

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
ENGENHARIA MECÂNICA**

JOÃO VITOR BRIOSCHI CIBIEN

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE INDENTAÇÕES ISOLADAS E
SUPERPOSTAS EM AÇO DE BAIXO TEOR DE CARBONO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**UBERLÂNDIA
2019**

JOÃO VITOR BRIOSCHI CIBIEN

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE INDENTAÇÕES ISOLADAS E
SUPERPOSTAS EM AÇO DE BAIXO TEOR DE CARBONO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como requisito parcial à
obtenção do título de Bacharel em
Engenharia Mecânica, da Faculdade
de Engenharia Mecânica, da
Universidade Federal de Uberlândia.

Orientador: Prof. Dr. Washington
Martins da Silva Jr.

UBERLÂNDIA

2019

CIBIEN, J. V. B.; **Simulação computacional de indentações isoladas e superpostas em aço de baixo teor de carbono**. 2019. 41p. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia.

RESUMO

Perdas por atrito e desgaste causam grande impacto na economia global e suas reduções poderiam significar grandes resultados econômicos. A abrasão é a principal causa das falhas por desgaste, sendo responsável por metade delas. Sabe-se que o desgaste abrasivo pode ser representado pela superposição de sulcos e/ou indentações. Este trabalho propõe-se a desenvolver um modelo computacional em elementos finitos, utilizando o pacote ABAQUS®, para estudo da superposição de indentações. O modelo consiste em uma amostra de aço de baixo carbono que é indentado cinco vezes em linha. Alterou-se a distância entre as impressões, abrangendo níveis de superposição entre -100% e 90%. Analisou-se o efeito desses níveis nos campos de tensão e deformação resultantes, além do comportamento da força máxima de carregamento por indentação. Observou-se que os campos de tensão alcançam valores maiores apenas abaixo das duas últimas indentações. Constatou-se também que a deformação plástica equivalente aumenta com a adição de novas impressões. Por outro lado, a força máxima de carregamento por indentação ora cresce, ora decai, dependendo do nível de superposição e da quantidade de indentações.

Palavras-chave: superposição de indentação; desgaste abrasivo; método de elementos finitos.

CIBIEN, J. V. B.; **Computational simulation of isolated and superposed indentations in low carbon steel**.2019. 41p. Final Year Project. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia.

ABSTRACT

Friction and wear losses have great impact on global economy and their reduction would bring great economic results. Abrasion is the main cause of wear failures, being responsible for a half of them. Abrasive wear can be defined by superposition of grooves and/or indentations. Therefore, this study proposes to develop a finite element computational model, using ABAQUS® package, to study indentation superposition. The model consists of a sample of low carbon steel which is indented five times in line. The distance between impressions was changed, covering superposition levels from -100% to 90%. The effect of these levels on resulting stress and strain fields were analyzed, as well as the maximum loading force per indentation behavior. Stress fields reached higher values just under the last two or three indentations. Another result shows that equivalent plastic strain increases with the addition of new impressions. On the other hand, the maximum loading force, depending on superposition level and amount of indentations, increases or decreases.

Keywords: indentation superposition; abrasive wear; finite element method.

SUMÁRIO

1	Introdução.....	5
2	Revisão bibliográfica.....	7
2.1	Desgaste abrasivo.....	7
2.1.1	Micromecanismos de desgaste	8
2.1.2	Indentações múltiplas.....	10
2.2	Método de elementos finitos	10
2.2.1	Método implícito e método explícito	12
2.2.2	Simulação de indentações	13
2.2.3	ABAQUS®	19
3	Metodologia	21
3.1	Descrição da malha de elementos finitos	24
4	Resultados e discussão	27
4.1	Tensões superficiais.....	27
4.2	Tensões subsuperficiais	29
4.3	Deformação plástica equivalente	31
4.4	Força máxima de carregamento por indentação.....	33
5	Conclusões.....	35
6	Trabalhos futuros.....	37
7	Referências bibliográficas	38

1 INTRODUÇÃO

Tribologia engloba os estudos de atrito, desgaste e lubrificação, e pode ser definida como “a ciência e tecnologia de superfícies que interagem em movimento relativo” (HUTCHINGS, 1996). O termo foi usado pela primeira vez em 1966 por um comitê do governo do Reino Unido que estimou que pelo menos 5% do PIB nacional poderia ser economizado com um investimento mínimo em pesquisas tribológicas.

Holmberg e Erdemir (2017) calcularam os impactos globais do atrito e do desgaste em termos energéticos, econômicos e de emissão de gases estufa. Segundo eles, cerca de 20% do consumo global de energia é usado para superar o atrito e 3% para corrigir falhas relacionadas ao desgaste. Em 15 anos, poder-se-ia reduzir as perdas de energia devido a esses dois fatores tribológicos em 40%, gerando uma economia anual de 1,4% do PIB global. Quanto à emissão de gases estufa, seria possível reduzir 1.460 toneladas de CO₂ equivalente, resultando em uma economia de cerca de 450 bilhões de euros.

Segundo Eyre (1978), o desgaste abrasivo é responsável por 50% da perda de massa por desgaste. O desgaste abrasivo ocorre devido a partículas ou protuberâncias duras forçadas contra a superfície e movendo-se ao longo dela. Da Silva (2008) mostrou, experimentalmente, que abrasão pode ser definida pela superposição de interações (sulcos e/ou indentações). Por meio da metodologia proposta, a superfície da simulação se mostrou morfologicamente e topograficamente semelhante à superfície de referência. Naturalmente, a consequência esperada dessa metodologia é o desenvolvimento de um modelo computacional que a represente.

Modelos computacionais de interações mecânicas entre asperidades duras e superfícies conhecidas são amplamente estudados. (AKATSU, NUMATA, *et al.*, 2016; ALABOODI e HUSSAIN, 2017; BHATTACHARYA e NIX, 1988; DIAS, 2004; EVANGELISTA, 2017; HU, LYNNE, *et al.*, 2013; LEE e KOBAYASHI, 1970; MEGUID, SHAGAL, *et al.*, 1999; MONTEIRO, 2015; PETRYK, STUPKIEWICZ e KUCHARSKI, 2017; PHAM, PHAN e KIM, 2018; WANG, WU, *et al.*, 2016; WANG, WU, *et al.*, 2017; ZHANG e SUBHASH, 2001; ZHANG e SUBHASH, 2001). Com isso, supõe-se ser

possível modelar interações seguidas para avaliar o efeito da superposição de indentações que podem levar ao desgaste.

Portanto, neste trabalho de conclusão de curso, propõe-se desenvolver um modelo computacional em ABAQUS®, que utiliza o Método de Elementos Finitos (MEF), para representar a superposição de indentações em aço de baixo teor de carbono, um material típico de engenharia.

Com esse modelo, espera-se avaliar o comportamento dos campos de tensão e deformação na superfície e logo abaixo desta ao se realizar uma indentação próxima a marcas anteriores. Para isso, buscou-se compreender os mecanismos de remoção de matéria no desgaste abrasivo e revisar o estado da arte sobre simulação de contato entre partículas duras e superfícies conhecidas.

O segundo capítulo apresenta uma revisão bibliográfica de temas pertinentes a este trabalho. Na primeira parte, apresentam-se conceitos de desgaste abrasivo, como desgaste a dois e três corpos, desgaste por deslizamento e por rolamento. Além disso, comenta-se sobre os micromecanismos de remoção de matéria e alguns estudos específicos sobre indentações múltiplas. Na segunda parte, discorre-se sobre o método de elementos finitos (MEF), incluindo os métodos de soluções implícitos e explícitos, e uma breve descrição do ABAQUS®. São também descritos trabalhos que utilizam o MEF para simular problemas relacionados à indentação.

O terceiro capítulo descreve a metodologia empregada no desenvolvimento do trabalho. O modelo de cinco indentações em linha é apresentado, assim como as propriedades do material utilizado. Além disso, a malha de elementos finitos é descrita juntamente a seu estudo de convergência.

O quarto capítulo expõe os resultados obtidos e os discute. São analisadas as tensões superficiais e subsuperficiais, e a deformação plástica equivalente. Também é investigada a influência da superposição de indentações na relação de carga e profundidade máximas.

Finalmente, o quinto capítulo traz as principais conclusões deste trabalho e o sexto sugere trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

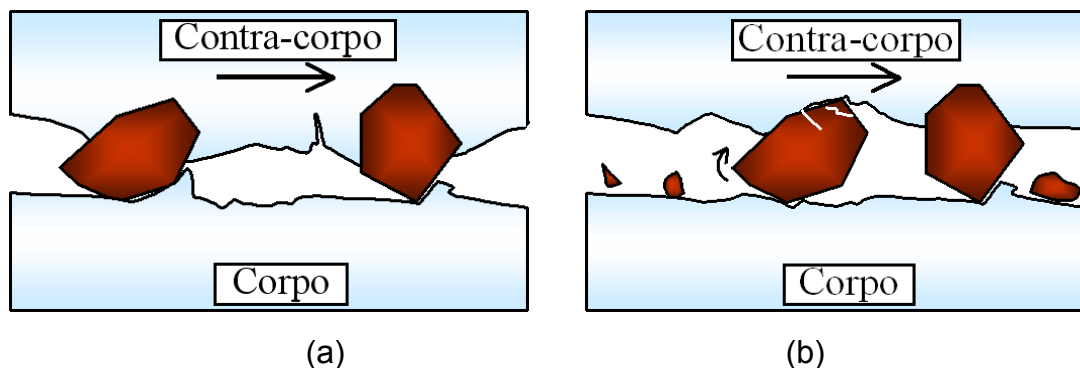
2.1 Desgaste abrasivo

O desgaste abrasivo ocorre entre superfícies em movimento relativo devido à penetração de asperidades duras presentes na superfície do contra corpo ou de partículas duras presentes na interface (ZUM GAHR, 1987). Segundo Hutchings (1996), essas partículas responsáveis pelo desgaste podem ser: inerentes ao sistema, como no caso de plantadeiras que inevitavelmente são expostas a partículas duras presentes no solo; contaminantes difíceis de se evitar, como pequenas partículas carregadas pelo ar que podem se misturar com óleos lubrificantes; ou geradas localmente, por oxidação ou desgaste de um dos componentes do sistema tribológico. Apesar desses problemas, a abrasão pode ser desejada, como nos processos de polimento.

Uma distinção comum é feita entre abrasão a dois corpos e abrasão a três corpos. O primeiro, o segundo e o terceiro corpos seriam respectivamente a amostra, o contra corpo e o abrasivo. A Figura 1 mostra, esquematicamente, esses dois modos de abrasão. No desgaste a dois corpos (Figura 1a), a amostra é riscada/sulcada por protuberâncias duras ou por partículas abrasivas fixadas no contra corpo. Um exemplo desse tipo de abrasão é o provocado em um sistema de amostra contra lixa. Já no desgaste a três corpos, as partículas duras estão livres, podendo rolar, causando pequenas marcas parecidas com as geradas por testes de indentação, ou deslizar entre as duas superfícies. O desgaste devido à presença de impurezas em óleo lubrificante é um exemplo de abrasão a três corpos. A taxa de desgaste a três corpos é normalmente menor que a taxa a dois corpos.

Como no desgaste a dois corpos ocorre apenas deslizamento e no a três corpos pode ocorrer tanto deslizamento como rolamento, ou seja, a dinâmica da partícula atuante é alterada, Trezona, Allsopp e Hutchings (1999) propuseram uma nova classificação para o desgaste abrasivo. Quando o desgaste ocorre com as partículas fixadas no contra corpo e deslizam sobre a amostra, o desgaste seria “abrasivo por sulcamento” (“*grooving abrasive wear*”). E quando o rolamento da partícula é possível, seria um “desgaste abrasivo por rolamento” (“*rolling abrasive wear*”).

Figura 1 — Modos de desgaste abrasivo: (a) dois corpos; (b) três corpos.



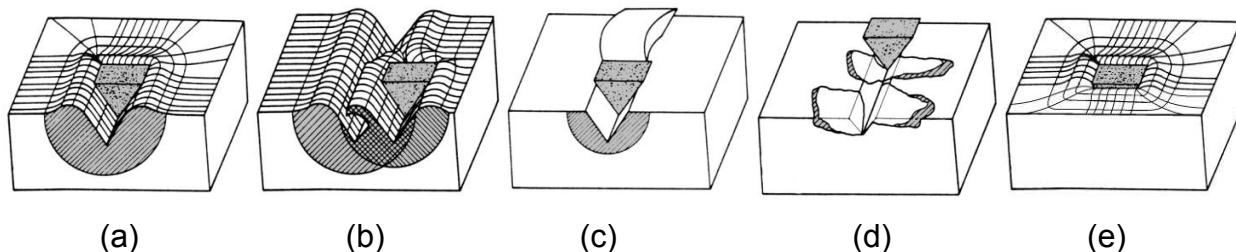
Fonte: adaptado de BOZZI e DE MELLO (1999).

Em uma definição mais completa feita pelos autores, o desgaste abrasivo por sulcamento ocorre quando uma mesma região da partícula abrasiva, ou asperidade, permanece em contato com a superfície da amostra ao longo do processo, gerando sulcos paralelos à direção de deslizamento do abrasivo. Por outro lado, o desgaste abrasivo por rolamento acontece quando a região da partícula abrasiva em contato com a superfície de desgaste se altera continuamente, gerando indentações múltiplas e com pouca ou nenhuma direcionalidade (TREZONA, ALLSOPP e HUTCHINGS, 1999). Nesse processo, a superfície desgastada é caracterizada por ser altamente deformada. Além disso, os autores também discutem a possível ocorrência de um desgaste misto, com as partículas abrasivas deslizando e rolando simultaneamente.

2.1.1 Micromecanismos de desgaste

Micromecanismos de desgaste dizem respeito à interação entre a partícula abrasiva, ou asperidade dura, e a superfície desgastada (ZUM GAHR, 1987). Cada mecanismo desses representa uma forma de remoção de matéria da superfície, sendo sua definição fundamental para o entendimento dos fenômenos associados ao desgaste abrasivo. Os micromecanismos de desgaste relacionados ao deslizamento da partícula abrasiva sobre a amostra são o microsulcamento, o microcorte e o microtrincamento (ZUM GAHR, 1987). O mecanismo associado ao rolamento é a indentação (DA SILVA, 2008). A Figura 2 ilustra esquematicamente esses mecanismos.

Figura 2 — Micromecanismos de desgaste abrasivo: (a) microsulcamento; (b) microsulcamento com interação de sulcos; (c) microcorte; (d) microtrincamento; (e) indentação.



Fonte: (a, b, c, d) (ZUM GAHR, 1987); (e) (DA SILVA, 2008).

O microsulcamento (Figuras 2a e 2b) ocorre quando a partícula abrasiva se desloca sobre a superfície em condições dúcteis. Esse deslocamento deforma plasticamente o material da amostra para as laterais do sulco, formando saliências. Teoricamente, a remoção de material só ocorre com a interação entre vários sulcos.

O microcorte (Figura 2c) é, por sua vez, caracterizado pela perda de massa devido ao destacamento do material pelo abrasivo em uma única interação. Em condições favoráveis, o volume de material perdido é igual ao volume do risco produzido.

Já no microtrincamento (Figura 2d), acontece o destacamento de fragmentos maiores que o próprio evento. Isso ocorre devido à formação e à propagação de trincas durante o processo. Esse mecanismo surge em altos níveis de tensão impostos a superfícies de materiais frágeis.

O mecanismo de desgaste para o rolamento pode ser definido como a deformação plástica decorrente da interação de uma partícula na superfície sem deslizar e com uma determinada carga, deixando na superfície uma marca com formato próximo ao de uma impressão de dureza. Essa marca é conhecida como indentação e sua repetição leva a remoção de matéria, recebendo o nome de indentações múltiplas. O caráter dúctil ou frágil da indentação é determinado pelas características do material deformado, da força normal e do formato do indentador.

2.1.2 Indentações múltiplas

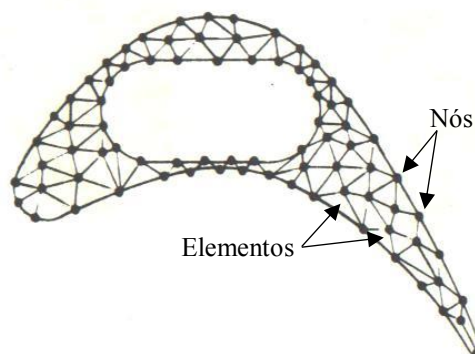
Da Silva (2008) desenvolveu uma abordagem inédita para o estudo do desgaste abrasivo através da simulação de interações múltiplas. Nesse trabalho, os resultados obtidos indicam a possibilidade de representar o movimento das partículas abrasivas por meio de deslizamentos e/ou indentações sequenciais controladas. Esses resultados foram bastante significativos para a simulação do deslizamento paralelo de partículas que representam superfícies obtidas no ensaio roda de borracha (DA SILVA, 2008; DA SILVA e DE MELLO, 2009). Resultados relevantes também foram obtidos para a simulação de desgaste abrasivo utilizando indentações múltiplas. Esses resultados evidenciam a transição de abrasão dúctil para abrasão frágil em amostra de vidro sodo-cálcico (DA SILVA, 2008; DA SILVA, COSTA e DE MELLO, 2011).

2.2 Método de elementos finitos

O método de elementos finitos (MEF) é utilizado para obtenção de soluções numéricas aproximadas de problemas regidos por equações diferenciais. Foi inicialmente desenvolvido para análise estática de sistemas estruturais, mas tem sido empregado para estudos de diversos problemas de engenharia nos campos da mecânica dos sólidos, mecânica dos fluidos, transmissão de calor e eletromagnetismo. A utilização do MEF se deve principalmente à alta complexidade dos problemas práticos de engenharia, cujas soluções analíticas são inviáveis ou mesmo impossíveis.

A ideia principal do MEF é resolver um problema complexo, subdividindo-o em vários problemas mais simples através da discretização do domínio, transformando um problema com número infinito de incógnitas em um com número finito. Nessa estratégia, o domínio é dividido em regiões interconectadas, denominadas elementos, com geometrias simples (formato triangular, quadrilateral, cúbico, etc.). Esses elementos, por sua vez, possuem pontos representativos (interiores e/ou limítrofes), denominados nós. O conjunto de elementos finitos forma a malha. Essas subdivisões são ilustradas esquematicamente na Figura 3.

Figura 3 — Ilustração da malha de um modelo de elementos finitos.



Fonte: adaptado de RADE (2011).

Com a malha definida, no interior de cada elemento são admitidas soluções aproximadas para as variáveis de campo, expressas como funções arbitrárias dos valores que as incógnitas assumem nos nós (valores nodais), denominadas funções de interpolação. Além disso, são impostas condições para garantir a continuidade em nós compartilhados por vários elementos. O problema agora passa a ser a solução dos valores das variáveis de campo em cada nó, sendo as incógnitas chamadas de graus de liberdade (GDL). Em problemas de mecânica dos sólidos, por exemplo, os GDL correspondem aos possíveis movimentos que os nós podem sofrer. Uma vez calculados os valores desses GDL, os valores das variáveis de campo no interior dos elementos são avaliados utilizando as funções de interpolação.

Um dos aspectos mais importantes do MEF é sua convergência. A precisão da solução obtida depende essencialmente da quantidade de elementos e da função de interpolação utilizada. Basicamente, quanto menor o tamanho e maior o número de elementos na malha, mais o modelo se aproxima da realidade e a tendência é que o resultado seja mais preciso.

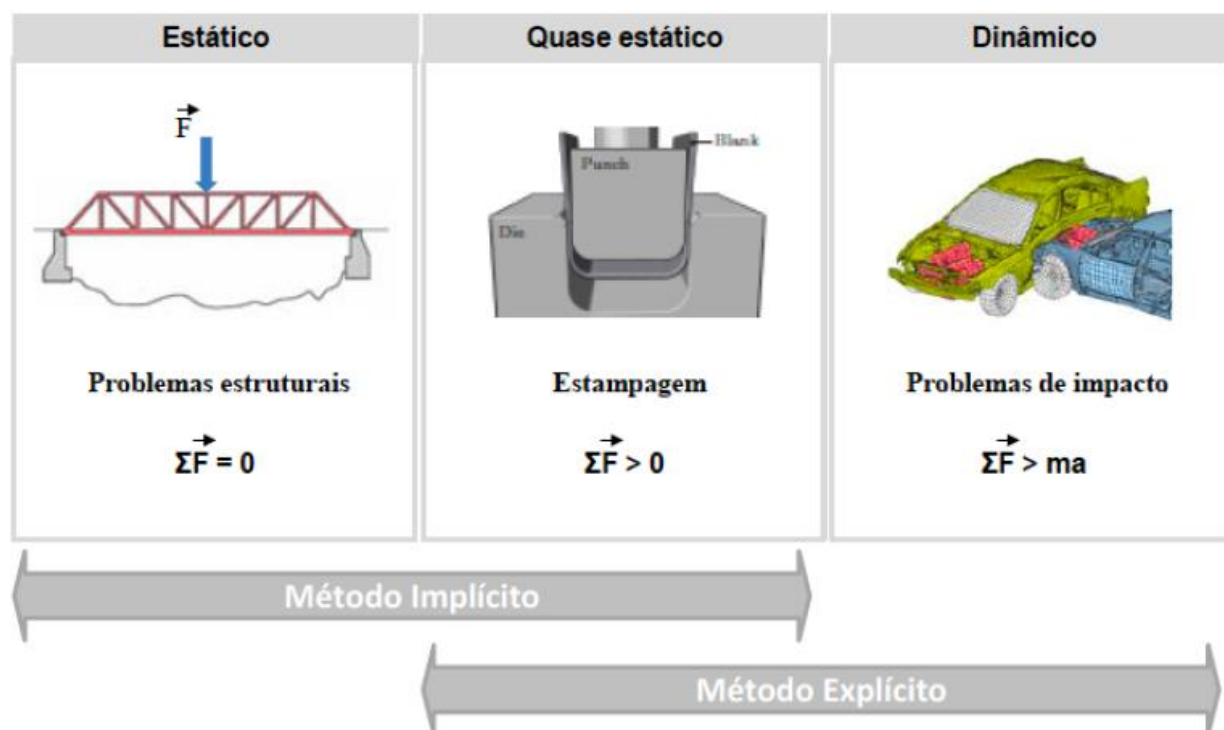
Segundo Rade (2011), as principais vantagens do MEF em relação a outras técnicas numéricas são três. A primeira é que a associação de diferentes formas e tamanhos de elementos pode discretizar domínios de geometrias complexas. A segunda diz respeito a domínios não homogêneos, onde as propriedades físicas variam, pois com a divisão em regiões realizada no MEF, facilita a modelagem desses problemas. E

finalmente a terceira vantagem é a facilidade de implementação computacional, uma vez que o método pode ser todo formulado matricialmente.

2.2.1 Método implícito e método explícito

Para a resolução das equações geradas pelo modelo de elementos finitos, são possíveis duas abordagens: o método implícito e o método explícito. Basicamente, o primeiro é indicado para simulações estáticas, como problemas estruturais, enquanto o segundo é para simulações dinâmicas, como problemas de impacto. Existem ainda situações quase estáticas, como a estampagem de chapas, em que ambas soluções podem ser aplicadas. Essas aplicações estão ilustradas na Figura 4.

Figura 4 — Aplicações do método implícito e método explícito.



Fonte: (MELCONIAN, 2014).

Na abordagem implícita, assume-se que o sistema se encontra em equilíbrio estático e, por isso, as forças de inércia dos corpos não são consideradas nas condições

de contorno do modelo. Nesse método, o cálculo dos deslocamentos é realizado através da inversão da matriz de rigidez do modelo e da multiplicação dessa matriz invertida pelas forças atuantes no sistema. Devido à inversão da matriz de rigidez, essa solução demanda uma alta capacidade de armazenamento em memória de *hardware*.

Já no método explícito, é necessário calcular as acelerações a cada instante de tempo. Para isso, inverte-se a matriz de massa e multiplica-se essa matriz pela força resultante no elemento. Lançando-se mão dos conceitos de cinética vetorial ao resultado desse cálculo matricial, calculam-se as velocidades e deslocamentos e obtém-se a posição dos nós no instante seguinte. Segundo Melconian (2014), esse método tem como principal vantagem a não necessidade da montagem e fatoração da matriz de rigidez. Porém, por considerar pequenos passos de tempo, normalmente proporcionais ao menor elemento do modelo, demanda uma grande capacidade de processamento e/ou muito tempo para solucionar o problema.

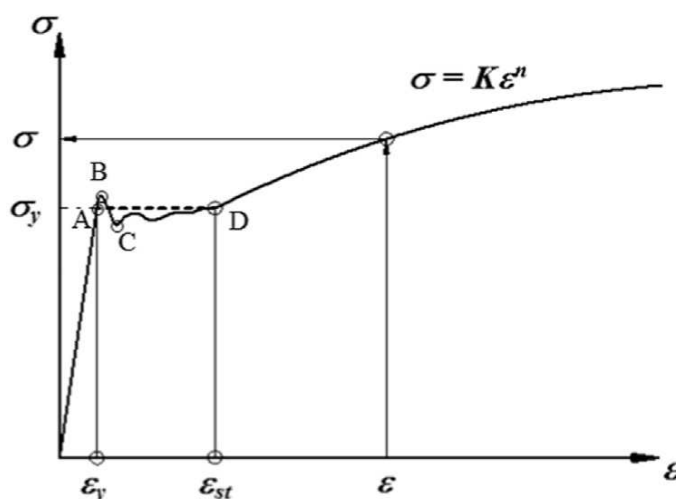
2.2.2 Simulação de indentações

O método de elementos finitos (MEF) tem sido empregado no estudo de problemas relacionados a indentações. Algumas das áreas de interesse nesses estudos são os campos de tensão e deformação resultantes (AKATSU, NUMATA, *et al.*, 2016; BHATTACHARYA e NIX, 1988; LEE e KOBAYASHI, 1970; MONTEIRO, 2015), o comportamento de materiais revestidos (ALABOODI e HUSSAIN, 2017; EVANGELISTA, 2017), a nucleação e propagação de trincas em materiais frágeis (DIAS, 2004; ZHANG e SUBHASH, 2001), a caracterização de materiais (HU, LYNNE, *et al.*, 2013; (PETRYK, STUPKIEWICZ e KUCHARSKI, 2017; PHAM, PHAN e KIM, 2018; WANG, WU, *et al.*, 2016; WANG, WU, *et al.*, 2017) e a interação entre duas indentações próximas (MEGUID, SHAGAL, *et al.*, 1999; ZHANG e SUBHASH, 2001).

Pham, Phan e Kim (2018) realizaram um estudo para a identificação de propriedades de aços estruturais que apresenta um platô (banda de Lüders) na curva tensão-deformação, como ilustra esquematicamente a Figura 5, através da simulação de uma indentação esférica. Esse platô se inicia no “limite de escoamento superior” (ponto B) e termina no ponto inicial do encruamento (ponto D), representado pela linha contínua

de B para D. O limite de escoamento para aços estruturais normalmente é descrito pelo “limite de escoamento inferior” (ponto C) ou pela média das tensões na banda de Lüders. Nesse estudo, os autores assumiram que o platô plástico é constante e igual ao limite de escoamento (linha tracejada de A a D). Essa assunção se mostrou aceitável porque o algoritmo reverso proposto por eles calculou confiavelmente as propriedades plásticas dos aços testados.

Figura 5 — Ilustração esquemática do comportamento de tensão-deformação típico de um aço estrutural.

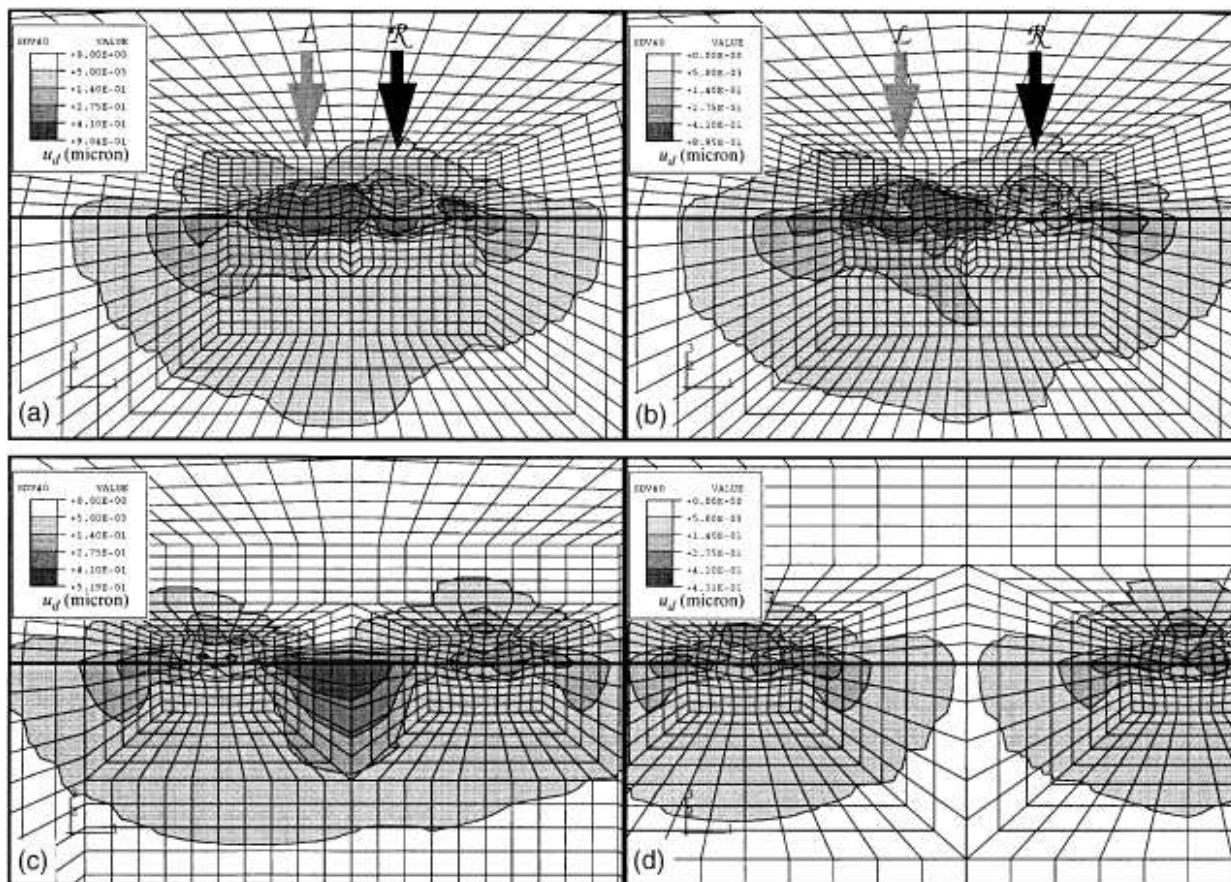


Fonte: (PHAM, PHAN e KIM, 2018).

Evangelista (2017) analisou as tensões e deformações em aço de baixo teor de carbono texturizado, com e sem revestimentos. Para a validação do modelo, a autora primeiramente simulou uma amostra de aço, mesmo material utilizado no presente trabalho, sem texturização e sem revestimento. Comparando as curvas de força-deslocamento e o perfil das calotas do ensaio de indentação instrumentada e do modelo de elementos finitos, foi possível afirmar que o modelo desenvolvido simula, de maneira adequada e representativa, o ensaio de laboratório.

Zhang e Subhash (2001) desenvolveram um modelo constitutivo de trinca elasto-plástica e incorporaram-no ao ABAQUS®. Esse modelo captura a formação de trincas medianas durante o carregamento, e de trincas laterais durante o descarregamento de materiais frágeis sujeitos a carregamentos de indentação Vickers.

Figura 6 — Zona danificada após indentações Vickers sequenciais onde D/d é igual a (a) 4, (b) 6, (c) 12 e (d) 20.



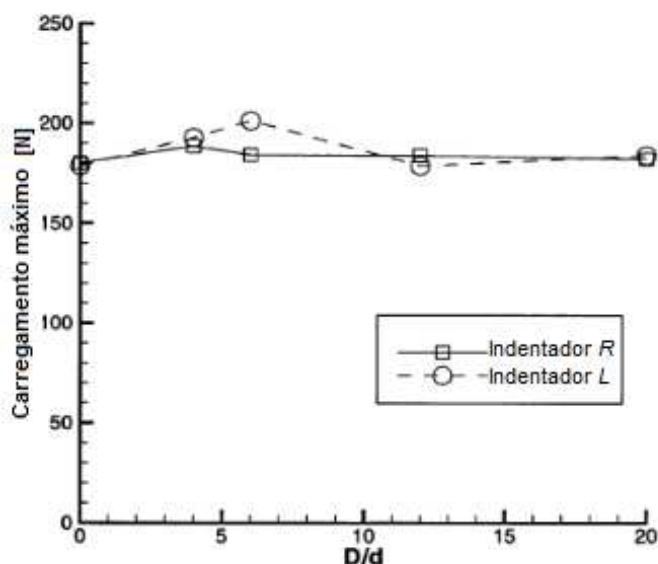
Fonte: (ZHANG e SUBHASH, 2001).

Em outro artigo publicado no mesmo ano, os autores utilizaram o modelo que haviam desenvolvido para investigar a zona de dano induzido pela interação entre duas indentações próximas, sendo estas simultâneas ou sequenciais, em cerâmicos. Eles avaliaram o efeito da distância entre indentações (D) nessa zona danificada. Para efeito de comparação, eles normalizaram essa distância D pela máxima profundidade da indentação (d), que foi mantida constante em 25 μm .

Para as indentações simultâneas, a zona de dano é simétrica em relação ao plano central entre as indentações, e a profundidade atingida cresce com o distanciamento das indentações, chegando a um máximo e decaindo quanto maior o afastamento dos indentadores. Já para indentações sequenciais (primeiro a da direita, R ,

depois a da esquerda, L), essa região é assimétrica, sendo a severidade do dano significativamente maior no plano central entre as indentações, como pode ser visto na Figura 6. Além disso, o dano causado pela segunda indentação sofre grande influência da primeira, tendo sua zona de dano maior e mais severa.

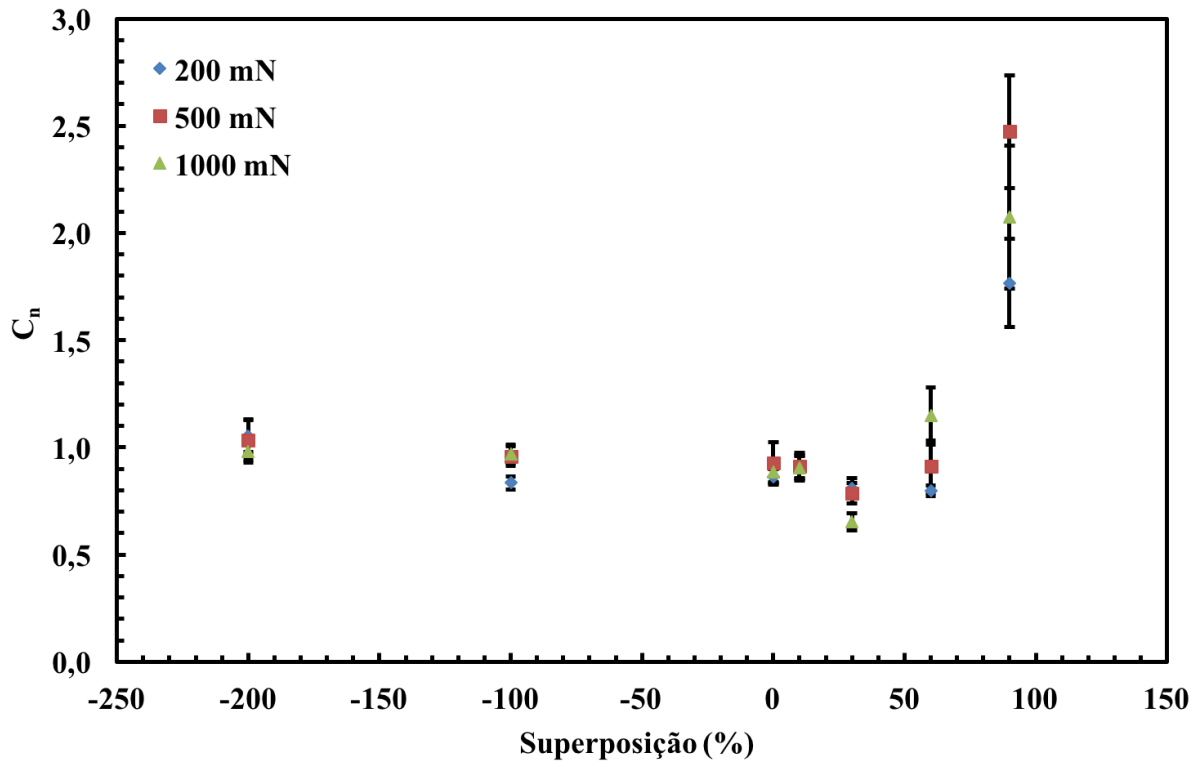
Figura 7 — Carregamento máximo versus distância normalizada para indentador R e indentador L em indentações Vickers sequenciais com profundidade constante.



Fonte: (ZHANG e SUBHASH, 2001).

Outro resultado encontrado com as indentações próximas sequenciais e com mesma profundidade é a variação da força máxima, como pode ser visto na Figura 7. Como esperado, a carga para a primeira indentação é praticamente constante. Para $D/d > 10$, a distância é suficientemente grande para que a interação entre as indentações seja negligenciada, não ocorrendo, pois, alteração na força necessária para a segunda indentação. Já para $D/d = 6$, o carregamento necessário para a segunda indentação é ligeiramente maior. Isso acontece porque a segunda indentação ocorre na região que sofreu encruamento devido à indentação anterior. Com aproximação ainda maior ($D/d = 4$), a carga da indentação L volta ao mesmo patamar da indentação R . A explicação para isso é a interação da segunda indentação com trincas já formadas e em nucleação.

Figura 8 — Constante de carregamento normalizado em função do índice de superposição. Indentador Vickers e diferentes forças de indentação.



Fonte: (TELES, 2018).

Teles (2018) observou algo semelhante em seu estudo sobre a superposição de cinco indentações sequenciais em vidro sodo-cálcico. Nesse caso, a força de carregamento foi mantida constante e foi a profundidade das impressões subsequentes que variou. Na Figura 8 é possível observar o comportamento da constante de carregamento normalizado (C_n), dado pela Eq.1 abaixo, e o índice de superposição (S), para diferentes forças.

$$C_n = \frac{C_2 + C_3 + C_4 + C_5}{4 \times C_1} \quad (1)$$

Onde C_1 , C_2 , C_3 , C_4 e C_5 são as constantes de carregamento de cada ciclo, calculadas de acordo com a Eq. 2.

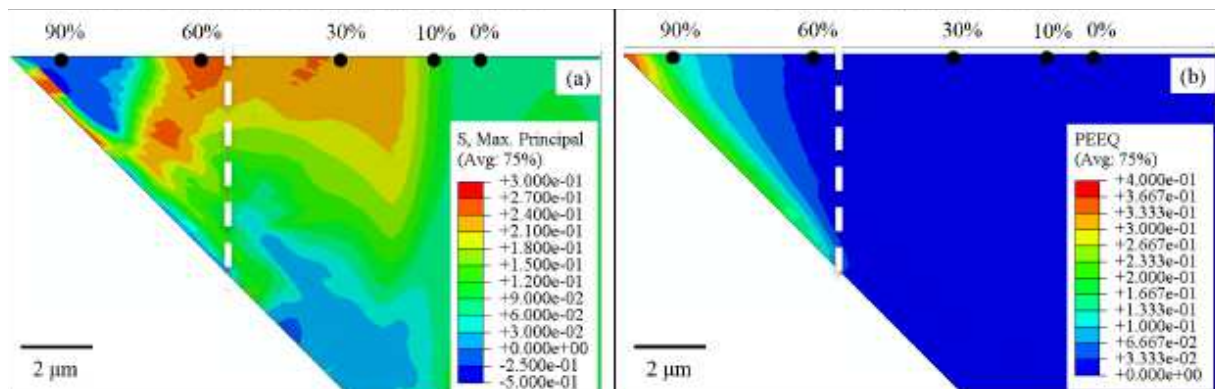
$$P = C \times h^2 \quad (2)$$

Onde P é a força de carregamento e h é a profundidade penetrada.

Como pode ser visto na Figura 8, o comportamento de C_n independe da força. Para o intervalo de superposição (S) de -200% a 10%, C_n foi semelhante ao valor da constante de uma indentação isolada (C_1). Para $S = 30\%$, o valor de C_n é 25% menor que C_1 , ou seja, houve uma diminuição da resistência à penetração. Já para $60\% < S < 90\%$, houve um aumento do C_n em relação ao C_1 , podendo chegar a um aumento de 54% para a superposição de 90%. Isso indica um aumento na resistência ao cisalhamento no interior da indentação.

Esse comportamento foi explicado pelo resultado da interação entre uma indentação com a tensão residual e deformação plástica produzidas por uma indentação anterior. Analisando a Figura 9, percebe-se que para uma superposição de até 10%, a segunda impressão ocorre numa região com baixa tensão de tração residual e sem nenhuma deformação plástica.

Figura 9 — Posição relativa da segunda indentação em relação à primeira para uma força de indentação de 1000 mN. À esquerda, é apresentado o campo de tensão máxima principal (GPa) e à direita, a deformação plástica equivalente (valor absoluto). A linha tracejada indica a aresta da impressão de dureza.



Fonte: (TELES, 2018).

Para $S = 30\%$, a tensão residual já é expressiva (240 Mpa) e ainda não há deformação plástica, resultando na perda de resistência do material. Já para $S = 60\%$, a

tensão residual é ainda maior (270 MPa) e parte da indentação ocorre em região com deformação plástica, gerando um aumento na resistência em relação a $S = 30\%$. E, finalmente, para $S = 90\%$, a segunda indentação ocorre numa região com tensão residual de compressão (-250 MPa) e com deformação plástica (13%). Essa combinação resultou, pois, em um aumento significativo na resistência ao cisalhamento.

Além do exposto, pode-se observar nesse trabalho que, independentemente da força de indentação, com a sequência de impressões há um acúmulo de tensão de tração abaixo da superfície, o que, caso haja uma falha suficientemente grande, pode acarretar na nucleação de trincas laterais. Esse comportamento pode ser uma das explicações para que ocorra desgaste em materiais frágeis mesmo com cargas bem abaixo da tensão de ruptura.

2.2.3 ABAQUS®

O ABAQUS® é um pacote de programas de engenharia, baseado no MEF, capaz de solucionar desde análises lineares simples até as simulações não lineares mais desafiadoras. Problemas com múltiplos componentes são modelados, associando-se a geometria que define cada componente com o modelo de material apropriado e, especificando-se as propriedades da interação entre os componentes (ABAQUS, 2014). Com esse pacote é possível realizar todas as etapas requeridas (pré-processamento, processamento e pós-processamento) para a solução de um problema por meio do MEF.

Dois dos principais módulos de análises do ABAQUS® são o ABAQUS/Standard e o ABAQUS/Explicit. A diferença primordial entre os dois módulos é que este utiliza o método explícito enquanto aquele, o método implícito. O ABAQUS/Explicit é muito eficiente para problemas não lineares envolvendo mudança de condições de contato (ABAQUS, 2014), como nos casos de indentação.

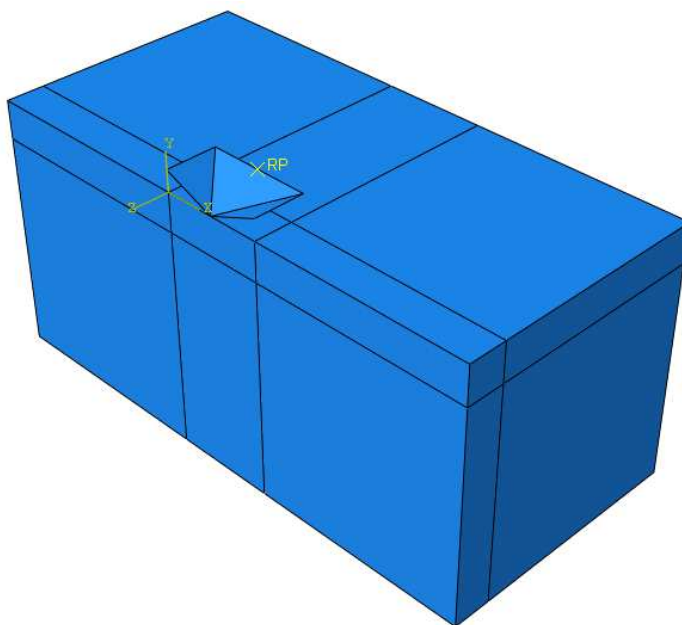
Por isso e por limitação de memória de *hardware*, para este trabalho utilizou-se o ABAQUS/Explicit para análise. Todas as etapas, desde a criação do modelo geométrico, passando pela definição das propriedades do material e do contato, até a visualização dos resultados, foram realizadas no pacote ABAQUS.

Como mostrado nesse capítulo de revisão, a simulação computacional utilizando o ABAQUS® permite melhorar o entendimento do mecanismo de desgaste por indentação múltipla. Pelo mapeamento dos campos de tensão e deformação na superfície e logo abaixo desta, espera-se prever as condições de falha decorrentes desse tipo de interação.

3 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento deste trabalho, o modelo proposto é de uma amostra de aço com baixo teor de carbono, retangular com superfície perfeitamente plana, marcada cinco vezes em linha por um indentador piramidal Vickers com ângulo de 136° entre faces. O indentador é considerado perfeitamente rígido. A Figura 10 ilustra o modelo proposto. Como há uma simetria geométrica nesse contato mecânico, é possível usá-la para simplificar o estudo, por isso apenas metade da amostra e do indentador são representados.

Figura 10 — Modelo inicial proposto.



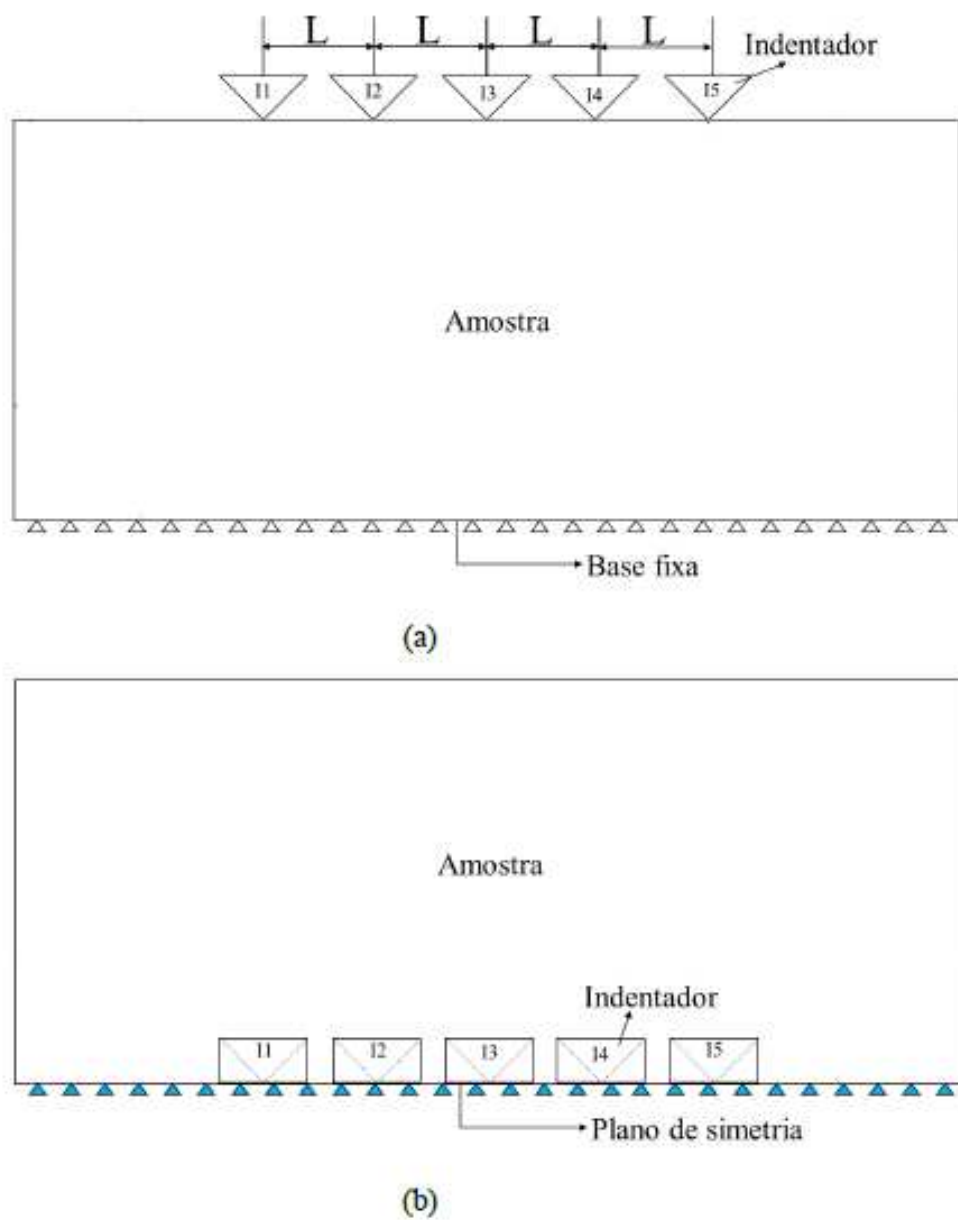
Fonte: autor.

Neste trabalho, foram simuladas cinco situações diferentes, alterando-se apenas a distância entre indentações, conforme Figura 11. Dentro dessas situações, as indentações são equidistantes, sendo, no primeiro momento, distanciadas no dobro do tamanho da indentação (-100% de superposição). A seguir, a distância entre eventos diminui, passando por 0%, 30% e 60% de superposição, até à superposição quase completa (90%), quando as marcas são realizadas no mesmo local. A Figura 12 apresenta a ideia das superposições, que é controlada através da relação entre a

distância entre indentações (DE) e o tamanho do lado da indentação (LI), e seu valor (S) é dado pela Eq. 3:

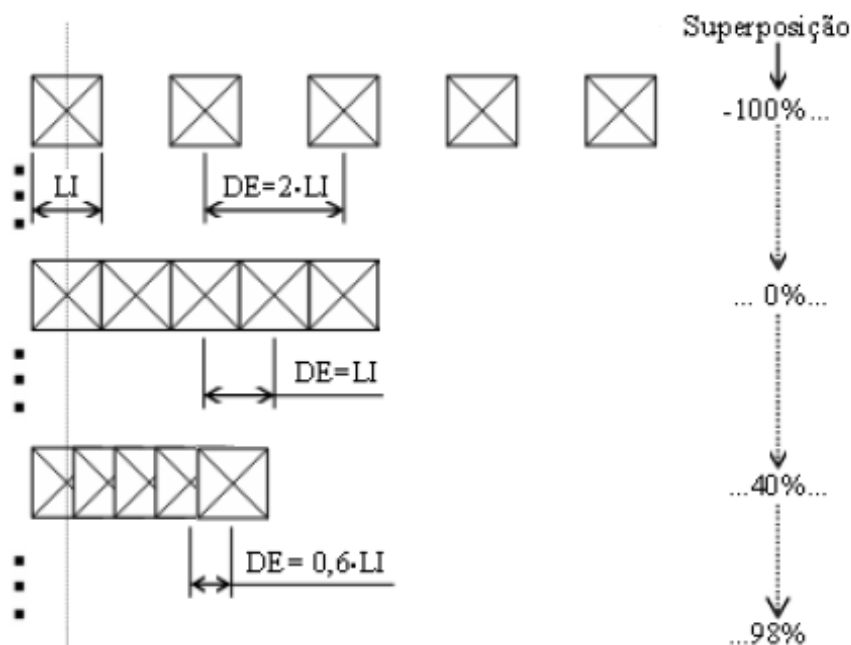
$$S = 1 - \frac{DE}{LI} \quad (3)$$

Figura 11 — Esquema do modelo de superposição em linha (a) vista frontal (b) vista superior.



Fonte: adaptado de TELES (2018).

Figura 12 — Esquema do método de superposição de indentação em linha.

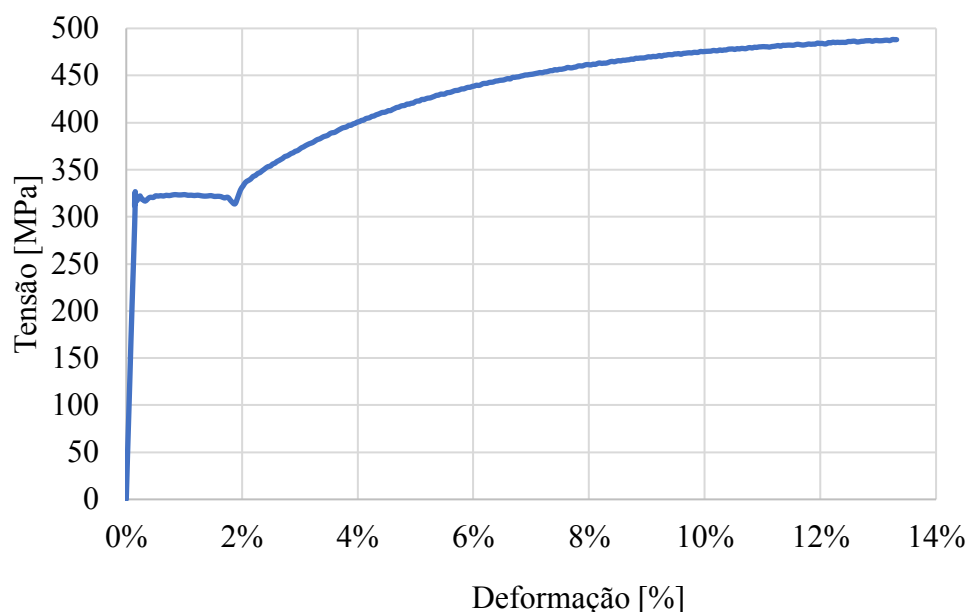


Fonte: adaptado de (DA SILVA, 2008).

Essas distâncias são baseadas em uma indentação feita com a aplicação de 350 mN, cujas profundidade máxima durante o carregamento é de 3 μm e o lado da impressão final é de 13,2 μm . Essa profundidade é de suma importância para o modelo computacional, pois é usada como condição de contorno para a movimentação do indentador. O custo computacional para aplicação de movimento na simulação de um contato mecânico é muito menor, quando baseado em uma distância, do que na aplicação de uma força. Portanto, no modelo proposto, o indentador desloca-se 3 μm na direção da amostra para todas as situações de superposição.

Considerando o sistema de coordenadas XYZ presente na Figura 10, para representar a simetria existente no modelo, todas as faces que estão no plano XY (plano de simetria na Figura 11b), tanto da amostra quanto do indentador, não se deslocam linearmente em Z e não rotacionam em X e Y. A outra condição de contorno considerada é que a base da amostra (Figura 11a) está engastada. Para o contato, considera-se um coeficiente de atrito de 0,1 (EVANGELISTA, 2017).

Figura 13 — Gráfico de tensão e deformação de ensaio de tração realizada em uma amostra de aço de baixo teor de carbono.



Fonte: (EVANGELISTA, 2017).

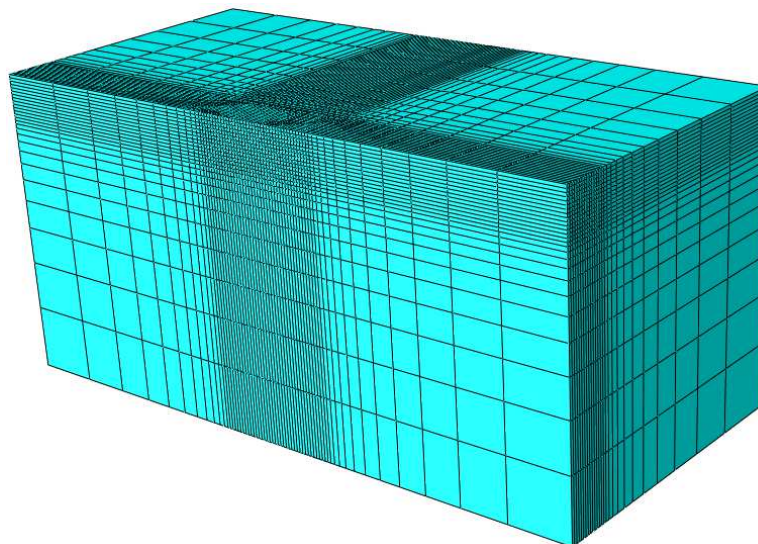
As propriedades do aço de baixo teor de carbono utilizadas no modelo foram retiradas do trabalho de Evangelista (2017), cuja curva de tensão por deformação de um dos ensaios de tração está representada na Figura 13. Com base nesse estudo, obteve-se Módulo de Elasticidade (E) de 211 GPa, Limite de Escoamento (S_y) de 325 MPa e de Resistência a Tração (S_{ut}) de 490 MPa. Outras propriedades usadas na modelagem foram o coeficiente de Poisson (ν) de 0,30 e a massa específica (ρ) de 7800 kg/m³. Para a modelagem do regime plástico, é necessário informar, ponto a ponto, a relação de tensão e deformação e, para simplificar o modelo, a tensão do patamar de escoamento foi considerada constante e igual ao S_y (PHAM, PHAN e KIM, 2018).

3.1 Descrição da malha de elementos finitos

Como a amostra é retangular, foram utilizados elementos lineares hexaédricos estruturados com integração reduzida (C3D8R). A área, cujos resultados interessam a este trabalho, é somente próxima às indentações, por isso essa área recebe um maior refinamento, como pode ser visto na Figura 14. As dimensões da amostra são grandes o

suficiente para que as superfícies livres não interfiram nos resultados, sendo 100 μm de altura e largura e comprimento variável. O comprimento varia de acordo com a taxa de superposição, sendo a distância entre as faces livres e a indentação mais próxima destas sempre igual a 100 μm .

Figura 14 — Visão geral da malha de elementos finitos.



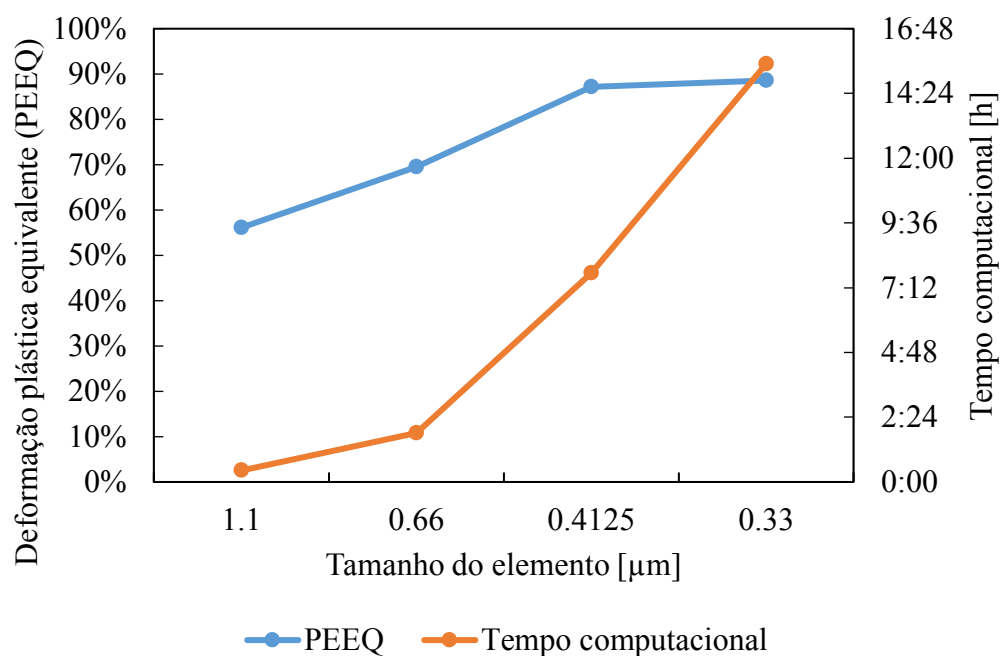
Fonte: autor.

Um estudo inicial da malha é o teste de convergência. Como o MEF é um método de cálculo aproximado, quanto maior o refino da malha, mais o resultado calculado se aproxima do resultado real. Porém, quanto maior o refino da malha, maior o custo computacional para o cálculo. Por isso, no teste de convergência de malha, busca-se otimizar a relação de resultado e esforço computacional, ou seja, o maior tamanho de elemento possível sem grande comprometimento do resultado final.

Para realizar o teste de malha, foi modelada apenas uma indentação para agilizar os cálculos. Iniciou-se com o menor elemento com 1,1 μm de lado, depois com 0,66 μm , 0,4125 μm e finalmente 0,33 μm . O parâmetro usado para comparação foi a deformação plástica equivalente (PEEQ) e os resultados encontram-se abaixo, na Figura 15. Como pode ser observado, com um tamanho mínimo de 0,4125 μm já se obtém um resultado próximo ao obtido com 0,33 μm , com metade do tempo computacional (464

minutos contra 929 minutos). Portanto, esse foi o tamanho usado para o prosseguimento do trabalho.

Figura 15 — Relação entre tamanho do elemento, deformação plástica equivalente e tempo computacional.



Fonte: autor.

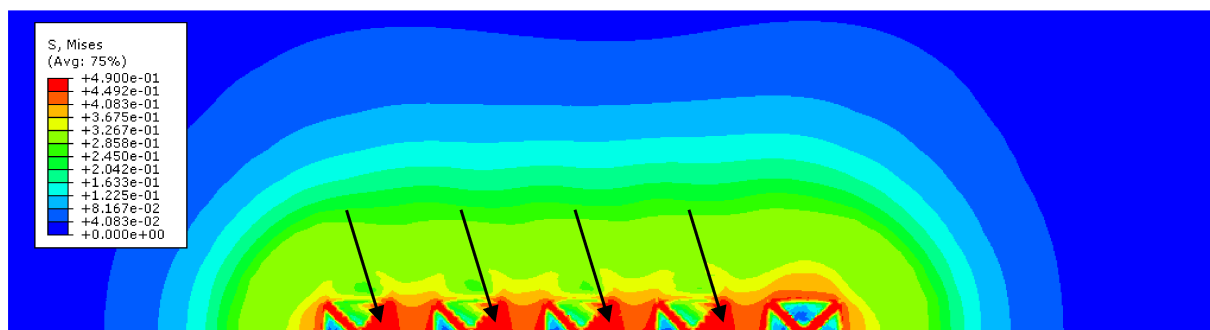
Para a malha do indentador foi usado uma dimensão compatível. da mesma ordem de grandeza. Optou-se, pois, por utilizar malha de tamanho 0,47 μm com elementos quadrados planos estruturados (R3D4).

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Tensões superficiais

O campo de tensão equivalente de von Mises, na superfície da amostra, encontrado na simulação com índice de superposição de -100% pode ser visto na Figura 16. Observa-se que, apesar de estarem com uma certa distância, houve a interação entre os campos. Na região entre as impressões e a face de uma anterior voltada para a seguinte (indicadas pelas setas na Figura 16) foi onde ocorreram os principais impactos. Nessa face, particularmente, a tensão atingiu seu máximo.

Figura 16 — Tensão de von Mises [Gpa] na superfície da amostra para superposição de -100% (sequência de indentação da esquerda para a direita).

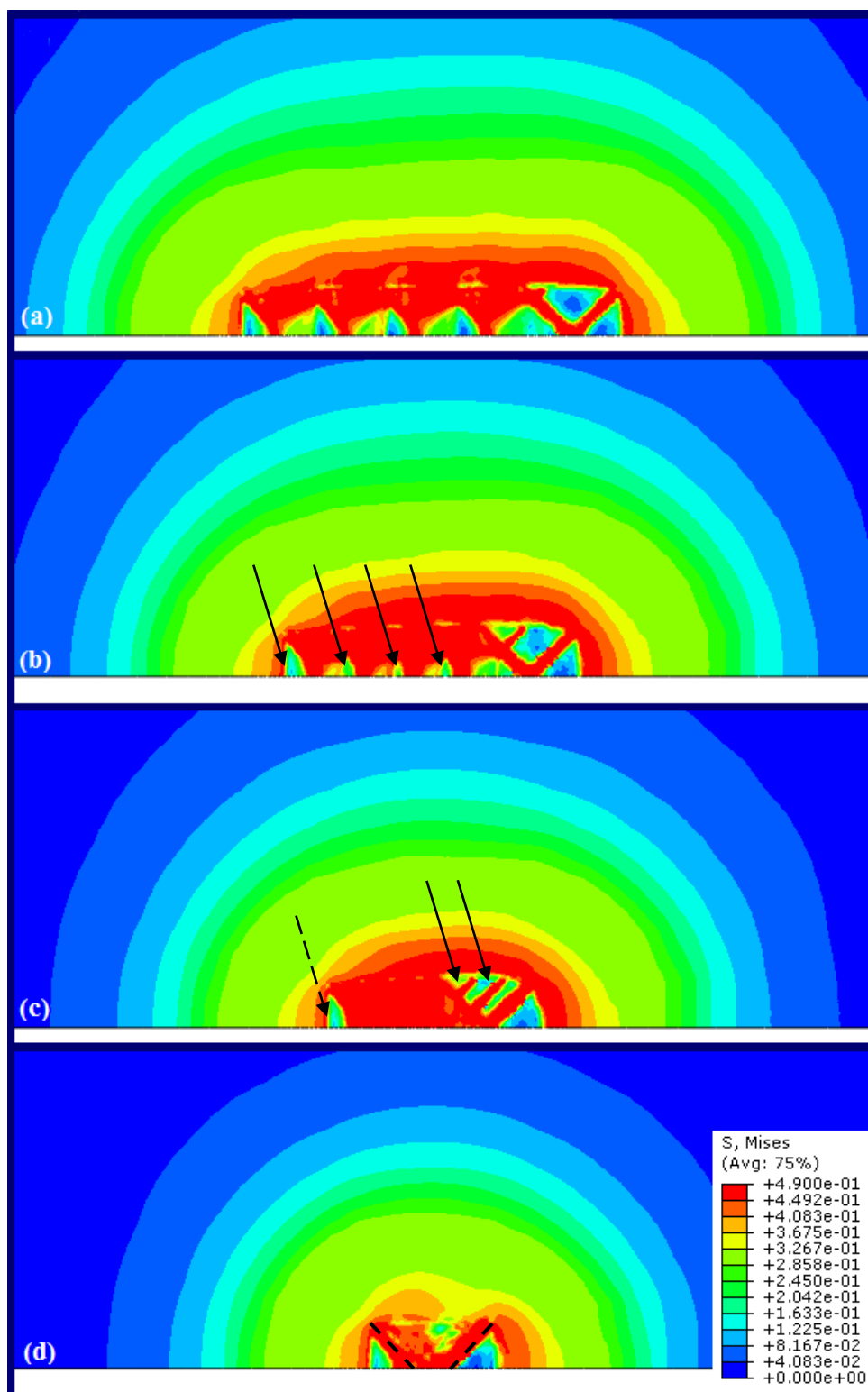


Fonte: autor.

A Figura 17 mostra a tensão superficial para as demais superposições (0%, 30%, 60% e 90%). Para o primeiro caso $S = 0\%$, (Figura 17a), a face paralela à direção das indentações é que sofre maior influência devido à sequência de marcações.

Já para as superposições intermediárias, de 30% e 60%, (Figura 17b e 17c) a tensão atinge o valor máximo em todas as faces das impressões anteriores. No primeiro caso, a face à esquerda de cada indentação possui uma pequena região, indicada pelas setas, que não atinge o valor máximo da tensão de von Mises. No segundo caso, apenas duas pequenas regiões da terceira e quarta indentações, indicadas pelas setas com traço contínuo, não alcançam o máximo da tensão, além da face à esquerda da primeira indentação, que é a mais distante das interações (seta com traço descontinuo).

Figura 17 — Tensão de von Mises [Gpa] na superfície da amostra para diferentes níveis de superposição: (a) 0%; (b) 30%, (c) 60% e (d) 90% (sequência de indentação da esquerda para a direita).



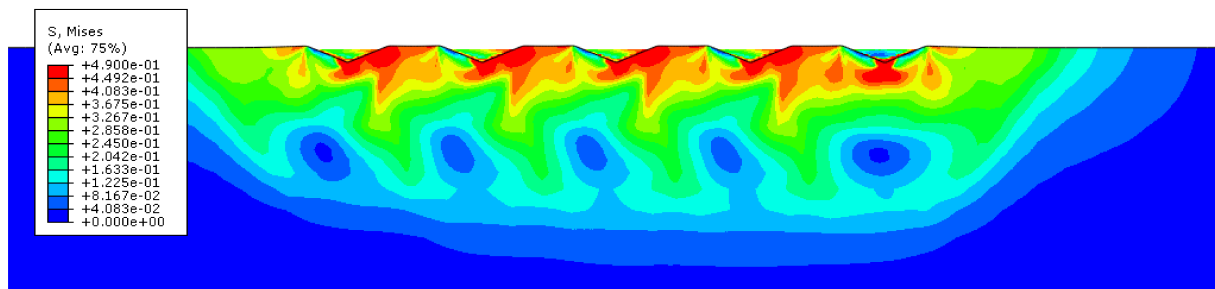
Fonte: autor.

Finalmente, para 90% de superposição, (Figura 17d) apenas as arestas da primeira e da última indentação, indicadas pelas linhas tracejadas, além de alguns pontos da região próxima à primeira, atingem o valor máximo de tensão. Isso acontece devido a um alívio de tensão que ocorre na região central das faces da impressão.

4.2 Tensões subsuperficiais

A Figura 18 mostra a tensão de von Mises abaixo da superfície após cinco indentações com superposição de -100%. Como já discutido anteriormente, as faces à direita das quatro primeiras indentações atingem o máximo da tensão de von Mises e observa-se, na Figura 18, que essa região de máxima tensão se estende abaixo da superfície, quase se unindo à região de máxima tensão da indentação seguinte. Além disso, observa-se que a quinta indentação possui um campo de tensão muito próximo ao de uma indentação isolada.

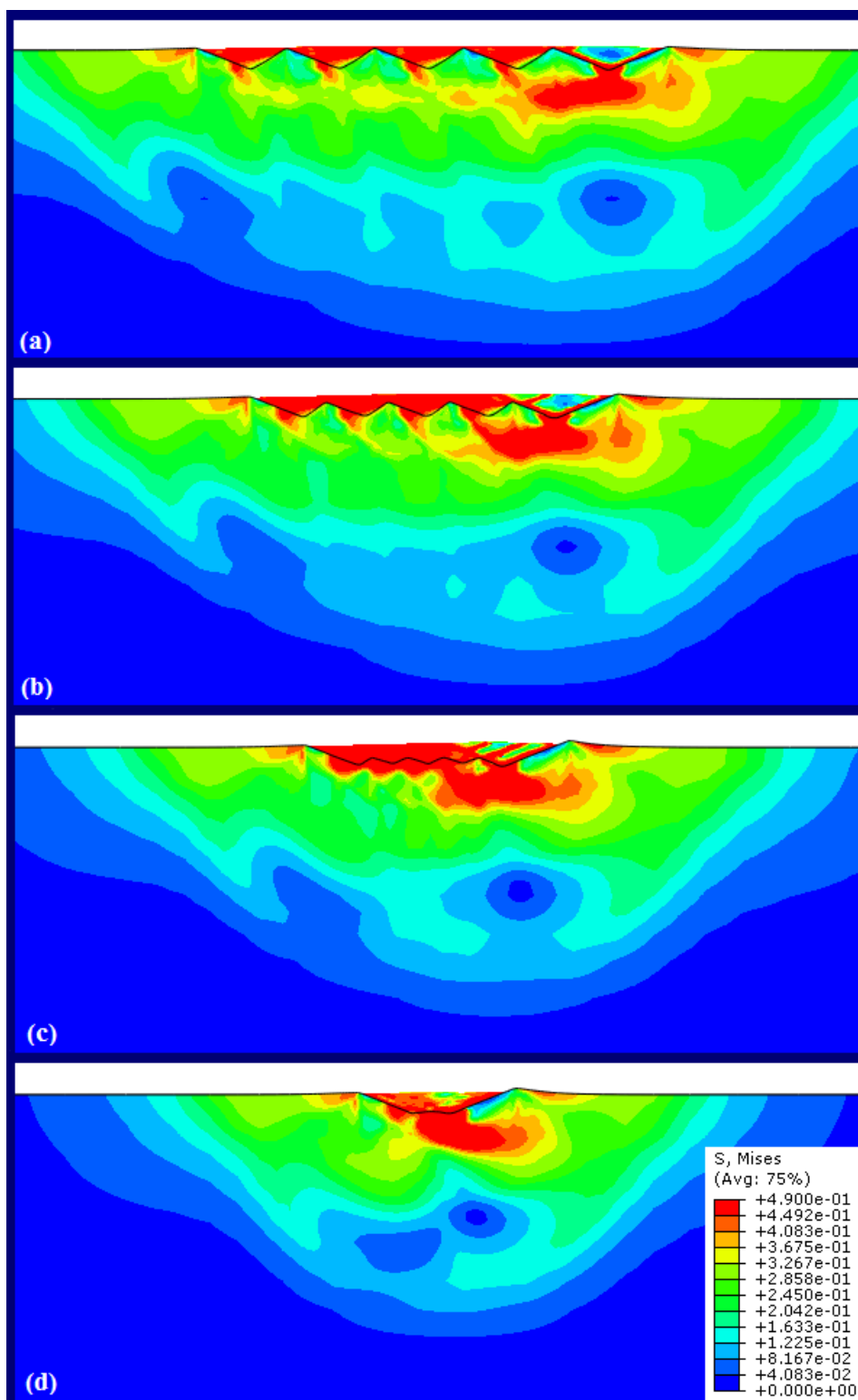
Figura 18 — Tensão de von Mises [Gpa] abaixo da superfície da amostra para superposição de -100% (sequência de indentação da esquerda para a direita).



Fonte: autor.

O campo de tensão abaixo da superfície para os demais níveis de superposição é apresentado na Figura 19. Nos quatro casos, observa-se uma grande região abaixo da última indentação que alcança a tensão máxima. Essa região é resultado, principalmente, da interação entre a quarta e a quinta impressões.

Figura 19 — Tensão de von Mises [Gpa] abaixo da superfície da amostra para diferentes níveis de superposição: (a) 0%; (b) 30%, (c) 60% e (d) 90% (sequência de indentação da esquerda para a direita).



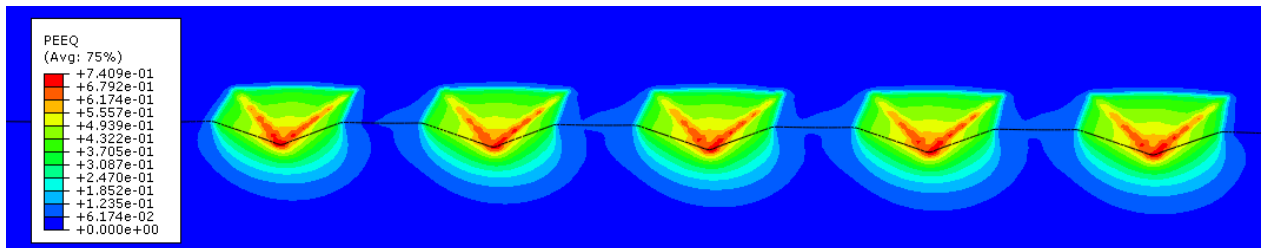
Fonte: autor.

As demais indentações apresentam, entre si, um desenho do campo subsuperficial bem parecido. No caso específico de 60% de superposição (Figura 19c), essa região atinge o valor máximo e interage com a região abaixo das últimas indentações, descrita anteriormente.

4.3 Deformação plástica equivalente

A Figura 20 mostra o campo de deformação plástica equivalente (PEEQ) para superposição de -100%. Nota-se que a interação entre os campos de cada impressão é desprezível e os valores máximos ocorrem na ponta e diagonais dessas.

Figura 20 — Deformação plástica equivalente (PEEQ) para superposição de -100% (valor absoluto) (sequência de indentação da esquerda para a direita).

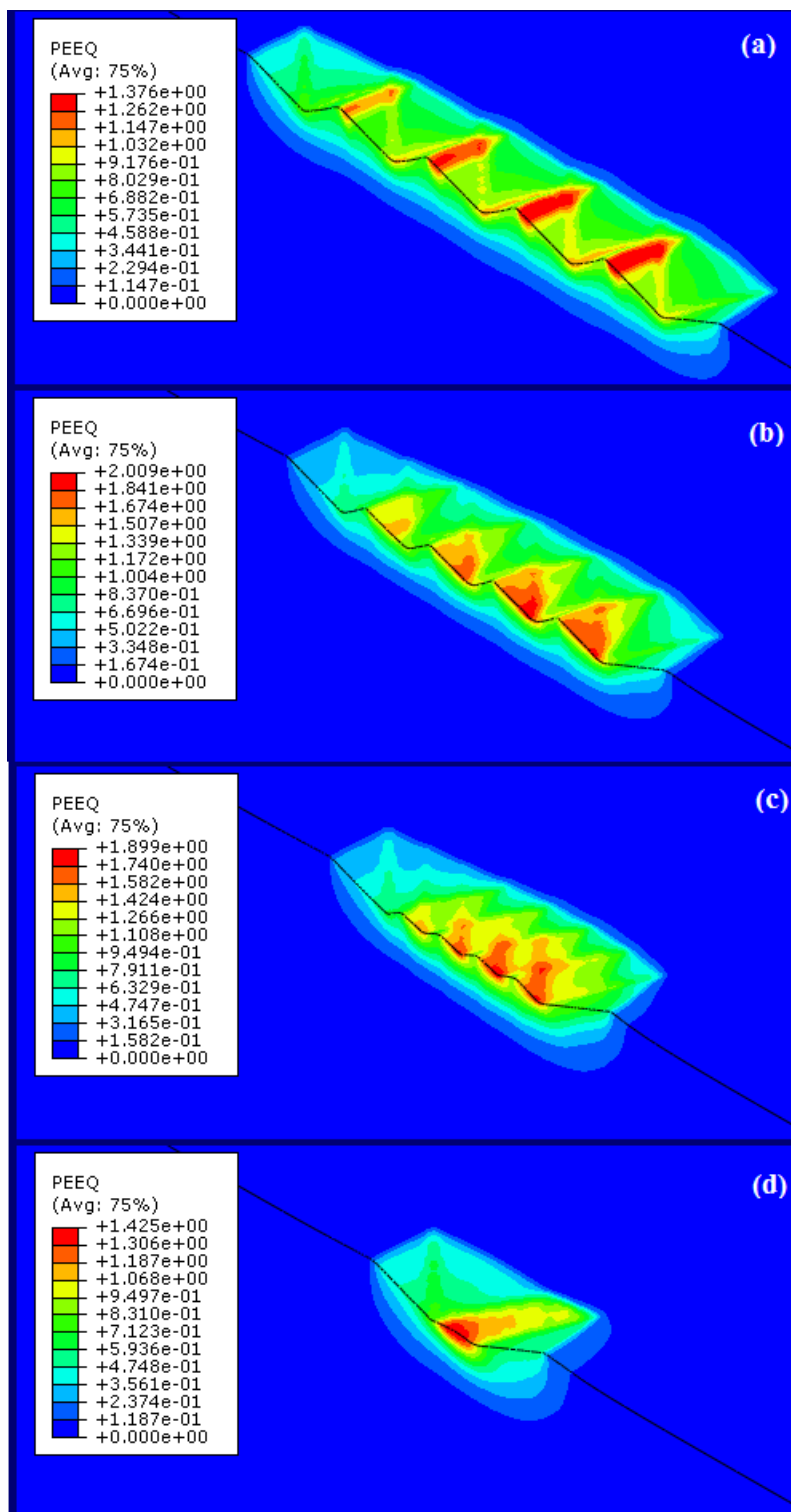


Fonte: autor.

Os campos para os demais níveis de superposição podem ser vistos na Figura 21. Para a superposição de 0% (Figura 21a), a máxima deformação ocorre na aresta entre as indentações, sendo quase o dobro do valor de uma indentação isolada ou com superposição de -100% (138% contra 74%).

Para os níveis de superposição de 30% e 60% (Figura 21b e 21c), os campos se encontram no vértice e na região adjacente da face voltada para a impressão anterior, formando regiões distintas com alta tensão. Esses casos atingem níveis parecidos de deformação (200% e 190% respectivamente), sendo os mais altos entre todos os casos simulados.

Figura 21 — Deformação plástica equivalente (PEEQ) para diferentes níveis de superposição: (a) 0%; (b) 30%, (c) 60% e (d) 90% (valor absoluto) (sequência de indentação da esquerda para a direita).



Fonte: autor.

No último caso, com 90% de superposição (Figura 21d), a face entre as indentações é muito pequena, tornando a região de máxima tensão bem localizada e, percebe-se que se espalha na direção da aresta da última indentação. Nesse caso, a deformação máxima volta para o nível de $S = 0\%$, alcançando o máximo de 143%.

Além disso, observa-se que os níveis de deformação das primeiras impressões são sempre menores do que os das últimas. Isso mostra que o acúmulo de indentações próximas pode gerar um aumento do dano sofrido pela amostra.

4.4 Força máxima de carregamento por indentação

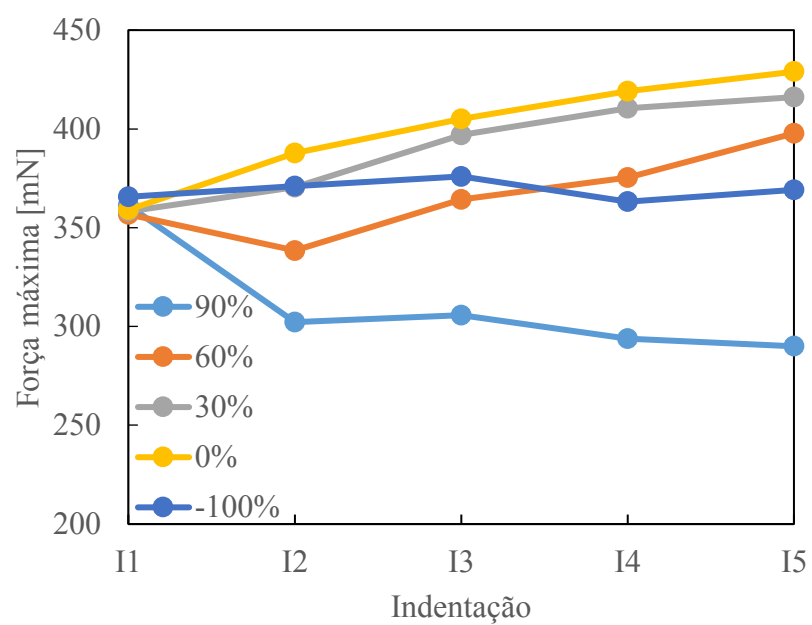
Como Teles (2018) e Zhang e Subhash (2001) já demonstraram, a relação entre força máxima e profundidade máxima durante uma indentação varia com a superposição dessas. Portanto, buscou-se avaliar essa variação para o caso de estudo deste trabalho. Como nesse caso manteve-se a profundidade constante, a Figura 22 ilustra a variação da força máxima de carregamento com a sequência de indentações para os diferentes níveis de superposição.

Primeiramente, como era de se esperar, já que ainda não há interação com outra indentação, a força para a primeira independe da superposição. Para $S = -100\%$, a força máxima permanece praticamente constante, pois as impressões são feitas em uma região sem deformação plástica e com tensão residual baixa, tornando a resposta parecida com a de uma indentação isolada.

Para $S = 0\%$ e $S = 30\%$, a cada indentação a força máxima aumenta um pouco. A taxa desse aumento é parecida para ambos os casos, sendo um pouco maior para 0% de superposição. Esse crescimento da carga necessária ocorre devido ao encruamento do material.

Para $S = 60\%$, a força cai na segunda indentação, porém, a partir da terceira começa a aumentar, ultrapassando a força da primeira impressão. Para $S = 90\%$, a força decai (16,3%) da primeira para a segunda indentação, e em seguida permanece praticamente constante, nesse nível mínimo. O que indica uma queda na resistência do material, pois a marca da indentação anterior leva à falta de suporte mecânico para a indentação seguinte.

Figura 22 — Variação da força máxima de carregamento em indentações seguidas para diferentes níveis de superposição.



Fonte: autor.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho propôs mapear os campos de tensão e deformação na superfície e abaixo desta ao se realizar uma indentação próxima a marcas anteriores. Para isso foi desenvolvido um modelo computacional utilizando o método de elementos finitos (MEF) em ABAQUS®. Esse tipo de estudo agrega no entendimento do desgaste abrasivo, ajudando a compreender um de seus mecanismos, a superposição de indentações.

Os resultados mostraram que na superfície há interação entre os campos de tensão, mesmo com marcas que não se sobrepõem ($S = -100\%$). Quando as indentações passam a se encostar ($S = 0\%$), a região paralela à direção da sequência de indentações é a que concentra maiores tensões. Para superposições de 30% e 60%, a região de máxima tensão engloba praticamente toda área marcada. Porém, para 90%, ocorre um alívio nas tensões, diminuindo a região com máxima tensão.

Para a tensão subsuperficial, na maioria dos casos, forma-se uma grande região com máxima tensão abaixo da quarta e da quinta indentação, e parte da terceira. A exceção é o caso com superposição de -100% , no qual são formadas regiões distintas abaixo de cada impressão, sendo o campo da última indentação muito próximo do campo de uma indentação isolada. Além disso, uma particularidade ocorre com $S = 60\%$: a região imediatamente abaixo de todas as marcas, desde a primeira, também atinge o valor de máxima tensão.

Quanto aos campos de deformação, somente ocorre interação, nos casos estudados, entre os de diferentes indentações quando a superposição é de pelo menos 0%. Nesse caso específico, o máximo de deformação se encontra na aresta formada na divisão entre duas impressões. Para superposições de 30% e 60%, a deformação se concentra nos vértices de cada indentação, estendendo-se na face em direção à indentação anterior. Nesses casos ocorrem as maiores deformações, chegando a 200%. Quando se aumenta a superposição para 90%, a região torna-se única e concentrada no centro das marcas, e alcança pouco mais de 140% de máxima deformação. Um fato importante a se destacar é o aumento do nível de deformação com o acréscimo de novas indentações.

Quando analisadas as forças máximas de carregamento por indentação, foram observados quatro comportamentos distintos. No primeiro, para $S = -100\%$, a força se manteve constante independentemente da indentação. No segundo, para $S = 0\%$ e $S = 30\%$, a força aumentou gradativamente com o aumento do número de indentações. No terceiro, para $S = 60\%$, a força diminuiu para a segunda impressão, mas para a terceira tornou a crescer, atingindo o mesmo nível de carga da primeira, e continuou a aumentar para a quarta e quinta indentações. Finalmente, no quarto, para $S = 90\%$, a força também decaiu para a segunda impressão, porém manteve-se nesse nível inferior para as seguintes.

6 TRABALHOS FUTUROS

Para continuidade deste trabalho, sugere-se:

- Introduzir algum modelo de dano ao modelo computacional proposto;
- Validar em laboratório os resultados da superposição de indentações em aço de baixo carbono, como usado neste trabalho;
- Avaliar o efeito do formato do indentador na superposição de indentações em materiais dúcteis;
- Avaliar o efeito da superposição em materiais dúcteis com diferentes cargas.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABAQUS. **ABAQUS 6.14 Documentation**. Dassault Systèmes. Providence. 2014.

AKATSU, T. et al. Representative indentation yield stress evaluated by behavior of nanoindentations made with a point sharp indenter. **Mechanics of Materials**, v. 92, p. 1-7, 2016.

ALABOODI, A. S.; HUSSAIN, Z. Finite element modeling of nano-indentation technique to characterize thin film coatings. **Journal of King Saud University - Engineering Sciences**, 2017.

BHATTACHARYA, A. K.; NIX, W. D. Finite element simulation of indentation experiments. **International Journal of Solids and Structures**, Grã-Bretanha, v. 24, n. 9, p. 881-891, 1988.

BOZZI, A. C.; DE MELLO, J. D. B. Wear resistance and wear mechanisms of Wc-12%Co thermal sprayed coatings in three-body abrasion. **Wear**, v. 233-235, p. 575-587, 1999.

DA SILVA, W. M. **Simulação do desgaste abrasivo via interações múltiplas**. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, p. 177. 2008. (Tese de Doutorado).

DA SILVA, W. M.; COSTA, H. L.; DE MELLO, J. D. B. Transitions in abrasive wear mechanisms: effect of the superimposition of interactions. **Wear**, v. 271, n. 5-6, p. 977-986, jun. 2011.

DA SILVA, W. M.; DE MELLO, J. D. B. Using parallel scratches to simulate abrasive wear. **Wear**, v. 267, p. 1987-1997, 2009.

DIAS, A. M. D. S. **Análise numérica do processo de fratura no ensaio de indentação Vickers em uma liga de carboneto de tungstênio com cobalto**. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, p. 141. 2004. (Tese de Doutorado).

EVANGELISTA, I. C. S. **Análise de tensões e deformações em sólidos texturizados e revestidos**. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, p. 73. 2017. (Dissertação de Mestrado).

EYRE, T. S. The mechanisms of wear. **Tribology International**, v. 11, n. 2, p. 91-96, 1978.

HOLMBERG, K.; ERDEMIR, A. Influence of tribology on global energy consumption, costs and emissions. **Friction**, v. 5, p. 263-284, 2017.

HU, Z. et al. Material elastic-plastic property characterization by nanoindentation testing coupled with computer modeling. **Material Science and Engineering A**, v. 587, p. 268-282, 2013.

HUTCHINGS, I. M. **Tribology: friction and wear of engineering materials**. 4. ed. Londres: Arnold, 1996.

KARIMZADEH, A.; AYATOLLAHI, M. R.; ALIZADEH, M. Finite element simulation of nano-indentation experiment on aluminum 1100. **Computational Materials Science**, v. 81, p. 595-600, 2014.

LEE, C. H.; KOBAYASHI, S. Elastoplastic analysis of plane-strain and axisymmetric flat punch indentation by the finite-element method. **International Journal of Mechanical Sciences**, Grã-Bretanha, v. 12, p. 349-370, 1970.

MEGUID, S. A. et al. Three-dimensional dynamic finite element analysis of shot-peening induced residual stresses. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 31, p. 179-191, 1999.

MELCONIAN, M. V. Fundamentação teórica. In: MELCONIAN, M. V. **Modelagem Numérica e Computacional com Similitude e Elementos Finitos**. São Paulo: Edgard Blüncher, 2014. Cap. 3, p. 25-64.

MENG, L. et al. An objective meta-modeling approach for indentation-based material characterization. **Mechanics of Materials**, v. 107, p. 31-44, 2017.

MONTEIRO, V. A. L. **Desenvolvimento e validação de um modelo em elementos finitos para simulação do ensaio de macroindentação instrumentada**. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, p. 41. 2015. (Trabalho de Conclusão de Curso).

PETRYK, H.; STUPKIEWICZ, S.; KUCHARSKI, S. On direct estimation of hardening exponent in crystal plasticity from the spherical indentation test. **International Journal of Solids and Structures**, v. 112, p. 209-221, 2017.

PHAM, T.-H.; PHAN, Q.-M.; KIM, S.-E. Identification of the plastic properties of structural steel using spherical indentation. **Materials Science and Engineering A**, v. 711, p. 44-61, 2018.

RADE, D. A. **Método dos elementos finitos aplicados à engenharia mecânica**. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, p. 111. 2011.

TELES, V. C. **Influência da superposição de microindentações em material frágil: modelo para estudo de fundamentos de abrasão**. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, p. 126. 2018. (Tese de Doutorado).

TREZONA, R. I.; ALLSOPP, D. N.; HUTCHINGS, I. M. Transition between two-body and three-body abrasive wear: influence of test conditions in the microscale abrasive wear test. **Wear**, v. 225-229, p. 205-214, 1999.

WANG, M. et al. On the determination of the anisotropic plasticity of metal materials by using instrumented indentation. **Materials and Design**, v. 111, p. 98-107, 2016.

WANG, M. et al. Identification of elastic-plastic properties of metal materials by using the residual inprint of spherical indentation. **Material Science and Engineering A**, v. 679, p. 143-154, 2017.

ZHANG, W.; SUBHASH, G. An elastic-plastic-cracking model for finite element analysis of indentation cracking in brittle materials. **International Journal of Solids and Structures**, v. 38, p. 5893-5913, 2001.

ZHANG, W.; SUBHASH, G. Finite element analysis of interacting Vickers indentations on brittle materials. **Acta Materialia**, v. 49, p. 2961-2974, 2001.

ZUM GAHR, K. H. **Microstructure and Wear of Materials**. North Holland: Elsevier, 1987.