



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Instituto de Ciência Exatas e Naturais do Pontal

ELDER NUNES FLORENCIO DA SILVA

**IMPRESSÃO 3D NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: UMA PROPOSTA
DIDÁTICA ARTICULANDO TINKERCAD E GEOGEBRA**

ITUIUTABA – MG - BRASIL

2026

ELDER NUNES FLORENCIO DA SILVA

**IMPRESSÃO 3D NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: UMA PROPOSTA
DIDÁTICA ARTICULANDO TINKERCAD E GEOGEBRA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Matemática da Universidade
Federal de Uberlândia como requisito parcial
para obtenção do título de licenciado em
Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador(a): MOISÉS RODRIGUES
CIRILO DO MONTE

ITUIUTABA

2026

FICHA CATALOGRÁFICA

A ficha catalográfica deverá ser inserida conforme orientação da Universidade Federal de Uberlândia, quando aplicável ao trabalho. Os dados bibliográficos completos devem ser gerados ou conferidos no sistema institucional indicado pela UFU.

ELDER NUNES FLORENCIO DA SILVA

**IMPRESSÃO 3D NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: UMA PROPOSTA
DIDÁTICA ARTICULANDO TINKERCAD E GEOGEBRA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Matemática da Universidade
Federal de Uberlândia como requisito parcial
para obtenção do título de licenciado em
Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

ITUIUTABA, 04 de Agosto de 2026.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Moisés Rodrigues Cirilo do Monte (ICENP)

Profa. Dra. Evaneide Alves Carneiro (ICENP)

Prof. Dr. Marcelo Gonçalves Oliveira Vieira (ICENP)

Prof. Dr. Vinícios Sanches Tizzo (ICENP)

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Universidade Federal de Uberlândia, ao ICENP e ao PET Matemática pelo apoio institucional, acadêmico e formativo ao longo da minha trajetória. Também agradeço aos professores, colegas e estudantes envolvidos nas discussões e atividades que contribuíram para a elaboração deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo investigar as potencialidades pedagógicas da utilização da impressão 3D, articulada ao uso de plataformas digitais como GeoGebra, Tinkercad e softwares de fatiamento, no ensino de Matemática, por meio de uma sequência didática voltada ao estudo da Geometria Espacial. A proposta contempla atividades envolvendo a ambientação em ambientes digitais tridimensionais, a construção e modelagem de sólidos geométricos, a exploração de funções e relações matemáticas, o cálculo de áreas e volumes, o estudo de razão, proporção e porcentagem, bem como a materialização dos modelos digitais por meio da impressão 3D. A pesquisa caracteriza-se como aplicada, de abordagem predominantemente qualitativa, com possibilidade de utilização de elementos quantitativos, considerando observações, questionários, produções dos estudantes, registros das atividades e relatos reflexivos de caráter autobiográfico. O público-alvo previsto é composto por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. A sequência didática foi organizada em cinco atividades progressivas: introdução à Geometria Espacial e ao Tinkercad; modelagem de prismas e cilindros; investigação de áreas e volumes; resolução de problemas envolvendo razão, proporção e porcentagem com apoio do GeoGebra; e impressão 3D dos modelos construídos. Espera-se que a proposta contribua para tornar a aprendizagem matemática mais visual, concreta e significativa, favorecendo a percepção espacial, a participação dos estudantes, a relação entre teoria e prática e a compreensão de conceitos geométricos que, frequentemente, são abordados de modo abstrato em sala de aula.

Palavras-chave: impressão 3D; Tinkercad; GeoGebra; geometria espacial; ensino de Matemática.

ABSTRACT

This study aims to investigate the pedagogical potential of using 3D printing, combined with digital platforms such as GeoGebra, Tinkercad, and slicing software, in Mathematics teaching through a didactic sequence focused on Spatial Geometry. The proposal includes activities involving familiarization with three-dimensional digital environments, construction and modeling of geometric solids, exploration of mathematical functions and relationships, calculation of areas and volumes, study of ratio, proportion and percentage, as well as the materialization of digital models through 3D printing. The research is characterized as applied, with a predominantly qualitative approach and the possibility of using quantitative elements, considering observations, questionnaires, students' productions, activity records, and reflective autobiographical reports. The target audience is composed of 9th-grade elementary school students. The didactic sequence was organized into five progressive activities: introduction to Spatial Geometry and Tinkercad; modeling of prisms and cylinders; investigation of areas and volumes; problem-solving involving ratio, proportion and percentage with the support of GeoGebra; and 3D printing of the constructed models. The proposal is expected to contribute to making mathematical learning more visual, concrete and meaningful, favoring spatial perception, student participation, the relationship between theory and practice, and the understanding of geometric concepts that are often addressed abstractly in the classroom.

Keywords: 3D printing; Tinkercad; GeoGebra; spatial geometry; Mathematics teaching.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAD	Computer-Aided Design
PET	Programa de Educação Tutorial
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
ICENP	Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal
TPACK	Technological Pedagogical Content Knowledge

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
1.1	Contextualização.....	12
1.2	Problema de pesquisa.....	12
1.3	Objetivos.....	13
1.3.1	<i>Objetivo geral.....</i>	<i>13</i>
1.3.2	<i>Objetivos específicos.....</i>	<i>13</i>
1.4	Justificativa.....	14
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	16
2.1	Ensino de Matemática e tecnologias.....	16
3	SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS.....	24
4	PÚBLICO-ALVO.....	27
4.1	Instrumentos de coleta.....	27
4.2	Procedimentos.....	28
5	PROPOSTA DIDÁTICA.....	29
5.1	Descrição da sequência.....	29
5.2	Atividades.....	30
	<i>Atividade 1:.....</i>	<i>30</i>
	<i>Atividade 2:.....</i>	<i>31</i>
	<i>Atividade 3:.....</i>	<i>32</i>
	<i>Atividade 4:.....</i>	<i>33</i>
	<i>Atividade 5:.....</i>	<i>34</i>
5.3	Recursos.....	35
6	RESULTADOS ESPERADOS E DISCUSSÃO.....	36
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	38
8	PLANO DE AULA – 1ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	40
8.1	Identificação.....	40
8.2	Tema da aula.....	40
8.3	Objetivo geral.....	40
8.4	Objetivos específicos.....	40
8.5	Conteúdos trabalhados.....	41
8.6	Recursos didáticos.....	41
8.7	Metodologia.....	41

8.8	Desenvolvimento da aula.....	42
8.8.1	<i>Retomada dos conhecimentos prévios – 15 minutos.....</i>	42
8.8.2	<i>Visualização inicial no GeoGebra – 10 minutos.....</i>	43
8.8.3	<i>Apresentação inicial do Tinkercad – 10 minutos.....</i>	44
8.8.4	<i>Encerramento e encaminhamento para a próxima aula – 5 minutos.....</i>	44
8.9	Avaliação.....	45
8.10	Resultados esperados.....	45
8.11	Observações metodológicas.....	46
8.12	Conclusão.....	46
9	PLANO DE AULA SIMPLES – 2ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	47
9.1	Identificação.....	47
9.2	Tema da aula.....	47
9.3	Objetivo geral.....	47
9.4	Objetivos específicos.....	47
9.5	Conteúdos trabalhados.....	48
9.6	Recursos necessários.....	48
9.7	Desenvolvimento da aula.....	48
9.7.1	<i>Retomada da aula anterior – 5 minutos.....</i>	48
9.7.2	<i>Visualização dos sólidos no GeoGebra – 10 minutos.....</i>	49
9.7.3	<i>Demonstração no Tinkercad – 10 minutos.....</i>	49
9.7.4	<i>Atividade prática em duplas – 20 minutos.....</i>	50
9.7.5	<i>Socialização e fechamento – 5 minutos.....</i>	51
9.8	Avaliação.....	51
9.9	Resultados esperados.....	52
9.10	Conclusão.....	52
10	PLANO DE AULA – 3ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	53
10.1	Identificação.....	53
10.2	Tema da aula.....	53
10.3	Objetivo geral.....	53
10.4	Objetivos específicos.....	53
10.5	Conteúdos trabalhados.....	54
10.6	Habilidades da BNCC.....	54
10.7	Metodologia.....	54
10.8	Desenvolvimento da aula.....	55

<i>10.8.1 Revisão de razão e proporção – 10 minutos.....</i>	<i>55</i>
<i>10.8.2 Construção do Cubo 1 – 10 minutos.....</i>	<i>56</i>
<i>10.8.3 Construção do Cubo 2 – 10 minutos.....</i>	<i>56</i>
<i>10.8.4 Construção do Cubo 3 – 10 minutos.....</i>	<i>57</i>
<i>10.8.5 Fechamento e sistematização – 5 minutos.....</i>	<i>57</i>
10.9 Registro na Versão do Aluno	58
10.10 Avaliação.....	58
10.11 Resultados esperados.....	59
10.12 Observações metodológicas.....	59
10.13 Conclusão.....	59
11 PLANO DE AULA – 4ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	61
11.1 Identificação	61
11.2 Tema da aula	61
11.3 Objetivo geral.....	62
11.4 Objetivos específicos	62
11.5 Conteúdos trabalhados.....	62
11.6 Habilidades da BNCC.....	62
11.7 Metodologia	63
11.8 Desenvolvimento da aula.....	63
<i>11.8.1 Retomada da Aula 3 – 5 minutos.....</i>	<i>63</i>
<i>11.8.2 Revisão breve sobre porcentagem – 10 minutos.....</i>	<i>64</i>
<i>11.8.3 Construção do prisma inicial P1 no GeoGebra – 10 minutos.....</i>	<i>64</i>
<i>11.8.4 Construção do prisma P2 com aumento de 100% – 10 minutos.....</i>	<i>65</i>
<i>11.8.5 Construção do prisma P3 com reduções percentuais – 10 minutos.....</i>	<i>66</i>
<i>11.8.6 Fechamento e sistematização – 5 minutos.....</i>	<i>67</i>
<i>11.8.7 Registro na Versão do Aluno.....</i>	<i>68</i>
11.9 Avaliação.....	68
11.10 Resultados esperados.....	69
11.11 Observações metodológicas.....	69
11.12 Conclusão.....	70
12 PLANO DE AULA – 5ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	71
12.1 Identificação	71
12.2 Tema da aula	71
12.3 Objetivo geral.....	72

12.4	Objetivos específicos.....	72
12.5	Conteúdos trabalhados.....	72
12.6	Habilidades da BNCC.....	73
12.7	Metodologia.....	73
12.8	Desenvolvimento da aula.....	73
12.8.1	<i>Retomada da sequência didática – 5 minutos.....</i>	73
12.8.2	<i>Apresentação do software fatiador – 10 minutos.....</i>	74
12.8.3	<i>Análise matemática da peça no fatiador – 15 minutos.....</i>	74
12.8.4	<i>Comparação entre modelo digital e objeto físico – 10 minutos.....</i>	75
12.8.5	<i>Reflexão final e autoavaliação – 10 minutos.....</i>	76
12.9	Registro na Versão do Aluno.....	76
12.10	Avaliação.....	77
12.11	Resultados esperados.....	77
12.12	Observações metodológicas.....	78
12.13	Conclusão.....	78
13	RELATO AUTOBIOGRÁFICO DA APLICAÇÃO DA 1ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	80
13.1	RELATO AUTOBIOGRÁFICO DA APLICAÇÃO DA 2ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	83
13.2	RELATO AUTOBIOGRÁFICO DA APLICAÇÃO DA 3ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	88
13.3	RELATO AUTOBIOGRÁFICO DA APLICAÇÃO DA 4ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	93
13.4	RELATO AUTOBIOGRÁFICO DA APLICAÇÃO DA 5ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	99
14	RELATO AUTOBIOGRÁFICO DA AVALIAÇÃO FINAL DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA POR MEIO DO GOOGLE FORMS.....	108
14.1	Síntese geral das respostas dos estudantes.....	112
14.2	Reflexão autobiográfica sobre a avaliação final.....	112
15	ANÁLISE E DISCUSSÃO DA EXPERIÊNCIA.....	114
16	REFERÊNCIAS.....	117

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

A presença das tecnologias digitais no contexto escolar tem ampliado as possibilidades de ensino e aprendizagem em Matemática, especialmente quando associada a metodologias que favorecem a participação ativa dos estudantes. No ensino da Geometria Espacial, essas tecnologias podem contribuir para a representação visual, a manipulação de objetos matemáticos e a exploração de conceitos abstratos de forma mais concreta.

A Geometria Espacial, por envolver a compreensão de formas tridimensionais, medidas, áreas, volumes, razão, proporção e porcentagem, apresenta desafios para os estudantes quando trabalhada apenas por meio de representações planas. Nesse contexto, a modelagem 3D, o uso de plataformas digitais e a impressão 3D podem auxiliar na visualização de sólidos geométricos, na compreensão das dimensões espaciais e na relação entre o objeto digital e o objeto físico.

Neste trabalho, foi desenvolvida e aplicada uma sequência didática voltada ao estudo de sólidos geométricos, utilizando plataformas digitais, como o Tinkercad e o GeoGebra, para a construção, análise e exploração desses sólidos. A sequência também considerou o uso da impressão 3D como possibilidade de materialização dos modelos digitais construídos, favorecendo a aproximação entre representação matemática, modelagem digital e objeto concreto.

A sequência didática foi composta por cinco atividades: uma atividade introdutória, destinada à revisão dos sólidos geométricos e à apresentação da plataforma; três atividades envolvendo cálculo de volumes, razão, proporção e porcentagem; e uma atividade de conclusão, utilizando a impressão 3D como forma de concretizar o que foi estudado.

A proposta organizou o trabalho em duplas, com o objetivo de otimizar o uso dos recursos tecnológicos e favorecer a colaboração entre os estudantes. Cada dupla recebeu uma versão impressa da sequência didática, denominada Versão do Aluno, destinada ao registro das medidas, cálculos, esboços e conclusões produzidas ao longo das atividades.

1.2 Problema de pesquisa

A partir da proposta apresentada, **definiu-se** como problema de pesquisa: como o uso da impressão 3D, articulado ao uso de plataformas digitais como o Tinkercad e o GeoGebra, pode contribuir para a aprendizagem de Geometria Espacial?

Esse problema **orientou a investigação** sobre as possibilidades de integração entre modelagem digital, impressão 3D e ensino de Matemática, considerando a aplicação de uma sequência didática com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

Investigar as potencialidades pedagógicas da utilização da impressão 3D, articulada ao uso de plataformas digitais como o Tinkercad e o GeoGebra, no ensino de Matemática, por meio da aplicação de uma sequência didática voltada ao estudo da Geometria Espacial, visando analisar suas contribuições para a aprendizagem significativa, o desenvolvimento do raciocínio espacial e a compreensão de conceitos matemáticos relacionados a sólidos geométricos, volume, razão, proporção e porcentagem.

1.3.2 Objetivos específicos

- Analisar as contribuições da plataforma Tinkercad como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial;
- Elaborar e aplicar uma sequência didática fundamentada na modelagem tridimensional e na utilização de tecnologias digitais no ensino de Matemática;
- Desenvolver atividades envolvendo a construção, composição e decomposição de sólidos geométricos por meio da modelagem digital;
- Explorar conceitos matemáticos relacionados aos eixos cartesianos espaciais, às coordenadas tridimensionais, às faces, aos vértices, às arestas, às áreas e aos volumes de sólidos geométricos;
- Relacionar os conceitos de razão, proporção e porcentagem às variações dimensionais e volumétricas dos sólidos modelados;
- Investigar de que maneira a modelagem tridimensional e a impressão 3D podem favorecer o desenvolvimento da percepção espacial e da visualização geométrica dos estudantes;
- Analisar as contribuições da materialização dos modelos digitais, por meio da impressão 3D, para a compreensão da relação entre representação matemática, objeto virtual e objeto físico;
- Avaliar a aprendizagem dos estudantes durante o desenvolvimento da sequência didática, considerando aspectos conceituais, procedimentais e participativos;
- Identificar as potencialidades do uso de metodologias ativas e tecnologias digitais como estratégias de incentivo à participação, à autonomia e ao raciocínio matemático dos alunos.

Neste trabalho, foi desenvolvida e aplicada uma sequência didática voltada ao estudo de sólidos geométricos, utilizando plataformas digitais, como o Tinkercad e o GeoGebra, para a construção, análise e exploração desses sólidos. A sequência também incluiu o uso da impressão 3D como possibilidade de materialização dos modelos digitais construídos, favorecendo a aproximação entre representação matemática, modelagem digital e objeto concreto.

A sequência didática foi composta por cinco atividades: uma atividade introdutória, destinada à revisão dos sólidos geométricos e à apresentação da plataforma; três atividades envolvendo cálculo de volumes, razão, proporção e porcentagem; e uma atividade de conclusão, utilizando a impressão 3D como forma de concretizar o que foi estudado.

O trabalho foi organizado em duplas, com o objetivo de otimizar o uso dos recursos tecnológicos e favorecer a colaboração entre os estudantes. Cada dupla recebeu uma versão impressa da sequência didática, denominada Versão do Aluno, destinada ao registro das medidas, cálculos, esboços e conclusões produzidas ao longo das atividades.

1.4 Justificativa

A presente pesquisa justifica-se pela necessidade de tornar o ensino de Matemática mais significativo, visual e próximo da realidade dos estudantes, especialmente no que se refere ao estudo da Geometria Espacial. Em muitos contextos escolares, os conteúdos relacionados a sólidos geométricos, volume, razão, proporção e porcentagem são frequentemente apresentados de forma abstrata, o que pode dificultar a compreensão por parte dos alunos. Nesse sentido, a utilização da modelagem tridimensional, de plataformas digitais e da impressão 3D surge como alternativa metodológica capaz de favorecer a visualização, a manipulação e a concretização dos conceitos matemáticos trabalhados em sala de aula.

Além disso, o uso do Tinkercad apresenta-se como uma estratégia pedagógica acessível, por se tratar de uma ferramenta digital intuitiva e de fácil utilização, que pode ser integrada ao ambiente escolar sem a necessidade de recursos tecnológicos excessivamente complexos. Articulado a outros recursos digitais, como o GeoGebra, esse uso permite que os estudantes participem ativamente do processo de construção do conhecimento, desenvolvendo habilidades relacionadas ao raciocínio espacial, à criatividade, à resolução de problemas e ao uso consciente das tecnologias digitais.

A pesquisa também se justifica pelo seu alinhamento com a Base Nacional Comum Curricular, uma vez que contempla competências e habilidades relacionadas à geometria, às grandezas e medidas, à cultura digital e à resolução de problemas. Dessa forma, a proposta dialoga com as exigências contemporâneas da educação básica, promovendo um ensino mais

contextualizado, investigativo e interdisciplinar. Ao articular teoria, tecnologia e prática, este trabalho buscou contribuir para o fortalecimento de metodologias inovadoras no ensino de Matemática e para a ampliação das possibilidades de aprendizagem dos estudantes.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Ensino de Matemática e tecnologias

O ensino de Matemática tem sido progressivamente impactado pela inserção das tecnologias digitais, que ampliam as possibilidades de representação, experimentação e investigação dos conteúdos escolares. No contexto educacional contemporâneo, essas tecnologias deixam de exercer apenas uma função de apoio instrumental e passam a atuar como mediadoras do processo de aprendizagem, favorecendo a exploração de conceitos abstratos por meio de recursos visuais, interativos e dinâmicos.

Entretanto, a simples presença de equipamentos, softwares ou plataformas digitais no ambiente escolar não garante a melhoria da aprendizagem. Para que a tecnologia contribua efetivamente para o ensino de Matemática, sua utilização precisa estar articulada aos objetivos educacionais, aos conteúdos que se pretende ensinar, às características dos estudantes e às estratégias pedagógicas selecionadas pelo professor. Dessa maneira, o recurso tecnológico deve ser compreendido como parte do planejamento didático, e não como um elemento isolado ou como finalidade da atividade educativa.

Nesse cenário, metodologias que valorizam a participação ativa do estudante mostram-se relevantes para o ensino de Matemática. A aprendizagem ativa contribui para que o estudante deixe de ocupar uma posição exclusivamente passiva e passe a construir o conhecimento por meio da ação, da investigação, da reflexão, da formulação de hipóteses e da resolução de situações-problema.

Essa perspectiva relacionou-se diretamente com a proposta desenvolvida neste trabalho, uma vez que a sequência didática elaborada articulou modelagem tridimensional, exploração digital, resolução de problemas e construção coletiva do conhecimento. Ao utilizar o Tinkercad, o GeoGebra e a impressão 3D, buscou-se transformar o conteúdo matemático em uma experiência mais visual, concreta e investigativa, favorecendo a visualização espacial e a compreensão dos conceitos relacionados à Geometria Espacial.

A utilização dessas tecnologias não se limitou, portanto, à demonstração de figuras ou à reprodução de procedimentos. Buscou-se possibilitar que os estudantes construíssem, manipulassem, redimensionassem, comparassem e analisassem objetos matemáticos, relacionando suas representações digitais às propriedades geométricas, às medidas e aos cálculos de áreas e volumes.

Essa forma de integrar tecnologias ao ensino encontra fundamentação no modelo do Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo — TPACK, desenvolvido por Mishra e Koehler (2006). O modelo propõe que uma utilização educacional significativa das tecnologias depende da articulação entre o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico e o conhecimento tecnológico. Assim, não basta ao professor dominar isoladamente um software ou equipamento: é necessário compreender de que maneira determinada tecnologia pode representar um conteúdo matemático e favorecer sua aprendizagem por meio de estratégias pedagógicas adequadas.

2.2 O modelo TPACK como fundamentação teórica

O modelo TPACK, sigla derivada da expressão inglesa Technological Pedagogical Content Knowledge, pode ser traduzido como Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo. Desenvolvido por Mishra e Koehler (2006), esse referencial teórico procura explicar os conhecimentos necessários ao professor para integrar as tecnologias ao ensino de maneira intencional, contextualizada e pedagogicamente significativa.

A formulação do TPACK parte dos estudos de Shulman (1986), especialmente do conceito de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo — PCK. Para Shulman (1986), o conhecimento profissional docente não se resume ao domínio do conteúdo específico nem ao conhecimento geral de métodos de ensino. O professor precisa compreender como determinado conteúdo pode ser organizado, representado, explicado e adaptado para tornar-se compreensível aos estudantes.

Com base nessa concepção, Mishra e Koehler (2006) acrescentaram o conhecimento tecnológico às dimensões do conteúdo e da pedagogia. O modelo TPACK é, assim, formado por três conhecimentos fundamentais: o Conhecimento do Conteúdo — CK, o Conhecimento Pedagógico — PK e o Conhecimento Tecnológico — TK.

O Conhecimento do Conteúdo corresponde ao domínio dos conceitos, procedimentos, propriedades, representações e relações que constituem uma determinada área do conhecimento. Na presente pesquisa, essa dimensão envolveu os conhecimentos matemáticos relacionados aos sólidos geométricos, às suas propriedades, às medidas lineares, às áreas, aos volumes, às razões, às proporções e às variações entre grandezas.

O Conhecimento Pedagógico refere-se à compreensão dos processos de ensino e aprendizagem, das formas de organização das atividades, das metodologias, dos instrumentos de avaliação e das estratégias que podem favorecer a participação e a aprendizagem dos

estudantes. Na presente pesquisa, essa dimensão envolveu, por exemplo, a elaboração da sequência didática, a organização das atividades em etapas, a valorização dos conhecimentos prévios, a resolução de problemas, o trabalho colaborativo e a mediação realizada pelo professor.

O Conhecimento Tecnológico está relacionado à compreensão do funcionamento, das possibilidades e das limitações dos diferentes recursos tecnológicos. No contexto desta investigação, esse conhecimento envolveu a utilização do Tinkercad, do GeoGebra, da impressora 3D, do software de fatiamento e dos procedimentos necessários para transformar um modelo matemático digital em um objeto físico.

Além dessas três dimensões básicas, o modelo estabelece interseções entre elas. O Conhecimento Pedagógico do Conteúdo — PCK — corresponde à compreensão de como ensinar determinado conteúdo de forma adequada às características dos estudantes. O Conhecimento Tecnológico do Conteúdo — TCK — relaciona-se às maneiras pelas quais uma tecnologia pode representar, modificar ou ampliar a compreensão de um conteúdo específico. O Conhecimento Tecnológico Pedagógico — TPK — refere-se à compreensão de como os processos de ensino e aprendizagem podem ser transformados pela utilização de determinadas tecnologias.

A integração dessas dimensões constitui o Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo — TPACK. Esse conhecimento representa a capacidade de selecionar e utilizar tecnologias de maneira coerente com o conteúdo matemático, com os objetivos de aprendizagem, com a metodologia adotada e com o contexto em que a prática pedagógica ocorre. Dessa forma, o TPACK não deve ser compreendido como uma simples soma de conhecimentos separados, mas como uma relação dinâmica entre conteúdo, pedagogia e tecnologia (MISHRA; KOEHLER, 2006; KOEHLER; MISHRA, 2009).

No campo da Educação Matemática, Niess (2005) destaca que o professor precisa desenvolver uma compreensão integrada de como ensinar Matemática com tecnologias. Isso significa reconhecer que determinadas ferramentas podem modificar as formas de representar, explorar, investigar e comunicar ideias matemáticas. A tecnologia, nesse sentido, pode ampliar as possibilidades de aprendizagem, desde que sua utilização esteja vinculada ao raciocínio matemático e aos objetivos educacionais.

Na proposta desenvolvida neste trabalho, o Conhecimento do Conteúdo manifestou-se na abordagem dos sólidos geométricos, das medidas, das áreas, dos volumes, das razões, das proporções e das variações entre grandezas. O Conhecimento Pedagógico esteve presente na organização da sequência didática, na resolução de problemas, na investigação, na

experimentação, no trabalho colaborativo e na mediação docente. O Conhecimento Tecnológico envolveu o domínio das funções do Tinkercad, do GeoGebra, do software de fatiamento e da impressora 3D.

A dimensão integrada do TPACK evidenciou-se quando esses três conhecimentos foram mobilizados conjuntamente. Ao selecionar o Tinkercad para construir e manipular sólidos, o GeoGebra para analisar relações matemáticas e a impressão 3D para materializar os modelos, o professor não utilizou as tecnologias de maneira aleatória. Cada recurso foi escolhido em razão de sua contribuição para a compreensão dos conteúdos e para o desenvolvimento das atividades planejadas.

Assim, o modelo TPACK fundamentou teoricamente esta pesquisa, ao permitir analisar como a articulação entre tecnologia, pedagogia e conhecimento matemático pode contribuir para o ensino de Geometria Espacial. O referencial também orientou a elaboração da sequência didática, a seleção das ferramentas digitais e a interpretação das experiências realizadas, destacando que uma prática educacional tecnologicamente integrada deve partir dos objetivos matemáticos e pedagógicos, e não apenas das funcionalidades dos equipamentos utilizados.

2.3 Impressão 3D na Educação Matemática

A impressão 3D vem sendo discutida como uma tecnologia com potencial pedagógico para o ensino de Matemática, especialmente por permitir a visualização e a materialização de objetos matemáticos que, geralmente, são apresentados apenas de forma bidimensional, algébrica ou simbólica.

No ensino de Geometria, essa tecnologia permite que o estudante observe, compare e manipule sólidos geométricos, favorecendo a percepção de propriedades como faces, arestas, vértices, bases, alturas, superfícies planas e superfícies curvas. A manipulação do objeto físico pode auxiliar o estudante na transição entre as representações planas e tridimensionais, contribuindo para o desenvolvimento da visualização espacial.

A impressão 3D também contribui para aproximar teoria e prática, uma vez que o estudante pode comparar o modelo matemático elaborado no software com o objeto físico produzido. Essa comparação mostra-se relevante em tarefas que envolvem medidas, áreas, volumes e proporcionalidade, pois a materialização do sólido ajuda a tornar perceptíveis relações que, em um tratamento puramente algébrico, podem permanecer abstratas.

No contexto deste trabalho, a impressão 3D foi utilizada como etapa de materialização dos sólidos construídos no Tinkercad. Essa etapa permitiu discutir as relações entre expectativa

e realidade, modelo matemático e objeto físico, além de aspectos relacionados às medidas, à escala, à precisão, às possíveis divergências dimensionais e aos fatores físicos envolvidos no processo de fabricação.

A utilização da impressão 3D também favoreceu a investigação matemática. Ao comparar as dimensões definidas no modelo digital com as dimensões do objeto produzido, os estudantes puderam analisar diferenças, formular hipóteses e discutir fatores que interferem no resultado, como contração do material, configuração da impressora, espessura das camadas, preenchimento interno, calibração e precisão dos instrumentos de medida.

Sob a perspectiva do TPACK, o uso pedagógico da impressão 3D exige mais do que o domínio técnico do equipamento. O professor precisa relacionar as possibilidades da tecnologia aos conceitos matemáticos e às estratégias de ensino. A impressão de um sólido, isoladamente, não garante a aprendizagem; sua contribuição depende das questões formuladas, dos cálculos realizados, das comparações propostas e das intervenções pedagógicas desenvolvidas durante a atividade.

Desse modo, a impressão 3D inseriu-se nesta pesquisa como uma tecnologia vinculada ao conteúdo matemático e ao planejamento pedagógico. Sua finalidade não foi apenas produzir objetos físicos, mas favorecer a representação, a investigação, a comparação e a compreensão de conceitos relacionados à Geometria Espacial.

2.4 Modelagem 3D, Tinkercad e GeoGebra

A modelagem tridimensional, no contexto computacional, insere-se no campo do CAD, sigla para Computer-Aided Design, isto é, projeto auxiliado por computador. A modelagem digital permite criar e manipular objetos em ambientes virtuais, possibilitando a construção de formas geométricas por meio de comandos de inserção, deslocamento, rotação, alinhamento, redimensionamento, agrupamento e subtração de volumes.

O Tinkercad foi utilizado neste trabalho como ferramenta de modelagem 3D. Por meio dele, os estudantes puderam acessar um plano de trabalho, inserir sólidos geométricos básicos, alterar suas dimensões, agrupar formas, utilizar volumes negativos e construir objetos compostos. Durante a aplicação, a plataforma permitiu a manipulação dos objetos geométricos em tempo real, ampliando as possibilidades de exploração das representações tridimensionais.

Do ponto de vista pedagógico, o uso do Tinkercad favorece a exploração de sólidos geométricos por meio de processos de composição e decomposição. Essas operações dialogam diretamente com a construção de modelos matemáticos, pois permitem identificar as partes que

constituem um objeto, ampliar ou reduzir suas dimensões e compreender as relações existentes entre as partes e o todo.

Ao modificar a altura, a largura ou o comprimento de um sólido no ambiente digital, o estudante pode investigar as consequências dessas alterações para a área e o volume. A ferramenta pode, portanto, ser empregada na formulação de questões que envolvam proporcionalidade, escala, variação e comparação entre grandezas.

Além do Tinkercad, neste trabalho foi utilizado o GeoGebra como recurso digital de apoio à visualização e à compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos na proposta. O GeoGebra permite representar objetos, relações e construções matemáticas de maneira dinâmica, favorecendo a análise de medidas, formas, funções, variações e relações entre grandezas.

No contexto da Geometria Espacial, essa ferramenta contribui para que o estudante visualize representações matemáticas, acompanhe transformações e compreenda com maior clareza os processos envolvidos no cálculo de áreas e volumes. Também permite construir representações gráficas e algébricas que evidenciam como a alteração de uma medida pode modificar outras grandezas associadas ao sólido.

A utilização do GeoGebra justificou-se, portanto, por seu potencial de auxiliar a passagem entre a representação abstrata e a visualização matemática. Enquanto o Tinkercad favoreceu a construção e a manipulação dos sólidos em ambiente tridimensional, o GeoGebra contribuiu para a análise das relações matemáticas que orientaram essa construção, especialmente aquelas relacionadas às medidas, às funções, às proporções, às áreas e aos volumes.

As duas ferramentas complementaram-se na proposta didática, pois permitiram articular modelagem digital, representação matemática, visualização geométrica e construção do conhecimento. Os modelos desenvolvidos no Tinkercad foram analisados matematicamente com o apoio do GeoGebra e, posteriormente, materializados por meio da impressão 3D.

Na perspectiva do TPACK, a utilização integrada dessas ferramentas corresponde à articulação entre o conhecimento tecnológico, o conhecimento pedagógico e o conhecimento do conteúdo. O professor precisa conhecer as funções dos programas, compreender os conceitos matemáticos envolvidos e planejar atividades que levem os estudantes a observar, formular hipóteses, calcular, comparar e justificar os resultados encontrados.

Nesse sentido, o uso integrado do Tinkercad, do GeoGebra e da impressão 3D fortaleceu a intenção pedagógica desta pesquisa. Essa articulação possibilitou que os estudantes observassem, manipulassem, calculassem, comparassem e materializassem os objetos

estudados, contribuindo para tornar mais acessíveis conceitos que, muitas vezes, são apresentados de maneira predominantemente abstrata no estudo da Geometria Espacial.

2.5 Geometria Espacial no Ensino Fundamental

A Geometria Espacial ocupa lugar importante na aprendizagem matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, especialmente no estudo de prismas, cilindros, pirâmides e outros sólidos. O trabalho com esses conteúdos envolve a compreensão de propriedades geométricas, o cálculo de áreas e volumes, as relações entre medidas e a interpretação de formas tridimensionais.

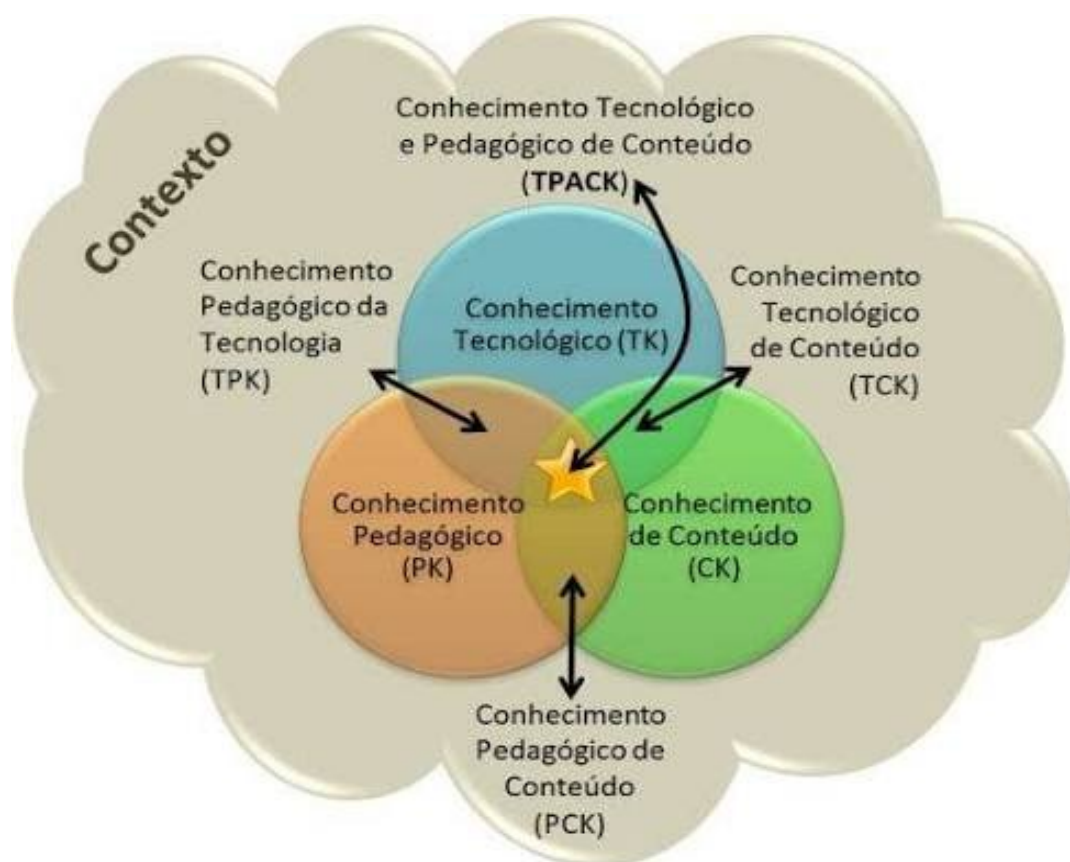
Um aspecto importante dessa aprendizagem é a transição entre a representação plana e a representação tridimensional. O estudo dos sólidos geométricos exige do estudante a capacidade de visualizar formas no espaço, identificar suas propriedades estruturais e relacionar medidas lineares com medidas de superfície e volume.

Dificuldades relacionadas à Geometria Espacial podem ocorrer quando o conteúdo é abordado de forma excessivamente abstrata ou descontextualizada. A apresentação exclusiva de fórmulas e representações bidimensionais pode não ser suficiente para que o estudante compreenda a estrutura dos objetos e as relações existentes entre suas dimensões.

Nesses casos, o uso de suportes concretos e digitais pode contribuir para a compreensão das relações entre base, altura, comprimento, largura, faces, arestas, vértices, áreas e volumes. A possibilidade de observar o sólido sob diferentes ângulos, modificar suas dimensões e manipular um modelo físico favorece a construção de imagens mentais e o desenvolvimento da visualização espacial.

Na proposta desta pesquisa, o conteúdo matemático não foi separado dos recursos tecnológicos. O Tinkercad possibilitou a construção dos sólidos; o GeoGebra auxiliou na representação e na análise das relações matemáticas; e a impressão 3D permitiu a materialização dos modelos. Essa integração favoreceu a abordagem dos conceitos por meio de diferentes formas de representação.

Sob a fundamentação do TPACK, a seleção dessas tecnologias ocorreu em função das necessidades específicas do ensino de Geometria Espacial. Cada ferramenta desempenhou uma função no processo pedagógico e contribuiu para representar determinadas características do conteúdo. A tecnologia, portanto, não substitui o raciocínio matemático, mas pode criar condições para que ele seja desenvolvido de maneira mais visual, investigativa e contextualizada.



(Diagrama de representação do modelo TPACK)

3 SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

A sequência didática constitui uma forma de organização do ensino em etapas articuladas, planejadas para conduzir o estudante de um conhecimento inicial a níveis mais elaborados de compreensão. Quando estruturada de modo progressivo, favorece a retomada dos conhecimentos prévios, a exploração de novos conceitos, a aplicação prática e a sistematização das aprendizagens construídas.

No caso da presente pesquisa, a sequência didática foi organizada a partir de uma progressão que se iniciou com a ambientação no Tinkercad, avançou para a modelagem de sólidos geométricos, envolveu o cálculo de volumes, razões, proporções e porcentagens, utilizou o GeoGebra como apoio à visualização e à análise das relações matemáticas e culminou na impressão 3D e na comparação entre o modelo digital e o objeto físico.

A organização das atividades em etapas buscou permitir que os estudantes desenvolvessem gradualmente os conhecimentos necessários para compreender e executar as tarefas. A ambientação inicial favoreceu o reconhecimento das ferramentas e dos comandos básicos. Em seguida, a modelagem possibilitou relacionar as funções do programa aos conceitos geométricos. Posteriormente, os cálculos e as análises permitiram sistematizar matematicamente as relações observadas.

A etapa de impressão e análise do objeto físico permitiu retomar os conceitos trabalhados e estabelecer comparações entre a representação digital, o modelo matemático e o produto materializado. Nessa etapa, os estudantes puderam medir, calcular, comparar e discutir possíveis diferenças entre as dimensões planejadas e as dimensões obtidas.

A sequência didática não funcionou apenas como uma ordenação cronológica de aulas, mas como uma estratégia pedagógica que integrou objetivos, conteúdos, procedimentos, tecnologias e avaliação em torno de uma experiência coerente de aprendizagem.

O modelo TPACK contribuiu para fundamentar essa organização, pois orientou a articulação entre os conhecimentos matemáticos, as estratégias pedagógicas e as tecnologias selecionadas. Cada etapa da sequência procurou relacionar o recurso tecnológico a um objetivo de aprendizagem, evitando que o uso do Tinkercad, do GeoGebra ou da impressora 3D ocorresse de maneira descontextualizada.

Assim, a sequência didática representou a concretização pedagógica da integração proposta pelo TPACK. Os conhecimentos tecnológicos foram mobilizados para favorecer a construção dos conhecimentos matemáticos, enquanto as estratégias pedagógicas organizaram e orientaram as ações dos estudantes. A articulação entre essas dimensões contribuiu para que

as tecnologias fossem utilizadas como instrumentos de investigação, representação, experimentação e aprendizagem da Matemática.

A presente pesquisa **caracterizou-se como uma pesquisa aplicada**, uma vez que **buscou investigar** possibilidades de utilização da impressão 3D, da modelagem tridimensional e de plataformas digitais no ensino de Matemática, especificamente no contexto da Geometria Espacial. A proposta **teve como finalidade contribuir** para a compreensão de práticas pedagógicas que integrem tecnologias digitais ao ambiente escolar, articulando conteúdos matemáticos com atividades de modelagem, visualização, cálculo e fabricação digital.

Quanto à abordagem, a pesquisa **possuiu caráter predominantemente qualitativo**, pois **buscou compreender** o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes durante a aplicação da sequência didática, considerando suas interações, registros, produções e participação nas atividades propostas. A investigação **concentrou-se** na observação do processo de construção do conhecimento ao longo das etapas da sequência didática, especialmente nas atividades envolvendo modelagem de sólidos geométricos, cálculo de volumes, razão, proporção, porcentagem, uso do Tinkercad, apoio do GeoGebra e utilização da impressão 3D.

A escolha pela abordagem qualitativa **relacionou-se** ao objetivo de analisar a utilização das tecnologias digitais como ferramentas didáticas e de investigar as contribuições da modelagem tridimensional para o ensino de Matemática. Dessa forma, a pesquisa **considerou** aspectos relacionados à participação dos estudantes, à exploração do ambiente digital, às dificuldades apresentadas durante as atividades e às formas de interação desenvolvidas ao longo da aplicação da proposta.

Além disso, a pesquisa também **apresentou elementos quantitativos**, especialmente no que se refere à análise de respostas objetivas, registros numéricos, cálculos realizados pelos estudantes e resultados obtidos nas atividades da sequência didática. Contudo, tais elementos **possuíram caráter complementar** à análise qualitativa desenvolvida ao longo da investigação.

A pesquisa também **assumiu uma dimensão autobiográfica**, na medida em que **considerou** os relatos de experiência do professor-pesquisador durante o processo de elaboração, aplicação e análise da sequência didática. Essa dimensão **baseou-se** no registro das vivências ocorridas ao longo da investigação, incluindo as observações realizadas durante as atividades, as decisões tomadas no desenvolvimento dos planos de aula, as dificuldades

encontradas, as adaptações necessárias e as percepções construídas no contato com os estudantes e com os recursos tecnológicos utilizados.

Desse modo, a pesquisa autobiográfica **apareceu neste trabalho como uma forma de registrar e analisar** a experiência do próprio pesquisador no percurso da investigação. Os relatos produzidos a partir dos planos de aula e das atividades desenvolvidas **contribuíram para compreender** não apenas os resultados observados nos estudantes, mas também o processo de construção da proposta didática, evidenciando a relação entre planejamento, prática pedagógica, uso das tecnologias digitais e reflexão sobre o ensino de Matemática.

4 PÚBLICO-ALVO

O público-alvo da pesquisa **foi composto por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental**, fase em que os conteúdos de Geometria, grandezas e medidas, razão, proporção e volume podem ser aprofundados de maneira mais sistemática. A escolha dessa turma **justificou-se** pela possibilidade de articular os conteúdos curriculares previstos para essa etapa com recursos tecnológicos que favoreçam a visualização espacial, a resolução de problemas e a aprendizagem significativa.

A proposta **foi aplicada em contexto escolar**, com organização dos estudantes em duplas, de modo a favorecer a colaboração, o diálogo matemático e o uso compartilhado dos recursos digitais disponíveis.

4.1 Instrumentos de coleta

Para a coleta de dados, **foram utilizados** os seguintes instrumentos: observação, questionários, produções dos alunos, registros das atividades e relatos autobiográficos do professor-pesquisador.

A observação **foi utilizada** para acompanhar a participação dos estudantes durante o desenvolvimento das atividades, registrando aspectos como interação em dupla, compreensão dos conceitos, engajamento nas tarefas, dificuldades encontradas e estratégias utilizadas na resolução dos problemas.

Os questionários **foram utilizados** com o objetivo de identificar conhecimentos prévios, percepções dos estudantes sobre a proposta e impressões acerca do uso do Tinkercad, do GeoGebra e da impressão 3D no estudo da Matemática. Esses instrumentos **contemplaram questões abertas e fechadas**.

As produções realizadas ao longo da sequência didática também **constituíram fonte de análise**, incluindo os modelos construídos no Tinkercad, os cálculos desenvolvidos, os esboços, os registros das medidas e as respostas às situações-problema apresentadas.

A versão impressa da sequência didática entregue aos estudantes, denominada *Versão do Aluno*, **serviu como importante material de registro**. Nela, os alunos **anotaram** medidas, cálculos, observações e conclusões, permitindo acompanhar o percurso de aprendizagem ao longo das etapas propostas.

Além desses instrumentos, **foram considerados** os relatos autobiográficos produzidos pelo professor-pesquisador, elaborados a partir da experiência vivenciada durante a investigação. Esses relatos **estiveram associados** aos planos de aula desenvolvidos, às observações realizadas durante a aplicação das atividades e às reflexões sobre o processo de ensino, a organização da sequência didática, o uso das tecnologias digitais e as respostas dos estudantes diante das propostas apresentadas.

4.2 Procedimentos

A pesquisa **foi desenvolvida por meio da aplicação de uma sequência didática composta por cinco etapas**, baseada no material apresentado, com adaptações ao contexto da turma e aos objetivos do trabalho.

Introdução ao Tinkercad: contato inicial com a plataforma, sua interface, suas ferramentas básicas e sua função como ambiente de modelagem tridimensional.

Construção de sólidos: atividades práticas de construção de prismas, cilindros e outros sólidos geométricos.

Cálculo de volumes: cálculo de volumes e outras grandezas geométricas com base nos sólidos modelados.

Problemas com proporção: desafios envolvendo razão, proporção e porcentagem, analisando variações de dimensões e volumes, com apoio de recursos digitais como o GeoGebra.

Impressão 3D dos modelos: preparação e materialização dos modelos produzidos, com comparação entre objeto digital e objeto físico.

Ao longo de todo o processo, o professor-pesquisador **acompanhou** as atividades, **orientou** os estudantes, **registrou** as observações relevantes e **analisou** as interações produzidas em sala de aula. Também **foram registrados relatos** da experiência vivenciada durante a elaboração e aplicação dos planos de aula, compondo a dimensão autobiográfica da pesquisa. Esses registros **permitiram descrever**, de forma sucinta e detalhada, o percurso desenvolvido na investigação, evidenciando as escolhas pedagógicas, as dificuldades encontradas, as adaptações realizadas e as percepções construídas durante a aplicação da sequência didática.

5 PROPOSTA DIDÁTICA

5.1 Descrição da sequência

O recurso consiste em uma sequência didática a ser aplicada em cinco atividades. A turma é dividida em duplas, de modo a otimizar a utilização dos recursos e o tempo de aplicação. A sequência inicia com uma apresentação das ferramentas digitais utilizadas, especialmente o Tinkercad e o GeoGebra, e culmina com a materialização dos sólidos construídos ao longo das aulas, por meio da impressão 3D.

O Tinkercad será utilizado como ambiente de modelagem tridimensional, permitindo a construção, manipulação, composição e decomposição de sólidos geométricos. O GeoGebra, por sua vez, será utilizado como ferramenta de apoio à visualização, à representação dinâmica e à compreensão das relações matemáticas envolvidas nas atividades. Durante a elaboração das formas, o uso do GeoGebra contribui para aproximar o estudante dos conceitos geométricos, permitindo partir de representações mais abstratas para construções mais visuais e dinâmicas.

Essa articulação entre Tinkercad, GeoGebra e impressão 3D busca favorecer a construção do conhecimento matemático por meio da visualização, da manipulação e da análise das formas geométricas. Enquanto o Tinkercad possibilita a criação dos modelos tridimensionais e a preparação para a impressão, o GeoGebra auxilia na compreensão das relações entre medidas, funções, áreas, volumes, razão, proporção e porcentagem. Assim, as ferramentas digitais são utilizadas de modo complementar, permitindo que os estudantes visualizem melhor as formas e compreendam com maior clareza os procedimentos necessários para calcular áreas e volumes.

Cada dupla recebe impressa sua própria versão da sequência didática, para fins de registro dos valores obtidos ao longo da execução das atividades. Essa versão é chamada de Versão do Aluno.

Cada atividade é dividida em duas aulas, com exceção da primeira atividade, prevista em apenas uma aula de ambientação. Nas atividades 2, 3 e 4, a primeira aula de cada atividade é destinada à revisão do conteúdo que será trabalhado, concluindo com exercício de verificação. Recomenda-se que os alunos façam as anotações necessárias e resolvam os exercícios sugeridos em seus cadernos particulares.

5.2 Atividades

Atividade 1: Ambientação — introdução à geometria, ao Tinkercad e ao GeoGebra

A primeira atividade será realizada em uma aula. Trata-se de uma atividade introdutória a respeito da sequência a ser trabalhada e das ferramentas digitais utilizadas, com destaque para o Tinkercad, como ambiente de modelagem 3D, e para o GeoGebra, como recurso de visualização e representação matemática. O objetivo é familiarizar os alunos com os recursos que serão utilizados durante a sequência, seus comandos iniciais e os conceitos básicos de modelagem geométrica.

Em um primeiro momento, será feita a abertura das atividades, apresentando a sequência didática, explicando quais atividades serão desenvolvidas e quais recursos serão utilizados no decorrer das aulas. Em seguida, será feita uma discussão inicial a respeito de representação tridimensional, com exemplos práticos de sólidos geométricos previamente modelados no Tinkercad, visualizados com apoio do GeoGebra e produzidos em impressão 3D.

Nessa etapa, são escolhidos sólidos simples, como prismas, pirâmides, cilindros e esferas, seguidos de perguntas destinadas a retomar conhecimentos prévios dos alunos: quantas faces tem esse sólido; quantos vértices; quantas arestas; se é um poliedro; se é prisma, pirâmide ou corpo redondo; qual é a base, quando se tratar de prisma ou pirâmide; e qual corpo redondo está representado.

Também serão abordados os eixos X, Y e Z e as coordenadas cartesianas no espaço. O Plano de Trabalho do Tinkercad atua como uma evolução tecnológica da malha quadriculada, permitindo que o aluno compreenda intuitivamente as dimensões espaciais antes da formalização matemática, estimando espaços e posições. O GeoGebra será utilizado como apoio para visualizar essas relações de maneira dinâmica, contribuindo para a compreensão das formas e das medidas envolvidas.

Em seguida, os alunos terão seu primeiro contato com o Tinkercad. Serão instruídos no acesso à plataforma com login e senha, de forma a manter gravado o progresso das aulas. O professor mostrará o menu inicial, onde localizar trabalhos já realizados e como criar um novo projeto 3D.

Na página de modelagem, serão apresentadas as ferramentas de trabalho. Como instrução inicial, será mostrado que, para rotacionar o plano de trabalho, deve-se clicar e segurar o botão direito do mouse e arrastá-lo; para transladar o plano, deve-se clicar e segurar o rolo do mouse e arrastá-lo.

Na aba lateral direita, estão localizadas as formas básicas. Serão apresentados os comandos de adição, redimensionamento, agrupamento e volume negativo. A adição permite inserir sólidos no plano de trabalho. O redimensionamento permite aumentar ou diminuir as dimensões dos sólidos. O agrupamento permite unir dois ou mais sólidos em um único objeto. O volume negativo permite retirar partes de um sólido.

Um ponto importante a ser observado é que, por padrão, as dimensões no Tinkercad são dadas em milímetros. Ao longo das aulas, os sólidos serão trabalhados em centímetros, tornando necessária a conversão de medidas.

Atividade 2: Modelagem — construção de prismas e cilindros

A segunda atividade tem como foco a construção de prismas e cilindros. O conceito matemático central envolve as propriedades das faces, arestas e vértices, bem como composição e decomposição geométrica. A modelagem paramétrica no Tinkercad funciona por composição e decomposição de sólidos geométricos, mediante agrupamento e subtração de formas.

Na etapa prática, é solicitado aos alunos que façam a modelagem de três sólidos, com dimensões de construção a critério dos estudantes, utilizando a ferramenta de redimensionamento. Os sólidos a serem construídos são: um prisma de base retangular; um cilindro; e um sólido de escolha dos alunos, preferencialmente utilizando o conceito de agrupamento.

Durante essa atividade, o GeoGebra poderá ser utilizado como apoio para visualização das formas e para a compreensão das relações entre as dimensões escolhidas e os conceitos matemáticos envolvidos. Dessa forma, os estudantes poderão observar as formas, analisar suas medidas e compreender de maneira mais visual como as dimensões interferem na estrutura dos sólidos.

A Versão do Aluno possui três espaços destinados ao registro das dimensões de cada sólido. O primeiro espaço exibe um prisma de base retangular, com linhas específicas para registro das dimensões construídas pelos alunos; o segundo espaço exibe um cilindro; e o terceiro espaço fica em branco para que os alunos façam um esboço do sólido de sua criação, seguido dos registros de suas dimensões.

A atividade também prepara os estudantes para as etapas seguintes, nas quais os sólidos construídos serão utilizados em situações envolvendo cálculo de áreas, volumes, razão, proporção e porcentagem.

Atividade 3: Investigação — cálculo de volume e área

Nesta atividade serão abordados os conceitos de área e volume. Sugere-se a execução em duas aulas, destinando a primeira à revisão dos conceitos e principais fórmulas utilizadas para cálculo de áreas de polígonos e volumes de sólidos, e a segunda para aplicação dos conceitos aos sólidos modelados no Tinkercad, com apoio do GeoGebra para visualização e análise das relações matemáticas envolvidas.

Na primeira aula, será ministrada uma revisão sobre área da região retangular, área da região triangular, área da região circular, volume do cubo, volume de um paralelepípedo, volume de um prisma de base triangular e volume do cilindro. O GeoGebra poderá ser utilizado nessa etapa como recurso de visualização dinâmica, permitindo representar formas, observar medidas e relacionar as fórmulas às figuras estudadas. Sugere-se concluir a aula com um exercício para verificar se o conteúdo foi compreendido.

Na segunda aula, são realizados exercícios com o uso do Tinkercad. O primeiro consiste na construção de um prisma de base retangular com dimensões 2 cm, 3 cm e 4 cm, seguido do registro das dimensões e cálculo do volume. O segundo consiste na construção de um cilindro de raio 2 cm e altura 5 cm, seguido do cálculo de volume, podendo-se utilizar $\pi = 3$ ou $\pi = 3,14$.

O terceiro exercício envolve a construção de um sólido formado por um cubo combinado com um cilindro. O cubo deve ter todas as dimensões iguais a 6 cm, e o cilindro deve ter raio 2 cm e altura 2 cm. Os alunos registram as dimensões e calculam o volume do sólido composto.

O quarto exercício envolve um paralelepípedo combinado com um volume negativo cilíndrico. O paralelepípedo possui dimensões 2 cm, 3 cm e 5 cm, e o cilindro possui raio 1 cm e altura 2 cm. Os estudantes devem registrar as medidas e calcular o volume considerando a subtração do volume cilíndrico.

O quinto exercício incentiva a criatividade dos alunos. Eles poderão criar um sólido de sua escolha, desde que contenha ao menos três prismas retangulares. Poderão combinar volumes ou utilizar volumes negativos, escolhendo as medidas. Depois, deverão fazer o esboço, indicar as medidas e calcular o volume.

Ao longo da atividade, o GeoGebra será utilizado como ferramenta complementar para auxiliar na visualização das formas, na relação entre representação geométrica e cálculo matemático e na compreensão de como as medidas interferem no cálculo de áreas e volumes.

Esse uso contribui para aproximar o estudante do conceito geométrico, partindo da abstração matemática para uma visualização mais concreta e dinâmica.

Ao final, é realizada uma discussão entre os colegas, comparando os sólidos montados, analisando suas dimensões e observando se os volumes calculados estão corretos.

Atividade 4: Aplicação — razão, proporção e porcentagem

Esta atividade aborda os conceitos de razão e proporção, correlacionando-os com as dimensões dos sólidos construídos ao longo do processo. Sugere-se a execução em duas aulas: a primeira destinada à revisão dos conceitos matemáticos aplicados, e a segunda reservada para aplicação desses conceitos junto aos sólidos da plataforma Tinkercad, com apoio do GeoGebra para a visualização das variações dimensionais e volumétricas.

Na primeira aula, será ministrada uma revisão sobre razão e proporção, abordando situações cotidianas onde esses conceitos são utilizados. Ao final da revisão, o professor poderá aplicar exercícios com situações-problema, como festivais, extensão de quebra-mar, densidade populacional, armazéns e tanques, e mistura de ração e vegetais em determinada proporção.

Na segunda aula, aplica-se razão e proporção na variação das dimensões de um sólido, seguida do cálculo e comparação de seus volumes. Inicialmente, os estudantes constroem, no Tinkercad, um cubo de volume 64 cm^3 . O professor questiona quanto deve medir cada lado desse cubo, levando os estudantes à relação $V = l^3$ e à medida de lado igual a 4 cm.

Em seguida, os estudantes constroem um segundo cubo, chamado Cubo 2, cuja razão entre as medidas de seus lados e as medidas do Cubo 1 é de 1:2. Depois calculam o volume do Cubo 2 e escrevem a razão $V \text{ Cubo 2} / V \text{ Cubo 1}$, simplificando-a.

No desafio seguinte, sendo 11 a medida do lado do Cubo 1, os estudantes constroem um Cubo 3 com lado 13, respeitando a proporção $13 / 11 = 2 / 1$. Depois fazem o esboço, indicam as medidas, calculam V_3 e determinam a razão V_3 / V_1 .

O GeoGebra será utilizado como apoio para visualizar essas variações, permitindo que os estudantes observem de forma dinâmica o que ocorre com o volume quando as dimensões de um sólido são ampliadas ou reduzidas. Dessa forma, a ferramenta contribui para que os alunos percebam que a alteração das medidas lineares interfere diretamente nas medidas volumétricas, favorecendo a compreensão da relação entre razão, proporção, porcentagem e volume.

Para encerrar a atividade, são discutidas perguntas como: o que aconteceu com o volume ao reduzir as dimensões pela metade; o que aconteceu ao dobrar as dimensões; e por que isso ocorre.

A continuidade da atividade envolve a representação da razão na forma de porcentagem. Os estudantes constroem três prismas retangulares idênticos, P1, P2 e P3, com dimensões $a = 2$ cm, $b = 3$ cm e $c = 5$ cm. Calculam o volume de P1, aumentam as dimensões de P2 em 100% e calculam o novo volume, escrevendo a razão $V2 / V1$ em forma de porcentagem. Para o prisma P3, os estudantes diminuem o valor de $a3$ em 50% e o valor de $c3$ em 20%, mantendo $b3$ constante. Em seguida, calculam $V3$ e escrevem as razões $V3 / V1$, $V3 / V2$ e $V2 / V3$ em forma de porcentagem.

A atividade também se relaciona ao desafio de projetar um recipiente com capacidade definida em mililitros, por envolver cálculo de volume e conversão de unidades, considerando que 1 cm^3 corresponde a 1 ml. Essa relação permite transpor a teoria para uma situação prática envolvendo grandezas, capacidade e volume.

Atividade 5: Materialização — impressão 3D e análise

A quinta e última atividade tem por objetivo a consolidação dos conhecimentos e a apresentação dos trabalhos desenvolvidos. Para esta atividade, faz-se necessário o uso de uma ou mais impressoras 3D.

Neste momento é feita uma revisão inicial, a fim de recapitular os conceitos trabalhados nas atividades anteriores: volumes de sólidos, razão, proporção e porcentagem. São retomados também os modelos construídos no Tinkercad e as visualizações realizadas com o GeoGebra ao longo da aplicação da sequência didática.

A primeira aula dessa atividade tem como objetivos mostrar ao aluno como exportar um modelo no Tinkercad, familiarizar o aluno com a interface do fatiador da impressora 3D e orientar o aluno a preparar o modelo para impressão. Para este trabalho, foi utilizado como referência o Bambu Studio, mas as configurações de impressão independem do fatiador.

O professor mostra como importar um modelo no fatiador, mover um modelo pela mesa de trabalho, redimensioná-lo, selecionar a altura de camada de impressão e selecionar a quantidade de preenchimento da peça. Recomenda-se utilizar altura de camada de 0,20 mm, mencionando que a altura de camada e o tempo de impressão são inversamente proporcionais: quanto mais alta a camada, menor o tempo de impressão, mas menor também a qualidade da peça impressa.

Em seguida, os alunos são orientados a acessar o modelo construído anteriormente, exportá-lo no formato .stl, importá-lo no fatiador, prepará-lo para impressão e iniciar a impressão 3D. Devido ao fato de a impressão 3D ser um processo geralmente lento, sugere-se

encerrar a primeira aula após iniciar a impressão, mantendo a curiosidade dos alunos para a aula final.

Na segunda aula, os modelos impressos já estarão prontos. É o momento para comparar as peças produzidas, discutindo expectativa e realidade, bem como a possibilidade de uso da peça no cotidiano. Os alunos fazem um esboço da peça na Versão do Aluno, com base na observação visual.

Com o auxílio do paquímetro, são feitas as medidas das dimensões de cada sólido impresso. Pode-se utilizar uma régua, mas dependendo das formas escolhidas, o uso da régua pode resultar em erros de medição. Em seguida, registra-se essas medidas junto ao esboço.

O passo final é comparar as medidas obtidas no objeto físico com as medidas utilizadas no modelo digital. Em caso de divergência, são levantadas perguntas sobre possíveis fatores: erros de medição, temperatura da impressão, qualidade do material utilizado e outros fatores físicos que podem resultar em medidas diferentes na peça impressa.

Para encerrar a sequência didática, sugere-se uma reflexão sobre como o Tinkercad, o GeoGebra e outras ferramentas digitais podem ajudar no aprendizado da Matemática e na solução de problemas do cotidiano. Também pode ser discutida verbalmente a relação entre quantidade de material utilizada na impressão e valor gasto, bem como a possibilidade de lucro a partir disso.

Além disso, os alunos realizam uma autoavaliação, abordando sua participação, suas ações na solução dos desafios propostos e a influência do trabalho individual e em dupla na qualidade do produto final obtido.

5.3 Recursos

- Computadores com acesso à internet;
- Plataforma Tinkercad;
- Plataforma GeoGebra;
- Projetor multimídia;
- Impressora 3D;
- Software fatiador, como Bambu Studio ou equivalente;
- Paquímetro ou régua;
- Folhas da Versão do Aluno;
- Caderno para anotações;
- Quadro e pincel;
- Sólidos geométricos impressos em 3D para apresentação inicial.

6 RESULTADOS ESPERADOS E DISCUSSÃO

Espera-se que a aplicação da sequência didática contribua para o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes em conteúdos relacionados à Geometria Espacial, especialmente no que se refere à compreensão de sólidos geométricos, ao cálculo de áreas e volumes, à razão, à proporção e à porcentagem. A proposta busca favorecer a construção de conhecimentos matemáticos por meio da utilização de recursos digitais e atividades práticas envolvendo modelagem tridimensional, GeoGebra, Tinkercad e impressão 3D.

Espera-se também que o uso do Tinkercad contribua para o desenvolvimento da percepção espacial dos estudantes, permitindo maior compreensão das relações entre formas geométricas, dimensões e volumes. A exploração do ambiente tridimensional poderá favorecer a visualização dos sólidos geométricos e auxiliar na compreensão de conceitos que, muitas vezes, são apresentados de maneira abstrata no ensino tradicional de Matemática.

O GeoGebra, por sua vez, é compreendido como uma ferramenta de apoio à visualização e à análise das relações matemáticas envolvidas nas atividades. Espera-se que seu uso contribua para aproximar os estudantes das representações matemáticas, permitindo observar de forma mais dinâmica as relações entre medidas, funções, áreas, volumes, razão, proporção e porcentagem. Dessa forma, a ferramenta poderá auxiliar na passagem entre a abstração matemática e a compreensão visual dos conceitos trabalhados.

Outro resultado esperado refere-se ao desenvolvimento da participação e do envolvimento dos estudantes durante as atividades propostas. Considerando que a sequência didática foi organizada com atividades práticas, investigativas e colaborativas, espera-se que os alunos demonstrem maior interesse pelas aulas de Matemática, especialmente nas etapas relacionadas à modelagem digital, à visualização dinâmica dos sólidos e à impressão 3D dos modelos construídos.

Além disso, espera-se que a materialização dos modelos digitais por meio da impressão 3D possibilite aos estudantes relacionar teoria e prática, comparando os cálculos realizados no ambiente virtual com os objetos físicos produzidos. Essa etapa poderá contribuir para discussões sobre medidas, precisão, proporcionalidade e possíveis diferenças entre o modelo matemático, a representação digital e o resultado físico obtido.

A discussão dos resultados deverá considerar o engajamento dos alunos, as dificuldades encontradas, a aprendizagem dos conceitos e a relação entre teoria e prática. Também serão considerados os registros autobiográficos do professor-pesquisador, elaborados a partir da experiência vivenciada durante o planejamento, a aplicação dos planos de aula e o

acompanhamento da sequência didática. Esses relatos poderão contribuir para compreender as escolhas realizadas, as adaptações necessárias, as dificuldades observadas e as percepções construídas ao longo da investigação.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou uma proposta de utilização da impressão 3D, da modelagem tridimensional e de plataformas digitais como recursos pedagógicos no ensino de Matemática, especialmente no estudo da Geometria Espacial. A proposta fundamentou-se na aplicação de uma sequência didática organizada em etapas progressivas, utilizando o Tinkercad como ferramenta de modelagem digital, o GeoGebra como recurso de visualização e análise matemática e a impressão 3D como meio de materialização dos sólidos construídos pelos estudantes.

Buscou-se organizar e desenvolver uma proposta capaz de integrar tecnologias digitais e conteúdos matemáticos, contribuindo para a aprendizagem de conceitos relacionados a sólidos geométricos, áreas, volumes, razão, proporção e porcentagem. A utilização dos ambientes digitais possibilitou aproximar os estudantes de representações mais visuais e concretas dos conteúdos, favorecendo a exploração espacial, a observação das formas geométricas e a relação entre dimensões e medidas.

A sequência didática articulou momentos de revisão teórica, exploração prática, visualização dinâmica, resolução de problemas e materialização dos modelos construídos. Desse modo, possibilitou aos estudantes participar ativamente do processo de construção do conhecimento. Além disso, o uso da impressão 3D permitiu estabelecer relações entre o modelo digital e o objeto físico produzido, promovendo discussões sobre medidas, proporcionalidade, precisão e diferenças entre teoria, representação virtual e prática.

A dimensão autobiográfica da pesquisa contribuiu para registrar a experiência do professor-pesquisador durante o processo de elaboração, aplicação e desenvolvimento da sequência didática. Os relatos produzidos a partir dos planos de aula, das observações realizadas e das situações vivenciadas ao longo da investigação permitiram compreender o percurso da pesquisa, as escolhas pedagógicas realizadas, as dificuldades encontradas e as percepções construídas sobre o uso das tecnologias digitais no ensino de Matemática.

Dessa forma, considerou-se que a experiência desenvolvida contribuiu para ampliar as reflexões sobre metodologias de ensino que integram recursos tecnológicos ao ensino de Matemática, especialmente em conteúdos relacionados à Geometria Espacial. O trabalho buscou colaborar com as discussões sobre o uso da impressão 3D, do Tinkercad, do GeoGebra e da modelagem digital como estratégias de apoio ao desenvolvimento da aprendizagem matemática e da participação dos estudantes nas atividades escolares.

Como limitações, destacaram-se aspectos relacionados ao contexto específico em que a sequência didática foi aplicada, à disponibilidade dos recursos tecnológicos e às condições de participação dos estudantes. Como sugestão para trabalhos futuros, propõe-se ampliar a aplicação da sequência para diferentes turmas, comparar resultados entre grupos e investigar outros conteúdos matemáticos que possam ser trabalhados com modelagem 3D, visualização digital e impressão 3D.

8 PLANO DE AULA – 1ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

8.1 Identificação

Componente curricular: Matemática

Tema da aula: Apresentação da sequência didática e introdução à Geometria Espacial com GeoGebra e Tinkercad

Duração: 50 minutos

Público-alvo: Ensino Fundamental – Anos Finais / Ensino Médio

Organização da turma: Duplas

Local: Laboratório de informática ou sala com projetor, computador e acesso à internet

8.2 Tema da aula

Esta aula tem como objetivo apresentar aos estudantes a sequência didática sobre Geometria Espacial, Modelagem 3D e Impressão 3D, explicando como as próximas atividades serão desenvolvidas.

Nesta primeira aula, os estudantes terão contato inicial com os principais conceitos da proposta, observando sólidos geométricos, reconhecendo formas presentes no cotidiano e conhecendo as ferramentas digitais que serão utilizadas: GeoGebra e Tinkercad.

O foco desta aula não será ainda a construção detalhada dos modelos, mas sim a apresentação da proposta, a retomada de conhecimentos prévios e a preparação da turma para a segunda aula, na qual os estudantes irão construir prismas, cilindros e sólidos compostos.

8.3 Objetivo geral

Apresentar a sequência didática aos estudantes, retomando noções iniciais de Geometria Espacial e introduzindo o uso do GeoGebra e do Tinkercad como ferramentas de apoio para visualização e modelagem de sólidos geométricos.

8.4 Objetivos específicos

Ao final da aula, espera-se que os estudantes sejam capazes de:

- compreender a proposta geral da sequência didática;

- reconhecer a importância da Geometria Espacial no cotidiano;
- identificar sólidos geométricos simples;
- diferenciar figuras planas de sólidos geométricos;
- reconhecer prismas, pirâmides, cilindros e esferas;
- observar faces, arestas, vértices, bases e superfícies curvas;
- conhecer o GeoGebra como ferramenta de visualização geométrica;
- conhecer o Tinkercad como ferramenta de modelagem 3D;
- compreender que nas próximas aulas irão construir modelos digitais;
- trabalhar de forma colaborativa em duplas.

8.5 Conteúdos trabalhados

- Geometria Espacial;
- sólidos geométricos;
- prismas;
- pirâmides;
- cilindros;
- esferas;
- faces, arestas e vértices;
- bases e superfícies curvas;
- diferença entre figuras planas e sólidos;
- introdução ao GeoGebra;
- introdução ao Tinkercad;
- relação entre geometria, tecnologia e objetos do cotidiano.

8.6 Recursos didáticos

- computador com acesso à internet;
- projetor multimídia;
- plataforma GeoGebra;
- plataforma Tinkercad;
- sólidos geométricos impressos em 3D;
- imagens de objetos do cotidiano;
- quadro e pincel;
- folha da Versão do Aluno;
- caderno dos estudantes.

8.7 Metodologia

A aula será desenvolvida de forma expositiva e dialogada, com participação dos estudantes por meio de perguntas, observações e comparação entre sólidos geométricos.

O professor iniciará apresentando a sequência didática e explicando que as aulas irão relacionar a Geometria Espacial com o uso de tecnologias digitais. Em seguida, retomará conceitos básicos sobre sólidos geométricos, utilizando exemplos físicos, imagens e visualizações no GeoGebra.

O Tinkercad será apresentado apenas de forma inicial, para que os estudantes conheçam a plataforma e compreendam que ela será utilizada nas próximas aulas para a construção dos modelos tridimensionais.

Dessa forma, esta primeira aula funcionará como uma etapa de introdução, diagnóstico e preparação para a atividade prática da segunda aula.

8.8 Desenvolvimento da aula

8.1 Apresentação da sequência didática – 10 minutos

O professor inicia a aula explicando aos estudantes que eles irão participar de uma sequência didática sobre Geometria Espacial, Modelagem 3D e Impressão 3D.

Nesse momento, o professor pode explicar, de forma simples, que a proposta será estudar sólidos geométricos utilizando recursos digitais e, posteriormente, relacionar essas construções com a impressão 3D.

O professor deve apresentar:

- o tema geral da sequência;
- como as aulas serão organizadas;
- quais ferramentas serão utilizadas;
- como será o trabalho em duplas;
- qual será a importância dos registros na Versão do Aluno.

Sugestão de fala do professor:

“Nas próximas aulas, nós vamos estudar Geometria Espacial de uma forma mais visual e prática. Vamos observar sólidos, usar o GeoGebra para visualizar formas em três dimensões e utilizar o Tinkercad para criar modelos digitais. Hoje, vamos conhecer a proposta e retomar alguns conceitos importantes. Na próxima aula, começaremos a construir os modelos.”

8.8.1 Retomada dos conhecimentos prévios – 15 minutos

Nesta etapa, o professor retoma os conceitos básicos de Geometria Espacial, utilizando sólidos geométricos físicos, impressos em 3D ou imagens projetadas.

O professor pode apresentar exemplos de:

- cubo;
- prisma;
- pirâmide;
- cilindro;
- esfera.

A partir desses exemplos, os estudantes serão convidados a observar e responder:

- Esse objeto se parece com qual sólido geométrico?
- Ele possui faces planas?
- Ele possui arestas?
- Ele possui vértices?
- Ele possui superfície curva?
- Esse sólido aparece em algum objeto do cotidiano?

O objetivo é identificar o que os estudantes já sabem sobre o conteúdo e preparar a turma para as atividades seguintes.

Nesse momento, o professor pode relacionar os sólidos com objetos reais, como:

- caixas;
- latas;
- bolas;
- embalagens;
- copos;
- prédios;
- cones;
- brinquedos;
- peças e objetos impressos em 3D.

8.8.2 Visualização inicial no GeoGebra – 10 minutos

Em seguida, o professor apresenta o GeoGebra como uma ferramenta que auxilia na visualização das formas geométricas.

O professor pode abrir o ambiente 3D do GeoGebra e mostrar alguns sólidos simples, como cubo, prisma, pirâmide e cilindro.

Nesta primeira aula, o objetivo não é aprofundar a construção no GeoGebra, mas mostrar que a ferramenta permite visualizar os sólidos em diferentes posições, girar a imagem e observar melhor suas características.

O professor pode destacar:

- a diferença entre uma figura plana e um sólido;
- a presença da altura, largura e profundidade;
- a visualização das bases;
- a observação das faces, arestas e vértices;
- a comparação entre poliedros e corpos redondos.

Sugestão de explicação:

“O GeoGebra nos ajuda a visualizar melhor os sólidos geométricos. Podemos girar a figura, observar suas partes e compreender melhor aquilo que, muitas vezes, no livro ou no quadro, aparece apenas como desenho.”

8.8.3 Apresentação inicial do Tinkercad – 10 minutos

Depois da visualização no GeoGebra, o professor apresenta o Tinkercad como a plataforma que será utilizada nas próximas aulas para a construção dos modelos 3D.

Nesta aula, o professor pode apenas mostrar:

- como acessar a plataforma;
- onde fica o ambiente de criação;
- o plano de trabalho;
- as formas básicas disponíveis;
- os comandos iniciais de movimentação;
- a ideia de que os sólidos podem ser construídos a partir de formas simples.

O professor deve evitar aprofundar a construção de prismas, cilindros e sólidos compostos nesta primeira aula, pois essa etapa será desenvolvida na segunda aula.

Sugestão de explicação:

“O Tinkercad será usado para construir os modelos geométricos. Hoje vamos apenas conhecer a plataforma. Na próxima aula, vocês irão construir prismas, cilindros e objetos formados pela combinação dessas formas.”

8.8.4 Encerramento e encaminhamento para a próxima aula – 5 minutos

No final da aula, o professor retoma os principais pontos trabalhados:

- a proposta da sequência didática;
- a importância da Geometria Espacial;
- a relação entre os sólidos geométricos e o cotidiano;
- o uso do GeoGebra para visualização;

- o uso do Tinkercad para modelagem 3D.

Em seguida, o professor explica que, na próxima aula, os estudantes irão construir seus próprios modelos no Tinkercad, começando por prismas e cilindros.

Sugestão de fechamento:

“Hoje conhecemos a proposta da sequência didática e retomamos alguns sólidos geométricos importantes. Também vimos que o GeoGebra pode nos ajudar a visualizar as formas e que o Tinkercad será usado para construir modelos 3D. Na próxima aula, vamos colocar isso em prática, construindo prismas, cilindros e formas compostas.”

8.9 Avaliação

A avaliação será diagnóstica e formativa, realizada por meio da observação da participação dos estudantes durante a aula.

O professor observará:

- participação nas discussões;
- reconhecimento dos sólidos geométricos;
- identificação de faces, arestas, vértices e bases;
- compreensão inicial da proposta da sequência didática;
- interesse pelas ferramentas GeoGebra e Tinkercad;
- envolvimento no trabalho em dupla;
- registro das informações principais na Versão do Aluno.

Essa avaliação servirá para identificar os conhecimentos prévios da turma e orientar a condução da segunda aula.

8.10 Resultados esperados

Espera-se que, ao final da aula, os estudantes:

- compreendam a proposta geral da sequência didática;
- reconheçam a presença da Geometria Espacial no cotidiano;
- relembrem os principais sólidos geométricos;
- diferenciem figuras planas de sólidos geométricos;
- compreendam que o GeoGebra será utilizado para visualização das formas;
- compreendam que o Tinkercad será utilizado para modelagem 3D;
- estejam preparados para iniciar a construção prática dos sólidos na segunda aula.

8.11 Observações metodológicas

Antes da aula, recomenda-se que o professor:

- teste o acesso ao GeoGebra;
- teste o acesso ao Tinkercad;
- verifique o funcionamento da internet;
- organize os estudantes em duplas;
- separe sólidos físicos ou impressos em 3D;
- prepare a Versão do Aluno;
- organize imagens ou exemplos de objetos do cotidiano.

Durante a aula, o professor deve manter a explicação simples e objetiva, evitando aprofundar a construção dos modelos, pois essa será a atividade principal da segunda aula.

O mais importante neste primeiro momento é despertar o interesse dos estudantes, retomar conhecimentos prévios e preparar a turma para a continuidade da sequência didática.

8.12 Conclusão

A primeira aula tem a função de apresentar a sequência didática, retomar conhecimentos iniciais sobre Geometria Espacial e introduzir o uso do GeoGebra e do Tinkercad como recursos digitais de aprendizagem.

Por ser uma aula introdutória, sua finalidade principal é preparar os estudantes para as próximas atividades. A construção detalhada dos sólidos será desenvolvida na segunda aula, quando os alunos irão utilizar o Tinkercad para modelar prismas, cilindros e sólidos compostos.

Assim, esta aula estabelece a base conceitual e metodológica da sequência, favorecendo a participação, a curiosidade e o interesse dos estudantes pela Geometria Espacial associada à tecnologia digital.

9 PLANO DE AULA SIMPLES – 2ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

9.1 Identificação

Componente curricular: Matemática

Tema da aula: Construção de prismas e cilindros com GeoGebra e Tinkercad

Duração: 50 minutos

Público-alvo: Ensino Fundamental – Anos Finais / Ensino Médio

Organização da turma: Duplas

Local: Laboratório de informática ou sala com computadores e internet

9.2 Tema da aula

A segunda aula da sequência didática tem como tema a modelagem de sólidos geométricos, com foco na construção de prismas, cilindros e sólidos compostos.

A aula utilizará o GeoGebra para visualizar as formas geométricas no espaço tridimensional e o Tinkercad para construir modelos digitais simples, aproximando os conceitos de Geometria Espacial de uma prática mais visual, concreta e dinâmica.

9.3 Objetivo geral

Compreender as principais características dos prismas, cilindros e sólidos compostos por meio da visualização no GeoGebra e da modelagem 3D no Tinkercad.

9.4 Objetivos específicos

Ao final da aula, espera-se que os estudantes sejam capazes de:

- reconhecer prismas e cilindros;
- identificar faces, arestas, vértices, bases e superfícies curvas;
- compreender a diferença entre prismas e cilindros;
- visualizar sólidos geométricos no GeoGebra;
- construir sólidos simples no Tinkercad;
- combinar formas geométricas para criar sólidos compostos;
- relacionar os sólidos geométricos com objetos do cotidiano;
- trabalhar em dupla de forma colaborativa.

9.5 Conteúdos trabalhados

- Geometria Espacial;
- prismas;
- cilindros;
- faces, arestas e vértices;
- bases e altura;
- largura, comprimento e profundidade;
- composição de sólidos geométricos;
- modelagem 3D;
- uso do GeoGebra;
- uso do Tinkercad.

9.6 Recursos necessários

- computadores com acesso à internet;
- GeoGebra;
- Tinkercad;
- projetor multimídia;
- quadro e pincel;
- sólidos geométricos físicos ou impressos em 3D;
- folha de atividade ou caderno dos alunos.

9.7 Desenvolvimento da aula

9.7.1 Retomada da aula anterior – 5 minutos

O professor inicia a aula retomando rapidamente os conceitos trabalhados na primeira aula da sequência didática, principalmente:

- eixos X, Y e Z;
- noção de espaço tridimensional;
- navegação básica no Tinkercad;
- diferença entre figuras planas e sólidos geométricos.

O professor pode perguntar aos alunos:

- O que significa trabalhar em três dimensões?
- Qual eixo representa a altura?
- Qual a diferença entre um desenho plano e um objeto 3D?

9.7.2 Visualização dos sólidos no GeoGebra – 10 minutos

Em seguida, o professor utiliza o **GeoGebra 3D** para apresentar prismas e cilindros.

Nesse momento, o professor mostra:

- um prisma de base retangular;
- um cubo;
- um cilindro;
- a altura dos sólidos;
- as bases;
- as faces;
- as arestas;
- os vértices;
- a superfície curva do cilindro.

O GeoGebra será utilizado para que os estudantes visualizem melhor as formas antes de construí-las no Tinkercad.

O professor pode explicar:

“No GeoGebra, conseguimos observar o sólido de diferentes posições. Podemos girar a figura, visualizar sua altura, sua base e perceber melhor suas características. Isso ajuda a entender a forma antes de construí-la no Tinkercad.”

Perguntas para os estudantes:

- O prisma possui faces planas?
- O cilindro possui vértices?
- Qual é a diferença entre a base de um prisma e a base de um cilindro?
- Quais objetos do cotidiano têm formato parecido com esses sólidos?

9.7.3 Demonstração no Tinkercad – 10 minutos

Depois da visualização no GeoGebra, o professor acessa o **Tinkercad** e demonstra como construir os sólidos.

O professor mostra como:

- inserir um cubo;
- alterar suas medidas para formar um prisma retangular;
- inserir um cilindro;
- modificar sua altura e largura;
- mover os objetos;
- alinhar as formas;
- agrupar sólidos para formar um objeto composto.

Exemplo de explicação:

“No Tinkercad, podemos construir objetos usando formas simples. Um bloco pode representar um prisma. Um cilindro pode representar uma lata, uma coluna ou um cano. Quando juntamos essas formas, criamos um sólido composto.”

9.7.4 Atividade prática em duplas – 20 minutos

Os estudantes, organizados em duplas, deverão construir três modelos no Tinkercad.

Atividade 1: Construção de um prisma

A dupla deverá inserir um cubo no Tinkercad e alterar suas medidas para formar um prisma de base retangular.

Sugestão de medidas:

- comprimento: 60 mm;
- largura: 30 mm;
- altura: 20 mm.

Depois, os alunos deverão identificar:

- faces;
- arestas;
- vértices;
- base;
- altura.

Atividade 2: Construção de um cilindro

A dupla deverá inserir um cilindro e modificar suas dimensões.

Sugestão de medidas:

- altura: 50 mm;
- diâmetro: 30 mm.

Depois, os alunos deverão observar:

- bases circulares;
- superfície curva;
- ausência de vértices;
- diferença em relação ao prisma.

Atividade 3: Construção de um sólido composto

A dupla deverá criar um objeto simples usando mais de um sólido geométrico.

Sugestões:

- uma torre com prisma e cilindro;
- uma mesa com prismas;
- uma casa simples;
- uma caixa com tampa;
- um robô geométrico;
- uma base com coluna.

O objetivo é que os estudantes percebam que objetos maiores podem ser construídos pela combinação de sólidos simples.

9.7.5 Socialização e fechamento – 5 minutos

No final da aula, algumas duplas apresentam rapidamente seus modelos para a turma.

Cada dupla pode responder:

- Qual objeto foi construído?
- Quais sólidos geométricos foram utilizados?
- O modelo possui prismas?
- O modelo possui cilindros?
- Como o GeoGebra ajudou antes da construção no Tinkercad?

O professor finaliza retomando a ideia principal da aula:

“Hoje vimos que os sólidos geométricos podem ser visualizados no GeoGebra e construídos no Tinkercad. Também percebemos que muitos objetos do cotidiano são formados por prismas, cilindros e combinações de diferentes formas geométricas.”

9.8 Avaliação

A avaliação será feita durante toda a aula, de forma formativa.

O professor observará:

- participação dos estudantes;
- colaboração em dupla;
- uso do GeoGebra;
- uso do Tinkercad;
- construção do prisma;
- construção do cilindro;
- criação do sólido composto;
- identificação de faces, arestas, vértices, bases e superfícies curvas;

- relação entre os sólidos e objetos do cotidiano.

9.9 Resultados esperados

Espera-se que, ao final da aula, os estudantes:

- compreendam melhor prismas e cilindros;
- identifiquem os principais elementos dos sólidos geométricos;
- percebam a diferença entre poliedros e corpos redondos;
- utilizem o GeoGebra para visualizar formas geométricas;
- utilizem o Tinkercad para construir modelos 3D;
- compreendam a ideia de composição de sólidos;
- relacionem a Geometria Espacial com objetos reais;
- desenvolvam percepção espacial e criatividade.

9.10 Conclusão

Esta aula busca aproximar a Geometria Espacial da realidade dos estudantes por meio do uso do GeoGebra e do Tinkercad. O GeoGebra auxilia na visualização das formas geométricas e o Tinkercad permite que os alunos construam modelos digitais, tornando o conteúdo mais concreto, visual e participativo.

A atividade contribui para que os estudantes compreendam prismas, cilindros e sólidos compostos de maneira prática, desenvolvendo o raciocínio espacial e percebendo a presença da matemática em objetos do cotidiano.

10 PLANO DE AULA – 3ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

10.1 Identificação

Componente curricular: Matemática

Tema da aula: Razão e proporção aplicadas à Geometria Espacial

Duração: 50 minutos

Público-alvo: Ensino Fundamental – Anos Finais / Ensino Médio

Organização da turma: Duplas

Local: Laboratório de informática ou sala com computadores e acesso à internet

Recurso principal: Tinkercad

Etapa da sequência: Continuação da modelagem de sólidos geométricos iniciada na Aula 2

10.2 Tema da aula

Nesta terceira aula da sequência didática, os estudantes irão relacionar os conceitos de **razão e proporção** com as medidas dos sólidos geométricos construídos no Tinkercad.

Após a construção de prismas, cilindros e sólidos compostos na Aula 2, a proposta agora é investigar como a alteração das medidas de um sólido interfere em seu volume.

O foco principal será a construção de cubos com medidas proporcionais, permitindo que os estudantes observem que, quando alteramos o lado de um cubo, o volume não cresce na mesma proporção linear, pois depende de três dimensões: comprimento, largura e altura.

10.3 Objetivo geral

Compreender a relação entre razão, proporção e volume por meio da construção e comparação de cubos no Tinkercad.

10.4 Objetivos específicos

Ao final da aula, espera-se que os estudantes sejam capazes de:

- revisar os conceitos de razão e proporção;
- relacionar razão e proporção com medidas geométricas;
- calcular o volume de cubos;
- compreender a relação entre lado e volume;

- comparar cubos com medidas proporcionais;
- perceber que alterações lineares produzem variações volumétricas maiores;
- utilizar o Tinkercad para construir cubos com diferentes dimensões;
- registrar medidas, cálculos e conclusões na Versão do Aluno;
- trabalhar de forma colaborativa em duplas.

10.5 Conteúdos trabalhados

- Razão;
- proporção;
- cubo;
- medidas lineares;
- volume;
- escala geométrica;
- relações proporcionais;
- interpretação matemática de medidas;
- modelagem 3D no Tinkercad.

10.6 Habilidades da BNCC

EF08MA19: Resolver e elaborar situações-problema que envolvam medidas de volume de blocos retangulares.

EF09MA07: Resolver problemas que envolvam proporcionalidade direta e inversa.

EM13MAT309: Resolver e elaborar problemas envolvendo grandezas, medidas e relações proporcionais.

EM13MAT406: Construir e interpretar modelos matemáticos para analisar situações reais.

10.7 Metodologia

A aula será desenvolvida por meio de explicação dialogada, resolução de problemas e atividade prática no Tinkercad.

O professor iniciará retomando brevemente os conceitos de razão e proporção, relacionando-os a situações simples do cotidiano. Em seguida, os estudantes construirão cubos com medidas diferentes, compararão seus volumes e registrarão as relações observadas.

A proposta mantém a continuidade da Aula 2, pois os estudantes já tiveram contato com o Tinkercad e com a construção de sólidos geométricos. Nesta aula, o uso da plataforma será direcionado para a análise matemática das medidas e dos volumes.

10.8 Desenvolvimento da aula

8.1 Retomada inicial – 5 minutos

O professor inicia a aula retomando rapidamente o que foi realizado na Aula 2, lembrando que os estudantes construíram sólidos geométricos no Tinkercad.

Em seguida, apresenta a nova questão da aula:

O que acontece com o volume de um cubo quando alteramos a medida de seu lado?

Essa pergunta orientará toda a atividade.

O professor pode explicar:

“Na aula anterior, construímos sólidos geométricos. Hoje, vamos observar o que acontece quando mudamos suas medidas. Vamos comparar cubos e investigar como a proporção entre os lados interfere no volume.”

10.8.1 *Revisão de razão e proporção – 10 minutos*

O professor realiza uma breve revisão dos conceitos de razão e proporção.

A razão pode ser apresentada como uma comparação entre duas grandezas.

Exemplo:

Se um objeto mede 2 cm e outro mede 4 cm, a razão entre eles pode ser escrita como:

2 : 4, que simplificando fica **1 : 2**.

Isso significa que uma medida corresponde à metade da outra.

O professor pode usar exemplos simples:

- uma receita dobrada;
- uma imagem ampliada;
- uma maquete em escala;
- dois objetos semelhantes com tamanhos diferentes.

Em seguida, o professor relaciona essa ideia com os cubos que serão construídos no Tinkercad.

Perguntas para os estudantes:

- Se dobrarmos o lado de um cubo, o volume também dobra?
- Se reduzirmos o lado pela metade, o volume também será reduzido pela metade?
- O volume depende apenas de uma medida ou de três medidas?

10.8.2 Construção do Cubo 1 – 10 minutos

Os estudantes acessam o Tinkercad e constroem o primeiro cubo.

O professor informa que o **Cubo 1** deverá ter volume igual a **64 cm³**.

A turma deverá descobrir a medida do lado do cubo.

O professor relembra a fórmula do volume do cubo:

$$V = l^3$$

Assim:

$$64 = l^3$$

Logo:

$$l = 4 \text{ cm}$$

Portanto, o Cubo 1 deverá ter:

- lado: 4 cm;
- volume: 64 cm³.

No Tinkercad, os estudantes deverão construir um cubo com as medidas correspondentes e registrar na Versão do Aluno:

- medida do lado;
- cálculo do volume;
- observações sobre o sólido.

10.8.3 Construção do Cubo 2 – 10 minutos

Depois da construção do Cubo 1, os estudantes deverão construir o **Cubo 2**, cuja razão entre os lados seja **1 : 2** em relação ao Cubo 1.

Como o Cubo 1 possui lado de 4 cm, o Cubo 2 terá lado de 2 cm.

Os estudantes deverão calcular o volume do Cubo 2:

$$V = 2^3$$

$$V = 8 \text{ cm}^3$$

Em seguida, deverão comparar os volumes:

- Cubo 1: 64 cm^3 ;
- Cubo 2: 8 cm^3 .

O professor deve conduzir a observação de que o lado do Cubo 2 é metade do lado do Cubo 1, mas seu volume não é metade. O volume é oito vezes menor.

Perguntas para discussão:

- O lado foi reduzido pela metade?
- O volume também foi reduzido pela metade?
- Qual é a razão entre os volumes?
- Por que a diferença no volume é maior?

10.8.4 Construção do Cubo 3 – 10 minutos

Na etapa seguinte, os estudantes constroem o **Cubo 3**, com lado igual ao dobro do Cubo 1.

Como o Cubo 1 possui lado de 4 cm, o Cubo 3 terá lado de 8 cm.

Os estudantes deverão calcular o volume:

$$V = 8^3$$

$$V = 512 \text{ cm}^3$$

Depois, deverão comparar:

- Cubo 1: lado 4 cm e volume 64 cm^3 ;
- Cubo 3: lado 8 cm e volume 512 cm^3 .

O professor deve destacar que, ao dobrar o lado do cubo, o volume não dobra. O volume fica oito vezes maior.

Perguntas para os estudantes:

- O lado do Cubo 3 é o dobro do lado do Cubo 1?
- O volume também dobrou?
- Quantas vezes o volume aumentou?
- O que isso mostra sobre a relação entre medidas lineares e volume?

10.8.5 Fechamento e sistematização – 5 minutos

No final da aula, o professor reúne as conclusões da turma.

A ideia principal a ser sistematizada é:

Quando a medida do lado de um cubo é alterada, o volume sofre uma alteração proporcional ao cubo dessa medida.

Ou seja:

- se o lado é reduzido pela metade, o volume fica 8 vezes menor;
- se o lado é dobrado, o volume fica 8 vezes maior.

O professor pode finalizar dizendo:

“Hoje percebemos que, em Geometria Espacial, mudar uma medida não altera apenas o comprimento. Como o volume depende de três dimensões, pequenas mudanças no lado de um cubo podem causar grandes mudanças no volume.”

10.9 Registro na Versão do Aluno

Os estudantes deverão registrar:

Cubo	Medida do lado	Cálculo do volume	Volume
Cubo 1	4 cm	4^3	64 cm^3
Cubo 2	2 cm	2^3	8 cm^3
Cubo 3	8 cm	8^3	512 cm^3

Também deverão responder:

- Qual é a razão entre o lado do Cubo 2 e o lado do Cubo 1?
- Qual é a razão entre o volume do Cubo 2 e o volume do Cubo 1?
- O que aconteceu com o volume quando o lado foi reduzido pela metade?
- O que aconteceu com o volume quando o lado foi dobrado?
- O volume aumenta na mesma proporção que o lado? Explique.

10.10 Avaliação

A avaliação será formativa e acontecerá durante toda a aula.

O professor observará:

- participação nas discussões;
- compreensão dos conceitos de razão e proporção;
- realização dos cálculos de volume;
- construção dos cubos no Tinkercad;
- comparação entre as medidas dos lados;
- interpretação da relação entre lado e volume;
- registro das respostas na Versão do Aluno;
- colaboração entre os integrantes da dupla.

10.11 Resultados esperados

Espera-se que, ao final da aula, os estudantes:

- compreendam a relação entre razão, proporção e medidas geométricas;
- calculem corretamente o volume de cubos;
- percebam que o volume depende de três dimensões;
- compreendam que dobrar o lado de um cubo torna o volume oito vezes maior;
- compreendam que reduzir o lado pela metade torna o volume oito vezes menor;
- utilizem o Tinkercad como recurso para visualizar e comparar sólidos;
- relacionem a atividade prática com conceitos matemáticos de proporcionalidade e volume.

10.12 Observações metodológicas

Antes da aula, recomenda-se que o professor:

- verifique o acesso ao Tinkercad;
- organize os estudantes em duplas;
- prepare a Versão do Aluno com a tabela de registros;
- retome previamente a fórmula do volume do cubo;
- prepare um exemplo visual dos três cubos, caso seja necessário demonstrar.

Durante a aula, é importante que o professor não apenas apresente os resultados, mas conduza os estudantes à investigação.

O foco da aula não é apenas calcular volumes, mas perceber a relação entre as mudanças nas medidas dos lados e as mudanças no volume.

10.13 Conclusão

A terceira aula dá continuidade à sequência didática iniciada com a visualização e modelagem dos sólidos geométricos. Depois de conhecerem e construírem formas no Tinkercad, os estudantes passam agora a analisar matematicamente as dimensões dos sólidos.

A atividade com cubos proporcionais permite compreender que a Geometria Espacial envolve relações entre medidas, escalas e volumes. Ao construir e comparar os três cubos, os estudantes percebem que o volume não varia da mesma forma que o lado, pois depende das três dimensões do sólido.

Dessa forma, a aula contribui para o desenvolvimento do raciocínio proporcional, da percepção espacial e da interpretação matemática de modelos tridimensionais.

11 PLANO DE AULA – 4ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

11.1 Identificação

Componente curricular: Matemática

Tema da aula: Porcentagem e variação das dimensões dos sólidos geométricos com apoio do GeoGebra

Duração: 50 minutos

Público-alvo: Ensino Fundamental – Anos Finais / Ensino Médio

Organização da turma: Duplas

Local: Laboratório de informática ou sala com computadores e acesso à internet

Recurso principal: GeoGebra

Recurso complementar: Tinkercad, apenas como possibilidade posterior de modelagem

Etapas da sequência: Continuação da Aula 3, aprofundando a relação entre razão, proporção, porcentagem e volume

11.2 Tema da aula

Nesta quarta aula da sequência didática, os estudantes irão investigar como alterações percentuais nas dimensões de sólidos geométricos interferem em seus volumes.

Na Aula 3, os estudantes compararam cubos proporcionais e observaram que o volume não varia da mesma forma que a medida do lado, pois depende de três dimensões. Agora, essa ideia será ampliada por meio do estudo de porcentagem aplicada às dimensões de prismas retangulares.

O GeoGebra será utilizado como ferramenta principal da aula, pois permite construir, visualizar, modificar e comparar os sólidos de forma dinâmica. A partir dele, os estudantes poderão observar como as dimensões do prisma se alteram e como essas mudanças interferem diretamente no volume.

Dessa forma, o GeoGebra não será utilizado apenas como recurso ilustrativo, mas como parte do processo de construção do conhecimento matemático.

11.3 Objetivo geral

Compreender como variações percentuais nas dimensões de prismas retangulares alteram seus volumes, utilizando o GeoGebra como ferramenta de visualização, construção e investigação matemática.

11.4 Objetivos específicos

Ao final da aula, espera-se que os estudantes sejam capazes de:

- revisar o conceito de porcentagem;
- relacionar porcentagem com razão e proporção;
- construir prismas retangulares no GeoGebra;
- identificar comprimento, largura e altura de um prisma;
- calcular o volume de prismas retangulares;
- aplicar aumentos e reduções percentuais nas dimensões dos sólidos;
- comparar volumes antes e depois das alterações;
- interpretar a variação percentual do volume;
- perceber que o volume depende da multiplicação das três dimensões;
- utilizar o GeoGebra para visualizar relações proporcionais;
- registrar cálculos, observações e conclusões na Versão do Aluno.

11.5 Conteúdos trabalhados

- Porcentagem;
- razão;
- proporção;
- prismas retangulares;
- comprimento, largura e altura;
- volume;
- variação percentual;
- escala geométrica;
- comparação entre medidas;
- visualização geométrica no GeoGebra;
- interpretação matemática de resultados.

11.6 Habilidades da BNCC

EF08MA04: Resolver problemas envolvendo porcentagens.

EF09MA07: Resolver problemas que envolvam proporcionalidade direta e inversa.

EM13MAT101: Interpretar e comparar dados matemáticos em diferentes representações.

EM13MAT406: Construir modelos matemáticos e interpretar resultados.

11.7 Metodologia

A aula será desenvolvida por meio de explicação dialogada, investigação matemática e construção visual no GeoGebra.

O professor iniciará retomando brevemente a Aula 3, na qual os estudantes observaram a relação entre lado e volume no cubo. Em seguida, apresentará uma nova situação: investigar o que acontece com o volume de um prisma retangular quando suas dimensões sofrem alterações percentuais.

O GeoGebra será utilizado para construir os prismas, modificar suas medidas e visualizar as mudanças de forma dinâmica. Os estudantes poderão comparar os sólidos construídos, observar suas dimensões e relacionar visualmente os cálculos de porcentagem com a variação do volume.

O Tinkercad não será utilizado como ferramenta principal nesta aula. Ele poderá ser mencionado apenas como possibilidade de continuidade, para uma etapa posterior de modelagem tridimensional dos sólidos estudados no GeoGebra.

11.8 Desenvolvimento da aula

11.8.1 *Retomada da Aula 3 – 5 minutos*

O professor inicia a aula retomando a investigação feita anteriormente com os cubos.

Na Aula 3, os estudantes observaram que:

- quando o lado de um cubo é reduzido pela metade, o volume fica oito vezes menor;
- quando o lado de um cubo é dobrado, o volume fica oito vezes maior;
- o volume não depende apenas de uma dimensão, mas de três dimensões.

A partir disso, o professor apresenta a pergunta central da Aula 4:

O que acontece com o volume de um prisma quando alteramos suas dimensões em porcentagem?

O professor pode explicar:

“Na aula anterior, observamos a relação entre proporção e volume usando cubos. Hoje, vamos usar o GeoGebra para visualizar prismas retangulares e investigar como aumentos e reduções percentuais nas dimensões modificam o volume.”

11.8.2 *Revisão breve sobre porcentagem – 10 minutos*

O professor realiza uma revisão simples sobre porcentagem, relacionando-a com razão e proporção.

A porcentagem pode ser apresentada como uma razão com base 100.

Exemplos:

- 50% significa metade;
- 100% de aumento significa dobrar;
- 20% de redução significa retirar 20 partes de cada 100;
- aumentar 100% uma medida de 2 cm significa transformá-la em 4 cm;
- diminuir 50% uma medida de 2 cm significa transformá-la em 1 cm.

O professor pode utilizar exemplos do cotidiano, como:

- desconto em produtos;
- aumento de preços;
- consumo de energia;
- ampliação de imagens;
- redução de medidas em uma maquete.

Em seguida, relaciona a porcentagem com a Geometria Espacial:

“Quando alteramos uma medida de um sólido em porcentagem, seu volume também muda. Mas essa mudança nem sempre é simples de perceber apenas olhando para os números. Por isso, vamos utilizar o GeoGebra para visualizar essas alterações.”

11.8.3 *Construção do prisma inicial P1 no GeoGebra – 10 minutos*

Nesta etapa, o professor orienta os estudantes a construir no GeoGebra um prisma retangular inicial, chamado **P1**.

O prisma terá as seguintes dimensões:

- $a = 2 \text{ cm}$;
- $b = 3 \text{ cm}$;
- $c = 5 \text{ cm}$.

O professor pode utilizar o ambiente 3D do GeoGebra para representar o sólido.

O volume do prisma será calculado pela fórmula:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Assim:

$$V = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$V = 30 \text{ cm}^3$$

Nesse momento, o GeoGebra será utilizado para que os estudantes observem:

- o comprimento do prisma;
- a largura;
- a altura;
- a formação do sólido no espaço;
- a relação entre as três dimensões;
- o volume como resultado da multiplicação dessas medidas.

O professor pode destacar:

“O volume não aparece separado das dimensões. Ele depende da combinação entre comprimento, largura e altura. Ao modificar uma dessas medidas, todo o volume será alterado.”

Os estudantes deverão registrar na Versão do Aluno:

- dimensões do P1;
- cálculo do volume;
- volume encontrado;
- observações sobre a forma construída no GeoGebra.

11.8.4 Construção do prisma P2 com aumento de 100% – 10 minutos

Depois da construção do prisma inicial, os estudantes deverão construir ou modificar um segundo prisma, chamado **P2**.

O P2 será obtido a partir do aumento de **100% em todas as dimensões** do P1.

O professor deve explicar:

Aumentar 100% significa dobrar a medida.

Assim:

- $a = 2 \text{ cm}$ passa para 4 cm ;
- $b = 3 \text{ cm}$ passa para 6 cm ;
- $c = 5 \text{ cm}$ passa para 10 cm .

No GeoGebra, os estudantes deverão visualizar o novo prisma com dimensões maiores e compará-lo com o P1.

O novo volume será:

$$V = 4 \cdot 6 \cdot 10$$

$$V = 240 \text{ cm}^3$$

Comparando os volumes:

- $P1 = 30 \text{ cm}^3$;
- $P2 = 240 \text{ cm}^3$.

Razão entre os volumes:

$$240 \div 30 = 8$$

Isso significa que o volume do P2 ficou **8 vezes maior** que o volume do P1.

O professor deve conduzir a discussão:

“Observem que todas as medidas foram dobradas. Porém, o volume não dobrou. Ele ficou oito vezes maior. Isso acontece porque o volume depende de três dimensões. Quando dobramos comprimento, largura e altura, multiplicamos o efeito da alteração em cada uma dessas direções.”

Perguntas para os estudantes:

- O que aconteceu com o comprimento?
- O que aconteceu com a largura?
- O que aconteceu com a altura?
- O volume apenas dobrou?
- Por que o volume aumentou tanto?
- Como o GeoGebra ajuda a visualizar essa diferença?

11.8.5 Construção do prisma P3 com reduções percentuais – 10 minutos

Na terceira construção, os estudantes irão analisar um prisma chamado **P3**, obtido a partir de alterações parciais nas dimensões do P1.

Alterações propostas:

- diminuir a dimensão a em 50%;
- manter a dimensão b constante;
- diminuir a dimensão c em 20%.

Dimensões iniciais do P1:

- $a = 2 \text{ cm}$;
- $b = 3 \text{ cm}$;
- $c = 5 \text{ cm}$.

Novas dimensões do P3:

- $a = 1 \text{ cm}$, pois 50% de 2 cm é 1 cm;
- $b = 3 \text{ cm}$, pois permanece igual;
- $c = 4 \text{ cm}$, pois reduzir 20% de 5 cm equivale a retirar 1 cm.

No GeoGebra, os estudantes deverão construir ou ajustar o prisma P3, observando como a forma fica mais estreita e menor em relação ao P1.

O volume será:

$$V = 1 \cdot 3 \cdot 4$$

$$V = 12 \text{ cm}^3$$

Comparando com o P1:

- $P1 = 30 \text{ cm}^3$;
- $P3 = 12 \text{ cm}^3$.

Razão entre os volumes:

$$12 \div 30 = 0,4$$

Isso significa que o volume do P3 corresponde a **40% do volume do P1**.

Portanto, houve uma redução de **60% no volume**.

O professor pode destacar:

“Neste caso, nem todas as dimensões foram alteradas. Uma medida foi reduzida pela metade, outra foi mantida e outra foi reduzida em 20%. Mesmo assim, o volume sofreu uma redução significativa.”

Perguntas para os estudantes:

- Qual dimensão sofreu maior redução?
- Qual dimensão permaneceu igual?
- O volume final ficou maior ou menor que o volume inicial?
- O P3 corresponde a quantos por cento do P1?
- Como o GeoGebra ajuda a perceber visualmente essa redução?

11.8.6 *Fechamento e sistematização – 5 minutos*

No final da aula, o professor conduz uma breve discussão coletiva.

Perguntas para fechamento:

- O que aconteceu com o volume quando todas as dimensões foram dobradas?
- O volume aumentou apenas 100%?
- O que aconteceu quando apenas algumas dimensões foram reduzidas?
- Qual prisma apresentou maior variação em relação ao P1?
- O que mudou mais: as dimensões ou o volume?
- Existe relação direta entre aumento linear e aumento volumétrico?

O professor sistematiza a ideia principal:

“O volume de um prisma depende da multiplicação de suas três dimensões. Por isso, quando alteramos uma ou mais medidas, mesmo que a alteração pareça pequena, o impacto no volume pode ser grande. O GeoGebra nos ajuda a visualizar essa relação, pois permite comparar os sólidos e perceber como as mudanças nas dimensões afetam a forma e o volume.”

11.8.7 Registro na Versão do Aluno

Os estudantes deverão preencher uma tabela como a seguinte:

Prisma	Dimensão a	Dimensão b	Dimensão c	Cálculo do volume	Volume
P1	2 cm	3 cm	5 cm	$2 \cdot 3 \cdot 5$	30 cm^3
P2	4 cm	6 cm	10 cm	$4 \cdot 6 \cdot 10$	240 cm^3
P3	1 cm	3 cm	4 cm	$1 \cdot 3 \cdot 4$	12 cm^3

Também deverão responder:

- O que significa aumentar uma medida em 100%?
- Qual foi o volume inicial do prisma P1?
- Qual foi o volume do prisma P2 após o aumento de 100% em todas as dimensões?
- O volume do P2 ficou quantas vezes maior que o volume do P1?
- Qual foi o volume do prisma P3?
- O volume do P3 corresponde a quantos por cento do volume do P1?
- Qual foi a redução percentual do volume do P3 em relação ao P1?
- O que o GeoGebra ajudou a visualizar nessa atividade?
- O volume aumenta ou diminui sempre na mesma proporção das medidas? Explique.

11.9 Avaliação

A avaliação será formativa e ocorrerá durante toda a aula.

O professor observará:

- participação nas discussões;
- compreensão do conceito de porcentagem;
- relação entre porcentagem, razão e proporção;
- construção e visualização dos prismas no GeoGebra;
- identificação das dimensões dos sólidos;
- cálculo correto dos volumes;
- comparação entre P1, P2 e P3;
- interpretação da variação percentual;

- argumentação matemática;
- registro das respostas na Versão do Aluno;
- colaboração entre os integrantes da dupla.

11.10 Resultados esperados

Espera-se que, ao final da aula, os estudantes:

- compreendam porcentagem como forma de representar aumentos e reduções;
- relacionem porcentagem com razão e proporção;
- calculem volumes de prismas retangulares;
- compreendam que dobrar todas as dimensões torna o volume oito vezes maior;
- percebam que reduções parciais também alteram significativamente o volume;
- utilizem o GeoGebra como ferramenta de visualização e investigação;
- compreendam que o volume depende das três dimensões do sólido;
- interpretem matematicamente os resultados obtidos;
- reconheçam que o uso de uma ferramenta dinâmica facilita a compreensão da Geometria Espacial.

11.11 Observações metodológicas

Antes da aula, recomenda-se que o professor:

- teste o acesso ao GeoGebra;
- organize os estudantes em duplas;
- prepare a tabela de registro na Versão do Aluno;
- revise previamente os conceitos de porcentagem, razão e proporção;
- prepare, se possível, um arquivo inicial no GeoGebra com prismas editáveis;
- verifique se os estudantes conseguem acessar o ambiente 3D da plataforma.

Durante a aula, é importante orientar os estudantes a observar não apenas os cálculos, mas também a mudança visual dos sólidos.

O professor pode utilizar o GeoGebra de duas formas:

- Construindo os prismas diretamente com os estudantes durante a aula.
- Utilizando um arquivo previamente preparado com controles deslizantes para alterar as dimensões a , b e c .

A segunda possibilidade facilita a visualização dinâmica, pois os estudantes conseguem perceber imediatamente como o sólido muda quando uma dimensão é aumentada ou reduzida.

O Tinkercad poderá ser retomado em outro momento da sequência, caso o professor deseje transformar os modelos matemáticos analisados no GeoGebra em objetos de modelagem 3D.

Nesta aula, porém, o foco principal será a compreensão matemática por meio da visualização no GeoGebra.

11.12 Conclusão

A quarta aula dá continuidade ao estudo iniciado na Aula 3, aprofundando a relação entre medidas, proporção, porcentagem e volume.

Nesta etapa, o GeoGebra assume papel central como ferramenta de construção do conhecimento, pois permite que os estudantes visualizem os prismas, modifiquem suas dimensões e comparem os volumes obtidos. A ferramenta favorece a passagem do cálculo abstrato para uma compreensão visual e dinâmica das relações geométricas.

Ao construir e comparar os prismas P1, P2 e P3, os estudantes percebem que o volume não varia de maneira simples ou linear em relação às dimensões. Como o volume depende da multiplicação entre comprimento, largura e altura, alterações percentuais nas medidas podem gerar grandes mudanças no resultado final.

Dessa forma, a aula contribui para o desenvolvimento do raciocínio proporcional, da interpretação percentual e da compreensão geométrica, fortalecendo a relação entre Matemática, visualização digital e investigação de situações reais.

12 PLANO DE AULA – 5ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

12.1 Identificação

Componente curricular: Matemática

Tema da aula: Impressão 3D, fatiamento e consolidação dos conhecimentos geométricos

Duração: 50 minutos

Público-alvo: Ensino Fundamental – Anos Finais / Ensino Médio

Organização da turma: Duplas

Local: Laboratório de informática, sala com projetor ou espaço com impressora 3D

Recurso principal: Software fatiador da impressora 3D

Recursos complementares: GeoGebra, Tinkercad, impressora 3D e peças impressas

Etapa da sequência: Encerramento e consolidação dos conhecimentos desenvolvidos nas aulas anteriores.

12.2 Tema da aula

Nesta quinta aula da sequência didática, os estudantes irão consolidar os conhecimentos trabalhados ao longo das aulas anteriores, relacionando Geometria Espacial, medidas, volume, proporção, porcentagem e impressão 3D.

Após a construção e análise de sólidos geométricos no GeoGebra e no Tinkercad, a proposta agora é compreender como um modelo digital pode ser preparado para se transformar em um objeto físico por meio da impressão 3D.

O foco principal da aula será o uso do software fatiador, ferramenta responsável por preparar o modelo para impressão. Por meio dele, os estudantes poderão visualizar informações importantes da peça, como:

- dimensões do objeto;
- posição na mesa de impressão;
- altura das camadas;
- preenchimento interno;
- quantidade aproximada de material;
- tempo estimado de impressão;
- volume da peça;
- suportes necessários;
- coordenadas e orientação do modelo.

Dessa forma, o fatiador será apresentado como uma ferramenta importante para a construção do conhecimento matemático, pois permite analisar, interpretar e comparar informações relacionadas às formas geométricas.

12.3 Objetivo geral

Consolidar os conhecimentos de Geometria Espacial desenvolvidos ao longo da sequência didática, relacionando modelos digitais, cálculos matemáticos e preparação de peças para impressão 3D por meio do software fatiador.

12.4 Objetivos específicos

Ao final da aula, espera-se que os estudantes sejam capazes de:

- revisar os principais conceitos estudados na sequência didática;
- relacionar sólidos geométricos com modelos digitais e objetos físicos;
- compreender a função básica de um software fatiador;
- identificar dimensões, volume, tempo e material estimado no fatiador;
- perceber a relação entre medidas, preenchimento e tempo de impressão;
- comparar o modelo digital com a peça física impressa;
- analisar possíveis diferenças entre o projeto e o objeto produzido;
- reconhecer a importância da precisão das medidas na fabricação digital;
- refletir sobre o uso da impressão 3D no ensino de Matemática;
- registrar conclusões na Versão do Aluno.

12.5 Conteúdos trabalhados

- Impressão 3D;
- modelagem tridimensional;
- software fatiador;
- sólidos geométricos;
- medidas;
- volume;
- razão e proporção;
- porcentagem;
- escalas;
- preenchimento interno;
- tempo de impressão;
- quantidade de material;

- comparação entre modelo digital e objeto físico;
- análise experimental.

12.6 Habilidades da BNCC

EM13MAT310: Resolver problemas envolvendo medições e tecnologias digitais.

EM13MAT406: Utilizar ferramentas tecnológicas para modelagem matemática.

EM13CNT301: Construir interpretações e analisar fenômenos tecnológicos.

Competência Geral 5 da BNCC – Cultura Digital: compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de forma crítica, significativa e reflexiva.

12.7 Metodologia

A aula será desenvolvida de forma prática, demonstrativa e investigativa.

O professor retomará rapidamente os conceitos estudados nas aulas anteriores e, em seguida, apresentará o software fatiador como uma etapa importante entre o modelo digital e a impressão 3D.

Os estudantes irão observar como o modelo é importado, posicionado, redimensionado e preparado para impressão. A partir das informações fornecidas pelo fatiador, irão analisar medidas, volume, tempo estimado, quantidade de material e características da peça.

Caso não seja possível imprimir todas as peças durante a aula, o professor poderá utilizar modelos já impressos anteriormente para comparação e análise.

12.8 Desenvolvimento da aula

12.8.1 *Retomada da sequência didática – 5 minutos*

O professor inicia a aula lembrando brevemente o percurso realizado nas aulas anteriores.

A turma deverá recordar que:

- na Aula 1, foi apresentada a sequência didática e os recursos digitais;
- na Aula 2, foram construídos prismas, cilindros e sólidos compostos;
- na Aula 3, foram estudadas razão, proporção e volume;
- na Aula 4, foram analisadas alterações percentuais nas dimensões dos sólidos com apoio do GeoGebra.

Em seguida, o professor apresenta a questão central da aula:

Como um modelo digital pode ser preparado para se tornar um objeto físico impresso em 3D?

12.8.2 *Apresentação do software fatiador – 10 minutos*

O professor apresenta o software fatiador da impressora 3D, explicando que ele é responsável por transformar o modelo digital em instruções para a impressora.

Nesse momento, o professor pode explicar:

“O fatiador divide a peça em várias camadas. A impressora 3D constrói o objeto camada por camada, seguindo as informações geradas pelo software.”

O professor deverá mostrar na tela:

- como importar um arquivo do modelo;
- como visualizar a peça na mesa de impressão;
- como movimentar o modelo;
- como alterar a escala;
- como observar as dimensões;
- como visualizar o tempo estimado de impressão;
- como verificar a quantidade aproximada de material;
- como observar o preenchimento interno;
- como identificar se a peça precisa de suporte.

O objetivo não é aprofundar aspectos técnicos complexos da impressão 3D, mas mostrar que o fatiador apresenta informações matemáticas importantes sobre o modelo.

12.8.3 *Análise matemática da peça no fatiador – 15 minutos*

Nesta etapa, o professor utiliza um modelo digital produzido anteriormente pelos estudantes ou um modelo preparado para demonstração.

A partir da visualização no fatiador, os estudantes deverão observar:

- comprimento;
- largura;
- altura;
- volume;
- escala;
- preenchimento;
- tempo de impressão;
- quantidade de material.

O professor deve destacar que essas informações ajudam a compreender a relação entre Matemática e fabricação digital.

Exemplo de explicação:

“Quando aumentamos a escala de uma peça, suas dimensões mudam. Como vimos nas aulas anteriores, o volume também muda. Isso interfere diretamente na quantidade de material utilizado e no tempo necessário para a impressão.”

Perguntas para os estudantes:

- O que acontece com o tempo de impressão se aumentarmos o tamanho da peça?
- O que acontece com a quantidade de material?
- Se diminuirmos a escala, o volume diminui na mesma proporção?
- O preenchimento interno interfere no gasto de material?
- A altura da camada interfere no tempo de impressão?
- Por que é importante conferir as medidas antes de imprimir?

Nesse momento, os estudantes devem perceber que o fatiador não é apenas uma ferramenta técnica, mas também uma ferramenta de leitura matemática da peça.

12.8.4 *Comparação entre modelo digital e objeto físico – 10 minutos*

O professor apresenta uma peça impressa em 3D ou uma peça previamente produzida para comparação com o modelo digital.

Os estudantes deverão observar:

- se o formato físico corresponde ao modelo digital;
- se as dimensões parecem compatíveis;
- se há diferenças visíveis;
- se há marcas das camadas;
- se a peça possui falhas ou imperfeições;
- se o preenchimento interno aparece em alguma parte;
- se houve necessidade de suporte.

Caso haja instrumentos disponíveis, como régua ou paquímetro, os estudantes poderão medir algumas dimensões da peça.

O professor pode conduzir a discussão com perguntas como:

- A peça impressa ficou igual ao modelo digital?
- As medidas conferem com o que foi planejado?
- O que pode causar pequenas diferenças entre o modelo digital e a peça física?
- A qualidade da impressão depende apenas do modelo?
- O material utilizado interfere no resultado?

Essa etapa permite discutir a diferença entre o planejamento matemático e a produção física do objeto.

12.8.5 Reflexão final e autoavaliação – 10 minutos

No encerramento, os estudantes realizam uma breve reflexão sobre a sequência didática.

O professor pode orientar as duplas a responderem na Versão do Aluno:

- O que você aprendeu sobre sólidos geométricos?
- Como o GeoGebra ajudou na visualização das formas?
- Como o Tinkercad contribuiu para a criação dos modelos digitais?
- O que o software fatiador mostrou sobre medidas, volume, tempo e material?
- O que muda quando um modelo digital se transforma em uma peça física?
- Como a impressão 3D pode ajudar na aprendizagem da Matemática?
- Qual foi a maior dificuldade durante a sequência?
- Qual foi a atividade mais interessante?

O professor finaliza destacando que a sequência permitiu estudar a Matemática de forma visual, prática e tecnológica.

12.9 Registro na Versão do Aluno

Os estudantes deverão registrar informações observadas no fatiador.

Sugestão de tabela:

Informação observada	Registro da dupla
Nome da peça analisada	
Comprimento	
Largura	
Altura	
Volume estimado	
Tempo estimado de impressão	
Quantidade de material	
Percentual de preenchimento	
Necessita de suporte?	
Observações sobre a peça	

Também deverão responder:

- O que acontece com o tempo de impressão quando a peça aumenta de tamanho?
- O que acontece com a quantidade de material quando o volume aumenta?
- O preenchimento interno altera o consumo de material?
- Por que o fatiador pode ser considerado uma ferramenta matemática?
- Quais conceitos estudados apareceram nessa etapa da impressão 3D?

12.10 Avaliação

A avaliação será processual e formativa, considerando todo o desenvolvimento da sequência didática.

O professor observará:

- participação na retomada dos conteúdos;
- envolvimento na análise do fatiador;
- interpretação das informações apresentadas pelo software;
- relação entre medidas, volume, tempo e material;
- comparação entre modelo digital e peça física;
- clareza dos registros na Versão do Aluno;
- colaboração entre os integrantes da dupla;
- reflexão crítica sobre o uso da impressão 3D na Matemática;
- autoavaliação dos estudantes.

12.11 Resultados esperados

Espera-se que, ao final da aula, os estudantes:

- compreendam o processo básico de preparação de uma peça para impressão 3D;
- reconheçam a relação entre modelo digital, fatiador e objeto físico;
- percebam que medidas e volumes influenciam o tempo de impressão;
- compreendam que o preenchimento interno interfere no uso de material;
- relacionem a impressão 3D com os conceitos de Geometria Espacial;
- percebam a utilidade do fatiador para visualizar informações matemáticas da peça;
- consolidem os conhecimentos de razão, proporção, porcentagem e volume;
- reflitam sobre a presença da Matemática em processos tecnológicos.

12.12 Observações metodológicas

Antes da aula, recomenda-se que o professor:

- teste o software fatiador;
- separe um modelo digital para demonstração;
- verifique se há peças impressas disponíveis;
- teste a impressora 3D, caso ela seja utilizada;
- prepare a tabela de registro na Versão do Aluno;
- confira se há régua ou paquímetro para medição;
- organize a turma em duplas.

Durante a aula, o professor deve destacar que o fatiador permite visualizar informações fundamentais para a produção da peça.

Entre essas informações, estão:

- coordenadas de posicionamento;
- escala do modelo;
- dimensões da peça;
- volume estimado;
- tempo de impressão;
- quantidade de filamento;
- preenchimento interno;
- altura das camadas;
- suportes;
- orientação da peça na mesa.

Esses elementos podem ser relacionados diretamente aos conteúdos matemáticos estudados, especialmente medidas, proporção, porcentagem, área e volume.

Caso não seja possível realizar a impressão durante a aula, o professor poderá utilizar a simulação do fatiador e peças previamente impressas. Assim, a atividade mantém seu caráter investigativo mesmo sem a impressão em tempo real.

12.13 Conclusão

A quinta aula encerra a sequência didática articulando os conhecimentos matemáticos desenvolvidos com o processo de impressão 3D.

Nesta etapa, o software fatiador assume papel importante na construção do conhecimento, pois permite visualizar informações que conectam o modelo digital à produção física da peça. Por meio dele, os estudantes observam dimensões, volume, escala, tempo de impressão, quantidade de material e preenchimento interno.

Essas informações mostram que a impressão 3D não envolve apenas tecnologia, mas também Matemática. Cada alteração nas dimensões da peça interfere no volume, no tempo de

fabricação e no consumo de material. Assim, os conceitos de razão, proporção, porcentagem, área e volume aparecem de forma aplicada e significativa.

Dessa forma, a sequência didática possibilita aos estudantes compreender a Geometria Espacial de maneira visual, prática e investigativa, aproximando a Matemática do cotidiano, da tecnologia digital e da fabricação de objetos reais.

13 RELATO AUTOBIOGRÁFICO DA APLICAÇÃO DA 1ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A primeira aula da sequência didática teve como objetivo apresentar aos estudantes a proposta geral do trabalho, introduzindo os conceitos iniciais de Geometria Espacial, modelagem digital e uso de tecnologias no ensino da Matemática. Esse primeiro encontro foi pensado como uma etapa de aproximação, tanto dos alunos com o conteúdo quanto deles com os recursos que seriam utilizados nas aulas seguintes, especialmente o GeoGebra, o Tinkercad e a impressão 3D.

Ao iniciar a aula, procurei apresentar a sequência didática de maneira clara e acessível, explicando que o trabalho seria desenvolvido em etapas e que, ao longo das aulas, os estudantes iriam estudar sólidos geométricos, suas medidas, áreas, volumes, razão, proporção, porcentagem e, posteriormente, o processo de preparação de modelos para impressão 3D.

Meu objetivo inicial era fazer com que os alunos compreendessem que a Matemática não seria trabalhada apenas por meio de fórmulas e cálculos, mas também por meio da visualização, da experimentação e da construção de modelos.

Durante a apresentação da proposta, percebi que a utilização de tecnologias digitais despertou curiosidade nos estudantes. Ao mencionar que seriam utilizados softwares como o GeoGebra e o Tinkercad, além da possibilidade de relacionar os modelos digitais com a impressão 3D, alguns alunos demonstraram interesse imediato, fazendo perguntas sobre como as peças seriam construídas, se poderiam criar seus próprios modelos e se os objetos poderiam realmente ser impressos. Esse momento foi importante, pois mostrou que a tecnologia poderia funcionar como elemento motivador para aproximar os estudantes do conteúdo matemático.

Em seguida, realizei uma retomada dos conhecimentos prévios sobre sólidos geométricos. Para isso, foram apresentados exemplos de formas como cubos, prismas, pirâmides, cilindros e esferas, relacionando esses sólidos com objetos do cotidiano. Busquei conduzir a discussão por meio de perguntas simples, como: “Esse sólido possui faces?”, “Onde estão as arestas?”, “Ele possui vértices?”, “Esse objeto se parece com algo que encontramos no dia a dia?”. A partir dessas perguntas, foi possível observar que os estudantes reconheciam algumas formas, principalmente cubos e cilindros, mas apresentavam dúvidas ao diferenciar poliedros de corpos redondos ou ao identificar corretamente faces, arestas e vértices.

Esse momento teve caráter diagnóstico, pois me permitiu perceber quais conceitos já estavam mais consolidados e quais ainda precisariam ser retomados nas aulas seguintes.

Alguns alunos associaram rapidamente o cubo a caixas e dados, o cilindro a latas e copos,

e a esfera a bolas. No entanto, quando foram questionados sobre elementos específicos, como arestas e vértices, parte da turma demonstrou insegurança. Essa observação foi relevante para o desenvolvimento da sequência, pois indicou a necessidade de reforçar esses conceitos durante as atividades práticas.

Na sequência, apresentei o GeoGebra como uma ferramenta de visualização geométrica. Expliquei que ele seria utilizado para observar as formas em três dimensões, permitindo girar os sólidos, visualizar suas bases, compreender melhor suas dimensões e perceber relações entre comprimento, largura e altura. Ao projetar algumas formas no ambiente 3D, os estudantes puderam perceber que a representação digital permite uma visão mais dinâmica do sólido, diferente do desenho estático no quadro ou no livro didático.

A utilização do GeoGebra nessa primeira aula foi importante porque possibilitou uma passagem inicial do abstrato para o visual. Muitos conceitos de Geometria Espacial, quando apresentados apenas no plano, tornam-se difíceis de compreender. Ao manipular visualmente os sólidos, os alunos puderam observar que um objeto tridimensional possui profundidade, além de largura e altura. Esse contato inicial contribuiu para preparar os estudantes para as próximas aulas, nas quais as dimensões dos sólidos seriam analisadas de forma mais detalhada.

Depois disso, apresentei o Tinkercad como a plataforma que seria utilizada para a modelagem tridimensional. Nesse primeiro momento, a apresentação foi apenas introdutória, com o objetivo de mostrar o ambiente da plataforma, o plano de trabalho, as formas básicas e a possibilidade de construir objetos a partir da combinação de sólidos simples. Evitei aprofundar a construção dos modelos, pois essa etapa ficaria para a segunda aula. Ainda assim, os estudantes demonstraram curiosidade ao visualizar a interface e perceber que seria possível criar formas digitais utilizando blocos, cilindros e outros sólidos.

Durante a aula, observei que o trabalho em duplas favoreceu a troca de ideias entre os estudantes. Alguns alunos discutiam entre si sobre os nomes dos sólidos, tentavam identificar exemplos no ambiente da sala e faziam relações com objetos conhecidos. Esse movimento colaborativo foi positivo, pois mostrou que a aprendizagem poderia ocorrer também por meio do diálogo entre os próprios estudantes, e não apenas pela exposição do professor.

Um aspecto importante dessa primeira aula foi a percepção de que a sequência didática precisava ser apresentada de forma gradual. Como se tratava de um primeiro contato, foi necessário organizar a explicação sem excesso de informações técnicas. Por isso, optei por apresentar os recursos digitais como ferramentas de apoio à compreensão da Matemática, e não como conteúdos isolados. O GeoGebra foi apresentado como ferramenta de visualização; o

Tinkercad, como ferramenta de modelagem; e a impressão 3D, como possibilidade de materialização dos modelos construídos.

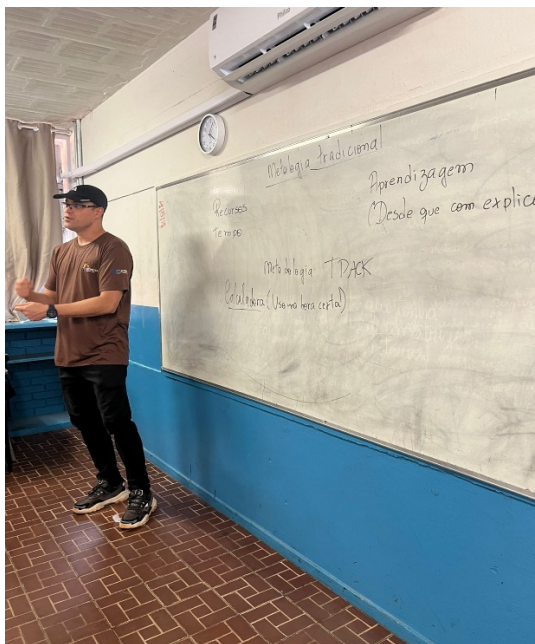
Ao final da aula, retomei com os estudantes os principais pontos trabalhados: a proposta da sequência didática, a importância da Geometria Espacial, a presença dos sólidos geométricos no cotidiano, o uso do GeoGebra para visualização e o uso do Tinkercad para modelagem. Também expliquei que, na aula seguinte, eles iniciariam a construção de prismas, cilindros e sólidos compostos, aplicando de forma prática os conceitos retomados nesse primeiro encontro.

Como reflexão sobre a aplicação da aula, considero que o encontro cumpriu seu papel introdutório, diagnóstico e motivador. A aula permitiu apresentar a proposta geral da sequência, identificar conhecimentos prévios dos estudantes e despertar interesse pelo uso de tecnologias digitais no estudo da Matemática. Foi possível perceber que a inserção de recursos visuais e digitais contribuiu para tornar o conteúdo mais próximo da realidade dos alunos, favorecendo a curiosidade e a participação.

Também observei que alguns conceitos geométricos ainda precisariam ser reforçados, principalmente a identificação de faces, arestas e vértices, bem como a diferença entre poliedros e corpos redondos. Essa constatação foi importante para orientar as intervenções nas aulas seguintes, especialmente na segunda aula, voltada à construção de prismas, cilindros e sólidos compostos.

Do ponto de vista da minha formação como futuro professor de Matemática, essa primeira aplicação foi significativa, pois mostrou a importância de planejar a aula considerando não apenas o conteúdo, mas também o modo como os estudantes se aproximam dele. A tecnologia, nesse contexto, não substituiu a explicação matemática, mas funcionou como uma ponte entre o conceito abstrato e a experiência visual e concreta.

Assim, a primeira aula representou o início de um percurso de aprendizagem no qual os estudantes foram convidados a observar, questionar, comparar e construir conhecimentos sobre Geometria Espacial. A partir dela, foi possível estabelecer a base necessária para as demais etapas da sequência didática, nas quais os conceitos de modelagem, volume, proporção, porcentagem e impressão 3D seriam aprofundados de maneira prática e investigativa.



(Apresentação da proposta para os estudantes)

13.1 RELATO AUTOBIOGRÁFICO DA APLICAÇÃO DA 2ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A segunda aula da sequência didática teve como objetivo aprofundar os conceitos iniciais apresentados na primeira aula, direcionando os estudantes para uma compreensão mais concreta das estruturas geométricas e das formas sólidas. Após a apresentação geral da proposta e o primeiro contato com os recursos digitais, essa aula marcou o início de uma etapa mais prática, na qual os alunos puderam observar, comparar e construir sólidos geométricos com apoio do GeoGebra e do Tinkercad.

Ao iniciar a aula, retomei brevemente o que havia sido trabalhado no primeiro encontro. Relembrei com os estudantes que a sequência didática tinha como finalidade estudar a Geometria Espacial por meio de ferramentas digitais, relacionando conceitos matemáticos com visualização, modelagem e, posteriormente, impressão 3D. Essa retomada foi importante para situar os alunos dentro da continuidade da proposta, evitando que a segunda aula fosse compreendida como uma atividade isolada.

Expliquei que, naquele momento, o foco seria compreender melhor as características das formas sólidas, especialmente prismas, cilindros e sólidos compostos. Destaquei que a Geometria Espacial exige uma forma diferente de olhar para os objetos, pois não trabalhamos apenas com comprimento e largura, como nas figuras planas, mas também com altura,

profundidade e volume. A partir dessa explicação, os estudantes foram convidados a observar os sólidos como objetos que ocupam lugar no espaço.

No primeiro momento da aula, utilizei exemplos de sólidos geométricos para retomar conceitos como faces, arestas, vértices, bases e superfícies curvas. Durante essa etapa, percebi que alguns estudantes já conseguiam reconhecer formas como cubos, prismas e cilindros a partir de exemplos do cotidiano, como caixas, latas, copos, embalagens e construções. Entretanto, ainda havia dúvidas quando era necessário nomear corretamente os elementos de cada sólido. Alguns alunos identificavam as faces com facilidade, mas apresentavam insegurança ao diferenciar arestas e vértices.

Essa dificuldade foi importante para a condução da aula, pois mostrou a necessidade de trabalhar os conceitos de maneira visual e prática. Ao invés de apenas apresentar definições, procurei conduzir a explicação por meio da observação. Mostrei que as faces são as partes planas do sólido, que as arestas aparecem no encontro entre duas faces e que os vértices são os pontos de encontro das arestas. No caso do cilindro, chamei a atenção para o fato de que ele possui bases circulares e superfície lateral curva, mas não possui vértices como um prisma.

Em seguida, utilizei o GeoGebra como ferramenta de apoio para a visualização das formas geométricas. O objetivo foi permitir que os estudantes observassem os sólidos em diferentes posições, girando a figura e percebendo melhor suas dimensões. Essa etapa foi fundamental porque muitos alunos demonstraram compreender melhor os conceitos quando puderam visualizar o sólido em movimento. Ao observar um prisma no ambiente tridimensional, eles conseguiram perceber com mais clareza a presença da altura, da largura e da profundidade.

O GeoGebra contribuiu para aproximar o conceito matemático da visualização espacial. Durante a manipulação das formas, os estudantes perceberam que um sólido não pode ser compreendido apenas por uma vista frontal. Foi necessário girar, observar de cima, de lado e em perspectiva para compreender sua estrutura. Essa visualização ajudou a reforçar a diferença entre figuras planas e sólidos geométricos, aspecto essencial para o desenvolvimento das próximas aulas da sequência.

Após essa etapa de visualização, passei para a apresentação prática no Tinkercad. Expliquei que, enquanto o GeoGebra auxiliava na compreensão matemática e visual das formas, o Tinkercad permitiria a construção dos modelos tridimensionais. Essa transição foi importante porque possibilitou aos estudantes partir da observação das formas para a sua construção digital.

No Tinkercad, demonstrei inicialmente como inserir um cubo no plano de trabalho e como alterar suas dimensões para transformá-lo em um prisma retangular. Expliquei que o

cubo poderia ser modificado em comprimento, largura e altura, mantendo sua característica de sólido geométrico. Os estudantes puderam perceber que, ao alterar as medidas, a forma do sólido mudava, mas continuava sendo um prisma. Essa observação foi importante para que compreendessem que os sólidos podem possuir diferentes dimensões, sem deixar de pertencer a uma determinada classificação geométrica.

Em seguida, apresentei a construção de um cilindro. Mostrei como inserir a forma, alterar sua altura e modificar o tamanho da base. Durante essa demonstração, retomei a comparação entre prismas e cilindros. Perguntei aos estudantes se o cilindro possuía faces laterais planas, arestas e vértices. A partir das respostas, foi possível reforçar que o cilindro se diferencia dos prismas por possuir superfície curva e bases circulares.

Na atividade prática, os estudantes trabalharam em duplas, conforme o planejamento da aula.

Cada dupla foi orientada a construir um prisma de base retangular, um cilindro e, posteriormente, um sólido composto. O trabalho em duplas favoreceu a colaboração, pois os alunos discutiam entre si as medidas, a posição das formas e as características dos objetos que estavam criando. Em alguns momentos, um estudante manipulava o computador enquanto o outro registrava as informações ou sugeria ajustes no modelo.

Durante a construção do prisma, observei que os estudantes conseguiram compreender melhor a relação entre as dimensões do sólido. Ao modificar o comprimento, a largura e a altura no Tinkercad, eles passaram a perceber que essas medidas definem a forma e o tamanho do objeto. Essa atividade também permitiu retomar a identificação das faces, arestas e vértices de forma mais concreta, pois o sólido estava sendo construído e manipulado por eles.

Na construção do cilindro, os estudantes demonstraram interesse ao relacionar a forma com objetos do cotidiano. Alguns associaram o cilindro a latas, copos, canos e colunas. Essa associação foi importante porque mostrou que os conceitos geométricos estavam sendo relacionados com experiências reais. A Geometria Espacial deixou de aparecer apenas como conteúdo escolar e passou a ser percebida como parte da realidade material dos estudantes.

A etapa da construção do sólido composto foi uma das mais significativas da aula. Nesse momento, os estudantes foram incentivados a combinar formas simples para criar um objeto maior. Algumas duplas criaram estruturas semelhantes a torres, mesas, casas e objetos formados por blocos e cilindros. Essa atividade permitiu trabalhar a ideia de composição geométrica, mostrando que formas complexas podem ser construídas a partir da união de sólidos simples.

Durante essa etapa, procurei circular pela sala e fazer intervenções por meio de perguntas. Perguntei, por exemplo: “Quais sólidos vocês utilizaram nessa construção?”, “Esse objeto foi formado por prismas, cilindros ou pelos dois?”, “Qual parte representa a base?”, “O que

acontece se vocês aumentarem a altura dessa forma?”. Essas perguntas ajudaram os estudantes a refletir sobre suas próprias construções e a relacionar a atividade prática com os conceitos matemáticos.

Também foi possível observar algumas dificuldades técnicas no uso do Tinkercad, principalmente em relação ao alinhamento das formas, ao redimensionamento e à movimentação dos objetos no plano de trabalho. Essas dificuldades foram esperadas, pois a turma ainda estava se familiarizando com a plataforma. Nesses momentos, procurei auxiliar sem retirar o protagonismo dos estudantes, orientando os comandos necessários e incentivando que tentassem novamente.

Outro ponto importante da aula foi a introdução da ideia de agrupamento e de volume negativo. Expliquei que o agrupamento permite unir diferentes formas, transformando-as em um único modelo. Já o volume negativo permite retirar partes de um sólido, criando furos, encaixes ou recortes. Embora essa função tenha sido apresentada de maneira inicial, alguns estudantes demonstraram curiosidade ao perceber que uma forma poderia ser usada não apenas para acrescentar material, mas também para retirar uma parte do objeto.

Essa discussão foi relevante porque introduziu a noção de decomposição geométrica. A partir dela, os estudantes começaram a compreender que um objeto pode ser analisado tanto pela união de formas quanto pela retirada de partes. Essa ideia será importante nas etapas posteriores da sequência, especialmente quando forem trabalhados volume, porcentagem, escalas e preparação para impressão 3D.

Ao final da aula, algumas duplas compartilharam rapidamente os modelos construídos. Durante essa socialização, os estudantes foram convidados a explicar quais sólidos haviam utilizado e como haviam organizado suas formas. Esse momento foi importante para desenvolver a comunicação matemática, pois os alunos precisaram nomear os sólidos, justificar suas escolhas e apresentar suas construções aos colegas.

Na sistematização final, retomei os principais conceitos trabalhados: prismas, cilindros, faces, arestas, vértices, bases, superfícies curvas, composição e decomposição geométrica. Reforcei que a modelagem digital possibilita visualizar e construir formas que, muitas vezes, são difíceis de compreender apenas por meio de desenhos no quadro ou no livro didático.

Também expliquei que, nas próximas aulas, os modelos construídos serviriam de base para estudos envolvendo razão, proporção, porcentagem, volume e impressão 3D.

Como reflexão sobre a aplicação da segunda aula, considero que a atividade cumpriu um papel essencial na sequência didática. Ela possibilitou aos estudantes passar da observação inicial para a construção prática dos sólidos, favorecendo uma aprendizagem mais ativa e significativa.

O uso combinado do GeoGebra e do Tinkercad contribuiu para que os alunos compreendessem as formas geométricas de maneira mais visual, dinâmica e concreta.

O GeoGebra foi importante para a visualização das formas e para a compreensão inicial das estruturas geométricas. Já o Tinkercad permitiu que os estudantes construíssem seus próprios modelos, explorando dimensões, posições e combinações entre sólidos. Essa articulação entre visualização e modelagem fortaleceu o desenvolvimento do raciocínio espacial e aproximou a Matemática de uma prática tecnológica.

Também percebi que a aula favoreceu a participação dos estudantes. O caráter prático da atividade despertou interesse e permitiu que os alunos se envolvessem de forma mais ativa. Mesmo aqueles que inicialmente demonstravam insegurança em relação aos conceitos geométricos passaram a participar quando puderam manipular as formas e construir seus próprios objetos.

Do ponto de vista pedagógico, a aplicação dessa aula reforçou a importância de trabalhar a Geometria Espacial por meio de diferentes representações. A explicação oral, os objetos concretos, a visualização no GeoGebra e a modelagem no Tinkercad se complementaram, oferecendo aos estudantes diferentes caminhos para compreender o mesmo conceito.

Assim, a segunda aula representou uma etapa fundamental da sequência didática, pois consolidou os conceitos necessários para compreender melhor as estruturas geométricas e as formas sólidas. A partir dela, os estudantes passaram a ter uma base mais concreta para avançar nos estudos de volume, proporção, porcentagem e impressão 3D, que seriam desenvolvidos nas aulas seguintes.



(Dinâmica no laboratório de tecnologia)

13.2 RELATO AUTOBIOGRÁFICO DA APLICAÇÃO DA 3ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A terceira aula da sequência didática teve como objetivo aprofundar os conhecimentos desenvolvidos nas aulas anteriores, especialmente no que se refere à compreensão das dimensões dos sólidos geométricos e à relação entre medidas, razão, proporção e volume. Após a apresentação inicial da proposta na primeira aula e a construção de prismas, cilindros e sólidos compostos na segunda aula, essa terceira atividade representou um momento importante de avanço conceitual, pois os estudantes passaram a analisar matematicamente as formas construídas.

Ao iniciar a aula, retomei brevemente o percurso já realizado com a turma. Relembrei que, nas aulas anteriores, havíamos estudado os sólidos geométricos, suas características principais, como faces, arestas, vértices, bases e superfícies curvas, além da construção de formas no ambiente digital. Expliquei que, naquele momento, deixaríamos de observar apenas a forma externa dos sólidos para investigar como suas medidas interferem diretamente no volume.

Essa retomada foi importante para situar os estudantes dentro da continuidade da sequência didática. Procurei mostrar que a terceira aula não era uma atividade isolada, mas uma continuidade natural do trabalho anterior. Se na segunda aula os estudantes haviam construído sólidos e reconhecido suas características geométricas, agora eles iriam comparar medidas, estabelecer relações proporcionais e compreender como alterações no lado de um cubo modificam seu volume.

No primeiro momento da aula, realizei uma revisão dialogada sobre os conceitos de razão e proporção. Utilizei exemplos simples do cotidiano para aproximar o conteúdo da realidade dos estudantes, como receitas, mapas, ampliação de imagens e comparação entre tamanhos de objetos. Expliquei que razão é uma forma de comparar duas grandezas e que proporção aparece quando há uma relação de equivalência entre essas comparações.

Durante essa explicação, percebi que alguns estudantes já tinham familiaridade com a ideia de proporção em situações cotidianas, como dobrar uma receita ou reduzir uma imagem. No entanto, quando essa noção foi relacionada aos sólidos geométricos, surgiram dúvidas importantes. Alguns alunos inicialmente pensavam que, ao dobrar o lado de um cubo, o volume também dobraria. Essa percepção inicial foi bastante significativa, pois revelou uma hipótese comum e serviu como ponto de partida para a investigação da aula.

Após a revisão conceitual, apresentei a pergunta central da atividade: “O que acontece com o volume de um cubo quando alteramos a medida do seu lado?”. A partir dessa questão, expliquei que iríamos construir e comparar três cubos no Tinkercad, observando suas dimensões e calculando seus volumes. O objetivo era fazer com que os estudantes percebessem, por meio da modelagem digital e dos cálculos, que o volume não varia da mesma forma que uma medida linear.

A primeira construção foi o Cubo 1, que deveria ter volume igual a 64 cm^3 . Antes de acessar diretamente a plataforma, conduzi os estudantes a pensar sobre qual deveria ser a medida do lado desse cubo. Retomei a fórmula do volume do cubo, explicando que o volume é calculado pela multiplicação do lado por ele mesmo três vezes, ou seja, $V = l^3$. A partir disso, os estudantes foram orientados a resolver a relação $64 = l^3$, concluindo que o lado do cubo deveria medir 4 cm.

Esse momento foi importante porque permitiu relacionar a fórmula matemática com a construção geométrica. Os estudantes perceberam que a medida do lado não foi escolhida aleatoriamente, mas determinada a partir do volume desejado. Em seguida, acessaram o Tinkercad e construíram o Cubo 1 com lado de 4 cm, registrando a medida e o volume na Versão do Aluno.

Durante essa construção, observei que os estudantes começaram a compreender melhor a relação entre a medida do lado e o espaço ocupado pelo sólido. O ambiente digital permitiu que visualizassem o cubo como uma forma tridimensional, e não apenas como um desenho no papel. Isso contribuiu para fortalecer a percepção espacial e preparar a comparação com os próximos cubos.

Na segunda etapa da atividade, os estudantes foram orientados a construir o Cubo 2, cuja razão entre os lados deveria ser 1:2 em relação ao Cubo 1. Expliquei que, se o Cubo 1 possuía lado de 4 cm, o Cubo 2 deveria ter lado de 2 cm, ou seja, metade da medida do primeiro cubo. Após a construção, os alunos calcularam o volume do Cubo 2, obtendo 8 cm^3 . Nesse momento, conduzi uma discussão com a turma para comparar os dois cubos. Perguntei se o lado do Cubo 2 era metade do lado do Cubo 1 e se o volume também correspondia à metade. Muitos estudantes perceberam, ao comparar os valores, que isso não acontecia. O Cubo 1 possuía volume de 64 cm^3 , enquanto o Cubo 2 possuía volume de 8 cm^3 . Assim, o volume do Cubo 2 era oito vezes menor que o volume do Cubo 1.

Essa descoberta provocou surpresa em parte da turma. Alguns alunos comentaram que imaginavam que, ao reduzir o lado pela metade, o volume também seria reduzido pela metade. Esse momento foi muito significativo, pois evidenciou a diferença entre uma variação linear e uma variação volumétrica. A construção no Tinkercad ajudou a tornar essa diferença mais visível, pois os estudantes puderam observar que o cubo menor ocupava muito menos espaço do que inicialmente imaginavam.

Em seguida, passamos para a construção do Cubo 3. A proposta era construir um cubo com lado igual ao dobro do lado do Cubo 1. Como o Cubo 1 possuía lado de 4 cm, o Cubo 3 deveria ter lado de 8 cm. Os estudantes construíram o novo cubo no Tinkercad e calcularam seu volume, chegando ao resultado de 512 cm^3 .

Ao comparar o Cubo 3 com o Cubo 1, retomamos a mesma discussão: se o lado dobrou, o volume também dobrou? Os estudantes verificaram que não. O volume passou de 64 cm^3 para 512 cm^3 , ou seja, ficou oito vezes maior. Essa comparação ajudou a consolidar a ideia de que o volume depende de três dimensões. Quando dobramos o lado de um cubo, dobramos o comprimento, a largura e a altura ao mesmo tempo, o que faz o volume aumentar de forma muito mais intensa.

Durante a aula, procurei enfatizar que essa relação é fundamental para compreender as formas sólidas. Diferentemente de uma medida linear, que envolve apenas uma direção, o volume envolve três dimensões. Por isso, qualquer alteração no lado de um cubo interfere no

espaço ocupado pelo sólido como um todo. Essa explicação foi retomada diversas vezes, sempre articulando cálculo, visualização e comparação entre os modelos digitais.

O trabalho em duplas contribuiu para o desenvolvimento da atividade. Os estudantes discutiam entre si as medidas, conferiam os cálculos e comparavam os resultados. Em algumas duplas, um estudante ficava responsável por manipular o Tinkercad enquanto o outro registrava as informações na Versão do Aluno. Essa organização favoreceu a colaboração e permitiu que os alunos compartilhassem dúvidas e estratégias.

Durante a aplicação, observei algumas dificuldades. Parte dos estudantes teve dúvidas em relação ao cálculo da potência, especialmente ao interpretar a expressão l^3 . Foi necessário retomar que elevar ao cubo significa multiplicar a medida por ela mesma três vezes. Também houve dúvidas quanto à ideia de razão entre volumes. Para auxiliar, utilizei comparações simples, perguntando quantas vezes o volume maior continha o volume menor. Essa estratégia ajudou os alunos a compreender melhor a relação entre os valores encontrados.

Outra dificuldade apareceu na conversão das medidas para uso no ambiente digital. Como o Tinkercad trabalha com medidas em milímetros, foi necessário orientar os estudantes sobre a equivalência entre centímetros e milímetros. Expliquei que 1 cm corresponde a 10 mm, de modo que 4 cm equivalem a 40 mm, 2 cm equivalem a 20 mm e 8 cm equivalem a 80 mm. Essa explicação também foi importante para relacionar a Matemática com a precisão necessária na modelagem digital.

Ao longo da aula, percebi que o uso do Tinkercad favoreceu uma compreensão mais concreta da proporcionalidade. Os estudantes não apenas calcularam os volumes, mas puderam visualizar as diferenças entre os cubos. Essa visualização foi essencial para que percebessem que uma pequena alteração na medida do lado pode provocar uma grande alteração no volume. A modelagem digital, nesse sentido, funcionou como uma ferramenta de investigação matemática.

No momento final, realizamos uma socialização das conclusões. Perguntei aos estudantes o que havia acontecido com o volume quando o lado foi reduzido pela metade e quando foi dobrado. As respostas demonstraram que a turma começou a compreender a ideia central da aula: o volume não varia na mesma proporção que a medida do lado, pois depende da multiplicação das três dimensões.

Na sistematização, destaquei que o Cubo 2, com lado 2 cm, possuía volume de 8 cm^3 ; o Cubo 1, com lado 4 cm, possuía volume de 64 cm^3 ; e o Cubo 3, com lado 8 cm, possuía volume de 512 cm^3 . A partir desses resultados, ficou evidente que, ao dobrar o lado, o volume fica oito vezes maior, e ao reduzir o lado pela metade, o volume fica oito vezes menor.

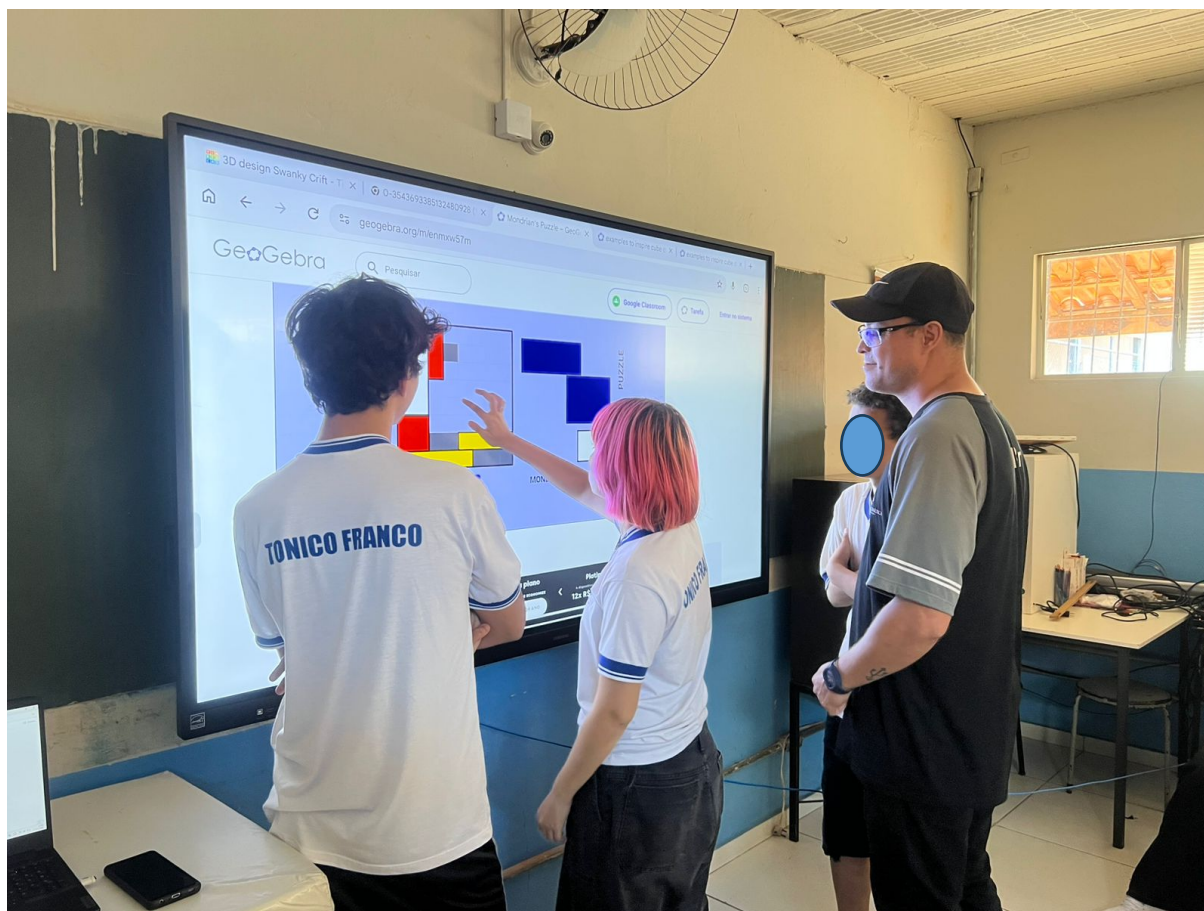
Como reflexão sobre a aplicação da terceira aula, considero que a atividade foi muito importante para consolidar a relação entre Geometria Espacial e proporcionalidade. Os estudantes puderam perceber que o estudo dos sólidos geométricos não se limita à identificação de suas formas, mas envolve também a análise de suas medidas e do espaço que ocupam.

A aula também mostrou que a visualização digital pode contribuir para superar dificuldades comuns no ensino de volume. Quando o conteúdo é apresentado apenas por meio de fórmulas, muitos estudantes tendem a memorizar procedimentos sem compreender o significado das relações. Com o apoio do Tinkercad, foi possível associar cálculo e representação visual, tornando a aprendizagem mais significativa.

Do ponto de vista da minha prática pedagógica, essa aula reforçou a importância de conduzir os estudantes por meio de perguntas investigativas. Em vez de apenas informar que o volume aumenta oito vezes quando o lado dobra, procurei fazer com que os próprios alunos chegassem a essa conclusão por meio da construção, do cálculo e da comparação dos cubos. Essa postura favoreceu o protagonismo dos estudantes e tornou a aula mais participativa. Também percebi que a atividade contribuiu para desenvolver o pensamento matemático dos estudantes, especialmente no que se refere à interpretação de relações proporcionais. A comparação entre os cubos permitiu que eles compreendessem melhor a diferença entre crescimento linear e crescimento volumétrico, conceito essencial para as próximas etapas da sequência didática, especialmente para a aula sobre porcentagem e variação das dimensões dos sólidos.

Assim, a terceira aula cumpriu seu papel dentro da sequência didática. Ela deu continuidade ao trabalho iniciado nas aulas anteriores e possibilitou que os estudantes avançassem da construção das formas para a análise matemática de suas dimensões. Ao relacionar razão, proporção e volume por meio da modelagem 3D, a atividade contribuiu para uma compreensão mais profunda das estruturas geométricas e das formas sólidas.

A partir dessa aula, os estudantes passaram a ter uma base mais consistente para compreender que alterações nas medidas de um sólido interferem diretamente em seu volume. Essa compreensão será fundamental para a continuidade da sequência, quando serão analisadas variações percentuais, escalas, preparação de modelos para impressão 3D e comparação entre modelos digitais e objetos físicos.



(Atividade de decomposição das formas geométricas, utilizando GeoGebra)

13.3 RELATO AUTOBIOGRÁFICO DA APLICAÇÃO DA 4ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A quarta aula da sequência didática teve como objetivo aprofundar a compreensão dos estudantes sobre as relações entre porcentagem, razão, proporção e volume de sólidos geométricos. Após a terceira aula, na qual os alunos investigaram a variação do volume de cubos a partir da alteração proporcional de suas medidas, esta nova atividade buscou ampliar essa discussão por meio da análise de prismas retangulares com alterações percentuais em suas dimensões.

Ao iniciar a aula, retomei brevemente o percurso desenvolvido até aquele momento. Relembrei que, nas primeiras aulas, os estudantes tiveram contato com os sólidos geométricos, suas características e formas de representação. Também recordei que, na terceira aula, havíamos observado que o volume de um cubo não varia da mesma maneira que a medida do seu lado, pois o volume depende de três dimensões. Essa retomada foi importante para estabelecer

continuidade entre as aulas e para mostrar que a atividade daquele dia era uma ampliação da investigação anterior.

Expliquei aos estudantes que, naquela aula, o foco seria compreender o que acontece com o volume de um prisma retangular quando suas dimensões sofrem aumentos ou reduções percentuais. Para isso, utilizaríamos o GeoGebra como principal ferramenta de visualização e construção do conhecimento matemático. Destaquei que o GeoGebra não seria utilizado apenas para mostrar figuras prontas, mas para permitir que os estudantes observassem, comparassem e analisassem as mudanças nas formas geométricas.

No primeiro momento da aula, realizei uma revisão dialogada sobre porcentagem, relacionando esse conceito com razão e proporção. Expliquei que a porcentagem pode ser compreendida como uma razão com base 100, utilizando exemplos simples, como 50% representando metade, 100% de aumento representando o dobro e 20% de redução significando a retirada de 20 partes em cada 100. Para aproximar o conteúdo da realidade dos estudantes, utilizei situações do cotidiano, como descontos em produtos, aumento de preços, ampliação de imagens e redução de medidas em maquetes.

Durante essa revisão, percebi que os estudantes já reconheciam a porcentagem em situações práticas, principalmente em exemplos ligados a compras, promoções e notas escolares. No entanto, quando relacionei a porcentagem às dimensões de um sólido geométrico, surgiram dúvidas importantes. Alguns estudantes inicialmente acreditavam que, se todas as medidas de um sólido fossem aumentadas em 100%, o volume também aumentaria apenas 100%. Essa hipótese foi importante para o desenvolvimento da aula, pois serviu como ponto de partida para a investigação.

Em seguida, apresentei a pergunta central da atividade: “O que acontece com o volume de um prisma quando alteramos suas dimensões em porcentagem?”. Expliquei que responderíamos a essa pergunta por meio da construção e comparação de três prismas retangulares no GeoGebra, identificados como P1, P2 e P3. Cada prisma representaria uma situação diferente de variação dimensional.

A primeira construção foi o prisma P1, utilizado como referência inicial da atividade. Orientei os estudantes a observarem suas três dimensões: comprimento, largura e altura. O prisma foi apresentado com as medidas $a = 2$ cm, $b = 3$ cm e $c = 5$ cm. A partir dessas medidas, retomamos a fórmula do volume do prisma retangular, dada pela multiplicação entre suas três dimensões: $V = a \cdot b \cdot c$. Assim, os estudantes calcularam o volume inicial do prisma P1: $V = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ cm³.

Nesse momento, o GeoGebra teve papel fundamental. Ao visualizar o prisma no ambiente tridimensional, os estudantes puderam perceber que o volume não é uma informação isolada, mas está diretamente ligado à combinação entre comprimento, largura e altura. A ferramenta permitiu girar a forma, observar suas faces, analisar suas dimensões e compreender melhor o espaço ocupado pelo sólido.

Depois da construção e análise do P1, passei para o prisma P2. Expliquei que o P2 seria obtido a partir de um aumento de 100% em todas as dimensões do P1. Antes de fazer a alteração no GeoGebra, perguntei aos estudantes o que significava aumentar uma medida em 100%. Após a discussão, retomamos a ideia de que aumentar 100% significa dobrar a medida inicial. Assim, as dimensões do P1, que eram 2 cm, 3 cm e 5 cm, passaram para 4 cm, 6 cm e 10 cm no prisma P2.

Ao visualizar o P2 no GeoGebra, os estudantes perceberam imediatamente que o novo prisma era muito maior que o primeiro. Essa comparação visual foi muito importante, pois permitiu que a turma observasse que a ampliação do sólido não ocorria apenas em uma direção, mas em três direções ao mesmo tempo. O comprimento dobrou, a largura dobrou e a altura também dobrou.

Em seguida, os estudantes calcularam o volume do P2: $V = 4 \cdot 6 \cdot 10 = 240 \text{ cm}^3$. Ao comparar esse resultado com o volume do P1, que era 30 cm^3 , verificamos que o volume do P2 ficou oito vezes maior. Esse resultado chamou bastante atenção dos estudantes, pois muitos esperavam que o volume apenas dobrasse. A visualização no GeoGebra ajudou a compreender que o aumento de 100% nas três dimensões gera um efeito multiplicativo no volume.

Durante a discussão, destaquei que o volume não aumenta de forma linear quando todas as dimensões são modificadas ao mesmo tempo. Expliquei que, como o volume depende da multiplicação das três medidas, qualquer alteração em cada uma delas interfere no resultado final. Nesse caso, como cada dimensão foi dobrada, o volume foi multiplicado por $2 \cdot 2 \cdot 2$, ou seja, por 8.

Essa etapa foi uma das mais significativas da aula, pois permitiu aos estudantes relacionar porcentagem, proporção e volume de forma visual e concreta. O GeoGebra possibilitou que eles observassem a diferença entre os prismas e associassem a imagem ao cálculo realizado. Essa relação entre visualização e cálculo contribuiu para tornar o conceito mais compreensível.

Na sequência, trabalhamos com o prisma P3, que apresentava alterações parciais nas dimensões do P1. Expliquei que, nessa situação, nem todas as medidas seriam modificadas da mesma maneira. A dimensão a seria reduzida em 50%, a dimensão b permaneceria constante

e a dimensão c seria reduzida em 20%. Com isso, partindo das dimensões iniciais do P1, obtivemos para o P3 as seguintes medidas: $a = 1$ cm, $b = 3$ cm e $c = 4$ cm.

Antes de calcular o volume, utilizei novamente o GeoGebra para que os estudantes visualizassem o novo prisma. Foi possível observar que o P3 ficava menor que o P1, mas não desaparecia proporcionalmente em todas as direções. Uma dimensão havia sido reduzida pela metade, outra havia permanecido igual e outra havia sofrido uma redução menor. Essa visualização ajudou os estudantes a compreender que alterações parciais também modificam o volume, mas de maneira diferente de uma ampliação ou redução uniforme.

Em seguida, calculamos o volume do P3: $V = 1 \cdot 3 \cdot 4 = 12$ cm³. Comparando com o volume do P1, que era 30 cm³, os estudantes perceberam que o volume do P3 correspondia a 40% do volume inicial. Assim, concluímos que houve uma redução de 60% no volume em relação ao P1.

Esse resultado permitiu uma discussão importante sobre o impacto de cada dimensão no volume. Perguntei aos estudantes qual alteração havia causado maior impacto e como a manutenção de uma das dimensões interferia no resultado final. As respostas mostraram que eles começaram a perceber o volume como uma relação entre medidas, e não apenas como um número obtido por fórmula.

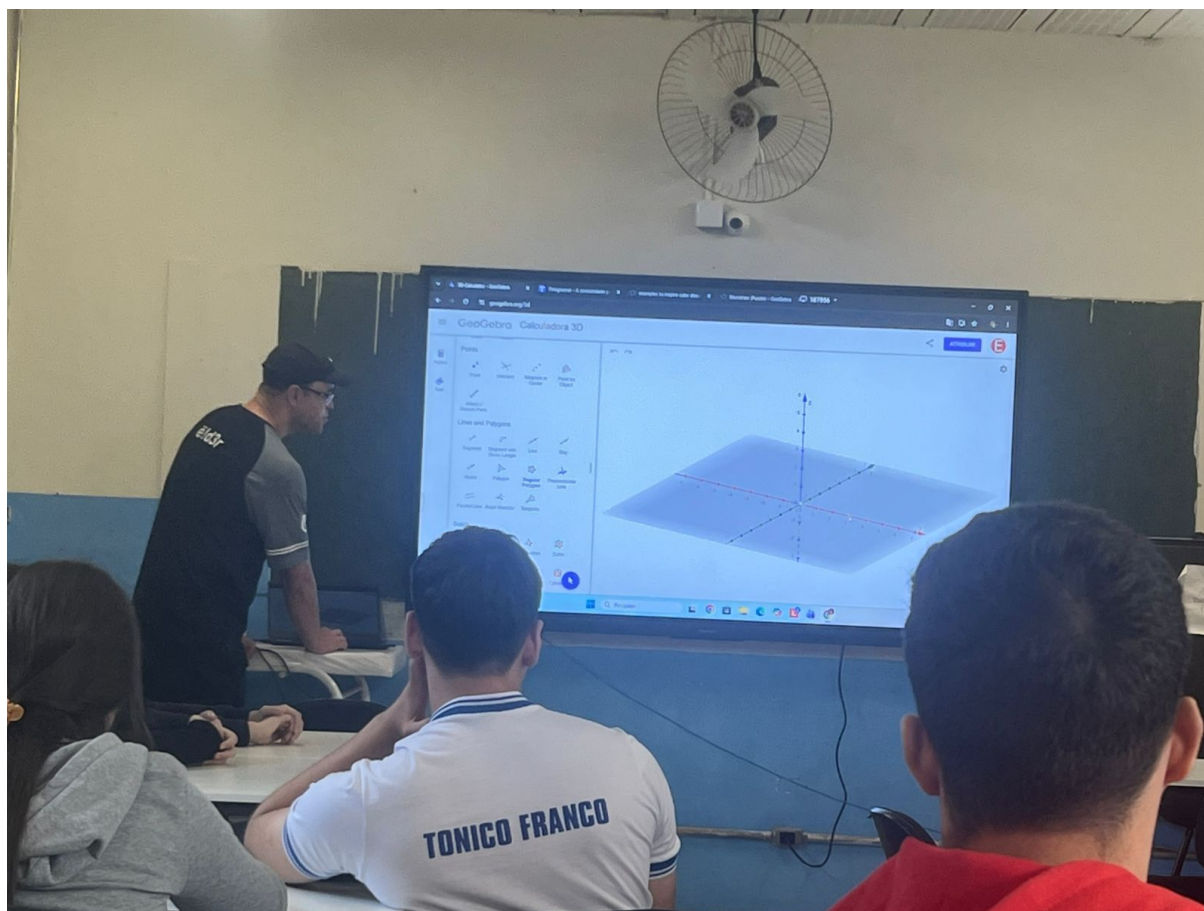
Ao longo da aula, procurei conduzir as explicações por meio de perguntas investigativas. Em vez de apresentar diretamente todas as conclusões, incentivei os estudantes a observar os sólidos, comparar os valores e levantar hipóteses. Perguntei, por exemplo: “O volume aumentou na mesma proporção que as medidas?”, “O que mudou mais: as dimensões ou o volume?”, “Por que o P2 ficou oito vezes maior?”, “Como o GeoGebra ajuda a perceber essas diferenças?”.

Essas perguntas contribuíram para a participação dos estudantes e para a construção coletiva do conhecimento. Alguns alunos demonstraram surpresa ao perceber que o aumento percentual das dimensões tinha um impacto muito maior no volume. Outros conseguiram relacionar essa ideia com situações reais, como caixas, embalagens, reservatórios e objetos que, ao serem ampliados, passam a ocupar muito mais espaço e utilizar mais material.

O trabalho em duplas também favoreceu o desenvolvimento da aula. Os estudantes discutiam os cálculos, comparavam suas respostas e observavam juntos os prismas no GeoGebra. Em algumas duplas, um aluno acompanhava a visualização enquanto o outro registrava os valores na Versão do Aluno. Essa organização contribuiu para a colaboração e para a troca de ideias durante a atividade.

Durante a aplicação, observei algumas dificuldades. A principal delas foi a interpretação das reduções percentuais. Alguns estudantes apresentaram dúvidas ao calcular 50% de 2 cm e

20% de 5 cm. Foi necessário retomar o significado de porcentagem como parte de um todo e mostrar passo a passo que reduzir 50% de 2 cm significa retirar metade, resultando em 1 cm, e que reduzir 20% de 5 cm significa retirar 1 cm, resultando em 4 cm.



(Utilizando o GeoGebra para desenvolver sólidos geométricos tridimensionais)

Outra dificuldade apareceu na comparação entre os volumes. Alguns estudantes conseguiam calcular os valores, mas tinham dificuldade em interpretar o que significava dizer que um volume era oito vezes maior ou correspondia a 40% de outro. Para auxiliar, utilizei comparações simples e retomei a ideia de razão entre os volumes. Essa mediação foi importante para que os cálculos não ficassem desconectados da interpretação matemática.

A utilização do GeoGebra como ferramenta principal foi muito positiva. A possibilidade de visualizar os prismas em três dimensões, alterar suas medidas e comparar suas formas ajudou os estudantes a compreender melhor os conceitos envolvidos. A ferramenta tornou visível

aquilo que, em muitos momentos, fica restrito ao cálculo abstrato. Dessa forma, o GeoGebra funcionou como um recurso de investigação, permitindo que os alunos percebessem a relação entre porcentagem, proporção e volume.

Ao final da aula, realizamos uma sistematização coletiva. Retomei os três prismas construídos e os resultados obtidos. O P1 foi considerado o prisma inicial, com volume de 30 cm^3 . O P2, com todas as dimensões aumentadas em 100%, apresentou volume de 240 cm^3 , ou seja, oito vezes maior. O P3, com reduções parciais nas dimensões, apresentou volume de 12 cm^3 , correspondendo a 40% do volume inicial.

Na conclusão com a turma, destaquei que o volume de um sólido depende da multiplicação de suas dimensões. Por isso, alterações percentuais nas medidas podem gerar mudanças significativas no volume. Essa compreensão é fundamental para situações reais que envolvem construção, fabricação, armazenamento, embalagens e impressão 3D, pois qualquer mudança nas medidas de um objeto interfere diretamente no espaço ocupado e na quantidade de material necessária.

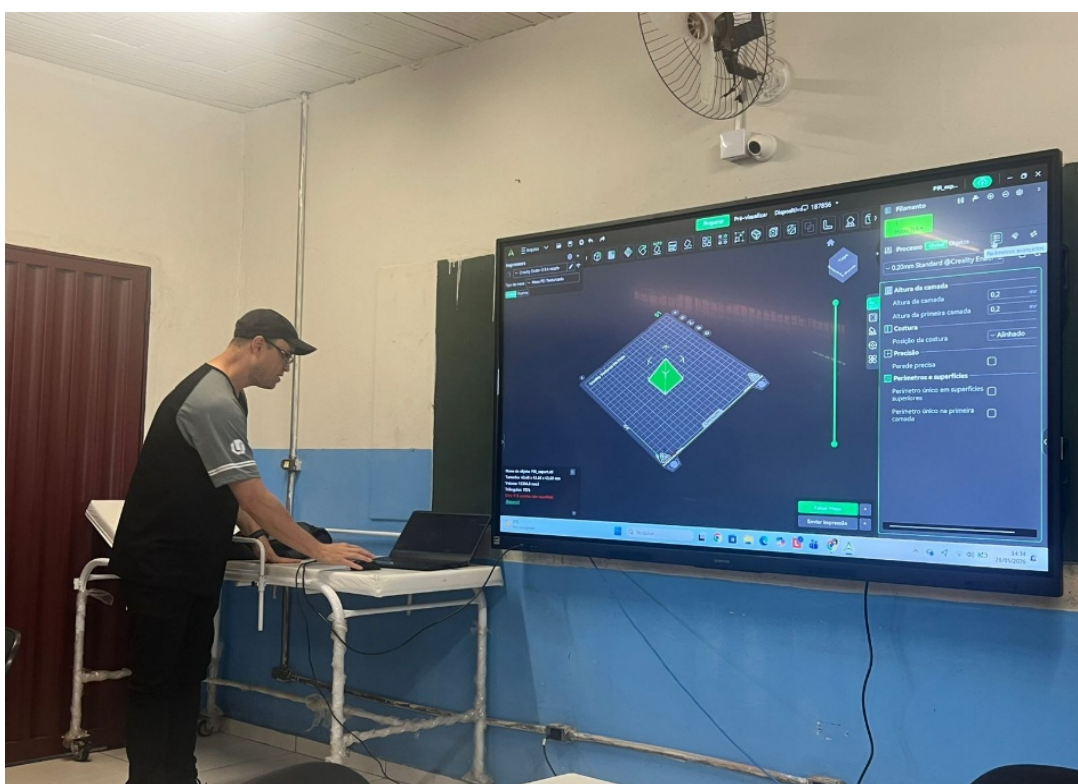
Como reflexão sobre a aplicação da quarta aula, considero que a atividade cumpriu um papel importante na sequência didática. Ela permitiu aprofundar conceitos que haviam sido iniciados na terceira aula e ampliou a compreensão dos estudantes sobre a relação entre medidas e volume. A porcentagem, muitas vezes trabalhada em situações isoladas, foi aplicada a um contexto geométrico, tornando-se mais significativa.

Também percebi que a aula contribuiu para o desenvolvimento do pensamento investigativo. Os estudantes não apenas resolveram contas, mas analisaram situações, compararam modelos e interpretaram resultados. O GeoGebra possibilitou uma mediação visual importante, pois permitiu que os alunos observassem as transformações dos sólidos e relacionassem essas transformações com os cálculos realizados.

Do ponto de vista da minha prática pedagógica, essa aula reforçou a importância de utilizar ferramentas digitais como parte da construção do conhecimento matemático. O GeoGebra não foi usado apenas como ilustração, mas como ambiente de exploração. Por meio dele, os estudantes puderam visualizar, questionar, comparar e compreender melhor os conceitos de razão, proporção, porcentagem e volume.

A aplicação da quarta atividade também mostrou que os estudantes se beneficiam quando os conceitos são retomados progressivamente. A aula partiu daquilo que havia sido estudado anteriormente e avançou para uma nova situação, mantendo a continuidade da sequência didática. Essa organização favoreceu a aprendizagem, pois cada etapa se apoiou na anterior.

Assim, a quarta aula representou um momento de consolidação e aprofundamento. Os estudantes ampliaram sua compreensão sobre as formas sólidas, percebendo que suas dimensões não são apenas medidas isoladas, mas elementos que determinam o volume e influenciam diretamente a estrutura do objeto. A partir dessa atividade, a turma ficou mais preparada para compreender a etapa seguinte da sequência, na qual os modelos digitais seriam relacionados à impressão 3D, ao uso de materiais, ao tempo de produção e à análise das peças físicas.



(Demonstrando as funcionalidades do fatiador, A partir da forma desenvolvida pelos estudantes)

13.4 RELATO AUTOBIOGRÁFICO DA APLICAÇÃO DA 5ª AULA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A quinta aula da sequência didática representou o momento de fechamento e consolidação do percurso desenvolvido com os estudantes ao longo das atividades anteriores. Depois de trabalhar a introdução à Geometria Espacial, a visualização das formas, a modelagem digital, a razão, a proporção, a porcentagem e a variação das dimensões dos sólidos, essa aula teve

como foco principal relacionar os conhecimentos matemáticos com o processo de impressão 3D e com a fabricação digital.

Ao iniciar a aula, retomei com os estudantes todo o caminho percorrido na sequência didática. Relembrei que, na primeira aula, havíamos conhecido a proposta geral do trabalho e discutido a importância dos sólidos geométricos no cotidiano. Na segunda aula, avançamos para a construção e análise de formas sólidas, observando prismas, cilindros, faces, arestas, vértices, bases e superfícies curvas. Na terceira aula, investigamos a relação entre razão, proporção e volume a partir da comparação entre cubos. Na quarta aula, utilizamos o GeoGebra para compreender como alterações percentuais nas dimensões dos prismas interferem diretamente em seus volumes.

Essa retomada inicial foi importante porque permitiu que os estudantes percebessem que a quinta aula não era uma etapa isolada, mas a conclusão de um processo construído progressivamente. Expliquei que, naquele momento, iríamos observar como todos esses conceitos matemáticos aparecem no processo de preparação de uma peça para impressão 3D.

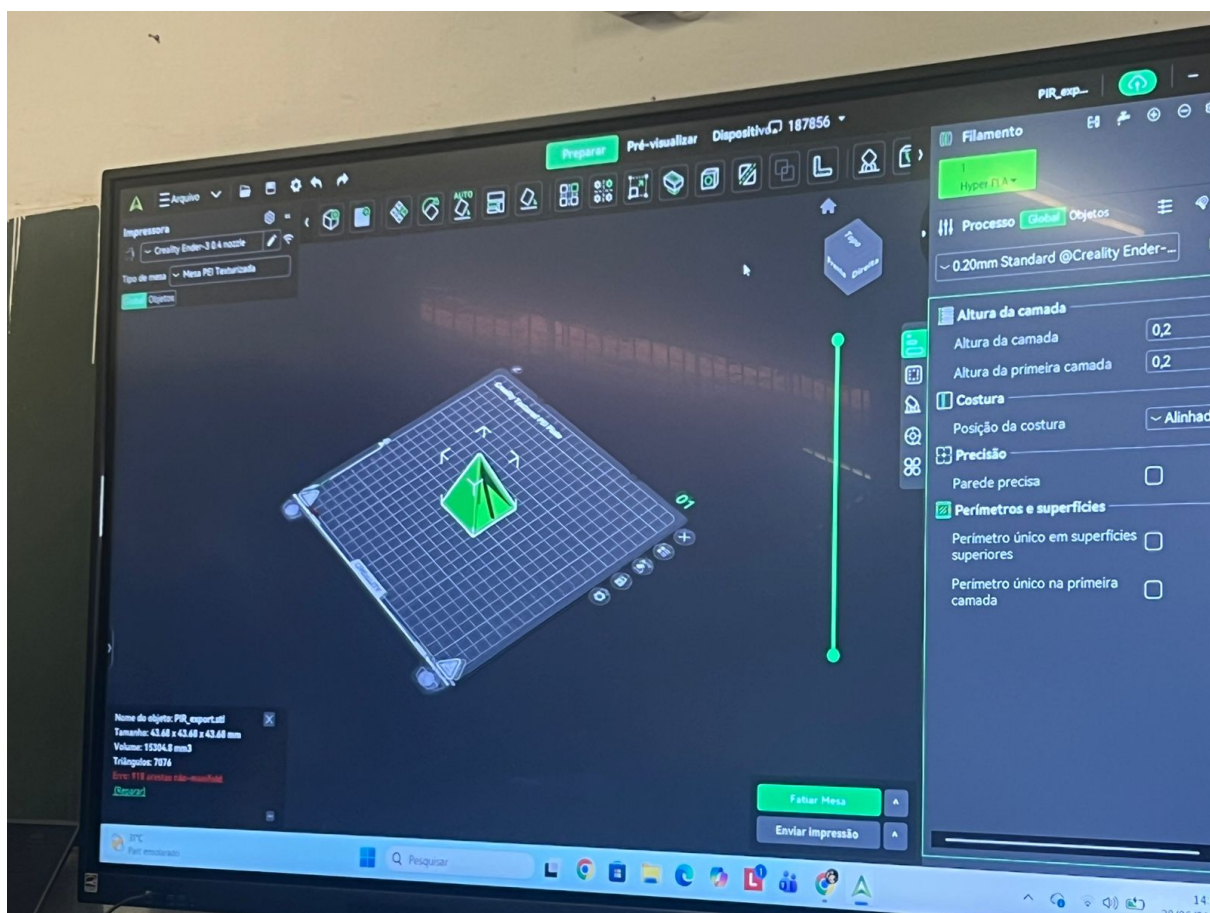
Dessa forma, a Matemática deixaria de aparecer apenas como cálculo abstrato e passaria a ser compreendida como parte de uma situação concreta de produção tecnológica.

Em seguida, apresentei aos estudantes a ideia central da aula: compreender como um modelo digital pode ser preparado para se tornar um objeto físico. Para isso, expliquei que, antes de uma peça ser impressa, ela precisa passar por um software chamado fatiador. Esse programa é responsável por transformar o modelo tridimensional em camadas e gerar as informações necessárias para que a impressora 3D consiga produzir a peça.

Nesse momento, procurei destacar que o fatiador não deveria ser compreendido apenas como uma ferramenta técnica da impressora, mas também como uma ferramenta de leitura matemática da forma geométrica. Por meio dele, é possível visualizar dimensões, volume, escala, posição, coordenadas, tempo estimado de impressão, quantidade de material, preenchimento interno e necessidade de suporte. Assim, o fatiador contribui diretamente para a construção do conhecimento matemático, pois apresenta informações que permitem analisar a peça de modo visual, geométrico e quantitativo.

Ao abrir o software fatiador, mostrei aos estudantes como importar um modelo digital. Utilizei um modelo previamente construído durante a sequência ou preparado para demonstração, de forma que os alunos pudessem reconhecer nele as formas geométricas já estudadas. Ao visualizar a peça na mesa de impressão, retomei conceitos como comprimento, largura, altura, base, volume e proporção. Expliquei que a posição da peça na mesa, sua orientação e suas dimensões influenciam diretamente o resultado da impressão.

Durante a demonstração, chamei a atenção dos estudantes para as informações que apareciam na tela do fatiador. Mostrei que o software indicava as medidas da peça, permitindo verificar se o modelo estava no tamanho correto antes da impressão. Esse momento foi importante porque reforçou a ideia de que, na fabricação digital, a precisão das medidas é fundamental. Uma pequena alteração nas dimensões pode modificar o volume da peça, o tempo de impressão e a quantidade de material utilizada.



(Fatiador)

Em seguida, mostrei a função de escala do modelo. Expliquei que, ao aumentar ou diminuir a escala da peça, suas dimensões também se alteram. Retomei, então, os conceitos trabalhados nas aulas anteriores, especialmente razão, proporção e porcentagem. Perguntei aos estudantes o que aconteceria com o volume se aumentássemos todas as dimensões da peça. Muitos conseguiram relacionar essa situação com a atividade dos cubos e dos prismas,

lembrando que o volume não aumenta de forma linear, pois depende das três dimensões do sólido.

Esse momento foi bastante significativo, pois demonstrou que os estudantes estavam conseguindo estabelecer relações entre as diferentes etapas da sequência didática. A função de escala do fatiador permitiu visualizar, de maneira prática, aquilo que havia sido discutido teoricamente nas aulas anteriores. Ao alterar o tamanho da peça, os estudantes puderam observar que o volume, o tempo de impressão e o consumo de material também sofriam alterações.

Na sequência, apresentei o conceito de preenchimento interno. Expliquei que uma peça impressa em 3D geralmente não precisa ser totalmente maciça. O software permite escolher uma porcentagem de preenchimento, que interfere diretamente na resistência da peça, na quantidade de material utilizada e no tempo de impressão. Nesse momento, relatei o conteúdo com o estudo de porcentagem, mostrando que uma peça com 20% de preenchimento utiliza menos material do que uma peça com 80% ou 100% de preenchimento.

Os estudantes demonstraram bastante interesse nessa etapa, pois perceberam que a porcentagem tinha uma aplicação direta no processo de fabricação. A ideia de preenchimento interno ajudou a tornar mais concreto o conceito de porcentagem, pois os alunos puderam visualizar que essa escolha interfere no interior da peça, mesmo que a forma externa permaneça a mesma. Isso possibilitou uma discussão importante sobre a diferença entre aparência externa, volume total e quantidade real de material utilizado.

Também apresentei a altura de camada, explicando que a impressora 3D constrói a peça por meio de camadas sucessivas. Mostrei que camadas mais finas podem produzir uma peça com melhor acabamento, mas geralmente aumentam o tempo de impressão. Já camadas mais grossas podem reduzir o tempo, mas podem deixar a superfície menos detalhada. Essa explicação permitiu relacionar qualidade, tempo e precisão, mostrando que a produção de uma peça envolve escolhas e interpretações.

Durante essa etapa, conduzi uma discussão com os estudantes a partir de algumas perguntas: “O que acontece com o tempo de impressão se aumentarmos o tamanho da peça?”, “O que acontece com a quantidade de material se aumentarmos o preenchimento?”, “Uma peça maior sempre usa mais material?”, “A altura da camada interfere na qualidade da impressão?”, “Por que é importante conferir as medidas antes de imprimir?”. Essas perguntas ajudaram os alunos a perceber que a impressão 3D envolve planejamento, cálculo e análise.

Outro ponto trabalhado foi a necessidade de suporte em determinadas peças. Expliquei que, quando uma parte do modelo fica suspensa ou muito inclinada, a impressora pode precisar

criar estruturas auxiliares para sustentar a impressão. Essa explicação possibilitou discutir novamente a forma geométrica da peça, sua orientação na mesa e a importância da base de apoio. Os estudantes perceberam que a posição do objeto no fatiador pode facilitar ou dificultar a impressão.

Em seguida, apresentei a estimativa de tempo e de material gerada pelo software. Mostrei que o fatiador calcula aproximadamente quanto tempo a impressora levará para produzir a peça e quanto filamento será utilizado. Relacionei essas informações aos conceitos de volume, porcentagem e proporção, explicando que uma peça maior, com mais preenchimento ou com camadas mais finas, tende a exigir mais tempo e mais material.

Essa análise foi importante porque permitiu aos estudantes compreender que o processo de impressão 3D depende de decisões matemáticas e tecnológicas. A peça não é simplesmente enviada para a impressora; antes disso, é necessário interpretar suas características, ajustar parâmetros e prever as condições de produção. Dessa forma, o fatiador se mostrou uma ferramenta útil para visualizar e compreender as condições da peça antes da impressão.

Após a demonstração no software, apresentei uma peça impressa em 3D para que os estudantes pudessem compará-la com o modelo digital. Essa comparação entre o objeto virtual e o objeto físico foi um dos momentos mais importantes da aula. Os estudantes puderam tocar a peça, observar suas camadas, analisar seu formato, verificar detalhes da impressão e comparar com aquilo que havia sido visualizado na tela.



(Projeto desenvolvido pelos estudantes)

Durante essa análise, perguntei se a peça física correspondia ao modelo digital, se as medidas pareciam compatíveis e se havia alguma diferença visível entre o projeto e o objeto impresso. Alguns estudantes observaram as marcas das camadas, pequenas imperfeições e diferenças de acabamento. Isso permitiu discutir que a produção física pode sofrer influência de diversos fatores, como temperatura, qualidade do filamento, velocidade de impressão, altura da camada, calibração da impressora e características do material.

Quando possível, realizamos medições simples da peça utilizando régua ou paquímetro. Essa etapa reforçou a relação entre o cálculo planejado e a verificação experimental. Os estudantes puderam perceber que, mesmo quando o modelo digital possui medidas definidas, a peça física pode apresentar pequenas variações. Essa observação contribuiu para desenvolver uma postura investigativa e crítica diante dos resultados.

A comparação entre o modelo digital e a peça impressa também permitiu discutir a importância da precisão em projetos de fabricação. Expliquei que, em determinadas situações, pequenas diferenças de medida podem comprometer o encaixe ou a função de uma peça. Assim, a Matemática aparece como elemento essencial para planejar, produzir, medir, comparar e corrigir modelos.

Ao longo da aula, procurei reforçar que o processo de impressão 3D integra diferentes conhecimentos. A Geometria Espacial aparece na forma da peça, nas suas dimensões e no volume. A razão e a proporção aparecem nas alterações de escala. A porcentagem aparece no preenchimento interno e nas variações dimensionais. A medida aparece na verificação do tamanho do objeto. A análise experimental aparece na comparação entre o modelo digital e a peça física. Dessa forma, os estudantes puderam perceber que os conteúdos estudados ao longo da sequência estavam conectados.

O trabalho em duplas também contribuiu para a dinâmica da aula. Os estudantes discutiram as informações apresentadas pelo fatiador, preencheram os registros na Versão do Aluno e refletiram sobre as relações entre os dados observados. Algumas duplas demonstraram curiosidade em saber como diferentes configurações poderiam alterar o tempo de impressão e o consumo de material. Esse interesse mostrou que a atividade despertou uma compreensão mais ampla sobre o uso da tecnologia no ensino de Matemática.

Durante a aplicação, observei que os estudantes se envolveram especialmente com as informações geradas automaticamente pelo fatiador. O tempo estimado de impressão e a quantidade de material utilizado chamaram bastante atenção. Muitos alunos perceberam que uma alteração aparentemente pequena na peça poderia aumentar significativamente o tempo de produção. Essa percepção dialogou diretamente com os conceitos estudados nas aulas anteriores, especialmente a relação entre dimensões e volume.

No momento final da aula, propus uma reflexão coletiva sobre toda a sequência didática. Perguntei aos estudantes como o GeoGebra havia ajudado na visualização das formas, como o Tinkercad havia contribuído para a criação dos modelos digitais e como o fatiador havia permitido compreender as condições necessárias para a impressão 3D. Também pedi que refletissem sobre a relação entre Matemática, tecnologia e objetos do cotidiano.

As respostas dos estudantes indicaram que a sequência ajudou a tornar os conceitos geométricos mais visíveis e concretos. Alguns relataram que compreenderam melhor o volume ao visualizar os sólidos; outros destacaram que a modelagem digital tornou a aula mais interessante; e alguns perceberam que a impressão 3D exige planejamento, cálculo e cuidado com as medidas. Essas falas foram importantes para avaliar o impacto da sequência na aprendizagem.

Na autoavaliação, os estudantes foram orientados a refletir sobre sua participação, colaboração com a dupla, dificuldades encontradas e aprendizagens construídas. Esse momento foi importante porque permitiu que eles analisassem seu próprio percurso e reconhecessem os

avanços obtidos ao longo das aulas. A autoavaliação também contribuiu para valorizar o processo, e não apenas o produto final.

Como reflexão pessoal sobre a aplicação da quinta aula, considero que ela cumpriu um papel essencial de fechamento da sequência didática. A aula permitiu integrar os conhecimentos matemáticos desenvolvidos anteriormente com uma aplicação tecnológica concreta. O uso do fatiador tornou visível a presença da Matemática no processo de fabricação digital, mostrando que conceitos como medidas, volume, proporção e porcentagem estão diretamente relacionados à produção de objetos.

Também percebi que o fatiador pode ser utilizado como uma ferramenta pedagógica importante. Ele apresenta, em uma única tela, diversas informações matemáticas sobre a peça: dimensões, escala, coordenadas, tempo de impressão, quantidade de material, preenchimento e volume. Essas informações favorecem a construção do conhecimento porque permitem ao estudante observar, comparar, prever e interpretar resultados.

Do ponto de vista da minha formação como professor de Matemática, essa aula reforçou a importância de aproximar o conteúdo escolar de situações reais e tecnológicas. A impressão 3D não foi tratada apenas como novidade ou recurso visual, mas como um contexto de aprendizagem em que a Matemática se torna necessária para compreender e tomar decisões.

Essa abordagem favorece uma aprendizagem mais significativa, pois mostra aos estudantes que os conceitos matemáticos possuem aplicação prática.

A quinta atividade também evidenciou que a sequência didática possibilitou o desenvolvimento de diferentes habilidades. Os estudantes visualizaram formas, construíram modelos, calcularam volumes, analisaram proporções, interpretaram porcentagens, compararam resultados e refletiram sobre a produção física das peças. Esse percurso favoreceu o raciocínio espacial, o pensamento proporcional, a cultura digital e a aprendizagem investigativa.

Assim, a aplicação da quinta aula consolidou os objetivos da sequência didática. Ao relacionar Geometria Espacial, modelagem digital, fatiamento e impressão 3D, os estudantes puderam compreender que a Matemática está presente em todas as etapas do processo: na construção da forma, na definição das medidas, no cálculo do volume, na escolha da escala, na previsão do material, no tempo de impressão e na análise do objeto produzido.

A experiência mostrou que o uso de tecnologias digitais e fabricação 3D pode contribuir de maneira significativa para o ensino de Geometria Espacial. A visualização das formas, a manipulação dos modelos e a análise das peças físicas favoreceram a compreensão dos conceitos e aproximaram a Matemática da realidade dos estudantes. Dessa forma, a sequência

didática encerrou-se como uma proposta de aprendizagem prática, investigativa e integrada à cultura digital.



(Grupo de estudantes reunido, pesquisando e refletindo para encontrar soluções)

14 RELATO AUTOBIOGRÁFICO DA AVALIAÇÃO FINAL DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA POR MEIO DO GOOGLE FORMS

Como etapa final da sequência didática, foi aplicado um questionário pelo Google Forms com o objetivo de compreender como os estudantes perceberam as atividades desenvolvidas, especialmente em relação ao uso das tecnologias digitais, da visualização geométrica, da modelagem 3D e da impressão 3D no estudo da Matemática.

A aplicação desse questionário foi uma etapa fundamental do trabalho, pois permitiu registrar as impressões dos alunos sobre a experiência vivenciada. Mais do que verificar se os conteúdos haviam sido trabalhados, o formulário possibilitou compreender como os estudantes interpretaram a proposta, quais aspectos consideraram mais significativos e de que maneira as atividades práticas contribuíram para sua aprendizagem.

O questionário foi composto por perguntas abertas, permitindo que os estudantes expressassem suas opiniões com liberdade. As respostas apresentaram percepções importantes sobre a diferença entre aprender Geometria Espacial apenas pelo livro e aprender por meio da construção digital de sólidos, além de apontarem o impacto das tecnologias digitais na participação, no interesse e na compreensão dos conteúdos matemáticos.

Diferença entre visualizar uma figura no livro e construir o sólido digitalmente

A primeira pergunta aplicada foi:

“Você percebe diferenças entre apenas visualizar uma figura no livro e construir o sólido digitalmente? Quais?”

As respostas dos estudantes indicaram, de forma geral, que a maioria percebeu diferenças significativas entre observar uma figura no livro e construir ou visualizar um sólido digitalmente. Muitos alunos destacaram que, no livro, a figura aparece de forma limitada, estática e geralmente em duas dimensões. Já no ambiente digital, o sólido pode ser girado, ampliado, modificado e observado por diferentes ângulos.

Algumas respostas apontaram diretamente essa diferença. Um estudante afirmou que, no livro, “é só ver uma imagem parada”, enquanto digitalmente é possível “girar, medir, alterar e entender melhor a estrutura e as propriedades do sólido”. Outro estudante destacou que, no livro, a imagem não pode ser modificada e aparece como uma figura plana, enquanto no digital é possível alterar a posição e obter mais informações sobre a figura.

Também apareceram respostas indicando que o sólido digital favorece a visualização em 3D. Alguns estudantes registraram que a figura do livro é vista em 2D, enquanto a figura

construída digitalmente permite observar melhor a forma tridimensional. Essa percepção é importante, pois mostra que os alunos conseguiram compreender uma das principais intenções da sequência didática: superar a limitação da representação plana e favorecer a visualização espacial.

Outro ponto recorrente nas respostas foi a ideia de que a construção digital facilita a compreensão do volume e do formato das figuras. Alguns estudantes afirmaram que, ao construir o sólido digitalmente, torna-se mais fácil entender sua estrutura, perceber seus lados, visualizar seus ângulos e compreender melhor o conteúdo.

Assim, as respostas demonstraram que a utilização de recursos digitais ajudou os estudantes a perceberem a Geometria Espacial de maneira mais concreta, dinâmica e visual. Essa percepção confirma a importância do uso do GeoGebra, do Tinkercad e da modelagem 3D como ferramentas de apoio à aprendizagem matemática.

Experiências anteriores com plataformas digitais de geometria

A segunda pergunta aplicada foi:

“Você já utilizou alguma plataforma digital para construir ou visualizar figuras geométricas? Se sim, como foi essa experiência?”

As respostas mostraram que parte dos estudantes já havia tido algum contato com plataformas digitais, principalmente com o **GeoGebra**, enquanto outros afirmaram nunca ter utilizado esse tipo de ferramenta.

Entre os estudantes que responderam “não”, foi possível perceber que a sequência didática representou uma experiência nova. Para esses alunos, o contato com ferramentas digitais de visualização e modelagem geométrica permitiu conhecer outra forma de estudar Matemática, diferente da aula tradicional baseada apenas no caderno, no quadro e no livro.

Já entre os estudantes que responderam “sim”, o GeoGebra apareceu como a plataforma mais citada. Alguns alunos relataram que já haviam utilizado o GeoGebra para construir figuras, visualizar sólidos, criar gráficos ou compreender melhor propriedades geométricas. As experiências foram descritas como boas, interessantes, facilitadoras e inovadoras.

Um estudante afirmou que usou o GeoGebra e que a experiência foi positiva, pois conseguiu construir figuras exatas, alterar medidas e compreender melhor as propriedades geométricas de forma prática. Outro estudante relatou que a plataforma ajudou a visualizar melhor os sólidos em 3D, tornando a aula mais interativa. Também houve respostas indicando que o GeoGebra foi utilizado em atividades escolares ou em aulas de nivelamento, contribuindo para facilitar a compreensão.

Esse conjunto de respostas mostra que, mesmo quando alguns estudantes já conheciam ferramentas digitais, a sequência didática ampliou o sentido pedagógico desse uso. A tecnologia não apareceu apenas como novidade, mas como instrumento para observar, construir, comparar, medir e interpretar formas geométricas.

Atividades práticas e tecnológicas na aprendizagem da Matemática

A terceira pergunta aplicada foi:

“Você acredita que atividades práticas e tecnológicas tornam a aprendizagem da Matemática mais significativa e interessante? Justifique.”

As respostas foram amplamente positivas. A maioria dos estudantes afirmou acreditar que atividades práticas e tecnológicas tornam a aprendizagem da Matemática mais interessante, dinâmica, divertida e fácil de compreender.

Muitos alunos destacaram que a tecnologia ajuda a sair da rotina tradicional de copiar conteúdos no caderno. Alguns afirmaram que a Matemática fica mais interessante quando deixa de ser trabalhada apenas no papel e passa a envolver experiências práticas, aplicativos, construções digitais e visualizações. Essa percepção é relevante, pois mostra que os estudantes associaram as atividades tecnológicas a uma forma mais ativa de aprendizagem.

Algumas respostas destacaram que atividades práticas ajudam os alunos que têm dificuldade em aprender apenas pela escrita ou pela explicação oral. Um estudante afirmou que “muitos não aprendem escrevendo”, indicando que a construção digital pode favorecer diferentes formas de compreender o conteúdo. Outro estudante destacou que “monólogos sem práticas experimentais não são eficientes”, ressaltando a importância de o aluno saber exatamente sobre o que está estudando.

Também apareceram respostas relacionadas ao interesse e à motivação. Alguns estudantes afirmaram que a tecnologia desperta mais interesse nos jovens, torna a aula mais divertida e facilita a compreensão. Outros relacionaram a tecnologia ao futuro, destacando que aprender sobre ferramentas digitais e impressão 3D pode ser vantajoso para situações posteriores.

Essas respostas indicam que a sequência didática foi percebida pelos estudantes como uma proposta mais significativa, pois aproximou a Matemática de situações visuais, práticas e tecnológicas. A aprendizagem deixou de ser vista apenas como repetição de fórmulas e passou a ser associada à investigação, à construção e à aplicação dos conceitos.

Participação e envolvimento dos estudantes nas atividades com tecnologias digitais e impressão 3D

A quarta pergunta aplicada foi:

“Como você descreveria sua participação e envolvimento nas atividades utilizando tecnologias digitais e impressão 3D?”

As respostas indicaram que muitos estudantes avaliaram positivamente sua própria participação. Os relatos demonstraram envolvimento, interesse, curiosidade e disposição para aprender durante as atividades.

Alguns estudantes descreveram sua participação como boa, participativa e atenta. Um aluno afirmou que procurou prestar atenção nas atividades, explorar as ferramentas digitais e compreender como a tecnologia poderia contribuir para a aprendizagem. Essa resposta mostra que o estudante não apenas executou a atividade, mas buscou compreender o sentido do uso das ferramentas.

Outro estudante relatou ter participado com muito interesse, afirmando que aprendeu a usar ferramentas digitais para criar modelos, planejou formas, acompanhou o processo da impressão 3D e colaborou em cada etapa. Essa resposta revela um envolvimento mais amplo com a proposta, desde a construção digital até a observação do processo de materialização da peça.

Também houve respostas que relacionaram a atividade com o futuro. Um estudante afirmou acreditar que sua participação seria vantajosa futuramente, por ter adquirido conhecimento sobre impressão 3D. Outro destacou que a impressão 3D é uma tecnologia inovadora e que, embora possa parecer complexa, aprender sobre ela pode ser essencial para o futuro.

Alguns estudantes destacaram o caráter interativo e interessante da atividade. Foram utilizadas expressões como “muito interativa”, “interessante”, “divertida” e “excelente”. Também apareceram comentários valorizando a forma de explicação durante a atividade, indicando que a mediação pedagógica contribuiu para a compreensão do conteúdo.

Uma resposta destacou que a experiência foi interessante e divertida por envolver brincadeiras e desafios, além de afirmar que a forma como o orientador explicou ajudou bastante. Outra resposta mencionou que a experiência foi excelente e que o ensino por parte dos professores contribuiu para entender melhor o assunto.

Essas respostas demonstram que os estudantes não apenas participaram das atividades, mas também atribuíram sentido à experiência. O envolvimento não ocorreu apenas pelo uso da

tecnologia em si, mas pela possibilidade de construir, visualizar, experimentar, comparar e compreender os conteúdos matemáticos de forma mais prática.

14.1 Síntese geral das respostas dos estudantes

Ao analisar o conjunto das respostas, percebi que os estudantes reconheceram a importância das tecnologias digitais na aprendizagem da Geometria Espacial. A comparação entre o livro e a construção digital mostrou que os alunos perceberam limitações nas imagens planas e valorizaram a possibilidade de visualizar os sólidos em 3D, girar as formas, alterar medidas e compreender melhor suas estruturas.

Também ficou evidente que o GeoGebra e outras plataformas digitais foram percebidos como ferramentas facilitadoras. Mesmo entre os estudantes que já haviam utilizado algum recurso digital, a sequência didática proporcionou uma experiência mais articulada com conceitos matemáticos, como forma, medida, volume, proporção e porcentagem.

As respostas sobre atividades práticas e tecnológicas revelaram que os estudantes consideram esse tipo de metodologia mais interessante e significativa. Eles associaram a prática ao aumento do interesse, à facilidade de compreensão e à possibilidade de aprender Matemática de maneira mais próxima da realidade.

Quanto à participação, os alunos demonstraram uma avaliação positiva do próprio envolvimento. Muitos relataram atenção, interesse, colaboração, curiosidade e dedicação. Essa percepção indica que a sequência didática favoreceu o protagonismo estudantil e contribuiu para uma aprendizagem mais ativa.

14.2 Reflexão autobiográfica sobre a avaliação final

A aplicação do questionário pelo Google Forms foi uma etapa essencial para compreender os efeitos da sequência didática a partir da perspectiva dos próprios estudantes. Como professor-pesquisador, esse momento permitiu analisar não apenas o desenvolvimento das atividades, mas também a forma como elas foram recebidas, interpretadas e significadas pelos alunos.

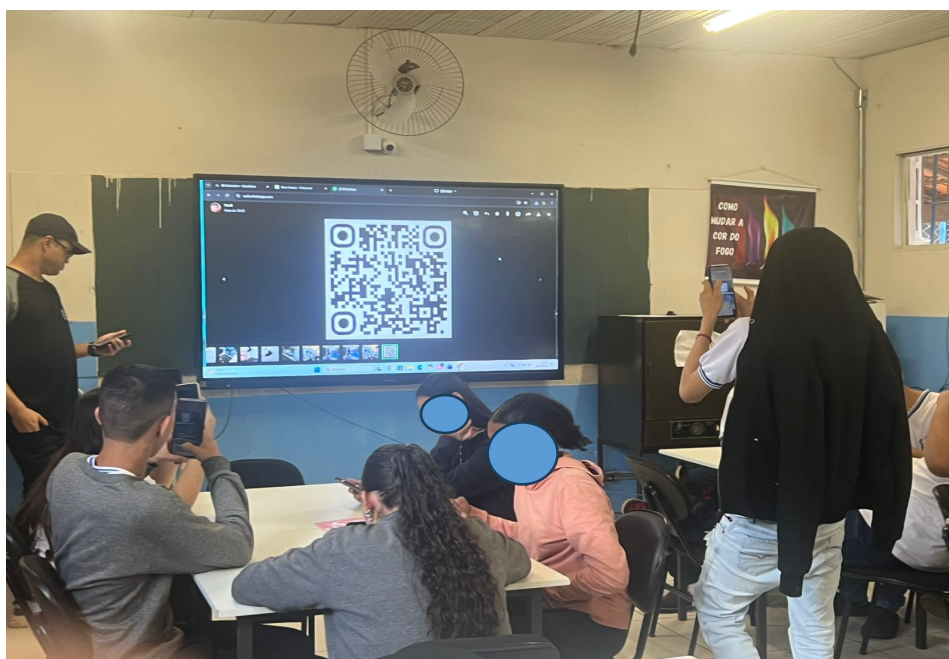
As respostas mostraram que o uso das tecnologias digitais e da impressão 3D contribuiu para ampliar o interesse dos estudantes pela Matemática. Muitos relataram que a visualização digital tornou os sólidos mais compreensíveis, especialmente porque permitiu observar formas em diferentes ângulos, modificar medidas e perceber a estrutura tridimensional dos objetos.

Também percebi que a sequência didática favoreceu a conexão entre conteúdo matemático e prática tecnológica. Os estudantes conseguiram relacionar conceitos como volume, proporção, porcentagem e medidas com ações concretas, como construir modelos, visualizar sólidos, preparar peças e compreender o processo de impressão 3D.

A avaliação final confirmou a importância de propor atividades que envolvam experimentação, visualização e participação ativa. As respostas indicaram que a aprendizagem se tornou mais significativa quando os estudantes puderam manipular ferramentas digitais, construir objetos e relacionar os conceitos matemáticos com situações práticas.

Do ponto de vista da minha formação docente, essa etapa avaliativa reforçou a necessidade de ouvir os estudantes e considerar suas percepções como parte do processo de ensino e aprendizagem. O questionário não serviu apenas para encerrar a sequência, mas para compreender como a proposta impactou os alunos e quais elementos contribuíram para sua participação e compreensão.

Assim, a aplicação do Google Forms possibilitou consolidar a análise da sequência didática, evidenciando que o uso do GeoGebra, do Tinkercad, da modelagem digital e da impressão 3D favoreceu uma aprendizagem mais visual, investigativa e significativa da Geometria Espacial. As respostas dos estudantes demonstraram que a atividade contribuiu para aproximar a Matemática do cotidiano, da tecnologia e de experiências concretas de construção do conhecimento.



(Estudantes avaliando a atividade)

15 ANÁLISE E DISCUSSÃO DA EXPERIÊNCIA

A presente análise tem como objetivo discutir a experiência pedagógica desenvolvida com o uso da modelagem digital, do Tinkercad e da impressão 3D no ensino de Geometria Espacial, articulando as observações realizadas em sala de aula com os referenciais teóricos que fundamentam esta pesquisa. A análise parte da compreensão de que a tecnologia, por si só, não garante a aprendizagem. Seu potencial educativo depende da intencionalidade pedagógica, da mediação docente e da articulação com os conteúdos matemáticos trabalhados.

Essa compreensão dialoga diretamente com o modelo TPACK, proposto por Mishra e Koehler, que entende o ensino com tecnologias como uma relação complexa entre conhecimento tecnológico, conhecimento pedagógico e conhecimento do conteúdo. Os autores destacam que o uso pedagógico da tecnologia exige um conhecimento situado e articulado, no qual conteúdo, pedagogia e tecnologia não aparecem de forma isolada, mas integrados ao processo de ensino e aprendizagem ([Mishra e Koehler, 2006](#)). Essa perspectiva também amplia a noção de conhecimento pedagógico do conteúdo discutida por Shulman, ao defender que o professor precisa transformar o conteúdo em formas ensináveis e compreensíveis aos estudantes ([Shulman, 1986](#)).

Durante a experiência realizada, observou-se que a modelagem digital favoreceu a visualização e a manipulação dos sólidos geométricos, reduzindo parte das dificuldades que surgem quando a Geometria Espacial é apresentada apenas por meio de desenhos bidimensionais no quadro ou no livro didático. Ao utilizar o Tinkercad, os estudantes puderam girar os objetos, alterar dimensões, observar faces, arestas e vértices, além de compreender melhor a relação entre largura, altura, profundidade e volume. Essa percepção também encontra apoio em estudos recentes sobre impressão 3D na Educação Matemática, que indicam que esse recurso pode favorecer a visualização de conceitos matemáticos, especialmente em geometria, área, volume e pensamento espacial ([Ng, Tsui e Yuen, 2022](#)).

No entanto, a contribuição da tecnologia não se restringiu à visualização dos sólidos. A experiência também mobilizou conceitos matemáticos como razão, proporção e porcentagem. Isso ocorreu, por exemplo, quando os alunos precisaram redimensionar objetos no ambiente digital, comparar medidas e compreender que uma alteração nas dimensões lineares modifica também a área e o volume do sólido. Em uma situação observada durante a dinâmica, ao tentar ajustar o encaixe entre peças, foi necessário rever as medidas inseridas no Tinkercad, comparar a proporção entre as partes e corrigir o modelo antes da impressão. Esse momento evidenciou que o erro não foi tratado como fracasso, mas como parte do processo de investigação: os

estudantes visualizaram o problema, discutiram a causa, recalcularam as medidas e realizaram o ajuste no modelo digital.

Essa situação é uma evidência importante da aprendizagem, pois mostra que os alunos não apenas “viram” os sólidos, mas mobilizaram raciocínios matemáticos para resolver um problema concreto. A necessidade de ajustar medidas, reduzir ou ampliar uma peça, calcular proporções e prever o resultado da impressão permitiu que conceitos como escala, volume e porcentagem fossem trabalhados de forma integrada. Por exemplo, ao reduzir um sólido para adequá-lo ao tempo de impressão ou à quantidade de material disponível, os estudantes puderam compreender que uma redução percentual nas medidas lineares afeta diretamente o tamanho final da peça e o volume de material utilizado.

Outro elemento observado foi a relação entre o modelo digital e o objeto físico. O fatiador e o ambiente de impressão permitiram visualizar estimativas de tempo de produção e quantidade de filamento necessário, aproximando os estudantes de uma situação real de planejamento. Assim, conceitos matemáticos passaram a aparecer em decisões práticas: qual dimensão utilizar, quanto material será gasto, quanto tempo levará a impressão, como ajustar a escala e como evitar erros de encaixe. Essa dinâmica reforça a ideia de que a impressão 3D pode favorecer não apenas a visualização, mas também o pensamento matemático, o pensamento de projeto e a resolução de problemas, aspectos também apontados pela literatura sobre impressão 3D no ensino de Matemática ([Ng, Tsui e Yuen, 2022](#)).

A experiência também pode ser analisada à luz da teoria histórico-cultural de Vygotsky, especialmente no que se refere à mediação. Em *Mind in Society*, Vygotsky discute o papel dos instrumentos, dos signos e da interação social no desenvolvimento das funções psicológicas superiores, além de apresentar a ideia de Zona de Desenvolvimento Proximal, relacionada ao que o estudante consegue realizar com apoio de outras pessoas ou instrumentos culturais ([Vygotsky, 1978](#)). No contexto desta pesquisa, o Tinkercad e a impressora 3D funcionaram como instrumentos mediadores, pois permitiram aos estudantes agir sobre os objetos matemáticos, visualizar relações espaciais e construir significados a partir da interação com o professor, com os colegas e com os modelos produzidos.

Os registros da atividade também indicam maior envolvimento dos estudantes. Em respostas ao questionário aplicado após a sequência, apareceram manifestações como: “minha participação foi boa e participativa” e “procurei prestar atenção nas atividades, explorar as ferramentas digitais e compreender como a tecnologia”. Outro aluno relatou ter participado “com muito interesse”, destacando que aprendeu a usar ferramentas digitais, planejou formas e acompanhou o processo de impressão 3D. Esses recortes ajudam a demonstrar que a análise

não se baseia apenas em uma percepção idealizada do pesquisador, mas em evidências produzidas durante a experiência.

A proposta também se aproxima do construcionismo de Seymour Papert, especialmente pela ideia de que os estudantes aprendem de forma mais significativa quando constroem objetos, testam hipóteses, ajustam seus projetos e refletem sobre aquilo que produziram. Segundo o MIT, Papert defendia que os computadores não deveriam apenas transmitir informação, mas possibilitar que as crianças experimentassem, explorassem e expressassem ideias por meio da construção de objetos no mundo ([MIT News](#)). Essa perspectiva dialoga diretamente com a experiência desenvolvida, pois os estudantes não apenas observaram conteúdos geométricos, mas participaram da construção digital e da materialização dos sólidos.

Essa articulação também está em consonância com a BNCC, que defende o uso das tecnologias digitais de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas práticas sociais e escolares, visando à produção de conhecimentos, à resolução de problemas e ao protagonismo dos estudantes ([BNCC, 2018](#)). No caso desta pesquisa, a tecnologia foi utilizada como meio para ampliar a compreensão matemática, não como recurso decorativo. A modelagem digital e a impressão 3D favoreceram a investigação, a visualização, o cálculo, a correção de erros e a construção de objetos concretos.

Dessa forma, a experiência permite afirmar que a modelagem digital e a impressão 3D apresentaram potencial para contribuir com o ensino de Geometria Espacial, especialmente quando integradas ao planejamento pedagógico e à mediação docente. A tecnologia favoreceu a passagem entre o abstrato e o concreto, possibilitando que os estudantes compreendessem melhor dimensões, formas, medidas, proporções e volumes. Ao mesmo tempo, a experiência evidenciou que a formação de professores é condição fundamental para que esses recursos sejam utilizados com intencionalidade e rigor matemático.

Conclui-se, portanto, que a principal contribuição da experiência não está apenas no uso da tecnologia em si, mas na forma como ela foi articulada ao conteúdo matemático e à prática pedagógica. O Tinkercad e a impressora 3D funcionaram como instrumentos de mediação, permitindo que os estudantes visualizassem, testassem, ajustassem e materializassem conceitos que, muitas vezes, permanecem restritos ao plano abstrato. Assim, a análise reforça a defesa de práticas pedagógicas que integrem tecnologia, formação docente e conhecimento matemático, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e para o desenvolvimento da Educação Matemática.

16 REFERÊNCIAS

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial da União*: Brasília, DF, 23 dez. 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

BROWN, Ann L. Design experiments: theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. **The Journal of the Learning Sciences**, v. 2, n. 2, p. 141–178, 1992.

COLLINS, Allan. Toward a design science of education. In: SCANLON, Eileen; O'SHEA, Tim (org.). **New directions in educational technology**. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1992. p. 15–22.

DILLING, Frederik; PIELSTICKER, Felicitas; WITZKE, Ingo (org.). **Learning mathematics in the context of 3D printing: proceedings of the International Symposium on 3D Printing in Mathematics Education**. Wiesbaden: Springer Spektrum, 2023.

HARRIS, Judith; MISHRA, Punya; KOEHLER, Matthew J. Teachers' technological pedagogical content knowledge and learning activity types: curriculum-based technology integration reframed. **Journal of Research on Technology in Education**, v. 41, n. 4, p. 393–416, 2009.

MISHRA, Punya; KOEHLER, Matthew J. Technological pedagogical content knowledge: a framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, v. 108, n. 6, p. 1017–1054, 2006.

NIESS, Margaret L. Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: developing a technology pedagogical content knowledge. **Teaching and Teacher Education**, v. 21, n. 5, p. 509–523, 2005.

PAPERT, Seymour. **Mindstorms: children, computers, and powerful ideas**. New York: Basic Books, 1980.

SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4–14, 1986.

VOSGERAU, Dilmeire Sant'Anna Ramos et al. **Tecnologias digitais na educação brasileira**. Curitiba: CRV, 2016.

VYGOTSKY, Lev S. **Mind in society: the development of higher psychological processes**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.