



Letícia Oliveira Scalioni

Matrícula 12121ECO016

**O mercado de opções antecipa a tempestade? FXVol como
previsor da volatilidade da PTAX no Brasil (2010–2024)**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
INSTITUTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS (IERI)
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS**

Uberlândia – MG

2026

Letícia Oliveira Scalioni

Matrícula 12121ECO016

O mercado de opções antecipa a tempestade? FXVol como previsor da volatilidade da PTAX no Brasil (2010–2024)

Monografia apresentada ao **Instituto de Economia e Relações Internacionais** da **Universidade Federal de Uberlândia**, como requisito parcial à obtenção do título de **Bacharel em CIÊNCIAS ECONÔMICAS**.

Orientador: Prof. Dr. Júlio Fernando Costa Santos

Uberlândia – MG

2026

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

S282
2026

Scalioni, Leticia Oliveira, 1999-
O mercado de opções antecipa a tempestade? FXVol como
previsor da volatilidade da PTAX no Brasil (2010-2024) [recurso
eletrônico] / Leticia Oliveira Scalioni. - 2026.

Orientador: Prof. Dr. Júlio Fernando Costa Santos.
Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade
Federal de Uberlândia, Graduação em Ciências Econômicas.

Modo de acesso: Internet.

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Economia. I. Santos, Prof. Dr. Júlio Fernando Costa, 1985-,
(Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Graduação em
Ciências Econômicas. III. Título.

CDU: 330

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091

Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074

Letícia Oliveira Scalioni

Matrícula 12121ECO016

O mercado de opções antecipa a tempestade? FXVol como previsor da volatilidade da PTAX no Brasil (2010–2024)

Monografia apresentada ao **Instituto de Economia e Relações Internacionais** da **Universidade Federal de Uberlândia**, como requisito parcial à obtenção do título de **Bacharel em CIÊNCIAS ECONÔMICAS**.

Uberlândia – MG, 25 de março de 2026.

Prof. Dr. Júlio Fernando Costa Santos
Orientador(a) – Presidente

Prof. Dr. Cleomar Gomes da Silva
Membro da banca

Prof. Dr. Flávio Vilela Vieira
Membro da banca

À comunidade acadêmica e ao pensamento científico, bases fundamentais para o desenvolvimento deste estudo e da minha formação profissional.

Agradecimentos

Aos meus pais, pelo apoio incondicional; a Deus, pela força em cada etapa; a Carl Friedrich Gauss, pelo modelo matemático da distribuição normal e, especialmente, ao meu orientador, pela condução e paciência admiráveis.

“É melhor estar aproximadamente certo do que precisamente errado.”
(John Maynard Keynes)

Resumo

Este trabalho investiga se a volatilidade implícita do câmbio USD/BRL, medida pelo índice FXVol, contém informação preditiva para a volatilidade futura no Brasil. Usa dados diários de 2010–2024, combinando PTAX (retornos em log) e FXVol (em % a.a., convertido para variância anualizada). O alvo é a variância realizada futura anualizada em horizonte H dias úteis, construída pela soma dos retornos ao quadrado em $(t + 1, \dots, t + H)$ e escalonada por $252/H$. A avaliação fora da amostra emprega janela móvel de cerca de cinco anos úteis, comparando FXVol com HV, EWMA, HAR e HAR+IV. O desempenho é medido por RMSE, MAE e QLIKE, com testes de Diebold–Mariano e Clark–West. Os resultados mostram que HAR+FXVol melhora a acurácia, com evidência favorável no Clark–West e ganhos maiores em períodos de alta instabilidade (pós-2020), indicando utilidade do FXVol para previsão e monitoramento de risco cambial.

Palavras-chave: taxa de câmbio; volatilidade implícita; volatilidade realizada; previsão fora da amostra; mercado de opções.

Abstract

This paper examines whether the USD/BRL implied exchange-rate volatility, proxied by the FXVol index, contains predictive information for future volatility in Brazil. Using daily data from 2010–2024, we combine PTAX-based log returns with FXVol (reported in annualized percent terms and converted into annualized variance). The forecasting target is the H -day-ahead annualized realized variance, computed as the sum of squared returns over $(t + 1, \dots, t + H)$ and scaled by $252/H$. Out-of-sample performance is assessed in a rolling-window design of roughly five trading years, comparing an IV-only specification with historical volatility (HV), EWMA, and a HAR benchmark, as well as a combined HAR+IV model. Forecast accuracy is evaluated using RMSE, MAE, and QLIKE, while relative performance is tested with Diebold–Mariano statistics and the Clark–West test for nested models. Results indicate that combining volatility persistence (HAR) with option-implied information (FXVol) improves forecasting accuracy, with stronger gains in high-uncertainty subperiods, especially after 2020.

Keywords: exchange rate; implied volatility; realized volatility; out-of-sample forecasting; options market.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Taxa de Câmbio Nominal - USD/BRL (PTAX): nível e Retornos Diários	
Absolutos	36
Figura 2 – Volatilidade anualizada (5 e 21 dias), FXVol, Diagrama de Dispersão	37

Lista de tabelas

Tabela 1	– Bases de dados utilizadas no exercício empírico	22
Tabela 2	– Testes de raiz unitária e estacionariedade para PTAX e FXVOL	24
Tabela 3	– Teste de Zivot–Andrews com quebra estrutural endógena	24
Tabela 4	– Regressão <i>in-sample</i> de $RV_{t \rightarrow t+21}$ sobre IV_t (erros HAC)	39
Tabela 5	– Desempenho fora da amostra ($H = 21$): RMSE, MAE e QLIKE	39
Tabela 6	– Teste Diebold–Mariano contra o benchmark IV-only ($H = 21$)	40
Tabela 7	– Teste de Clark–West (modelos aninhados): HAR+IV vs HAR ($H = 21$) . . .	41
Tabela 8	– Robustez do HAR+IV por horizonte ($w = 1250$): métricas OOS e amostra efetiva	42
Tabela 9	– Métricas OOS por subperíodo ($H = 21$): pré-2020 vs pós-2020	43
Tabela 10	– Ganhos relativos vs IV-only por subperíodo ($H = 21$)	43

Lista de abreviaturas e siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ATM	<i>At-the-money</i> (opção no dinheiro)
BM&FBovespa	Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBovespa)
BRL	<i>Brazilian Real</i> (real brasileiro)
COVID-19	Pandemia de Coronavírus (SARS-CoV-2) em 2019
CW	Teste de Clark–West
DM	Teste de Diebold–Mariano
EWMA	<i>Exponentially Weighted Moving Average</i> (média móvel exponencialmente ponderada)
FXVOL	<i>Foreign Exchange Rate Volatility Index</i> ou Índice de Volatilidade Implícita da Taxa de Câmbio.
GARCH	<i>Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i>
HAC	<i>Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent</i> (correção robusta à heterocedasticidade e autocorrelação)
HAR	<i>Heterogeneous Autoregressive</i>
HV	<i>Historical Volatility</i> (volatilidade histórica)
IERI	Instituto de Economia e Relações Internacionais
ITM	<i>In-the-money</i> (opção dentro do dinheiro)
IV	<i>Implied Volatility</i> (volatilidade implícita)
MAE	<i>Mean Absolute Error</i>
MQO	Mínimos Quadrados Ordinários
MSE	<i>Mean Squared Error</i>
MSPE	<i>Mean Squared Prediction Error</i>
OOS	<i>Out-of-sample</i> (fora da amostra)
OTM	<i>Out-of-the-money</i> (opção fora do dinheiro)

PTAX	Taxa de câmbio PTAX (taxa de referência divulgada pelo Banco Central do Brasil)
QLIKE	<i>Quasi-Likelihood</i> (função de perda)
RMSE	<i>Root Mean Squared Error</i>
RV	<i>Realized Variance</i> (variância realizada)
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
USD	<i>United States Dollar</i> (dólar dos EUA)
VIX	<i>Stock Volatility Index</i> ou Índice de Volatilidade Implícita de Ações.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	14
2	REVISÃO DA LITERATURA	16
2.1	Volatilidade implícita e índices de volatilidade	16
2.2	O índice FXVol no Brasil: motivação e construção	16
2.3	Evidências aplicadas: FXVol, volatilidade realizada e previsão	17
2.4	Determinantes macroeconômicos da volatilidade cambial no Brasil	18
2.5	Índices de volatilidade como indicadores antecedentes: conexões e extensões	19
2.6	Choques globais e pandemia: estabilidade do conteúdo informacional da IV	19
2.7	Extensões recentes: crédito, saltos e aprendizado de máquina	20
2.8	Avaliação de desempenho preditivo e comparação de modelos	20
3	DADOS	22
3.1	Taxa de câmbio USD/BRL e retornos	22
3.2	Propriedades estocásticas das séries	23
3.3	Volatilidade realizada como proxy de volatilidade futura	24
3.4	Índice de volatilidade implícita (FXVol)	25
3.4.1	Definição e interpretação econômica	25
3.4.2	Como o FXVol é construído (visão operacional)	25
3.4.3	Conceitos essenciais do mercado de opções (para leitura do FXVol)	26
4	METODOLOGIA	28
4.1	Problema de previsão e desenho fora-da-amostra	28
4.2	Modelos de previsão avaliados	28
4.2.1	Variável-alvo e padronização	28
4.2.2	Benchmark 1: volatilidade histórica (HV)	29
4.2.3	Benchmark 2: EWMA (RiskMetrics)	29
4.2.4	Benchmark 3: modelo apenas com volatilidade implícita (IV-only)	30
4.2.5	Modelo 4: HAR (Heterogeneous Autoregressive) para volatilidade realizada	30
4.2.6	Modelo 5: HAR estendido com volatilidade implícita (HAR+IV)	30
4.3	Avaliação preditiva fora da amostra e testes estatísticos	31
4.3.1	Testes de habilidade preditiva: Diebold–Mariano, Clark–West e reprodutibilidade	31
4.3.2	Teste de Diebold–Mariano (DM)	32

4.3.2.1	Dependência temporal e correção HAC.	32
4.3.2.2	Interpretação do Resultado do Teste DM	33
4.3.3	Teste de Clark–West (CW) para modelos aninhados	33
4.3.3.1	Correção HAC e sobreposição.	33
4.3.4	Reprodutibilidade e integridade do desenho de previsão	33
4.3.4.1	(i) Conjunto de informação e ausência de look-ahead.	34
4.3.4.2	(ii) Transparência computacional.	34
4.3.4.3	(iii) Consistência entre métrica e objetivo.	34
5	RESULTADOS	35
5.1	Análise Exploratória dos Dados: taxa de câmbio (PTAX), volatilidade realizada e FXVol no Brasil (2010–2024)	35
5.1.1	Amostra e desenho do experimento fora da amostra	38
5.1.2	Evidência <i>in-sample</i> : relação entre FXVol e volatilidade realizada futura .	38
5.1.3	Comparação fora da amostra: métricas de erro e ranking	38
5.1.4	Testes de habilidade preditiva: DM e Clark–West	39
5.1.5	Discussão: leitura econômica e implicações para a monografia	40
5.2	Análises de robustez	41
5.2.1	Robustez por horizonte de previsão ($H = 1, 5, 21$)	41
5.2.2	Resultados por subperíodos (pré-2020 vs pós-2020) e interpretação econômica	42
5.2.3	Ganhos relativos dentro de cada subperíodo (vs IV-only)	43
5.2.4	Síntese dos Resultados após Testes de Robustez	43
6	CONCLUSÃO	45
	REFERÊNCIAS	47
A	APÊNDICE	49
A.1	Script em R: FXVol como previsor da volatilidade futura	49
A.2	Figuras do Trabalho	57

1 Introdução

A taxa de câmbio é um dos preços macroeconômicos mais relevantes em economias abertas, pois conecta o setor externo às decisões domésticas de consumo, investimento e formação de preços. No caso brasileiro, a cotação USD/BRL (reais por dólar) tem implicações diretas para o comércio exterior, para a dinâmica inflacionária (via preços de importados e insumos) e para a avaliação de ativos e passivos denominados em moeda estrangeira. Em termos conceituais, ela pode ser entendida como o preço da moeda estrangeira medido em unidades da moeda nacional, o que a torna um indicador sintético do custo relativo entre economias e, simultaneamente, um canal de transmissão de choques externos e internos (Banco Central do Brasil, 2023; KRUGMAN; OBSTFELD; MELITZ, 2015; SARNO; TAYLOR, 2002). Em economias emergentes, em que a percepção de risco e as condições de liquidez global variam de forma mais intensa, a taxa de câmbio tende a ser particularmente sensível a mudanças no ambiente financeiro internacional e a episódios de instabilidade doméstica (EICHENGREEN, 2008).

Além do nível da taxa de câmbio, a *volatilidade cambial* é central para a análise econômica e financeira, porque afeta a incerteza enfrentada por importadores, exportadores e investidores, influencia o custo de proteção (*hedge*) e altera a precificação de derivativos. A volatilidade também costuma apresentar assimetrias: em períodos de estresse financeiro, movimentos de saída de capital e busca por proteção tendem a ocorrer de maneira abrupta e com grande volume, elevando a volatilidade; já em fases de maior liquidez, a redução da volatilidade pode ser mais gradual (GIOT, 2005; MAIA et al., 2016). Esse padrão é consistente com a interpretação de que indicadores de volatilidade capturam, de forma indireta, o grau de incerteza percebido pelos agentes e seu apetite por risco.

Nesse contexto, índices de volatilidade implícita cumprem papel informacional importante por resumirem expectativas de mercado extraídas de preços de opções. A volatilidade implícita é, em essência, o parâmetro que “racionaliza” o preço observado da opção em um modelo de precificação (como Black–Scholes), sendo interpretada como uma medida prospectiva (ainda que sob medida neutra ao risco) da variabilidade futura do ativo subjacente (BLACK; SCHOLES, 1973; BROOKS, 2019). Internacionalmente, o caso mais conhecido é o VIX, frequentemente descrito como um “termômetro” de incerteza e aversão ao risco (WHALEY, 2000; GIOT, 2005). Inspirado nessa ideia, a BM&FBovespa estruturou o *FXVol*, índice de volatilidade implícita do câmbio USD/BRL para um horizonte-alvo de aproximadamente 21 dias úteis, reportado em termos anualizados (convenção de 252 dias úteis) (DARIO, 2007; CAMPANI; DURÃES, 2018). Do ponto de vista técnico, o *FXVol* segue a lógica de replicação de um *variance swap* por meio de um portfólio de opções em diferentes *strikes* e vencimentos, com interpolação para manter maturidade constante, de modo a aproximar a variância integrada futura sem impor uma forma funcional específica para a distribuição de retornos (DEMETERFI et al., 1999; DARIO, 2007).

Diante disso, o objetivo deste trabalho é avaliar empiricamente se o FXVol contém informação útil para prever a volatilidade futura do câmbio USD/BRL no Brasil. O exercício é conduzido com dados diários no período 2010–2024, compatibilizando o recorte com a disponibilidade do índice, e compara previsões geradas a partir do FXVol com alternativas tradicionais da literatura de previsão de volatilidade: medidas históricas simples, filtros do tipo EWMA e modelos baseados na dinâmica da volatilidade realizada (como o HAR), além de extensões que combinam volatilidade realizada e implícita. A análise é feita com desenho fora-da-amostra (*rolling window*), de modo a aproximar o ambiente real de previsão, e a comparação entre modelos é complementada por testes de habilidade preditiva que avaliam se diferenças de desempenho são estatisticamente significativas (DIEBOLD; MARIANO, 1995; CLARK; WEST, 2007).

O trabalho está organizado em seis seções, incluindo esta introdução. A Seção 2 apresenta a revisão da literatura sobre índices de volatilidade implícita e previsão de volatilidade, com foco em evidências empíricas para o Brasil. A Seção 3 descreve as bases de dados (PTAX USD/BRL e o índice de volatilidade implícita para USD/BRL) e detalha a construção das variáveis de retornos e da volatilidade realizada. A Seção 4 formaliza os modelos avaliados e o desenho de previsão fora da amostra (*rolling window*), bem como as métricas de perda e os testes de habilidade preditiva (Diebold–Mariano e Clark–West). A Seção 5 apresenta os resultados empíricos, exercícios de robustez por horizonte e por subperíodos, e discute a interpretação econômica à luz de episódios relevantes da economia brasileira em 2010–2024. Por fim, a Seção 6 resume as principais evidências e aponta extensões naturais para trabalhos futuros.

Em termos de contribuições, este trabalho avança a literatura brasileira sobre previsão de volatilidade cambial em três dimensões. Primeiro, conduz, até onde foi possível verificar nesta monografia, um exercício sistemático de avaliação *out-of-sample* do FXVol com janela móvel de cinco anos e três métricas de perda distintas (RMSE, MAE e QLIKE), o que permite comparar o índice com um conjunto abrangente de *benchmarks* — volatilidade histórica, EWMA e HAR — em condições que simulam o ambiente real de previsão. Segundo, a comparação entre modelos é complementada por testes formais de habilidade preditiva com correção HAC para sobreposição de janelas: o teste de Diebold–Mariano para modelos não-aninhados e o teste de Clark–West para o par aninhado HAR vs. HAR+IV, o que permite separar ganhos estatisticamente robustos de flutuações amostrais. Terceiro, a análise por subperíodos (pré e pós-2020) permite discutir se os ganhos do FXVol se concentram em fases de maior instabilidade, com implicações diretas para o uso do índice em gestão de risco e decisões de *hedge* cambial no Brasil.

2 Revisão da Literatura

Esta monografia se insere na literatura de *previsão de volatilidade* e, em particular, no debate sobre o conteúdo informacional de medidas *forward-looking* oriundas do mercado de opções — isto é, índices de *volatilidade implícita* (IV) — para antecipar a volatilidade futura observada (*realized volatility*) no mercado à vista. A ideia central é que preços de opções sintetizam expectativas (sob medida neutra ao risco) e prêmios de risco, podendo agregar informação que não está plenamente contida em medidas puramente históricas.

2.1 Volatilidade implícita e índices de volatilidade

Em modelos usuais de apreçamento de opções, tal como o de Black–Scholes (BLACK; SCHOLLES, 1973), a volatilidade esperada ao longo da vida do contrato é um insumo (para o modelo) não observado diretamente. Uma estratégia padrão é inferir a *volatilidade implícita* ao inverter a fórmula de precificação: dado o preço observado da opção, obtém-se a volatilidade que torna o preço teórico compatível com o preço de mercado. Essa volatilidade implícita é frequentemente interpretada como uma medida prospectiva de incerteza e motivou o desenvolvimento de índices amplamente divulgados (como o VIX e correlatos), usados tanto como “termômetro” de *stress* financeiro quanto como insumo para modelos de risco e previsão.

Do ponto de vista empírico, a questão crucial é se a IV (ou um índice de IV) antecipa a volatilidade realizada futura e, sobretudo, se contém *informação incremental* em relação a medidas baseadas em retornos passados. Um aspecto adicional, frequentemente negligenciado em aplicações, é que o conteúdo informacional da IV pode variar ao longo do tempo: a literatura recente discute a *eficiência informacional* dos mercados de volatilidade implícita e como ela pode se alterar em episódios de grande ruptura, como a pandemia de COVID-19 (FOUSEKIS, 2022).

2.2 O índice FXVol no Brasil: motivação e construção

No Brasil, a BM&FBovespa introduziu em 2007 o índice FXVol, inspirado em índices internacionais de volatilidade implícita e motivado pela demanda por uma referência operacional para mensurar a incerteza cambial e viabilizar estratégias de gerenciamento de risco (DARIO, 2007). O FXVol é concebido para indicar a volatilidade implícita da taxa de câmbio nominal (BRL/USD) para um horizonte curto (tipicamente 21 dias úteis), utilizando preços de opções e, quando necessário, interpolação entre vencimentos próximos para compatibilizar a maturidade com o horizonte-alvo.

A literatura aplicada ao FXVol enfatiza que sua metodologia é consistente com o arcabouço de replicação associado a *swaps de variância*: a variância esperada sob medida neutra ao risco

pode ser aproximada por um portfólio estático de opções fora do dinheiro (*out-of-the-money*). Do ponto de vista empírico, trabalhos com dados brasileiros destacam: (i) o valor do FXVol como fonte adicional de informação para agentes e pesquisadores; (ii) sua conexão com a dinâmica contemporânea do câmbio e, em algumas aplicações, com outros mercados domésticos; e (iii) seu papel como métrica de referência em um ambiente com episódios recorrentes de estresse cambial.

2.3 Evidências aplicadas: FXVol, volatilidade realizada e previsão

Um estudo de referência para o contexto brasileiro é o de (CAMPANI; DURÃES, 2018), que investiga previsões de volatilidade da taxa de câmbio nominal USD/BRL com modelos da família GARCH e avalia se variáveis exógenas relacionadas à volatilidade melhoram o desempenho preditivo. Em particular, os autores consideram (i) a volatilidade implícita representada pelo FXVol e (ii) uma medida de volatilidade realizada construída a partir de dados intradiários, comparando extensões do modelo com *benchmarks* usuais, como volatilidade histórica e EWMA. O resultado central é que medidas implícitas e realizadas tendem a carregar informação útil para modelagem e previsão da volatilidade cambial, motivando o uso do FXVol em exercícios fora da amostra.

Um ponto metodológico importante nessa literatura é que a “melhor” forma de explorar a IV nem sempre é via um único modelo paramétrico. Em particular, a evidência internacional para câmbio sugere ganhos ao combinar previsões oriundas de modelos de séries de tempo com previsões baseadas em opções. No caso do peso mexicano frente ao dólar, (BENAVIDES; CAPISTRÁN, 2009) mostram que combinações *condicionais* de previsões (isto é, combinações cujos pesos variam com a informação corrente) podem superar modelos individuais, combinações incondicionais e previsões híbridas. Essa evidência reforça a motivação para estratégias que, além de inserir o FXVol como regressora, avaliem sistematicamente se a informação implícita melhora o desempenho fora da amostra *sob diferentes estados do mercado*.

Do ponto de vista de aplicação, a construção de bases para exercícios desse tipo frequentemente exige decisões práticas de tratamento de dados (por exemplo, preenchimento de lacunas do índice via interpolação em dias sem registro). Esse tipo de procedimento aparece em aplicações brasileiras e é particularmente relevante quando se trabalha com longas amostras e rotinas automatizadas de avaliação fora da amostra.

2.4 Determinantes macroeconômicos da volatilidade cambial no Brasil

A volatilidade cambial não é um fenômeno puramente financeiro: ela reflete, em última instância, a incerteza dos agentes sobre variáveis macroeconômicas fundamentais — crescimento, inflação, política monetária, resultado fiscal e condições externas. Em economias emergentes, essa conexão é especialmente pronunciada porque os fluxos de capital tendem a ser mais sensíveis a mudanças na percepção de risco global, e a taxa de câmbio funciona como o principal canal de ajuste entre o setor externo e o doméstico (KRUGMAN; OBSTFELD; MELITZ, 2015; SARNO; TAYLOR, 2002). Em particular, países com mercados financeiros menos profundos e maior dependência de capitais externos estão sujeitos a episódios recorrentes de depreciação abrupta e elevação de volatilidade, mesmo na ausência de desequilíbrios domésticos severos (EICHENGREEN, 2008).

No caso brasileiro, o período 2010–2024 concentra uma sequência de choques que ilustra bem essa dinâmica. A primeira metade da década foi marcada por um ciclo de forte entrada de capitais associado ao *boom* de commodities e ao diferencial de juros favorável ao Brasil, o que manteve o câmbio relativamente apreciado e a volatilidade em patamares moderados. A partir de 2014–2015, a combinação de queda nos preços de commodities, deterioração das contas fiscais e instabilidade política gerou um ciclo de depreciação acentuada do real, com volatilidade elevada e persistente — padrão que reapareceu em episódios eleitorais e, de forma aguda, no choque da pandemia de COVID-19 em 2020 (Banco Central do Brasil, 2023; MAIA et al., 2016). Mais recentemente, o ciclo global de aperto monetário iniciado em 2022 pelos bancos centrais das economias avançadas reforçou pressões sobre moedas emergentes, incluindo o real, ao elevar o custo de oportunidade de ativos de risco e reduzir a liquidez internacional.

Essa dinâmica macroeconômica tem implicações diretas para a interpretação do FXVol. Como o índice é construído a partir de preços de opções, ele sintetiza as expectativas dos participantes do mercado sobre a variabilidade futura do câmbio — incluindo tanto a componente de volatilidade esperada quanto os prêmios de risco associados à demanda por proteção cambial. Em momentos de maior incerteza macroeconômica, a demanda por *hedge* tende a aumentar, os prêmios de opções se elevam, e o FXVol responde de forma rápida e sensível, muitas vezes antecipando movimentos que ainda não estão plenamente incorporados às medidas históricas de volatilidade (MAIA et al., 2016; CAMPANI; DURÃES, 2018). Essa característica prospectiva ajuda a justificar o uso do FXVol como variável preditiva no exercício empírico desta monografia e também sugere que seus ganhos informativos podem variar ao longo do tempo, sendo potencialmente mais pronunciados em regimes de estresse.

2.5 Índices de volatilidade como indicadores antecedentes: conexões e extensões

Embora a questão central desta monografia seja a previsão da volatilidade (e não de retornos), é útil notar que índices de volatilidade implícita também são discutidos como indicadores antecedentes em outros mercados. Um exemplo influente é (GIOT, 2005), que investiga se índices de volatilidade implícita (como VIX/VXN) podem sinalizar retornos futuros do mercado acionário, explorando a interpretação “*fear gauge*” e procedimentos de classificação do índice em faixas (por exemplo, percentis) para avaliar retornos à frente¹. A contribuição dessa linha é dupla: (i) oferece uma leitura econômica para níveis extremos de IV (medo/aversão ao risco) e (ii) sugere estratégias empíricas *state-dependent*, em que a relação IV–variáveis futuras pode se intensificar em regimes de estresse.

No contexto brasileiro, ainda que para ações, (CAINELLI; PINTO; KLÖTZLE, 2021) avaliam a relação entre um índice de volatilidade implícita do mercado acionário (IVol-BR) e retornos futuros do Ibovespa, discutindo limitações institucionais do mercado local (por exemplo, ausência de observações em dias de baixa liquidez e necessidade de imputação/interpolação). Esses elementos operacionais são informativos para o caso cambial, pois indicam que o desempenho preditivo pode depender tanto do *modelo* quanto da *qualidade/continuidade* da série de IV utilizada.

2.6 Choques globais e pandemia: estabilidade do conteúdo informacional da IV

Episódios de crise levantam a hipótese de que o conteúdo informacional da IV não é estável: mudanças em liquidez, prêmios de risco e demanda por hedge podem alterar o vínculo entre volatilidade implícita e volatilidade realizada. A literatura recente sobre a COVID-19 reforça esse ponto sob duas perspectivas complementares. Primeiro, (FOUSEKIS, 2022) avaliam a eficiência informacional dos mercados norte-americanos para IV *antes e depois* do choque pandêmico, sugerindo que a dinâmica de formação de preços (e, portanto, a capacidade de a IV sintetizar informação) pode mudar entre regimes. Segundo, (MAGHYEREH; ABDOH; AWARTANI, 2022) analisam como retornos e volatilidades de diferentes ativos responderam a medidas de IV durante a pandemia, indicando que a IV pode atuar como canal de transmissão de incerteza em episódios extremos.

¹ O termo *fear gauge* (literalmente, “medidor de medo”) é usado na literatura e na prática de mercado para se referir a índices de volatilidade implícita (como o VIX e análogos) porque eles tendem a aumentar em episódios de aversão ao risco, incerteza e demanda por proteção via opções. Assim, níveis elevados do índice são interpretados como sinal de *stress* financeiro e maior percepção de risco no mercado, embora o indicador também reflita prêmios de risco e condições de liquidez, não apenas expectativas “puras” de volatilidade.

Para a presente monografia, essa discussão importa diretamente por duas razões. (i) Justifica o uso de janelas móveis e avaliação fora da amostra em múltiplos subperíodos, de modo a reduzir o risco de conclusões guiadas por um regime específico. (ii) Reforça a interpretação de que o FXVol pode carregar informação relevante sobretudo em momentos de estresse, quando a demanda por proteção via opções aumenta e a IV tende a reagir rapidamente a novas informações.

2.7 Extensões recentes: crédito, saltos e aprendizado de máquina

Além do câmbio e ações, índices e medidas de volatilidade implícita têm sido explorados em outros mercados, com implicações metodológicas úteis. No mercado de crédito, (SHI; XU; ZHANG, 2022) investigam o conteúdo informacional da volatilidade implícita extraída de CDS e discutem estratégias associadas, o que reforça que a IV pode ser relevante não apenas como “proxy de incerteza”, mas também como variável que se conecta a prêmios de risco e precificação intertemporal.

Outra extensão recente envolve explorar componentes de alta frequência e descontinuidades na IV. Em particular, (YE et al., 2022) propõem usar *jumps* na volatilidade implícita para prever volatilidade realizada, argumentando que saltos na IV capturam mudanças abruptas nas expectativas e/ou na aversão ao risco, com potencial ganho preditivo frente a abordagens que usam apenas níveis médios de IV.

Por fim, o avanço de métodos de aprendizado de máquina na previsão de volatilidade motivou revisões sistemáticas do estado da arte. (GUNNARSSON et al., 2024) sintetizam evidências sobre a previsão de volatilidade realizada e o uso de índices de volatilidade implícita, destacando tendências metodológicas, escolhas de *benchmarks* (como HAR) e desafios de comparação justa fora da amostra. Embora esta monografia se concentre em modelos econométricos interpretáveis, essa literatura é útil para posicionar o exercício empírico, justificar escolhas de referência e indicar extensões possíveis (por exemplo, modelos híbridos ou *ensembles*).

2.8 Avaliação de desempenho preditivo e comparação de modelos

A comparação entre previsores de volatilidade costuma combinar métricas de erro (por exemplo, RMSE e MAE) e testes estatísticos de habilidade preditiva para diferenças de desempenho fora da amostra. Em linha com essa prática, a estratégia empírica desta monografia dialoga com a literatura ao: (i) estimar modelos concorrentes para volatilidade futura; (ii) produzir previsões fora da amostra; e (iii) avaliar o desempenho com métricas padronizadas e testes de comparação. Esse desenho torna explícito *o que muda* quando se adiciona o FXVol a modelos baseados apenas em informação histórica (como HAR, EWMA e volatilidade histórica) e é

compatível com evidências que apontam ganhos ao integrar IV em esquemas de previsão e, quando pertinente, em combinações de previsões (potencialmente condicionais) (BENAVIDES; CAPISTRÁN, 2009).

3 Dados

Esta seção descreve as variáveis utilizadas no exercício empírico e, em especial, detalha a interpretação e a construção do índice de volatilidade implícita do câmbio (FXVol). O recorte temporal do trabalho é diário, cobrindo 2010–2024 (com o índice FXVol disponível até 2025, mas ajustado aqui para compatibilizar o período de análise). A origem dos dados da série FXVol foi extraída do terminal financeiro da Bloomberg (BLOOMBERG, 2026)¹. O início em 2010 reflete a disponibilidade de cobertura diária contínua do índice no terminal Bloomberg a partir desse ano, quando o mercado de opções de câmbio no Brasil já apresentava liquidez suficiente para a construção consistente do FXVol (DARIO, 2007; CAMPANI; DURÃES, 2018). Adicionalmente, o recorte pós-2010 evita que o início da amostra seja dominado pelo episódio de estresse da crise financeira global de 2008–2009, o que favorece a estabilidade do desenho de janela móvel utilizado nos exercícios fora da amostra.

Tabela 1 – Bases de dados utilizadas no exercício empírico

Variável	Fonte	Período	Frequência	Transformação principal	Tratamento de faltantes
Taxa de câmbio USD/BRL (PTAX)	Banco Central do Brasil	Jan. 2010 – Dez. 2024	Diária (dias úteis)	Log-retorno: $r_t = 100 \cdot \ln(S_t/S_{t-1})$	Exclusão de feriados nacionais; sem imputação
Índice de volatilidade implícita (FXVol)	Bloomberg Terminal	Jan. 2010 – Dez. 2024	Diária (dias úteis)	Conversão para variância anualizada: $IV_t = (FXVol_t/100)^2$	Interpolação linear para dias sem registro no índice

Notas: As duas bases foram alinhadas por data (*merge* em dias úteis comuns). No horizonte principal $H = 21$, o período efetivo de avaliação fora da amostra compreende 09/10/2015 a 27/11/2024 (2237 previsões), após reservar os primeiros 1250 dias úteis para a janela inicial de estimação.

3.1 Taxa de câmbio USD/BRL e retornos

A taxa de câmbio considerada é a cotação USD/BRL (spot/ptax), obtida de base pública (utilizamos as séries disponibilizadas pelo Banco Central do Brasil). Seja S_t a cotação (reais por dólar) no dia útil t . Trabalhamos com retornos logarítmicos:

$$r_t = 100 \cdot \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right), \quad (3.1)$$

onde o fator 100 expressa r_t em pontos percentuais. A construção em log-retornos é padrão em finanças empíricas por estabilizar a escala e facilitar agregações de variância.

¹ Extração via Bloomberg Terminal, série FXVol (ex.: USDBRLOV1T BGN Curncy), acesso em 09 agos. 2025.

3.2 Propriedades estocásticas das séries

Antes de apresentar a estratégia empírica do trabalho, é útil examinar as propriedades estocásticas das séries utilizadas. Para isso, foram aplicados testes usuais de raiz unitária e estacionariedade à taxa de câmbio PTAX e ao índice de volatilidade implícita FXVOL, tanto em nível logarítmico quanto em primeira diferença do logaritmo. Em particular, empregaram-se os testes Augmented Dickey–Fuller (ADF), Phillips–Perron (PP) e KPSS. Adicionalmente, para as séries em nível, utilizou-se o teste de Zivot–Andrews, que permite a presença de uma quebra estrutural endógena.

A Tabela 2 resume os resultados principais. No caso da $\log(\text{PTAX})$, os testes ADF e PP não rejeitam a hipótese nula de raiz unitária, enquanto o KPSS rejeita a hipótese nula de estacionariedade. Em conjunto, esses resultados apontam de forma bastante clara para a não estacionariedade da taxa de câmbio em nível. Já para $\Delta \log(\text{PTAX})$, o padrão se inverte: ADF e PP rejeitam fortemente a presença de raiz unitária, e o KPSS não rejeita estacionariedade. Assim, a evidência sugere que a PTAX em log é integrada de ordem um, isto é, compatível com um processo $I(1)$.

Para o FXVOL, os resultados em nível são mais matizados. Tanto o ADF quanto o PP rejeitam a hipótese nula de raiz unitária para $\log(\text{FXVOL})$, o que, isoladamente, sugeriria estacionariedade. Contudo, o KPSS também rejeita a hipótese nula de estacionariedade, indicando que a série apresenta elevada persistência e possível instabilidade ao longo da amostra. Essa aparente tensão entre os testes se esclarece ao se considerar a possibilidade de quebra estrutural. Como mostra a Tabela 3, o teste de Zivot–Andrews não rejeita raiz unitária para a $\log(\text{PTAX})$, mas rejeita essa hipótese para a $\log(\text{FXVOL})$ quando se admite uma quebra endógena no intercepto. Em outras palavras, a evidência sugere que o FXVOL em log não se comporta como uma série claramente $I(1)$, mas sim como uma série bastante persistente, cuja estacionariedade se torna mais plausível quando se reconhece a ocorrência de mudanças estruturais ao longo do período analisado.

Nas primeiras diferenças, por outro lado, os resultados são inequívocos para ambas as variáveis. Tanto $\Delta \log(\text{PTAX})$ quanto $\Delta \log(\text{FXVOL})$ rejeitam a hipótese de raiz unitária nos testes ADF e PP e, simultaneamente, não rejeitam estacionariedade no teste KPSS. Isso indica que a dinâmica de curto prazo das duas séries é estacionária, o que é consistente com a interpretação usual de retornos cambiais e variações da volatilidade implícita como variáveis que oscilam em torno de uma média relativamente estável, ainda que sujeitas a episódios de maior turbulência.

Do ponto de vista econométrico, esses resultados têm implicações diretas para o exercício empírico desenvolvido no trabalho. Para a taxa de câmbio, a evidência recomenda o uso de transformações em diferenças logarítmicas, de modo a evitar problemas de regressão espúria. Para o FXVOL, por sua vez, os testes sugerem cautela no tratamento da série em nível, sobretudo em razão de sua alta persistência e da presença de possíveis quebras estruturais. Esse diagnóstico é compatível com a adoção de uma estratégia de previsão fora da amostra com janela móvel,

Tabela 2 – Testes de raiz unitária e estacionariedade para PTAX e FXVOL

Série	Teste	Def./BW	Estat.	VC 5%	H ₀	Resultado
<i>Painel A: PTAX</i>						
log(PTAX)	ADF	21	-0.950	-2.860	Raiz unitária	Não rejeita H ₀
log(PTAX)	PP	29	-0.824	-2.863	Raiz unitária	Não rejeita H ₀
log(PTAX)	KPSS	29	11.012	0.463	Estacionariedade	Rejeita H ₀
$\Delta \log(\text{PTAX})$	ADF	21	-41.397	-2.860	Raiz unitária	Rejeita H ₀
$\Delta \log(\text{PTAX})$	PP	29	-55.825	-2.863	Raiz unitária	Rejeita H ₀
$\Delta \log(\text{PTAX})$	KPSS	29	0.051	0.463	Estacionariedade	Não rejeita H ₀
<i>Painel B: FXVOL</i>						
log(FXVOL)	ADF	21	-4.795	-2.860	Raiz unitária	Rejeita H ₀
log(FXVOL)	PP	29	-6.374	-2.863	Raiz unitária	Rejeita H ₀
log(FXVOL)	KPSS	29	1.388	0.463	Estacionariedade	Rejeita H ₀
$\Delta \log(\text{FXVOL})$	ADF	21	-25.644	-2.860	Raiz unitária	Rejeita H ₀
$\Delta \log(\text{FXVOL})$	PP	29	-76.395	-2.863	Raiz unitária	Rejeita H ₀
$\Delta \log(\text{FXVOL})$	KPSS	29	0.016	0.463	Estacionariedade	Não rejeita H ₀

Notas: Nos testes ADF e PP, a hipótese nula é de raiz unitária. No teste KPSS, a hipótese nula é de estacionariedade. Def./BW indica o número de defasagens ou a largura de banda empregada em cada teste.

Tabela 3 – Teste de Zivot–Andrews com quebra estrutural endógena

Série	Especificação	Estatística	Resultado
log(PTAX)	quebra no intercepto	-3.541	Não rejeita raiz unitária
log(FXVOL)	quebra no intercepto	-5.138	Rejeita raiz unitária

Notas: O teste de Zivot–Andrews tem como hipótese nula a presença de raiz unitária sem quebra estrutural, contra a alternativa de estacionariedade com uma quebra endógena. Os resultados reforçam a interpretação de que a PTAX em log permanece não estacionária mesmo quando se admite uma quebra, ao passo que o FXVOL em log é mais bem descrito como uma série persistente com mudança estrutural.

já que tal procedimento ajuda a acomodar mudanças de regime e instabilidades na dinâmica da volatilidade implícita. Com isso em vista, a próxima subseção apresenta a construção das variáveis e a especificação dos modelos empregados no exercício de previsão.

3.3 Volatilidade realizada como proxy de volatilidade futura

Como variável-alvo de previsão, utilizamos uma medida de volatilidade realizada (realized volatility), construída a partir dos retornos diários. Fixe o horizonte H (em dias úteis). Como o FXVol é definido para 21 dias úteis, adotamos $H = 21$ como horizonte principal.

Definimos a *variância realizada futura* como a soma dos retornos ao quadrado no intervalo à frente:

$$RV_{t,t+H} = \sum_{j=1}^H r_{t+j}^2. \quad (3.2)$$

Para tornar as escalas comparáveis à volatilidade implícita anualizada (em %), também conside-

ramos a versão anualizada:

$$RV_{t,t+H}^{ann} = \frac{252}{H} RV_{t,t+H}, \quad \sigma_{t,t+H}^{ann} = \sqrt{RV_{t,t+H}^{ann}}. \quad (3.3)$$

No restante do trabalho, o objeto central de previsão é $RV_{t,t+H}^{ann}$ (variância anualizada), por conveniência analítica e para permitir métricas de perda usuais em previsão de volatilidade.

3.4 Índice de volatilidade implícita (FXVol)

3.4.1 Definição e interpretação econômica

O FXVol é um índice de volatilidade implícita do câmbio USD/BRL construído a partir de preços de opções negociadas em bolsa. A motivação é análoga à de índices do tipo VIX: sintetizar, em um único número, a expectativa (sob medida neutra ao risco) sobre a variabilidade futura do ativo subjacente embutida nos prêmios das opções (CAMPANI; DURÃES, 2018). No caso brasileiro, o índice reflete a volatilidade implícita do USD/BRL para os **próximos 21 dias úteis** e, quando necessário, emprega interpolação entre vencimentos para manter *maturidade constante* (CAMPANI; DURÃES, 2018).

Na prática, o FXVol é reportado em termos anualizados, adotando convenção de 252 dias úteis ao ano (CAMPANI; DURÃES, 2018). Assim, valores como “11,2” devem ser lidos como aproximadamente 11,2% ao ano de volatilidade implícita para um horizonte de um mês (21 dias úteis).

3.4.2 Como o FXVol é construído (visão operacional)

A construção do FXVol segue o arcabouço de apreçamento de *swaps de variância* por meio de um *portfólio replicante* de opções (DEMETERFI et al., 1999; DARIO, 2007), aproximando a expectativa da variância integrada futura sem impor uma forma funcional específica para o modelo de apreçamento das opções. Em aplicações ao Brasil, enfatiza-se a ideia de um índice relativamente “model-independent”, assumindo apenas uma dinâmica difusiva (contínua) para o preço do subjacente (isto é, sem saltos), na linha discutida na literatura aplicada ao FXVol (CAMPANI; DURÃES, 2018).

De forma resumida, a rotina de cálculo pode ser descrita em passos:

1. **Escolha de vencimentos:** selecionam-se os dois vencimentos de opções mais próximos que “cercam” o horizonte-alvo de 21 dias úteis.
2. **Seleção de strikes e cotações:** para cada vencimento, coleta-se um conjunto amplo de opções de compra (calls) e de venda (puts) com diferentes preços de exercício (strikes), com foco em opções *fora do dinheiro* (OTM), por serem informativas sobre caudas e por capturarem o *volatility smile* (CAMPANI; DURÃES, 2018).

3. **Separação entre puts e calls:** usa-se um limiar (associado ao nível do subjacente/forward) para definir a região em que puts (abaixo do limiar) e calls (acima do limiar) entram na composição do portfólio replicante (DARIO, 2007).
4. **Agregação ponderada por strike:** as cotações entram com pesos que dependem do strike (tipicamente proporcionais a $1/K^2$), refletindo a relação teórica entre preços de opções em diferentes strikes e a variância integrada futura (DEMETERFI et al., 1999).
5. **Interpolação para maturidade constante:** obtêm-se duas variâncias implícitas (uma por vencimento) e interpola-se para o equivalente a 21 dias úteis, quando o vencimento exato não coincide com o horizonte-alvo (DARIO, 2007; CAMPANI; DURÃES, 2018).
6. **Anualização e transformação em índice:** a variância implícita é anualizada sob a convenção de 252 dias úteis, e o índice é reportado como volatilidade (raiz quadrada da variância) em % ao ano (CAMPANI; DURÃES, 2018).

3.4.3 Conceitos essenciais do mercado de opções (para leitura do FXVol)

Para interpretar a construção acima, convém fixar alguns conceitos.

Opção. Uma opção é um derivativo que concede ao comprador o *direito*, mas não a obrigação, de comprar ou vender um ativo por um preço predeterminado em uma data (ou até uma data) futura. O vendedor da opção recebe um prêmio e assume a obrigação correspondente caso o comprador exerça o direito.

Call e put. Uma *opção de compra (call)* dá o direito de comprar o ativo pelo preço de exercício; uma *opção de venda (put)* dá o direito de vender.

Strike (K). O *preço de exercício* é o preço acordado para compra/venda no exercício da opção. Ele é central no cálculo do FXVol porque o índice combina opções de vários strikes.

Maturidade (T). É o tempo até o vencimento do contrato. No FXVol, a maturidade-alvo é mantida constante em 21 dias úteis por interpolação quando necessário (CAMPANI; DURÃES, 2018).

Moneyness: ITM/ATM/OTM. Define-se a “distância” entre o preço do subjacente e o strike.

- *At-the-money (ATM):* K próximo ao preço do subjacente/forward.
- *In-the-money (ITM):* opção com exercício “vantajoso” se exercida imediatamente (p. ex., call com K baixo).
- *Out-of-the-money (OTM):* opção sem valor intrínseco imediato (p. ex., call com K alto ou put com K baixo).

Índices do tipo VIX/FXVol costumam dar peso importante às opções OTM porque elas carregam informação sobre eventos extremos (caudas) e, portanto, sobre a distribuição esperada de retornos (CAMPANI; DURÃES, 2018).

Volatilidade implícita e smile. A volatilidade implícita é o parâmetro de volatilidade que “fecha” o preço de uma opção em um modelo de apreçamento. Na prática, diferentes strikes produzem diferentes volatilidades implícitas, gerando o *smile* (ou *skew*) de volatilidade. O FXVol, por agregar opções em diversos strikes, incorpora esse padrão e pode refletir probabilidades de cauda de forma mais realista do que medidas baseadas apenas em opções ATM (CAMPANI; DURÃES, 2018).

4 Metodologia

4.1 Problema de previsão e desenho fora-da-amostra

O problema de previsão é definido da seguinte forma: no instante t , deseja-se prever a variância realizada anualizada do câmbio no horizonte $H = 21$ dias úteis, $RV_{t \rightarrow t+H}^{(ann)}$, usando apenas informações disponíveis até t .

A avaliação é feita fora-da-amostra (*out-of-sample*) com janela móvel de estimação. Especificamente, escolhe-se um tamanho de janela W (por exemplo, alguns anos de dados diários), estima-se cada modelo usando $\{1, \dots, t\}$ restrito à janela, e gera-se a previsão para $t \rightarrow t + H$. Esse procedimento se repete ao longo do tempo, gerando uma sequência de previsões e erros de previsão.

Como o alvo é uma janela de H dias, as observações $RV_{t \rightarrow t+H}^{(ann)}$ são sobrepostas no tempo. Por isso, nos testes estatísticos de comparação de previsões (Seção 4.3.1) utilizamos correções robustas a autocorrelação induzida pela sobreposição.

4.2 Modelos de previsão avaliados

O objetivo empírico é avaliar se o índice de volatilidade implícita do câmbio (FXVol) contém informação incremental para prever a volatilidade futura do USD/BRL, em comparação com benchmarks usuais baseados apenas em retornos passados. A literatura brasileira recente destaca o uso do FXVol como medida de incerteza futura no mercado cambial (MAIA et al., 2016) e sua utilização como variável explicativa em modelos de previsão de volatilidade para o USD/BRL (CAMPANI; DURÃES, 2018). Em termos conceituais, índices de volatilidade implícita são amplamente interpretados como medidas *forward-looking*, extraídas dos preços de opções, e costumam apresentar conteúdo informacional para a volatilidade realizada subsequente (GIOT, 2005).

4.2.1 Variável-alvo e padronização

Seja s_t a cotação do USD/BRL (PTAX ou spot, conforme a base utilizada) e $r_t = \Delta \ln(s_t)$ o retorno diário. Para um horizonte H (em dias úteis), define-se a variância realizada *ex post* no intervalo futuro $(t + 1, \dots, t + H)$ como:

$$RV_{t \rightarrow t+H} = \sum_{j=1}^H r_{t+j}^2. \quad (4.1)$$

Para manter comparabilidade com medidas anuais do mercado, trabalha-se com a versão anualizada:

$$y_t \equiv RV_{t \rightarrow t+H}^{ann} = \frac{252}{H} \sum_{j=1}^H r_{t+j}^2. \quad (4.2)$$

A previsão é produzida no tempo t usando apenas informações disponíveis até t .

O FXVol é um índice de volatilidade implícita para o USD/BRL construído a partir de preços de opções. No Brasil, o FXVol foi proposto seguindo a lógica dos índices de volatilidade do tipo VIX, baseando-se em um portfólio replicante associado a swaps de variância (DARIO, 2007; DEMETERFI et al., 1999). A interpretação econômica do FXVol é a de um indicador de volatilidade esperada para aproximadamente 21 dias úteis à frente, com interpolação entre vencimentos quando necessário (MAIA et al., 2016). No exercício empírico, convertemos o índice (em %) para variância implícita diária/anuais de forma consistente com y_t :

$$IV_t = \left(\frac{FXVol_t}{100} \right)^2, \quad (4.3)$$

onde IV_t é uma medida de *variância* implícita (escala adimensional) e $FXVol_t$ é o índice em pontos percentuais. Esta transformação é a referência utilizada em todos os modelos que incorporam o FXVol ao longo do trabalho: tanto no *benchmark* IV-only quanto no modelo HAR+IV, o regressor de volatilidade implícita é sempre IV_t conforme definido em (4.3). Isso garante comparabilidade de escala com a variável-alvo y_t , que também é expressa em variância anualizada.

4.2.2 Benchmark 1: volatilidade histórica (HV)

O benchmark histórico assume que a volatilidade futura é bem aproximada pela volatilidade recente observada nos retornos. Uma forma simples é usar a média móvel das variâncias diárias passadas num tamanho de janela L :

$$\widehat{y}_t^{HV} = 252 \cdot \frac{1}{L} \sum_{j=0}^{L-1} r_{t-j}^2. \quad (4.4)$$

A motivação é fornecer um baseline transparente e amplamente utilizado em aplicações de risco e gestão de portfólio.

4.2.3 Benchmark 2: EWMA (RiskMetrics)

O modelo EWMA (Exponential Weighted Moving Average) aproxima a variância condicional por uma recursão que dá maior peso a observações recentes:

$$h_t = \lambda h_{t-1} + (1 - \lambda) r_{t-1}^2, \quad (4.5)$$

com $\lambda \in (0, 1)$. O parâmetro λ é comumente fixado em valores de referência em aplicações financeiras (por exemplo, $\lambda \approx 0,94$ em séries diárias), conforme a família de procedimentos

popularizada pelo *RiskMetrics* (J.P. Morgan/Reuters, 1996). Para compatibilizar com y_t (variância anualizada à frente), utiliza-se:

$$\widehat{y}_t^{EWMA} = 252 \cdot h_t, \quad (4.6)$$

o que equivale a supor, como aproximação, que a variância diária esperada no horizonte curto é representada por h_t .

4.2.4 Benchmark 3: modelo apenas com volatilidade implícita (IV-only)

O modelo *IV-only* adota diretamente a variância implícita como previsão:

$$\widehat{y}_t^{IV} = 252 \cdot IV_t, \quad (4.7)$$

isto é, a informação contida nos preços de opções é tomada como suficiente para resumir as expectativas do mercado sobre a volatilidade futura (GIOT, 2005). Como ressaltado na literatura, a volatilidade implícita pode embutir prêmios de risco e microestruturas de mercado; por isso, o desempenho relativo frente a benchmarks deve ser avaliado empiricamente.

4.2.5 Modelo 4: HAR (Heterogeneous Autoregressive) para volatilidade realizada

O modelo HAR é motivado pela evidência de persistência e comportamento de múltiplas escalas na volatilidade, aproximando dinâmicas de longa memória por médias móveis em diferentes horizontes (CORSI, 2009). Definimos componentes diárias, semanais e mensais da variância realizada (a partir de retornos diários):

$$RV_t^{(d)} = 252 r_t^2, \quad (4.8)$$

$$RV_t^{(w)} = \frac{1}{5} \sum_{j=0}^4 RV_{t-j}^{(d)}, \quad (4.9)$$

$$RV_t^{(m)} = \frac{1}{22} \sum_{j=0}^{21} RV_{t-j}^{(d)}. \quad (4.10)$$

A especificação HAR básica para prever y_t é:

$$y_t = \alpha + \beta_d RV_t^{(d)} + \beta_w RV_t^{(w)} + \beta_m RV_t^{(m)} + u_t, \quad (4.11)$$

estimada por MQO em janela móvel (rolling), produzindo previsões fora da amostra $\widehat{y}_t^{HAR}$.

4.2.6 Modelo 5: HAR estendido com volatilidade implícita (HAR+IV)

Para investigar conteúdo incremental do FXVol, estende-se o HAR incluindo IV_t como regressor exógeno:

$$y_t = \alpha + \beta_d RV_t^{(d)} + \beta_w RV_t^{(w)} + \beta_m RV_t^{(m)} + \gamma(252 IV_t) + \varepsilon_t. \quad (4.12)$$

Esta estratégia é próxima à ideia de combinar volatilidade realizada e implícita em modelos de previsão (por exemplo, extensões com variáveis exógenas em famílias GARCH) (CAMPANI; DURÃES, 2018). A hipótese de interesse é $H_0 : \gamma = 0$ (ausência de ganho informacional do FXVol dado o histórico de volatilidade).

4.3 Avaliação preditiva fora da amostra e testes estatísticos

As previsões são avaliadas fora da amostra por perdas padrão: RMSE e MAE. Adicionalmente, utiliza-se uma perda do tipo quasi-likelihood (QLIKE), apropriada para comparar previsões de variância quando a variável-alvo é sempre não-negativa. Para comparar desempenho relativo, aplicamos o teste de Diebold–Mariano (DM) para igualdade de acurácia preditiva entre dois modelos, com ajuste para horizonte H (DIEBOLD; MARIANO, 1995). Para o caso *aninhado* (HAR+IV vs HAR), utilizamos o teste de Clark–West, adequado quando o modelo maior inclui regressoras adicionais (CLARK; WEST, 2007). Esses testes são consistentes com a prática empírica em previsão de volatilidade e permitem inferência formal sobre ganhos de previsão além de diferenças numéricas em métricas de erro.

4.3.1 Testes de habilidade preditiva: Diebold–Mariano, Clark–West e reprodutibilidade

A comparação de métricas como RMSE e MAE fornece uma *ordenação* dos modelos, mas não responde, por si só, se a diferença observada pode ser atribuída a flutuações amostrais (ruído) ou se há evidência estatística de que um modelo apresenta menor perda esperada do que outro no exercício fora da amostra. Em avaliação preditiva, essa distinção é central: um modelo pode “ganhar” por uma margem pequena e instável, sem que isso configure evidência robusta de superioridade. Testes formais de acurácia preditiva tratam exatamente desse ponto, formulando hipóteses sobre a perda esperada de previsões concorrentes (DIEBOLD; MARIANO, 1995).

Neste trabalho, o objeto de previsão é a variância realizada futura anualizada no horizonte H dias úteis, denotada por $RV_{t \rightarrow t+H}$, e a previsão do modelo i é $\widehat{RV}_{t \rightarrow t+H}^{(i)}$. O erro de previsão é

$$e_t^{(i)} = RV_{t \rightarrow t+H} - \widehat{RV}_{t \rightarrow t+H}^{(i)}. \quad (4.13)$$

Como $RV_{t \rightarrow t+H}$ agrega retornos futuros ao longo do horizonte, a série $\{e_t^{(i)}\}$ (e, portanto, as diferenças de perda) tende a apresentar autocorrelação quando as previsões são construídas para datas consecutivas e o horizonte é sobreposto (no nosso exercício, por exemplo, $H = 21$) (DIEBOLD; MARIANO, 1995; NEWAY; WEST, 1987). Isso afeta diretamente a inferência e motiva o uso de correções HAC (heterocedasticidade e autocorrelação).

4.3.2 Teste de Diebold–Mariano (DM)

O teste de Diebold-Mariano (DIEBOLD; MARIANO, 1995), utilizado neste trabalho, compara a acurácia preditiva de dois modelos A e B com base em uma função de perda $L(\cdot)$. Defina a diferença de perdas

$$d_t = L(e_t^{(A)}) - L(e_t^{(B)}). \quad (4.14)$$

A hipótese nula de *igual habilidade preditiva* é definida por:

$$H_0 : \mathbb{E}(d_t) = 0, \quad (4.15)$$

ou seja, os dois modelos têm a mesma perda esperada. A alternativa pode ser bicaudal ($\mathbb{E}(d_t) \neq 0$) ou unicaudal, dependendo do objetivo. Quando se quer testar se o modelo A é *melhor* que B , usa-se

$$H_1 : \mathbb{E}(d_t) < 0, \quad (4.16)$$

pois $d_t < 0$ implica que A tem menor perda do que B no período t .

No presente trabalho, duas escolhas de perda são particularmente naturais:

1. Perda quadrática $L(e) = e^2$ (associada a MSE/RMSE);
2. Perda absoluta $L(e) = |e|$ (associada a MAE).

Essas escolhas são usuais em comparação de previsões e permitem interpretar o teste como uma avaliação formal de diferenças de MSE/MAE (DIEBOLD; MARIANO, 1995).

4.3.2.1 Dependência temporal e correção HAC.

Quando $H > 1$ e o alvo $RV_{t \rightarrow t+H}$ é construído por janelas sobrepostas, d_t não é i.i.d.: em geral, d_t é autocorrelacionado até aproximadamente ordem $H - 1$. Assim, a variância de $\bar{d} = T^{-1} \sum_{t=1}^T d_t$ deve ser estimada pela *variância de longo prazo* (long-run variance), tipicamente via estimador HAC do tipo Newey–West (NEWBY; WEST, 1987). Em termos gerais,

$$\widehat{\Omega} = \widehat{\gamma}_0 + 2 \sum_{j=1}^L w(j, L) \widehat{\gamma}_j, \quad (4.17)$$

onde $\widehat{\gamma}_j$ são autocovariâncias amostrais de d_t , $w(\cdot)$ é um peso (por exemplo, Bartlett) e L é uma defasagem de truncamento frequentemente relacionada a H (NEWBY; WEST, 1987).

Uma observação prática é que o teste DM pode apresentar distorções de tamanho em amostras finitas; por isso, é comum empregar ajustes de pequena amostra como os discutidos por (HARVEY; LEYBOURNE; NEWBOLD, 1997). Na leitura aplicada, a recomendação é interpretar o DM em conjunto com (i) os diferenciais de RMSE/MAE/QLIKE e (ii) a estabilidade do resultado ao variar a janela e/ou o horizonte.

4.3.2.2 Interpretação do Resultado do Teste DM

Aplicado aqui, o DM ajuda a responder perguntas do tipo: “o modelo HAR+IV melhora estatisticamente a previsão em relação ao benchmark IV-only?” Se o p -valor for pequeno, rejeita-se H_0 e conclui-se que há evidência de diferença sistemática na perda esperada. Caso contrário, a ordem por RMSE/MAE pode refletir flutuação amostral, e a superioridade deve ser tratada com cautela (DIEBOLD; MARIANO, 1995).

4.3.3 Teste de Clark–West (CW) para modelos aninhados

Quando um modelo “maior” (mais parametrizado) *aninha* um modelo “menor” (por exemplo, HAR+IV aninha HAR ao incluir um regressor adicional), a comparação ingênua de MSPE pode penalizar indevidamente o modelo maior devido ao erro de estimação adicional: sob a nula em que o modelo menor é o verdadeiro, o maior tende a ter MSPE amostral maior mesmo que, em população, não exista diferença de previsão. (CLARK; WEST, 2007) mostram que, nesse caso, testes padrão de MSPE podem ter viés contra o modelo maior.

Para lidar com isso, (CLARK; WEST, 2007) propõem uma estatística “ajustada”. Denote por $f_{1,t}$ a previsão do modelo menor e $f_{2,t}$ a previsão do maior, com erros $e_{1,t} = RV_{t \rightarrow t+H} - f_{1,t}$ e $e_{2,t} = RV_{t \rightarrow t+H} - f_{2,t}$. O diferencial ajustado é

$$d_t^{CW} = e_{1,t}^2 - \left(e_{2,t}^2 - (f_{1,t} - f_{2,t})^2 \right). \quad (4.18)$$

A hipótese nula é que o modelo maior não melhora a previsão do menor (em termos de MSPE populacional), e a alternativa é *unilateral*:

$$H_0 : \mathbb{E}(d_t^{CW}) = 0 \quad \text{versus} \quad H_1 : \mathbb{E}(d_t^{CW}) > 0. \quad (4.19)$$

A intuição é didática: o termo $(f_{1,t} - f_{2,t})^2$ corrige o *excesso* de erro do modelo maior que surge apenas por ele ter sido estimado com mais parâmetros. Assim, o CW é o teste apropriado quando a comparação é *aninhada* (HAR vs HAR+IV), exatamente o caso que ocorre ao incluir a volatilidade implícita como regressor adicional (CLARK; WEST, 2007).

4.3.3.1 Correção HAC e sobreposição.

Assim como no DM, quando $H > 1$ e as janelas são sobrepostas, d_t^{CW} é autocorrelacionado. Portanto, a inferência para $\bar{d}^{CW}$ deve usar erro-padrão HAC (por exemplo, Newey–West), com defasagem compatível com o horizonte (NEWKEY; WEST, 1987; CLARK; WEST, 2007). No presente trabalho, adotamos a correção HAC para que os p -valores reflitam a dependência temporal induzida por $RV_{t \rightarrow t+H}$.

4.3.4 Reprodutibilidade e integridade do desenho de previsão

Em exercícios empíricos de previsão, “reprodutibilidade” não é apenas disponibilizar código: é garantir que (i) os resultados podem ser obtidos novamente a partir dos mesmos dados e

(ii) o desenho do experimento respeita a restrição informacional do tempo, evitando *vazamento de informação* (*look-ahead bias*). Em ciência computacional, a reprodutibilidade é frequentemente tratada como um padrão mínimo de credibilidade quando a replicação independente completa é custosa (PENG, 2011; STODDEN; LEISCH; PENG, 2014).

4.3.4.1 (i) Conjunto de informação e ausência de look-ahead.

Formalmente, a previsão em t deve ser função apenas do conjunto de informação $\mathcal{F}_t$ disponível naquele instante. Em particular, quando o alvo é uma variável agregada sobre H dias (como $RV_{t \rightarrow t+H}$), é necessário assegurar que as observações usadas para estimar os modelos (no rolling window) sejam aquelas cujo RV já estaria observável em t . Esse cuidado é crucial em horizontes sobrepostos e afeta principalmente regressões do tipo HAR/HAR+IV, que usam $RV_{s \rightarrow s+H}$ como variável dependente. O uso de correções HAC endereça dependência serial na inferência, mas não corrige vazamento informacional: por isso, o desenho da janela (terminando em $t - H$ ao estimar modelos com alvo sobreposto) é parte da *integridade* do experimento.

4.3.4.2 (ii) Transparência computacional.

Para garantir que o exercício possa ser reproduzido, reportamos:

- a origem e periodicidade das séries (PTAX e FXVol), bem como transformações (log-retornos, anualização, construção de $RV_{t \rightarrow t+H}$);
- regras de tratamento de faltantes/duplicatas e alinhamento por data;
- parâmetros do experimento (horizonte H , tamanho da janela, datas de início/fim OOS);
- código que implementa as previsões e os testes (DM e CW), com dependências explicitadas.

Na prática, recomenda-se fixar versões de pacotes e registrar o ambiente computacional (`sessionInfo()`), além de organizar o projeto em estrutura replicável (por exemplo, com `renv`). Esses procedimentos são consistentes com boas práticas de pesquisa reprodutível em estudos computacionais (PENG, 2011; STODDEN; LEISCH; PENG, 2014).

4.3.4.3 (iii) Consistência entre métrica e objetivo.

Como o objeto de interesse é variância/volatilidade futura, a literatura de avaliação de previsões de volatilidade discute que certas perdas são mais robustas quando a volatilidade verdadeira é não observável e se usa um proxy (como variância realizada). Em particular, a perda do tipo quasi-likelihood (QLIKE) é frequentemente recomendada por propriedades de robustez nesse contexto (PATTON, 2011). Assim, além de RMSE e MAE, reportamos QLIKE e empregamos DM/CW para avaliar se diferenças de desempenho se sustentam estatisticamente.

5 Resultados

5.1 Análise Exploratória dos Dados: taxa de câmbio (PTAX), volatilidade realizada e FXVol no Brasil (2010–2024)

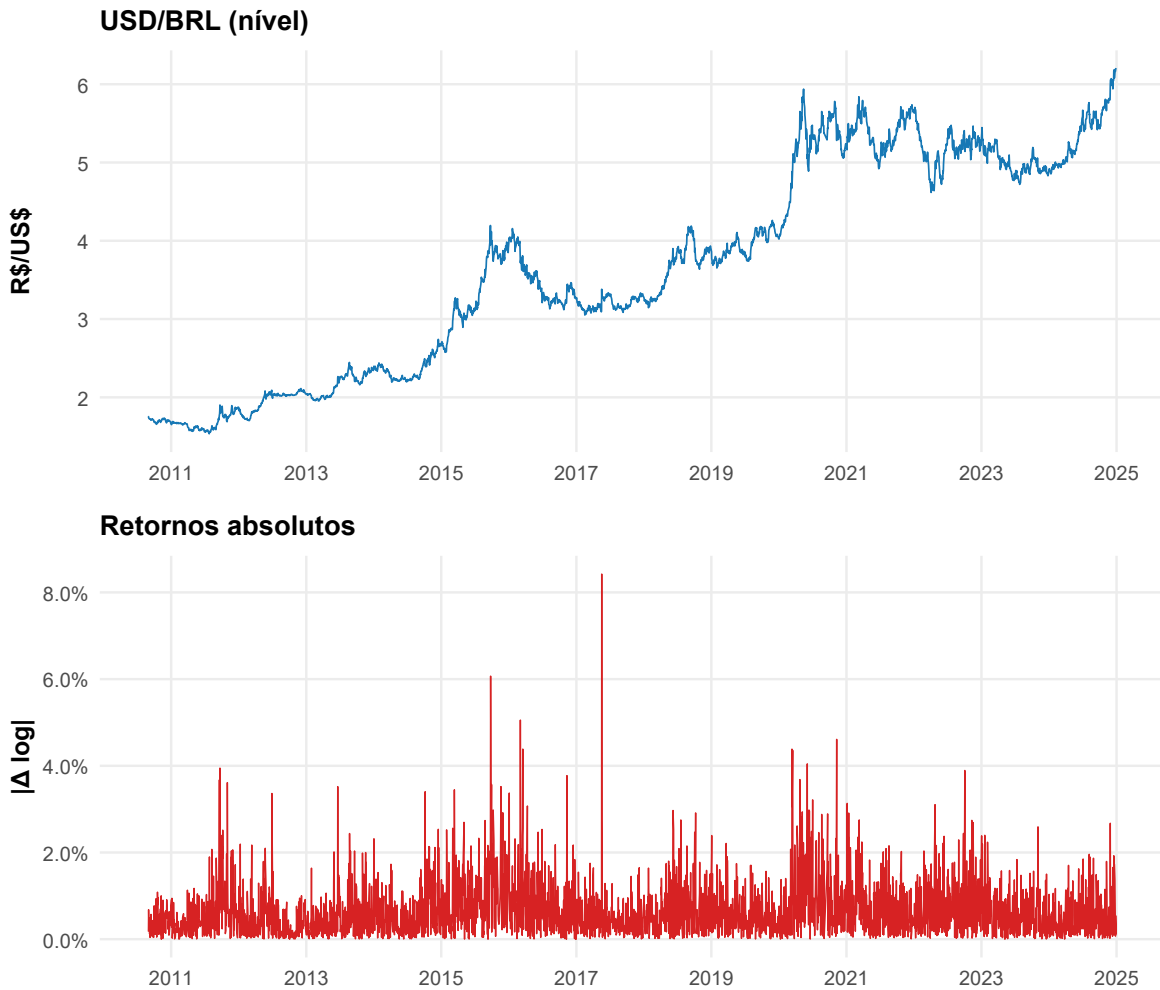
Antes de discutir os resultados quantitativos de previsão, é útil inspecionar o comportamento da taxa de câmbio e das medidas de volatilidade no período. As Figuras 1 e 2 cumprem esse papel: elas mostram, respectivamente, (i) o nível da taxa de câmbio USD/BRL (PTAX) e (ii) a evolução conjunta de uma proxy histórica de volatilidade realizada e do índice de volatilidade implícita (FXVol). O objetivo aqui é duplo: tornar transparente *como* as séries usadas no experimento foram construídas e, ao mesmo tempo, oferecer uma leitura econômica do que está por trás dos episódios de maior instabilidade.

A Figura 1 apresenta o nível do USD/BRL ao longo de 2010–2024. O gráfico evidencia que o câmbio brasileiro alterna fases de relativa estabilidade com episódios de descontinuidade e mudanças rápidas de patamar. Essa característica é consistente com a experiência de uma economia emergente financeiramente integrada, em que choques externos (mudanças no apetite global por risco, alterações nas condições de liquidez internacional, ciclos de aperto/afrouxamento monetário em economias centrais) interagem com fatores domésticos (incerteza política, percepção de risco fiscal, revisões de expectativas de inflação e crescimento). Na prática, esses episódios tendem a se refletir não apenas no *nível* do câmbio, mas também no custo de proteção cambial e na precificação de derivativos, o que é precisamente o ambiente em que índices de volatilidade implícita se tornam informativos.

A Figura 2 foca na dinâmica de volatilidade. A linha de volatilidade realizada (histórica) é construída diretamente a partir dos retornos diários do câmbio: partimos de $r_t = \Delta \ln(s_t)$ e calculamos a variância histórica anualizada como em (4.4) (com $L = 21$ dias úteis), convertendo-a em volatilidade (desvio-padrão) pela raiz quadrada. Já o FXVol é observado no mercado em termos anualizados (em % a.a.) e, no experimento de previsão, é transformado em variância implícita pela relação em (4.3). Para a comparação visual, ambas as séries do gráfico são apresentadas na mesma unidade econômica (volatilidade anualizada), de modo que diferenças de nível e de timing possam ser interpretadas de forma direta.

A leitura conjunta da Figura 2 é importante por dois motivos. Primeiro, ela torna visível a *clusterização* da volatilidade (volatilidade alta tende a ser seguida de volatilidade alta), um fato estilizado central em finanças empíricas e que motiva modelos baseados em persistência, como EWMA e HAR (descritos na metodologia). Segundo, ela evidencia a natureza *forward-looking* do FXVol: por ser extraído de preços de opções, o índice resume expectativas e prêmios associados à proteção cambial, podendo reagir rapidamente quando o mercado reprecifica cenários. Em momentos de estresse (por exemplo, episódios de deterioração do sentimento global ou aumento

Figura 1 – Taxa de Câmbio Nominal - USD/BRL (PTAX): nível e Retornos Diários Absolutos

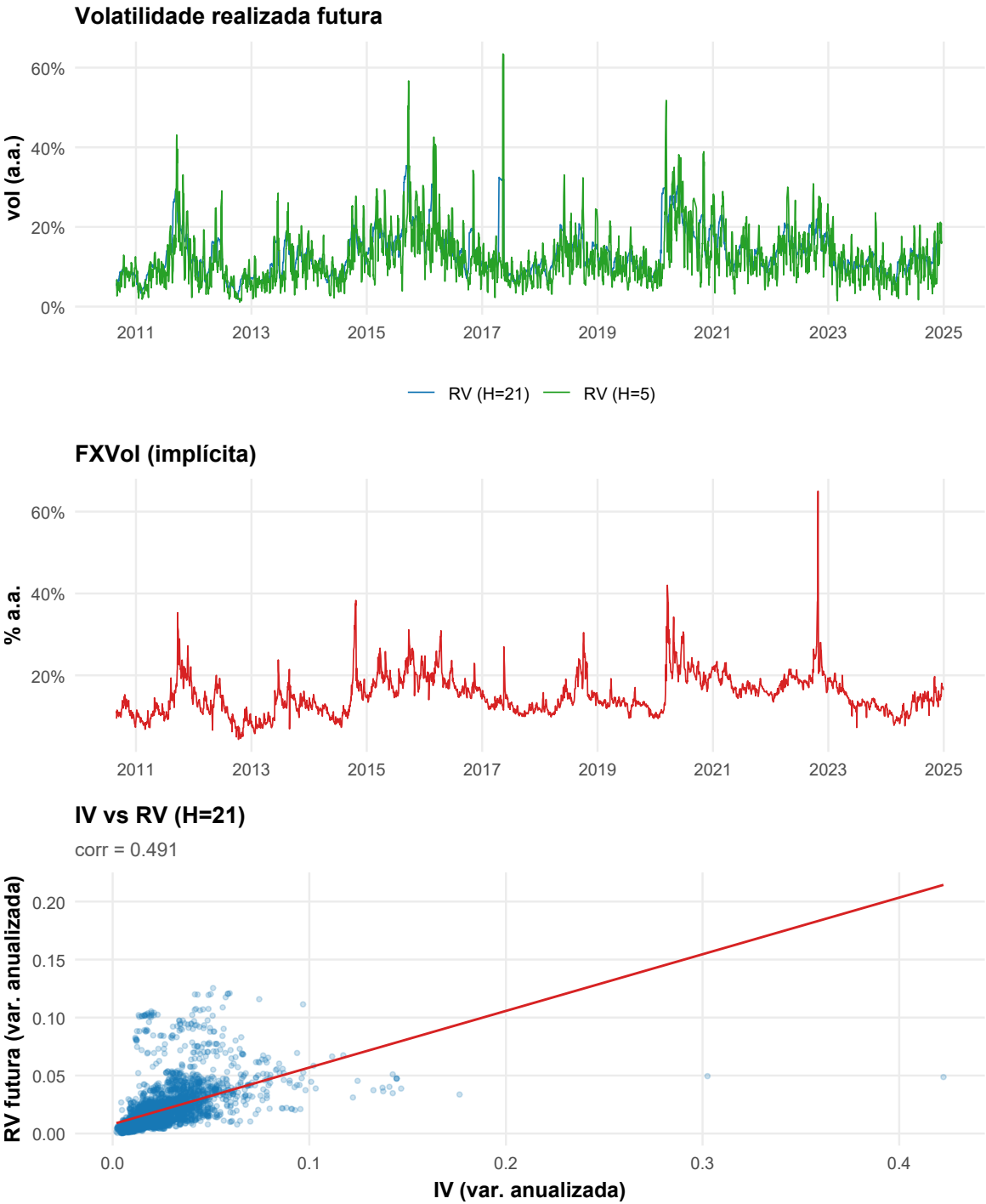
Figura 1 — Câmbio e variações diárias (2010–2024)

da incerteza doméstica), é comum observar movimentos abruptos do FXVol, refletindo a demanda por hedge e a assimetria de precificação em opções fora do dinheiro (OTM). Essa interpretação é coerente com a motivação de índices do tipo VIX/FXVol e com aplicações na literatura que tratam a volatilidade implícita como um indicador de incerteza prospectiva (GIOT, 2005; DEMETERFI et al., 1999; DARIO, 2007; CAMPANI; DURÃES, 2018).

Do ponto de vista do experimento de previsão, essas figuras ajudam a entender por que a combinação entre “memória” da volatilidade e informação do mercado de opções pode melhorar a performance. Em termos de variáveis, o alvo previsto é a variância realizada futura anualizada $y_t = RV_{t \rightarrow t+H}^{ann}$ em (4.1), construída a partir de retornos *à frente* (isto é, do intervalo $(t+1, \dots, t+H)$), enquanto o FXVol e as medidas históricas são observadas (ou calculadas) em t . Assim, as figuras fornecem o pano de fundo econômico para os resultados: elas mostram (i) que há persistência (justificando HAR/EWMA) e (ii) que o mercado de opções incorpora rapidamente informação sobre risco (justificando a inclusão do FXVol). Na próxima subseção, essa intuição

Figura 2 – Volatilidade anualizada (5 e 21 dias), FXVol, Diagrama de Dispersão

Figura 2 — Volatilidade realizada e implícita



visual é confrontada com métricas fora da amostra e com testes formais de habilidade preditiva.

5.1.1 Amostra e desenho do experimento fora da amostra

O exercício é conduzido com dados diários para o câmbio USD/BRL (PTAX) e para o índice de volatilidade implícita (FXVol), no período completo de 2010 a 2024. A variável-alvo de previsão é a variância realizada futura anualizada no horizonte de $H = 21$ dias úteis, denotada por $RV_{t \rightarrow t+21}$, construída como soma de quadrados de log-retornos futuros e anualizada por $\frac{252}{H}$ (ver Seção de Metodologia).

Para a avaliação preditiva fora da amostra, adotamos um *rolling window* de tamanho $w = 1250$ dias úteis (aprox. 5 anos), estimando os modelos com uma janela móvel e produzindo previsões para cada data de origem t . Esse desenho busca aproximar a situação enfrentada por agentes econômicos (bancos, importadores/exportadores, tesourarias) que atualizam modelos à medida que novas informações chegam.

No horizonte principal ($H = 21$), o período efetivo de avaliação fora da amostra foi de 09/10/2015 a 27/11/2024, totalizando 2237 previsões. Esse recorte concentra episódios relevantes de estresse e mudança de regime no câmbio brasileiro, incluindo períodos de elevada incerteza doméstica e externa, nos quais a volatilidade do real tende a aumentar e persistir.

5.1.2 Evidência *in-sample*: relação entre FXVol e volatilidade realizada futura

Como evidência preliminar, estimamos a regressão *in-sample*:

$$RV_{t \rightarrow t+21} = \alpha + \beta IV_t + u_t, \quad (5.1)$$

onde IV_t é a variância implícita anualizada obtida do FXVol. Em termos econômicos, esta regressão avalia se a volatilidade implícita contém (ou não) conteúdo informacional sobre a volatilidade realizada futura. Como $RV_{t \rightarrow t+21}$ é construído com janelas sobrepostas, os erros tendem a ser autocorrelacionados; por isso, reportamos erros-padrão HAC de Newey–West com defasagem compatível com H (NEWKEY; WEST, 1987).

A Tabela 4 mostra que IV_t é estatisticamente significativo e explica cerca de 24% da variação de $RV_{t \rightarrow t+21}$. Contudo, o coeficiente β estimado é substancialmente menor que 1, e o intercepto é positivo. Isso é compatível com a literatura que discute que a volatilidade implícita pode incorporar *prêmio de risco de volatilidade* e/ou vieses de mercado (liquidez, assimetria de demanda por hedge), especialmente em moedas de economias emergentes. Em termos práticos: o FXVol é informativo, mas não é um previsor *perfeito* (não enviesado) da volatilidade realizada.

5.1.3 Comparação fora da amostra: métricas de erro e ranking

A Tabela 5 reporta o desempenho fora da amostra para cinco modelos: (i) **IV-only**, usando apenas IV_t como previsão direta; (ii) **HV** (volatilidade histórica), baseada em janela móvel de H

Tabela 4 – Regressão *in-sample* de $RV_{t \rightarrow t+21}$ sobre IV_t (erros HAC)

	Coefficiente	Erro-padrão (HAC)	t	p
Constante (α)	0,00817	0,00249	3,28	0,0010
IV_t (β)	0,48630	0,10111	4,81	0,0000
R^2				0,239

Notas: $H = 21$. Erros-padrão HAC de Newey–West com defasagem igual ao horizonte para acomodar sobreposição em $RV_{t \rightarrow t+H}$ (NEWKEY; WEST, 1987).

dias; (iii) **EWMA**, com parâmetro $\lambda = 0,94$; (iv) **HAR** (componentes diária, semanal e mensal); (v) **HAR+IV**, que adiciona IV_t ao HAR.

Os resultados mostram que **HAR+IV** apresenta o melhor desempenho em RMSE e MAE e também o melhor desempenho (menor) em QLIKE.¹ Em termos de magnitude, o ganho do HAR+IV é economicamente relevante: o RMSE cai cerca de 22,5% em relação ao IV-only e 21,4% em relação ao HV; já o MAE cai 18,8% em relação ao IV-only. Esses resultados sugerem que a previsão melhora quando se combina:

1. a *persistência* da volatilidade (capturada pelo HAR e pelo EWMA), e
2. a informação *forward-looking* do mercado de opções (capturada pelo FXVol).

Essa complementaridade é especialmente importante no Brasil, onde o câmbio reage tanto a mecanismos de memória/clusterização (volatilidade persistente) quanto a choques de risco doméstico e internacional que mudam rapidamente as expectativas e a demanda por hedge.

Tabela 5 – Desempenho fora da amostra ($H = 21$): RMSE, MAE e QLIKE

Modelo	RMSE	MAE	QLIKE
HAR + IV	0,0165	0,0104	-2,90
HAR	0,0172	0,0113	-2,87
EWMA	0,0191	0,0114	-2,82
Histórica (HV)	0,0210	0,0121	-2,79
IV-only	0,0213	0,0128	-2,88

Notas: Ranking ordenado por RMSE (menor é melhor). A avaliação usa 2237 previsões (09/10/2015–27/11/2024) e janela móvel de 1250 observações.

5.1.4 Testes de habilidade preditiva: DM e Clark–West

Como discutido na metodologia, diferenças em RMSE/MAE podem ocorrer por variação amostral. Por isso, aplicamos testes formais de habilidade preditiva. O teste de Diebold–

¹ A função de perda QLIKE é frequentemente recomendada em avaliação de previsões de volatilidade quando a volatilidade verdadeira é não observável e usa-se um proxy como variância realizada; ver Patton (2011). Valores podem ser negativos dependendo da escala de variância e das previsões; a regra de comparação é: quanto *menor*, melhor.

Mariano (DM) avalia se a perda esperada de dois modelos é igual (DIEBOLD; MARIANO, 1995). Para cada modelo m contra o benchmark IV-only, definimos a diferença de perdas $d_t = L(e_t^{(m)}) - L(e_t^{(IV)})$; a hipótese nula é $H_0 : \mathbb{E}(d_t) = 0$ (igual acurácia). Estatísticas negativas indicam menor perda do modelo m frente ao benchmark (melhor desempenho).

A Tabela 6 mostra que:

- Para perda quadrática (MSE), nenhum modelo derrota o IV-only ao nível de 5%: apesar de estatísticas negativas (sinal favorável), os p -valores são maiores que 0,10.
- Para perda absoluta (MAE), o **HAR+IV** supera o IV-only de forma estatisticamente significativa ($p = 0,001$). O HAR puro é “quase significativo” ao nível de 10% ($p \approx 0,097$), sugerindo que a dinâmica HAR já carrega informação útil, mas que a inclusão do FXVol fortalece o ganho.

Na leitura aplicada, isso significa que o mercado de opções adiciona informação capaz de reduzir erros típicos (em módulo) de previsão da volatilidade futura do câmbio, o que é relevante para decisão de hedge e gestão de risco em moeda estrangeira.

Tabela 6 – Teste Diebold–Mariano contra o benchmark IV-only ($H = 21$)

Comparação	DM (MSE)	p -valor	DM (MAE)	p -valor	n
HV vs IV	-0,0869	0,931	-0,575	0,565	2237
EWMA vs IV	-0,692	0,489	-1,43	0,154	2237
HAR vs IV	-1,32	0,187	-1,66	0,0965	2237
HAR+IV vs IV	-1,59	0,112	-3,28	0,00105	2237

Notas: O DM testa H_0 de igual acurácia preditiva (DIEBOLD; MARIANO, 1995). Estatísticas negativas favorecem o modelo da linha (menor perda que o IV-only). O horizonte $H = 21$ implica sobreposição no alvo, o que torna a dependência temporal relevante na inferência.

Quando os modelos são *aninhados*, como HAR (menor) e HAR+IV (maior), o teste DM padrão pode penalizar indevidamente o modelo maior devido ao erro de estimação adicional. Por isso, aplicamos o teste de Clark–West (CLARK; WEST, 2007), apropriado para avaliar se o modelo maior melhora o MSPE do menor. A hipótese alternativa é unilateral: o modelo maior deve ter desempenho superior.

O resultado (estatística $t = 2,91$, $p = 0,00183$; $n = 2237$) rejeita a hipótese nula e indica que **incluir o FXVol no HAR melhora a previsão fora da amostra** de maneira estatisticamente robusta. Em termos econômicos, isso corrobora a interpretação de que o câmbio brasileiro combina (i) persistência na volatilidade e (ii) mudanças rápidas em expectativas e prêmio de risco; o FXVol ajuda a capturar o segundo componente.

5.1.5 Discussão: leitura econômica e implicações para a monografia

Os resultados indicam que o FXVol é informativo sobre a volatilidade realizada futura do câmbio, mas que seu melhor uso, no contexto brasileiro, é como *complemento* a modelos que

Tabela 7 – Teste de Clark–West (modelos aninhados): HAR+IV vs HAR ($H = 21$)

Comparação	Estatística t	p -valor (unilateral)	n
HAR+IV vs HAR	2,91	0,00183	2237

Notas: O teste de Clark–West é adequado para modelos aninhados e corrige o viés contra o modelo maior (CLARK; WEST, 2007).

exploram a persistência da volatilidade. Do ponto de vista da economia brasileira, a interpretação é direta: o real é uma moeda sensível a choques de risco e a reprecificação de expectativas (canais externos, incerteza doméstica, aversão global ao risco), e o mercado de opções sintetiza rapidamente esses movimentos na volatilidade implícita. Entretanto, a volatilidade também apresenta clusterização e memória, o que é capturado pelo HAR e pelo EWMA. O modelo HAR+IV, ao combinar esses dois blocos de informação, entrega previsões mais acuradas e com evidência estatística de ganho (Clark–West e DM para MAE).

Em uma monografia aplicada, o principal recado é que a volatilidade implícita não deve ser tratada como “substituta” de modelos econométricos simples, mas como uma variável de mercado que carrega informação prospectiva útil para previsão e gestão de risco cambial. Isso pode ser explorado em aplicações como: decisão de hedge de importadores/exportadores, precificação de derivativos, e medidas de risco (por exemplo, VaR cambial) em ambientes de elevada instabilidade.

5.2 Análises de robustez

5.2.1 Robustez por horizonte de previsão ($H = 1, 5, 21$)

Uma forma importante de avaliar a estabilidade dos resultados é verificar se a performance do modelo principal se mantém quando variamos o horizonte de previsão. Para horizontes curtos ($H = 1$), a variância realizada futura é mais sensível a ruídos e microchoques diários; à medida que o horizonte aumenta ($H = 5$ e $H = 21$), o alvo passa a refletir uma média de movimentos, reduzindo idiosincrasias e tornando a dinâmica de persistência mais evidente.

A Tabela 8 apresenta as métricas fora da amostra do modelo HAR+IV para $H \in \{1, 5, 21\}$, mantendo o mesmo desenho de janela móvel ($w = 1250$ dias úteis). Observa-se que as medidas de erro (RMSE e MAE) diminuem com H , o que é consistente com o fato de que janelas mais longas suavizam ruídos de curtíssimo prazo. O QLIKE permanece estável e em níveis próximos entre horizontes, sugerindo que o modelo mantém desempenho consistente também sob uma função de perda recomendada na literatura de previsão de volatilidade (PATTON, 2011).

Tabela 8 – Robustez do HAR+IV por horizonte ($w = 1250$): métricas OOS e amostra efetiva

H	n	Início OOS	Fim OOS	RMSE	MAE	QLIKE
1	2257	2015-10-09	2024-12-27	0,0567	0,0243	-2,95
5	2253	2015-10-09	2024-12-19	0,0286	0,0145	-2,92
21	2237	2015-10-09	2024-11-27	0,0165	0,0104	-2,90

Notas: n é o número de previsões avaliadas no período fora da amostra (OOS). Para cada H , o alvo $RV_{t \rightarrow t+H}$ é anualizado por $252/H$. QLIKE segue a recomendação de avaliação sob proxies de volatilidade (PATTON, 2011).

5.2.2 Resultados por subperíodos (pré-2020 vs pós-2020) e interpretação econômica

A volatilidade do câmbio apresenta episódios de mudança de regime e estresse, o que pode alterar tanto a persistência estatística quanto a forma como expectativas são incorporadas aos preços de opções. Para explorar essa dimensão de maneira didática e alinhada ao contexto macro-financeiro, dividimos a amostra OOS ($H = 21$) em dois subperíodos: *pré-2020* e *pós-2020*.

A Tabela 9 mostra as métricas para três modelos representativos: IV-only (apenas volatilidade implícita), HAR (apenas dinâmica de volatilidade realizada) e HAR+IV (combinação). Os resultados sugerem:

- **Pré-2020:** HAR+IV é o melhor modelo (RMSE=0,0178), superando IV-only (RMSE=0,0191). O HAR isolado, neste recorte, não melhora o IV-only em RMSE/MAE, indicando que a informação prospectiva capturada pelo mercado de opções já é bastante relevante e que a parte puramente autorregressiva pode não adicionar ganhos em todos os regimes.
- **Pós-2020:** IV-only piora de forma acentuada (RMSE=0,0230), enquanto HAR e HAR+IV têm desempenho muito superior (RMSE próximos de 0,015). Isso é consistente com a ideia de que, em períodos de estresse e reprecificação de risco, a volatilidade implícita pode incorporar componentes adicionais (por exemplo, prêmio de risco de volatilidade e efeitos de liquidez/hedge), reduzindo sua capacidade de prever diretamente a variância realizada futura. Nesse regime, modelos que exploram *persistência* (HAR) dominam, e a inclusão do FXVol mantém performance competitiva.

Um ponto relevante para a monografia é que esses padrões reforçam a mensagem principal do trabalho: a volatilidade implícita contém informação valiosa, mas seus ganhos são mais robustos quando combinados a mecanismos de memória/persistência da volatilidade observada. No agregado da amostra completa, o teste de Clark–West (Seção 5.1.4) aponta que o HAR+IV melhora estatisticamente o HAR (CLARK; WEST, 2007), o que dá sustentação formal ao uso do FXVol como variável adicional.

Tabela 9 – Métricas OOS por subperíodo ($H = 21$): pré-2020 vs pós-2020

Período	Modelo	RMSE	MAE	QLIKE
Pré-2020	HAR+IV	0,0178	0,0109	-2,96
Pré-2020	HAR	0,0193	0,0125	-2,91
Pré-2020	IV-only	0,0191	0,0120	-2,96
Pós-2020	HAR+IV	0,0153	0,0100	-2,85
Pós-2020	HAR	0,0151	0,0103	-2,85
Pós-2020	IV-only	0,0230	0,0135	-2,82

Notas: Métricas calculadas a partir da restrição da amostra OOS ($H = 21$) por data. O QLIKE é interpretado como função de perda: quanto menor, melhor (PATTON, 2011).

5.2.3 Ganhos relativos dentro de cada subperíodo (vs IV-only)

Para facilitar a leitura econômica, também reportamos ganhos relativos em RMSE e MAE dentro de cada subperíodo, tomando IV-only como benchmark. Definimos, para uma métrica genérica $M \in \{RMSE, MAE\}$:

$$\Delta M(\%) = 100 \times \left(\frac{M_{IV} - M_{modelo}}{M_{IV}} \right). \quad (5.2)$$

Valores positivos indicam melhora do modelo frente ao IV-only.

A Tabela 10 mostra que, no pré-2020, o ganho do HAR+IV é moderado (cerca de 6,8% em RMSE), enquanto no pós-2020 os ganhos frente ao IV-only tornam-se muito expressivos (acima de 33% em RMSE para HAR e HAR+IV). Esse contraste é útil para a avaliação dos resultados: ele evidencia que a eficácia de um indicador de mercado (volatilidade implícita) pode variar com o regime, e que a combinação com dinâmica de volatilidade realizada ajuda a estabilizar a previsão ao longo do tempo.

Tabela 10 – Ganhos relativos vs IV-only por subperíodo ($H = 21$)

Período	Modelo	$\Delta RMSE$ (%)	ΔMAE (%)
Pré-2020	HAR+IV	6,81	9,17
Pré-2020	HAR	-1,05	-4,17
Pós-2020	HAR+IV	33,48	25,93
Pós-2020	HAR	34,35	23,70

Notas: Ganhos calculados a partir da Tabela 9. Sinal negativo indica desempenho pior que o IV-only no subperíodo.

5.2.4 Síntese dos Resultados após Testes de Robustez

Os resultados indicam que (i) o FXVol contém informação estatisticamente relevante sobre a volatilidade realizada futura, (ii) a performance preditiva melhora quando combinamos volatilidade implícita com a persistência capturada por modelos do tipo HAR, e (iii) a robustez por horizonte confirma que o modelo HAR+IV mantém desempenho consistente para $H = 1$,

$H = 5$ e $H = 21$. A análise por subperíodos sugere ainda que, em regimes recentes (pós-2020), o uso isolado da volatilidade implícita perde desempenho relativo, enquanto modelos que exploram persistência (HAR) e/ou combinação (HAR+IV) preservam acurácia. Em conjunto com o teste de Clark–West, esses achados sustentam a conclusão de que o FXVol é mais útil como variável adicional do que como previsão direta.

6 Conclusão

Este trabalho avaliou se um índice de volatilidade implícita para o câmbio USD/BRL (FXVol) contribui para prever a volatilidade futura da taxa de câmbio no Brasil, comparando previsões geradas por modelos simples e amplamente utilizados na prática: volatilidade histórica (HV), EWMA, um modelo do tipo HAR baseado em volatilidade realizada e a extensão HAR+IV que incorpora a volatilidade implícita. O desenho empírico foi centrado em previsão fora da amostra com janela móvel, e a variável-alvo foi a variância realizada futura anualizada no horizonte de 21 dias úteis, complementada por análises de robustez para horizontes mais curtos ($H = 1$ e $H = 5$).

Os resultados *in-sample* confirmaram que o FXVol possui relação estatisticamente significativa com a variância realizada futura ($\beta = 0,486$, $p < 0,001$, $R^2 = 0,239$), com evidência de viés consistente com a presença de prêmio de risco de volatilidade — padrão compatível com a literatura sobre moedas de economias emergentes. Esse resultado reforça a interpretação de que a volatilidade implícita pode refletir não apenas expectativa de volatilidade futura, mas também componentes de prêmio de risco, liquidez e demanda por *hedge* no mercado de opções.

Na avaliação fora da amostra, a principal evidência foi que a combinação entre persistência da volatilidade observada e informação prospectiva do mercado de opções melhora o desempenho preditivo. Para $H = 21$, o modelo HAR+IV apresentou os menores erros (RMSE e MAE) e bom desempenho sob QLIKE, superando tanto o uso isolado do FXVol (IV-only) quanto *benchmarks* tradicionais (HV e EWMA). Do ponto de vista inferencial, os testes de habilidade preditiva sustentam formalmente essa leitura: o teste de Diebold–Mariano rejeitou a igualdade de acurácia entre HAR+IV e IV-only pelo critério MAE, e o teste de Clark–West rejeitou a hipótese nula ao nível de 1%, confirmando que a inclusão do FXVol melhora a previsão fora da amostra de forma estatisticamente robusta.

As análises complementares ajudaram a interpretar os resultados no contexto brasileiro. A robustez por horizonte mostrou que o desempenho do HAR+IV se mantém para $H = 1$, $H = 5$ e $H = 21$, sugerindo que a estratégia de combinar memória estatística com informação de mercado é útil tanto no curtíssimo prazo quanto em horizontes mensais. Já a divisão por subperíodos indicou heterogeneidade relevante: no pós-2020, o uso isolado do FXVol apresentou piora relativa, enquanto modelos que exploram persistência (HAR) e/ou a combinação (HAR+IV) preservaram desempenho. Essa evidência corrobora a hipótese de que, em regimes de maior estresse e reprecificação de risco, a volatilidade implícita pode incorporar componentes adicionais (prêmio de risco, efeitos de liquidez) que reduzem sua capacidade de previsão direta da variância realizada, tornando ainda mais importante combiná-la com mecanismos de persistência.

Em termos aplicados, o principal recado para a monografia é que a volatilidade implícita é uma variável informacionalmente rica, mas seu uso mais eficaz, no caso brasileiro, é como

insumo adicional em modelos que já capturam a dinâmica temporal da volatilidade. Para agentes com exposição cambial (importadores, exportadores, tesourarias e instituições financeiras), isso sugere que incorporar o FXVol em rotinas de monitoramento e modelos simples de previsão pode melhorar decisões de *hedge* e gestão de risco, especialmente quando o objetivo é antecipar movimentos de volatilidade em horizontes de semanas.

Como agenda de pesquisa, duas extensões naturais podem aprofundar a análise: (i) ampliar o conjunto de modelos para incluir especificações da família GARCH (com e sem regressoras exógenas, como o próprio FXVol), e (ii) explorar avaliações adicionais por regimes e eventos, bem como testes de robustez que controlem rigorosamente o conjunto de informação disponível em cada data (evitando qualquer forma de vazamento informacional em horizontes sobrepostos). Essas extensões ajudariam a consolidar a evidência sobre o papel do mercado de opções na formação de expectativas e no conteúdo informacional relevante para a volatilidade do câmbio no Brasil.

Referências

Banco Central do Brasil. *Histórico de cotações do dólar (PTAX)*. 2023. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/historicocotacoes>>.

BENAVIDES, G.; CAPISTRÁN, C. *Forecasting Exchange Rate Volatility: The Superior Performance of Conditional Combinations of Time Series and Option Implied Forecasts*. [S.l.], 2009.

BLACK, F.; SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, v. 81, n. 3, p. 637–654, 1973.

BROOKS, C. *Introductory Econometrics for Finance*. 4. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2019.

CAINELLI, P. V.; PINTO, A. C. F.; KLÖTZLE, M. C. Estudo sobre a relação entre o IVol-BR e os retornos futuros do mercado acionário brasileiro. *Revista Contabilidade & Finanças*, v. 32, n. 86, p. 255–272, 2021. ISSN 1808-057X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1808-057x202009890>>.

CAMPANI, C. H.; DURÃES, A. G. d. S. Forecasting usd-brl currency rate volatility using realized and implied volatilities data. *Estudos Econômicos (São Paulo)*, v. 48, n. 4, p. 687–719, 2018.

CLARK, T. E.; WEST, K. D. Approximately normal tests for equal predictive accuracy in nested models. *Journal of Econometrics*, v. 138, n. 1, p. 291–311, 2007.

CORSI, F. A simple approximate long-memory model of realized volatility. *Journal of Financial Econometrics*, v. 7, n. 2, p. 174–196, 2009.

DARIO, A. D. G. Índice de volatilidade para o mercado brasileiro de câmbio: Fxvol. *Resenha BM&F*, n. 172, p. 68–76, 2007.

DEMETERFI, K. et al. A guide to volatility and variance swaps. *Journal of Derivatives*, v. 6, p. 9–32, 1999.

DIEBOLD, F. X.; MARIANO, R. S. Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, v. 13, n. 3, p. 253–263, 1995.

EICHENGREEN, B. *Globalizing Capital: A History of the International Monetary System*. 2. ed. Princeton: Princeton University Press, 2008.

FOUSEKIS, P. Informational efficiency of the U.S. markets for implied volatility before and after the COVID-19 pandemic. *Applied Finance Letters*, v. 11, p. 13–23, 2022.

GIOT, P. Relationships between implied volatility indexes and stock index returns. *The Journal of Portfolio Management*, v. 31, n. 3, p. 92–100, 2005. Spring.

GUNNARSSON, E. S. et al. Prediction of realized volatility and implied volatility indices using artificial intelligence and machine learning: A review. *International Review of Financial Analysis*, v. 93, p. 103221, 2024.

- HARVEY, D.; LEYBOURNE, S.; NEWBOLD, P. Testing the equality of prediction mean squared errors. *International Journal of Forecasting*, v. 13, n. 2, p. 281–291, 1997.
- J.P. Morgan/Reuters. *RiskMetricsTM—Technical Document*. [S.l.], 1996. EWMA volatility methodology widely used in financial applications.
- KRUGMAN, P. R.; OBSTFELD, M.; MELITZ, M. J. *International Economics: Theory and Policy*. 10. ed. Boston: Pearson, 2015.
- MAGHYEREH, A. I.; ABDOH, H.; AWARTANI, B. Have returns and volatilities for financial assets responded to implied volatility during the COVID-19 pandemic? *Journal of Commodity Markets*, v. 26, p. 100194, 2022.
- MAIA, V. M. et al. Fxvol: Indicador antecedente da taxa de câmbio. *Revista de Administração FACES Journal*, v. 15, n. 3, p. 88–106, 2016. Jul./set.
- NEWBY, W. K.; WEST, K. D. A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, v. 55, n. 3, p. 703–708, 1987.
- PATTON, A. J. Volatility forecast comparison using imperfect volatility proxies. *Journal of Econometrics*, v. 160, n. 1, p. 246–256, 2011.
- PENG, R. D. Reproducible research in computational science. *Science*, v. 334, n. 6060, p. 1226–1227, 2011.
- SARNO, L.; TAYLOR, M. P. *The Economics of Exchange Rates*. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- SHI, L.; XU, X.; ZHANG, Y. The information content of CDS implied volatility and associated trading strategies. *International Review of Financial Analysis*, v. 83, p. 102295, 2022.
- STODDEN, V.; LEISCH, F.; PENG, R. D. (Ed.). *Implementing Reproducible Research*. Boca Raton, FL: Chapman and Hall/CRC, 2014. ISBN 9781466561595.
- WHALEY, R. E. The investor fear gauge. *Journal of Portfolio Management*, v. 26, n. 3, p. 12–17, 2000.
- YE, L. et al. Using implied volatility jumps for realized volatility forecasting: Evidence from the chinese market. *International Review of Financial Analysis*, v. 83, p. 102277, 2022.

A Apêndice

A.1 Script em R: FXVol como previsor da volatilidade futura

```

1
2 rm(list=ls())
3
4
5 suppressPackageStartupMessages({
6   library(dplyr)
7   library(lubridate)
8   library(zoo)
9   library(forecast) # dm.test
10  library(lmtest)    # coeftest
11  library(sandwich)  # NeweyWest
12  library(readr)
13 })
14
15 # -----
16 # 0) Configurações
17 # -----
18 H_set <- c(1, 5, 21)
19 H_main <- 21
20 win_len <- 1250 # ~5 anos úteis
21 sample_start <- as.Date("2010-01-01")
22 sample_end   <- as.Date("2024-12-31")
23
24 # -----
25 # 1) Carregar e padronizar FXVol do seu .RData
26 # -----
27 load("C:/Users/arnld/Meu Drive/Documentos Julio/Rstudio/Docencia/Orientacoes/Leticia
↵ Oliveira Scalioni/Vol_Imp.RData")
28 # Espera-se que o objeto carregado seja: Vol_Imp
29
30 fxvol_col <- "Last Px (USDBRLOV1T BGN Curncy)"
31
32 fx <- Vol_Imp %>%
33   transmute(
34     date = as.Date(Date), # Date vem como <dtm>; converte p/ Date
35     fxvol = as.numeric(.data[[fxvol_col]]) # FXVol em % a.a.
36   ) %>%
37   filter(!is.na(date), !is.na(fxvol)) %>%
38   arrange(date) %>%
39   filter(date >= sample_start, date <= sample_end) %>%
40   group_by(date) %>%

```

```

41   summarise(fxvol = last(fxvol), .groups = "drop") # caso haja duplicata no mesmo dia
42
43   # -----
44   # 2) Carregar USD/BRL (PTAX) e padronizar (IPEADATA -> fallback BCB/SGS)
45   # -----
46   suppressPackageStartupMessages({
47     library(ipeadatar) # ipeadata()
48     library(rbcbl)     # get_series()
49     library(dplyr)
50   })
51
52   get_usdbrl_ptax <- function(start_date, end_date,
53                               tipo = c("venda", "compra"),
54                               prefer = c("ipeadata", "bcb")) {
55
56     tipo <- match.arg(tipo)
57     prefer <- match.arg(prefer)
58
59     # IPEADATA (diária, média): venda = GM366_ERV366 | compra = GM366_ERC366
60     ipea_code <- if (tipo == "venda") "GM366_ERV366" else "GM366_ERC366"
61
62     # BCB/SGS (diária): venda = 1 | compra = 10813
63     bcb_code <- if (tipo == "venda") 1 else 10813
64
65     pull_ipea <- function() {
66       x <- ipeadatar::ipeadata(ipea_code)
67
68       date_col <- intersect(c("date", "Date", "data"), names(x))[1]
69       value_col <- intersect(c("value", "valor", "Value", "VALOR"), names(x))[1]
70       if (is.na(date_col) || is.na(value_col)) {
71         stop("Estrutura inesperada no retorno do ipeadatar::ipeadata().")
72       }
73
74       x %>%
75         transmute(
76           date = as.Date(.data[[date_col]]),
77           usdbrl = as.numeric(.data[[value_col]])
78         ) %>%
79         filter(!is.na(date), !is.na(usdbrl),
80              date >= as.Date(start_date),
81              date <= as.Date(end_date)) %>%
82         arrange(date) %>%
83         group_by(date) %>%
84         summarise(usdbrl = last(usdbrl), .groups = "drop")
85     }
86
87     pull_bcb <- function() {
88       x <- rbcbl::get_series(bcb_code,

```

```

89         start_date = as.character(as.Date(start_date)),
90         end_date   = as.character(as.Date(end_date)),
91         as = "tibble")
92
93     # em geral vem (date, value). Fazemos robusto:
94     date_col <- intersect(c("date", "Date", "data"), names(x))[1]
95     value_col <- intersect(c("value", "valor", "Value", "VALOR"), names(x))[1]
96     if (is.na(date_col) || is.na(value_col)) {
97         stop("Estrutura inesperada no retorno do rbc::get_series().")
98     }
99
100     x %>%
101         transmute(
102             date = as.Date(.data[[date_col]]),
103             usdbrl = as.numeric(.data[[value_col]])
104         ) %>%
105         filter(!is.na(date), !is.na(usdbrl)) %>%
106         arrange(date) %>%
107         group_by(date) %>%
108         summarise(usdbrl = last(usdbrl), .groups = "drop")
109     }
110
111     if (prefer == "ipeadata") {
112         out <- try(pull_ipea(), silent = TRUE)
113         if (!inherits(out, "try-error") && nrow(out) > 0) return(out)
114         return(pull_bcb())
115     } else {
116         out <- try(pull_bcb(), silent = TRUE)
117         if (!inherits(out, "try-error") && nrow(out) > 0) return(out)
118         return(pull_ipea())
119     }
120 }
121
122 # escolha "venda" (mais comum) ou "compra" (se você quiser casar com o lado da sua IV)
123 spot <- get_usdbrl_ptax(
124     start_date = sample_start,
125     end_date   = sample_end,
126     tipo       = "venda",
127     prefer     = "ipeadata"
128 )
129
130 # sanity check
131 stopifnot(all(c("date", "usdbrl") %in% names(spot)))
132
133
134 # -----
135 # 3) Merge + retornos + IV em variância anualizada
136 # -----

```

```

137 df0 <- spot %>%
138   inner_join(fx, by = "date") %>%
139   arrange(date)
140
141 df <- df0 %>%
142   mutate(
143     r = c(NA_real_, diff(log(usdbrl))),
144     iv_var_ann = (fxvol/100)^2
145   )
146
147 # Helpers (rolling sums)
148 roll_sum_right <- function(x, k) zoo::rollapply(x, k, sum, align = "right", fill = NA)
149 roll_sum_left  <- function(x, k) zoo::rollapply(x, k, sum, align = "left", fill = NA)
150
151 # -----
152 # 4) Construir RV futuro + componentes HAR
153 # -----
154 build_features <- function(data, H){
155   sq <- data$r^2
156
157   # RV futuro: soma de  $r_{t+1}^2 \dots r_{t+H}^2$  anualizada
158   sq_lead1 <- dplyr::lead(sq, 1)
159   rv_fwd_sum <- roll_sum_left(sq_lead1, H)
160   rv_fwd_var_ann <- (252 / H) * rv_fwd_sum
161
162   # Componentes HAR (passado até t):
163   rv_d <- 252 * sq
164   rv_w <- (252/5) * roll_sum_right(sq, 5)
165   rv_m <- (252/21) * roll_sum_right(sq, 21)
166
167   data %>%
168     mutate(
169       H = H,
170       rv_fwd_var_ann = rv_fwd_var_ann,
171       rv_d = rv_d, rv_w = rv_w, rv_m = rv_m
172     ) %>%
173     filter(!is.na(rv_fwd_var_ann),
174            !is.na(iv_var_ann),
175            !is.na(rv_m))
176 }
177
178 dfH <- bind_rows(lapply(H_set, \(h) build_features(df, h)))
179
180 # -----
181 # 5) In-sample: unbiasedness (HAC por sobreposição)
182 # -----
183 run_unbiasedness <- function(dat, H_target){
184   d <- dat %>% dplyr::filter(.data$H == H_target) %>% arrange(date)

```

```

185
186   fit <- lm(rv_fwd_var_ann ~ iv_var_ann, data = d)
187
188   Vhac <- NeweyWest(fit, lag = H_target, prewhite = FALSE, adjust = TRUE)
189   ct <- coeftest(fit, vcov. = Vhac)
190
191   list(H = H_target, coeftest = ct, r2 = summary(fit)$r.squared)
192 }
193
194
195 ub_main <- run_unbiasedness(dfH, H_main)
196 print(ub_main$coeftest)
197 cat("R2 =", ub_main$r2, "\n")
198
199 # -----
200 # 6) Previsão out-of-sample (rolling)
201 #   Benchmarks: IV-only, HV, EWMA
202 #   Modelos: HAR, HAR+IV
203 # -----
204 ewma_var_daily <- function(r, lambda = 0.94){
205   v <- rep(NA_real_, length(r))
206   v0 <- var(r, na.rm = TRUE)
207   v[1] <- v0
208   for(i in 2:length(r)){
209     if(is.na(r[i-1]) || is.na(v[i-1])) next
210     v[i] <- lambda * v[i-1] + (1-lambda) * r[i-1]^2
211   }
212   v
213 }
214
215
216
217 metrics_var <- function(actual, forecast){
218   ok <- is.finite(actual) & is.finite(forecast) & forecast > 0
219   a <- actual[ok]; f <- forecast[ok]
220   tibble(
221     RMSE = sqrt(mean((a - f)^2)),
222     MAE = mean(abs(a - f)),
223     QLIKE = mean(log(f) + a/f)
224   )
225 }
226
227 clark_west_test <- function(actual, f_small, f_big, h_lag){
228   ok <- is.finite(actual) & is.finite(f_small) & is.finite(f_big)
229   a <- actual[ok]; f1 <- f_small[ok]; f2 <- f_big[ok]
230   e1 <- a - f1
231   e2 <- a - f2
232   d <- e1^2 - (e2^2 - (f1 - f2)^2)

```

```

233
234   fit <- lm(d ~ 1)
235   V <- NeweyWest(fit, lag = h_lag, prewhite = FALSE, adjust = TRUE)
236   ct <- coeftest(fit, vcov. = V)
237   tstat <- ct[1, "t value"]
238   pval <- 1 - pt(tstat, df = length(d)-1) # unilateral: melhora => média(d) > 0
239
240   tibble(t_stat = tstat, p_value_one_sided = pval, n = length(d))
241 }
242
243 rolling_forecast <- function(dat, H_target, win_len){
244   d <- dat %>% dplyr::filter(.data$H == H_target) %>% arrange(date)
245
246   d <- d %>%
247     mutate(
248       hv_var_ann = (252/H_target) * roll_sum_right(r^2, H_target),
249       ewma_var_ann = 252 * ewma_var_daily(r)
250     )
251
252   n <- nrow(d)
253   start_oos <- win_len + 1
254   if(start_oos >= n) stop("win_len grande demais para o tamanho da amostra em H=",
255     ↪ H_target)
256
257   f_iv <- d$iv_var_ann
258   f_hv <- d$hv_var_ann
259   f_ewma <- d$ewma_var_ann
260   f_har <- rep(NA_real_, n)
261   f_har_iv <- rep(NA_real_, n)
262
263   for(t in start_oos:n){
264     train <- d[(t-win_len):(t-1), ]
265
266     fit_har <- lm(rv_fwd_var_ann ~ rv_d + rv_w + rv_m, data = train)
267     fit_har_iv <- lm(rv_fwd_var_ann ~ rv_d + rv_w + rv_m + iv_var_ann, data = train)
268
269     newx <- d[t, ]
270     f_har[t] <- predict(fit_har, newdata = newx)
271     f_har_iv[t] <- predict(fit_har_iv, newdata = newx)
272   }
273
274   d %>%
275     mutate(
276       f_iv = f_iv,
277       f_hv = f_hv,
278       f_ewma = f_ewma,
279       f_har = f_har,
280       f_har_iv = f_har_iv

```

```

280     ) %>%
281     filter(row_number() >= start_oos)
282 }
283
284
285 oos21 <- rolling_forecast(dfH, H_main, win_len)
286 nrow(oos21); range(oos21$date)
287
288
289 # -----
290 # 7) Tabela de métricas OOS
291 # -----
292 eval_table <- bind_rows(
293   metrics_var(oos21$rv_fwd_var_ann, oos21$f_iv) %>% mutate(model = "IV-only"),
294   metrics_var(oos21$rv_fwd_var_ann, oos21$f_hv) %>% mutate(model = "Histórica
    ↪ (HV)"),
295   metrics_var(oos21$rv_fwd_var_ann, oos21$f_ewma) %>% mutate(model = "EWMA"),
296   metrics_var(oos21$rv_fwd_var_ann, oos21$f_har) %>% mutate(model = "HAR"),
297   metrics_var(oos21$rv_fwd_var_ann, oos21$f_har_iv) %>% mutate(model = "HAR + IV")
298 ) %>%
299   select(model, everything()) %>%
300   arrange(RMSE)
301
302 print(eval_table)
303
304 # -----
305 # 8) Diebold-Mariano vs benchmark (IV-only)
306 # -----
307 dm_pair <- function(actual, f_model, f_bench, h){
308   e1 <- actual - f_model
309   e2 <- actual - f_bench
310   ok <- is.finite(e1) & is.finite(e2)
311   e1 <- e1[ok]; e2 <- e2[ok]
312
313   dm2 <- dm.test(e1, e2, h = h, power = 2) # MSE
314   dm1 <- dm.test(e1, e2, h = h, power = 1) # MAE
315
316   tibble(
317     DM_MSE_stat = unname(dm2$statistic),
318     DM_MSE_pval = dm2$p.value,
319     DM_MAE_stat = unname(dm1$statistic),
320     DM_MAE_pval = dm1$p.value,
321     n = length(e1)
322   )
323 }
324
325 dm_results <- bind_rows(

```

```

326   dm_pair(oos21$rv_fwd_var_ann, oos21$f_hv,      oos21$f_iv, H_main) %>%
    ↪ mutate(model="HV vs IV"),
327   dm_pair(oos21$rv_fwd_var_ann, oos21$f_ewma,    oos21$f_iv, H_main) %>%
    ↪ mutate(model="EWMA vs IV"),
328   dm_pair(oos21$rv_fwd_var_ann, oos21$f_har,     oos21$f_iv, H_main) %>%
    ↪ mutate(model="HAR vs IV"),
329   dm_pair(oos21$rv_fwd_var_ann, oos21$f_har_iv,  oos21$f_iv, H_main) %>%
    ↪ mutate(model="HAR+IV vs IV")
330 ) %>% select(model, everything())
331
332 print(dm_results)
333
334 # -----
335 # 9) Clark-West (nested): HAR+IV (maior) vs HAR (menor)
336 # -----
337 cw <- clark_west_test(
338   actual  = oos21$rv_fwd_var_ann,
339   f_small = oos21$f_har,
340   f_big   = oos21$f_har_iv,
341   h_lag   = H_main
342 )
343 print(cw)
344
345
346 ##### Parte 2
347
348 # Robustez por H
349 oos_by_H <- lapply(H_set, function(Hh){
350   oo <- rolling_forecast(dfH, Hh, win_len)
351   tibble(
352     H = Hh,
353     n = nrow(oo),
354     date_min = min(oo$date),
355     date_max = max(oo$date),
356     HAR_IV_RMSE = metrics_var(oo$rv_fwd_var_ann, oo$f_har_iv)$RMSE,
357     HAR_IV_MAE  = metrics_var(oo$rv_fwd_var_ann, oo$f_har_iv)$MAE,
358     HAR_IV_QLIKE= metrics_var(oo$rv_fwd_var_ann, oo$f_har_iv)$QLIKE
359   )
360 }) %>% bind_rows()
361
362 print(oos_by_H)
363
364 # Subperíodos (ex.: pré/pós-2020)
365 oos_pre  <- oos21 %>% filter(date < as.Date("2020-01-01"))
366 oos_post <- oos21 %>% filter(date >= as.Date("2020-01-01"))
367
368 tab_sub <- bind_rows(

```

```

369 metrics_var(oos_pre$rv_fwd_var_ann, oos_pre$f_har_iv) %>% mutate(period="Pre-2020",
    ↪ model="HAR+IV"),
370 metrics_var(oos_pre$rv_fwd_var_ann, oos_pre$f_har) %>% mutate(period="Pre-2020",
    ↪ model="HAR"),
371 metrics_var(oos_pre$rv_fwd_var_ann, oos_pre$f_iv) %>% mutate(period="Pre-2020",
    ↪ model="IV-only"),
372 metrics_var(oos_post$rv_fwd_var_ann, oos_post$f_har_iv) %>%
    ↪ mutate(period="Post-2020", model="HAR+IV"),
373 metrics_var(oos_post$rv_fwd_var_ann, oos_post$f_har) %>%
    ↪ mutate(period="Post-2020", model="HAR"),
374 metrics_var(oos_post$rv_fwd_var_ann, oos_post$f_iv) %>%
    ↪ mutate(period="Post-2020", model="IV-only")
375 )
376 print(tab_sub)
377
378

```

A.2 Figuras do Trabalho

```

1
2 # =====
3 # Figuras 1 e 2 condensadas
4 # USD/BRL nível, retornos, RV, FXVol e IV vs RV (scatter)
5 # Exporta PDF/PNG para LaTeX
6 # =====
7
8 rm(list=ls())
9
10 suppressPackageStartupMessages({
11   library(dplyr)
12   library(lubridate)
13   library(zoo)
14   library(ggplot2)
15   library(scales)
16   library(tidyr)
17   library(patchwork)
18   library(ipeadatar)
19   library(rbcb)
20 })
21
22 # -----
23 # 0) Configurações
24 # -----
25 sample_start <- as.Date("2010-01-01")
26 sample_end   <- as.Date("2024-12-31")
27
28 H_main <- 21

```

```

29 H_alt <- 5
30
31 out_dir <- "figures"
32 if(!dir.exists(out_dir)) dir.create(out_dir)
33
34 # Paleta curta (<= 3 cores)
35 COL1 <- "#1F77B4" # azul
36 COL2 <- "#D62728" # vermelho
37 COL3 <- "#2CA02C" # verde
38
39 theme_paper <- function(base_size = 11){
40   theme_minimal(base_size = base_size) +
41     theme(
42       panel.grid.minor = element_blank(),
43       plot.title = element_text(face = "bold", size = base_size + 1),
44       plot.subtitle = element_text(color = "grey35", size = base_size - 1),
45       axis.title = element_text(face = "bold"),
46       legend.position = "bottom",
47       legend.title = element_blank(),
48       strip.text = element_text(face="bold"),
49       plot.caption = element_text(color="grey45", size = base_size - 2),
50       plot.margin = margin(6, 6, 6, 6)
51     )
52 }
53
54 save_both <- function(p, name, w=7.2, h=5.2){
55   # PDF vetorial (recomendado p/ LaTeX)
56   ggsave(file.path(out_dir, paste0(name, ".pdf")), p, width = w, height = h, device =
57     ↪ cairo_pdf)
58   # PNG alta resolução
59   ggsave(file.path(out_dir, paste0(name, ".png")), p, width = w, height = h, dpi =
60     ↪ 320)
61 }
62
63 # -----
64 # 1) Carregar FXVol do seu .RData
65 # -----
66 load("C:/Users/arnld/Meu Drive/Documentos Julio/Rstudio/Docencia/Orientacoes/Leticia
67 ↪ Oliveira Scalioni/Vol_Imp.RData")
68 fxvol_col <- "Last Px (USDBRLOVIT BGN Curncy)"
69
70 fx <- Vol_Imp %>%
71   transmute(
72     date = as.Date(Date),
73     fxvol = as.numeric(.data[[fxvol_col]]) # % a.a.
74   ) %>%
75   filter(!is.na(date), !is.na(fxvol),
76     date >= sample_start, date <= sample_end) %>%

```

```

74   arrange(date) %>%
75   group_by(date) %>%
76   summarise(fxvol = last(fxvol), .groups = "drop")
77
78   # -----
79   # 2) Puxar USD/BRL PTAX (IPEADATA -> fallback BCB)
80   # -----
81   get_usdbrl_ptax <- function(start_date, end_date,
82                               tipo = c("venda", "compra"),
83                               prefer = c("ipeadata", "bcb")) {
84
85     tipo <- match.arg(tipo)
86     prefer <- match.arg(prefer)
87
88     ipea_code <- if (tipo == "venda") "GM366_ERV366" else "GM366_ERC366"
89     bcb_code <- if (tipo == "venda") 1 else 10813
90
91     pull_ipea <- function() {
92       x <- ipeadatar::ipeadata(ipea_code)
93       date_col <- intersect(c("date", "Date", "data"), names(x))[1]
94       value_col <- intersect(c("value", "valor", "Value", "VALOR"), names(x))[1]
95       x %>%
96         transmute(date = as.Date(.data[[date_col]]),
97                   usdbrl = as.numeric(.data[[value_col]])) %>%
98         filter(!is.na(date), !is.na(usdbrl),
99               date >= as.Date(start_date), date <= as.Date(end_date)) %>%
100        arrange(date) %>%
101        group_by(date) %>%
102        summarise(usdbrl = last(usdbrl), .groups="drop")
103     }
104
105     pull_bcb <- function() {
106       x <- rbcbr::get_series(bcb_code,
107                             start_date = as.character(as.Date(start_date)),
108                             end_date = as.character(as.Date(end_date)),
109                             as = "tibble")
110       date_col <- intersect(c("date", "Date", "data"), names(x))[1]
111       value_col <- intersect(c("value", "valor", "Value", "VALOR"), names(x))[1]
112       x %>%
113         transmute(date = as.Date(.data[[date_col]]),
114                   usdbrl = as.numeric(.data[[value_col]])) %>%
115         filter(!is.na(date), !is.na(usdbrl)) %>%
116         arrange(date) %>%
117         group_by(date) %>%
118         summarise(usdbrl = last(usdbrl), .groups="drop")
119     }
120
121     if (prefer == "ipeadata") {

```

```

122   out <- try(pull_ipea(), silent = TRUE)
123   if (!inherits(out, "try-error") && nrow(out) > 0) return(out)
124   return(pull_bcb())
125 } else {
126   out <- try(pull_bcb(), silent = TRUE)
127   if (!inherits(out, "try-error") && nrow(out) > 0) return(out)
128   return(pull_ipea())
129 }
130 }
131
132 spot <- get_usdbrl_ptax(sample_start, sample_end, tipo="venda", prefer="ipeadata")
133
134 # -----
135 # 3) Merge + retornos + RV (H=21 e H=5)
136 # -----
137 roll_sum_right <- function(x, k) zoo::rollapply(x, k, sum, align="right", fill=NA)
138 roll_sum_left  <- function(x, k) zoo::rollapply(x, k, sum, align="left", fill=NA)
139
140 build_rv_future <- function(r, H){
141   sq <- r^2
142   sq_lead1 <- dplyr::lead(sq, 1)           # começa em t+1
143   rv_sum   <- roll_sum_left(sq_lead1, H)   # soma t+1..t+H
144   (252 / H) * rv_sum                       # variância anualizada
145 }
146
147 df <- spot %>%
148   inner_join(fx, by="date") %>%
149   arrange(date) %>%
150   mutate(
151     r      = c(NA_real_, diff(log(usdbrl))),
152     abs_r  = abs(r),
153     iv_var_ann = (fxvol/100)^2,
154     rv21_var = build_rv_future(r, H_main),
155     rv5_var  = build_rv_future(r, H_alt),
156     rv21_vol = sqrt(pmax(rv21_var, 0)),
157     rv5_vol  = sqrt(pmax(rv5_var, 0))
158   )
159
160 # -----
161 # 4) FIGURA 1: câmbio (nível) + |retorno|
162 # -----
163 p_level <- ggplot(df, aes(date, usdbrl)) +
164   geom_line(linewidth=0.35, color = COL1) +
165   scale_x_date(date_breaks="2 years", date_labels="%Y") +
166   labs(title="USD/BRL (nível)", x=NULL, y="R$/US$") +
167   theme_paper()
168
169 p_absret <- ggplot(df, aes(date, abs_r)) +

```

```

170   geom_line(linewidth=0.30, color = COL2) +
171   scale_x_date(date_breaks="2 years", date_labels="%Y") +
172   scale_y_continuous(labels = percent_format(accuracy = 0.1)) +
173   labs(title="Retornos absolutos", x=NULL, y="|Delta log|") +
174   theme_paper()
175
176 fig1 <- (p_level / p_absret) +
177   plot_annotation(
178     title = "Figura 1 - Câmbio e variações diárias (2010-2024)",
179     theme = theme_paper(11)
180   )
181
182 save_both(fig1, "FIG1_fx_overview", w=7.4, h=6.6)
183
184 # -----
185 # 5) FIGURA 2: RV (H=21,H=5) + FXVol + IV vs RV (scatter)
186 # -----
187 # (A) RV futura anualizada (volatilidade)
188 df_rv_long <- df %>%
189   select(date, rv21_vol, rv5_vol) %>%
190   pivot_longer(-date, names_to="serie", values_to="vol") %>%
191   mutate(serie = recode(serie,
192     rv21_vol = "RV (H=21)",
193     rv5_vol  = "RV (H=5)"))
194
195 p_rv <- ggplot(df_rv_long, aes(date, vol, color=serie)) +
196   geom_line(linewidth=0.35) +
197   scale_color_manual(values = c("RV (H=21)" = COL1, "RV (H=5)" = COL3)) +
198   scale_x_date(date_breaks="2 years", date_labels="%Y") +
199   scale_y_continuous(labels = percent_format(accuracy = 1)) +
200   labs(title="Volatilidade realizada futura", x=NULL, y="vol (a.a.)") +
201   theme_paper()
202
203 # (B) FXVol em % a.a.
204 p_fxvol <- ggplot(df, aes(date, fxvol/100)) +
205   geom_line(linewidth=0.35, color = COL2) +
206   scale_x_date(date_breaks="2 years", date_labels="%Y") +
207   scale_y_continuous(labels = percent_format(accuracy = 1)) +
208   labs(title="FXVol (implícita)", x=NULL, y="% a.a.") +
209   theme_paper()
210
211 # (C) Dispersão IV (variância) vs RV21 (variância)
212 df_sc <- df %>% filter(is.finite(iv_var_ann), is.finite(rv21_var), iv_var_ann>0,
213   ↪ rv21_var>0)
214
215 rho <- cor(df_sc$iv_var_ann, df_sc$rv21_var, use="complete.obs")
216
217 p_scatter <- ggplot(df_sc, aes(iv_var_ann, rv21_var)) +
218   geom_point(alpha=0.22, size=0.9, color = COL1) +

```

```
217 geom_smooth(method="lm", se=FALSE, linewidth=0.6, color = COL2) +
218 labs(
219   title="IV vs RV (H=21)",
220   subtitle=paste0("corr = ", round(rho, 3)),
221   x="IV (var. anualizada)",
222   y="RV futura (var. anualizada)"
223 ) +
224 theme_paper()
225
226 fig2 <- (p_rv / p_fxvol / p_scatter) +
227   plot_annotation(
228     title = "Figura 2 - Volatilidade realizada e implícita",
229     theme = theme_paper(11)
230   )
231
232 save_both(fig2, "FIG2_vol_overview", w=7.4, h=9.2)
233
234 message("OK: Figuras exportadas em PDF/PNG na pasta 'figures'.")
235
```