

CAPÍTULO III

SIMILITUDE EM ENGENHARIA MECÂNICA

3.1 Introdução

A metodologia desenvolvida nesta investigação utilizou-se de uma abordagem a qual associa similitude em engenharia com bases de dados obtidos via simulações em elementos finitos (EF). Neste capítulo se detalharão os principais conceitos da teoria de similitude que fundamentaram a metodologia proposta nesta tese.

Os principais objetivos da teoria da similitude são estabelecer as relações necessárias para permitir predições confiáveis do comportamento de um modelo físico e a definição do tipo de relação existente entre os parâmetros envolvidos em qualquer fenômeno físico.

A teoria da similitude é desenvolvida pela análise dimensional, a qual está baseada nos conceitos de medida e nos métodos de medições e de observações de um problema físico qualquer. Nesta teoria se inclui a consideração das condições sob as quais dois sistemas físicos separados se comportariam similarmente.

Nos últimos séculos, princípios gerais foram desenvolvidos resultando em três ferramentas confiáveis para a predição de estruturas, máquinas e outros sistemas físicos. Cada uma delas se complementa com a experiência e o bom senso do projetista, quais sejam:

- a) A partir de uma série de observações, pode-se estabelecer um conjunto de equações, uma hipótese ou ainda uma lei, a qual é suficientemente geral para permitir predições com a acuracidade desejada;
- b) A partir das observações diretas da estrutura real e das hipóteses de que suas características básicas não se alterarão durante o processo de investigação, seu comportamento no futuro pode ser previsto com um razoável nível de confiabilidade. Este procedimento, ainda que mais direto e mais adaptável, é, obviamente, mais aplicável a pequenas estruturas, principalmente se os primeiros

resultados não forem satisfatórios. Isto requereria alterações experimentais antes de o modelo se encontrar funcionando apropriadamente;

- c) As observações experimentais podem alternativamente ser feitas em modelos menores que a estrutura real, mais baratos, e mais facilmente ajustáveis que aqueles em escala real. A partir destas observações, as performances do protótipo, ou da estrutura real, podem ser preditas desde que protótipo e modelo possuam comportamentos similares qualitativamente e que relações quantitativas possam ser estabelecidas entre ambos;
- d) Um modelo físico pode ainda ser simulado numericamente para ser objeto destas observações, valendo-se de códigos computacionais desenvolvidos especificamente para este fim.

De acordo com Murphy (1950), há três classes gerais de modelos:

1. *Geometricamente similar*: o modelo é uma reprodução em escala do protótipo;
2. *Distorcido*: o modelo é uma reprodução do protótipo com duas ou mais escalas utilizadas diferentemente;
3. *Dissimilar*: Não há nenhuma ligação direta entre modelo e protótipo. Como quando se utiliza um circuito elétrico para simular um sistema mecânico sujeito a vibrações.

A utilização dos modelos pode ajudar no projeto dos mais diferentes tipos de situações. Entretanto, a obtenção de resultados satisfatórios nesse procedimento requer uma clara compreensão dos princípios físicos envolvidos nas relações entre modelo e protótipo.

3.2 Características das observações e seleção das quantidades

As observações dos modelos podem ser classificadas genericamente em *quantitativas* e *qualitativas*. As características qualitativas das observações podem ser descritas em termos de operações padronizadas que identificam classes de quantidades tais como comprimento (L), força (F) ou tempo (T). Estas características qualitativas são denominadas dimensões da quantidade observada. Sob o ponto de vista da engenharia, estas três quantidades são mais apropriadas.

A descrição quantitativa envolve tanto um número quanto um padrão de comparação, como 3 m, 9 Kg ou 16,7 s. Estes padrões de comparação, como o Kg, m ou s, são arbitrariamente escolhidos e denominados *unidades*. A velocidade, por exemplo, é expressa nas dimensões LT^{-1} e em unidades de Km por hora ou metro por segundo.

Pode-se demonstrar, segundo Murphy (1950), que com o nosso padrão de medidas técnicas é possível se expressar qualquer quantidade em termos do produto destas quantidades elevadas a expoentes de potências adequadamente escolhidos. Assim, qualquer grandeza puramente mecânica pode ser expressa dimensionalmente como se segue:

$$A = F^{c_1} L^{c_2} T^{c_3} \quad (3.1)$$

na qual A é a quantidade dependente, F , L e T são as quantidades primárias apropriadas e c_1 , c_2 e c_3 são os expoentes apropriados.

Em problemas onde há calor ou eletricidade, quantidades básicas adicionais são geralmente utilizadas: Temperatura indica-se geralmente com θ , quantidade de calor com H e carga elétrica com Q . Estas três últimas grandezas complementam quantidades denominadas primárias. As quantidades secundárias são, por exemplo, a aceleração ($a = LT^{-2}$), o Trabalho ($W = FL$), etc. Há ainda as quantidades dimensionais, como o comprimento e a velocidade e as quantidades adimensionais, como o coeficiente de atrito e a razão de *Poisson*.

3.3 Análise Dimensional

A teoria da similitude, sobre a qual o projeto do modelo é baseado, pode ser desenvolvida através de uma análise dimensional, a qual, por sua vez, se fundamenta em dois axiomas:

1. Igualdades numéricas absolutas de quantidades existem somente quando estas quantidades são qualitativamente similares. Isto significa que uma lei geral entre duas quantidades só pode ser estabelecida se estas duas quantidades possuírem as mesmas dimensões;
2. A razão entre a magnitude de duas quantidades é independente das unidades usadas, desde que se tenham unidades compatíveis. Por exemplo: a razão entre a largura e a altura de uma tabela é a mesma, independentemente se ambas foram medidas em milímetros, centímetros ou metros.

As aplicações da Análise Dimensional são relativamente abrangentes e podem se dar nos seguintes âmbitos:

1. *Classificação de equações*: as equações podem ser classificadas em *não-homogêneas* e *homogêneas*. As primeiras são geralmente equações empíricas com pequena faixa de aplicação, enquanto nas equações homogêneas, todos os termos se reduzem à mesma dimensão;
2. *Conversão de equações ou dados* oriundos de um sistema de equações para outro, como na conversão de unidades do Sistema Inglês para o Sistema Internacional de unidades;
3. *Desenvolvimento de equações*: pode-se determinar a forma das equações dimensionais;
4. *Sistematização da coleta de dados* em um experimento e redução do número de variáveis a ser investigado;
5. *Adequação e estabelecimento do princípio de modelagem*, operação e interpretação do fenômeno estudado.

Pormenorizando-se o item três, relativo ao desenvolvimento da forma das equações, deve-se registrar que, em geral, qualquer quantidade pode ser expressa dimensionalmente em termos de quantidades primárias adequadamente escolhidas, resultando na forma da equação dimensional, Eq.(3.1).

Pode-se ainda afirmar, em decorrência dos dois axiomas supracitados, que, geralmente, qualquer grandeza secundária mensurável (α) pode ser expressa dimensionalmente em termos de quantidades primárias (a_i), apropriadamente escolhidas. Estas últimas afetam a magnitude das quantidades secundárias. É possível, portanto, estabelecer-se a relação geral entre α e as quantidades primárias como se segue:

$$\alpha = f(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \quad (3.2)$$

Onde:

- α é o número que denota a magnitude da quantidade secundária;
- $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ são os números denotando as magnitudes das quantidades primárias significativamente envolvidas.

O problema agora passa a ser o estabelecimento da natureza da função.

Segundo Murphy (1950), utilizando-se procedimento análogo ao utilizado anteriormente para outra grandeza β da mesma quantidade secundária, avaliada em termos das mesmas quantidades primárias, é possível demonstrar ainda, que:

$$f(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) = C_\alpha \cdot a_1^{c_1} \cdot a_2^{c_2} \cdot a_3^{c_3} \dots a_n^{c_n} \quad (3.3)$$

Onde:

- C_α é um coeficiente adimensional, que pode ser determinado experimentalmente;
- $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ são os expoentes a serem obtidos, podendo ser determinados experimentalmente e/ou via análise dimensional.

A determinação dos expoentes c_i , utilizando a análise dimensional, pode ser feita desde que o número de quantidades primárias não exceda o número de dimensões envolvidas no problema. Isto porque não haveria equações auxiliares suficientes para avaliar todos os expoentes c_i .

3.4 Obtenção das Equações Preditivas

Dois métodos gerais são utilizados no desenvolvimento de equações preditivas. O primeiro método, o experimental, consiste em se estabelecer, através de observações cuidadosas e de medições, o efeito das variáveis pertinentes sobre a grandeza a ser predita pela equação. O outro método, o analítico, consiste na aplicação das leis naturais que são pertinentes ao problema estudado. Há ainda um terceiro método, o numérico, empregado em situações de alta complexidade em que uma solução analítica fechada é inviável ou mesmo impossível. O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um exemplo de uma técnica de análise numérica que tem por objetivo obter soluções aproximadas de problemas regidos por equações diferenciais. O crescente aumento da capacidade de processamento dos computadores tem possibilitado como alternativa às soluções analíticas, a preservação da complexidade do modelo e a utilização de técnicas aproximadas de resolução, nas quais se insere o MEF.

A análise dimensional nem sempre, por si mesma, é suficiente para a determinação de C_α e, em muitos casos, nem mesmo dos expoentes da Eq.(3.3). Nestes casos, então, necessita-se recorrer aos métodos experimentais para se completar a solução e determinar a equação preditiva.

No âmbito dos procedimentos básicos a serem adotados na determinação das equações preditivas, o primeiro passo é a determinação das variáveis pertinentes – de longe o mais importante de todos os passos – uma vez que a validade dos resultados depende da adequação com que estes fatores são escolhidos. A quantidade secundária, então, é expressa como uma função das quantidades primárias. Nesta etapa, pode-se chegar a

falsas conclusões enquanto muito tempo pode ser concomitantemente consumido. Há ainda dificuldades adicionais quando a quantidade secundária se relaciona com mais de três quantidades primárias. Assim, acumulações aleatórias de dados nunca são recomendadas.

No segundo procedimento, a relação entre as variáveis pode ser obtida pela análise dimensional, levando a uma expressão, do tipo:

$$s = C_{\alpha} \cdot V_0^{c_1} \cdot g^{c_2} \cdot t^{c_3} \quad (3.4)$$

Nesta equação acima, por exemplo, há quatro incógnitas, $C_{\alpha}, c_1, c_2, c_3$. Quatro séries de observações podem ser feitas para se medir tais parâmetros e estas séries de valores substituídas na Eq.(3.4) para a conseqüente eliminação de C_{α} através da divisão das equações entre si. Este procedimento envolve algumas dificuldades, especialmente se C_{α} é função de todas as quantidades primárias. Um aperfeiçoamento deste procedimento consiste na sistematização da obtenção dos dados por meio da manutenção das variáveis primárias constantes, enquanto uma delas é variada para se estudar seu efeito sobre a quantidade secundária. E assim, sucessivamente com as outras variáveis primárias, determinando-se o efeito de cada uma delas sobre a quantidade secundária.

No terceiro procedimento, uma continuação da análise dimensional da Eq.(3.4) para se obter a Eq.(3.5) podem-se eliminar quantidades desconhecidas e reduzir-se o número de experimentos. Como s, v e t , na Eq.(3.5), são quantidades mensuráveis e g é conhecida, somente C_{α} e c_1 permanecem desconhecidas.

$$\frac{s}{vt} = C_{\alpha} \left(\frac{gt}{v} \right)^{c_1} \quad (3.5)$$

Assim, neste caso, duas quantidades desconhecidas são eliminadas e a quantidade de observações necessárias se torna bem menor. Em caso de C_{α} ser constante, somente duas séries de observações serão necessárias. Caso contrário, se C_{α} for dependente das variáveis primárias, uma série de medidas deverá ser coletada. Desta série de observações, pode-se construir um gráfico onde valores de $\left(\frac{s}{v \cdot t} \right)$ podem ser utilizados como ordenadas e

$\frac{gt}{v}$, como abscissas. Deste gráfico é possível se obter C_{α} e c_1 .

O termo C_α pode ser expresso como uma função de grupos de variáveis adimensionais que influenciam o fenômeno em estudo, os quais são conhecidos como *Pi termos* e são usualmente expressos por π_i . Assim, um determinado fenômeno pode ser expresso, em termos gerais, da seguinte maneira:

$$\pi_1 = F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) \quad (3.6)$$

onde s denota o número total de grupos adimensionais – ou *Pi termos* – que afetam o fenômeno. O número de *Pi termos* necessários para se expressar um fenômeno pode ser determinado pelo Teorema dos *Pi termos* de Buckingham, o qual declara que este número – s – é igual ao número de quantidades envolvidas – n – menos o número de dimensões básicas envolvidas – b :

$$s = n - b \quad (3.7)$$

Vale lembrar que as únicas restrições referentes aos *Pi termos* são as de que sejam adimensionais e linearmente independentes. Isto posto, é possível afirmar ainda que um novo *Pi termo* pode ser obtido pela combinação de outros *Pi termos*, através de multiplicações ou divisões mútuas, possibilitando assim maior simplicidade nas observações.

A aplicação do Teorema dos *Pi termos* leva à formulação de um tipo de equação que envolve uma função desconhecida. Antes mesmo da determinação da equação preditiva, a natureza desta função pode ser estabelecida através das observações do comportamento do fenômeno, experimentalmente. A principal vantagem da análise dimensional repousa no fato de que o número de variáveis que devem ser investigadas pode ser reduzido, além da possibilidade de se formular as variáveis adimensionais convenientemente vantajosas, de maneira a facilitar a observação do fenômeno e, por conseguinte, a coleta dos dados.

Presumivelmente, o procedimento mais vantajoso na análise da função está na possibilidade de se estudar o comportamento dos parâmetros de tal sorte que todos os *Pi termos* envolvidos na função, exceto um, sejam mantidos constantes, enquanto se varia aquele em relação ao qual se estabelecerá a relação com π_1 . Recorre-se a este procedimento para cada *Pi termo* da função e a relação resultante entre π_1 e os demais *Pi termos*, individualmente, são combinadas para se obter uma relação geral. Esta combinação nem sempre é simples, mas, sob certas condições, a sua obtenção pode ser razoavelmente

direta. Entretanto, necessita-se investigar as condições necessárias ou suficientes para a sua existência.

Nas seções seguintes, poder-se-á constatar que equações componentes oriundas da avaliação da contribuição específica de cada parâmetro poderão ser combinadas por soma ou produto, com a finalidade de se obter uma equação geral que relaciona todos os parâmetros envolvidos no fenômeno físico em estudo.

3.4.1 Condições para a Função ser um Produto

Para se estabelecer as condições sob as quais duas ou mais equações componentes podem ser combinadas na forma de um produto, a seguir se utilizará de uma situação hipotética onde três Pi termos estão envolvidos num fenômeno em estudo, ou seja:

$$\pi_1 = F(\pi_2, \pi_3) \quad (3.8)$$

Experimentos deverão ser conduzidos, variando-se π_2 e mantendo-se π_3 constante.

Do gráfico de π_1 versus π_2 , obtém-se a relação:

$$(\pi_1)_{\bar{3}} = f_1(\pi_2, \bar{\pi}_3) \quad (3.9)$$

na qual a barra denota os valores constantes estabelecidos para π_3 . De outra série de experimentos, com π_2 constante e π_3 variável, segue-se:

$$(\pi_1)_{\bar{2}} = f_2(\bar{\pi}_2, \pi_3) \quad (3.10)$$

As Equações do tipo (3.9) e (3.10) são denominadas **equações componentes**, as quais, sob certas condições, podem ser multiplicadas entre si, resultando numa equação de predição mais geral:

$$\pi_1 = C.(\pi_1)_{\bar{3}}.(\pi_1)_{\bar{2}} \quad (3.11)$$

Para se estabelecer tais condições, inicialmente determina-se a constante C na Eq.(3.11), assumindo-se que:

$$F(\pi_2, \pi_3) = f_1(\pi_2, \bar{\pi}_3) \cdot f_2(\pi_2, \bar{\pi}_3) \quad (3.12)$$

De acordo com Murphy (1950), pode-se demonstrar, utilizando-se algumas combinações das Eq.(3.8) a Eq.(3.11), que:

$$F(\pi_2, \pi_3) = \frac{F(\pi_2, \bar{\pi}_3) \cdot F(\bar{\pi}_2, \pi_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} \quad (3.13)$$

A Equação (3.13) indica que a constante C , em Eq.(3.11), pode ser calculada por $\frac{1}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)}$ e que as duas equações componentes devem ter a mesma forma.

Um teste de validade destas equações componentes pode ser desenvolvido por meio de uma terceira equação componente obtida de uma terceira série de dados, onde um dos π termos é mantido constante em um valor diferente daqueles da primeira série de dados. Exemplificando: se a Eq. geral (3.13) tiver sido obtida, mantendo-se constante π_2 em um valor $\bar{\pi}_2$, então deve ser válida também se for determinada de uma série de dados na qual $\pi_2 = \bar{\pi}_2$, resultando:

$$F(\pi_2, \pi_3) = \frac{F(\pi_2, \bar{\pi}_3) \cdot F(\bar{\pi}_2, \pi_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} \quad (3.14)$$

Igualando-se as Eq.(3.13) e Eq.(3.14), obtêm-se as seguintes equações que servirão para se testar a validade da Eq.(3.13):

$$\frac{F(\bar{\pi}_2, \pi_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} = \frac{F(\bar{\pi}_2, \pi_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} \quad (3.15)$$

$$\frac{F(\pi_2, \bar{\pi}_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} = \frac{F(\pi_2, \bar{\pi}_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} \quad (3.16)$$

Assim, se uma série de dados suplementares satisfaz uma das Eq.(3.15) ou Eq.(3.16), então a equação geral pode ser obtida pela multiplicação das equações componentes entre si e pela multiplicação da constante C , conforme estabelecido na Eq.(3.13).

3.4.2 Condições para a função ser uma soma

Se se assume que a equação preditiva geral pode ser obtida pela soma das equações componentes, segue-se então que:

$$F(\pi_2, \pi_3) = f(\pi_2) + g(\pi_3) \quad (3.17)$$

Logo, mantendo-se π_2 constante em um valor $\bar{\pi}_2$, analogamente ao caso discutido na seção 3.4.1, tem-se que:

$$F(\bar{\pi}_2, \pi_3) = f(\bar{\pi}_2) + g(\pi_3) \quad (3.18)$$

$$g(\pi_3) = F(\bar{\pi}_2, \pi_3) - f(\bar{\pi}_2) \quad (3.19)$$

e de maneira semelhante:

$$f(\pi_2) = F(\pi_2, \bar{\pi}_3) - g(\bar{\pi}_3) \quad (3.20)$$

Disto resulta o seguinte desenvolvimento:

$$F(\pi_2, \pi_3) = f(\pi_2) + g(\pi_3) = F(\bar{\pi}_2, \pi_3) - f(\bar{\pi}_2) + F(\pi_2, \bar{\pi}_3) - g(\bar{\pi}_3) \quad (3.21)$$

Ao se substituir as Eq.(3.19) e Eq.(3.20) em Eq.(3.18), obtém-se:

$$F(\pi_2, \pi_3) = F(\bar{\pi}_2, \pi_3) + F(\pi_2, \bar{\pi}_3) - [f(\bar{\pi}_2) + g(\bar{\pi}_3)] \quad (3.22)$$

Mas o último termo da equação acima equivale a $F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)$. Disto resulta:

$$F(\pi_2, \pi_3) = F(\bar{\pi}_2, \pi_3) + F(\pi_2, \bar{\pi}_3) - F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3) \quad (3.23)$$

Na Equação (3.23), evidentemente, os sinais de soma e a subtração indicam operações algébricas.

Tendo sido obtida a equação geral resultante da soma das componentes, deve-se estabelecer um teste de validade desta combinação por adição das equações componentes. Contudo, não se deve perder de vista que um grupo de dados suplementar deverá ser

utilizado neste teste. Neste grupo suplementar de dados, um dos Pi termos é mantido constante, mas em um valor diferente daquele da equação componente original. Adotando-se $\pi_2 = \bar{\pi}_2$, neste outro grupo de dados, segue-se que:

$$F(\pi_2, \pi_3) = F(\bar{\pi}_2, \pi_3) + F(\pi_2, \bar{\pi}_3) - F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3) \quad (3.24)$$

Ao se igualar as Eq.(3.23) e Eq.(3.24), obtém-se a seguinte expressão:

$$F(\bar{\pi}_2, \pi_3) - F(\pi_2, \bar{\pi}_3) = F(\bar{\pi}_2, \pi_3) - F(\pi_2, \bar{\pi}_3) \quad (3.25)$$

Alternativamente, poder-se-ia ainda obter outro grupo de dados, com um novo valor para $\pi_3 = \bar{\pi}_3$, investigando-se também a validade da seguinte equação:

$$F(\pi_2, \bar{\pi}_3) - F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3) = F(\pi_2, \bar{\pi}_3) - F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3) \quad (3.26)$$

Em se satisfazendo as Eq.(3.25) e Eq.(3.26), nas condições supra descritas, a equação de predição geral poderá ser constituída pela soma das equações componentes, conforme Eq.(3.23).

Grupos de dados obtidos diretamente de fenômenos físicos, ao serem descritos em um gráfico tridimensional, geralmente resultam em uma superfície curva no espaço. Mas, para o caso em estudo, isto é, $\pi_1 = F(\pi_2, \pi_3)$, quando os logaritmos de π_1 , π_2 e π_3 são plotados, usualmente resultam num plano. Se uma superfície for obtida em um espaço logarítmico, então as equações componentes têm a seguinte forma:

$$(\pi_1)_{\bar{2}} = A. \pi_3^m \quad (3.27)$$

$$(\pi_1)_{\bar{3}} = A. \pi_2^n$$

Se as equações das curvas descritas forem para dois valores de π_2 , isto é, $\pi_2 = \bar{\pi}_2$ e $\pi_2 = \pi_2$, e se forem testadas por multiplicação, substituindo-se em Eq.(3.15), tem-se:

$$\frac{A. \pi_3^m}{A. \pi_3^{\bar{m}}} = \frac{C. \pi_3^m}{C. \pi_3^{\bar{m}}} \quad (3.28)$$

Mas, se o teste for para saber da validade da formação da equação geral por adição das equações componentes, aplicado aos dados com os quais se plota uma linha num espaço logarítmico, este teste, utilizando o logaritmo da Eq.(3.28) acima, resulta em:

$$A.\pi_3^m - A.\bar{\pi}_3^m = C.\pi_3^m - C.\bar{\pi}_3^m \quad (3.29)$$

A Equação (3.29) evidencia que o teste só é satisfeito se $A=C$, o que implica dizer que os Pi termos devem ser independentes. Como consequência disto, se ambos os grupos de dados das equações componentes são plotados como uma reta com inclinação diferente de zero, em uma escala logarítmica, então estas equações componentes não podem ser combinadas por adição. Poderiam, entretanto, ser combinados por multiplicação, no caso em que o gráfico do grupo de dados suplementar é paralelo ao gráfico da componente que a ele corresponde.

3.4.3 Condições Suplementares para mais de três Pi termos

Sem prejuízo ao rigor do Teorema dos Pi termos de Buckingham, é possível aplicá-lo independentemente da quantidade de Pi termos. Se um sistema requer uma equação geral cuja combinação deve ser obtida pela multiplicação das equações componentes de “s” Pi termos, então, segundo Murphy (1950), pode-se demonstrar que:

$$\pi_1 = \frac{F(\pi_2, \bar{\pi}_3, \bar{\pi}_4, \bar{\pi}_5, \dots, \bar{\pi}_s) F(\bar{\pi}_2, \pi_3, \bar{\pi}_4, \bar{\pi}_5, \dots, \bar{\pi}_s) \dots F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3, \bar{\pi}_4, \bar{\pi}_5, \dots, \pi_s)}{[F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3, \bar{\pi}_4, \bar{\pi}_5, \dots, \bar{\pi}_s)]^{s-2}} \quad (3.30)$$

onde, cada valor que se mantém constante em um Pi termo, num determinado grupo de dados, deve ser o mesmo também em todos os outros grupos de dados. Assim, $\bar{\pi}_2$ deve ser o mesmo em cada grupo de dados de cada equação componente, $\bar{\pi}_3$, também, e assim sucessivamente até $\bar{\pi}_s$.

Um teste geral para se separar um Pi termo dos demais e combinar duas equações componentes por multiplicação pode ser desenvolvido utilizando-se a mesma técnica empregada e descrita na seção 3.4.1.

Obviamente que, se cada equação componente passa pelo teste, a equação geral pode ser desenvolvida através de uma série de produtos de equações componentes de uma variável.

Entretanto, se a equação geral para um sistema de s Pi termos é formada pela adição de equações componentes, segundo Murphy (1950), pode-se demonstrar que sua forma é a seguinte:

$$\begin{aligned} \pi_1 = & F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) + F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) + F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) \\ & + \dots F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) - (s-2) \cdot F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) \end{aligned} \quad (3.31)$$

O teste de validade das equações componentes por adição também se desenvolve termo a termo. Sendo possível isolar o termo contendo π_2 , tem-se que:

$$\pi_1 = F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) + F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) - F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) \quad (3.32)$$

De um grupo de dados suplementar, no qual π_3 tem um valor diferente, dever-se-ia obter o mesmo valor para π_1 . Assim,

$$\begin{aligned} & F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) - F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) \\ & = F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) + F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) \end{aligned} \quad (3.33)$$

A Equação (3.33) estabelece o teste para a combinação da equação componente de π_2 , contendo outras variáveis por adição.

É possível que aconteça ainda que algumas equações componentes sejam combinadas por multiplicação, enquanto outras requeiram adição na formação da equação de predição resultante.

Independentemente do fato de a equação de predição resultante geral ser obtida por multiplicação ou por adição, há um termo constante a se levar em conta:

$$F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) \quad (3.34)$$

O valor do termo acima pode ser avaliado de qualquer uma das equações componentes e deveria ser o mesmo. Caso contrário, pode haver erros e as equações devem ser novamente checadas.

CAPÍTULO IV

O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

4.1 Introdução

Imputar ao esforço de uma única pessoa os créditos de uma invenção em qualquer área resulta, na grande maioria das vezes, em uma inverdade ou, no mínimo, numa injustiça. Particularmente, o Método dos Elementos Finitos (MEF) não foge a esta regra. A idéia original foi, sem dúvida, utilizada pelo renomado matemático Courant em 1943 no “Bulletin of the American Mathematical Society” e praticamente ignorada pelos analistas clássicos mais puristas e inclusive pelos técnicos de engenharia, conforme NAFEMS (2003). Até que, no início dos anos 1950, alguns pesquisadores, quase todos da área aeronáutica, começaram a explorar este método que remonta da era inicial da computação digital. Este setor da indústria tinha fortes interesses técnicos em avaliar estruturas de grande complexidade do ponto de vista técnico além de possuir o capital necessário para fazer frente aos custos das pesquisas e da aquisição dos computadores da época. E foi precisamente em função da arquitetura destas máquinas de calcular que descreviam estruturas de complexidade geométrica elevada que se adotou a linguagem matricial como língua franca neste tema. Esta linguagem impactou fortemente a forma com que os problemas estruturais passaram a ser abordados em engenharia desde então.

O conceito básico do MEF é realmente muito simples e pode ser visualizado a partir da descrição de duas etapas completamente distintas. Primeiramente, a estrutura é virtualmente dividida – ou *discretizada* – em elementos muito pequenos, de tal sorte que a *forma* do campo de tensões e deslocamentos possa ser obtida qualitativamente, sem prejuízos ao rigor da análise, deixando a magnitude destas variáveis por ser calculada posteriormente. Estas *formas* podem ser descritas por funções polinomiais, trigonométricas ou aquela que se lhe aprouver.

Em segundo lugar, todos os elementos individualmente constituídos devem ser dispostos de tal forma que haja continuidade de tensões e de deslocamentos ao longo da interface destes elementos, que as cargas aplicadas e as tensões internas de uns estejam em equilíbrio com as dos outros e que as condições de contornos sejam satisfeitas.

A primeira parte do processo do MEF envolve, teoricamente, a escolha dos tipos corretos e mais apropriados de cada elemento com suas respectivas propriedades, embora a maioria dos códigos comerciais em Elementos Finitos (EF) restrinja cada vez mais a participação do usuário nesta fase. A real compreensão desta etapa, no entanto, possibilita um juízo de valor por parte do analista muito importante quando se está modelando o problema.

Na segunda parte é quando se faz a disposição mais adequada dos elementos para então se proceder à solução do problema para a estrutura completa. Se a estrutura estiver inconvenientemente representada segundo a combinação dos elementos proposta nesta etapa, o processo de análise pode-se tornar ineficiente, segundo NAFEMS (2003).

4.1.1 A Notação Matricial

Tendo sido o comportamento da estrutura em estudo descrito por um grande número de deslocamentos discretos, pode-se hipoteticamente imaginar estes pontos como *nós* de uma malha ao longo de uma superfície ou de um volume. O deslocamento individual em um destes pontos, ou seja, no *i-ésimo* nó, poderia ser representado pela notação r_i . Ou ainda, em notação matricial, poder-se-ia expressar todos estes pontos através da expressão $\mathbf{r} = \mathbf{r}[i]$.

Supondo-se, adicionalmente, que há uma série de forças concentradas nos nós da referida estrutura, denotadas por $R_1, R_2, R_3, \dots, R_i, \dots, R_n$, de acordo com NAFEMS (2003), todas atuando no mesmo sentido de deslocamento; que o problema é *linear* – isto é, todos os deslocamentos, tensões e deformações são proporcionais às cargas aplicadas – então, pode-se calcular o trabalho realizado por todas estas forças, em notação matricial, utilizando-se a seguinte relação:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{R}^t \cdot \mathbf{r} \quad (4.1)$$

Adicionalmente, considerando-se que estes coeficientes de proporcionalidade são denotados por F , pode-se sumarizar estas relações em notação matricial da seguinte maneira:

$$\mathbf{r} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{R} \quad (4.2)$$

onde, $\mathbf{F} = F[i, j]$ $i = 1, 2, 3, \dots, n$; $j = 1, 2, 3, \dots, n$, é também conhecida por *Matriz Flexibilidade*.

Finalmente, antecipando-se as formas das equações produzidas pelo método dos deslocamentos de elementos finitos, pode-se derivar um grupo de equações relacionando-se $\mathbf{r}$ com $\mathbf{K}$ na seguinte relação:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{R} \quad (4.3)$$

onde $\mathbf{K}$ é, obviamente, uma medida de *rigidez*, pois um incremento em $\mathbf{K}$, resulta necessariamente em maiores carregamentos requeridos para uma mesma deflexão na estrutura em questão. Por este motivo, esta matriz é conhecida por *Matriz de Rigidez*. Antes, porém, de se encontrar os valores para tensões e deformações internas, há que se resolver equações da forma Eq.(4.3). Motivo pelo qual este é um caminho que pode ser alternativamente mais barato, em termos de um esforço computacional - se for pertinente ao que se quer avaliar, obviamente. Frequentemente, se expressa a solução da Eq.(4.3) da seguinte forma:

$$\mathbf{r} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{R} \quad (4.4)$$

sendo que $\mathbf{K}^{-1}$ é a matriz inversa de $\mathbf{K}$ e é, evidentemente, a mesma matriz $\mathbf{F}$.

Poder-se-ia ainda expressar a Eq.(4.4) em termos da matriz adjunta de $\mathbf{K}$ e do seu determinante, porém esta formulação aqui empregada para a matriz de rigidez, Eq.(4.3), está mais adequada ao MEF.

4.1.2 Fundamentos da Análise Estrutural

Na solução de qualquer tipo de problema estrutural, qualquer que seja o tipo de estrutura ou de carregamento, seja este estático ou dinâmico e para qualquer natureza do material da estrutura em análise, haverá sempre três tipos de argumentos que se podem empregar. Estes três argumentos são muito bem separados e distintos e é muito importante compreender a sua simplicidade, quais sejam:

1. *Equilíbrio*: nestes tipos de abordagens, relacionam-se tensões com os carregamentos sob os quais a estrutura esteja submetida ou – frequentemente, dependendo de haver ou não carregamentos – relacionam-se tensões com outras tensões. Se há excitação dinâmica da estrutura, então se podem inserir forças de inércia nas equações de equilíbrio, como se o problema ainda fosse estático. Se os deslocamentos são pequenos, isto é de ordem inferior com relação aos demais

termos da equação de equilíbrio, então se pode considerar que as equações de equilíbrio são lineares.

2. *Compatibilidade*: nestes tipos de abordagens, relacionam-se deformações com deslocamentos e são argumentos puramente geométricos, os quais dependem do tipo da deformação e da geometria particular da estrutura. Se os deslocamentos são pequenos, então as equações de compatibilidades também são lineares.
3. *Equações constitutivas*: estas relações oriundas da Lei Tensão-deformação são empíricas e dependem de evidências experimentais. Podem-se aqui incluir efeitos térmicos e relações elasto-plásticas para materiais ferrosos com deformações irreversíveis. Para a grande maioria dos materiais em uso, aliás, estas leis também podem ser consideradas lineares, de acordo com **NAFEMS (2003)**.

4.1.3 O Princípio dos Deslocamentos Virtuais e o Método da Energia

Para se ilustrar uma técnica alternativa – ainda que indiretamente uma forma de aplicação dos supracitados argumentos de *equilíbrio* ou *compatibilidade* – utiliza-se o artifício de se transformar uma equação de *equilíbrio* em uma de *trabalho*. Nesta abordagem, a *Lei de Tensão-deformação* é irrelevante, principalmente no caso não-linear. Por isso, não se pode utilizar aqui *Trabalho real* ou *energia de deformação*, já que, estes sim, dependem desta lei (ver Fig. 4.1). Assim, supondo-se que r seja o deslocamento devido à força R que atua sobre o corpo deslocado, utiliza-se o produto $r.R$, como se fosse um

trabalho virtual, ao invés do *Trabalho real*, definido por $W = \int_0^r R dr$.



Figura 4.1 – Trabalho Real e Virtual, graficamente.

Ressalte-se que, no caso linear, evidentemente, $W = \frac{1}{2} R.r$, isto é, a metade do trabalho virtual.

O Princípio dos Deslocamentos Virtuais (PDV), na verdade, simplesmente iguala o *trabalho interno* ao *trabalho externo*, utilizando o produto das forças reais e os deslocamentos virtuais $\bar{r}$. O PDV deve, entretanto, satisfazer ainda à equação de

compatibilidade. Pode-se, todavia, substituir estes deslocamentos por forças e, assim, obter-se o Princípio das Forças Virtuais (PFV). Baseando-se nisto, o Método dos Elementos Finitos pôde ser desenvolvido ainda no início dos anos 1950, quando ainda era conhecido por “*Matrix Force Method*”.

Contudo, a forma mais fácil de solucionar estes problemas estruturais é utilizar o conceito do Princípio dos Trabalhos Virtuais. Este conceito, aliás, é uma ferramenta poderosa para solucionar os problemas que envolvem barras, chapas e cascas ou qualquer tipo de sólido. Além do mais, o “Princípio dos Trabalhos Virtuais” possibilita *aproximações* que são, em última análise, o núcleo do MEF.

Em alguns livros-texto ou manuais de Elementos Finitos, utiliza-se o argumento dos trabalhos virtuais como um equivalente ao Princípio da Energia Potencial Mínima. Esta energia consiste de duas partes: a *interna* (Energia de Deformação - U_i), a qual em uma barra simples obedecendo à Lei de Hooke poderia ser expressa por:

$$U_i = \frac{1}{2} N \Delta = \frac{AE}{2l} \Delta^2 \quad (4.5)$$

onde, Δ é a deformação da barra, N é a força que a solicita, A é a área da seção transversal da barra, l é o seu comprimento e E seu Módulo de Elasticidade (Young).

A *energia potencial externa* (U_e), a qual é usualmente expressa por $U_e = -\sum_i R_i r_i$.

Para o caso de uma força gravitacional, $R = -mg$, que atua no sentido oposto ao deslocamento vertical $r = h$, resulta-se que em $U_e = mgh$.

O Princípio da Energia simplesmente estabelece que $U = U_i + U_e$ é o valor mínimo de energia necessário para um equilíbrio estável. Pode-se ainda demonstrar que ao se resolver as equações diferenciais parciais $\frac{\partial U}{\partial r_i} = 0$, para $i = 1, 2, \dots, n$, obter-se-ão as mesmas equações desenvolvidas utilizando-se o argumento do *equilíbrio*.

4.1.4 A Etapa de Pré-processamento

Para se proceder a uma análise em EF, a estrutura em estudo deve ser, *a priori*, virtualmente descrita na forma de uma malha. A arte de se obter bons resultados em EF repousa na escolha do elemento associado à malha mais adequada. Uma vez que se tenha em mente que este é um método aproximado, há que se ter uma boa idéia da solução que se espera do problema.

Concomitantemente a isto, importa uma boa compreensão das conseqüências das hipóteses inerentes ao tipo de elemento escolhido, pois isto permite que se minimizem os efeitos indesejáveis da aproximação, via ajuste do modelo projetado à situação real. Quando se especificam estes elementos, quatro grupos de informações se especificam:

- Coordenadas nodais;
- Topologia nodal – interconexão entre elementos;
- Propriedades geométricas dos elementos – elementos de barra, lâmina, etc.
- Propriedades de materiais – como módulo de Young, razão de Poisson, densidade, coeficiente de expansão térmica, etc.

Esta compreensão geralmente requer certa experiência oriunda do trato com este tipo de problema de tal sorte que se alcance um bom compromisso entre uma solução próxima à real e um custo computacional razoavelmente aceitável.

Antes, porém da especificação da malha, o problema em análise deve ser identificado através de quatro blocos de informação:

- Geometria;
- Condições de contorno;
- Carregamentos;
- Resultados requeridos.

Os tipos de carregamentos e as condições de contorno podem afetar a escolha do tipo de elemento ou as posições nodais, ainda que não sejam especialmente críticos para a definição da malha mais adequada. Na Fig. 4.2 se mostra uma malha de 427.600 elementos finitos triangulares de três nós utilizada para a simulação de uma estampagem em uma lateral de um carro. A malha está representada sobre a superfície da peça no final do processo de estampagem.

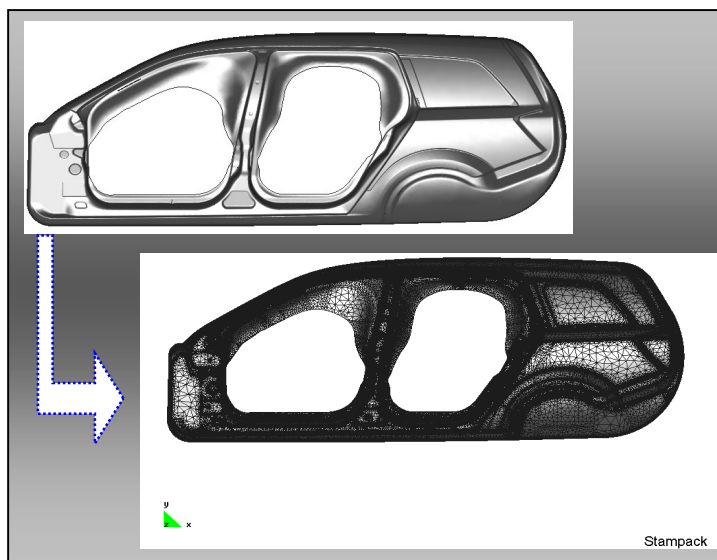


Figura 4.2 – Malha de elementos finitos sobre uma peça deformada (Cortesia STAMPACK).

Os resultados requeridos são a razão pela qual se está procedendo a uma análise em EF. E, por este motivo, é importante se ter claramente definido o que se busca antes de se proceder qualquer cálculo. Estes resultados requeridos sempre afetam a escolha da malha, do tipo de elemento e sempre afetarão o custo computacional da análise.

4.1.5 A Etapa de Processamento

Uma vez determinada a malha mais adequada à estrutura em questão, então o cálculo propriamente dito pode ser feito. Para um usuário de um código em EF, neste estágio não há muito que se fornecer ao *software*.

O MEF possui uma natureza modular a qual permite que se façam checagens enquanto os cálculos vão se desenvolvendo. A maioria dos códigos comerciais explora esta natureza modular de sorte que cada um pode ser escrito e testado quase como se fora uma entidade independente com uma interação mínima entre si. Assim, o mesmo módulo pode ser utilizado repetidas vezes em aplicações distintas e em códigos desenvolvidos para problemas específicos também distintos. Em uma maneira geral, estes módulos podem ser delineados em uma série de passos subseqüentes, quais sejam: especificação de malhado, formulação dos elementos, escolha dos elementos, escalonamento matricial, especificação dos carregamentos, solução por deslocamentos, obtenção de tensões e deformações a partir dos deslocamentos e disponibilização das tensões.

Esta natureza modular também permite que uma análise seja interrompida e reiniciada em vários estágios diferentes, usualmente entre os módulos. Há três fases para que se façam estas checagens em uma análise em EF:

1. Antes da análise e durante a geração da malha;
2. Checagens durante a análise poderão diagnosticar dois tipos de erros: *fatal*, nos quais a execução do programa é terminada sumariamente ou *avisos* que indicam inconsistências nos cálculos;
3. Pós-análise, que são feitas depois de concluída a análise: são geralmente cálculos manuais ou outros cálculos mais elementares que objetivam comprovar se a magnitude dos resultados está correta.

O principal objetivo da análise é verificar se a estrutura em estudo pode ou não fazer seu trabalho. E isto geralmente significa que limites de tensões ou deformações devem ser satisfeitos. Nem sempre isto está diretamente disponível na lista de resultados disponibilizados pelo código. Neste caso é conveniente que o usuário tenha um pós-processo que o permita realizar tais checagens dos resultados para a estrutura em estudo.

4.1.6 A Etapa de Pós-processamento

Infelizmente, com a natureza de aproximação que tem o MEF, há uma chance razoável de que a malha projetada para a análise em questão não dê resultados suficientemente acurados, mesmo depois de exaustivas checagens e ajustes. É uma prática prudente, neste caso, considerar que um grupo de resultados está equivocado até que tenham sido realmente comprovados, ou validados, analítica ou experimentalmente. Na prática despende-se mais tempo na checagem dos resultados e no processamento da análise do que na etapa prévia de geração da malha.

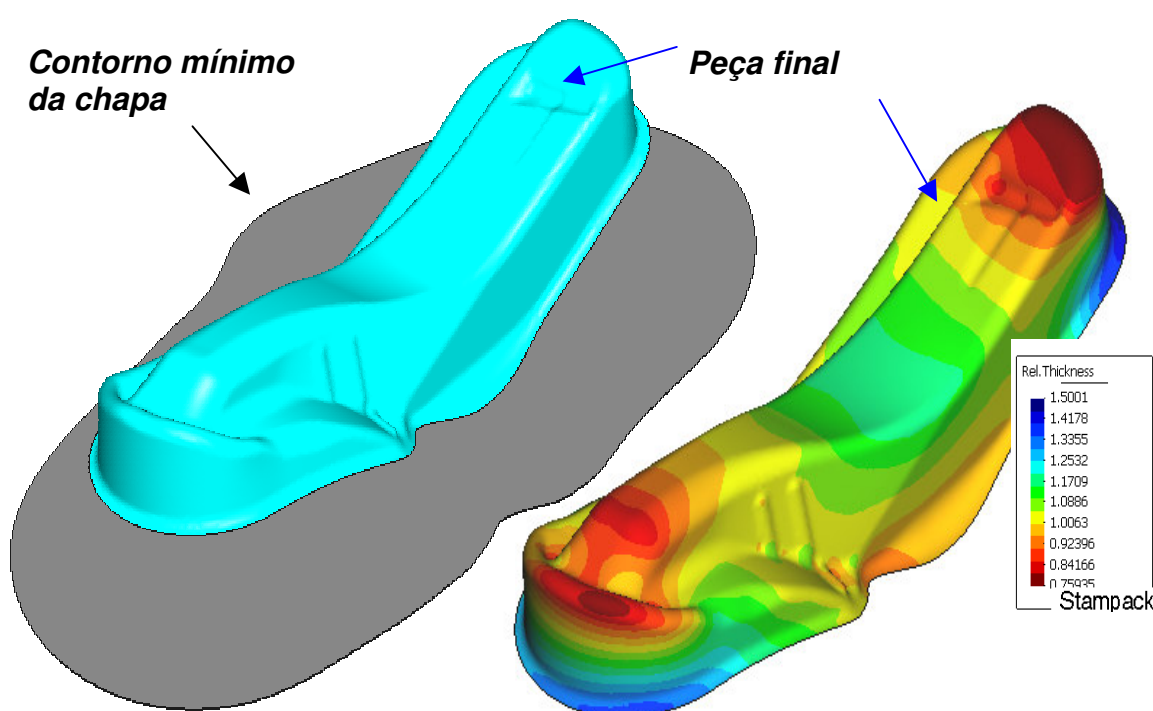


Figura 4.3 – Resultados para a espessura final da peça relativa à peça inicial - cortesia STAMPACK®

Um resultado básico obtido do MEF é a deflexão da estrutura nos pontos nodais. Outros tipos de resultados podem ainda ser obtidos (ver Fig. 4.3). As deflexões são diferenciadas para se obter as deformações e a partir disto é possível se obter o campo de tensões. Pode-se ainda utilizar a rigidez estrutural em conjunção com os deslocamentos para se obter as forças de reação nos pontos de apoio estruturais. Pode-se alternativamente ainda lançar-se mão da rigidez elementar para se obter as forças internas elementares.

Há várias maneiras de se apresentar estes resultados e cabe ao analista fazer uma adequação de uma delas ou uma combinação destas para que se possa checar a validade da análise, consistentemente.

4.2 As soluções Explícita e Implícita

O momento de se escolher a ferramenta para a simulação numérica mais adequada é de importância ímpar, assim como a capacidade de compreensão da natureza do problema a ser simulado pelo método escolhido. Há que se conhecer, além disto, as limitações das ferramentas de simulação que se vão empregar, já que a mesma equação dinâmica que governa o processo se resolve de duas maneiras distintas, numericamente: implícita e explicitamente. Dentro de um contexto de custo computacional e cargas dinâmicas, a solução implícita, em geral, costuma ser mais rápida. Mas, a solução explícita costuma estar mais próxima da solução real, no que tange a visualização de defeitos na conformação de chapas, como rugas e trincas na peça estampada, por exemplo. Uma solução implícita melhorada neste sentido poderia ser desenvolvida, em que pese ter seu custo computacional, neste caso, aproximando-se daquele da solução explícita. Os requisitos de memória também são distintos: a solução explícita requer relativamente menos memória durante cada passo de cálculo (NAFEMS, 1992).

Ainda não existe uma solução que se poderia chamar onipotente, pois, dependendo dos dados que se introduzem, a solução via simulação pode-se distanciar muito da realidade. Neste ponto também há que se ressaltar a importância da caracterização do material que, com as informações experimentais disponíveis, não são, geralmente, suficientes para se alcançar uma solução numérica próxima do desejável.

Uma vez completada a discretização espacial da estrutura a ser estudada, uma equação para esta forma discretizada pode ser representada como se segue:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{p}(\mathbf{d}, \dot{\mathbf{d}}) = \mathbf{f}(\mathbf{d}, t) \quad (4.6)$$

onde $\mathbf{M}$ é uma matriz massa da estrutura, $\mathbf{d}$, $\dot{\mathbf{d}}$ e $\ddot{\mathbf{d}}$ são os vetores deslocamentos, velocidades e aceleração, $\mathbf{p}(\mathbf{d}, \dot{\mathbf{d}})$ são as forças internas e $\mathbf{f}(\mathbf{d}, t)$, as externas.

4.2.1 A solução explícita

A integração explícita da Eq.(4.6) no domínio do tempo envolve uma discretização automática. Os métodos explícitos são *condicionalmente* estáveis. Isto significa que os cálculos são instáveis quando o intervalo de tempo não é suficientemente pequeno.

Entretanto, a estabilidade da integração pode ser garantida através da condição de que o incremento de tempo não exceda um determinado valor crítico, valor este que pode ser estimado. Esta estimativa passa por uma avaliação das propriedades elásticas do

material, tais como densidade e o tamanho mínimo do elemento da malha. Tais considerações de estabilidade levam a um passo de tempo de integração no domínio do tempo limitado pela expressão que calcula o tempo crítico a cada iteração e o atualiza automaticamente, segundo a equação:

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr} = \frac{2}{\omega_{\max}} \quad (4.7)$$

onde $\omega_{\max}$ é a frequência angular máxima do sistema e Δt_{cr} é o tempo crítico. Esta equação é obtida com amortecimento zero – já que o amortecimento aumenta o tempo crítico. Usualmente, utiliza-se uma margem de incerteza para o tempo crítico de 25%, de acordo com STAMPACK Theory Manual (2001), um programa de simulação em EF que possui solução explícita.

A integração explícita no domínio do tempo é feita lançando-se mão do algoritmo das diferenças finitas. Desta maneira, a Eq.(4.6) determina a configuração da estrutura no instante $t_{n+1} = t_n + \Delta t_{n+1}$, a partir de uma configuração conhecida no instante n . Δt_n é o intervalo de tempo empregado na integração das equações de movimento e n é o número de passos utilizados nesta integração.

Ilustrando-se o caso da integração das equações de translação de um determinado ponto nodal, o seguinte algoritmo pode ser utilizado:

Passo um:

$$\ddot{d}_n = \frac{1}{M} (f(d, t)_n - p(d, \dot{d})_n - C \dot{r}_n) \quad (4.8)$$

Passo dois:

$$\dot{d}_{n+\frac{1}{2}} = \dot{d}_{n-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \ddot{d}_n (\Delta t_{n-1} + \Delta t_n) \quad (4.9)$$

Passo três:

$$d_{n+1} = d_n + \dot{d}_{n+\frac{1}{2}} \cdot \Delta t_n \quad (4.10)$$

sendo que $\dot{\mathbf{d}}$ é o vetor das velocidades de translação nodais, $\ddot{\mathbf{d}}$ é o vetor das acelerações de translação nodais e $\mathbf{M}$ é a massa associada a cada ponto. O termo $\mathbf{C}\dot{\mathbf{r}}$ representa a componente de amortecimento. A configuração angular é obtida seguindo o mesmo algoritmo, porém aplicado às equações de movimento angular. Embora a influência dos termos inerciais neste tipo de processo seja relativamente pequena, o método explícito requer sua utilização.

4.2.2 A solução implícita

O método implícito requer um escalonamento de matriz. Entretanto, é possível selecionar-se um algoritmo implícito incondicionalmente estável no qual o tamanho do passo de tempo de integração na equação de movimento é governado somente por considerações de precisão dos cálculos. Isto possibilita ajustar o esforço computacional para este método à acurácia de resultados desejada.

A equação de movimento semi-discretizada pode ser descrita na forma residual geral como:

$$\mathbf{r}(\mathbf{d}) = \mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{d}}(t) + \mathbf{p}(\mathbf{d}, \dot{\mathbf{d}}) - \mathbf{f}(\mathbf{d}, t) = \mathbf{0} \quad (4.11)$$

onde $\mathbf{r}$ é o vetor força residual n-dimensional e $\mathbf{p}(\mathbf{d}, \dot{\mathbf{d}})$ são as forças de resistências internas que podem ser dependentes dos deslocamentos e velocidades.

Quando não-linearidades estão presentes utilizam-se os métodos numéricos de Newton-Raphson ou a solução de Newton modificada – ver Geradin (1983) – para resolver a equação de movimento semi-discretizada, descrita da seguinte forma:

$$\mathbf{r}(\mathbf{d}_{n+1}) = \mathbf{0} \quad (4.12)$$

No método de Newton–Raphson a linearização da expansão da série de Taylor do vetor força residual é assumido estar na vizinhança da solução prévia $\mathbf{d}_{n+1}^i$, onde i é o número da iteração. Assim, de acordo com NAFEMS (1992), as forças residuais em $\mathbf{d}_{n+1}^{i+1}$ podem ser aproximadas por:

$$\mathbf{r}(\mathbf{d}_{n+1}^{i+1}) = \mathbf{r}(\mathbf{d}_{n+1}^i) + \hat{\mathbf{K}}(\mathbf{d}_{n+1}^i) \Delta \mathbf{d}_{n+1}^i = \mathbf{0} \quad (4.13)$$

sendo que

$$\Delta \mathbf{d}_{n+1}^i = [\hat{\mathbf{K}}(\mathbf{d}_{n+1}^i)]^{-1} \mathbf{r}(\mathbf{d}_{n+1}^i) \quad (4.14)$$

onde a matriz de rigidez efetiva é:

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_T(\mathbf{d}_{n+1}^i) + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{C}_T(\mathbf{d}_{n+1}^i) + \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M} \quad (4.15)$$

sendo que:

β e γ são parâmetros livres que controlam a precisão do método e $\mathbf{K}_T = \partial \mathbf{p} / \partial \mathbf{d}$ e $\mathbf{C}_T = \partial \mathbf{p} / \partial \dot{\mathbf{d}}$. O bem conhecido método de Newmark também inclui:

1. Aceleração média, $\beta = 1/4$, $\gamma = 1/2$ com estabilidade condicional;
2. Aceleração linear, $\beta = 1/6$, $\gamma = 1/2$ com estabilidade condicional;
3. Fox-Goodwin, $\beta = 1/12$, $\gamma = 1/2$ com estabilidade condicional.

A nova solução pode ser então escrita como se segue:

$$\mathbf{d}_{n+1}^{i+1} = \mathbf{d}_{n+1}^i + \Delta \mathbf{d}_{n+1}^i \quad (4.16)$$

Este processo se repete até que uma norma apropriada do vetor de forças residuais satisfaça a um critério de convergência tal como:

$$\|\mathbf{r}(\mathbf{d}_{n+1}^{i+1})\| \leq \varepsilon \quad (4.17)$$

Note-se que $\|\mathbf{r}\| = \left(\sum_j \mathbf{r}_j^2 \right)^{\frac{1}{2}}$. O processo iterativo em geral se inicia com a seguinte condição inicial:

$$\mathbf{d}_{n+1}^0 = \mathbf{d}_n \quad (4.18)$$

onde $\mathbf{d}_n$ é a solução após convergência referente ao passo de iteração anterior.

Neste trabalho, entretanto, as simulações serão feitas com um programa que possui solução explícita para a equação diferencial que governa o problema em estudo.

4.3 As abordagens 2D e 3D

Nos modelos em EF, em um processo de estampagem, por exemplo, as superfícies não deformáveis da matriz e do punção podem ser aproximadas por segmentos retos em modelos 2D ou por faces triangulares ou quadrilaterais nos modelos 3D. Algoritmos específicos reproduzem o contato entre o punção e a chapa e entre esta e a matriz.

Na interação entre a matriz e o punção suas deformações são negligenciadas, já que são muito pequenas quando comparadas às deformações que ocorrem na chapa. Assim, no modelo discreto, seja bi ou tridimensional, a matriz está completamente fixa ao se restringir os movimentos de seus nós e o movimento do punção é governado segundo uma curva de velocidade.

A abordagem bi ou tridimensional do MEF se faz de acordo com a necessidade de se resolver 2 ou 3 graus de liberdade de translação por cada nó – em consonância com a dimensionalidade do problema ou pela simetria de cada análise.

No caso do método implícito, resolve-se o problema reiteradamente como um problema de equilíbrio estático. Por isso sua utilização necessita restringir certo número de graus de liberdade até se obter no mínimo um sistema isostático, onde se impeça o movimento de sólido rígido como um todo. Na prática, o que ocorre na verdade em um problema 3D, para se evitar o deslocamento de corpo rígido, é que se restringe o movimento de 3 nós não alinhados ou de 2 nós, no caso de um problema 2D.

O método explícito, no entanto, resolve um problema de equilíbrio dinâmico, em ausência de gravidade, o que torna desnecessária a aplicação de restrições sobre os graus de liberdade.

4.3.1 2D ou 3D no código STAMPACK

O programa de simulação em EF STAMPACK® possibilita a execução de ambas as análises: bi ou tridimensional para grandes deformações em problemas que envolvem contato, com ou sem atrito, entre os corpos. Pode-se considerar contato entre corpos deformáveis bem como entre corpos rígidos e deformáveis.

Para a simulação de conformação de chapas metálicas finas pelo MEF, muitos pesquisadores desenvolveram estudos para se investigar a adequação dos modelos de membrana que negligenciam o comportamento de flexão e de cortante na deformação da chapa estampada.

Modelos baseados em lâminas que incluem os efeitos de membrana e flexão para geometrias de revolução foram desenvolvidos por Oñate e Zienkiewicz (1983), entre outros.

Oñate et al.(1990), compararam ainda o uso de elementos de casca e de membrana para problemas de embutimento e de conformação superplástica de chapas metálicas delgadas em 2D e apresentaram uma formulação mista seletiva de cascas. Este modelo utiliza elementos de membrana e de cascas de forma combinada, selecionando automaticamente as zonas adequadas ao uso de cada um, visando a economia de tempo de processamento em CPU.

4.3.1.1 Formulação do Elemento BST utilizado no STAMPACK

Como se sabe, o tempo de processamento em CPU é fator limitante dos códigos explícitos. Objetivando-se alcançar vantagens de caráter numérico, um novo elemento denominado Triângulo Básico de Lâmina (BST) foi desenvolvido a partir da combinação dos elementos BPT (Triângulo Básico de Placa) e do CST (Triângulo de Deformação Constante) – ver as referências seguintes para maiores detalhes da formulação de cada elemento, respectivamente: Oñate (1997), Oñate e Zienkiewicz (1983). Esta nova formulação do elemento BST facilita a programação computacional, pois somente as massas de translação associadas a cada nó são consideradas na matriz de massa concentrada.

Entretanto, a principal característica desta nova formulação de lâmina delgada (casca) é que possibilita representar os efeitos acoplados de membrana e de flexão de placas considerando somente três graus de liberdade de translação por cada nó.

Para esta nova formulação de lâmina delgada, o vetor de deformações locais totais se expressa da seguinte maneira:

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x'} \\ \varepsilon_{y'} \\ \gamma_{x'y'} \end{Bmatrix} = \mathbf{B}' \mathbf{a}' \quad (4.19)$$

, onde $\mathbf{B}'$ é a matriz de flexão; o vetor de incógnitas nodais $\mathbf{a}'$ só contém graus de liberdade de translações associados à parcela de elementos, conforme Fig. 4.4.

A relação entre as variáveis de deslocamentos locais e globais é dada por:

$$\mathbf{a}' = \mathbf{T} \mathbf{a} \quad (4.20)$$

onde $\mathbf{T}$ corresponde à matriz de transformação de (18 x 18), conforme Oñate (1997).

Para se definir as funções de forma deste elemento quadrilateral, inicialmente, considere-se um elemento de placa retangular $ijkl$ coincidente com o plano xy , conforme representado na Fig. 4.6, de acordo com Zienkiewicz (2004):

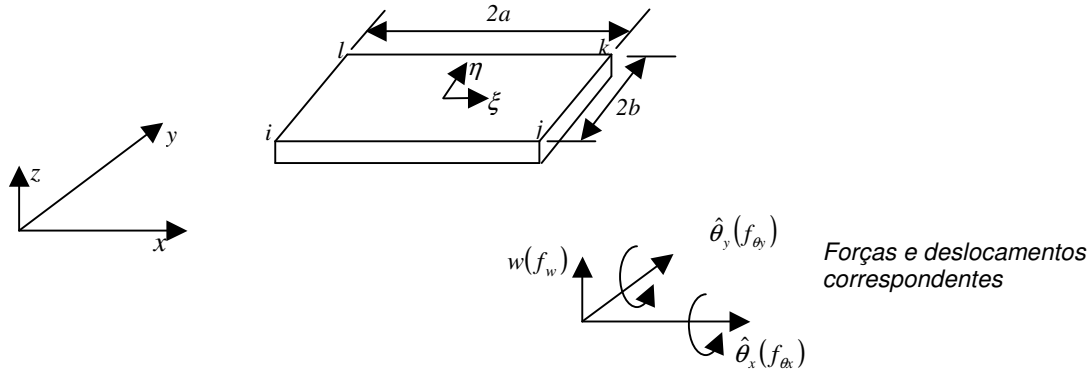


Figura 4.6 – Elemento quadrilateral de chapa.

Em cada nó n , se introduzem os movimentos a_n compostos por três componentes: um deslocamento na direção z , w_n ; uma rotação em torno do eixo x , $(\hat{\theta}_x)_n$ e uma rotação em torno do eixo y , $(\hat{\theta}_y)_n$.

Os vetores de movimentos nodais se definem como a_i . Os movimentos do elemento são dados por um vetor que possui doze componentes:

$$a^e = \begin{Bmatrix} a_i \\ a_j \\ a_k \\ a_l \end{Bmatrix}, \quad a_i = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} \quad (4.22)$$

É conveniente usar uma expressão polinomial para definir as funções de forma dos doze parâmetros. Escrevendo-se o polinômio na forma da Eq.(4.23), é possível conseguir algumas vantagens. Particularmente, ao longo de qualquer reta com x constante ou com y constante, o deslocamento w irá variar segundo uma expressão do terceiro grau. Os contornos do elemento ou os limites de separação se compõem de retas como as mencionadas e, já que um polinômio de terceiro grau fica definido univocamente mediante quatro constantes, os dois valores das rotações definirão de maneira única os movimentos ao longo dos referidos contornos. Isto garantirá a continuidade de w ao longo do limite de separação entre elementos adjacentes.

$$w = \alpha_i + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3 \equiv P\alpha \quad (4.23)$$

Pode-se escrever na forma matricial, agrupando-se as doze equações que relacionam w e suas derivadas nos nós, da seguinte maneira:

$$a^e = C \cdot \alpha \quad (4.24)$$

onde C é uma matriz 12×12 , função das coordenadas nodais e α é um vetor formado pelas doze constantes incógnitas. Explicitando-se α , tem-se que:

$$\alpha = C^{-1} \cdot a^e \quad (4.25)$$

Esta inversão pode ser feita algebricamente, se se deseja uma expressão explícita para as rigidezes, etc., como efetuado por Zienkiewicz e Cheung (1964). Pode-se agora escrever a expressão para o interior de um elemento, de forma geral, como se segue:

$$u \equiv w = N \cdot a^e = P \cdot C^{-1} \cdot a^e \quad (4.26)$$

onde:

$$P = (1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2 y, xy^2, y^3, x^3 y, xy^3) \quad (4.27)$$

Melosh (1963) deduziu uma fórmula explícita para as funções de forma N , as quais podem ser escritas em função das coordenadas normalizadas, isto é:

$$N_i^T = \frac{1}{8}(1 + \xi_0)(1 + \eta_0) \begin{Bmatrix} 2 + \xi_0 + \eta_0 - \xi^2 - \eta^2 \\ b\eta_i(1 - \eta^2) \\ -a\xi_i(1 - \xi^2) \end{Bmatrix} \quad (4.28)$$

Onde as coordenadas normalizadas valem:

$$\begin{aligned}\xi &= \frac{(x - x_c)}{a}, \xi_0 = \xi \xi_i \\ \eta &= \frac{(y - y_c)}{b}, \eta_0 = \eta \eta_i\end{aligned}\quad (4.29)$$

Esta forma evita a inversão explícita de $\mathbf{C}$. No entanto, é preferível o uso direto dos polinômios para a dedução das matrizes de rigidez.

A matriz de rigidez que relaciona as forças nodais dadas por uma força lateral e dois momentos em cada nó, com os deslocamentos nodais correspondentes, é:

$$\mathbf{K}^e = \int_{\Omega^e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dx dy \quad (4.30)$$

Retirando-se para fora da integral os termos independentes de x e y , lembrando que $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{C}^{-1}$, a Eq.(4.30) se transforma em:

$$\mathbf{K}^e = \mathbf{C}^{-T} \left(\int_{-b}^b \int_{-a}^a \mathbf{Q}^T \mathbf{D} \mathbf{Q} dx dy \right) \mathbf{C}^{-1} \quad (4.31)$$

O integrando se pode multiplicar e integrar com facilidade, no caso em que $\mathbf{D}$ é constante. As contribuições das forças externas para cada nó, de acordo com Zienkiewicz (2004), podem ser assim avaliadas:

$$\mathbf{f}_i = -\mathbf{C}^{-T} \int_{-b}^b \int_{-a}^a \mathbf{P}^T \mathbf{q} dx dy \quad (4.32)$$

onde o vetor $\mathbf{q}$ de forças nodais é dado pelas seguintes expressões:

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{12} qab \begin{Bmatrix} 3 \\ b \\ -a \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{12} qab \begin{Bmatrix} 3 \\ -b \\ -a \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{f}_3 = \frac{1}{12} qab \begin{Bmatrix} 3 \\ b \\ a \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{12} qab \begin{Bmatrix} 3 \\ -b \\ a \end{Bmatrix} \quad (4.33)$$

Pode-se encontrar de maneira similar o vetor de forças nodais devido a deformações iniciais e a tensões iniciais. Normalmente, ainda são introduzidas deformações diretas no

plano da placa e, neste caso, o problema completo somente poderá ser resolvido considerando-se estado plano de tensão (EPT), segundo Zienkiewicz (2004).

4.3.2 Análise do Problema de Contato

Há na literatura atual e nos programas comerciais de EF dois métodos estabelecidos de considerar o contato de dois sólidos: o método dos multiplicadores de Lagrange e o método de penalização. Seja do ponto de vista numérico ou de implementação computacional, ambos têm vantagens e inconvenientes.

No método dos multiplicadores de Lagrange – ver Bathe (1985), Cook (1974) e Taylor et al. (1985) – obriga-se que as restrições de contacto se verifiquem de forma exata através do uso dos multiplicadores de Lagrange. Alguns dos principais inconvenientes deste método são: o aumento do número de incógnitas na diagonal principal da matriz de rigidez associada com os multiplicadores de Lagrange, em função dos contatos que se produzam e dos contatos que se liberem (os multiplicadores de Lagrange representando as forças de contato). Isto poderia levar a dificuldades em um método de solução direta. Entretanto, pode-se evitar isto, utilizando-se de partições que façam um uso da estrutura especial do sistema global de equações. Contudo, a introdução de novas variáveis é um problema que não se deve perder de vista.

No método de penalização, obriga-se que as restrições de contato se verifiquem mediante uma aproximação, lançando-se mão, para este objetivo, de um fator de penalização. Neste método, porém, se conduz a um mau condicionamento da matriz de rigidez tangente devido a um crescimento ilimitado do número de condições, à medida que cresce o fator de penalização. Alternativamente, um fator de penalização muito pequeno pode levar a penetrações inaceitáveis de um sólido em outro. Desta maneira, o problema prático reside na escolha de um valor ótimo do fator de penalização, o qual, em geral, depende da precisão do computador, do número total de incógnitas do sistema de equações e da menor rigidez dos dois elementos envolvidos no contato. Por outro lado, este método não conduz a um aumento do número de incógnitas.

Ambos os métodos, no entanto, podem ser apresentados em uma formulação unificada e ao mesmo tempo elegante por meio de um funcional Lagrangiano perturbado, de acordo com Taylor et al.(1985). O método dos multiplicadores de Lagrange poderia, assim, ser obtido a partir da formulação unificada fazendo tender ao infinito o parâmetro de perturbação. Alternativamente, se poderia considerar um parâmetro de perturbação finito e, através de uma condensação estática dos multiplicadores de Lagrange, obterem-se as expressões correspondentes ao método de penalização.

Pode-se estabelecer a formulação do problema de contato como a minimização de um funcional Lagrangiano perturbado incremental (no total) definido como a soma do potencial incremental (no total) clássico correspondente a um problema de contato e do potencial incremental devido às forças de contato. De uma forma geral se pode escrever para o problema discreto a seguinte expressão, de acordo com Oñate (1997):

$$\pi_{\epsilon}(\Delta u, \lambda) = \bar{\pi}(\Delta u) + \lambda \cdot r - \frac{1}{2\epsilon} \lambda \cdot \lambda \quad (4.34)$$

onde $\pi_{\epsilon}(\Delta u, \lambda)$ é o funcional Lagrangiano perturbado incremental, $\bar{\pi}(\Delta u)$ é o potencial incremental usual de um problema sem contato, Δu é o vetor de incrementos dos deslocamentos, λ é o vetor das forças de contato (multiplicadores de Lagrange), r é o vetor das restrições a serem impostas em cada nó em contato e ϵ é o parâmetro de perturbação. Ainda de acordo com a mesma referencia bibliográfica, para cada nó em contato, a equação de restrição pode ser escrita como:

$$r = b \cdot \Delta u - \gamma \geq 0 \quad (4.35)$$

onde b depende do tipo de modelo de contato considerado – de Coulomb, no caso deste estudo.

As forças de contato deverão satisfazer a seguinte condição:

$$\lambda \leq 0 \quad (4.36)$$

As Equações (4.35) e (4.36) podem ser combinadas na forma da condição de Kuhn-Tucker para se obter a seguinte expressão:

$$\lambda(b \cdot \Delta u - \gamma) = 0 \quad (4.37)$$

Pode-se demonstrar, segundo Oñate (1997), que a equação de restrição correspondente ao caso de deslizamento livre (“slip”) pode ser obtida projetando-se segundo a normal (n), a equação de restrição para o caso de deslizamento impedido (“stick”). Analogamente, o operador b correspondente ao caso de deslizamento “slip” também pode ser obtido projetando-se segundo a normal (n) o operador b correspondente ao caso de deslizamento “stick”.

Exemplificando-se o caso de um problema de contato 2D, onde os sólidos estão discretizados com elementos planos: neste caso, a equação de restrição para um nó s associado à superfície que está em contato com um segmento $m_1 - m_2$, pertencente à superfície principal – ver Fig. 4.7 – pode-se expressar para o caso do deslizamento livre, na forma de Kuhn-Tucker, da seguinte maneira:

$$\mathbf{n} \cdot (\Delta \mathbf{u}_s - \Delta \mathbf{u}_m) - \gamma \geq 0 \quad (4.38)$$

$$\lambda \leq 0 \quad (4.39)$$

$$\lambda [\mathbf{n} \cdot (\Delta \mathbf{u}_s - \Delta \mathbf{u}_m) - \gamma] = 0 \quad (4.40)$$

onde $\mathbf{n}$ é a normal ao segmento, γ é a penetração segundo a normal definida por:

$$\gamma = -(\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_{m1}) \cdot \mathbf{n} \quad (4.41)$$

e $\Delta \mathbf{u}_s$ e $\Delta \mathbf{u}_m$ são os incrementos de deslocamentos dos pontos s e m , respectivamente, sendo o ponto do segmento da superfície principal que se obtém como projeção de s , segundo a normal $\mathbf{n}$.

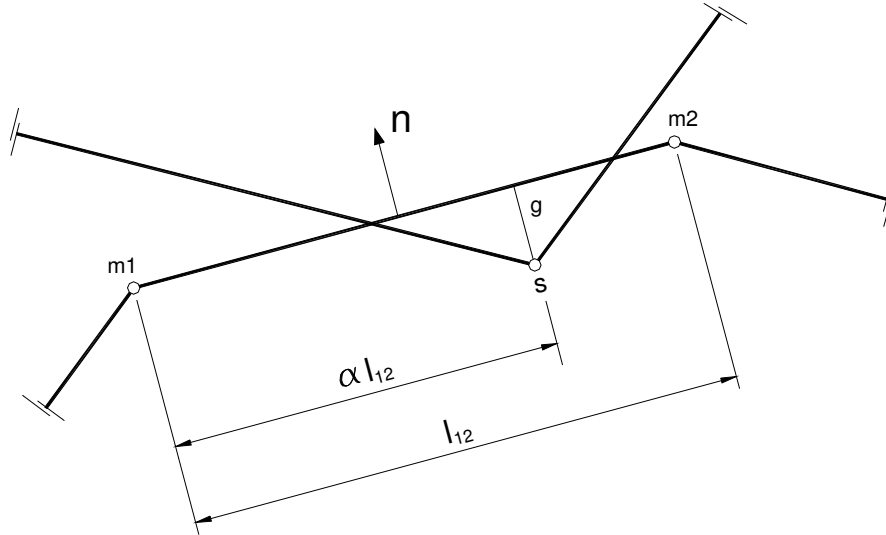


Figura 4.7 – Cinemática do contato – nó s sobre o segmento $m_1 - m_2$.

Impondo-se a estacionaridade do funcional Lagrangiano perturbado incremental na Eq.(4.34), obtêm-se as seguintes equações variacionais:

$$D\pi_{\epsilon} . \eta = D\bar{\pi} . \eta + \lambda . (Dr . \eta) = 0 \quad (4.42)$$

$$D\pi_{\epsilon} . \delta\lambda = \left(r - \frac{1}{\epsilon} \lambda \right) . \delta\lambda = 0 \quad (4.43)$$

A derivada direcional do vetor de restrições r na direção η , onde η é uma direção virtual definida no campo de deslocamentos incrementais, considerando-se uma cinemática linear, é:

$$Dr . \eta = \frac{d}{d\alpha} [r(\Delta u + \alpha \eta)]_{\alpha=0} = B . \eta \quad (4.44)$$

Substituindo-se a Eq.(4.44) na Eq.(4.42), obtém-se o seguinte sistema de Equações, de acordo com Oñate (1997):

$$D\pi_{\epsilon} . \eta = (D\bar{\pi} + \lambda . B) . \eta = 0 \quad (4.45)$$

$$D\pi_{\epsilon} . \delta\lambda = \left(r - \frac{1}{\epsilon} \lambda \right) . \delta\lambda = 0 \quad (4.46)$$

Vale observar que quando o parâmetro de perturbação ϵ tende a infinito, a Eq.(4.46) se reduz a $r . \delta\lambda = 0$, para a qual a restrição se cumpre exatamente, recuperando-se o método dos multiplicadores de Lagrange. Neste caso, o funcional Lagrangiano é $\pi(\Delta u, \lambda) = \bar{\pi}(\Delta u) + \lambda . r$.

Ressalte-se, entretanto, que quando o parâmetro de perturbação é finito, a Eq.(4.46) pode resolver-se em λ e, substituindo $\lambda = \epsilon . r$ na Eq.(4.45), recupera-se o método de penalização. Substituindo-se a expressão de λ no funcional Lagrangiano perturbado, obtém-se, neste caso, o funcional correspondente a um método de penalização, isto é, $\pi_{\epsilon}(u) = \bar{\pi}(u) + \frac{1}{2} \epsilon r . r$.

4.3.2.1 O Algoritmo de Contato no STAMPACK

No algoritmo 2D, as interfaces das superfícies de contato estão discretizadas com dois nós através de segmentos retos ($m_1 - m_2$) sobre as mesmas, conforme Fig. 4.7. Já no algoritmo 3D, as interfaces das superfícies de contato estão interpoladas com segmentos de planos triangulares ou quadriláteros. Uma das superfícies de contato é designada como superfície de contato mestre e outra escrava, *master* e *slaves surfaces*, respectivamente.

Em geral, seja para 2D ou 3D, pode-se dizer que o algoritmo de contato faz duas tarefas: busca de contato e cálculo das forças de contato. Em linhas gerais, no código STAMPAK, cada uma destas tarefas passa como se segue:

I. Busca do contato:

- Para cada nó escravo, um nó mestre mais próximo, em relação ao passo anterior, é encontrado;
- O candidato a segmento mestre com um dado nó escravo é determinado e uma penetração simples se procede;
- A magnitude da penetração é calculada.

II. Cálculo das forças de contato:

- Uma determinada força é aplicada ao nó escravo. De acordo com a lei de ação e reação, as forças são aplicadas ao segmento de nós mestres. Utiliza-se nesta etapa o método de penalização padrão, isto é, a magnitude da força de contato normal é proporcional à quantidade de penetração e a um coeficiente de penalização. O atrito é calculado assumindo-se a lei de Coulomb.

Alguns critérios são utilizados como sugestões para se escolher as superfícies de contato, em função de:

- Uma ou outra superfície possuir uma malha mais refinada que outra;
- A superfície mestre pertencer a um corpo rígido;
- Necessitar-se menor precisão de resultados.

Além do algoritmo para superfícies de contato arbitrárias há um algoritmo alternativo neste código para problemas de contato com um lado pertencendo a uma parede rígida adotada como um plano infinito, definido por um vetor originário em um ponto arbitrário sobre o mesmo.

4.3.3 Validações do STAMPAK®

Uma das formas de validação do STAMPAK foi através da comparação dos seus resultados com experimentos propostos nos “*benchmarks*”. Neste tipo de evento, é usual a proposição de problemas aos diversos participantes para serem resolvidos via simulação numérica de um caso prático cujos resultados experimentais serão apresentados somente no dia do congresso, para uma comparação com os valores obtidos e medidos experimentalmente. Realizados periodicamente, alguns destes eventos possuem grande credibilidade nas pesquisas desta área – como os “*Numisheet*” que acontecem a cada dois anos. A Fig. 4.8 mostra alguns destes resultados obtidos no Numisheet realizado no ano de 2005.

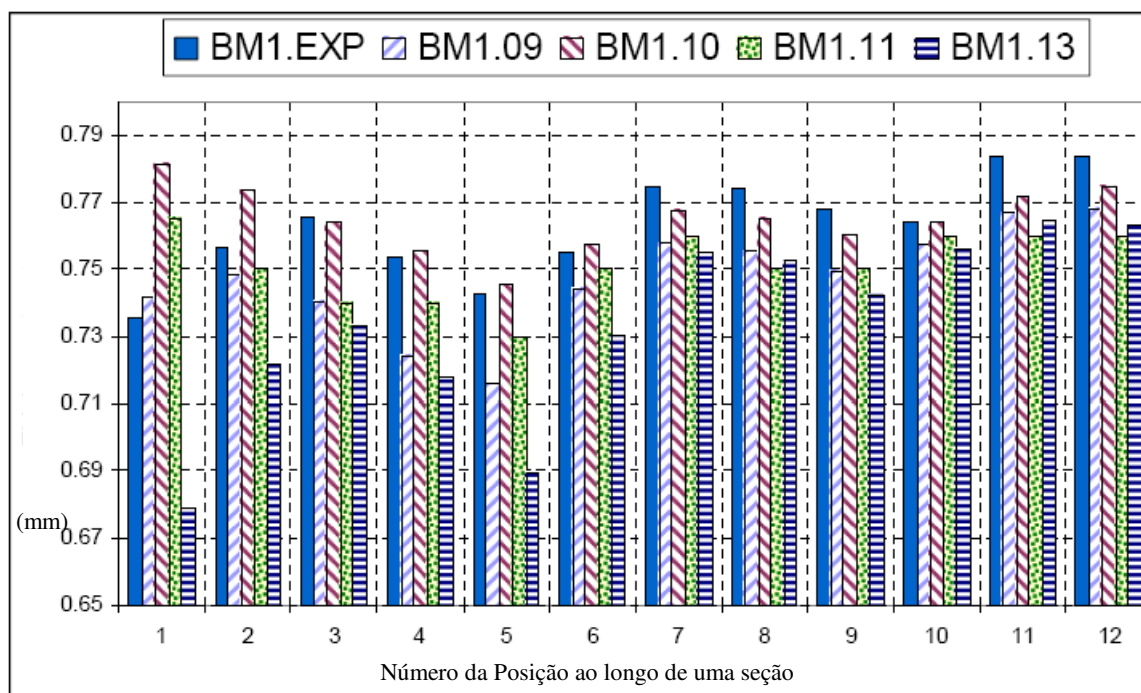


Figura 4.8 – Espessura de chapa em pontos selecionados ao longo de uma seção – “Benchmark” do Numisheet do ano de 2005.

Os resultados na Fig. 4.8 referem-se a simulações feitas pelos seguintes programas de simulações e pesquisadores, respectivamente:

- BM1.EXP: resultados experimentais para as comparações;
- BM1.09: resultados das simulações feitas com LS-DYNA pela General Motors Corporation;
- BM1.10: resultados das simulações feitas com STAMPACK® V-6.0 pela Quantech ATZ;
- BM1.11: resultados das simulações feitas com LS-DYNA V 970 rev 3858 Double precision Shared Memory Parallel pela Daimler Chrysler Research;
- BM1.13: resultados das simulações feitas com PAM-STAMP pelo “Department of Metallurgical Engineering and Materials Science, IIT-Bombay”, Índia;

Pode-se verificar que, para o teste feito na Fig. 4.8, o programa STAMPACK® obteve melhores resultados em 10 dos 12 pontos experimentais. Maiores detalhes sobre estes testes e outros resultados do Numisheet de 2005, podem ser verificados em Buranathiti (2005).

CAPÍTULO V

ASPECTOS DE PLASTICIDADE E MODELOS DE MATERIAIS

5.1 Introdução

O comportamento mecânico dos materiais é complexo e a maioria das características mais relevantes necessita estar estabelecida em modelos numéricos ou analíticos. A modelagem do comportamento de materiais deve, portanto, estar previamente estabelecida para, *a posteriori*, se proceder à simulação em EF propriamente dita, de acordo com STAMPACK® Basic Concepts Theory Manual (2003). Neste capítulo se fará uma breve apresentação de alguns aspectos conceituais de modelos de materiais e de plasticidade. Especialmente, se abordarão aqueles modelos de materiais empregados nas simulações numéricas realizadas para a aquisição das bases de dados para as equações componentes – ver capítulo III, que trata de similitude.

Ao se modelar matematicamente o comportamento mecânico de materiais faz-se uma caracterização de cada material através de uma equação constitutiva que descreve um campo de tensões como uma função do histórico das deformações deste mesmo material. De acordo com Belytschko et al. (2000), diferentes relações constitutivas permitem, portanto, fazer a distinção entre materiais tão dissímiles como a borracha, um fluido viscoso ou o concreto, por exemplo. Há uma extensa literatura sobre este tema. Entretanto, uma abordagem mais específica sobre os aspectos computacionais de plasticidade pode ser encontrada em Simo et al. (1998).

As simulações numéricas envolvem uma avaliação quantitativa de um problema e os módulos de cálculos – “*solvers*” – dos programas em Elementos Finitos (EF) disponibilizam os resultados requeridos para se estabelecer uma relação entre a cinemática e a dinâmica do problema sob investigação. Esta relação é estabelecida pelo conhecimento adequado das leis físicas que governam o comportamento dos materiais, o que se passa a detalhar em seguida.

5.2 A caracterização do material

Os materiais são geralmente ensaiados em uma máquina de teste universal – ver esquema na Fig. 6.3. Importa sempre estabelecer-se uma caracterização independente da geometria do corpo de prova usado.

Em face do exposto acima, torna-se imperiosa a obtenção de uma relação para a descrição do comportamento mecânico do material onde os parâmetros envolvidos nesta caracterização dependam exclusivamente do material. Uma relação que atende a estes pressupostos é a curva “tensão-deformação” da Fig. 5.1.

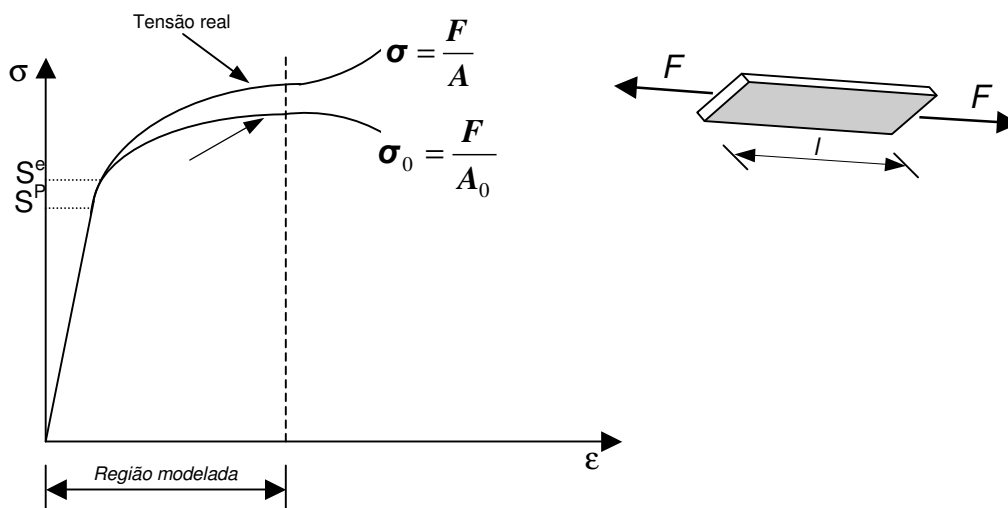


Figura 5.1 – Curva tensão-deformação.

A força F aplicada pela máquina de teste causa uma elongação no corpo de prova de comprimento l , na direção de aplicação da força, ver Fig. 5.1. Há ainda uma redução da área inicial A_0 da seção transversal para uma área final A . Se a força F possui suficiente magnitude, grandes deformações geométricas podem ocorrer no espécime ensaiado. Na Fig. 5.1, as tensões S^P e S^E são as tensões limites de proporcionalidade e de elasticidade, respectivamente.

Os modelos numéricos são descritos por um parâmetro de tensão real e um tensor de grandes deformações, o que implica dizer que as deformações geométricas ocorridas na peça durante o ensaio devem ser levadas em conta.

A curva “tensão-deformação” da Fig. 5.2 mostra a existência de uma deformação elástica reversível (ε^e) e uma deformação (ε^p), irreversível. A deformação plástica é causada quando a tensão sob a qual o material ensaiado está submetido excede o limite elástico de tensão (S^E). Isto também significa que, quanto maior a deformação elástica,

maior ainda será a recuperação elástica do material, após seu descarregamento, isto é, após a retirada do carregamento sob o qual está submetido no teste ou em uma situação real similar.

Um acréscimo no limite elástico ou uma redução na rigidez elástica tenderão a aumentar esta recuperação elástica da peça. Em contrapartida, quanto maior é o potencial do material para se deformar plasticamente, maior será sua conformabilidade.

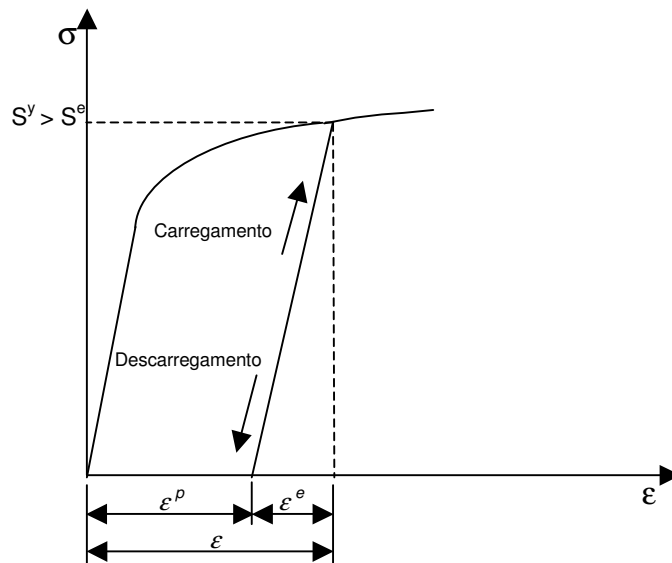


Figura 5.2 – Comportamento elastoplástico.

De maneira geral, aços mais duros possuem menor conformabilidade e maior resistência, enquanto os aços com menor dureza têm alta conformabilidade e uma baixa resistência. Encontrar um compromisso ótimo entre estas duas características antagônicas dos materiais pode ser, muitas vezes, um grande desafio tecnológico.

5.3 O Comportamento Elástico

Freqüentemente, atribui-se exclusivamente à componente plástica, a anisotropia de um material. De acordo com a hipótese adotada, o modelo elástico pode ser caracterizado por dois parâmetros: o módulo de elasticidade, E , e o coeficiente de Poisson, ν . Ambos podem ser avaliados em um teste de tração unidirecional dentro da zona elástica, adotando-se as seguintes hipóteses:

- As propriedades elásticas deverão ser consideradas constantes durante o teste;
- Pequenas deformações estarão envolvidas – o que significa negligenciar os termos de ordem superior nas equações diferenciais constitutivas;

- Propriedades elásticas isotrópicas;
- Coincidência dos limites de proporcionalidade e de elasticidade, isto é: $(S^e \cong S^p \cong S^y)$;
- Na eventualidade de haver dificuldade na determinação do limite elástico convencional, (S^y) , avaliá-lo para o valor correspondente a 0,2% da deformação plástica.

Ao se considerar iguais a tensão limite de proporcionalidade (S^p) , a tensão limite elástica (S^e) e o limite convencional de escoamento (S^y) , a rigor, assume-se uma pequena divergência entre as curvas numérica e a real (ou efetiva).

De acordo com as hipóteses acima descritas, a zona elástica é linear e o coeficiente de Poisson possui valores que estão num intervalo que vai de 0 a 0,5. Nos metais, o coeficiente de Poisson caracteriza a compressibilidade do material da seguinte forma: o coeficiente 0 indica alta compressibilidade do material e o coeficiente 0,5 indica incompressibilidade do material.

Uma vez que as deformações elásticas dos metais são geralmente pequenas, as mudanças geométricas no corpo de prova durante o ensaio são usualmente desprezadas.

5.4 O Comportamento Plástico

Durante um processo de estampagem, grandes deformações do material estão envolvidas. Isto requer a utilização de um tensor de grandes deformações, já que as deformações elásticas são geralmente muito pequenas e, por isso, as deformações decorrentes deste processo de conformação mecânica sobre os metais são predominantemente plásticas.

O estado de tensão-deformação na prática é geralmente tridimensional, o que requer a introdução do conceito de um tensor equivalente de tensão uniaxial para se modelar mais facilmente o comportamento do material. A tensão equivalente σ_{eq} é um estado de tensão uniaxial no qual o carregamento empregado seria o equivalente ao estado de tensão tri axial completo, conforme esboçado na Fig. 5.3.

Para isto, há que se definir uma função matemática que relacione biunivocamente estes dois estados de tensão, isto é, o uniaxial - ao qual pertence a tensão equivalente - e o estado triaxial real. Esta metodologia envolve, portanto, uma extensão do caso unidimensional da curva tensão-deformação que corresponda a um estado de tensão diretamente comparável à tensão equivalente.

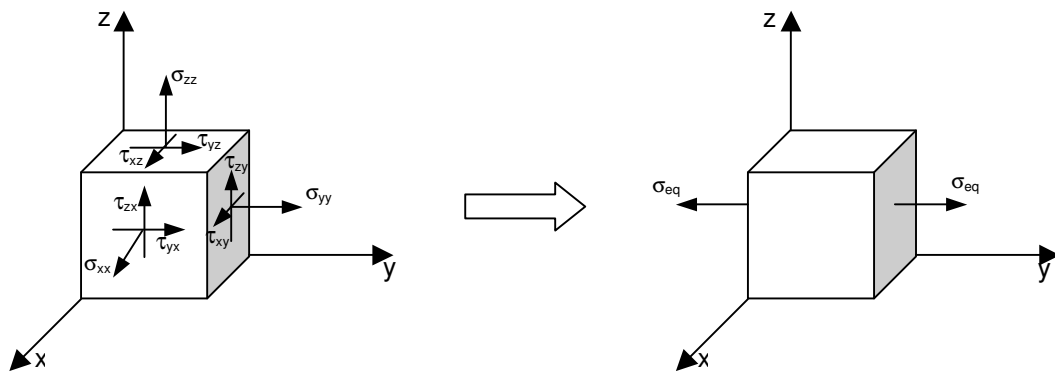


Figura 5.3 – A tensão equivalente.

A tensão equivalente – em que pese ser aproximada – é uma função matemática complexa que pode ser expressa em termos de tensões e de parâmetros de materiais. Alguns exemplos destas funções estão listados a seguir e serão detalhados paulatinamente neste mesmo capítulo:

Tabela 5.1 – Modelos para tensões equivalentes no estado plano, de acordo com STAMPACK® Basic Concepts Theory Manual.

<i>Tensão Equivalente</i>	<i>Função</i>
Von Mises	$\sigma_{eq} = \left(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11} \cdot \sigma_{22} + 3 \cdot \sigma_{12}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$
Hill 48	$\sigma_{eq} = \left[\sigma_{11}^2 + \frac{r_0(1+r_{90})}{r_{90}(1+r_0)} \cdot \sigma_{22}^2 - 2 \cdot \frac{r_0}{1+r_0} \cdot \sigma_{11} \cdot \sigma_{22} + \frac{(1+2r_{45})(r_0+r_{90})}{r_{90}(1+r_0)} \cdot \sigma_{12}^2 \right]^{\frac{1}{2}}$
Hill 79	$\sigma_{eq} = \left[\frac{1}{2(1+r)} \cdot \sigma_{11} + \sigma_{22} ^m + \frac{1+2r}{2(1+r)} \left((\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4 \cdot (\sigma_{12}^2) \right)^{\frac{m}{2}} \right]^{\frac{1}{m}}$

Nos modelos de Hill, os parâmetros do material r_0 , r_{45} e r_{90} são conhecidos como coeficientes de Lankford e servem para se determinar a anisotropia plástica do material; r é considerado, no modelo de Hill 79, como a média dos coeficientes de Lankford. Este se determina por meio da seguinte relação: $r = (r_0 + 2 \cdot r_{45} + r_{90})/4$; σ_{ij} é a tensão limite de escoamento do material, medida num ensaio de tração, conforme Fig. 5.1; a constante m está relacionada com a estrutura cristalina básica do material da chapa. Para altos valores de m , os critérios de Mises e de Hill tendem a se aproximar dos critérios de Tresca, segundo Marciniak (1992).

Conceitualmente, usa-se uma superfície de escoamento para se definir o comportamento plástico do material. Esta superfície de escoamento determina quando o

material está na zona elástica e quando ele está na zona plástica. Sua forma depende da definição da tensão equivalente. Por outro lado, seu tamanho depende do limite elástico do material. Em resumo, a forma, o tamanho e a evolução da superfície de escoamento é uma identidade de cada material que pode ser isotrópico ou anisotrópico.

As tensões σ_{11} e σ_{22} correspondem a direções específicas, as quais, no código STAMPACK, por exemplo, são as direções de laminação da chapa e a direção transversal, respectivamente, conforme esquema da Fig. 5.4, a seguir:

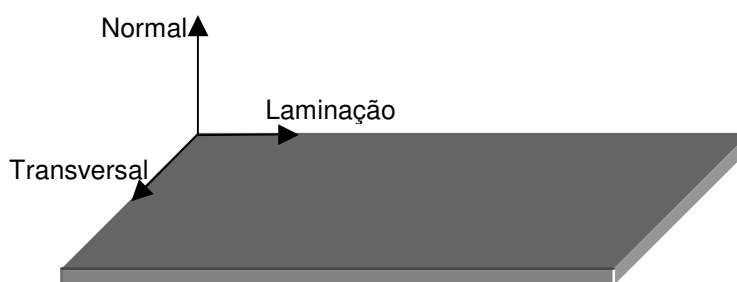


Figura 5.4 – As direções na chapa a ser estampada.

Se houver coincidência dos três coeficientes de Lankford, no caso isotrópico em que r é igual a 1, então o modelo de Hill 48 se degenera para a superfície de Mises, como se pode verificar na Tab. 5.1.

5.5 Anisotropia

Durante a laminação a frio da chapa a ser utilizada no processo de estampagem, os grãos do material se alinham em direções preferenciais e o material adquire uma determinada textura. Disto resulta que o comportamento mecânico do corpo de prova a ser conformado será diferente em cada uma das direções nas quais suas propriedades são medidas. Esta divergência de comportamentos mecânicos em diferentes direções é conhecida como anisotropia.

As propriedades mecânicas deste mesmo material ao longo da espessura da chapa também podem ser diferentes das propriedades no plano da chapa. Se um comportamento isotrópico é atribuído ao plano da chapa, mas há um comportamento diferente na direção da espessura, segundo a direção normal na Fig. 5.4., tem-se neste caso uma *anisotropia normal*. Neste caso, $r_0 = r_{45} = r_{90} = r$. Este tipo de anisotropia é uma aproximação inicial

que não se deve utilizar quando a orientação da chapa a ser estampada tem influência sobre os resultados do processo de estampagem.

Se houver variações no comportamento mecânico em alguma direção no plano da chapa, há o que se denomina de *anisotropia planar* da chapa, isto é, $r_0 \neq r_{45} \neq r_{90}$. A relação entre as tensões medidas nos testes de tração nas três direções (σ_{0° , σ_{45° e σ_{90°) e a tensão de escoamento, S^y , são as descritas na Eq.(5.1), de acordo com STAMPACK® Basic Concepts Theory Manual (2003):

$$\frac{\sigma_{0^\circ}}{S^y} = 1, \quad \frac{\sigma_{45^\circ}}{S^y} = \sqrt{\frac{2r_{90}(1+r_0)}{(r_0+r_{90})(1+r_{45})}}, \quad \frac{\sigma_{90^\circ}}{S^y} = \sqrt{\frac{r_{90}(1+r_0)}{r_0(1+r_{90})}} \quad (5.1)$$

Esta anisotropia deve ser levada em conta quando a orientação do blank sob conformação afeta os resultados finais do processo de estampagem.

Nos modelos de Hill, não se leva em conta a anisotropia normal. Testes de tração nas direções de 0° , 45° e 90° em relação à direção de laminação da chapa podem resultar em três diferentes limites elásticos, os quais estão relacionados por meio da superfície de escoamento.

Convencionalmente, mas sem nenhuma perda de generalidade, o limite elástico da superfície de escoamento é considerado igual ao limite elástico obtido do teste de tração a 0° .

O coeficiente de Lankford também mede a capacidade do material de se conformar, isto é, há um aumento na conformabilidade à medida que se aumenta o coeficiente de Lankford.

De maneira geral, os aços similares laminados a frio têm maior anisotropia que aqueles laminados a quente. Por isto, há que se empregar aços previamente preparados para os processos de estampagem, evitando-se os resultados indesejáveis decorrentes da anisotropia nas chapas não preparadas para estampagem.

A significância para os coeficientes de Lankford em relação à anisotropia é a que segue: o valor 1 significa que o material é isotrópico, isto é, $r_0 = r_{45} = r_{90} = 1$; um valor acima de 1 indica que o material tende a se deformar mais no plano que ao longo da sua espessura; um valor menor que 1 indica que o material tende a se deformar ao longo da sua espessura, isto é, $r_m = r_0 = r_{45} = r_{90} < 1$. O material ainda pode se comportar com uma anisotropia planar, isto é, $r_m = f(r_0, r_{45}, r_{90})$, $r_0 \neq r_{45} \neq r_{90}$.

Em estampagens profundas, o material necessita ter valor acima de 1, já que a conformabilidade aumenta com este tipo de anisotropia. Já a conformabilidade do material, aumenta com a média r dos coeficientes de Lankford.

5.6 A Deformação plástica efetiva

De acordo com Belytschko et al.(2000), na plasticidade dos metais o histórico das deformações plásticas é freqüentemente caracterizado pela deformação plástica efetiva, a qual pode ser avaliada por:

$$\bar{\epsilon} = \int \dot{\bar{\epsilon}} dt, \quad \dot{\bar{\epsilon}} = \sqrt{\dot{\epsilon}^p \dot{\epsilon}^p} \quad (5.2)$$

onde $\dot{\bar{\epsilon}}$ é a taxa de deformação plástica efetiva e $\bar{\epsilon}$ é a deformação plástica efetiva.

A deformação plástica efetiva não deve ser utilizada diretamente para se avaliar as mudanças nas propriedades do material, já que não representa com precisão os ciclos de carregamentos e descarregamentos aos quais o material foi submetido. A deformação plástica efetiva é uma variável cumulativa que é, por isto, usada para descrever somente as variações nas deformações do material, independentemente dos ciclos de carregamentos. Fisicamente, pode-se interpretá-la como a somatória total das deformações acumuladas pelo material.

5.7 As Leis de Encruamento Isotrópico

Três leis de encruamento de materiais são mais comumente empregadas na literatura que aborda os temas de estampagem, isto é, a lei de Hollomon, Ludwick-Nadai, e a lei de Voce, cujas expressões são as que se seguem, respectivamente, nas Eq.(5.3), (5.4) e (5.5):

$$\sigma^y = K.(\epsilon_{ps})^n; \quad (5.3)$$

$$\sigma^y = K.(\epsilon_{ps0} + \epsilon_{ps})^n; \quad (5.4)$$

$$\sigma^y = S^{y_0} - (S^{y_0} - K).e^{-n.\epsilon_{ps}}. \quad (5.5)$$

Estas três leis descrevem a evolução da superfície de escoamento. Importa saber ainda que K , n , ϵ_{ps0} , S^{y_0} são parâmetros de materiais que devem ser obtidos

experimentalmente, por meio de um teste de tração até a ruptura do material, sem descarregamento intermediário. O parâmetro K é o módulo de encruamento, n é conhecido como o expoente de encruamento e caracterizam a ductilidade do material. Estas equações devem ser ajustadas de maneira que, quando $\epsilon_{ps0} = 0$, obtém-se $\sigma^y = S^{y_0}$. Já a deformação plástica efetiva é avaliada a partir dos dados obtidos do teste de tração e, subseqüentemente, feita uma calibração para a obtenção da lei de encruamento adequada.

O comportamento do material em relação ao seu escoamento é denominado encruamento isotrópico: os seus limites de escoamento em relação à tensão e à compressão, neste caso, são sempre iguais e são dadas por $\sigma^y(\bar{\epsilon})$. Uma curva de encruamento típica, segundo Belytschko et al.(2000), está mostrada na Fig. 5.5:

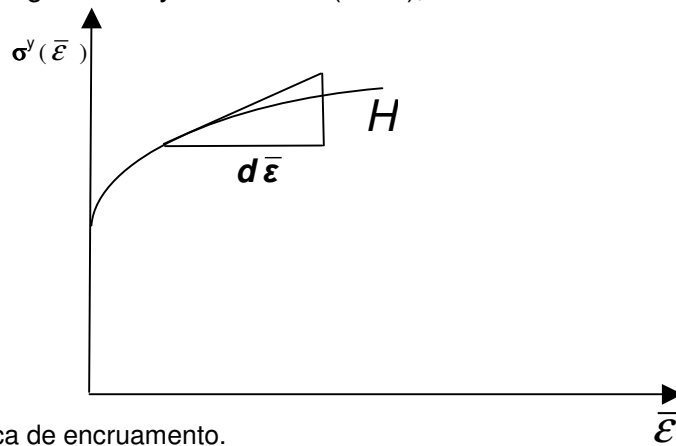


Figura 5.5 – Curva típica de encruamento.

A inclinação desta curva da Fig. 5.5 é o módulo de plasticidade H , isto é, $H = d\sigma^y(\bar{\epsilon})/d\bar{\epsilon}$. Para a avaliação da contribuição da velocidade de deformação no processo de encruamento do material, uma nova variável tensorial freqüentemente é introduzida pra modificar o efeito do tensor tensão, isto é:

$$\mathbf{T} = \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{q} \quad (5.3)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor tensão real. A variável q pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$\mathbf{q} = \bar{H} \dot{\bar{\epsilon}}^p \boldsymbol{\sigma} - \bar{p} \mathbf{q} \dot{p} \quad (5.4)$$

sendo que $\bar{H}$ é o módulo de encruamento cinemático e $\bar{p}$ é o valor de saturação, ambos também definidos como parâmetros de materiais. Esta lei é não-linear e reproduz corretamente a evolução do módulo de encruamento para carregamentos cíclicos e monotônicos.

5.8 O Diagrama do Limite de Conformação – FLD

A deformação plástica durante um processo de estampagem pode ser medida através de um processo experimental composto de uma análise de rede de círculos adequadamente superpostos sobre a superfície estampada, também conhecida por “photogrid”. A deformação plástica oriunda do processo de estampagem causa deformações nestes círculos que irão se transformar em elipses. As deformações plásticas podem ser avaliadas por meio da comparação entre as deformações dos maiores e menores diâmetros das elipses e o diâmetro de cada um dos círculos iniciais, conforme Fig 5.6.

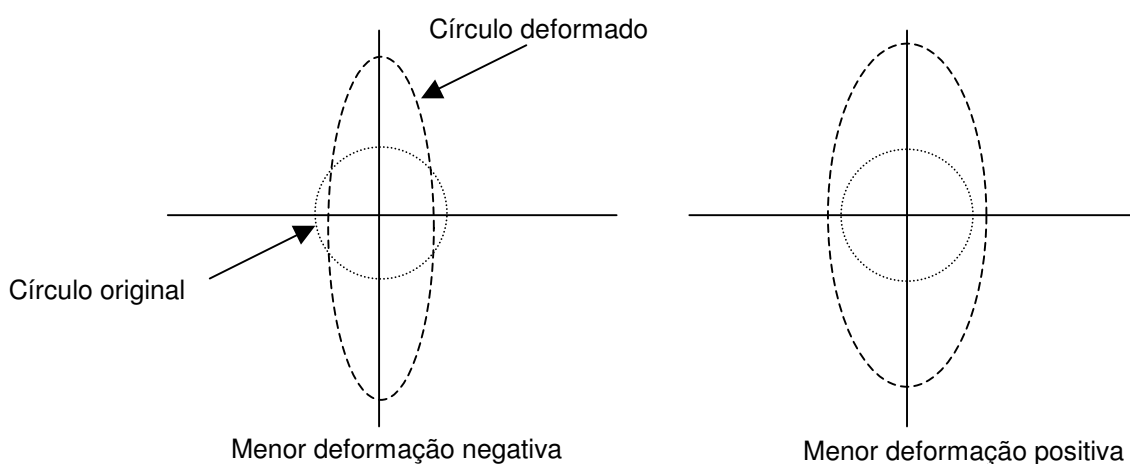


Figura 5.6: Círculos deformados usados na análise de “photogrid”.

O diagrama limite de conformação (FLD) indica com clareza e simplicidade quais são as regiões potencialmente ameaçadas de falhas na chapa estampada. Neste diagrama, é muito comum utilizar-se uma curva que delimita as regiões de segurança de operação do processo de estampagem, denominada Curva Limite de Conformabilidade (FLC).

Entretanto, a FLC é um critério relativamente restrito, já que sua determinação é dependente não apenas dos parâmetros de materiais, senão também da espessura da chapa em questão. Isto o torna válido apenas para um problema específico.

Todas as curvas limites de conformabilidade (FLC) para os aços usualmente empregados na indústria automobilística têm essencialmente a mesma forma, isto é, semelhantes àquelas do diagrama da Fig. 5.7:

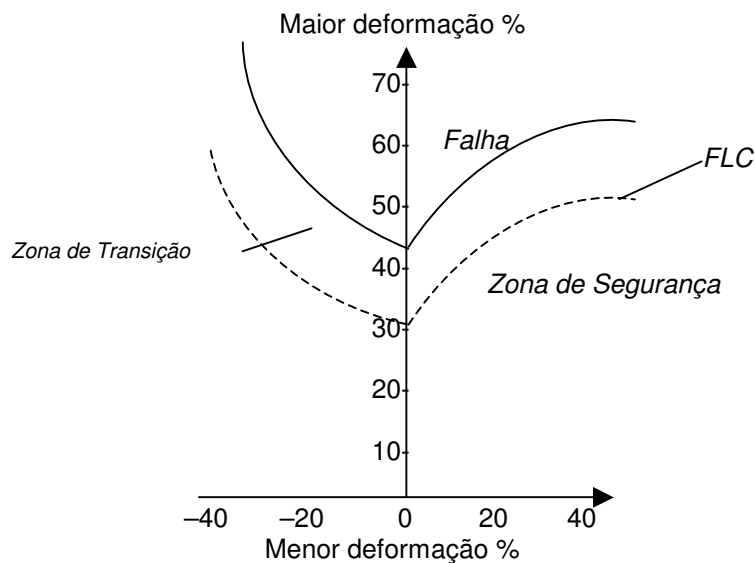


Figura 5.7: Diagrama Limite de Conformação (FLD).

Uma curva paralela traçada dez por cento abaixo da FLC é geralmente adotada. Para deformações da chapa estampada abaixo destes valores, o material conformado estará em região segura e livre da possibilidade de falhas decorrentes de deformações excessivas.

A diferença entre uma e outra curva de diferentes materiais é sua posição vertical no diagrama FLD. Influem na variação da posição vertical o expoente de encruamento, n , e a espessura da chapa estampada. Aços com altos valores para o FLD possuem uma melhor conformabilidade que aqueles com menores valores para o FLD.

Níveis de deformações dentro da zona de transição podem ser evitados. Pequenas variações nos padrões do aço utilizado ou alterações nas condições de lubrificação podem ser utilizadas como recursos para se evitar danos indesejáveis na peça estampada.

CAPÍTULO VI

METODOLOGIA

6.1 Introdução

Nos últimos vinte anos, o uso dos computadores em engenharia tem resultado em profundas mudanças práticas na engenharia. Atualmente, é virtualmente impossível, por exemplo, o projeto de carros modernos sem o auxílio da simulação computacional na obtenção de produtos cada vez melhores com preços competitivos. Recentemente, a FORD afirmou através de um informe de Gavine (2001) que as simulações numéricas ajudaram na criação de uma fábrica virtual em conjunto com seus fornecedores. Isto reduziu o tempo de produção do Ford Fiesta, desde o projeto inicial até sua fase final, para 23 meses. E este processo está ainda em fase de otimização, de acordo com semelhante informe da companhia Hyundai, feito por Kim (2002).

As pesquisas em andamento também devem ter em conta todo este cenário, de maneira a se posicionar em sintonia com estes avanços. Especificamente no caso deste trabalho, o que se desenvolve essencialmente, além de uma equação de predição de um fenômeno físico, é uma metodologia que compatibiliza as principais vantagens de duas teorias: a Similitude em Engenharia Mecânica – mais especificamente o teorema Pi de Buckingham para uma análise adimensional – e a simulação numérica em Elementos Finitos para o cálculo da força dos freios de estampagem de chapas metálicas.

Usualmente, tem-se utilizado a Similitude para o planejamento experimental e a conseqüente redução do número de testes necessários para se estabelecer uma lei que relaciona distintos parâmetros que governam um determinado fenômeno físico. Neste trabalho, utiliza-se a mesma teoria para se estabelecer uma relação entre a força de freio em estampagem e diversos parâmetros, entre os quais, o atrito, os geométricos e as propriedades de materiais. Porém, aplica-se a Similitude aqui para dados obtidos numericamente, isto é, através da simulação numérica para diversos valores de cada

parâmetro, objetivando-se estabelecer a contribuição de cada uma destas variáveis na força de freio a ser estimada, independentemente das demais variáveis. Isto foi feito, evidentemente, de acordo com a teoria da Similitude – e do teorema supra mencionado, detalhadamente descrita no capítulo III desta tese – sem existir a necessidade do dispêndio de recursos, às vezes vultosos, na parte experimental da investigação.

A teoria da Similitude, em linhas gerais, preconiza que, enquanto se estuda a contribuição de um determinado parâmetro à variável a ser estimada, todas as outras variáveis envolvidas devem ser mantidas constantes. No mínimo sete pontos para cada parâmetro são obtidos e uma função a eles se ajusta, de tal sorte que se obtenha a melhor correlação possível. No caso deste estudo, em função da previsibilidade de cada dado simulado, somente uma observação de cada ponto foi feita. Onze parâmetros – cinco de propriedades de materiais e cinco geométricos, além da força de prensa-chapas – estão combinados em nove Pi termos (ou grupos adimensionais) distintos. A combinação destas oito curvas que se relacionam com o nono Pi termo da força de freio de estampagem – adimensionalizada em relação à força de prensa-chapas – deve resultar em uma equação de predição da força de freio, seguindo os conceitos estipulados pela teoria da Similitude.

No que tange à simulação para a obtenção dos dados para cada um dos Pi termos, diversas teorias se encontram envolvidas neste tema: desde o conhecimento dos aspectos de comportamento elástico e plástico de materiais, até a escolha do melhor ajuste possível de cada parâmetro numérico para o modelo em Elementos Finitos projetado para se simular o experimento. Utilizou-se nas simulações um código comercial em Elementos Finitos (EF), denominado STAMPACK®, o qual possui uma solução explícita para a equação dinâmica que governa o fenômeno físico em estudo, conforme se detalhou no capítulo IV desta tese. A natureza desta solução explícita requer mais cuidado ainda com os resultados obtidos das simulações, já que seu algoritmo está estabelecido de maneira a ser incondicionalmente estável e quase sempre converge para uma determinada solução, uma vez estipulado um valor de tempo crítico suficientemente pequeno para tal. Assegurar-se de que estes resultados estão ou não próximos da realidade, passa então ser de fundamental importância para a eficiência do modelo em EF e, conseqüentemente, da metodologia aqui proposta. Com esta abordagem, deseja-se aproveitar da boa precisão dos resultados deste programa – ver Fig. 1.5 – com a finalidade de se contribuir na redução do seu custo computacional por meio da obtenção de uma equação fechada para a FR.

Isto posto, faz-se mister esclarecer que esta metodologia utilizou-se de alguns procedimentos que validassem o modelo em EF. Isto se fez com base em alguns dados experimentais cuja confiabilidade se expressa através dos numerosos trabalhos que os

utilizaram como referência. Adicionalmente, parâmetros numéricos com relativa influência nas simulações foram investigados no decorrer do processo de ajuste do modelo em EF, de sorte a conduzir as simulações aos resultados mais próximos da realidade, sem perder de vista, todavia, que as *aproximações*, em última análise, são o núcleo do MEF. Ressalte-se ainda a importância de se compatibilizar custos computacionais à necessidade de uma maior ou menor precisão de resultados, já que dezenas de simulações se fizeram necessárias ao ajuste do modelo, além das simulações para a obtenção das equações componentes.

6.2 Validações do Modelo em EF

As seções seguintes passarão a tratar dos detalhes de todo o processo de ajuste dos modelos em EF para aquisição das bases de dados numéricos bem como das validações destes modelos.

6.2.1 Bases de Dados Experimentais

Os únicos dados experimentais utilizados aqui para a validação do modelo em EF e para os testes com a equação desenvolvida foram os experimentos amplamente referenciados em trabalhos relativos a este tema, isto é, Nine (1978) e Nine (1982). Estes experimentos foram desenvolvidos nos laboratórios da General Motors, Inc., em Warren, Michigan, nos Estados Unidos. Estes experimentos foram projetados para se compreender separadamente a importância das contribuições à força de retenção do freio (FR) oriundas da deformação da chapa e do atrito desta com a matriz e o prensa-chapas.

6.2.1.1 Experimentos

Para se projetar uma matriz com freios de estampagem, necessita-se conhecer a força necessária para se vencer as deformações da chapa ao passar pelos freios bem como aquelas devidas à fricção. Além disto deve-se conhecer a força necessária para que o prensa-chapas consiga manter a peça adequadamente posicionada durante o processo de estampagem. Esta força do prensa chapas também é a responsável pela profundidade de penetração da saliência do freio na ranhura posicionada na matriz.

Uma das chaves destes experimentos foi estudar a contribuição das forças de deformação na FR, sem a influência do atrito. Para este objetivo, um freio “sem atrito” foi desenvolvido, no qual se utilizaram rolamentos em lugar da ponta do freio e dos raios de arredondamento da matriz, conforme Fig. 6.1, Nine (1978):

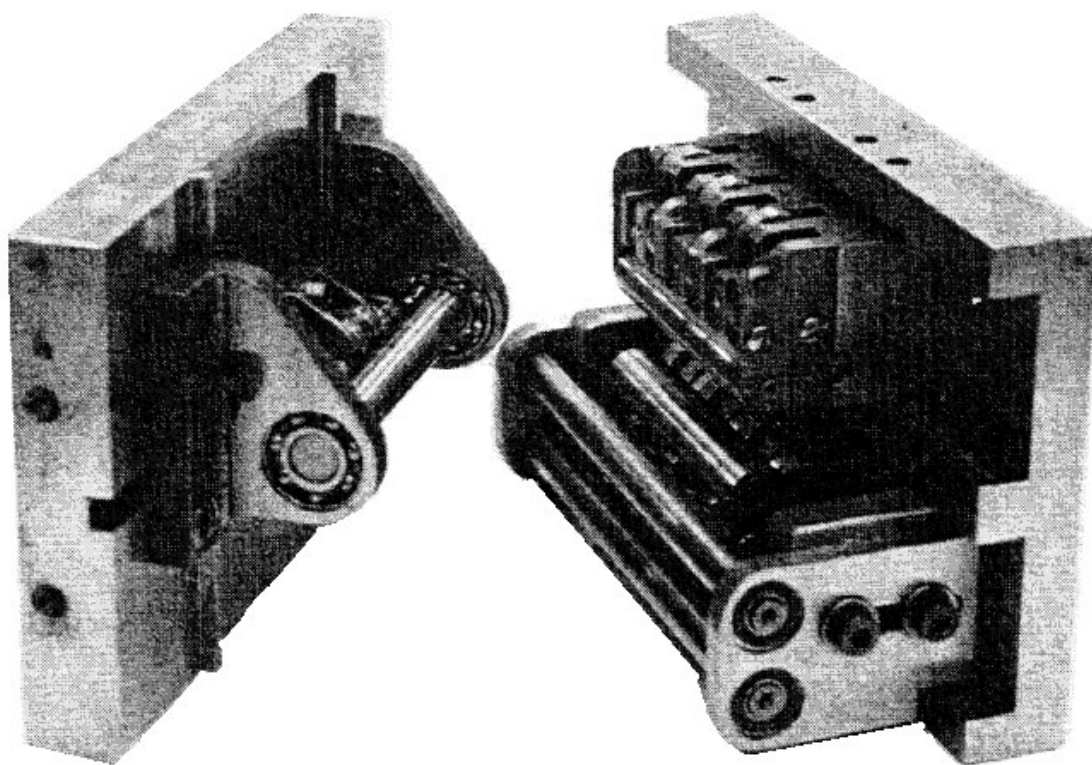


Figura 6.1 – Aparato com freios rolantes, Nine (1978)

Como as superfícies dos freios rolantes estão livres para girar juntamente com a chapa, então não há atrito devido ao movimento relativo entre a chapa e o freio e entre esta e a matriz. Evidentemente que o sistema não está completamente desprovido de fricção, uma vez que uma pequena força é necessária para se vencer o atrito nos pequenos rolamentos do freio. Dependendo das condições de lubrificação, no entanto, o coeficiente de atrito para estes rolamentos foi medido entre 0,001 e 0,002, resultando desprezível, portanto, quando comparado com a magnitude da fricção nos freios normais.

O dispositivo da Fig. 6.1 está projetado de forma que a folga horizontal entre a chapa e a matriz e entre esta e o freio seja regulável, conforme se pode verificar também na Fig. 6.2. Isto, em tese, permitiria manter uma folga apertada e constante durante todos os experimentos.

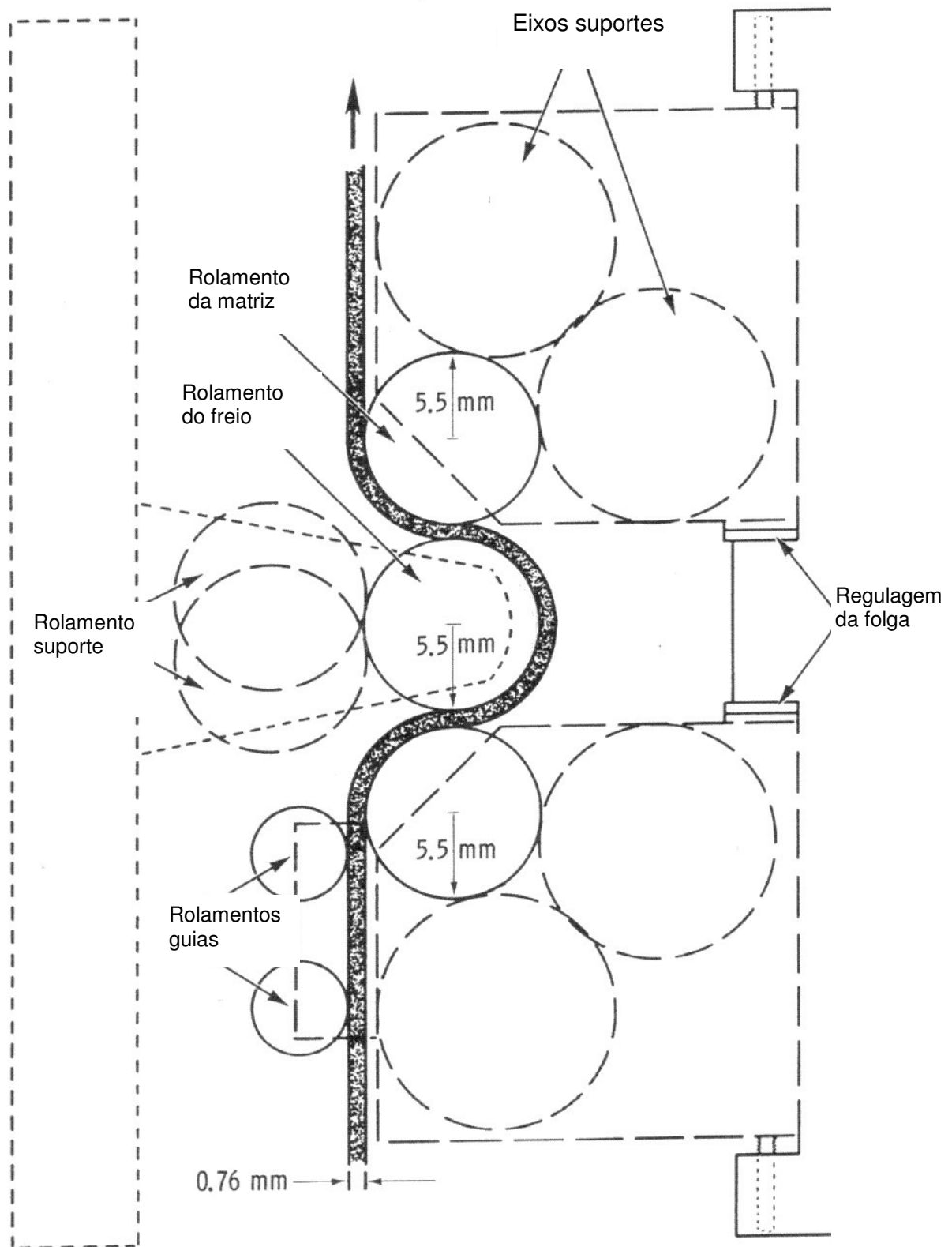


Figura 6.2 – Esquema de montagem dos freios rolantes, Nine (1978).

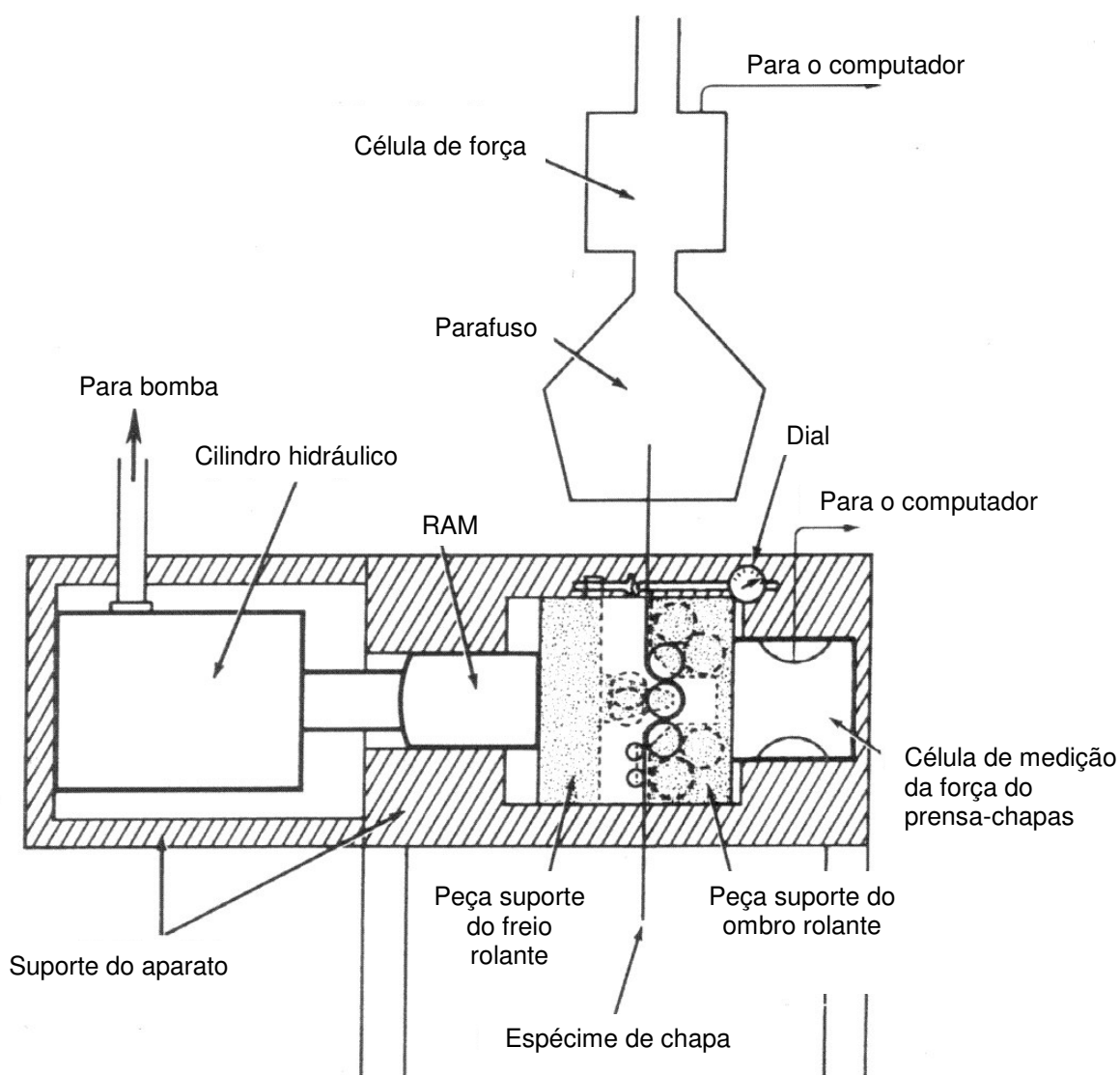


Figura 6.3 – Aparato de medição das forças do prensa-chapas e de retenção do freio de estampagem, Nine (1978).

Os freios incorporados a este dispositivo foram projetados de maneira a serem introduzidos em uma máquina de teste universal MTS, para simular a ação do prensa-chapas em uma prensa e possibilitar as medições da força do prensa-chapas e da força de retenção do freio de estampagem, conforme Fig. 6.3. Um cilindro hidráulico move a peça que sustenta o freio, conduzindo a ponta do freio para dentro da ranhura da matriz. A posição da ponta do freio pode ser lida por um sensor que a indica através de um painel analógico. No lado de trás da ranhura se encontra uma peça que prende a matriz contra uma célula de carga posicionada entre o atuador da MTS e uma chave que pode aportar corpos de prova de chapa com larguras de até 50 mm.

Os materiais utilizados nos experimentos foram um aço laminado a frio e outro a quente, além do alumínio 2036-T4, respectivamente caracterizados na Tab. 6.1:

Tabela 6.1 – Propriedades mecânicas dos materiais nos experimentos

	Espessura inicial (mm)	K (MPa)	n	R
	0,76	576	0,18	1,09
Aço laminado a frio	0,86	559	0,23	1,05
	0,99	519	0,19	1,15
	0,76	529	0,24	1,53
Aço laminado a quente	0,86	491	0,21	1,62
	0,97	529	0,23	1,61
Alumínio	0,81	643	0,26	0,69
2036 – T4	0,89	643	0,24	0,67

Os valores da Tab. 6.1 foram obtidos em testes de tração. K e n foram obtidos da curva tensão-deformação, assumindo-se a lei de encruamento de potência – *Lei de Hollomon*. R é o parâmetro que mede a anisotropia plástica e foi obtido medindo-se a mudança na forma dos círculos através da técnica *photogrid* em corpos de provas submetidos a um teste de tração com deformação uniforme.

Corpos de prova de 400 mm de comprimento e de 50 mm de largura foram retirados da matéria-prima e cortados na direção de laminação de cada um deles. Os corpos de provas então foram puxados a uma velocidade de 85 mm/s, por uma distância de 125 mm. Esta é a velocidade média estimada que se utiliza mais usualmente nas prensas utilizadas em produções desta natureza. A força de retenção do freio de estampagem e do prensa-chapas versus deslocamento do punção foi obtida em gráficos com coordenadas x-y, diretamente da máquina de teste. Os valores para cada força foram lidos somente depois que estas encontraram um valor estável, calculando-se a média de três medições para cada experimento.

Os valores das forças de retenção do freio para os três tipos de materiais foram medidos para o caso em que um cilindro de 11 mm de diâmetro simula a estampagem através de um freio de seção circular e um diâmetro de mesma magnitude para a entrada da matriz. Todos estes valores experimentais foram obtidos para a mesma velocidade de 85 mm/s.

A fim de se medir a força total de retenção dos freios, incluindo as contribuições da deformação da chapa e do atrito, um grupo de freios foi produzido com dimensões iguais às da Fig. 6.2 e fixado no dispositivo, cujo esquema está representado na Fig. 6.4:

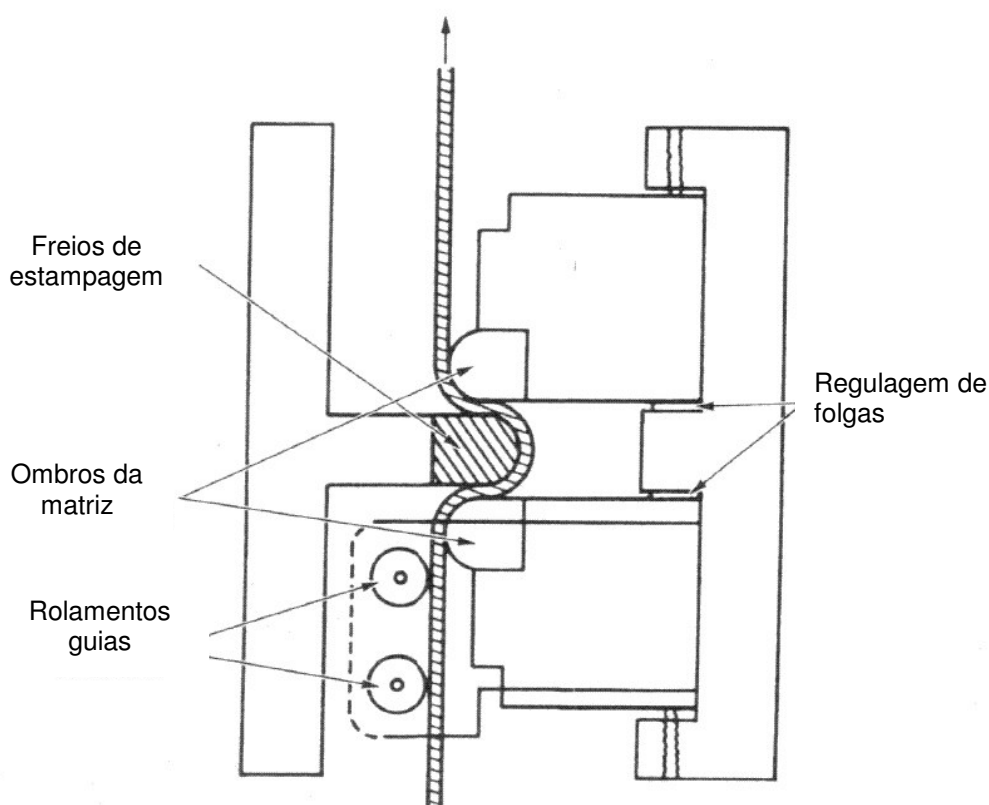


Figura 6.4 – Aparato utilizado na montagem dos freios de estampagem.

Cuidados foram tomados no sentido de se substituir as peças que se encontravam desgastadas demasiadamente. Para se simular um freio sem atrito utilizou-se o que se passa a chamar de freios rolantes e para simular um freio com atrito, o que se passa a chamar de freios fixos com fricção. Em ambos os freios, os mesmos ajustes de folga foram estabelecidos.

Os freios fixos foram montados sobre o mesmo aparato que os freios rolantes sem fricção, sob as mesmas condições de modo a se medir as forças de retenção do freio de estampagem e da força do prensa-chapas. Todos os parâmetros experimentais, tais como as propriedades de materiais, tamanhos e espessuras dos corpos de prova e velocidade de deslocamento do punção foram mantidos constantes, sejam para os freios rolantes – sem fricção – sejam para os fixos – com atrito. As medições foram feitas sempre da mesma maneira.

As forças de retenção dos freios foram medidas para os aços com dois tipos de lubrificantes, no caso de freios fixos com atrito: "Mill oil" e lubrificante à base de sabão. Para os alumínio, além destes dois lubrificantes, um terceiro lubrificante específico para este material foi utilizado com o intuito de se obter um terceiro nível de fricção. Os valores experimentais utilizados na validação do modelo em EF e da equação desenvolvida estão nas Tab. 6.2 e 6.3.

Tabela 6.2 – Forças de retenção dos freios e coeficientes de atrito para chapas de aço, Nine (1978).

Forças (KN)	Tipo de freio	Espessura de chapa (mm)					
		Aço lam. a quente			Aço lam. a frio		
		0,76	0,86	0,99	0,76	0,86	0,99
Força de freio	Rolantes	3,3	3,9	5,3	3,3	3,7	5,0
Força de prensa-chapas	Rolantes	3,0	3,5	4,7	2,7	3,2	4,0
Força de freio	Fixos	5,7	6,4	8,4	5,6	6,4	8,0
Força de prensa-chapas	Fixos	4,2	4,8	5,8	4,2	4,8	5,8
	Atrito	0,206	0,184	0,200	0,192	0,171	0,178
Força de freio	Fixos	4,1	4,9	6,3	4,1	4,6	5,7
Força de prensa-chapas	Fixos	3,4	4,2	5,2	3,4	4,0	4,9
	Atrito	0,070	0,070	0,059	0,069	0,052	0,061

Segundo Nine (1978), na obtenção dos valores dos coeficientes de atrito da Tab. 6.2, pôde-se constatar experimentalmente a aplicabilidade da Lei de Coulomb para freios de estampagem. A Tab. 6.3 traz os resultados experimentais de Nine (1978) para as forças de retenção dos freios e do prensa-chapas para chapas em Alumínio 2036-T4:

Tabela 6.3 – FR e coeficientes de atrito para chapas de alumínio, Nine (1978).

Forças (KN)	Tipo de freio	Esp. de chapa (mm)	
		Alumínio 2036-T4	
		0,81	0,89
Força de freio	Rolantes	2,6	3,2
Força de prensa-chapas	Rolantes	2,2	2,8
Força de freio	Fixos	4,7	5,7
Força de prensa-chapas	Fixos	3,6	4,8
	Atrito	0,198	0,171
Força de freio	Fixos	3,0	3,9
Força de prensa-chapas	Fixos	2,9	3,5
	Atrito	0,044	0,065
Força de freio	Fixos	3,3	4,0
Força de prensa-chapas	Fixos	3,3	3,4
	Atrito	0,069	0,077

Importa lembrar que todos os corpos de prova utilizados experimentalmente foram de 50 mm de largura. Parte destes dados foi utilizada na validação do modelo em EF, numa primeira fase e, posteriormente, outros dados ainda não utilizados anteriormente, foram empregados nas provas com a equação geral de predição em desenvolvimento, em etapas distintas da Metodologia. As simulações foram feitas em 2-D, sendo, portanto, a terceira dimensão considerada unitária, no Sistema Internacional de medidas (SI). Por este motivo os dados acima devem ser multiplicados por 20, para se obter a proporção de um metro de largura no freio simulado para 50 mm da largura utilizada nas chapas dos experimentos.

6.2.2 O Modelo em EF

Para se obter o valor mais efetivo da força de retenção dos freios circulares (FR), dois diferentes tipos de modelos em EF foram concebidos: no primeiro deles, como se vê na Fig. 6.5, uma chapa passa através de um prensa-chapas, por um freio de seção circular e sua ranhura na matriz. Sua malha está estruturada com elementos quadrilaterais contando com três elementos ao longo da espessura da chapa. Sete simulações foram feitas para sete espessuras diferentes de chapas, mantendo-se as demais características constantes. Na mesma Fig. 6.5 pode-se verificar o sentido da aplicação da força do prensa-chapas, o sentido de deslocamento do punção e a saliência do freio que penetra na ranhura da matriz.

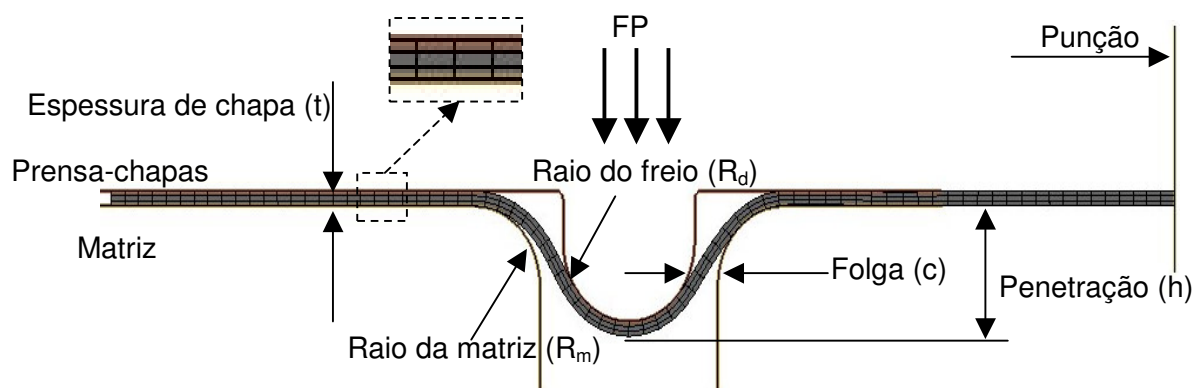


Figura 6.5 – Malha do Modelo 1 e os parâmetros geométricos do freio de seção circular.

O segundo modelo foi projetado similarmente ao primeiro, mas sem o freio, de acordo com a Fig. 6.6. O objetivo deste procedimento foi o de se calcular somente a contribuição do freio para a FR, descontando-se aquela parcela devida ao atrito ao longo de toda a extensão da chapa com os prensa-chapas. Esta contribuição foi simulada no Modelo 2 e, subseqüentemente, subtraída da FR calculada no Modelo 1, com freio de estampagem.



Figura 6.6 – Malha do Modelo 2, sem freio de estampagem.

Analisando-se o percurso de um determinado elemento de chapa, pôde-se calcular um deslocamento de punção mínimo necessário para simular um processo completo de flexão, deslizamento e flexão inversa da chapa. E, além disto, assegurar-se de obter uma região de estabilidade da FR para ser lida nos gráficos gerados pelo código em EF.

6.2.3 Ajuste do Modelo: Influência dos Parâmetros Numéricos na Força de Freio (FR)

A natureza de aproximação do MEF associada às características do tipo de solução explícita adotada para a equação que governa este fenômeno de estampagem de chapas metálicas torna este procedimento de ajuste do modelo em EF aos dados experimentais um passo fundamental.

De que maneira foi investigada neste trabalho a influência de parâmetros numéricos tais como amortecimento, número de elementos na longitude e na espessura da chapa e o tempo crítico para diversas situações é o que se descreverá a seguir.

6.2.3.1 Número de Elementos na Espessura da Chapa

Partindo-se de um modelo com 80 elementos ao longo da chapa e dois elementos na sua espessura, diversas combinações de números de elementos foram estudadas. O objetivo foi estudar a influência da razão de aspecto – relação entre a altura e a largura do elemento quadrilateral – no valor simulado para a FR.

Para 80 elementos ao longo da chapa, foram simulados casos com 2, 3, 4, e 6 elementos na espessura. Não só a precisão do modelo se levou em conta, mas também o custo computacional. Isto porque, com seis elementos na espessura da chapa, a aproximação do valor experimental não é muito melhor que com três ao ponto de justificar o tempo gasto para uma única simulação em 2-D: 14 horas em um PC Pentium III, 866 Mega Hertz e com 512 MB de memória RAM. O caso com menor número de elementos no total, incluindo espessura e longitude da chapa, necessita de 140 minutos, em média, dependendo de alguns outros parâmetros numéricos, como o tempo crítico, por exemplo.

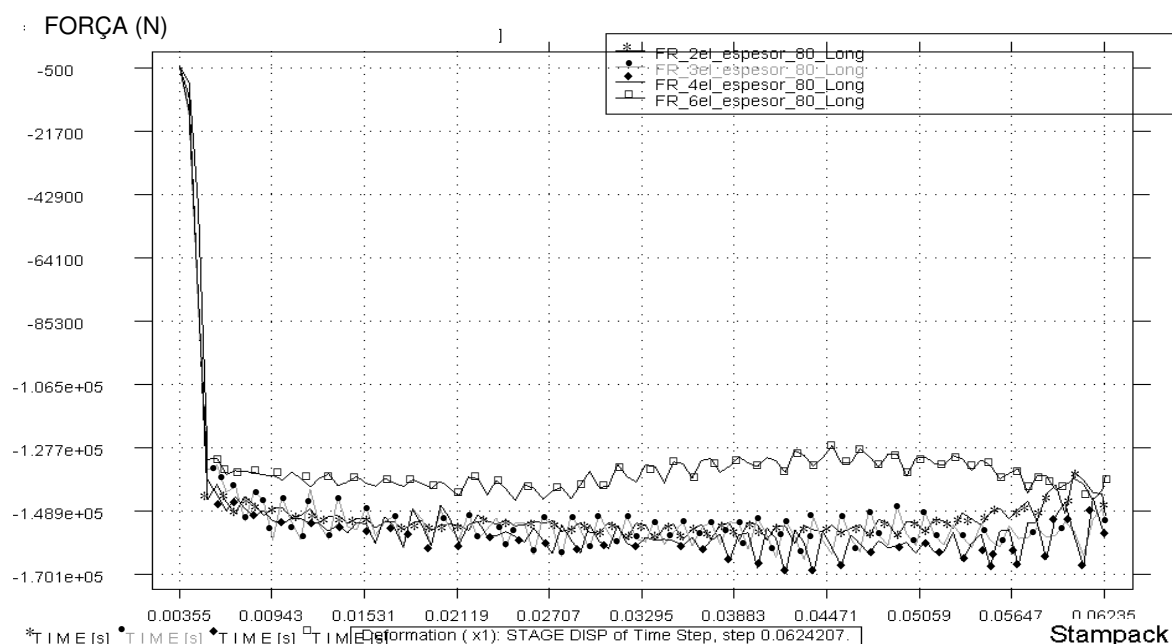


Figura 6.7 – Gráfico típico da FR para diferentes números de elementos na espessura da chapa.

A Figura 6.7 ilustra uma simulação típica ilustrativa destes casos simulados na etapa de ajuste do modelo para 80 elementos ao longo da chapa com 2, 3, 4, ou 6 elementos na espessura da chapa, totalizando 480 elementos neste último caso.

6.2.3.2 Número de Elementos no Comprimento da Chapa

Também se investigou a influência da quantidade de elementos ao longo da chapa, mantendo-se constante o número de elementos na espessura. Isto conduziu a uma constatação muito importante nesta etapa que foi a percepção da flexibilidade que o modelo adquire ao se aumentar muito o número de elementos na longitude da chapa. Isto é, há realmente uma sensibilidade importante do modelo a este parâmetro referente ao número de elementos ao longo da chapa, o que, dentro de certos limites, permite ajustar o modelo em EF aos dados experimentais com uma precisão aceitável.

Ressalte-se, todavia, que as simulações destes casos ilustrados nas Fig. 6.7 e 6.8 são para o modelo 1, com freio, de cujo valor há ainda que se subtrair o valor simulado no modelo 2, sem freio.

Face aos custos e benefícios devidos ao ajustes destes parâmetros, optou-se por adotar o modelo que possui 80 elementos na longitude e três elementos na espessura, ao se levar em conta não só a precisão dos resultados obtidos pelo modelo em EF como também o custo computacional para cada simulação.

A Figura 6.8 traz outros resultados típicos obtidos para a investigação da influência do número de elementos na longitude da chapa em relação ao valor da FR simulados para 80, 105, 130, 160 e 320 elementos na longitude da chapa.

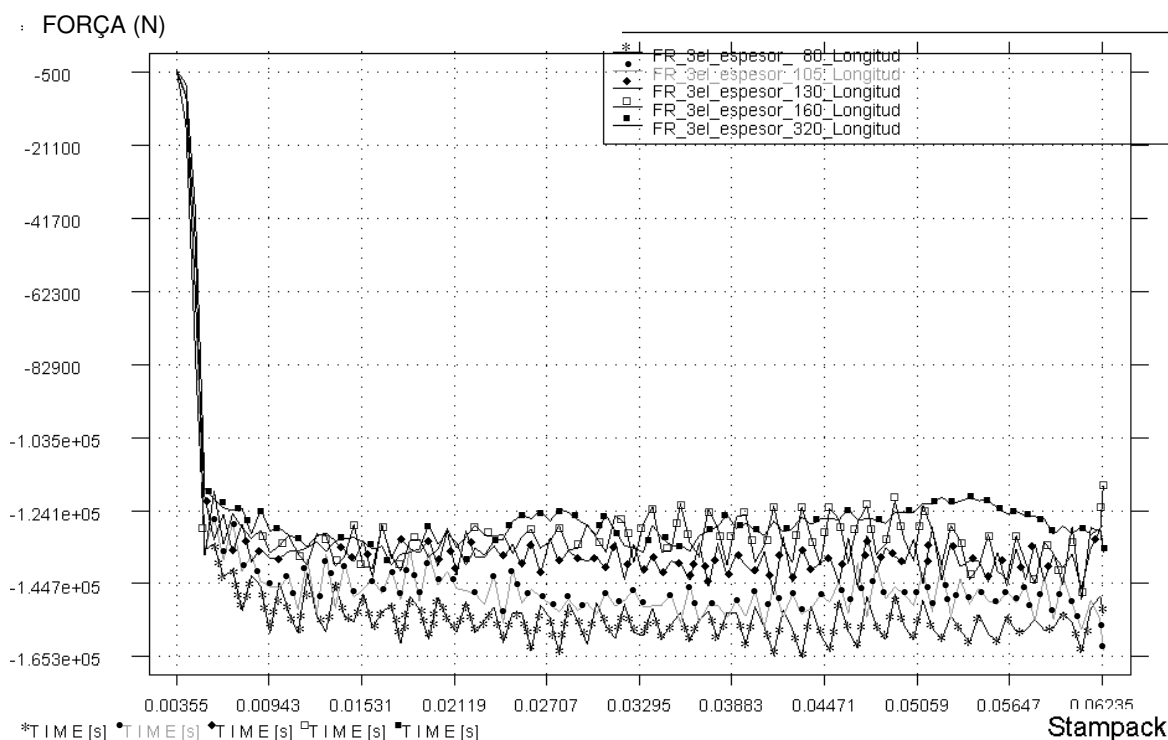


Figura 6.8 – Gráfico típico da FR para diversos números de elementos na longitude da chapa.

6.2.3.3 Tempo Crítico

Conforme abordado na seção (4.2.1), Eq.(4.7), que define o cálculo do tempo crítico, este é mais um parâmetro importante na equação que governa este problema de estampagem. Assim, algumas simulações se fizeram necessárias para se investigar sua influência na FR simulada.

O procedimento adotado foi o de se utilizar o mesmo exemplo simulado para diferentes valores de tempo crítico, o que se fez para o valor (em segundos) adotado automaticamente pelo código, 0.00010 e ainda para 0.00008, 0.00004 e 0.00002, cujos resultados típicos estão na Fig. 6.9.

Excetuando-se o tempo de duração de cada simulação na Fig. 6.9, não houve influência no valor de FR com importância tal que merecesse um ajuste diferente daquele utilizado automaticamente pelo código para o tempo crítico. Desta maneira, assumiu-se o valor de 0.00010s para o tempo crítico em todas as simulações, neste trabalho.

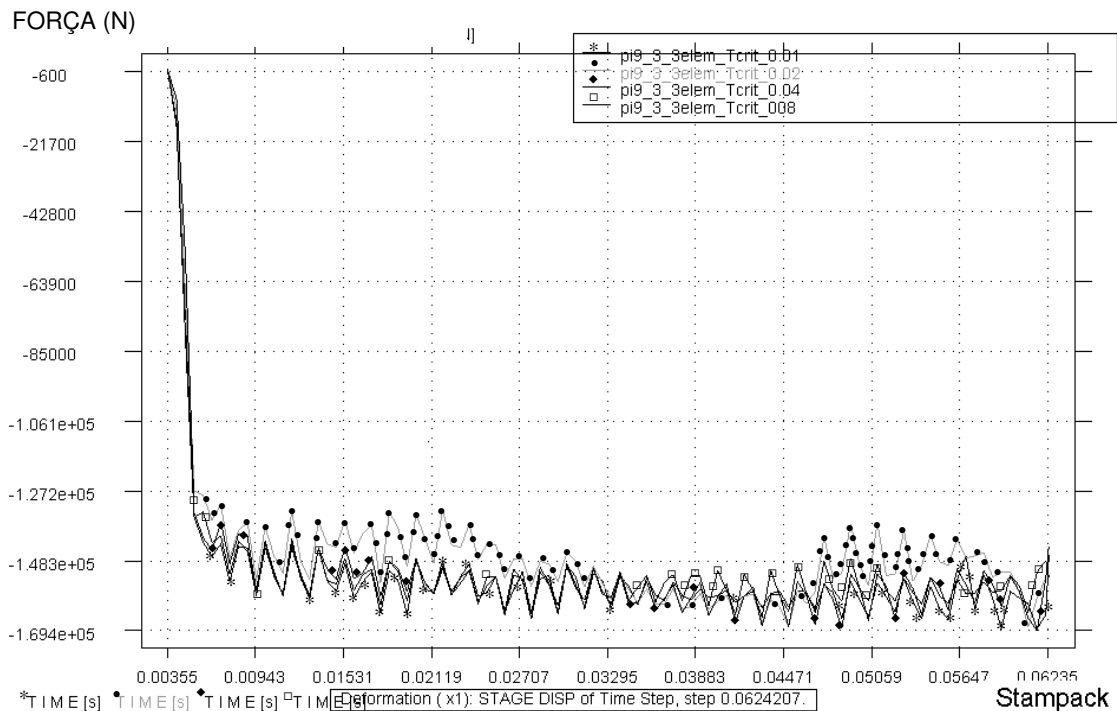


Figura 6.9 – Gráfico típico da FR para diversos valores de tempo crítico.

6.2.3.4 Amortecimento

O amortecimento abordado na seção (4.2) também foi estudado do ponto de vista numérico nas simulações da FR. O gráfico da Fig. 6.10 traz os resultados para este estudo, cujo procedimento foi análogo ao adotado para se estudar a influência do tempo crítico na seção anterior:

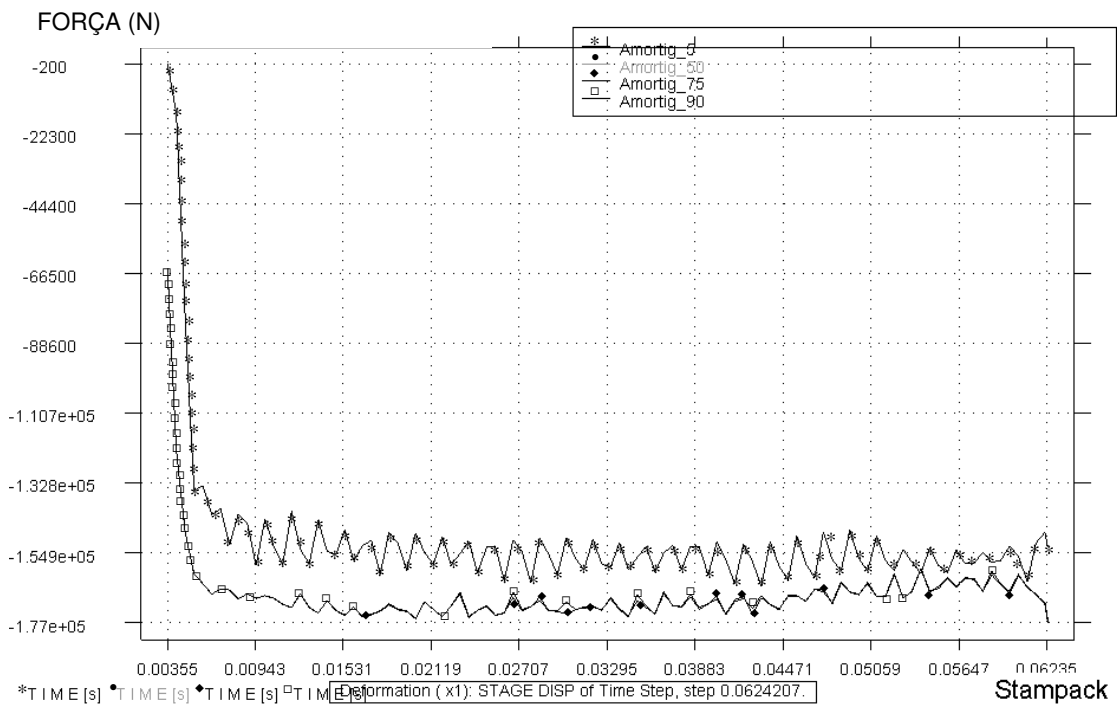


Figura 6.10 – Gráfico típico da FR para diferentes valores de amortecimento.

Ficou patente no estudo da influência deste parâmetro na simulação da FR que o melhor valor para o ajuste do modelo também se deu com o estipulado automaticamente pelo código, isto é, igual a cinco. Isto porque este foi o valor de amortecimento para o qual o modelo em EF melhor se ajustou ao dado experimental da FR.

6.2.4 O Modelo em EF Definitivo

O modelo em EF definitivo, portanto, resultou de todos estes ajustes para os parâmetros numéricos, tendo sido feitas as especificações para cada parâmetro numérico de acordo com os procedimentos detalhados nos subitens (6.2.3.1) a (6.2.3.4).

6.3 Desenvolvimentos da Equação Preditiva Geral

No desenvolvimento da equação preditiva geral (EPG), adotaram-se 12 variáveis a serem relacionadas entre si, incluindo-se a FR e a força do prensa-chapas (FP): a espessura da chapa (t), o raio de arredondamento do ombro da matriz (R_m), o raio da seção do freio circular (R_d), a folga entre o freio e a chapa (c), a altura da penetração do freio (h), além das propriedades mecânicas importantes nos fenômenos de plasticidade: módulo de elasticidade (E), tensão limite de escoamento (S^y), constante de encruamento da lei de Hollomon (K), coeficiente da lei de potência de encruamento (n), bem como o coeficiente de atrito μ . De acordo com o Teorema Pi de Buckingham, seção (3.4), estes parâmetros foram arranjados em nove grupos adimensionais, conhecidos como Pi termos e em seguida investigados quanto a sua influência na FR individualmente. Equações componentes para cada Pi termo foram estabelecidas e ajustadas para um mínimo de sete pontos simulados e posteriormente combinadas por multiplicação, conforme descrito na seção (3.4.1). A justificativa para a escolha de cada um destes parâmetros é o que se passa a descrever nos subitens deste tópico.

6.3.1 Parâmetros Geométricos

6.3.1.1 Raio de curvatura efetivo da chapa

Em um freio de estampagem convencional de seção circular, a FR em sua totalidade se compõe das contribuições da fricção e da deformação em torno dos raios dos ombros da matriz e da saliência circular do freio. A magnitude da contribuição devida à flexão é determinada pelo raio de flexão da chapa, pois a força de flexão, a sua vez, é inversamente proporcional ao raio de curvatura com que a chapa é fletida em torno do freio.

Importa notar por esses motivos então, que o raio efetivo de curvatura, isto é, o raio com que é fletida a chapa, não é necessariamente igual aos raios da matriz (R_m) e do freio circular (R_d).

Se a altura da saliência do freio (h) é pequena ou se a folga (c) é grande, o raio efetivo da chapa pode ser consideravelmente maior que o raio da ferramenta. Por outro lado, se a penetração (h) é mais profunda, a FR aumenta porque o metal é forçado a se conformar mais proximamente ao raio da ferramenta e, conseqüentemente, há uma redução do raio efetivo de curvatura da chapa.

A FR alcança seu máximo valor para pequenos valores de folga quando a saliência do freio está penetrada dentro da ranhura na matriz até a posição onde o centro de curvatura dos raios dos ombros da matriz está alinhado com o centro de curvatura da saliência do freio. Neste limite de penetração, a chapa está fletida com o raio mínimo de flexão, isto é, o raio de cada uma das ferramentas. Penetrações maiores que estas não podem aumentar a FR sem que a chapa seja esmagada, tendo sido esta afirmação comprovada em trabalhos experimentais, como os de Nine (1978).

Em face destas constatações se podem estabelecer os parâmetros geométricos com maior influência na FR a serem investigados nas simulações e seus respectivos intervalos de validade.

6.3.1.2 Espessura da Chapa

Das forças de deformação surge uma complexa combinação de fatores geométricos e de materiais. Um dos fatores que afetam o valor destas forças de deformação é a taxa de deformação local e esta, por sua vez, é determinada também pelos fatores geométricos anteriormente descritos e, evidentemente, pela espessura da chapa estampada.

Quando uma chapa está sujeita à ação de um freio, seu processo de deformação é muito complexo por causa das quatro inversões no sentido da flexão, as quais ocorrem à medida que a chapa é estampada pelo freio. Deformações compressivas e trativas ocorrem ao mesmo tempo em ambos os lados da chapa, variando desde zero na linha neutra até seu máximo valor na superfície da chapa. A Fig. 6.11 a seguir ilustra bem esta afirmação.

Formular uma equação analítica adequada a este caso pode ser difícil, dada a complexidade do problema. Assim, investigar e quantificar a influência deste parâmetro individualmente sobre a FR também se justifica em função da importante contribuição da espessura neste processo, conforme ficou demonstrado por Duarte e Oliveira (2005).

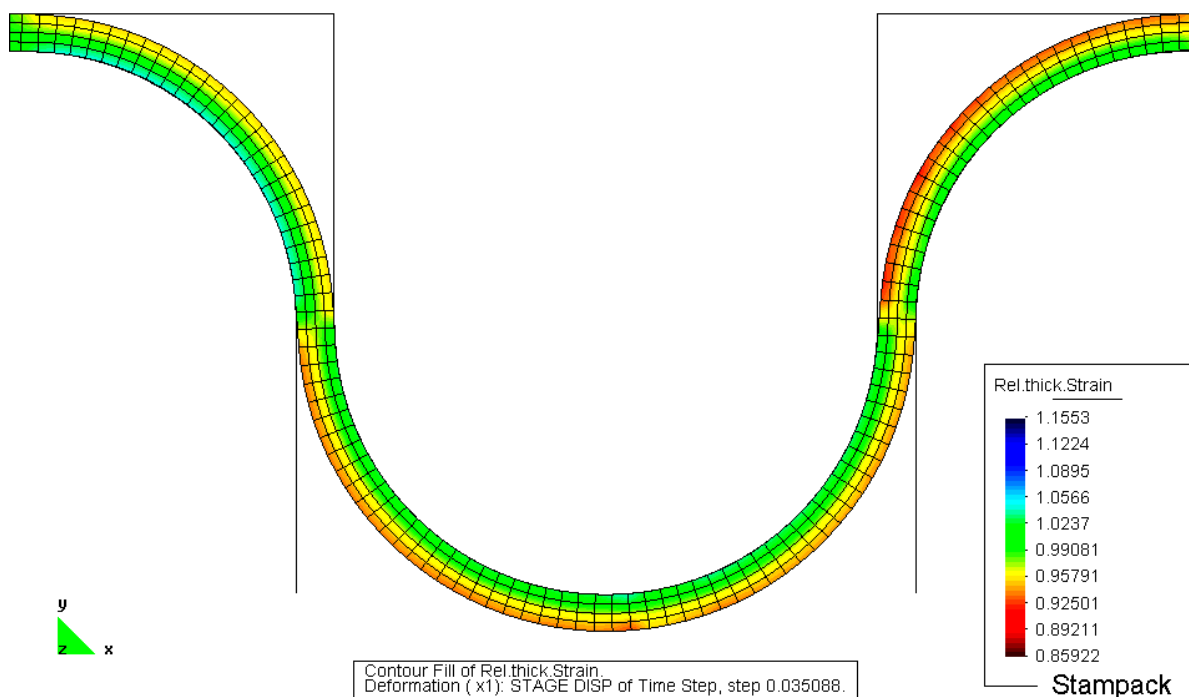


Figura 6.11 – Variações relativas na espessura de uma chapa em um freio de estampagem.

6.3.2 Parâmetros de Materiais

Alguns parâmetros utilizados para a caracterização dos materiais possuem importante contribuição no cálculo da força requerida para se deformar metais. Os parâmetros n , coeficiente de encruamento isotrópico, e K , constante de encruamento, ainda que obtidos de ensaios uniaxiais devem ser levados em conta, já que as deformações a que está sujeita uma chapa que passa por um freio de estampagem é cíclica, isto é, varia desde tração até compressão. Ghosh e Laukonis (1976) demonstraram que n e K são dependentes do estado de deformação e que as forças de estampagem são diretamente proporcionais aos valores de K e inversamente aos valores de n .

A magnitude das deformações plásticas comparadas às deformações elásticas determina a hipótese assumida para a plasticidade (isto é, elastoplástico, viscoplástico, etc.). Sendo assim, investigar a influência do limite de fluência S^Y e do módulo de Young E se supõe que seja relevante neste fenômeno, o que se pôde constatar tanto nos experimentos de Nine (1978), como nas simulações para cada um destes parâmetros.

6.3.3 Atrito

A magnitude da contribuição devida ao atrito é determinada pelo coeficiente de atrito e pela pressão normal à superfície de contato na interface da ferramenta com a chapa. Esta força de fricção, como se sabe, é diretamente proporcional ao coeficiente de atrito e à pressão normal às superfícies de contato. Porém, para se obter o coeficiente de atrito para

este fenômeno, aquela parte da força de estampagem devida exclusivamente à fricção deve ser subtraída do total, excluindo-se assim a contribuição devida às forças de deformação. Isto foi feito experimentalmente, conforme detalhes na seção (6.2.1.1).

Nos experimentos utilizados na validação deste trabalho foi possível se constatar que, dependendo das condições de lubrificação no processo de estampagem, de 15 a 35% do total da FR se devem à contribuição das forças de fricção. Isto seguramente demonstra a importância deste parâmetro no cômputo da FR, tendo sido especificamente um dos números adimensionais, ou Pi termos, estudados nas simulações e para o qual se estabeleceu uma das equações componentes.

6.3.4 Outros Parâmetros

Outros parâmetros seguramente podem ter maior ou menor influência no valor da FR. Entretanto, por motivos de simplificação e redução do número de variáveis no modelo proposto, somente aqueles de maior importância foram considerados. Para se testar a influência da taxa de deformação, por exemplo, nos experimentos de Nine (1978) utilizaram-se corpos de prova de chapas em aço e alumínio a velocidades de deslocamento do punção situadas entre 0,42 mm/s e 420 mm/s. Os valores da FR para aços aumentaram em até 25% com respeito ao aumento da velocidade do punção. Entretanto, para os corpos de prova em alumínio, não se verificou influência deste parâmetro no cômputo da FR. Por este motivo, adotou-se uma velocidade de 85 mm/s, usual neste tipo de processo, para todos os experimentos e, neste estudo, todos os resultados obtidos são válidos para esta velocidade.

O parâmetro que avalia a anisotropia plástica, R , também foi considerado constante e igual a 1,58 em todas as simulações e sua influência, portanto, em face de contribuição dos demais, foi negligenciada.

6.4 Definições dos Pi termos

Após a definição das variáveis mais importantes no cálculo da FR, resta a tarefa de se fazer os arranjos dos grupos adimensionais denominados Pi termos. Isto se fez à luz do Teorema Pi de Buckingham, detalhado na seção (3.4) desta tese.

Vale lembrar que este procedimento tem o objetivo de se reduzir a quantidade de observações necessárias, mas que um mínimo de sete simulações para todos os Pi termos foram feitas.

Depois de verificadas as restrições quanto ao número e à independência dos Pi termos, segundo o supracitado teorema, foram estabelecidos nove Pi termos com seus respectivos intervalos de validade para a equação preditiva geral, quais sejam:

- $\pi_1 = \frac{FR}{FP}$, onde π_1 é a variável dependente da seguinte equação que, de agora em diante, será denominada equação preditiva geral (EPG), obtida a partir da Eq.(3.30):

$$\pi_1 = C \cdot f_2(\pi_2) \cdot f_3(\pi_3) \cdot f_4(\pi_4) \cdot f_5(\pi_5) \cdot f_6(\pi_6) \cdot f_7(\pi_7) \cdot f_8(\pi_8) \cdot f_9(\pi_9) \quad (6.1)$$

a qual relaciona a força de freio FR com a força do prensa-chapas, FP, ambas em KN. As funções f_i , $i = 2, 3, \dots, 9$, são as funções componentes que descrevem a contribuição à FR de cada Pi termo, individualmente, da seguinte maneira:

- $\pi_2 = \frac{t}{R_d}$, que é a razão entre a espessura da chapa (t) com relação ao raio do freio circular (R_d), ambos em mm, donde resulta que $0,10 \leq \pi_2 \leq 0,35$. Estes limites foram assim estabelecidos em função das espessuras de chapas mais usuais neste tipo de processo, isto é, de 0,50 mm a 1,70 mm, aproximadamente, divididos por um raio de freio constante para todas as simulações e igual a 4,75 mm.
- Coeficiente de atrito, $\pi_3 = \mu \leq 0,30$, que são os valores mais recorrentes na prática.
- Expoente de encruamento, $\pi_4 = n$, onde $0,10 \leq \pi_4 \leq 0,30$. Estes limites também foram estabelecidos com base nos valores mais usuais para os tipos de aço e alumínio utilizados nestes processos de estampagem.
- $\pi_5 = \frac{E}{K}$: razão entre o Módulo de Young – isotrópico (E) e a constante de encruamento (K), ambos em MPa. Os limites de validade para este grupo adimensional foram estabelecidos para os menores valores usuais de E dos alumínios até os maiores valores desta propriedade mecânica para os aços, mantendo-se constante o valor de K igual a 570 MPa, donde resulta que $100 \leq \pi_5 \leq 500$.
- $\pi_6 = \frac{S_y}{K}$, que relaciona o limite convencional de escoamento S_y e a constante de encruamento, K, ambos em MPa. Os limites deste grupo adimensional foram estabelecidos sob o mesmo critério do Pi termo anterior, resultando que $0,15 \leq \pi_6 \leq 1,20$.

- $\pi_7 = \frac{h}{R_d}$, que relaciona a penetração do freio na matriz (h) com relação ao raio do freio circular (R_d), ambos em mm. Os limites para este Pi termo foram determinados de acordo com as justificativas da seção (6.3.1.1) para o parâmetro da penetração do freio, donde resulta que $0,70 \leq \pi_7 \leq 2,50$.
- $\pi_8 = \frac{c}{R_d}$, que relaciona a folga horizontal (c) entre o freio e a chapa com o raio do freio circular (R_d), ambos em mm. O limite para o intervalo de validade deste parâmetro foi obtido do fato de que tolerâncias para folgas inferiores a 0,50 mm para peças grandes da indústria automotiva, como o teto de um carro, por exemplo, são impraticáveis. Disto resulta que $0,030 \leq \pi_8 \leq 0,300$.
- $\pi_9 = \frac{R_m}{R_d}$, que relaciona o raio de arredondamento da matriz (R_m) e o raio do freio circular (R_d), ambos em mm. Os limites para estes parâmetros também foram obtidos para as geometrias mais comuns nas estampagens de chapas metálicas, donde resultou que $0,30 \leq \pi_9 \leq 1,50$.

A constante C , obtida a partir do denominador da Eq.(3.30), pode ser assim descrita para mais de três Pi termos:

$$C = \frac{1}{\left[F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) \right]^{s-2}} \quad (6.2)$$

donde, para nove Pi termos, resulta:

$$C = \frac{1}{\left[F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_9) \right]^7} \quad (6.3)$$

Aplicar a Eq.(6.3) ao caso específico do problema em estudo requer a determinação das equações componentes respectivas para cada Pi termo, o que se passa a determinar a seguir.

6.5 Obtenção das Equações Componentes

Conforme estabelecido na seção (3.4), para se obter as equações componentes de cada um destes π termos, todos os demais parâmetros foram mantidos constantes, enquanto um mínimo de sete valores distintos e igualmente distribuídos dentro do intervalo de validade foram escolhidos para se avaliar a contribuição à FR do parâmetro em questão. Desta maneira se pode obter o valor para a FR para distintos valores de cada π termo e ajustar-se uma função com a melhor correlação possível.

As funções escolhidas para se efetuar estes ajustes foram funções potenciais de tipo $\pi_1 = c_1.(\pi_i)^{c_2}$ ou exponenciais do tipo $\pi_1 = c_3.e^{(c_4.\pi_i)}$, as quais, em última análise, têm a mesma natureza e, por este motivo, foram combinadas por produtos, de acordo com os testes detalhados na seção (3.4.1).

Na obtenção destas equações componentes, a cada π termo foi atribuído um valor que se manteve constante para todas as simulações dos outros π termos, valores estes representados por $\bar{\pi}_i$ ($i = 2, 3, \dots, 9$), e utilizados nos testes da Eq. (4.13), excetuando-se, evidentemente, as simulações referentes aos distintos valores do próprio π termo.

Os valores escolhidos para serem constantes e utilizados para cada um dos π termos nas diversas simulações são os que estão na Tab. 6.4:

Tabela 6.4 – Valores constantes para cada π termo utilizados nas simulações.

π_i	Valores constantes adotados
$\pi_2 = t / R_d$	$t / R_d = 0,76 \text{ mm} / 4,75 \text{ mm} = 0,16$
$\pi_3 = \mu$	$\mu = 0,17$
$\pi_4 = n$	$n = 0,23$
$\pi_5 = E / K$	$E / K = 206.000 \text{ MPa} / 516 \text{ Mpa} = 400$
$\pi_6 = S_y / K$	$S_y / K = 171,7 \text{ MPa} / 516 \text{ Mpa} = 0,33$
$\pi_7 = h / R_d$	$h / R_d = 7,7 \text{ mm} / 4,75 \text{ mm} = 1,62$
$\pi_8 = c / R_d$	$c / R_d = 0,76 \text{ mm} / 4,75 \text{ mm} = 0,16$
$\pi_9 = R_m / R_d$	$R_m / R_d = 4,75 \text{ mm} / 4,75 \text{ mm} = 1$

As justificativas para as escolhas dos dados acima estão na seção (6.4). Acresça-se a estas justificativas, ainda, o fato de serem estes os valores experimentais utilizados nos primeiros ajustes do modelo em EF.

6.6 Programando a Interface Gráfica em STAMPACK®

Acima de tudo, o que se propõe aqui não é somente uma equação fechada para este problema como solução definitiva do fenômeno em estudo, mas sim uma metodologia de obtenção de uma equação para a predição da FR, nas condições estipuladas neste capítulo.

Tendo isto se tornado claro durante o desenvolvimento deste estudo, o passo seguinte foi passar-se à programação, em FORTRAN 90, da EPG para a implementação no programa STAMPACK, em uma interface gráfica, cujo aspecto pode ser verificado na Fig. 6.20.

Figura 6.20 – Interface para o cálculo da DBRF programada para o STAMPACK®.

Na interface gráfica programada no STAMPACK, três categorias de parâmetros devem ser aportadas para o cálculo da FR:

- Parâmetros geométricos: a folga horizontal, os raios da matriz e do freio circular, a penetração do freio na matriz, e a espessura da chapa;
- Parâmetros de materiais: módulo de Young, limite convencional de escoamento, constante de encruamento e o expoente de encruamento;

- Parâmetros de processo: coeficiente de atrito e a força do prensa-chapas, todos estes descritos na seção (6.3.5).

Além da programação da equação para a predição da FR, também foi feita uma programação em FORTRAN 90 da Metodologia utilizada na obtenção da referida equação. Desta maneira, se generalizam os procedimentos e se possibilita inclusive, após alguns ajustes de novos grupos adimensionais adequados, extrapolar-se a aplicação desta metodologia para freios com geometrias distintas da convencional seção circular.

Desta sorte, o que passa a se tornar fundamental é a obtenção de cada ponto simulado com a maior aproximação possível dos dados experimentais disponíveis.

CAPÍTULO VII

RESULTADOS E DISCUSSÕES

7.1 Introdução

Um dos resultados deste trabalho, talvez o de maior relevância, é a Metodologia de abordagem deste tema, desenvolvida neste estudo. Os resultados aqui apresentados são uma confirmação da aplicabilidade desta metodologia. No capítulo destinado à descrição da metodologia empregada nesta tese estão descritos os procedimentos de ajustes e validações dos modelos em Elementos Finitos (EF) utilizados na obtenção dos dados que foram utilizados na calibração das equações componentes. Além disto, detalhes dos experimentos de Nine (1978) utilizados na obtenção dos dados empregados nestes testes com a EPG (Equação de Predição Geral) e nos ajustes preliminares do modelo em EF também estão descritos neste mesmo capítulo. Adicionalmente a estes procedimentos, três tipos diferentes de testes de precisão foram feitos com a EPG.

Neste capítulo, estão os resultados obtidos nas calibrações das funções potenciais e exponenciais dos dados simulados. Destas calibrações resultaram as equações componentes que, combinadas de acordo com o Teorema Pi de Buckingham, resultaram na EPG, objetivo último desta tese.

Posteriormente, são examinadas e discutidas detidamente as comparações feitas em três tipos de testes com a EPG, quais sejam: primeiramente, um contraste com os dados experimentais de Nine (1978); em seguida, contrastes foram feitos com a solução analítica proposta por Stoughton (1988). E, em terceiro lugar, simulações em EF 2-D foram feitas de maneira a se poderem contrastar seus resultados com aqueles pré-estimados pela equação obtida neste trabalho de investigação, possibilitando-se fazer um terceiro grupo de testes com a teoria proposta por esta pesquisa.

7.2 Das equações componentes

Tendo sido estipulados os valores e os intervalos de validade para todos os Pi termos, conforme descrito no capítulo que trata da Metodologia desta tese, se puseram em marcha as simulações para cada parâmetro. Com um mínimo de sete pontos simulados para cada Pi termo, foram obtidas as seguintes equações componentes, respectivamente:

- Equação componente para π_2 :

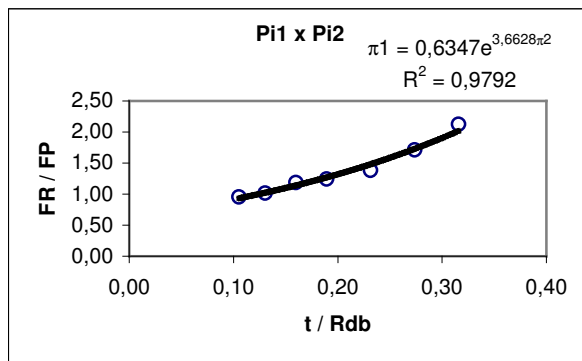


Figura 7.1 – Simulações para π_1 versus π_2 .

- Equação componente para π_3 :

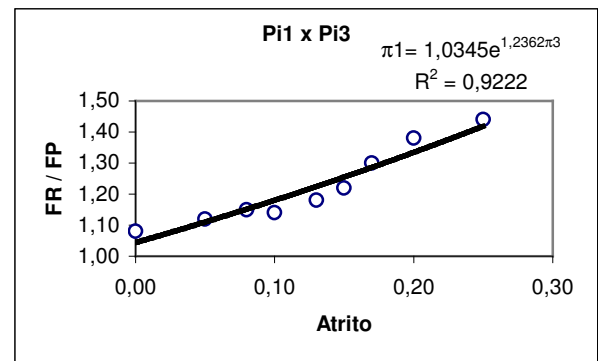


Figura 7.2 – Simulações para π_1 versus π_3 .

- Equação componente para π_4 :

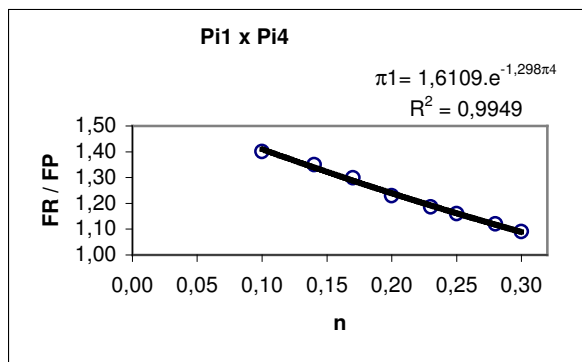


Figura 7.3 – Simulações para π_1 versus π_4 .

- Equação componente para π_5 :

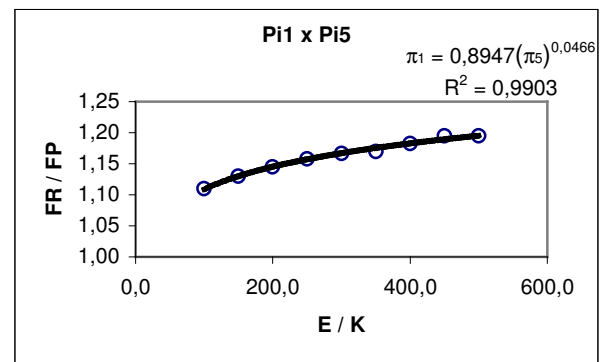


Figura 7.4 – Simulações para π_1 versus π_5 .

- Equação componente para π_6 :

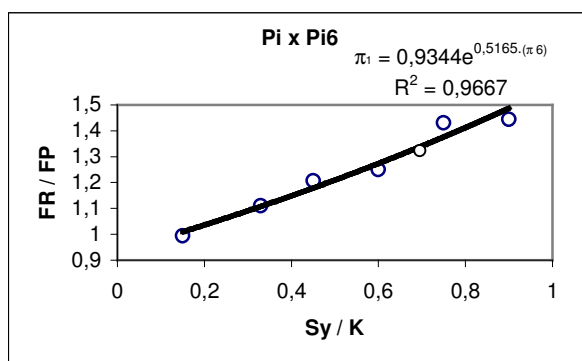


Figura 7.5 – Simulações para π_1 versus π_6 .

- Equação componente para π_7 :

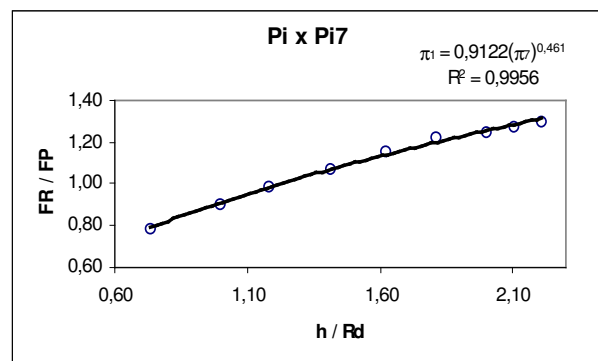


Figura 7.6 – Simulações para π_1 versus π_7 .

- Equação componente para π_8 :

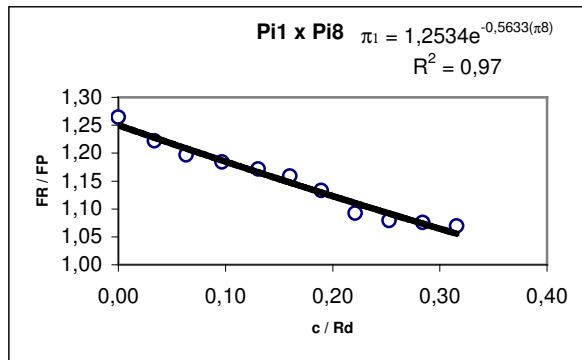


Figura 7.7 – Simulações para π_1 versus π_8 .

- Equação componente para π_9 :

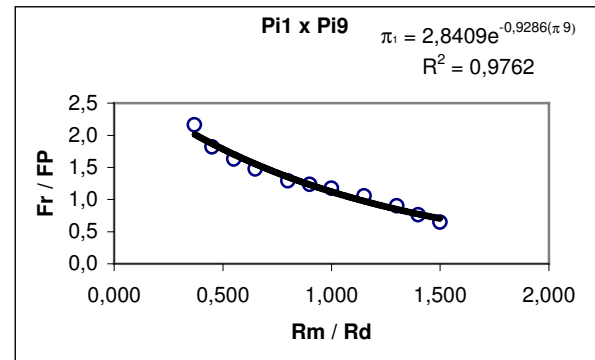


Figura 7.8 – Simulações para π_1 versus π_9 .

Substituindo-se na Eq.(6.3) os dados da Tab. 6.4 e utilizando-se as equações componentes obtidas dos Gráficos das Fig. (7.1) a (7.8), pôde-se, enfim, calcular o valor da constante C da Eq. (7.1), isto é, $C = 1,1738$, a qual também será necessária para se estabelecer a EPG.

Finalmente, determinou-se a EPG através da substituição na Eq. (6.1), do valor da constante C , acima, e das equações componentes dos Gráficos das Fig. (7.1) a (7.8). Genericamente, poder-se-ia estabelecer a EPG da seguinte forma:

$$FR = C \cdot FP \cdot a_2 \cdot e^{b_2 \left(\frac{t}{R_d} \right)} \cdot a_3 \cdot e^{b_3 \cdot \mu} \cdot a_4 \cdot e^{b_4 \cdot n} \cdot a_5 \cdot \left(\frac{E}{K} \right)^{b_5} \cdot a_6 \cdot e^{b_6 \left(\frac{S_Y}{K} \right)} \cdot a_7 \cdot \left(\frac{h}{R_d} \right)^{b_7} \cdot a_8 \cdot e^{b_8 \left(\frac{c}{R_d} \right)} \cdot a_9 \cdot e^{b_9 \left(\frac{R_m}{R_d} \right)} \quad (7.1)$$

Os valores das constantes acima vêm das equações resultantes das calibrações dos dados simulados nos Gráficos das Fig. (7.1) a (7.8), ou seja:

$$\begin{array}{llll} C = 1,1738 & & & \\ a_2 = 0,6347 & a_4 = 1,6109 & a_6 = 0,9344 & a_8 = 1,2534 \\ b_2 = 3,6628 & b_4 = -1,298 & b_6 = 0,5165 & b_8 = -0,5633 \\ a_3 = 1,0345 & a_5 = 0,8947 & a_7 = 0,9122 & a_9 = 2,8409 \\ b_3 = 1,2362 & b_5 = 0,0466 & b_7 = 0,4610 & b_9 = -0,9286 \end{array} \quad (7.2)$$

Efetuada as multiplicações das constantes de cada equação componente pela constante da EPG, obtém-se uma equação um pouco mais compacta para a FR, como se vê a seguir:

$$FR = k \cdot FP \cdot e^{b_2 \left(\frac{t}{R_d} \right)} \cdot e^{b_3 \cdot \mu} \cdot e^{b_4 \cdot n} \cdot \left(\frac{E}{K} \right)^{b_5} \cdot e^{b_6 \left(\frac{S_y}{K} \right)} \cdot \left(\frac{h}{R_d} \right)^{b_7} \cdot e^{b_8 \left(\frac{c}{R_d} \right)} \cdot e^{b_9 \left(\frac{R_m}{R_d} \right)} \quad (7.3)$$

onde:

$$k = C \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 \cdot a_9$$

$$k = 3,3715$$

Disto resultando, por fim, a seguinte equação para a predição da FR:

$$FR = 3,3715 \cdot FP \cdot e^{3,6628 \left(\frac{t}{R_d} \right)} \cdot e^{1,2362 \cdot \mu} \cdot e^{-1,298 \cdot n} \cdot \left(\frac{E}{K} \right)^{0,0466} \cdot e^{0,5165 \left(\frac{S_y}{K} \right)} \cdot \left(\frac{h}{R_d} \right)^{0,461} \cdot e^{-0,5633 \left(\frac{c}{R_d} \right)} \cdot e^{-0,9286 \left(\frac{R_m}{R_d} \right)} \quad (7.4)$$

Enfim, o objetivo primeiro desta abordagem, portanto, é encontrar os valores ótimos para as constantes C , a_i e b_i para a Eq. (7.1) resultar na Eq. (7.4). Como as constantes a_i e b_i ($i = 2, 3, \dots, 9$) vêm das funções ajustadas aos dados obtidos das simulações numéricas, também por este motivo, a metodologia desenvolvida nesta pesquisa foi programada em FOR-TRAN 90. Isto permitiria operacionalizar mais facilmente uma otimização das constantes obtidas da base de dados adquiridos via simulações com melhores precisões, em um futuro trabalho.

Pode-se verificar nas Fig. 7.1 a 7.8 que, em relação à sensibilidade da FR aos parâmetros de materiais, em ordem decrescente de importância, tem-se que a maior influência é de n , seguido pelo Limite convencional de elasticidade (S_y) e, por último, o grupo adimensional que relaciona o Módulo de Young (E) com a constante de encruamento (K). Pode-se ainda constatar que o coeficiente de atrito está entre os parâmetros que possuem uma influência direta em sua relação com a FR.

Uma análise de sensibilidade em relação aos parâmetros de materiais conduz à conclusão de que a FR possui a maior sensibilidade em relação ao grupo adimensional da espessura de chapa. Seguem-se em relação a este, em ordem decrescente de importância, os grupos adimensionais que relacionam os raios da matriz e do freio de estampagem, a folga e, por último, a profundidade de penetração do freio.

A folga horizontal, entretanto, é um parâmetro que pode ter uma influência importante na FR, pois, como a FR aumenta quando o metal é forçado a se conformar mais proximamente ao raio da ferramenta, então, em decorrência de uma redução do raio efetivo, a FR alcança seu máximo valor para pequenos valores de folga, como já se disse.

Alguns parâmetros utilizados para a caracterização dos materiais possuem importante contribuição no cálculo da força requerida para se deformar metais, pois a magnitude das deformações plásticas comparadas às deformações elásticas determina a hipótese assumida para a plasticidade (isto é, elastoplástico, viscoplástico, etc.).

Como mencionado anteriormente, Ghosh e Laukonis (1976) demonstraram que n e K são dependentes do estado de deformação e que as forças de estampagem evoluem diretamente com os valores de K e inversamente com os valores de n . Os resultados desta pesquisa coincidem com esta constatação, ao se verificar a evolução do parâmetro n em relação à FR, no Gráfico 7.3. Não se investigou a influência do parâmetro K , isoladamente, neste estudo.

Com relação à influência sobre a FR dos parâmetros de materiais, em ordem decrescente de importância, pôde-se observar que a maior influência é de n , seguido pelo Limite convencional de elasticidade (S_y) e, por último, o grupo adimensional que relaciona o Módulo de Young (E) com a constante de encruamento (K).

Em relação ao coeficiente de atrito (μ), pôde-se observar que a concordância dos dados simulados nesta pesquisa com os dados experimentais corroboraram a aplicabilidade da Lei de Coulomb a este tipo de problema de estampagem, preconizada por Nine (1978). Uma indicação de que a Lei de Coulomb se aplica aos freios de estampagem é embasada pela boa concordância dos resultados obtidos pelos dois métodos utilizados por Nine (1978) para calcular o coeficiente de atrito. Isto é, assumindo-se que a pressão devida ao atrito aumenta linearmente ou fazendo-se uma analogia com o caso de atrito entre placas planas, mas multiplicando a força de fechamento do prensa-chapas por π . O coeficiente de atrito está no grupo daqueles parâmetros que possuem uma influência direta em sua relação com a FR, conforme Fig. 7.2.

É muito importante ressaltar, todavia, que, sob a luz deste estudo, a Eq.(7.1) é uma das infinitas possibilidades de obtenção para uma EPG. Isto se deve ao fato de que cada ponto simulado pode ser obtido, em tese, com uma precisão tanto melhor quanto se queira arcar com os custos computacionais para a obtenção de cada um deles. Respeitados, evidentemente, não só os limites impostos pela natureza de aproximação do MEF, eminentemente, mas também pela aproximação que qualquer modelo físico pressupõe.

7.3 Validações da EPG com dados experimentais

Nine (1978) realizou numerosos experimentos para investigar a influência dos parâmetros geométricos, das propriedades dos materiais, da força do prensa-chapas (FP) e

do coeficiente de atrito sobre a FR. Estes experimentos são amplamente referenciados em trabalhos sobre freios de estampagem e foram desenvolvidos nos laboratórios da companhia General Motors, Inc., nos Estados Unidos, ainda nos anos 1970 e estão detalhados na seção a eles pertinentes, dentro do capítulo de Metodologia desta tese.

A Tabela 7.1 a seguir traz uma comparação entre dezenove resultados experimentais de Nine (1978) e as previsões feitas com a EPG para estes mesmos experimentos. A média dos valores absolutos das diferenças percentuais descritas na Tab. 7.1 está próxima de 6%. E, para os casos estudados, o valor máximo para cada diferença de estimação da EPG, em relação aos dados experimentais em questão, é igual a 11%. Como já foi dito, teoricamente, estas diferenças ainda poderiam ser melhoradas.

Tabela 7.1 – Testes da EPG com os experimentos de Nine (1978).

Nº do teste	FR - Nine (KN)	FR – Duarte (KN)	Diferença (%)
1	94	86	-8
2	60	57	-5
3	66	67	2
4	117	120	3
5	78	77	-1
6	80	76	-5
7	66	64	-4
8	114	114	0
9	82	79	-4
10	78	75	-4
11	98	98	0
12	168	186	11
13	82	74	-10
14	74	72	-2
15	128	134	4
16	100	94	-6
17	160	169	6
18	114	123	8
19	138	135	-2

A Tabela 7.2 traz os valores dos parâmetros usados em cada um dos experimentos, todos eles executados com folga horizontal desprezível, isto é, aproximadamente igual a zero. A simbologia empregada na Tab. 7.2 é a mesma utilizada no capítulo dedicado à metodologia desta tese.

Tabela 7.2 – Características dos testes feitos com os experimentos de Nine (1978).

Teste	n	E (Mpa)	K(MPa)	S'(Mpa)	μ	t (mm)	R _m (mm)	R _d (mm)	h (mm)	FP (KN)
1	0,26	70967	643,0	192,9	0,200	0,81	5,50	5,50	11,81	72
2	0,26	70967	643,0	192,9	0,040	0,81	5,50	5,50	11,81	58
3	0,26	70967	643,0	192,9	0,070	0,81	5,50	5,50	11,81	66
4	0,24	70967	643,0	192,9	0,001	0,89	5,50	5,50	11,89	56
5	0,24	70967	643,0	192,9	0,170	0,89	5,50	5,50	11,89	96
6	0,24	70967	643,0	192,9	0,070	0,89	5,50	5,50	11,89	70
7	0,24	70967	643,0	192,9	0,080	0,89	5,50	5,50	11,89	68
8	0,18	206000	576,0	171,7	0,001	0,76	5,50	5,50	11,76	60
9	0,18	206000	576,0	171,7	0,210	0,76	5,50	5,50	11,76	84
10	0,18	206000	576,0	171,7	0,080	0,76	5,50	5,50	11,76	68
11	0,23	206000	559,0	171,7	0,001	0,86	5,50	5,50	11,86	70
12	0,23	206000	559,0	171,7	0,070	0,86	5,50	5,50	11,86	84
13	0,19	206000	519,0	171,7	0,200	0,99	5,50	5,50	11,99	116
14	0,24	206000	529,0	171,7	0,070	0,76	5,50	5,50	11,76	68
15	0,21	206000	491,0	171,7	0,001	0,86	5,50	5,50	11,86	64
16	0,21	206000	491,0	171,7	0,170	0,86	5,50	5,50	11,86	96
17	0,23	206000	529,0	171,7	0,001	0,97	5,50	5,50	11,97	80
18	0,23	206000	529,0	171,7	0,180	0,97	5,50	5,50	11,97	116
19	0,23	206000	529,0	171,7	0,060	0,97	5,50	5,50	11,97	98

Para uma melhor visualização das comparações entre os resultados experimentais e as predições feitas pela EPG, os mesmos estão plotados no gráfico da Fig. 7.9:

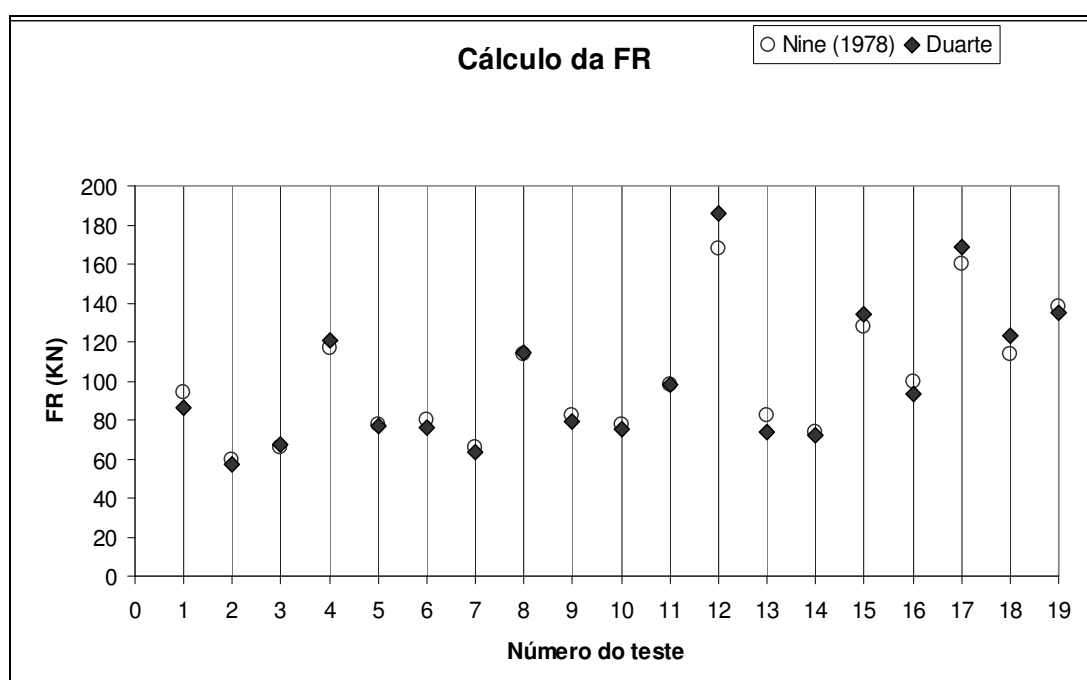


Figura 7.9 – Validações da EPG com resultados analíticos e com dados experimentais de Nine (1978).

É possível se constatar no gráfico da Fig. 7.9, a relativa flexibilidade da EPG para encontrar a solução com diferentes grupos de parâmetros experimentais e sua relativa precisão, face à complexidade do tema.

7.4 Validações da EPG com a solução analítica de Stoughton (1988)

Stoughton (1988) utilizou os trabalhos de Levy (1983) e Levy (1985) como uma primeira aproximação para se desenvolver o modelo analítico de predição da FR. Sua idéia básica consiste na integração do trabalho de deformação ao longo da espessura da chapa, em toda a extensão do freio, baseando-se no princípio dos trabalhos virtuais.

As principais características do modelo de Stoughton são: o uso de um raio efetivo de flexão da chapa a fim de se obter melhores resultados para as estimações de estampagens de penetrações mais rasas; fórmula fechada para a predição da FR sem necessidade de pré-estimativas, como por exemplo, cálculos iterativos de algum parâmetro.

Um caso típico de um freio circular, conforme Fig. 6.5, está descrito em Guo et al. (2000). Nesta referência bibliográfica há cinco testes feitos com o modelo de Stoughton e os experimentos de Nine (1978). Utilizar-se-ão aqui estes mesmos casos para se testar os resultados das predições da EPG desenvolvida nesta investigação.

Estes casos estão caracterizados por um módulo Young, $E = 210 \text{ GPa}$, pela constante de encruamento da Lei de Potência de Hollomon $K = 516 \text{ Mpa}$, por um coeficiente de encruamento $n = 0,23$ e pelo coeficiente médio de anisotropia $R = 1,6$. Demais propriedades dos ensaios se encontram na Tab. 7.3, em Nine (1978) e em Guo et al.(2000).

Tabela 7.3 – Parâmetros para cinco testes com freios circulares. [Dados disponíveis em Guo et al.(2000)].

Espécime de freio	Raio do freio (mm)	Espessura de chapa (mm)	Coeficiente de atrito	Força no Prensa chapas (KN)
1	4,75	0,86	0,160	98
2	4,75	0,86	0,070	82
3	5,50	0,76	0,184	84
4	5,50	0,86	0,167	96
5	5,50	0,86	0,050	82

Usando-se os dados descritos na Tab. 7.3 e Tab. 7.4, estimativas para a FR foram calculadas com o modelo de Stoughton (1988), com a EPG obtida nestes estudos e comparados aos dados experimentais de Nine (1978).

Tabela 7.4 – Testes comparativos com os experimentos de Nine (1978) das estimativas feitas para a FR pela EPG e por Stoughton (1988). [Dados disponíveis em Guo et al. (2000)].

Espécime de freio	FR (Valor experimental em N / mm)	FR (Valor estimado pela EPG em N / mm)	FR (Valor estimado por Stoughton em N / mm)	Erro Stoughton (%)	Erro EPG (%)
1	138	135	122	–12	– 2
2	106	101	94	–11	– 5
3	112	105	103	– 8	– 6
4	128	133	121	– 5	4
5	92	98	80	–13	7

Como se pode ver na Tab. 7.4, as estimativas para a FR feitas com esta abordagem estão mais próximos dos resultados experimentais que aqueles estimados como modelo analítico de Stoughton (1988).

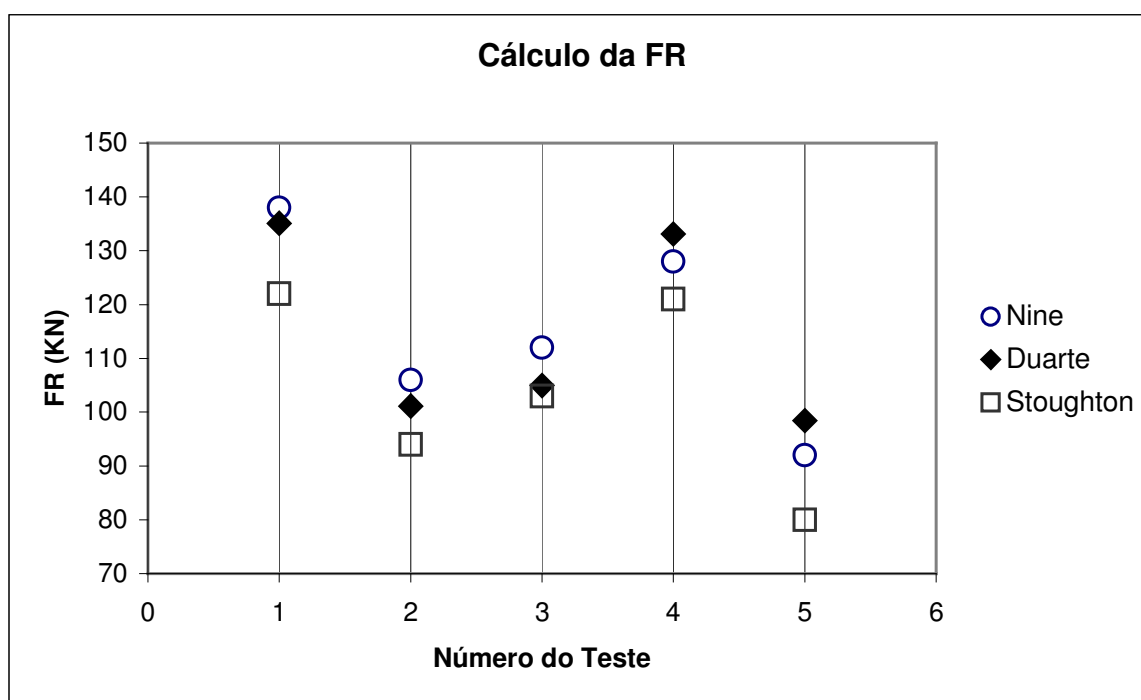


Figura 7.10 – Validações da EPG com resultados analíticos e com dados experimentais de Nine (1978).

Pode-se notar ainda que, para esses cinco casos, o módulo do erro absoluto foi inferior a 5% e para estes cinco casos estudados, o erro máximo foi de cerca de 7%. Para melhor visualização, os resultados destes cinco testes estão no gráfico da Fig. 7.10.

7.5 Testes suplementares da EPG com simulações bidimensionais em EF

Adicionalmente às validações da EPG com resultados analíticos e experimentais descritos nas seções anteriores, testes suplementares ainda foram feitos com simulações 2D no STAMPACK®. Estes testes foram realizados para diferentes grupos de parâmetros geométricos, de materiais e de processos, como a FP e o coeficiente de atrito, para se averiguar as vantagens de se utilizar a EPG como uma alternativa rápida no cálculo da FR.

Eliminou-se com esta contribuição a necessidade de se fazer uma simulação 2D, cujo custo computacional costuma levar em torno de quase duas horas de processamento, dependendo da configuração da estação de trabalho e da necessidade de precisão dos resultados.

Cada parâmetro foi investigado, mantendo-se constante todos os demais para se avaliar a evolução da FR.

As Figuras 7.11 a 7.18 mostram os resultados destes contrastes entre as predições da EPG e as simulações 2D em EF:

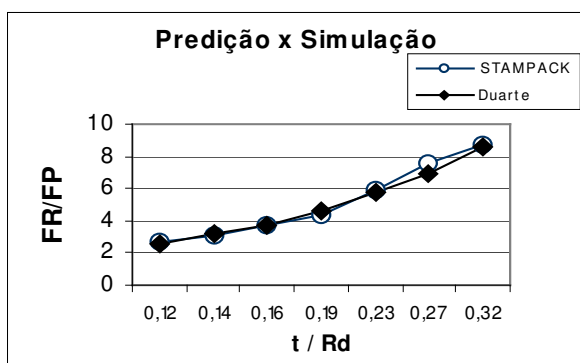


Figura 7.11 – FR *versus* Espessura.

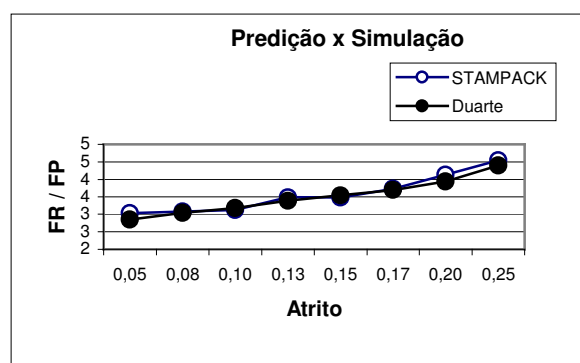


Figura 7.12 – FR *versus* atrito.

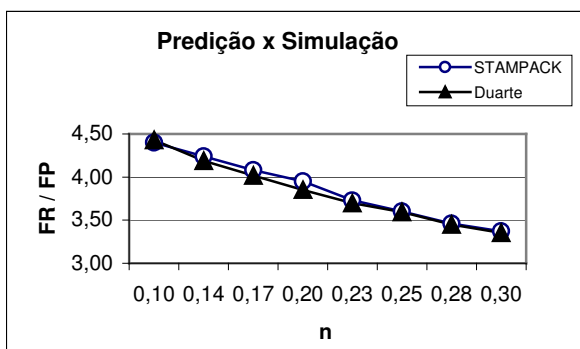


Figura 7.13 – FR *versus* coef. de encruamento.

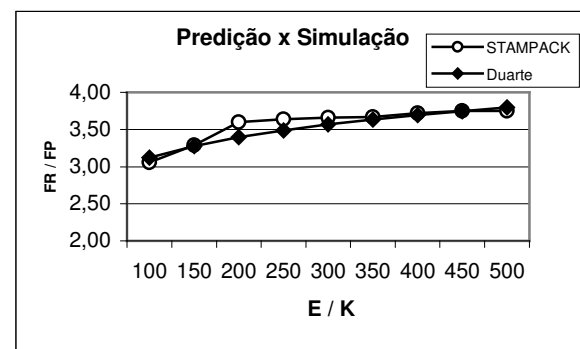


Figura 7.14 – FR *versus* Módulo de Young.

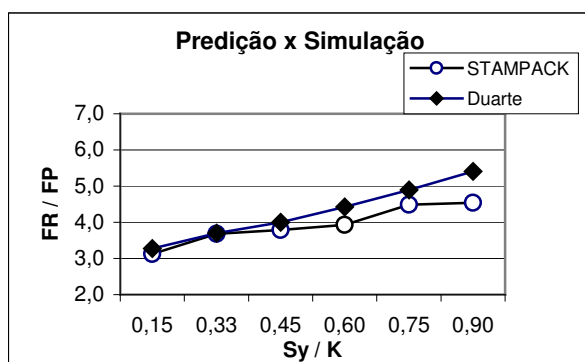


Figura 7.15 – FR versus Limite de Escoamento.

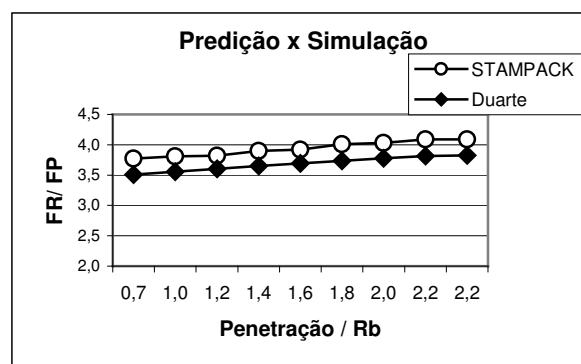


Figura 7.16 – FR versus Penetração.

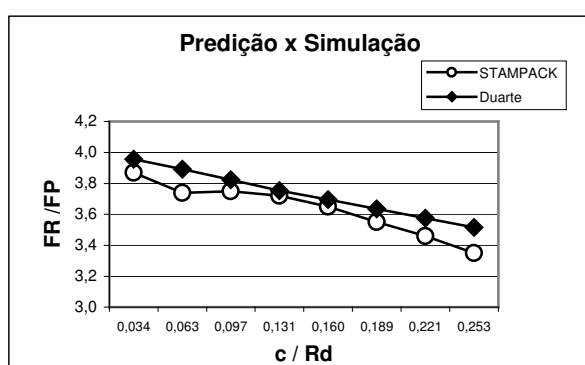


Figura 7.17 – FR versus folga.

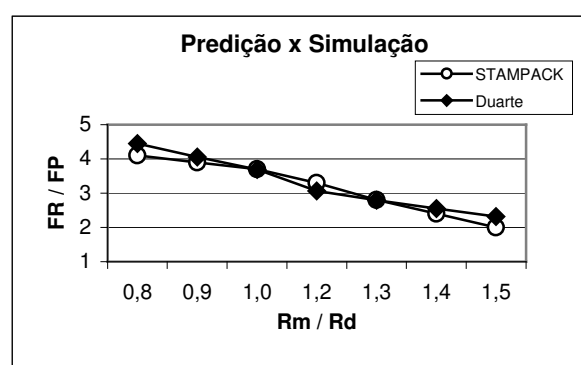


Figura 7.18 – FR versus Raio do Freio.

Em todos os casos simulados nesta pesquisa, o erro máximo foi de 11% para um erro absoluto médio de 6%.

Está claro, entretanto, que há limites para se baixar o erro médio da equação, tendo-se em vista que existem fontes de incertezas de toda natureza na Metodologia proposta, divididas nos seguintes três grupos:

1. Nos dados experimentais utilizados na validação do modelo proposto;
2. Nos desvios decorrentes da natureza das funções escolhidas para serem ajustadas em cada equação componente;
3. Erros numéricos diversos.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Em busca das respostas ao problema proposto no projeto de tese, onde se havia estabelecido como meta principal a determinação de uma equação fechada para a estimação da FR, e ao longo das pesquisas, várias conclusões foram vislumbradas.

Passa-se, neste momento, a discorrer sobre as sugestões para os trabalhos futuros como continuidade deste estudo. Antes, porém, se discorrerá sobre as conclusões deste estudo, a saber:

- Para se estudar com profundidade os conceitos referentes à estimação da FR, modelos em EF foram projetados nesta tese para se simular o processo de estampagem de chapas metálicas, mais especificamente focado na região onde a chapa passa por um freio circular. Na validação dos modelos em EF e nos testes dos resultados foram utilizados os resultados experimentais de Nine (1978) e os resultados analíticos de Stoughton (1988). Para cada grupo de parâmetros adimensionais, no mínimo sete pontos foram simulados para se ajustar dois tipos de funções: potenciais e exponenciais, as quais foram escolhidas em função de sua melhor correlação na calibração dos dados numéricos;
- Destas simulações, pôde-se estudar a influência na FR de vários parâmetros, divididos em três grupos: de materiais, geométricos e de processo;
- Constatou-se que alguns parâmetros geométricos têm uma influencia inversa e outros direta no cálculo da FR: espessura e penetração estão nos grupos daqueles que possuem uma influência direta no cálculo da FR, enquanto a folga e a razão entre os raios da matriz e do freio circular possuem influência inversa na evolução da FR;
- Uma análise de sensibilidade em relação a estes parâmetros conduz à conclusão de que a FR possui a maior sensibilidade em relação ao grupo

adimensional da espessura de chapa. Seguem-se em relação a este, em ordem decrescente, os grupos adimensionais que relacionam os raios da matriz e do freio de estampagem, a folga e, por último, a profundidade de penetração do freio;

- A FR alcança seu máximo valor para pequenos valores de folga, quando a saliência do freio está penetrada dentro da ranhura na matriz até a posição onde o centro de curvatura dos raios dos ombros da matriz está alinhado com o centro de curvatura da saliência do freio. Neste limite de penetração, a chapa está fletida com o raio mínimo de flexão, isto é, o raio de cada uma das ferramentas. Penetrações maiores que estas não podem aumentar a FR sem que a chapa seja esmagada, tendo sido esta constatação coincidente com os resultados experimentais de Nine (1978);
- Em relação à sensibilidade da FR aos parâmetros de materiais, em ordem decrescente de importância, tem-se que a maior influência é de n , seguido pelo limite convencional de elasticidade (S^y) e, por último, o grupo adimensional que relaciona o Módulo de Young (E) com a constante de encruamento (K);
- Em relação à FP, não se desenvolveu um estudo específico para se detectar rigorosamente sua influência sobre a FR. Cabe ressaltar, no entanto, que a determinação de um valor, via tentativa e erro, que fosse o mais adequado, sem que houvesse um esmagamento da chapa, foi extremamente moroso, em face dos procedimentos adotados nesta metodologia. Seria de bom alvitre que um valor para a FP tivesse sido estimado analiticamente, segundo Stoughton, por exemplo, antes que se iniciassem as simulações para se encontrar um valor tal de FP que não se instabilizasse para pequenos valores de espessura de chapa, mas que fosse suficiente para manter o prensa-chapas fechado durante as estampagens feitas com maiores espessuras de chapa;
- Os parâmetros numéricos investigados com relação à sua influência sobre a simulação da FR foram:
 - O “aspect ratio” - razão entre a altura e a largura do elemento quadrilateral – e sua influência sobre o valor simulado para a FR. Para este parâmetro, o valor adotado no modelo em EF final foi de 80 elementos na longitude e três elementos na espessura. Cabe aqui lembrar que a estabilidade da FR simulada foi alcançada com maior êxito quando se tentou compatibilizar tamanhos dos elementos da chapa que estão em contato com a matriz;

- Tempo Crítico: assumiu-se o valor de 0.00010 s para o tempo crítico em todas as simulações neste trabalho;
- Amortecimento: o melhor valor para o ajuste do modelo em EF, quando comparado o resultado simulado ao resultado experimental da FR, também se deu com o valor 5 que é o valor da amplitude de amortecimento estipulado automaticamente pelo código.
- A obtenção de uma equação fechada com erro inferior aos 10 % estava no projeto desta tese como uma das metas mais preponderantes. Nos testes experimentais, a média dos valores absolutos das diferenças percentuais obtidas esteve próxima dos 6% e, para os casos estudados, o valor máximo da diferença para cada teste da EPG foi igual a 11%. Teoricamente, estes erros ainda poderiam ser melhorados, caso se fizessem simulações com custos computacionais mais elevados;
- Além da programação da equação para a predição da FR, também se fez uma programação em FORTRAN 90 da metodologia utilizada na obtenção da referida equação. Como resultado disto, o que se torna fundamental, é a otimização de todas as constantes da EPG, através do Método dos Mínimos Quadrados, posteriormente à obtenção de cada ponto simulado com a maior aproximação possível dos dados experimentais disponíveis.

8.2 Sugestões de trabalhos futuros

Com o objetivo de se generalizar e automatizar os procedimentos aqui adotados, fez-se uma programação em FORTRAN 90 da metodologia desenvolvida nesta tese. Este programa deve possibilitar alguns desdobramentos em trabalhos futuros, a saber:

- Após alguns ajustes de novos grupos adimensionais adequados, extrapolar-se a aplicação desta metodologia para freios com geometrias distintas da convencional seção circular aqui investigada, como por exemplo, seção retangular, em “*step*”, etc.;
- Os bons resultados alcançados com esta metodologia indicam que sua utilização, como de resto a teoria da similitude, pode ser aplicada a outros fenômenos físicos, similares ou não a este problema. Para tal, não se podem prescindir de sólidos fundamentos e conceitos físicos do problema estudado para se tirar proveito das virtudes deste tipo de abordagem, cuja principal vantagem repousa na redução do número de variáveis que devem ser investigadas. Além disto, há a possibilidade de se agrupar as variáveis adimensionais adequadamente, de maneira a facilitar a

observação do fenômeno e, por conseguinte, a coleta dos dados – neste caso, numéricos;

- Sistematizar a coleta dos dados simulados em EF para os grupos adimensionais do problema em estudo, tornando automática a entrada dos números de grupos adimensionais e dos dados simulados necessários para a calibração das equações componentes no programa da metodologia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASM International. **Metal Handbook**, 9. Ed. Vol. 14 (Forming and Forging), S.L. Semiatin, Metals Park, Ohio, 1988.

BATHE, K.J.; CHAUDARY, A. **A solution method for planar and axisymmetric contact problems**. Int. J. Num. Meth. Engng., 21, 1985. p. 65-88.

BELYTSCKO, T.; LIU, W. K., Moran, B. **Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures**. John Wiley & Sons Ltd., England, 2000.

BURANATHITI, T.; CAO, J. **Simulation Results: Automotive Deck Lid InnerPanel (Benchmark 1)**. Department of Mechanical Engineering, Northwestern University, Evanston, Illinois, 2005.

CAO, H.L.; TEODOSIU, C. **Numerical Simulation of Drawbeads for Axisymmetric Deep-Drawing**: Numerical Methods in Industrial Forming Processes. ed. Chenot, Wood and Zienkiewicz, Balkema, Rotterdam, 1992. p. 439-449.

CARLEER, B. D. et al. **Modelling drawbeads with finite elements and verification**. J. Mat. Proc. Tech., vol. 45/1-4, 1994. p. 63-69.

CARLEER, B. D.; MENDERS, T.; HUÉTINK, H. **Equivalent drawbead model in finite element simulations**. In: Proceedings of the Numerical Simulations of 3D Sheet Metal forming Processes (NUMISHEET'96), 1996. p. 25-31.

CHABRAND, P.; DUBOIS, F. **Influence of the Drawbead on the Blankholder Resulting Forces**: Numerical Methods in Industrial Forming Processes. ed. Chenot, Wood and Zienkiewicz, Balkema, Rotterdam, 1992. p. 449-455.

CHABRAND, P.; DUBOIS, F.; GELIN, J.C. **Modeling Drawbeads in Sheet Metal Forming**, Int. J. Mech. Sci., Vol. 38, No. 1, 1996. p. 59-77.

COOK, R.D. **Concept and applications of finite element analysis**. John Wiley & Sons, NY, 1974.

DUARTE, E. N.; OLIVEIRA, S A G. **The Influence of Sheet Thickness on Drawbead Restraining Force in Sheet Metal forming.** In 18th International Congress of Mechanical Engineering November 6-11, Ouro Preto – Brazil, 2005.

GAVINE, Adam. **Party Time.** Testing Technology International, November 2001.

GERADIN, M.; HOGGE, M. ANDA IDELSOHN, S. **Implicit finite element methods.** In: *Computational methods for transient analysis*, (ed. T. Belytschko and T.J.R. Hughes), Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1983. p. 417-471.

GHOSH, A.K.; LAUKONIS, J.V. **Proc. 9th Biennial Congress IDDRG.** ASM, Ann Arbor, 1976.

GUO, Y. Q.; et al. **Recent developments on the analysis and optimum design of sheet metal forming parts using a simplified inverse approach.** In: *Journal of Computers and Structures* 78, 2000. p. 133-148.

HERDERICH, M.R. **Experimental Determination of the Blankholder Forces Needed for Stretching Draw Die Design,** SAE Paper No. 900281. 1990.

KARIMA, M.; W. Tse. **Effect of process and Material Windows of Formability of Drawbead Controlled Geometries.** Proc. The Winter Annual Meeting of ASME", Chicago, IL, Nov. 27-Dec. 2, 1989. p. 153-156.

_____. **Formability and Uniformity Aspects in Drawbead Controlled Geometries,** J. Mater. Shaping Technol., Vol. 6, 1989. p. 181-193.

KIM, E. J.; HWANG, J.S. **Digital die manufacturing in Automotive stamping.** Hyundai Motor Co., presented at Numisheet 2002, Korea, October 2002.

KIM, Y. S.; Kim, K. S. **A study on friction-constraint of drawbead (I).** In: *Proceedings of the Korean Society for Mechanical Engineering*, 1991. p. 120-124.

KLUGE, S. **Spannungsüberlagerung durch Einsatz von Ziehstäben Beim Umformem unregelmäßiger Blechteile,** Blech Rohre Profile Vol.39, N^o. 2, 1992. p. 117-123.

KOJIMA, M. **Effect of drawbead on press-load property in deep drawing of cylindrical shell.** J. Jpn. Soc. Technol. Plasticity 34, 1993. p. 1009-1018.

LEVY, B.S. **Development of a Predictive Model for Draw Bead Restraining Force Utilizing Work of Nine and Wang,** J. Applied Metalworking, Vol. 3, N^o 1, 1983. p. 38-44.

_____. **Modeling Binder Restraint Using Parametric Models Based on Mechanistic Considerations**, Computer Modeling of Sheet Metal Forming Process; Theory, Verification and Application, eds. N.M. Wang and S.C. Tang, Ann Arbor, MI, Apr. 29-30, 1985. p. 177-191.

_____. **An Analysis of Drawbeads in Sheet Metal Forming, Part-2 Experimental Verification**. J. Eng. Mater. and Technol., Trans. ASME, Vol. 109, 1987. p. 164-170.

MARCINIAK, Z. **Mechanics of sheet Metal Forming**. Ed Edward Arnold. Great Britain, 1992.

MELOSH, R. J. **Structural Analysis of solids**. ASCE Structural Journal, 4, August, 1963. p. 205-223.

MURPHY, G. **Similitude in Engineering**. The Ronald Press Company, Iowa State University - N.Y., 1950.

NAFEMS. **A Finite Element Primer**. NAFEMS, 3. ed., 2003.

_____. **Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis**. Ed. By E. Hinton. East Kilbride, Glasgow, 1992.

NINE, H. D. **Drawbead forces in sheet metal forming**. In: D. P. Koistinen, N. M. Wang (Eds.), Mechanics of Sheet Metal Forming, Plenum Press, New York, 1978. p. 179-211.

_____. **Drawbead Forces in Sheet Metal forming**, GM Research Laboratories, Warren, Michigan, 1978.

_____. **New drawbead concepts for sheet metal forming**. J. Appl. Metalworking 2, 1982. p. 185-192.

OÑATE, E.; ZIENKIEWICZ, O.C. **A Viscous shell formulation for the análisis of thin sheet metal forming**. Int. J. Mech. Sci., 25, 1983. p. 305-335.

OÑATE, E. **Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos**. CIMNE – UPC, Barcelona, España, 1995.

OÑATE, E.; CENDOYA, P.; MIGUEL, J. **Nuevos Elementos Finitos para el Análisis Dinámico Elastoplástico no Lineal de Estructuras Laminadas**. Monografía CIMNE Nº 36, 1997.

OÑATE, E.; DE SARACIBAR, A. **Numerical Modelling of Sheet Metal Forming Problems.** In: Numerical Modelling of Material Deformation Processes: Research, Development and Applications, P. Hartley, I. Pillinger and C.E.N. Sturgess (eds), Springer-Verlag, Berlin, 1990.

SANCHEZ, L.R.; WEINMANN, K.J. **A general Computer Model for plane Strain Sheet Flow and its Application to Flow between Circular Drawbeads.** Proc. 15th Biennial Congress of IDDRG, May 16-18, Dearborn, MI, 1988. p. 217-226.

SIMO, J.C.; HUGHES, T.J.R. **Computational Inelasticity.** Springer-Verlag, N.Y, 1998.

SME, Die Design Handbook. 3rd edition, Ed. D.A. Smith, 1990.

STAMPACK® Basic Concepts Theory Manual, Quantech ATZ S.A., Barcelona, Spain, 2001.

_____. Quantech ATZ S.A., Barcelona, Spain, 2003.

STOUGHTON, T.B. **Model of Drawbead Forces in Sheet Metal Forming.** Proceedings of the 15th Biennial Congress of IDDRG, May 16-18, Dearborn, MI, 1988. pp. 205-215.

TAYLOR, R.L.; SIMO, J.C.; WRIGGERS. **A perturbed Lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems.** Comp. Meth. Appl. Mech. Engn., 50, 1985. p. 163-180.

TUFEKCI, S.S. et al. **Drawbead Design and Estimation of Drawbead Forces in Sheet Metal Forming**, Report No. ERC/NSM-S-93-13, Engineering Research Center for Net Shape Manufacturing, the Ohio State University, 1993.

_____. **Estimation and Control of Drawbead Forces in Sheet Metal Forming**, SAE Paper N° 940941, 1994.

VDI (Guidelines) 3141, **Einfließwülste und Ziehstäbe in Stanzerei-Großwerkzeugen**, BDEV GmbH, 1990.

WALLER, J.A. **Press Tools and Presswork.** Portcullis Press, 1978.

WANG, N.M. **A Mathematical Model of Drawbead Forces in Sheet Metal Forming.** J. Applied Metalworking, Vol. 2, N° 3, 1982. p. 193-199.

WANG, N.M.; SHAH, V.C. **Drawbead Design and Performance.** J. Mater. Shaping Technol., Vol. 9, N° 1, 1991. p. 21-26.

WEIDEMANN, C. **The Blank holding Action of Draw Beads.** Sheet Metal Industries, September, 1978. p. 984.

XU, S.G.; BOHN, M.L.; WEINMANN, K.J. **Drawbeads and their Potential as Active Elements in the Control of Stamping Operations.** Ed. Klaus Siegert, 1998.

YELLUP, J.M. **Modeling of Sheet Metal Flow Through a Drawbead.** Proc., 13th Biennial Congress of IDDRG, Feb. 20-25, Melbourne, Australia, pp. 167-177, 1984.

YELLUP, J.M.; PAINTER, M.J. **The Prediction of Strip Shape and Restraining Force Shallow Drawbead Systems.** J. Applied Metal working, Vol. 4, No. 1, pp. 30-38, 1985.

YOU, Y.; HONG, P.Y.; YU, R. X. **Calculation of drawbead restraining forces associated with kinematics hardening rule.** In: Proceedings of the Simulation of Material Processing: Theory Methods and Applications (NUMIFORM'98), 1998. p. 905-910.

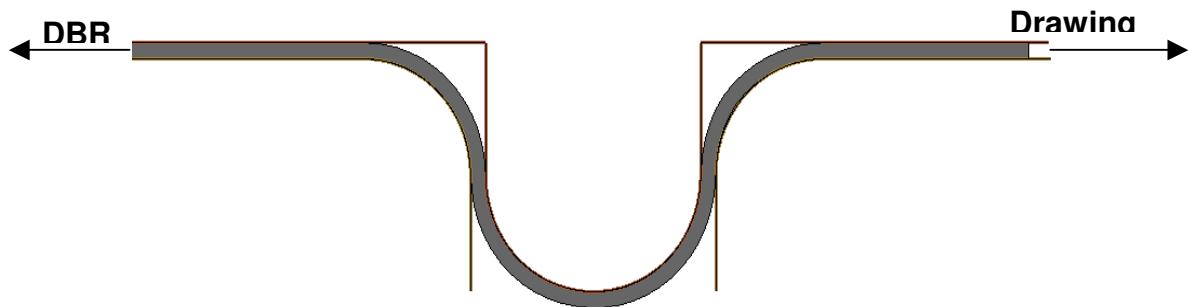
ZHARKOV, V.A. **Theory and Practice of Deep Drawing.** MEP Limited, London, 1995.

ZIENKIEWICZ, O.C.; CHEUNG, Y.K. **The finite element method for análisis of elastic isotropic and ortotropic slabs.** Proc. Inst. Civ. Eng., 28, 1964. p. 471-88.

ZIENKIEWICZ, O.C.; TAYLOR, R.L. **El método de los elementos finitos.** Mecánica de sólidos, Vol. 2. 5. Ed., CIMNE, Barcelona, España, 2004.

ANEXO

STAMPACK® Quick Drawbeads Evaluation Module



In this STAMPACK® version, the Quick Drawbead Evaluation (**QDE**) module is available with the purpose of estimating the Drawbead Restraining Force (**DBRF**) value in an accurate and quick manner. Default values for drawbeads may also be used (see **Tutorial 03**). However, in case that an accurate drawbeads characterisation is required, STAMPACK® offers two options

1. To carry out a 2-D Simulation (See **Tutorial 05**);
2. To use the “Quick Drawbeads Evaluation (**QDE**) module” ;

The aim of this Tutorial is to describe how to proceed with this evaluation.

Important aspects :

- Drawbead basic concepts;
- Overview of the **QDE** Module window;
- Details of drawbeads material parameters;
- Details of drawbeads geometry parameters;

A) Overviewing drawbead basic concepts

A.1 Introduction

A.2 A general press set-up

A.3 Equivalent Drawbead Method

B) Exploring the QED Module window

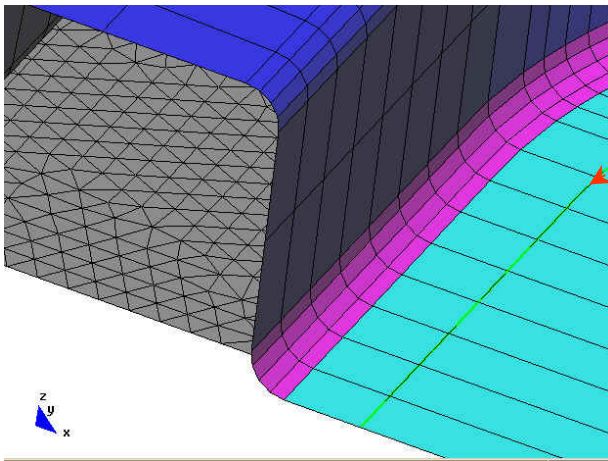
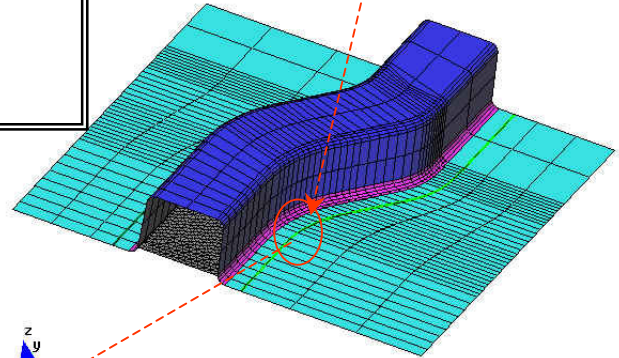
B.1 Geometry parameters

B.2 Material properties parameters

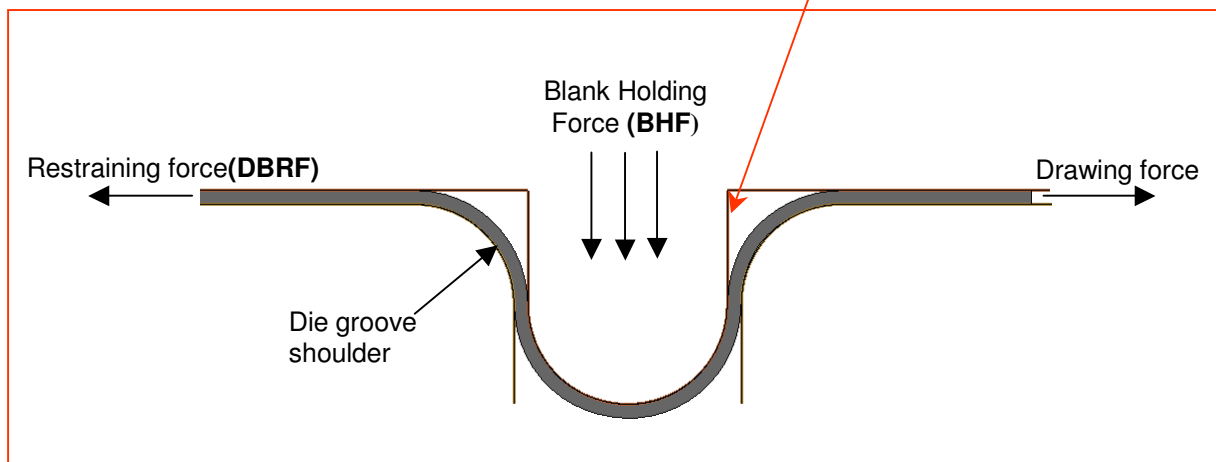
B.3 Operation parameters

C) The DBRF estimated

A conventional drawbead is a device which has a semi-cylindrical bead located on one binder face that fits into a die groove.



The most widely used geometrical form of the drawbead cross section is circular, although rectangular, triangular, trapezoidal and unsymmetrical forms are also employed. In the current module, only the circular form is available.



A) Overviewing drawbead basic concepts

A.1 Introduction

A.2 Position of the drawbead

A.3 Equivalent Drawbead Method

B) Exploring the QED Module window

B.1 Geometry parameters

B.2 Material properties parameters

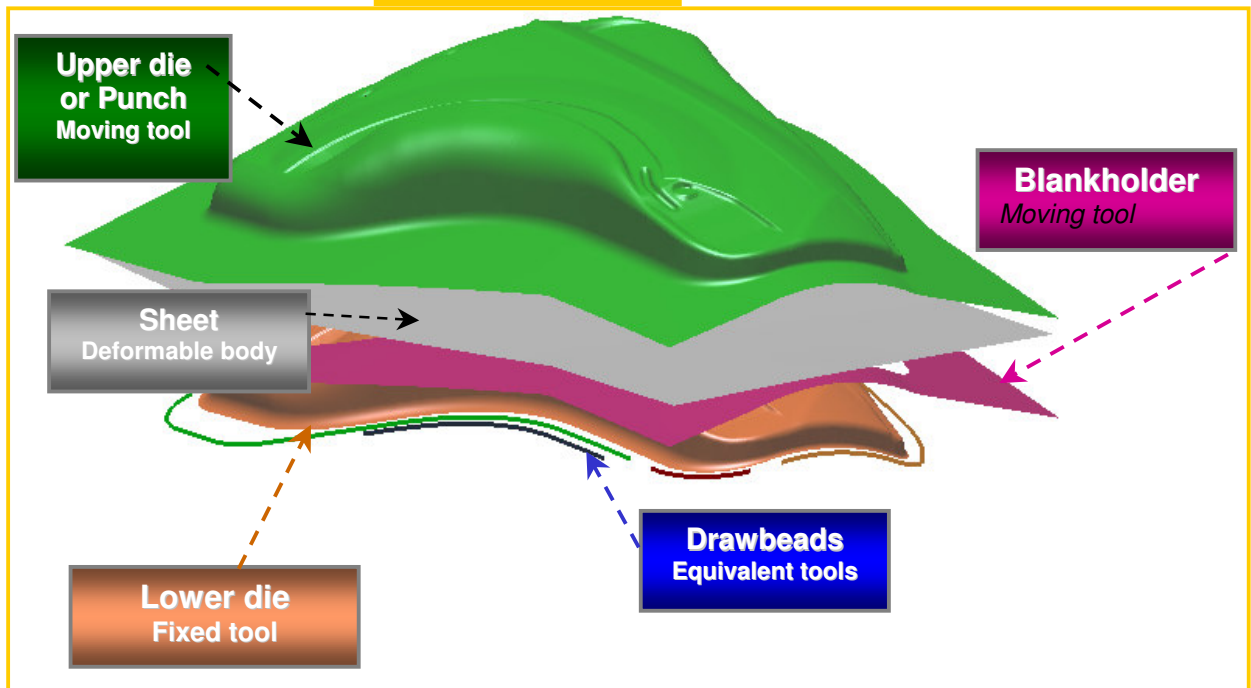
B.3 Operation parameters

C) The DBRF estimated

A **die groove position** for drawbeads in some **real press** tools is shown beside and a typical incremental simulation of a general press set-up is shown below (a **virtual press**).



**Virtual position
of the
drawbeads**



A) Overviewing drawbead basic concepts

A.1 Introduction

A.2 A general press set-up

A.3 Equivalent Drawbead Method

B) Exploring the QED Module window

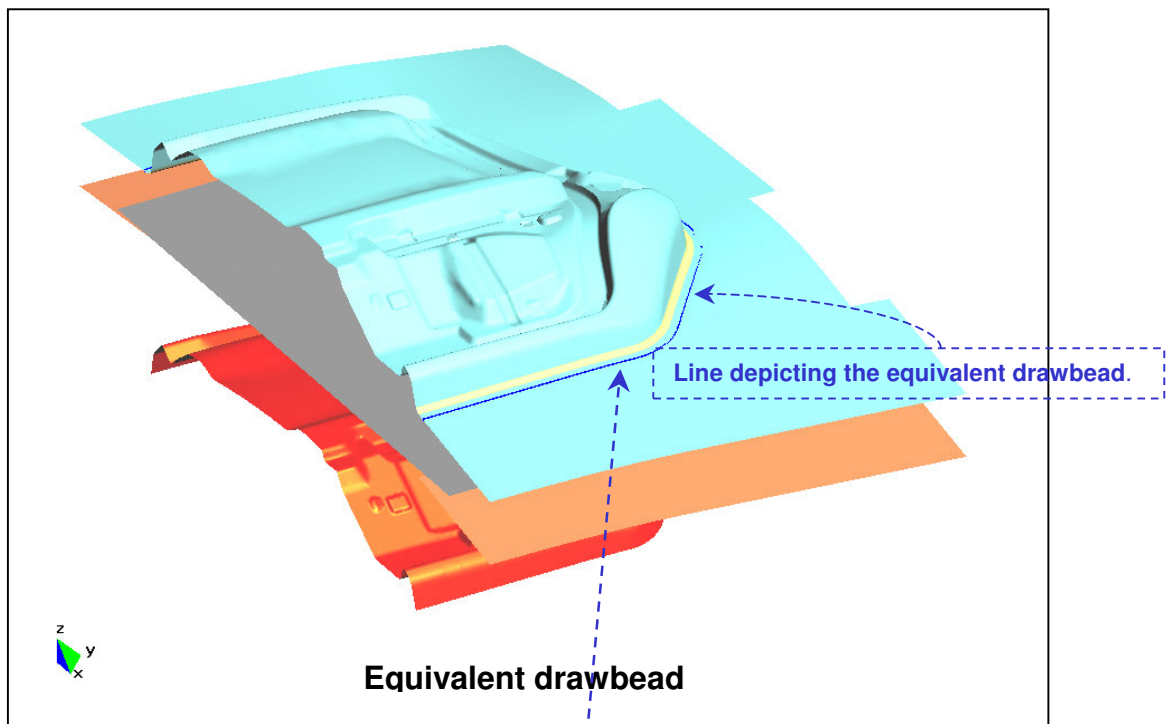
B.1 Geometry parameters

B.2 Material properties parameters

B.3 Operation parameters

C) The DBRF estimated

Using 2D simulations, Carleer et al (1995) established an approach by which the distributions of **DBRF** of the sheet are initially curve-fitted as a function of displacement so that these functions are applied as boundary conditions to produce similar effects **in the 3D modeling**. This approach has been named the "equivalent drawbead method".



In a 3D simulation, the drawbead radii are very small compared to the other tool radii. To model this problem completely would imply using a very fine blank mesh and this would dramatically increase the computational cost.

To overcome this, in STAMPACK® a model considering the real drawbead as an "equivalent drawbead" is used on the following assumptions:

1- the drawbead is replaced by a line depicted on the binder (or blankholder) surface and passing through the center of the drawbead cross-section

2- the magnitude of the **DBRF** (acting tangent to the blank and normal to the drawbead line) depends on the relative displacement of the blank with respect to the drawbead.

The **DBRF** often is determined by means of experiments or by a 2D simulation of the drawbead performance. This Tutorial presents another option to realize this evaluation. It explains how to use the **QDE** module which was developed using a hybrid approach to determine the **DBRF** – see Duarte (2006).

- A) Overviewing drawbead basic concepts
 - A.1 Introduction
 - A.2 Equivalent Drawbead Method
 - A.3 A general press set-up
- B) Exploring the QED Module window
 - B.1 Geometry parameters
 - B.2 Process parameters
 - B.3 Material properties parameters
- C) The DBRF estimated

The window shown below, which is used in the QED module, has 11 input values to fill with the drawbead parameters. They are divided in three groups: Geometry parameters; Process parameters and Material parameters.

In order to proceed the evaluation with accuracy, special attention should be paid when filling the input values. For this reason, the adequate procedures necessary to determine the appropriate parameter value will be explained for each group.

Geometry parameters:

Clearance:

Clearance must be filled with the gap value measured horizontally between the bead that fits into the die groove and the vertical die shoulder edge, **discounting the sheet thickness**. (See the drawbead depicted in the below figure).

Draw bead force calculation

Geometry parameters

Clearance [mm]:

Bead radius [mm]:

Die radius [mm]:

Sheet thickness [mm]:

Penetration [mm]:

Process parameters

Blank holding force [KN]:

Friction coefficient [-]:

Material parameters

Young's modulus [MPa]:

Conventional elastic limit [MPa]:

Hardening exponent [-]:

Hardening constant [MPa]:

Results

Drawbead restraining force [KN/m]:

- A) Overviewing drawbead basic concepts
 A.1 Introduction
 A.2 Equivalent Drawbead Method
 A.3 A general press set-up

- B) Exploring the QED Module window**
 B.1 Geometry parameters
 B.2 Process parameters
 B.3 Material properties parameters

- C) The DBRF estimated

Geometry parameters:

Bead radius:

Bead radius must be filled with the radius value measured in mm on the circular cross section of the bead which fits into the die groove.

Draw bead force calculation

Geometry parameters

Clearance [mm]:

Bead radius [mm]:

Die radius [mm]:

Sheet thickness [mm]:

Penetration [mm]:

Process parameters

Blank holding force [KN]:

Friction coefficient [-]:

Material parameters

Young's modulus [MPa]:

Conventional elastic limit [MPa]:

Hardening exponent [-]:

Hardening constant [MPa]:

Results

Drawbead restraining force [KN/m]:

- A) Overviewing drawbead basic concepts
 - A.1 Introduction
 - A.2 Equivalent Drawbead Method
 - A.3 A general press set-up
- B) Exploring the QED Module window**
 - B.1 Geometry parameters**
 - B.2 Process parameters
 - B.3 Material properties parameters
- C) The DBRF estimated

Geometry parameters:

Die radius:

Die radius must be filled with the die radius value, in mm, measured on the die shoulder.

Draw bead force calculation
[-] [x]

Geometry parameters

Clearance [mm]:

Bead radius [mm]:

Die radius [mm]:

Sheet thickness [mm]:

Penetration [mm]:

Process parameters

Blank holding force [kN]:

Friction coefficient [-]:

Material parameters

Young's modulus [MPa]:

Conventional elastic limit [MPa]:

Hardening exponent [-]:

Hardening constant [MPa]:

Results

Drawbead restraining force [kN/m]:

- A) Overviewing drawbead basic concepts
 A.1 Introduction
 A.2 Equivalent Drawbead Method
 A.3 A general press set-up

B) Exploring the QED Module window

- B.1 Geometry parameters
 B.2 Process parameters
 B.3 Material properties parameters

- C) The DBRF estimated

Geometry parameters:

Sheet thickness:

Sheet thickness must be filled with the actual value of the sheet thickness, in mm.

Draw bead force calculation

Geometry parameters

Clearance [mm]:

Bead radius [mm]:

Die radius [mm]:

Sheet thickness [mm]:

Penetration [mm]:

Process parameters

Blank holding force [KN]:

Friction coefficient [-]:

Material parameters

Young's modulus [MPa]:

Conventional elastic limit [MPa]:

Hardening exponent [-]:

Hardening constant [MPa]:

Results

Drawbead restraining force [KN/m]:

- A) Overviewing drawbead basic concepts
 - A.1 Introduction
 - A.2 Equivalent Drawbead Method
 - A.3 A general press set-up
- B) Exploring the QED Module window**
 - B.1 Geometry parameters**
 - B.2 Process parameters
 - B.3 Material properties parameters
- C) The DBRF estimated

Geometry parameters:

Penetration:

Penetration must be filled with the **sum** of the dimension vertically measured on the **Bead height** and the **Sheet thickness**, in mm – see the below figure.

Draw bead force calculation
[-] [□] [X]

Geometry parameters

Clearance [mm]:	
Bead radius [mm]:	
Die radius [mm]:	
Sheet thickness [mm]:	
Penetration [mm]	

Process parameters

Blank holding force [kN]:	
Friction coefficient [-]:	

Material parameters

Young's modulus [MPa]:	
Conventional elastic limit [MPa]:	
Hardening exponent [-]:	
Hardening constant [MPa]:	

Results

Drawbead restraining force [kN/m]:

- A) Overviewing drawbead basic concepts
 - A.1 Introduction
 - A.2 Equivalent Drawbead Method
 - A.3 A general press set-up
- B) Exploring the QED Module window**
 - B.1 Geometry parameters
 - B.2 Process parameters**
 - B.3 Material properties parameters
- C) The DBRF estimated

Several assumptions about process and material properties parameters were adopted in the QED module. Some of these assumptions considered as constants those parameters which have less influence on the DBRF than the ones used here. For example: the DBRF estimation in this module is for a maximum punch velocity constant and equal to 0.90 m/s and the plastic anisotropic parameter R was considered constant and equal to 1.58.

Process parameters:

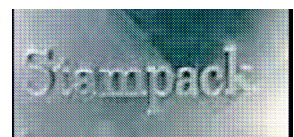
Blank holding force:

Blank holding force must be filled with the value of the Blank holding force in KN in order to determine the value of the DBRF in the same unit, that is, KN.

Process parameters:

Friction coefficient:

Friction coefficient must be filled with the stamping process friction coefficient value as nearly to the actual value as possible. See Nine(1978) for more details about obtaining a friction coefficient for sheet metal being drawn through drawbeads.



- A) Overviewing drawbead basic concepts
 A.1 Introduction
 A.2 Equivalent Drawbead Method
 A.3 A general press set-up
- B) Exploring the QED Module window**
 B.1 Geometry parameters
 B.2 Process parameters
 B.3 Material properties parameters
- C) The DBRF estimated

Draw bead force calculation

Geometry parameters

Clearance [mm]:

Bead radius [mm]:

Die radius [mm]:

Sheet thickness [mm]:

Penetration [mm]:

Process parameters

Blank holding force [KN]:

Friction coefficient [-]:

Material parameters

Young's modulus [MPa]:

Conventional elastic limit [MPa]:

Hardening exponent [-]:

Hardening constant [MPa]:

Results

Drawbead restraining force [KN/m]:

Material parameters:

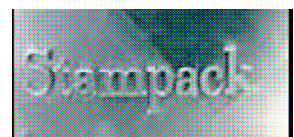
Young's modulus:

Young's modulus force must be filled with special attention about its unit. In this input value, the employment of the Young Modulus' value in **MPa** is mandatory.

Material parameters:

Conventional elastic limit:

Conventional elastic limit must be filled with the value of the Yield Stress, in MPa.



- A) Overviewing drawbead basic concepts
 - A.1 Introduction
 - A.2 Equivalent Drawbead Method
 - A.3 A general press set-up
- B) Exploring the QED Module window**
 - B.1 Geometry parameters
 - B.2 Process parameters
 - B.3 Material properties parameters**
- C) The DBRF estimated

Draw bead force calculation

Geometry parameters

Clearance [mm]:

Bead radius [mm]:

Die radius [mm]:

Sheet thickness [mm]:

Penetration [mm]:

Process parameters

Blank holding force [KN]:

Friction coefficient [-]:

Material parameters

Young's modulus [MPa]:

Conventional elastic limit [MPa]:

Hardening exponent [-]:

Hardening constant [MPa]:

Results

Drawbead restraining force [KN/m]:

Material parameters:

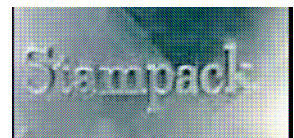
Hardening exponent:

Hardening exponent must be filled with the exponent hardening value, both - exponent and hardening constant - used in the power law strain hardening.

Material parameters:

Hardening constant:

Hardening constant must be filled with the Hardening constant value, in MPa.



- A) Overviewing drawbead basic concepts
 - A.1 Introduction
 - A.2 Equivalent Drawbead Method
 - A.3 A general press set-up
- B) Exploring the QED Module window**
 - B.1 Geometry parameters
 - B.2 Process parameters
 - B.3 Material properties parameters
- C) The DBRF estimated

Draw bead force calculation

Geometry parameters

Clearance [mm]:

Bead radius [mm]:

Die radius [mm]:

Sheet thickness [mm]:

Penetration [mm]:

Process parameters

Blank holding force [KN]:

Friction coefficient [-]:

Material parameters

Young's modulus [MPa]:

Conventional elastic limit [MPa]:

Hardening exponent [-]:

Hardening constant [MPa]:

Results

Drawbead restraining force [KN/m]:

Finally, the Drawbead restraining force value is obtained in this QED module in the same unit of the Blank holding force, that is, KN. However, it must be remembered that this value is divided by the drawbead length, in meters.

REFERENCES:

- [1] Carleer, B.D., P.T. Vreede, P. Drent, M.F.M. Louwes and J. Huetink, (1994), " Modeling Drawbeads with Finite Elements and Verification", J. Mater. Process. Technol., Vol. 45, pp. 63-68;
- [2] Duarte, E.D., (2006), " A Hybrid Approach for Estimating the Drawbead Restraining Force in Sheet Metal Forming", Doctoral Thesis, Universidade Federal de Uberlândia, Brazil.
- [3] Nine, H. D., (1978) , "Drawbead forces in sheet metal forming", in: D. P. Koistinen, N. M. Wang (Eds.), Mechanics of Sheet Metal Forming, Plenum Press, N. York, 1978, pp.179-211;
- [4] STAMPACK®, (2003), "Theory Manual", v. 54. Quantech ATZ S.A. Barcelona, Spain.

