

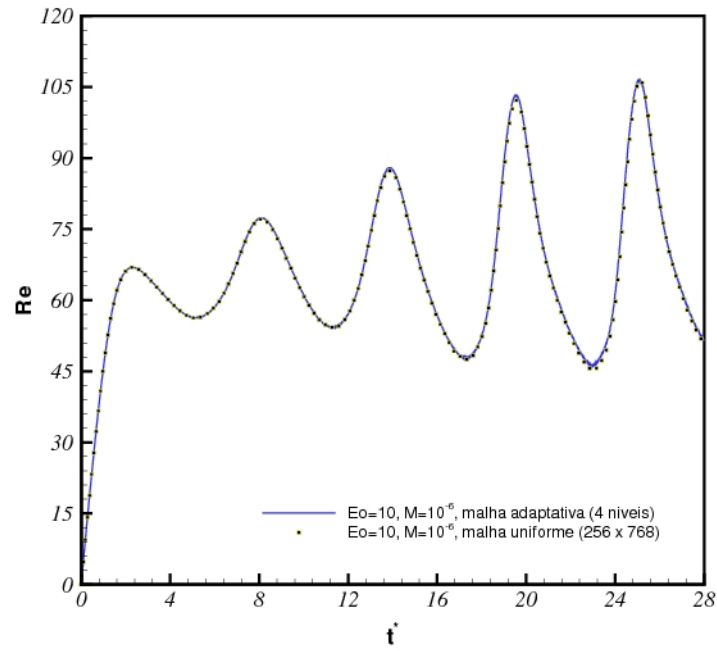


Figura 6.47: Evolução temporal do número de Re avaliado na malha composta $32 \times 96L4$ e na malha uniforme equivalente 256×768 , para $Eo = 10$ e $M = 10^{-6}$.

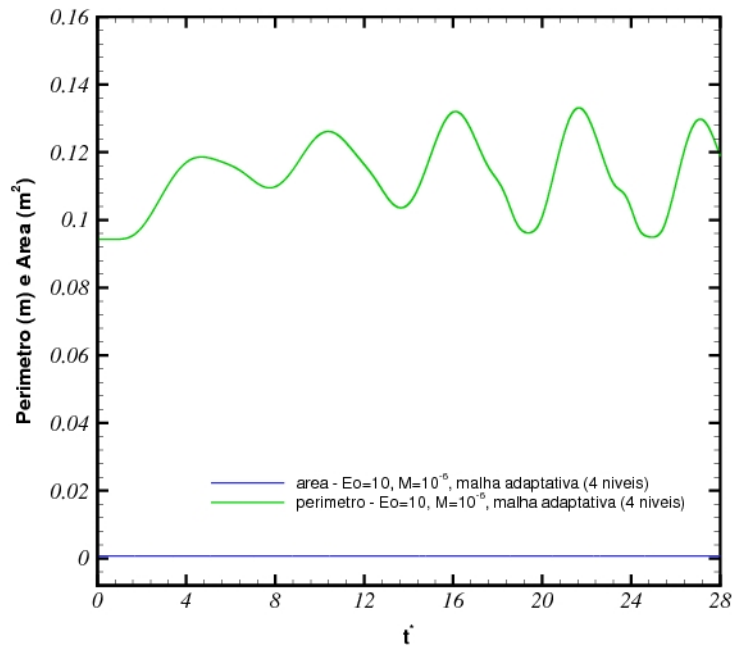


Figura 6.48: Evolução temporal da área e do perímetro da bolha na malha composta $32 \times 96L4$, para $Eo = 10$ e $M = 10^{-6}$.

regiões de vorticidade são observadas, sendo duas nas curvaturas laterais e duas outras nas curvaturas à juzante, com intensidades menores, identificando que em regiões de altas curvaturas ocorre vorticidade e que quanto maior a curvatura mais intensa é a vorticidade gerada. Nota-se que a partir de quando a bolha entra em regime o campo de vorticidade permanece constante ao longo do tempo.

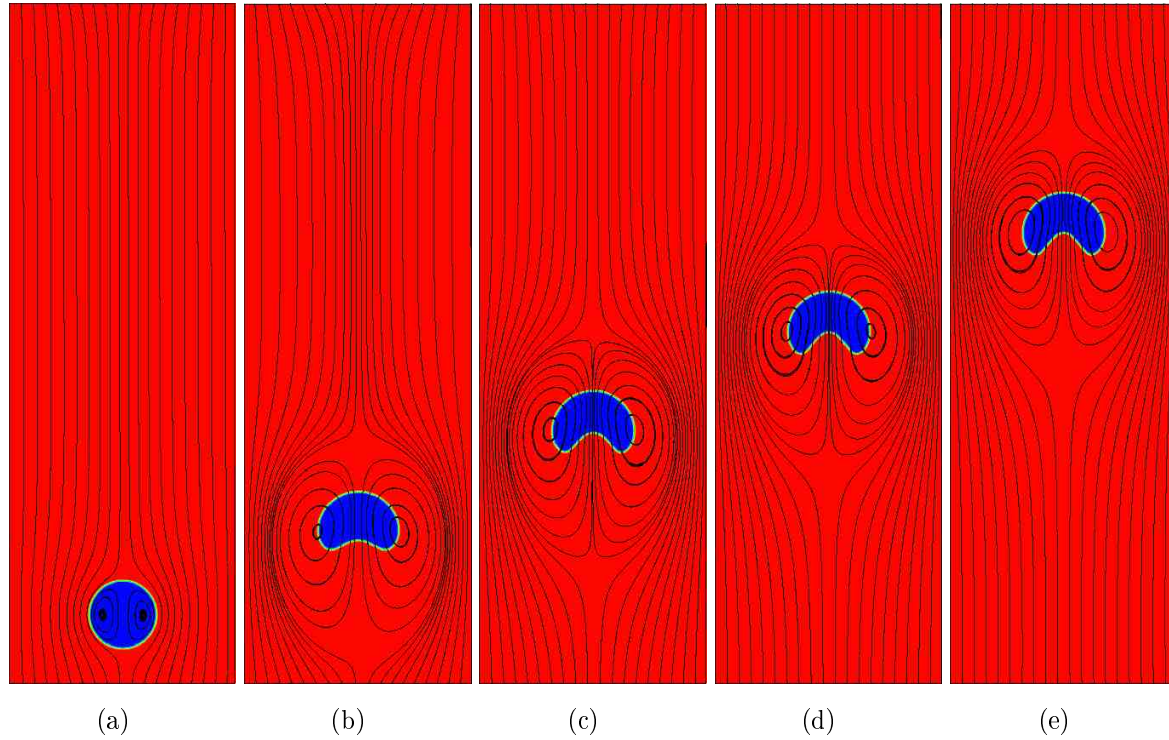


Figura 6.49: Evolução temporal do campo de massa específica sobreposto por linhas de correntes em uma malha composta $32 \times 96L4$ para $Eo = 100$ e $M = 100$: (a) $t^* = 0,28$; (b) $t^* = 7,0$; (c) $t^* = 14,0$; (d) $t^* = 21,0$ e (e) $t^* = 28,0$.

Para este par de parâmetros, o número de Reynolds atinge um valor de 2,1 entrando em regime rapidamente. A Fig. 6.51 mostra a evolução do número de Reynolds ao longo do tempo característico. Observa-se que a bolha acelera até um valor máximo de $Re = 2,3$ e depois desacelera entrando em regime. A evolução do perímetro também é avaliada para $Eo = 100$ e $M = 100$, onde o perímetro da bolha aumenta progressivamente até que a bolha atinja a forma de calota-elipsoidal como mostrada na Fig. 6.52. A evolução da área é traçada em conjunto. Como não se observa uma elevada variação na forma da bolha ao longo do tempo, a área tende a se conservar com maior facilidade quando se compara com os outros casos anteriores. A taxa de aumento de área relativa verificada é cerca de $7,7 \cdot 10^{-4}\%$. A Fig. 6.70 apresenta essa variação com maiores detalhes.

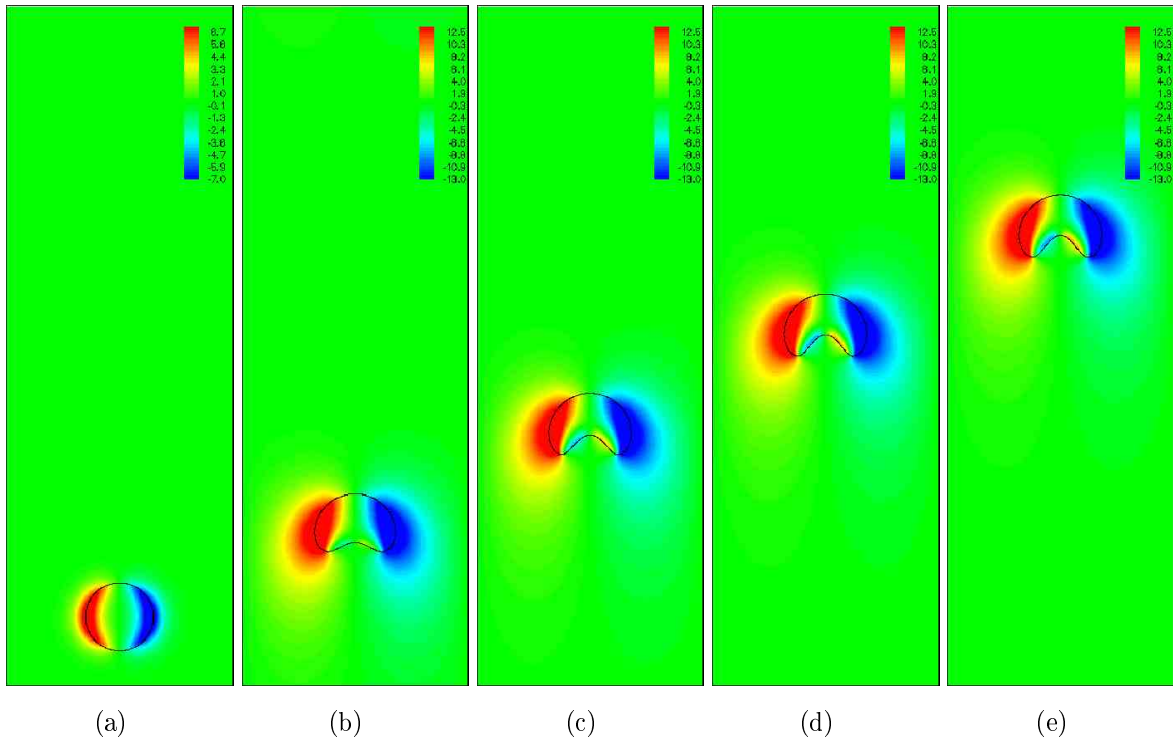


Figura 6.50: Campo de vorticidade na malha composta $32 \times 96L4$ para $Eo = 100$ e $M = 100$: (a) $t^* = 0,28$; (b) $t^* = 7,0$; (c) $t^* = 14,0$; (d) $t^* = 21,0$ e (e) $t^* = 28,0$.

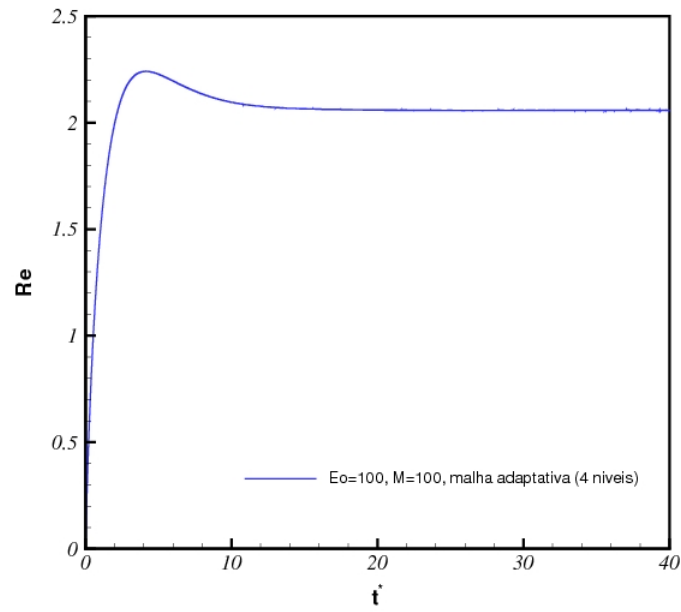


Figura 6.51: Evolução temporal do número de Re avaliado na malha composta $32 \times 96L4$, para $Eo = 100$ e $M = 100$.

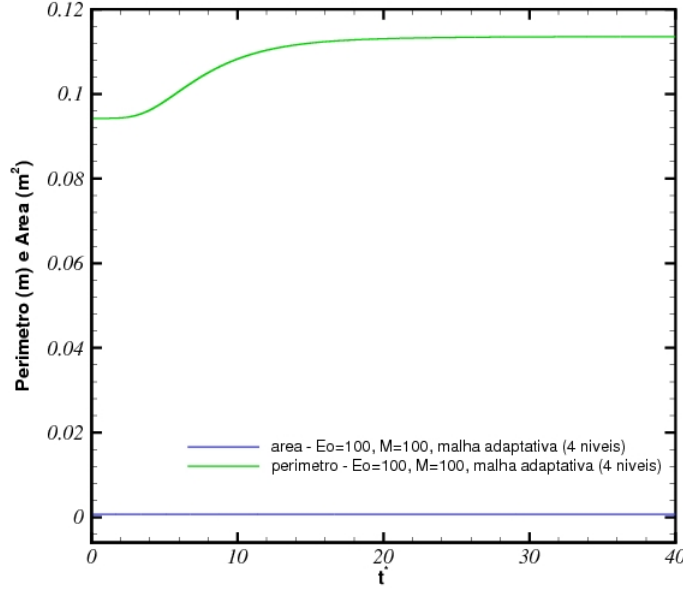


Figura 6.52: Evolução temporal da área e do perímetro na malha composta $32 \times 96L4$, para $Eo = 100$ e $M = 100$.

6.4.2.3 Regime Calota-Esférica

Se o número de Morton diminui, verifica-se que o número de Reynolds aumenta, ou seja, as forças inerciais são maiores que as forças viscosas. Logo, se as forças viscosas diminuem maior se torna a deformação da bolha ao se comparar com o caso mostrado na Fig. 6.49, mantendo-se a mesma tensão interfacial. Para $Eo = 100$ e baixos valores de Morton, apresenta-se a formação de “saías” nas extremidades laterais da bolha. Esta configuração é denominada *skirted*. A Fig. 6.53 mostra a transição entre as formas *skirted* e calota-esférica, onde a “saia” gerada se retrai e a forma final de calota-esférica é observada, quando a bolha entra em regime. Duas longas esteiras se estendem ao longo do domínio à medida que a interface se desloca, onde são observados os desprendimentos de centros periódicos de vorticidade.

A Figura 6.53 mostra uma sequência temporal do campo de massa específica sobreposto pelas linhas de corrente. Os valores para d_d , λ , γ e T , assumem os mesmos valores apresentados para os casos anteriores. Para capturar um maior nível de detalhes, devido às elevadas curvaturas, observadas na formação das “saías”, são utilizados 5 níveis de refinamento, onde $l_{base} = 32 \times 96$.

A Figura 6.54 mostra o campo de vorticidade para $Eo = 100$ e $M = 10^{-3}$. Nas regiões de alta curvatura verifica-se alta vorticidade. À medida que a “saia” é formada, estirando-se e retraindo-se, vórtices são desprendidos da interface. Quando a bolha entra em regime estacionário ela atinge o formato de calota-esférica.

A Figura 6.55 apresenta a evolução do número de Reynolds ao longo do tempo para $Eo = 100$ e $M = 10^{-3}$, o qual atinge um valor máximo de $Re = 61$. Devido às oscilações da bolha, fases de aceleração e desaceleração são determinadas, até entrar em regime estacionário quando a aceleração é nula. A variação do perímetro ao longo do tempo é apresentada na Fig. 6.56. Nota-se que à medida que a bolha se retrai ela tende a acelerar. Em conjunto também é traçada a variação da área ao longo do tempo. A taxa de aumento de área relativa é cerca de $1,3 \cdot 10^{-2}\%$. A Fig. 6.70 mostra com maiores detalhes essa variação em comparação com os outros casos.

Os resultados para $Eo = 800$ e $M = 10^{-5}$ são apresentados nas Figs. 6.58 e 6.60 para uma discretização realizada na malha adaptativa com 6 níveis de refinamento, onde $l_{base} = 32 \times 96$ em $\Omega = [0; 1] \times [0; 3]$. Para esse número de Eötvös, experimentalmente a bolha atinge primeiramente a forma *skirted*. Posteriormente, a “saia” se rompe devido a ação dos vórtices na esteira da bolha e a parte restante da bolha rapidamente se desenvolve atingindo a forma de uma calota-esférica (SMOLIANSKI, 2005). Na verdade, essa ruptura deveria ser observada para valores de Reynolds menores como, por exemplo, no caso anterior. Sussman *et al.* (1999) afirmam que isso provavelmente não ocorre devido essencialmente ao comportamento tridimensional da bolha. Entretanto, um resultado qualitativo do processo de início de rompimento da bolha é apresentado na Fig. 6.58, para variados instantes de tempo. O processo de rompimento não foi implementado no presente trabalho. No entanto, os resultados apresentados nas Figs. 6.58 e 6.60 mostram a potencialidade do código para se trabalhar com altas deformações da interface.

Smolianski (2005) apresenta um resultado numérico de rompimento da bolha, conforme mostrado na Fig. 6.57. Assim, pode-se notar que para o instante de tempo igual a 0,1s (Fig. 6.58i) deveria ocorrer o rompimento da bolha gerando mais duas novas estruturas.

O campo de vorticidade para $Eo = 800$ e $M = 10^{-5}$ é mostrado nas Fig. 6.60. Regiões de alta vorticidade são observadas tanto no escoamento interno quanto externo. No escoamento interno (Figs. 6.60l a 6.60n) observa-se o emparelhamento de vórtices co-rotativos. No entanto, isto não é mais físico pois a bolha, neste ponto, já deveria ter

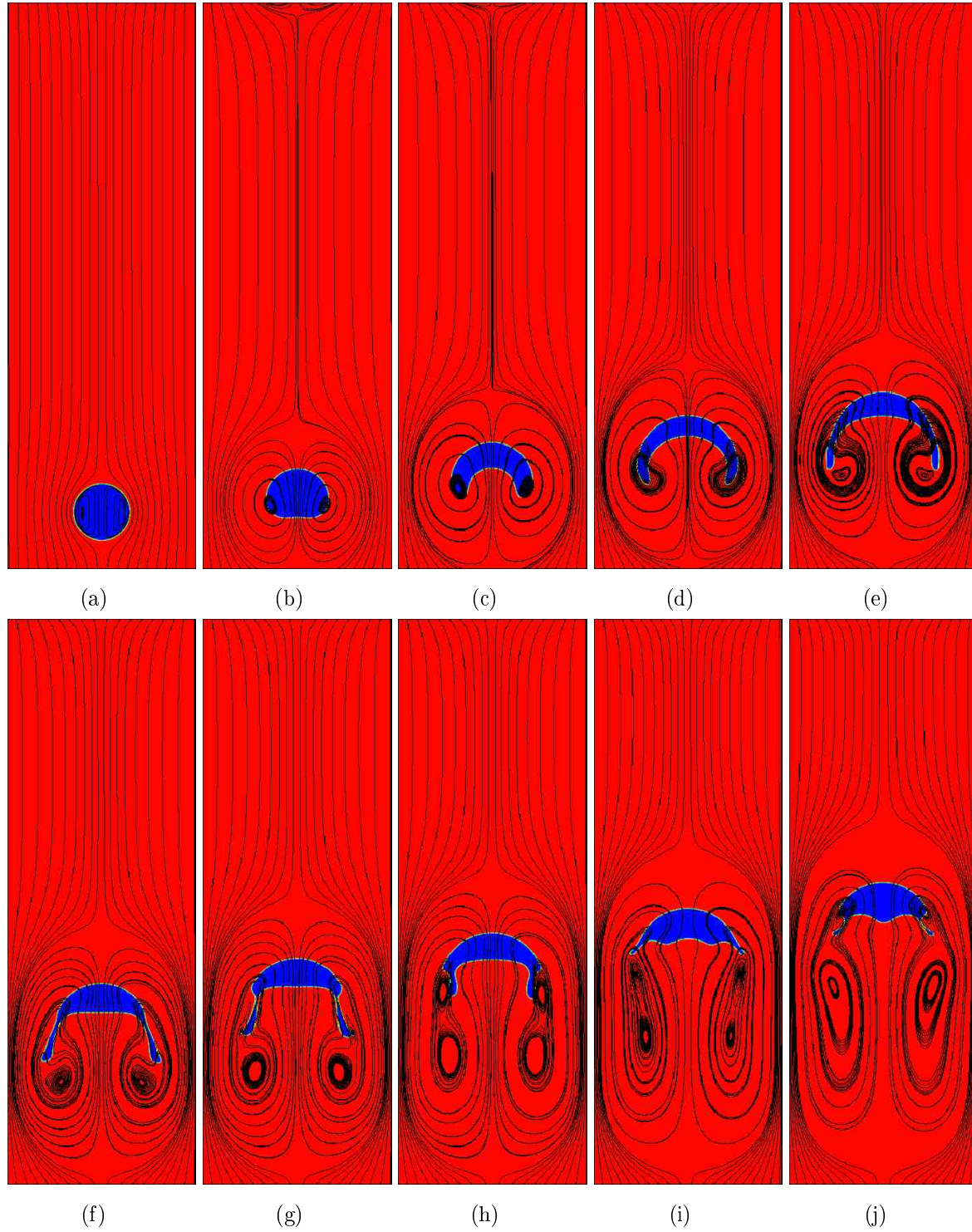


Figura 6.53: Evolução temporal do campo de massa específica sobreposto por linhas de correntes em uma malha composta $32 \times 96L5$ para $Eo = 100$ e $M = 10^{-3}$: (a) $t^* = 0, 14$; (b) $t^* = 1, 56$; (c) $t^* = 3, 12$; (d) $t^* = 4, 68$; (e) $t^* = 6, 24$; (f) $t^* = 7, 8$; (g) $t^* = 9, 36$; (h) $t^* = 10, 92$; (i) $t^* = 12, 48$ e (j) $t^* = 14, 04$.

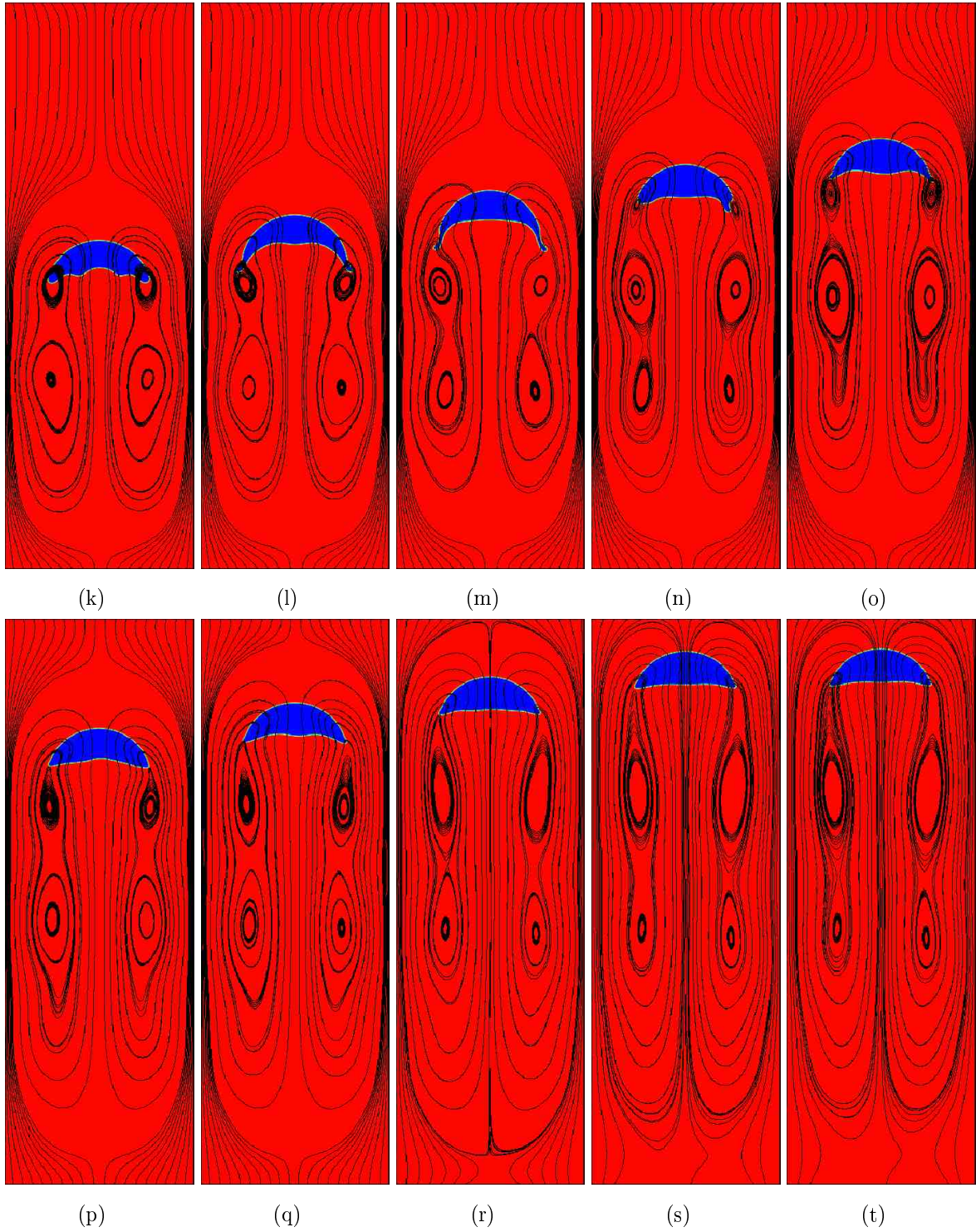


Figura 6.53: Evolução temporal do campo de massa específica sobreposto por linhas de correntes em uma malha composta $32 \times 96L5$ para $Eo = 100$ e $M = 10^{-3}$: (k) $t^* = 15,6$; (l) $t^* = 17,16$; (m) $t^* = 18,72$; (n) $t^* = 20,28$; (o) $t^* = 21,84$; (p) $t^* = 23,4$; (q) $t^* = 24,96$; (r) $t^* = 26,52$; (s) $t^* = 27,3$ e (t) $t^* = 28,0$.

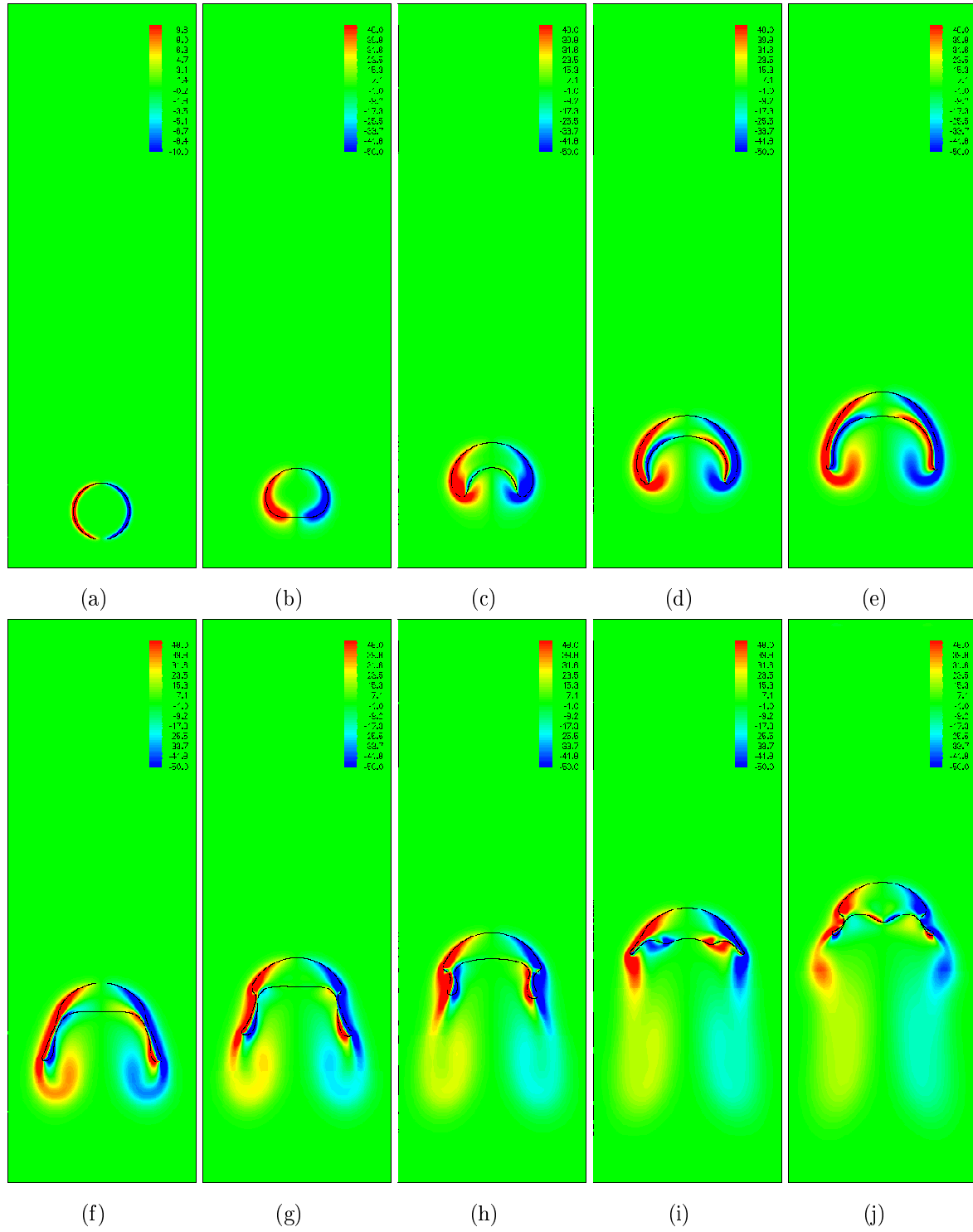


Figura 6.54: Evolução temporal do campo de vorticidade em uma malha composta $32 \times 96L5$ para $Eo = 100$ e $M = 10^{-3}$: (a) $t^* = 0, 14$; (b) $t^* = 1, 56$; (c) $t^* = 3, 12$; (d) $t^* = 4, 68$; (e) $t^* = 6, 24$; (f) $t^* = 7, 8$; (g) $t^* = 9, 36$; (h) $t^* = 10, 92$; (i) $t^* = 12, 48$ e (j) $t^* = 14, 04$.

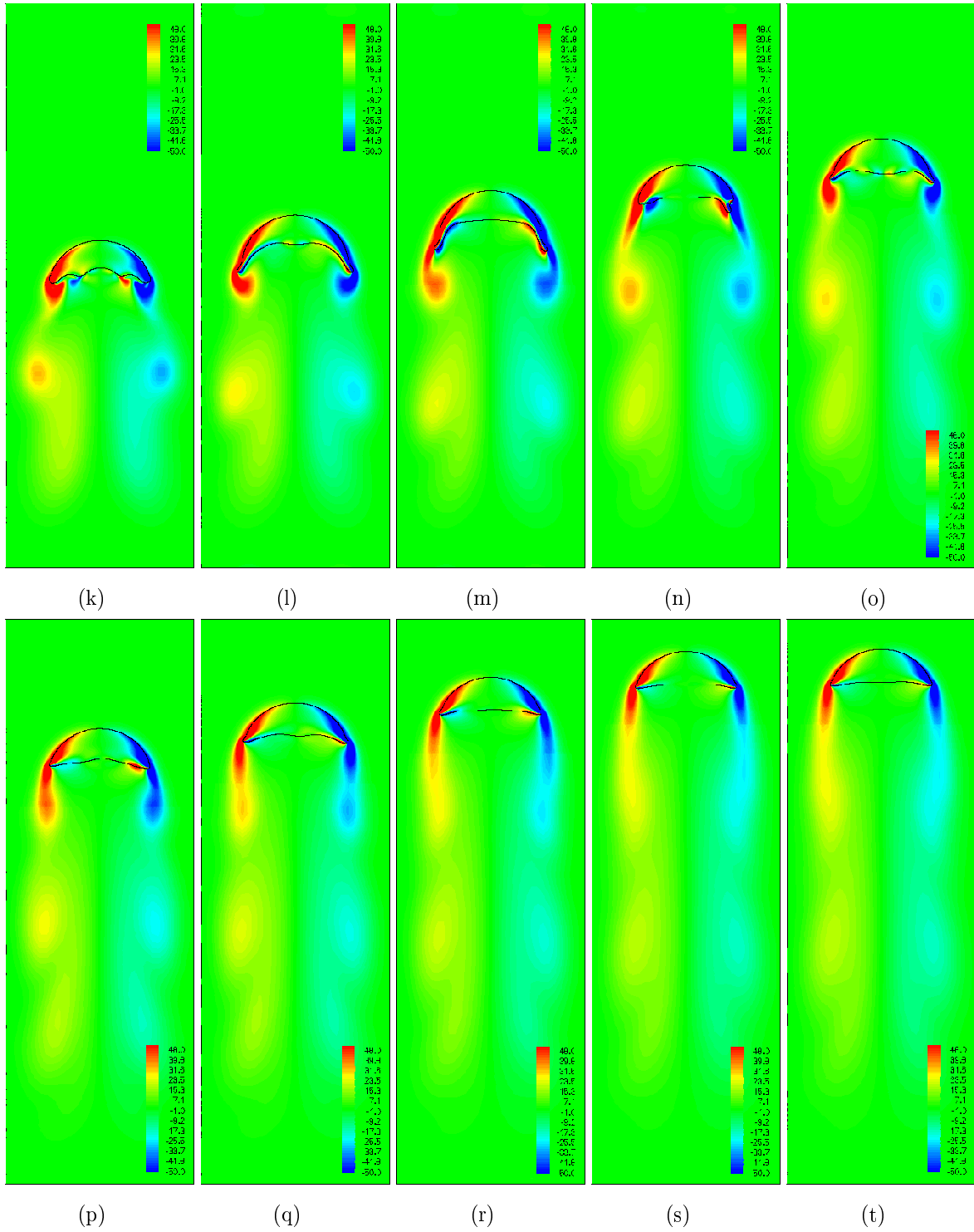


Figura 6.54: Evolução temporal do campo de vorticidade em uma malha composta $32 \times 96L5$ para $Eu = 100$ e $M = 10^{-3}$: (k) $t^* = 15,6$; (l) $t^* = 17,16$; (m) $t^* = 18,72$; (n) $t^* = 20,28$; (o) $t^* = 21,84$; (p) $t^* = 23,4$; (q) $t^* = 24,96$; (r) $t^* = 26,52$; (s) $t^* = 27,3$ e (t) $t^* = 28,0$.

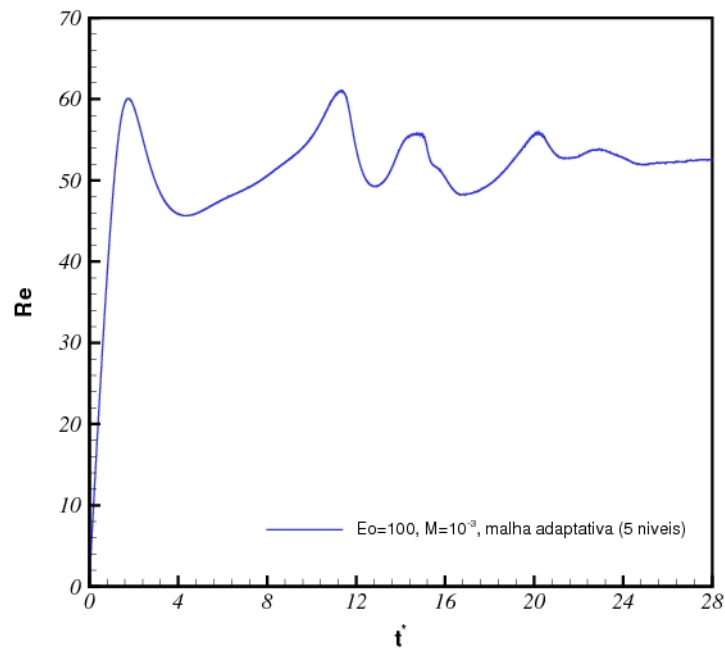


Figura 6.55: Evolução temporal do número de Re avaliado na malha composta $32 \times 96L5$, para $Eo = 100$ e $M = 10^{-3}$.

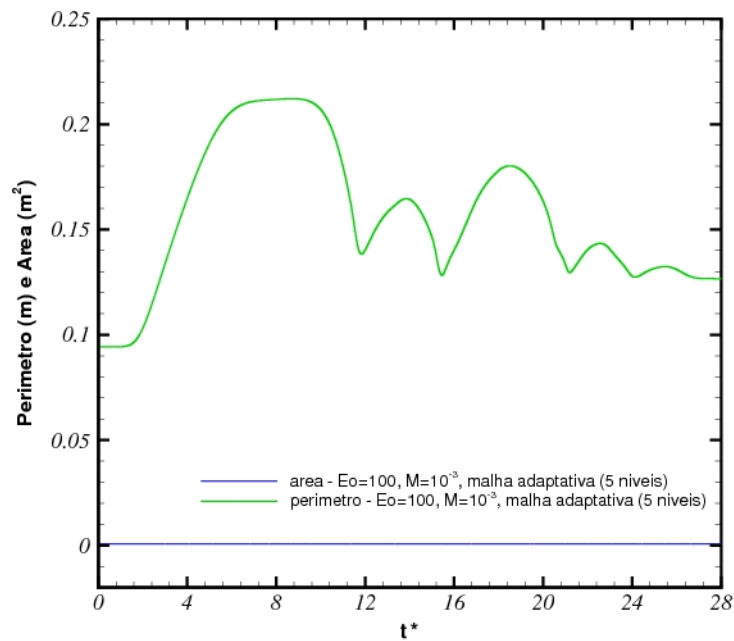


Figura 6.56: Evolução temporal da área e do perímetro na malha composta $32 \times 96L5$, para $Eo = 100$ e $M = 10^{-3}$.

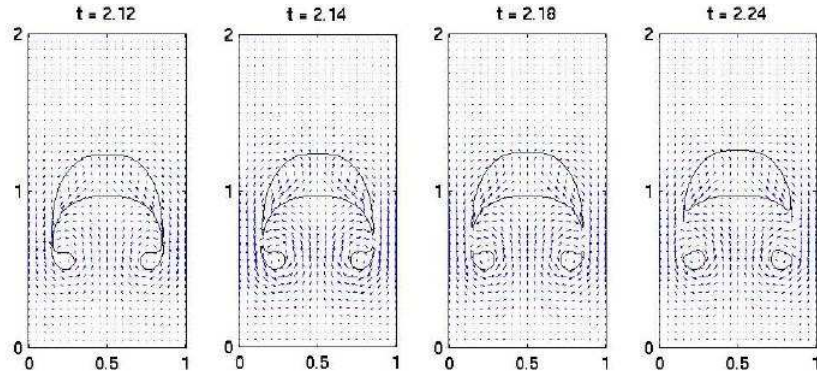


Figura 6.57: Rompimento de uma bolha ascendente para $Eo = 500$, $Re = 700$, $\gamma = 0,001$ e $\lambda = 0,01$ (SMOLIANSKI, 2005).

sido fragmentada. A evolução temporal do número de Reynolds é mostrada na Fig. 6.59. A interrupção do cálculo se dá devido a falta do modelo de fragmentação, o qual leva a resultados destituídos de significado físico.

6.4.3 Ascensão da Bolha Isolada a Altos Números de Reynolds

Apesar das simulações descritas anteriormente ilustrarem o comportamento de bolhas dispersas em um meio fluido para baixos e moderados Reynolds, verifica-se que em algumas situações práticas o número de Reynolds é relativamente alto. É conhecido que para altos Reynolds as bolhas ascendem de forma instável, ou seja, ascendendo ao longo de um percurso espiralado. Quando a forma e a trajetória das bolhas variam constantemente, o regime de movimento é denominado de *wobbling*.

A formação de vórtices ocorre nos diferentes regimes de escoamentos tanto interno quanto externos a bolha. Para o caso de *wobbling*, os vórtices não simétricos são mais “destacáveis”, o que aumenta o grau de dificuldade da simulação numérica na busca de captar estas instabilidades, tanto na esteira quanto ao longo da interface. O *wobbling*, tipicamente aparece para números de Reynolds elevados quando o número de Eötvös está entre 1 e 100.

A bolha no regime *wobbling* está submetida a deformações permanentes resultantes da instabilidade e da assimetria na evolução da esteira. Em particular, pares não simétricos de vórtices secundários são claramente observados na esteira como consequência da separação da camada limite dos diferentes lados da superfície da bolha. Estas estru-

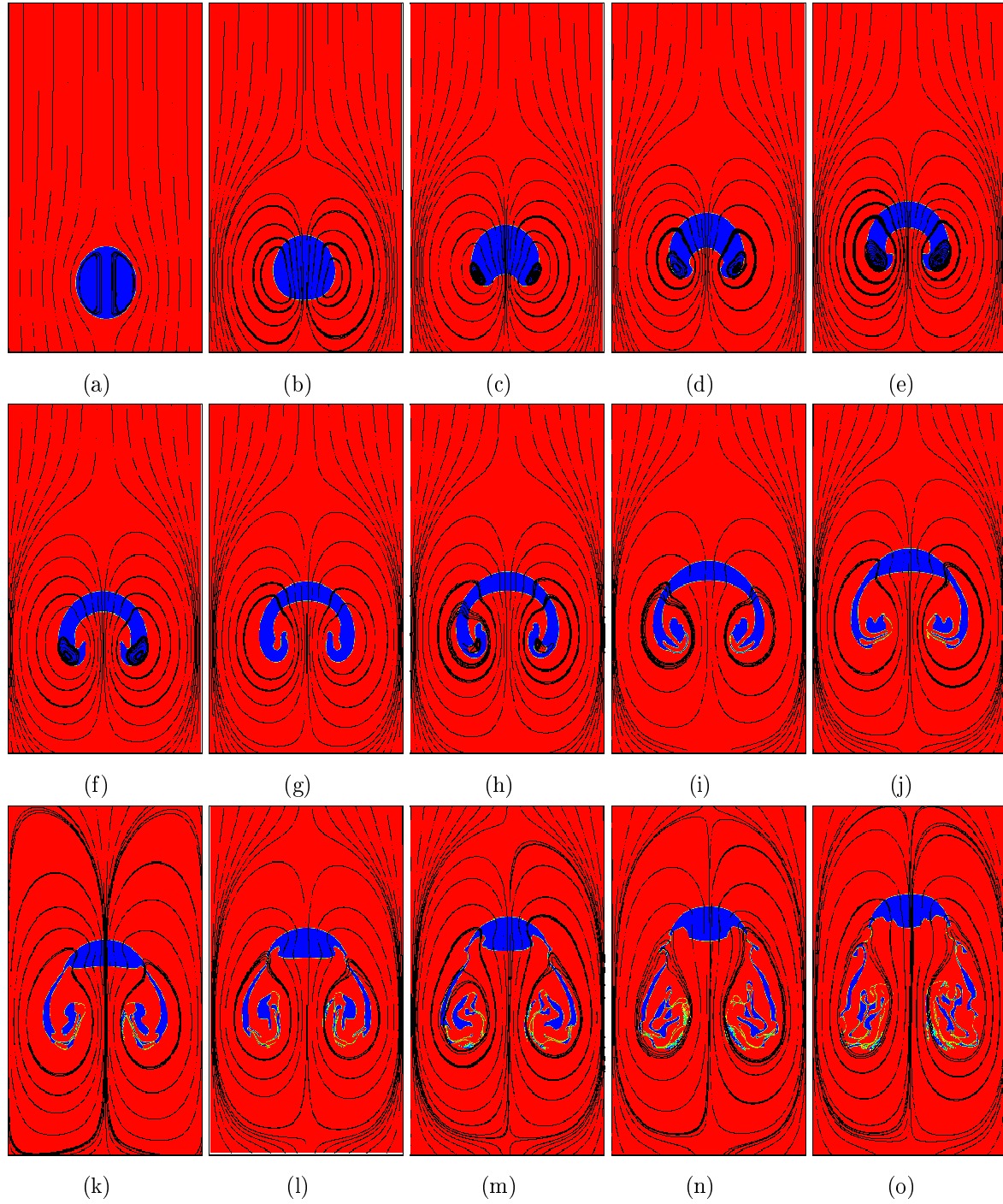


Figura 6.58: Evolução temporal do campo de massa específica sobreposto por linhas de correntes em uma malha composta $32 \times 96L6$ para $Eo = 800$ e $M = 10^{-5}$: (a) $t^* = 0,07$; (b) $t^* = 0,57$; (c) $t^* = 1,14$; (d) $t^* = 1,71$; (e) $t^* = 2,28$; (f) $t^* = 2,85$; (g) $t^* = 3,42$; (h) $t^* = 3,99$; (i) $t^* = 4,56$; (j) $t^* = 5,13$; (k) $t^* = 5,7$; (l) $t^* = 6,27$; (m) $t^* = 6,84$; (n) $t^* = 7,41$ e (o) $t^* = 7,98$.

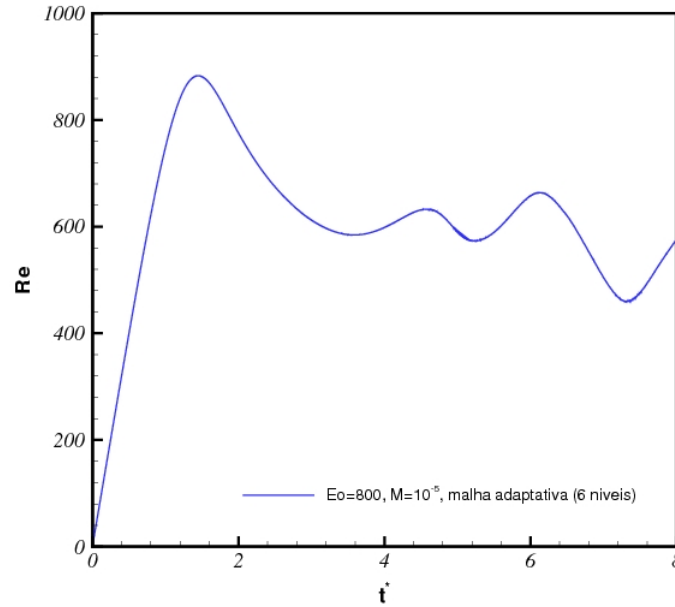


Figura 6.59: Evolução temporal do número de Reynolds avaliado na malha composta $32 \times 96L6$, para $Eo = 800$ e $M = 10^{-5}$.

ras se assemelham aos vórtices de von Karman, tipicamente formados à jusante de um escoamento ao redor de um corpo rígido.

Ellingsen e Risso (2001) em estudos experimentais de bolhas isoladas sem a ação de surfactantes, sugerem que o regime *wobbling* desenvolve dois modos transicionários. O primeiro modo leva a uma trajetória em zig-zag no plano. No segundo modo, a trajetória se altera progressivamente em uma hélice.

Liu *et al.* (2005) levanta análises experimentais das estruturas induzidas no escoamento por uma bolha de gás em uma coluna retangular usando PIV (*Particle Image Velocimetry*). Os autores observaram que a trajetória das bolhas se altera de uma dimensão para três dimensões quando a viscosidade do líquido é reduzida. A intensidade turbulenta também é analisada para líquidos de baixa viscosidade. Dessa forma, compreende-se que a interface não somente translada mas também rotaciona sobre seu próprio eixo. A Fig. 6.61 ilustra a trajetória e a forma da bolha de gás dispersa em água deionizada e em água contendo 50% de glicerina. Na Fig. 6.62, verifica-se de forma mais detalhada as alterações no formato da bolha para alto número de Reynolds.

Computacionalmente, bolhas bidimensionais em domínio periódico atingem o regime

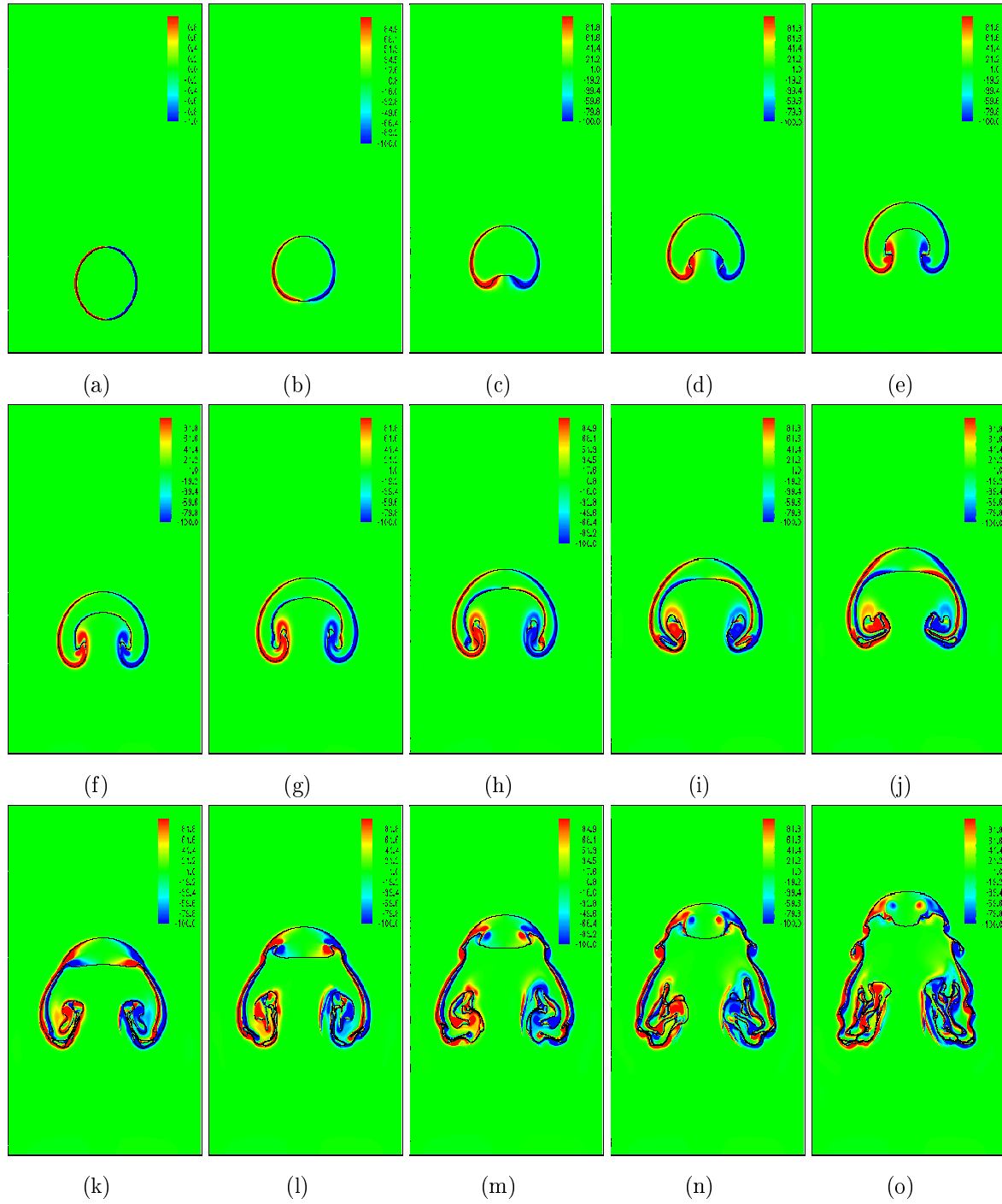


Figura 6.60: Evolução temporal do campo de vorticidade em uma malha composta $32 \times 96L6$ para $Eo = 800$ e $M = 10^{-5}$. (a) $t^* = 0,07$; (b) $t^* = 0,57$; (c) $t^* = 1,14$; (d) $t^* = 1,71$; (e) $t^* = 2,28$; (f) $t^* = 2,85$; (g) $t^* = 3,42$; (h) $t^* = 3,99$; (i) $t^* = 4,56$; (j) $t^* = 5,13$; (k) $t^* = 5,7$; (l) $t^* = 6,27$; (m) $t^* = 6,84$; (n) $t^* = 7,41$ e (o) $t^* = 7,98$.

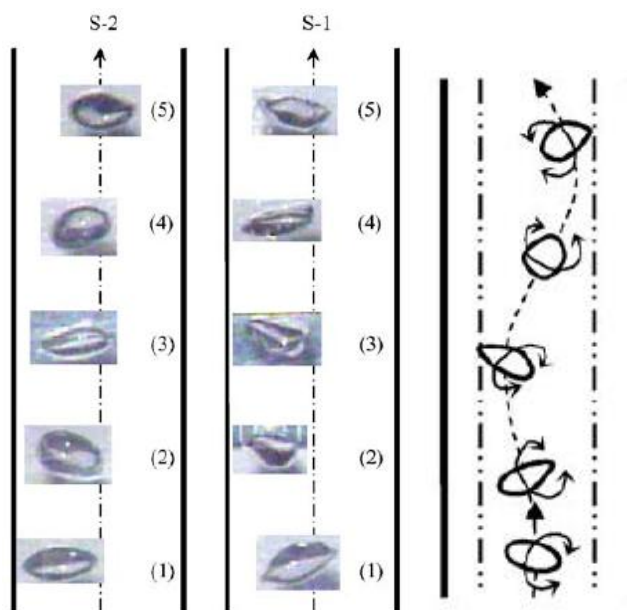


Figura 6.61: Trajetória tridimensional de bolhas de gás dispersas em um fluido (água deionizada) de baixa viscosidade (LIU *et al.*, 2005).

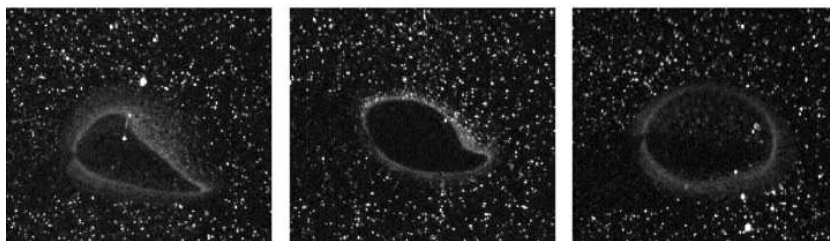


Figura 6.62: Imagens de um *wobbling* capturadas por Liu *et al.* (2005) utilizando PIV.

wobbling para números de Reynolds muito menores que os casos tridimensionais. Esmaceli *et al.* (1994) analisaram brevemente bolhas em um domínio periódico e observaram que as bolhas desaceleram significativamente uma vez que o processo de *wobbling* se inicializa. Isto indica que este tipo de movimento aumenta a força de arrasto. Göz *et al.* (2000) examinaram o comportamento das bolhas para altos números de Reynolds e verificaram que um movimento caótico é apresentado. Entretanto, uma vez que as bolhas assumem a forma de calotas-esféricas, tais movimentos não são mais observados. Tryggvason *et al.* (2006) verifica o regime *wobbling* na simulação numérica de múltiplas bolhas usando simulação numérica direta. Resultados preliminares demonstram que o regime *wobbling* não se inicializa até que o número de Reynolds seja consideravelmente alto.

Sussman *et al.* (1994), apresentam resultados numéricos para a simulação de bolhas e gotas isoladas onde tanto o processo de fragmentação como a coalescência são simulados. A evolução ascendente de bolhas isoladas é investigada para altos números de Reynolds. Para $Re = 1.000$, observa-se que antes da bolha atingir o regime de calota-esférica ela se fragmenta quando a “saia” é formada. Para estes resultados, não se verificam as trajetórias de zig-zag ou trajetórias em hélice. Aqueles autores no entanto, relatam instabilidades numéricas encontradas devido ao processo de regularização da malha lagrangiana adotada. Smolianski *et al.* (2004) observaram o mesmo comportamento usando o Método dos Elementos Finitos e uma função indicadora, mas relatam que, devido à densidade da malha, não é possível estender o domínio buscando captar as fases de translação e rotação da interface.

Os resultados apresentados nesta seção utilizam malha adaptativa com 5 níveis de refinamento, onde $l_{base} = 64 \times 192$ em $\Omega = [0; 2] \times [0; 6]$, com viscosidade turbulenta (Eq. 3.39), onde $Cs = 0,18$. Para o caso de *wobbling*, a modelagem de turbulência é aplicada, utilizando o modelo sub-malha de Smagorinsky. O passo de tempo é da $\mathcal{O}(\Delta x)$. Testes preliminares mostraram que quanto maior for o nível de refinamento, menos rígido pode se tornar o coeficiente de segurança C . As variações de C foram de 0,2 a 0,6, para os quais o código apresentou estabilidade.

Os parâmetros adimensionais adotados para o regime *wobblings* são $Eo = 10$, $M = 10^{-9}$, $\lambda = 0,5$ e $\gamma = 0,5$. O mesmo diâmetro e tensão superficial para os casos anteriores são mantidos ($d_d = 0,03m$ e $T = 9N/m$). Os contornos da malha adaptativa empregada são visualizados na Fig. 6.63. Nota-se que o refinamento acompanha a posição da interface

e, à medida que ela se deforma, o refinamento também acompanha a deformação.

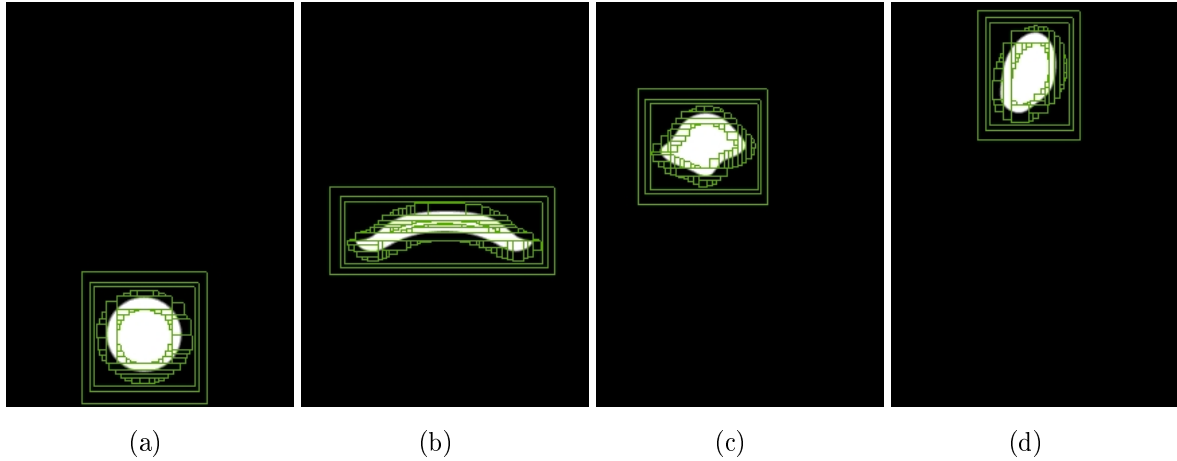


Figura 6.63: Evolução da remalhagem ao longo do tempo na malha composta $64 \times 192L5$: (a) $t^* = 0,35$; (b) $t^* = 9,2$; (c) $t^* = 20,7$ e (d) $t^* = 32,2$.

A Figura 6.64 apresenta a evolução da interface ao longo do tempo. Observa-se uma trajetória instável ao longo do domínio, onde a interface translada formando um zig-zag. Uma amostra da malha lagrangiana também é apresentada, comprovando que os pontos lagrangianos permanecem igualmente distribuídos. A evolução temporal do campo de massa específica sobreposto pelas linhas de corrente é mostrado na Fig. 6.65. Uma esteira com centros de vorticidades periódicos é formada à juzante da bolha, de forma que à medida que a bolha translada vórtices são desprendidos da interface.

A evolução do campo de vorticidade para $Eo = 10$ e $M = 10^{-9}$ é apresentado nas Fig. 6.66. Na fase inicial, a bolha se deforma em trajetória retílinea e vórtices em fase são desprendidos da interface (veja Fig. 6.66a - 6.66e). À medida que a bolha se deforma, vórtices não simétricos são liberados alterando a sua trajetória, que por sua vez afetam novamente a vorticidade. Assim, vórtices fora de fase passam a ser gerados (veja Figs. 6.66k - 6.66t). É importante notar que o emparelhamento de vórtices é observado para o regime *wobbling*, como mostrado nas Figs. 6.66s e 6.66t. Devido à trajetória desenvolvida pela interface, é esperado que o emparelhamento (Fig. 6.66m) e a interação entre os vórtices (Fig. 6.66s), tanto interior à interface quanto exterior à interface ocorressem. No entanto, não se conhece nenhum dado experimental ou numérico sobre esse fenômeno.

A evolução temporal do campo de pressão para $Eo = 10$ e $M = 10^{-9}$ na malha adaptativa com 5 níveis de refinamento é mostrada na Fig. 6.67. Observa-se que para

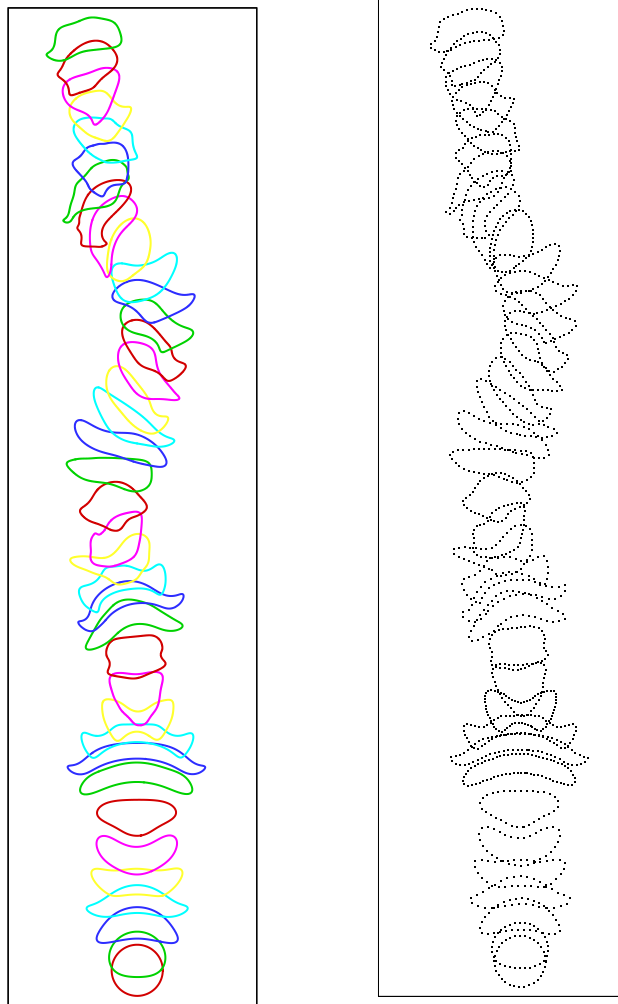


Figura 6.64: Deformação da bolha ascendente (esquerda) e distribuição dos pontos lagrangianos (direita) ao longo do tempo para $Eo = 10$ e $M = 10^{-9}$ na malha composta $64 \times 192L5$.

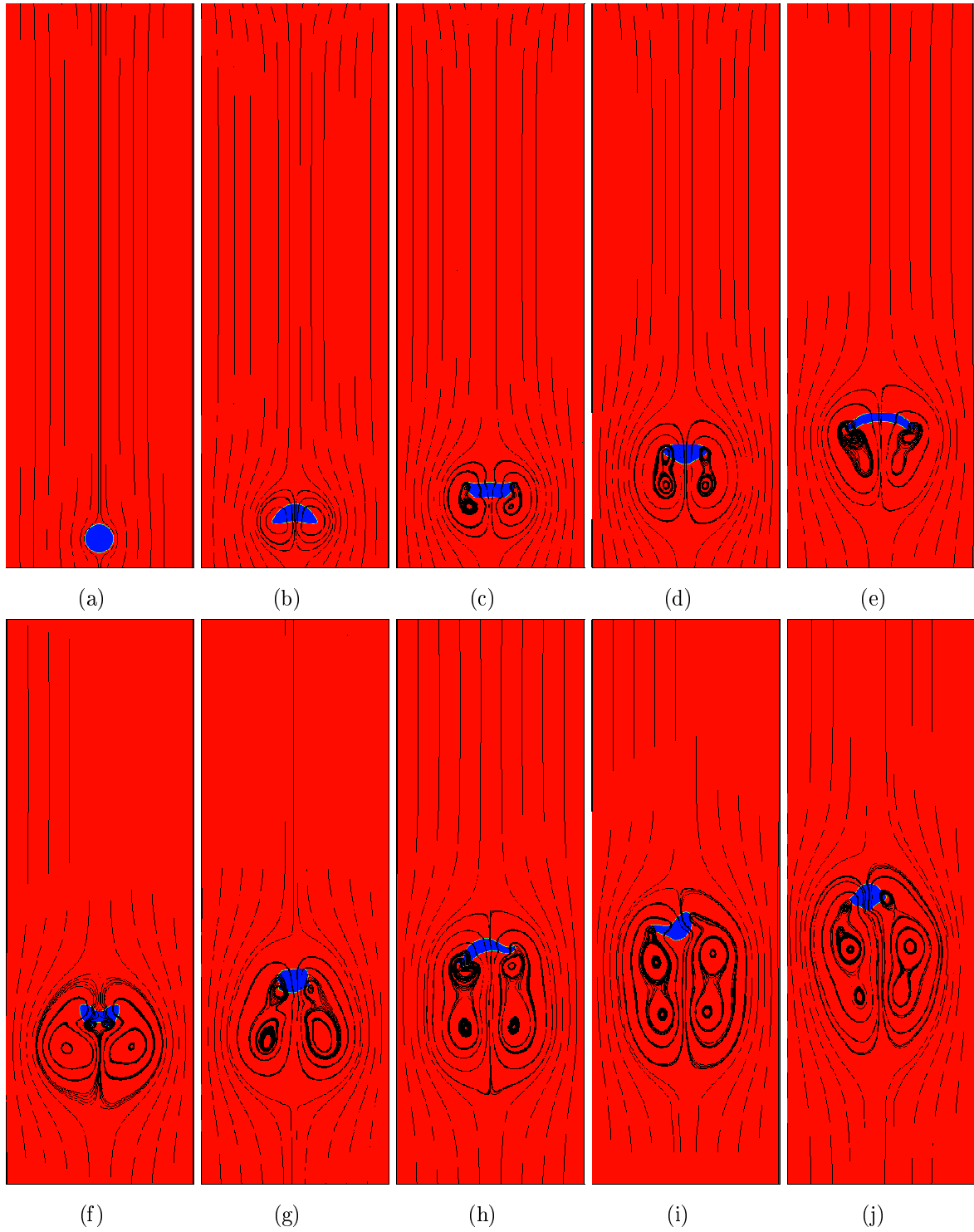


Figura 6.65: Evolução temporal do campo de massa específica sobreposto por linhas de correntes em uma malha composta $64 \times 192L5$ para $Eo = 10$ e $M = 10^{-9}$. (a) $t^* = 0, 35$; (b) $t^* = 2, 3$; (c) $t^* = 4, 6$; (d) $t^* = 6, 9$; (e) $t^* = 9, 2$; (f) $t^* = 11, 5$; (g) $t^* = 13, 8$; (h) $t^* = 16, 1$; (i) $t^* = 18, 4$ e (j) $t^* = 20, 7$.

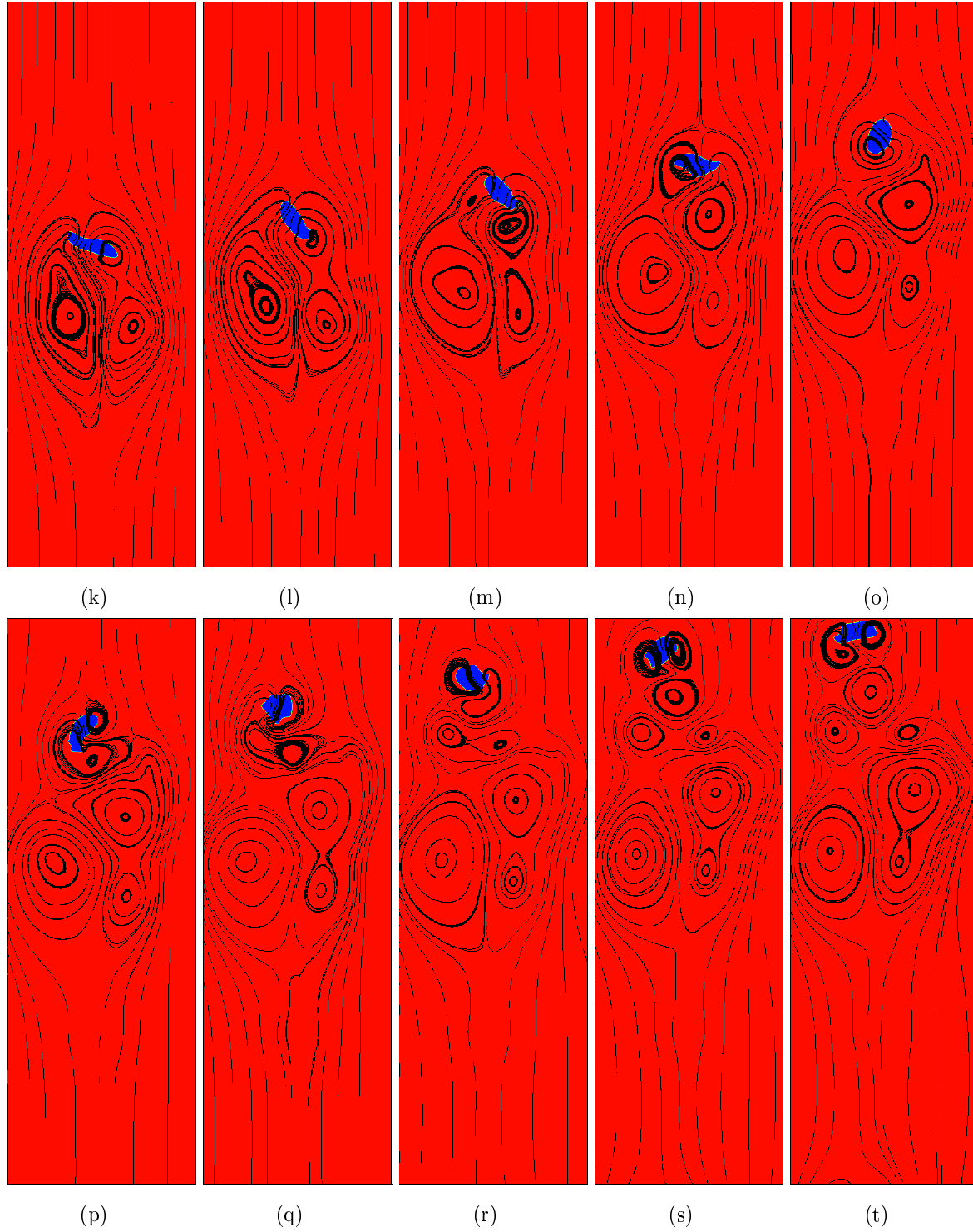


Figura 6.65: Evolução temporal do campo de massa específica sobreposto por linhas de correntes em uma malha composta $64 \times 192L5$ para $Eo = 10$ e $M = 10^{-9}$. (k) $t^* = 23,0$; (l) $t^* = 25,3$; (m) $t^* = 27,6$; (n) $t^* = 29,9$; (o) $t^* = 32,2$; (p) $t^* = 34,5$; (q) $t^* = 36,8$; (r) $t^* = 39,1$; (s) $t^* = 41,4$ e (t) $t^* = 43,7$.