

KENJI FABIANO ÁVILA OKADA

**PROJETO DOS CONTROLADORES PID E H-
INFINITO NAS ABORDAGENS 1-DOF E 2-DOF
PARA O SISTEMA DE LEVITAÇÃO MAGNÉTICA**

**UBERLÂNDIA –MG
2019**

KENJI FABIANO ÁVILA OKADA

**PROJETO DOS CONTROLADORES PID E H-
INFINITO NAS ABORDAGENS 1-DOF E 2-DOF
PARA O SISTEMA DE LEVITAÇÃO MAGNÉTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso da Engenharia
de Controle e Automação da Universidade
Federal de Uberlândia - UFU - Campus Santa
Mônica, como requisito para a obtenção do
título de Graduação em Engenharia de Controle
e Automação

Universidade Federal de Uberlândia – UFU
Faculdade de Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Aniel Silva de Moraes

**UBERLÂNDIA –MG
2019**

Okada, Kenji Fabiano Ávila

PROJETO DOS CONTROLADORES PID E H-INFINITO NAS ABORDAGENS 1-DOF E 2-DOF PARA O SISTEMA DE LEVITAÇÃO MAGNÉTICA. **Kenji Fabiano Ávila Okada**. - **UBERLÂNDIA, 2019** -

76p.: il. (algumas color.); 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Aniel Silva de Moraes

Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal de Uberlândia - UFU Faculdade de Engenharia de Elétrica. **2019**.
Inclui bibliografia.

1. MAGLEV 2. PID 3. H-infinito 4. 1-DOF 5. 2-DOF
6. I. Prof. Dr. Aniel Silva de Moraes II. Universidade Federal de Uberlândia III. Faculdade de Engenharia Elétrica IV. Engenharia de Controle e Automação

Dedico este trabalho a minha família
que sempre lutou pelo meu bem-estar,
formação e felicidade.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha mãe lêda Afonso de Ávila Okada e ao meu pai Walter Okada por terem garantido minha formação pessoal e acadêmica, sempre me aconselhando e me apoiando com carinho e dedicação nos momentos de decisão.

Agradeço a Amanda Aparecida Souza por sempre estar ao meu lado escutando todas as minhas reclamações e desabafos, me apoiando em cada caminho escolhido durante a faculdade.

Agradeço ao Professor Aniel Silva de Moraes por ceder seu tempo na orientação, sempre disponível a me atender com paciência e carisma.

Agradeço aos professores da Faculdade de Engenharia Elétrica e aos funcionários da Universidade Federal de Uberlândia por possibilitarem a minha formação acadêmica na engenharia.

Agradeço a todos os meus amigos que me permitiram concluir cada disciplina e trabalho juntos, sempre de maneira a manter a boa convivência dentro e fora de sala de aula.

*“Embora ninguém possa voltar atrás e
fazer um novo começo, qualquer um pode
começar agora e fazer um novo fim.”*

(Chico Xavier)

RESUMO

Este trabalho evidencia o projeto dos controladores PID e H-infinito nas abordagens 1-DOF e 2-DOF para o sistema de levitação magnética, sendo avaliados em função do desempenho e da estabilidade nominais e robustos proporcionados à planta. O MAGLEV é um sistema SISO e atrativo à área de controle por apresentar instabilidade de malha aberta e não-linearidades, o que dificultam a atuação estabilizante dos controladores. O seu modelo matemático é descrito em função das aproximações das dinâmicas da bobina e linearizado, a fim de se tornar base para o projeto dos controladores. Os resultados experimentais foram obtidos utilizando a planta MAGLEV da empresa Feedback Instruments Ltda, e demonstram que o sinal de ruído possui relevância na estabilidade do sistema, principalmente quando há amplificação, significativa pelo PID, desse sinal no sistema. Essa ocorrência em conjunto ao desafio imposto pela natureza do MAGLEV são motivos aos quais definiu-se o uso do controlador H-infinito, que engloba, neste caso, as incertezas de modelo fundamentadas nos parâmetros de linearização, e os requisitos de projeto baseados na melhoria das características de desempenho do PID. A abordagem 2-DOF é apresentada como solução ao pico gerado pelos controladores 1-DOF no sinal de saída.

Palavras-chave: MAGLEV, PID, H-infinito, 1-DOF, 2-DOF.

ABSTRACT

This work highlights the design of the PID and H-infinity controllers in the 1-DOF and 2-DOF approaches to the magnetic levitation system, being evaluated in function of the nominal and robust performance and stability provided to the plant. MAGLEV is a SISO system attractive to the control domain due the open-loop instability and nonlinearities, which make difficult your stabilization by the controller. Its mathematical model is described as a function of coil dynamics' approximations and linearized, in order to become the basis for the controllers' design. The experimental results were obtained using the MAGLEV plant from Feedback Instruments Ltd, and show that the noise signal has relevance in the system stability, especially when there is a significant PID amplification of this signal in the system. This occurrence combined with the challenge imposed by the nature of MAGLEV are reasons why the use of H-infinity controller, which encompasses, in this case, the model uncertainties based on the linearization parameters, and the design requirements related to the improvement of PID's performance features. The 2-DOF approach is presented as a solution to the overshoot generated by the 1-DOF controllers in the output signal.

Keywords: MAGLEV, PID, H-infinity, 1-DOF, 2-DOF.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

3.1	Esquemático do MAGLEV utilizado.....	24
3.2	Comportamento dos dois modelos da indutância em função da posição da bola.....	26
3.3	Diagrama de blocos do sistema linear do MAGLEV.....	28
4.1	Estrutura do controlador PID 1-DOF paralelo.....	30
4.2	Sistema com o controlador PID 1-DOF equivalente submetido às diferentes entradas.....	31
4.3	Estrutura do controlador PID 2-DOF.....	31
4.4	Sistema com o controlador PID 2-DOF equivalente submetido às diferentes entradas.....	32
5.1	Representação das incertezas do sistema.....	38
5.2	Representação do sistema com as funções de ponderação inclusas....	40
5.3	Configuração geral de controle P-K.....	41
5.4	Representação do sistema com as funções de ponderação e as incertezas da planta inclusas.....	43
5.5	Configuração geral de controle P-K- Δ	43
5.6	Configuração N- Δ	44
5.7	Estrutura do Teorema do Ganho Pequeno.....	45
5.8	Representação final do sistema para o problema de sensibilidade mista.....	46
5.9	Representação do sistema para o problema de sensibilidade mista no caso 2-DOF.....	47
6.1	Sistema MAGLEV.....	51
6.2	Diagrama de blocos da planta experimental.....	51
7.1	Resposta ao degrau do sistema em função de q_2	59
7.2	Diagramas de bode das funções de transferência associadas ao PID 1-DOF.....	60

7.3	Diagramas de bode das funções de transferência associadas ao PID 2-DOF.....	60
7.4	Resultados experimentais e simulados para o controlador PID 1-DOF...	62
7.5	Resultados experimentais e simulados para o controlador PID 2-DOF...	63
7.6	Sinal de controle desenvolvido pelo PID 1-DOF (esquerdo) e pelo PID 2-DOF (direito).....	63
7.7	Representação do modelo do sistema submetido a incertezas.....	65
7.8	Funções de ponderação ligadas ao critério de estabilidade robusta.....	65
7.9	Diagramas de bode das funções de transferência associadas ao H-infinito 1-DOF.....	66
7.10	Diagramas de bode das funções de transferência associadas ao H-infinito 2-DOF.....	67
7.11	Resultados experimentais e simulados para o controlador H-infinito 1-DOF.....	69
7.12	Resultados experimentais e simulados para o controlador H-infinito 2-DOF.....	69
7.13	Sinal de controle desenvolvido pelo controlador H-infinito 1-DOF (esquerdo) e pelo controlador H-infinito 2-DOF (direito).....	70

LISTA DE TABELAS

5.1	Objetivos de controle.....	44
6.1	Valores dos parâmetros do Maglev.....	52
6.2	Requisitos de projeto para os controladores PID e H-infinito.....	53
6.3	Requisitos de projeto adicionais para o controlador H-infinito.....	53
7.1	Valores utilizados do controlador.....	58
7.2	Análise de desempenho dos sistemas com PID.....	61
7.3	Funções de ponderação utilizadas para os controladores H-infinito....	64
7.4	Análise de desempenho dos sistemas com H-infinito.....	67
7.5	Resultados gerais dos controladores.....	71

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BIBO	<i>Bounded Input - Bounded Output</i> / Entrada Limitada - Saída Limitada
DN	Desempenho nominal
DOF	<i>Degree of Freedom</i> / Grau de Liberdade
DR	Desempenho robusto
EN	Estabilidade nominal
ER	Estabilidade robusta
LFR	<i>Linear Fractional Representation</i> / Representação Linear Fracionária
LFT	<i>Linear Fractional Transformation</i> / Transformação Linear Fracionária
LMI	<i>Linear Matrix Inequality</i> / Desigualdade de Matriz Linear
MAGLEV	<i>Magnetic Levitation System</i> / Sistema de levitação Magnética
MIMO	<i>Multiple Input - Multiple Output</i> / Múltiplas Entradas - Múltiplas Saídas
P	Controle proporcional
PI	Controle proporcional e integral
PID	Controle proporcional, integral e derivativo
SISO	<i>Single Input - Single Output</i> / Uma Entrada - Uma Saída

LISTA DE SÍMBOLOS

COV_u	(-)	Covariância do sinal de controle
D_t	(-)	Denominador da função de malha fechada
dy	(m)	Perturbação de saída
di	(V)	Perturbação de entrada
di'	(V)	Perturbação de entrada ponderada
ess	(%)	Erro de regime permanente
e_1, e_1, e_1	(-)	Saídas exógenas
f	(N)	Força eletromagnética
F_{l-zw}	(-)	Função de transferência equivalente da configuração P-K
F_{u-zw}	(-)	Função de transferência equivalente da configuração N-Δ
g	(m/s ²)	Constante gravitacional
G'	(-)	Função de transferência da planta com incertezas
G	(-)	Função de transferência da planta
I	(A)	Corrente elétrica
IAE	(-)	Integral absoluta do erro entre o sinal de saída e o sinal de referência
I_0	(A)	Corrente elétrica no ponto de operação
K	(-)	Controlador 1-DOF generalizado
K_f	(-)	Controlador 2-DOF generalizado
K_r	(-)	Filtro de referência do controlador 2-DOF generalizado
K_1	(A/V)	Ganho do driver de corrente
K_1	(V/m)	Ganho do sensor de posição
k_p	(V/V)	Ganho proporcional
k_d	(Vs/V)	Ganho derivativo
k_i	(V/Vs)	Ganho integral
L'	(-)	Função de transferência de malha aberta
L	(H)	Indutância da bobina em função da posição da bola
L_1	(H)	Indutância da bobina quando a bola é retirada do MAGLEV

L_0	(H)	Indutância adquirida pela bobina quando a posição da bola varia de infinito a zero
L_0'	(H)	Indutância da bobina na posição de equilíbrio da bola
m	(kg)	Massa da bola
n	(V)	Ruído de medição
n'	(V)	Ruído de medição ponderado
N	(-)	Planta generalizada com controlador embutido
OS	(%)	Sobressinal
P	(-)	Planta generalizada
r	(V)	Sinal de referência
$r_{máx}$	(V)	Máximo sinal de referência
s	(-)	Operador laplaciano
S_1	(-)	Função de sensibilidade para o sistema com controlador 1-DOF
S_2	(-)	Função de sensibilidade para o sistema com controlador 2-DOF
S_{p2}	(-)	Função de transferência associada ao sinal de saída e de controle
T	(s)	Tempo de amostragem
T_1	(-)	Função de sensibilidade complementar para o sistema com controlador 1-DOF
T_2	(-)	Função de sensibilidade complementar para o sistema com controlador 2-DOF
T_{f1}	(-)	Função de transferência do sistema com PID 1-DOF
T_{f2}	(-)	Função de transferência do sistema com PID 2-DOF
T_s	(s)	Tempo de acomodação
T_{p2}	(-)	Função de transferência associada ao sinal de saída e de controle
u	(V)	Sinal de controle
u'	(-)	Sinal de controle digital
u_{max}	(V)	Máximo sinal de controle permitido
U	(V)	Sinal de controle do controlador do MAGLEV
x	(m)	Posição real da bola

x_0	(m)	Posição real da bola no ponto de equilíbrio
x_v	(m)	Posição medida da bola ou sinal de saída
xv'	(-)	Sinal de saída digital
v	(-)	Saídas medidas
W	(-)	Saídas exógenas ponderadas
w	(rad/s)	Frequência
W_{dy}	(-)	Função de ponderação para a perturbação de saída
W_{di}	(-)	Função de ponderação para a perturbação de entrada
W_e	(-)	Função de ponderação para a função S
W_{GS}	(-)	Função de ponderação para a função GS
W_n	(-)	Função de ponderação para ao ruído
W_o	(-)	Função equivalente ao pior caso de incerteza do modelo
W_T	(-)	Função de ponderação para a função T
W_u	(-)	Função de ponderação para a função KS
w_n	(rad/s)	Frequência natural do sistema
w_{GS}	(rad/s)	Frequência da largura de banda de GS
w_{KS}	(rad/s)	Frequência da largura de banda de KS
w_S	(rad/s)	Frequência da largura de banda de S
w_T	(rad/s)	Frequência da largura de banda de T
Z	(-)	Entradas exógenas
γ	(-)	Fator do problema de sensibilidade misto
φ	(V)	Offset do sensor de posição
ξ	(-)	Fator de amortecimento
Δ	(-)	Incertezas de modelo

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	18
1.1. Objetivos	19
1.2. Justificativas.....	19
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	21
3. SISTEMA DE LEVITAÇÃO MAGNÉTICA	23
3.1. Funcionamento e estrutura do MAGLEV	23
3.2. Descrição do modelo matemático.....	24
3.2.1. Linearização do modelo.....	27
4. FUNDAMENTOS DO CONTROLE PID	29
4.1. PID 1-DOF	29
4.2. PID 2-DOF	31
5. FUNDAMENTOS DO CONTROLE H-INFINITO	33
5.1. Configuração do sistema em malha fechada e desempenho e estabilidade nominais.....	33
5.2. Representação das incertezas de modelo.....	38
5.3. Descrição do projeto do controlador H-infinito 1-DOF	39
5.4. Descrição do projeto do controlador H-infinito 2-DOF	46
6. METODOLOGIA	50
5.1. Modelo do MAGLEV	50
6.2. Especificação dos requisitos de projeto.....	52
6.3. Método para a obtenção dos controladores PID.....	54
6.4. Método para a obtenção dos controladores H-infinito	56
6.5. Análise de estabilidade e desempenho dos sistemas com os controladores PID e H-infinito	57
7. RESULTADOS E DISCUSSÕES	58
7.1. Resultados do controlador PID	58
7.2. Resultados do controlador H-infinito	64
8. CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	72

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	74
---	-----------

1. INTRODUÇÃO

O sistema de levitação magnética é uma tecnologia sem fricção e com a possibilidade de ser utilizada em ambientes à vácuo, o que o torna favorável em certas aplicações em áreas como: transporte, estruturas, engenharia de precisão etc (ALVAREZ-SANCHES; ALVAREZ-GALLEGOS; CASTRO-LINARES, 2005).

No entanto, as diversas não-linearidades em conjunto à instabilidade de malha aberta do sistema MAGLEV, *Magnetic Levitation*, são elementos que comprometem o desempenho do sistema (EROGLU; ABLAY, 2015), dificultando o projeto de controladores que possam regulá-lo afim de atingir critérios específicos de resposta transitória e estacionária do sistema a perturbações, mudanças do sinal de referência e ao ruído de medição.

A estrutura de controle pode ser definida de acordo com o seu grau de liberdade relacionado ao número de funções de transferência de malha fechada que podem ser ajustadas individualmente (ARAKI; TAGUCHI, 2003).

As combinações dos controladores Proporcional, P, Proporcional-Integral, PI, e Proporcional-Integral-Derivativo, PID, abrangem a maior parte das aplicações de controladores por realimentação (WADE, 2004). Segundo Gosh *et al.* (2014), a utilização do PID 2-Graus de Liberdade, PID 2-DOF, é, no MAGLEV, justificada pela sua simplicidade de projeto em relação a outros métodos de controle, juntamente com a resolução de problemas encontrados quando se emprega o PID 1-Grau de Liberdade, PID 1-DOF, como elevado sobressinal ocasionado pelas não-linearidades do processo.

Robustez é um critério importante a ser considerado no projeto de controladores quando o sistema estiver vulnerável a perturbações externas e a ruídos em conjunto às incertezas presentes no modelo do sistema (ZHOU; DOYLE, 1998). Baseado nessa afirmação, o controlador H-infinito é a solução de um problema que envolve funções de ponderações relativas ao desempenho e à estabilidade do sistema submetido a diferentes entradas e a incertezas do modelo geradas, por exemplo, pela linearização (CHOUDHARY, 2014). Logo, essas funções de ponderação são responsáveis por modelar o controlador H-infinito de acordo com os requisitos de projeto.

O trabalho é dividido em: fundamentação teórica, composta pelo modelo matemático do MAGLEV e os controladores PID e H-infinito nas abordagens 1-DOF e

2-DOF, metodologia, descrevendo os passos para o projeto dos controladores e a obtenção dos resultados, resultados e discussões e conclusões e trabalhos futuros.

1.1 Objetivos

O trabalho visa propor o desenvolvimento e a comparação dos resultados de dois tipos de controladores para o sistema de levitação magnética: o PID e o H-infinito nas abordagens 1-DOF e 2-DOF. Será levado em consideração nas análises de resultados os sinais de referência, de perturbação de entrada, de perturbação de saída e de ruído de medição e das incertezas do modelo ligadas às variações dos parâmetros de linearização do sistema. Além disso, os projetos dos controladores também serão embasados em requisitos compostos pelo sobressinal, pelo tempo de acomodação e pelo erro de regime permanente do sinal de saída.

A partir disso, o trabalho pretende apresentar as vantagens e as desvantagens da utilização de cada controlador para aplicações práticas fundamentadas no princípio de levitação magnética, principalmente em relação a garantir desempenho e estabilidade nominais e robustos à planta. A planta didática MAGLEV da Feedback Instruments Ltd será utilizada para os testes experimentais e seu modelo matemático é exposto a partir de diferentes abordagens da dinâmica da bola.

1.2 Justificativas

O controle de um sistema de levitação magnética é um desafio devido a sua instabilidade natural e a presença de não-linearidades. O estudo desse sistema possui importância significativa para soluções de diferentes problemas, como por exemplo as plataformas de alta precisão, os rolamentos magnéticos e os trens MAGLEV. Por esse motivo, o sistema deverá ser submetido a um controlador capaz de garantir as características não apenas nominais, mas também robustas da resposta desejada.

O PID é caracterizado pela simplicidade em termos de projeto e de implementação. No entanto, sua complexidade de projeto aumenta no momento em que novos requisitos de desempenho e estabilidade do sistema surgem, principalmente aqueles que não são possíveis serem incluídos diretamente nos métodos analíticos de obtenção do PID, como por exemplo: incertezas do modelo do processo e a modificação desejada, conjunta e frequencial da resposta de diferentes

saídas em função das diferentes entradas, conhecidas e não conhecidas.

A evolução da tecnologia permitiu o surgimento de computadores com um aumento na capacidade e na velocidade de processamento das informações, possibilitando que controladores mais complexos possam ser utilizados na prática. Por esse motivo, o controlador H-infinito é uma proposta de controle que elimina as deficiências mencionadas do PID de forma sistemática, garantindo a confiabilidade e a segurança do sistema quando submetido a perturbações externas, a ruídos e a variações dos pontos de operação do processo.

A abordagem 2-DOF é também proposta para solucionar os problemas de sobressinal presentes nos controladores 1-DOF. Baseada em uma estrutura no sinal de referência, essa abordagem evita que as variações repentinas dos degraus no sinal de referência gerem ações bruscas do sinal de controle na planta, reduzindo o efeito do sobressinal. Um elevado sobressinal pode ocasionar a instabilidade da planta e por esse motivo, deve ser evitado.

O curso de Controle e Automação da Universidade Federal de Uberlândia é fundamentado na construção de sistemas seguros, confiáveis, rápidos, disponíveis, e que aperfeiçoam as características naturais de um processo, seja facilitando a manutenção, a operação e a gestão deste, seja por torná-lo rentável. Portanto, o trabalho aqui apresentado pertence a esse conjunto de ideias no domínio de sistemas de controle.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, serão comentados alguns trabalhos já desenvolvidos utilizando o sistema de levitação magnética e as estratégias de controladores empregadas nas abordagens PID e H-infinito. A fundamentação teórica deste trabalho está descrita nos capítulos seguintes: 3, 4 e 5.

O sistema de levitação magnética representa um desafio no projeto de controladores estabilizantes devido à presença de diversas não-linearidades, que em conjunto à instabilidade de malha aberta do MAGLEV, são elementos que comprometem o desempenho do sistema (ALVAREZ-SANCHES; ALVAREZ-GALLEGOS; CASTRO-LINARES, 2005).

Os controladores clássicos estão relacionados à estrutura do PID. Uma das justificativas de sua utilização é a simplicidade de obtenção e de implementação da sua função de transferência em relação aos demais controladores (GOSH *et al.*, 2014). Diferentes métodos são citados para o cálculo dos parâmetros do PID, como o método do Lugar das Raízes (MISHRA *et al.*, 2013), o método por alocação de polos (GOSH *et al.*, 2014), o método *Teaching Learning Based Optimization* (TLBO) (SAIN; SWAIN; MISHRA, 2017), métodos utilizando algoritmos de otimização, como o *Gravitational Search Algorithm* (GSA) e *Particle Swarm Optimization* (PSO) (ROY *et al.*, 2015) etc. Em todos os artigos, a estrutura 1-DOF foi utilizada e os autores buscaram solucionar os problemas de sobressinal e tempo de acomodação do sinal de saída de forma a minimizá-los, além de que a referência foi o único sinal de entrada considerado nas pesquisas. A estrutura 2-DOF foi implementada, em alguns casos, para efeito de comparação com o controlador PID 1-DOF, evidenciando a redução do sobressinal.

Normalmente, o controlador PID é empregado para o sistema de levitação magnética, no entanto, dificilmente respeita as condições de robustez devido à dificuldade em ajustar os parâmetros k_p , k_d e k_i de forma a obedecer tais requisitos. Por esse motivo, controladores robustos tendem a ser interessantes em vista da possibilidade de considerar diferentes tipos de desempenho e estabilidade do sistema juntamente com as incertezas do modelo (CHOUDHARY, 2014). O controle H-infinito é um dos métodos robustos que possibilitam encontrar funções de transferência de controladores de forma sistemática e direta que outras abordagens, englobando tanto incertezas de modelo quanto reposta do sistema a diferentes sinais de entrada (BIBEL; MALYEVAC, 1992), (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005) e (ZHOU;

DOYLE, 1998). Diferentes controladores H-infinitos foram implementados para o MAGLEV, dentre eles: controle H-infinito descentralizado (KIM; LEE; CHOI, 2006), compensador H-infinito distribuído (KHAN; SIDDIQUI; MAHMOUD, 2016) e o controle H-infinito através da solução do problema de sensibilidade mista (ALI, 2018) e (CHOUDHARY, 2014), que é mesmo método empregado neste trabalho. As diferenças entre as publicações se situam na forma da escolha das funções de ponderação, entretanto, todos concentraram esforços em garantir a estabilidade robusta ao invés das características de desempenho como no PID.

3. SISTEMA DE LEVITAÇÃO MAGNÉTICA

O sistema de levitação magnética possui como princípio a levitação de um objeto ferromagnético a partir de um campo eletromagnético que contrabalança a força gravitacional (ALVAREZ-SANCHES; ALVAREZ-GALLEGOS; CASTRO-LINARES, 2005). Diversas aplicações tem surgido a partir desse conceito, como: trens magnéticos super-rápidos, plataformas de alta precisão, rolamentos e elevadores magnéticos etc. A principal vantagem desse sistema é a supressão da fricção mecânica e a possibilidade de sua utilização em ambientes à vácuo (ROY *et al.*, 2015).

O problema apresentado pelo sistema é a sua instabilidade em malha aberta, o que força a presença de um controlador. Além disso, as diversas não-linearidades, as quais são aproximadas em termos lineares no modelo matemático do sistema, presentes no MAGLEV, dificultam a estabilização, pelo controlador, da bola em diferentes pontos de operação e quando sujeita a diferentes entradas externas, como perturbações e ruídos (EROGLU; ABLAY, 2015).

A descrição do funcionamento e a obtenção do modelo matemático, comentadas nas secções seguintes, serão baseadas no sistema produzido pela Feedback Instruments Ltd.

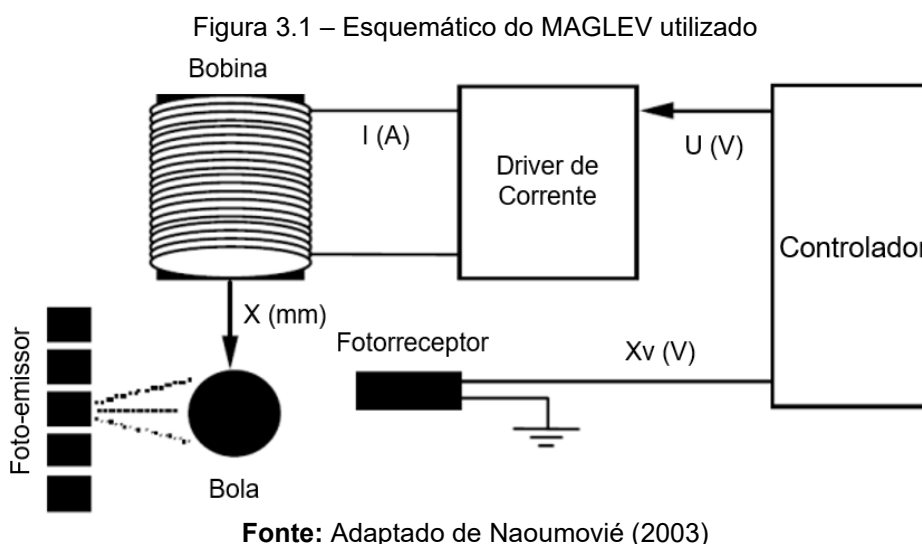
3.1. Funcionamento e estrutura do MAGLEV

O sistema de levitação magnético utilizado neste trabalho é apresentado pela figura 3.1. O sistema é composto pelos itens a seguir.

- I. **Sensores:** conjunto foto-emissor e fotorreceptor.
- II. **Atuador:** conjunto driver de corrente e bobina.
- III. **Controlador:** controlador desenvolvido neste trabalho.
- IV. **Processo:** conjunto de forças atuantes na bola.

O objetivo do sistema é visar a estabilização da bola em uma posição vertical desejada, x (mm). Para que isso possa ocorrer, a bobina é submetida a uma corrente elétrica, I (A), propiciando a geração, no eixo central e vertical da bobina, de uma força eletromagnética, que em conjunto à força gravitacional, induz a um deslocamento para cima ou para baixo da bola. Como essas forças são vetores descritos na mesma

direção e em sentido contrário no espaço, a bola obterá uma posição de repouso no momento em que ambas se igualarem em módulo, levando a uma resultante nula de forças na bola (EROGLU; ABLAY, 2015).



O valor da corrente elétrica é regulado por um laço de controle interno do driver de corrente e está relacionado pelo sinal de controle, U (V), gerado pelo controlador. Essa relação entre as duas variáveis é considerada linear (NAUMOVIE, 2003), ou seja, um ganho estático, e é devido a dinâmica elétrica do driver ser consideravelmente mais rápida que a dinâmica mecânica da posição da bola. O driver de corrente é responsável em amplificar a potência do sinal de controle a níveis que resultem em uma força eletromagnética suficiente ao controle da posição da bola.

Baseado no princípio de realimentação, o controlador necessita de informações referentes à saída do processo para que possa atualizar constantemente o valor do sinal de controle. Essas informações são fornecidas pelo fotorreceptor através de um sinal de tensão, X_v (V), associado diretamente à posição da bola a partir de um ganho estático. O valor de X_v é definido por meio da quantidade de sombreamento gerado pela bola, no fotorreceptor, quando submetido à emissão infravermelha do foto-emissor (WONG, 1986).

3.2. Descrição do modelo matemático

Através das leis Newtonianas, é possível representar matematicamente o deslocamento de um objeto com massa m (kg) a partir da força resultante atuante no

mesmo. No caso do MAGLEV, essa força é determinada pela diferença entre a força gravitacional e a força magnética, f (N), representada pela equação 3.1 (NAUMOVIE, 2003).

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = m \cdot g - f \quad (3.1)$$

De acordo com Mishra *et al.*, 2013, a indutância da bobina se altera de acordo com a posição da bola e define, em conjunto à corrente elétrica aplicada em si, a força magnética, equação 3.2.

$$f = -\frac{I^2}{2} \cdot \frac{dL}{dx} \quad (3.2)$$

Uma segunda proposta da equação 3.1, equação 3.3, é adicionar o fator de fricção entre a bola e o ar, c (kg/s), determinado experimentalmente. No entanto, devido à dificuldade em obtê-lo juntamente com o aumento da complexidade do modelo e uma influência desprezível da constante na resposta do sistema, essa equação não será utilizada no trabalho.

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + c \cdot \frac{dx}{dt} = m \cdot g - f \quad (3.3)$$

Por meio das equações 3.1 e 3.2, observa-se que o conhecimento da dinâmica da bobina é fundamental para determinar o valor da corrente elétrica correspondente à cada posição desejada da bola. O comportamento da indutância pode ser aproximado matematicamente de diferentes formas.

A primeira forma, baseada em (WOFLE, 1997), equação 3.4, é dependente da constante de tamanho, a (m), definida em torno do diâmetro da bola. Nesse caso, o modelo é submetido a uma relação exponencial decrescente, convergindo a um valor igual a L_1 (H), quando a bola não está presente no MAGLEV, e a um valor $L_1 + L_0$ (H), quando a posição da bola tende a zero.

$$L(x) = L_1 + L_0 \cdot e^{\frac{-x}{a}} \quad (3.4)$$

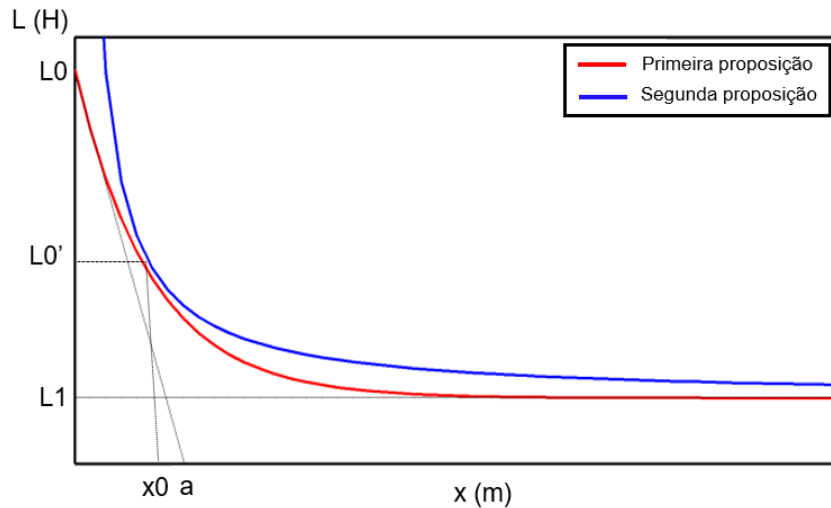
O segundo método, baseado em (WONG,1986), equação 3.5, define a indutância a partir do ponto de operação, ou posição desejada x_0 (m), da bola. O comportamento descrito neste caso é inversamente proporcional à posição da bola, o que gera uma curva tendendo ao infinito no momento que x tende a zero. Devido a isso, a utilização desse modelo deverá ser feita apenas na região próxima de x_0 , onde a indutância possui comportamento similar ao real.

O valor de L_0' difere do modelo anterior e é definida pelo valor da indutância da bobina no momento em que a bola se encontra em repouso no ponto x_0 .

$$L(x) = L_1 + \frac{L_0' \cdot x_0}{x} \quad (3.5)$$

A figura 3.2 mostra o comportamento dos dois modelos em função da posição da bola. Observa-se que existe uma região em torno de x_0 em que as duas proposições são próximas entre si.

Figura 3.2 – Comportamento dos dois modelos da indutância em função da posição da bola



Fonte: Próprio autor

Como o modelo da equação 3.4 possui um parâmetro que varia de acordo com o tamanho dos objetos posicionados no sistema, optou-se em utilizar o modelo da equação 3.5, por questão de simplicidade em relação a manusear um modelo fixo para diferentes bolas nos projetos dos controladores. As equações 3.6 e 3.7 definem o modelo não-linear do MAGLEV.

$$\frac{dL}{dx} = -\frac{L_0' \cdot x_0}{x^2} \quad (3.6)$$

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = m \cdot g - \frac{I^2 \cdot L_0' \cdot x_0}{2 \cdot x^2} \quad (3.7)$$

O valor de L_0' é determinado pela equação 3.8, quando o sistema entra em repouso em x_0 .

$$L_0' = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot x_0}{I_0^2} \quad (3.8)$$

A equação 3.9 é o modelo final do sistema.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g - \frac{I^2 \cdot g \cdot x_0^2}{x^2 \cdot I_0^2} \quad (3.9)$$

3.2.1. Linearização do modelo

Em ambos os métodos de controle, PID e H-infinito, é necessário que haja a representação do sistema a partir de funções lineares. Como a equação 3.6 define um modelo não-linear, o processo de linearização em um ponto de operação deverá ocorrer (CHOUDHARY, 2014).

De acordo com Gosh *et al.* (2014), considerando $x = x_0 + \Delta x$ e $I = I_0 + \Delta I$, onde Δx e ΔI são desvios em torno dos pontos de equilíbrios x_0 e I_0 , respectivamente, o sistema linear poderá ser obtido utilizando o método de truncamento da série de Taylor na derivada de primeira ordem, equação 3.8, onde $f(I, x)$ é mostrada pela equação 3.9.

$$\Delta \ddot{x} = \left(\frac{\partial f(I, x)}{\partial I} \Big|_{I_0, x_0} \Delta I + \frac{\partial f(I, x)}{\partial x} \Big|_{I_0, x_0} \Delta x \right) \quad (3.8)$$

$$f(I, x) = g - \frac{I^2 \cdot g \cdot x_0^2}{x^2 \cdot I_0^2} \quad (3.9)$$

A equação diferencial resultante da linearização é definida pela equação 3.10.

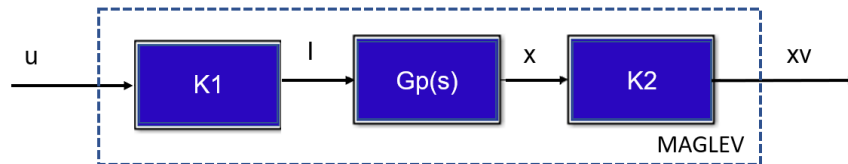
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{2g}{I_0}I + \frac{2g}{x_0}x \quad (3.10)$$

Considerando as condições iniciais de x e I nulas, a transformada de Laplace correspondente à equação 3.10 equivale a equação 3.11.

$$Gp(s) = \frac{x(s)}{I(s)} = \frac{-\frac{2 \cdot g}{I_0}}{s^2 - \frac{g}{x_0}} \quad (3.11)$$

Conforme a seção 3.1, tanto o driver de corrente quanto o sensor de posição possuem função transferência equivalente a ganhos K_1 e K_2 , respectivamente. O diagrama de blocos completo do sistema pode ser representado pela figura 3.3.

Figura 3.3 – Diagrama de blocos do sistema linear do MAGLEV



Fonte: Próprio autor

A função de transferência completa do MAGLEV é definida pela equação 3.12, relacionando o sinal de saída medida e o sinal de controle gerado pelo controlador.

$$G(s) = \frac{xv(s)}{u(s)} = \frac{-K_1 \cdot K_2 \cdot \frac{2 \cdot g}{I_0}}{s^2 - \frac{g}{x_0}} \quad (3.12)$$

4. FUNDAMENTOS DO CONTROLE PID

O princípio de realimentação negativa é gerar uma ação resultante da diferença entre a situação atual do sinal de saída do sistema e o seu valor desejado, o sinal de referência. Esse valor, também chamado de erro de realimentação, permite que correções possam ser feitas no sinal de saída, que, por consequência, se aproxima do sinal de referência. Além disso, esse método possibilita que perturbações externas ao sistema possam ser atenuadas, reduzindo sua interferência nos sinais de interesse (OGATA, 2010).

Um exemplo de controlador por realimentação é o PID, desenvolvido no século passado e utilizado amplamente nos processos industriais. Esse controlador é baseado em três modos definidos em: Proporcional, P, Integral, I, e Derivativo, D. As diferentes combinações (P, PI, PID etc) dos modos resultam em controladores com características específicas (proporciona erro de regime permanente nulo, alteração do tempo de acomodação e sobressinal do sinal de saída etc) que melhor se adaptam a cada tipo de processo (WADE, 2014).

Além disso, é possível que haja uma combinação de forma que os modos estejam situados, na malha de controle, em diferentes locais, definindo o grau de liberdade do sistema de controle. O grau de liberdade está relacionado ao número de funções de transferência de malha fechada que podem ser modificadas individualmente (ARAKI; TAGUCHI, 2003).

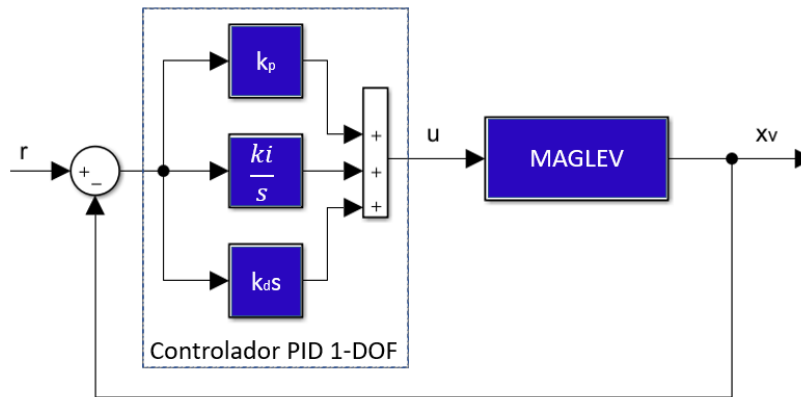
Neste trabalho, serão abordados os controladores PID 1-DOF e o PID 2-DOF.

4.1. PID 1-DOF

A figura 4.1 é o esquemático do sistema com o controlador PID 1-DOF paralelo. O sinal referência, r , o sinal de controle, u , e o sinal de saída, x_v ou y , também são identificados. As constantes k_p , k_i e k_d correspondem, respectivamente, aos ganhos proporcional, integral e derivativo.

O modo proporcional, k_p , gera uma atuação no processo proporcional ao erro de realimentação, o que possibilita alterações na velocidade de resposta do sistema. No entanto, devido ao aumento da velocidade de resposta gerado por um maior valor de k_p , maior poderá ser o sobressinal do sinal de saída, podendo levar o sistema à instabilidade (WADE, 2014).

Figura 4.1 – Estrutura do controlador PID 1-DOF paralelo



Fonte: Próprio autor

O modo integral (k_i/s) proporciona o acúmulo gradativo do erro ao longo do tempo no sinal de controle. Essa característica permite que o erro de regime permanente do sinal de saída se torne nulo, pois haverá a atuação do integrador no sistema enquanto houver um sinal de erro de realimentação diferente de zero (KUMAR; MINZ, 2016).

O modo derivativo ($k_d \cdot s$) é definido pela antecipação do erro no tempo levando a uma redução mais rápida, em relação aos outros modos, do desvio total entre o sinal de saída e o sinal de referência (LONGHI, 2018). Contudo, a ação derivativa submetida a variações instantâneas do erro gera, devido, por exemplo, a mudanças do sinal de referência, pico no sinal de controle, podendo, dependendo do valor do ganho k_d , levar à saturação ou a variações rápidas indesejáveis do atuador (WADE, 2014). A intensidade de atuação de cada modo no sinal de saída varia de acordo com os seus respectivos ganhos.

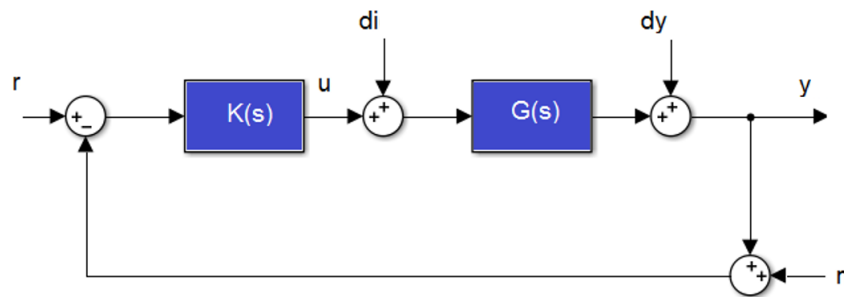
A equação equivalente do controlador PID 1-DOF da figura 4.1 é descrita pela equação 4.1.

$$K(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d \cdot s \quad (4.1)$$

Observa-se que a equação 4.1 define uma função de transferência do controlador imprópria devido ao modo derivativo. Isso é evitado inserindo um polo adicional em $K(s)$ relativamente distante dos polos dominantes de malha fechada para que não ocorra a interferência desse polo na resposta do sistema.

A figura 4.2 é o sistema com o controlador equivalente da figura 4.1 submetido à perturbação de entrada, d_i , à perturbação de saída, d_y , e ao ruído de medição, n . A análise de desempenho do sistema é definida a partir da resposta dos sinais de saída e do sinal de controle em função desses sinais de entrada externos ao sistema.

Figura 4.2 – Sistema com o controlador PID 1-DOF equivalente submetido às diferentes entradas externas

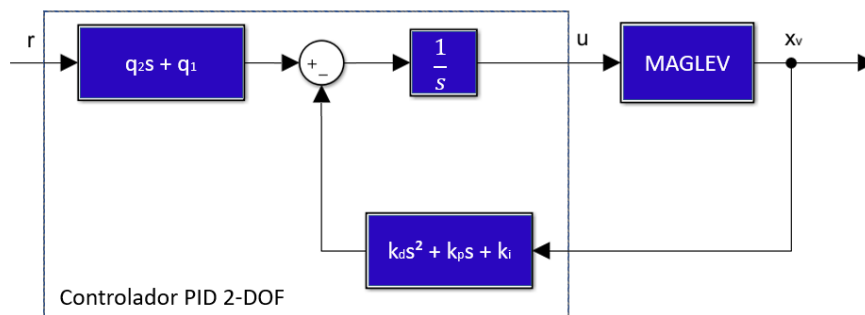


Fonte: Próprio autor

4.2. PID 2-DOF

A figura 4.3 é o esquemático do sistema com o controlador PID 2-DOF. Os variáveis q_2 e q_1 são denominados de parâmetros do filtro de referência.

Figura 4.3 – Estrutura do controlador PID 2-DOF



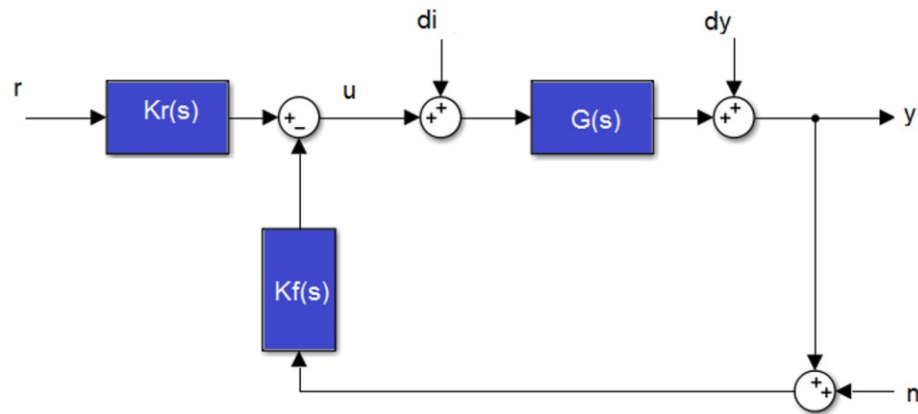
Fonte: Próprio autor

Uma das vantagens de utilização dessa estrutura é a possibilidade de eliminar o pico presente na resposta com o controlador PID 1-DOF (GOSH *et al.*, 2014). Devido à presença de um filtro na referência e à presença da estrutura do PID 1-DOF na realimentação, haverá uma atenuação das componentes harmônicas de alta frequência do sinal de referência e do sinal de saída, reduzindo o efeito de variações

bruscas no sinal de controle (WADE, 2014).

A figura 4.4 é o sistema com o controlador equivalente da figura 4.3 submetido aos mesmos sinais de entrada do sistema com o controlador PID 1-DOF.

Figura 4.4 – Sistema com o controlador PID 2-DOF equivalente submetido às diferentes entradas externas



Fonte: Próprio autor

As equações 4.2 e 4.3 são as funções de transferência equivalentes do filtro de referência e da estrutura do controlador na realimentação, respectivamente. Para Gosh *et al.* (2014), o parâmetro q_2 é utilizado para ajustar o valor de sobressinal do sinal de reposta e pode ser definida em função do valor do parâmetro q_1 .

$$K_r(s) = \frac{q_2 \cdot s + q_1}{s} \quad (4.2)$$

$$K_f(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \cdot s \quad (4.3)$$

Observa-se que os modos proporcional e derivativo estarão submetidos ao sinal de saída do sistema, ao invés do erro de realimentação, como no caso do PID 1-DOF. No caso do modo integral, de acordo com a figura 4.3, a ação integral equivalente estará submetida ao erro de realimentação mesmo com a presença do modo integral na função $K_f(s)$ do controlador. Isso mostra que a parte do sinal de controle devido ao integrador ainda convergirá a um valor no momento em que o erro tender a zero.

5. FUNDAMENTOS DO CONTROLE H-INFINITO

Desempenho e estabilidade são dois termos essenciais no projeto de controladores. O primeiro relaciona as características de resposta transitória e estacionária aos sinais de controle e de saída submetidos a diferentes sinais de entradas, como a referência, as perturbações e ao ruído. Tempo de acomodação, tempo de subida, sobressinal e a atenuação de determinados sinais no sistema são alguns exemplos dessas características (DORF; BISHOP, 2011). O segundo termo refere-se à garantia de que o sinal de saída do sistema será limitado para qualquer sinal de entrada também limitada. Esse conceito é conhecido como estabilidade BIBO, *Bounded Input - Bounded Output* (ALBERTOS; SALA, 2004).

O desempenho nominal e a estabilidade nominal são análises do sistema em malha fechada considerando o modelo matemático nominal da planta, ou seja, sem considerar os erros gerados nos processos de obtenção desse modelo. De fato, muitos dos modelos são definidos a partir de aproximações, seja por questões de obter modelos lineares em um único ponto de operação e simplificações de dinâmicas mais rápidas que as demais, seja por negligência de não-linearidades, como saturações, etc. Por esse motivo, é dito que o sistema possui desempenho robusto e estabilidade robusta, se em ambos os casos, ele possui o comportamento desejado mesmo submetido às incertezas do modelo mencionadas anteriormente (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

O controle H-infinito é uma solução matemática que utiliza funções de ponderação dependentes da frequência para ajustar as características de desempenho e de robustez do controlador. Desse modo, o sistema em malha fechada adquire o comportamento desejado em termos da resposta do sistema a incertezas de modelo, as entradas externas, ao sinal de referência etc (BIBEL; MALYEVAC, 1992).

5.1. Configuração do sistema em malha fechada e desempenho e estabilidade nominais

Nesta seção, serão considerados os controladores H-infinito 1-DOF e 2-DOF com as mesmas configurações de malha do sistema apresentadas nas figuras 4.2 e 4.4, respectivamente. Será também utilizada a mesma nomenclatura dos

controladores PID 1-DOF e 2-DOF: $K(s)$, $K_r(s)$ e $K_f(s)$, por questão de comodidade, uma vez que as equações aqui apresentadas também servirão para a análise de desempenho dos controladores PID. Deixa-se bem claro que as funções de transferências dos controladores H-infinito não possuem o mesmo modelo das equações 4.1, 4.2 e 4.3. Além disso, devido o MAGLEV ser um sistema SISO, *Single Input-Single Output*, representado pela função de transferência $G(s)$, as equações descritas a seguir não levarão em conta procedimentos matemáticos relacionados a matrizes, como no caso dos sistemas MIMO, *Multiple Input - Multiple Output*.

A análise de sistemas de malha fechada pode ser feita monitorando os sinais de saída, de controle e do erro de realimentação. Neste trabalho, apenas as duas primeiras serão consideradas, uma vez que todas as características de desempenho e estabilidade de interesse podem ser obtidas nesses dois sinais.

As equações 5.1 a 5.4 representam os sinais de saída e de controle em função dos diferentes sinais de entrada: a perturbação de entrada, d_i , a perturbação de saída, d_y , e o ruído de medição, n . As equações 5.1 e 5.2 estão relacionadas ao controlador 1-DOF enquanto que as equações 5.3 e 5.4, ao controlador 2-DOF.

$$y(s) = S_1(s)d_y(s) + S_1(s)G(s)d_i(s) + T_1(s)r(s) - T_1(s)n(s) \quad (5.1)$$

$$u(s) = -K(s)S_1(s)d_y(s) - T_1(s)d_i(s) + K(s)S_1(s)r(s) - K(s)S_1(s)n(s) \quad (5.2)$$

$$y(s) = Sp_2(s)d_y(s) + Sp_2(s)G(s)d_i(s) + T_2(s)r(s) - Tp_2(s)n(s) \quad (5.3)$$

$$u(s) = -K_f(s)Sp_2(s)d_y(s) - Tp_2(s)d_i(s) + K_r(s)Sp_2(s)r(s) - K_f(s)Sp_2(s)n(s) \quad (5.4)$$

As funções de transferência são definidas por:

- $S_1(s)$ e $S_2(s)$ = função de sensibilidade.
- $T_1(s)$ e $T_2(s)$ = função de sensibilidade complementar.
- $K(s)S_1(s)$ e $K_r(s)Sp_2(s)$ = função de sensibilidade do controlador.
- $S_1(s)G(s)$ = função de sensibilidade do sistema $G(s)$.

As funções de sensibilidade e de sensibilidade complementar são definidas

pelas equações 5.5 a 5.8.

$$S_1(s) = \frac{r - y}{r} = (1 + K(s)G(s))^{-1} \quad (5.5)$$

$$T_1(s) = 1 - S_1(s) = \frac{K(s)G(s)}{(1 + K(s)G(s))} \quad (5.6)$$

$$S_2(s) = \frac{r - y}{r} = \frac{1 + K_f(s)G(s) - K_r(s)G(s)}{(1 + K_f(s)G(s))} \quad (5.7)$$

$$T_2(s) = 1 - S_2(s) = \frac{K_r(s)G(s)}{(1 + K_f(s)G(s))} \quad (5.8)$$

As demais funções presentes para o controlador 2-DOF não possuem uma nomenclatura em específico. Elas são definidas pelas funções Sp_2 e Tp_2 , equações 5.9 e 5.10, respectivamente.

$$Sp_2(s) = \frac{1}{(1 + K_f(s)G(s))} \quad (5.9)$$

$$Tp_2(s) = \frac{K_f(s)G(s)}{(1 + K_f(s)G(s))} \quad (5.10)$$

Para os sistemas SISO, a análise das funções de transferência de 5.1 a 5.4 são realizadas utilizando os seus respectivos diagramas de bode de magnitude, que revelam a amplificação que um sinal de entrada obterá quando aplicado a cada função. Essa amplificação depende da frequência do sinal, por isso o diagrama representa a resposta frequencial do sistema (OGATA, 2010). Mudanças na fase do sinal de entrada também ocorrem, mas não serão levadas em consideração neste trabalho por não apresentarem significância nas análises.

De acordo com Bibel e Malyevac (1992), Skogestad e Postlethwaite (2005), e Zhou e Doyle (1998), diversas características de desempenho e estabilidade podem ser extraídas de cada função de sensibilidade. É importante salientar que esses autores enfatizam tais análises a partir do uso da função de transferência de malha

aberta, $L'(s)$, equação 5.11 e 5.12 para o sistema de 1-DOF, por englobar a maior parte das conclusões referentes ao desempenho e à estabilidade do sistema. No entanto, é necessário que haja a consideração de casos específicos de $L'(s)$ para que as análises ocorram, diferente de quando se usa as funções constituintes de 5.1 a 5.4, em que as análises são diretas. Por esse motivo, não será atribuído a este trabalho a contribuição de $L'(s)$ nas análises.

$$L'(s) = G(s)K(s) \quad (5.11)$$

$$S(s) = \frac{1}{1 + L'(s)} \quad (5.12)$$

Outra importante consideração é a largura de banda de cada função de sensibilidade. Para Skogestad e Postlethwaite (2005), o conceito de largura de banda representa os benefícios e os *trade-offs* envolvidos no controle por realimentação. Largas larguras de banda correspondem a respostas de subida mais rápidas, devido uma maior quantidade de componentes frequenciais dos sinais que não são atenuados nas respectivas saídas. No entanto, o sistema se torna sensível a ruídos e a variações dos parâmetros do modelo. Logo, para estreitas larguras de bandas, as respostas se tornam mais lentas e normalmente mais robustas. Em outras palavras, a largura de banda definirá os intervalos de frequências em que o controle fornecerá diferentes benefícios de desempenho e estabilidade ao sistema. As frequências $[0, w_s]$, $[0, w_T]$, $[0, w_{KS}]$ e $[0, w_{GS}]$ definem as larguras de banda para as funções S , T , KS e GS , respectivamente.

Além disso, observa-se pelas equações 5.1 a 5.4 que uma função de sensibilidade pode estar ligada a diferentes entradas. Um exemplo é a função de sensibilidade complementar $T_1(s)$, submetida aos sinais de referência e de ruído. É desejável que o sinal de saída siga a referência e por esse motivo, $|T_1(jw)| = 1$, e que o sinal de ruído seja atenuado, ou seja, $|T_1(jw)| = 0$. Nota-se que existe uma contraposição nos requisitos de desempenho do sistema. No entanto, é possível satisfazer ambas as propriedades no momento em que os sinais de entrada estão caracterizados em diferentes faixas frequenciais. Normalmente, r , di e dy operam em baixas frequências, enquanto que o ruído, em altas frequências. Por essa razão, se $|T_1(w < w_T)| \cong 1$ e $|T_1(w > w_T)| \cong 0$, ambos os requisitos serão satisfeitos (ZHOU;

DOYLE, 1998).

Os requisitos de projeto e as características para cada função de sensibilidade são comentadas individualmente a seguir para o controlador 1-DOF.

Função de sensibilidade, $S_1(s)$

- Avaliar a atenuação à perturbação de saída no sinal de saída. Deseja-se que $|S_1(w < w_s)| \cong 0$.
- Avaliar o erro de regime permanente. Como é necessário que $|T_1(w < w_T)| = 1$ para o rastreamento da referência, espera-se que $|S_1(w < w_s)| \cong 0$.
- Avaliar a largura de banda de $S_1(s)$ devido estar diretamente associada ao tempo de resposta do sistema.
- Avaliar a estabilidade baseada no critério de máximo pico ligado à margem de módulo e de fase. Critério respeitado quando $\|S_1(jw)\|_\infty < 2$, garantindo 6dB para a margem de módulo e 30° para a margem de fase.

Função de sensibilidade complementar, $T_1(s)$

- Avaliar o erro de regime permanente. Para que haja o rastreamento da referência, deseja-se que $|T_1(w < w_T)| \cong 1$.
- Avaliar a atenuação do ruído de medição no sinal de saída. Pretende-se que $|T_1(w > w_T)| \cong 0$.
- Avaliar a estabilidade baseada no critério de máximo pico, ou margem de modulo. Deseja-se que $\|T_1(jw)\|_\infty < 2$.

Função de sensibilidade do controlador, $K(s)S_1(s)$

- Avaliar o máximo ganho fornecido ao sinal de controle, afim de evitar a saturação do atuador. Espera-se que $|u(t)| < |u_{max}|$, logo $|u_{max}| > |K(jw)S_1(jw)| \cdot |r_{max}|$, onde u_{max} é o valor máximo admissível para o sinal de controle e r_{max} o valor máximo do sinal de referência.
- Avaliar a atenuação do ruído de medição no sinal de controle. Interessa-se em $|K(w > w_{KS})S_1(w > w_{KS})| \cong 0$.

Função de sensibilidade da planta $G(s)$, $S_1(s)G(s)$

- Avaliar a atenuação da perturbação de entrada no sinal de saída. Espera-se que $|S(w < w_s) G(w < w_s)| \cong 0$

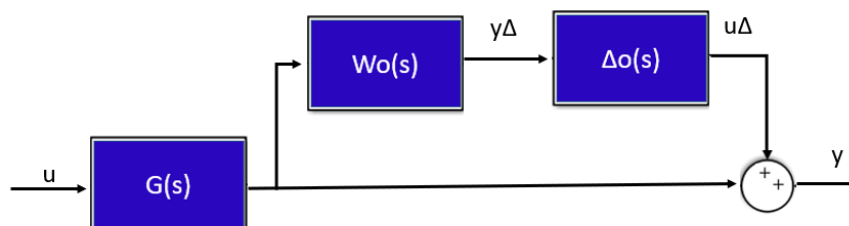
Para os controladores 2-DOF, cada função de transferência terá a mesma análise das funções ligadas ao controlador 1-DOF que relacionam a mesma entrada e a mesma saída.

5.2. Representação das incertezas de modelo

Os vários erros de modelagem possíveis de uma planta podem ser representados por uma função de incerteza. Normalmente, as incertezas são classificadas em estruturadas e em não estruturadas. O primeiro termo é referente às incertezas paramétricas, associadas aos valores numéricos dos parâmetros do sistema. O segundo termo é dado em relação à combinação de diferentes erros de modelagem e que são expressos no domínio da frequência. As incertezas não estruturadas podem ser modeladas de algumas formas, como a aditiva, a multiplicativa etc (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

Devido à possibilidade de incorporar diferentes erros de modelagem em uma única representação, o trabalho utilizará a representação de incertezas não estruturadas. Além disso, a forma multiplicativa de saída será responsável por representar as incertezas do MAGLEV, figura 5.1, pelo fato de englobá-las também em altas frequências, diferente, por exemplo, da forma aditiva que as negligencia nessas regiões frequenciais. As variáveis $y\Delta$ e $u\Delta$ representam as variações internas da planta geradas pelas próprias incertezas do modelo.

Figura 5.1 – Representação das incertezas do sistema



Fonte: Próprio autor

A função $W_o(s)$ é uma função da incerteza na frequência representando um limitante superior para o erro definido em $\Delta_o(s)$, tal que $\|\Delta_o(jw)\|_\infty < 1$, ou seja, $W_o(s)$ é a representação do pior caso da incerteza (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1996). A equação 5.13 é a planta $G(s)$ com as incertezas na forma multiplicativa, $G'(s)$, enquanto que a equação 5.14 define a função $W_o(s)$.

$$G'(s) = G(s)[1 + W_o(s)\Delta_o(s)] \quad (5.13)$$

$$W_o(jw) = \max \left| \frac{G'(jw) - G(jw)}{G(jw)} \right| \quad (5.14)$$

5.3. Descrição do projeto do controlador H-infinito 1-DOF

O método do controlador H-infinito é utilizado conhecendo as especificações de projeto do desempenho e da estabilidade do sistema. A partir dessas características, é possível obter o formato desejado das funções de sensibilidades de acordo com a descrição feita na seção 5.1 para cada uma delas. Os formatos obtidos correspondem às funções de ponderação, ou seja, funções que representam um limitante superior na magnitude das funções de sensibilidade. Logo, se o sistema de malha fechada respeita as funções de ponderação, automaticamente as funções de sensibilidade cumprirão os requisitos de projeto (CHOUDHARY, 2014). As equações 5.15 a 5.18 representam as relações das funções de sensibilidade com as respectivas funções de ponderação.

$$|S_1(jw)| < \frac{1}{|W_e(jw)|} \quad (5.15)$$

$$|T_1(jw)| < \frac{1}{|W_T(jw)|} \quad (5.16)$$

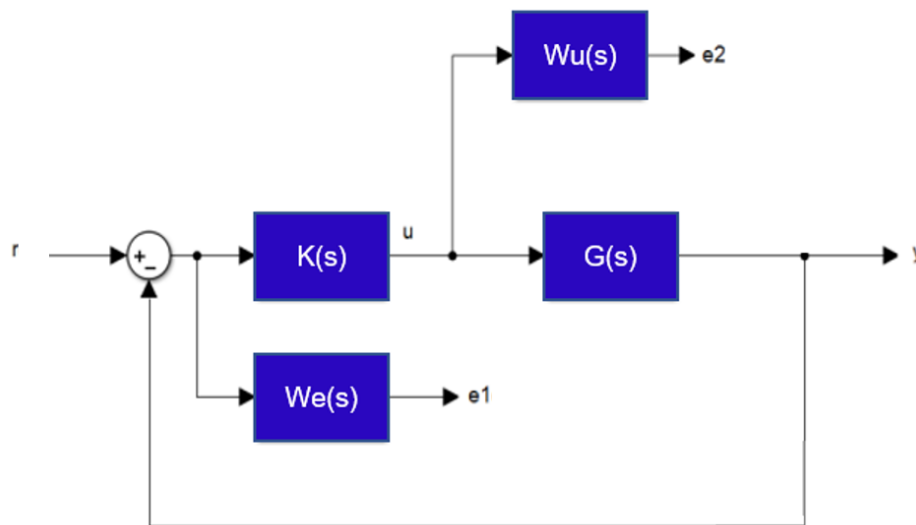
$$|K(jw)S_1(jw)| < \frac{1}{|W_u(jw)|} \quad (5.17)$$

$$|G(j\omega)S_1(j\omega)| < \frac{1}{|W_{GS}(j\omega)|} \quad (5.18)$$

Além disso, é possível impor um limitante superior a entradas específicas afim de aperfeiçoar a resposta do sistema à essas entradas. As funções de ponderação $W_{di}(s)$, $W_{dy}(s)$ e $W_n(s)$ correspondem à perturbação de entrada, à perturbação de saída e ao ruído de medição, respectivamente.

O projeto do controlador H-infinito não necessita que todas as funções de ponderações sejam incluídas no método. Na realidade, quanto menos funções forem utilizadas, mais fácil será a obtenção do controlador. Por esse motivo, o processo inicia-se, normalmente, com as funções $W_u(s)$ e $W_e(s)$, uma vez que estão ligadas as funções de sensibilidade KS_1 e S_1 , respectivamente, o que permite obter a maioria das características do sinal de controle e do regime transitório e estacionário do sinal de saída. Caso essas funções não forem suficientes para que o sistema atinja todas as características desejadas, será necessário reformular as ponderações já empregadas ou adicionar outras (BEAVEN; WRIGHT; SEAWARD, 1996). A figura 5.2 é o sistema com controlador 1-DOF juntamente com a adição das funções de ponderação $W_u(s)$ e $W_e(s)$. Observa-se que novas variáveis estão presentes no modelo, e_1 e e_2 , representando saídas virtuais associadas ao desempenho desejado do sistema.

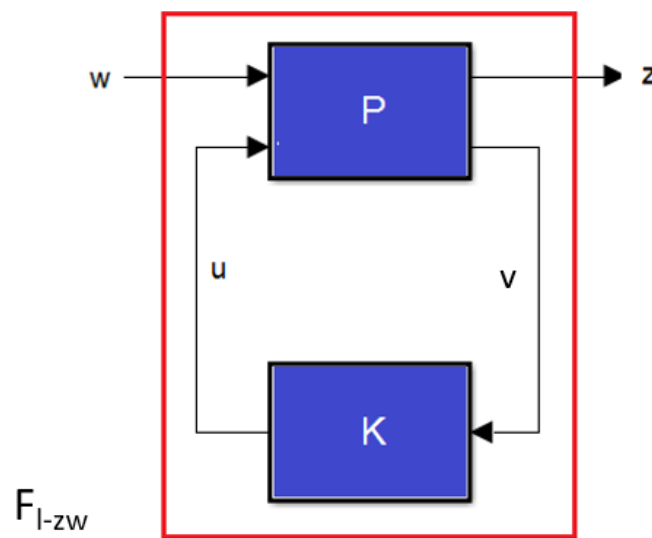
Figura 5.2 – Representação do sistema com as funções de ponderação inclusas



Fonte: Próprio autor

Para a obtenção do controlador H-infinito, o sistema da figura 5.2 deverá ser representada pela configuração geral de controle P-K, figura 5.3, onde as entradas exógenas, W , são constituídas pelas entradas externas ao sistema (referência, perturbações e ruído, neste caso apenas a referência é considerada), as saídas exógenas ou ponderadas, Z , correspondendo às saídas das funções de ponderação (e_1, e_2), o sinal de controle, u , pela saída gerada pelo controlador, e as saídas medidas, v , ligadas à entrada do controlador ($r - y$) (DAHLEH; TESI; VICINO, 1993).

Figura 5.3 – Configuração geral de controle P-K



Fonte: Próprio autor

A equação 5.19 é a matriz de representação da planta P considerando o sistema da figura 5.3, e a equação 5.20 a representação equivalente para o sistema da figura 5.2.

$$\begin{bmatrix} Z \\ \bar{v} \end{bmatrix} = P \cdot \begin{bmatrix} W \\ \bar{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W \\ \bar{u} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \overline{r-y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_e & -W_e G \\ 0 & W_u \\ 1 & -G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \\ \bar{u} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Como a configuração P-K é uma LFR, Representação Fracionária Linear, a função equivalente $F_{l-zw}(s)$ é definida como sendo a LFT inferior, Transformação

Fracionária Linear inferior, obtida a partir da equação 5.21. A equação 5.22 é o resultado encontrado para o sistema da equação 5.20.

$$F_{l-zw}(s) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (5.21)$$

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_e S_1 \\ W_u K S_1 \end{bmatrix} \cdot [r] \quad (5.22)$$

Comparando a equação 5.22 e as condições apresentados pelas equações 5.15 e 5.17, observa-se que se $\|F_{l-zw}(j\omega)\|_\infty < 1$, o sistema de malha fechada atenderá aos requisitos nominais de projeto. Dessa forma, o problema do controle H-infinito é encontrar o valor de $K(s)$ de tal forma que a equação 5.23, também conhecida como problema de sensibilidade misto, seja respeitada.

$$\|F_{l-zw}\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} W_e S_1 \\ W_u K S_1 \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (5.23)$$

Caso não haja uma solução ótima para o problema, a equação 5.24 descreve uma solução sub ótima.

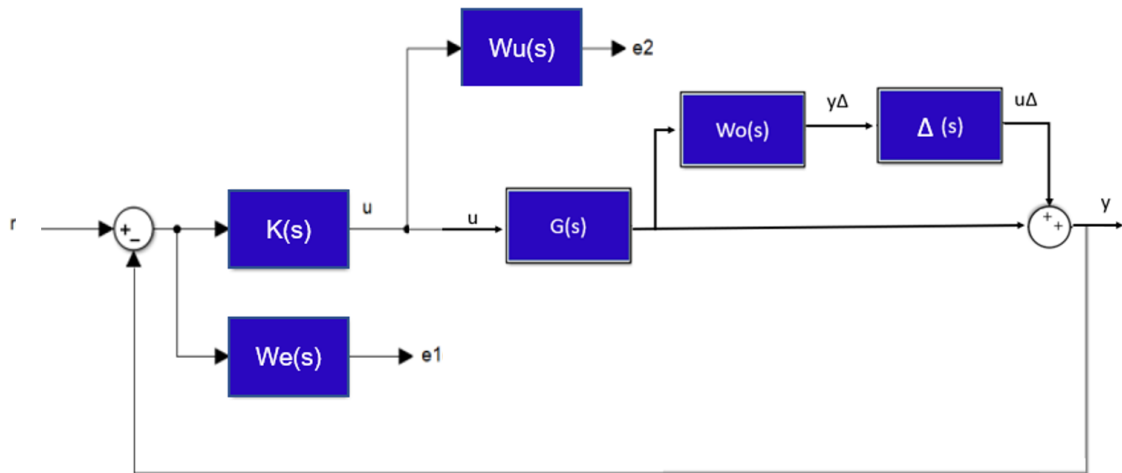
$$\|F_{l-zw}\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} W_e S_1 \\ W_u K S_1 \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (5.24)$$

As abordagens por LMI's, *Linear Matrix Inequality*, e pelo método de Riccati são alguns exemplos de como solucionar a equação 5.24. Neste trabalho, não serão apresentadas tais abordagens.

A equação 5.24 envolve apenas condições de desempenho nominais da planta para o projeto do controlador. Para o caso de inserção das incertezas nesse projeto, é necessário considerar a representação P-K- Δ , figura 5.5, do sistema da figura 5.2 com as incertezas incluídas no modelo da planta, figura 5.4.

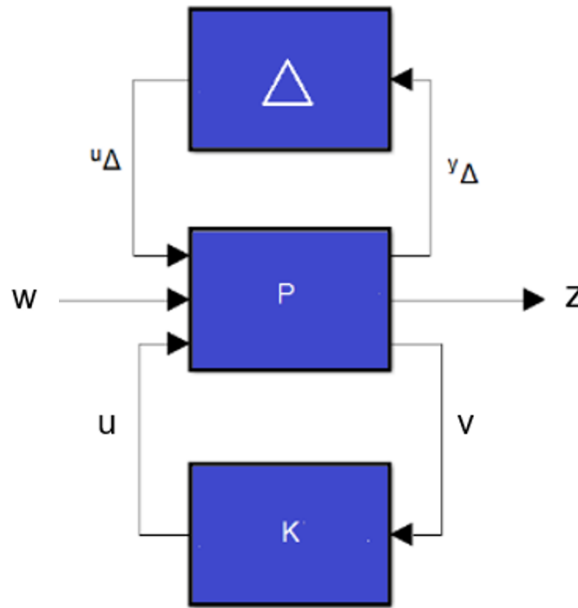
Com a inclusão do controlador K na planta generalizada P , o sistema equivalente é definido pela função N . A equação 5.25 define a nova matriz da planta generalizada P e a equação 5.26, a resultante para o sistema da figura 5.4.

Figura 5.4 - Representação do sistema com as funções de ponderação e as incertezas da planta inclusas



Fonte: Próprio autor

Figura 5.5 – Configuração geral de controle P-K-Δ



Fonte: Próprio autor

$$\begin{bmatrix} \Delta y \\ Z \\ \bar{v} \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \Delta u \\ W \\ \bar{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ W \\ \bar{u} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

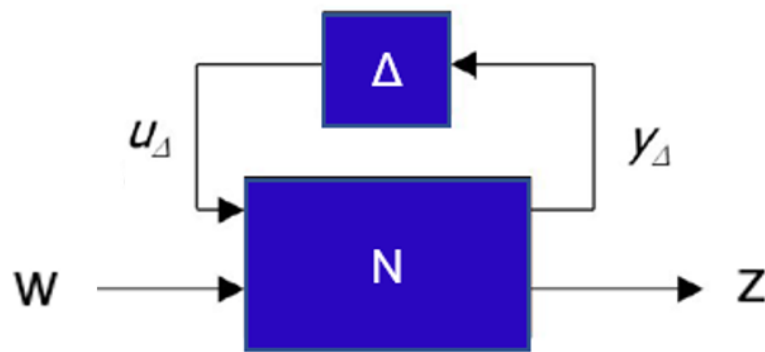
$$\begin{bmatrix} \Delta y \\ e_1 \\ e_2 \\ \overline{r-y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -W & W_e \\ 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_o G \\ -W_e G \\ W_u \\ -G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ r \\ \bar{u} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

A partir da equação 5.27 adquire-se a matriz N e a partir da equação 5.28, a função N obtida para o sistema. A figura 5.6 é a configuração N - Δ mencionada.

$$N = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (5.27)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta y \\ e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -W_o T_1 & W_o T_1 \\ -W_e S_1 & W_e S_1 \\ -W_u K S_1 & W_u K S_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ \bar{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ \bar{r} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Figura 4.6 – Configuração N - Δ



Fonte: Próprio autor

Como na configuração P - K , o sistema N - Δ é uma LFR e a função equivalente $F_{u-zw}(s)$ é definida como sendo a LFT superior, obtida a partir da equação 5.29.

$$F_{u-zw}(s) = N_{22} + N_{21}\Delta(I - N_{11}\Delta)^{-1}N_{12} \quad (5.29)$$

De acordo com Khammash, 1996, os objetivos de controle podem então ser determinados de acordo com a tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Objetivos de controle

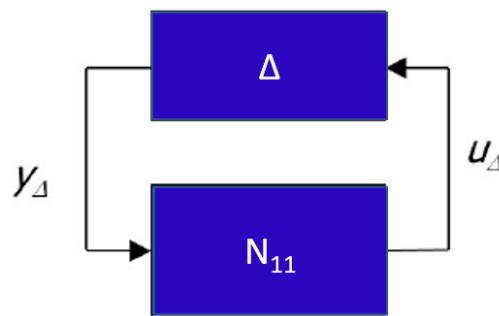
Objetivos de controle	Condição necessária para ser verdadeira
Estabilidade nominal (EN)	N ser internamente estável, ou seja, N_{11} , N_{12} , N_{21} e N_{22} serem funções estáveis.
Desempenho nominal (DN)	$\ N_{22}(j\omega)\ _{\infty} = \ F_{l-zw}(j\omega)\ _{\infty} \leq 1$ e EN
Estabilidade robusta (ER)	$F_{u-zw}(s)$ ser estável para $\forall \Delta$, $\ \Delta\ _{\infty} < 1$ e EN
Desempenho robusto (DR)	$\ F_{u-zw}(j\omega)\ _{\infty} \leq 1$ para $\forall \Delta$, $\ \Delta\ _{\infty} < 1$ e EN

Fonte: Próprio autor

A estabilidade e o desempenho nominais da tabela 5.1 são justificados pelas equações anteriores desta seção. Para a estabilidade robusta, nota-se que a única forma de $F_{u-zw}(s)$ ser instável, se $F_{u-zw}(s)$ for ES, é a partir do termo $(I - N_{11}\Delta)$ da equação 5.27, o que é equivalente à estrutura $N_{11}\Delta$ da figura 5.7. A partir dessa representação, é possível garantir a estabilidade robusta através do Teorema do Ganho Pequeno, que define a estabilidade do sistema $N_{11}\Delta$ para $\|\Delta\|_\infty \leq \zeta$ se $\|N_{11}\|_\infty < 1/\zeta$, onde, nesse caso, ζ é igual a 1 (ZHOU; DOYLE, 1998). Portanto, a partir da equação 5.28, pode-se assegurar a estabilidade robusta pela equação 5.30.

$$|W_o(jw)T_1(jw)| < 1 \quad (5.30)$$

Figura 5.7 – Estrutura do Teorema do Ganho Pequeno



Fonte: Próprio autor

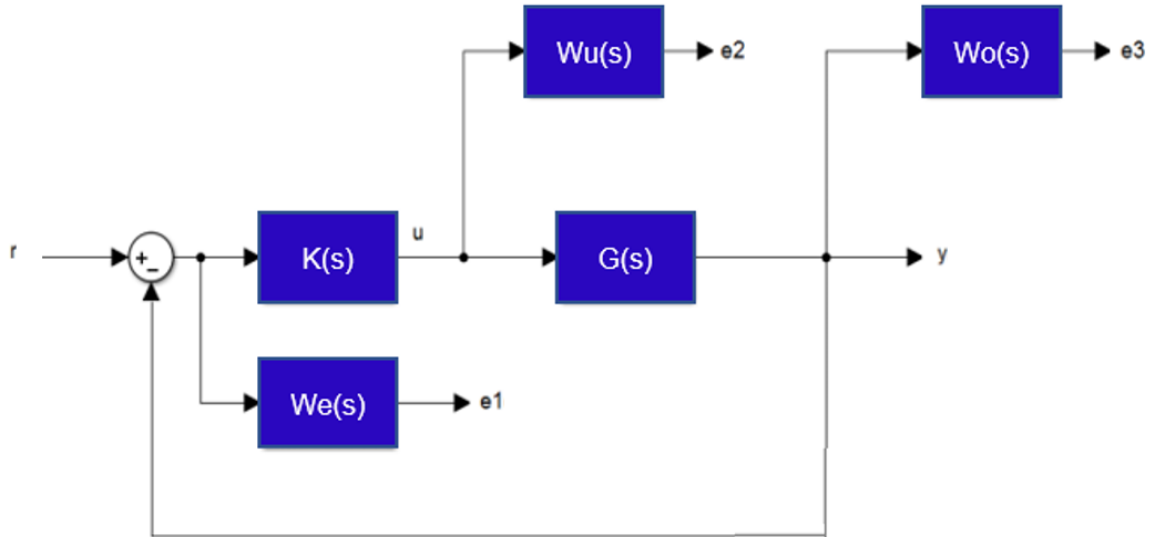
Uma maneira de impor a equação 5.30 no projeto do controlador H-infinito é a partir da inserção da função de ponderação $W_o(s)$ no sistema da figura 5.2, de tal forma que o novo problema de sensibilidade mista seja definido pela equação 5.31. A figura 5.8 é a representação do sistema final para a obtenção do controlador H-infinito 1-DOF.

$$\|F_{u-zw}\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} W_e S_1 \\ W_u K S_1 \\ W_o T_1 \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (5.31)$$

O desempenho robusto está atrelado ao projeto do controlador H-infinito a partir das funções de ponderações. Por esse motivo, caso o valor de $\|F_{u-zw}(jw)\|_\infty$ seja superior a um, será necessário reformular as ponderações já utilizadas de modo a criar maior margem para que as funções de sensibilidade com incertezas do modelo

se enquadrem aos requisitos de projeto.

Figura 5.8 – Representação final do sistema para o problema de sensibilidade mista



Fonte: Próprio autor

5.4. Descrição do projeto do controlador H-infinito 2-DOF

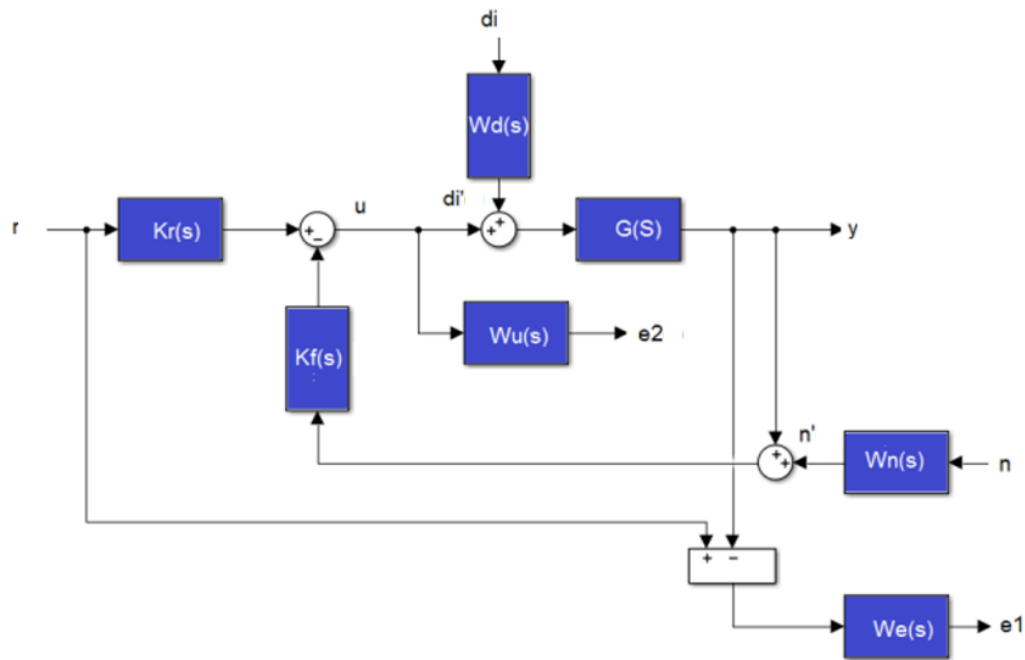
O procedimento para a obtenção do problema de sensibilidade mista para o caso 2-DOF é semelhante ao caso 1-DOF. Por essa razão, serão detalhadas nesta seção apenas as equações adaptadas ao caso 2-DOF juntamente com as observações específicas desse controlador.

Observa-se pelas equações 5.3 e 5.4 que o sinal de controle e o sinal de saída não estão associados diretamente com a maior parte das diferentes entradas a partir das funções de sensibilidades como no caso 1-DOF. Devido a isso, as funções de ponderação $W_e(s)$ e $W_u(s)$ não conseguem manipular determinadas características de desempenho do sistema no problema de sensibilidade mista. Para contornar a situação, duas novas funções de ponderação são utilizadas, $W_{di}(s)$ e $W_n(s)$ (GUALINO; ADOUNKPE, 2007). A figura 5.9 é o sistema proposto para o controlador H-infinito 2-DOF.

Pela figura 5.9, duas novas entradas exógenas são adicionadas ao problema, o ruído de medição e a perturbação de entrada do sistema. Quando se eleva o número dessas entradas, há também um aumento nas dimensões das matrizes relacionadas à função equivalente $F_{I-zw}(j\omega)$ da representação P-K e à função $F_{U-zw}(j\omega)$ da

representação P-K- Δ . Isso gera uma maior complexidade na resolução do problema de sensibilidade mista devido a criação de novas restrições ao problema que podem não estar associadas ao objetivo principal de controle. Esse caso será detalhado no caso do controlador H-infinito 2-DOF.

Figura 5.9 – Representação do sistema para o problema de sensibilidade mista no caso 2-DOF



Fonte: Próprio autor

A equação 5.32 é a representação da planta generalizada P da figura 5.3 para o problema 2-DOF sem considerar as incertezas do modelo. O controlador $K(s)$ é definido pela equação 5.33

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ r \\ -y - n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_e & -W_e W_d G & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -W_d G & -W_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -W_e G \\ W_u \\ 0 \\ -G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \\ d_i \\ n \\ u \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

$$K = [Kr \quad Kf] \quad (5.33)$$

Utilizando a equação 5.21, a equação 5.34 é a LFT inferior do sistema P-K. As equações 5.35 a 5.40 representam o problema de sensibilidade mista para o sistema com controlador 2-DOF.

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_e S_2 & -W_e W_d G S_{p2} & W_e W_n T_{p2} \\ W_u K_r S_{p2} & -W_u W_d T_{p2} & -W_u W_n K_f S_{p2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \\ d_i \\ n \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

$$|S_2(jw)| < \frac{1}{|W_e(jw)|} \quad (5.35)$$

$$|K_r(jw)S_{p2}(jw)| < \frac{1}{|W_u(jw)|} \quad (5.36)$$

$$|G(jw)S_{p2}(jw)| < \frac{1}{|W_e(jw)W_d(jw)|} \quad (5.37)$$

$$|T_{p2}(jw)| < \frac{1}{|W_u(jw)W_d(jw)|} \quad (5.38)$$

$$|T_{p2}(jw)| < \frac{1}{|W_e(jw)W_n(jw)|} \quad (5.39)$$

$$|K_f(jw)S_{p2}(jw)| < \frac{1}{|W_u(jw)W_n(jw)|} \quad (5.40)$$

Observa-se que a estrutura do sistema com as ponderações utilizadas permite agora criar condições favoráveis para a formatação das funções das equações 5.3 e 5.4. No entanto, a complexidade comentada anteriormente quando se aumenta o número de entradas exógenas pode ser visualizada principalmente pelas equações 5.38 e 5.39. Em resumo, $W_d(s)$ e $W_e(s)$ tendem a ser um filtro passa alta devido as perturbações possuírem natureza de baixa frequência e por questões de regime estacionário nulo desejado em w igual a zero, enquanto que $W_n(s)$ possui o formato de um filtro passa baixa para eliminar os ruídos de alta frequência. Visto que $T_{p2}(s)$ é uma função com característica de um filtro passa baixa, o problema de sensibilidade mista se torna insolucionável em termos ótimos, uma vez que o formato de $T_{p2}(s)$ é o oposto de $W_d(s)$ e de $W_e(s)$. Nesse caso, é possível adaptar o problema criando uma maior margem de aceitabilidade das funções de sensibilidade do sistema nessas funções de ponderação nas frequências de interesse, ou seja, elevando a magnitude de $W_d(s)$ e $W_e(s)$ para as baixas frequências e $W_n(s)$ para as altas frequências. A

desvantagem em utilizar esse procedimento é a possibilidade de prejudicar o comportamento das outras funções que estão submetidas a essas funções de ponderação.

A inclusão das incertezas do modelo de forma similar ao sistema 1-DOF gera uma representação N descrita pela equação 5.41, obtida pela representação P-K- Δ .

$$\begin{bmatrix} \Delta_y \\ \bar{e}_1 \\ e_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -W_o T_{p2} \\ S_{p2} \\ -W_u K_f S_{p2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -W_o T_2 & W_o W_d G S_{p2} & -W_o W_n K_f S_{p2} \\ W_e S_2 & -W_e W_d G S_{p2} & W_e W_n T_{p2} \\ W_u K_r S_{p2} & -W_u W_d T_{p2} & -W_u W_n K_f S_{p2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta_u \\ \bar{r} \\ d_i \\ n \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

O critério de estabilidade robusta, neste caso, é definido pela equação 5.42.

$$|N_{11}(jw)| = |W_o(jw)T_{p2}(jw)| < 1 \quad (5.42)$$

Diferentemente do caso 1-DOF, a inserção da condição de estabilidade robusta no projeto do controlador pode ser realizada utilizando as equações 5.38 e 5.39, por estarem associadas à mesma função de transferência do sistema. Diante disso, se a condição da equação 5.43 ou 5.44 for respeitada, a equação 5.42 também é por consequência.

$$|W_o(jw)| < |W_u(jw)W_d(jw)| \text{ ou } |W_o(jw)| < |W_e(jw)W_n(jw)| \quad (5.43)$$

$$\|F_{u-zw}\|_\infty < 1 \text{ ou } |W_o(jw)T_{p2}(jw)| < 1 \quad (5.44)$$

O desempenho robusto para o caso 2-DOF é semelhante ao caso 1-DOF.

6. METODOLOGIA

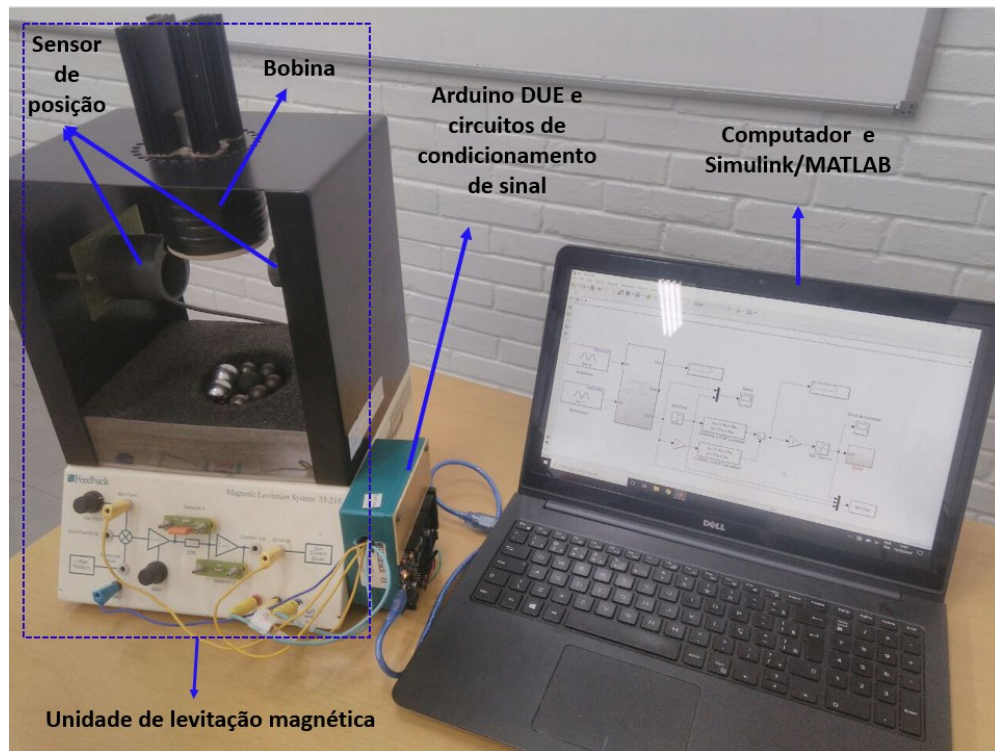
As etapas apresentadas a seguir expõem o desenvolvimento do trabalho para a obtenção dos resultados experimentais e teóricos para os controladores PID e H-infinito nas abordagens 1-DOF e 2-DOF aplicados ao MAGLEV.

- I. Descrição dos equipamentos utilizados nos testes experimentais.
- II. Obtenção do modelo matemático do processo através da substituição numérica dos parâmetros do MAGLEV na equação 3.12.
- III. Definição das restrições do sistema envolvendo o atuador e o sensor.
- IV. Especificação dos requisitos de resposta transitória e estacionária do sinal de saída e do sinal de controle em relação ao sinal de referência, às perturbações de entrada e de saída do processo e ao ruído de medição.
- V. Obtenção dos controladores utilizando seus respectivos métodos analíticos.
- VI. Análise da estabilidade e do desempenho nominais e robustos do sistema em malha fechada.
- VII. Ajuste dos parâmetros de cada controlador, caso necessário, afim de melhorar as características de resposta do sistema.

5.1. Modelo do MAGLEV

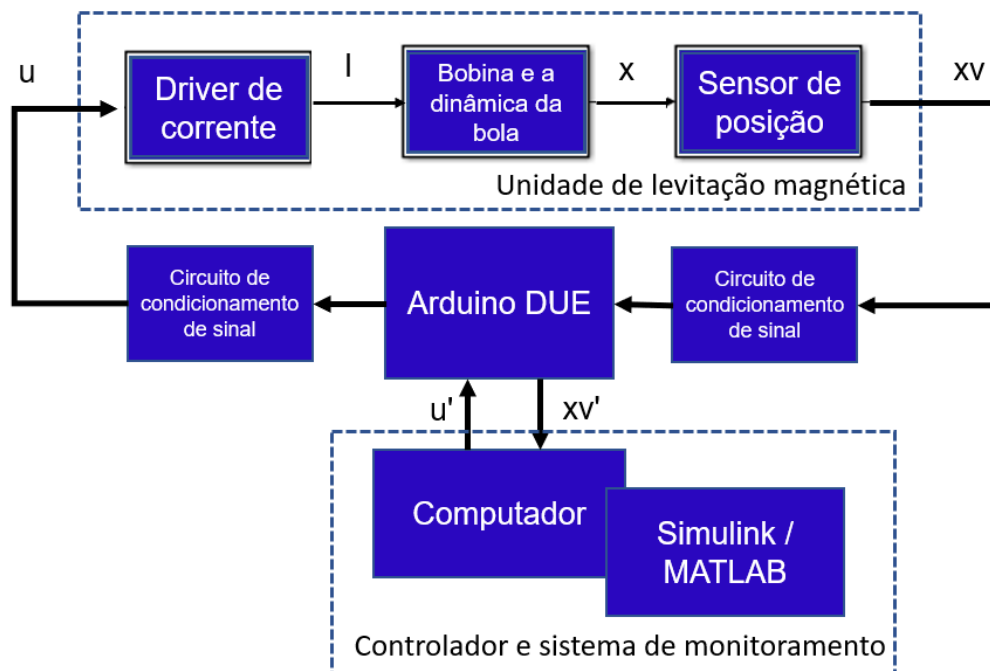
A figura 6.1 é o sistema MAGLEV utilizado experimentalmente. Ele é composto pela unidade mecânica de levitação magnética 33-210 da Feedback Instruments Ltd adaptado com o uso do Arduíno DUE, o qual opera como interface entre a unidade de levitação e os softwares Simulink e MATLAB da MathWorks, onde estão os controladores projetados neste trabalho, o sinal de referência e o monitoramento do sinal de controle e do sinal de saída do sistema. A figura 6.2 é o diagrama de blocos referente a planta experimental empregada. Os sinais u' e xv' mostradas no diagrama são os sinais digitais das variáveis analógicas u e xv , respectivamente. Os circuitos de condicionamento de sinais são responsáveis em adaptar os sinais xv e u de acordo com as faixas de operação do Arduino e da unidade de levitação. A inclusão desses circuitos e do arduino DUE na planta original MAGLEV da Feedback Instruments Ltd é justificada e descrita por Nunes (2019).

Figura 6.1 – Sistema MAGLEV



Fonte: Próprio autor

Figura 6.2 – Diagrama de blocos da planta experimental



Fonte: Próprio autor

A tabela 6.1 mostra os valores dos parâmetros do modelo da equação 3.12 utilizados neste trabalho. Os parâmetros inerentes à planta foram obtidos a partir das

especificações da própria fabricante do MAGLEV. Além disso, os valores de saturação do sensor e do sinal de controle também são especificados.

Tabela 6.1 – Valores dos parâmetros do MAGLEV

Parâmetro	Variável	Unidade	Valor
Aceleração da gravidade	g	m/s ²	9,81
Valor do ponto de equilíbrio da corrente elétrica	I_0	A	0,8216
Valor do ponto de equilíbrio da posição	x_0	m	0,0223
Ganho do driver de corrente	K_1	A/V	0,15
Ganho do sensor	K_2	V/m	1230
Offset do sensor	φ	V	-17
Limites para o sinal de controle	u	V	± 5
Limites para o sinal do sensor	x_v	V	-2 a 8

Fonte: Próprio autor

A equação 6.1 é a função de transferência do MAGLEV utilizada para o projeto dos controladores.

$$G(s) = \frac{xv(s)}{u(s)} = \frac{-4406}{s^2 - 880} \quad (6.1)$$

Observa-se a instabilidade do sistema em malha aberta a partir dos polos de $G(s)$ iguais a +29,66 e -29,66. De acordo com Dorf e Bishop (2011), para que um sistema contínuo seja estável, é necessário que todos os seus polos estejam situados no semi-plano da esquerda do plano complexo, ou seja, todos os polos devem possuir parte real menor que zero.

6.2. Especificação dos requisitos de projeto

A tabela 6.2 são os valores utilizados como requisitos para a resposta transitória e estacionária do sinal de saída do sistema para ambos os controladores. Como o sistema utilizado é baseado em uma planta didática e não em um caso real, os valores dos requisitos foram escolhidos de forma a obter uma resposta aceitável em termos de erro de regime permanente nulo, baixo sobressinal, próximo de uma resposta superamortecida afim de evitar oscilações prolongadas e com elevados picos, e tempo

de acomodação que não dificulte a estabilização do sistema.

Tabela 6.2 – Requisitos de projeto para os controladores PID e H-infinito

Requisito	Variável	Unidade	Valor
Tempo de acomodação 2%	T_s	s	2
Sobressinal	OS	%	< 5
Erro de regime permanente	e_{ss}	%	0

Tabela: Próprio autor

No caso do PID, a obtenção dos parâmetros k_p , k_i , k_d , q_1 e q_2 ocorrerá apenas com a especificação dos requisitos da tabela 6.2, pois são informações suficientes para o método utilizado neste trabalho no cálculo do PID.

Para o caso dos controladores robustos, outros requisitos são estabelecidos na tabela 6.3, relacionados ao desempenho e estabilidade do sistema a diferentes entradas. A tabela 6.3 é uma síntese do que foi descrito na seção 5.1.

Tabela 6.3 – Requisitos de projeto adicionais para o controlador H-infinito

Tipo de sinal	Requisito
Referência (r)	Erro de regime permanente nulo: $(T_1 = 1 \text{ para } w < w_T, \text{ 1-DOF})$ $(T_2 = 1 \text{ com } w < w_T, \text{ 2-DOF})$ Máximo valor de referência: $r_{\text{máx}} = 7V$
Perturbação de entrada (di)	Atenuação no sinal de saída: $(S_1G = 0 \text{ com } w < w_{SG}, \text{ 1-DOF})$ $(S_{p2}G = 0 \text{ com } w < w_{SG}, \text{ 2-DOF})$
Perturbação de saída (dy)	Atenuação no sinal de saída: $(S_1 = 0 \text{ com } w < w_S, \text{ 1-DOF})$ $(S_{p2} = 0 \text{ com } w < w_S, \text{ 2-DOF})$ Atenuação no sinal de controle: $(KS_1 = 0 \text{ com } w < w_{KS}, \text{ 1-DOF})$ $(K_f S_{p2} = 0 \text{ com } w < w_{KS}, \text{ 2-DOF})$

Ruído de medição (n)	Atenuação no sinal de saída: $(T_1 = 0 \text{ com } w > w_T, \text{ 1-DOF})$ $(T_{p2} = 0 \text{ com } w > w_T, \text{ 2-DOF})$ Atenuação no sinal de controle: $(KS_1 = 0 \text{ com } w > w_{KS}, \text{ 1-DOF})$ $(K_r S_{p2} = 0 \text{ com } w > w_{KS}, \text{ 2-DOF})$
Máximo valor do sinal de controle	$ u_{\max} > KS \Delta r_{\max} $ $\max KS_1 \text{ e } \max K_r S_{p2} < 5/7 = 0.71$
Margem de módulo	$\max T_1 \text{ e } \max T_2 < 2 = 6\text{dB}$ $\max S_1 \text{ e } \max S_2 < 2 = 6\text{dB}$

Fonte: Próprio autor

Para o caso das incertezas do modelo, como elas também possuem origem em diferentes etapas da modelagem da planta, serão considerados os erros devido à linearização, ou seja, nos parâmetros l_0 e x_0 . O valor da variação máxima de cada parâmetro será de 10%. Esse valor foi escolhido aproximadamente em função da estabilidade apresentada pelos controladores, definindo um limitante de $\pm 1V$ de aumento no sinal de referência a partir do ponto de operação especificado. É importante ressaltar que a variação de 10% foi o limitante para a abordagem 1-DOF. Para o caso 2-DOF, até 20% de variação no valor desses parâmetros foi possível antes do sistema atingir a instabilidade.

6.3. Método para a obtenção dos controladores PID

A função de transferência de malha fechada equivalente ao sistema com o controlador PID 1-DOF é representado pela equação 6.2. A equação 6.3 é o equivalente para o PID 2-DOF.

$$T_{f1}(s) = \frac{xv(s)}{r(s)} = \frac{-4406 \cdot (k_d \cdot s^2 + k_p \cdot s + k_i)}{s^3 - 4406 \cdot k_d \cdot s^2 + (-4406 \cdot k_p - 880) \cdot s - 4406 \cdot k_i} \quad (6.2)$$

$$T_{f2}(s) = \frac{xv(s)}{r(s)} = \frac{-4406 \cdot (q_2 \cdot s + q_1)}{s^3 - 4406k_d \cdot s^2 + (-4406 \cdot k_p - 880) \cdot s - 4406 \cdot k_i} \quad (6.3)$$

Uma das formas de obter o valor dos parâmetros do PID de maneira direta é a partir do método de alocação de polos, que se baseia na comparação entre a equação desejada e a atual do sistema em malha fechada (GOSH *et al.*, 2014). A equação 6.4 é a representação do denominador do sistema de malha fechada desejada, constituída pelos polos dominantes, que caracterizam o comportamento do sinal de saída em função dos requisitos da tabela 6.2, e por um polo 'a' distante o suficiente a esquerda no plano imaginário dos demais polos para não interferir no comportamento do sistema. Neste trabalho, foi considerado o valor do último polo correspondendo a no mínimo cinquenta vezes o valor da parte real dos polos dominantes, devido a constatações a respeito da alteração do desempenho do sistema para valores inferior a isso.

$$D_t(s) = (s + a)(s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2) \quad (6.4)$$

Os valores da frequência natural do sistema, w_n (rad/s), e do fator de amortecimento, ξ , são obtidos através dos requisitos de projeto, sobressinal e tempo de acomodação, equações 6.5 e 6.6, respectivamente.

$$OS = e^{\frac{-\xi \cdot \pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (6.5)$$

$$T_{s\ 2\%} = \frac{4}{\xi \cdot w_n} \quad (6.6)$$

Pelo método de alocação de polos, comparando $D_t(s)$ e os denominadores das funções das equações 6.2 e 6.3, obtém-se os valores dos parâmetros do PID, equações 6.7 a 6.9.

$$k_p = \frac{w_n^2 + 2 \cdot \xi \cdot w_n \cdot a + 880}{-4406} \quad (6.7)$$

$$k_i = \frac{w_n^2 \cdot a}{-4406} \quad (6.8)$$

$$k_d = \frac{2 \cdot \xi \cdot w_n + a}{-4406} \quad (6.9)$$

É importante comentar que as equações aqui definidas se sustentam em um PID com função de transferência imprópria, inviável na prática. Por esse motivo, contorna-se a situação inserindo um segundo polo na função do PID correspondendo a aproximadamente duas vezes o valor de 'a'. Isso possibilita gerar dois polos complexos conjugados com parte real equivalente a 'a' sem modificar significativamente os polos dominantes na função de malha fechada, ou seja, ainda continuam válidas as equações 6.7 a 6.9. Essa afirmação pode ser comprovada comparando novamente os denominadores das funções, no entanto, considerando um quarto polo de malha fechada e um segundo polo no PID. As equações 6.2 a 6.4 não foram inicialmente desenvolvidas considerando um controlador próprio devido o surgimento do quarto polo como condição para o cálculo dos parâmetros do PID, dificultando a obtenção dos parâmetros k_p , k_i e k_d melhor adequados ao sistema em respeito aos polos dominantes não serem afetados pelas dinâmicas dos demais.

Como as funções de transferência do PID 1-DOF e 2-DOF apresentam o mesmo denominador, as equações 6.6 a 6.8 são apropriadas para ambos os casos. De acordo com Gosh *et al.* (2014), os valores dos parâmetros do filtro de referência são escolhidos de forma a ajustar o sobressinal da resposta do sistema.

6.4. Método para a obtenção dos controladores H-infinito

A descrição das etapas para a obtenção dos controladores H-infinito, tanto na abordagem 1-DOF, quanto na abordagem 2-DOF, foi realizada na seção 5.4 do trabalho. Os comandos do MATLAB 'sysic' e 'hinfyn' são responsáveis por gerar o modelo da planta generalizada P e resolver o problema de sensibilidade mista, respectivamente.

6.5. Análise de estabilidade e desempenho dos sistemas com os controladores PID e H-infinito

Após o projeto dos controladores é necessário que haja uma análise do sistema em malha fechada afim de concluir se as especificações de projeto foram realmente respeitadas. Uma forma de realizar essa análise é por meio das funções de sensibilidade através do diagrama de magnitude de bode de cada uma delas, como descrito na seção 5.1. Caso o sistema apresente respostas divergentes aos requisitos, é necessário ajustes nos parâmetros de cada controlador.

Uma das maneiras de adicionar as incertezas de modelo na análise é por meio do comando do MATLAB 'ureal', que realiza amostras do sistema a partir da variação dos parâmetros com incertezas.

Tanto o projeto quanto a análise da resposta temporal e frequencial serão realizadas via MATLAB.

7. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção será dividida em duas partes: a primeira destinada para o controlador PID 1-DOF e 2-DOF e a segunda parte relacionada ao controlador H-infinito 1-DOF e 2-DOF. Em ambos os casos, os resultados apresentarão os parâmetros e a função de transferência do controlador utilizado, análise de desempenho e estabilidade do sistema, resultados simulados e experimentais e comentários finais.

7.1. Resultados do controlador PID

De acordo com os requisitos da tabela 6.2 e das equações 6.4 a 6.8, os ganhos do PID são mostrados na tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Valores do controlador utilizados

Variável	PID 1-DOF	PID 2-DOF
w_n	2,8 rad/s	2,8 rad/s
ξ	0,7	0,7
a	196 rad/s	118 rad/s
k_p	-0,38	-0,31
k_i	-0,35	-0,21
k_d	-0,04	-0,03
q_1	-	-0,21
q_2	-	0

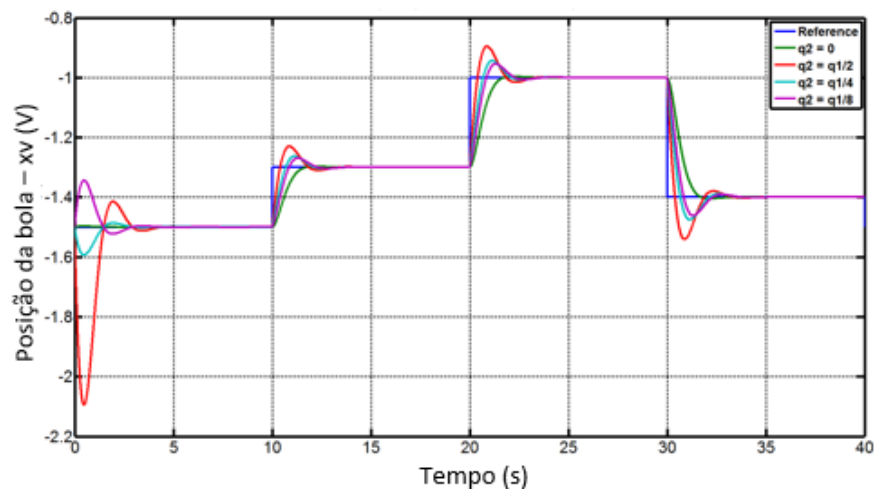
Fonte: Próprio autor

No caso 2-DOF, o parâmetro q_1 define a ação integral na referência. Por essa razão, o seu valor é escolhido como sendo o ganho k_i para que haja a mesma taxa de integração dos sinais advindos pela referência e pela realimentação. A presença desse integrador inibe picos no sinal de controle, o que torna a resposta do sistema mais lenta, no entanto, reduzindo o efeito de sobressinal no sinal de saída, ajustado pelo parâmetro q_2 .

A figura 7.1 é a simulação da resposta do sistema ao degrau na referência com o controlador 2-DOF para diferentes valores de q_2 . Utilizando como base a figura 7.1,

é selecionado o valor de q_2 igual a 0, por corresponder ao sobressinal especificado na tabela de requisitos. O aumento no valor dessa variável implica também o aumento do sobressinal no sinal de saída devido esse parâmetro corresponder a um ganho proporcional. Portanto, a existência desse ganho implicará em uma transmissão direta ponderada por q_2 do sinal de referência no erro de realimentação, elevando a ação do sinal de controle na planta no momento do degrau na referência.

Figura 7.1 – Resposta ao degrau do sistema em função de q_2

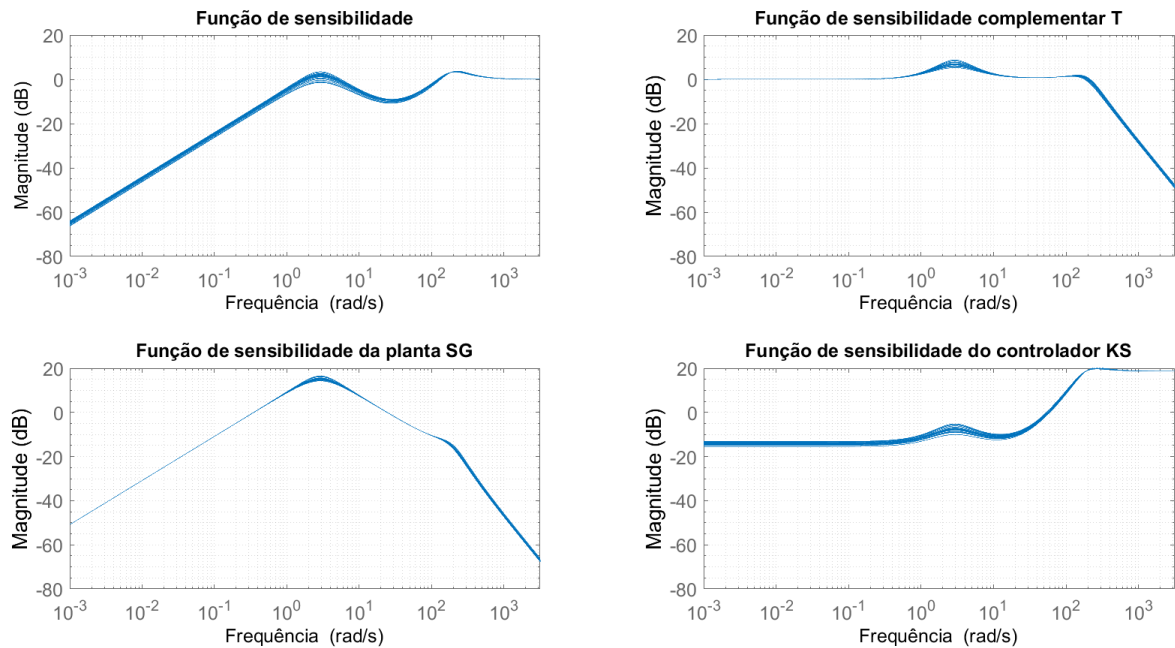


Fonte: Próprio autor

A implementação dos controladores é realizada digitalmente, o que faz necessário a discretização do modelo de cada controlador. Obtendo a resposta do sistema contínuo e analisando o diagrama de Nyquist da função de transferência de malha aberta, planta mais controlador contínuo, é possível definir a margem de atraso do sistema. Essa margem define o máximo de atraso que pode ser adicionado ao sistema antes que se torne instável. Como a amostragem possui um comportamento de atraso ao sistema, a margem de atraso pode ser utilizada para definir o máximo tempo de amostragem. Neste caso, o período de amostragem selecionado é equivalente a T igual a 1ms, respeitando a margem obtida.

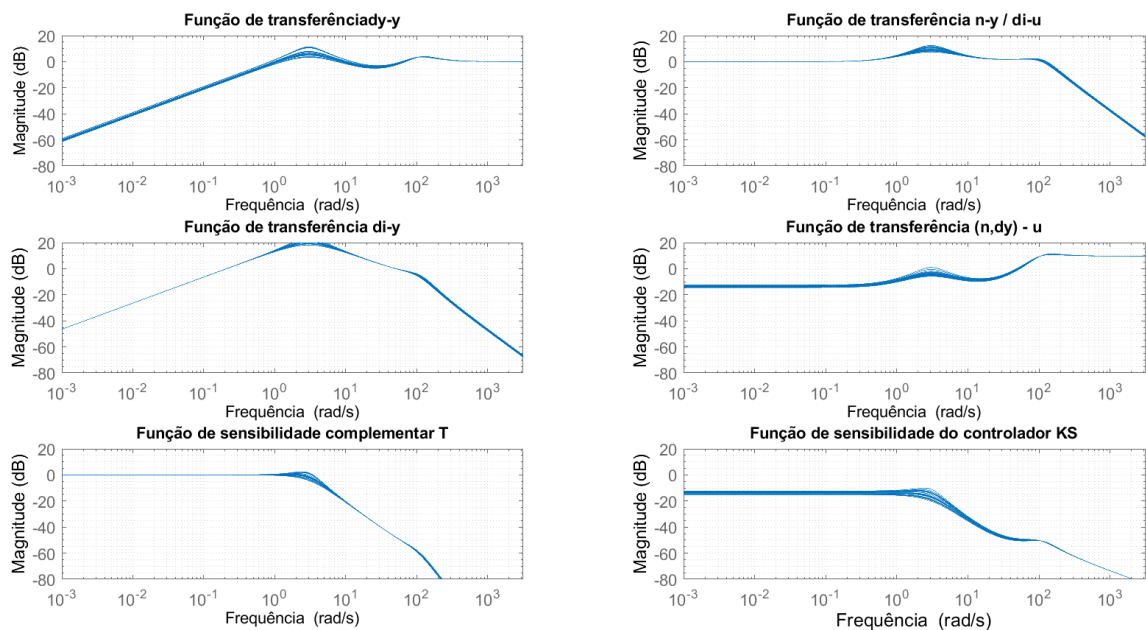
As figuras 7.2 e 7.3 são os diagramas de Bode para cada função de transferência das equações 5.1 a 5.4 com a inclusão das incertezas do modelo especificadas na seção anterior. A frequência máxima a ser analisada nos diagramas equivale à metade da frequência de amostragem. A figura 7.3 nomeia as funções de transferência de acordo com a saída e a entrada associadas a elas. A tabela 7.2 compara as características de desempenho obtidos para ambos os controladores.

Figura 7.2 – Diagramas de bode das funções de transferência associadas ao PID 1-DOF



Fonte: Próprio autor

Figura 7.3 – Diagramas de bode das funções de transferência associadas ao PID 2-DOF



Fonte: Próprio autor

De acordo com a tabela 7.2, a maior parte das características de desempenho de ambos os controladores satisfazem os requisitos de projeto desejados. A única situação relevante a se comentar é o comportamento do sistema em relação ao sinal do ruído de medição. Observa-se que há uma amplificação dessa entrada no sinal de

controle em ambos os controladores. Para o sistema do MAGLEV, as variações no sinal de controle são inferiores a 0,5 V para variações na referência que não superam 0,5 V. Logo, os sinais de ruído com frequência na banda de ganho de 20dB e 10dB na função de sensibilidade do controlador podem proporcionar variações significativas na entrada do atuador. O maior problema envolvendo isso é a possibilidade de saturação do atuador, o que leva o sistema a operar em uma região não considerada pela linearização e consequentemente, podendo levar a planta à instabilidade. Diante dessa característica, a largura de banda de w_{KfSp2} e w_{KS1} não são especificadas, pois espera-se um comportamento do tipo filtro passa baixa.

Tabela 7.2 – Análise de desempenho dos sistemas com PID

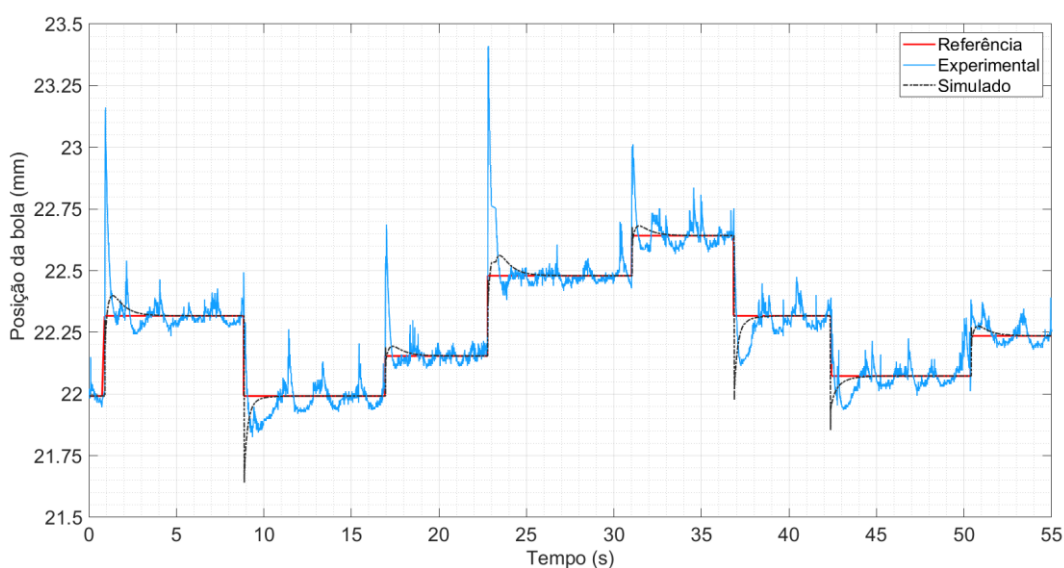
Tipo de sinal	PID 1-DOF	PID 2-DOF
Referência (r)	$ T_1 \cong 0$ para $w \rightarrow 0$, erro de regime permanente nulo Máximo ganho em $u(t) \approx -15\text{dB}$	$ T_2 \cong 0$ para $w \rightarrow 0$, erro de regime permanente nulo Máximo ganho em $u(t) \approx -15\text{dB}$
Perturbação de entrada (di)	Atenuação superior a 40 dB para $w < 10^{-3}$ rad/s em $y(t)$	Atenuação superior a 40 dB para $w < 10^{-3}$ rad/s em $y(t)$
Perturbação de saída (dy)	Atenuação superior a 60 dB para $w < 10^{-3}$ rad/s em $y(t)$	Atenuação superior a 60 dB para $w < 10^{-3}$ rad/s em $y(t)$
Ruído de medição (n)	Ganho igual a 19 dB para $w > 200$ rad/s em $u(t)$ Atenuação superior a 40 dB para $w > 10^3$ rad/s em $y(t)$	Ganho igual a 10 dB para $w > 100$ rad/s em $u(t)$ Atenuação superior a 40 dB para $w > 10^3$ rad/s em $y(t)$
Margem de módulo	$\ T_1\ _{\infty} \cong 2$ e $\ S_1\ _{\infty} \cong 1,4$	$\ T_2\ _{\infty} \cong 1,4$ e $\ S_2\ _{\infty} \cong 1,5$
Larguras de banda das funções de sensibilidade	$w_{S1} = 1,25$ rad/s $w_{T1} = 246$ rad/s $w_{GS1} = 0,25$ rad/s $w_{KS1} = -$	$w_{Sp2} = 0,75$ rad/s $w_{S2} = 1,45$ rad/s $w_{Tp2} = 140$ rad/s $w_{T2} = 2,93$ rad/s $w_{GSp2} = 0,15$ rad/s $w_{KfSp2} = -$ $w_{KS2} = 2,93$ rad/s
Tempo de acomodação	$T_s \cong 1,8\text{s}$	$T_s \cong 1,7\text{s}$

Fonte: Próprio autor

Inicialmente, utilizou-se valores do polo do PID a esquerda do eixo imaginário seiscentas vezes maior que o polo dominante de malha fechada, no entanto, ambos os controladores não estabilizaram experimentalmente a planta. Constatou-se que o sinal de controle apresentava variações elevadas atingindo a saturação do atuador, sendo uma das possíveis causas o ruído. De acordo com a função de transferência que relaciona o sinal de ruído e o sinal de controle, esse polo é essencial para definir a magnitude máxima de amplificação dessa entrada, uma vez que cria polos na função a esquerda dos seus zeros, permitindo um ganho crescente em certas faixas de frequência. Nesse caso, reduziu-se em módulo o valor desse polo em ambos os controladores até que atingissem a estabilidade. Para o PID 1-DOF, o polo foi reduzido para cem vezes o valor do polo dominante e para o PID 2-DOF, sessenta vezes. Isso possibilitou uma redução de 40dB e 50dB do ruído para o PID 1-DOF e 2-DOF, respectivamente. É por esse motivo que os controladores possuem diferentes amplificações do ruído no sinal de controle nas figuras 7.2 e 7.3 e diferentes valores nos parâmetros do controlador. O polo não foi reduzido a um valor menor pois degradaria a resposta do sistema em relação aos requisitos de projeto, mesmo contribuindo com a atenuação do ruído no sistema.

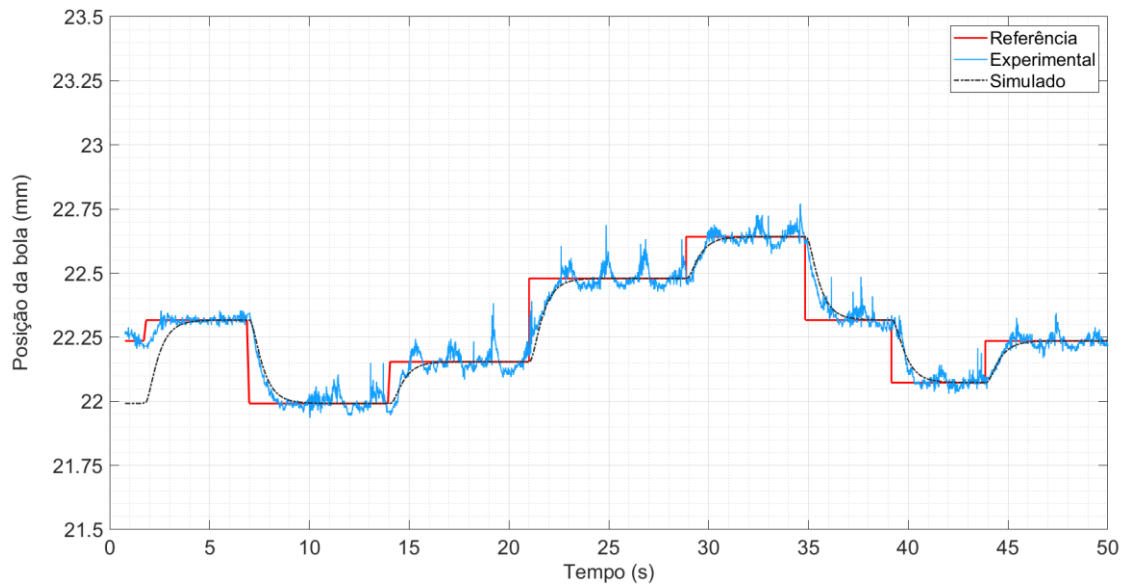
As figuras 7.4 e 7.5 correspondem aos resultados experimentais e simulados para os controladores PID 1-DOF e 2-DOF, respectivamente. Os degraus no sinal de referência foram escolhidos de forma a não ultrapassar 10% do valor do ponto de operação para garantir a estabilidade da planta.

Figura 7.4 – Resultados experimentais e simulados para o controlador PID 1-DOF



Fonte: Próprio autor

Figura 7.5 – Resultados experimentais e simulados para o controlador PID 2-DOF

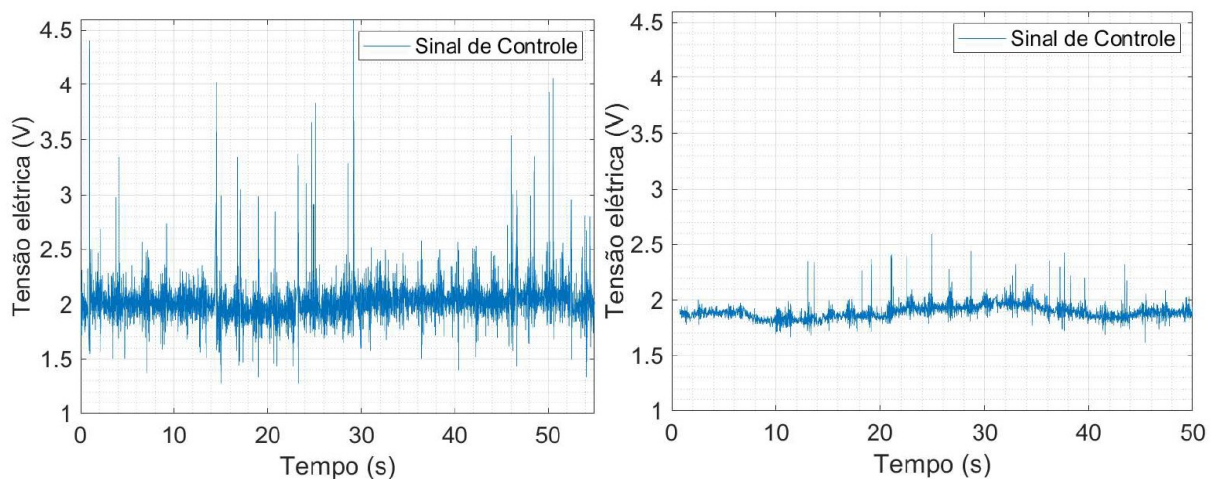


Fonte: Próprio autor

Pelas figuras 7.4 e 7.5, é possível observar os benefícios em utilizar o controlador no formato 2-DOF. Mesmo possuindo os mesmos parâmetros de PID, o sobressinal é nulo para o sistema 2-DOF, diferente do pico máximo equivalente a 18% do valor final para o PID 1-DOF. Essa situação é similar ao do sinal de controle, pois se a saída atingir determinadas regiões em que o controle não é efetivo, a planta se instabilizará. Logo, esses picos restringem o uso do controlador a regiões mais próximas do ponto de operação em relação ao PID 2-DOF.

A figura 7.6 é o sinal de controle experimental desenvolvido pelos dois controladores.

Figura 7.6 – Sinal de controle desenvolvido pelo PID 1-DOF (esquerda) e pelo PID 2-DOF (direita)



Fonte: Próprio autor

Nota-se que uma explicação plausível para as diferentes variações dos sinais de controle é a amplificação do sinal de ruído comentada anteriormente. O ruído no sistema pode ter origem em diferentes locais, como no próprio sensor, no conversor analógico-digital, interferência externa etc.

7.2. Resultados do controlador H-infinito

A primeira etapa para o projeto dos controladores H-infinito é formatar as funções de ponderação de acordo com os requisitos estabelecidos. As características de desempenho e estabilidade da tabela 6.3 são gerais para qualquer tipo de sistema. Pelo fato do controlador H-infinito ser obtido de forma sistemática levando em consideração todos os requisitos apresentados, o seu projeto neste trabalho terá também, como necessário, características aprimoradas em relação aos obtidos pelos controladores PID, principalmente em relação ao ruído que se apresentou como um problema no processo de estabilização da planta.

A tabela 7.3 são os modelos das funções de ponderação utilizadas para os casos 1-DOF e 2-DOF.

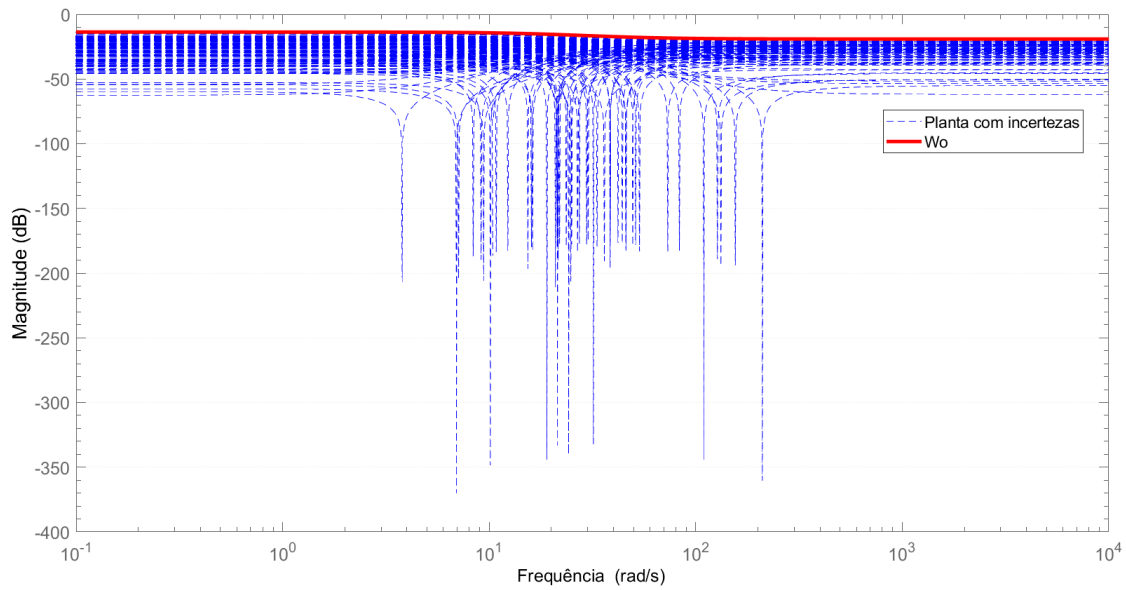
Tabela 7.3 – Funções de ponderação utilizadas para os controladores H-infinito

Função de ponderação	H-infinito 1-DOF	H-infinito 2-DOF
$W_e(s)$	$\frac{0,5 \cdot s + 1}{s + 0,0001}$	$\frac{0,5 \cdot s + 1}{s + 0,0001}$
$W_u(s)$	$\frac{s + 100}{s + 1000}$	$\frac{s + 232.6}{s + 1000}$
$W_d(s)$	-	$\frac{0,5 \cdot s + 500}{s + 500}$
$W_n(s)$	-	$\frac{1,67 \cdot s + 1,67}{s + 16670}$

Fonte: Próprio autor

Para a função $W_o(s)$, associada às incertezas do modelo, foi utilizada a função ‘ucover’ do MATLAB para a sua obtenção. A figura 7.7 é o traçado do comportamento frequencial do sistema em função das incertezas evidenciando o pior caso. A equação 7.1 é a representação de primeira ordem de $W_o(s)$ encontrada.

Figura 7.7 – Representação do modelo do sistema submetido a incertezas

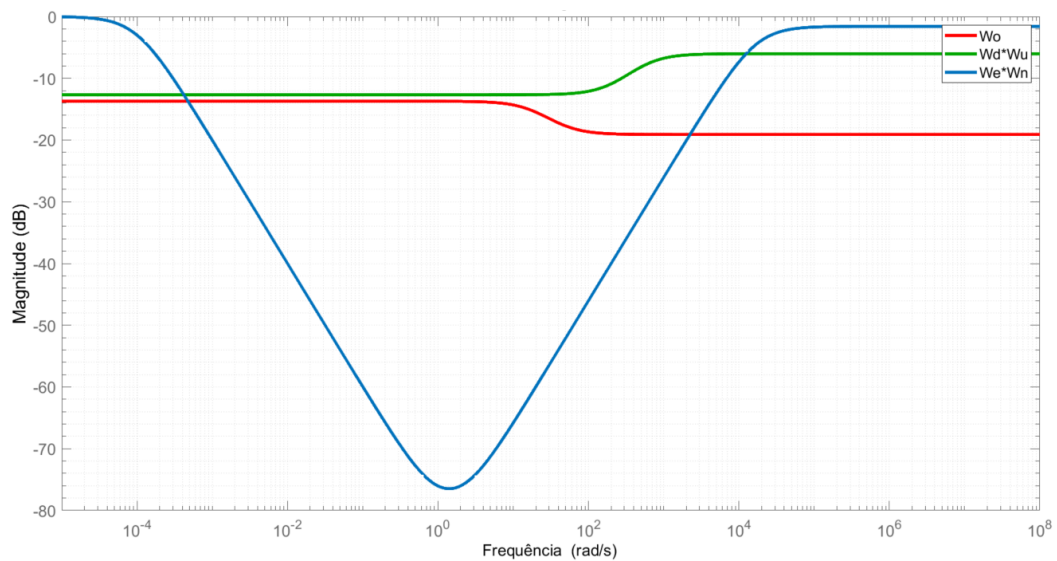


Fonte: Próprio autor

$$W_0(s) = \frac{0,11 \cdot s + 4,38}{s + 21,25} \quad (7.1)$$

Uma das condições de estabilidade robusta para o controlador H-infinito 2-DOF é a definida pela equação 5.43. A figura 7.8 mostra a relação entre as funções de ponderação W_o , $W_d \cdot W_u$ e $W_e \cdot W_n$. De acordo com o gráfico, apenas $W_d \cdot W_u$ poderá ser utilizado como critério para a estabilidade robusta.

Figura 7.8 – Funções de ponderação ligadas ao critério de estabilidade robusta



Fonte: Próprio autor

A segunda etapa consiste em estruturar o sistema na configuração P-K e posteriormente, solucionar o problema de sensibilidade misto. No MATLAB, foi utilizado o método de Riccati para a obtenção dos controladores robustos. As equações 7.2 e 7.3 são os resultados adquiridos para o controlador robusto 1-DOF e as equações 7.4 a 7.6 para o controlador na abordagem 2-DOF.

$$\gamma = 0,79 \quad (7.2)$$

$$K = \frac{-4,12 \cdot 10^3 s^4 - 4,34 \cdot 10^6 s^3 - 2,23 \cdot 10^8 s^2 - 2,97 \cdot 10^9 s^1 - 2,00 \cdot 10^9}{s^5 - 7,15 \cdot 10^3 s^4 + 2,55 \cdot 10^6 s^3 - 3,92 \cdot 10^8 s^2 - 7,50 \cdot 10^9 s^1 + 7,50 \cdot 10^5} \quad (7.3)$$

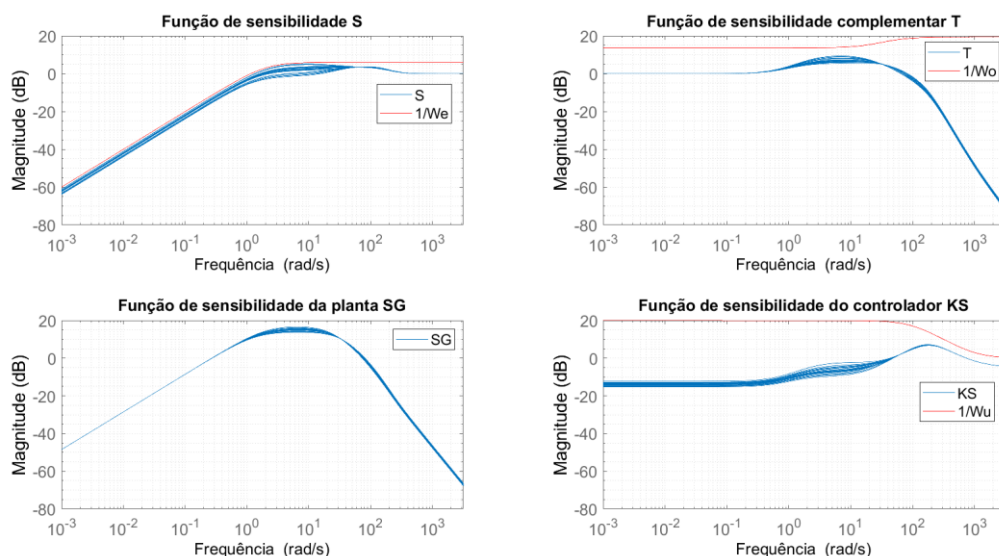
$$\gamma = 1 \quad (7.4)$$

$$K_r = \frac{-2,57 \cdot 10^3 s^5 - 5,27 \cdot 10^3 s^4 - 3,82 \cdot 10^6 s^3 - 1,40 \cdot 10^9 s^2 - 3,02 \cdot 10^{11} s - 3,16 \cdot 10^{13}}{s^6 + 1,61 \cdot 10^3 s^5 + 1,14 \cdot 10^6 s^4 + 4,78 \cdot 10^8 s^3 + 1,24 \cdot 10^{11} s^2 + 1,55 \cdot 10^{13} s + 1,91 \cdot 10^8} \quad (7.5)$$

$$K_f = \frac{-4,40 \cdot 10^1 s^5 - 8,06 \cdot 10^5 s^4 - 1,17 \cdot 10^9 s^3 - 4,28 \cdot 10^{11} s^2 - 1,99 \cdot 10^{13} s - 3,16 \cdot 10^{13}}{s^6 + 1,61 \cdot 10^3 s^5 + 1,14 \cdot 10^6 s^4 + 4,78 \cdot 10^8 s^3 + 1,24 \cdot 10^{11} s^2 + 1,55 \cdot 10^{13} s + 1,91 \cdot 10^8} \quad (7.6)$$

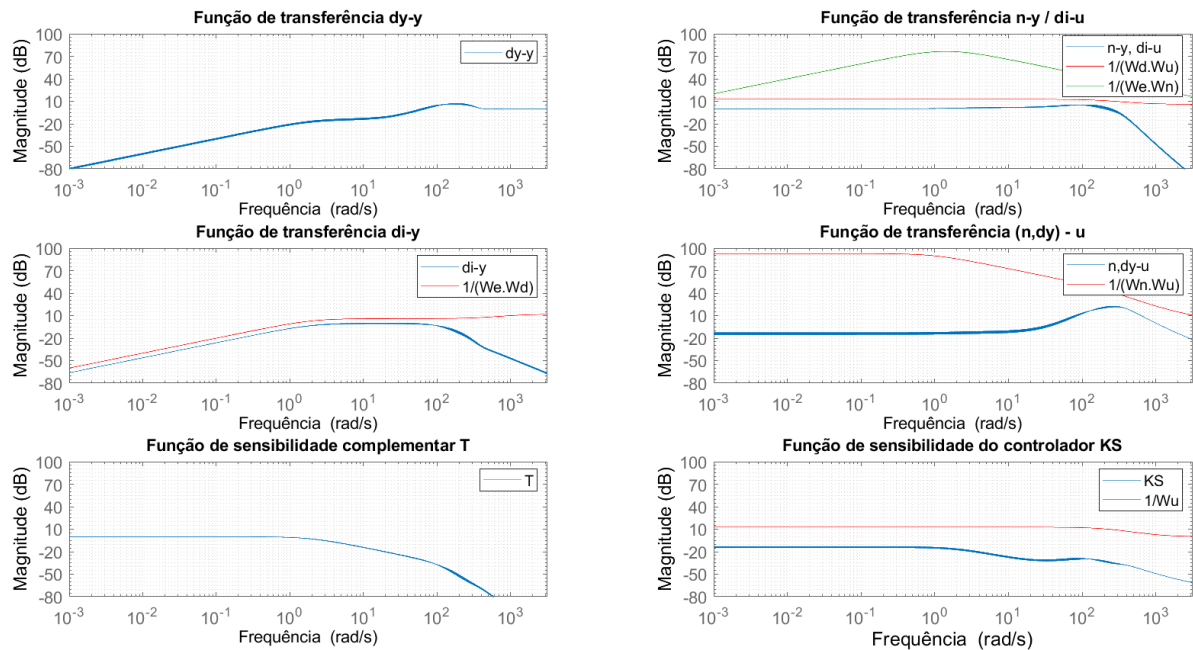
As figuras 7.9 e 7.10 são os diagramas de bode das funções 5.1 a 5.4, traçados da mesma maneira dos apresentados na seção do controlador PID. A tabela 7.4 é o resumo do desempenho dos sistemas a diferentes entradas obtido pelos diagramas.

Figura 7.9 – Diagrama de bode das funções de transferências associadas ao H-infinito 1-DOF



Fonte: Próprio autor

Figura 7.10 – Diagrama de bode das funções de transferências associadas ao H-infinito 2-DOF



Fonte: Próprio autor

De acordo com as figuras 7.9 e 7.10, os controladores respeitaram as funções de ponderação estabelecidas e conseqüentemente os requisitos de projeto. Outra forma de avaliar essa situação é a partir do valor de γ encontrado em cada solução do controlador. Como em ambos os casos o valor desse parâmetro foi igual ou menor a um, o desempenho nominal foi garantido.

Tabela 7.4 – Análise de desempenho dos sistemas com H-infinito

Tipo de sinal	H-infinito 1-DOF	H-infinito 2-DOF
Referência (r)	$ T_1 \cong 0$ para $w \rightarrow 0$, erro de regime permanente nulo Máximo ganho em $u(t) \cong -15\text{dB}$	$ T_2 \cong 0$ para $w \rightarrow 0$, erro de regime permanente nulo Máximo ganho em $u(t) \cong -15\text{dB}$
Perturbação de entrada (di)	Atenuação superior a 40 dB para $w < 10^{-3}$ rad/s em $y(t)$	Atenuação superior a 60 dB para $w < 10^{-3}$ rad/s em $y(t)$
Perturbação de saída (dy)	Atenuação superior a 60 dB para $w < 10^{-3}$ rad/s em $y(t)$	Atenuação superior a 80 dB para $w < 10^{-3}$ rad/s em $y(t)$
Ruído de medição (n)	Ganho máximo igual a 7 dB para $w = 190$ rad/s em $u(t)$ e amplificação em uma faixa de frequência igual a $46 < w < 750\text{rad/s}$ Atenuação superior a 60 dB para	Ganho máximo igual a 22 dB para $w = 263$ rad/s em $u(t)$ e amplificação em uma faixa de frequência igual a $46 < w < 1000$ rad/s

	$w > 10^3 \text{ rad/s em } y(t)$	Atenuação superior a 60 dB para $w > 10^3 \text{ rad/s em } y(t)$
Margem de módulo	$\ T_1\ _\infty \cong 2,2$ e $\ S_1\ _\infty \cong 1,5$	$\ T_2\ _\infty \cong 1$ e $\ S_2\ _\infty \cong 1,02$
Larguras de banda das funções de sensibilidade	$w_{S1} = 1,11 \text{ rad/s}$ $w_{T1} = 101 \text{ rad/s}$ $w_{GS1} = 0,19 \text{ rad/s}$ $w_{KS1} = 1510 \text{ rad/s}$	$w_{Sp2} = 50,8 \text{ rad/s}$ $w_{S2} = 1,9 \text{ rad/s}$ $w_{Tp2} = 270 \text{ rad/s}$ $w_{T2} = 2,00 \text{ rad/s}$ $w_{GSp2} = 2,00 \text{ rad/s}$ $w_{KfSp2} = 1116 \text{ rad/s}$ $w_{KS2} = 2,06 \text{ rad/s}$
Tempo de acomodação	$T_s \cong 2,0s$	$T_s \cong 2,0s$

Fonte: Próprio autor

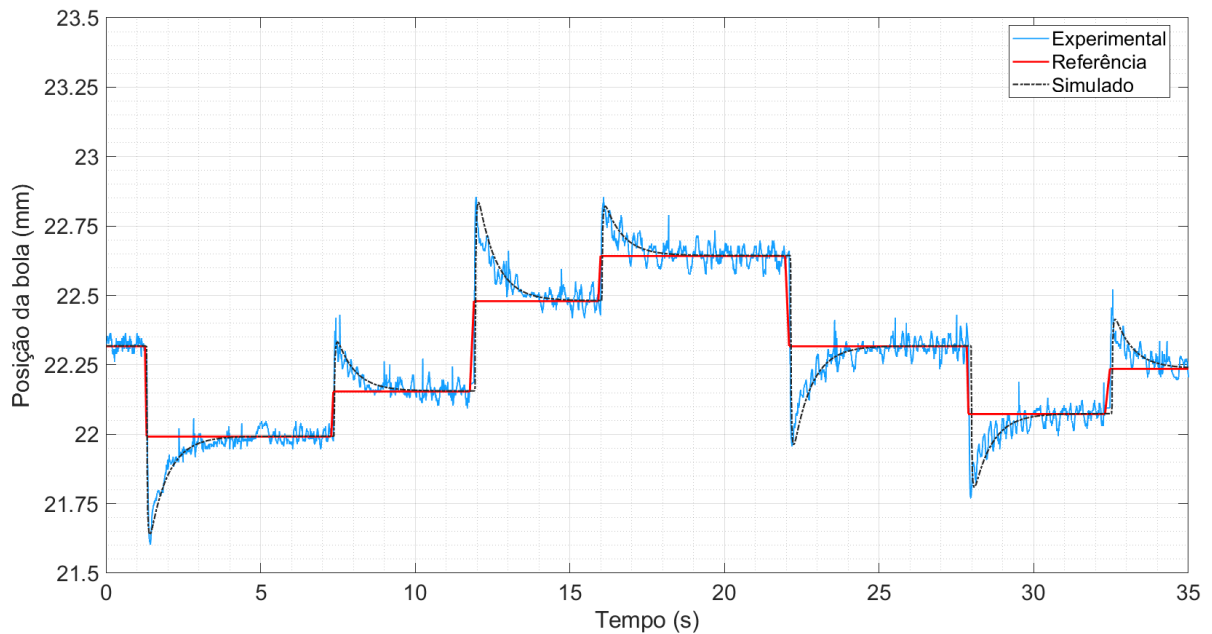
A partir da tabela 7.4, nota-se que a maior parte das características de desempenho dos controladores PID foram mantidas, exceto para o ruído no sinal de controle, objetivo principal no projeto dos controladores robustos propostos. Nesse caso, persiste a amplificação do ruído, no entanto, em apenas uma estreita faixa de frequências operando, as funções KS_1 e $KfSp_2$, como filtros passa baixa.

Além disso, como a estabilidade robusta está atrelada a W_o e a $W_d.W_u$, observa-se que essas funções também foram respeitadas em relação a T e a T_{p2} , respectivamente. Portanto, a estabilidade robusta é garantida para variações de 10% em ambos os parâmetros de linearização l_0 e x_0 .

Para o caso do desempenho robusto, constata-se que em alguns casos de modelos incertos nas figuras 7.9 e 7.10, as funções de ponderação não são respeitadas, como em S para $w < 100 \text{ rad/s}$ na abordagem 1-DOF. Entretanto, esses casos acontecem em faixas de frequência em que as restrições impostas pelas ponderações podem ser alteradas sem prejuízo do desempenho global, principalmente porque esse projeto de controlador não foi fundamentado em restrições reais do sistema e sim, baseadas no desempenho do controlador PID.

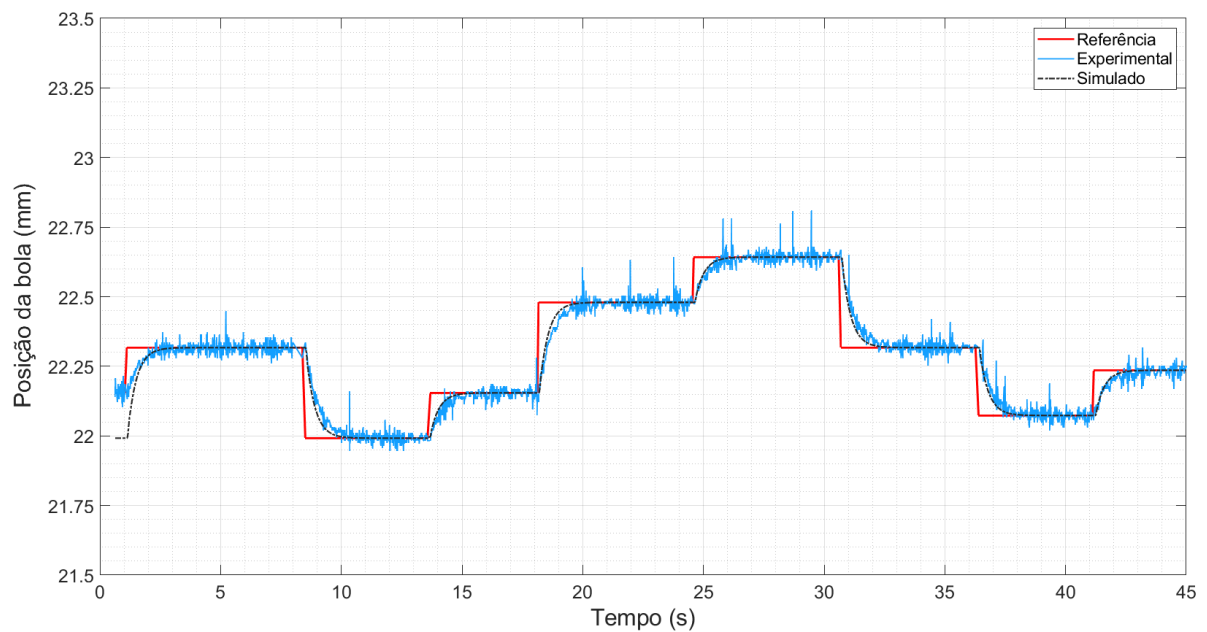
As figuras 7.11 e 7.12 são os resultados experimentais e simulados do sinal de saída do sistema.

Figura 7.11– Resultados experimentais e simulados para o controlador H-infinito 1-DOF



Fonte: Próprio autor

Figura 7.12– Resultados experimentais e simulados para o controlador H-infinito 2-DOF



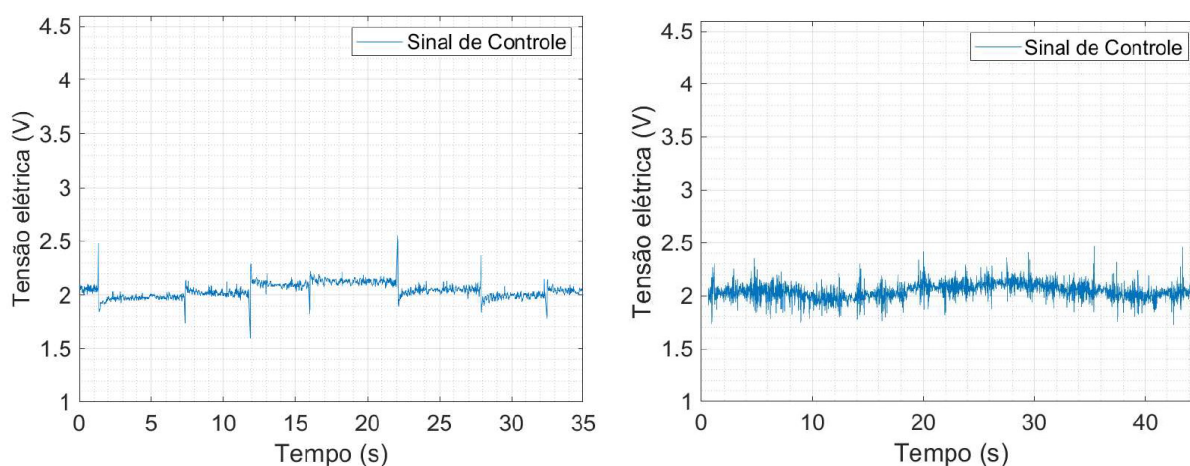
Fonte: Próprio autor

Como observado no caso do controlador PID, a abordagem 2-DOF para o H-infinito inibiu o sobressinal. Dois outros fatores são importantes citar: redução do sobressinal na abordagem H-infinito 1-DOF em relação ao PID 1-DOF, aproximadamente 20% do pico máximo, e a redução das oscilações em torno do regime permanente para os controladores H-infinito, cerca de 60% de pico máximo

para os controladores 1-DOF e 33% para os controladores 2-DOF.

A figura 7.13 é o desenvolvimento dos sinais de controle experimentais. A redução de pico máximo do sinal de controle gerada pelo H-infinito 1-DOF corresponde a 77%, enquanto que para o caso 2-DOF, a redução equivale a 4%. A redução é menor no caso 2-DOF devido a um maior pico de ganho ao ruído presente no controlador robusto em relação ao PID, mesmo havendo, no primeiro caso, a amplificação em uma estreita faixa de frequências.

Figura 7.13 – Sinal de controle desenvolvido pelo controlador H-infinito 1-DOF (esquerda) e pelo controlador H-infinito 2-DOF (direita)



Fonte: Próprio autor

A tabela 7.5 sintetiza os principais resultados dos quatro controladores. A medida IAE corresponde ao valor obtido pela integral absoluta do erro entre o sinal de referência e o sinal de saída. Isso possibilita identificar uma maior interferência das oscilações presentes no regime permanente e do sobressinal do sinal de saída quanto maior for o valor dessa medida. Foram considerados os mesmos intervalos de tempo experimentais e as mesmas amplitudes nos degraus na referência.

A medida COV_u é a covariância do sinal de controle a fim de representar uma possível distorção desse sinal gerada pelo ruído, uma vez que é adquirido em função da variação do valor do sinal de controle em torno da sua média. O seu cálculo foi realizado considerando o regime permanente para um sinal de referência constante. As outras duas medidas são os requisitos de projeto, cujos resultados foram discutidos anteriormente.

Tabela 7.5 – Resultados gerais dos controladores

Medida	PID 1-DOF	H-infinito 1-DOF	PID 2-DOF	H-infinito 2-DOF
IAE	3,23	2,27	1,81	1,57
COV_u	$3,18 \cdot 10^{-2}$	$3,66 \cdot 10^{-4}$	$2,70 \cdot 10^{-3}$	$3,50 \cdot 10^{-3}$
Máx. Sobressinal (%)	18,12	8,24	-	-
Tempo de acomodação (s)	$\cong 1,8$	$\cong 2,0$	$\cong 1,7$	$\cong 2,0$

Fonte: Próprio autor

8. CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho investigou o projeto dos controladores PID e H-infinito nas abordagens 1-DOF e 2-DOF para o sistema de levitação magnética. As análises de desempenho dos controladores PID serviram como base para a formulação dos critérios no problema de sensibilidade mista, que define o controlador robusto H-infinito. Ambos os casos foram aplicados experimentalmente na planta didática MAGLEV da empresa Feedback Instruments Ltd.

A proposta de utilização de dois graus de liberdade dos controladores se mostrou efetiva em termos de suprimir os picos no sinal de saída em função de degraus na referência. Essa vantagem proporcionada por essa estrutura de controle reduz a possibilidade de que o sistema atinja regiões de instabilidade, que podem ser geradas pelas não-linearidades do modelo e suas não contabilizações na linearização do mesmo. Isso propicia uma maior faixa de variação do sinal de referência e consequentemente, uma maior região de trabalho dependendo da utilização prática do sistema.

Os resultados experimentais mostram que a presença do ruído é significativa na planta. Sua origem decorre, provavelmente, devido à própria imprecisão do sensor e da amostragem dos sinais. Para ambos os controladores PID, o sistema apresentou amplificações desse sinal no sinal de controle. Em alguns casos de ajuste dos parâmetros do PID, a instabilidade provinha da saturação do atuador, consequência do elevado ganho do ruído. Em face disso, o projeto do controlador H-infinito se mostrou eficaz na solução do problema devido a possibilidade de integrar a atenuação do ruído em seu projeto. Isso gera, como vantagem, um método sistemático para aprimorar características específicas do sistema envolvendo os seus sinais de interesse e as entradas externas.

Além disso, como foi destacado a característica não linear e instável do MAGLEV, a inserção das incertezas de linearização no projeto do H-infinito permite garantir a estabilidade e o desempenho robustos da planta. Em casos práticos críticos do MAGLEV, como os trens magnéticos, que necessitam principalmente de segurança do sistema, essa garantia se torna relevante, elevando a confiabilidade no emprego desse controlador.

Para ambos os controladores 2-DOF, os requisitos de projeto foram satisfeitos, o que viabiliza suas utilizações em casos que se enquadram nas características deste

trabalho. É importante salientar que a resposta do PID pode ser alterada em relação a redução do tempo de acomodação e da interferência do ruído no sistema através do deslocamento à direita no plano imaginário, até certo valor, do polo mais distante da origem desse controlador. Como o projeto do controlador robusto foi baseado no desempenho do sistema com o PID, essa alteração do polo também modificaria as funções de ponderação do controlador H-infinito, gerando possivelmente melhorias de natureza semelhante aos apresentados nos resultados em relação ao PID.

Em razão dos benefícios mostrados pelo controlador H-infinito em comparação ao PID e pelo fato de que as restrições do seu projeto não foram baseadas em características de aplicações práticas, o trabalho futuro seria concentrar os esforços na determinação dos requisitos de desempenho, de estabilidade, das incertezas de modelo e da natureza das diferentes entradas de um sistema de aplicação real fundamentada na levitação magnética. Além disso, como o trabalho utilizou o sinal de referência como sendo apenas um degrau, é de interesse observar o comportamento do sistema a outras formas de referência, como rampas, senóides etc

Outra possibilidade de trabalho futuro é o emprego de filtros analógicos, como o anti-aliasing, a fim de atenuar os ruídos com frequência superior à metade da frequência de amostragem, reduzindo os seus efeitos no sinal de controle.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBERTOS, P., SALA, A. Multivariable Control Systems: an Engineering Approach. Springer, Londres, 2004.

ALI, H. I., H-infinity Model Reference Controller Design for Magnetic Levitation System. Engineering and Technology Journal, Volume 36, Issue 1, pp. 17-26, 2018.

ALVAREZ-SANCHEZ, E., ALVAREZ-GALLEGOS, J., CASTRO-LINARES, R. A Maglev System: Modeling and Controller design. International Conference on Industrial Electronics and Control Applications, Quito, pp. 6-6, 2005.

BEAVEN, R.W, WRIGHT, M.T. Weighting function selection in the H-infinity design process. Controle Engineering Practice, Volume 4, Issue 5, pp. 625-633, 1996.

BIBEL, J. E., MALYEVAC, D. S. Guidelines for the Selection of Weighting Functions for H-infinity Control. Naval Surface Warfare Center, Virginia, 1992

CHOUDHARY, S. K. Robust Feedback Control Analysis of Magnetic Levitation System, WSEAS Transactions on Systems, pp. 285-291, 2014.

DAHLEH, M., TESI, A., VICINO, A. An overview of extremal properties for robust control of interval plants. Automatica, Volume 29, Issue 3, pp. 707-721, 1993.

DORF, R. C., BISHOP, R. H. Modern Control Systems. 12 Edição. Prentice Hall, New Jersey, 2011.

EROGLU, Y., ABLAY, G. Cascade Control of Magnetic Levitation with Sliding Modes. 3rd International Conference on Control, Mechatronics and Automation (ICCMA), Volume 42, 2015.

GOSH, A., KRISHNAN, T. R., TEJASWY, P., MANDAL, A., PRADHAN, J. K., RANASINGH, S. Design and Implementation of a 2-DOF PID Compensation for

Magnetic Levitation Systems. ISA transactions, Volume 53, Issue 4, pp. 1216-1222, 2014.

GUALINO, D., ADOUNKPE, I. Robust 2-DOF H-infinity controller for a force feedback system. IEEE International Conference on Control Applications, Singapura, pp. 1253-1259, 2007.

KHAMAASH, M. H. Synthesis of globally optimal controllers for robust performance to unstructured uncertainty. IEEE Transactions on Automatic Control, Volume 41, pp. 189-198, 1996.

KHAN, M., SIDDIQUI, A. S., MAHMOUD, A. S. A. Robust H- ∞ Control of Magnetic Levitation System Based on Parallel Distributed Compensator, Ain Shams Engineering Journal, Volume 9, Issue 4, pp. 1119-1129, 2018.

KIM, J., LEE, S., CHOI, Y. Decentralized H- ∞ Control of Maglev Systems, IECON – 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics, Paris, pp. 418-423, 2006.

KUMAR, P., MINZ, S. Control of Magnetic Levitation System Using PD and PID Controller. International Journal of Scientific Research and Education, Volume 4, Issue 8, pp. 5596-5602, 2016.

LONGHI, L. G. S. Uma Proposta para Adequar a Sintonia de um Controlador PID com Parametrização I-PD. 2018.

MISHRA, A. K., RAINA, R., BAHADURYADAV, S., VERMA, A., SARANGI, S., ANUBHUTISAHA. Modeling and Simulation of Levitation Ball by Electromagnet using Bom Graph. 1st International and 16th National Conference on Machines and Mechanisms iNaCoMM, India, 2013.

NAUMOVÍČ, M. B. Modeling of a Didactic Magnetic Levitation System for Control Education. 6th International Conference on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Service TELSIKS, Nis, Yugoslavia, Volume 2, pp. 783-786, 2003.

NUNES, H. M. Recapacitação de um levitador magnético e controle via MATLAB. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Uberlândia, 2019.

OGATA, K. Engenharia de Controle Moderno. 5ª Edição, Pearson, São Paulo, 2010.

ROY, P., BORAH, M., MAJHI, L., SINGH, N. Design and Implementation of FOPID Controllers by PSO, GSA and PSOGSA for MagLev System. International Symposium on Advanced Computing and Communication ISACC, Silchar, pp. 10-15, 2015.

SAIN, D., SWAIN, S. K., MISHRA, S. K. Real-time Implementation of Robust Set-point Weighted PID Controller for Magnetic Levitation System. International Journal on Electrical Engineering and Informatics, Volume 9, pp. 272-283, 2017.

SKOGESTAD, S., POSTLETHWAITE, I. Multivariable Feedback Control: Analysis and Design. 2ª Edição. John Wiley & Sons, Ltda. Inglaterra, 2005.

TAGUCHI, H, ARAKI, M. Two-Degree-of-Freedom PID Controllers -Their Functions and Optimal Tuning. IFAC Proceedings Volumes, Volume 33, Issue 4, pp. 91-96, 2000.

WADE, H. L. Basic and Advanced Regulatory Control: System Design and Application. 2ª Edição. ISA – The Instrumentation, Systems, and Automation Society. Estados Unidos, 2004.

WOLFLE, W., HURLEY, W. Electromagnetic Design of a Magnetic Suspension System. IEEE Transactions on Education, Volume 40, pp. 124-130, 1997.

WONG, T. H. Design of a Magnetic Levitation Control System: an Undergraduate Project. IEE Transactions on Education, Volume 29, pp. 196-200, 1986.

ZHOU, K., DOYLE, J. C. Essentials of Robust Control. Prentice-Hall, Inc. New Jersey, 1998.

ZHOU, K., DOYLE, J. C., GLOVER, K. Robust and Optimal Control. Prentice Hall. New Jersey, 1996.