

JEFFERSON GOMES DO NASCIMENTO

Desenvolvimento de uma Plataforma Numérica para Soluções
Analíticas, Híbridas e Exatas de Problemas Diretos e Inversos em
Condução de Calor



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

JEFFERSON GOMES DO NASCIMENTO

Projeto de Fim de Curso apresentado ao Programa de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **BACHAREL em ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos

Orientador: Prof. Dr. Gilmar Guimarães

**Uberlândia
2019**

"O homem não teria alcançado o possível se, repetidas vezes, não tivesse tentado o impossível."

Max Weber

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade de realizar este Curso;

Ao Prof. Dr. Gilmar Guimarães pela orientação e inestimável apoio, materializados pelo interesse, amizade e respeito, sempre presentes em nosso trabalho;

Aos membros do Laboratório de Ensino e Pesquisa em Transferência de Calor Modelagem e Experimento - LTCME;

A minha namorada Aline Meire Mendes por sempre me apoiar e incentivar na realização deste segundo curso de Engenharia.

Ao meu amigo Carlos Antônio Vilela de Sousa Filho pelos ensinamentos referentes ao desenvolvimento de aplicativos.

Aos meus familiares e amigos que em mim depositaram sua confiança e, mesmo não colaborando diretamente na área técnica, dirigiram suas boas energias, pensamentos, orações, palavras e intensões em favor da concretização de um sonho.

NASCIMENTO, J. G., **Desenvolvimento de uma Plataforma Numérica para Soluções Analíticas, Híbridas e Exatas de Problemas Diretos e Inversos em Condução de Calor** 2019. 36 f. Projeto de Fim de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

Resumo

A implementação de aplicativos computacionais no ensino superior, principalmente em disciplinas da área tecnológica, é essencial para aumentar a produtividade e a capacidade de aprendizado do discente. No âmbito da Engenharia Mecânica, a disciplina de Transferência de Calor apresenta diversas oportunidades nas quais estas ferramentas podem ser aplicadas positivamente. Nesse sentido, este trabalho teve como proposta a produção de um software, com interface de usuário, para solução analítica de problemas diretos e inversos em Condução de Calor. A criação do aplicativo foi feita através da plataforma GUIDE do software comercial MATLAB®. Assim, um arquivo executável foi criado, por meio do paradigma da programação orientada à eventos, conferindo maior autonomia ao usuário. A princípio, o software foi desenvolvido e testado com êxito em problemas do Laboratório de Ensino e Pesquisa em Transferência de Calor: Modelagem e Experimento, da Faculdade de Engenharia Mecânica, da Universidade Federal de Uberlândia. A criação interna deste software resultou na eliminação de custos com a contratação de empresas para desenvolvimento computacional da ferramenta, além da possibilidade da geração de patentes.

Palavras-chave: Condução de Calor, Problema Direto, Problema Inverso, Software Interativo.

Lista de Figuras

2.1	Distintos casos para geometria unidimensional.	5
2.2	Problema Térmico X20.	10
2.3	Problema Térmico X22.	11
2.4	Problema Térmico X23.	12
2.5	Problema Térmico X33.	13
2.6	Problema Direto: Sistema Dinâmico.	14
2.7	Problema Inverso: Sistema Dinâmico.	15
3.1	App Designer.Fonte (MATHWORKS, 2019).	17
3.2	Ambiente Guide. Fonte (MATHWORKS, 2019).	18
3.3	Calculadora desenvolvida no ambiente guide. Fonte (MATHWORKS, 2019). . .	19
3.4	Linhas de Código (a) Matlab (b) Interface com o usuário criada.	20
3.5	Aplicativo (a) Instalador (b) Carregamento do instalador.	21
3.6	Instalação:(a) Local ; (b) software adicional.	22
3.7	Contrato de licença.	23
4.1	(a) Ícone da área de trabalho ; (b) Carregamento do programa.	24
4.2	Escolha do tipo de Problema Térmico.	25
4.3	Tela do Problema Direto.	26
4.4	Escolha do problema térmico.	27
4.5	Representação do Modelo Térmico.	28
4.6	Propriedade térmica do material.	29
4.7	Escolha do Material.	30
4.8	Distribuição da temperatura no domínio.	31
4.9	Problema Inverso.	32
4.10	Tela do Problema Inverso.	33
4.11	Problema Inverso - Resultado Final.	34

Lista de Tabelas

2.1	Sistema de numeração. (COLE, 2010)	4
-----	--	---

Sumário

1	Introdução	1
2	Revisão Bibliográfica	3
2.1	Funções de Green	3
2.1.1	Sistema de Numeração Cartesiana	4
2.1.2	Solução Geral 1D	5
2.1.3	Solução Geral 2D	6
2.1.4	Solução Geral 3D	7
2.2	Problema Direto	10
2.2.1	Caso - X20	10
2.2.2	Caso - X22	11
2.2.3	Caso - X23	12
2.2.4	Caso - X33	13
2.3	Problema Inverso	14
2.3.1	Resposta Impulsiva do problema X22	14
3	Metodologia - Aplicativo	16
3.1	Desenvolvimento de aplicativos no MATLAB®	16
3.1.1	App Designer	16
3.1.2	Ambiente Guide	17
3.1.3	Linhas de Código	19
3.2	Instalação da Interface Desenvolvida	20
4	Resultados	24
4.1	Problema Direto	26
4.2	Problema Inverso	32
5	Conclusões	35
5.1	Sugestões de Trabalhos Futuros	35
	Referências Bibliográficas	36

Capítulo 1

Introdução

A demanda por aplicativos, em diversos setores do mercado, tem como consequência uma procura cada vez maior de empresas que desenvolvem este tipo de solução computacional. Sabe-se que as empresas pretendem modernizar seus meios de produção como forma a exigir menos mão de obra e obter um resultado mais eficiente, permitindo a tomada de decisões em tempo real, o que configura um dos pilares para criação de softwares e aplicativos.

Entre o ano de 2009 e 2017 houve um aumento de mais de 30 % no número de aplicativos. Isso considerando apenas os sistemas incluídos na Google Play. O número de downloads de aplicativos juntando Apple Store e Google Play teve um aumento de 31,94 % em 2017. A prospecção é que até o ano de 2021 esse número estará em 352,9 bilhões de downloads.

Mercado aquecido é sinônimo de produção em massa. Com a alta demanda, a busca por um boa empresa de aplicativo cresce também. O Laboratório de Ensino e Pesquisa em Transferência de Calor Modelagem e Experimento - LTCME, da Faculdade de Engenharia Mecânica - FEMEC, da Universidade Federal de Uberlândia- UFU, trabalha com desenvolvimento de soluções analíticas, numéricas e experimentais nas dissertações de mestrado e teses de doutorado, sendo que muitas das vezes, essas soluções são perdidas, pois não existe um banco de dados para armazená-las e, na maioria das vezes existe uma certa dificuldade de um novo usuário replicá-las, o que demanda tempo e estudo a fundo do trabalho desenvolvido por outros alunos. Além disso, para utilizar essas soluções, deve-se usar o software comercial Matlab, que dependendo da versão, apresenta certos problemas relacionados a incompatibilidade com versões anteriores. Ou seja, não necessariamente um código que foi escrito no Matlab 2019 irá funcionar em versões anteriores do software devido às melhorias que foram feitas nas versões mais recentes.

Mediante a necessidade da criação de uma ferramenta comum e de uma forma de armazenar essas soluções, este trabalho teve como principal objetivo produzir um software com interface de usuário desenvolvido para análise de solução de problemas direto e inverso desenvolvidos pelos alunos do laboratório LTCME.

No capítulo 2, Revisão bibliográfica, foi feita uma breve revisão apontando os trabalhos de dissertação e tese que foram usados para aplicar as soluções analíticas desenvolvidas no aplicativo. Foi feita uma breve introdução sobre as funções de Green, com destaque para o sistema de numeração que é utilizado para identificação dos mais diferenciados tipos de condições de contorno. Por fim, foi dado enfoque aos problemas direto e inverso usados no desenvolvimento do aplicativo criado no ambiente Guide do software MATLAB.

No capítulo 3, Metodologia, são abordados aspectos da programação utilizada para o desenvolvimento de interface de usuários, chamado de programação orientada a eventos. Posteriormente, foi feito um breve resumo sobre a importância da interface de usuários nos códigos computacionais. Em seguida, são detalhados os meios para se desenvolver aplicativos interfaceados utilizando o software comercial MATLAB®.

No capítulo 4, Resultados, são apresentadas as interfaces do aplicativo com as soluções dos problemas diretos e inversos considerados.

No capítulo 5, Conclusões, são apresentadas as considerações finais do trabalho, bem como a apresentação de ideias para implementações futuras.

Objetivo Geral

Desenvolver um software integrado a uma interface de usuário, onde o próprio usuário pode tomar suas decisões e de acordo com a necessidade, mudar seus parâmetros e ter um resultado instantâneo e visual de problemas térmicos relacionados a transferência de calor, mais especificamente à condução de calor. O presente trabalho será desenvolvido através da plataforma GUIDE do software comercial MATLAB®, criando um arquivo executável através do paradigma da programação orientada a eventos, com o objetivo de dar autonomia ao usuário quanto a seu projeto.

Objetivos Específicos

- Desenvolver um software no programa MATLAB® que engloba problemas de Transferência de Calor desenvolvidos pelo Laboratório de Ensino e Pesquisa em Transferência de Calor: Modelagem e Experimento, localizado no bloco 1M, sala 129 da Universidade Federal de Uberlândia.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Este tópico apresenta uma breve introdução sobre as funções de Green, com destaque para o sistema de numeração que é utilizado para identificação dos mais diferenciados tipos de condições de contorno. Por fim, foi dado enfoque aos problemas direto e inverso usados no desenvolvimento do aplicativo criado no ambiente Guide do software MATLAB.

2.1 Funções de Green

As funções de Green (FG), com o nome do físico inglês George Green (1793-1841), são ferramentas matemáticas aplicadas para solução de problemas lineares de condução de calor, bem como na solução de muitos outros fenômenos descritos por equações diferenciais lineares. Em outras palavras, a FG é uma solução básica de uma equação diferencial específica com condições de contorno homogêneas. Para a condução de calor transiente, uma FG descreve a distribuição de temperatura causada por um pulso de calor local instantâneo.(COLE, 2010)

As soluções de muitos problemas de condução de calor podem ser obtidas de forma direta e eficiente mediante uso de FG tabeladas. Em muitos casos, tais soluções podem ser escritas diretamente em termos de integrais, as quais podem ser avaliadas exatamente usando integrais simples de serem calculadas. Comparado com os métodos analíticos usuais, este método requer um nível mais baixo de habilidade matemática para a solução de equações diferenciais parciais (COLE, 2010).

Uma grande vantagem deste método é possuir solução sistemática, ou seja, muitas FG foram solucionadas e tabeladas no livro (COLE, 2010), não sendo necessário desenvolver auto-funções e auto valores. Nesses casos, a solução pode ser escrita facilmente em termos de FG com menor possibilidade de erros, tanto em geometrias bidimensionais quanto em tridimensionais. Outra vantagem do método é a verificação intrínseca. Ou seja, a FG, por serem soluções exatas, permitem verificar se os valores numéricos calculados por outros métodos estão corretos.

2.1.1 Sistema de Numeração Cartesiana

O sistema de numeração vale para geometrias básicas como placas, cilindros e esferas (COLE, 2010). No trabalho em questão será abordado somente o sistema de coordenadas cartesianas.

A Tabela 2.1 apresenta o sistema de numeração.

Tabela 2.1: Sistema de numeração. (COLE, 2010)

Notação	Nome da condição de contorno	Descrição da condição de contorno
0	Tipo zero (Natural)	Sem condição de contorno
1	Dirichlet	Temperatura prescrita
2	Neumann	Fluxo prescrito
3	Robin	Convecção

Para o sistema de coordenadas retangulares, o símbolo X é usado para denotar a coordenada x ; Y é usado para denotar a direção y ; e Z é usado para denotar a direção z . Para um problema bidimensional envolvendo coordenadas x e y , X e Y são usados, já num problema tridimensional X , Y e Z são usados.

As soluções são arranjadas usando um sistema de numeração para coordenada em análise, como por exemplo, para coordenada cartesiana x usa-se X como sendo a primeira letra. O X é seguido por dois números (representativos da condição de contorno conforme Tabela 2.1), sendo que o primeiro é para condição de contorno em $x = 0$ e o segundo é para $x = L$ contorno. Se a condição de contorno vai para o infinito, o dígito zero é usado.

Para temperatura homogênea como condição de contorno, ou seja, condição de contorno de "tipo 1" o dígito 1 é usado (condição de Dirichlet), para condição de contorno isolado, ou seja, $(\partial T / \partial x = 0)$ "tipo 2" o dígito 2 é usado (condição de Newmann), para condição de contorno com convecção, "tipo 3" o dígito 3 é usado (condição de Robin).

Produtos de duas ou três funções de Green das condições de contorno do tipo 0,1,2,3,4 e 5 podem ser usadas para problemas bidimensional e tridimensional em coordenadas retangulares. Cole, Beck, Haji-Sheikh e Litkouhi (2010) propôs um sistema de notação cujo principal objetivo é de facilitar e identificar de forma mais rápida e fácil o problema de condução de calor em questão.

$$k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.1)$$

A Equação (2.1) pode estar sujeita às seguintes condições de contorno:

1. Condição natural ou seja geometria infinita;

2. Temperatura prescrita;

$$T(r_i, t) = f_i(r, t) \quad (2.2)$$

3. Fluxo de calor prescrito;

$$-k \frac{\partial T}{\partial \eta} \Big|_{r_i} = f_i(r_i, t) \quad (2.3)$$

4. Condição de contorno de convecção;

$$-k \frac{\partial T}{\partial \eta} \Big|_{r_i} + h_i T|_{r_i} = f_i(r_i, t) \quad (2.4)$$

A Figura 2.1 apresenta os distintos casos para geometria unidimensional, considerados como: geometria infinita, geometria semi infinita e geometria finita.

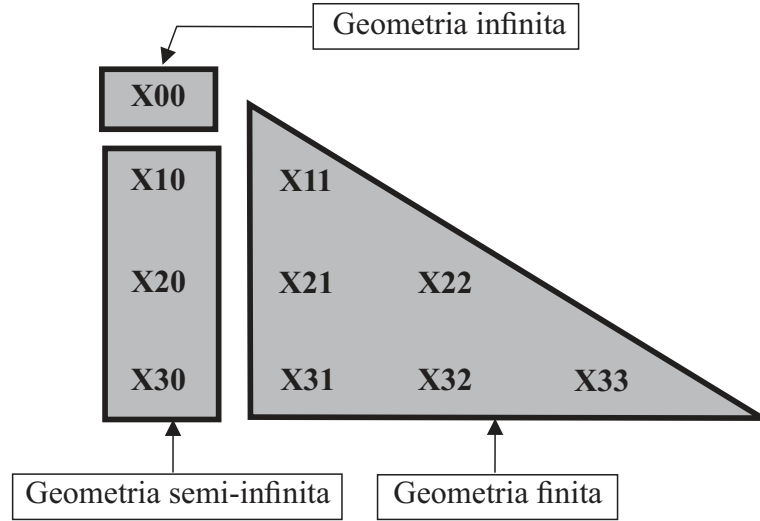


Figura 2.1: Distintos casos para geometria unidimensional.

2.1.2 Solução Geral 1D

O problema geral de condução de calor unidimensional, transiente e com geração de calor interna, pode ser representado pela equação de difusão de calor Eq. (2.5).

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{k} g(x, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.5a)$$

com condições de contorno

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = q(t); \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0 \quad (2.5b)$$

e temperatura inicial

$$T(x, 0) = F(x) = T_0 \quad (2.5c)$$

A versão unidimensional da solução do problema (2.6) em termos de Funções de Green pode ser escrita conforme (BECK, 1992)

$$\begin{aligned} T(x, t) = & \int_{x'=0}^L G(x, t|x', 0) F(x') dx' \\ & + \alpha \int_{\tau=0}^t \int_{x'=0}^L G(x, t|x', \tau) \frac{g(x', \tau)}{k} dx' d\tau \\ & + \alpha \int_{\tau=0}^t G(x, t|0, \tau) \frac{f_1(\tau)}{k_1} d\tau \\ & + \alpha \int_{\tau=0}^t G(x, t|L, \tau) \frac{f_2(\tau)}{k_2} d\tau \end{aligned} \quad (2.6)$$

2.1.3 Solução Geral 2D

Analogamente, o problema geral de condução de calor bidimensional, transiente e com geração de calor interna, pode ser representado pela equação de difusão de calor.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{1}{k} g(x, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.7a)$$

sujeito às condições de contorno

$$k_i \frac{\partial T}{\partial n_i} \Big|_{s_i} + h_i T|_{s_i} = f_i(x, y, t) - (\rho cb)_i \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{s_i} \quad (2.7b)$$

e à condição inicial

$$T(x, y, 0) = F(x, y) \quad (2.7c)$$

onde n_i é a direção perpendicular ao contorno e s_i representa os contornos ($i=1, 2, 3, 4$).

A versão bidimensional da solução do problema (2.7) em termos de Funções de Green pode ser escrita como (BECK, 1992)

$$T(x, y, t) = \int_{x'=0}^L \int_{y'=0}^W G(x, y, t|x', y', 0) F(x', y') dx' dy' \quad (a)$$

$$+ \int_{\tau=0}^t \int_{x'=0}^L \int_{y'=0}^W \frac{\alpha}{k} G(x, y, t|x', y', \tau) g(x', y', \tau) dx' dy' d\tau \quad (b)$$

$$+ \alpha \int_{\tau=0}^t \int_{y'=0}^W \sum_{i=1}^2 \left[\frac{f_i(\tau)}{k_i} G(x, y, t|x_i, y, \tau) \right] dy' d\tau \quad (c)$$

(2.8)

$$+ \alpha \int_{\tau=0}^t \int_{x'=0}^L \sum_{i=1}^2 \left[\frac{f_i(\tau)}{k_i} G(x, y, t|x, y_i, \tau) \right] dx' d\tau \quad (d)$$

$$- \alpha \int_{\tau=0}^t \int_{y'=0}^W \sum_{i=1}^2 \left[f_i(\tau) \frac{\partial G}{\partial n_i'} \Big|_{x'=x_i} \right] dy' d\tau \quad (e)$$

$$- \alpha \int_{\tau=0}^t \int_{x'=0}^L \sum_{i=1}^2 \left[f_i(\tau) \frac{\partial G}{\partial n_i'} \Big|_{y'=y_i} \right] dx' d\tau \quad (f)$$

A Função de Green, $G(x, y, t|x', y', \tau)$, será diferente para cada conjunto de condições de contorno. Em coordenadas retangulares faz-se o uso da propriedade $G(x, y, t|x', y', \tau) = G(x, t|x', \tau)G(y, t|y', \tau)$ para obtê-la.

2.1.4 Solução Geral 3D

Um problema geral de condução de calor tridimensional, transiente, com geração interna de calor pode ser descrito pela equação da difusão de calor. (FERNANDES, 2009).

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{k} g(x, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.9)$$

sujeito às condições de contorno

$$k_i \frac{\partial T}{\partial n_i} \Big|_{s_i} + h_i T|_{s_i} = f_i(x, y, z, t) - (\rho c b)_i \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{s_i} \quad (2.10)$$

e à condição inicial

$$T(x, y, z, 0) = F(x, y, z) \quad (2.11)$$

onde n_i é a direção perpendicular ao contorno e s_i representa os contornos ($i=1,2,3,4,5,6$). Analogamente, a Equação (2.10) representa os diferentes tipos de condições de contorno.

A solução geral das Equações (2.9) (2.10) (2.11) pode ser expresso em termos de Funções de Green conforme (COLE, 2010)

$$T(x, y, z, t) = \int_{x'=L_1}^{L_2} \int_{y'=W_1}^{W_2} \int_{z'=R_1}^{R_2} G(x, y, z, t|x', y', z', 0) F(x', y', z') dx' dy' dz' \quad (a)$$

$$+ \int_{\tau=0}^t \int_{x'=L_1}^{L_2} \int_{y'=W_1}^{W_2} \int_{z'=R_1}^{R_2} \frac{\alpha}{k} G(x, y, z, t|x', y', z', \tau) g(x', y', z', \tau) dx' dy' dz' d\tau \quad (b)$$

$$+ \alpha \int_{\tau=0}^t \int_{x'=L_1}^{L_2} \int_{y'=W_1}^{W_2} \sum_{i=1}^2 \left[\frac{f_i(\tau)}{k_i} G(x, y, z, t|x, y, z_i, \tau) \right] dx' dy' d\tau \quad (c)$$

$$+ \alpha \int_{\tau=0}^t \int_{x'=L_1}^{L_2} \int_{z'=R_1}^{R_2} \sum_{i=1}^2 \left[\frac{f_i(\tau)}{k_i} G(x, y, z, t|x, y_i, z, \tau) \right] dx' dz' d\tau \quad (d)$$

$$+ \alpha \int_{\tau=0}^t \int_{y'=W_1}^{W_2} \int_{z'=R_1}^{R_2} \sum_{i=1}^2 \left[\frac{f_i(\tau)}{k_i} G(x, y, z, t|x_i, y, z, \tau) \right] dy' dz' d\tau \quad (e)$$

$$- \alpha \int_{\tau=0}^t \int_{x'=L_1}^{L_2} \int_{y'=W_1}^{W_2} \sum_{i=1}^2 \left[f_i(\tau) \frac{\partial G}{\partial n'_i} \Big|_{z'=z_i} \right] dx' dy' d\tau \quad (f)$$

$$- \alpha \int_{\tau=0}^t \int_{x'=L_1}^{L_2} \int_{z'=R_1}^{R_2} \sum_{i=1}^2 \left[f_i(\tau) \frac{\partial G}{\partial n'_i} \Big|_{y'=y_i} \right] dx' dz' d\tau \quad (g)$$

$$- \alpha \int_{\tau=0}^t \int_{y'=W_1}^{W_2} \int_{z'=R_1}^{R_2} \sum_{i=1}^2 \left[f_i(\tau) \frac{\partial G}{\partial n'_i} \Big|_{x'=x_i} \right] dy' dz' d\tau \quad (h)$$

(2.12)

Similarmente aos casos 1D e 2D, os termos (a) a (h) da Eq.(2.12) representam os efeitos físicos da:

- (a) condição inicial
- (b) geração de energia
- (c) das condições de contorno, em $z = R_1$ e $z = R_2$, do tipo dois à cinco, no plano xy
- (d) das condições de contorno, em $y = W_1$ e $y = W_2$, do tipo dois à cinco, no plano xz
- (e) das as condições de contorno, em $x = L_1$ e $x = L_2$, do tipo dois à cinco, no plano yz
- (f) das as condições de contorno tipo um, em $z = R_1$ e $z = R_2$, para o plano xy
- (g) das as condições de contorno tipo um, em $y = W_1$ e $y = W_2$, para o plano xz
- (h) das as condições de contorno tipo um, em $x = L_1$ e $x = L_2$, para o plano yz

As Soluções gerais 1D, 2D e 3D podem ser resolvidas conhecendo-se as funções tabeladas mostrada no livro de (COLE, 2010), funções estas representativas, das condições de contorno do problema térmico, sendo as Eqs. 2.13 - 2.15, representam os problemas térmicos $GX20$, $GX22$ e $GX33$ respectivamente.

$$G_{X20}(x, t|x', \tau) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha(t-\tau)}} \left\{ \exp \left[-\frac{(x-x')^2}{4\alpha(t-\tau)} \right] + \exp \left[-\frac{(x+x')^2}{4\alpha(t-\tau)} \right] \right\} \quad (2.13)$$

$$G_{X22}(x, t) = \frac{1}{L} + \frac{2}{L} \sum_{m=1}^M e^{-\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \alpha(t-\tau)} \cos \left(\frac{m\pi x}{L} \right) \cos \left(\frac{m\pi x'}{L} \right) \quad (2.14)$$

$$G_{X33}(x, t|x', \tau) = \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_m^2 \alpha(t-\tau)/L^2} \left[\alpha_m \cos \left(\frac{\alpha_m x}{L} \right) + B_1 \sin \left(\frac{\alpha_m x}{L} \right) \right] \\ \times \frac{\left[\alpha_m \cos \left(\frac{\alpha_m x'}{L} \right) + B_1 \sin \left(\frac{\alpha_m x'}{L} \right) \right]}{(\alpha_m^2 + B_1^2) \left[1 + \frac{B_2}{(\alpha_m^2 + B_2^2)} \right] + B_1} \quad (2.15)$$

2.2 Problema Direto

Todas as soluções unidimensionais adicionadas ao aplicativo foram baseadas nas soluções analíticas desenvolvidas no trabalho de Fernandes (2009) e do livro Cole, Beck, Haji-Sheikh e Litkouhi (2010).

2.2.1 Caso - X20

A Figura 2.2 representa a função de Green unidimensional, com condições de contorno do tipo fluxo prescrito, em $x = 0$, e semi-infinito na outra direção, representado em termos de funções de Green como $X20B1T0$.

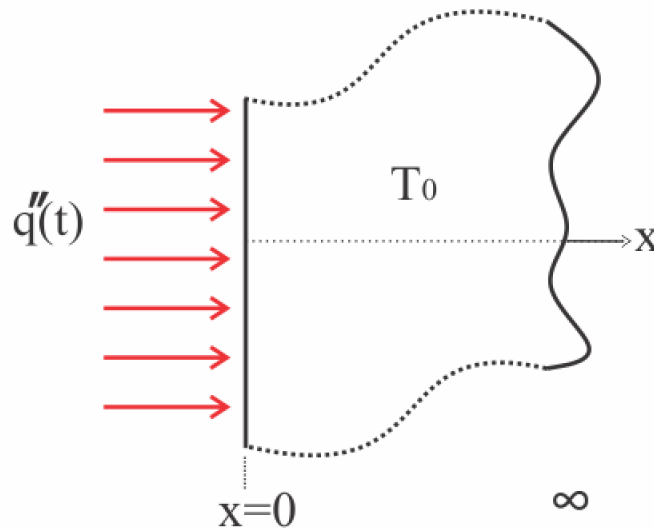


Figura 2.2: Problema Térmico X20.

Conforme Fernandes (2009), a solução analítica deste problema térmico é dada pela eq. (2.16).

$$T(x, t) = \frac{q_0}{k} (4\alpha t)^{1/2} ierfc \left[\frac{x}{(4\alpha t)^{1/2}} \right] \quad (2.16)$$

onde,

$$ierfc(x) = \pi^{-1/2} e^{-x^2} - x erfc(x)$$

2.2.2 Caso - X22

Este problema térmico é representado como *X22B0T0* com condições de contorno do tipo fluxo prescrito, em $x = 0$ e isolado em $x = L$.

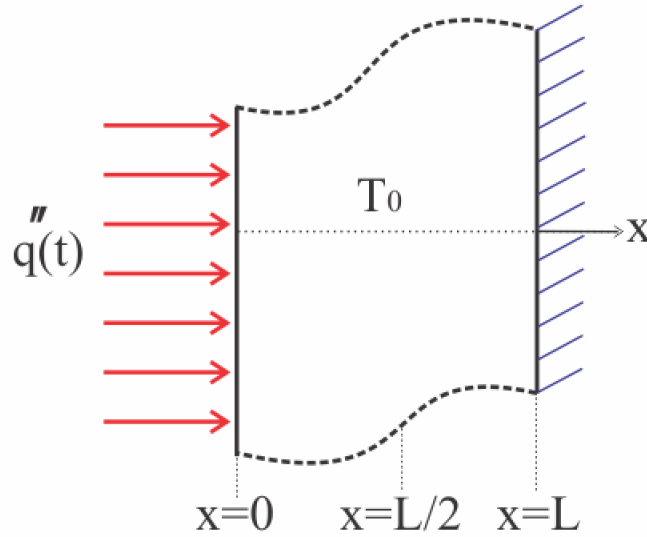


Figura 2.3: Problema Térmico X22.

Conforme Fernandes (2009), a solução analítica deste problema térmico é dada pela eq. (2.17).

$$T(x, t) = T_0 + \frac{q\alpha}{k} \frac{1}{L} t + \frac{q}{k} L^2 \left(\frac{L}{3} - x + \frac{x^2}{2L} \right) - \frac{q}{k} \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} \cos \left(\frac{m\pi x}{L} \right) \frac{e^{\left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \alpha t}}{\left(\frac{m\pi}{L} \right)^2} \quad (2.17)$$

2.2.3 Caso - X23

A Figura 2.4 representa a função de Green 1D, com condições de contorno do tipo fluxo prescrito, em $x = 0$, e convecção de calor do lado oposto, como $GX23$.

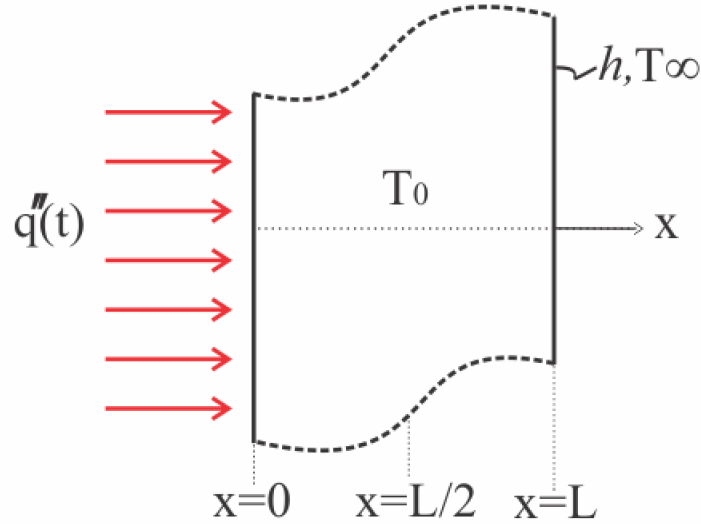


Figura 2.4: Problema Térmico X23.

Conforme Fernandes (2009), a solução analítica deste problema térmico é dada pela eq. (2.18).

$$\begin{aligned}
 T(x, t) = & 2(T_0 - T_\infty) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_m^2 + B^2}{\beta_m^2 + B^2 + B} \cos(\beta_m \frac{x}{L}) \sin(\beta_m) (\frac{1}{\beta_m}) e^{-\beta_m^2 \alpha t / L^2} \\
 & + 2L \frac{q}{k} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_m^2 + B^2}{\beta_m^2 + B^2 + B} \cos(\beta_m \frac{x}{L}) \frac{1}{\beta_m^2} \left[1 - e^{-\frac{\beta_m^2 \alpha t}{L^2}} \right] + T_\infty
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

2.2.4 Caso - X33

A Figura 2.5 representa a função de Green 1D, com condições de contorno do tipo convecção de calor, em $x = 0$, e no lado oposto, representada em termos de funções de Green como $GX33$.

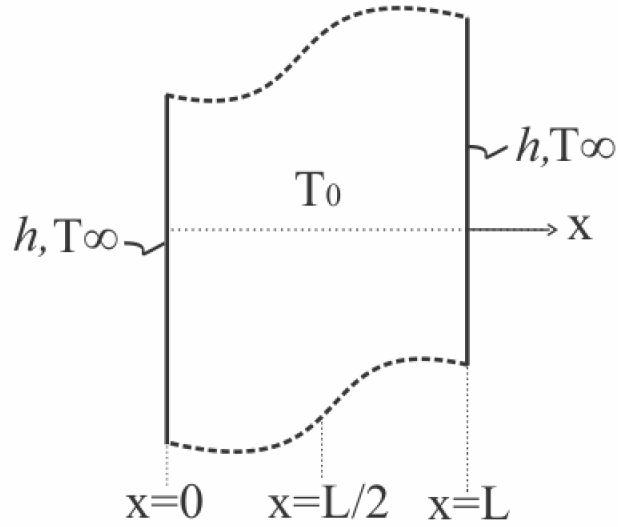


Figura 2.5: Problema Térmico X33.

Conforme Fernandes (2009), a solução analítica deste problema térmico é dada pela eq. (2.19).

$$\begin{aligned}
 T(x, t) = & 2(T_0 - T_\infty) \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m^2 \alpha t / L^2} \left[\beta_m \cos\left(\frac{\beta_m x}{L}\right) + B_1 \sin\left(\frac{\beta_m x}{L}\right) \right] \\
 & \times \left[\frac{1}{(\beta_m^2 + B_1^2) \left[1 + \frac{B_2}{\beta_m^2 + B_2^2} \right] + B_1} \right] \left[L \sin \beta_m - \frac{B_1 L}{\beta_m} (\cos(\beta_m) - 1) \right] + T_\infty
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

2.3 Problema Inverso

Toda a parte de problema inverso adicionada ao programa desenvolvido forma baseadas em Fernandes (2013).

2.3.1 Resposta Impulsiva do problema X22

A resposta impulsiva (função transferência) do problema X22 é dada pela Eq. (2.20);

$$h(x, t) = \frac{\alpha}{k} G_{X22}(x, t|0, t) = \frac{\alpha}{kL} + \frac{2\alpha}{kL} \sum_{m=1}^M e^{-\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \alpha t} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \quad (2.20)$$

Solução do Problema Inverso

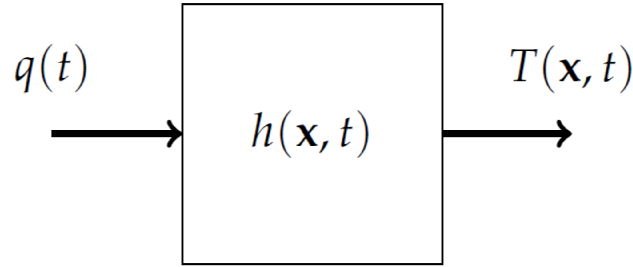


Figura 2.6: Problema Direto: Sistema Dinâmico.

$$T(\mathbf{x}, t) = h(\mathbf{x}, t) * q(t). \quad (2.21)$$

$$T(\mathbf{x}, s) = H(\mathbf{x}, s).q(s), \quad \text{onde } H(\mathbf{x}, s) = \mathcal{L}\{h(\mathbf{x}, t)\}. \quad (2.22)$$

$$T(\mathbf{x}, t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(\mathbf{x}, s).q(s)\} = h(\mathbf{x}, t) * q(t) = \int_0^t h(\mathbf{x}, t - \tau)q(\tau)d\tau. \quad (2.23)$$

O problema inverso (FERNANDES, 2015),

$$q(s) = T(\mathbf{x}, s)/H(\mathbf{x}, s). \quad (2.24)$$

$$q(t) = \mathcal{L}^{-1}\{q(s)\}. \quad (2.25)$$

então,

$$q(t) = T(\mathbf{x}, t) * \mathcal{L}^{-1}\{1/H(\mathbf{x}, s)\}. \quad (2.26)$$

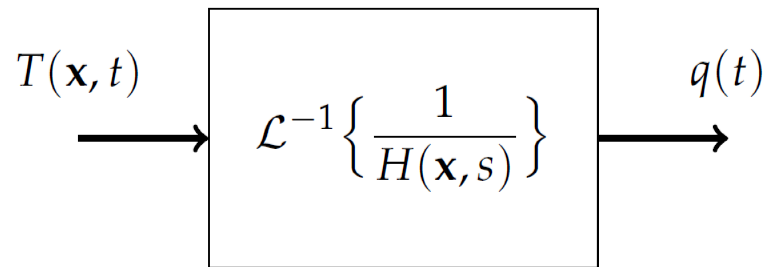


Figura 2.7: Problema Inverso: Sistema Dinâmico.

Capítulo 3

Metodologia - Aplicativo

Neste capítulo será abordada uma breve análise sobre os principais conceitos utilizados para o desenvolvimento do trabalho. Primeiramente, será tratada a programação utilizada para o desenvolvimento de interface de usuários, chamado de programação orientada a eventos. Posteriormente, um breve resumo sobre a importância da interface de usuários nos códigos computacionais e a forma de reter o usuário a esta forma de uso de softwares. Em seguida, uma explicação sobre as maneiras de se desenvolver aplicativos interfaceados utilizando o software comercial MATLAB®.

3.1 Desenvolvimento de aplicativos no MATLAB®

Conforme Filho (2018), um aplicativo é um programa independente que fornece uma interface simples onde o usuário executará comandos apenas clicando na interface de seu código. Os aplicativos contêm controles interativos, como menus, botões e controles deslizantes, que executam instruções específicas quando os usuários interagem com eles. Os aplicativos também podem conter gráficos para visualização de dados ou exploração interativa de dados. Além disso, pelo MATLAB® é possível compartilhar os aplicativos com outros usuários ou distribuí-los de forma independentes usando o compilador MATLAB Compiler™. Existem três diferentes maneiras de se construir um aplicativo através do software comercial mencionado, sendo a primeira maneira deve-se utilizar a plataforma **App Designer**, a segunda usa-se o ambiente **GUIDE** e a terceira maneira é através das **linhas de código**.

3.1.1 App Designer

O App Designer, mostrado na Fig. 3.1, é um ambiente avançado de função drag-and-drop introduzido na versão R2016a do MATLAB®. Este ambiente inclui uma versão totalmente integrada do editor do MATLAB®. O layout e as visualizações de código são fortemente

vinculados, de modo que as alterações feitas em uma visualização afetam imediatamente o código. Um conjunto maior de controles interativos está disponível, incluindo medidores, botões e interruptores. A maioria dos gráficos 2D e 3D também são suportados. Essa abordagem suporta a maioria dos aplicativos que não exigem plotagens polares, subplots ou interações gráficas.

O App Designer permite criar aplicativos profissionais sem precisar ser um desenvolvedor de software profissional. Basicamente deve-se arrastar e soltar os componentes visuais para definir o design da interface gráfica com o usuário (GUI) e usar o editor integrado para programar.

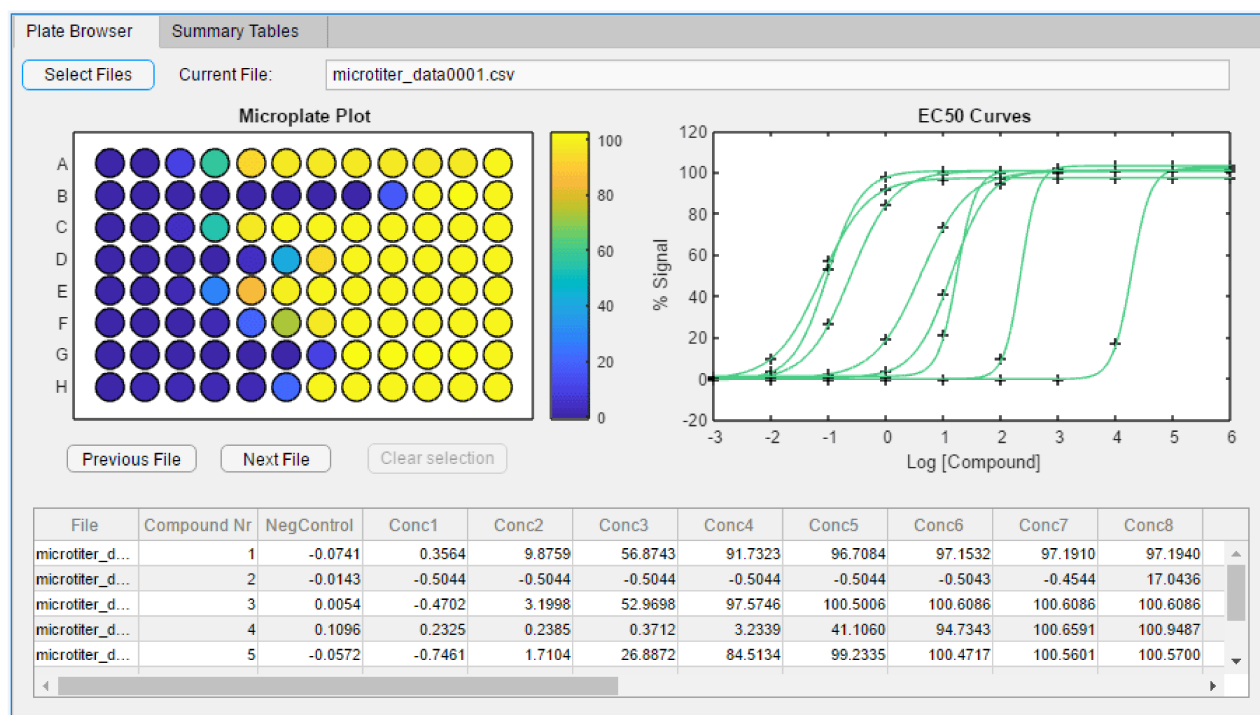


Figura 3.1: App Designer. Fonte (MATHWORKS, 2019).

3.1.2 Ambiente Guide

Conforme MathWorks (2019), o ambiente do MATLAB® chamado GUIDE, mostrado na Fig. 3.2, também é um ambiente drag-and-drop para layout de interfaces de usuários (UIs). O usuário codifica o comportamento interativo de seu aplicativo separadamente, no editor do MATLAB®. Os aplicativos criados usando o GUIDE podem exibir qualquer tipo de gráfico do MATLAB®. O GUIDE também fornece vários componentes interativos, incluindo menus, barras de ferramentas e tabelas. Esta abordagem é muito utilizada para criar aplicativos simples que possam exibir qualquer tipo de plotagem. Entretanto, conforme MathWorks (2019), o ambiente do GUIDE será removido em versões futuras do software, porém, o autor não informa quando será feita. Após a remoção do GUIDE, os aplicativos existentes do GUIDE continuarão

sendo executados no MATLAB®, mas não poderão ser editados no GUIDE.

Para continuar editando um aplicativo GUIDE existente, o programador deverá consultar estratégias de migração GUIDE para obter informações sobre como ajudar a manter a compatibilidade do aplicativo com versões futuras do MATLAB. Além disso, conforme MathWorks (2019) para criar novos aplicativos, deve-se usar o App Designer do MATLAB.

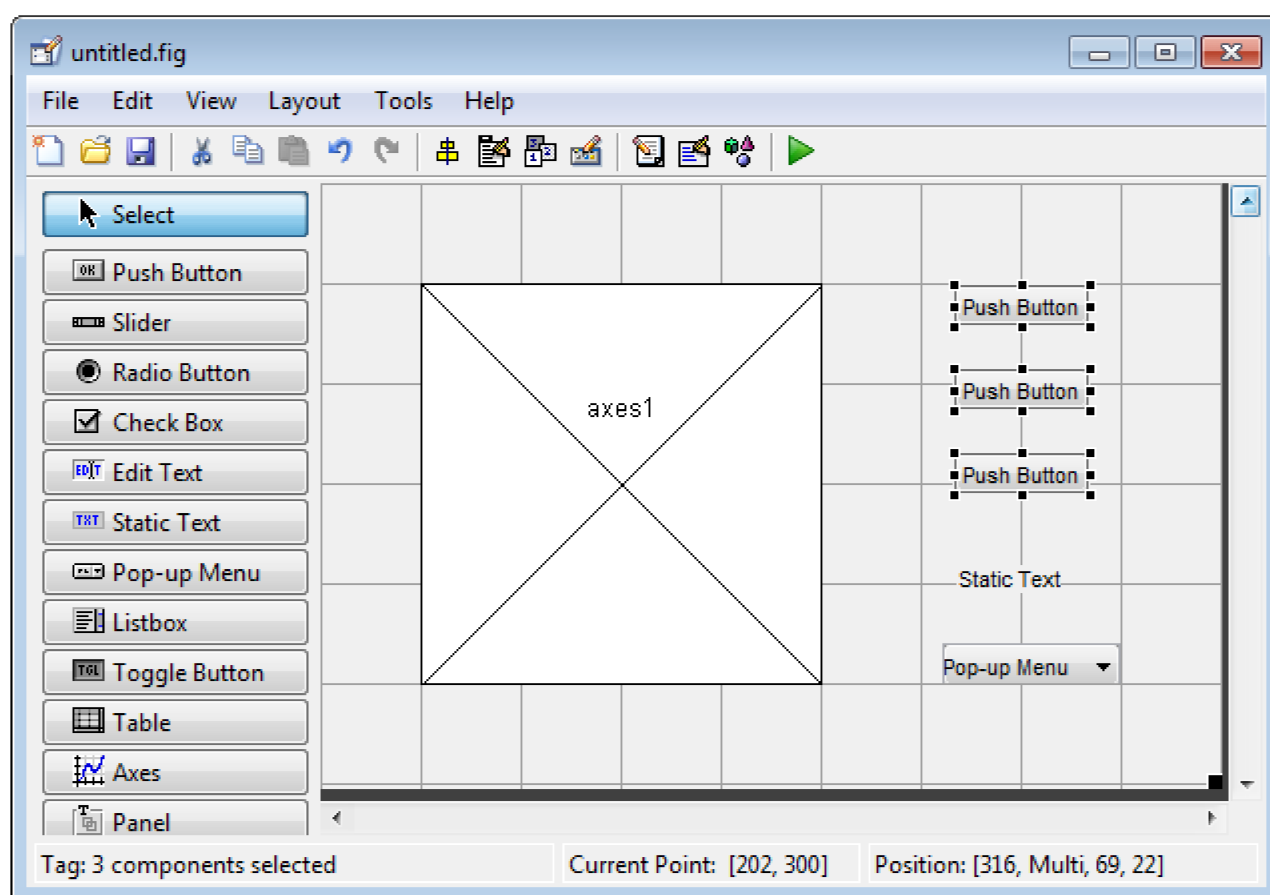


Figura 3.2: Ambiente Guide. Fonte (MATHWORKS, 2019).

Uma das dicas para aprender a programar no ambiente GUIDE é de construir uma calculadora, a Fig. 3.3 apresenta um exemplo de construção de uma calculadora.

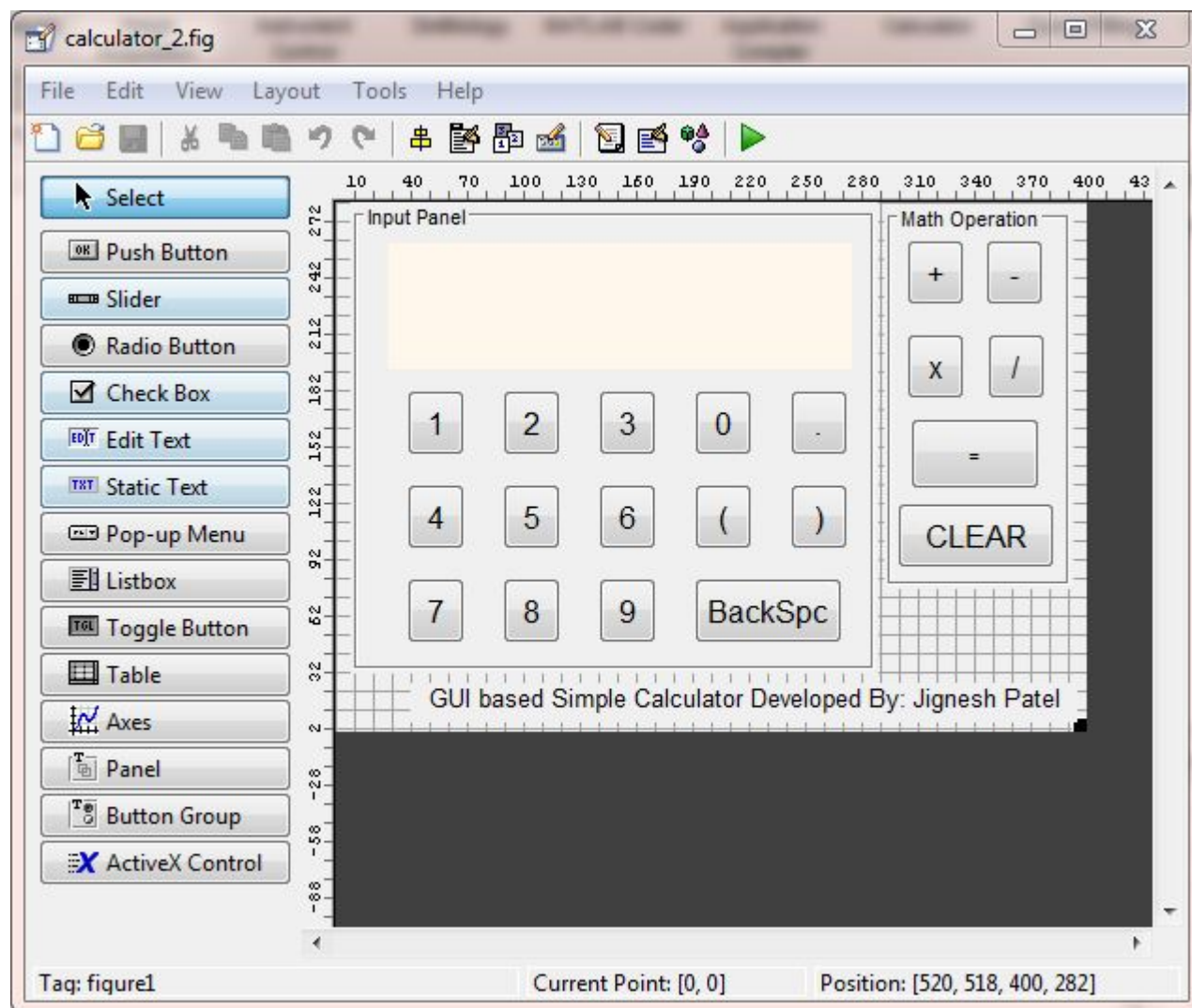


Figura 3.3: Calculadora desenvolvida no ambiente guide. Fonte (MATHWORKS, 2019).

3.1.3 Linhas de Código

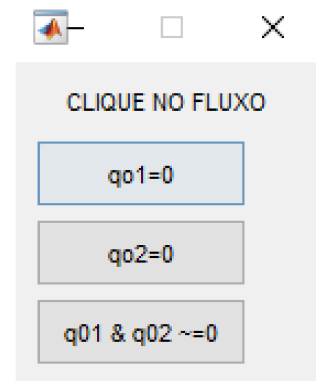
É possível também codificar o layout e o comportamento do seu aplicativo utilizando totalmente as funções do MATLAB®. Nesta abordagem, é criada uma interface com o usuário como mostrado na Fig. 3.4, neste caso, o usuário pode controlar a direção do fluxo de calor imposta em uma chapa bidimensional, para isso basta clicar no botão da caixa de diálogo.

```

%TESTE BOTÃO PARA FLUXO
if Anular_Fluxo==true
    disp('ANULE UM FLUXO NA CAIXA DE OPÇÕES')
k = menu( 'CLIQUE NO FLUXO', 'qo1=0', ...
'qo2=0', 'q01 & q02 ~=0' );
if k == 1
disp( 'Fluxo em x nulo' )
qo1=0;
elseif k == 2
disp( 'Fluxo em y nulo' )
qo2=0;
end
end
end

```

(a)



(b)

Figura 3.4: Linhas de Código (a) Matlab (b) Interface com o usuário criada.

3.2 Instalação da Interface Desenvolvida

Para a concepção deste software, foi escolhida uma forma híbrida com uso do Ambiente Guide juntamente com as linhas de código, isto significa que, apesar de o desenvolvimento se dar no ambiente GUIDE, foi necessário usar as linhas de código para programação das funções do software. Esta necessidade se deu principalmente pelo software conter eventos de cálculo e de plots de gráficos utilizando funções não pertencentes originalmente na biblioteca do MATLAB®.

Inicialmente deve-se instalar o programa desenvolvido, sendo que o instalador é criado com nome *MyAppInstaller web*. A Fig. 3.5 (a) mostra o instalador do aplicativo LTCME desenvolvido. Ao clicar duas vezes no *MyAppInstaller web* a tela que aparece na Fig. 3.5 (b) é criada, com uma mensagem na qual o aplicativo está sendo preparado para instalação. Tal procedimento pode demorar alguns minutos.

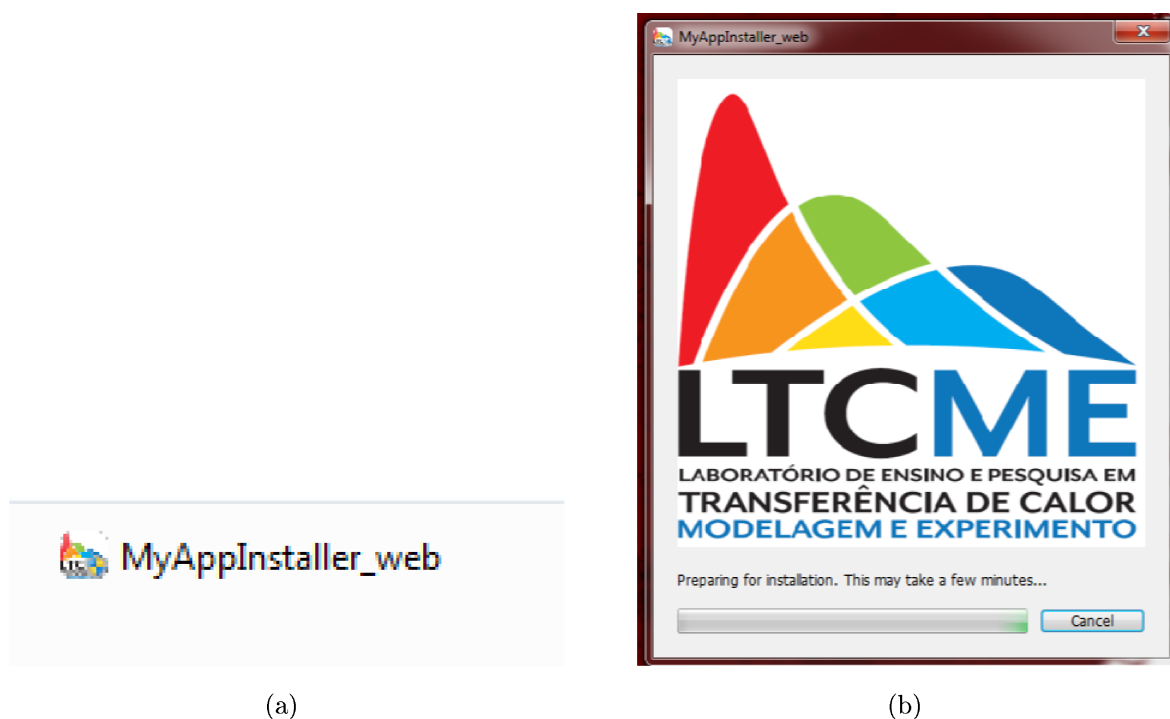
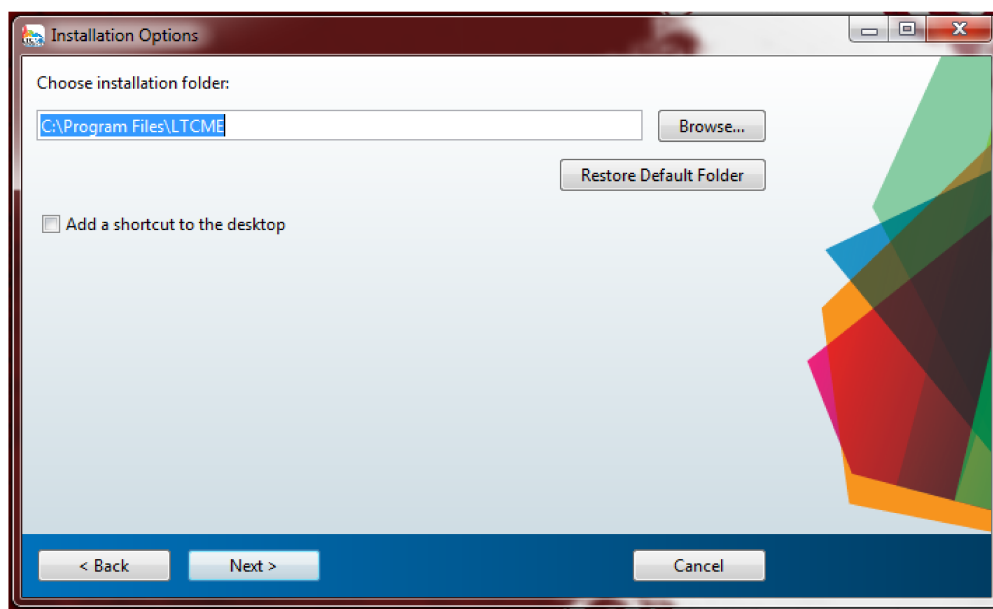
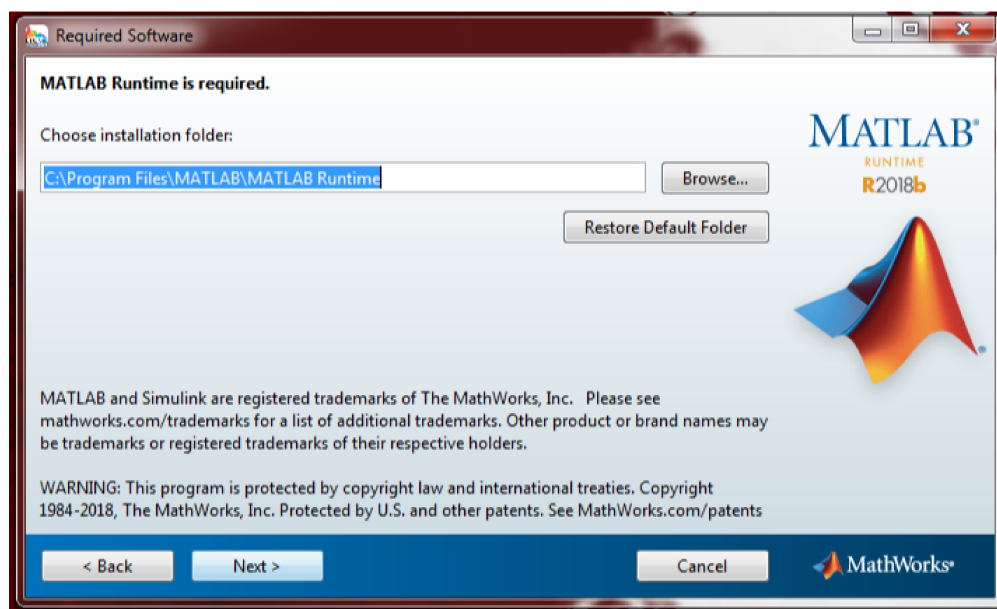


Figura 3.5: Aplicativo (a) Instalador (b) Carregamento do instalador.

Em seguida o usuário pode escolher a pasta e o disco rígido no qual será instalado o aplicativo. O usuário poderá também optar por adicionar um atalho do instalador do aplicativo na área de trabalho, sendo que para isto é necessário marcar a caixa *Add a shortcut to the desktop*, conforme Fig. 3.6 (a), após isso o usuário deverá clicar em *next* para continuar o processo de instalação. Acoplado ao instalador, vem o software *MATLAB runtime*, o qual deve ser instalado juntamente com o aplicativo, Fig. 3.6 (b), o mesmo fica salvo no aplicativo desenvolvido.



(a)



(b)

Figura 3.6: Instalação:(a) Local ; (b) software adicional.

Na próxima etapa, o usuário deve aceitar o contrato de licença, preenchendo a bola *yes* e clicar em *next* para continuar o processo de instalação, conforme Fig. 3.7.

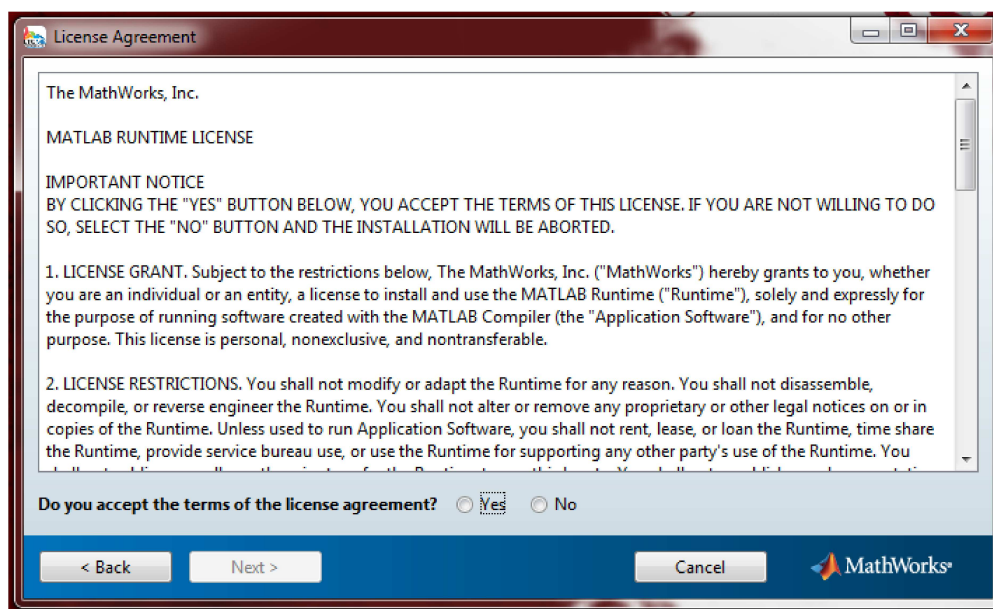


Figura 3.7: Contrato de licença.

Capítulo 4

Resultados

Quando a instalação estiver completa, deve-se dar duplo clique no ícone do LTCME que estará disponível na área de trabalho, conforme Fig. 4.1 (a). O programa irá carregar o aplicativo como pode ser observado na Fig. 4.1 (b).



Figura 4.1: (a) Ícone da área de trabalho ; (b) Carregamento do programa.

Com o software estiver carregado, o usuário poderá decidir entre o problema direto ou problema inverso, bastando somente clicar no botão adequado. Isto pode ser observado na Fig. 4.2, onde existe o botão azul de problema direto e o botão vermelho de problema inverso.



Figura 4.2: Escolha do tipo de Problema Térmico.

4.1 Problema Direto

Quando o for selecionado o botão azul, destinado ao problema direto, será aberta a tela conforme Fig. 4.3.

Condução de Calor

Problema Térmico

Modelo Térmico

Propriedade Térmica do Material

$k =$ (W/mK) $\alpha =$ (m²/s)

Fluxo de Calor **Tempo de Análise**

$q'' =$ (W/m²) $t =$ (s)

Condição Inicial **Propriedade Geométrica**

$T_0 =$ (°C) $L =$ (m)

Calcular **Apagar**

Casos Específicos

Coefficiente de Convecção **Temperatura Ambiente** **Temperatura Prescrita**

$h =$ (W/m²K) $T_\infty =$ (°C) $T =$ (°C)

Volta a Tela Inicial **Início**

Figura 4.3: Tela do Problema Direto.

Inicialmente, o usuário deverá escolher o tipo de problema térmico que deseja resolver. Neste programa inicial foram adicionados apenas os seguintes problemas térmicos: X20, X22 e X23, como pode ser observado na Fig. 4.4.

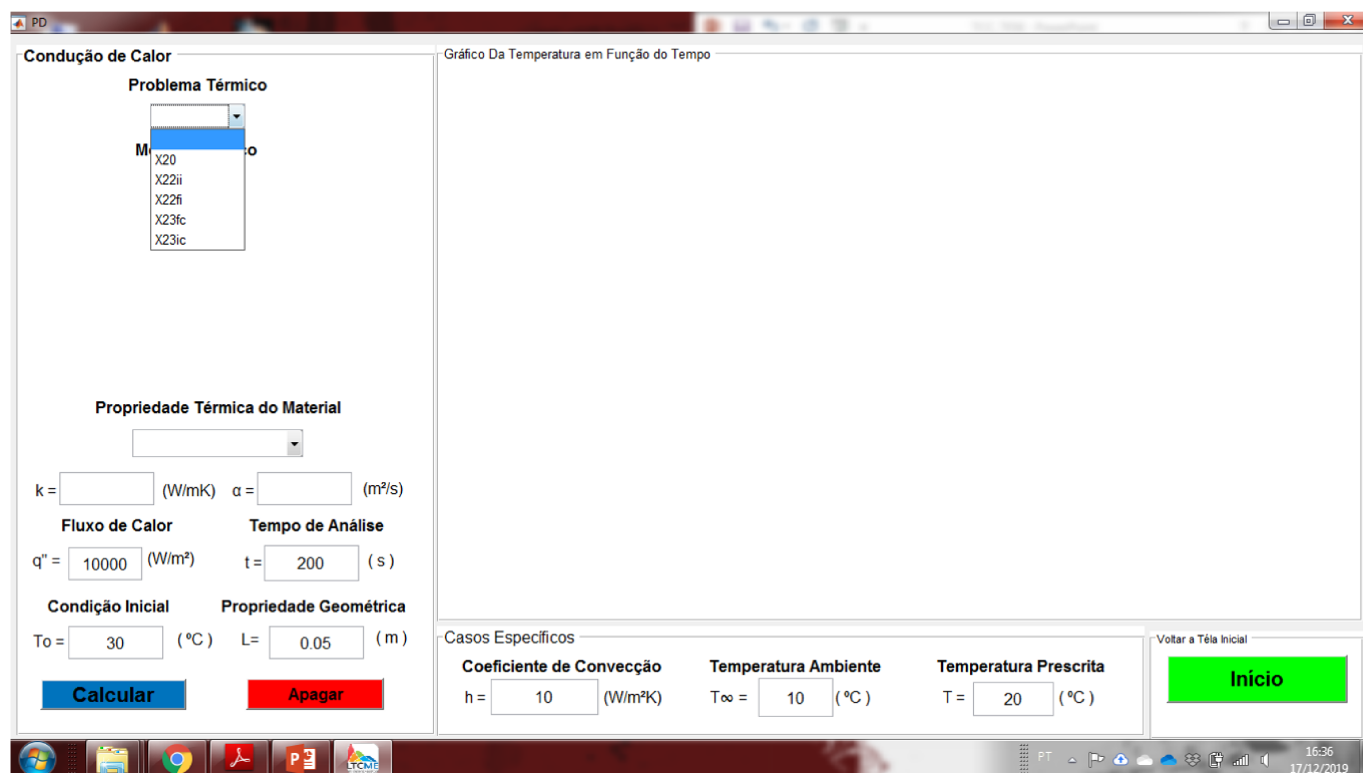


Figura 4.4: Escolha do problema térmico.

Após escolher o problema térmico, aparecerá uma imagem que o representa, conforme Fig. 4.5.

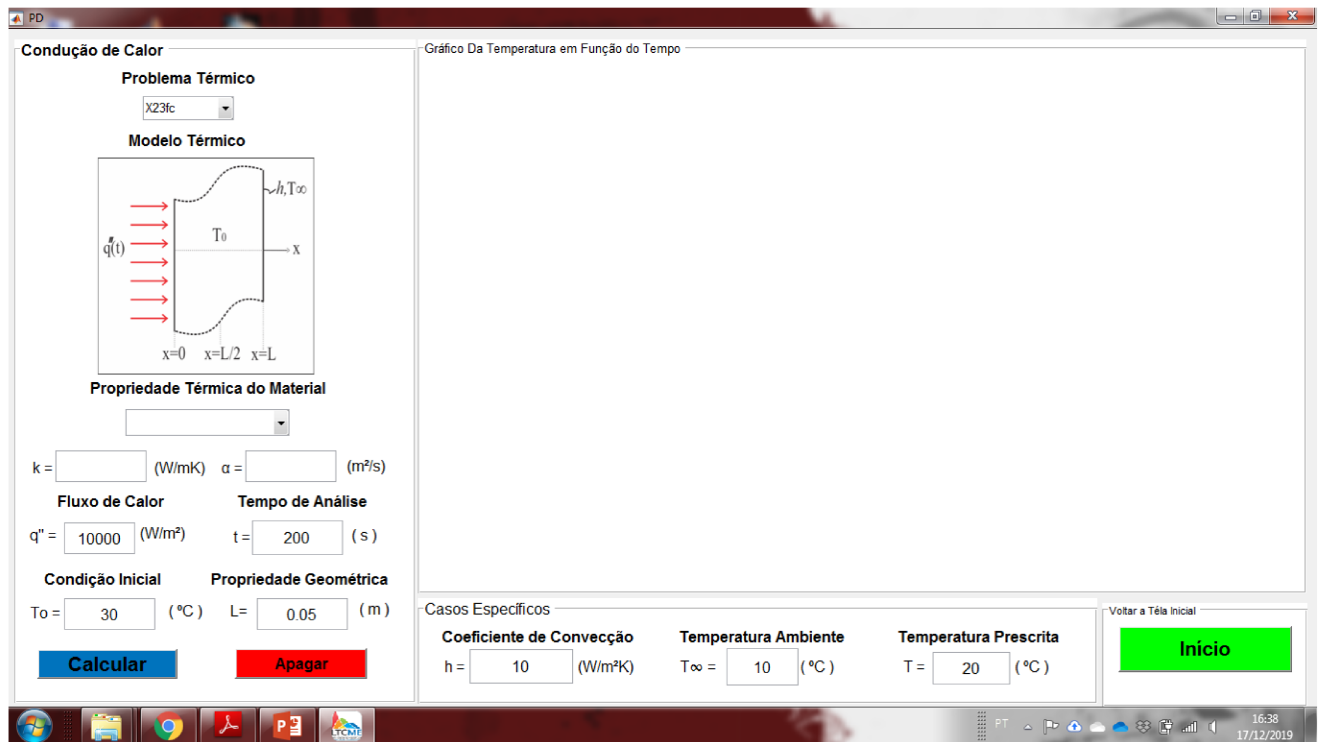


Figura 4.5: Representação do Modelo Térmico.

Em seguida, o usuário deverá escolher as propriedades termofísicas. Inicialmente foram adicionados os seguintes materiais: PVC, AISI 304, titânio, alumínio e cobre, conforme Fig 4.6.

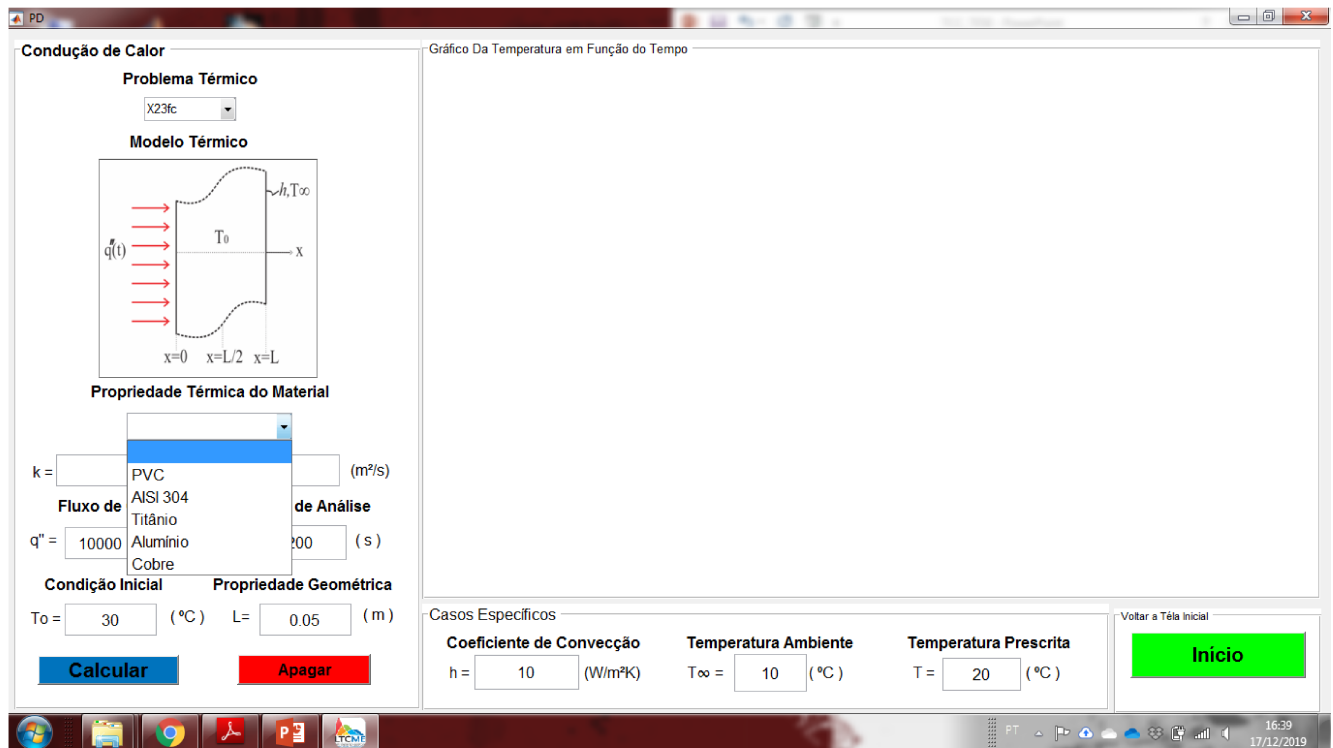


Figura 4.6: Propriedade térmica do material.

Após a escolha do material, o valor da condutividade e da difusividade térmicas serão mostradas nos locais específicos para esse fim, conforme Fig. 4.7. Nesse caso, observa-se que o usuário escolheu o aço AISI 304.

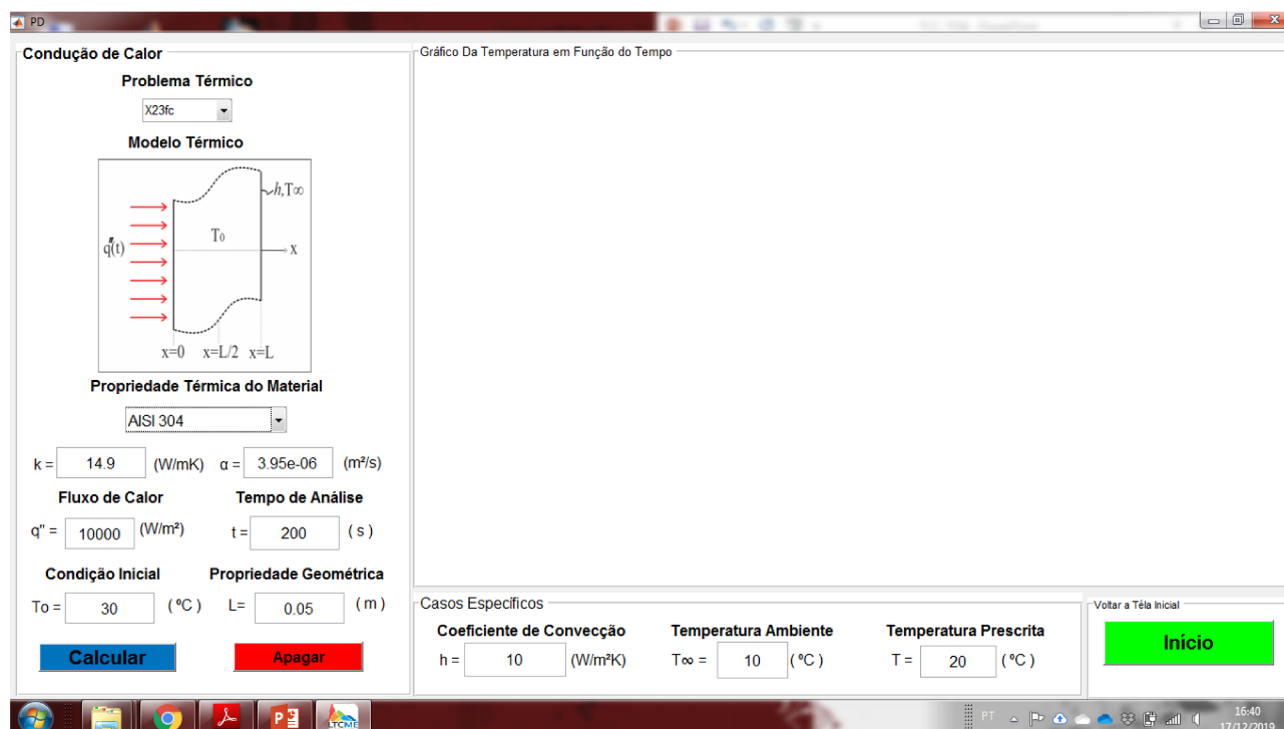


Figura 4.7: Escolha do Material.

O usuário poderá a qualquer momento alterar a intensidade do fluxo de calor. Neste trabalho as soluções analíticas do problema direto foram desenvolvidas considerando o fluxo de calor constante. Além disso, é possível mudar o valor do tempo de análise, a temperatura inicial e a propriedade geométrica ou seja a dimensão do domínio. Logo após, basta clicar no botão calcular e à direita aparecerá o gráfico da temperatura em função do tempo. Existem casos em que é necessário alterar o valor do coeficiente de convecção, a temperatura ambiente e a temperatura prescrita. Nestas situações, esses valores são habilitados para o usuário poder alterá-los, caso não, as caixas onde estão localizados esses valores serão desabilitados sendo impossível o usuário alterá-los.

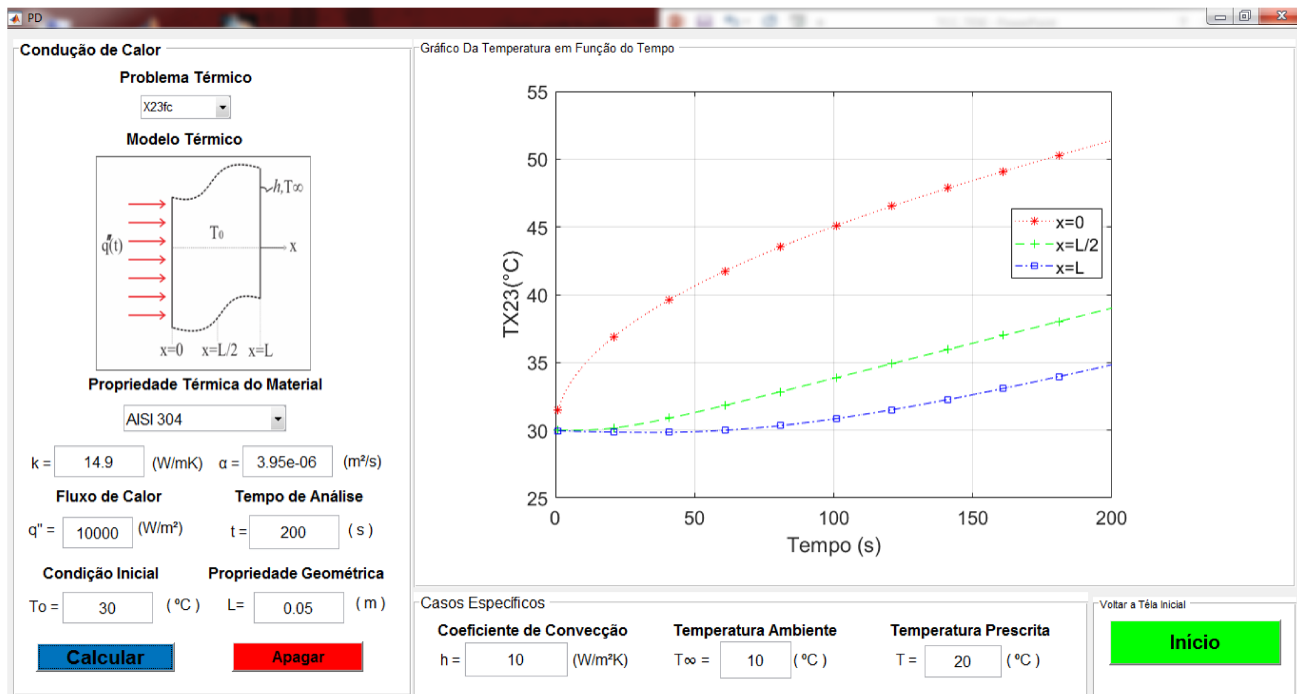


Figura 4.8: Distribuição da temperatura no domínio.

Após o usuário criar seu primeiro gráfico da temperatura em função do tempo, se o mesmo desejar criar um outro gráfico, sendo mudando as propriedades do material ou até mesmo o tempo de análise, o usuário deverá clicar no botão apagar para fazer outro gráfico. Além do mais, o usuário que desejar voltar a tela inicial e trabalhar com o problema inverso, existe um botão escrito **início**, onde o usuário deverá clicar para voltar na tela inicial.

4.2 Problema Inverso

Para o usuário utilizar a solução do problema inverso, o mesmo deverá clicar no botão vermelho escrito **Problema Inverso**, como pode ser observado na Fig. 4.9.



Figura 4.9: Problema Inverso.

Quando for selecionado o botão do problema inverso, será aberta a tela conforme Fig. 4.10. Aqui, novamente o usuário deverá escolher o problema térmico que deseja solucionar, escolher o material e a temperatura inicial. Além disso, o usuário poderá escolher o formato do fluxo de calor imposto, sendo que para este aplicativo, foram introduzidos os seguintes fluxos de calor: constante, distribuição Gaussiana, triangular e retangular.

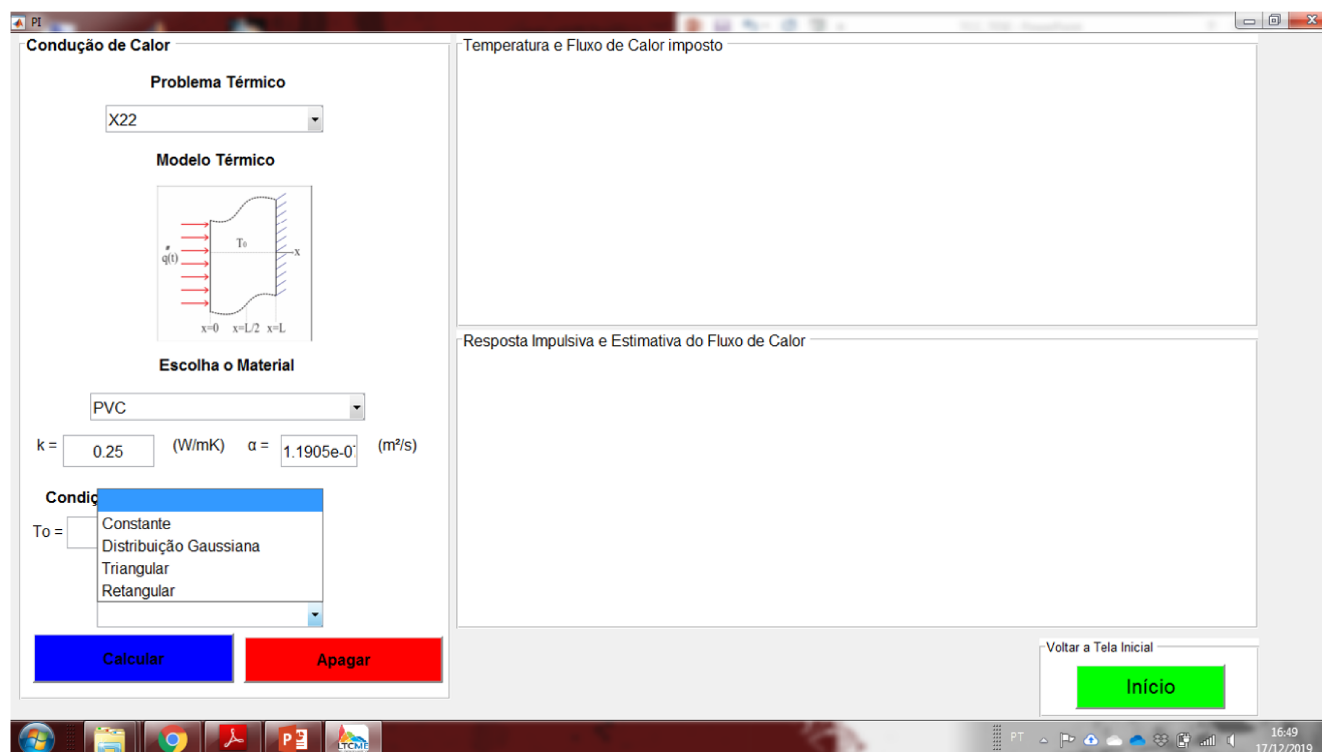


Figura 4.10: Tela do Problema Inverso.

A Figura 4.11 apresenta como resultado quatro gráficos, sendo que o primeiro apresenta a temperatura medida em 3 pontos distintos, o segundo apresenta o fluxo de calor que foi escolhido pelo usuário, no caso da Fig. 4.11 foi escolhido como fluxo de calor com uma distribuição Gaussiana, o próximo gráfico apresenta a resposta impulsiva e o último gráfico apresenta o fluxo de calor simulado e os estimados para as 3 posições, $x = 0$, $x = L/2$ e $x = L$.

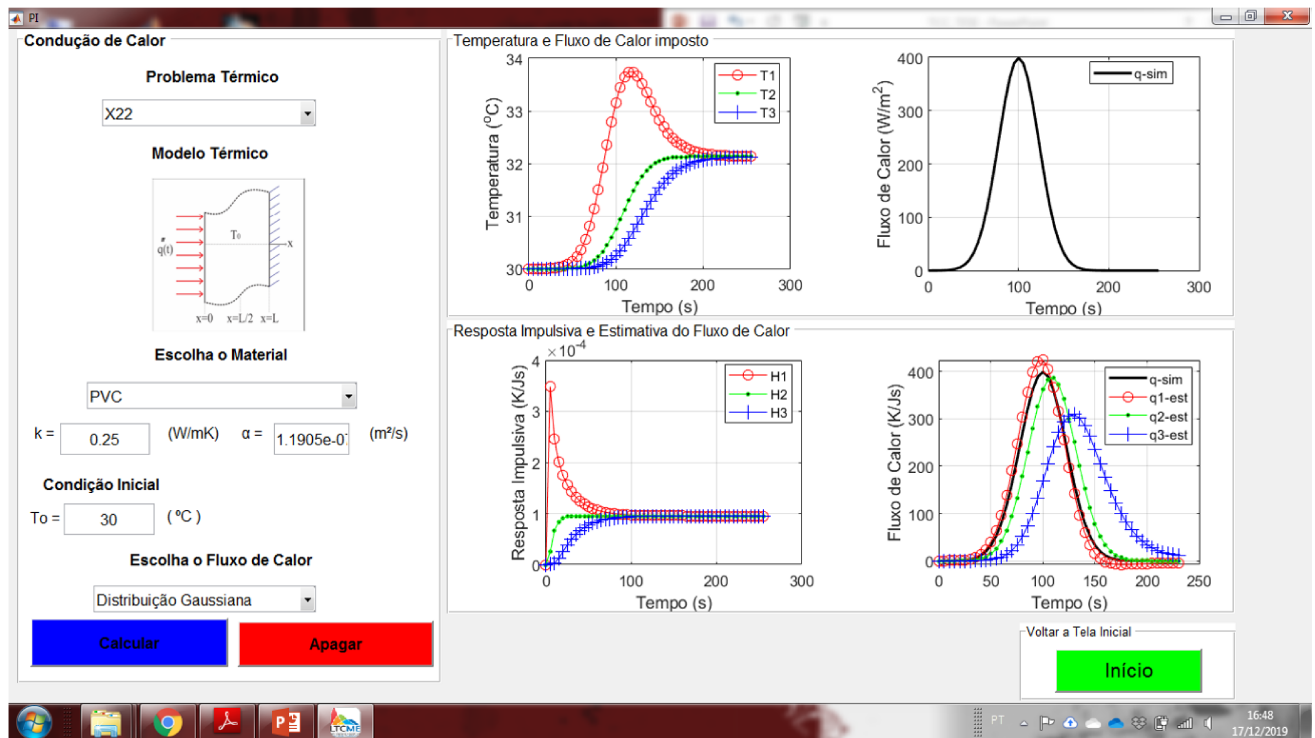


Figura 4.11: Problema Inverso - Resultado Final.

Capítulo 5

Conclusões

O trabalho apresentado teve o objetivo de produzir um aplicativo com interface de usuário desenvolvido para solução de problemas direto e inverso desenvolvidos pelo laboratório de Transferência de Calor: Modelagem e Experimento - LTCME através do software comercial MATLAB®. Esta meta foi atingida, uma vez que foi criado um software com uma interface de usuário que permitisse o uso rápido e eficiente.

Este trabalho deixa um legado para o laboratório LTCME da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia. Com a criação desta ferramenta, encerra-se uma etapa inicial de desenvolvimento de um aplicativo computacional para fins didáticos. Sendo assim, com um trabalho inicial concluído, as etapas consequentes podem usar este trabalho como referência para uma possível modificação, buscando uma melhoria para a ferramenta.

5.1 Sugestões de Trabalhos Futuros

- Utilizar outros softwares para criação de novos aplicativos, como por exemplo o App Designer do MATLAB, pois o ambiente Guide, onde o programa atual foi escrito será removido do MATLAB em versões futuras.
- Incluir outras soluções analíticas já desenvolvidas pelo laboratório, como soluções bidimensionais e tridimensionais na parte do problema direto.
- Adicionar soluções analíticas com fluxo de calor variável no tempo.
- Incorporar outros trabalhos de dissertação de mestrado e tese de doutorado desenvolvidos pelo laboratório.

Referências Bibliográficas

BECK, J. V.; COLE, K. D.; HAJI-SHEIK, A.; LITKOUHI, B. **Heat Conduction Using Green's Function**. Washington, DC: Hemisphere Publishing, 1992.

COLE, K. D.; BECK, J. V.; HAJI-SHEIKH, A.; LITKOUHI, B. **Heat conduction using Green's functions**. [S.l.]: Taylor & Francis, 2010.

FERNANDES, A. P. **Funções de Green: Soluções analíticas aplicadas a problemas inversos em condução de calor**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2009.

FERNANDES, A. P. **Função transferência analítica aplicada à solução de problema inverso em condução de calor**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2013.

FERNANDES, A. P.; SANTOS, M. B. dos; GUIMARÃES, G. An analytical transfer function method to solve inverse heat conduction problems. **Applied Mathematical Modelling**, 2015. ISSN 0307-904X.

FILHO, C. A. V. de S. **Desenvolvimento e Validação de Software Interativo para Projetos Conceituais de Aeronaves**. 2018. Projeto de Conclusão de Curso (Bacharel em Engenharia Aeronáutica), UFU (Universidade Federal de Uberlândia), Uberlândia, Brazil.

MATHWORKS. **Ways to Build Apps**. 2019. Retirado de https://www.mathworks.com/help/matlab/creating_guis/about_the_simple_guide_gui_example.html, acesso: (20 de dezembro de 2018).