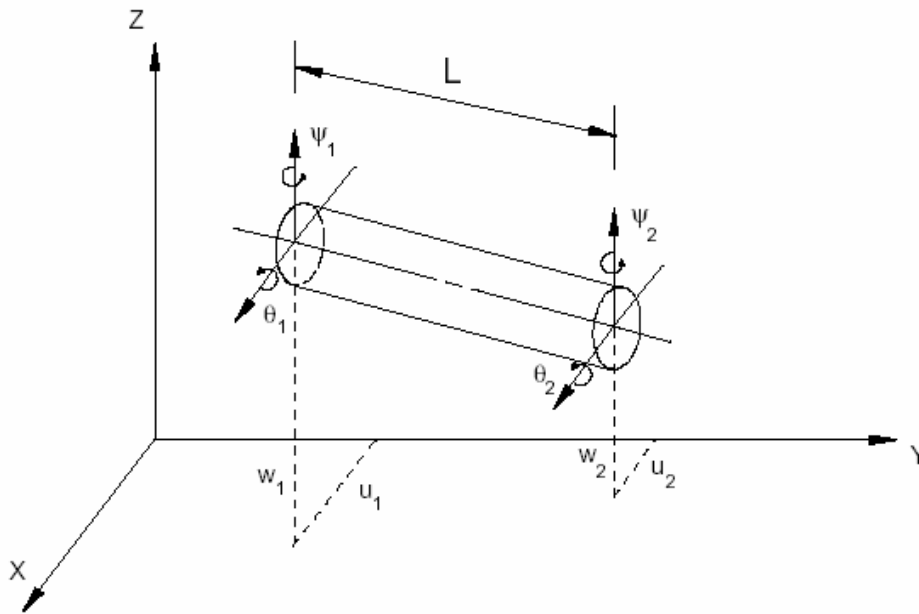


Figura 3.3 - Elemento de Árvore.

(i) Energia Cinética do Elemento de Árvore

A expressão geral da energia cinética de um elemento de árvore é semelhante àquela obtida para um elemento de disco. Assim, para um elemento de comprimento L , a energia cinética pode ser escrita como:

$$T = \frac{\rho I}{2} \cdot \int_0^l \{(\dot{\theta})^2 + (\dot{\psi})^2\} \cdot dy + \frac{\rho \cdot S}{2} \int_0^l \{(\dot{u})^2 + (\dot{w})^2\} \cdot dy - 2 \cdot \rho \cdot I \cdot \Omega \cdot \int_0^l \dot{\psi} \cdot \dot{\theta} \cdot dy + \rho \cdot I \cdot L \cdot \Omega^2 \quad (3.7)$$

sendo que ρ é a densidade do material do elemento, S é a seção transversal e I é o momento de inércia da seção transversal em relação à linha neutra da árvore.

Usando o método dos elementos finitos, considera-se que o elemento de árvore possui dois nós. Considerando que cada nó tem quatro graus de liberdade, dois de deslocamento e outros dois de rotação, é possível escrever o vetor de coordenadas nodais do elemento de árvore usando a seguinte equação:

$$\delta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^T \quad (3.8)$$

Os deslocamentos u e w são calculados da seguinte forma:

$$u = N_1(y) \delta u \quad (3.9)$$

com:

$$\delta u = [u_1, \psi_1, u_2, \psi_2]^T$$

$$w = N_2(y) \delta w \quad (3.10)$$

com:

$$\delta w = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^T$$

$N_1(y)$ e $N_2(y)$ são as chamadas funções de forma que permitem expressar os deslocamentos da árvore (Lalanne e Ferraris, 1998), dadas por:

$$N_1(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (3.11)$$

$$N_2(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (3.12)$$

Calculando as derivadas das equações (3.5), (3.9), e (3.10) e substituindo-as na equação (2.12), tem-se:

$$\begin{aligned} T = & \frac{\rho S}{2} \int_0^L [\delta \dot{u}^T N_1^T N_1 \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T N_2^T N_2 \delta \dot{w}] dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L \left[\delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta \dot{w} \right] + \\ & + \rho I_p \Omega \int_0^L \delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta w dy + \rho I L \Omega^2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Substituindo as funções de forma e suas derivadas na equação (3.13), fica:

$$T = \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T M_1 \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^T M_2 \delta \dot{w} + \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T M_3 \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^T M_4 \delta \dot{w} + \Omega \delta \dot{u}^T M_5 \delta w + \rho I L \Omega^2 \quad (3.14)$$

Nesta equação as matrizes M_1 e M_2 são as matrizes clássicas de massa, M_3 e M_4 , são devidas à influência do efeito da inércia rotatória, e M_5 é devida ao efeito giroscópico. Aplicando as equações de Lagrange é possível obter a equação (3.15):

$$(M_C + M_s) \cdot \{\ddot{\delta}\} + G_E \cdot \{\dot{\delta}\} = \mathbf{0} \quad (3.15)$$

onde M_C é obtida a partir de M_1 e M_2 ; M_s é obtida usando M_3 e M_4 , e G_E decorre de M_5 , sendo suas respectivas expressões igualmente detalhadas no Apêndice A.

(ii) Energia de Deformação do Elemento de Árvore

A energia de deformação é necessária para a obtenção da matriz de rigidez do elemento de árvore. Lalanne e Ferraris (1998) determinam a energia de deformação de um elemento de árvore de acordo com a seguinte equação:

$$U_s = \frac{E \cdot I}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (3.16)$$

Não havendo força axial ($F_0 = 0$), a equação anterior pode ser escrita como sendo:

$$U_s = \frac{E \cdot I}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (3.17)$$

Substituindo as derivadas segundas das equações (3.9) e (3.10) em (3.16):

$$U_s = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \delta u + \delta w^T \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \delta w \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \delta u + \delta w^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta w \right] dy \quad (3.18)$$

Depois da integração, U_s fica da seguinte forma:

$$U_s = \frac{1}{2} \delta u^T K_1 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T K_2 \delta w + \frac{1}{2} \delta u^T K_3 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T K_4 \delta w \quad (3.19)$$

sendo que K_1 e K_2 são as matrizes clássicas de rigidez, e K_3 e K_4 as matrizes devidas às forças axiais. Aplicando as equações de Lagrange à equação (3.19), tem-se:

$$\frac{\partial U_s}{\partial \delta} = (K_c + K_F) \delta \quad (3.20)$$

K_c é a matriz clássica de rigidez obtida a partir de K_1 e K_2 , e K_F é a matriz devida às forças axiais, sendo esta relacionada com K_3 e K_4 . As expressões destas matrizes são também detalhadas no Apêndice A.

3.1.3. Elemento de Mancal

Geralmente, um rotor flexível é suspenso por apoios compostos por caixas de rolamentos, mancais hidrodinâmicos, que por sua vez são suportados por uma estrutura flexível, que permite dissipar a energia cinética resultante das vibrações do rotor e ainda acomodar expansão térmica, resultante das mudanças de temperatura dos elementos mecânicos, registradas quando a máquina entra em movimento. Um modelo esquemático do elemento de mancal é apresentado na figura (3.4).

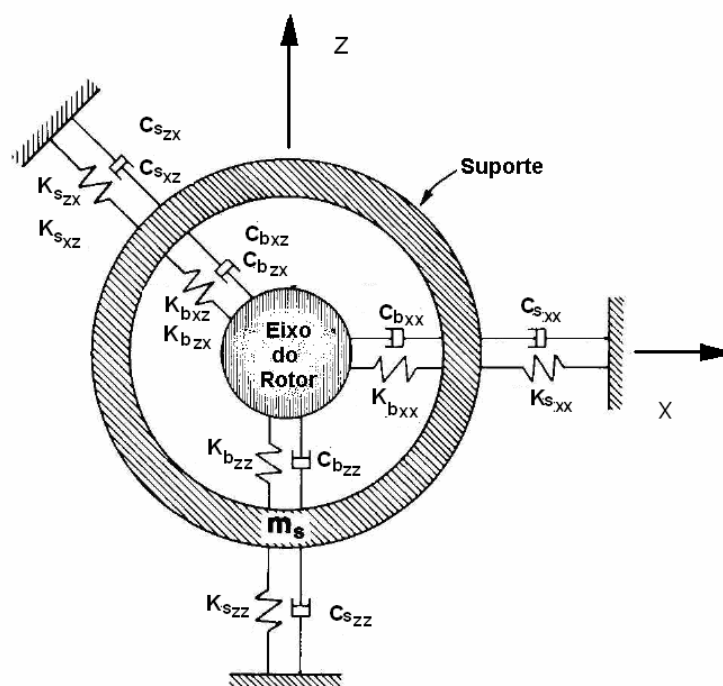


Figura 3.4 – Modelo esquemático da suspensão de um rotor

O mancal pode ser simplificado, considerando que os suportes do rotor funcionam como sistemas de dois graus de liberdade que atuam independentemente em cada uma das direções de movimento transversais ao eixo da máquina (x e z , de acordo com o sistema de referência usado neste trabalho).

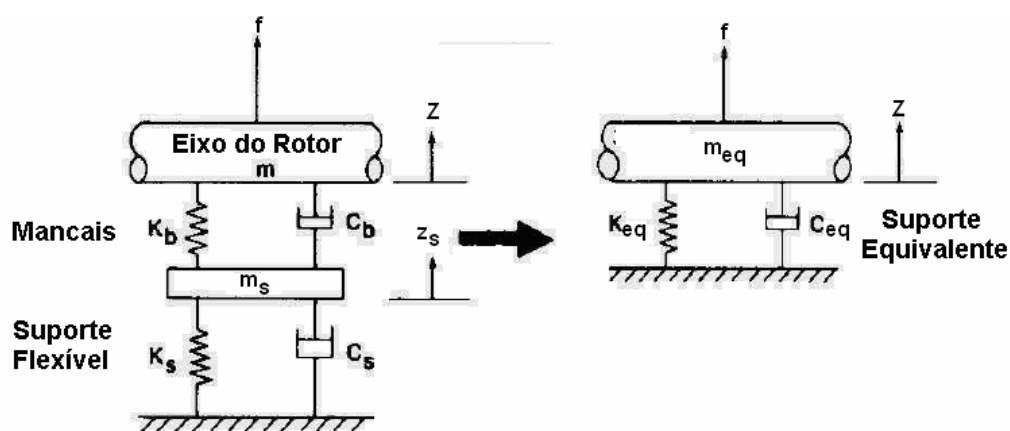


Figura 3.5 – Esquema do funcionamento de um suporte do rotor na direção Z

Na figura anterior os coeficientes K_b e C_b estão associados à rigidez e ao amortecimento dos rolamentos ou mancais hidrodinâmicos, respectivamente. É mais conveniente fazer a

consideração destes coeficientes como sendo dependentes da velocidade de rotação, para o caso de mancais hidrodinâmicos (Childs, 1998).

O modelo anterior pode ser escrito em função de coeficientes equivalentes (K_{eq} e C_{eq}). Nicholas e Barret (1986) apresentam uma formulação que permite o cálculo dos coeficientes equivalentes a partir dos quatro coeficientes apresentados no modelo da figura (3.4). No caso de ser necessária a inclusão dos termos cruzados, a formulação matemática dos coeficientes equivalentes fica consideravelmente mais complexa (Nicholas *et al*, 1986).

No presente trabalho, considerando a bancada experimental disponível, é modelado um suporte composto por uma caixa de mancais de rolamento suspensa por lâminas flexíveis bi-engastadas, sendo a rigidez do sistema de lâminas muito menor que a rigidez da caixa de rolamentos.

Neste trabalho, os coeficientes equivalentes do sistema de suporte do rotor são determinados sob a consideração de estes serem constantes e independentes da frequência de rotação da máquina (Figura 3.6), de acordo ao proposto por Lalanne e Ferraris (1998). Neste caso, o trabalho virtual das forças atuando sobre o eixo, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\delta W = -k_{xx}u\delta u - k_{xz}w\delta u - k_{zx}u\delta w - k_{zz}w\delta w - c_{xx}\dot{u}\delta u - c_{xz}\dot{w}\delta u - c_{zx}\dot{u}\delta w - c_{zz}\dot{w}\delta w \quad (3.21)$$

ou:

$$\delta W = F_u \delta u + F_w \delta w \quad (3.22)$$

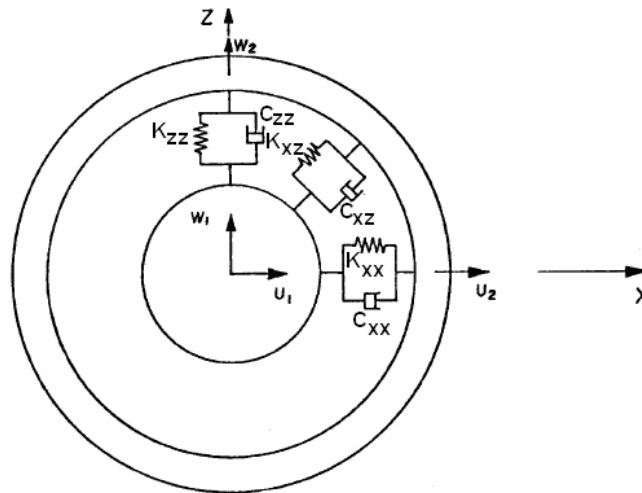


Figura 3.6 - Configuração do mancal

sendo que F_u e F_w são as componentes das forças generalizadas. Na forma matricial a equação (3.21) pode ser escrita como:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \quad (3.23)$$

Escrevendo agora a equação (3.23) em função do vetor de coordenadas generalizadas $\{q\}$, resulta:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_\theta \\ F_w \\ F_\psi \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{q\} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{\dot{q}\} \quad (3.24)$$

3.1.4. Efeito das Massas de Desbalanceamento

O desbalanceamento é caracterizado como uma massa concentrada m_u localizada a uma distância d (excentricidade) do centro geométrico do elemento (figura 3.7). A massa permanece no plano xz , sendo que sua posição em relação ao eixo y é considerada constante.

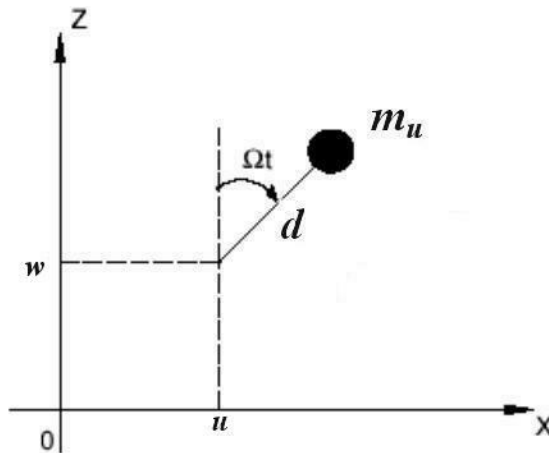


Figura 3.7 - Massa desbalanceada

A energia cinética T_U da massa concentrada m_u é dada por:

$$T_U = \frac{1}{2} \cdot V^T \cdot m_u \cdot V \quad (3.25)$$

onde V é o vetor da velocidade da massa m_u . Seja o vetor de deslocamento da massa m_u :

$$D_{mu} = \begin{Bmatrix} u + d \cdot \sin(\Omega t) \\ Y_p \\ w + d \cdot \cos(\Omega t) \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

Y_p é a posição da massa em relação ao eixo y . Derivando a equação (3.26), obtém-se a velocidade da massa concentrada m_u .

$$V = \frac{dD_{mu}}{dt} = \begin{Bmatrix} \dot{u} + d \cdot \Omega \cdot \cos(\Omega t) \\ 0 \\ \dot{w} + d \cdot \Omega \cdot \sin(\Omega t) \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

Então, a energia cinética da massa m_u é:

$$T_U = \frac{m_u}{2} \cdot (\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \Omega^2 \cdot d^2 + 2 \cdot \Omega \cdot d \cdot \dot{u} \cdot \cos(\Omega t) - 2 \cdot \Omega \cdot d \cdot \dot{w} \cdot \sin(\Omega t)) \quad (3.28)$$

Aplicando as equações de Lagrange à equação (3.28), obtém-se:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = -m_u \cdot d \cdot \Omega^2 \cdot \begin{Bmatrix} \sin(\Omega t) \\ \cos(\Omega t) \end{Bmatrix} \quad (3.29)$$

Na equação (3.29) m_u corresponde à massa desbalanceada situada sobre o eixo z no instante $t=(2\pi+T)$, onde T é o período de rotação do eixo. Em situações industriais interessa-se pela influência de várias massas desbalanceadas em um rotor, localizadas em diferentes posições

angulares (desbalanceamento distribuído), razão pela qual é introduzido na equação (3.29) um ângulo de fase α , medido em relação ao eixo z . As forças ficam então da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = m_u \cdot d \cdot \Omega^2 \cdot \begin{Bmatrix} \sin(\Omega t + \alpha) \\ \cos(\Omega t + \alpha) \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

A equação (3.30), pode ser rescrita como:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = F_2 \cdot \sin(\Omega t) + F_3 \cdot \cos(\Omega t) \quad (3.31)$$

com:

$$F_2 = m_u \cdot d \cdot \Omega^2 \cdot \begin{Bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{Bmatrix} \quad \text{e}, \quad F_3 = m_u \cdot d \cdot \Omega^2 \cdot \begin{Bmatrix} \sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

3.2. MODELAGEM DE COMPONENTES VISCOELÁSTICOS USADOS EM APOIOS DE SISTEMAS ROTATIVOS

Existem diferentes alternativas para a inclusão de materiais viscoelásticos em máquinas rotativas com o intuito de reduzir sua resposta dinâmica, aproveitando a capacidade destes materiais de dissipar energia cinética, que, de outra forma, produziria vibração. A alternativa mais usada é a adição de anéis de materiais viscoelásticos. Neste campo diversos autores têm apresentado estudos abordando a modelagem dinâmica destes componentes usados nos apoios de sistemas rotativos (figura 3.7). As primeiras contribuições mais significativas foram divulgadas através de uma série de relatórios publicados pela Agência Aeroespacial Americana (NASA), entre 1972 e 1980 (Smalley, Tessarzik *et al*, 1972-1980; e Smalley, 1980). Bormann e Gasch (2002) fazem uma boa revisão dos trabalhos anteriores publicados a respeito. Adicionalmente, propõem uma formulação para a determinação da rigidez de anéis de seção circular e também um procedimento para a seleção de anéis de materiais viscoelásticos, visando sua aplicação em sistemas rotativos simples. Saldarriaga e Steffen (2004) apresentaram um procedimento para a inclusão do efeito viscoelástico dos anéis no modelo matemático de um rotor flexível, sendo que a inclusão do comportamento viscoelástico é feita a partir do modelo dos campos de deslocamentos anelásticos (vem da abreviação em inglês, ADF) (ver capítulo 2).

Neste trabalho é apresentada a proposta do uso de absorvedores translacionais com componentes viscoelásticos localizados nos apoios da máquina rotativa. Alternativamente, autores propõem o uso de materiais viscoelásticos na forma de recobrimento do eixo do rotor (Silveira, 2001), ou aplicados sobre as superfícies das lâminas que compõem os apoios de um rotor, formando uma estrutura sanduíche de três camadas. A camada intermediária é a camada viscoelástica, onde o efeito do amortecimento atua quando do movimento de flexão (Saldarriaga e Steffen, 2006).

Em seguida, será revisado o procedimento analítico para a modelagem dos absorvedores viscoelásticos translacionais e, posteriormente, serão apresentados os modelos usados para a representação do comportamento dinâmico de rotores flexíveis com apoios translacionais viscoelásticos localizados nos suportes.

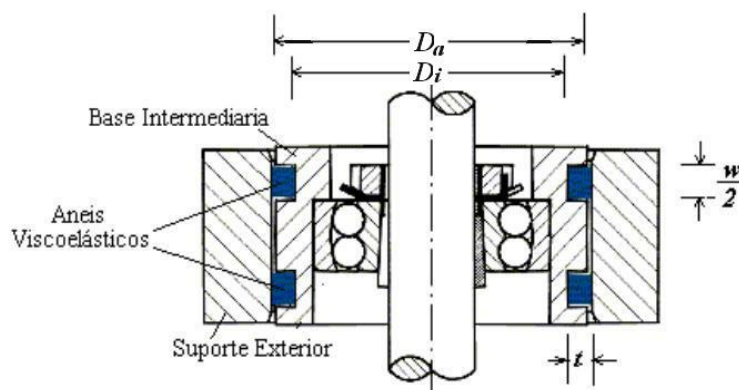


Figura 3.7 – Anéis Viscoelásticos montados nos apoios de um sistema rotativo (adaptado de Bormann e Gasch, 2002)

3.2.2. Modelagem de Apoios Translacionais Viscoelásticos

Uma alternativa ainda pouco explorada para a inclusão de materiais viscoelásticos em sistemas mecânicos é o uso de apoios translacionais viscoelásticos (figura 3.8). Uma desvantagem deste tipo de absorvedores é que somente podem trabalhar com pequenas taxas de deformação. Para taxas de deformação elevadas tem-se um aumento significativo da temperatura, provocando mudança nas propriedades físico-químicas do material utilizado (Nashif *et al*, 1998). Porém, deve-se salientar que o uso deste tipo de amortecedores é amplamente divulgado com vistas ao controle passivo de vibrações em estruturas civis (Mashmoodi, 1969; Munshi, 1997; Xu *et al*, 2003; Park *et al*, 2003; Marko *et al*, 2004) e também em sistemas aeroespaciais (Rittweger *et al*, 2002).

De acordo com a tabela (2.1), a rigidez de um apoio translacional viscoelástico pode ser calculada a partir da equação (3.33).

$$K_T = \gamma \cdot G = \left(\frac{2 \cdot L \cdot b}{h} \right) \cdot G \quad (3.33)$$

onde L , h e b são, respectivamente, o comprimento, a espessura e a largura do cubo de material viscoelástico usada na construção do apoio (ver figura 3.8), e G é o módulo de cisalhamento do material.

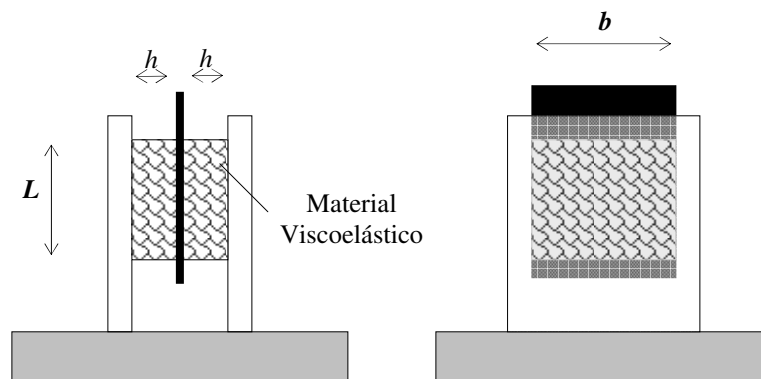


Figura 3.8 – Apoio viscoelástico translacional

Neste trabalho são usados dois procedimentos para incluir o efeito viscoelástico no modelo do rotor: o primeiro é baseado no modelo viscoelástico dos campos de deslocamentos anelásticos e, o outro, é baseado no conceito de módulo complexo. O primeiro modelo permite a construção de matrizes com parâmetros constantes, facilitando o cálculo não somente da resposta ao desbalanceamento, como também dos modos de vibração, frequências naturais, velocidades críticas e respostas transientes e facilitando ainda realizar aplicações de controle ativo. Por outro lado, o modelo baseado no módulo complexo oferece a vantagem de ser mais simples em sua construção, não precisando de graus de liberdade adicionais indispensáveis para os modelos baseados em variáveis internas. Por este motivo seu processamento é muito mais rápido, tornando o tempo computacional aceitável. Entretanto, o modelo baseado no módulo complexo tem a desvantagem de conter parâmetros variáveis nas matrizes do modelo, sendo tais parâmetros função da frequência de rotação. Por este motivo, o modelo em tela é viável apenas no caso em que a resposta do sistema seja procurada para uma frequência constante, como é o caso

da resposta ao desbalanceamento. Na seqüência são apresentados ambos os casos acima descritos.

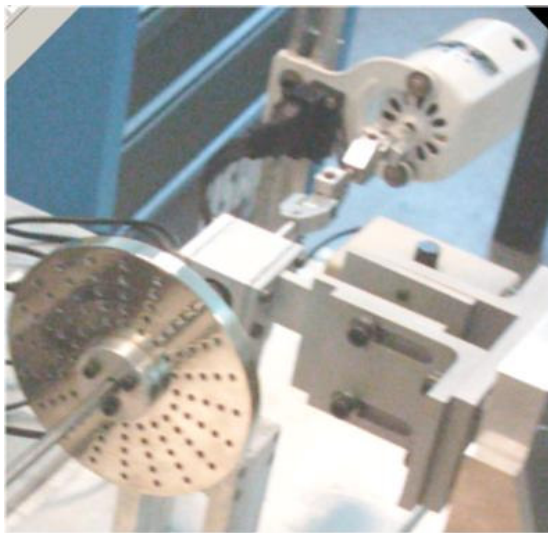
(i) Modelagem de um Sistema Rotativo com Apoios Viscoelásticos Translacionais usando o modelo dos campos de deslocamentos anelásticos (modelo ADF)

As equações do movimento do sistema rotativo com mancais apoiados sobre suportes rígidos podem ser escritas matricialmente da seguinte maneira:

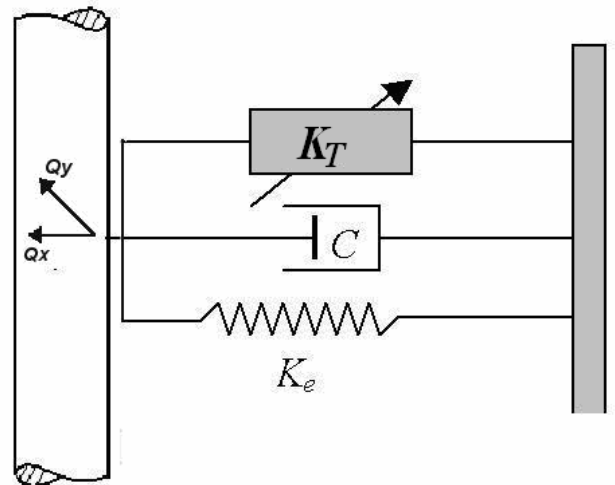
$$\begin{bmatrix} M_{LL} & M_{LM} \\ M_{ML} & M_{MM} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{X}_L \\ \ddot{X}_M \end{Bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} C_{LL} & C_{LM} \\ C_{ML} & C_{MM} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{LL} & D_{LM} \\ D_{ML} & D_{MM} \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{Bmatrix} \dot{X}_L \\ \dot{X}_M \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LM} \\ K_{ML} & K_{MM} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_L \\ X_M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_L \\ F_M \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

Os subíndices M correspondem aos graus de liberdade associados aos deslocamentos nas posições dos suportes, e os subíndices L correspondem aos graus de liberdade restantes. A primeira matriz corresponde à matriz total de massa do sistema; a segunda é a matriz giroscópica; a terceira é a matriz total de amortecimento; e a quarta é a matriz total de rigidez do sistema.

Para o caso de serem usados apoios viscoelásticos translacionais, a rigidez do apoio viscoelástico atua em paralelo com a rigidez do mancal, conforme o esquema da figura (3.9). Como a rigidez do rolamento do apoio do rotor é muito maior que o somatório das rigidezes do mancal e do apoio viscoelástico, esta é desconsiderada no modelo estudado neste trabalho.



a)



b)

Figura 3.9 – a) Apoio viscoelástico montado no rotor; b) Esquema mecânico do apoio.

Usando as equações (2.11), (2.15) e (3.33), e considerando que a rigidez na posição do mancal é dada pelo somatório da rigidez do suporte viscoelástico e a rigidez do sistema rotativo nessa posição, é possível escrever a equação de movimento do suporte:

$$M_{ML} \cdot \ddot{q}_L + M_{MM} \cdot \ddot{q}_M + C_{ML} \cdot \dot{q}_L + C_{MM} \cdot \dot{q}_M + K_{ML} \cdot q_L + (K_{MM}^e + K_v^\infty) \cdot q_M - K_v^\infty \cdot \sum_{i=1}^N q_i^A = F_M \quad (3.35)$$

sendo K_{MM}^e a parte elástica da rigidez do suporte, N o número de campos de deslocamentos anelásticos usados para considerar o processo de relaxação do material viscoelástico. q_i^A é o i -ésimo deslocamento anelástico, e K_v^∞ é dado pela equação (3.36).

$$K_v^\infty = G_r \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^N \Delta_i \right) \cdot \gamma \quad (3.36)$$

sendo γ dependente das características geométricas do apoio viscoelástico, conforme a equação (3.33).

Multiplicando a equação (2.15) por γ resulta:

$$K_v^\infty \cdot \frac{C_i}{\Omega_i} \cdot q_{vi}^A - K_v^\infty \cdot q_v + K_v^\infty \cdot C_i \cdot q_{vi}^A = 0 \quad (3.37)$$

Então, é possível obter um sistema de equações lineares de primeira ordem usando as equações (3.34), (3.35) e (3.37). Os valores das matrizes A e B são dados pelas equações (3.39) e (3.40).

$$A \cdot \{\dot{Q}\} + B \cdot \{Q\} = \{F\} \quad (3.38)$$

$$A = \begin{bmatrix} M_{LL} & M_{LM} & & & & & \\ M_{ML} & M_{MM} & & & & & \\ & & I & & & & \\ & & & I & & & \\ & & & & \frac{C_1}{\Omega_1} \cdot K_v^\infty & & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & \frac{C_N}{\Omega_N} \cdot K_v^\infty \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$B = \begin{bmatrix} D_{LL} & D_{LM} & K_{LL} & K_{LM} & \mathbf{0} & & \mathbf{0} \\ D_{ML} & D_{MM} & K_{ML} & K_{MM}^e + K_v^\infty & -K_v^\infty & \dots & -K_v^\infty \\ -I & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \dots & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -I & \vdots & \mathbf{0} & \dots & & \mathbf{0} \\ \vdots & & \vdots & -K_v^\infty & K_v^\infty \cdot C_1 & \mathbf{0} & \vdots \\ \vdots & & & \vdots & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & -K_v^\infty & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -K_v^\infty \cdot C_N \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

sendo que o vetor de coordenadas generalizadas $\{Q\}$ é dado pela equação (3.41).

$$Q = [\dot{q}_L \quad \dot{q}_M \quad q_L \quad q_M \quad q_{v(1)}^A \quad \dots \quad q_{v(N)}^A]^T \quad (3.41)$$

No caso da ocorrência de forças de desbalanceamento atuando sobre o rotor, a equação (3.38) assume a seguinte forma:

$$A \cdot \{\dot{Q}\} + B \cdot \{Q\} = \{f_1\} \cdot \sin(\Omega \cdot t) + \{f_2\} \cdot \cos(\Omega \cdot t) \quad (3.42)$$

onde A e B dependem da maneira pela qual são usados os materiais viscoelásticos, conforme comentado anteriormente.

Na equação (3.42), Ω é a velocidade de rotação do sistema e $\{f_1\}$, $\{f_2\}$ são os momentos produzidos pelas massas desbalanceadas nos nós correspondentes. Conseqüentemente, a solução do sistema é dada como:

$$\{Q\} = \{\Delta_1\} \cdot \text{sen}(\Omega \cdot t) + \{\Delta_2\} \cdot \cos(\Omega \cdot t) \quad (3.43)$$

separando os termos associados a $\text{sen}(\Omega \cdot t)$ e $\cos(\Omega \cdot t)$, é obtida a equação (3.44).

$$\begin{bmatrix} B & -A \cdot \Omega \\ A \cdot \Omega & B \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{\Delta_1\} \\ \{\Delta_2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_1\} \\ \{f_2\} \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

Assim, conhecendo os desbalanceamentos e suas respectivas posições angulares é possível determinar o vetor de deslocamentos do sistema para cada valor de Ω (resposta ao desbalanceamento).

Para a determinação das freqüências naturais do sistema e da velocidade limite de estabilidade é necessário resolver o problema de autovalores do sistema livre. Nesse caso, trata-se da solução não-trivial do seguinte sistema:

$$A \cdot \{V\} = -B \cdot \{V\} \cdot [F] \quad (3.45)$$

Para cada valor de Ω são determinadas as freqüências naturais correspondentes contidas na matriz $[F]$, sendo que estas freqüências permitem traçar o chamado diagrama de Campbell e obter as velocidades críticas. A velocidade limite de estabilidade, por definição, tem a ver com o valor de Ω para o qual as partes reais dos autovalores complexos deixam de ser todas negativas.

(ii) Modelagem de um Sistema Rotativo com Apoios Viscoelásticos Translacionais usando o modelo do módulo complexo:

A partir do modelo baseado no módulo complexo é possível introduzir o efeito viscoelástico devido à ação dos apoios translacionais de forma mais simples que no caso anterior. Desta feita, escreve-se a equação do modelo completo do rotor com a adição do amortecimento viscoelástico diretamente na equação (3.46).

$$M_T \cdot \ddot{q} + C_T(\omega) \cdot \dot{q} + [K_T + K_{Tv}^*(\omega)] \cdot q = F_T \quad (3.46)$$

Sendo que K_{Tv}^* é a matriz devida ao efeito viscoelástico dos absorvedores localizados nos suportes. Esta matriz é construída de acordo com a seguinte equação:

$$K_{Tv}^*(\omega) = K_{Tv}'(\omega) + i \cdot K_{Tv}''(\omega) = V^T \cdot (K_v'(\omega) + i \cdot K_v''(\omega)) \cdot V \quad (3.47)$$

onde V é um vetor com um número de elementos igual ao número de coordenadas generalizadas do modelo do sistema rotativo, sendo que os valores associados aos deslocamentos nas posições dos absorvedores são iguais a um e os valores restantes são nulos. K_v' e K_v'' são as partes real e imaginária, respectivamente, da rigidez complexa do material (equação 3.33).

De forma semelhante à equação (3.42), no caso da consideração de forças de desbalanceamento, a equação (3.46) pode ser escrita da seguinte forma:

$$M_T \cdot \ddot{q} + C_T(\Omega) \cdot \dot{q} + [K_T + K_{Tv}^*(\Omega)] \cdot q = \{f_1\} \cdot \sin(\Omega \cdot t) + \{f_2\} \cdot \cos(\Omega \cdot t) \quad (3.48)$$

sendo Ω a frequência de giro do rotor.

E, conforme procedimento adotado no caso anterior, a solução da equação é dada por:

$$q = \{\Delta_1\} \cdot \sin(\Omega \cdot t) + \{\Delta_2\} \cdot \cos(\Omega \cdot t) \quad (3.49)$$

Depois de escrever as funções seno e cosseno conforme as expressões de Euler, e separando as partes real e imaginária, é possível escrever a equação (3.50).

$$\begin{bmatrix} K_T + K_{Tv}'(\Omega) - M_T \cdot \Omega^2 & -\Omega \cdot C_T(\Omega) - K_{Tv}''(\Omega) \\ \Omega \cdot C_T(\Omega) + K_{Tv}''(\Omega) & K_T + K_{Tv}'(\Omega) - M_T \cdot \Omega^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_1\} \\ \{f_2\} \end{Bmatrix} \quad (3.50)$$

A partir desta equação pode-se determinar o vetor de deslocamentos do sistema para cada valor de Ω (resposta ao desbalanceamento), conhecidos os desbalanceamentos e suas respectivas posições angulares.

CAPÍTULO 4

IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DINÂMICOS DOS MODELOS

Neste capítulo é apresentado o procedimento adotado para a identificação e ajuste dos parâmetros dinâmicos dos modelos do rotor flexível e dos absorvedores viscoelásticos. Os modelos desenvolvidos são baseados nas considerações e desenvolvimentos feitos nos capítulos anteriores. No caso do rotor flexível são caracterizadas e ajustadas as constantes de massa concentrada, rigidez e amortecimento viscoso concentrados nos mancais e no acoplamento com o motor. Adicionalmente, a resposta do rotor em repouso é ajustada ao modelo matemático usando uma matriz de amortecimento modal. Posteriormente, usando a resposta ao desbalanceamento do rotor é identificado o desbalanceamento residual (devido à alta flexibilidade do rotor usado para a realização dos testes experimentais foi necessária a realização de um balanceamento prévio do sistema usando o procedimento apresentado em Saldarriaga *et al*, 2007).

No caso dos absorvedores viscoelásticos foi identificada a rigidez complexa do absorvedor (considerando o módulo complexo do material, conforme discutido no capítulo 2), ou seja, foram determinados o módulo de armazenamento e o fator de perda. A identificação, à semelhança do procedimento empregado para o caso do rotor flexível, foi feita a partir da solução de um problema inverso onde os parâmetros dinâmicos do absorvedor viscoelásticos são ajustados através da comparação do modelo matemático com os resultados dos testes experimentais. Na seqüência deste trabalho tem-se um detalhamento do procedimento utilizado para tratar dos dois problemas de identificação acima mencionados.

4.1. IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DINÂMICOS DO ROTOR FLEXÍVEL

O processo de identificação e ajuste do modelo do rotor flexível pode ser dividido em três etapas. Na primeira, foi selecionado o modelo apropriado, levando em consideração as variáveis envolvidas, os pontos de medição e excitação escolhidos na bancada e a faixa de frequências analisada. Em uma segunda etapa foram ajustados os parâmetros dinâmicos do rotor para o caso em repouso (rotor parado). Posteriormente, na última etapa, foi identificado o desbalanceamento do sistema rotativo através da comparação da resposta ao desbalanceamento medida experimentalmente com os resultados obtidos através do modelo atualizado na etapa anterior.

4.1.1 Modelo do Sistema Rotativo

O rotor flexível foi modelado de acordo com os procedimentos apresentados no capítulo anterior. Foram usados cinco elementos de eixo e três elementos de disco rígido, conforme a geometria do sistema apresentada na figura 4.1. O sistema mancais-suportes do rotor é modelado da forma clássica, ou seja, considera-se um sistema de dois graus de liberdade relacionados com o deslocamento nas direções ortogonais transversais ao eixo do rotor e, para incluir a resposta dinâmica dos suportes no modelo matemático-computacional do sistema, são usados coeficientes de amortecimento e de rigidez constantes. De acordo com o que foi observado nos testes experimentais, a resposta devido a uma excitação produzida na direção transversal àquela em que é feita a medição é desprezível. Em assim sendo, para efeitos de simplificação do modelo e devido à pouca influência observada para estes parâmetros, não foram considerados os termos cruzados nas matrizes de amortecimento e rigidez dos mancais. O acoplamento entre o eixo do rotor e o motor foi modelado de maneira similar aos suportes, considerando, porém, a simetria das matrizes de massa e rigidez elementares.

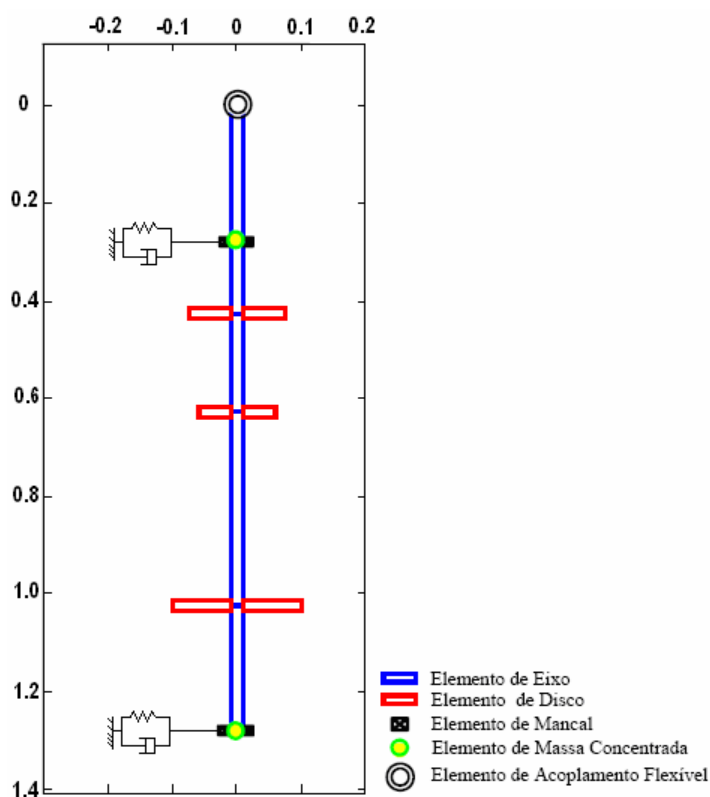


Figura 4.1 – Elementos constitutivos do modelo do rotor flexível (dimensões em metros)

4.1.2 Ajuste dos Parâmetros Dinâmicos do Rotor em Repouso (parado)

Com o objetivo de determinar e ajustar os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento do sistema foi implementado um procedimento de otimização para resolver o problema inverso associado. Foi então considerada a expressiva quantidade de informação que existe na literatura acerca do problema de identificação de parâmetros dinâmicos dos suportes em modelos de máquinas rotativas. Observa-se que na maioria dos casos considerados, os métodos são restritos a condições específicas, tais como geometria simples dos elementos de eixo e simetria do sistema rotativo. Estes aspectos dificultam a aplicação de vários dos métodos comumente utilizados em situações práticas, nas quais os sistemas rotativos apresentam resposta dinâmica bastante complexa devido a seu comportamento flexível (rotores mais leves) e assimetria dos mancais, conforme encontrados nas máquinas rotativas de grande desempenho.

Assis e Steffen (2003) e De Santiago e San Andres (2003) apresentaram procedimentos para a identificação de parâmetros de mancais de rotores flexíveis bi-apoiados usando a resposta ao desbalanceamento como referência. Assis e Steffen consideram que os parâmetros dinâmicos são iguais para ambos os mancais localizados nos extremos do rotor; o processo de identificação é desenvolvido usando métodos de otimização pseudo-heurísticos considerando uma única distribuição de massas de desbalanceamento do rotor. Por outro lado, De Santiago e San Andrés consideram o rotor como sendo suportado por suportes com características diferentes, os quais são modelados como sistemas complexos compostos por estruturas elásticas em série com mancais hidrodinâmicos e amortecedores de filme fluido. Estes sistemas foram identificados e ajustados a partir das respostas ao desbalanceamento usando duas configurações diferentes de massas de desbalanceamento conhecidas. Em ambos os casos foram desconsiderados os termos cruzados nas matrizes elementares dos mancais.

Uma perspectiva diferente é adotada por outros pesquisadores, onde as características dos suportes são determinadas a partir da comparação entre funções de resposta em frequência (FRF's) analíticas e experimentais (De Santiago e San Andrés, 2003; San Andrés e De Santiago, 2004), para casos onde não se observa dependência entre a resposta dinâmica dos suportes e a velocidade de rotação do rotor. As FRF's experimentais contêm implicitamente a influência das propriedades dinâmicas dos suportes. Assim, é possível determinar os parâmetros desconhecidos a partir das FRF's obtidas analiticamente considerando um modelo previamente estabelecido. A

vantagem significativa do uso das FRF's para a identificação dos parâmetros dos suportes é que esta pode ser feita sem o conhecimento da distribuição do desbalanceamento no rotor.

Em condições de laboratório é possível o uso de dois tipos de fontes de excitação para a obtenção das FRF's, a saber, o excitador eletrodinâmico de vibração (*shaker*) e o martelo de impacto. De uma forma geral o *shaker* tem a desvantagem de precisar de condições particulares de montagem e condução dos testes que podem oferecer algumas dificuldades, influenciando decisivamente no sucesso dos ensaios. Cabe inclusive salientar que, em vários casos, tais condições restringem ou até mesmo impedem sua aplicação em situações reais. Por outro lado, o *shaker* oferece também vantagens em relação ao martelo de impacto, ao serem considerados aspectos como repetibilidade dos ensaios, qualidade da identificação em altas freqüências, facilidade de implementação dos testes, etc. Não obstante, Nicholas *et al* (1986), observaram que os resultados da identificação não mostraram diferenças significativas usando as duas técnicas acima quando a análise era feita numa faixa de baixas freqüências (inferiores a 200 Hz).

Neste trabalho optou-se por utilizar um martelo de impacto para obter as respostas dinâmicas do sistema para posterior identificação das características dinâmicas dos suportes e do acoplamento flexível do motor. Consequentemente, os parâmetros dinâmicos são determinados e ajustados a partir da comparação entre as FRF's experimentais e teóricas. As FRF's são obtidas nas duas direções ortogonais do rotor, excitando e medindo a resposta dinâmica nas posições dos suportes. A excitação foi produzida usando um martelo de impacto, considerando que o interesse se restringe às baixas freqüências. As vibrações resultantes são medidas usando acelerômetros piezelétricos. A relação entre a vibração medida com os acelerômetros e a força de excitação produzida pelo martelo é conhecida como receptância e pode ser calculada através do modelo matemático usando a equação (4.1).

$$\overline{\mathbf{Dr}}(\omega) = \frac{-\omega^2 \cdot \mathbf{F}_T}{(\mathbf{K}_T - \mathbf{M}_T \cdot \omega^2) + i \cdot \mathbf{C}_T(\omega) \cdot \omega} \quad (4.1)$$

onde $\overline{\mathbf{Dr}}(\omega_j)$ é o vetor de receptância complexa, onde cada elemento deste vetor é associado a um ponto nodal do modelo, sendo seu valor calculado para a freqüência ω_j . $\mathbf{F}_T$ representa o vetor das forças de excitação aplicadas sobre o sistema. Uma ilustração deste procedimento é apresentada na figura (4.2).

A faixa de freqüência de interesse para o processo de identificação está entre 2 Hz e 25 Hz. Nesta faixa estão incluídas quatro freqüências naturais de corpo rígido e duas freqüências associadas à flexão do eixo do rotor. No processo de ajuste dos parâmetros foi utilizado um procedimento de otimização baseado em algoritmos genéticos. Entretanto, devido ao grande número de variáveis a serem identificadas e a complexidade da função objetivo, foi necessária a separação do processo de otimização em várias etapas, conforme descrito abaixo:

- (i). O modelo analítico foi reduzido com o objetivo de diminuir o tempo gasto na avaliação da função objetivo. Com este objetivo, se usou o método pseudo-modal (Steffen e Lepore, 1983) para restringir o modelo às freqüências de interesse. Obviamente se considerou que o modelo reduzido representa satisfatoriamente o sistema em estudo na faixa de freqüências considerada.
- (ii). Ao se considerar o modelo analítico foi observado que a posição das freqüências naturais não é alterada significativamente pelo efeito do amortecimento. Por este motivo, foi inicialmente construída uma função objetivo com os parâmetros relacionados com a massa e a rigidez como variáveis de projeto. A função objetivo é escrita como sendo a diferença quadrática entre os valores experimentais e analíticos das freqüências naturais. Experimentalmente foi observado nos mancais que o efeito devido ao acoplamento das forças nas direções ortogonais pode ser desprezado. Por este motivo foram consideradas duas simplificações: a) não foram considerados os termos cruzados nos coeficientes de força que compõem as matrizes elementares dos mancais; b) o processo de otimização foi desenvolvido de maneira independente nas duas direções ortogonais. A função objetivo utilizada é representada pela equação (4.2).

$$F_{1j}(k_{1j}, k_{2j}, m_{1j}, m_{2j}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{|Fn_i^{\text{experimental}} - Fn_{a(i)}^{\text{model}}(k_{1j}, k_{2j}, m_{1j}, m_{2j})|^2}{(Fn_i^{\text{experimental}})^2} \right) \quad (4.2)$$

onde F_{1j} é a função objetivo usada para o ajuste das freqüências naturais relacionadas com os modos de vibração que aparecem na direção j . O vetor Fn_a^{model} contém as freqüências naturais calculadas para o modelo analítico do rotor, as quais são associadas às freqüências naturais determinadas experimentalmente e formam o vetor $Fn_a^{\text{experimental}}$. Os parâmetros k_{1j} , k_{2j} , m_{1j} , m_{2j} são os coeficientes de massa e rigidez na direção j nas posições dos mancais (mancal 1 e 2, de acordo com a figura 4.2). As freqüências naturais podem ser calculadas analiticamente

através da solução do problema de autovalores para a forma homogênea da equação (4.1). Para tanto, basta determinar a solução não trivial da equação (4.3).

$$\mathbf{K}_T \cdot \{v\} = \mathbf{M}_T \cdot \{v\} \cdot [\lambda] \quad (4.3)$$

onde $\{v\}$ contem os autovetores do problema, enquanto que $[\lambda]$ é uma matriz diagonal contendo as freqüências naturais.

- (iii). Concluída a determinação dos coeficientes de massa e rigidez, usa-se uma nova função objetivo, considerando agora o amortecimento devido aos apoios e o amortecimento modal como sendo as variáveis de projeto. A função objetivo é escrita de acordo com a diferença entre as receptâncias experimentais e analíticas, estas ponderadas pela coerência calculada com base nos resultados experimentais, conforme a equação (4.4).

$$F_{2j}(D_j) = \sum_{g=1}^2 \left(\sum_{h=1}^2 \left(\sum_{i=1}^n \left(\left| \overline{Dr}_{ghj}^{\text{experimental}}(\omega_i) - \overline{Dr}_{ghj}^{\text{analytical}}(\omega(i), D_j) \right|^2 \cdot Co_{ghj}(\omega_i) \right) \right) \right) \quad (4.4)$$

onde D_j é o vetor contendo os coeficientes de amortecimento (coeficientes dos mancais e coeficientes de amortecimento modais):

$$D_j = [D_{1j} \ D_{2j} \ Dm_{1j} \ Dm_{2j} \ Dm_{3j}] \quad (4.5)$$

os sub-índices g e h correspondem aos pontos de excitação e medição da resposta dinâmica, respectivamente. O valor da receptância pode ser calculado para cada freqüência de interesse usando a equação (4.1).

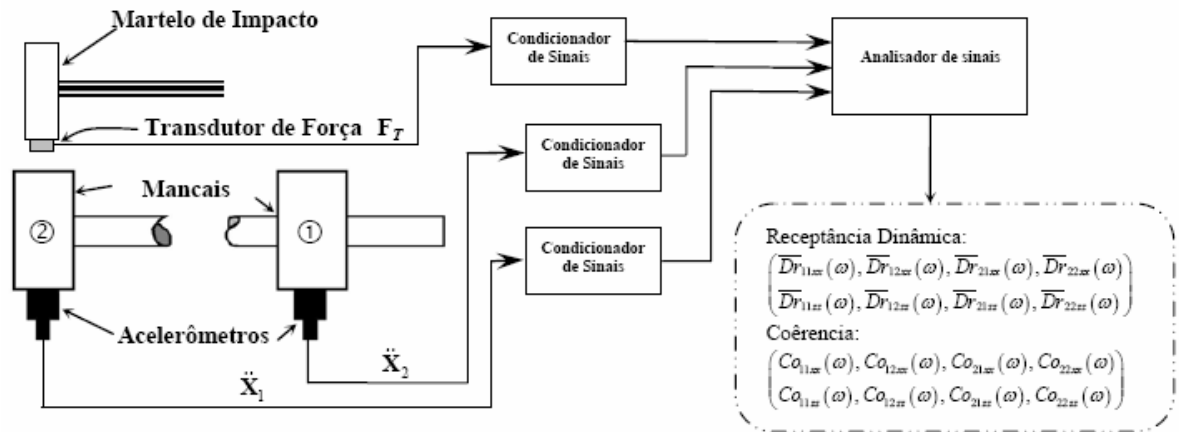


Figura 4.2 – Esquema do procedimento experimental usado na identificação do rotor.

4.1.3 Determinação das forças de desbalanceamento – Sistema giroscópico

Depois do ajuste dos coeficientes de massa, rigidez e amortecimento, é possível atualizar o modelo com o intuito de determinar a distribuição das forças de desbalanceamento. O procedimento seguido é similar ao apresentado por Saldarriaga *et al* (2006b). Assim, de forma semelhante à utilizada para a identificação do rotor sem rotação baseia-se na solução de um problema inverso, onde a resposta ao desbalanceamento medida experimentalmente é comparada com aquela que foi calculada através do modelo analítico. As variáveis de projeto (massas e ângulos de desbalanceamento), a serem instaladas nos planos de correção, são determinadas usando um procedimento de otimização baseado nos Algoritmos Genéticos. De maneira geral o procedimento é esquematicamente ilustrado na figura (4.3).

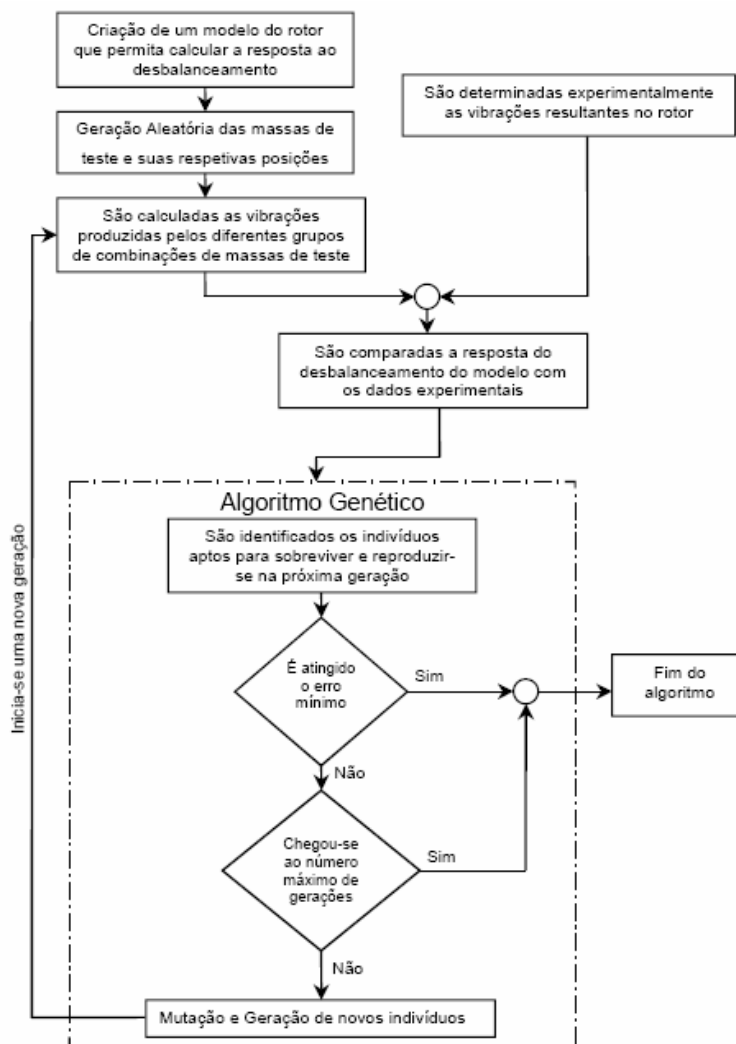


Figura 4.3 – Procedimento computacional para identificação e correção do desbalanceamento

4.2. IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DINÂMICOS DOS ABSORVEDORES DE VIBRAÇÃO VISCOELÁSTICOS

O procedimento usado para a identificação dos parâmetros dinâmicos dos absorvedores viscoelásticos pode ser classificado como um ensaio sub-ressonante, conforme a classificação apresentada anteriormente, na seção (2.3.2.). Os ensaios realizados permitiram a determinação da rigidez complexa do absorvedor. A partir da rigidez complexa é possível determinar o módulo complexo, e conseqüentemente, tanto o fator de perda como o módulo de armazenamento.

Para a identificação das características viscoelásticas dos absorvedores é usado um sistema de um grau de liberdade (para assegurar o movimento em um único modo de vibração) o

qual é conectado em série com o absorvedor viscoelástico e com um atuador eletrodinâmico (*shaker*). De forma que é possível medir a força aplicada pelo atuador através de um transdutor de força, enquanto são monitoradas as vibrações resultantes na mesa inercial usando acelerômetros. Um esquema ilustrativo da dinâmica do sistema implementado para a avaliação dos absorvedores é apresentado na figura (4.4).

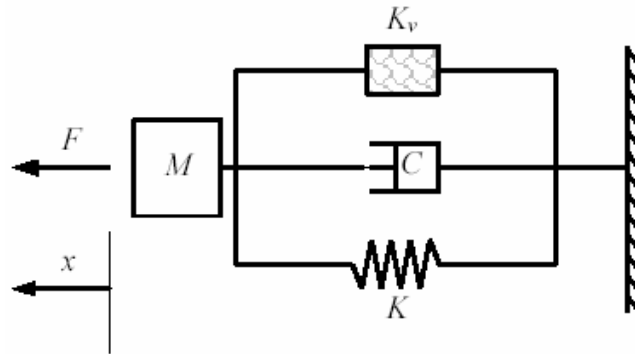


Figura 4.4 – Esquema dinâmico de um sistema de um grau de liberdade em série com um absorvedor viscoelástico.

A equação que representa o comportamento dinâmico do sistema é a seguinte:

$$M \cdot \ddot{x} + C \cdot \dot{x} + (K + K_v) \cdot x = F \quad (4.6)$$

onde M , C e K são os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento do sistema de um grau de liberdade e K_v é a rigidez complexa do absorvedor viscoelástico.

Considerando que os parâmetros do sistema de um grau de liberdade são conhecidos, é possível a determinação das partes real e imaginária da rigidez complexa do absorvedor usando as equações (4.7) e (4.8).

$$K_v^{real}(\omega) = M \cdot \omega^2 - K - S^{real}(\omega) \quad (4.7)$$

$$K_v^{imag}(\omega) = -(S^{imag}(\omega) + C \cdot \omega) \quad (4.8)$$

onde:

$$S^*(\omega) = S^{real}(\omega) + i \cdot S^{imag}(\omega)$$

Considera-se que S^* é a rigidez dinâmica do sistema, sendo esta o inverso da receptância, sendo que está é obtida a partir da relação entre os valores complexos do deslocamento e da força. A rigidez dinâmica é calculada a partir da aceleração, usando a equação (4.9).

$$S^*(\omega) = \omega^2 \cdot \frac{R_r(\omega) - i \cdot R_i(\omega)}{R_v^2(\omega) + R_i^2(\omega)} \quad (4.9)$$

Usando agora as equações (4.6), (4.7) e (4.8) é possível determinar o fator de perda, através da equação (4.10).

$$\eta(\omega) = \frac{K + S^{real}(\omega) - M \cdot \omega^2}{S^{imag}(\omega) + C \cdot \omega} \quad (4.10)$$

Finalmente, o módulo complexo do material pode ser determinado, uma vez conhecida a rigidez complexa do absorvedor, através do fator de forma, de acordo com a equação (2.8).

CAPÍTULO 5

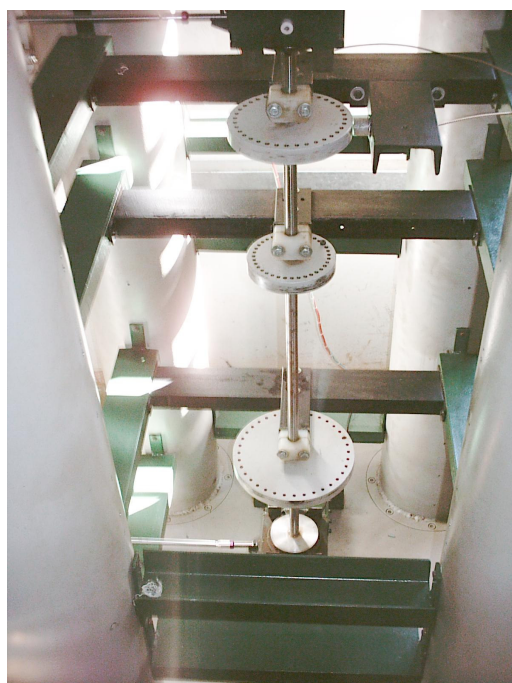
RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais da identificação dos parâmetros dinâmicos da bancada de rotores flexíveis e dos absorvedores viscoelásticos. Adicionalmente, apresentam-se os resultados experimentais obtidos da aplicação dos absorvedores nos apoios do rotor, comparados com o previsto pelos modelos matemáticos. Tudo isto com o intuito de avaliar o procedimento proposto para a aplicação de absorvedores viscoelásticos para o melhoramento da resposta dinâmica de rotores flexíveis mediante o uso de absorvedores viscoelásticos.

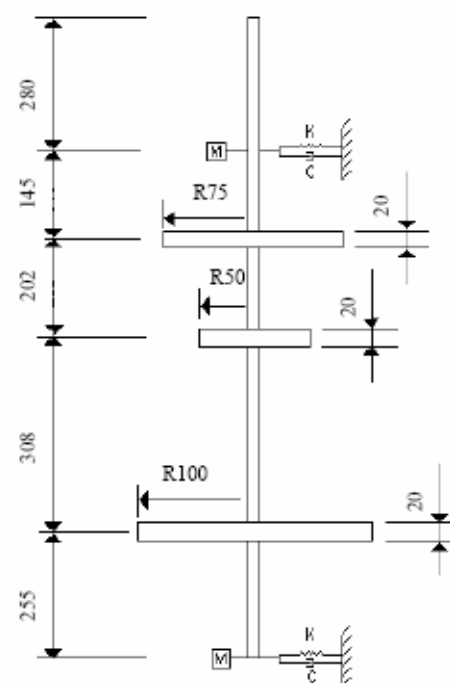
Para a identificação das propriedades viscoelásticas dos amortecedores e do rotor flexível foram usados os procedimentos apresentados no capítulo anterior. Na sequência são apresentados os resultados para cada caso.

5.1. IDENTIFICAÇÃO DA BANCADA DE ROTOR FLEXÍVEL

O rotor usado nos testes experimentais e sobre o qual foi desenvolvido o processo de identificação é apresentado na figura (5.1a). Trata-se de um rotor vertical suportado nas extremidades por apoios flexíveis. O eixo do rotor é de aço (1280 mm de comprimento) com seção uniforme (seção transversal com diâmetro de 17 mm). Ao longo do rotor são instalados três discos rígidos, cujos raios geométricos são iguais a 100 mm, 60 mm e 75 mm, respectivamente, quando observados a partir do mancal inferior. A figura (5.1b) ilustra as dimensões do sistema. O acionamento do rotor é obtido através de um acoplamento flexível, que recebe torque proveniente de um motor elétrico de potência igual a 2,00 HP, cuja velocidade de rotação pode ser controlada continuamente entre 0 e 7200 rpm por meio de um inversor de frequência.



a)



b)

Figura 5.1 – a) Bancada do Rotor Flexível; b) Dimensões do Rotor

As medidas usadas para a identificação dos parâmetros do rotor sem rotação são aquelas provenientes dos acelerômetros localizados na posição dos mancais. Desta forma, foram usados quatro acelerômetros, dois em cada mancal, localizados nas duas direções ortogonais transversais ao eixo. Para o caso da identificação do desbalanceamento foram usadas, adicionalmente, as leituras de dois sensores de deslocamento posicionados à altura do disco superior, também instalados segundo as duas direções ortogonais transversais ao eixo. Para o uso correto destes sensores, foi necessário proceder à identificação do erro de medição que resulta da não-uniformidade na condução elétrica e na permeabilidade magnética (*runout* elétrico) e de imperfeições na circularidade e no acabamento (*runout* mecânico) da superfície de medição. A velocidade de rotação do motor foi monitorada usando um tacômetro HP 35658A, combinado com um *encoder* ótico instalado na parte inferior do eixo.

As medições são adquiridas através de um sistema de aquisição de dados conectado a um computador Pentium III 900 MHz. O sistema de aquisição consiste do seguinte: um tacômetro HP 35658A, um módulo oito canais de dados de entrada HP 35655A, e um controlador HP 35654B, que permite o interfaceamento e o processamento dos sinais. A comunicação entre o sistema de

aquisição e o computador é realizada através de uma placa PCI-GPIB (fornecida pela *National Instruments*). O processo de aquisição de dados é conduzido usando o aplicativo HP3566A/67A que facilita a aquisição, a apresentação e a análise das leituras dos sensores.

5.1.1 Resultados da Identificação

Nas figuras (5.2) e (5.3) são apresentadas as funções de receptância segundo as direções x e z respectivamente, calculadas a partir do modelo ajustado e a estimada a partir das leituras dos sensores de força e vibração. Pode ser observado que os resultados do processo de identificação são satisfatórios. Observam-se diferentes frequências naturais nas direções ortogonais devido à assimetria dos suportes do rotor. Experimentalmente, foi observado que as duas primeiras frequências naturais em cada direção são relacionadas com os deslocamentos nas posições dos mancais (modos de corpo rígido), sendo que as demais frequências correspondem aos modos de flexão do eixo. O procedimento implementado demonstrou um bom desempenho no ajuste das frequências naturais a partir do modelo, o que se traduz numa precisão satisfatória associada à determinação dos parâmetros de massa e rigidez. Não obstante, a estimação dos fatores de amortecimento, conforme esperado, apresentou maiores dificuldades, resultando em um ajuste pobre em alguns dos resultados observados.

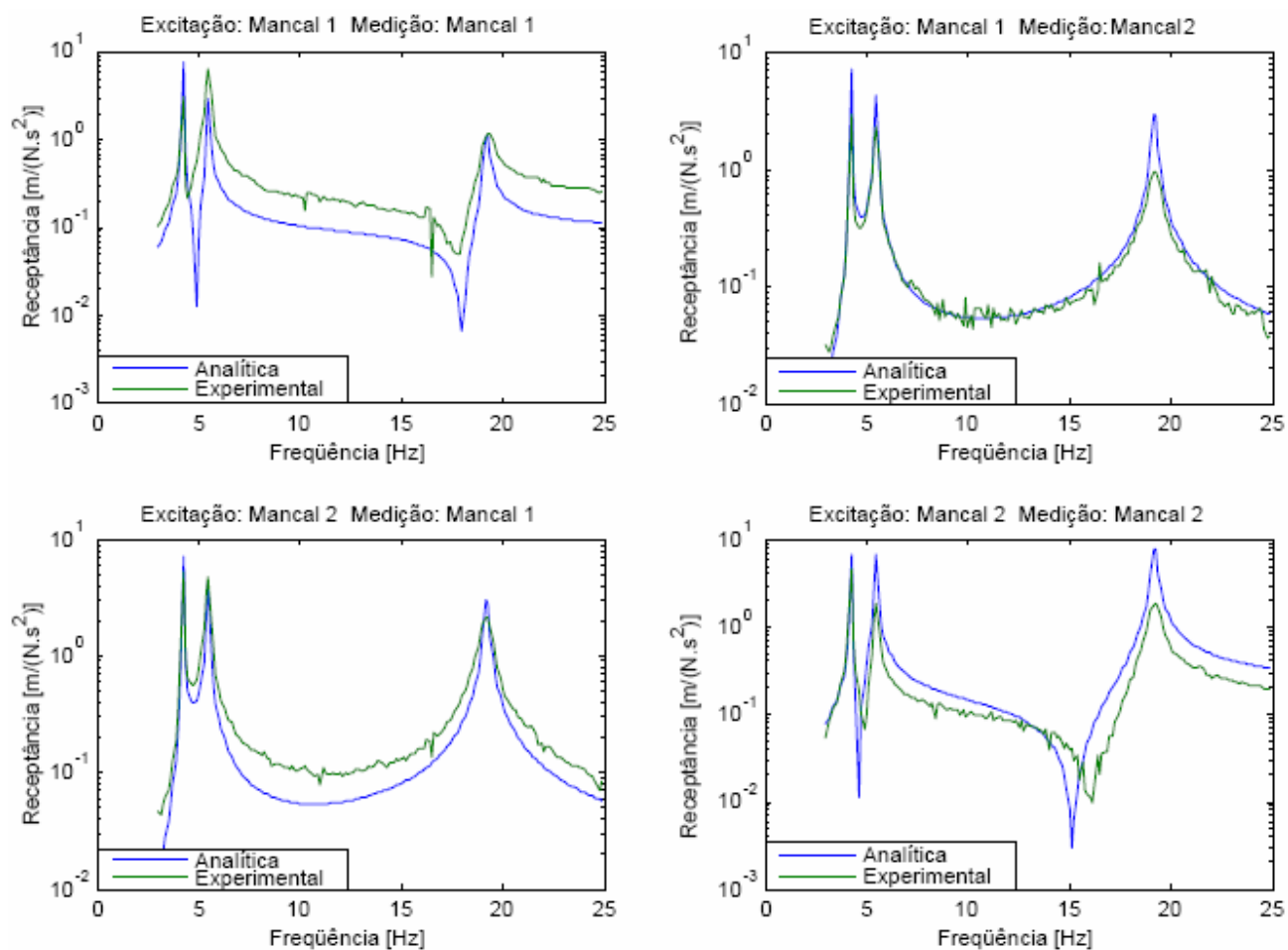


Figura 5.2 – Comparação entre os valores experimentais e analiticamente calculados da receptância na direção x

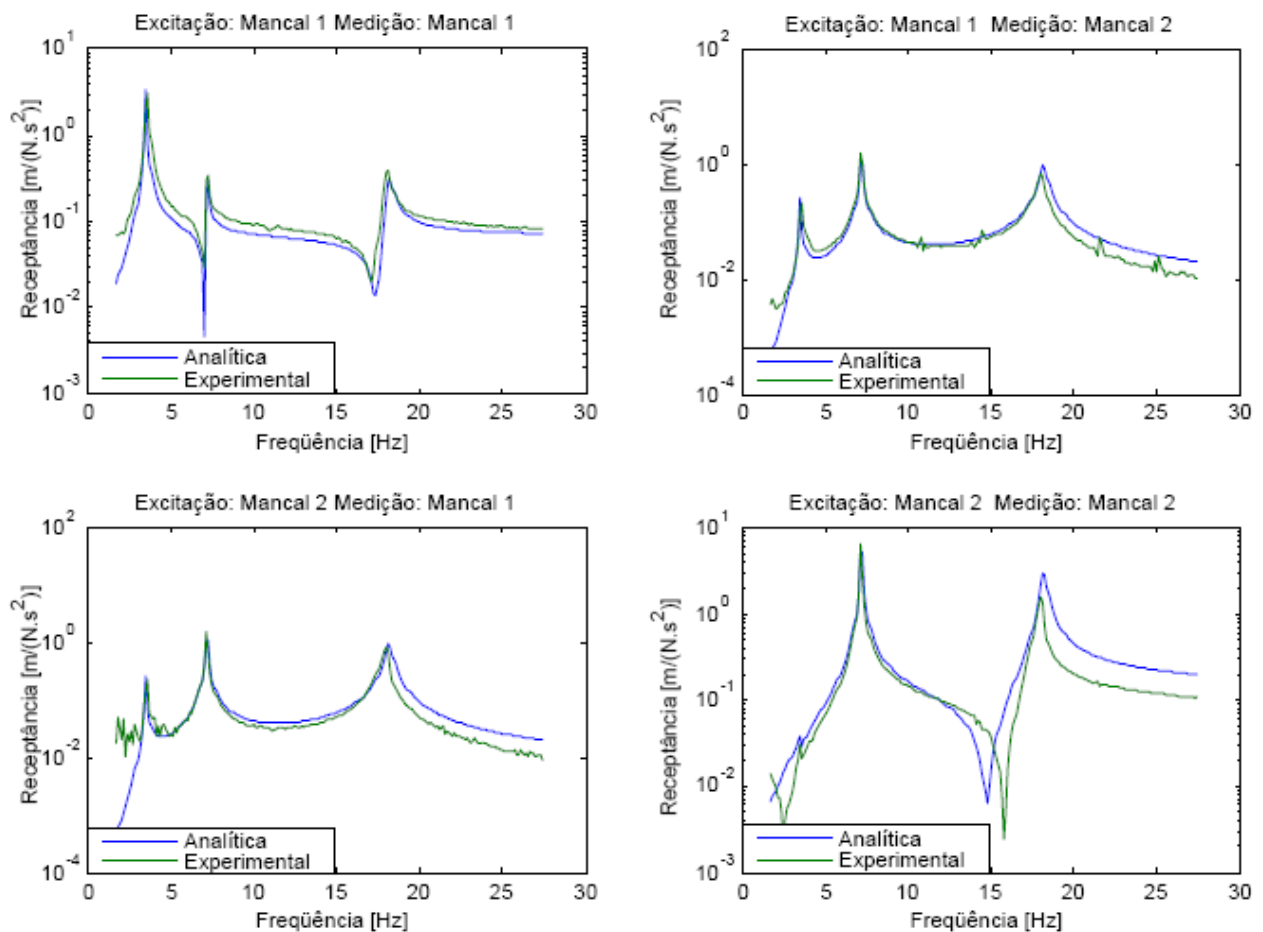


Figura 5.3 – Comparação entre os valores experimentais e analiticamente calculados da receptância na direção z

Para identificação do desbalanceamento, foram coletados dados da resposta ao desbalanceamento para seis velocidades de rotação distintas: 3,6; 5,7; 7,2; 16,4; 18,1 e 19,1 Hz. A partir destes dados experimentais foi determinado um conjunto de massas de desbalanceamento que correspondem adequadamente ao comportamento experimental do sistema quando utilizadas no modelo analítico. Os pontos foram escolhidos perto das velocidades críticas, levando em consideração que nestas zonas se observa a maior influência dos parâmetros associados ao desbalanceamento. Foram utilizados três planos de desbalanceamento, estes coincidentes com as posições dos discos. Na figura (5.4) é apresentada uma comparação entre os dados experimentais e aqueles obtidos através do modelo para os deslocamentos medidos no disco superior com os sensores de proximidade, tendo tal modelo sido ajustado a partir do conjunto de massas de desbalanceamento determinadas pelo processo de otimização.

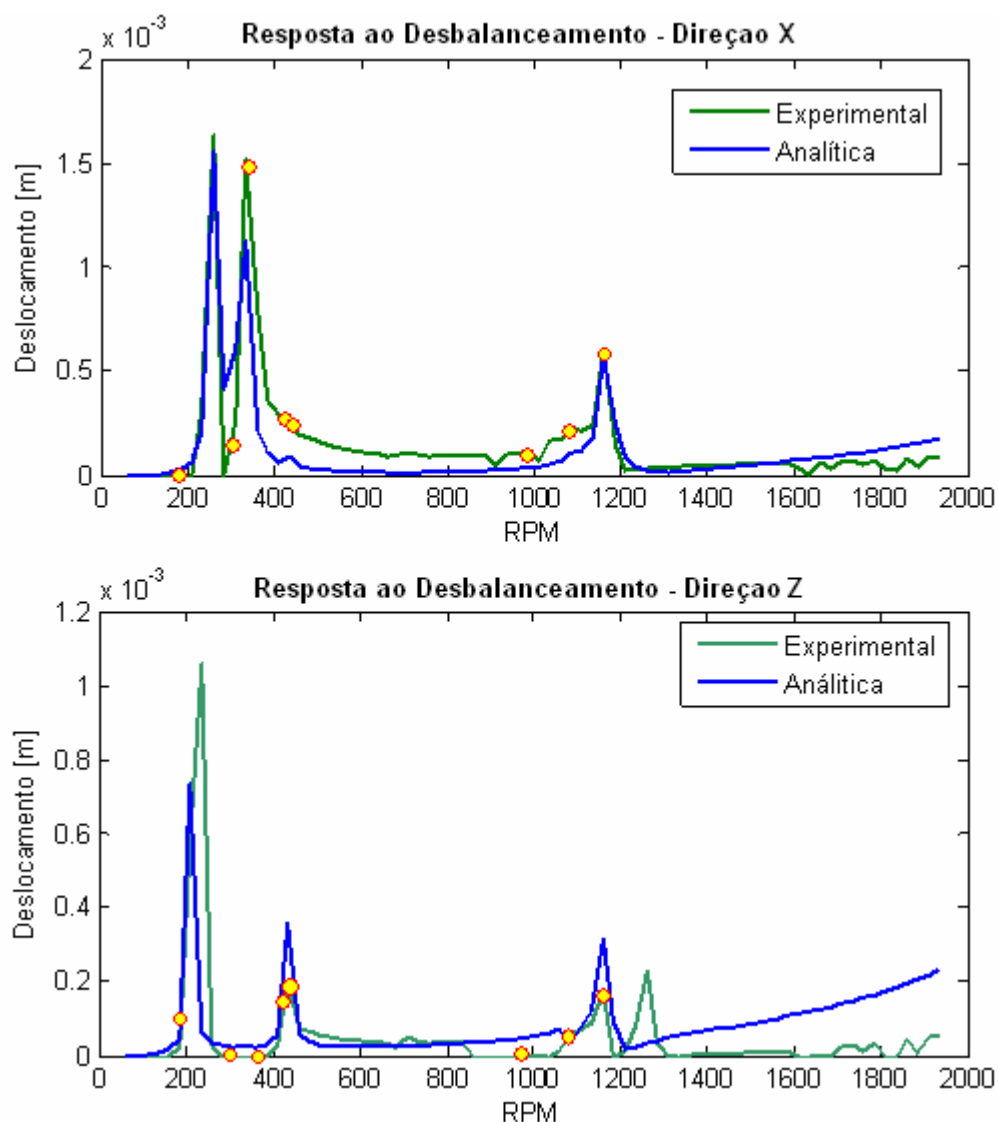


Figura 5.4 – Resposta ao desbalanceamento medida no disco superior, sendo que os pontos amarelos caracterizam as velocidades escolhidas para a identificação dos parâmetros do rotor

Nas tabelas 5.1, 5.2 e 5.3 são apresentados os parâmetros do rotor identificados.

Tabela 5.1 – Desbalanceamento

Desbalanceamento			
Plano de Balanceamento	1	2	3
Massa [gr]	6,308	27,176	25,122
Posição angular	133,87	258,47	74,44

Tabela 5.2 – Parâmetros dinâmicos dos mancais e do acoplamento identificados

Parâmetros dos Mancais			
Direção		X	Z
Mancal Superior	Rigidez Concentrada [N/m]	9651,13	7212,52
	Amortecimento Concentrado [N·s/m]	0,96	0
	Massa Concentrada [kg]	7,87	12,06
Mancal Inferior	Rigidez Concentrada [N/m]	7222,96	19559,6
	Amortecimento Concentrado [N·s/m]	0,96	0
	Massa Concentrada [kg]	3,71	5,6
Parâmetros do Acoplamento			
Rigidez Concentrada [N/m]		601,85	601,85
Massa Concentrada [kg]		0,7	0,7

Tabela 5.3 – Amortecimento modal

Fator de Amortecimento Modal						
Modo	1	2	3	4	5	6
Amortecimento Modal	0,3	0	0	0,1	2	1

A partir dos parâmetros determinados para o modelo do rotor é possível calcular o diagrama de Campbell (Figura 5.5), o que permite identificar as velocidades críticas do sistema. Do diagrama são identificáveis seis velocidades críticas na faixa de frequência analisada. As quatro primeiras velocidades críticas são relacionadas com modos de corpo rígido do rotor, sendo dependentes da flexibilidade dos apoios. As duas últimas são relacionadas com os dois primeiros modos flexíveis do rotor, neste caso é evidente a influência do efeito giroscópico, observando a tendência à separação entre estas duas frequências naturais na medida em que aumenta a velocidade de rotação da máquina. As velocidades críticas determinadas são apresentadas na tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Velocidades Críticas do Rotor

Velocidade Crítica	RPM
1	210
2	255,6
3	327,7
4	431,2
5	1076
6	1167

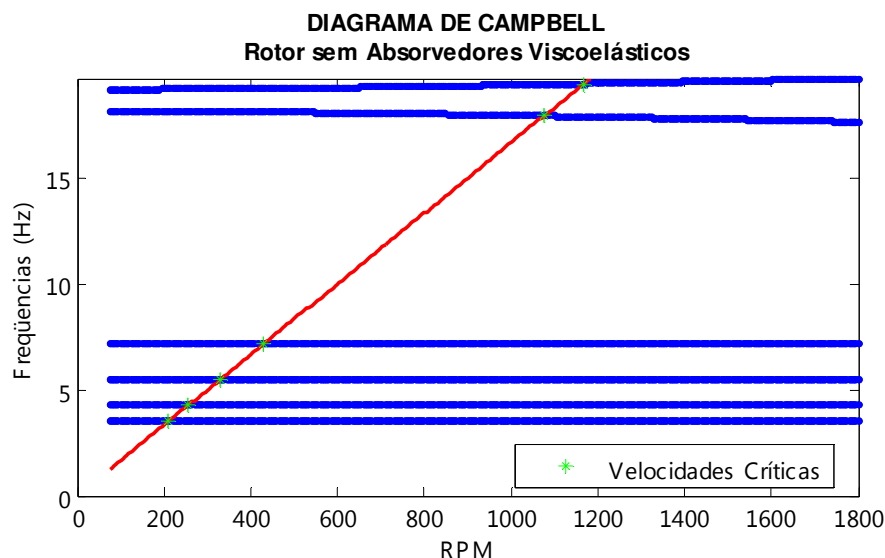


Figura 5.5 – Diagrama de Campbell determinado a partir dos parâmetros identificados.

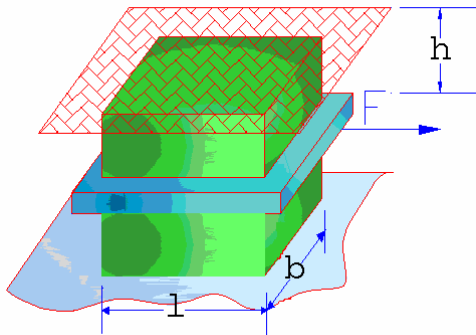
5.2. IDENTIFICAÇÃO DOS ABSORVEDORES VISCOELÁSTICOS

O projeto dos absorvedores viscoelásticos foi baseado no modelo proposto por Mahmoodi (1969), sendo que esta proposta foi desenvolvida inicialmente visando aplicações de engenharia civil. Posteriormente outros autores (Shen e Soong, 1995; Park, 2001, etc.) estudaram a aplicação de absorvedores viscoelásticos com características construtivas similares. O absorvedor consiste num par de cubos de material viscoelástico colados a lâminas rígidas de forma que permitam o deslocamento da lâmina central. O objetivo é que o movimento da lâmina central seja limitado pela rigidez das seções viscoelásticas. Este modelo foi escolhido porque permite realizar uma identificação dos absorvedores, independentemente do sistema composto pela bancada de rotores flexíveis, além de oferecer facilidades para a modificação das partes viscoelásticas sem maiores dificuldades. Outros aspectos que favoreceram a escolha deste modelo foram: a forma como o material escolhido para os testes é fornecido comercialmente (em cubos), e as mínimas modificações necessárias de serem introduzidas na bancada de rotores flexíveis disponível no Laboratório de Sistemas Mecânicos da FEMEC. Idealmente, um sistema com tais características pode ter o mesmo comportamento que um conjunto de anéis viscoelásticos, considerando que, teoricamente, a matriz de rigidez de um sistema de anéis viscoelásticos não inclui termos cruzados (Saldarriaga e Steffen, 2004).

Na figura (5.6a) se apresenta uma figura esquemática do absorvedor viscoelástico e, na figura (5.6b), são apresentadas as dimensões dos absorvedores estudados. Na figura (5.7) são

apresentadas as duas configurações submetidas a ensaios. O material viscoelástico usado para a construção dos absorvedores é o Sorbothane Duro 50 (Sorbothane, Inc. Kent, OH, 2005). No apêndice C são apresentadas as propriedades do material, de acordo com o catálogo do fornecedor.

Neste estudo empregaram-se quatro absorvedores, com diferentes geometrias, colocados nos suportes do rotor, nas direções transversais ao eixo. Inicialmente o procedimento foi aplicado sobre dois absorvedores ajustados para reduzir ao mínimo o efeito de pre-deformações e limitar o movimento das peças viscoelásticas de forma que a ação da força excitadora produza um estado de deformações o mais aproximado possível a um cisalhamento puro nos cubos viscoelásticos. Posteriormente, foram ensaiados os quatro absorvedores usados na montagem experimental na bancada de rotores flexíveis. Para a adequação dos absorvedores viscoelásticos nos apoios do rotor foi necessária uma configuração diferente à utilizada nos primeiros ensaios, o que restringia o controle sobre as pre-deformações e a direção da força aplicada, pelo que a resposta dinâmica exibiu características diferentes em cada caso.



Dimensões dos Absorvedores Viscoelásticos					
Configuração	No.	L	b	h	Posição no Rotor
1	1	60	25	12,7	
	2	31			
2	1	60	25	12,7	Superior X
	2	31			Superior Z
	3	50			Inferior X
	4	50			Inferior Z

Figura 5.6 – a) Absorvedor Viscoelástico

b) Geometria dos Absorvedores



Figura 5.7 – a) Configuração Inicial



b) Configuração nos apoios do rotor

5.2.1. Bancada de identificação dos absorvedores Viscoelásticos

A bancada de ensaios, utilizada com o intuito de identificar a rigidez complexa do absorvedor, é constituída por uma mesa vibratória de um grau de liberdade acoplada a um excitador eletrodinâmico de vibração (figura 5.8). O sistema da mesa vibratória é usado para restringir o movimento do absorvedor em uma única direção. O sistema foi projetado levando em consideração as características dinâmicas dos absorvedores estudados, de forma que a faixa de freqüências de análise não estivesse longe da freqüência natural do sistema. Desta forma, é possível obter uma melhor qualidade nos dados adquiridos. Sabe-se que é possível identificar com maior precisão os parâmetros relacionados com o amortecimento (principalmente o fator de perda) em faixas de freqüências próximas das freqüências naturais, onde estes parâmetros exercem maior influência. A resposta dinâmica do sistema é medida usando um acelerômetro piezelétrico, sendo que a excitação produzida pelo excitador de vibração é medida por meio de um transdutor de força. Um analisador de sinais modelo SD380 foi usado para a aquisição e análise dos dados experimentais.

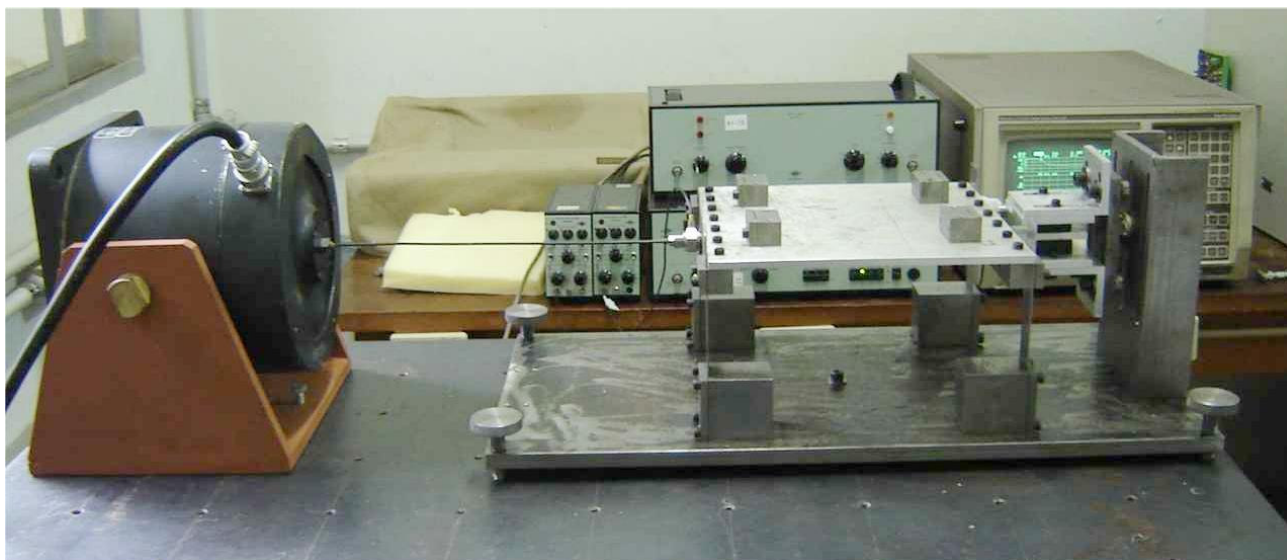


Figura 5.8 – Bancada de testes experimentais usada na identificação do absorvedor

5.2.2 Resultados da identificação

(i). Primeira configuração

Na figura (5.9) é apresentada a função de resposta em frequência dos absorvedores. Na figura (5.10) é apresentada a função coerência correspondente aos dados adquiridos. Como é evidente, a introdução dos absorvedores atuando em série com o sistema de um grau de liberdade produz uma redução na resposta vibratória, juntamente com certo aumento na rigidez do conjunto, o que pode ser constatado pelo aumento da frequência de ressonância.

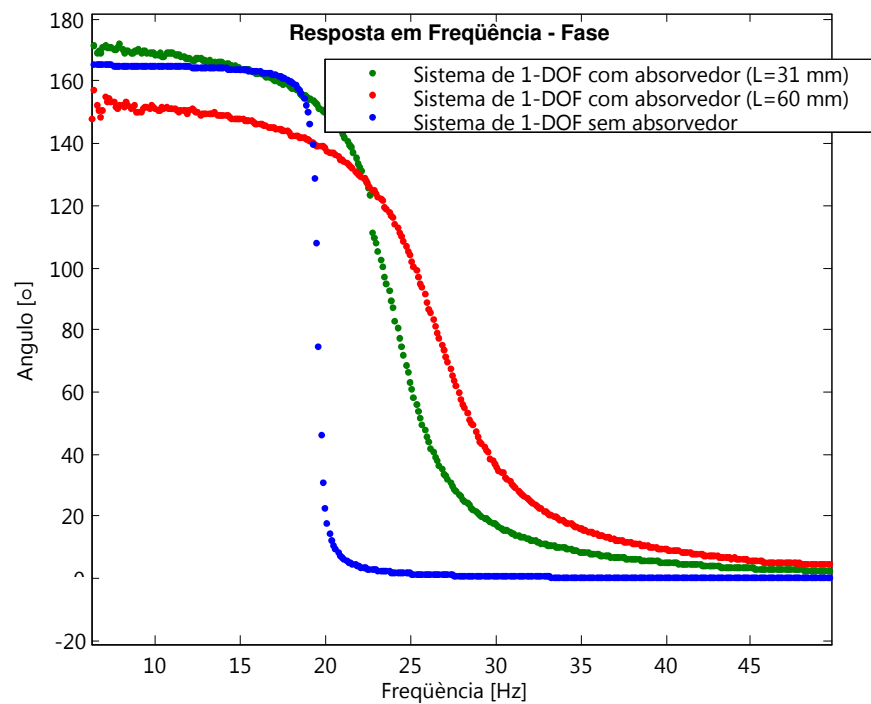
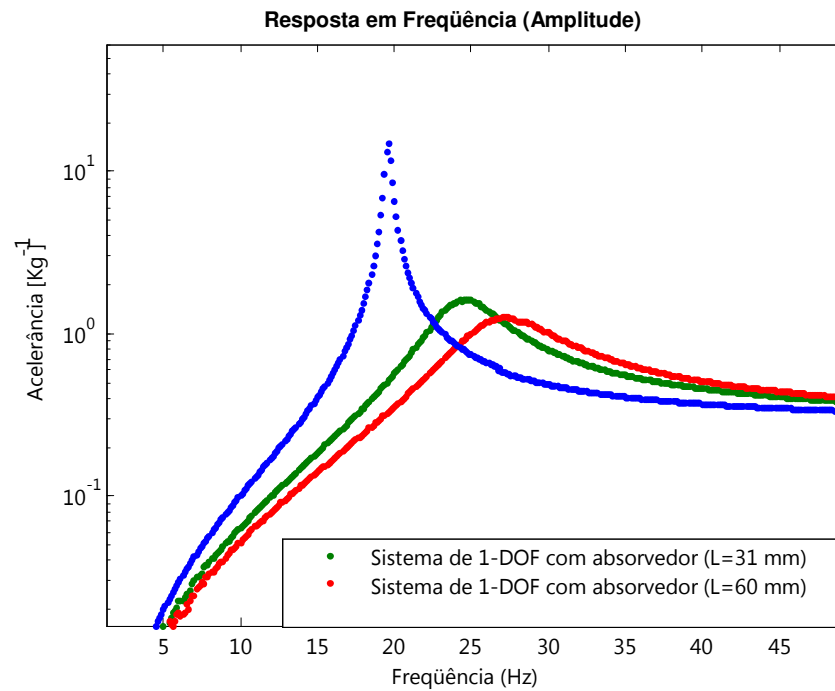


Figura 5.9 – Aceleração medida para os casos com e sem os absorvedores: a) Amplitude; b) fase.

Sistema de 1-DOF com absorvedor (L=31 mm)

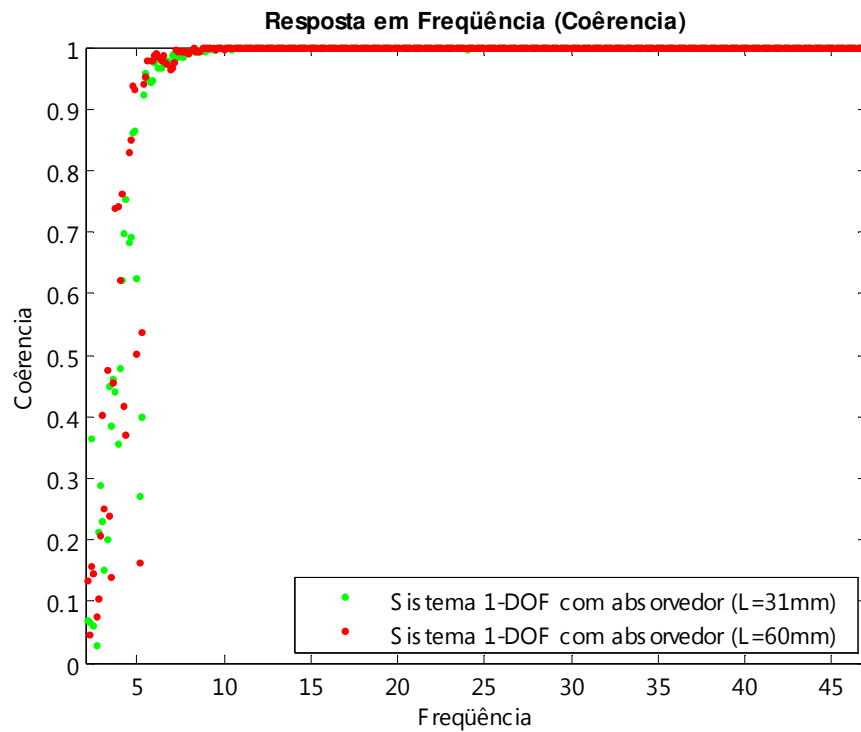


Figura 5.10 – Coerência da Aceleração medida no sistema com absorvedores

A partir da aceleração são calculados os parâmetros viscoelásticos seguindo a metodologia apresentada na subseção anterior. Nas figuras (5.11) e (5.12) são apresentadas as funções que caracterizam a dependência dos parâmetros viscoelásticos dos absorvedores em relação à frequência (parte real do módulo de rigidez e fator de perda). Estas duas funções viscoelásticas têm seus valores experimentais comparados com as respostas analíticas obtidas através de um modelo matemático-computacional do absorvedor, desenvolvido usando o método dos elementos finitos por Saldarriaga *et al* (2006a), para os dois casos.

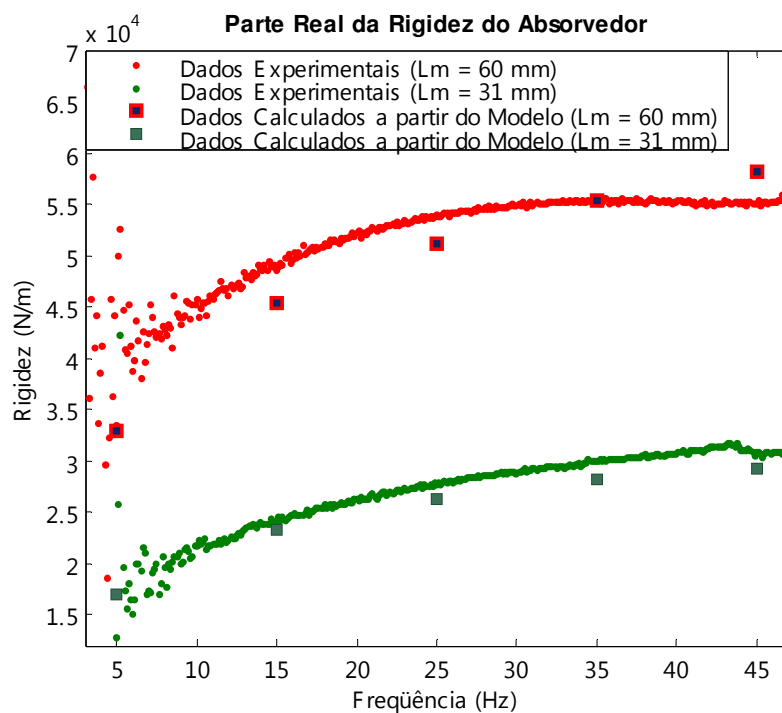


Figura 5.11 – Parte real da rigidez dos absorvedores em função da frequência.

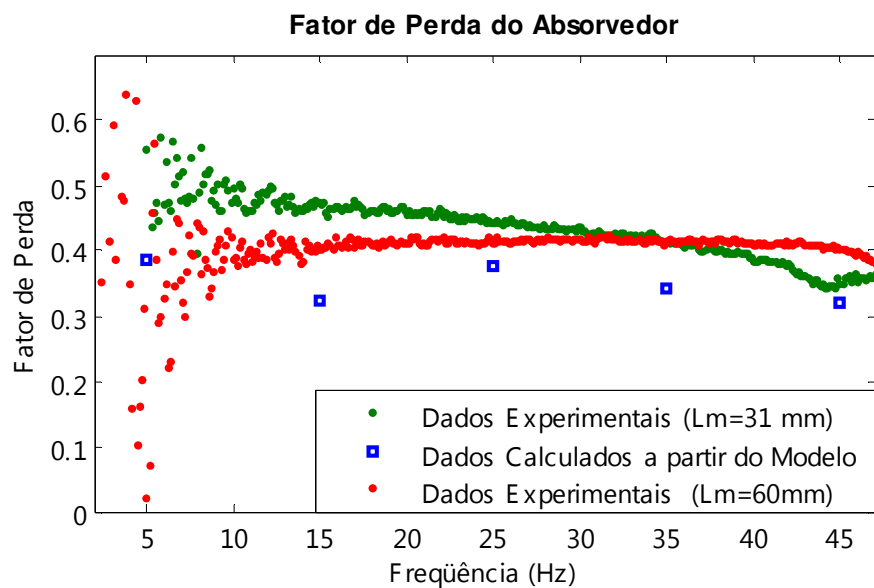


Figura 5.12 – Fator de perda dos absorvedores em função da frequência.

Pode-se constatar que os resultados analíticos mostram-se próximos dos valores obtidos a partir dos ensaios experimentais. Teoricamente, o fator de perda encontrado para os dois absorvedores estudados deveria ser o mesmo, lembrando que esta variável é independente do

fator de forma (ver equação 4.10). Na figura (5.12) percebe-se que a diferença encontrada para este resultado é bastante baixa nos absorvedores avaliados.

Tudo indica que a diferença entre os resultados experimentais e numéricos se deve às pré-cargas aplicadas sobre as seções viscoelásticas, ou ainda a possíveis movimentos relativos entre as peças (o modelo utilizado considera as peças como sendo rígidas). Outra fonte de erro tem a ver com mudanças da temperatura no local onde foram realizados os testes experimentais (o modelo analítico usado não considera o efeito da temperatura). Optou-se por esta simplificação depois de se observar que a influência da temperatura no comportamento dinâmico do material não era significativa na faixa de temperaturas registrada no local do experimento (entre 24°C e 27°C). Nestas condições o material ensaiado exibe um comportamento típico daquele observado na região de borracha (ver figura 2.3), onde os efeitos das mudanças de temperatura não aparecem significativamente na resposta dinâmica.

Finalmente, pode-se também observar nos resultados apresentados que existe incerteza na determinação das propriedades viscoelásticas nas baixas frequências, o que se deve ao desempenho deficiente dos transdutores no processo de aquisição de dados nas frequências inferiores a 10 Hz, o que se traduz numa baixa coerência, como pode ser observado na figura 5.10.

(ii). Segunda Configuração

Foi necessária a realização de uma segunda serie de testes experimentais devido à diferença na configuração inicialmente testada e a adotada para sua aplicação nos apoios do rotor flexível. Na segunda configuração é aplicada uma pre-deformação sob os cubos viscoelásticos, o que incide sobre sua resposta dinâmica. Os quatro absorvedores foram testados usando o mesmo sistema de um grau de liberdade utilizado nos testes da primeira configuração. Os parâmetros viscoelásticos, determinados a partir das respostas dinâmicas resultantes são apresentados nas figuras (5.13) e (5.14). Na figura (5.15) se observa a função de coerência dos dados adquiridos, evidenciando uma boa coerência dos dados na região acima de 15 Hz.

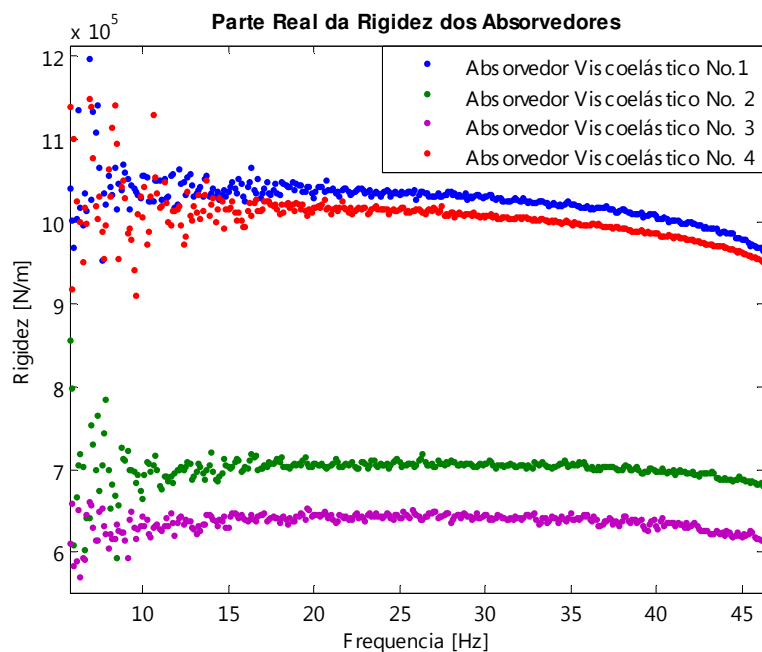


Figura 5.13 – Parte Real da Rigidez dos Absorvedores Viscoelásticos (a numeração dos absorvedores corresponde à tabela da figura 5.6b).

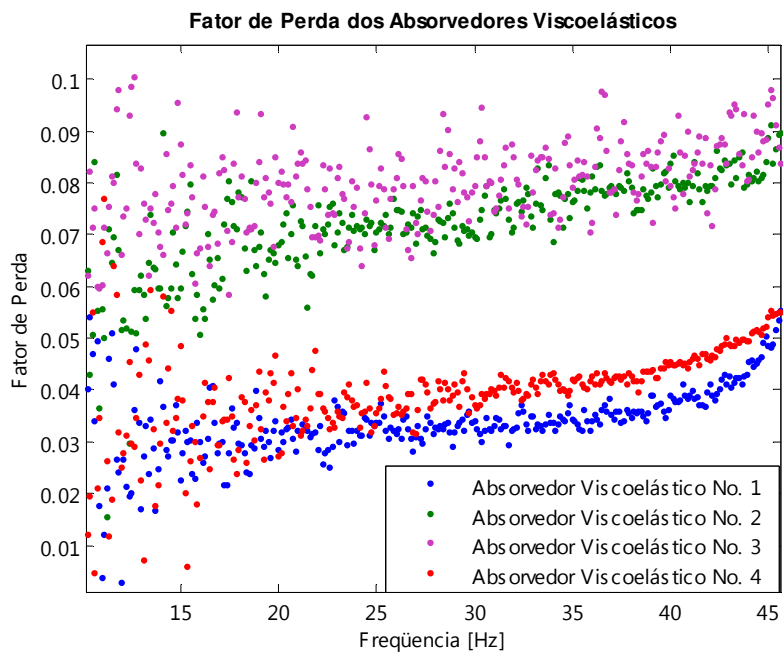


Figura 5.14 – Fator de Perda dos Absorvedores Viscoelásticos.

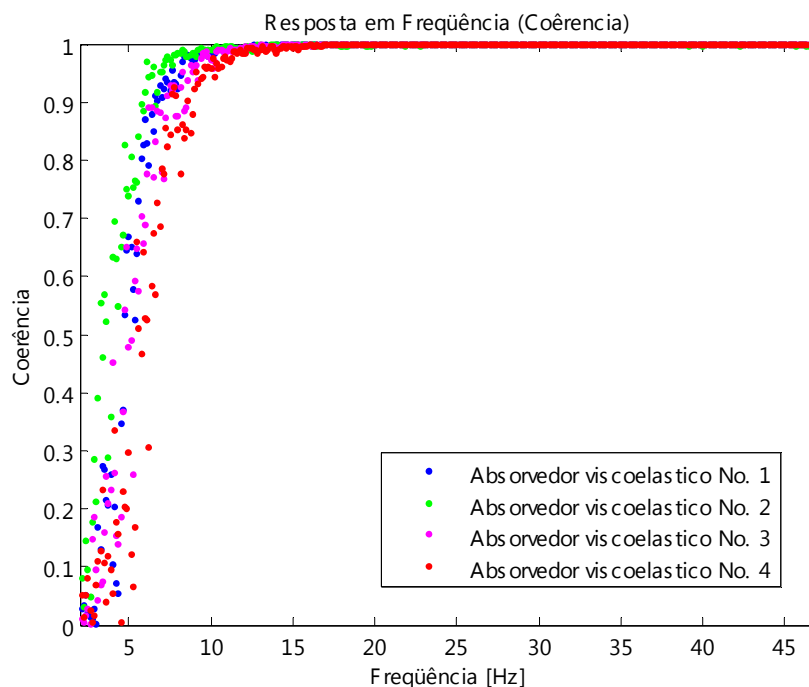


Figura 5.15 – Coerência dos dados adquiridos no sistema de 1-DOF com Absorvedores Viscoelásticos.

Os resultados dos ensaios experimentais com a segunda configuração de absorvedores apresentam grandes diferenças comparando-os aos resultados obtidos com a primeira configuração. Desta forma é evidente a grande influência que as pre-deformações têm no comportamento dinâmico dos elementos viscoelásticos. Como era o esperado, as pre-deformações provocaram um aumento na rigidez das peças viscoelásticas conjuntamente com uma diminuição no fator de perda, o qual está associado à capacidade do material de absorver energia. A partir destes resultados, observa-se que em situações práticas é bastante difícil, e em alguns casos pouco objetivo, restringir o carregamento sobre as seções viscoelásticas de forma que sejam cumpridas as hipóteses propostas para o cálculo do fator de forma. Verificou-se que pequenas variações das hipóteses de carregamento sobre os volumes viscoelásticos geram grandes divergências com os resultados determinados analiticamente.

De forma geral, na segunda configuração se observa maior dificuldade para a determinação do fator de perda. Isto se vê refletido numa maior dispersão dos dados experimentais. Uma das causas deste inconveniente pode ser resultado do aumento da frequência natural do sistema devido ao aumento da rigidez do absorvedor pela introdução de pre-deformações. Desta forma, a frequência natural do sistema de um grau de liberdade em série com

o absorvedor fica fora da faixa de freqüências usadas na análise. O ideal seria que os parâmetros viscoelásticos (e principalmente o fator de perda, que é diretamente relacionado com o amortecimento introduzido, devido às características viscoelásticas do material) fossem determinados nas vizinhanças das freqüências naturais do sistema, considerando que nesta região do espectro são mais influentes os parâmetros relacionados com o amortecimento.

5.3. RESULTADOS DA APLICAÇÃO DOS ABSORVEDORES VISCOELÁSTICOS NOS SUPORTES DO ROTOR

A partir dos resultados anteriores é possível construir o modelo matemático do rotor flexível apoiado nos absorvedores viscoelásticos utilizando as propriedades determinadas nas seções anteriores e o procedimento descrito no capítulo anterior. Na figura (5.14) é apresentado o diagrama de Campbell do rotor com os absorvedores atuando na posição de seus suportes. Observa-se um deslocamento nas freqüências naturais devido ao aumento na rigidez do sistema, localizando-se as duas primeiras velocidades críticas do rotor em 800,8 e 823,5 RPM. De acordo ao observado na resposta ao desbalanceamento medida no rotor e apresentada nas figuras (5.15) e (5.16), obteve-se uma boa aproximação na determinação destas velocidades críticas, não obstante a amplitude da resposta ao desbalanceamento calculada a partir do modelo difere consideravelmente com a medida na bancada experimental.

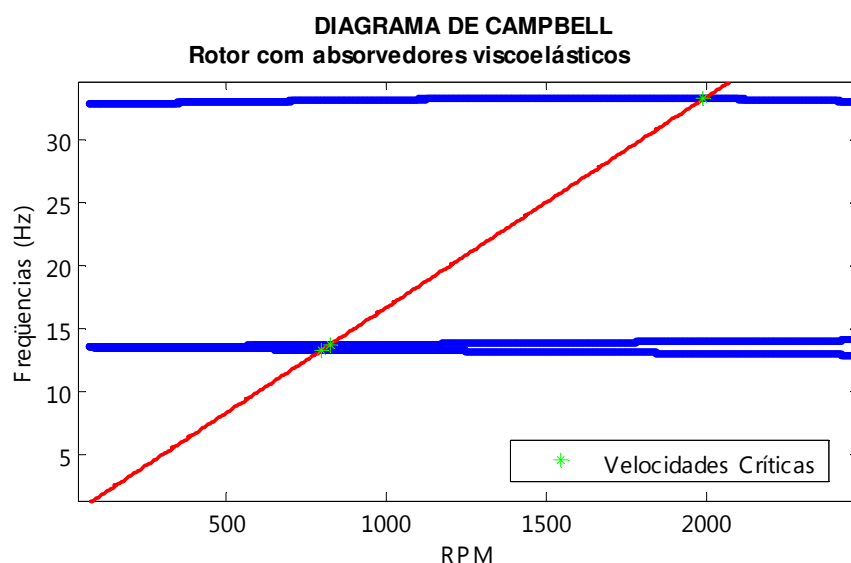


Figura 5.14 – Diagrama de Campbell construído em função dos parâmetros determinados na identificação dos sistemas.

A grande diferença entre a resposta ao Desbalanceamento calculada a partir do modelo e a determinada experimentalmente está relacionada com a construção do sistema de acionamento dos absorvedores viscoelásticos. Para este propósito foi necessária a construção de umas rótulas para limitar o funcionamento dos absorvedores numa única direção, as folgas necessárias para permitir que estas rótulas funcionem com um mínimo de atrito introduziram não-linearidades no sistema que não foram consideradas no modelo. É preciso ter em consideração que folgas da ordem de 10^{-4} m são suficientes para introduzir este nível de alterações com relação ao modelo da resposta obtida.

Em termos gerais se observa que a modelagem desenvolvida permite identificar adequadamente as velocidades críticas, e a aplicação dos absorvedores viscoelásticos permitiu diminuir consideravelmente o nível de vibrações inicialmente medido no sistema, não obstante a presença de não-linearidades devido às rótulas usadas para o acionamento dos absorvedores.



Figura 5.15 – Resposta ao Desbalanceamento medida no Rotor comparada à prevista pelo modelo – Direção X.

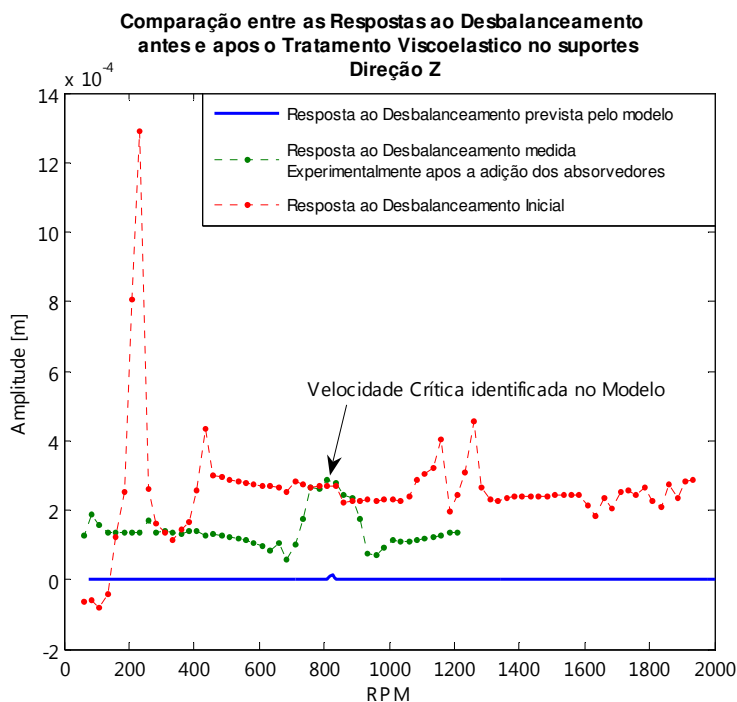


Figura 5.16 – Resposta ao Desbalanceamento medida no Rotor comparada à prevista pelo modelo – Direção Z.

5.4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A partir dos resultados experimentais e de sua comparação com os resultados analíticos, são apresentadas as seguintes conclusões:

- (i). A implementação do procedimento para a determinação das características dinâmicas da bancada de rotação mostrou-se eficiente no ajuste das frequências naturais a partir do modelo, as quais estão principalmente relacionadas com os parâmetros de massa e rigidez. Para a estimação do amortecimento, o ajuste não foi satisfatório em alguns dos resultados observados. A partir desta constatação surge a perspectiva de realizar trabalhos futuros com vistas a buscar alternativas para construção e o ajuste das matrizes de amortecimento de sistemas complexos, similares aos estudados nesta pesquisa.
- Para determinação do desbalanceamento do rotor, foram identificadas as massas de desbalanceamento e suas respectivas posições angulares, a partir da comparação entre a resposta ao desbalanceamento medida no rotor e a estimada a partir do modelo do rotor em repouso ajustado na etapa anterior. De forma geral o procedimento utilizado para o

- ajuste dos parâmetros do rotor flexível mostrou-se eficiente e os resultados alcançados estiveram conforme o esperado.
- (ii). O procedimento implementado para a determinação das características viscoelásticas dos absorvedores em função da frequência de excitação mostrou bom desempenho na primeira configuração ensaiada, onde foi evitada a existência de pre-deformações. Não obstante, na configuração final do absorvedor foram observadas divergências com relação ao determinado a partir do modelo. Como previsto, devido às pre-deformações presentes nos elementos viscoelásticos, resulta um aumento na rigidez do absorvedor e uma diminuição considerável em seu fator de perda, sendo necessárias pesquisas adicionais para o estudo da relação que existe entre estes parâmetros e as pre-deformações dos elementos viscoelásticos.
 - (iii). Foi observado que o uso de apoios translacionais não somente aumenta o amortecimento, mas também a rigidez dos apoios, como se verificou com o deslocamento das primeiras velocidades críticas para frequências maiores. Por este motivo se faz necessária uma escolha inteligente do dispositivo de dissipação para não comprometer a resposta vibratória, considerando que a variação das velocidades críticas pode ter conseqüências indesejáveis, dependendo da velocidade de operação da máquina.
 - (iv). Observou-se um bom desempenho do modelo do sistema composto pelo rotor flexível com apoios viscoelásticos na identificação das velocidades críticas. Apesar disso, a resposta ao desbalanceamento identificada não se mostrou próxima dos valores medidos experimentalmente. Considera-se que a divergência destes valores com os dados experimentais está relacionada com a construção do sistema de acionamento dos absorvedores viscoelásticos. Para este propósito foi necessária a implementação de rótulas para limitar o funcionamento dos absorvedores numa única direção. As folgas necessárias para permitir que estas rótulas funcionem com um mínimo de atrito introduziram não-linearidades no sistema que não foram consideradas no modelo.
 - (v). Em termos gerais, se observa que a modelagem desenvolvida permite identificar adequadamente as velocidades críticas. Além disso, a utilização dos absorvedores viscoelásticos permitiu diminuir consideravelmente o nível de vibração inicialmente medido no sistema, não obstante a presença de não-linearidades devido às rótulas usadas para o acionamento dos absorvedores.
 - (vi). Uma alternativa para a solução dos problemas apresentados pelo uso de rótulas é sua substituição por elementos mais simples e de baixa rigidez lateral (e.g. tipo *stiger* como o

usado na montagem observada na figura 5.9 para o acionamento do excitador dinâmico sob a mesa vibratória), o que solucionaria os problemas das folgas e simplificaria a montagem dos absorvedores. Infelizmente não foi possível explorar essa alternativa no presente trabalho.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Neste trabalho foi investigada uma estratégia de controle passivo de vibrações aplicada a máquinas rotativas flexíveis, mediante o uso de absorvedores de vibração contendo materiais viscoelásticos. Com este objetivo, estudaram-se diversas alternativas (Saldarriaga e Steffen, 2004; Saldarriaga e Steffen, 2006, Saldarriaga *et al* 2006a). Ao final, foi projetado um sistema de absorvedores viscoelásticos baseado no modelo proposto por Mahmoodi (1969) para sua aplicação nos suportes de um rotor flexível. A realização deste trabalho foi executada em duas etapas: na primeira foram desenvolvidos modelos dos sistemas de absorção viscoelástica, e do sistema rotor-mancais; posteriormente, foram unificados ambos os modelos em um único sistema rotor-mancais-absorvedores viscoelásticos. Em uma segunda etapa foi projetado e executado um procedimento para a identificação dos parâmetros viscoelásticos dos absorvedores e dos parâmetros dinâmicos do sistema rotor-mancais, de maneira independente.

A partir dos resultados obtidos têm-se as seguintes conclusões das duas etapas mais importantes cumpridas neste projeto de pesquisa.

6.1. MODELAGEM

Nesta tese são propostos modelos matemáticos que permitem a inclusão do efeito viscoelástico no comportamento dinâmico de um sistema rotor-mancais, de forma que seja possível otimizar as características do suporte, garantindo que as características do comportamento dinâmico do sistema rotativo (respostas dinâmicas, velocidades críticas e estabilidade) se enquadrem dentro de níveis aceitáveis.

Neste trabalho foram melhorados dois aspectos com relação aos estudos anteriores incluídos na revisão bibliográfica, o primeiro foi que se teve em conta a modelagem e identificação de um rotor flexível juntamente com o modelo dos elementos viscoelásticos, foi observado (sendo isso uma das motivações para o início deste estudo) que as pesquisas revisadas concentram seu trabalho na modelagem dos componentes viscoelásticos sem considerar a flexibilidade do rotor, impedindo a determinação do comportamento dinâmico do sistema para os modos flexíveis do

rotor, o outro aspecto é que, a diferencia dos trabalhos anteriores onde é evidente a ausência de resultados de ensaios experimentais como validação dos modelos propostos, neste trabalho é desenvolvida uma metodologia experimental para corroborar os resultados obtidos dos modelos analíticos. Dos anteriores trabalhos, unicamente Bormann e Gasch (2002) apresentaram um estudo analítico-experimental do problema, sendo aplicado para um rotor rígido.

Nesta pesquisa foram considerados dois modelos viscoelásticos na abordagem do problema: o modelo viscoelástico dos campos de deslocamento anelásticos (ADF) e o modelo do modulo de rigidez complexo, sendo este simplificado considerando diretamente a rigidez complexa dos absorvedores determinada experimentalmente, sem considerar o fator de forma. Isto devido às dificuldades práticas na aplicação das cargas sobre os absorvedores nas condições ideais, o que modifica consideravelmente a resposta dinâmica do absorvedor, comparada com a determinada em função do fator de forma multiplicado pelo módulo complexo do material.

Na modelagem dos dispositivos viscoelásticos não foi considerada a temperatura como uma variável dos parâmetros dinâmicos, isto porque se evidenciou pouca influencia desta, considerando que todos os ensaios foram realizados em condições ambientais com variações de menos de 2 graus centígrados. Adicionalmente, foram realizados testes experimentais submetendo aos espécimes viscoelásticos à ação prolongada de cargas oscilatórias por varias horas sem observar variações importantes no comportamento dinâmico dos absorvedores. De acordo ao observado experimentalmente, a variável mais influente depois da freqüência de oscilação da carga, mostrou ser a pre-deformação dos elementos viscoelásticos.

Por outro lado, o uso de variáveis complexas aumenta consideravelmente a ordem do sistema, o que pode trazer complicações para o ajuste dos modelos o seu uso em ferramentas de controle ativo, por esta razão se faz necessário procurar soluções que permitam a redução dos modelos.

6.2. IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DINÂMICOS

Considerando as características especiais da bancada de rotação disponível (elevada flexibilidade e assimetria na resposta dinâmica dos mancais), foi implementado um procedimento para a identificação de suas características dinâmicas, com o objetivo de ajustar o modelo matemático do rotor flexível, o qual foi determinado usando o método dos elementos finitos.

O procedimento desenvolvido é dividido em duas etapas: na primeira, são ajustadas as matrizes de rigidez e amortecimento a partir das funções de resposta em freqüência medidas nos

suportes do rotor; na segunda, é identificado o desbalanceamento a partir da resposta ao desbalanceamento do sistema.

Os resultados da identificação mostraram um bom ajuste na determinação dos parâmetros associados à massa e rigidez. Para a estimação do amortecimento, o ajuste não foi satisfatório em alguns dos resultados observados. A partir desta constatação, surge a motivação para, em trabalhos futuros, procurar alternativas para construção de novos absorvedores e para o ajuste das matrizes de amortecimento de sistemas complexos, similares aos estudados nesta pesquisa. Entretanto, de uma forma geral, o procedimento utilizado para o ajuste dos parâmetros do rotor flexível mostrou-se eficiente e os resultados alcançados são considerados aceitáveis.

Adicionalmente, foi desenvolvido um procedimento para a determinação das características viscoelásticas dos absorvedores em função da frequência de excitação. Desta forma, chegou-se à identificação da rigidez complexa do absorvedor e, conseqüentemente, de seu correspondente fator de perda. Nos testes experimentais realizados foram consideradas duas configurações. Na primeira, se evitava pre-deformação das seções viscoelásticas e o carregamento foi aplicado do modo previsto pelo modelo analítico. Assim, foram obtidas respostas coerentes com os resultados calculados a partir do modelo analítico do absorvedor, conforme apresentado por Saldarriaga *et al* (2006a). Na segunda configuração, projetada para uso nos apoios do rotor, foram identificadas as características viscoelásticas dos absorvedores que foram colocados posteriormente no rotor. Neste caso, foram observadas divergências com relação aos valores determinados a partir do modelo. Como previsto, devido às pre-deformações presentes nos elementos viscoelásticos, observou-se um aumento na rigidez do absorvedor e uma diminuição considerável no fator de perda, sendo necessárias pesquisas adicionais para o estudo da relação existente entre estes parâmetros e as pre-deformações dos elementos viscoelásticos. Adicionalmente, nos testes experimentais realizados foram observados os seguintes aspectos:

- (i) Dificuldade para a determinação dos parâmetros viscoelásticos em baixas frequências, o que pode estar relacionado à perda da sensibilidade dos transdutores nas baixas frequências.
- (ii) Maior dificuldade para a determinação do fator de perda para a segunda configuração dos absorvedores. Isto se reflete numa maior dispersão dos dados experimentais. Uma das causas deste inconveniente pode ter a ver com o efeito do aumento da frequência natural do sistema devido ao aumento da rigidez do absorvedor pela introdução de pre-deformações. Desta forma, a frequência natural do sistema de um grau de liberdade em série com o absorvedor fica fora da faixa de frequências usada na análise. O ideal é que os

parâmetros viscoelásticos (e principalmente o fator de perda, que está diretamente relacionado com o amortecimento introduzido devido às características viscoelásticas do material) sejam determinados nas vizinhanças das frequências naturais do sistema, considerando que nesta região são mais influentes os parâmetros relacionados com o amortecimento.

A partir da comparação dos resultados analíticos e experimentais se observa um bom ajuste das velocidades críticas. Apesar disso, se verificou um erro na determinação da resposta ao desbalanceamento. Considera-se que a divergência destes valores se deve à alternativa de projeto adotada na construção do sistema de acionamento dos absorvedores.

Por outro lado, foi confirmado que a aplicação dos absorvedores viscoelásticos permite diminuir consideravelmente o nível de vibração inicialmente medido no sistema, apesar da presença de não-linearidades devido às rótulas usadas para o acionamento dos absorvedores.

6.3. PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS

O autor considera que existem diversos aspectos que foram insuficientemente estudados neste trabalho de tese e que merecem atenção adicional em futuras pesquisas. O principal deles é o desenvolvimento de uma metodologia prática para a identificação das matrizes de amortecimento em sistemas similares ao estudado. A determinação do amortecimento do sistema rotativo constituiu uma das principais dificuldades enfrentadas neste trabalho e considera-se que os resultados obtidos não foram completamente satisfatórios. Observa-se que na literatura existem poucos estudos práticos que enfoquem este problema.

Outro ponto que merece maior atenção é o estudo da influência das pre-cargas ou pre-deformações na resposta dinâmica dos materiais viscoelásticos. Nashif *et al* (1985) trata de forma superficial problema. Além disso, não foram encontrados estudos experimentais que mostram a sensibilidade deste fator nas funções do módulo de armazenamento do material e do fator de perda. Como se pode observar nos resultados experimentais apresentados neste trabalho, as funções viscoelásticas são bastante sensíveis à ação de pre-deformações, sobretudo no que diz respeito à determinação do fator de perda.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 3M, 2003, "Viscoelastic Damping Polymer 110, Technical Data", 3M Company, Kraton - Shell Chemical.
- ADAMS M. e McCLOSKEY T., 1990, "A Feasibility and Technology Assessment for the Implementation of Active Rotor Vibration Control Systems in Power Plant Rotating Machinery", Proceedings of 3rd International Conference on Rotordynamics, Lyon-França, pp. 327-332.
- AGNES, G. S. e NAPOLITANO, K., 1993, "Active Constrained Layer Viscoelastic Damping," in Proceedings of 34th SDM Conference., pp. 3499-3506.
- ALAUZE C, 1998, "Equilibrage actif des machines tournantes : applications aux grandes lignes d'arbres"., Thèse, INSA de LYON - Institut National des Sciences Appliquées de Lyon., Lyon, França
- ASSIS, E., STEFFEN Jr., V., 2003, "Inverse Problem Techniques for the Identification of Rotor-Bearing Systems", Inverse Problems In Engineering, Londres, v. 11, n. 1, p. 39-53.
- ASTM, 2004,"ASTM E-756 - Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials", ASTM International, 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959, Estados Unidos.
- ATKINS, K. e PEREZ, R., 1988, "Influence of Gas Seals on Rotor Stability of High Speed Hydrogen Recycle Compressor", Proceedings of the 17th Turbomachinery Symposium, Texas A&M University, pp. 9-18.
- AXEL PHYSICAL TESTING SERVICES, 2000, "Measuring the Dynamic Properties of Elastomers for Analysis", Axel Products, V1 (2), pp.1-7.

- BAGLEY, R. e TORVIK, P., 1979, "A Generalized Derivative Model for an Elastomer Damper", The Shock and Vibration Bulletin, 49(2), pp. 135-143.
- BAZ, A., 1998, "Robust Control of Active Constrained Layer Damping," Journal of Sound and Vibration, Vol. 221 (3), pp.467-480.
- BENJEDDOU, A., 2001, "Advances in hybrid active-passive vibration and noise control via piezoelectric and viscoelastic constrained layer treatments", Journal of Vibration and Control, 7 (4): 565-602.
- BERGSTROM, J. e BOYCE, M., 1999, "Mechanical Behavior of particle filled Elastomers", Rubber Chemical Technology, Vol.72, pp. 633-656.
- BIOT, M. A., 1958, "Proceedings of the 3rd U. S. National Congress on Applied Mechanics". ASME, pp. 1-18.
- BORMANN, A. e GASCH, R., 2002, "Damping and Stiffness Coefficients of Elastomers Rings and Their Optimised Application in Rotor Dynamics: Theoretical Investigations and Experimental Validation", IFToMM RotorDynamics Congress, Australia, pp. 9.
- BURROWS, C., SAHINKAYA M. e TURKAY O., 1984, "An adaptive squeeze-film bearing", Trans. ASME, Journal of Tribology, (106), pp. 145-151.
- CHARIF, K., 1991, "Contribution à l'étude du comportement mécanique des enrobés bitumineux en petites et en grandes déformations", Thèse de Doctorat, Ecole Central, Paris, Francia
- CHILDS, D., 1993, "Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling, and Analysis", John Wiley & Sons.
- CHU, F. e HOLMES, R., 2000, "The damping capacity of the squeeze film damper in suppressing vibration of a rotating assembly"., Tribology International, Volume 33, Issue 2, February 2000, pp. 81-97.

- DE LIMA, A. M., 2003, "Modelagem numérica e avaliação experimental de Materiais Viscoelásticos aplicados ao Controle Passivo de Vibrações Mecânicas", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia (MG).
- DE SANTIAGO, O., e L., SAN ANDRÉS, 2003, "Field Methods for Identification of Bearing Support Parameters. Part I-Identification from Rotordynamic Response due to Imbalances", ASME Paper GT 2003-38585, ASME Turbo-Expo 2003 Conference, Atlanta-GA, Estados Unidos.
- DE SANTIAGO, O., e L., SAN ANDRÉS, 2003, "Field Methods for Identification of Bearing Support Parameters. Part I-Identification from Rotordynamic Response due to Imbalances", ASME Paper GT 2003-38585, ASME Turbo-Expo 2003 Conference, Atlanta-GA, Estados Unidos.
- Di BENEDETTO, H. e FRANCKEN, L., 1997, "Mechanical Tests for Bituminous Materials, Recent Improvements and Future Prospects", Proceeding of the Fifth International Rilem Symposium "Mechanical Test for Bituminous Materials", May, Lyon, Francia.
- Di BENEDETTO, H., PARTL, M., FRANCKEN, L., e DE LA ROCHE SAINT ANDRE, C., 2001, "Stiffness Testing for Bituminous Mixtures", Materials and Structures, Vol. 34, March, pp. 66-70.
- DOUBBANEH E., 1995, "Comportement mécanique des enrobés bitumineux des petites aux grandes. déformations". Thèse de Doctorat, Lyon: INSA de LYON, 217 p
- DOUGLAS, B. E. e YANG, J. C. S., 1978, "Transverse compressional damping in the vibratory response of elastic-viscoelastic-elastic beams" AIAA Journal, vol. 16, pp. 925-930.
- DUTT, J. e TOI, T., 2003, "Rotor Vibration Reduction With Polymeric Sectors", Journal of Sound and Vibration, 262, pp 769- 793.
- DYER, S. W., e NI, J., 1999, "Adaptive Influence-Coefficient Control of Single-Plane Active Balancing Systems," Manufacturing Science and Engineering", ASME-IMECE 1999, MED-10, pp. 747–755.

- DYER, S. W., NI, J. SHI, J., e SHIN, K-K., 2002, "Robust Optimal Influence-Coefficient Control of Multiple-Plane Active Rotor Balancing Systems"., Transactions of the ASME, Vol. 124, March 2002, pp 41-46.
- ESPÍNDOLA, J., MÉNDEZ, G., OLIVEIRA, J., BABASTRI, C., 2005, "Design of Optimum Viscoelastic Vibration Absorbers based on the Fractional Calculus Model", Proceedings Of The XI DINAME, 28th February-4th March, 2005 - Ouro Preto (MG)
- ESPÍNDOLA, J., SILVA, J., e LOPES, E., 2004, "A generalised fractional derivative approach to viscoelastic material properties measurement ", Applied Mathematics and Computation 165(2), pp. 943—952.
- ETCHESSAHAR, M., SAHRAOUI, S., BENYAHIA L., e TASSIN F., 2005, "Frequency dependence of acoustic foams" Journal of Acoustic Society of America 117 (3) March 2005, pp. 1114 – 1121.
- FORTE, P., PATERNÒ, M., e RUSTIGHI, E., 2004, "A Magnetorheological Fluid Damper for Rotor Applications", International Journal of Rotating Machinery, 10(3): pp. 175–182.
- GOLLA, D.F. e HUGHES, P.C., 1985, "Dynamics of viscoelastic structures – a time-domain, finite element formulation," Journal of Applied Mechanics 52 (4), pp. 897–906.
- GUBLER R., 1990, "Methode d'essai par oscillation axiale pour la détermination des caractéristiques mécaniques et du comportement à la fatigue des asphaltes", Proceeding of the Fourth International Rilem Symposium "Mechanical Test for Bituminous Materials", May, Budapest, Rumania.
- HEINRICHSON, N.; SANTOS, I.; e FUERST, A., 2007, "The Influence of Injection Pockets on the Performance of Tilting-Pad Thrust Bearings - Part I: Theory ", ASME Journal of Tribology, vol: 129(4), pp, 895-903.

- HEINRICHSON, N.; SANTOS, I.; e FUERST, A., 2007, "The Influence of Injection Pockets on the Performance of Tilting-Pad Thrust Bearings - Part II: Comparison Between Theory and Experiment ", ASME Journal of Tribology, vol: 129(4), pp, 904-912.
- HUANG, S. C., AUSTIN, E. M., e INMAN, D. J., 1996, "Some design considerations for active and passive constrained layer damping treatments," Smart Mater. Struct., vol. 5, pp. 301-313.
- INMAN, D. J., e LAM, M. J., 1997, "Active Constrained Layer Damping Treatments," 5th Recent Advances in Structural Dynamics, pp. 1-20.
- JOHNSON, A.R., TESSLER, A., e DAMBACH, M., 1997, "Dynamics of thick viscoelastic beams," Journal of Engineering Materials and Technology 119 (3), pp. 273–278.
- JONES, D., 1974, "Temperature-Frequency Dependence of Dynamic Properties of Damping Materials", Journal of Sound and Vibration, 33 (4), pp. 451-470.
- JONES, D., 1981, "An Attractive Method for Displaying Material Damping Data", AIAA Journal , 18 (8), pp. 644-649.
- JONES, D., 1978, "A Reduced-Temperature Nomogram for Characterization of Damping Material Behavior", Shock Vibration Bulletin, 48, pp. 2, 13-22.
- KLOMPEN, E. e GOVAERT, L, 1999, "Nonlinear Viscoelastic Behaviour of Thermorheologically Complex Materials: A Modelling Approach", Mechanics of Time-Dependent Materials (3), pp. 49–69.
- LAKES, R., 2004, "Viscoelastic Measurement Techniques", Review of Scientific Instruments, Vol. 75 (4), April, pp. 797-810.
- LALANNE, M., FERRARIS, G., 1998, "Rotordynamics Prediction in Engineering"., John Wiley & Sons.

- LEMPE, U., LEYKAUF, G. e NEUMANN, U., 1992, "Part 2: Dynamic tests", Participation to the RILEM Interlaboratory, Research Report, Technical University of Munich, Alemania.
- LESIEUTRE e BIACHINI, 1996, "Finite Element Modeling of One-dimensional Viscoelastic Structures using Anelastic Displacement Fields", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 29 (3), pp. 520-527.
- LESIEUTRE e BIANCHINI, 1995, "Time Domain Modeling of Linear Viscoelasticity Using Anelastic Displacements Fields", Journal of Vibration and Acoustic, Vol. 117 (4), pp. 424-430.
- LESIEUTRE, 1992, "Finite Element for Dynamic Modeling of Uniaxial Rods with Frequency-Dependent Material Properties", International Journal of Solid and Structures, Vol. 29 (12), pp. 1567-1579.
- LESIEUTRE, G.A. e LEE, U., 1996, "A finite element for beams having segmented active constrained layers with frequency-dependent viscoelasticity", Smart Mater. Struct., 5 (5) :615–627.
- LIEBST, B. e TORVIK, P., 1996, "Asymptotic Approximations for Systems incorporating Fractional Derivative Damping", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 118, pp. 572-579.
- LUND, L. W., 1974, "Stability and damped critical speeds of a Flexible rotor in Fluid Film bearings", ASME Journal of Engineering for Industry, 96, 509-507.
- MAHMOODI, p., 1969, "Structural Dampers", ASCE Journal of Structures Div 95 (8) 1969, pp. 1661 –1672.
- MARKO J., THAMBIRATNAM D., e PERERA N., 2004, "Influence of damping systems on building structures subject to seismic effects", Engineering Structures 26 (2004) , pp. 1939–1956.
- McTAVISH, D.J. and HUGHES, P.C., 1993, "Modeling of linear viscoelastic space structures," Journal of Vibration and Acoustics 115, pp. 103–110.

- MEAD, D., 1999, "Passive Vibration Control", John Wiley & Sons, New York, pp. 554.
- MUNSHI J. A., 1997; "Effects of Viscoelastic Dampers on Hysteretic Response of Reinforced Concrete Elements", Engineering Structures, Vol. 19 (11), pp. 921-935.
- NASHIF, A. D., JONES, D., HENDERSON, J., 1985, "Vibration Damping", Wiley-Interscience, New York, USA, pp. 453.
- NICHOLAS, J. e BARRET, L., 1986, "The effect of Bearing Support Flexibility on Critical Speed Prediction", ASLE Transactions, 29 (3), pp. 329-338 .
- NICHOLAS, J., WHALEN, J., e FRANKLIN, S., 1986, "Improving Critical Speed Calculations Using Flexible Bearing Support FRF Compliance Data", Proceeding of the 15th Turbomachinery Symposium, Texas A&M University, College Station, Texas, (USA).
- PANDA, K. C., e DUTT, J. K., 1999, "Design of Optimum Support Parameters for Minimum Rotor Response and Maximum Stability Limit", Journal of Sound and Vibration, 223 (1), pp. 1-21.
- PANDA, K. C., e DUTT, J. K., 2003, "Optimum Support Characteristics for Rotor-Shaft System with Preloaded Rolling Element Bearings", Journal of Sound and Vibration, 260, pp. 731-755.
- PARK K., KOH, H., e HAHM, D., 2003; "Integrated optimum design of viscoelastically damped structural systems", Engineering Structures 26 (2004) , pp. 581–591.
- PARK, C.H., INMAN, D.J., e LAM, M.J., 1999, "Model reduction of viscoelastic finite element models," Journal of Sound and Vibration 219(4), pp. 619–637.
- PARK, S., "Analytical modeling of viscoelastic dampers for structural and vibration control", International Journal of Solid and Structures (38) 2001, pp. 8065 – 8092.
- RITTWEGGER A., ALBUS J., HORNUNG G., ÖRI, H. e MOUREY P., 2002, "Passive Damping Devices for Aerospace Structures", Acta Astronautica Vol. 50 (10), pp. 597–608.

- ROGERS, L., 1983, "Operators and fractional derivatives for viscoelastic constitutive equations", *Journal of Rheology*. 27 (1983), pp. 351–372.
- ROSSIKHIN ,Y. e SHITIKOVA, V., 1998, "Application of Fractional Calculus for Analysis of Nonlinear Damped Vibrations of Suspension Bridges", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 124 (9), pp. 1029-1036.
- SALDARRIAGA M. V. e STEFFEN Jr. V., 2004, "Modelagem de Rotores Flexíveis Montados Sobre Suportes Viscoelásticos", *Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM)*, Belém (PA).
- SALDARRIAGA, M., e STEFFEN Jr, V., "Modeling of Flexible Rotor Systems with Constrained Viscoelastic Layers on the Supports", *IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - IV CONEM*, 2006, Recife. *Anais do IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*. pp. 1-10.
- SALDARRIAGA, M., STEFFEN Jr, V., DER HAGOPIAN, J., MAHFOUD, J., 2006(b), "Balancing of Flexible Machines Without Trial Weights Using Optimization Techniques", *7th International Conference on Rotor Dynamics - IFToMM*, 2006, Viena - Áustria. *Proc. of the 7th International Conference on Rotor Dynamics*, pp. 1-10.
- SALDARRIAGA, M., STEFFEN Jr, V., e MAHFOUD, J., 2007, "Balancing of a Highly Flexible Rotor by Using Artificial Neural Networks", *DETC2007-34176*, *21st Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise (VIB)*, September, Las Vegas, Estados Unidos.
- SALDARRIAGA, M., STEFFEN Jr, V., SANTOS, I., 2006(a), "Theoretical and Experimental Analysis of a Viscoelastic Vibration Absorber in a Frequency Band", *Advances in Vibration Control and Diagnostics*, Nicolò Bachschmid; Paolo Pennacchi. (Org.). Monza: Polimetrica International Scientific Publisher, Vol. 1 , pp. 205-216.
- SHABANEH, N. H., e ZU, J. W., 2000, "Dynamic analysis of rotor-shaft systems with viscoelastically supported bearings", *Mechanism and Machine Theory* (35), pp. 1313-1330.

- SHEN K. e SOONG T., "Modeling of Viscoelastic Dampers for Structural Applications", *Journal of Engineering Mechanics* 121 (6) 1995, pp. 694 – 701.
- SHEN, I. Y., 1994, "Hybrid damping through intelligent constrained layer treatments" *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 116 (3), pp. 341–349.
- SILVEIRA, M., 2001, "Análise do Comportamento Dinâmico de Rotores em Eixos Bobinados", Tese de Mestrado, Florianópolis (SC).
- SMALLEY A., 1980. "Use of elastomeric elements in control of rotor stability. NASA CP 2133. Lewis Res. Center", *Rotordynamic Instability Problems in High-Performance Turbomachinery*, pp. 453-465.
- SMALLEY A., TESSARZIK, *et.al.*, 1972-1980, "Development of Procedures for Calculating Stiffness and Damping of Elastomers in Engineering Applications. Parte 1-6", NASA-CR-120965, NASA-CR-135355, NASA-CR-134704, NASA-CR-165138, NASA-CR-159838, NASA-CR-134939, NASA-CR-159552., National Aeronautics and Space Administration (NASA),
- SNOWDON, J. C., 1968, "Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems". New York: John Wiley & Sons.
- SOOVERE, J., DRAKE, M. e MILLER, V., 1984, "A design guide for damping of aerospace structures", *Vibration Damping Workshop Proceedings*, AFWAL-TR-84-3064, Air Force Wright Aeronautical Laboratories, Wright-Patterson Air Force Base, VV-1-VV-10 (OH), Estados Unidos.
- SORBOTHANE, INC., 2005, "Sorbothane Material Properties", Sorbothane, Inc., 2144 State Route 59. Kent, Ohio 44240, www.sorbothane.com, Estados Unidos.
- SOUSA, J., 1994, "Asphalt Aggregate Mix Design using the simple shear Test (Constant Height)", *Journal of the Association Asphalt Paving Technologist (AAPT)*, Vol. 63, pp.511.

- STEFFEN , V., e LÉPORE N. F, 1983, "Simplified Methods for Rotor Systems Frequencies Using Classical Perturbations Techniques", Proceedings Of the 9th Canadian Congress of Applied Mechanics, Askatoon, Canada.
- TIAN E BORNIS, 1995, "Analitical Approach for the Determination of the Dynamic Coefficients of Hybrid Bearings", *Wear*, 188, pp 66-76
- TORVIK, P., e BAGLEY, R., 1987, "Fractional Derivatives in the Description of Damping Materials and Phenomena", *The Role of Damping in Vibration and Noise Control*, ASME DE-5, pp. 125-135.
- TRINDADE, M. e BENJEDDOU, A., 2002, "Hybrid Active-Passive Damping Treatments Using Viscoelastic and Piezoelectric Materials: Review and Assessment", *Journal of Vibration and Control* (8): pp. 699–745.
- TRINDADE, M., 2000, "Contrôle Hybride Actif-Passif des Vibrations de Structures par des Matériaux Piézoélectriques et Viscoelásticos: Poutres Sandwich/Multicouches Intelligentes", Thèse, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, França.
- WITCZAK, M. e PELLINEN, T. K., 2000, "AC mixture response comparison to performance E*. - dynamic complex modulus and Dynamic pulse velocity Tests", *Superpave Support and performance model Management*, NCHRP 9-19, Team Report SPT-WST-2 (J6K).
- XU X., ZHAO, H., LI. A., 2003; "Optimal analysis and experimental study on structures with viscoelastic dampers", *Journal of Sound and Vibration* 273 (2004), pp. 607–618.
- YAE, K. H. e INMAN, D. J., 1993, "Control-oriented order reduction of finite element models" *Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control*, vol. 115, pp. 708-711.
- YIU, Y.C., 1993, "Finite element analysis of structures with classical viscoelastic materials," in 34th AIAA/ASME/ASCE/ AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA, La Jolla (CA), Estados Unidos, pp. 2110–2119.

ZENER, C., 1948, "Elasticity and Anelasticity of Metals", The University of Chicago Press, Chicago (IL), Estados Unidos., pp. 170.

ZHOU, S. e SHI, J., 2001, "Active Balancing and Vibration Control of Rotating Machinery: A Survey," The Shock and Vibration Digest, 33 (5): pp. 361-371.

APÊNDICE A

MATRIZES DOS ELEMENTOS DE DISCO E EIXO

1. Elemento de Disco

$$M_D = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dx} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$G_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

2. Elemento de Árvore

$$M_c = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ -54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$M_s = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$G_E = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$K_c = \frac{EI}{(1+a)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 \\ -12 & 0 & -0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$K_F = \frac{F_0}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

onde:

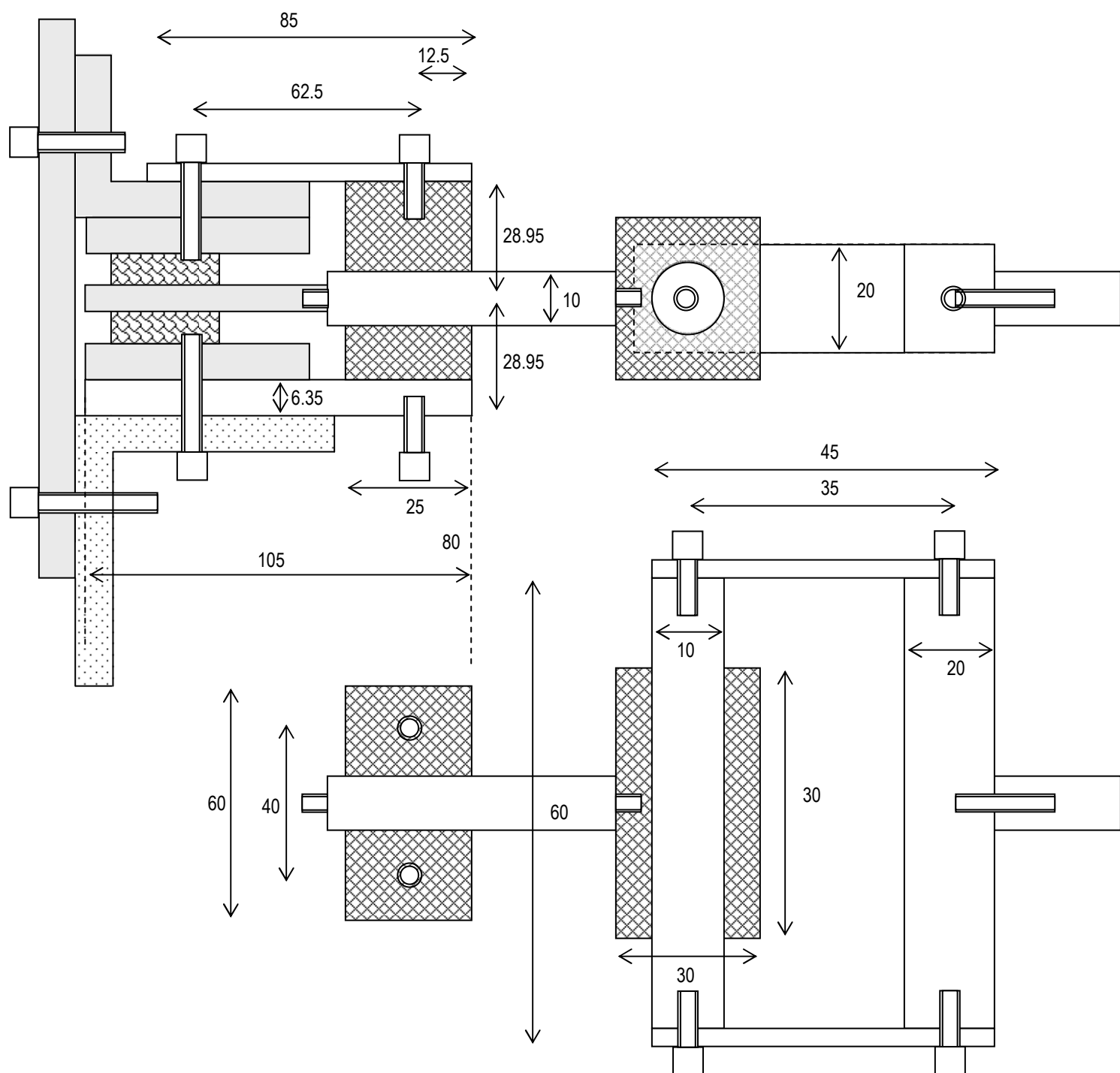
$$a = \frac{12EI}{GS_r L^2} \quad (8)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (9)$$

Sendo ν o modulo de Poisson, S_r a área reduzida da seção transversal do elemento e G o módulo transversal de elasticidade do material do eixo.

APÊNDICE B

GEOMETRIA DO SISTEMA DE ACIONAMENTO DO ABSORVEDOR VISCOELÁSTICO



APÊNDICE C

Dados Técnicos do material da Sorbothane⁷:

Propriedade	Valor	Unidade	Observações
Resistência à tensão máxima	122.61	psi	ASTM D412 92
Elongação máxima	568	%	ASTM D412 92
Resistência à tensão (100% de deformação)	25.47	psi	ASTM D412 92
Resistência à tensão (200% de deformação)	54.86	psi	ASTM D412 92
Resistência à tensão (300% de deformação)	80.13	psi	ASTM D412 92
Resistência à compressão (20% de deformação)	12.0	psi	ASTM D575 91
Resistência à compressão (50% de deformação)	105.0	psi	ASTM D575 91
Resistência ao rasgo	48.73	lb/inch	ASTM D624 91 Die C
Modulo de Incompressibilidade	2.86	gPascal	
Coefficiente de atrito estático	10.4	ASTM D1894 on polished steel	
Coefficiente de atrito dinâmico	2.6	ASTM D1894 on polished steel	
Densidade	85.0	lb/ft ³	ASTM D792
Gravidade Especifica	1.364	ASTM D792	
Faixa de temperatura de ótimo desempenho.	-20 _ a +160	F	Redução da rigidez e o amortecimento acima de 200 _F. Incremento da rigidez abaixo da temperatura de transição vítrea.
Temperatura de Transição vítrea	-37.4 _	C	ASTM E1640 94 definida por pico máximo do ângulo de atraso entre funções de tensão/deformação
Temperatura de Ignição induzida	570 _	C	
Temperatura de auto-ignição	750	C	
Teste de Resiliência Altura de rebote	11	%	
Resistência dielétrica	256	V/mil	ASTM D149 97
Modulo de Young a 5 Hertz	105	psi	
Modulo de Young a 15 Hertz	150	psi	
Modulo de Young a 30 Hertz	210	psi	
Modulo de Young a 50 Hertz	270	psi	

⁷ SORBOTHANE, INC., 2005

Propriedade	Valor	Unidade	Observações
Ângulo de atraso tensão/deformação (excitação a 5 Hertz)	29.25	°	
Ângulo de atraso tensão/deformação (excitação a 15 Hertz)	30.11	°	
Ângulo de atraso tensão/deformação (excitação a 30 Hertz)	29.68	°	
Ângulo de atraso tensão/deformação (excitação a 50 Hertz)	26.56	°	
Resistencia Bacterial	Não se observa afetação		
Resistencia Fungal	Não se observa afetação		
Envelhecimento por Calor	Estável	72 horas @ 158 _F sem câmbios no tamanho, aparência, nem nos resultados dos testes no durômetro	
Resistência aos raios ultravioletas	Boa resistencia		
Resistência química a fluido hidráulico	-1.4	% alteração em peso	ASTM D543, 7-dias de imersão
Resistência química ao Querosene	4.3	% alteração em peso	ASTM D543, 7-dias de imersão
Resistência química ao Diesel	6.4	% alteração em peso	ASTM D543, 7-dias de imersão
Resistência química a Solução de sabão	5.0	% alteração em peso	ASTM D543, 7-dias de imersão
Propriedades acústicas: perda de intensidade de som no ar	Mais de 40	dB/cm	a 50 Hertz. a perda de intensidade aumenta com a frequência.