

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO EM ENGENHARIA
CIVIL

PEDRO HENRIQUE CABRAL

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO DE VIGAS DE
CONCRETO ARMADO COM PROTENSÃO NÃO ADERENTE

UBERLÂNDIA
2024

PEDRO HENRIQUE CABRAL

**DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO DE VIGAS DE CONCRETO
ARMADO COM PROTENSÃO NÃO ADERENTE**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil do Programa de Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia.

Aprovada em ____/____/____

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Eduardo Vicente Wolf Trentini (Orientador – UFU)

Prof. Dr. Alexandre Rossi (Membro 1 – UFU)

Prof. Dr. Renner de Assis Garcia Sobrinho (Membro 2 – UFU)

DEDICATÓRIA

Ao meu pai Aricesar da Silva Cabral,
in memoriam.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à minha família e em especial a minha mãe Silvana que sempre me incentivou e me apoiou em toda a caminhada acadêmica. Ao meu padrasto Valdemi, que esteve presente e participou desse processo. Também não posso deixar de destacar meus irmãos Aricesar e Ayta aos quais tenho muito apreço e meus avós que fizeram parte de toda a minha formação.

A todos os professores que auxiliaram em minha formação.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia Civil da UFU pela disposição e dedicação.

Aos colegas de sala e amigos da graduação, pelas experiências compartilhadas nestes últimos anos.

Por fim, um agradecimento especial ao Prof. Dr. Eduardo Vicente Wolf Trentini, pela sua sabedoria, disponibilidade e orientação, para a conclusão da minha jornada acadêmica.

RESUMO

Neste trabalho é desenvolvido o dimensionamento a flexão de uma viga em concreto protendido para uma hipotética edificação residencial. É desenvolvida a análise das perdas de protensão, considerando tanto as perdas imediatas quanto as progressivas, e verificando seus efeitos nos estados limites para o dimensionamento de uma viga retangular de 17 metros pós-tensionada com protensão não aderente. O estudo inicia-se com uma revisão dos princípios teóricos da protensão e das principais fontes de perdas. Em seguida, são apresentados os métodos de cálculo para quantificar as perdas imediatas e progressivas, utilizando modelos analíticos. Por fim, são realizadas verificações nos estados limites de serviço e últimos. Este trabalho apresenta um roteiro para o dimensionamento à flexão deste tipo de viga, proporcionando uma análise das perdas de protensão e seus efeitos nos estados limites. Além disso, destina-se a servir como material instrucional para estudantes e engenheiros interessados no campo da engenharia estrutural, contribuindo para aprimorar o conhecimento e práticas nesta área da construção civil.

Palavras-chave: Concreto protendido, flexão, perdas de protensão, dimensionamento.

ABSTRACT

In this work, the bending design of a prestressed concrete beam for a hypothetical residential building is developed. The analysis of prestress losses is carried out, considering both immediate and progressive losses, and assessing their effects on limit states for the design of a 17-meter post-tensioned rectangular beam with non-bonded prestressing. The study begins with a review of theoretical principles of prestressing and major sources of losses. Subsequently, calculation methods are presented to quantify immediate and progressive losses, using analytical models. Finally, checks are performed on serviceability and ultimate limit states. This work provides a procedure for the bending design of such beams, offering an analysis of prestress losses and their effects on limit states. Moreover, it is intended to serve as instructional material for students and engineers interested in structural engineering, contributing to enhancing knowledge and practices in this area of civil engineering.

Keywords: Prestressed concrete, bending, prestress losses, design.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fila horizontal de livros	7
Figura 2 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental (NBR 6118, Tabela 13.4).....	17
Figura 3 - Contribuição de cada perda de protensão na perda total	18
Figura 4 - Determinação do desvio angular do cabo de protensão.....	21
Figura 5 - (a) Tensões na armadura ativa após encunhamento e forças de atrito. (b) Força de atrito ao longo da viga.	22
Figura 6 - Diagrama tensão x deformação típico dos aços de protensão	28
Figura 7 – Cordoalha de sete fios	29
Figura 8 – Especificação de cordoalhas engraxadas	29
Figura 9 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas	30
Figura 10 - Traçado dos cabos de protensão sem escala	33
Figura 11 – Tensão após as perdas por atrito ao longo da viga.....	35
Figura 12 – Tensão no cabo antes e após o encunhamento	36
Figura 13 – Tensão após o encurtamento elástico	38
Figura 14 - Representação gráfica da verificação dos limites de tensões no ato da protensão	43
Figura 15 - Representação gráfica da Verificação do Estado-Limite de Descompressão (ELS-D).....	45
Figura 16 - Representação gráfica da Verificação do Estado-Limite de Formação de Fissuras (ELS-F).....	48
Figura 17 –Entrada com os dados de base e altura da viga no SECC	50
Figura 18 - Entrada com o dado do f_{ck} no SECC.....	50
Figura 19 – Entrada com os dados de esforços no SECC	51
Figura 20 – Resultado do momento resistente pelo <i>software</i>	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores de α para o cálculo da idade fictícia	26
Tabela 2 – Resultado da perda de tensão por atrito ao longo da viga	34
Tabela 3 – Tensão após o encunhamento	35
Tabela 4 - Perda de tensão por encurtamento elástico.....	37
Tabela 5 - Verificação no ato de protensão	42
Tabela 6 - Verificação do Estado-Limite de Descompressão (ELS-D).....	44
Tabela 7 - Verificação do Estado-Limite de Formação de Fissuras (ELS-F)	47
Tabela 8 - Verificação do Estado-Limite Último	49

SUMÁRIO

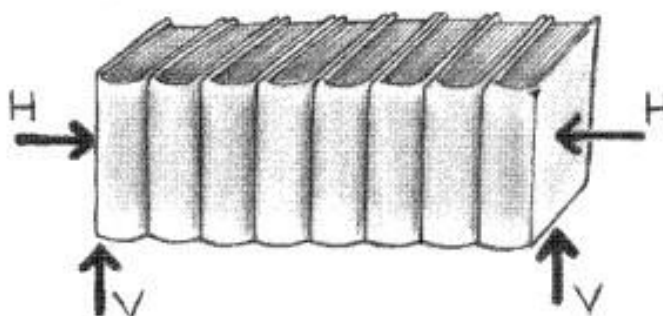
LISTA DE FIGURAS	III
LISTA DE TABELAS	IV
SUMÁRIO.....	V
1. INTRODUÇÃO.....	7
1.1. OBJETIVOS.....	8
1.1.1. Objetivo geral.....	8
1.1.2. Objetivos específicos.....	8
1.2. JUSTIFICATIVA DO TEMA ABORDADO	8
1.3. RESUMO DOS CAPÍTULOS	9
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	9
2.1. HISTÓRICO.....	9
2.2. DEFINIÇÃO DOS ESTADOS LIMITES.....	10
2.2.1. Estados Limites Último -ELU	10
2.2.2. Estados Limites de Serviço – ELS	10
2.3. AÇÕES.....	11
2.3.1. Ações Permanentes.....	11
2.3.2. Ações variáveis.....	11
2.3.3. Protensão	12
2.4. COEFICIENTE DE PONDERAÇÃO DAS AÇÕES	12
2.4.1. Coeficientes de ponderação das ações no estado-limite último (ELU).....	13
2.4.2. Coeficientes de ponderação das ações no Estado-Limite de Serviço (ELS).....	13
2.4.3. Coeficientes de ponderação das ações do Estado-Limite Último no Ato da Protensão	14
2.4.4. Verificação simplificada.....	14
2.5. COMBINAÇÕES DE CARREGAMENTO	15
2.5.1. Combinações em ELU.....	15
2.5.2. Combinações no ELS	15
2.6. TIPOS DE PROTENSÃO	16
2.6.1. Pré-tração.....	16
2.6.2. Pós-tração	16
2.7. NÍVEIS DE PROTENSÃO	17

2.8.	PERDAS DE PROTENSÃO.....	18
2.8.1.	Perdas imediatas	18
2.8.2.	Perdas progressivas	23
2.9.	AÇOS PARA CONCRETO PROTENDIDO – ARMADURA ATIVA.....	27
2.9.1.	Cordoalhas.....	29
2.9.2.	Características	29
2.9.3.	Diagrama Tensão-Deformação.....	30
2.10.	FORÇA DE PROTENSÃO INICIAL.....	31
2.11.	<i>Software</i> SECC.....	31
3.	DESENVOLVIMENTO	31
3.1.	METODOLOGIA	32
3.2.	RESULTADOS	32
3.2.1.	Dados de entrada	32
3.2.2.	Valores-Limites de Tensão no Estiramento da Armadura de Protensão.....	33
3.2.3.	Cálculo das perdas de protensão imediatas	33
3.2.4.	Cálculo das perdas de protensão progressivas	38
3.2.5.	Verificação estado limite último no Ato da Protensão.....	41
3.2.6.	Verificação estado limite de serviço	43
3.2.7.	Dimensionamento da armadura passiva para atender Estado-Limite Último	48
4.	CONCLUSÃO.....	53
	REFERÊNCIAS	54

1. INTRODUÇÃO

De acordo com Hanai (2005), a palavra protensão ou pré-tensão já transmite uma ideia de se instalar um estado prévio de tensões em algo, que na engenharia civil seriam os materiais de construção ou estruturas. É possível notar como alguns costumes que fazem parte do cotidiano, podem ser aplicados na engenharia, obviamente com as suas devidas proporções. Um exemplo, é quando se decide carregar uma pilha de livros na horizontal, ilustrado na Figura 1. Como os livros são peças soltas é preciso que se aplique uma força horizontal, fazendo com que os livros comprimam uns aos outros, gerando forças de atrito, e ao mesmo tempo aplicar forças verticais nas extremidades para poder levantá-la.

Figura 1 – Fila horizontal de livros



Fonte: Hanai (2005)

Assim, observa-se que para levantar esses livros é necessário que uma força normal seja aplicada antes da força vertical, ou seja, a força normal causa tensões prévias de compressão. Essa força normal pode ser entendida como uma forma de se pré-tensionar um conjunto de componentes com o intuito de criar tensões prévias contrárias às outras tensões que possam prejudicar a operação ou o uso desejado.

Na engenharia civil, a protensão é um método utilizado para reforçar e fortalecer estruturas de concreto, como vigas, lajes, pilares e pontes, conferindo-lhes maior resistência à carga e melhorando sua capacidade de suportar tensões. Esse processo envolve a aplicação intencional de forças de compressão prévias ao concreto antes de ele ser submetido às cargas de serviço, o que ajuda a compensar as tensões de tração que podem ocorrer durante o uso normal da estrutura. No entanto, esse o ato de aplicar uma tensão prévia, deve-se considerar uma perda de parte dessa tensão devido ao comportamento dos materiais envolvidos.

As perdas de protensão são fenômenos inerentes e inevitáveis que ocorrem durante o processo de protensão em estruturas de concreto protendido. Essas perdas são causadas por uma variedade de fatores físicos e mecânicos e têm um impacto significativo na eficácia e no

desempenho das estruturas protendidas ao longo do tempo. Entre os principais fatores que contribuem para as perdas de protensão estão o atrito nos cabos, encunhamento, encurtamento elástico, relaxação do aço, retração e fluência do concreto.

Desta forma, neste trabalho é desenvolvido o dimensionamento a flexão de uma viga em concreto protendido, incluindo a avaliação das perdas de protensão, utilizando cordoalhas engraxadas.

1.1. OBJETIVOS

1.1.1. Objetivo geral

Este trabalho tem o objetivo elaborar um roteiro para o dimensionamento de vigas pós-tensionadas utilizando cordoalhas não aderentes. Pretende-se demonstrar a aplicação desse roteiro através do dimensionamento de uma viga, com a inclusão dos cálculos realizados. Este processo será conduzido conforme as especificações da norma ABNT NBR 6118:2023, assegurando conformidade com os critérios técnicos vigentes.

1.1.2. Objetivos específicos

Este estudo visa, primeiramente, identificar e examinar os principais fatores que contribuem para as perdas de protensão ao longo do processo. Em seguida, busca-se desenvolver métodos de cálculo para quantificar as perdas imediatas e as progressivas de protensão, utilizando modelos analíticos adequados.

Além disso, conduzir uma análise dos carregamentos, esforços e avaliação das perdas associadas, para a verificação da segurança durante a fase de protensão, incluindo uma análise dos estados limites de serviço (ELS-F e ELS-D). Por fim, com o auxílio do *software* SECC, determinar o momento resistente para dimensionamento da armadura passiva em ELU, assegurando a integridade estrutural da viga.

1.2. JUSTIFICATIVA DO TEMA ABORDADO

A escolha desse tema é justificada pela sua relevância prática na engenharia civil, especialmente considerando a crescente utilização de técnicas de protensão em projetos estruturais. Compreender e quantificar essas perdas é fundamental para garantir a segurança e a integridade das estruturas, além de otimizar o uso de materiais e recursos. Ao investigar os fatores que contribuem para as perdas de protensão e seus efeitos nos estados limites, este estudo busca ajudar no conhecimento técnico necessário para o dimensionamento de elementos protendidos. Assim, a justificativa para a escolha desse tema reside na sua importância para a

prática profissional e na necessidade de atualizar os roteiros de cálculo existentes para incluir as alterações da NBR 6118:2023.

1.3. RESUMO DOS CAPÍTULOS

O capítulo 1 apresenta uma breve introdução e definição do tema. Ainda neste capítulo são apresentados os objetivos, justificativas e a estrutura do trabalho.

O capítulo 2 constitui-se da síntese dos trabalhos de diversos autores, destacando o histórico da protensão em concreto armado, além das definições de todos os requisitos para o cálculo e dimensionamento de vigas protendidas.

Já no capítulo 3, é apresentado o dimensionamento a flexão de uma viga, considerando todas as perdas e verificações dos estados-limites, bem como os métodos utilizados para o desenvolvimento dos cálculos.

Ao fim, no capítulo 4 estão dispostas as conclusões gerais do trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão apresentadas sínteses de trabalhos de diversos autores sobre a análise, dimensionamento e verificação de vigas protendidas submetidas a flexão. Nesta revisão, será priorizado apresentar ao leitor todas as considerações a serem levadas para o cálculo e dimensionamento de estruturas protendidas.

2.1. HISTÓRICO

Chust (2012) destaca que a concepção da protensão surgiu historicamente quase simultaneamente à do concreto armado, conforme evidenciado por Agostini (1983). Patentes datadas de 1886 e 1888 foram solicitadas por Jackson (Califórnia, EUA) e Dohering (Alemanha), enquanto também se menciona a experiência de Koenem (Berlim, Alemanha), que em 1906 empregou a protensão para mitigar fissuras em elementos de piso de argamassa. No entanto, as primeiras tentativas foram frustradas pela dificuldade em garantir tensões de compressão permanentes no concreto. Os efeitos da retração e da deformação lenta do concreto acabavam por anular o efeito do pré-estiramento da armadura. Apenas após os estudos e ensaios realizados por Eugene Freyssinet a partir de 1928, tornou-se possível compreender que seria necessário utilizar aços capazes de suportar grandes deformações de estiramento, de modo que mesmo que parte do estiramento fosse perdida ao longo do tempo, ainda assim transfeririam esforços de compressão ao concreto. As grandes deformações do aço podem ser obtidas sem

comprometer a aderência com o concreto, mediante o uso de dispositivos, como bainhas, que evitam o contato direto entre o aço de protensão e o concreto durante a distensão inicial.

De acordo com Bastos (2024), nos estágios iniciais do desenvolvimento do concreto protendido, devido à fraca resistência dos aços de protensão disponíveis naquela época, o sucesso não foi alcançado. A aplicação inicial de baixa força de protensão resultava em uma redução significativa posteriormente, devido às chamadas perdas de protensão, devido ao atrito nos cabos, encunhamento, encurtamento elástico, retração do concreto e relaxação do aço. Consequentemente, as vantagens estruturais conseguidas pela protensão eram perdidas após as perdas ocorrerem.

2.2. DEFINIÇÃO DOS ESTADOS LIMITES

2.2.1. Estados Limites Último -ELU

Segundo a ABNT NBR 6118:2023, o Estado-Limite Último é descrito como o ponto em que uma estrutura atinge seu colapso, ou qualquer outra condição que resulte em sua ruína, exigindo assim a interdição da mesma. De acordo com a norma, esse Estado-Limite no momento da protensão avalia a capacidade da estrutura de suportar os picos de tensão durante o processo de protensão levando em consideração a resistência característica do concreto, representada por f_{ckj} , que corresponde à resistência do concreto na idade fictícia j (em dias) em que a protensão é realizada.

No Estado-Limite Último (ELU) normal, em uma seção de concreto protendido, conforme estabelecido pela norma NBR 6118:2023, para garantir a segurança, é necessário que o momento resistente de cálculo da seção de concreto seja maior que o momento solicitante de cálculo para as combinações últimas normais. Isso assegura que a estrutura seja capaz de suportar as cargas máximas esperadas.

2.2.2. Estados Limites de Serviço – ELS

Os Estados-Limites de Serviço referem-se diretamente ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas. No dimensionamento estrutural, a norma requer a avaliação da estrutura em relação a diversos Estados-Limites de Serviço. Em casos de estruturas de concreto protendido, dependendo do nível de protensão, é necessário verificar alguns desses Estados-Limites de Serviço, tais como ELS-F e ELS-D, conforme estipulado pela ABNT NBR 6118:2023.

De acordo com a mesma norma, o Estado-Limite de Formação de Fissuras (ELS-F), trata-se do ponto em que se inicia o processo de formação de fissuras, sendo alcançado quando a tensão de tração máxima na seção é igual a $f_{ct,f}$. Já o Estado Limite de Descompressão (ELS-D) é o estado de serviço no qual, em um ou mais pontos da seção, a tensão normal é igual a zero, não havendo tração no restante da seção. É necessário realizar a verificação deste estado para elementos de concreto protendido.

2.3. AÇÕES

As forças que atuam sobre as estruturas são descritas como os elementos que provocam movimentos, resultando em deformações e tensões nas estruturas. Essas forças, conforme a ABNT NBR 8681:2003, podem ser categorizadas como permanentes, variáveis e excepcionais.

De acordo com a ABNT NBR 6118:2023 (item 11.2.1): *“Na análise estrutural deve ser considerada a influência de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança da estrutura em exame, levando-se em conta os possíveis estados-limites últimos e os de serviço.”*

2.3.1. Ações Permanentes

As cargas permanentes são aquelas que exercem uma influência constante sobre as estruturas ao longo do tempo, identificadas pelo símbolo g . Estas cargas permanentes podem ser subdivididas em dois tipos, definidos pela NBR 6118:2023: diretas e indiretas.

As ações permanentes diretas englobam o peso próprio da estrutura, dos elementos construtivos fixos, das instalações permanentes e dos empuxos permanentes. Já as ações permanentes indiretas referem-se às deformações resultantes da retração e fluência do concreto, aos deslocamentos de apoio, às imperfeições geométricas e à protensão.

2.3.2. Ações variáveis

As cargas variáveis são aquelas que demonstram flutuações significativas ao longo da vida útil da construção, conforme estabelecido pela NBR 8681:2003, sendo designadas pelo símbolo q . Exemplos dessas cargas incluem aquelas aplicadas sobre as lajes e as forças do vento. Cargas variáveis são categorizadas em dois tipos: diretas e indiretas.

As cargas variáveis diretas representam as cargas acidentais previstas no uso da estrutura, resultantes da ação do vento e da água. Segundo a NBR 8681:2003, as forças acidentais são definidas como aquelas que agem sobre as estruturas devido ao seu uso.

Cholfe e Bonilha (2016) descrevem as cargas variáveis indiretas como flutuações de temperatura, podendo ser uniformes ou não, e as forças dinâmicas exercidas na estrutura quando sujeita a choques e vibrações.

2.3.3. Protensão

De acordo com as diretrizes estabelecidas pela ABNT NBR 6118:2023, é necessário levar em conta as cargas resultantes da protensão em todas as estruturas que fazem uso desse método. Isso inclui tanto os elementos construtivos que são diretamente protendidos quanto aqueles que são afetados de forma indireta pela protensão (como os esforços hiperestáticos de protensão). A avaliação da força de protensão deve ser realizado considerando as perdas, na idade em questão, estipuladas pela ABNT NBR 6118:2023, bem como a força inicial necessária.

Além disso, segundo o item 17.2.2 da norma, para a análise dos esforços resistentes de uma seção de viga ou pilar, deve-se levar em conta a seguinte hipótese básica, para armaduras ativas não aderentes sem valores experimentais:

- para elementos com relação vão/altura igual ou menor que 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/100\rho_p, \text{ não podendo ultrapassar } 420 \text{ MPa} \quad (1)$$

- para elementos com relação vão/altura maior que 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/300\rho_p, \text{ não podendo ultrapassar } 210 \text{ MPa} \quad (2)$$

Onde a taxa de armadura é expressada pela equação (3):

$$\rho_p = \frac{A_p}{b \cdot d_p} \quad (3)$$

sendo:

ρ_p : taxa geométrica da armadura ativa;

d_p : altura útil referida à armadura ativa.

2.4. COEFICIENTE DE PONDERAÇÃO DAS AÇÕES

Segundo o que está definido no item 11.7 da ABNT NBR 6118:2023, o aumento das ações deve seguir as diretrizes de γ_f , expressado pela equação (4).

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3} \quad (4)$$

2.4.1. Coeficientes de ponderação das ações no estado-limite último (ELU)

De acordo com a ABNT NBR 6118:2023, ao considerar os Estados-Limites Últimos, os coeficientes γ_f de ponderação das ações podem ser tratados como o produto de dois outros, γ_{f1} e γ_{f3} , conforme a equação (5).

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3} \quad (5)$$

sendo:

γ_f : coeficiente de ponderação das ações.

Como o dimensionamento é realizado para garantir a resistência frente à combinação última de cargas normais, γ_f varia conforme as condições (favoráveis, desfavoráveis, cargas variáveis e temperatura) e as ações (permanentes, variáveis e protensão), então:

a) Permanentes (g)

$\gamma_f = 1,4$ para ações desfavoráveis;

$\gamma_f = 1,0$ para ações favoráveis.

b) Variáveis (q)

$\gamma_f = 1,4$ para ações de cargas variáveis;

$\gamma_f = 1,2$ para ações advindas da temperatura.

c) Protensão (p)

$\gamma_f = 1,2$ para ações desfavoráveis;

$\gamma_f = 0,9$ para ações favoráveis.

2.4.2. Coeficientes de ponderação das ações no Estado-Limite de Serviço (ELS)

O fator de majoração das ações no Estado-Limite de Serviço é determinado pela fórmula: $\gamma_f = \gamma_{f2}$, conforme especificado no item 11.7.1 da ABNT NBR 6118:2023. O valor do coeficiente γ_{f2} varia de acordo com as verificações (combinações quase permanentes, frequentes e raras) e ações requeridas (cargas de utilização, vento e temperatura). Neste dimensionamento é considerado nível de protensão limitada e somente cargas de utilização como cargas variáveis, em locais onde não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas, então:

$\gamma_f = \psi_1$ para combinações frequentes;

$\gamma_f = \psi_2$ para combinações quase permanentes.

2.4.3. Coeficientes de ponderação das ações do Estado-Limite Último no Ato da Protensão

Para analisar o Estado-Limite Último durante a protensão, as cargas aplicadas à estrutura devem ser ponderadas pelos seguintes fatores de ponderação, de acordo com a ABNT NBR 6118:2023.

$$\gamma_c = 1,2;$$

$$\gamma_s = 1,15;$$

$$\gamma_p = 1,0 \text{ na pré-tração};$$

$$\gamma_p = 1,1 \text{ na pós-tração}.$$

onde:

γ_c : coeficiente de ponderação da resistência do concreto;

γ_s : coeficiente de ponderação da resistência do aço (armadura passiva);

γ_p : coeficiente de ponderação das cargas oriundas da protensão.

2.4.4. Verificação simplificada

A ABNT NBR 6118:2023 possibilita a análise no estágio I (quando o concreto não está fissurado e os materiais apresentam comportamento elástico linear) em relação ao estado limite último de protensão, desde que as seguintes condições sejam atendidas:

- a) A tensão máxima de compressão na seção de concreto, obtidas através das solicitações ponderadas de $\gamma_p = 1,1$ e $\gamma_f = 1,0$ não pode ultrapassar os seguintes valores:

$$0,7 \cdot f_{ckj} \rightarrow f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (6)$$

$$0,7 \cdot [1,0 - (f_{ckj} - 50)/200] \cdot f_{ckj} \rightarrow 50 < f_{ck} < 90 \text{ MPa} \quad (7)$$

onde:

$$f_{ckj} = \left(f_{ck} \cdot e^{(0,25 \cdot (1 - \sqrt{28/t}))} \right) \quad (8)$$

- b) A tensão máxima de tração do concreto tem que ser menor ou igual a 1,2 vez a resistência a tração f_{ctm} correspondente ao valor f_{ckj} especificado. Conforme a equação a seguir:

$$1,2 \cdot f_{ctm} = 1,2 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (9)$$

2.5. COMBINAÇÕES DE CARREGAMENTO

2.5.1. Combinações em ELU

A ABNT NBR 6118:2023 categoriza a combinação última em combinação normal, especial ou de construção, e excepcional. Conforme Bastos (2024), a combinação última a ser considerada é a combinação última normal. A estrutura está sujeita a diversos tipos de carregamentos, como o próprio peso, sobrecargas e os efeitos da protensão. Assim, o dimensionamento é realizado para garantir a resistência frente à combinação última de cargas normais, satisfazendo a equação (10), apresentada no item 11.8.2.4, Tabela 11.3 da NBR 6118:2023.

$$F_d = \gamma_g \cdot F_{g,k} + \gamma_{eg} \cdot F_{eg,k} + \gamma_q \cdot (F_{q1,k} + \sum \psi_{0j} \cdot F_{qj,k}) + \gamma_{eq} \cdot \psi_{0e} \cdot F_{eq,k} \quad (10)$$

onde:

F_d : é o valor de cálculo das ações para a combinação última;

$F_{g,k}$: representa as ações permanentes diretas;

$F_{eg,k}$: representa as ações indiretas permanentes como a retração F_{egk} e variáveis como a temperatura F_{eqk} ;

$F_{q,k}$: representa as ações variáveis diretas das quais $F_{q1,k}$ é escolhida principal.

2.5.2. Combinações no ELS

As combinações para a análise no Estado-Limite de Serviço são categorizadas em combinação de serviço quase permanentes, frequentes e raras. Para a protensão limitada, a norma exige que as combinações quase permanentes e frequentes sejam verificadas, conforme as equações (11) e (12), contidas no item 11.8.3.2, Tabela 11.4 da NBR 6118. Os valores requeridos de ψ_1 e ψ_2 para essa verificação das combinações no estado-limite de serviço são detalhados no item 11.7.1, Tabela 11.2.

$$F_{d,serv,CQP} = F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qj,k} \quad (11)$$

$$F_{d,serv,CF} = F_{gi,k} + \psi_1 \cdot F_{q1,k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qj,k} \quad (12)$$

onde:

$F_{d,serv,CQP}$: é o valor de cálculo das ações referentes a combinação quase permanente;

$F_{d,serv,CF}$: é o valor de cálculo das ações referentes a combinação frequentes;

$F_{gi,k}$: é o valor característico das ações permanentes;

$F_{qj,k}$: é o valor característico das ações variáveis, das quais $F_{q1,k}$ é escolhida principal;

ψ_1 : é o fator de redução de combinação frequente para ELS;

ψ_2 : é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.

2.6. TIPOS DE PROTENSÃO

O ato de protender é basicamente o tracionamento da armadura de protensão. Este pode ser realizada de forma anterior ou posterior a concretagem da peça. Quando o tracionamento é feito antes da concretagem, temos a protensão em pré-tração, e quando a peça é tracionada após a sua concretagem temos a protensão em pós-tração.

2.6.1. Pré-tração

Refere-se ao concreto protendido onde a pré-tensão da armadura é realizada usando suportes independentes da estrutura antes da concretagem. Após o endurecimento do concreto, a conexão entre a armadura de protensão e esses suportes é desfeita; a ancoragem no concreto é feita apenas por aderência.

2.6.2. Pós-tração

Método de protensão em que a tensão na armadura ativa é aplicada após a concretagem e endurecimento da peça, utilizando partes da própria estrutura como suportes. O concreto protendido em pós-tração pode ser executado com aderência ou sem aderência ao material. Conforme observado por Cholfe e Bonilha (2016):

A pós-tração com aderência, posteriormente desenvolvida com a injeção de calda de cimento preenchendo os espaços vazios no interior das bainhas, tem aplicação generalizada em estruturas protendidas de médio e grande portes, destacando-se obras viárias de infraestrutura como pontes e viadutos. São as tradicionais estruturas moldadas e protendidas no local da construção. (CHOLFE e BONILHA, 2016).

De acordo com a ABNT NBR 6118:2023, a protensão pós-tração não aderente refere-se ao método de concreto protendido em que a tensão prévia na armadura ativa é aplicada após a solidificação do concreto, utilizando partes da própria estrutura como apoio, sem criar aderência com o concreto; em vez disso, a armadura é conectada ao concreto apenas em pontos específicos. De acordo com Bastos (2024):

A pós-tensão sem aderência com o uso de cordoalha engraxada vem sendo muito aplicada no Brasil e no mundo nas últimas duas décadas, especialmente em lajes maciças e nervuradas, pisos industriais, vigas e em reforço estrutural. A cordoalha de sete fios é envolta com graxa para diminuir o atrito com a capa de polietileno durante a movimentação na operação de estiramento. A capa funciona como uma bainha, impedindo o contato do concreto com a cordoalha. (BASTOS, 2024).

2.7. NÍVEIS DE PROTENSÃO

A ABNT NBR 6118:2023 apresenta os níveis de protensão para projetos de elementos protendidos no Brasil, levando em consideração tanto o tipo de protensão (pré-tração ou pós-tração) quanto a classe de agressividade ambiental, como mostrado na Figura 2.

Figura 2 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental (NBR 6118, Tabela 13.4).

Tipo de concreto estrutural	Tipo de protensão	Classe de agressividade ambiental (CAA)	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto Simples	-	CAA I a CAA IV	Não há	-
Concreto Armado	-	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	-	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	-	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto Protendido nível 1 (<i>protensão parcial</i>)	Pré-tração	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação frequente
	Pós-tração	CAA I e CAA II		
Concreto Protendido nível 2 (<i>protensão limitada</i>)	Pré-tração	CAA I e CAA II	Verificar as duas condições abaixo	
	Pós-tração	CAA I a CAA IV	ELS-F Combinação frequente	ELS-D ^a Combinação quase permanente
Concreto Protendido nível 3 (<i>protensão completa</i>)	Pré-tração	CAA I a CAA IV	Verificar as duas condições abaixo	
	Pós-tração	CAA I a CAA IV	ELS-F Combinação rara	ELS-D ^a Combinação frequente
<i>“Para as classes de agressividade ambiental CAA-III e IV, exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham proteção especial na região de suas ancoragens. No caso de pré-tração em estruturas de concreto pré-fabricado, devem ser atendidos os requisitos da ABNT NBR 9062. Nota 1 As definições de ELS-W, ELS-F e ELS-D encontram-se em 3.2. Nota 2 No projeto de lajes lisas e cogumelo protendidas, basta ser atendido o ELS-F para a combinação frequente das ações, em todas as classes de agressividade ambiental.</i>				
^a <i>A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p = 50$ mm (ver Figura 3.1).”</i>				

Fonte: NBR ABNT 6118:2023

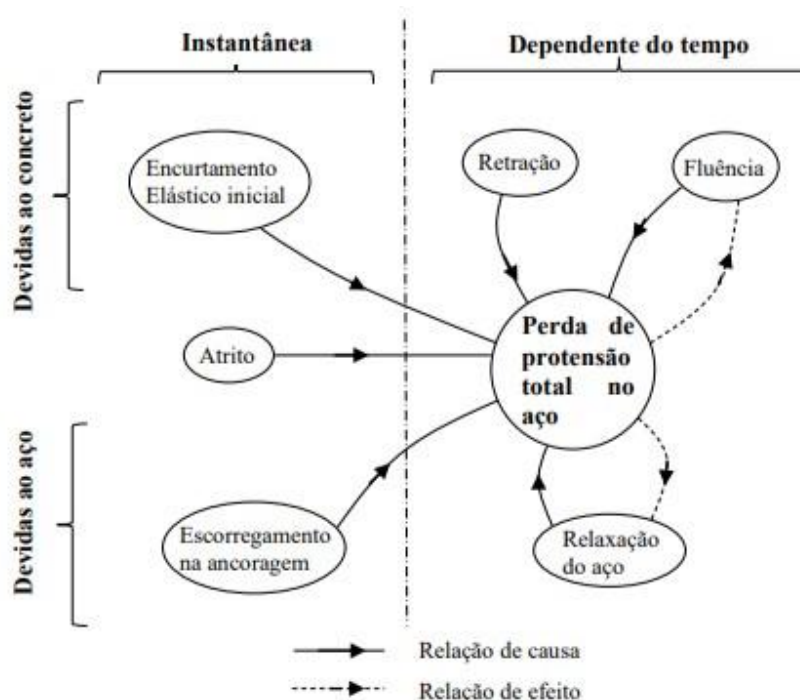
A NBR 6118:2023, define os níveis de protensão, para uma peça fletida sob o carregamento de serviço, em função das tensões na seção da seguinte forma:

- protensão completa: a peça trabalha livre de tensões de tração e de fissuras ao longo da vida útil;
- protensão limitada: podem ocorrer tensões de tração, mas que não ultrapassam uma tensão admissível, e a peça trabalha livre de fissuras;
- protensão parcial: as tensões de tração não são restringidas e a peça trabalha fissurada.

2.8. PERDAS DE PROTENSÃO

Segundo Bastos (2024), a força inicialmente aplicada na protensão diminui ao longo do tempo, com uma redução rápida no início, seguida por uma diminuição mais gradual ao longo da vida útil da estrutura. Esse declínio na força de protensão ocorre devido à diminuição do alongamento da armadura, resultado de várias causas, o que consequentemente reduz a força de protensão. A soma de todas as perdas de tensão resulta na perda total de protensão, que é calculada para estimar a força final de protensão efetiva. A Figura 3 explica como representa cada tipo de perda.

Figura 3 - Contribuição de cada perda de protensão na perda total



Fonte: Bastos (2024)

2.8.1. Perdas imediatas

As perdas de protensão que ocorrem no momento $t = t_0$ são chamadas perdas imediatas, são as perdas "instantâneas" conforme mostrado na Figura 3 e, de acordo com Bastos (2024), podem ser caracterizadas da seguinte forma:

a) Encurtamento elástico inicial:

É a perda devido ao encurtamento do concreto e da armadura de protensão devido a força de protensão que é aplicada na peça. Pela perda de parte do alongamento inicial da armadura protendida consequentemente parte da força de protensão é perdida.

Conforme descrito na NBR 6118:2023, item 9.6.3.3.2.1, "a protensão sucessiva de cada um dos n grupos de cabos protendidos simultaneamente provoca uma deformação imediata do

concreto e, conseqüentemente, afrouxamento dos cabos anteriormente protendidos". Então, a perda média de protensão por cabo pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\Delta\sigma_{p,enc} = \frac{\alpha_p \cdot (\sigma_{cp} + \sigma_{cg}) \cdot (n - 1)}{2 \cdot n} \quad (13)$$

sendo:

$$(\sigma_{cp} + \sigma_{cg}) = -\frac{P_0}{A_c} - \frac{P_0 \cdot e_p^2}{I_h} - \frac{M_{pp} \cdot e_p}{I_h} \quad (14)$$

onde:

$\alpha_p = E_p/E_c$: razão entre o módulo de elasticidade da armadura de protensão e do concreto;

σ_{cp} : tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devida à protensão simultânea de n cabos;

σ_{cg} : tensão no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devida à carga permanente mobilizada pela protensão ou simultaneamente aplicada com a protensão;

P_0 : é o valor inicial da força de protensão transferida ao concreto, diminuída das perdas de protensão devidas ao atrito e encunhamento;

$M_{pp} = x \cdot pp \cdot (L/2) - pp \cdot (x^2/2)$, é o momento fletor devido ao peso próprio da viga, onde x é a coordenada da posição da viga, para uma viga biapoiada com carregamento uniformemente distribuído;

pp : é o peso próprio da viga;

L : é o vão livre da viga;

e_p : excentricidade do cabo resultante em relação ao baricentro da seção do concreto.

b) Atrito:

É a perda de tensão aplicada ao longo do comprimento da peça, devido ao atrito entre a bainha e o aço de protensão quando a peça é movimentada no estiramento.

Uma das vantagens da pós-tração é a sua capacidade de introduzir curvas no cabo ao longo do perfil longitudinal da longarina. Essa flexibilidade permite aos engenheiros um melhor controle sobre as tensões nas seções transversais. No entanto, a introdução de curvas nos cabos de protensão pode resultar em atrito entre as cordoalhas e a bainha metálica, diminuindo a força de protensão ao longo do comprimento. Além do atrito induzido pelas curvas planejadas, há também o atrito causado por pequenas ondulações parasitárias que podem surgir mesmo em cabos retos.

Durante o processo de estiramento dos cabos, a força de protensão inicial P_i é gradualmente transferida para o concreto ao longo da longarina, devido ao atrito, resultando em

uma diminuição da tensão no cabo. Essa diminuição ocorre à medida que o cabo se afasta da ancoragem ativa, onde a força de protensão é aplicada pelo cilindro hidráulico.

A intensidade da perda de protensão devido ao atrito depende do trajeto do cabo, da rugosidade entre a bainha e as cordoalhas, e da posição onde a força está sendo avaliada. Conforme definido pela norma NBR 6118:2023, a perda por atrito ΔP_{atr} pode ser determinada pela equação (15):

$$\Delta P_{atr} = P_i \cdot [1 - e^{-(\mu \cdot \sum \alpha + k \cdot x)}] \quad (15)$$

sendo:

$$\Delta \sigma_{atr} = \frac{\Delta P_{atr}}{A_p} \quad (16)$$

onde:

x : abscissa do ponto onde se calcula ΔP , medida a partir da ancoragem, expressa em metros;

$\sum \alpha$: soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa x , expressa em radianos;

μ : coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha;

ΔP_{atr} : perda da força de protensão por atrito;

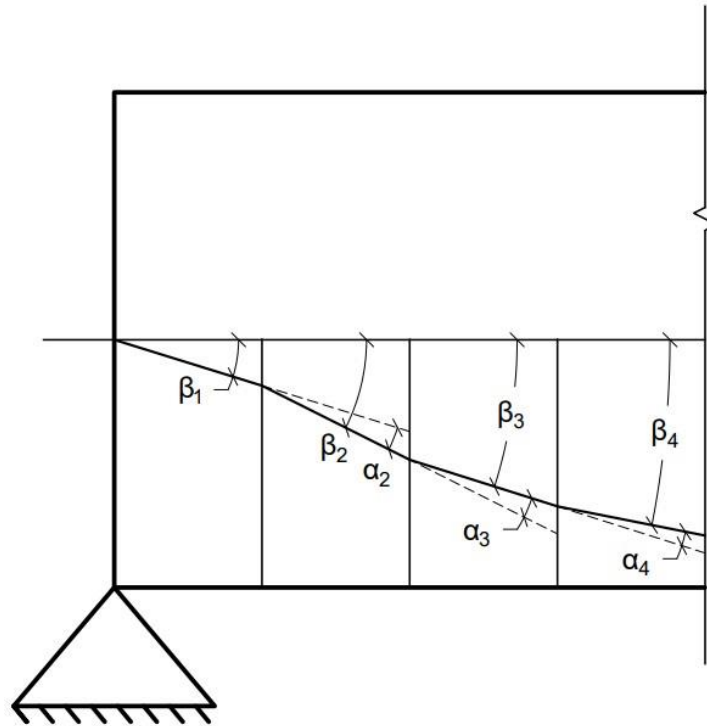
$\Delta \sigma_{atr}$: perda de tensão por atrito.

A avaliação do ângulo α é obtida analisando o traçado do cabo. É assumido que o cabo é constituído de seguimento de retas, conforme mostrado na Figura 4, sendo:

β_i : Ângulo que o traçado do cabo faz com a horizontal, onde, i é a i -ésima posição;

α_i : Ângulo entre trechos.

Figura 4 - Determinação do desvio angular do cabo de protensão



Fonte: O Autor

Portanto, encontra-se o valor de α_i pela equação (17).

$$\alpha_i = \beta_i - \beta_{i-1} \quad (17)$$

sendo:

$$\beta_i = \tan^{-1} \left(\frac{h_i - h_{i-1}}{x_i} \right) \quad (18)$$

onde:

h_i : altura do cabo de protensão no ponto da abscissa x_i .

c) Escorregamento na ancoragem (Encunhamento):

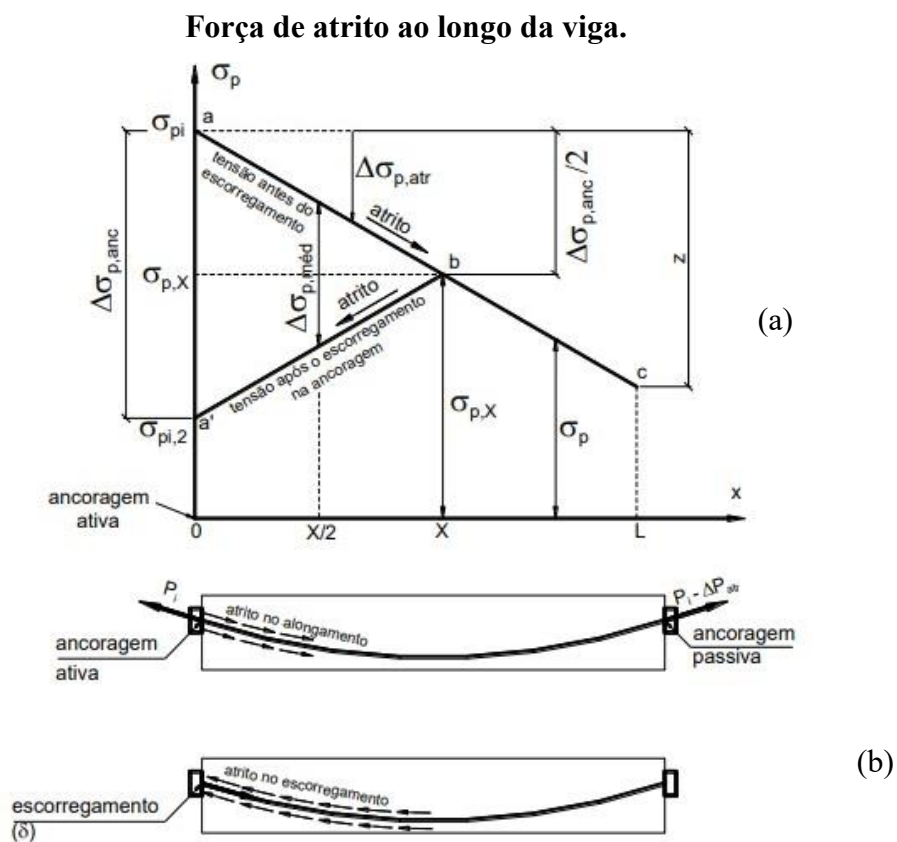
É a perda devido ao escorregamento da armadura quando o cilindro hidráulico solta a armadura após o estiramento. A armadura escorrega por poucos milímetros, arrastando a cunha para dentro do furo da porta cunha, até sua completa cravação.

Durante o processo de aplicação da força de protensão nos cabos, o cilindro hidráulico experimenta uma reação na face externa da viga onde está posicionado. Uma vez que a tensão desejada é alcançada, o cilindro hidráulico é retratado de modo que a transmissão da força de protensão não seja mais feita pela face do cilindro, mas sim pela cunha para o bloco de ancoragem. Neste ponto, as cunhas, que foram anteriormente deslocadas durante o estiramento dos cabos, são movidas em direção aos furos cônicos do bloco de ancoragem pelos próprios cabos. Esse movimento das cunhas resulta em uma redução do estiramento dos cabos, o que

diminui a tensão inicial aplicada pelo cilindro hidráulico nos cabos. Essa redução de tensão é conhecida como perda por encunhamento $\Delta\sigma_{p,anc}(x)$.

A Figura 5 ilustra como a tensão na armadura de protensão σ_p varia em relação à posição ao longo da viga x , com a origem na ancoragem ativa. Considerando que o processo de estiramento é realizado apenas em uma extremidade da peça, o perfil que conecta a e c representa a tensão na armadura, considerando o atrito, antes do início da retração do cilindro hidráulico.

Figura 5 - (a) Tensões na armadura ativa após encunhamento e forças de atrito. (b)



Fonte: Adaptado de Bastos (2024)

Conforme explicado por Bastos (2024), quando a cunha avança uma distância δ_{anc} , ocorre uma diminuição na tensão da armadura na posição da ancoragem ativa de σ_{pi} para $\sigma_{pi,2}$. Em seguida, as forças de atrito entre a armadura e a bainha agem em direção oposta ao escorregamento, diminuindo gradualmente até uma seção distante X da ancoragem ativa. As tensões passam então a ser representadas pelo perfil que conecta os pontos a' , b e c .

As forças de atrito que atuam tanto no estiramento quanto no escorregamento possuem a mesma intensidade, mas direções opostas. Portanto, os perfis de tensão que conectam os pontos ab e $a'b$ têm inclinações de módulo igual, porém opostas. Com esse entendimento, para

determinar o perfil de tensões após a acomodação da ancoragem, é necessário apenas definir a variação de tensão por acomodação na ancoragem ativa $\Delta\sigma_{pi,anc} = \sigma_{pi} - \sigma_{pi,2}$. Uma vez conhecida a inclinação do perfil de tensão após a acomodação da ancoragem, a variação de tensão $\Delta\sigma_{pi,anc}$ é determinada de modo que a integral da variação de tensão por ancoragem resulte em uma deformação no cabo igual à acomodação da ancoragem δ_{anc} , ou seja, de forma que a equação (19) seja satisfeita.

$$\delta_{anc} = \frac{1}{E} \cdot \int_0^x \Delta\sigma_{p,anc}(x) \cdot dx \quad (19)$$

2.8.2. Perdas progressivas

As perdas de protensão que se manifestam ao longo da vida útil da peça, desde o momento t_0 até t (geralmente $t \rightarrow \infty$). Na Figura 3, essas são representadas como perdas progressivas "dependentes do tempo", e Bastos (2019) as define da seguinte maneira:

- a) Retração: É a perda devido a diminuição do volume do concreto e consequentemente o encurtamento da peça que ocorre devido a evaporação d'água no decorrer da vida útil da peça. Com o encurtamento da peça, a armadura de protensão também encurta e perde tensão;
- b) Fluência: É a perda de protensão devido as deformações de encurtamento na peça ao longo do tempo, ocasionado pelo carregamento externo e força de protensão que aplicam tensões no concreto. Com o encurtamento da estrutura a tensão da armadura de protensão diminui;
- c) Relaxação do aço: É a perda devido a propriedade natural do aço de protensão, que sofre relaxamento devido ao alongamento e tensão que estão continuamente atuando no mesmo.

As perdas progressivas $\Delta\sigma_{p,pro}$ devem ser calculadas levando em conta a interação desses efeitos. A NBR 6118:2023 permite o uso de um método simplificado, desde que satisfaça as seguintes condições:

- a) concretagem do elemento estrutural, bem como a protensão, são executadas, cada uma delas, em fases suficientemente próximas para que se desprezem os efeitos recíprocos de uma fase sobre a outra;
- b) os cabos possuem entre si afastamentos suficientemente pequenos em relação à altura da seção do elemento estrutural, de modo que seus efeitos possam ser supostos equivalentes ao de um único cabo, com seção transversal de área igual à soma das

áreas das seções dos cabos componentes, situado na posição da resultante dos esforços neles atuantes (cabo resultante).

Nestes casos as perdas determinadas progressivas de protensão são determinadas através da equação (20), do tempo t_0 até t .

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p + \alpha_p \cdot \sigma_{c,p0g} \cdot \varphi(t, t_0) - \sigma_{p0} \cdot \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c \cdot \alpha_p \cdot \eta \cdot \rho_p} \quad (20)$$

onde:

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)] \quad (21)$$

$$\chi_c = 1 + 0,5 \cdot \varphi(t, t_0) \quad (22)$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0) \quad (23)$$

$$\eta = 1 + e_p^2 \cdot \frac{A_c}{I_h} \quad (24)$$

$$\rho_p = A_p / A_c \quad (25)$$

$$\alpha_p = E_p / E_{ci28} \quad (26)$$

sendo:

$\sigma_{c,p0g}$: tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante t_0 , sendo positiva se for de tração;

$\varphi(t, t_0)$: coeficiente de fluência do concreto no instante t para protensão e carga permanente, aplicadas no instante t_0 , conforme anexo A item 2.2.3 da NBR 6118:2023;

$\chi(t, t_0)$: coeficiente de fluência do aço no instante t_0 ;

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$: retração no instante t , descontada a retração ocorrida até o instante t_0 , conforme anexo A item 2.3.2 da NBR 6118:2023;

$\psi(t, t_0)$: coeficiente de relaxação do aço no instante t para protensão e carga permanente mobilizada no instante t_0 , conforme item 8.4.8 da NBR 6118:2023;

ρ_p : taxa geométrica da armadura de protensão.

A perda da força de protensão é maior em idades mais avançadas, sendo então o dimensionamento feito com $t = \infty$. Conforme a equação (27):

$$\Delta\sigma_{p,pro} = \Delta\sigma_p(\infty, t_0) \quad (27)$$

No item 8.4.8 da NBR 6118:2023, fornece relaxação de fios e cordoalhas, após 1000 h a 20°C (ψ_{1000}) e para tensões variando de 0,5 f_{ptk} a 0,8 f_{ptk} , obtida nos ensaios descritos na ABNT NBR7484. O coeficiente de relaxação do aço no instante t depende do ψ_{1000} , como ilustra a equação (28):

$$\psi(\infty) = 2,5 \cdot (\psi_{1000}) \quad (28)$$

O valor de retração do concreto pode ser calculado através da equação (29), descrita no anexo A, item 2.3.2 da NBR 6118:2023:

$$\varepsilon_{cs}(\infty, t_0) = \varepsilon_{cs\infty} [1 - \beta_s(t_0)] \quad (29)$$

Para isso, a Tabela 1 do anexo A, ilustrada no item 2.3.2 da norma, traz os métodos de cálculos para se obter o valor final da retração, onde depende da umidade e da espessura fictícia da peça, conforme a equação (30):

$$\varepsilon_{cs\infty} = 10^{-4} \cdot \left(-8,09 + \left(\frac{U}{15} \right) - \left(\frac{U^2}{2284} \right) - \left(\frac{U^3}{133765} \right) + \left(\frac{U^4}{7608150} \right) \right) \cdot \frac{33 + 2 \cdot h_{fic}}{20,8 + 3 \cdot h_{fic}} \quad (30)$$

No mesmo item, a norma traz o modelo de cálculo e ponderações para determinar o coeficiente relativo à retração $\beta_s(t)$, mostrado na equação (31):

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100} \right)^3 + A \cdot \left(\frac{t}{100} \right)^2 + B \cdot \left(\frac{t}{100} \right)}{\left(\frac{t}{100} \right)^3 + C \cdot \left(\frac{t}{100} \right)^2 + D \cdot \left(\frac{t}{100} \right) + E} \quad (31)$$

sendo:

$$A = 40 \quad (32)$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8 \quad (33)$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7 \quad (34)$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8 \quad (35)$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8 \quad (36)$$

De acordo com a NBR 6118:2023, na Tabela 8.1 no item 8.2.11, a espessura fictícia é dada por:

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{u_{ar}} \quad (37)$$

onde:

u_{ar} : perímetro de contato na seção transversal com o ar;

γ : coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente.

Dessa forma, o coeficiente de ponderação é expressado ainda no item 2.3.2 do anexo A da norma, na equação a seguir:

$$\gamma = 1 + e^{(-7,8+0,1U)} \text{ para } U \leq 90\% \quad (38)$$

Já a idade fictícia do concreto descrita no item 2.4.1 do anexo A é dada por:

$$t = \alpha \sum \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef,i} \quad (39)$$

sendo:

α : coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento, e podem ser empregados os valores da Tabela 1;

T_i : temperatura média diária do ambiente, em graus Celsius;

$\Delta t_{ef, i}$: período, em dias, durante o qual a temperatura média do ambiente T_i , pode ser admitida constante.

Tabela 1 - Valores de α para o cálculo da idade fictícia

Cimento Portland (CP)	α	
	Fluência	Retração
De endurecimento lento (CP III e CP IV, todas as classes de resistência)	1	1
De endurecimento normal (CP I e CP II, todas as classes de resistência)	2	
De endurecimento rápido (CP V-ARI)	3	

Fonte: NBR ABNT 6118:2023

Para calcular o coeficiente de fluência do concreto no instante t para protensão e carga permanente, de acordo com item 2.2.3 do anexo A da NBR 6118, é preciso somar os coeficientes descritos nas equações (41), (42) e φ_d , conforme a equação (40):

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d \quad (40)$$

onde:

$$\varphi_a = 0,8 \left[1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (41)$$

$$\varphi_f(\infty, t_0) = \varphi_{f\infty} [1 - \beta_f(t_0)] \quad (42)$$

sendo:

φ_a : coeficiente de deformação rápida;

$\varphi_f(\infty, t_0)$: coeficiente de deformação lenta irreversível;

$\varphi_{d\infty} = 0,4$, é o coeficiente de deformação lenta reversível.

Ainda no mesmo item, para os concretos de classes C20 a C45, é expressado o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível, pela equação (43), e o valor do coeficiente relativo à deformação lenta irreversível, em função da idade do concreto, dado pela equação (44):

$$\varphi_{f\infty} = (4,45 - 0,035U) \frac{0,42 + h_{fic}}{0,20 + h_{fic}} \quad (43)$$

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + A \cdot t + B}{t^2 + C \cdot t + D} \quad (44)$$

sendo:

t : idade fictícia do concreto;

h_{fic} : espessura fictícia da seção transversal.

Onde, através das equações a seguir, expressa os fatores de ponderação para determinar $\beta_f(t)$:

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113 \quad (45)$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23 \quad (46)$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183 \quad (47)$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931 \quad (48)$$

A relação entre a resistência na idade t_0 e $f_c(t_\infty)$ pode ser calculada através da expressão prevista no item 12.3.3, descrita na NBR 6118:2023, pela equação (49):

$$\frac{f_{ckj}}{f_{ck}} = e^{s(1-\sqrt{28/t})} \quad (49)$$

onde:

$s = 0,38$ para concreto de cimento CP III e CP IV;

$s = 0,25$ para concreto de cimento CP I e CP II;

$s = 0,38$ para concreto de cimento CP V-ARI;

t : idade efetiva do concreto em dias.

A tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, é obtida pela equação (50):

$$\sigma_{c,p0g} = \frac{M_g}{I} e_p - \frac{P_0}{A_c} \eta \quad (50)$$

Portanto, com todos os parâmetros calculados, é possível através da equação (20) determinar as perdas progressivas.

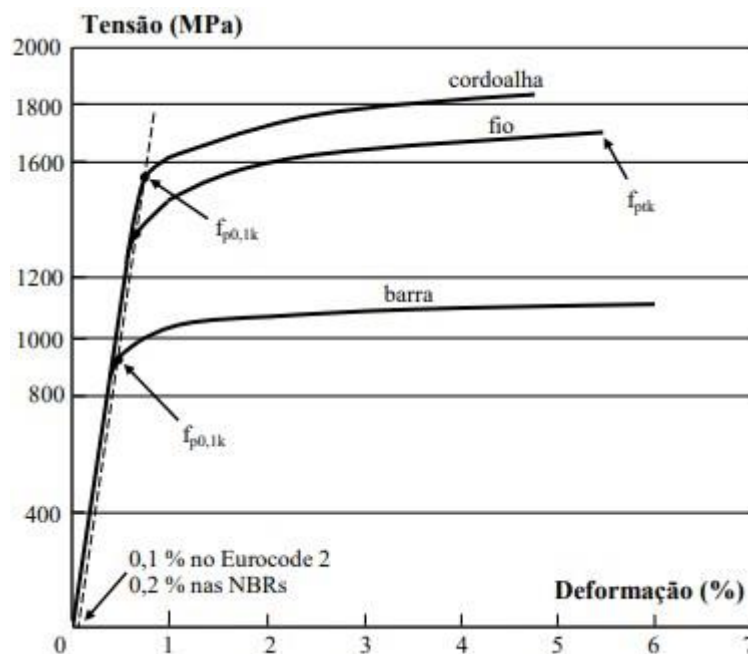
2.9. AÇOS PARA CONCRETO PROTENDIDO – ARMADURA ATIVA

Os tipos de aços empregados no concreto protendido são os seguintes:

- Fios treilados de aço carbono, diâmetro de 3 a 8 mm, fornecidos em rolos ou bobinas;
- Cordoalhas, que são fios enrolados em espiral (com 3 ou 7 fios);
- Barras de aço-liga de alta resistência, produzidas por laminação a quente (HANAI, 2005).

Bastos (2024) fornece um gráfico de tensão versus deformação para esses três tipos de aço, conforme mostrado na Figura 6.

Figura 6 - Diagrama tensão x deformação típico dos aços de protensão



Fonte: Bastos (2024)

Os aços podem ser categorizados com base em sua força típica de tração e sua propensão à relaxação (RN - Relaxação Normal e RB - Relaxação Baixa).

Aços aliviados ou de relaxação normal (RN), são aços retificados por tratamento térmico que alivia as tensões internas de trefilação. Já os aços estabilizados ou de relaxação baixa (RB), são os aços que recebem tratamento termo-mecânico, o qual melhora as características elásticas e reduz as perdas de tensão por relaxação do aço.

Segundo a norma NBR 7483:2008, que aborda as cordoalhas de aço para concreto protendido, os aços mais utilizados são os seguintes:

- Categoria CP 190: $f_{pyk} = 1.710$ MPa e $f_{ptk} = 1.900$ MPa
- Categoria CP 210: $f_{pyk} = 1.890$ MPa e $f_{ptk} = 2.100$ MPa

Essas características dos aços para protensão são descritas nas seguintes normas brasileiras:

- NBR 7482/08: Fios de aço para Concreto Protendido – Especificação;
- NBR 7483/08: Cordoalhas de aço para Concreto Protendido – Especificação;
- NBR 7484/09: Barras, cordoalhas e fios de aço destinados a armaduras de protensão – Método de ensaio de relaxação isotérmica;
- NBR 6349/08: Barras, cordoalhas e fios de aço para armaduras de protensão – Ensaio de tração.

2.9.1. Cordoalhas

A norma NBR 7483:2008 estabelece os critérios para fabricação, pedido, fornecimento e aceitação de cordoalhas de aço de alta resistência de três e sete fios, usadas como armaduras de protensão. Essas cordoalhas podem ser com ou sem graxa, conforme ilustrado na Figura 7. Elas são sempre produzidas na condição de relaxação baixa (RB). Além disso, a norma especifica que o módulo de elasticidade das cordoalhas (E_p) é de 200 GPa.

Figura 7 – Cordoalha de sete fios



(a) cordoalha nua;

(b) cordoalha engraxada.

Fonte: Catálogo ArcelorMittal

2.9.2. Características

As propriedades das cordoalhas fabricadas por empresas brasileiras são ilustradas na Figura 8 (cordoalhas engraxadas).

Figura 8 – Especificação de cordoalhas engraxadas

ESPECIFICAÇÕES DOS PRODUTOS – CORDOALHAS PARA PROTENSÃO ENGRAXADAS E PLASTIFICADAS							
Produto	Diâmetro nominal (mm)	Área aprox. (mm²)	Área mínima (mm²)	Massa aprox. (kg/1.000 m)	Carga mínima de ruptura (kN)	Carga mínima a 1% de deformação (kN)	Alongamento após ruptura (%)
Cordoalhas de 7 fios CP 190, cor azul							
Cord. CP 190 RB 12,70	12,7	101	99	792	187	169	
Cord. CP 190 RB 15,20	15,2	143	140	1.126	265	239	3,5
Cord. CP 190 RB 15,70	15,7	150	147	1.172	279	246	
Cordoalhas de 7 fios CP 210, cor laranja							
Cord. CP 210 RB 12,70	12,7	101	99	792	203	183	
Cord. CP 210 RB 15,20	15,2	143	140	1.126	288	259	3,5
Cord. CP 190 RB 15,70*	15,7	150	147	1.172	308	277	

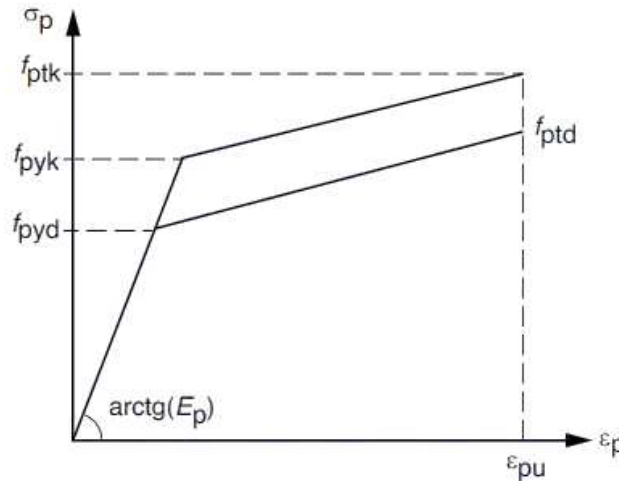
* Pode ser fabricada sob consulta/encomenda.

Fonte: Catálogo ArcelorMittal

2.9.3. Diagrama Tensão-Deformação

Para realizar cálculos nos Estados-Limites de Serviço (ELS) e Estados-Limites Últimos (ELU), a ABNT NBR 6118:2023 recomenda o uso do diagrama tensão-deformação simplificado ilustrado na Figura 9.

Figura 9 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas



Fonte: NBR ABNT 6118:2023

Os valores característicos da resistência ao escoamento convencional f_{pyk} , da resistência à tração f_{ptk} e do alongamento após a ruptura ϵ_{uk} das cordoalhas devem satisfazer os requisitos mínimos estabelecidos pela ABNT NBR 7483:2020. Da mesma forma, os valores de f_{pyk} , f_{ptk} e ϵ_{uk} dos fios devem estar em conformidade com as especificações da ABNT NBR 7482.

Assim, as equações (51), (52) e (53) demonstram a forma de calcular as deformações das armaduras ativas.

$$\epsilon_{pyk} = \frac{f_{pyk}}{E_p} \quad (51)$$

$$\epsilon_{pyd} = \frac{f_{pyd}}{E_p} \quad (52)$$

$$\epsilon_{pu} \approx 30 \text{ a } 40\% \quad (53)$$

onde:

f_{pyk} : é a resistência característica ao escoamento do aço de armadura ativa;

f_{pyd} : é a resistência de cálculo ao escoamento do aço de armadura ativa;

f_{ptk} : é a resistência característica à tração do aço de armadura ativa;

E_p : é o módulo de elasticidade do aço de armadura ativa;

ε_{pyk} : é a deformação característica específica do aço de armadura ativa;

ε_{pyd} : é a deformação de cálculo específica do aço de armadura ativa;

ε_{pu} : é a deformação específica do aço de protensão na ruptura.

2.10. FORÇA DE PROTENSÃO INICIAL

A força de protensão inicial P_i é limitada pela NBR 6118:2023, que estabelece que durante a aplicação da força de protensão nos cabos, em pós-tração e não aderentes, a tensão nestes não deve ser superior a:

$$\sigma_{pi} = 0,80 \cdot f_{ptk} \quad (54)$$

2.11. *Software* SECC

O SECC é um aplicativo utilizado para análise de seções de concreto armado e/ou protendido submetidas à flexão composta, normal ou oblíqua. Suas principais características incluem:

- Verificação quanto ao estado limite último de ruptura (ELU);
- Possibilidade de verificação de tensões em Estados-Limites de Serviço (ELS) e ELU;
- Cálculo da rigidez secante (EI_{sec});
- Suporte para concretos de alta resistência de acordo com a NBR6118:2014 ($f_{ck} \geq 50$ MPa);
- Geração de diagramas de interação Esforço normal x Momento fletor;
- Apresentação de resultados gráficos para deformações e tensões na seção transversal.

Essas características tornam o SECC uma ferramenta útil na análise e dimensionamento de estruturas de concreto armado e protendido.

Ao considerar o uso deste *software* para análise de concreto com resistência característica à compressão f_{ck} inferior a 40 MPa, é importante ressaltar que, embora tenha sido desenvolvido com base na norma NBR 6118:2014, o software pode ainda assim ser aplicável ao diagrama tensão-deformação especificado na NBR 6118:2023.

3. DESENVOLVIMENTO

Neste capítulo serão apresentados os métodos utilizados para o desenvolvimento dos cálculos.

3.1. METODOLOGIA

Foram elaborados cálculos por meio de uma implementação computacional em planilha eletrônica para avaliação das perdas de protensão, verificação das tensões no ato da protensão e em serviço e a verificação do momento resistente foi desenvolvido utilizando o *software* SECC. A planilha começa com a entrada de dados, seguida pela estimativa da carga de protensão e pela determinação da quantidade correspondente de cordoalhas. Em seguida, é calculado as perdas imediatas e progressivas, preparando-se para a verificação da tensão no ato da protensão, além da verificação em serviço. Por fim, é feita a verificação Estado Limite (ELU), e dimensionamento da armadura passiva com o auxílio do *software* SECC.

3.2. RESULTADOS

3.2.1. Dados de entrada

O dimensionamento da viga apresentada neste trabalho foi inspirado em um projeto real, fornecendo uma base prática para o desenvolvimento do estudo. Essa abordagem permitiu uma compreensão das necessidades e considerações específicas envolvidas no dimensionamento de vigas protendidas, contribuindo para a compreensão dos fenômenos envolvidos.

Dessa forma, foi considerada uma viga com vão de 17 metros, biapoiada, e de seção retangular com base de 30 cm e altura de 50 cm. Para este dimensionamento, também se considera f_{ck} de 30 MPa e aços CA-50 para as armaduras passivas ($f_{yk} = 500$ MPa). Para efeitos de cálculos, supõe-se que seja uma viga de sacada que recebe 2 metros de laje, resultando em uma sobrecarga de utilização de 3 kN/m. Além disso, para a armadura de protensão foram adotadas 8 cordoalhas CP 190 de fios de $\phi 12,7$ com bainha de polipropileno lubrificada.

Assim, segue os dados de entrada:

$b = 30$ cm, é a base da seção transversal da viga;

$h = 50$ cm, é a altura da seção transversal da viga;

$L = 17$ m, é o vão livre da viga;

$f_{ck} = 30$ MPa, é a resistência característica do concreto à compressão;

$f_{yk} = 500$ MPa, é a resistência característica do aço à tração;

$q = 3$ kN/m, é a carga variável;

$\gamma_c = 25$ kN/m³, é o peso específico do concreto;

$pp = 3,75$ kN/m, é o peso próprio da viga;

$f_{ptk} = 1900$ MPa, é a resistência usual de ruptura da armadura de protensão;

$\mu = 0,05$, coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha;

$k = 0,0005/\text{m}$, é o coeficiente de perda por metro de cabo provocada por curvaturas não intencionais do cabo;

$A_p = 8,08 \text{ cm}^2$ ($8 \times 1,01 \text{ cm}^2$), é a área da armadura ativa, fornecida no catálogo da ArcelorMittal;

$A_c = 0,15 \text{ m}^2$ ($0,30 \text{ m} \times 0,50 \text{ m}$), é área da seção transversal do concreto;

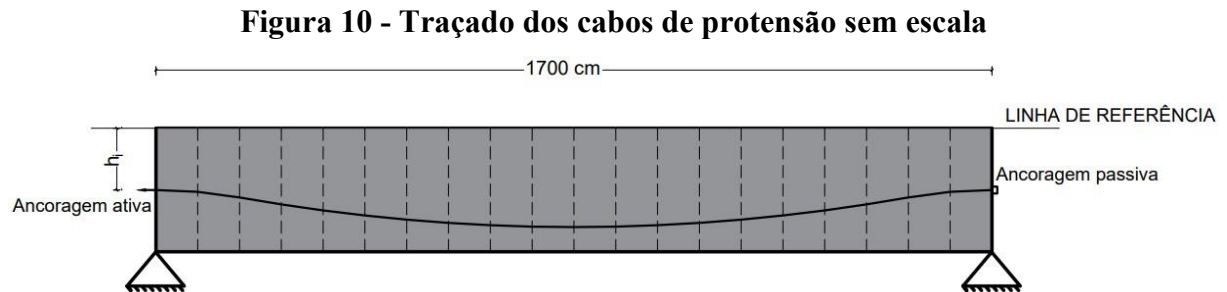
$I_h = 0,003125 \text{ m}^4$, é o momento de inércia da seção do concreto.

O peso próprio se dá pelo produto da área da seção transversal pelo peso específico do concreto, conforme a equação (55).

$$pp = b \cdot h \cdot \gamma_c \quad (55)$$

Na pós-tração, os cabos são tensionados quando o concreto já está curado. Isso significa que a estrutura recebe a tensão antes de ser submetida às cargas para as quais foi projetada. Portanto, a segurança deve ser verificada para esta situação específica.

Então, foi considerado um traçado para os cabos, dividindo a viga longitudinalmente em 20 partes iguais, conforme a Figura 10, e assim, calculando as tensões e as respectivas perdas para cada trecho.



Fonte: O Autor

3.2.2. Valores-Limites de Tensão no Estiramento da Armadura de Protensão

Conforme estipulado pela norma, a tensão inicial é limitada à 80% de f_{ptk} para armaduras pós-tensionadas, a seguir calcula-se a tensão inicial pela equação (54) para este dimensionamento:

$$\sigma_{pi} = 0,80 \cdot 1900 = 1520 \text{ MPa} \quad (56)$$

3.2.3. Cálculo das perdas de protensão imediatas

As perdas imediatas são as perdas que ocorrem durante o processo de aplicação da força de protensão. Dentre estas estão as perdas por atrito $\Delta\sigma_{atr}$, por encunhamento $\Delta\sigma_{anc}$ e por

encurtamento elástico do concreto $\Delta\sigma_{enc}$, sendo a perda imediata total $\Delta\sigma_{ime}$ igual à soma destas três parcelas, ilustrado pela equação (57).

$$\Delta\sigma_{ime} = \Delta\sigma_{atr} + \Delta\sigma_{anc} + \Delta\sigma_{enc} \quad (57)$$

3.2.3.1. Perdas imediatas – por atrito

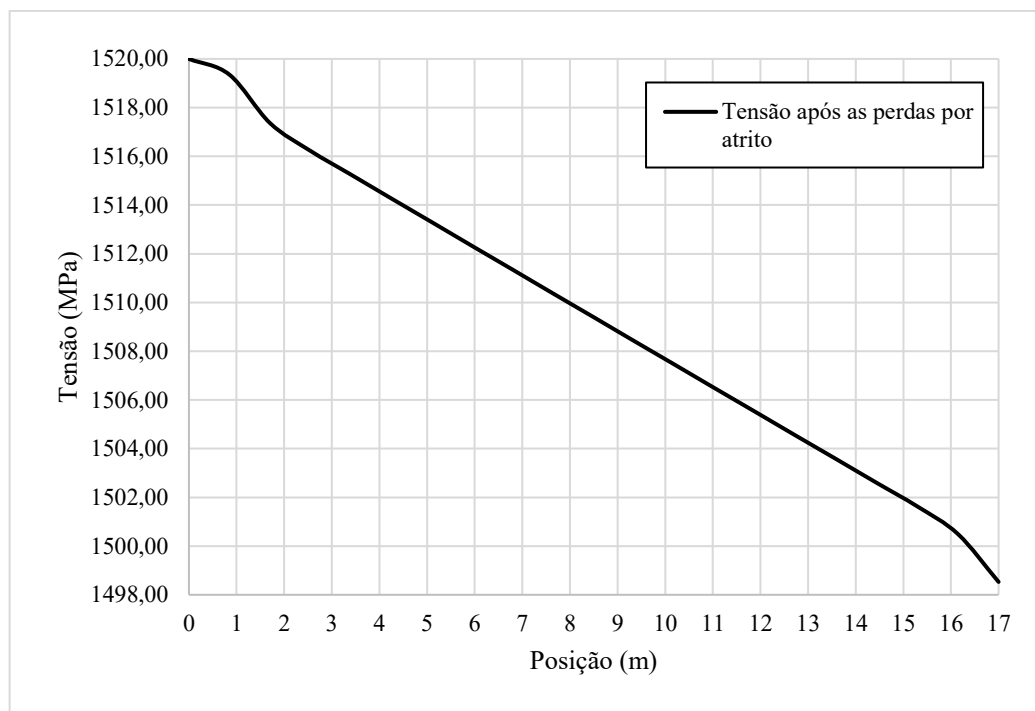
Dessa forma, pelas equações (15) e (16), calcula-se a perda de força e de tensão causada pelo efeito do atrito, para determinar a tensão inicial no cabo após essas perdas, evidenciadas na Tabela 2 para cada trecho da viga.

Tabela 2 – Resultado da perda de tensão por atrito ao longo da viga

<i>Trecho</i> (i)	<i>x</i> (cm)	<i>h</i> _{<i>i-1</i>} (cm)	<i>h</i> _{<i>i</i>} (cm)	<i>h</i> _{<i>i</i>} (cm)	β (rad)	α (rad)	$\sum \alpha$ (rad)	ΔP_{atr} (kN)	<i>Tensão</i> <i>inicial</i> <i>no cabo</i> (MPa)
0	0,00	-25,00	-25,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,00	1520,00
1	0,85	-25,00	-25,75	-0,75	-0,0088	0,0000	0,0000	0,52	1519,35
2	1,70	-25,75	-28,00	-2,25	-0,0265	0,0176	0,0176	2,13	1517,37
3	2,55	-28,00	-30,81	-2,81	-0,0330	0,0066	0,0242	3,05	1516,23
4	3,40	-30,81	-33,25	-2,44	-0,0287	0,0043	0,0286	3,84	1515,25
5	4,25	-33,25	-35,31	-2,06	-0,0242	0,0045	0,0330	4,63	1514,27
6	5,10	-35,31	-37,00	-1,69	-0,0199	0,0044	0,0374	5,42	1513,30
7	5,95	-37,00	-38,31	-1,31	-0,0154	0,0045	0,0419	6,21	1512,32
8	6,80	-38,31	-39,25	-0,94	-0,0111	0,0044	0,0462	6,99	1511,34
9	7,65	-39,25	-39,81	-0,56	-0,0066	0,0045	0,0507	7,79	1510,36
10	8,50	-39,81	-40,00	-0,19	-0,0022	0,0044	0,0550	8,57	1509,39
11	9,35	-40,00	-39,81	0,19	0,0022	0,0045	0,0595	9,36	1508,42
12	10,20	-39,81	-39,25	0,56	0,0066	0,0044	0,0639	10,14	1507,45
13	11,05	-39,25	-38,31	0,94	0,0111	0,0045	0,0683	10,93	1506,47
14	11,90	-38,31	-37,00	1,31	0,0154	0,0044	0,0727	11,71	1505,50
15	12,75	-37,00	-35,31	1,69	0,0199	0,0045	0,0772	12,50	1504,53
16	13,60	-35,31	-33,25	2,06	0,0242	0,0044	0,0815	13,28	1503,56
17	14,45	-33,25	-30,81	2,44	0,0287	0,0045	0,0860	14,07	1502,58
18	15,30	-30,81	-28,00	2,81	0,0330	0,0043	0,0903	14,85	1501,62
19	16,15	-28,00	-25,75	2,25	0,0265	0,0066	0,0969	15,77	1500,49
20	17,00	-25,75	-25,00	0,75	0,0088	0,0176	0,1145	17,35	1498,53

Fonte: O Autor

Assim, é possível determinar graficamente a quantidade de perda ao longo do comprimento da viga, como ilustrado na Figura 11.

Figura 11 – Tensão após as perdas por atrito ao longo da viga**Fonte: O Autor**

3.2.3.2. Perdas imediatas – por encunhamento

A variação de tensão $\Delta\sigma_{pi,anc}$ foi determinada utilizando a ferramenta atingir meta do Excel para satisfazer a equação (19).

A acomodação da ancoragem δ_{anc} depende do sistema de protensão, sendo comum valores da ordem de 4 mm a 6 mm segundo El Debs (2021). Neste trabalho foi utilizado 6 mm. Dessa forma, segue na Tabela 3, o resultado das tensões obtidas após o encunhamento.

Tabela 3 – Tensão após o encunhamento

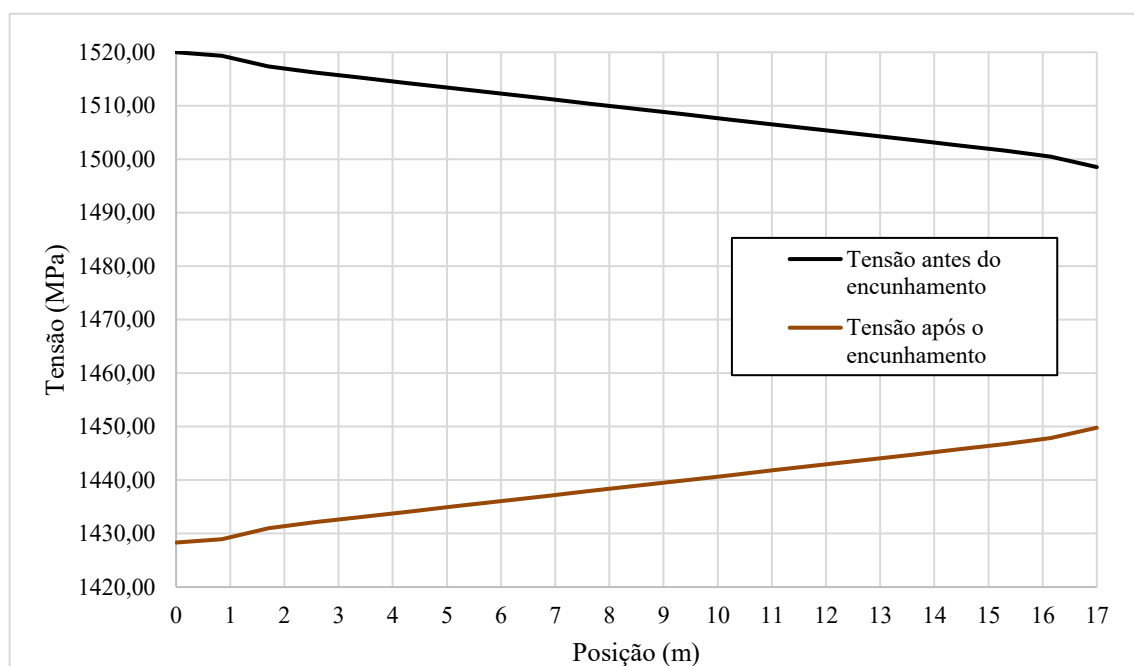
<i>Trecho</i>	<i>x</i> (m)	<i>Tensão após o</i> <i>encunhamento</i> (MPa)
0	0,00	1428,32
0-1	0,85	1428,96
1-2	1,70	1430,95
2-3	2,55	1432,09
3-4	3,40	1433,07
4-5	4,25	1434,05
5-6	5,10	1435,02
6-7	5,95	1436,00
7-8	6,80	1436,97
8-9	7,65	1437,95
9-10	8,50	1438,92

<i>Trecho</i>	<i>x</i> (m)	<i>Tensão após o encunhamento</i> (MPa)
10-11	9,35	1439,90
11-12	10,20	1440,87
12-13	11,05	1441,85
13-14	11,90	1442,82
14-15	12,75	1443,79
15-16	13,60	1444,76
16-17	14,45	1445,73
17-18	15,30	1446,70
18-19	16,15	1447,83
19-20	17,00	1449,79

Fonte: O Autor

Portanto, se obteve os perfis de tensão por encunhamento com módulo igual aos perfis de tensão por atrito, porém opostos, representados graficamente na Figura 12.

Figura 12 – Tensão no cabo antes e após o encunhamento



Fonte: O Autor

3.2.3.3. Perdas imediatas – por encurtamento elástico

Na técnica de pós-tensão, o processo de estiramento ocorre cabo por cabo. Quando um cabo de protensão é estirado, a viga sofre um encurtamento, resultando em uma diminuição da tensão nos cabos que já foram estirados anteriormente.

Assim, a Tabela 4, traz os resultados obtidos a partir da perda de tensão por trecho, calculadas a partir da equação (13), e a tensão após o processo de encurtamento elástico.

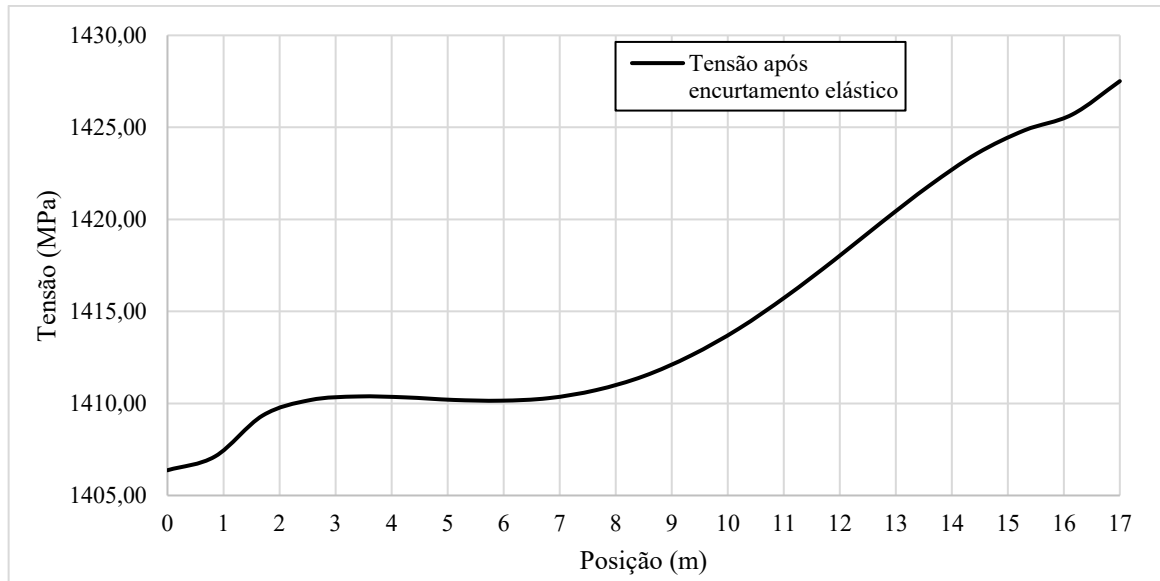
Tabela 4 - Perda de tensão por encurtamento elástico

<i>Trecho</i>	<i>x</i> (m)	<i>M_{pp}</i> (kN·m)	<i>e_p</i> (m)	<i>P₀</i> (kN)	$\sigma_{cp} + \sigma_{cg}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{p,enc}$ (MPa)	<i>Tensão após o encurtamento elástico</i> (MPa)
0	0,00	0,00	0,0000	1154,08	-7,69	21,95	1406,37
0-1	0,85	25,74	-0,0075	1154,60	-7,66	21,84	1407,12
1-2	1,70	48,77	-0,0300	1156,21	-7,57	21,60	1409,35
2-3	2,55	69,09	-0,0581	1157,13	-7,68	21,91	1410,18
3-4	3,40	86,70	-0,0825	1157,92	-7,95	22,69	1410,38
4-5	4,25	101,60	-0,1031	1158,71	-8,31	23,72	1410,33
5-6	5,10	113,79	-0,1200	1159,50	-8,70	24,83	1410,19
6-7	5,95	123,28	-0,1331	1160,29	-9,06	25,85	1410,15
7-8	6,80	130,05	-0,1425	1161,07	-9,35	26,69	1410,29
8-9	7,65	134,11	-0,1481	1161,87	-9,54	27,23	1410,73
9-10	8,50	135,47	-0,1500	1162,65	-9,62	27,44	1411,48
10-11	9,35	134,11	-0,1481	1163,44	-9,57	27,29	1412,61
11-12	10,20	130,05	-0,1425	1164,22	-9,40	26,81	1414,07
12-13	11,05	123,28	-0,1331	1165,01	-9,12	26,02	1415,83
13-14	11,90	113,79	-0,1200	1165,80	-8,77	25,03	1417,79
14-15	12,75	101,60	-0,1031	1166,58	-8,39	23,94	1419,85
15-16	13,60	86,70	-0,0825	1167,37	-8,04	22,92	1421,83
16-17	14,45	69,09	-0,0581	1168,15	-7,77	22,15	1423,58
17-18	15,30	48,77	-0,0300	1168,93	-7,66	21,86	1424,84
18-19	16,15	25,74	-0,0075	1169,85	-7,76	22,13	1425,70
19-20	17,00	0,00	0,0000	1171,43	-7,81	22,28	1427,51

Fonte: O Autor

Dessa forma, a Figura 13, apresenta a representação gráfica das perdas de tensão pelo efeito de encurtamento elástico.

Figura 13 – Tensão após o encurtamento elástico



Fonte: O Autor

3.2.4. Cálculo das perdas de protensão progressivas

As perdas determinadas progressivas de protensão são determinadas através da equação (20).

3.2.4.1. Perdas progressivas – relaxação do aço

Assim, para o cálculo das perdas progressivas, foi adotada a tensão no meio do vão após as perdas imediatas para saber qual a porcentagem do f_{ptk} , conforme a equação (58):

$$\frac{\sum P_0 / n A_P}{f_{ptk}} = \frac{1411,48}{1900} = 0,74 \quad (58)$$

Então, é preciso interpolar os valores presentes entre $0,7 f_{ptk}$ e $0,8 f_{ptk}$, como evidenciado nas equações (59) e (60):

$$0,7 f_{ptk} \rightarrow \psi_{1000} = 2,50\% \quad (59)$$

$$0,8 f_{ptk} \rightarrow \psi_{1000} = 3,50\% \quad (60)$$

Por interpolação linear têm-se:

$$\frac{(\psi_{1000} - 2,5)}{(0,74 - 0,7)} = \frac{(3,5 - 2,5)}{(0,8 - 0,7)} = \psi_{1000} = 2,5 + \frac{0,04 \cdot 1}{0,1} = 2,90\% \quad (61)$$

Assim, aplicando a equação (28):

$$\psi_{\infty} = 2,5 \times 2,90 = 7,25\% \quad (62)$$

Dessa forma, aplicando a equação (21), é possível encontrar o coeficiente de fluência do aço.

$$\chi_{\infty} = -\ln(1 - 0,0725) = 7,526\% \quad (63)$$

3.2.4.2. Perdas progressivas – retração do concreto

Para o cálculo da deformação pela retração do concreto, foram adotados os seguintes dados:

- a) Umidade relativa do ar (U) de 75%;
- b) Abatimento entre 5 cm e 9 cm;
- c) Perímetro da seção transversal em contato com o ar (u_{ar}) é 1,60 m;
- d) Temperatura ambiente média de 20 °C;
- e) Cimento Portland CPI;
- f) Protensão aos 10 dias após a concretagem.

Com a equação (38), é determinado o coeficiente de ponderação da espessura fictícia:

$$\gamma = 1 + e^{(-7,8+0,1 \cdot 75)} = 1,74 \quad (64)$$

Então, ao utilizar a equação (37), é possível calcular a espessura fictícia:

$$h_{fic} = 1,74 \cdot \frac{2 \cdot (0,30 \cdot 0,50)}{1,60} = 0,33 \text{ m} \quad (65)$$

Logo, a idade fictícia do concreto para os cálculos da retração, expressada pela equação (39), é igual à:

$$t_0 = 1 \frac{20 + 10}{30} 10 = 10 \text{ dias} \quad (66)$$

Com isso, pode-se calcular a deformação por retração do concreto, usando as equações de (32) à (36):

$$A = 40 \quad (67)$$

$$B = 116 \cdot 0,33^3 - 282 \cdot 0,33^2 + 220 \cdot 0,33 - 4,8 = 41,00 \quad (68)$$

$$C = 2,5 \cdot 0,33^3 - 8,8 \cdot 0,33 + 40,7 = 37,91 \quad (69)$$

$$D = -75 \cdot 0,33^3 + 585 \cdot 0,33^2 + 496 \cdot 0,33 - 6,8 = 214,81 \quad (70)$$

$$E = -169 \cdot 0,33^4 + 88 \cdot 0,33^3 + 584 \cdot 0,33^2 - 39 \cdot 0,33 + 0,8 = 51,43 \quad (71)$$

Dados os coeficientes de ponderação, a seguir é possível, através da equação (31), determinar o valor do coeficiente relativo à retração 10 dias após a concretagem.

$$\beta_s(10) = \frac{0,1^3 + 40 \cdot 0,1^2 + 41 \cdot 0,1}{0,1^3 + 37,91 \cdot 0,1^2 + 214,81 \cdot 0,1 + 51,43} = 0,06141 \quad (72)$$

Com a espessura fictícia e umidade determinadas, é possível determinar o valor final da retração utilizando a equação (30):

$$\varepsilon_{cs\infty} = 10^{-4} \cdot \left(-8,09 + \left(\frac{75}{15} \right) - \left(\frac{75^2}{2284} \right) - \left(\frac{75^3}{133765} \right) + \left(\frac{75^4}{7608150} \right) \right) \cdot \frac{33 + 2 \cdot 0,33}{20,8 + 3 \cdot 0,33} \quad (73)$$

assim:

$$\varepsilon_{cs\infty} = -7,027 \cdot 10^{-4} \quad (74)$$

Por fim, calcula-se a deformação pela retração do concreto, aplicando equação (29):

$$\varepsilon_{cs}(\infty, t_0) = -7,027 \cdot 10^{-4} [1 - 0,061] = -6,596 \cdot 10^{-4} \quad (75)$$

3.2.4.3. Perdas progressivas – fluência do concreto

Para o cálculo da deformação total devido à fluência do concreto é preciso determinar os coeficientes de deformação φ_a e φ_f , expressados nas equações (41) e (42), respectivamente.

Assim, idade fictícia do concreto, expressada pela equação (39), para os cálculos da fluência é igual a:

$$t_0 = 2 \frac{20 + 10}{30} 10 = 20 \text{ dias} \quad (76)$$

Para calcular a relação entre a resistência na idade t_0 e $f_c(t_\infty)$, basta considerar j no momento da protensão e $j \rightarrow \infty$ e dividir os valores, presente na equação (49), ou seja:

$$s = 0,25 \rightarrow \frac{f_{ck(j=10)}}{f_{ck(j \rightarrow \infty)}} = \frac{e^{0,25(1 - \sqrt{28/10})}}{e^{0,25}} = 0,66 \quad (77)$$

Assim, com a equação (41), calcula-se o coeficiente de deformação rápida:

$$\varphi_a = 0,8[1 - 0,66] = 0,27 \quad (78)$$

Da mesma forma, com a equação (43), calcula-se o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível:

$$\varphi_{f\infty} = (4,45 - 0,035 \cdot 75) \frac{0,42 + 0,66}{0,20 + 0,66} = 2,59 \quad (79)$$

Determina-se então, os fatores de ponderação, prescritos nas equações de (45) à (48):

$$A = 42 \cdot 0,33^3 - 350 \cdot 0,33^2 + 588 \cdot 0,33 + 113 = 289,10 \quad (80)$$

$$B = 768 \cdot 0,33^3 - 3060 \cdot 0,33^2 + 3234 \cdot 0,33 - 23 = 733,29 \quad (81)$$

$$C = -200 \cdot 0,33^3 + 13 \cdot 0,33^2 + 1090 \cdot 0,33 + 183 = 533,21 \quad (82)$$

$$D = 7579 \cdot 0,33^3 - 31916 \cdot 0,33^2 + 35343 \cdot 0,33 + 1931 = 10330,33 \quad (83)$$

Assim, é possível calcular $\beta_f(20)$, pela equação (44):

$$\beta_f(20) = \frac{20^2 + 289,10 \cdot 20 + 733,29}{20^2 + 533,21 \cdot 20 + 10330,33} = 0,323 \quad (84)$$

Por fim, com a equação (42), determina-se o coeficiente de deformação lenta irreversível:

$$\varphi_f(\infty, 20) = 2,59[1 - 0,323] = 1,75 \quad (85)$$

Com todas as deformações devidamente calculadas, é possível obter a deformação total devido à fluência do concreto, usando a equação (40):

$$\varphi = 0,27 + 1,75 + 0,4 = 2,42 \quad (86)$$

Com isso, calcula-se η , ρ_p e α_p com as equações (24), (25) e (26), respectivamente:

$$\eta = 1 + 0,15^2 \cdot \frac{0,15}{0,003125} = 2,08 \quad (87)$$

$$\rho_p = \frac{8,08 \cdot 10^{-4}}{0,15} = 0,00539 \quad (88)$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci28}} = \frac{200.000}{28.000} = 6,52 \quad (89)$$

Assim, com a equação (50), calcula-se a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante:

$$\sigma_{c,p0g} = \frac{135,47}{0,003125} \cdot 0,15 - \frac{1162,65}{0,15} \cdot 2,08 = -9,62 \text{ MPa} \quad (90)$$

Por fim, através da equação (20) é determinada o total de perdas progressivas:

$$\Delta\sigma_p = \frac{6,596 \cdot 20 + 6,52 \cdot 9,62 \cdot 2,42 + 1411,48 \cdot 0,07526}{1 + 0,07526 + \left(1 + \frac{2,42}{2}\right) \cdot 6,52 \cdot 2,08 \cdot 5,39 \cdot 10^{-3}} = 309,27 \text{ MPa} \quad (91)$$

Assim, o percentual das perdas progressivas na protensão, neste caso, é dada pela seguinte equação:

$$\left(1 - \frac{\Delta\sigma_{p0} - \Delta\sigma_p}{\Delta\sigma_{pl}}\right) \times 100 \quad (92)$$

assim:

$$\left(1 - \frac{1411,48 - 315,50}{1509,39}\right) \times 100 = 27,39\% \quad (93)$$

3.2.5. Verificação estado limite último no Ato da Protensão

A norma ABNT NBR 6118:2023 permite a análise no estágio inicial (quando o concreto ainda não está fissurado e os materiais exibem comportamento elástico linear) em relação ao estado limite último no ato de protensão, desde que sejam limitadas pelas equações (6) e (8), expressos seus resultados nas equações (94) e (95) a seguir:

$$0,7 \cdot f_{ckj} = 0,7 \cdot \left(30 \cdot e^{\left(0,25 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{10}} \right) \right) \right) = -17,75 \text{ MPa} \quad (94)$$

$$1,2 \cdot f_{ctm} = 1,2 \cdot 0,3 \cdot 30^{2/3} = 3,48 \text{ MPa} \quad (95)$$

Assim, calcula-se as tensões no ato da protensão, presentes no topo e na base da viga, expressadas através da equação (96), de forma que não ultrapassem os limites calculados nas equações (94) e (95).

$$\sigma_i = -\frac{P_i}{A_c} - \frac{P_i \cdot e_p \cdot y}{I_h} - \frac{M_{pp} \cdot y}{I_h} \quad (96)$$

onde:

$P_i = \sigma_{pi} \cdot A_p$, é a força de protensão após as perdas imediatas;

y : coordenadas das extremidades da viga, sendo, 0,25 m para o topo da viga e -0,25 m para a base da viga.

Assim, a Tabela 5, traz os valores de tensões na base e no topo da viga para a verificação no Estado-Limite Último no ato de protensão.

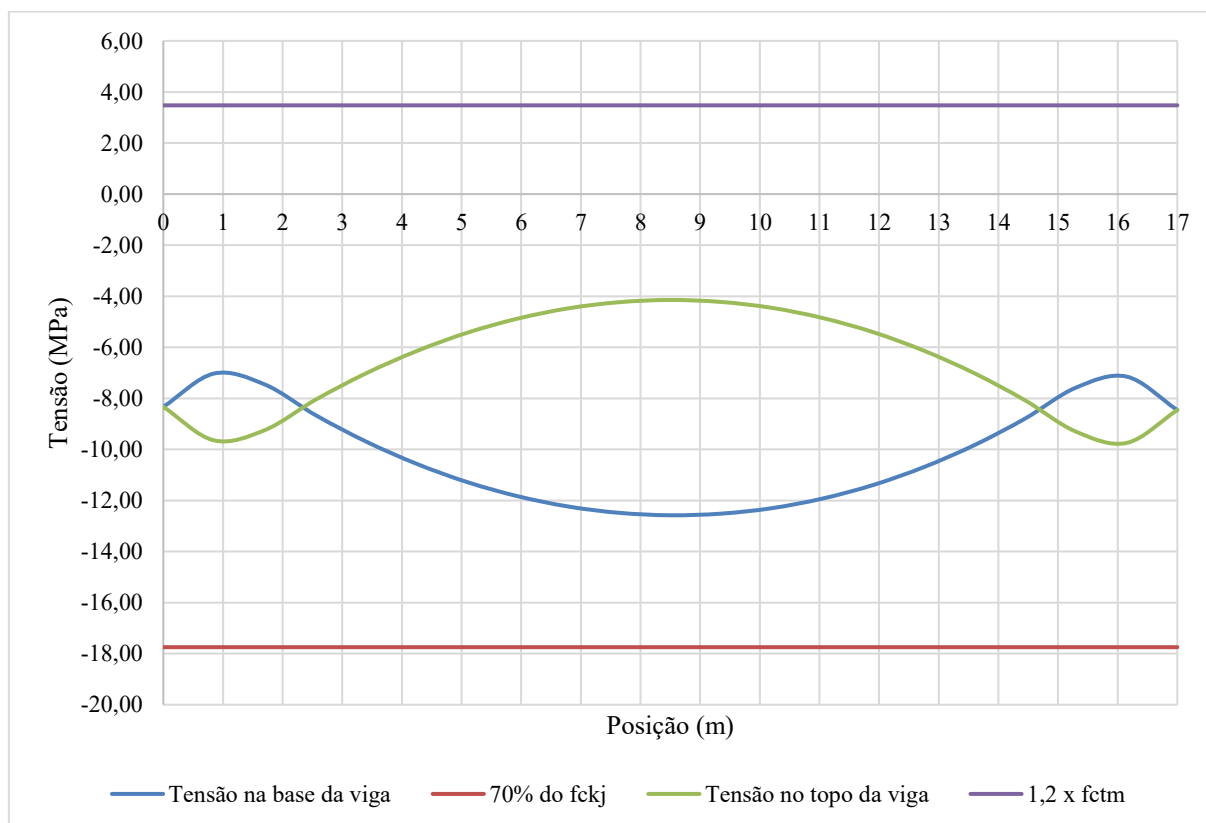
Tabela 5 - Verificação no ato de protensão

<i>Trecho</i>	<i>x</i> (m)	$P_i \cdot \gamma_p$ (kN)	e_p (m)	M_{pp} (kN·m)	σ_i (topo) (MPa)	σ_i (base) (MPa)
0	0,00	1249,98	0,0000	0,00	-8,33	-8,33
0-1	0,85	1250,65	-0,0075	25,74	-7,03	-9,65
1-2	1,70	1252,63	-0,0300	48,77	-7,46	-9,25
2-3	2,55	1253,37	-0,0581	69,09	-8,65	-8,06
3-4	3,40	1253,55	-0,0825	86,70	-9,69	-7,02
4-5	4,25	1253,50	-0,1031	101,60	-10,57	-6,15
5-6	5,10	1253,38	-0,1200	113,79	-11,28	-5,43
6-7	5,95	1253,34	-0,1331	123,28	-11,84	-4,87
7-8	6,80	1253,46	-0,1425	130,05	-12,24	-4,47
8-9	7,65	1253,85	-0,1481	134,11	-12,49	-4,23
9-10	8,50	1254,52	-0,1500	135,47	-12,58	-4,15
10-11	9,35	1255,53	-0,1481	134,11	-12,52	-4,22
11-12	10,20	1256,82	-0,1425	130,05	-12,30	-4,46
12-13	11,05	1258,39	-0,1331	123,28	-11,93	-4,85
13-14	11,90	1260,13	-0,1200	113,79	-11,39	-5,41
14-15	12,75	1261,96	-0,1031	101,60	-10,69	-6,13
15-16	13,60	1263,73	-0,0825	86,70	-9,83	-7,02
16-17	14,45	1265,28	-0,0581	69,09	-8,79	-8,08
17-18	15,30	1266,40	-0,0300	48,77	-7,58	-9,30
18-19	16,15	1267,16	-0,0075	25,74	-7,15	-9,75
19-20	17,00	1268,77	0,0000	0,00	-8,46	-8,46

Fonte: O Autor

Dessa forma, é possível expressar graficamente as tensões obtidas na Tabela 5, para a verificação dos limites no ato da protensão, através da Figura 14:

Figura 14 - Representação gráfica da verificação dos limites de tensões no ato da protensão



Fonte: O Autor

Assim, ao analisar a Figura 14, constata-se que as tensões nas bordas da seção transversal da viga encontram-se dentro dos limites estabelecidos para a verificação do estado-limite último no ato da protensão.

3.2.6. Verificação estado limite de serviço

A norma ABNT NBR 6118:2023 apresenta os níveis de protensão para projetos de elementos protendidos no Brasil, levando em consideração tanto o tipo de protensão e a classe de agressividade. Nesse trabalho, foi adotado nível 2 (protensão limitada), conforme a Tabela 13.4 da norma, presente no item 13.4.1, onde é necessário fazer a verificação do Estado-Limite de Descompressão (ELS-D) para combinação quase permanente e do Estado-Limite de Formação de Fissuras (ELS-F) para combinação frequente.

a) Verificação do Estado-Limite de Descompressão (ELS-D)

As tensões atuantes nas bordas devem respeitar a tensões limites, de forma que a de tração seja nula e a de compressão não ultrapasse $0,60 \cdot f_{ck}$, ilustrado na equação (97).

$$0,6 \cdot f_{ck} = 0,6 \cdot 30 = 18 \text{ MPa} \quad (97)$$

Então, é preciso determinar as tensões devido à força de protensão na combinação quase permanente σ_{CQP} pela seguinte expressão:

$$\sigma_{CQP} = -\frac{P_{\infty}}{A_c} - \frac{P_{\infty} \cdot e_p \cdot y}{I_h} - \frac{M_{CQP} \cdot y}{I_h} \quad (98)$$

onde:

$P_{\infty} = \sigma_{p\infty} \cdot A_p$, é a força de protensão após as perdas imediata e progressivas;

$M_{CQP} = M_{pp} + \psi_2 M_q$, é o momento fletor para a combinação quase permanente, de acordo com a equação (11);

$\psi_2 = 0,3$, é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS, conforme a Tabela 11.2 da NBR6118:2023, no item 11.7.1.

Sendo assim, a Tabela 6 expressa os resultados das tensões nas extremidades da seção transversal, advindas das combinações dos esforços no Estado-Limite de Serviço de descompressão.

Tabela 6 - Verificação do Estado-Limite de Descompressão (ELS-D)

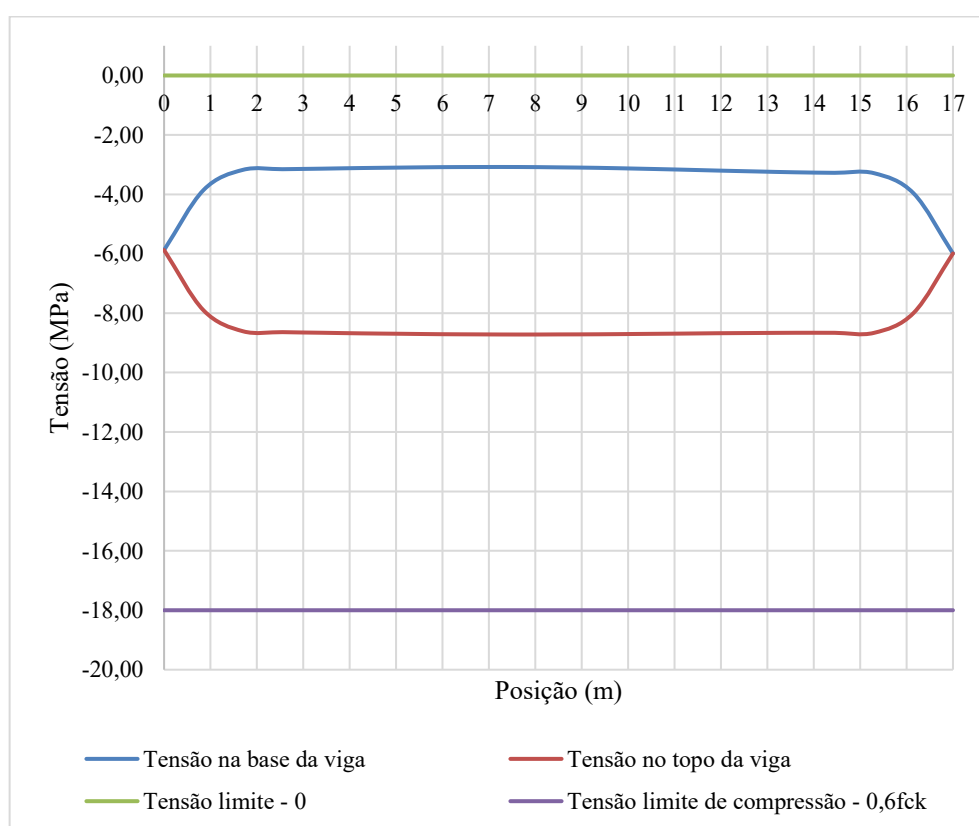
<i>Trecho</i>	<i>x</i> (m)	P_{∞} (kN)	e_p (m)	M_{pp} (kN·m)	M_q (kN·m)	M_{CQP} (kN·m)	σ_{CQP} (topo) (MPa)	σ_{CQP} (base) (MPa)
0	0,00	871,96	0,0000	0,00	0,00	0,00	-5,88	-5,88
0-1	0,85	872,57	-0,0075	25,74	20,59	31,92	-3,86	-7,90
1-2	1,70	874,35	-0,0300	48,77	39,02	60,47	-3,18	-8,61
2-3	2,55	875,05	-0,0581	69,09	55,27	85,67	-3,15	-8,64
3-4	3,40	875,23	-0,0825	86,70	69,36	107,51	-3,14	-8,66
4-5	4,25	875,21	-0,1031	101,60	81,28	125,99	-3,11	-8,68
5-6	5,10	875,13	-0,1200	113,79	91,04	141,10	-3,10	-8,69
6-7	5,95	875,12	-0,1331	123,28	98,62	152,86	-3,09	-8,71
7-8	6,80	875,24	-0,1425	130,05	104,04	161,26	-3,08	-8,71
8-9	7,65	875,60	-0,1481	134,11	107,29	166,30	-3,08	-8,72
9-10	8,50	876,21	-0,1500	135,47	108,38	167,98	-3,09	-8,72
10-11	9,35	877,11	-0,1481	134,11	107,29	166,30	-3,11	-8,71
11-12	10,20	878,26	-0,1425	130,05	104,04	161,26	-3,14	-8,70
12-13	11,05	879,66	-0,1331	123,28	98,62	152,86	-3,16	-8,69
13-14	11,90	881,20	-0,1200	113,79	91,04	141,10	-3,20	-8,68
14-15	12,75	882,83	-0,1031	101,60	81,28	125,99	-3,23	-8,67
15-16	13,60	884,39	-0,0825	86,70	69,36	107,51	-3,26	-8,66
16-17	14,45	885,76	-0,0581	69,09	55,27	85,67	-3,28	-8,66
17-18	15,30	886,75	-0,0300	48,77	39,02	60,47	-3,29	-8,66

Trecho	x (m)	P_{∞} (kN)	e_p (m)	M_{pp} (kN·m)	M_q (kN·m)	M_{CQP} (kN·m)	σ_{CQP} (topo) (MPa)	σ_{CQP} (base) (MPa)
18-19	16,15	887,43	-0,0075	25,74	20,59	31,92	-3,97	-8,00
19-20	17,00	888,88	0,0000	0,00	0,00	0,00	-5,99	-5,99

Fonte: O Autor

Assim, é possível expressar graficamente as tensões nas bordas da seção transversal da viga e os limites impostos pelo (ELS-D), através da Figura 15.

Figura 15 - Representação gráfica da Verificação do Estado-Limite de Descompressão (ELS-D)



Fonte: O Autor

Portanto, ao analisar a Figura 15, observa-se que as tensões nas bordas da seção transversal da viga estão em conformidade com os limites estabelecidos pelo Estado Limite de Serviço de Descompressão (ELS-D).

b) Verificação do Estado-Limite de Formação de Fissuras (ELS-F)

As tensões atuantes nas bordas devem respeitar a tensão limite de tração, isto é, $f_{ct,f}$, além da tensão limite de compressão, sendo, $0,45f_{ck}$, ilustrados nas equações (99) e (100). onde:

$f_{ct,f}$: resistência do concreto à tração na flexão, obtido através de ensaios, onde na ausência do mesmo, adota-se o valor médio de: $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$.

$$0,45 \cdot f_{ck} = 0,45 \cdot 30 = 18 \text{ MPa} \quad (99)$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 30^{2/3} = 2,90 \text{ MPa} \quad (100)$$

Assim, é necessário calcular as tensões no concreto na combinação frequente σ_{CF} , de acordo com a equação (101), garantindo que não excedam os limites calculados nas equações (99) e (100).

$$\sigma_{CF} = -\frac{P_{\infty}}{A_c} - \frac{P_{\infty} \cdot e_p \cdot y}{I_h} - \frac{M_{CF} \cdot y}{I_h} \quad (101)$$

sendo:

$M_{CF} = M_{pp} + \psi_1 M_q$, é o momento fletor para a combinação frequente, de acordo com a equação (12);

$\psi_1 = 0,4$, é o fator de redução de combinação frequente para ELS, conforme a Tabela 11.2 da NBR6118, no item 11.7.1.

Dessa forma, a Tabela 7 apresenta os resultados das tensões nas bordas da seção transversal, provenientes das combinações de esforços no Estado-Limite de Serviço relacionado à formação de fissuras.

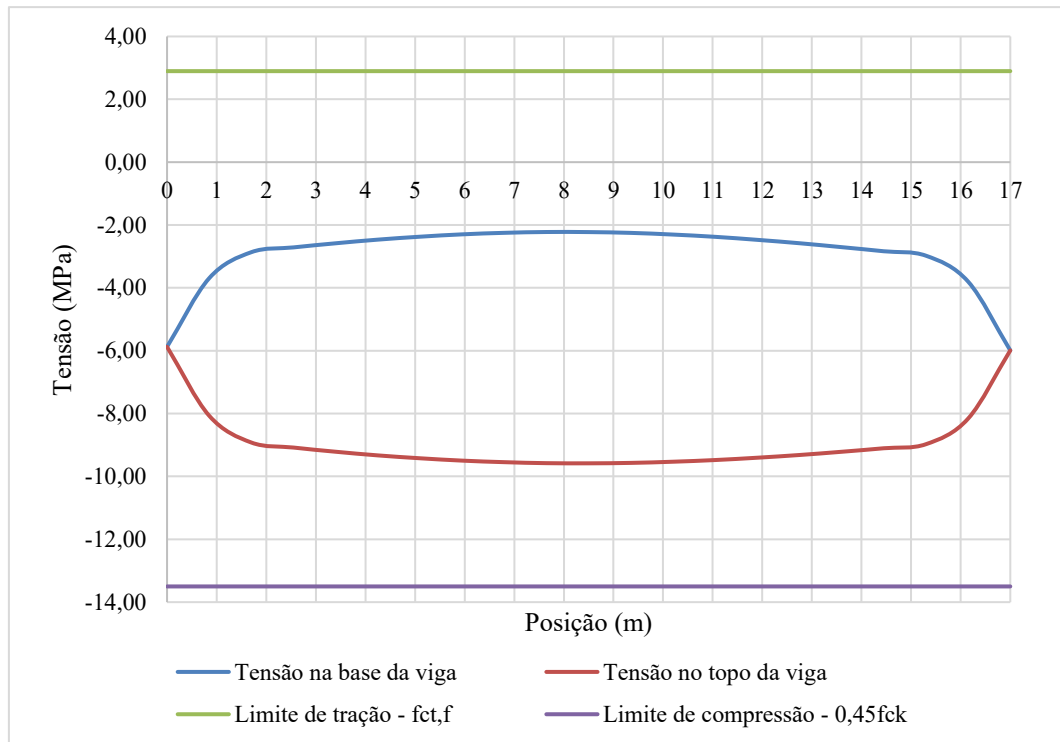
Tabela 7 - Verificação do Estado-Limite de Formação de Fissuras (ELS-F)

<i>Trecho</i>	x (m)	P_{∞} (kN)	e_p (m)	M_{pp} (kN·m)	M_q (kN·m)	M_{CF} (kN·m)	σ_{CF} (topo) (MPa)	σ_{CF} (base) (MPa)
0	0,00	871,96	0,0000	0,00	0,00	0,00	-5,88	-5,88
0-1	0,85	872,57	-0,0075	25,74	20,59	33,98	-3,69	-8,07
1-2	1,70	874,35	-0,0300	48,77	39,02	64,37	-2,86	-8,92
2-3	2,55	875,05	-0,0581	69,09	55,27	91,20	-2,71	-9,08
3-4	3,40	875,23	-0,0825	86,70	69,36	114,44	-2,58	-9,21
4-5	4,25	875,21	-0,1031	101,60	81,28	134,11	-2,46	-9,33
5-6	5,10	875,13	-0,1200	113,79	91,04	150,21	-2,37	-9,42
6-7	5,95	875,12	-0,1331	123,28	98,62	162,73	-2,30	-9,50
7-8	6,80	875,24	-0,1425	130,05	104,04	171,67	-2,25	-9,55
8-9	7,65	875,60	-0,1481	134,11	107,29	177,03	-2,22	-9,58
9-10	8,50	876,21	-0,1500	135,47	108,38	178,82	-2,22	-9,58
10-11	9,35	877,11	-0,1481	134,11	107,29	177,03	-2,25	-9,57
11-12	10,20	878,26	-0,1425	130,05	104,04	171,67	-2,30	-9,53
12-13	11,05	879,66	-0,1331	123,28	98,62	162,73	-2,38	-9,48
13-14	11,90	881,20	-0,1200	113,79	91,04	150,21	-2,47	-9,40
14-15	12,75	882,83	-0,1031	101,60	81,28	134,11	-2,58	-9,32
15-16	13,60	884,39	-0,0825	86,70	69,36	114,44	-2,70	-9,22
16-17	14,45	885,76	-0,0581	69,09	55,27	91,20	-2,83	-9,10
17-18	15,30	886,75	-0,0300	48,77	39,02	64,37	-2,98	-8,97
18-19	16,15	887,43	-0,0075	25,74	20,59	33,98	-3,80	-8,16
19-20	17,00	888,88	0,0000	0,00	0,00	0,00	-5,99	-5,99

Fonte: O Autor

Assim, é possível expressar graficamente as tensões nas bordas da seção transversal da viga e os limites impostos pelo (ELS-F), através da Figura 16:

Figura 16 - Representação gráfica da Verificação do Estado-Limite de Formação de Fissuras (ELS-F)



Fonte: O Autor

Então, ao analisar a Figura 16, verifica-se que as tensões nas bordas da seção transversal da viga estão em conformidade com os limites estabelecidos pelo Estado Limite de Serviço de Fissuração (ELS-F).

3.2.7. Dimensionamento da armadura passiva para atender Estado-Limite Último

De acordo com a NBR 6118:2023, para garantir a segurança, é preciso que o momento resistente de cálculo M_{Rd} da seção de concreto protendido seja maior que o momento solicitante de cálculo M_{Sd} para as combinações últimas normais.

$$M_{Sd} \leq M_{Rd} \quad (102)$$

O valor de M_{Sd} é determinado levando em consideração também o efeito da protensão, que se manifesta como um momento que reduz o momento solicitante na viga. Esse momento é calculado pela equação a seguir:

$$M_{Sd} = M_{pp} \cdot \gamma_g + M_q \cdot \gamma_q + M_p \cdot \gamma_p \quad (103)$$

M_{Sd} : Momento solicitante de cálculo para a combinação no Estado-Limite Último;

M_p : é o momento da protensão após as hipóteses básicas, resultante do produto da força de protensão em ELU, pela excentricidade dos cabos em relação ao baricentro da viga.

Conforme estipulado no item 17.2.2 da NBR 6118:2023, ao analisar os esforços resistentes de uma seção de viga, é necessário considerar o acréscimo de tensão no cabo proveniente do estiramento do mesmo em ELU, conforme a equação (1), para armaduras ativas não aderentes. Na falta de valores experimentais, ela determina os valores do acréscimo das tensões para estruturas de edifícios. Os valores do acréscimo de tensão nos cabos de protensão em ELU estão apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Verificação do Estado-Limite Último

<i>Trecho</i>	x (m)	P_{∞} (kN)	e_p (m)	ρ_p	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	P_{∞} <i>em ELU</i> (kN)	M_P <i>em</i> <i>ELU</i> (kN·m)	M_{Sd} <i>em</i> <i>ELU</i> (kN·m)
0	0,00	871,96	0,0000	0,01077	93,21	956,73	0,00	0,00
0-1	0,85	872,57	-0,0075	0,01046	93,90	975,93	-7,32	58,27
1-2	1,70	874,35	-0,0300	0,00962	95,99	979,82	-29,39	96,44
2-3	2,55	875,05	-0,0581	0,00874	98,60	983,10	-57,12	122,70
3-4	3,40	875,23	-0,0825	0,00810	100,86	985,53	-81,31	145,31
4-5	4,25	875,21	-0,1031	0,00763	102,78	987,40	-101,80	164,42
5-6	5,10	875,13	-0,1200	0,00728	104,34	988,86	-118,66	179,96
6-7	5,95	875,12	-0,1331	0,00703	105,56	990,04	-131,77	192,06
7-8	6,80	875,24	-0,1425	0,00686	106,43	991,02	-141,22	200,63
8-9	7,65	875,60	-0,1481	0,00677	106,95	991,89	-146,90	205,76
9-10	8,50	876,21	-0,1500	0,00673	107,13	992,68	-148,90	207,37
10-11	9,35	877,11	-0,1481	0,00677	106,95	993,42	-147,13	205,55
11-12	10,20	878,26	-0,1425	0,00686	106,43	994,07	-141,66	200,24
12-13	11,05	879,66	-0,1331	0,00703	105,56	994,63	-132,38	191,51
13-14	11,90	881,20	-0,1200	0,00728	104,34	994,99	-119,40	179,30
14-15	12,75	882,83	-0,1031	0,00763	102,78	995,09	-102,59	163,70
15-16	13,60	884,39	-0,0825	0,00810	100,86	994,78	-82,07	144,62
16-17	14,45	885,76	-0,0581	0,00874	98,60	993,93	-57,75	122,13
17-18	15,30	886,75	-0,0300	0,00962	95,99	992,34	-29,77	96,10
18-19	16,15	887,43	-0,0075	0,01046	93,90	990,94	-7,43	58,17
19-20	17,00	888,88	0,0000	0,01077	93,21	991,71	0,00	0,00

Fonte: O Autor

Com base nas informações apresentadas, os esforços obtidos no meio do vão em ELU serão utilizados como referência para o dimensionamento das armaduras passivas.

Para avaliação do momento resistente de cálculo M_{Rd} da seção transversal foi usado o *software* SECC. Então, a Figura 17 mostra a parte inicial do *software*, onde entra com as dimensões da seção transversal da viga.

Figura 17 –Entrada com os dados de base e altura da viga no SECC

Entrada de dados: Seção Transversal

+

-

Parte 1

Retangular

hx = 30 cm

hy = 50 cm

xo = 0 cm

yo = 0 cm

hx

hy

(xo,yo)

Seção Transversal

Ok Cancelar

Fonte: SECC

Em seguida, é necessário inserir o valor de f_{ck} . O campo correspondente do *software* para a inserção desse dado é apresentado na Figura 18.

Figura 18 - Entrada com o dado do f_{ck} no SECC

Entrada de dados: Materiais

Concreto

Armadura Passiva

Armadura Ativa

Tipo de diagrama:

☐ Parábola-retângulo
☒ Parábola-retângulo (NBR618:2014)
☐ Linear (ELS): $E_c = 25000$ MPa
 $f_{ctk} = 2.00$ MPa

Diagrama tensão-deformação

σ_c (MPa) vs ϵ_c (‰)

$\beta \cdot f_{ck} / \gamma_c$
 -2‰
 -3.5‰

Definir f_{ck} :

☒ por seção
☐ por partes

$f_{ck} = 30$ MPa

Parte f_{ck} (MPa)

Ok Cancelar

Fonte: SECC

Por último, na Figura 19 é preciso entrar com os dados de esforços obtidos no Estado-Limite Último. Além disso, é importante mencionar que o valor negativo de N_{sd} ocorre devido à força de compressão exercida pelo cabo de protensão. Onde na Figura 19, evidencia que para esforços de compressão adota-se valores negativos.

Figura 19 – Entrada com os dados de esforços no SECC

Entrada de dados: Esforços

Combinação	Nsd (kN)	Msd,x (kN.m)	Msd,y (kN.m)
1	-992.68	207.37	

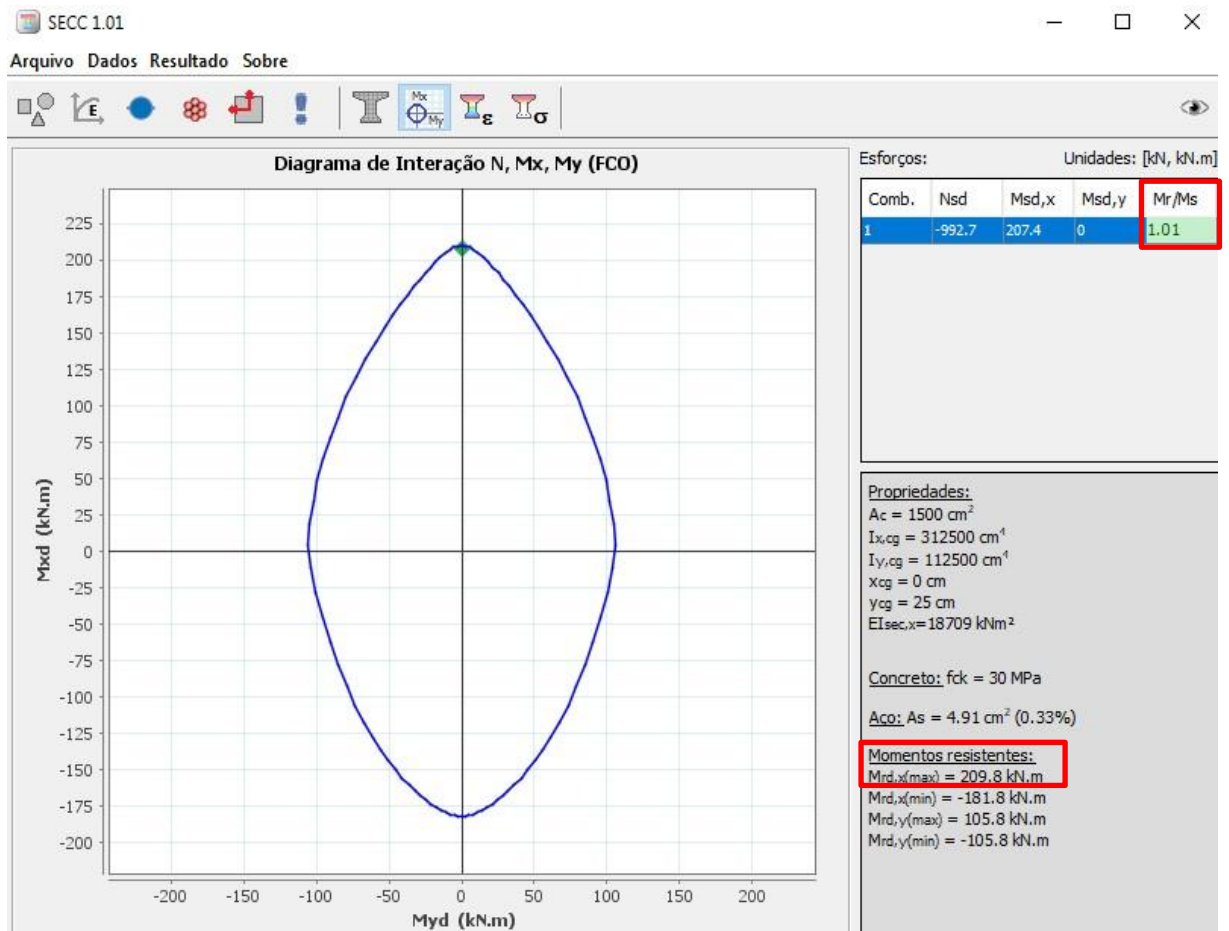
(N < 0 para compressão)

Ok Cancelar

Fonte: SECC

Assim, foram realizadas várias análises de dimensionamento com o objetivo de garantir que o momento resistente de cálculo M_{Rd} fosse superior ao momento solicitante de cálculo M_{Sd} , considerando o efeito da protensão. O dimensionamento mais eficiente consiste na inserção de 4 barras de 12,5 mm, resultando em uma relação próxima de 1,00 entre o momento resistente e o momento solicitante. Essa configuração é a mais econômica e atende plenamente aos requisitos, conforme representado na Figura 20.

Figura 20 – Resultado do momento resistente pelo *software*



Fonte: SECC

4. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi realizado o dimensionamento de uma viga em concreto protendido, abrangendo desde a análise das perdas de protensão até a verificação dos estados limites de serviço e últimos. Os resultados obtidos demonstraram que o número de cabos de protensão adotados atende os limites da NBR 6118:2023, garantindo a durabilidade e a segurança. Além disso, identificou-se que a utilização de 4 barras de 12,5 mm para as armaduras passivas foi a solução mais econômica, atendendo aos esforços solicitantes.

O dimensionamento foi automatizado por meio de uma planilha eletrônica, facilitando o processo de reanálise no caso de alterações e de futuros dimensionamentos.

As estruturas de concreto protendido estão se tornando cada vez mais comuns em projetos de obras especiais, residenciais e comerciais. Explorar esses tópicos foi uma valiosa oportunidade de aprendizado. Contribuir com uma monografia para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem sobre esse tema foi gratificante.

REFERÊNCIAS

ARCELORMITTAL. Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido – Aços Longos. Catálogo,s/d, 15p. Disponível em: <https://brasil.arcelormittal.com/produtos-solucoes/catalogos>
Acesso em: 06 de abril de 2024

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118:2023** Projeto de estruturas de concreto. – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

_____. **ABNT NBR 7187:2003** Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

_____. **ABNT NBR 7483:2008** Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido - Especificação. Rio de Janeiro, 2003.

_____. **ABNT NBR 8681:2003** Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

_____. **ABNT NBR 8953:2015** Concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. Rio de Janeiro, 2015.

BASTOS, P.S.S. **Fundamentos do Concreto Protendido**. Universidade Estadual Paulista – Campus de Bauru/SP – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Bauru, 2024.

CARVALHO, R. C. **Estruturas em concreto protendido**. São Paulo: PINI, 2012.

CHOLFE, L.; BONILHA, L. **Concreto protendido: teoria e prática**. São Paulo: PINI, 2016.

EL DEBS, M. K; TAKEYA, T. **Introdução Às Pontes De Concreto – Texto provisório de apoio à disciplina SET - 412**. 2007 – Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos – Departamento de Estruturas, São Paulo, 2007.

EMERICK, A.; **Projeto e Execução de Lajes Protendidas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2005.

HANAI, J. B. **Fundamentos do concreto protendido – E-Book de apoio para o Curso de Engenharia Civil**. 2005 – Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos – Departamento de Estruturas, São Paulo, 2005.

LEONHARDT, F. (1983). **Construções de concreto: concreto protendido**. Trad. Por João Luís Escosteguy Merino. Rio de Janeiro, Interciência. V.5.