

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA**

BIANCA SACOMAN DE MOURA

**“E AGORA, CINCO?”: UMA HISTÓRIA VIRTUAL DO CONCEITO
PARA O ENSINO DA TANGENTE NO ENSINO MÉDIO**

**Uberlândia
2026**

BIANCA SACOMAN DE MOURA

**“E AGORA, CINCO?”: UMA HISTÓRIA VIRTUAL DO CONCEITO PARA O
ENSINO DA TANGENTE NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Instituto de Matemática e
Estatística da Universidade Federal de
Uberlândia como requisito parcial para
obtenção do título de licenciada em
Matemática.

Área de concentração: Educação
Matemática

Orientadora: Fabiana Fiorezi de Marco

Uberlândia

2026

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**

Instituto de Matemática e Estatística

Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1F - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902

Telefone: +55 (34) 3239-4158/4156/4126 - www.ime.ufu.br - ime@ufu.br



ATA DE DEFESA - GRADUAÇÃO

Curso de Graduação em:	Licenciatura em Matemática				
Defesa de:	Trabalho de Conclusão de Curso 2 (FAMAT31804)				
Data:	20/03/2026	Hora de início:	10:00	Hora de encerramento:	12:10
Matrícula do Discente:	12011MAT043				
Nome do Discente:	Bianca Sacoman de Moura				
Título do Trabalho:	"E agora, Cinco?": uma História Virtual do Conceito para o ensino da tangente no Ensino Médio				
A carga horária curricular foi cumprida integralmente?			(x) Sim () Não		

Reuniu-se na sala 1F119, Campus Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Curso de Graduação em Matemática, composta pelos docentes: Fabiana Fiorezi de Marco Matos (IME-UFU), como orientadora, Érika Maria Chioca Lopes (IME-UFU) e Ana Cláudia Molina Zaqueu Xavier (IME-UFU).

Iniciando os trabalhos, a presidente da mesa, Fabiana Fiorezi de Marco Matos, apresentou a Comissão Examinadora e a candidata, agradeceu a presença do público, e concedeu à discente a palavra, para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação da discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do curso.

A seguir a senhora presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir a candidata. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, avaliou a apresentação oral e o trabalho escrito e atribuiu o resultado, considerando a candidata:

Aprovada com nota 100.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Fabiana Fiorezi de Marco Matos, Professor(a) do Magistério Superior**, em 20/03/2026, às 12:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Erika Maria Chioca Lopes, Professor(a) do Magistério Superior**, em 20/03/2026, às 13:35, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ana Cláudia Molina Zaqueu Xavier, Professor(a) do Magistério Superior**, em 20/03/2026, às 14:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **7154667** e o código CRC **5DA3D830**.

Ficha Catalográfica

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

M929 2026	Moura, Bianca Sacoman de, 2002- "E agora, Cinco?" Uma História Virtual do Conceito para o Ensino de Tangente no Ensino Médio [recurso eletrônico] / Bianca Sacoman de Moura. - 2026. Orientadora: Fabiana Fiorezi de Marco. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Uberlândia, Graduação em Matemática. Modo de acesso: Internet. Inclui bibliografia. 1. Matemática. I. Marco, Fabiana Fiorezi de, 1974-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Graduação em Matemática. III. Título. CDU: 51
--------------	---

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091

Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074

BIANCA SACOMAN DE MOURA

**“E AGORA, CINCO?”: UMA HISTÓRIA VIRTUAL DO CONCEITO PARA O
ENSINO DE TANGENTE NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Instituto de Matemática e
Estatística da Universidade Federal de
Uberlândia como requisito parcial para
obtenção de título de licenciada em
Matemática.

Área de concentração: Educação
Matemática

Uberlândia, data

Banca Examinadora:

Prof.^a Dra. Fabiana Fiorezi de Marco – Orientadora (UFU)

Prof.^a Dra. Ana Cláudia Molina Zaqueu Xavier (UFU)

Prof.^a Dra. Érika Maria Chioca Lopes (UFU)

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus, meu melhor amigo e Salvador Jesus Cristo, aquele que me amou antes mesmo do meu nascimento.

Agradeço aos meus pais, Antônio e Cristina, pelo amor, carinho, cuidado e por terem se dedicado à serem os melhores pais que eu poderia ter. Vocês conseguiram. Eu os amo imensamente.

Agradeço aos meus irmãos, Beatriz e Breno por serem meu porto seguro, e ao Bruno por ter me inspirado a iniciar uma graduação. Eu os amo imensamente.

Dedico esse estudo aos meus sobrinhos, Felipe, João Miguel e Benício eu os levarei a parte mais linda da educação básica, a Matemática. Eu os amo imensamente.

Agradeço às minhas amigas Emilly e Isabela, que estiveram comigo desde quando tudo o que terminou aqui ainda era um sonho. Vocês são minhas irmãs de alma. Eu as amo imensamente.

Agradeço aos meus professores e professoras do instituto que me fizeram chegar até aqui, compartilhando os seus conhecimentos, em especial à minha banca, a professora Érika Maria Chioca Lopes, que me acolheu com carinho desde a primeira aula de PROINTER I e a professora Ana Cláudia Molina Zaqueu Xavier, que me fez adorar as aulas em formato de roda de conversa, compartilhando de tudo um pouco, tornando minhas manhãs de muitas risadas e aprendizado. Vocês são mulheres inspiradoras para nós, futuras educadoras Matemáticas.

Por fim, agradeço à minha orientadora Fabiana Fiorezi de Marco, por ter me acolhido desde o primeiro dia de aula de Estágio, por me apresentar o PIBID, este que mudou a minha vida, por ter me inspirado à Educação na primeira aula de Metodologia do Ensino de Matemática e à História da Matemática ao compartilhar sobre como o homem aprendeu a contar. Você é a minha inspiração. Serei eternamente grata. E repito: quero ser igual a você quando eu crescer.

*[...] Para que todos vejam e saibam, que a
mão do Senhor fez isso [...].
Isaías 41:20*

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo analisar as contribuições de uma organização intencional do ensino, fundamentada no Movimento Lógico-Histórico e na Atividade Orientadora de Ensino, para a apropriação do conceito de tangente por estudantes do Ensino Médio. Parte-se da compreensão de que o ensino de Matemática deve possibilitar aos estudantes o acesso às condições históricas que deram origem aos conceitos, favorecendo o desenvolvimento do pensamento teórico. A pesquisa caracteriza-se como qualitativa e foi desenvolvida a partir da elaboração e proposição de uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA) que abordou elementos históricos relacionados ao surgimento do conceito de tangente. A atividade foi organizada de modo a mobilizar os estudantes a partir de uma História Virtual do Conceito, elaborada para evidenciar a necessidade do conceito de tangente e possibilitar a investigação de seus nexos conceituais. Para a análise do material empírico, foram organizados dois eixos: a compreensão da necessidade histórica do conceito de tangente e a identificação dos nexos conceituais e da apropriação desse conceito pelos estudantes. Os resultados desta pesquisa indicam que a articulação entre o estudo do Movimento Lógico-Histórico dos conceitos e a organização do ensino por meio da Atividade Orientadora de Ensino constitui um caminho potente para o ensino da trigonometria no contexto escolar, na medida em que possibilita aproximar os estudantes das condições que deram origem aos conceitos matemáticos e favorecer a compreensão das relações conceituais que os estruturam.

Palavras-chave: Educação Matemática; Tangente; Movimento histórico-lógico; Atividade Orientadora de Ensino.

ABSTRACT

This study aims to analyze the contributions of an intentional organization of teaching, grounded in the Logical-Historical Movement and the Guiding Teaching Activity, to the appropriation of the concept of tangent by high school students. It is based on the understanding that Mathematics teaching should provide students with access to the historical conditions that gave rise to concepts, fostering the development of theoretical thinking. The research is characterized as qualitative and was developed through the elaboration and implementation of a Learning Triggering Situation (LTS), which addressed historical elements related to the emergence of the concept of tangent. The activity was organized to engage students through a Virtual History of the Concept, designed to highlight the need for the concept of tangent and enable the investigation of its conceptual nexuses. For the analysis of the empirical material, two analytical axes were established: the understanding of the historical necessity of the concept of tangent and the identification of the conceptual nexuses and students' appropriation of this concept. The results of this research indicate that the articulation between the study of the Logical-Historical Movement of concepts and the organization of teaching through the Guiding Teaching Activity constitutes a powerful approach to the teaching of trigonometry in the school context, insofar as it enables students to approach the conditions that gave rise to mathematical concepts and fosters an understanding of the conceptual relationships that structure them.

Keywords: Mathematics Education; Tangent; Logical-Historical Movement; Guiding Teaching Activity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tabela Trigonométrica Plimpton 322	19
Figura 2 – Representação de um gnômon – Ideia da Tangente	20
Figura 3 – Representação por Hiparco da corda de um arco	22
Figura 4 – Os elementos da AOE	27
Figura 5 – Os irmãos	31
Figura 6 – Relógio de Sol vertical meridional em pedra, com gnômon em ferro	32
Figura 7 – Inclinação axial da terra	33
Figura 8 – Representação artística da inclinação da terra de 30°	33
Figura 9 – Ilustração do Cinco no Altar	35
Figura 10 – A rainha faraó observando os relógios de sol da praça e do palácio.....	35
Figura 11 – Relógio de sol da praça sagrada	36
Figura 12 – Representação do raciocínio dos irmãos	37
Figura 13 – Relógio do palácio	37
Figura 14 – Resposta dos grupos às questões	45
Figura 15 – Resposta dos grupos 1, 2, 3 e 4 às questões (c) e (d)	47
Figura 16 – Respostas dos grupos 1, 2, 3 e 4 às questões (e) e (f)	49
Figura 17 – Respostas dos grupos 1, 2, 3 e 4 às questões (g) e (h)	51

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Síntese dos nexos conceituais identificados no estudo do MLH dos conceitos seno, cosseno e tangente.....	25
Quadro 2 – Organização da análise da proposta.....	43

LISTA DE SIGLAS

AOE – Atividade Orientadora de Ensino

MLH – Movimento Lógico-Histórico

PIBID – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

SDA – Situação Desencadeadora de Aprendizagem

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	12
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	14
2.1 Movimento Lógico-Histórico.....	15
2.1.1 O Movimento Lógico-Histórico das Relações Trigonométricas.....	18
2.2 Atividade Orientadora de Ensino.....	27
3. METODOLOGIA DA PESQUISA.....	29
3.1 A Proposta Pedagógica.....	32
4. ANÁLISE DA PRÁTICA PEDAGÓGICA.....	41
4.1 A compreensão da necessidade histórica do conceito de tangente	44
4.2 A identificação dos nexos conceituais e a apropriação do conceito de tangente	48
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	54
6. REFERÊNCIAS.....	56

1. INTRODUÇÃO

A trigonometria é um objeto de conhecimento da área de Matemática, associada às relações entre as medidas dos lados e ângulos de triângulos, que surge da necessidade de medir distâncias inacessíveis, “a fim de prever as efemérides celestes, calcular o tempo e ser utilizada na navegação [...]” (Roque; Carvalho, 2012, p.135). Atualmente, a trigonometria é vista em diferentes áreas do conhecimento, como a Física, Engenharia e Tecnologia.

Diante da minha trajetória enquanto aluna na educação básica, a trigonometria, e especificamente, as relações trigonométricas no triângulo retângulo seno, cosseno e tangente, quando me foram apresentadas, se reduziram a um conjunto de fórmulas a serem memorizadas. Este foi um fato que me acompanhou durante a graduação, nas disciplinas de cálculos e nas diversas geometrias, e que, quando eu me dei conta de que um dia eu estaria naquela posição, compartilhando conceitos matemáticos, fiquei intrigada a não repetir esse comportamento. Mas, como não repetir esse comportamento? Foi a partir do estudo de como o homem aprendeu a contar, que eu encontrei o primeiro indício de resposta para o meu questionamento.

Ao descobrir que por meio do estudo da história dos conceitos matemáticos eu poderia entender como foi que surgiram os conteúdos que um dia eu adorava operar em sala de aula, encheu o meu coração de esperança. Apesar de durante a graduação ter estudado diversos teoremas e suas demonstrações, o meu questionamento se voltava para “por que criaram isso? o que aconteceu que tiveram que criar essa operação?”.

Nessa perspectiva, passei a compreender que o ensino não ocorre de maneira neutra ou espontânea, mas demanda uma organização intencional capaz de mobilizar, nos estudantes, a necessidade de apropriação dos conceitos matemáticos em sua dimensão histórico-conceitual.

Diante esta inquietação, iniciei uma pesquisa de iniciação científica para estudar o Movimento Lógico-Histórico (Sousa, 2018) os conceitos de seno, cosseno e tangente, para identificar as necessidades humanas e os contextos históricos que deram origem a esses conceitos, os compreendendo como ferramentas culturais desenvolvidas para resolver problemas concretos.

Assim, instituiu-se a questão de pesquisa: *Quais contribuições uma organização intencional do ensino, fundamentada no Movimento Lógico-Histórico e na Atividade Orientadora de Ensino, pode oferecer para a apropriação do conceito de tangente por estudantes do Ensino Médio?* A fim de responder este questionamento, concebeu-se como objetivo geral de pesquisa: Analisar as contribuições de uma organização intencional do ensino fundamentada no Movimento Lógico-Histórico e na Atividade Orientadora de Ensino, para a apropriação do conceito de tangente por estudantes do Ensino Médio.

Com relação ao público, optou-se por desenvolver esta proposta no contexto do Ensino Médio, etapa em que o estudo sistematizado das relações trigonométricas é introduzido aos estudantes. Além disso, ao realizar um levantamento de pesquisas voltadas para o ensino de trigonometria, foi identificado um número ainda reduzido de estudos que discutem propostas de ensino fundamentadas em perspectivas que busquem evidenciar as necessidades da humanidade e os nexos conceituais¹ desses conhecimentos no contexto do Ensino Médio.

Diante do exposto, as seguintes ações de estudos compuseram essa pesquisa: (i) realizar os estudos teóricos que envolvem a temática da pesquisa (i) elaborar uma proposta pedagógica; (ii) desenvolver a proposta em sala de aula; (iii) analisar os registros produzidos pelos estudantes; (iv) analisar o modo de organização e desenvolvimento da proposta pedagógica desenvolvida.

Além disso, decidimos que a abordagem metodológica adotada iria fundamentar-se nos princípios da Teoria Histórico-Cultural (THC) e da Teoria da Atividade (TA), mais especificamente, na perspectiva da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) proposta por Moura (2010).

Assim, as seções desta pesquisa estão organizadas da seguinte forma: Na seção 1, apresenta-se nosso motivo para este estudo, bem como a questão de investigação, objetivo e ações; na seção 2 apresenta-se a fundamentação teórica escolhida para a pesquisa; na seção 3 aborda-se a metodologia utilizada, assim como descreve-se a proposta elaborada e desenvolvida, para então, analisá-la na seção 4. Por fim, apresentam-se as considerações finais da pesquisa bem como as referências utilizadas.

¹ De acordo com Sousa (2018, p.50-51), os nexos conceituais são definidos como sendo os elos estruturantes que surgem das necessidades humanas ao longo do desenvolvimento histórico do conhecimento, contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O objetivo desta seção é apresentar uma breve síntese dos fundamentos teóricos que embasam esta pesquisa. O estudo fundamenta-se na perspectiva de ensino do Movimento Lógico-Histórico (Sousa, 2018), que compreende os conceitos matemáticos como construções sociais e históricas, resultantes de necessidades humanas concretas. Para a organização do ensino, fundamenta-se na Atividade Orientadora de Ensino (Moura; Araújo; Serrão, 2019), que tem como intuito suscitar, no estudante, a necessidade de apropriação do conceito, por meio de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem.

Para isto, inicia-se uma discussão acerca do Movimento Lógico-Histórico como perspectiva para o ensino de conceitos matemáticos: seus princípios e contribuições, para, então, abordar os nexos conceituais enquanto elos que desenham a trajetória lógico-histórica da construção do conceito, fundamentais para a organização do Ensino. Por fim, apresenta-se os fundamentos da Atividade Orientadora de Ensino para a estruturação de uma proposta pedagógica para o ensino de conceitos matemáticos.

2.1 Movimento Lógico-Histórico

O Movimento Lógico-Histórico surge como uma perspectiva fundamentada na compreensão do conhecimento como resultado da atividade humana concreta, construído historicamente e, por meio de discussões acerca de contradições.

Segundo Kopnin (1978), a unidade entre o lógico e o histórico é premissa necessária para a compreensão do processo de movimento do pensamento e da criação da teoria científica. Alinhado a este pensamento, Sousa (2018) afirma que o histórico consiste no processo de mudança do objeto, nas etapas de seu surgimento, enquanto o lógico, é o meio pelo qual o pensamento organiza essa tarefa no processo de reflexão sobre o histórico, de forma a refletir os principais períodos da história do objeto. Desta forma, deixa-se de compreender o objeto como algo imutável, mas como produções humanas que se constituem a partir de necessidades sólidas, que estão em constante movimento, “o mundo objetivo e suas leis interessam ao homem, não por si mesmos, mas enquanto meio de satisfação de

determinadas necessidades sociais” (Kopnin, 1978, p. 61). Busca-se compreender, então, a relação entre o Movimento Lógico-Histórico e os conceitos matemáticos.

Nessa perspectiva, Sousa (2018) complementa que compreender o Movimento Lógico-Histórico da vida significa compreender que a totalidade do conhecimento é o próprio movimento da realidade que sempre estará por vir a ser. Nesse sentido, implica reconhecer que o conhecimento não é descrito como algo estático, mas como uma expressão de movimento, propício à transformação.

Para Kopnin (1978), a totalidade do objeto está nos pares dialéticos, lógico-histórico, enquanto para Davydov (1982) está nos nexos internos e externos do conceito e, alinhado a esta perspectiva, Sousa (2018) defende que a totalidade está presente no encontro entre o lógico-histórico, conectando o caso particular à totalidade, os nexos internos aos nexos externos do conceito.

Na perspectiva do Movimento Lógico-Histórico, os conceitos matemáticos são entendidos como construções humanas que surgem ao longo do desenvolvimento histórico da sociedade, a partir de necessidades humanas. Desse modo, Davydov (1982) sugere que a organização do ensino deve se preocupar em como possibilitar ao estudante a construção do pensamento teórico, uma vez que, conforme afirma Sousa (2018, p.49) “o pensamento teórico contém os nexos internos, o Movimento Lógico-Histórico do objeto estudado”.

A formação do pensamento teórico, nessa perspectiva, se dá em possibilitar ao sujeito a compreensão das relações internas que estruturam o conceito matemático, ou seja, aquilo que faz ele ser o que é, expressando os princípios que organizam sua constituição e possibilitam sua generalização. A apropriação dessas relações oportuniza ao estudante compreender o conceito para além do cálculo, possibilitando a construção de significados que permitem ao sujeito compreender o conceito em sua essência.

Essas relações internas que estruturam o conceito são compreendidas como os nexos conceituais. De acordo com Sousa (2018, p.50-51), os nexos conceituais são definidos como sendo

Os elos que fundamentam os conceitos contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento. Definimos o nexo conceitual como o elo entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens que representam o conceito matemático.

Os nexos conceituais, nessa direção, representam a unidade entre o lógico e o histórico na constituição dos conceitos, são os elos estruturantes que surgem das necessidades humanas ao longo do desenvolvimento histórico do conhecimento. Desta forma, ao identificar e explorar esses nexos, pode-se oportunizar um ambiente favorável para a apropriação do conceito em sua totalidade, de acordo com as necessidades do sujeito em processo de aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento do pensamento teórico, conforme aponta Davydov (1982).

Nessa perspectiva, os nexos conceituais são organizados em nexos internos e externos. De acordo com Sousa (2018, p. 2) os nexos externos são os elementos perceptíveis dos conceitos: a linguagem formal, os aspectos simbólicos, “[...] despidos do trabalho humano que os gerou, das contradições, ao contrário dos nexos internos que estão impregnados de história, por isso, são históricos”. Sendo assim, a apropriação do conceito matemático exige o movimento dialético entre o nexo externo e interno. Não se trata de não dar importância para a linguagem formal, mas em compreendê-la como uma etapa final de um processo histórico e dinâmico, onde a formalidade não se sobrepõe à essência do conhecimento matemático.

A História da Matemática é a ciência que explica “[...] a natureza da Matemática. Explica o desenvolvimento do pensar matemático, a partir de diversos pontos de vista, ou seja, a partir de diversas historiografias” (Sousa, 2018, p. 57). Nessa perspectiva, o estudo histórico de um conceito matemático não se limita à descrição cronológica dos fatos, mas possibilita investigar as condições históricas e sociais que impulsionaram sua formulação e estruturação, bem como “[...] compreender o lugar dessa ciência na atividade produtiva e social dos homens” (Ríbnikov, 1987, p. 12 *apud* Sousa, 2018, p. 57).

Sousa (2018) afirma que “[...] a história dos conceitos matemáticos só tem sentido, na sala de aula, quando professores e alunos compreenderem o movimento das abstrações do pensamento que compuseram as formalizações que estudamos”. (Sousa, 2018, p. 58). Nesse sentido, a inserção da história da Matemática no ensino é justificada quando se faz base para evidenciar o processo de elaboração conceitual que estruturou a formalização apresentada aos estudantes.

Sousa (2018, p.59), defende que

[...] para que o ensino de álgebra criativo, de forma que permita aos professores e alunos a se entenderem na realidade e no movimento da realidade, [...], estamos acenando que o Movimento Lógico-Histórico da

álgebra faça parte da organização do ensino, tanto da Educação Básica, quanto dos cursos de licenciatura de Matemática, a partir de situações desencadeadoras de aprendizagem que considerem os nexos conceituais dos conteúdos.

Essa compreensão converge com Radford (2011, p. 44) ao sustentar que

A história da Matemática pode nos dar uma nova perspectiva sobre o ensino. Obviamente, não estamos dizendo que nossos alunos têm que seguir o mesmo caminho que aqueles dos matemáticos antigos. Em vez disso, é uma questão de compreender melhor a natureza do conhecimento matemático e de encontrar, dentro de sua estrutura histórica, novas possibilidades de ensino.

Ao discutir o Movimento Lógico-Histórico como alternativa à didática tradicional, Sousa (2018) afirma que tal perspectiva se fundamenta nos estudos de Moisés (1999), que defende a relação lógico-histórica na prática pedagógica do professor, uma vez que essa relação “[...] se configura (...) no centro da ação pedagógica comprometida com a dinâmica que combina as dimensões do relacionamento humano do indivíduo/particular até o coletivo/geral” (Moisés, 1999, p. 68 *apud* Sousa, 2018, p. 60). Essa compreensão do lógico-histórico aproxima-se da perspectiva teórica de Davydov, ao evidenciar a necessidade de reconstruir, no ensino, o processo de formação do conceito, e não apenas sua apresentação formal.

Diante das discussões apresentadas, compreende-se que o Movimento Lógico-Histórico orienta o professor na organização do ensino de forma a possibilitar ao estudante a apropriação do conceito matemático. Nessa direção, os conceitos deixam de ser compreendidos como produtos prontos e acabados, passando a ser analisados como sínteses históricas resultantes de necessidades humanas concretas e de um processo de elaboração teórica. Assim, torna-se necessário explicitar como esse movimento se materializa na constituição de um conceito específico. A escolha das relações trigonométricas, nesse contexto, não se dá de maneira arbitrária, mas por constituírem um campo propício para evidenciar a articulação entre demandas históricas e a organização lógica de um sistema conceitual abstrato. É nesse sentido que a subseção seguinte se dedica à análise do Movimento Lógico-Histórico das relações trigonométricas seno, cosseno e tangente.

2.1.1 O Movimento Lógico-Histórico das Relações Trigonométricas

O levantamento bibliográfico acerca do Movimento Lógico-Histórico das relações trigonométricas iniciou-se com buscas no Google Acadêmico sobre estudos voltados para o ensino da trigonometria, com destaque para o estudo de Silva (2018), bem como com a leitura do livro *Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula: Trigonometria*, de Edward S. Kennedy. Esse levantamento teve como objetivo analisar o processo de surgimento e desenvolvimento de tais conceitos a partir do estudo do aparecimento da trigonometria em diferentes civilizações, como as babilônica, egípcia, gregas, hindu, árabe e europeia. Buscou-se, assim, compreender como esses conhecimentos foram sendo produzidos, compartilhados e conectados ao longo do tempo, evidenciando os elos que fundamentam tais conceitos em diferentes contextos históricos e culturais, de modo a identificar os principais nexos conceituais que estruturam as relações trigonométricas de seno, cosseno e tangente.

O estudo do Movimento Lógico-Histórico de um conceito não se limita à descrição cronológica de seu surgimento, mas busca compreender as necessidades que impulsionaram sua elaboração e as transformações pelas quais passou até alcançar sua forma sistematizada. Entender o lógico-histórico de um conceito significa “[...] compreender a relatividade existente entre o pensamento humano e a realidade da vida, bem como compreender que tanto o lógico quanto o histórico da vida estão inseridos na lei universal, que é o movimento” (Sousa, 2018, p. 45). Nessa direção, analisar o desenvolvimento das relações trigonométricas implica investigar quais demandas concretas exigiram sua construção e como essas demandas foram sendo reorganizadas teoricamente ao longo do tempo.

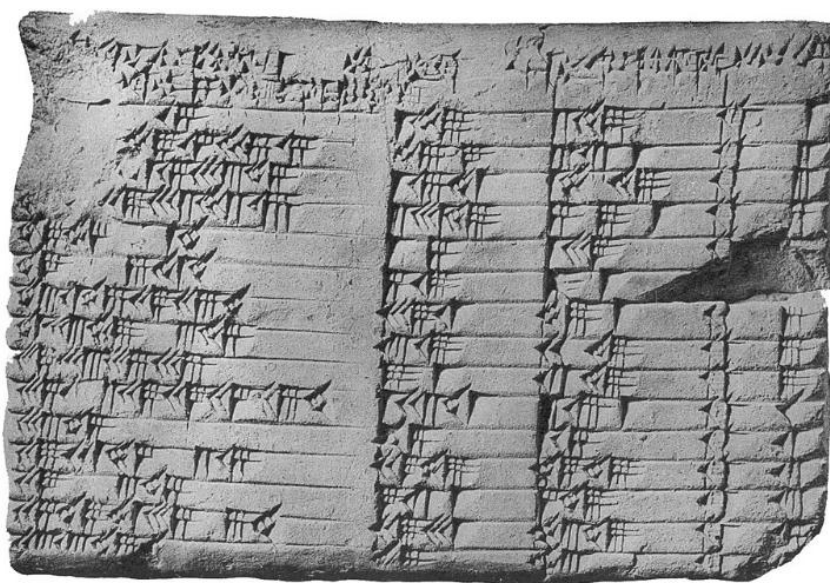
O desenvolvimento da trigonometria esteve profundamente vinculado às demandas da astronomia, constituindo-se como instrumento para responder a inquietações relacionadas à observação do céu e à organização do tempo. Conforme destaca Kennedy (1992, p. 1), sua consolidação esteve associada “[...] à oferta de teorias Matemáticas aplicáveis e técnicas acessíveis em qualquer momento e à demanda de uma única ciência aplicada à astronomia”. Nesse sentido, a astronomia pode ser compreendida como um dos contextos que impulsionaram a elaboração interna das relações trigonométricas, antes que assumissem sua forma simbólica atual.

Os estudos remotos sobre os povos babilônios apontaram que eles tiveram um grande interesse pela astronomia, com relação a razões religiosas, definições de calendários e épocas

de plantio, fazendo uso da trigonometria para “[...] estudar os pontos cardeais, as estações do ano e as fases da lua” (Silva, 2018, p. 21).

Um dos registros históricos babilônicos mais importantes é a tabela trigonométrica Plimpton 322² (Figura 1), encontrada na cidade suméria de Larsa, durante o início do século XX. A Plimpton 322 é uma tábua de argila, na qual são apresentados quinze triângulos retângulos com inclinações decrescentes, com o que mais a frente viria a ser chamada de ternas pitagóricas.

Figura 1 - Tabela trigonométrica Plimpton 322



Fonte: Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Plimpton_322. Acesso em 13 de mar. 2026.

Acredita-se que a construção dessa tabela estava relacionada com a necessidade de realizar cálculos arquitetônicos usados para a construção de templos, pirâmides e palácios. Tais demandas evidenciam que, no contexto das práticas construtivas da civilização babilônica, emergiu a necessidade de estabelecer relações entre medidas que possibilitassem determinar comprimentos e inclinações nas construções. Nesse sentido, registros encontrados na tábua de argila Plimpton 322 indicam que os babilônios já mobilizavam razões entre segmentos em triângulos retângulos, o que revela a presença de um pensamento trigonométrico baseado em relações entre lados de triângulos. Esses indícios permitem

² A tabela **Plimpton 322** recebeu este nome pelo fato de ter o número 322 na coleção de George A. Plimpton, que doou a peça para Columbia University. Acredita-se ter sido escrita no [século XVIII a.C.](#)

compreender que tais relações surgem vinculadas a necessidades práticas, constituindo um dos nexos históricos que antecedem a sistematização das relações trigonométricas.

Os registros encontrados apontam que os primeiros indícios do surgimento das relações trigonométricas no cotidiano da civilização egípcia estão vinculados ao interesse desse povo pelos estudos astronômicos. A observação da inundação anual do Rio Nilo levou-os a identificar um fenômeno associado: o aparecimento da estrela Sírius a Leste, pouco antes do nascer do Sol, a cada 365 dias. A partir dessa percepção, os egípcios elaboraram um calendário solar composto por doze meses de trinta dias cada, acrescidos de cinco dias festivos (Boyer, 1974).

Conforme informações encontradas no Papiro Rhind, também chamado de Papiro Ahmes, em honra ao escriba que o copiou por volta de 1650 a.C, tem-se uma amostra da manipulação trigonométrica realizada pelos egípcios em um dos problemas contidos nesta obra, “pede-se que ache o seqt de uma pirâmide de 250 cúbitos de altura cujos lados da base medem 360 cúbitos” (Roque; Carvalho, 2012, p. 43). A palavra “seqt” seria a razão entre o afastamento horizontal e a elevação vertical, que é próximo ao conceito de cotangente. Este problema está ligado à necessidade de se estabelecer um padrão na inclinação de todas as faces da pirâmide.

De acordo com Miller (1992), os egípcios utilizavam também, em torno de 1500 a.C., um outro instrumento a fim de atender suas necessidades de obtenção de alturas e distâncias, associado às sombras projetadas por uma vara vertical de gnômon, “dispositivo do relógio solar a produzir sombras no chão.” (Roque, 2012, p. 74). Com base na posição da sombra ao longo do dia, era possível aos egípcios observar os limites atingidos pela sombra para medir a duração do ano, enquanto o movimento lateral diário da sombra permitia medir a duração do dia.

Figura 2 – Representação de um gnômon – Ideia da Tangente



Fonte: Miler (1992, p. 42)

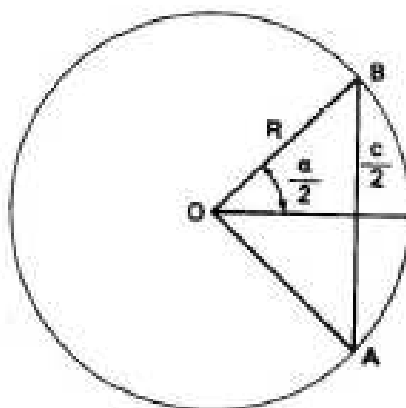
A figura 2 é representação de uma versão do relógio de sol nas paredes de construções. O relógio de sol representado por g passa a ser horizontal e sua sombra representada por v passa a ser vertical. “Então elevações mais altas do Sol correspondiam a sombras mais longas (aproximação do conceito de tangente).” (Miller, 1992, p. 42). A transição para o conceito de tangente ocorre pela formalização da geometria do fenômeno: o gnômon e sua projeção de sombra constituem os catetos de um triângulo retângulo. Nesse modelo de relógio vertical, o gnômon assume o papel de cateto adjacente ao ângulo de incidência solar, enquanto a sombra atua como o cateto oposto. A razão trigonométrica da tangente explicita que, para um gnômon de comprimento constante, o comprimento da sombra é diretamente proporcional à variação da elevação solar. Assim, ao associar a variação da altura do Sol, em relação ao horizonte, ao alongamento da sombra, obtém-se um marcador de tempo, evidenciando a necessidade de quantificar tais observações para obter medidas de alturas e distâncias inacessíveis a fim de estudos astronômicos e organização da medição do tempo. Eles estavam não só preocupados em medições, mas também com inclinações, o que nos leva a identificar os nexos conceituais: razão de segmentos de triângulos e ângulos.

Enquanto os egípcios utilizavam razões associadas à inclinação de pirâmides e à medição do tempo por meio das sombras, observa-se entre os gregos um deslocamento significativo: as relações passam a ser tratadas no âmbito da geometria teórica. Esse movimento marca um avanço na sistematização do conceito, aproximando-se progressivamente da formalização que hoje constitui seus nexos externos.

Hiparco de Nicéia (180 a.C. a 125 a.C.) é conhecido como “o pai da astronomia”, devido às suas contribuições para o avanço da astronomia na Grécia. Segundo Rooney (2012), Hiparco estudava triângulos imaginários desenhados sobre uma esfera também imaginária do céu durante a noite com o intuito de conseguir prever as posições dos planetas. Acredita-se que a partir deste seu interesse, ele criou a primeira e possível tabela trigonométrica com valores correspondentes do arco e da corda para toda uma série de ângulos de 0° a 180° , no entanto, não existem registros sobre como esses cálculos foram feitos (Boyer, 1974).

De acordo com Lowe e Schanck (1992), Hiparco escreveu uma tábua de cordas que fornecia o comprimento da corda para um dado arco de um círculo de raio R , mesmo sabendo que a corda não era o seno, ele dividia o valor da corda c pelo dobro do valor do raio R do círculo para obter o valor do seno da metade do seno do ângulo correspondente ao arco.

Figura 3 – Representação por Hiparco da corda de um arco



Fonte: Lowe e Schanck (1992, p. 38).

Ptolomeu de Alexandria (100-170), expandiu os estudos iniciados por Hiparco em sua obra, o *Almagesto*, “[...] e foi considerado o trabalho-modelo de astronomia, até que Nicolau Copérnico (1473-1543) e Johann Kepler (1571-1630) introduziram a teoria heliocentrista do sistema solar.” (Mossburg, 1992, p. 28). Para desenvolver os seus cálculos, Ptolomeu adotou o sistema zodíaco usado pelos babilônios, dividindo a circunferência em 360 partes, adotando as frações sexagesimais babilônicas, como também ao dividir o diâmetro de seu círculo trigonométrico em 120 partes. “Ele usou um raio nominal de 60 como base de sua tabela de cordas e deu valores em passos de $1/2^\circ$ de 0° a 180° com precisão de $1/3600$ de uma unidade. Isto é equivalente a uma tabela de senos para cada $1/4^\circ$ de 0° a 90° .” (Rooney, 2012, p. 90).

Os gregos iniciam os primeiros estudos envolvendo cordas e círculos, e adotam o sistema sexagesimal dos babilônios para dividir a circunferência em 360 partes (300 a. C.), e iniciam a primeira ideia da razão seno (270 a. C.), por meio da divisão da corda pelo valor do raio do círculo. Esses estudos deram origem a tabelas de vários ângulos de seno e cosseno, considerando as ideias de partição da circunferência. Mais tarde, estes estudos foram aprimorados pelos Hindus, que deram resultados numéricos para senos de vários ângulos. Já os árabes foram os grandes responsáveis por traduzir esses estudos que mais tarde chegaram até os europeus (Silva, 2018, p.73).

Segundo Silva (2018, p. 72), a geometria das cordas desenvolvida pelos gregos abriu caminho para uma nova reorganização conceitual. Entre os hindus, essa reorganização assume forma distinta: a corda é substituída pela meia-corda, originando o que hoje se reconhece como a razão seno. Observa-se, assim, uma transformação interna do conceito,

ainda vinculada às necessidades astronômicas, mas já mais próxima da estrutura formal atualmente ensinada.

Os hindus também se interessavam pelo estudo da astronomia, no entanto, com uma natureza mais aritmética, que devido ao sistema de castas, era estudada pelos sacerdotes. Eles foram os primeiros matemáticos a utilizarem a razão seno como ela é utilizada nos dias de hoje. Por volta do século V, os hindus já tinham sistematizado valores para a razão seno de $3,75^\circ$ até 90° , o que pode ter possibilitado, em 628, Brahmagupta (598-668), ter aperfeiçoado a tabela trigonométrica de Ptolomeu com os valores de seno para qualquer ângulo (Rooney, 2012). Portanto, pode-se dizer que surgiu entre os hindus, que, por meio dos estudos já discutidos em outras civilizações, o que chamamos de seno de um ângulo, e sua introdução representa a contribuição mais importante dos textos astronômicos à história da Matemática (Boyer, 1974).

O conhecimento produzido pelos hindus não permaneceu restrito ao seu contexto cultural. Por meio das traduções e ampliações realizadas pelos estudiosos árabes, as relações trigonométricas foram reorganizadas, ampliadas e sistematizadas, incorporando novas funções e fórmulas. Esse processo contribuiu significativamente para a consolidação interna do conceito, preparando o terreno para sua posterior formalização.

Os árabes foram os grandes responsáveis pelas traduções das grandes obras gregas e hindus. Eles se interessavam pelos cálculos trigonométricos tanto quanto os hindus (Eves, 2011), utilizando a geometria das cordas encontrada no Almagesto dos gregos e as tabelas de senos dos hindus e acrescentando novas funções e fórmulas (Boyer, 1974). A primeira tabela de tangentes e cotangentes, foi criada pelo persa Ahmad ibn ‘Abdallah Habash al-Hasib al-Marwazy (766-869), por volta do 860. Além disso, foram os primeiros a utilizarem as seis funções trigonométricas em seus cálculos (Rooney, 2012).

Outra contribuição importante vinda dos árabes, foi que a partir do princípio do relógio de sol que os egípcios utilizavam, o astrônomo sírio Abu ábdAllah Muhammad IbnSinan al-Battani al-Harranias-Sabi (858-929), desenvolveu um cálculo que fornecia a elevação do sol acima do horizonte. Segundo Rooney (2012), foi por meio do trabalho de al-Battani que os senos chegaram até a Europa.

A circulação desses conhecimentos alcançou a Europa, onde, durante o período da Renascença, a trigonometria passou por um processo de reorganização teórica. Nesse contexto, os conhecimentos herdados das tradições astronômicas orientais foram retomados, estudados e sistematizados por matemáticos europeus (Rooney, 2012). Progressivamente, as

relações anteriormente mobilizadas sobretudo para resolver problemas astronômicos passaram a ser tratadas de modo mais abstrato e geral, deixando de estar exclusivamente vinculadas a esse campo de aplicação. Esse movimento contribuiu para que a trigonometria adquirisse maior autonomia como área da Matemática, aproximando-se da forma sistematizada que hoje caracteriza seus principais nexos conceituais.

O primeiro livro dedicado inteiramente ao tema foi *Sobre os Triângulos de Todos os Tipos* (1533), de Johannes Müller von Königsberg (Regiomontanus), que reuniu as principais fórmulas trigonométricas. Tempo depois, esse estudo foi ampliado por Nicolau Copérnico e aprofundado por Georg Rheticus, que passou a relacionar funções trigonométricas apenas ao arco de um círculo, considerando-as como razões entre lados de um triângulo (Lowe; Schanck, 1992). Rheticus também se dedicou a garantir mais precisão nas tabelas trigonométricas e consolidou as funções tangente e cotangente como razões. Mais tarde, os nomes tangente (Thomas Fincke, 1583), cotangente e cosseno (Edmund Gunter, 1620) foram estabelecidos, contribuindo para a sistematização da trigonometria (Rooney, 2012; Miller, 1992; Lowe; Schanck, 1992).

Esse processo de progressiva abstração resulta na reorganização conceitual promovida por Euler, que desloca definitivamente as relações trigonométricas do plano geométrico para o campo analítico, redefinindo-as no círculo unitário. Nesse momento, consolida-se a estrutura formal que hoje compõe o capítulo de trigonometria nos livros didáticos.

Leonhard Euler (1707–1783), redefiniu conceitos fundamentais, como “[...] o seno não é mais um segmento de reta a ser expresso em relação a alguma unidade, mas sim uma ordenada de um ponto dentro do círculo unitário de centro na origem.” (Silva, 2018, p. 76). Esse passo representou a formalização da trigonometria no formato usado atualmente (Boyer, 1974).

A partir da reflexão descrita, observa-se que o estudo das razões entre os lados dos triângulos esteve presente durante todo o processo do desenvolvimento das relações trigonométricas ao longo dos tempos. Os ângulos apareceram devido à preocupação com a inclinação de objetos, tanto nas construções quanto nos estudos astronômicos. A divisão da circunferência em partes iguais também esteve presente, contribuindo para os estudos dos babilônios referente a divisão dos meses e aos estudos sobre a posição dos planetas no céu. Estes fatos indicam que nenhum conceito é criado do nada, mas sim por meio das

necessidades surgidas ao longo da vida, e são aperfeiçoados por conhecimentos compartilhados.

A análise do Movimento Lógico-Histórico das relações trigonométricas permite evidenciar os nexos conceituais que estruturam esse conhecimento para além de sua definição formal. Observa-se que, antes de se constituírem como razões formalizadas ou funções definidas no círculo trigonométrico, tais relações emergiram de necessidades como medir, localizar, prever, organizar o tempo e foram sendo reorganizadas historicamente até assumirem sua forma sistematizada conhecida (Silva, 2018, p.78). Esses nexos internos, componentes do trabalho humano e das contradições que impulsionaram sua elaboração, permanecem implícitos aos nexos externos hoje apresentados por meio dos símbolos nos livros didáticos. Assim, organizar o ensino a partir desses nexos conceituais significa possibilitar que o estudante não apenas opere com fórmulas, mas compreenda o movimento que lhes dá origem e sentido (Silva, 2018, p.81). Ao articular o histórico ao lógico, o ensino deixa de dar exclusividade a formalidade e passa a dar enfoque a apropriação do significado do conceito, entendendo-o como parte de um processo humano, dinâmico e historicamente produzido.

Quadro 2 – Síntese dos nexos conceituais identificados no estudo do MLH dos conceitos seno, cosseno e tangente.

Necessidades práticas sociais	Nexos conceituais identificados
• Estabelecer relações entre medidas que possibilitassem determinar comprimentos e inclinações nas construções; • Quantificar observações dos astros para obter medidas de alturas e distâncias inacessíveis a fim de estudos astronômicos e organização da medição do tempo;	Razão de seguimentos no triângulo
• Obter um padrão na inclinação de todas as faces da pirâmide; • Quantificar observações dos astros para obter medidas de alturas e distâncias inacessíveis a fim de estudos astronômicos e organização da medição do tempo;	Ângulo

• Desenvolver um sistema de divisão do círculo que facilitasse cálculos matemáticos e astronômicos; • Representar e medir ângulos a partir da divisão da circunferência em partes iguais (360°); • Relacionar arcos e cordas da circunferência para resolver problemas geométricos.	Partes da circunferência
---	--

2.2 Atividade Orientadora de Ensino

Para este trabalho, escolheu-se buscar uma aproximação da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) proposta, inicialmente, por Manoel Oriosvaldo de Moura. Segundo Moura, Araújo e Serrão (2019, p. 421), a AOE pode ser “tomada como um modo geral de organização da atividade pedagógica, compreendida como uma unidade entre a atividade de ensino, realizada pelo professor, e a atividade de aprendizagem da criança, [...]”.

Os fundamentos teóricos metodológicos da AOE se constituem nos princípios da Teoria Histórico-Cultural (THC) e da Teoria da Atividade (TA), com o intuito de indicar “um modo de organização do ensino para que a escola cumpra sua função principal, que é possibilitar a apropriação dos conhecimentos teóricos pelos estudantes e o desenvolvimento de suas personalidades”. (Moura; Araújo; Serrão, 2019, p. 421).

Para materializar esse modo de organização, segundo Moura *et al.* (2002, p. 155), a AOE

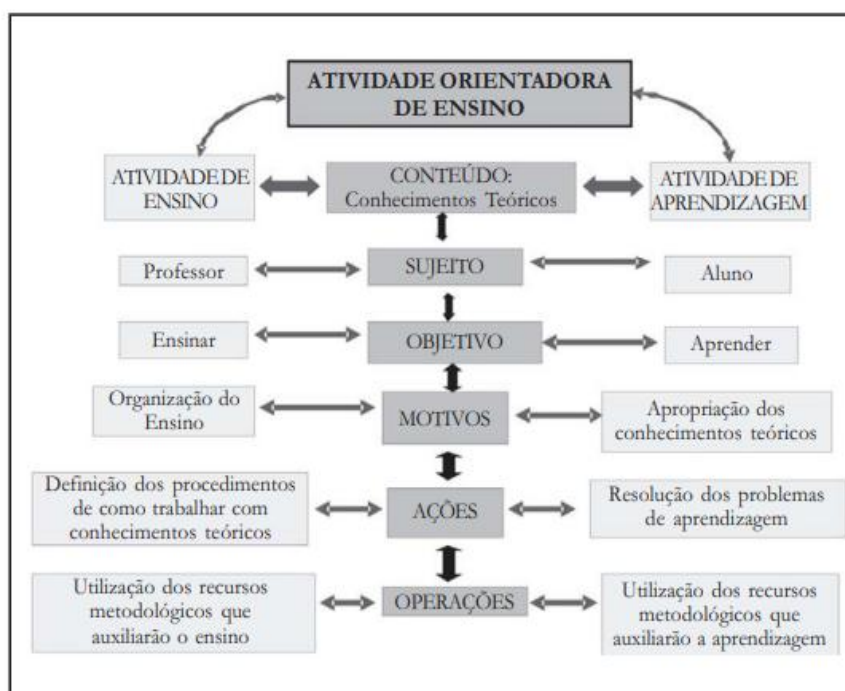
[...] se estrutura de modo a permitir que sujeitos interajam, mediados por um conteúdo negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação problema. É atividade orientadora porque define elementos essenciais da ação educativa e respeita a dinâmica das interações que nem sempre chegam a resultados esperados pelo professor. Este estabelece os objetivos, define as ações e elege os instrumentos auxiliares de ensino, porém não detém todo o processo, justamente porque aceita que os sujeitos em interação partilhem significados que se modificam diante do objeto de conhecimento em discussão.

Em outra obra, o autor ainda afirma que a AOE

[...] mantém a estrutura de atividade proposta por Leontiev ao indicar uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propõe ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar. (Moura *et al.*, 2010, p. 96) .

Nessa direção, tais elementos característicos da AOE (necessidades, motivos, ações, operações) se constituem em duas etapas que faz com que a atividade seja orientadora: Atividade de Ensino (AE) e Atividade de Aprendizagem, podendo ocorrer de maneira individual ou coletiva (Moura *et al.*, 2002). Nessa perspectiva, o professor e o estudante possuem motivos³, que podem ou não ser coincidentes e que os conduzem a certas ações e operações⁴. Pode-se afirmar que quando os motivos estão alinhados com o objeto⁵ pensado pelo professor, tem-se a AOE. A figura 4 ilustra como os elementos da AOE conversam entre si.

Figura 4 - Os elementos da AOE



Fonte: Moura *et al.* (2010, p. 219).

³ Motivo dentro da AOE é “possibilitar que a experiência social da humanidade, objetivada na cultura, se torne a experiência do sujeito” (Araujo, 2019, p. 132).

⁴ “As operações estão relacionadas às condições em que essas ações serão realizadas, ou seja, as operações são procedimentos automatizados na consciência e que fazem parte das ações” (Dias; Amaral, 2020, p.463).

⁵ “No conceito de atividade o objeto é aquilo que coincide com o motivo da atividade e é objetivado no processo de trabalho, o estudante transformado é também produto do trabalho do professor” (Moura *et al.*, 2010, p. 218).

Com o intuito de mobilizar os elementos centrais da AOE, tanto dos estudantes quanto do professor, e apropriar-se dos nexos conceituais, o professor pode criar uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA), que tem como um dos seus objetivos “propiciar a necessidade de apropriação do conceito pelo estudante, de modo que suas ações sejam realizadas em busca da solução de um problema que o mobilize para a atividade de aprendizagem - a apropriação dos conhecimentos” (Moura *et al.*, 2010, p. 101).

Segundo Moura *et al.* (2010, p. 223), uma SDA

[...] deve contemplar a gênese do conceito, ou seja, a sua essência; ela deve explicitar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu Movimento Lógico-Histórico.

Essas SDA são denominadas desencadeadoras pois partem de necessidades humanas contidas em problemas propostos. Segundo Moura, Araújo e Serrão (2019, p. 422), “visa colocar a criança em tensão criativa, à semelhança daqueles que a vivenciaram, ao resolver seus problemas autênticos, gerados pelas necessidades de ordem prática ou subjetiva”.

Ainda segundo Moura, Araújo e Serrão (2019), a consciência de existir um problema a ser resolvido é o que permite a entrada do sujeito em atividade de estudo, que exige dele estratégias rumo ao objetivo conscientizado.

A História Virtual do Conceito se apresenta como uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem, assim como o jogo pedagógico e as situações emergentes do cotidiano. Nas Histórias Virtuais do Conceito são apresentadas, segundo Moura (1996, p. 20),

[...] situações-problema colocadas por personagens de histórias infantis, lendas ou da própria história da Matemática, como desencadeadoras do pensamento da criança, de forma a envolvê-la na construção de soluções que fazem parte do contexto da história. Dessa forma, contar, realizar cálculos, registrá-los poderá tornar-se para ela uma necessidade real.

A História se constitui Virtual, pois “contém problemas semelhantes àqueles vividos historicamente pelos seres humanos em suas lidas incessantes, em busca do aprimoramento dos meios de trabalho ou de compreensão dos fenômenos da natureza” (Moura, Araújo e Serrão, 2019).

Portanto, fundamentada nos pressupostos teórico-metodológicos da AOE, elaborou-se e desenvolveu-se uma proposta pedagógica voltada para estudantes do segundo ano do Ensino Médio, que é apresentada na próxima seção.

3. METODOLOGIA DA PESQUISA

Compreender o significado do estudo das relações trigonométricas no triângulo retângulo é um fato que me acompanhou durante todo o Ensino Médio e, ao chegar, no Ensino Superior, quando tais conceitos eram trazidos à tona, percebia que sabia bem operar com eles, mas sem atribuir sentido para eles. Alinhado a isso, ao realizar estágios e participar do Programa de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), percebi que minhas inseguranças também eram dos estudantes que tive contato.

Diante deste relato, ao realizar uma Iniciação Científica, sob a perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, para identificar as necessidades humanas e os contextos históricos que deram origem aos conceitos de seno, cosseno e tangente e, compreendendo-os como ferramentas culturais desenvolvidas para resolver problemas concretos, instituiu-se a questão: *Quais contribuições uma organização intencional do ensino, fundamentada no Movimento Lógico-Histórico e na Atividade Orientadora de Ensino, pode oferecer para a apropriação do conceito de tangente por estudantes do Ensino Médio?* A fim de responder este questionamento, concebe-se como objetivo de pesquisa: Analisar as contribuições de uma organização intencional do ensino fundamentada no Movimento Lógico-Histórico e na Atividade Orientadora de Ensino, para a apropriação do conceito de tangente por estudantes do Ensino Médio.

Nesta direção, esta pesquisa caracteriza-se como qualitativa, uma vez que buscou-se compreender o processo de ensino e de aprendizagem envolvidos na organização do ensino e desenvolvimento da proposta pedagógica para o ensino do conceito de tangente. Para tanto, elaborou-se uma História Virtual do Conceito (Moura *et al.*, 2010): “*E agora, Cinco? Uma releitura da primeira temporada de The Umbrella Academy*”⁶, com o objetivo de levantar uma situação-problema desencadeadora da necessidade que impulsionou o surgimento do conceito da razão trigonométrica tangente no Antigo Egito.

O estudo envolveu uma pesquisa bibliográfica acerca do Movimento Lógico-Histórico das relações trigonométricas seno, cosseno e tangente; elaboração de uma História Virtual do Conceito; desenvolvimento da proposta em uma turma da segunda série do Ensino

⁶ The Umbrella Academy é uma série sobre sete irmãos com superpoderes que são adotados por um senhor milionário chamado Sir Reginald Hargreeves, que os treina desde a infância para salvar o mundo.

Médio, bem como a análise dos registros produzidos durante o desenvolvimento da prática pedagógica, buscando compreender os processos apropriação dos conceitos mobilizados no decorrer da experiência.

Diante do exposto, apresenta-se na próxima subseção a proposta pedagógica elaborada.

3.1 A Proposta Pedagógica

Com o intuito de compreender o significado do conceito da razão trigonométrica tangente, elaborou-se uma História Virtual do Conceito intitulada: *E agora, Cinco? Uma releitura da primeira temporada de The Umbrella Academy*, articulando elementos da trama da primeira temporada da série *The Umbrella Academy* com o desenvolvimento histórico do conceito de tangente.

Para construir uma narrativa que abrangesse a necessidade desencadeadora do conceito e o movimento histórico da tangente, estabeleceu-se uma situação-problema fictícia voltada para a variação da inclinação axial da terra, que mesmo podendo variar cientificamente, é preciso de um ciclo de mais de 40 mil anos. Segundo Sunil (2024, p.1502), tradução nossa), “a Terra apresenta uma inclinação axial de aproximadamente $23,5^\circ$ em relação à perpendicular ao seu plano orbital/elíptico, resultando em diversos efeitos notáveis, incluindo as estações do ano”.

Diante do que foi estudado na seção anterior, o conceito da tangente emerge, principalmente, das necessidades de medições de alturas e distâncias inacessíveis, ligadas a medição do tempo, especificamente, em relógios de sol meridionais.

A tangente pode ser compreendida em um relógio de sol meridional, como uma razão constante entre o comprimento do gnômon e a sombra projetada por ele, dada a posição do Sol relativa ao horizonte. Os antigos egípcios utilizavam exatamente essa relação para organizar o calendário, observando a variação das sombras ao longo do ano para identificar o início das estações. Assim, mesmo que as sombras fossem maiores ou menores dependendo do comprimento do gnômon, a razão permanecia constante para um mesmo ângulo de elevação⁷ do sol, permitindo prever o comportamento dessas sombras.

⁷ O ângulo de elevação é a altura angular do sol no céu, medida a partir da horizontal.

Com isso, buscou-se afirmar que, enquanto a inclinação axial se mantiver estável, a constante resultante da razão é preservada e, portanto, é possível prever o tamanho das sombras em um determinado horário, ou seja, em uma determinada inclinação do sol em relação ao horizonte. No entanto, se a inclinação axial mudar, essa constante também se altera.

Nessa direção, sistematiza-se o conceito de tangente no triângulo retângulo como sendo a razão constante associada à inclinação considerada, ou seja, dado um ângulo no triângulo retângulo, a razão constante entre o cateto oposto e o cateto adjacente associados ao mesmo ângulo é chamada de tangente.

HISTÓRIA VIRTUAL “E agora, *Cinco*? – Uma releitura da 1ª temporada de *The Umbrella Academy*”

Prólogo

Em torno de 1.500 a.c., um fenômeno jamais visto antes ocorreu às margens do Rio

Figura 5 - Os irmãos



Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (ChatGPT, OpenAI, 2026).

Nilo: quarenta e três mulheres, de diferentes castas e regiões, deram a luz juntas, na mesma hora, sem nenhuma delas terem mostrado sinais de gravidez. Os sacerdotes-escritas declararam que aquilo era obra dos deuses.

Por volta de 1473 a.c., Maatkaré Hannah (1473–1458 a.C.) chegou ao trono sendo a quinta faraó da 18ª dinastia do Antigo Egito, após a morte de seu marido. Hannah, como

era chamada, era também conhecida em todo Egito pelo seu fascínio nos astros e pela sua crença de que o equilíbrio do mundo dependia da precisão com que o tempo era medido. Interessada no grande fenômeno ocorrido com as quarenta e três mulheres e movida pela solidão de não ter conseguido ter um filho em seu casamento, ela decidiu adotar sete dessas

crianças. Com o passar dos anos, as crianças foram desenvolvendo habilidades que os sacerdotes interpretavam como dádivas divinas.

Tor, tem uma força fora do normal, em comparação com seus outros irmãos de criação.

Hórus se destaca entre os escribas, na precisão que ele consegue ter em seus cálculos.

Tina, sempre consegue o que quer. Sua capacidade de argumentação comovia a rainha Hannah.

Ramsés é conhecido por sua capacidade em interpretar registros do passado e em montar quebra-cabeças.

Samuel, o Cinco, é o astrônomo do grupo. Sua habilidade em descrever o movimento dos astros é admirável e muito querido pela sua mãe Hannah.

Paulo, é conhecido como o guardião das aventuras com os irmãos, sua atenção a qualquer mudança no ambiente, já os livrou de muitos castigos quando ainda eram meninos.

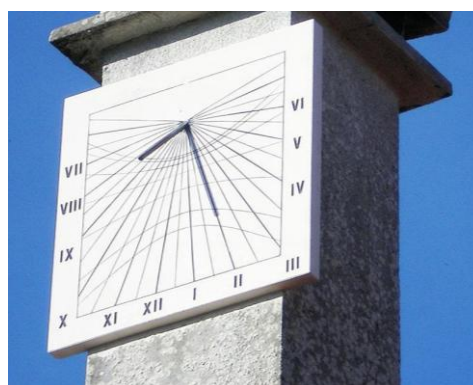
Maya é a irmã responsável por ler e registrar os estudos dos astros, e as fofocas do reino, devido a sua habilidade com a escrita.

Preocupada em garantir a precisão da marcação do tempo, Hannah treinou as crianças durante a infância, ensinando-os a ler a posição da terra em torno do Sol e interpretar sombras projetadas por uma vara de gnômon, para assim medir a passagem do tempo.

A rainha faraó passou grande parte da adolescência pesquisando novas maneiras de medir o tempo e prever com maior precisão as cheias do rio Nilo. Ela acreditava que desta forma poderia determinar o calendário agrícola com mais precisão e orientar com segurança quando e até onde seria possível expandir o seu reino. Com isso, ela construiu o primeiro relógio de sol vertical meridional já visto naquela região.

O relógio de sol meridional é um tipo de relógio em que as horas são marcadas pela sombra projetada por um gnômon sobre uma estrutura vertical voltada diretamente para o Norte ou para o Sul. Para que funcione com

Figura 6 - Relógio de Sol vertical meridional em pedra, com gnômon em ferro



Fonte: Relógios de Sol. Disponível em: <
<https://relogiosdesol.pt/teste-teste-teste/leiria/>>
Acesso em 22 fev. 2026.

precisão, esse tipo de relógio precisa ser construído de acordo com a latitude⁸ do local onde será instalado, pois a trajetória aparente do Sol varia conforme a latitude. Por isso, a inclinação do gnômon não pode ser simplesmente perpendicular à parede: sua orientação deve reproduzir a inclinação do eixo da Terra naquele lugar. É preciso alocar o gnômon de forma que a sua inclinação seja igual à colatitude⁹, garantindo que ele fique corretamente alinhado ao eixo da terra e que o relógio funcione de forma rigorosa. A história que será tratada aqui, começa anos depois.

Quando a morte misteriosa de Hannah é anunciada.

A rainha Hannah foi encontrada sem vida ao lado de um enorme Obelisco, recém-instalado na praça sagrada. Este Obelisco foi muito esperado por Hannah e construído com o intuito de marcar a passagem da primeira mulher egípcia a ocupar o posto de Faraó. Nesta construção, foi instalado um relógio de sol meridional que tinha chamado a atenção da Rainha nos seus últimos anos de vida.

Nos últimos anos, Hannah vinha investigando um episódio que nunca havia acontecido antes: o clima parecia desregulado. As cheias do Nilo, cruciais para a agricultura, vinham com atraso e a duração dos dias e noites parecia mudar de forma inesperada ao longo do ano. Ela sabia que o problema não era religioso ou algo como uma possível infertilidade da terra, mas astronômico: **a Terra parecia sofrer uma sutil mudança em sua inclinação.** Ao consultar os sacerdotes-astrônomos do reino, eles disseram ter percebido a mesma coisa: a posição do Sol ao

Figura 7 - Inclinação axial da terra



Fonte: Imagem modificada por inteligência artificial (IA, Gemini, 2026).

Figura 8 - Representação artística da inclinação da terra de 30°



Fonte: Imagem modificada por inteligência artificial (IA, Gemini, 2026).

⁸ Latitude: distância angular, em graus, de um ponto na superfície da Terra até a Linha do Equador (0°), variando de 0° a 90° para Norte ou Sul.

⁹ Colatitude é a resposta para a pergunta: quantos graus faltam para chegar ao polo (90°) a partir da sua latitude?

meio-dia estava diferente do habitual para aquela época do ano, e as sombras projetadas pelos gnômons não coincidiam mais com os registros antigos. A constante que usavam para prever as cheias havia mudado.

Suas últimas palavras sobre a ocorrência deste fenômeno foram escritas em uma carta deixada para seus filhos ao lado do seu altar.

*“Aos meus filhos, escolhidos pela luz de Rá,
Se esta carta chegou até vocês, é porque minhas forças já não acompanharam
o peso do desequilíbrio que se aproxima. Escrevo com o coração inquieto e
inseguranças que não posso ignorar.
Os raios solares não alcançam o lugar por onde sempre passaram . As
sombras não confirmam a estação em que estamos. A razão que mantinha o
mundo em harmonia se rompeu: as sombras projetadas por nossos gnômons não
guardam mais a proporção que herdamos dos nossos antepassados.
Há um problema no Egito. E vocês, meus filhos, são os únicos que confio para
desvendá-lo.
Talvez eu tenha pedido a ajuda de vocês tarde demais. Busquem pelas minhas
anotações.*

*Com amor eterno,
Maatkaré Hannah.”*

Episódio 1 – O mistério das sombras

Cinco reapareceu no palácio e encontrou o lugar tomado por silêncio. O corredor principal — construído para ser iluminado no primeiro dia da estação da Akhet¹⁰ — estava escuro.

¹⁰ A Akhet (ou Akhet) era a primeira das três estações do calendário do Egito Antigo, correspondendo à Estação das Inundações (aproximadamente de julho a novembro), quando o Rio Nilo transbordava, depositando lodo fértil e revitalizando a terra, essencial para a agricultura.

Ele caminhou até o altar esperançoso em encontrar seus irmãos, mas logo notou que a luz do sol deveria atravessar todo o corredor e tocar o símbolo de Rá gravado na pedra. No entanto, ela parou antes, deslocada alguns dedos para o lado esquerdo. Ao lado do altar, encontrou uma carta com a assinatura real e uma tábua de madeira com alguns registros. Após ler a carta, se atentou para os registros:

“A estação adiantou-se. A Terra se inclina...”

Havia também desenhos simples de triângulos — alturas e sombras.

Cinco murmurou:

— Se a luz não chegou ao altar... E a estação se adiantou... a razão já não é a mesma... o que pode ter acontecido?

Dias antes da sua morte, Hannah havia notado algo ainda mais grave. Para confirmar o que estava acontecendo, ela foi até os principais pontos de marcação do tempo do seu reino: o relógio de Sol da praça sagrada e o relógio de Sol do palácio, ambos relógios de sol meridionais.

Em cada relógio, ela mediu a sombra projetada pelo gnômon no mesmo horário.

Nas anotações encontradas por Cinco, a rainha dizia:

“Sombras diferentes...”

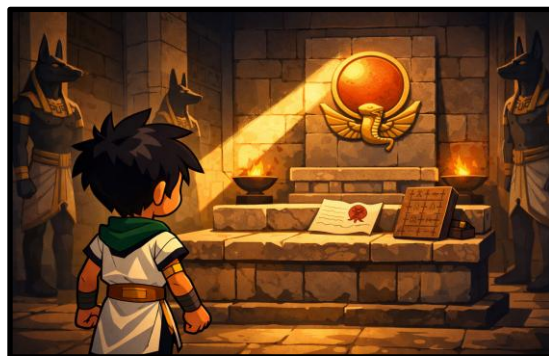
A razão já não é mais a mesma... mas há algo que não muda entre elas.”

Ao ler isso, Cinco assustou...

— Algo que não muda mesmo quando tudo parece mudado... o que pode ser?

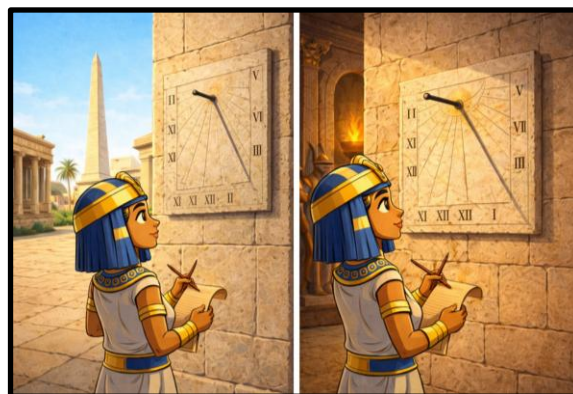
Cada relógio estava em uma estrutura diferente: o primeiro em uma coluna do palácio e o outro em um obelisco na praça da cidade. Cinco se reuniu com os seus irmãos, apresentou os registros e a carta deixada pela mãe. Tor protestou:

Figura 9 - Ilustração do Cinco no Altar



Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (ChatGPT, OpenAI, 2025).

Figura 10 - A rainha faraó observando os relógios de sol da praça e do palácio



Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (ChatGPT, OpenAI, 2025)

— *Se as sombras são tão diferentes, como isso pode nos ajudar?*

Foi então que Tina, observando os registros, sussurrou:

— *As sombras mudam..., mas será que mudam na mesma proporção? Talvez essa relação entre elas pode nos ajudar.*

Maya rapidamente traçou um triângulo na areia: altura acima, sombra abaixo.

— *É isso. Não importa o tamanho da sombra. Se o Sol está no mesmo ângulo no céu... a relação entre o comprimento do gnômon e a sombra deve ser sempre constante. Vamos verificar!*

Era a chave deixada pela rainha faraó.

Episódio 2 – Medindo para ver o invisível

Na manhã seguinte, os irmãos se dividiram para seguir a instrução deixada pela rainha faraó. Cinco caminhava à frente, decidido, levando consigo a tábua com os registros da mãe. Segundo as anotações deixadas pela rainha, ela havia analisado dois relógios de sol meridionais — um instalado na praça sagrada e outro no pátio interno do palácio.

Na Praça Sagrada, havia um relógio meridional voltado para o sul. O grande relógio projetava sua sombra contra a parede de pedra clara, exatamente como Hannah havia descrito em seus registros.

— O gnômon tem exatamente 4 côvados¹¹ de comprimento — disse Samuel.

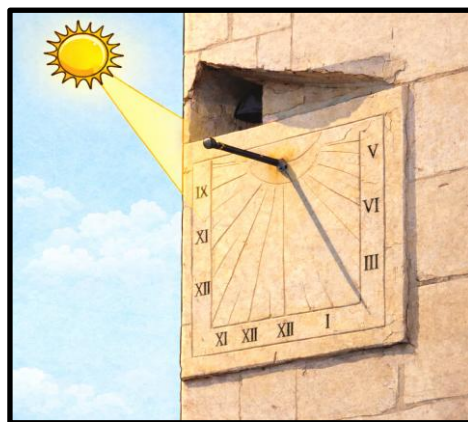
Maya se ajoelhou junto à parede e começou a medir a sombra com uma corda marcada em nós com o mesmo espaçamento, cada um correspondente a um côvado.

— Oito côvados — disse, após esticar a corda até o fim da projeção na parede.

Cinco franziu a testa e anotou rapidamente na tábua.

— Quatro para oito... — falou pensativo.

Figura 11 - Relógio de sol da praça sagrada



Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (ChatGPT, OpenAI, 2025)

¹¹ Côvado é considerada uma das mais antigas unidades de medida de comprimento, datado de 3000 a.C. Neste estudo, considerou-se o côvado comum, que é a medida do comprimento do antebraço (do cotovelo até a ponta do dedo médio) que equivale a 47,5 cm. (UFRGS, [s.d.])

Paulo, que por hora permanecia em silêncio, observando o feixe de luz que descia do céu até tocar a extremidade da sombra, decidiu se manifestar:

— O triângulo está completo — disse por fim. — A vara, a sombra e o raio do Sol.

Cinco desenhou no chão, com um pedaço de carvão, um triângulo retângulo: um lado vertical, outro horizontal, e o terceiro inclinado, apontando para o Sol.

— Um triângulo perfeito — Tina concluiu.

No dia seguinte, no mesmo horário indicado nos registros da rainha, os irmãos se reuniram no pátio interno do palácio. Ali, o relógio meridional era menor, construído para estudos e rituais. O gnômon tinha apenas dois côvados de comprimento.

Maya repetiu o procedimento com a corda.

— Quatro côvados de sombra — disse, olhando diretamente para Cinco.

Ele sorriu, observando certa regularidade...

— Dois para quatro.

Cinco desenhou rapidamente dois triângulos lado a lado na tábua: um maior, outro menor.

— Vejam — disse, chamando a atenção de todos. — As sombras não têm o mesmo tamanho. As estruturas não têm o mesmo comprimento. Mas a razão entre elas é a mesma.

Tor cruzou os braços.

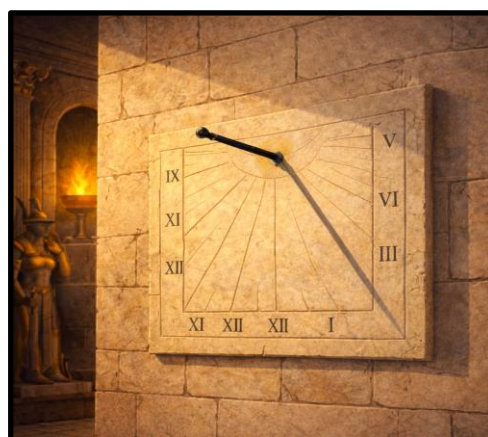
— Então o Sol estava no mesmo lugar no céu, quando medimos.

Figura 12 - Representação do raciocínio dos irmãos



Fonte: Imagem gerada por Inteligência Artificial (Gemini, Google, 2026)

Figura 13 - Relógio do palácio.



Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (ChatGPT, OpenAI, 2025)

— Exatamente — respondeu Maya. — A altura do Sol em relação ao horizonte define o ângulo. E esse ângulo determina a proporção entre o comprimento do gnômon e a sombra projetada por ele.

Samuel completou:

— Se a Terra estivesse perfeitamente estável, essa razão se repetiria sempre, no mesmo dia e horário, ano após ano.

Cinco fechou a tábua com cuidado.

— E foi isso que nossa mãe percebeu. Não foi a sombra que a assustou... foi quando essa razão começou a falhar.

O silêncio tomou o pátio.

— Ela estava medindo algo que não se vê — disse Tina em voz baixa. — O movimento invisível da Terra.

E, naquele instante, todos compreenderam: as sombras revelavam que a inclinação axial da Terra havia mudado, modificando o ângulo de incidência do Sol e, conseqüentemente, a razão entre o comprimento do gnômon e a sombra projetada.

Final

Nos dias seguintes, os irmãos repetiram as medições nos relógios de sol no mesmo horário e, de fato, as sombras já não mantinham a razão registrada nos tempos de Hannah. Aquilo confirmava o que ela havia percebido.

Com a ajuda do sacerdote-astrônomo, compreenderam que não se tratava de falha nos relógios e nem de algo divino, mas de uma sutil alteração na inclinação da Terra. Essa mudança alterava as sombras projetadas e, conseqüentemente, exigia uma reorganização do cotidiano do reino.

— Nossa mãe não tentou impedir a mudança — concluiu Cinco. — Ela nos ensinou a entendê-la.

Para que a descoberta realizada pela Rainha Faraó e pelos seus filhos não se perca com o tempo, o sacerdote-astrônomo do reino está convidando os escribas do futuro para auxiliar Tina, Horus e Cinco no registro dos recentes acontecimentos, para que as próximas gerações possam compreender o significado desta constante encontrada. E você, meu caro leitor, foi um dos convocados! Agora, mãos à obra!

Para que este registro se torne real, o sacerdote-astrônomo do reino deixou algumas orientações para você:

(a) Qual foi a necessidade que levou a rainha e seus filhos a investigarem as sombras dos relógios de sol?

Resposta esperada: O que levou a rainha e os seus filhos a investigarem as sombras foi o caos que estava acontecendo no reino nos últimos anos. O clima estava desregulado, as cheias do rio Nilo começaram a atrasar e os dias estavam se iniciando e terminando em horários diferentes.

(b) O que a rainha e os seus filhos observaram ao comparar as sombras projetadas pelos dois relógios de sol?

Resposta esperada: Eles observaram que as medidas das sombras haviam mudado, não coincidia com os registros antigos.

(c) Por que observar apenas o comprimento da sombra não era suficiente para compreender o fenômeno que estava acontecendo?

Resposta esperada: Ao investigar somente o comprimento da sombra de forma isolada, não permite compreender o que está acontecendo, pois sua variação depende da posição do Sol no céu. Assim, torna-se necessário considerar outras grandezas envolvidas na situação, como o comprimento do gnômon e a inclinação dos raios solares, analisando as relações estabelecidas entre esses elementos.

(d) O que determina o tamanho da sombra projetada por um gnômon ao longo do dia?

Resposta esperada: A posição do sol em relação ao horizonte.

(e) Como a posição do Sol no céu influencia o ângulo formado entre o gnômon e o raio solar?

Resposta esperada: A posição do sol no céu influencia o ângulo formado entre o gnômon e os raios solares de forma a aumentar o ângulo quando o sol está mais alto e diminuir quando o sol está mais baixo.

(f) Se o Sol está mais alto no céu, o que acontece com a sombra? E se está mais baixo?

Resposta esperada: Se o sol está mais alto no céu, a sombra projetada pelo gnômon é maior, e se o sol está mais baixo, a sombra projetada pelo gnômon é menor.

(g) Que tipo de relação os irmãos passaram a analisar para compreender o movimento do Sol?

Resposta esperada: Os irmãos passaram a analisar a relação entre o comprimento da sombra e o comprimento do gnômon, dada uma inclinação do sol em relação ao horizonte, ou seja, dado uma altura solar.

(h) Existe alguma maneira de relacionar numericamente o comprimento do gnômon com o comprimento da sombra de modo que essa relação permaneça constante?

Resposta esperada: Sim, é possível estabelecer uma relação numérica entre o comprimento do gnômon e o comprimento da sombra por meio de uma razão entre essas grandezas, pois para uma mesma inclinação dos raios solares em relação ao horizonte, a razão entre o comprimento do gnômon e o comprimento da sombra tende a permanecer constante, independentemente do tamanho do gnômon utilizado.

4. ANÁLISE DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Nesta seção, apresenta-se a análise da proposta pedagógica desenvolvida com uma turma composta por 25 alunos da segunda série do Ensino Médio, de uma escola da rede privada de ensino, no período da manhã. Inicialmente, buscou-se compreender como os elementos teórico-metodológicos que fundamentam este estudo se materializam em sala de aula, a partir do diálogo entre os registros produzidos pelos estudantes, as observações realizadas durante a prática e o referencial teórico adotado. Em seguida, a partir da análise dessas produções e das interações ocorridas durante a atividade, discutem-se indícios do processo de apropriação do conceito de tangente mobilizado ao longo da atividade.

A prática em sala de aula, intitulada ““E agora, *Cinco?* – Uma releitura da 1ª temporada de *The Umbrella Academy*”, foi organizada em quatro momentos, desenvolvidos em duas aulas de cinquenta minutos. O primeiro momento voltou-se para a apresentação do roteiro da aula, bem como para o diálogo com os estudantes sobre diferentes relógios de sol meridionais e seu funcionamento, assim como para a organização dos alunos em três grupos de seis integrantes e um sete integrantes. O segundo momento foi destinado à leitura da História Virtual do Conceito e à realização da tarefa proposta pelas personagens ao final da ‘narrativa. Em seguida, no terceiro momento, foi realizada a discussão coletiva das respostas elaboradas pelos estudantes. Por fim, o quarto momento foi voltado para a sistematização do conceito trabalhado.

Ao final da História Virtual do Conceito, as personagens recorrem aos estudantes para elaborarem, em conjunto, um registro dos acontecimentos, de modo que as próximas gerações consigam compreender o significado da constante encontrada. Essa mobilização tem o intuito de convidar os estudantes a explicarem, com suas próprias palavras, o significado do conceito matemático discutido. Tal proposta fundamenta-se na compreensão de que o processo de aprendizagem ocorre por meio das interações sociais estabelecidas entre os sujeitos.

Nesse sentido, coaduna-se com a ideia de que

[...] o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros. Uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento independente da criança (Vigotski, 2002, p. 117–118 *apud* Moura *et al.*, 2010, p. 214).

Nessa direção, ao discutirem coletivamente as questões propostas no roteiro de registro solicitado pelas personagens, cria-se a possibilidade de que os estudantes organizem e registrem suas compreensões acerca dos conceitos matemáticos mobilizados na situação proposta, por meio da interação em um espaço de aprendizagem, favorecendo o início de um processo de apropriação do conceito em estudo. Entende-se “[...] espaço de aprendizagem como o lugar da realização da aprendizagem dos sujeitos orientados pela ação intencional de quem ensina”. (Cedro, 2004, p. 47).

Diante do que foi apresentado, as questões propostas no roteiro de registro foram organizadas com a intenção de orientar o processo investigativo desenvolvido ao longo da proposta, conduzindo os estudantes, inicialmente, à compreensão de que houve uma necessidade que impulsionou a criação do conceito em estudo e, posteriormente, à identificação das relações e dos conceitos matemáticos presentes na problemática. Tal organização fundamenta-se na compreensão de que, no processo de ensino, “[...] as ações do professor devem ser organizadas de forma a possibilitar aos estudantes a apropriação dos conhecimentos e das experiências histórico-culturais da humanidade”. (Moura *et al.*, 2010, p. 219).

A partir dessa organização, analisam-se, inicialmente, as respostas produzidas pelos estudantes para as quatro primeiras questões da proposta, buscando identificar indícios de compreensão da necessidade histórica que impulsionou a criação do conceito. Em seguida, analisam-se as questões finais da atividade, nas quais os estudantes foram convidados a identificar as relações Matemáticas presentes na situação investigada, evidenciando nexos conceituais envolvidos na problemática e mobilizando elementos para a apropriação do conceito de tangente.

Para essa análise, optou-se por organizar o material empírico em dois eixos: i. A compreensão da necessidade histórica do conceito de tangente e, ii. A identificação dos nexos conceituais e a apropriação do conceito de tangente (Quadro 1).

Quadro 2 - Organização da análise da proposta

Eixos de análise	Questões a serem analisadas
A compreensão da necessidade histórica do conceito de tangente	(a) Qual foi a necessidade que levou a rainha e seus filhos a investigarem as sombras dos relógios de sol? (b) O que a rainha e os seus filhos observaram ao comparar as sombras projetadas pelos dois relógios de sol?

	(c) Por que observar apenas o comprimento da sombra não era suficiente para compreender o fenômeno que estava acontecendo? (d) O que determina o tamanho da sombra projetada por um gnômon ao longo do dia?
A identificação dos nexos conceituais e a apropriação do conceito de tangente	(e) Como a posição do Sol no céu influencia o ângulo formado entre o gnômon e o raio solar? (f) Se o Sol está mais alto no céu, o que acontece com a sombra? E se está mais baixo? (g) Que tipo de relação os irmãos passaram a analisar para compreender o movimento do Sol? (h) Existe alguma maneira de relacionar numericamente a altura do gnômon com o comprimento da sombra de modo que essa relação permaneça constante?

Essa organização fundamenta-se na perspectiva de que o ensino deve possibilitar aos estudantes a apropriação dos conhecimentos produzidos historicamente pela humanidade, bem como o desenvolvimento de modos generalizados de ação frente ao conhecimento, o que se torna possível ao considerar-se a formação do pensamento teórico (Moura *et al.*, 2010, p. 219).

A organização da análise em dois eixos fundamenta-se na perspectiva do Movimento Lógico-Histórico dos conceitos e nos princípios da Atividade Orientadora de Ensino. Nessa abordagem, compreende-se que os conceitos científicos são produções humanas historicamente construídas, que emergem da necessidade de compreender e explicar determinados fenômenos da realidade.

Nesse sentido, no primeiro eixo de análise — A compreensão da necessidade histórica do conceito de tangente — ao analisar as respostas dos estudantes às questões iniciais da atividade, busca-se identificar indícios de que os estudantes compreenderam a problemática apresentada na narrativa e a necessidade que mobilizou as personagens a investigarem o fenômeno observado: as sombras projetadas pelos relógios de sol. Tal movimento é relevante porque, conforme discutido por Kopnin (1978), o conhecimento científico não surge de forma espontânea ou abstrata, mas como resposta a necessidades humanas concretas. Desse modo, ao aproximar os estudantes das condições que motivaram a investigação presente na narrativa, cria-se a possibilidade de que reconheçam o conceito

matemático como uma produção histórica vinculada à tentativa de compreender fenômenos observados na realidade.

O segundo eixo de análise — A identificação dos nexos conceituais e a apropriação do conceito de tangente — volta-se para a identificação dos nexos conceituais presentes na situação investigada e para os indícios de apropriação do conceito de tangente pelos estudantes. Nessa etapa, busca-se compreender como os participantes passam a reconhecer as relações Matemáticas que estruturam o fenômeno observado — como a relação entre a altura do gnômon, o comprimento da sombra e a posição do Sol — mobilizando elementos que se aproximam do significado da razão trigonométrica tangente. Tal movimento analítico dialoga com a compreensão de que o desenvolvimento do pensamento teórico ocorre quando o sujeito passa a identificar e analisar as relações internas que estruturam o objeto de estudo, superando uma compreensão baseada apenas em aspectos empíricos da situação (Davydov, 1982).

Desse modo, a organização da análise nesses dois eixos permite evidenciar o movimento de passagem da compreensão da necessidade que impulsiona a produção do conhecimento para a identificação das relações conceituais que o constituem. Esse percurso analítico aproxima-se do processo de formação dos conceitos científicos no contexto escolar, na medida em que possibilita compreender como os estudantes transitam da problematização inicial da situação investigada para a identificação dos nexos conceituais que constituem o conceito de tangente, evidenciando indícios do desenvolvimento do pensamento teórico no decorrer da atividade proposta.

Essa organização analítica busca, portanto, evidenciar não apenas as respostas produzidas pelos estudantes, mas principalmente os movimentos de pensamento mobilizados ao longo da atividade, permitindo compreender como os participantes se aproximam do significado conceitual da tangente a partir da situação investigada.

4.1 A compreensão da necessidade histórica do conceito de tangente

As questões presentes neste eixo de análise foram organizadas de modo a conduzir os estudantes à sistematização dos elementos que constituem a problemática apresentada na narrativa (a) e (b), bem como à reflexão sobre a necessidade que impulsionou os personagens a iniciarem uma investigação (c) e (d). Esperava-se, portanto, que os estudantes reconhecessem que a investigação das sombras surgiu da necessidade de compreender as

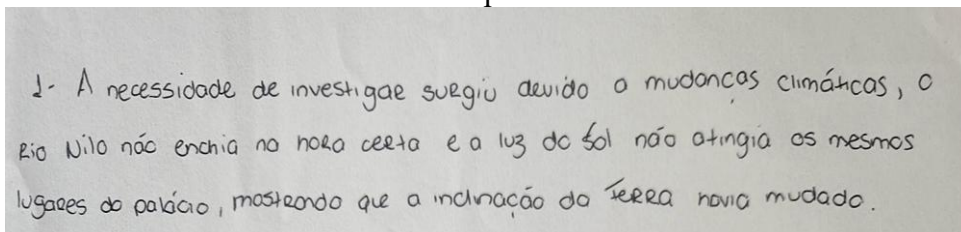
variações observadas no dia a dia daquela civilização que, posteriormente, foram confirmadas nos relógios de sol, identificando elementos como a posição do Sol, a altura do gnômon e o comprimento da sombra como fatores determinantes para a compreensão da situação apresentada.

Essa organização dialoga com a perspectiva do Movimento Lógico-Histórico dos conceitos, que compreende o conhecimento como construções humanas que surgem ao longo do desenvolvimento histórico da sociedade, a partir de necessidades humanas. Nessa perspectiva, os conceitos matemáticos não surgem de forma abstrata ou isolada, mas como produções humanas relacionadas às demandas da vida social, uma vez que, conforme afirma Kopnin (1978, p. 61), “[...] o mundo objetivo e suas leis interessam ao homem, não por si mesmos, mas enquanto meio de satisfação de determinadas necessidades sociais”.

A figura 14 apresenta as respostas dos estudantes à primeira e segunda questões da proposta, que os convida a refletir sobre a necessidade que impulsionou a investigação na narrativa.

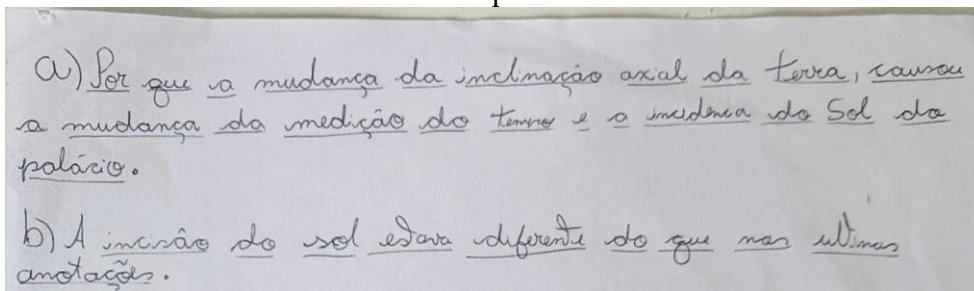
Figura 14- Resposta dos grupos às questões

Grupo 1



1- A necessidade de investigar surgiu devido a mudanças climáticas, o Rio Nilo não enchia na hora certa e a luz do Sol não atingia os mesmos lugares do palácio, mostrando que a inclinação da Terra havia mudado.

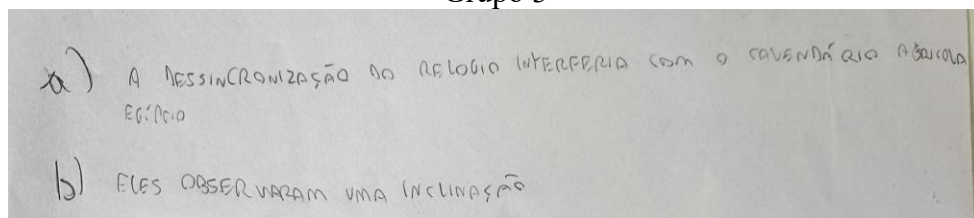
Grupo 2



a) Por que a mudança da inclinação axial da Terra, causou a mudança da medição do tempo e a mudança do Sol do palácio.

b) A inclinação do sol estava diferente do que nas últimas anotações.

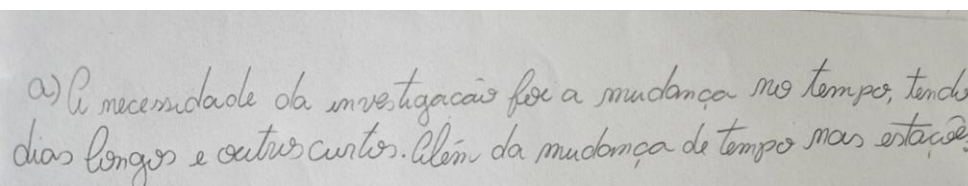
Grupo 3



a) A dessincronização do relógio interferia com o calendário agrícola Egípcio.

b) Eles observaram uma inclinação

Grupo 4



Fonte: Arquivo da autora

De modo geral, os registros produzidos pelos grupos dão indícios de compreensão de que a investigação realizada pelas personagens surge da necessidade de compreender as mudanças ocorridas no dia a dia daquela civilização. Essa compreensão aproxima-se da perspectiva do Movimento Lógico-Histórico dos conceitos que entende que os conceitos matemáticos surgem como respostas a determinados fenômenos da realidade.

Observa-se, ainda, que os grupos apresentaram percepções distintas acerca da problemática enfrentada pelas personagens da narrativa. O Grupo 1 relatou as mudanças observáveis daquela civilização, apontando as mudanças climáticas, o que indica uma leitura centrada nos efeitos observáveis da situação. Já o Grupo 2 buscou explicar possíveis causas para as mudanças, relacionando a problemática com a variação na incidência dos raios solares, o que demonstra uma tentativa de identificar os fatores que influenciam o comportamento das sombras observadas pela rainha e seus filhos. O Grupo 3, por sua vez, destacou que a desorganização do relógio causaria um problema para o calendário daquela população. Por fim, o Grupo 4 apresentou em seu registro uma explicação associada à ideia de proporção, sugerindo indícios de identificação de relações entre as grandezas envolvidas na situação investigada.

Essas diferentes interpretações indicam que os estudantes começaram a mobilizar elementos constitutivos do conceito apresentado na narrativa, como a incidência dos raios solares, a inclinação dos raios em relação ao gnômon e as relações entre as medidas do gnômon e da sombra projetada por ele. Nesse sentido, tais registros apresentam indícios de que os estudantes passaram a identificar aspectos importantes da problemática proposta, que se aproxima da compreensão dos nexos conceituais que estruturam o conceito de tangente.

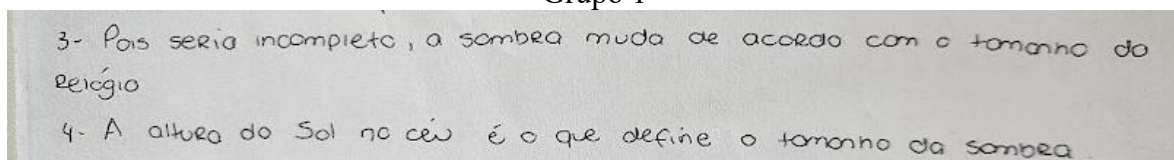
Nessa direção, as questões que compõem esse eixo de análise conduzem os estudantes a uma investigação da situação apresentada. Ao problematizar as observações iniciais das sombras e evidenciar que apenas o comprimento da sombra não era suficiente para explicar o que estava acontecendo, procura-se criar condições para que os estudantes percebessem a necessidade de considerar outras relações presentes na situação, como a

mudança da incidência dos raios solares mencionada pelo Grupo 2. Tal movimento aproxima-se da compreensão de que o pensamento teórico se desenvolve quando o sujeito passa a identificar os nexos internos que estruturam o objeto de estudo. Como afirma Sousa (2018, p. 49), “[...] o pensamento teórico contém os nexos internos, o Movimento Lógico-Histórico do objeto estudado”.

Desse modo, ao analisarem elementos como a altura do gnômon, o comprimento da sombra projetada e a posição do Sol, criam-se condições para a compreensão dos elos conceituais que estruturam o conceito de tangente. A figura 15 apresenta registros que evidenciam como tais elementos foram identificados pelos estudantes:

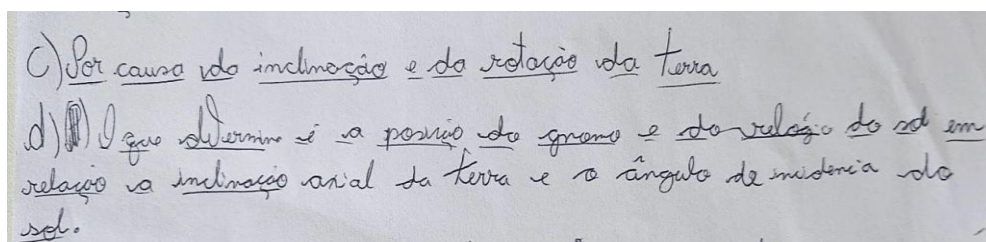
Figura 15 - Resposta dos grupos às questões (c) e (d)

Grupo 1



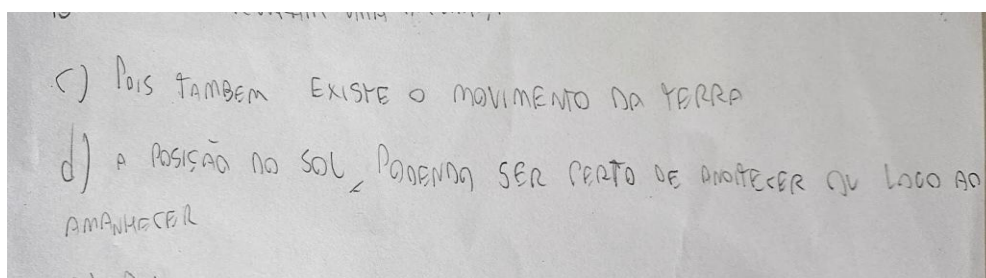
3- Pois seria incompleto, a sombra muda de acordo com o tamanho do relógio
4- A altura do Sol no céu é o que define o tamanho da sombra.

Grupo 2



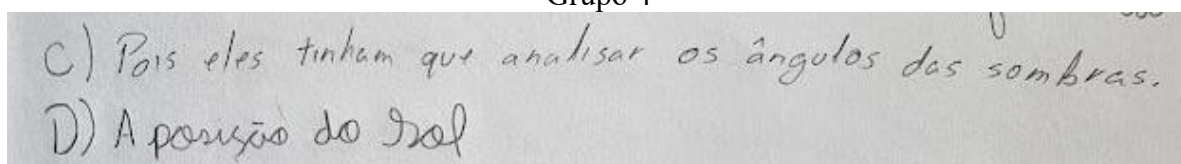
C) Por causa da inclinação e da rotação da Terra
d) O que determina é a posição do gnômon e do relógio do sol em relação à inclinação axial da Terra e o ângulo de incidência do sol.

Grupo 3



C) Pois também existe o movimento da Terra
d) A posição do sol, podendo ser perto de anoitecer ou logo ao amanhecer

Grupo 4



C) Pois eles tinham que analisar os ângulos das sombras.
D) A posição do Sol

Fonte: Arquivo da autora

A partir dessas compreensões iniciais, analisam-se as respostas dos estudantes nas questões finais da atividade, buscando identificar indícios de mobilização e apropriação dos nexos conceituais do conceito de tangente e seu significado enquanto razão trigonométrica. Os registros analisados nesta subseção possibilitam inferir que os estudantes começaram a reconhecer a problemática da investigação apresentada na narrativa, identificando elementos relacionados às mudanças observadas no dia a dia daquela civilização e aos fatores que poderiam influenciar o comportamento das sombras projetadas pelos relógios de sol. Esse movimento sugere uma aproximação inicial com a necessidade que impulsiona a investigação desenvolvida pelas personagens, elemento fundamental para compreender o processo histórico de produção do conhecimento.

A partir dessas compreensões iniciais, torna-se possível avançar na análise das respostas elaboradas pelos estudantes nas questões finais da atividade, nas quais se buscou conduzi-los à identificação das relações Matemáticas presentes na situação investigada. Assim, na próxima subseção, analisa-se de que modo os estudantes passaram a mobilizar e a explicitar relações entre elementos como a altura do gnômon, o comprimento da sombra projetada e a posição do Sol, buscando identificar indícios de apropriação dos nexos conceituais que estruturam o conceito de tangente.

4.2 A identificação dos nexos conceituais e a apropriação do conceito de tangente

Diante do que foi apresentado na subseção anterior, as questões finais da atividade foram organizadas de modo a conduzir os estudantes à identificação das relações Matemáticas presentes no relógio de sol observado na narrativa, com o objetivo de criar condições para o processo de apropriação do conceito em estudo. Tal organização busca provocar nos estudantes a necessidade de compreender as relações que explicam o fenômeno observado, uma vez que, conforme destaca Moura *et al.* (2010, p. 216), “[...] as ações do professor na organização do ensino devem criar, no estudante, a necessidade do conceito, fazendo coincidir os motivos da atividade com o objeto de estudo”.

Neste sentido, as questões propostas buscam conduzir os estudantes à análise das relações Matemáticas existentes entre os elementos do relógio de sol investigados na narrativa. Ao discutirem sobre como a posição do sol influencia a formação da sombra projetada pelo gnômon (e) e (f), espera-se que os estudantes reconheçam os elementos envolvidos na situação, como o tamanho do gnômon, o comprimento da sombra e, como

consequência, o ângulo formado pela incidência dos raios solares com o gnômon. A figura 16 apresenta as respostas dos estudantes à essas questões, evidenciando indícios da presença de tais elementos.

Figura 16 - Respostas dos grupos às questões (e) e (f)

Grupo 1

5- A posição do Sol (baixo ou alto) influencia no aumento ou diminuição do ângulo que está entre o raio solar e o gnômon

Grupo 2

Sol.
e) Dependendo da posição do sol no céu, a sombra do gnômon é projetada diferente.
f) Se o sol está mais alto, a sombra do gnômon é projetada mais para baixo, no entanto se o sol está mais baixo, a projeção da sombra é mais reticulada ou para cima.

Grupo 3

e) Pois ALTERA A SOMBRA FORMADA NO CÍRCULO DO RELOGIO
f) A SOMBRA FICA MENOR, DEPENDENDO DO LOCAL MAS FAZ SOMBRA, E QUANDO ESTÁ MAIS BAIXO, MAIOR A SOMBRA

Grupo 4

e) Pois dependendo da posição do sol no céu influencia a posição do gnômon
f) O ângulo da sombra ficará maior caso o Sol esteja mais acima e menor caso ele esteja abaixo

Fonte: Arquivo da autora

Percebe-se, nos registros dos estudantes, indícios de que reconhecem que o comprimento da sombra projetada pelo gnômon varia de acordo com a posição do Sol no céu. Essa percepção indica que existe uma relação entre essas grandezas, evidenciada nas justificativas dos Grupos. Nos registros desses grupos, aparece a ideia de que, quanto mais alta a posição do sol em relação ao horizonte, maior é a sombra projetada pelo gnômon, e quanto mais baixa for a posição do sol em relação ao horizonte, menor é a sombra projetada pelo gnômon. Tal justificativa é encontrada nos registros dos grupos 2, 3 e 4 e sugere que os

estudantes começam a estabelecer relações entre os elementos que compõem a situação investigada, reconhecendo que a variação de uma grandeza está associada à variação de outra.

A partir da análise dessas relações, cria-se a possibilidade de que os estudantes percebam que a observação isolada desses elementos não é suficiente para explicar o fenômeno observado (questão g). Isso ocorre porque, para uma mesma inclinação do Sol em relação ao horizonte — isto é, para uma mesma altura solar —, a relação entre o comprimento do gnômon e o comprimento da sombra projetada deveria manter uma razão constante, independentemente da medida do comprimento do gnômon utilizado. Tal situação é evidenciada na narrativa quando as personagens analisam dois relógios de sol distintos. Diante disso, emerge a problemática que orienta o avanço da investigação: por que a constante de proporcionalidade observada pelas personagens deixou de se manter? Que fator poderia ter provocado essa mudança?

Na narrativa construída para a atividade, tal alteração é explicada pela variação na inclinação axial da Terra¹², que faz com que os raios solares incidam de maneira diferente sobre aquela localidade ao longo do tempo. Ao introduzir essa problemática, a atividade busca mobilizar nos estudantes a necessidade de analisar as relações Matemáticas envolvidas no fenômeno, aproximando-os da compreensão das relações que estruturam o conceito de tangente. Conforme destacam Moura *et al.* (2010, p. 218),

[...] as ações do professor devem ser organizadas de forma a possibilitar aos estudantes a apropriação dos conhecimentos e das experiências histórico-culturais da humanidade. Entretanto, dada a vastíssima experiência da humanidade, mais importante do que ensinar todo e qualquer conhecimento, o que seria tarefa impossível, é ensinar ao estudante um modo de ação generalizado de acesso, utilização e criação do conhecimento, o que se torna possível ao considerar-se a formação do pensamento teórico.

Nessa perspectiva, a organização da atividade buscou aproximar os estudantes de problemáticas que mobilizam diferentes conhecimentos historicamente produzidos, criando condições para que se apropriem das relações Matemáticas envolvidas na situação investigada. Assim, ao articular elementos de diferentes campos do conhecimento, procurou-se intermediar não apenas o acesso ao conhecimento matemático, mas também a formação

¹² Por se tratar de uma narrativa fictícia construída para fins didáticos, considerou-se, no contexto da história, uma alteração significativa na inclinação axial da terra.

de modos de pensamento que possibilitem aos estudantes compreender e analisar fenômenos a partir das relações que os constituem.

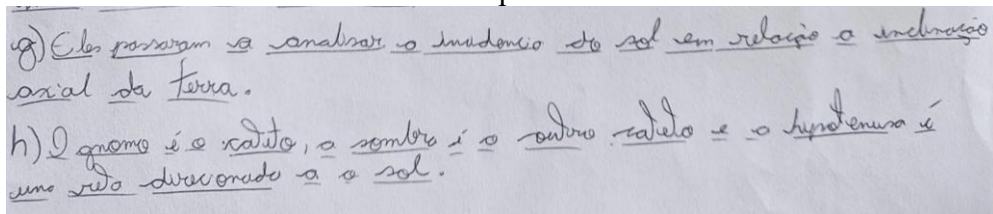
A partir dessa organização da atividade, passa-se a analisar os registros produzidos pelos estudantes nas questões (g) e (h) da proposta. A figura 17 apresenta as respostas dos estudantes.

Figura 17 - Respostas dos grupos às questões (g) e (h)

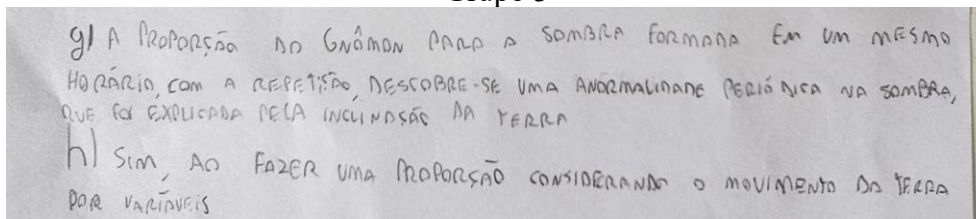
Grupo 1



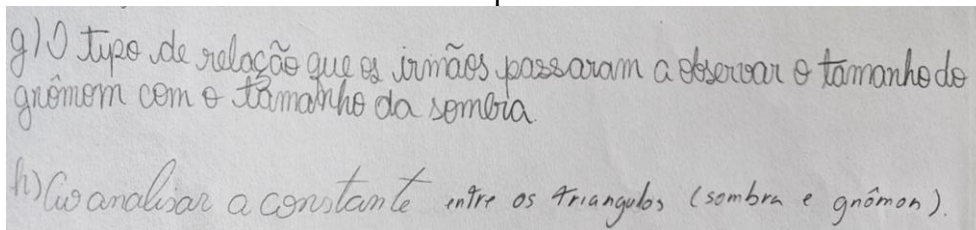
Grupo 2



Grupo 3



Grupo 4



Fonte: Arquivo da autora

A análise desses registros permite refletir sobre como se deu o processo de apropriação do conceito de tangente pelos grupos participantes, pois compreende-se que o processo de aprendizagem envolve a realização de ações conscientes que favorecem o desenvolvimento do pensamento teórico, uma vez que, conforme destacam Moura *et al.* (2010, p. 216), "[...] o processo de aprendizagem deve garantir a realização de ações conscientes, de modo a possibilitar o desenvolvimento do pensamento teórico".

Com o intuito de conduzir os estudantes à percepção de que, para uma mesma altura solar, a relação entre o comprimento do gnômon e o comprimento da sombra projetada se

mantém constante, foram elaboradas as questões (g) e (h). Após compreenderem, nas questões anteriores, que a variação da posição do Sol influencia o comprimento da sombra projetada (f) e reconhecerem a existência de uma relação entre esses dois elementos do relógio de sol, buscou-se avançar na investigação proposta pela narrativa, conduzindo os estudantes a refletirem sobre quais fatores poderiam explicar a mudança observada nessa relação.

No contexto da história, tal alteração é explicada pela variação na inclinação da Terra em relação ao eixo de sua órbita, o que modifica a incidência dos raios solares naquela localidade. Dessa forma, pretendia-se que os estudantes compreendessem que a razão entre o comprimento do gnômon e o comprimento da sombra permanece constante para uma mesma inclinação solar, variando apenas quando essa inclinação se altera. Essa compreensão aproxima os estudantes do significado do conceito de tangente, entendido como a razão entre dois lados de um triângulo retângulo associada a um determinado ângulo.

No registro do Grupo 2, observam-se indícios de que os estudantes buscaram compreender a causa dos acontecimentos a partir da análise da relação entre a incidência dos raios solares com a inclinação axial da Terra. Essa relação sugere uma tentativa de compreender o movimento aparente do Sol a partir da identificação de fatores que influenciam o fenômeno observado. Tal atitude aproxima-se da perspectiva do Movimento Lógico-Histórico dos conceitos, na medida em que os estudantes passam a investigar os fatores que geram a problemática apresentada na narrativa.

Apresentados os registros, percebem-se indícios de reconhecimento da relação investigada. No entanto, as justificativas registradas ainda não evidenciam de forma clara os motivos que fundamentam a análise dessas grandezas, indicando que existe um processo em andamento de apropriação do conceito.

Embora tenha participado do desenvolvimento da atividade, um dos grupos não registrou respostas para as questões propostas, de modo que não foi possível analisar, a partir dos registros escritos, suas compreensões acerca dos conceitos mobilizados.

Nessa perspectiva, compreende-se que o processo de apropriação do conhecimento não ocorre de maneira imediata ou linear, mas se constitui ao longo das interações estabelecidas durante o desenvolvimento da atividade. Conforme destacam Moura *et al.* (2010, p. 221),

A atividade é orientadora no sentido em que é construída na inter-relação professor e estudante e está relacionada à reflexão do professor que durante

todo o processo sente necessidade de reorganizar suas ações por meio da contínua avaliação que realiza acerca da coincidência ou não entre os resultados atingidos por suas ações e os objetivos propostos.

Nessa direção, após a etapa de resolução das questões propostas, iniciou-se o terceiro momento da aula, voltado para a discussão coletiva das respostas elaboradas pelos estudantes. Esse momento foi iniciado pela professora com um resumo da narrativa, seguindo com os estudantes compartilhando as observações registradas pelos grupos. Durante a discussão, a professora desenhou no quadro os dois relógios de sol, para que pudessem analisar a relação entre o comprimento dos gnômons e das sombras identificadas pelos estudantes anteriormente.

A partir dessas representações os estudantes retomaram os elementos analisados anteriormente, auxiliando a passagem das ideias inicialmente discutidas de forma mais descritiva para uma representação visual da situação investigada. Esse momento contribuiu para que os estudantes percebessem a relação entre a altura do gnômon, o comprimento da sombra e a incidência dos raios solares, elementos que estruturam o conceito investigado.

Nessa perspectiva, o momento de discussão coletiva assume um papel importante na sistematização das ideias produzidas pelos estudantes. Ao socializarem e confrontarem suas interpretações, cria-se um espaço para a análise das relações que estruturam o objeto de estudo, favorecendo o avanço da observação empírica para a compreensão das relações conceituais que explicam o fenômeno investigado. Tal movimento aproxima-se da compreensão de que o desenvolvimento do pensamento teórico ocorre quando os estudantes passam a analisar os nexos que estruturam o conceito em estudo.

Esse momento de discussão coletiva aproxima-se do que, na perspectiva da Atividade Orientadora de Ensino, é compreendido como um movimento de sistematização do conhecimento produzido ao longo da atividade. Nessa perspectiva, a organização do ensino deve criar condições para que os estudantes possam refletir coletivamente sobre os resultados dessas ações, reorganizando e sistematizando as ideias produzidas durante o processo de investigação.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nessa pesquisa, buscou-se analisar o modo de organização de uma proposta pedagógica para o ensino do conceito de tangente, com o intuito de responder à seguinte questão de pesquisa: *Como organizar uma proposta de ensino sobre o conceito de tangente para estudantes do Ensino Médio?* Para isso, seguindo princípios teórico-metodológicos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), elaborou-se uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA) por meio de uma História Virtual do Conceito inspirada no Movimento Lógico-Histórico das relações trigonométricas, especialmente da tangente, de modo a aproximar os estudantes das necessidades humanas que impulsionaram a produção desse conhecimento matemático.

A proposta elaborada foi desenvolvida com uma turma da segunda série do Ensino Médio e analisada a partir dos registros produzidos pelos estudantes durante a atividade, organizando-se a análise em dois eixos: a compreensão da necessidade histórica que impulsionou a investigação apresentada na narrativa e a identificação dos nexos conceituais envolvidos na situação investigada, buscando indícios de apropriação do conceito de tangente.

No que se refere ao primeiro eixo de análise, os registros analisados indicam que os estudantes foram capazes de reconhecer a problemática apresentada na narrativa e a necessidade que levou as personagens a investigarem o fenômeno observado. De modo geral, as respostas revelaram que os estudantes compreenderam que a investigação das sombras projetadas pelos relógios de sol estava relacionada à tentativa de explicar as mudanças observadas no cotidiano daquela civilização, reconhecendo que fatores como a posição do Sol, o comprimento do gnômon e o tamanho da sombra projetada constituíam elementos importantes para compreender a situação apresentada. Esse movimento aproxima-se da perspectiva do Movimento Lógico-Histórico dos conceitos, segundo a qual o conhecimento científico surge como resposta a necessidades humanas concretas.

No segundo eixo de análise, voltado à identificação dos nexos conceituais e à apropriação do conceito de tangente, os registros dos estudantes evidenciaram indícios de que passaram a reconhecer relações entre os elementos presentes na situação investigada. Em especial, observou-se que os estudantes identificaram que o comprimento da sombra projetada pelo gnômon varia de acordo com a posição do Sol no céu, bem como começaram a mobilizar a ideia de relação entre grandezas ao analisarem o comprimento do gnômon e o

comprimento da sombra projetada. Em alguns registros, também foram observadas tentativas de explicar o fenômeno a partir da incidência dos raios solares e de sua relação com a inclinação da Terra, indicando um movimento de busca por explicações para os acontecimentos descritos na narrativa.

A partir da análise realizada, observaram-se indícios de que os estudantes foram mobilizados pela proposta apresentada, o que favoreceu o desenvolvimento de ações voltadas à compreensão do fenômeno descrito na narrativa. Esse envolvimento relaciona-se à necessidade gerada pela Situação Desencadeadora de Aprendizagem, elaborada a partir do estudo do Movimento Lógico-Histórico dos conceitos envolvidos. Ao se depararem com o problema apresentado, os estudantes foram conduzidos a realizar diferentes ações e operações com o objetivo de compreender e explicar o fenômeno investigado. Nessa perspectiva, a organização da atividade aproximou-se de elementos característicos da Atividade Orientadora de Ensino, ao buscar criar condições para que a necessidade de compreender a situação se transformasse em motivo para o desenvolvimento das ações investigativas. Além disso, ao favorecer a análise das relações presentes na situação proposta, a atividade contribuiu para que os estudantes atribuíssem sentido aos conceitos matemáticos, compreendendo-os como produções humanas relacionadas à necessidade de explicar e interpretar fenômenos da realidade.

Ao longo do desenvolvimento desta pesquisa, foi possível perceber que a minha inquietação inicial — de não reduzir o ensino da trigonometria à memorização de fórmulas — encontrou caminhos de superação no próprio processo investigativo. O meu envolvimento no estudo do Movimento Lógico-Histórico das Relações trigonométricas possibilitou compreender que tais relações não surgiram de forma arbitrária, mas como respostas a necessidades concretas da humanidade, especialmente ligadas à observação dos fenômenos naturais, como o movimento aparente do Sol. Nesse sentido, a construção do conceito de tangente revelou-se vinculada à relação entre a variação das sombras e a medição de alturas e distâncias, evidenciando seu caráter histórico, cultural e funcional.

Além disso, a elaboração da proposta pedagógica mostrou-se um momento fundamental para a consolidação dessas compreensões, uma vez que exigiu não apenas o domínio conceitual, mas a organização intencional de situações de ensino que pudessem revelar aos estudantes o sentido desses conhecimentos. Ao estudar sobre as necessidades que deram origem ao conceito de tangente e buscar formas de traduzi-la para o contexto escolar, a inquietação que motivou esta pesquisa foi sendo ressignificada. Hoje, compreende-se que

seno, cosseno e tangente vão muito além de relações formais: são construções humanas que expressam modos de interpretar e intervir no mundo. Assim, este percurso não apenas contribuiu para a reflexão sobre o ensino, mas também para a própria formação da pesquisadora, que passa a enxergar nesses conceitos um significado que antes não lhe havia sido apresentado, bem como a alimentar um olhar promissor e esperançoso para a exploração de outros conceitos fundamentais para o ensino e aprendizagem da matemática.

Dessa forma, os resultados desta pesquisa indicam que a articulação entre o estudo do Movimento Lógico-Histórico dos conceitos e a organização do ensino por meio da Atividade Orientadora de Ensino constitui um caminho potente para o ensino da trigonometria no contexto escolar, na medida em que possibilita aproximar os estudantes das condições que deram origem aos conceitos matemáticos e favorecer a compreensão das relações conceituais que os estruturam.

Por fim, destaca-se que esta investigação se insere em um recorte específico de prática pedagógica, o que indica a necessidade de realização de novos estudos que ampliem a análise de propostas fundamentadas nesses referenciais teóricos, bem como investiguem outros modos de organização do ensino que possam contribuir para o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes no ensino de Matemática.

Almeja-se contribuir para o estudo das relações trigonométricas no triângulo retângulo, especialmente do conceito de tangente, e em um futuro próximo, espera-se retornar os estudos em uma pós-graduação, voltados aos conceitos de seno e cosseno.

6. REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, Elaine. Atividade orientadora de ensino: princípios e práticas para organização do ensino de Matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM)*, v. 8, n. 15, p. 123–146, 2019.
- BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1974.
- CEDRO, Wellington Lima. *O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: o Clube de Matemática*. 2004. 171 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- DIAS, Marisa; AMARAL, Cybelle. O conceito matemático de área na Atividade Orientadora de Ensino. *Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica*, v. 4, n. 2, p. 601–, 2020.
- DAVYDOV, Vasili Vasilievich. *Tipos de generalización en la enseñanza*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982, p. 488.
- EVES, Howard. *Introdução à história da Matemática*. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.
- GOOGLE. Gemini (versão Gemini 3 Flash). Mountain View, CA: Google, 2026. Disponível em: <https://gemini.google.com/>. Acesso em: 01 mar. 2026.
- KENNEDY, Edward S. *História da Matemática para uso em sala de aula: trigonometria*. v. 5. São Paulo: Atual, 1992.
- KOPNIN, Pável V. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.
- LOWE, Roger. D.; SCHANCK, Chynthia. Seno e co-seno. In: KENNEDY, Edward S. (org.). *História da Matemática para uso em sala de aula: trigonometria*. São Paulo: Atual, 1992. p.38-39.
- MILER, Ruth. Anne. Tangente e co-tangente. In: KENNEDY, Edward S. (org.). *História da Matemática para uso em sala de aula: trigonometria*. São Paulo: Atual, 1992. p.41-43.
- MOSSBURG, Larry. O Almagesto de Ptolomeu. In: KENNEDY, Edward S. (org.). *História da Matemática para uso em sala de aula: trigonometria*. São Paulo: Atual, 1992. P.28-30.
- MOURA, Manoel (Org.). Controle de variação de quantidades: atividade de ensino. São Paulo: FEUSP, 1996.
- MOURA, Manoel. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, Amelia; CRVALHO, Anna. (orgs.). *Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.
- MOURA, Manoel Oriosvaldo de et al. Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 1–29, 2010.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de; ARAÚJO, Elaine Sampaio; SERRÃO, Maria Isabel Batista. Atividade orientadora de ensino: fundamentos. *Linhas Críticas*, v. 24, e19817, 2019. DOI: 10.26512/lc.v24i0.19817.

MUSEU DE TOPOGRAFIA Prof. Laureano Ibrahim Chaffe – Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Códico egípcio. Disponível em: <http://museudetopografia.ufrgs.br/museudetopografia/index.php/equipamentos/287-codo-egipcio>. Acesso em: 25 fev. 2026.

OPENAI. *ChatGPT: imagens digitais geradas por inteligência artificial a partir de descrições textuais*. 2025. Disponível em: <https://chat.openai.com>. Acesso em: 21 dez. 2025.

RADFORD, L. *Cognição Matemática: História, Antropologia e Epistemologia*. Sociedade Brasileira de História da Matemática. São Paulo. Editora Livraria da Física, 2011. p.342.

ROONEY, Anne. *A história da Matemática*. São Paulo: M. Books do Brasil, 2012.

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, Tatiana; CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. *Tópicos de história da Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2012.

SILVA, Josyleine Aparecida. B. da. *Objetos de aprendizagem aplicados ao ensino da trigonometria: revelando elementos a partir do movimento histórico e lógico*. 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

SOUSA, Maria do Carmo. O Movimento Lógico-Histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de Matemática. *Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica*, v. 2, n. 2, 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL. Códico egípcio. Museu de Topografia. Disponível em: <http://museudetopografia.ufrgs.br/museudetopografia/index.php/equipamentos/287-codo-egipcio>. Acesso em: 4 abr. 2026.