



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



ANTONIO PEDRO BATISTA CEREJO

COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE VIGAS CELULARES MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA

Uberlândia, 2026

ANTONIO PEDRO BATISTA CEREJO

COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE VIGAS CELULARES MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA

Defesa apresentada à Faculdade de Engenharia
Civil da Universidade Federal de Uberlândia,
como parte dos requisitos para a obtenção do
título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de concentração: Construção civil,
Estruturas e Geotécnica.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Rossi

Coorientador: Prof. Dr. Felipe Piana
Vendramell Ferreira

Uberlândia, 2026

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

C414 Cerejo, Antonio Pedro Batista, 2000-
2026 Comportamento estrutural de vigas celulares mistas de aço e
concreto com protensão externa [recurso eletrônico] / Antonio
Pedro Batista Cerejo. - 2026.

Orientadora: Alexandre Rossi.

Coorientadora: Felipe Piana Vendramell Ferreira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Pós-graduação em Engenharia Civil.

Modo de acesso: Internet.

DOI <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2026.294>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Engenharia civil. I. Rossi, Alexandre, 1994-, (Orient.). II.
Ferreira, Felipe Piana Vendramell, 1991-, (Coorient.). III.
Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em
Engenharia Civil. IV. Título.

CDU: 624

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091

Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Civil				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico, 333, PPGEC				
Data:	12 de março de 2026	Hora de início:	09:00 h	Hora de encerramento:	10:40 h
Matrícula do Discente:	12412ECV010				
Nome do Discente:	Antonio Pedro Batista Cerejo				
Título do Trabalho:	Comportamento Estrutural de vigas celulares mistas de aço e concreto com protensão externa				
Área de concentração:	Construção Civil, Estruturas e Geotecnia				
Linha de pesquisa:	Estruturas				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	CNPq - 301023/2025-5. Chamada Bolsa Produtividade 2025. Comportamento estrutural de vigas alveolares mistas de aço de alta resistência e concreto com protensão externa				

Reuniu-se, em sessão pública por webconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, assim composta pelos Professores Doutores: Marcela Moreira da Rocha Almeida - IFCE, Carlos Humberto Martins - UEM, Alexandre Rossi, orientador do candidato e, Felipe Piana Vendramell Ferreira - UEM, coorientador do candidato.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Alexandre Rossi, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Alexandre Rossi, Professor(a) do Magistério Superior**, em 12/03/2026, às 10:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Carlos Humberto Martins, Usuário Externo**, em 12/03/2026, às 10:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Felipe Piana Vendramell Ferreira, Usuário Externo**, em 12/03/2026, às 10:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcela Moreira da Rocha Almeida, Usuário Externo**, em 17/03/2026, às 09:21, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **7087458** e o código CRC **12DFFE06**.

RESUMO

Vigas celulares mistas de aço e concreto são definidas como a união de uma laje de concreto com uma viga de aço com aberturas circulares sequenciais, unidas através de conectores de cisalhamento, possibilitando o uso em grandes vãos, além de reduzir o peso próprio. Com o intuito de melhorar o desempenho ou visando à recuperação das estruturas, a protensão externa surge como uma opção viável tanto para aumentar a capacidade de carga quanto para reduzir deslocamentos em serviço. Entretanto, embora o uso da protensão seja consolidado no concreto armado, e normas como a ABNT NBR 8800:2024 e Eurocode 4 BS EN 1994-1:2026 abordem o dimensionamento de vigas mistas, e o Eurocode 3 BS EN 1993-1-13:2024 aborde o uso de vigas celulares, ainda não existem procedimentos normativos para a aplicação da protensão externa em vigas mistas de aço e concreto com aberturas celulares. Para isso, foi desenvolvido um modelo numérico através do software ABAQUS® a fim de analisar o comportamento estrutural de vigas celulares mistas de aço e concreto com protensão externa, baseando-se na validação de modelos experimentais disponíveis na literatura. Um estudo paramétrico foi conduzido avaliando a influência da excentricidade, força de protensão inicial, traçado e vão livre dos cabos, além da seção transversal e dos parâmetros geométricos das aberturas. A análise concentrou-se no estado limite de serviço definido pela ABNT NBR 8800:2024, adotando-se um critério de controle por deslocamentos correspondente a uma flecha máxima de $L/350$. Os resultados indicaram que a protensão externa aumentou o momento fletor equivalente em regime de serviço em todos os modelos analisados, com ganhos variando aproximadamente entre 20% e 45% em relação às vigas sem protensão, em função do traçado do cabo e da excentricidade adotada. Traçados poligonais apresentaram desempenho superior aos traçados retos, promovendo maior eficiência na redistribuição dos esforços internos. Observou-se ainda que a variação no diâmetro de abertura influencia o comportamento em regime elástico. Conclui-se que a protensão externa constitui uma estratégia eficaz para melhorar o desempenho em serviço de vigas celulares mistas, contribuindo tanto para o aumento da capacidade resistente quanto para a redução de deslocamentos, especialmente em configurações com traçados de cabos mais eficientes.

Palavras-chave: Vigas mistas de aço e concreto; Protensão externa; Aberturas circulares; Análise numérica.

ABSTRACT

Cellular composite steel–concrete beams are defined as the combination of a concrete slab and a steel beam with sequential circular openings, connected through shear connectors, enabling their application in long spans while reducing self-weight. In order to improve structural performance or support rehabilitation strategies, external prestressing emerges as a viable solution to increase load-carrying capacity and reduce serviceability deflections. However, although prestressing is well established in reinforced concrete, and standards such as ABNT NBR 8800:2024 and Eurocode 4 BS EN 1994-1:2026 address the design of composite beams, while Eurocode 3 BS EN 1993-1-13:2024 covers cellular beams, there are still no normative procedures for the application of external prestressing in cellular composite steel–concrete members. In this context, a numerical model was developed using ABAQUS® to investigate the structural behavior of externally prestressed cellular composite beams, based on validation against experimental models available in the literature. A parametric study was carried out to evaluate the influence of cable eccentricity, initial prestressing force, cable profile and span, as well as cross-sectional properties and geometric parameters of the openings. The analysis focused on the serviceability limit state defined by ABNT NBR 8800:2024, adopting a displacement-based criterion corresponding to a maximum deflection of $L/350$. The results indicated that external prestressing increased the equivalent bending moment under service conditions in all analyzed models, with gains ranging from approximately 20% to 45% compared to non-prestressed beams, depending on the cable profile and eccentricity. Polygonal cable layouts showed superior performance compared to straight profiles, promoting a more efficient redistribution of internal forces. It was also observed that variations in opening diameter influence the elastic behavior of the beams. Overall, external prestressing proved to be an effective strategy to enhance the service performance of cellular composite beams, contributing both to increased load capacity and reduced deflections, particularly when efficient cable layouts are adopted.

parameters.

Keywords: Composite steel and concrete beams; External prestressing; Cellular openings; Numerical analysis

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Herbert Miranda Batista e minha mãe Antonia Maria Cerejo da Silva, por sempre me apoiarem em todas minhas decisões;

Ao meu orientador e amigo Alexandre Rossi, por todo conselho, ajuda, dedicação e apoio incessante. Agradeço imensamente pela disposição e oportunidade de trabalhar com pesquisa;

Ao coorientador Felipe Pianna Vendramell Ferreira, por todos conselhos, ideias e disponibilidade ao longo de todo trabalho;

Aos colegas que tive oportunidade de trabalhar e compartilhar a vida acadêmica;

Ao programa de pós graduação da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) pelo primeiro acolhimento e pela oportunidade de aprendizado;

Ao programa de pós graduação da Universidade Estadual de Maringá (UEM) pela oportunidade de expandir a pesquisa;

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) número 301023/2025-5 pelo apoio financeiro concedido;

À minha namorada Suianne por todo amor, paciência e apoio durante essa trajetória.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Processo de corte de vigas celulares de aço.....	9
Figura 1.2: Estrutura em viga mista de aço e concreto protendida da Ponte sobre o córrego Campestre em Lins/SP	10
Figura 1.3: Viga celular mista com protensão externa.....	11
Figura 1.4: Fluxograma da metodologia do trabalho.....	14
Figura 2.1: Tipos de traçado do cabo de protensão.....	18
Figura 2.2 – Vigas A, B e C.....	20
Figura 2.3 – Corte das vigas.....	20
Figura 2.4 – Ensaio de Chen e Gu.....	21
Figura 2.5 – Esquema de ensaio de Lorenc e Kubica.....	22
Figura 2.6 – Viga com cabo poligonal.....	23
Figura 2.7 – Processo de fabricação das vigas casteladas.....	26
Figura 2.8 – Processo de fabricação das vigas celulares.....	27
Figura 2.9 – Processo de fabricação das vigas Angelinas TM	27
Figura 2.10 – Vigas com abertura de base elíptica.....	28
Figura 2.11 Instabilidade no montante de alma por cisalhamento.....	29
Figura 2.12: ensaio realizado por Müller <i>et al.</i>	30
Figura 2.13: ensaio realizado por Najdai.....	32
Figura 2.14: ensaio realizado por Sheehan <i>et al.</i>	33
Figura 2.15: ensaio realizado por Afefy <i>et al.</i>	34
Figura 2.16 Autovalor no modo <i>Buckle</i>	37
Figura 2.17 Descontinuidades.....	38
Figura 2.18 Curva carga por deslocamento.....	39
Figura 2.19 Algoritmo de Riks modificado.....	40
Figura 3.1 – Modelo analítico de Ward.....	42
Figura 3.2 - Modelo analítico de Lawson <i>et al.</i>	44
Figura 3.3 Modelo analítico de Panedpojaman <i>et al.</i>	46
Figura 3.4: Diferentes traçados de cabos de protensão.....	49
Figura 3.5: Procedimento para determinação do incremento na protensão.....	52
Figura 3.6: Traçado retilíneo ao longo de todo vão.....	54

Figura 3.7: Traçado retilíneo com comprimento menor que o vão.....	54
Figura 3.8: Traçado poligonal.....	55
Figura 3.9: Carregamentos considerados.....	55
Figura 3.10: Linha neutra na mesa (Caso I-A)	59
Figura 3.11: Linha neutra na alma (Caso I-B)	60
Figura 3.12: Distribuição de tensões (Caso II)	62
Figura 3.13: Distribuição de tensões na seção transversal.....	63
Figura 3.14: Cortante devido a protensão.....	66
Figura 3.15: Distribuição de momentos na viga mista para momento fletor negativo.....	69
Figura 3.16: Efeito dos cabos de protensão na flambagem lateral.....	72
Figura 4.1: Curva tensão <i>versus</i> deformação para o modelo quadri-linear.....	75
Figura 4.2: Modelo bi-linear com encruamento.....	76
Figura 4.3: Modelo elastoplástico perfeito.....	77
Figura 4.4 – Definição dos diferentes módulos de elasticidade.....	79
Figura 4.5: Modelo de abertura de fissura.....	81
Figura 4.6: Elementos finitos utilizados.....	82
Figura 4.7: Discretização da malha dos modelos.....	83
Figura 4.8: Propriedades de contato.....	83
Figura 4.9: Condições de contorno.....	85
Figura 4.10: Detalhes da seção transversal.....	85
Figura 4.11: Resultados da aferição do modelo numérico.....	86
Figura 4.12: Resultados da aferição do modelo numérico.....	87
Figura 4.13: Condições de contorno.....	87
Figura 4.14: Detalhes da seção transversal.....	88
Figura 4.15: Resultados da aferição do modelo numérico.....	89
Figura 4.16: Resultados da aferição do modelo numérico.....	89
Figura 4.17: Condições de contorno.....	90
Figura 4.18: Detalhes da seção transversal.....	91
Figura 4.19: Resultados da aferição do modelo numérico.....	92
Figura 4.20: Condições de contorno.....	93
Figura 4.21: Detalhes da seção transversal.....	93
Figura 4.22: Resultados da aferição do modelo numérico.....	94
Figura 5.1: Seção transversal e corte longitudinal das vigas do estudo paramétrico.....	96

Figura 5.2 – Viga sem protensão.....	100
Figura 5.3 – Viga com $e = 50\text{mm}$	100
Figura 5.4 – Viga com $e = -50\text{mm}$	101
Figura 5.5 – Viga com $e = -100\text{mm}$	101
Figura 6.1: diferentes traçados comparados com o modelo de controle.....	108
Figura 6.2: Comparação momento vs deslocamento com todos os modelos	110
Figura 6.3 - Momento vs deflexão para $e = 50\text{mm}$	111
Figura 6.4 - Momento vs deflexão para $e = -50\text{mm}$	111
Figura 6.5 – Momento vs deflexão para $e = -100\text{mm}$	112
Figura 6.6: Ganho percentual relativo sobre a viga de controle.....	113
Figura 6.7: Comparação geral de todos os modelos com o modelo controle.....	114
Figura 6.8: Comparação do nível de protensão.....	115
Figura 6.9: Comparação entre vãos e modelo e traçado de cabo.....	116
Figura 6.10: Comparação entre o momento fletor equivalente de cada perfil e traçado de protensão.....	117
Figura 6.11: Tensões para limite de deslocamento de serviço em cada seção transversal.....	118
Figura 6.12: Tensões pra cabo reto e poligonal em cada diâmetro de abertura.....	119
Figura 6.13: Comparação entre os diferentes modelos de traçado e abertura.....	120
Figura 6.14: tensões equivalentes para o deslocamento de serviço.....	121
Figura 6.15: Comparação modelos numéricos e modelo analítico.....	122
Figura 6.16: Todos modelos comparados com modelos analíticos.....	123

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Resumo dos trabalhos experimentais.....	28
Tabela 2.2 - Resumo dos trabalhos analisados	38
Tabela 3.1 - Coeficientes de m, n, o, p e q para o método de Grilo et al. (2018)	53
Tabela 4.1 - Nomenclatura dos modelos utilizados.....	80
Tabela 4.2 - Resumo das propriedades plásticas.....	84
Tabela 4.3 - Parâmetros para agregados.....	85
Tabela 4.4 - Valores de acordo com classe de resistência.....	86
Tabela 4.5 - Propriedades geométricas do modelo.....	92
Tabela 4.6 - Propriedades mecânicas do modelo.....	92
Tabela 4.7 - Resultados da aferição.....	93
Tabela 4.8 - Propriedades geométricas do modelo.....	95
Tabela 4.9 - Propriedades mecânicas do modelo.....	96
Tabela 4.10 - Resultados da aferição	96
Tabela 4.11 - Propriedades geométricas do modelo.....	98
Tabela 4.12 - Propriedades mecânicas do modelo.....	98
Tabela 4.13 - Resultados da aferição.....	99
Tabela 4.14 - Propriedades geométricas do modelo.....	101
Tabela 4.15 - Propriedades mecânicas do modelo.....	102
Tabela 4.16 - Resultados da aferição.....	102
Tabela 5.1 – Configuração dos modelos do estudo paramétrico.....	105

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	INTRODUÇÃO	13
1.1	ENUNCIADO DO PROBLEMA.....	13
1.2	JUSTIFICATIVA	16
1.3	OBJETIVOS.....	17
1.4	METODOLOGIA RESUMIDA	18
1.5	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	19
CAPÍTULO 2	ESTADO DA ARTE.....	21
2.1	VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA.....	21
2.1.1	Comportamento estrutural	22
2.1.2	Estudos experimentais	24
2.2	VIGAS ALVEOLARES MISTAS DE AÇO E CONCRETO	29
2.2.1	Processo de fabricação do perfil celular	30
2.2.2	Comportamento estrutural de vigas celulares.....	32
2.2.3	Estudos experimentais	34
2.3	VIGAS MISTAS COM ABERTURA NA ALMA E PROTENSÃO EXTERNA	38
2.4	FUNDAMENTOS DA MODELAGEM NUMÉRICA	39
2.4.1	Imperfeições iniciais.....	40
2.4.2	Método de análise.....	41
CAPÍTULO 3	MODELOS ANALÍTICOS.....	45
3.1	CAPACIDADE RESISTENTE À INSTABILIDADE NO MONTANTE DE VIGAS CELULARES	45
3.1.1	Ward (1990).....	45
3.1.2	Lawson <i>et al</i> (2011).....	47
3.1.3	Panedpojaman <i>et al.</i> (2014).....	49
3.1.4	Grilo <i>et al</i> (2018).....	50

3.2	RESISTÊNCIA DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA	52
3.2.1	Protensão externa na viga mista	53
3.2.2	Força de protensão inicial.....	54
3.2.3	Incremento na força de protensão.....	56
3.2.4	Perdas de protensão	61
3.2.5	Resistencia ao momento fletor para a viga mista protendida	62
3.2.6	Flexo-compressão	67
3.2.7	Esforço cortante.....	68
3.2.8	Flambagem lateral com distorção.....	72
CAPÍTULO 4 MODELAGEM NUMÉRICA		77
4.1	MODELOS FÍSICOS PARA VALIDAÇÃO.....	77
4.1.1	Materiais	78
4.1.2	Discretização	86
4.1.3	Interação entre os elementos.....	87
4.2	AFERIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	90
4.2.1	Modelo de Nadjai (2007).....	90
4.2.2	Modelo de Müller <i>et al</i> (2006)	94
4.2.3	Modelo de Ayyub <i>et al</i> (1990).....	96
4.2.4	Modelo de Almeida (2023).....	99
CAPÍTULO 5 ESTUDO PARAMÉTRICO		103
5.1	PARÂMETROS ANALISADOS	103
5.2	CONFIGURAÇÕES GEOMÉTRICAS DO ESTUDO PARAMÉTRICO	104
CAPÍTULO 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES		108
6.1	TRAÇADO DO CABO	108
6.2	FORÇA DE PROTENSÃO	114
6.3	RELAÇÃO VÃO-ALTURA	116
6.4	SEÇÃO TRANSVERSAL	117

6.5	DIÂMETRO DE ABERTURA.....	119
6.6	MODELO ANALITICO	123
CAPÍTULO 7 CONCLUSÕES.....		127
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA.....		129

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados as sínteses e os conceitos que delimitam o tema dessa pesquisa, assim como as justificativas e os objetivos do estudo.

1.1 ENUNCIADO DO PROBLEMA

O uso de estruturas mistas de aço e concreto na construção civil tem sido cada vez mais difundido e amplamente utilizado em diversos contextos. Vigas mistas são resultado da combinação de um perfil de aço, como perfis I ou caixão, com uma laje de concreto, que pode variar entre lajes maciças, mistas ou alveolares pré-fabricadas. Essa união é possível graças aos conectores de cisalhamento, que permitem que ambos os materiais trabalhem de maneira conjunta para resistir aos esforços. Dentre as vantagens da utilização de elementos mistos, destacam-se a capacidade de vencer grandes vãos mantendo uma boa relação entre carga e peso próprio.

Além disso, a tendência da industrialização no setor da construção civil faz com que o uso de elementos mistos de aço e concreto seja impulsionado, visto que promove uma maior precisão dimensional e maior eficácia na gestão no canteiro de obra. Nesse contexto a utilização de elementos mistos de aço e concreto reduz os prazos, apresentando cronogramas mais curtos como também promove a racionalização de material e mão-de-obra (Almeida, 2023).

No início do século XX, a inovação de cortar e expandir a alma do perfil para aumentar a rigidez da seção transversal foi introduzida pela *Chicago Bridge and Iron Works*, permitindo a criação das primeiras vigas alveolares. Essas vigas apresentam diferentes padrões e geometrias de abertura, entre elas destacam-se as vigas casteladas, com aberturas em formato hexagonal, e as vigas Angelinas™, que possuem um padrão de abertura senoidal, enquanto vigas com aberturas circulares são denominadas de vigas celulares (Ferreira, Martins e Nardin, 2021). Vigas celulares de aço são produzidas através de dois cortes em forma de semicírculo ao longo de todo comprimento da alma e em seguida são separados e soldados novamente. a **Figura 1.1** ilustra o processo de fabricação de vigas celulares.

Figura 1.1 - Processo fabricação de vigas celulares de aço



Fonte: Grilo *et al* (2018)

Contudo, foi somente no início da década de 1990, com o avanço das tecnologias de corte e soldagem automatizadas, que a produção dessas vigas se tornou economicamente viável, possibilitando sua ampla aplicação no mercado da construção civil (Ferreira *et al.*, 2021). Ferreira (2021) também afirma que as principais vantagens do uso de vigas celulares, além do ganho de resistência e redução do peso próprio, incluem a melhor integração com os serviços de tubulações e melhora na drenagem do fluxo de ar.

A crescente demanda por estruturas mais econômicas e eficientes, como as estruturas mistas de aço e concreto com aberturas na alma, tem se destacado na construção civil, especialmente em países europeus, devido à capacidade de reduzir o peso próprio das estruturas, eliminar a necessidade de fôrmas e escoramentos, e acelerar o processo construtivo. As vigas celulares, em particular, são ideais para projetos que requerem espaços amplos e abertos, como estacionamentos, indústrias, armazéns, edifícios de escritórios, escolas e hospitais. Sua aplicação em estacionamentos é especialmente vantajosa, pois permite vencer vãos maiores, minimizando o número de pilares e simplificando o processo construtivo (Ferreira, *et al* 2020).

De forma complementar, o uso da protensão em vigas mistas de aço e concreto tem se mostrado uma estratégia eficaz para a transposição de grandes vãos. A protensão introduz um estado inicial de compressão na seção, que se opõe às tensões de tração induzidas pelas ações externas. Como resultado, eleva-se a capacidade de carga necessária para o início do escoamento, quando comparado com o modelo sem protensão, aumentando o momento fletor resistente antes da plastificação da seção, além de reduzir os deslocamentos em regime de serviço (Chen e Gu, 2005). Esse mecanismo permite uma utilização mais eficiente dos materiais, viabilizando a adoção de seções de menor porte e contribuindo para a redução de custos. Além disso, a protensão amplia as possibilidades arquitetônicas ao permitir o controle

de flechas e a limitação da altura estrutural, favorecendo soluções mais esbeltas e compatíveis com exigências funcionais, arquitetônicas e construtivas (Ferreira, 2007).

Ademais, a protensão externa surge como uma solução eficaz tanto para a recuperação quanto para o reforço de estruturas, especialmente em viadutos e pontes metálicas que enfrentam deterioração por intempéries ou aumento de tráfego. Essa técnica é particularmente vantajosa quando há necessidade de melhorar a capacidade resistente e reduzir deslocamentos verticais, com mínima interferência no funcionamento da estrutura e rápida execução. Atualmente, no Brasil, a empresa Eco Pontes que executa obras de pontes e passarelas, possui uma linha de vigas mistas de concreto e aço chamada de Eco Mix, onde é comum o uso da protensão em situações específicas. Nas **Figuras 1.2a** e **Figura 1.2b** é possível observar a ponte executada sobre o córrego Campestre em Lins, São Paulo.

Figura 1.2 - Estrutura em viga mista de aço e concreto protendida da Ponte sobre o córrego Campestre em Lins/SP



Fonte: Ecopontes (2021)

Entretanto, apesar das vantagens conhecidas e do uso prático desse tipo de solução, as normas brasileiras ainda se limitam a associar a protensão ao concreto, vide norma ABNT NBR 6118:2023. Verifica-se a ausência de procedimentos normativos para seções metálicas e mistas, onde a ABNT NBR 8800:2024 aborda apenas o uso da protensão em parafusos.

Aliado a isso, o projeto de vigas celulares é abordado em publicações como o SCI P355 (Lawson; Hicks, 2011), *Steel Design Guide* 31 (Fares *et al.*, 2016a) além de estar explicitamente incluído em uma nova parte do *Eurocode 3* EN 1993-1-13:2024 (Eurocode 3-Design of steel structures, 2024), em nenhum caso é abordado o uso da protensão em perfis celulares. Portanto, não há procedimentos normativos específicos para a análise e dimensionamento de vigas

celulares mistas com protensão, e os estudos disponíveis sobre o comportamento desse sistema, especialmente os experimentais, são escassos.

Diante desse cenário, considerando a insuficiência de estudos sobre vigas celulares mistas com protensão externa, essa pesquisa teve como objetivo a investigação do comportamento de vigas celulares mistas de aço e concreto com protensão externa via simulação numérica através do *software* de elementos finitos ABAQUS®(Dassault Systèmes, 2020). Inicialmente foram revisados trabalhos experimentais disponíveis na literatura relativos a ensaios de flexão em momento positivo para vigas celulares mistas e vigas mistas com protensão externa. Com a validação dos modelos experimentais, foi possível calibrar um modelo numérico para que fossem realizadas variações de parâmetros da protensão e da abertura na alma. A análise foi desenvolvida com base em um modelo de viga mista celular com protensão externa, na qual foram investigadas influências relativas à protensão, como diferentes configurações de traçado dos cabos, considerando as disposições reta e poligonal, bem como variações de excentricidade e comprimento. Além disso, foram avaliados parâmetros geométricos como o diâmetro de abertura e a seção transversal relativos à viga celular. Visando a aplicação prática desse tipo de estrutura, o limite de deslocamento máximo no meio do vão imposto pela ABNT NBR 8800:2024 (ABNT, 2024) para vigas mistas de piso definido como $L/350$ foi utilizado como critério de parada e comparação de resultados. Através dos *history outputs*, os valores de tensões atuantes, deslocamentos e carregamento na estrutura foram obtidos. A partir desses resultados, foi adaptado o modelo de blocos de tensão para a seção com abertura na alma e protensão afim de determinar a altura da linha neutra e o momento afim de servir como recomendação de projeto.

1.2 JUSTIFICATIVA

Nas últimas décadas, a construção civil no Brasil tem ampliado o uso de elementos estruturais em aço, que eram tradicionalmente mais comuns no setor industrial, mas agora estão ganhando espaço em edifícios de múltiplos pavimentos e infraestruturas rododferroviárias. A combinação do aço e concreto em vigas mistas, cada vez mais utilizada, oferece uma série de vantagens, como maior resistência, menor peso próprio, maior precisão dimensional e rapidez na execução. Esses sistemas não apenas permitem cobrir grandes vãos com eficiência, mas também atendem as demandas por processos construtivos rápidos e sustentáveis, maximizando as propriedades de cada material: o concreto na compressão e o aço na tração.

Entretanto, há uma lacuna dentro da literatura a respeito de vigas celulares mistas com protensão externa. A ABNT NBR 8800:2024 apresenta os critérios para o dimensionamento de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto. No entanto, a norma não contempla de forma específica o uso de vigas celulares, tampouco prevê diretrizes para a aplicação de protensão externa. De maneira similar, o Eurocode 4 (BS EN 1994-1, 2026) estabelece os princípios de dimensionamento para estruturas mistas de aço e concreto, porém não aborda a utilização de protensão externa

Outrossim, normas estrangeiras como o Eurocode 3 (BS EN 1993-1-13, 2024) e SCI P355 (Lawson; Hicks, 2011) além de manuais técnicos como o *Steel Design Guide* 31 (Fares *et al.*, 2016b) apresentam procedimentos para estimativa da capacidade resistente de vigas alveolares mistas, mas não abordam o uso da protensão externa. Ademais, trabalhos que abordem protensão externa em vigas celulares mistas são escassos e majoritariamente numéricos.

Apesar da ausência normativa para perfis metálicos, o uso da protensão no cenário brasileiro é uma técnica amplamente utilizada em estruturas de concreto, com a eficácia comprovada pelas várias vantagens que oferece, como a redução dos deslocamentos verticais, o melhor controle das fissuras nas regiões de flexão negativa, o incremento da capacidade última à flexão das vigas e o aumento da capacidade de vencer grandes vãos. Portanto, dada a lacuna existente de pesquisa no que diz respeito ao comportamento de estruturas mistas celulares com protensão externa e do potencial do país para implementar esse sistema e sua eficácia já comprovada, torna-se essencial investir em estudos que aprofundem o entendimento sobre o desempenho dessas vigas.

1.3 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo geral analisar o comportamento estrutural de vigas celulares mistas de aço e concreto com protensão externa. A partir desse objetivo geral têm-se os seguintes objetivos específicos:

- I. Desenvolver um modelo numérico para avaliar o comportamento de vigas celulares mistas com protensão externa;
- II. Avaliar a influência de parâmetros geométricos, de abertura, traçado e excentricidade dos cabos além da força de protensão inicial;
- III. Avaliar o comportamento estrutural da viga mista de aço e concreto com protensão externa;

-
- IV. Verificar procedimento analítico afim de determinar o momento atuante para um deslocamento de serviço para vigas celulares mistas de aço e concreto com protensão externa.

1.4 METODOLOGIA RESUMIDA

Esta dissertação de mestrado teve como objetivo principal investigar numericamente via *software* ABAQUS® o comportamento estrutural de vigas celulares mistas de aço e concreto com protensão externa. O estudo se concentrará na realização de uma análise paramétrica, investigando a influência do traçado e excentricidade do cabo, seção transversal e geometria de abertura dos perfis celulares, bem como o vão e a força de protensão inicial.

A principal ferramenta metodológica trata-se da utilização do *software* ABAQUS®. A modelagem numérica será realizada em duas etapas. Na primeira etapa será estabelecido os modelos de validação numérica que consistem na modelagem e comparação de resultados obtidos por estudos experimentais. Para isso, será utilizado quatro estudos experimentais. Os dois primeiros de autoria de Nadjai (2007) e Müller *et al* (2006) que ensaiaram vigas celulares mistas em perfis com dupla simetria e laje mista, realizando variações na geometria da abertura. O terceiro trabalho é de autoria de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990) que ensaiaram vigas mistas com protensão externa de alma cheia com lajes maciças variando o traçado do cabo. Por fim, o quarto trabalho é de autoria de Almeida (2023) que realizou ensaios em vigas mistas de alma cheia com protensão externa e lajes mistas. Após isso, a segunda etapa da modelagem numérica será utilizada para o desenvolvimento do estudo paramétrico, onde serão realizadas variações nos parâmetros. Dessa forma, por meio das simulações numéricas, serão conduzidas as seguintes etapas:

- I. Desenvolver um modelo numérico, com base em referências bibliográficas, para prever o comportamento de vigas mistas de aço e concreto com aberturas de base circular;
- II. Desenvolver um modelo numérico, com base em referências bibliográficas, para prever o comportamento de vigas mistas de alma cheia com protensão externa submetidas a momento fletor positivo;
- III. Validar o modelo numérico desenvolvido, por meio da comparação de seus resultados com dados experimentais disponíveis na literatura;

-
- IV. Definição e desenvolvimento do estudo paramétrico, estabelecendo os valores da força de protensão inicial, o traçado dos cabos e a variação do vão e geometria das aberturas dos perfis para a determinação do comportamento estrutural;
 - V. Desenvolver um modelo analítico a partir da adaptação da teoria dos blocos de tensão adaptado para as aberturas celulares e protensão externa.

Dessa forma, por meio das simulações numéricas, serão realizadas as análises necessárias para compreender melhor o comportamento estrutural dessas vigas sob diferentes condições. Após a obtenção do banco de dados gerado pelas simulações, os resultados serão comparados com procedimentos analíticos e poderão ser utilizados para propor adaptações nas recomendações existentes.

1.5 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho está estruturado em sete capítulos. No *Capítulo 1*, são apresentados o enunciado do problema, a proposta do estudo, a justificativa, os objetivos, e uma síntese da metodologia.

O *Capítulo 2* aborda o estado da arte, apresenta uma revisão de literatura, incluindo uma análise de referências que identifica os principais estudos sobre vigas mistas de aço e concreto protendidas, com um detalhamento dos trabalhos mais relevantes. Além disso, são apresentados exemplos práticos de aplicação dessas vigas em projetos reais. Também é apresentado uma breve revisão de como será fundamentada a análise numérica.

O *Capítulo 3* descreve os procedimentos analíticos utilizados para a análise e dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas e para vigas celulares mistas.

O *Capítulo 4*, é apresentada uma proposta de modelagem numérica para essas vigas, juntamente com a validação do modelo numérico por meio de comparações com resultados experimentais disponíveis na literatura.

O *Capítulo 5* detalha o planejamento do estudo paramétrico, apresentando os parâmetros investigados, as propriedades dos materiais e as características geométricas do modelo utilizado.

O *Capítulo 6*, são expostos os resultados obtidos no estudo paramétrico e as discussões das investigações realizadas, incluindo análises qualitativas, quantitativas e comparações entre os resultados numéricos e os procedimentos analíticos.

O *Capítulo 7* apresenta as conclusões obtidas através da validação dos modelos numéricos, modelos paramétricos e comparação com modelo analítico.

CAPÍTULO 2

ESTADO DA ARTE

Neste capítulo, é apresentada uma revisão bibliográfica sobre vigas celulares mistas com protensão externa e vigas celulares mistas. Inicialmente, foram discutidos os conceitos e características das vigas mistas de alma cheia com protensão externa, com base nas principais pesquisas experimentais e numéricas que analisam seu comportamento estrutural. Em seguida, são abordadas as vigas mistas com aberturas na alma, bem como os tipos e estudos experimentais e analíticos. Por fim, a metodologia de análise e fundamentação da modelagem numérica.

2.1 VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA

A protensão consiste em aplicar tensões de compressão em regiões onde há esforços de tração proveniente do carregamento externo, a fim de reduzir ou anular esses esforços. Como consequência, promove a melhora do comportamento mecânico e reduz os deslocamentos de serviço, sob diversas condições de carga. O uso da protensão foi inicialmente desenvolvido em estruturas de concreto. A primeira proposta de protender o concreto foi feita em 1886 por P. H. Jackson, de São Francisco (LEONHARDT, 1983). No final do século XIX, várias patentes de métodos de protensão e ensaios surgiram, mas sem sucesso, pois a protensão era perdida devido à retração e à fluência do concreto, fenômenos ainda pouco conhecidos na época. Apenas em 1912, Koenen e Mörsch reconheceram que a protensão se perdia ao longo do tempo por conta da retração e da deformação lenta do concreto.

A ideia de protensão de um perfil de aço estrutural e de membros compostos aço-concreto também é relativamente antiga, e há poucos estudos realizados até o momento. Por exemplo, em 1949, Dischinger propôs o uso de cabos de alta resistência para a protensão em pontes com estrutura mista em vãos biapoiados e contínuos. Em 1950, Coff, que inicialmente trabalhava com protensão em estruturas de aço, expandiu seus estudos para incluir estruturas mistas protendidas, obtendo a patente desse sistema nos Estados Unidos. Szilard (1959) desenvolveu equações para calcular as tensões em uma viga mista simplesmente apoiada, protendida com cabos em traçado poligonal. As equações incluíam as perdas de protensão

devido à fluência e retração da laje de concreto, bem como o relaxamento das tensões nos cabos. (Ayyub et al., 1990)

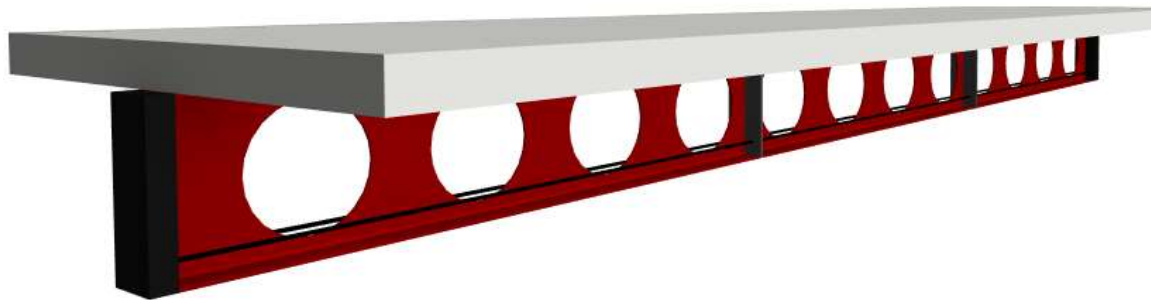
Troitsky (1990) indica que o avanço dessa técnica ocorreu de forma mais acelerada em países industrializados, como os Estados Unidos, a antiga União Soviética, Inglaterra, Bélgica e Alemanha, entre outras regiões. Esses países impulsionaram o uso e aperfeiçoamento da protensão em estruturas devido ao acesso a tecnologias mais desenvolvidas e à necessidade de construção de obras de grande porte e alta complexidade estrutural. Os primeiros procedimentos específicos para o projeto e dimensionamento de estruturas metálicas protendidas foram publicados em Moscou, em 1963 (em russo), e em Praga, em 1969 (em tcheco). Em 1968, o ASCE-AASHTO também formou um subcomitê dedicado a estudar o uso da protensão em estruturas metálicas e mistas, com foco tanto em novas construções quanto na recuperação de pontes (TROITSKY, 1990)

2.1.1 Comportamento estrutural

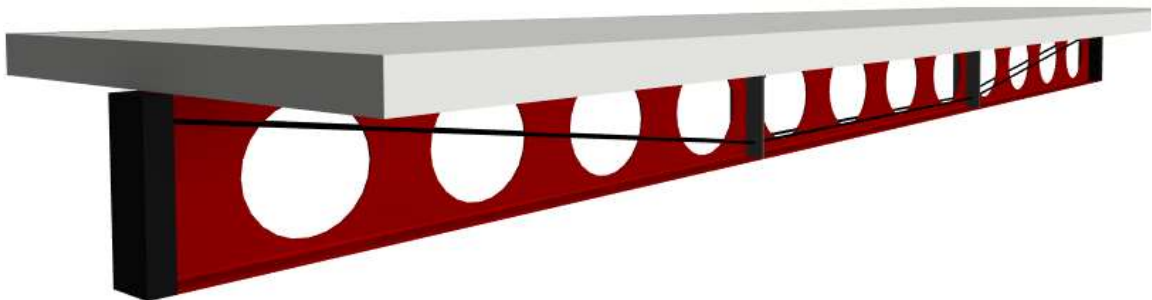
O comportamento estrutural de vigas mistas com protensão externa leva em consideração, principalmente, fatores como a disposição e o traçado dos cabos, o vão livre e a força de protensão inicial. O cabo de aço é posicionado próximo às fibras tracionadas, de modo que a força de tração aplicada aos cabos, resulte em um momento fletor adicional que alivia o momento fletor causado pelo carregamento externo. Dessa forma, em vigas biapoiadas, o uso eficiente dos materiais ocorre quando os cabos de protensão são posicionados na região tracionada da viga, geralmente próximos à mesa inferior do perfil de aço.

O traçado dos cabos é um fator importante a ser considerado para a distribuição adequada dos esforços em vigas mistas com protensão externa. Normalmente, esses cabos possuem um traçado retilíneo ou poligonal. A utilização do traçado poligonal se dá na tentativa de acompanhar o desenho do diagrama de momentos fletores atuantes na viga, sendo possível sua execução através do uso de desviadores. Por outro lado, o traçado retilíneo é utilizado para reduzir o número de desviadores e simplificar a execução (Ferreira, 2007) Na **Figura 2.1a** e **Figura 2.1b** é ilustrado os diferentes traçados de cabos em vigas celulares mistas

Figura 2.1– Tipos de traçado do cabo de protensão.



a) Traçado reto



b) Traçado poligonal

Fonte: Autor (2026)

Os cabos de protensão são posicionados fora da seção transversal da peça, e a força de protensão é transmitida exclusivamente nos pontos de ancoragem e nos desviadores. A aderência entre os cabos e a estrutura ocorre apenas nesses pontos. Os desviadores devem ser instalados com alta precisão para minimizar o atrito, evitar danos ao aço de protensão e gerar excentricidades. Esse tipo de protensão utiliza cabos de aço que podem ser encontrados em forma de fios de aço carbono, isolados ou em forma de cordoalhas, revestidos de uma bainha de polietileno de alta densidade e costumam ser aproximadamente três vezes mais resistentes do que o aço utilizado em estruturas de concreto armado (Lima, 2018)

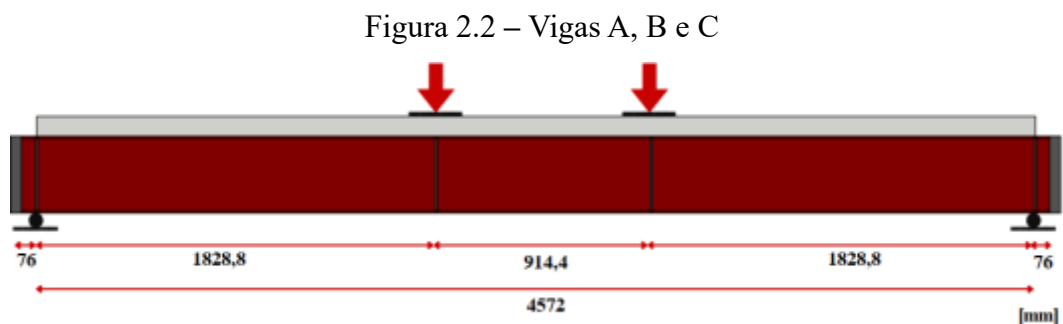
Outro fator importante a ser considerado ao utilizar a protensão, sendo ela externa ou interna à seção, é a perda da força de protensão nos cabos. Pode-se classificar este fenômeno em dois tipos: perdas imediatas e perdas diferidas no tempo. No caso das perdas imediatas, as mesmas ocorrem durante a aplicação da força de protensão, em um curto espaço de tempo. Essas perdas são causadas por alguns fatores como o atrito entre a bainha e a cordoalha; a acomodação das cunhas de ancoragem ou, no caso de estruturas de concreto, o encurtamento elástico do concreto. Em contrapartida, as perdas diferidas ao longo do tempo ocorrem ao longo de anos. No caso de peças de concreto a perda de protensão pode estar relacionada aos

fenômenos de retração e fluência do material. Em relação aos cabos de protensão, as perdas podem estar relacionadas ao processo de relaxação da cordoalha, onde a armadura de protensão quando tracionada e mantida com comprimento constante, acaba sofrendo um alívio de tensão ao longo do tempo

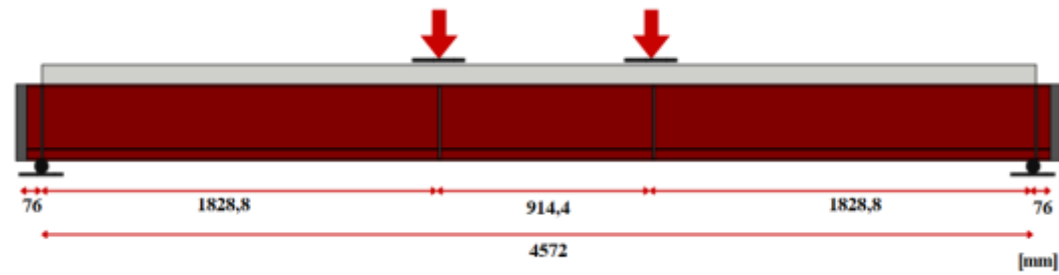
2.1.2 Estudos experimentais

Dentro das pesquisas experimentais que visam entender o comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto protendidas, destaca-se o trabalho de Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989). Os autores realizaram um estudo sobre o comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto protendidas, que resultou na publicação de dois artigos — um analítico (Ayyub et al., 1989b) e outro experimental (Ayyub et al., 1990b). No estudo experimental, foram ensaiadas duas vigas mistas com protensão externa: a primeira com o cabo posicionado ao longo da mesa superior do perfil, para avaliar o comportamento sob momentos negativos; e a segunda com cabos ao longo da mesa inferior, para analisar o comportamento sob momentos positivos.

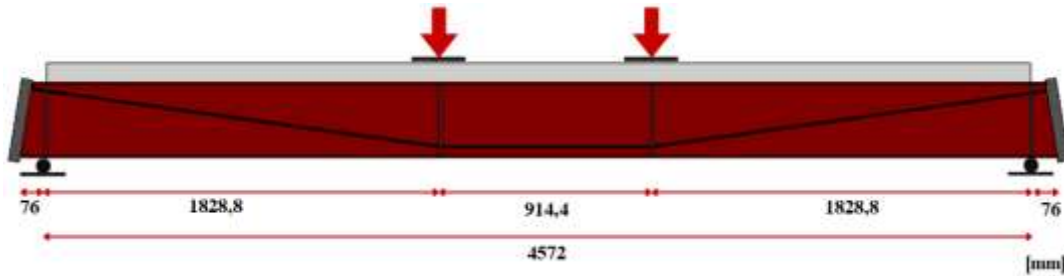
Os resultados dos testes mostram que a protensão em uma viga mista aumenta o patamar de escoamento, reduz os deslocamentos e aumenta a resistência última. Com base nos resultados experimentais, foi feita uma comparação entre tipos de protensão, com barras ou cabos. Os autores recomendaram o uso de barras ao invés de barras protendidas por conta da elevada resistência dos cabos e menor peso de aço a ser utilizado. Com isso, concluiu-se que o cabo com traçado reto é mais eficaz que o traçado poligonal. A **Figura 2.2a**, **Figura 2.2b** e **Figura 2.2c** mostra o projeto das vigas A, B e C enquanto a **Figura 2.3** mostra o corte esquemático dos projetos.



a) Viga A



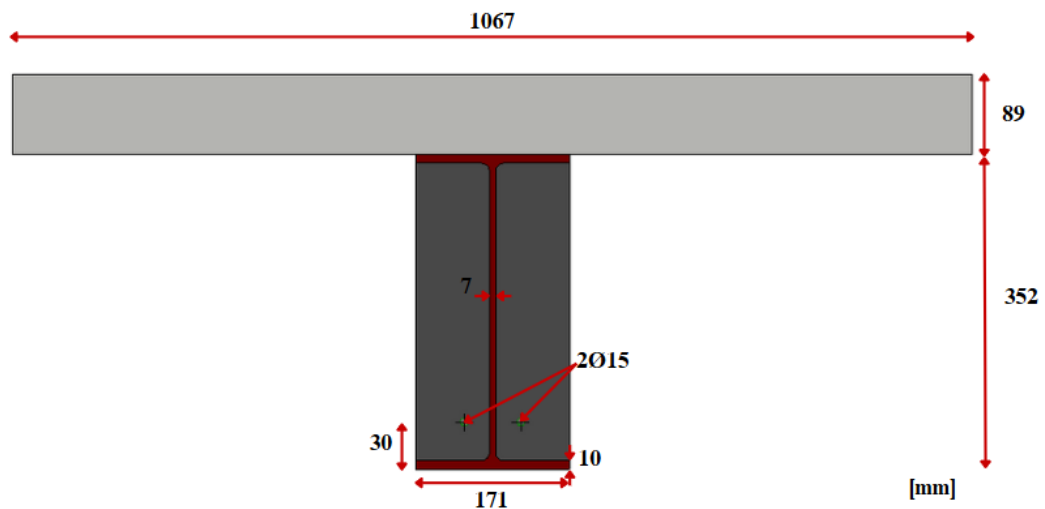
b) Viga B



c) Viga C

Fonte: Adaptado de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990).

Figura 2.3 – Corte das vigas



Fonte: Adaptado de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990).

Chen e Gu (2005) realizaram experimentos em duas vigas mistas protendidas sujeitas a momentos fletores positivos. A primeira viga foi testada em duas situações. Inicialmente, foi carregada sem a aplicação da protensão, até que a mesa inferior do perfil atingisse o escoamento. Após essa etapa, a viga foi descarregada e, em seguida, protendida. Posteriormente, ela foi novamente carregada até a sua falha. A segunda viga foi ensaiada em apenas um estágio, com a presença da protensão até a falha. As vigas eram compostas por uma

laje de concreto, um perfil metálico tipo I e dois cabos de aço protendidos. Foram utilizados duas linhas de conectores de cisalhamento, com 16 mm de diâmetro e 65 mm de comprimento, posicionadas de forma simétrica na mesa superior do perfil, com espaçamento transversal de 76 mm e espaçamento longitudinal de 200 mm. A protensão aplicada consistia em dois feixes de sete cabos de 5 mm de diâmetro, cada um com uma seção transversal total de 137,4 mm². Esses cabos foram ancorados nas extremidades por meio de placas de 25 mm de espessura, posicionadas 30 mm acima da mesa inferior do perfil, e dispostos de ambos os lados da alma ao longo de toda a viga. A protensão foi ativada após o concreto atingir a resistência de projeto (30 MPa). É possível observar na **Figura 2.4** o esquema de ensaio realizado por Chen e Gu (2005). Os autores observaram que o mecanismo de falha ocorreu pelo esmagamento do concreto que se deu em subsequência de aberturas de fissuras longitudinais na laje. Chen e Gu (2005) concluíram que a protensão externa aumentou significativamente a capacidade resistente e reduziu as deformações em serviço.

Figura 2.4 – Ensaio de Chen e Gu

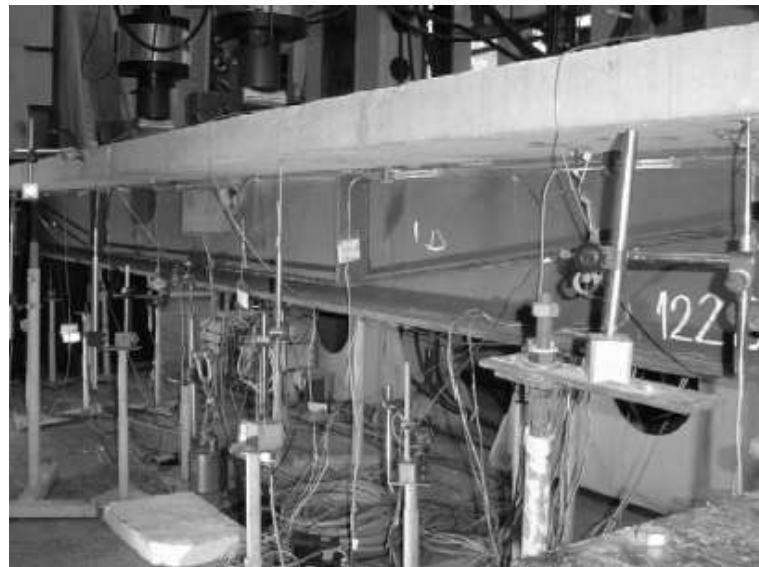


Fonte: Adaptado de Chen e Gu (2005).

Lorenc e Kubica (2006) investigaram o comportamento de vigas mistas com protensão externa sujeitas a momento positivo, estudando seis vigas mistas protendidas com cabos de traçado reto e poligonal, além de uma viga mista sem protensão. Os experimentos avaliaram as vigas até a ruptura, visando compreender o comportamento estrutural das vigas protendidas e não protendidas, a curva força-deslizamento na interface dos materiais e comparando os

resultados obtidos. Os autores concluíram que não houve diferença significativa no comportamento entre vigas com cabos de traçado reto e poligonal. As vigas com concreto mais resistente apresentaram maior ductilidade, enquanto a laje de concreto falhou localmente nas extremidades, sem impacto significativo na peça inteira. A capacidade de carga das vigas mistas protendidas foi 25% maior que a das não protendidas, e o mecanismo de falha consistiu no escoamento do perfil na região tracionada, seguido pelo esmagamento do concreto da laje. Os cabos de protensão não romperam em nenhuma situação, e a interação na interface dos materiais afetou significativamente o comportamento da peça. Após a ruptura da laje, o perfil metálico sofreu flambagem devido à carga aplicada nos cabos de protensão. A **Figura 2.5** apresenta o esquema ensaiado por Lorenc e Kubica (2006).

Figura 2.5 – Esquema de ensaio de Lorenc e Kubica (2006)



Fonte: Adaptado de Lorenc e Kubica (2006).

Almeida (2023) conduziu ensaios experimentais em vigas mistas de aço e concreto com forma de aço incorporada com protensão externa. Foi conduzido um programa experimental composto de duas vigas mistas protendidas, sendo uma com cabos em traçado retilíneo e a outra com cabos em traçado poligonal, e uma viga de referência sem protensão. A autora ainda realizou uma análise paramétrica para avaliar o comportamento e a influência de diversas variáveis no sistema, como o posicionamento dos cabos de protensão, a configuração do traçado, o nível de protensão inicial, o comprimento das vigas e dos cabos, e a geometria do perfil de aço utilizado. A **Figura 2.6** ilustra o corte da viga experimentada.

Figura 2.6 – Viga com cabo poligonal



a) VMPP

b) VMPPR

Fonte: Almeida (2023).

Os resultados demonstraram que a metodologia analítica e a modelagem numérica adotadas foram eficazes para prever o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas, apresentando boa concordância com os dados experimentais. Além disso, confirmou-se que a protensão externa é eficiente para aumentar o momento resistente e reduzir os deslocamentos em serviço dessas vigas. A **Tabela 2.1** apresenta o resumo dos trabalhos experimentais.

Tabela 2.1 - Resumo dos trabalhos experimentais

Autor	Resumo do trabalho
Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)	Foram realizados experimentos para analisar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas sob momentos fletores positivos, utilizando três vigas de 4570 mm. Uma das vigas foi protendida com barras rígidas, enquanto as outras duas usaram cabos flexíveis com traçados retilíneo e poligonal. O modo de falha observado foi o esmagamento do concreto nos pontos de aplicação de carga, ocorrido após o escoamento da seção de aço.
Chen e Gu (2005)	Foram conduzidos experimentos com duas vigas mistas de aço e concreto protendidas, cada uma com 5000 mm de comprimento, com o objetivo de propor equações simplificadas para prever o aumento na força de protensão e a capacidade de carga dessas vigas. A falha nas vigas ocorreu após o escoamento da seção de aço, seguido pelo aparecimento de fissuras longitudinais na laje.

Lorenc e Kubica (2006)	Foram testadas seis vigas mistas de 5500 mm sob momentos fletores positivos, sendo uma delas de controle, sem protensão, enquanto as outras cinco foram protendidas com diferentes traçados de cabos. O objetivo foi avaliar o comportamento e os modos de falha das vigas. Nas vigas protendidas, o modo de falha observado incluiu o esmagamento do concreto por compressão excessiva, acompanhado de flambagem global no plano horizontal e flambagem local na alma no meio do vão.
Almeida (2023)	Foram testadas duas vigas mistas protendidas com laje mista (forma de aço incorporada), uma com cabos em traçado retilíneo e outra em traçado poligonal, além de uma viga de referência sem protensão. A autora também realizou uma análise paramétrica para avaliar a influência de variáveis como o posicionamento dos cabos, a configuração do traçado, o nível de protensão inicial, o comprimento das vigas e dos cabos, e a geometria do perfil de aço.

Fonte: Autor (2026)

2.2 VIGAS ALVEOLARES MISTAS DE AÇO E CONCRETO

Vigas alveolares mistas é a nomenclatura dada às vigas com aberturas, únicas ou sequenciais, na alma. Aberturas na alma em vigas mistas de aço e concreto é um tema relativamente antigo dentro da engenharia estrutural, onde o estudo de Granade, realizado em 1968, foi o precursor em ensaios com vigas mistas com abertura na alma. Seu trabalho foi fundamental no desenvolvimento de modelos analíticos para o cálculo da capacidade resistente de vigas mistas com uma abertura retangular. Granade (1968) apresentou resultados de dois ensaios experimentais que tentavam prever tensões usando a teoria do mecanismo Vierendeel. Embora as tensões teóricas imprecisas em relação aos valores experimentais, esse trabalho foi essencial para o aprimoramento do campo. Em 1980, Todd e Cooper basearam-se nesse estudo para desenvolver um modelo analítico mais avançado, que introduziu diagramas de interação momento-cortante, oferecendo uma metodologia mais precisa para estimar a capacidade resistente de vigas mistas.

Vigas com abertura na alma através do corte e expansão da alma são estruturas resultadas de um arranjo em padrão específico que permite aumentar a inércia da peça, ao mesmo tempo que aumenta sua relação entre capacidade resistente e peso próprio. Segundo o

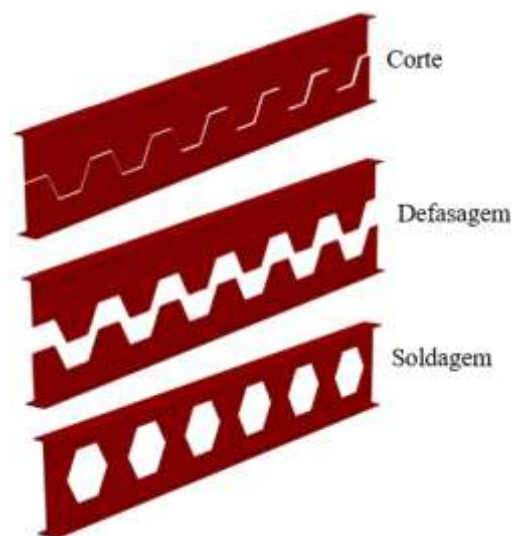
Steel design guide 31 (2016), o primeiro registro do uso de vigas com abertura na alma através do corte e expansão da alma, remete à *Chicago Bridge and Iron Works* em 1910. Essa ideia também foi desenvolvida de forma independente na Argentina em 1935 por G.M Boyd. O registro da patente para o padrão de corte celular foi realizado por Peter A. Walker, da empresa *Wescol Structures Limited*, no Reino Unido, em 23 de janeiro de 1990, onde em 10 de janeiro de 2009 a validade dessa patente expirou.

A necessidade de cortar e expandir a alma de perfis metálicos surgiu devido às limitações das siderúrgicas da época em produzir perfis com maiores alturas. Com a crescente demanda por perfis com maior capacidade resistente, a solução encontrada foi cortar a alma de perfis menores e reposicioná-la, criando perfis com maior altura. Entretanto, o uso dessa técnica foi apenas difundido quando o processo de corte e solda automatizado se tornou economicamente viável.

2.2.1 Processo de fabricação do perfil celular

Dentre os padrões de aberturas existentes, os mais usuais são os perfis castelados e perfis celulares. O processo de fabricação das vigas casteladas e das vigas celulares são bastante semelhantes, entretanto possuem suas características específicas. As vigas casteladas são fabricadas através de um único corte em “zigzag” ao longo de toda a alma, seguido do descarte de algumas partes e da separação das partes cortadas e, por fim, a soldagem das partes. A **Figura 2.7** ilustra o processo de fabricação das vigas casteladas.

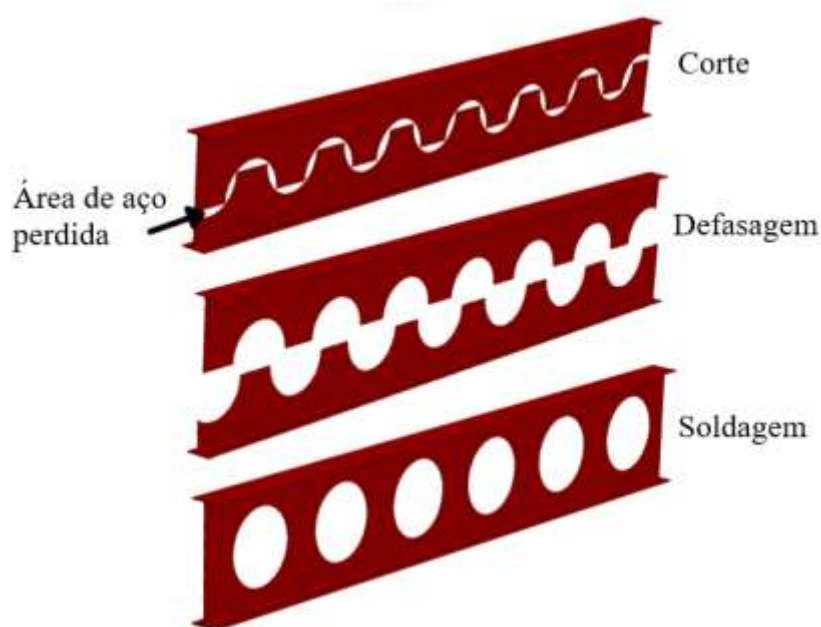
Figura 2.7 – Processo de fabricação das vigas casteladas.



Fonte: Autor (2026)

Vigas celulares são fabricadas de forma similar, entretanto são efetuados dois cortes em um padrão semicircular ao longo de toda alma do perfil. Por conta de dois cortes serem necessários, o tempo de produção desse tipo de viga é maior comparado ao corte em “zigzag”, além de possuir uma taxa maior de material descartado. Apesar de exigir dois cortes, as vigas celulares mostraram-se mais eficientes e econômicas do que as vigas casteladas, devido à flexibilidade de sua geometria, que permite variações no diâmetro e no espaçamento das aberturas (Erdal e Saka, 2013). A **Figura 2.8** ilustra o processo de fabricação das vigas celulares.

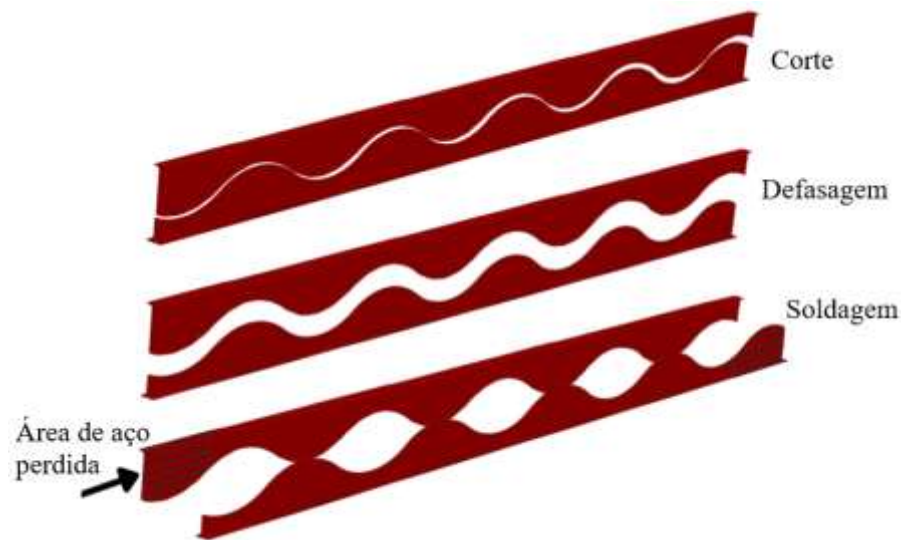
Figura 2.8 – Processo de fabricação das vigas celulares.



Fonte: Autor (2026)

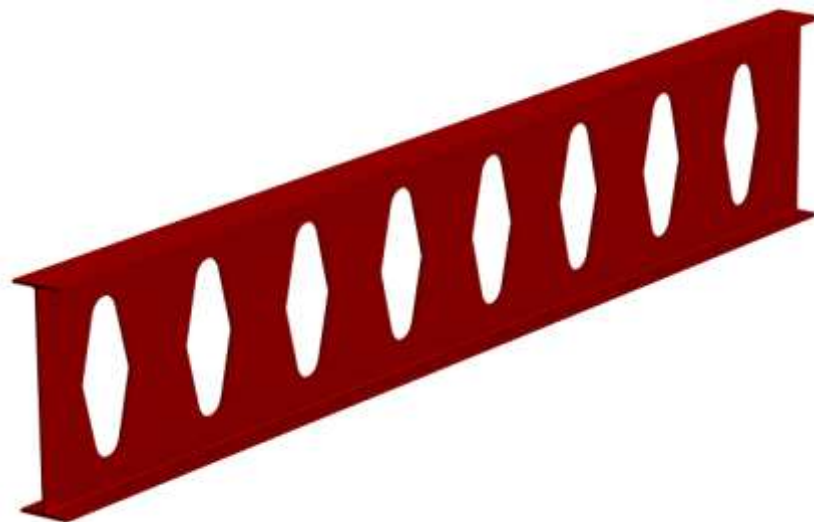
Outro modelo vem se difundindo cada vez mais são as vigas Angelinas™, onde o corte na alma do perfil segue um padrão senoidal e sua abertura difere tanto das vigas casteladas convencionais como das vigas celulares. A **Figura 2.9** apresenta o processo de fabricação das vigas angelinas enquanto a **Figura 2.10** apresenta o processo de fabricação das vigas de base elíptica.

Figura 2.9 – Processo de fabricação das vigas Angelinas™.



Fonte: Autor (2026)

Figura 2.10 – Vigas com abertura de base elíptica



Fonte: Autor (2026)

2.2.2 Comportamento estrutural de vigas celulares e vigas celulares mistas

Embora a expansão da seção transversal aumente a rigidez à flexão, as aberturas nas vigas celulares as tornam mais vulneráveis a diferentes tipos de instabilidade, como flambagem lateral com torção (FLT), distorção da alma (DA), flambagem no montante da alma (FMA),

flambagem local da alma (FLA), formação do mecanismo Vierendeel (MV), ruptura e flexão do montante da alma, além de combinações desses modos de instabilidade (Panedpojaman, Thepchatri e Limkatanyu, 2014)

A flambagem lateral com torção (FLT) é um modo de instabilidade comum em perfis de aço fletidos em torno do eixo de maior inércia, especialmente quando não possuem restrição lateral. Em vigas celulares de aço, essa suscetibilidade à FLT é intensificada pela expansão da seção transversal e pela presença de aberturas (Ferreira, Martins e Nardin, De, 2021). Em contraste, vigas mistas contínuas de aço e concreto apresentam um comportamento de estabilidade diferenciado, pois a mesa superior do perfil de aço encontra-se inteiramente restrita pela laje de concreto. Além disso, a linha neutra nessas vigas tende a se deslocar em direção à mesa superior, devido às armaduras longitudinais na laje de concreto, alterando a distribuição de tensões em relação às vigas de aço (Rossi *et al.*, 2021).

A distorção da alma (DA), caracterizada pela curvatura lateral da mesa acompanhada de torção, compromete a resistência à torção do perfil de aço. Nessa situação, a hipótese de Vlasov (1961) de que a seção transversal plana permanece sem distorção torna-se inadequada, pois as condições de contorno podem intensificar esse comportamento ((Hassan; Mohareb, 2015)

Outro modo de instabilidade, é a flambagem no montante da alma (FMA), pode ocorrer ainda de duas maneiras distintas: por cisalhamento e por compressão. No caso da instabilidade por cisalhamento a flambagem no montante de alma por cisalhamento (FMAV), essa situação torna-se crítica especialmente quando a largura do montante de alma é reduzida, conforme discutido por Panedpojaman, Thepchatri e Limkatanyu (2014). Esse fenômeno é resultado da combinação do cortante global da viga causado pelo carregamento externo com a força horizontal originada pelo mecanismo de Vierendeel. A resistência à instabilidade no montante da alma por cisalhamento em vigas celulares de aço está diretamente relacionada a características geométricas do perfil, como o diâmetro das aberturas, o espaçamento entre elas e a espessura da alma. Estudos sobre FMAV em vigas celulares incluem os trabalhos de Tsavdaridis e D'Mello (2011), Erdal e Saka (2013), Panedpojaman, Thepchatri e Limkatanyu (2014) e Grilo *et al.* (2018). A **Figura 2.11** apresenta o trabalho experimental realizado por Grilo *et al* (2018) que apresenta esse modo de estabilidade

Figura 2.11 - Instabilidade no montante de alma por cisalhamento



Fonte: (Grilo *et al.*, 2018)

A instabilidade no montante da alma por compressão ocorre em vigas alveolares submetidas a forças concentradas na região do montante, especialmente quando não há enrijecedores presentes. Diferente da instabilidade por cisalhamento (FMAV), esse fenômeno manifesta-se unicamente pelo enrugamento do montante de alma, sem envolver outros modos de deformação.

A flambagem local da alma (FLA) pode ocorrer em seções transversais que apresentam alta esbelteza. Nesse contexto, a transferência de forças através das aberturas leva a um estado de compressão na alma, potencialmente resultando em FLA quando a relação entre a altura e a espessura da alma é relativamente elevada. Entretanto, este fenômeno de instabilidade exerce uma influência limitada na capacidade resistente das vigas mistas que possuem aberturas (Rodrigues *et al.*, 2007)

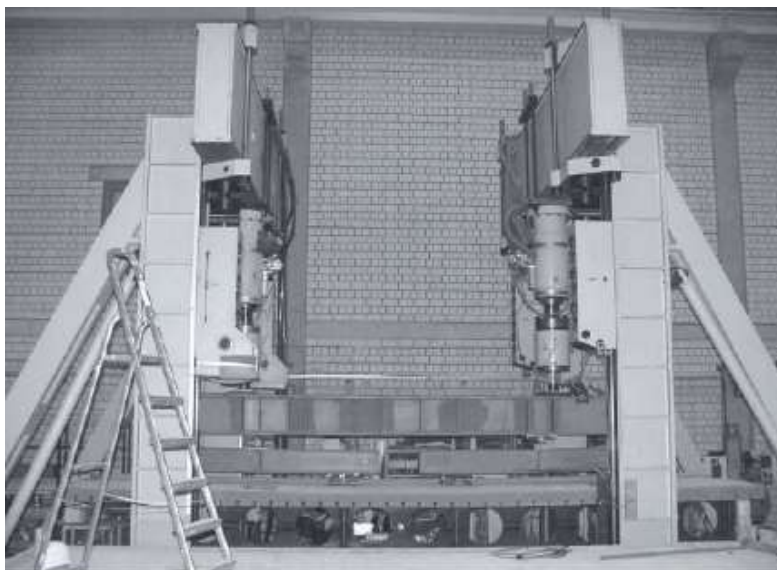
2.2.3 Estudos experimentais

Por meio da união de um perfil com abertura celular com uma laje de concreto através dos conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça, são potencializadas as vantagens e mitigadas as desvantagens dos dois sistemas estruturais, sendo possível reduzir o consumo de materiais, e, conseqüentemente, os impactos ambientais gerados (Silva, 2018) Viga celular mista de aço e concreto é a denominação dada às vigas com aberturas sequenciais na alma com padrão circular e serão o objeto de estudo desse trabalho.

Dentre os trabalhos presentes na literatura, destacam-se ensaios experimentais realizados por Müller *et al* (2006) que conduziu ensaios em vigas celulares mistas com seções simétricas e assimétricas. Além disso, a laje não foi moldada em uma das extremidades para

avaliar a influência da laje na estrutura composta. O comportamento último observado nos ensaios foi similar para os perfis simétricos e assimétricos. De acordo com os autores, na extremidade da viga, onde ocorre a ação combinada entre aço e concreto, foi registrada a formação do mecanismo Vierendeel para baixos níveis de carregamento. Em contrapartida, na extremidade composta exclusivamente pelo perfil celular de aço, a capacidade resistente foi atingida devido à instabilidade no montante de alma. A **Figura 2.12** ilustra o esquema do ensaio.

Figura 2.12 - ensaio realizado por Müller *et al* (2006)



Fonte: Müller *et al* (2006)

Nadjai (2007) conduziu ensaios semelhantes ao de Müller *et al* (2006), avaliando modelos experimentais de vigas celulares mistas com seções simétricas e assimétricas em temperatura ambiente e temperaturas elevadas. Quatro modelos em escala real, com vãos livres de 4,5 metros, foram testados, adotando conectores de cisalhamento que garantiram interação completa entre as seções de aço e concreto. Foram consideradas duas condições de carregamento: aplicação de carga em um ponto e em dois pontos.

Todos os modelos apresentaram falha por flambagem do montante de alma (FMA), com grandes deformações no tê inferior do perfil de aço associadas à tensão de escoamento do material. Tensões de tração foram registradas no tê superior, sugerindo que a linha neutra da seção mista estava próxima ou dentro da laje de concreto. O deslocamento máximo antes da ruptura foi de 10 mm, significativamente inferior ao limite de $L/200$ (22,5 mm) estabelecido pelo *British Standard* BS5950-1. Após a instabilidade no montante de alma, ocorreram a formação de rótulas plásticas ao redor das aberturas. A **Figura 2.13** ilustra o esquema de ensaio.

Figura 2.13 - ensaio realizado por Najdai (2007)



Fonte: Najdai (2007)

Na sequência, Sheehan *et al.* (2016) conduziram ensaios em vigas celulares mistas para grandes vãos, constituídas por seções assimétricas. O estudo indicou um grau de conexão de cisalhamento de 36%, significativamente inferior ao valor de 88% recomendado pelo EN 1994-1-1 (2024). As vigas foram submetidas a carregamento uniformemente distribuído e a cargas concentradas aplicadas nas posições de 5/16 e 7/16 do comprimento do vão. O estudo avaliou o deslizamento na interface aço-concreto, a flecha e a distribuição de. Os resultados indicaram que a viga celular mista submetida a carregamento uniformemente distribuído foi capaz de resistir a um valor 3,4 vezes superior ao carregamento estimado em projeto, apesar do grau de interação significativamente inferior ao mínimo exigido pelo *Eurocode 4* BS EN 1994-1-1 (2024). As vigas foram submetidas a carregamento aproximado ao uniformemente distribuído, aplicando até 785 kN antes da ruptura. Em um segundo ensaio, com foco na força cortante no furo alongado, as cargas variaram de 108 kN a 405 kN. Os autores concluíram que o grau de interação mínimo do *Eurocode 4* pode ser flexibilizado. A mesa inferior atingiu o escoamento sem ruptura do concreto, e os conectores apresentaram comportamento dúctil, com deslocamentos superiores ao mínimo exigido. A **Figura 2.14** ilustra o esquema de ensaio.

Figura 2.14 - ensaio realizado por Sheehan *et al.* (2016)

Fonte: Sheehan *et al.* (2016)

A **Tabela 2.2** apresenta o resumo dos trabalhos experimentais em vigas celulares mistas revisados.

Tabela 2.2 - Resumo dos trabalhos analisados.

Autor	Resumo do trabalho
Müller <i>et al.</i> (2006)	Foram realizados ensaios com aplicação de carga em quatro pontos em vigas celulares mistas biapoiadas com seções simétricas e assimétricas a fim de verificar os modos de instabilidade da estrutura. Além disso foi verificada a influência da laje de concreto ao não concretar uma das extremidades da viga. Os autores verificaram que a capacidade resistente na extremidade sem a laje foi regida pela FMA enquanto a extremidade mista ocorreu a formação do mecanismo de Vierendeel.
Nadjai (2007)	Foram conduzidos ensaios de quatro pontos em vigas biapoiadas onde avaliou seções simétricas e assimétricas, observando que sua capacidade resistente foi limitada pela instabilidade no montante de alma. Os ensaios também indicaram tensões de tração acima das aberturas, sugerindo que a linha neutra plástica estava próxima ou na laje de concreto.
Sheehan <i>et al.</i> (2016)	Foram realizados ensaios em vigas celulares mistas de grandes vãos com seções assimétricas, avaliando a influência da conexão de cisalhamento, flecha e distribuição de tensões. Apesar do grau de interação de 36%, bem abaixo dos 88% recomendados pelo EN 1994-1-1 (2004), a viga submetida a carregamento uniformemente distribuído resistiu a um valor 3,4 vezes superior ao previsto em projeto.

Fonte: Autor (2026)

2.3 VIGAS MISTAS COM ABERTURA NA ALMA E PROTENSÃO EXTERNA

Até o presente momento, o trabalho mais recente na literatura sobre vigas mistas de aço e concreto com protensão externa trata-se do trabalho de Woju e Dadebo (2024). Os autores realizaram um estudo numérico através do *software* ABAQUS, em estruturas mistas composta por uma laje de concreto e um perfil metálico com abertura na alma e protensão externa. Os estudos foram conduzidos em 32 modelos com variações na geometria das aberturas em celulares e retangulares. Os autores concluíram que o uso da protensão em vigas com abertura na alma aumentou entre 20 e 25% a capacidade resistente da viga. O estudo também avaliou o impacto de carregamento cíclicos na viga e concluiu que o uso da protensão reduziu os deslocamentos máximos no meio do vão. Entretanto, o trabalho se restringiu à apenas duas aberturas na alma, não abordando aberturas sequenciais.

De forma semelhante, Li *et al* (2025) investigou o mecanismo de falha e a capacidade resistente de vigas mistas de aço e concreto com uma abertura na alma e protensão externa. Foram analisados 15 modelos, considerando como variáveis a relação vão–altura, o traçado dos cabos e o nível de protensão, com ênfase nos mecanismos de esmagamento do concreto e escoamento do aço nas regiões das aberturas. A investigação foi conduzida por meio de modelagem numérica em ABAQUS, utilizando modelos constitutivos avançados para o concreto e o aço, previamente calibrados com resultados experimentais da literatura. Os resultados indicaram que a protensão externa elevou o momento de escoamento em 32–70% e a capacidade última em 48–60% em comparação às vigas não protendidas, além de aumentar a rigidez estrutural. O tipo de traçado do cabo apresentou influência limitada na capacidade final, enquanto o modo de falha foi governado pelo esmagamento do concreto acima das aberturas e pelo escoamento da seção de aço. O modelo proposto para estimativa do incremento de tensão nos cabos demonstrou elevada precisão para aplicação em projetos estruturais.

Outro trabalho que também aborda o tema é o de Afefy *et al* (2012). O autor realizou um programa experimental com dez vigas mistas de aço e concreto com aberturas casteladas e utilizando barras para aplicar a protensão. A **Figura 2.15** ilustra o ensaio realizado por Afefy *et al* (2012)

Figura 2.15 - ensaio realizado por Afefy *et al* (2012)Fonte: Afefy *et al* (2012)

Os autores concluíram que a inclusão de enrijecedores verticais aumenta a capacidade última em 16% e 12%. Entretanto, os autores afirmaram que o aumento da força de protensão inicial de 25% para 50%, era desfavorável por reduzir a carga máxima da viga. Os autores argumentam que, devido ao estado de tensões combinado da força de protensão e do carregamento externo, fenômenos de instabilidades como flambagem lateral e instabilidade no montante de alma, principalmente nas regiões próximas aos apoios. Conclui-se que o preenchimento das aberturas em regiões próximas aos apoios, aumentou a capacidade resistente da viga, em comparação com as vigas que não possuíam preenchimento.

Nesse contexto, verifica-se que os estudos recentes sobre vigas mistas de aço e concreto com aberturas na alma e protensão externa ainda são limitados. Em particular, a literatura existente não aborda de maneira significativa a capacidade resistente e modos de falhas em vigas com aberturas celulares sequenciais, o que evidencia a necessidade investigação sobre o tema.

2.4 FUNDAMENTOS DA MODELAGEM NUMÉRICA

O desenvolvimento da engenharia estrutural enfrenta desafios notáveis ao lidar com fenômenos de instabilidade em elementos mistos de aço e concreto, pois tais investigações costumam ser complexas e custosas. Porém, com o advento de *softwares* e ferramentas computacionais que são capazes de considerar a não linearidade dos materiais, as tensões residuais e as imperfeições iniciais, foi possível realizar investigações a respeito do comportamento de estruturas mistas de aço e concreto (Rossi et al., 2021). No entanto, a utilização eficaz dessas ferramentas requer conhecimentos fundamentais sobre o impacto de

imperfeições geométricas e físicas, o comportamento de materiais como o concreto e o aço, bem como uma compreensão dos métodos de análise de instabilidade estrutural.

2.4.1 Imperfeições iniciais

Um dos principais fatores que afetam diretamente os fenômenos de instabilidade são as imperfeições iniciais presente na estrutura. As imperfeições são responsáveis pelo comportamento não-linear das estruturas metálicas influenciando sua estabilidade no regime inelástico. (Rossi et al., 2021). As imperfeições físicas e geométricas estão relacionadas com as tensões residuais e as imperfeições geométricas iniciais, respectivamente.

2.4.1.1 Imperfeição geométrica

As imperfeições geométricas iniciais ou curvaturas iniciais, estão presentes em todos os elementos de estruturais de aço e representam a falta de retilineidade e pequenos desvios presentes nos elementos estruturais. Dessa forma o elemento apresenta um desvio do eixo reto que reduz sua resistência a fenômenos de instabilidade e amplia o deslocamento transversal (Rossi *et al.*, 2021). O valor da curvatura inicial é definido pelo fabricante e pode ser definido através de uma relação máxima entre o deslocamento e o vão (L) para perfis de alma cheia enquanto para perfis celulares a razão é dada entre o deslocamento.

Para perfis celulares, foco desse estudo, foram adotadas as premissas de Ferreira *et al* (2021a) que considerou o valor das imperfeições geométricas na ordem de $d_g/1000$, onde d_g corresponde à altura do perfil celular. Segundo o autor, os modelos de tensões residuais não foram considerados uma vez que os efeitos das tensões residuais não provocam influência em vigas mistas submetidas apenas à momento fletor positivo, sendo mais significativas em situações em que ocorre momento fletor negativo, contribuindo para ocorrência de flambagem lateral com distorção.

Ferreira *et al* (2021a) realizaram análises de sensibilidade por meio do método dos elementos finitos em vigas celulares mistas com abertura na alma, variando o fator de imperfeição entre $d_g/100$, $d_g/200$, $d_g/250$, $d_g/500$ e $d_g/1000$. Os autores concluíram que houve baixa variação nos resultados, uma vez que o comportamento último foi determinado pela flambagem no montante de alma. A determinação das imperfeições iniciais reais das vigas celulares é uma tarefa complexa devido ao processo de fabricação. Segundo a ACB® (2021),

para vigas celulares, a imperfeição geométrica inicial na alma não deve ser superior a 4 mm para seções com $d_g < 600$ e $d_g/100$ para seções com $d_g > 600$.

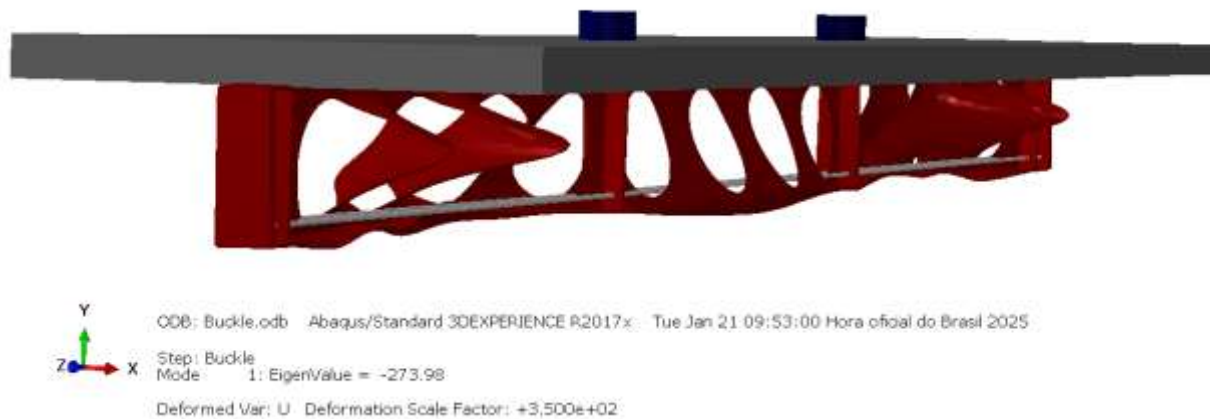
Para a modelagem presente nesse trabalho, foram consideradas apenas as imperfeições geométricas. A imperfeição geométrica foi inserida através do comando **IMPERFECTION*. Nesse processo, uma curvatura inicial é inserida no primeiro autovetor positivo obtido da análise de flambagem elástica. Além disso, é aplicado um fator de imperfeição correspondente a $d_g/500$, onde d_g é a altura do perfil.

2.4.2 Método de análise

A estabilidade de uma estrutura está relacionada com o princípio de configuração de equilíbrio. A configuração de equilíbrio está relacionada com a capacidade de uma estrutura de estabelecer uma posição de equilíbrio após a aplicação de uma ação externa. (ROSSI, 2021). Ao cessar a ação externa, a estrutura pode ou não tender a retornar à sua posição inicial. Se a posição inicial for retomada, a estrutura é considerada em equilíbrio estável; caso contrário, ou seja, se não retornar à posição original ou adotar uma nova posição de equilíbrio, a estrutura é considerada em equilíbrio instável.

2.4.2.1 Análise de flambagem elástica (*Linear buckling analyses*)

A análise de estabilidade elástica é realizada para estimar a carga crítica de flambagem elástica. Para isso, emprega-se o método de perturbação linear *Buckle*, que determina essa carga por meio da obtenção de autovalores e seus respectivos autovetores, como ilustra a **Figura 2.16**. Através dessa metodologia, a carga de flambagem elástica é calculada multiplicando-se o primeiro autovalor positivo, correspondente ao primeiro modo de flambagem, pela carga externa aplicada na estrutura no estado inicial.

Figura 2.16 - Autovalor no modo *Buckle*

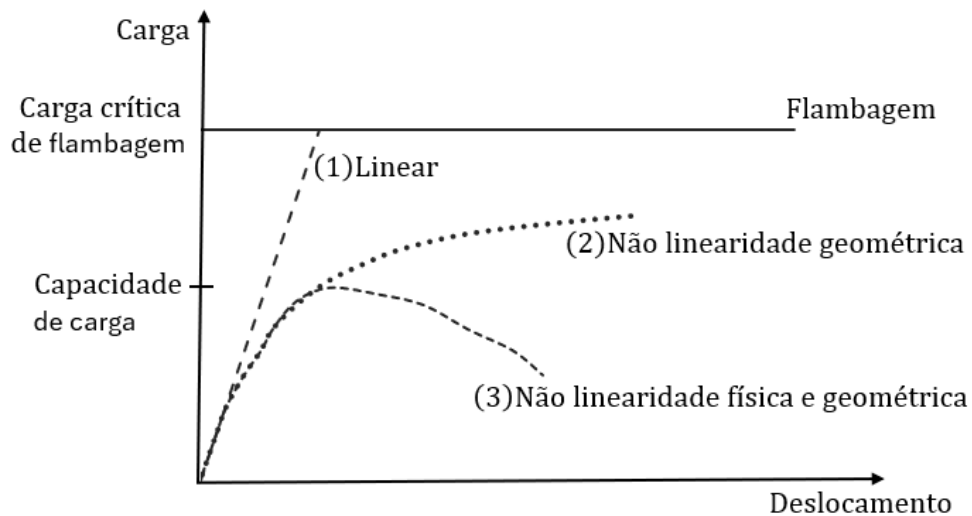
Fonte: Autor (2026)

Esse tipo de análise visa apenas determinar a carga de flambagem elástica, ou seja, determinar o menor nível de energia necessária para que ocorra fenômenos de instabilidade na estrutura. Na análise não é considerando imperfeições físicas ou geométricas, de modo que a carga de flambagem elástica obtida não representa a carga de colapso real da estrutura. Dessa forma, essa abordagem é utilizada principalmente para estimar cargas críticas de flambagem e pode servir como base para análises não lineares, incluindo a consideração de imperfeições geométricas iniciais (Dassault Systèmes, 2020).

2.4.2.2 *Análise não linear física e geométrica*

Com os resultados obtidos através da análise de estabilidade elástica, prossegue-se com a análise não linear, levando em conta as imperfeições geométricas iniciais. Na análise de estabilidade elástica, a configuração da estrutura, incluindo o valor da imperfeição inicial no perfil metálico, é definida como o ponto de partida para a avaliação. Devido às descontinuidades observadas na resposta estrutural no ponto de bifurcação, é fundamental transformar o problema de pós-flambagem em um problema de resposta contínua, o que é alcançado por meio da introdução de imperfeições iniciais (Kruger; Van Rensburg; Du Plessis, 1995). a capacidade resistente de um perfil de aço é representada graficamente na **Figura 2.17**, considerando tanto o comportamento linear do material quanto suas não linearidades, sejam elas exclusivamente geométricas ou uma combinação de não linearidades geométricas e físicas.

Figura 2.17 - Descontinuidades

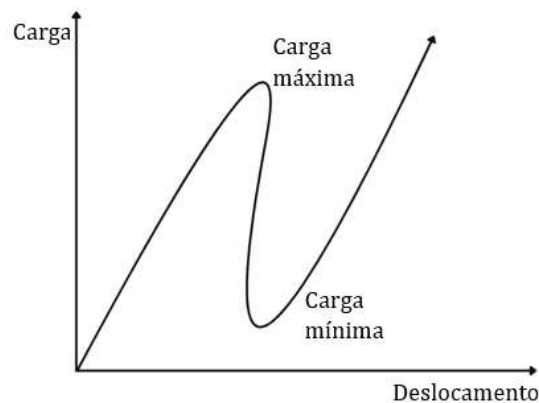


Fonte: adaptado de Trahair (2017)

A curva 1 representa uma estrutura perfeitamente reta, sem imperfeições. Nesse caso, a carga crítica de flambagem elástica é atingida no ponto de bifurcação. A partir desse ponto, qualquer pequena perturbação leva a um aumento progressivo do deslocamento até o colapso. Na curva 2, são consideradas apenas as imperfeições geométricas iniciais. Isso altera a resposta estrutural, tornando a relação carga-deslocamento não linear. Como resultado, a flambagem ocorre para uma carga menor do que a carga crítica elástica prevista no modelo idealizado. Por fim, a curva 3 inclui tanto as imperfeições geométricas quanto as tensões residuais do material. Esse cenário reflete melhor o comportamento real da estrutura, onde as imperfeições iniciais e as tensões residuais reduzem ainda mais a carga de flambagem. Como resultado, a curva carga-deslocamento apresenta uma deflexão significativa, evidenciando que a presença dessas imperfeições afeta diretamente o comportamento elasto-plástico do material, reduzindo sua capacidade de carga e tornando a estrutura mais susceptível à instabilidade.

Para a solução do problema de não-linearidade física e geométrica, a resolução é dada por uma alternativa incremental iterativa. Para obter a curva de carga *vs* deslocamento, a carga ou o deslocamento é aplicado de forma incremental, e o equilíbrio para cada incremento é obtido por meio do método *Riks* modificado. Esse método utiliza a abordagem de Newton-Raphson combinada com a estratégia do segmento de arco. Com isso, é possível obter a curva carga versus deslocamento mesmo após a carga máxima ser atingida, permitindo a análise do comportamento pós-pico da estrutura, conforme ilustrado na **Figura 2.18**.

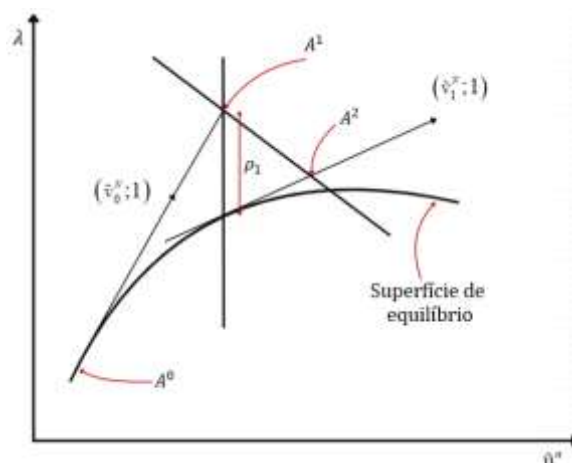
Figura 2.18 - Curva carga por deslocamento



Fonte: adaptado de (Dassault Systèmes, 2020)

No método de Riks modificado, o processo de análise inicia-se com a definição de um incremento inicial, que corresponde a uma fração do carregamento total e equivale ao comprimento do arco. Durante a execução do algoritmo, o tamanho do incremento é limitado ao se mover ao longo da linha tangente à curva no ponto atual da solução, enquanto a busca pelo equilíbrio é realizada em um plano ortogonal que passa por esse ponto (Dassault Systèmes, 2020). Após o início da análise, os incrementos subsequentes são ajustados automaticamente pelo programa ABAQUS, aumentando ou diminuindo com base no número de iterações necessárias para alcançar a convergência em cada passo. Esse ajuste é feito para garantir a estabilidade do processo, utilizando critérios de parada específicos, como o fator de proporção da carga máxima ou os deslocamentos máximos nas direções dos eixos coordenados. Esse procedimento pode ser visualizado na **Figura 2.19**, onde λ representa o fator de carga e u^{-N} é o vetor de deslocamento.

Figura 2.19 - Algoritmo de Riks modificado



Fonte: adaptado de (Dassault Systèmes, 2020)

CAPÍTULO 3

MODELOS ANALÍTICOS

Neste capítulo, serão examinados os modelos analíticos encontrados na literatura que tratam da capacidade resistente à instabilidade no montante de alma de vigas celulares. Além disso, serão discutidos modelos analíticos relacionados à resistência de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa, onde serão apresentados os principais parâmetros e critérios utilizados nas verificações da protensão.

3.1 CAPACIDADE RESISTENTE À INSTABILIDADE NO MONTANTE DE VIGAS CELULARES

Os principais modelos citados na literatura, e utilizados nesse trabalho, são os modelos de Ward (1990), (Lawson; Hicks, 2011), (Panedpojaman et al 2014) e (Grilo et al., 2018). Tais estudos foram utilizados para estimar a capacidade resistente à instabilidade no montante de alma de vigas celulares. Observa-se que alguns desses modelos não levam em consideração a contribuição da laje de concreto na resistência à instabilidade no montante de alma em vigas celulares mistas.

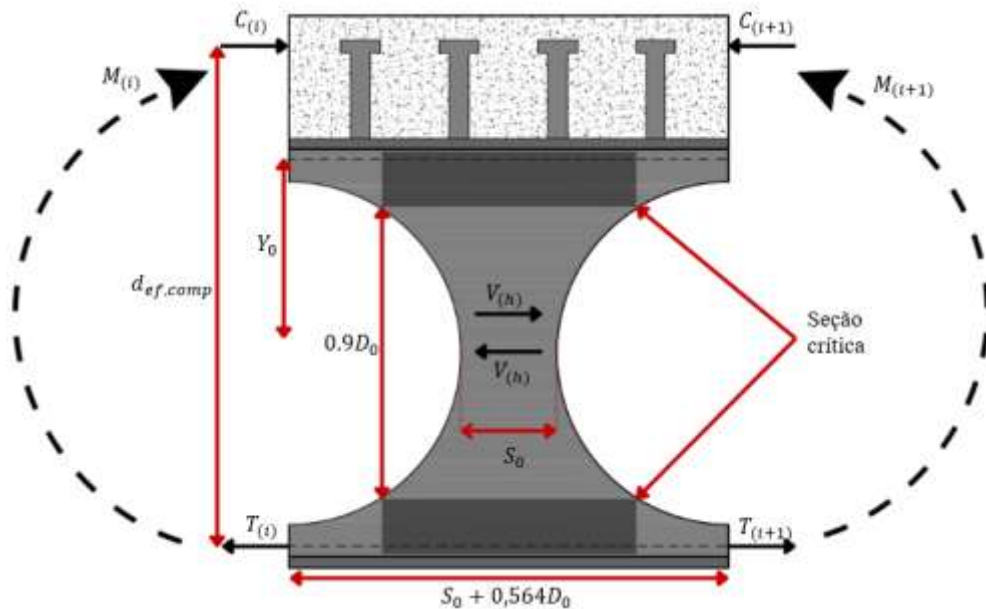
3.1.1 Ward (1990)

Ward (1990) desenvolveu um conjunto de equações específicas para vigas celulares, baseadas em testes destrutivos realizados no *Steel Construction Institute* no Reino Unido. Esses cálculos utilizam três parâmetros, denominados C1, C2 e C3, que dependem das propriedades geométricas do montante da alma da viga. Esses valores permitem determinar a capacidade de flambagem do montante em função de sua capacidade elástica na seção crítica, geralmente localizada em $0,9R$. As equações, que foram derivadas a partir de estudos detalhados de elementos finitos não lineares, são aplicáveis exclusivamente a vigas celulares com seções duplamente simétricas e são aplicadas apenas em intervalos específicos, como $1.08 \leq d_g/D_o \leq 1.50$ e $1.25 \leq d_g/D_o \leq 1.75$.

(Fares *et al.*, 2016b) apresentaram diretrizes de projeto para vigas celulares e casteladas, baseadas no modelo proposto por Ward (1990), descrito no *AISC Steel Design Guide 31*. Essas diretrizes, além de serem aplicáveis a seções simétricas, também recomendam o uso desse modelo para seções assimétricas. Nesses casos, a avaliação da condição mais crítica é feita entre os "tês" superior e inferior da viga, garantindo a análise adequada das regiões mais vulneráveis a esforços de tração e compressão.

A seguir é possível verificar na **Figura 3.1** o modelo de Ward (1990). Inicialmente, é necessário calcular a força de cisalhamento horizontal na alma entre as aberturas i e $i+1$ de acordo com a **Eq (3.1)**

Figura 3.1 – Modelo analítico de Ward (1990)



Fonte: Adaptado de Fares *et al* (2016).

$$V_h = \left| \frac{M_{(i+1)} - M_{(i)}}{d_{ef,comp}} \right| \quad 3.1$$

O momento fletor que corresponde ao escoamento na seção crítica, gerado pela força cortante horizontal, pode ser expresso por meio da equação **Eq. 3.2**. Essa equação considera as interações entre o momento fletor aplicado e a resistência ao cisalhamento horizontal ao longo da seção da viga.

$$M_{vh} = 0.9 \left(\frac{D_o}{2} \right) V_h \quad 3.2$$

Na sequência, são calculados os parâmetros C_1 , C_2 e C_3 descritos nas equações **Eq. (3.3-3.5)**. Esses parâmetros são definidos pelas propriedades geométricas da alma da viga, como altura do perfil e espessura da alma.

$$C_1 = 5,097 + 0,1464 \left(\frac{D_o}{tw} \right) - 0,00174 \left(\frac{D_o}{tw} \right)^2 \quad 3.3$$

$$C_2 = 1,441 + 0,0625 \left(\frac{D_o}{tw} \right) - 0,000683 \left(\frac{D_o}{tw} \right)^2 \quad 3.4$$

$$C_3 = 3,645 + 0,0853 \left(\frac{D_o}{tw} \right) - 0,00108 \left(\frac{D_o}{tw} \right)^2 \quad 3.5$$

Por fim, é possível calcular a resistência à instabilidade no montante da alma, conforme descrito nas equações **Eq. (3.6-3.8)**

$$M_{w,e} = \frac{tw(s - D_o + 0,564D_o)^2}{6} f_y \quad 3.6$$

$$M_{W,Rk} = M_{w,e} \left[C_1 \left(\frac{s}{D_o} \right) - C_2 \left(\frac{s}{D_o} \right)^2 - C_3 \right] \quad 3.7$$

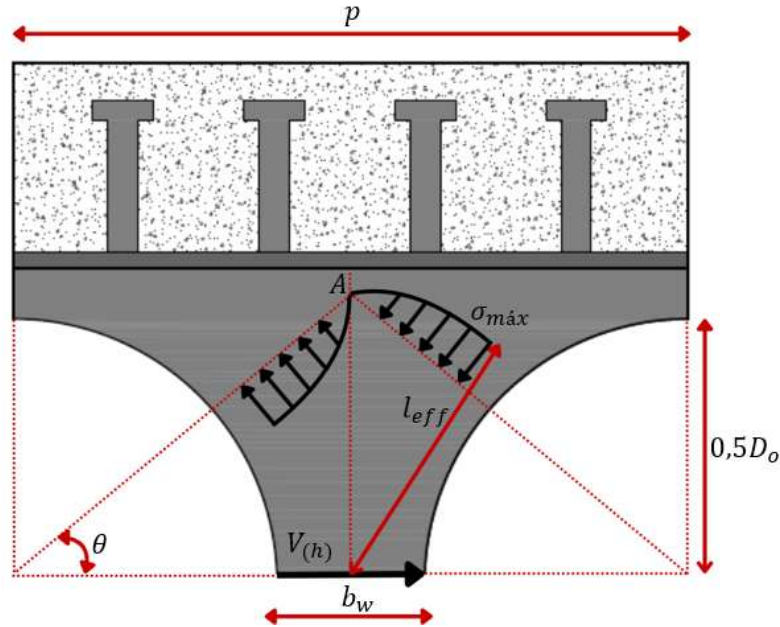
$$V_{W,Rk} = \frac{M_{w,e}}{0,45D_o} \left[C_1 \left(\frac{s}{D_o} \right) - C_2 \left(\frac{s}{D_o} \right)^2 - C_3 \right] \quad 3.8$$

3.1.2 Lawson *et al* (2011)

Lawson *et al* (2006) e Lawson e Hicks (2011) desenvolveram um modelo analítico baseado no conceito de barras comprimidas, considerando um comprimento efetivo do montante de alma submetido à compressão. Esse modelo, presente no *Steel Construction Institute* SCI P355, avalia a ação da força cortante horizontal na metade da altura da alma, que

gera tensões de tração e compressão devido à flexão entre os tês superior e inferior, variando ao redor da abertura, como é ilustrado na **Figura 3.2**.

Figura 3.2 - Modelo analítico de Lawson *et al* (2006).



Fonte: Adaptado de Lawson *et al* (2006).

Em contrapartida, Abambres *et al.* (2018), ao realizarem um estudo utilizando redes neurais artificiais para prever a carga de flambagem elástica em vigas de aço celulares simplesmente apoiadas, observaram que as recomendações do SCI P355 subestimaram a capacidade resistente à instabilidade no montante de alma. A pesquisa utilizou 3645 vigas modeladas no software ABAQUS® para análise numérica, concluindo que as cargas críticas de projeto obtidas pelo SCI P355 eram significativamente inferiores às determinadas por elementos finitos. O modelo de Lawson *et al.* (2006) também incorpora o conceito de comprimento efetivo (l_{eff}), que leva em consideração a variação das tensões ao redor das aberturas, conforme a equação **Eq. (3.9)**.

$$l_{eff} = 0,5\sqrt{b_w^2 + D_o^2} \leq 0,7D_o \quad 3.9$$

Uma vez determinado o comprimento efetivo (l_{eff}), aplica-se a teoria das barras submetidas à compressão, conforme estabelecido no EN 1993-1-1:2005. Esse procedimento

leva em consideração a esbeltez da alma e utiliza a curva de resistência para avaliar a capacidade última da viga (**Eqs. 3.10-3.15**)

$$\sigma_{RK} = \chi f_y \quad 3.10$$

$$\chi = \frac{1}{\varphi + \sqrt{\varphi^2 - \lambda^{-2}}} \leq 1,0 \quad 3.11$$

$$\varphi = 0,5 \left[1 + 0,49 \left(\bar{\lambda} - 0,2 \right) + \lambda^{-2} \right] \quad 3.12$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{f_{cr,w}}} \quad 3.13$$

$$f_{cr,w} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_w^2} \quad 3.14$$

$$\lambda_w = \frac{l_{eff} \sqrt{12}}{t_w} \quad 3.15$$

Dessa forma, a resistência a cortante vertical pode ser calculada pela equação **Eq. 3.16**.

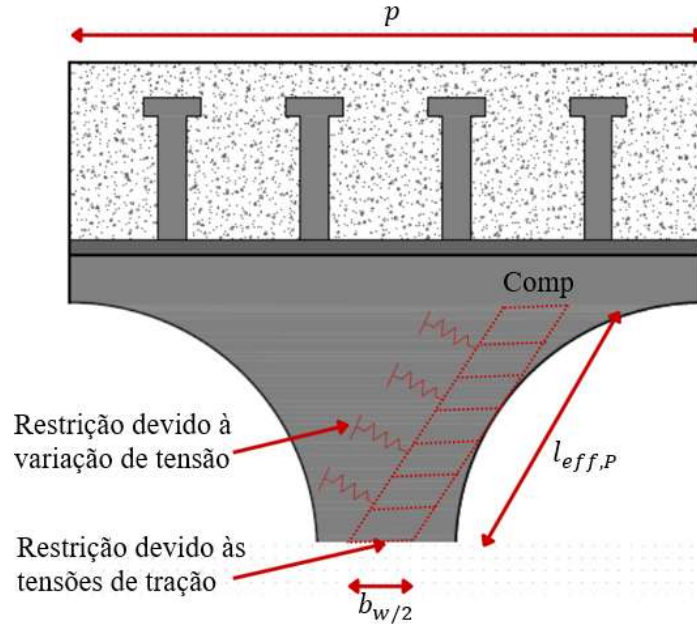
$$V_{Lv,RK} = \sigma_{RK} t_w b_w \quad 3.16$$

3.1.3 Panedpojaman *et al.* (2014)

Panedpojaman, Thepchatri e Limkatanyu (2014) propuseram uma adaptação ao modelo de comprimento efetivo do montante de alma apresentado no SCI P355 (Lawson *et al.*, 2006; Lawson & Hicks, 2011), visando reduzir o conservadorismo dos resultados obtidos. O estudo analisou 390 modelos numéricos de vigas de aço e vigas mistas, variando os parâmetros geométricos das aberturas. A adaptação consiste na introdução de um fator de correção k , que considera a restrição parcial do montante de alma em relação à instabilidade e os efeitos da variação da altura dos "tês" em relação às proporções D_o/d e P/D_o . Embora o modelo tenha sido originalmente desenvolvido para seções com dupla simetria, pode ser aplicado a seções

assimétricas, desde que a seção mais crítica entre os "tês" superior e inferior seja identificada. Na **Figura 3.3** é ilustrado o modelo proposto pelos autores.

Figura 3.3 - Modelo analítico de Panedpojaman *et al* (2014).



Fonte: Adaptado de Panedpojaman *et al* (2014).

As equações para determinar o coeficiente k e a adaptação do comprimento efetivo do montante de alma é apresentado nas **Eq 3.17** e **3.18**

$$k = 0,9 \left(\frac{p}{D_o} \right) \left(\frac{D_o}{d} \right)^2 \leq \left(1,15 \frac{D_o}{d}; 1,15 \right) \quad 3.17$$

$$l_{eff} = k \left(0,5 \sqrt{p^2 - D_o^2} \right) \quad 3.18$$

3.1.4 Grilo *et al* (2018)

Grilo *et al.* (2018) realizaram ensaios experimentais para avaliar a capacidade resistente à instabilidade no montante de alma de vigas alveolares, fundamentado em uma nova formulação. Foi estimado a resistência ao cisalhamento de vigas celulares através das modelagens numéricas e análises de regressão. O modelo é baseado na determinação da força cortante de plastificação e no uso de um fator de redução, que considera as características geométricas das aberturas, conforme as **Eq 3.19-3.27**. A formulação proposta leva em conta

coeficientes m , n , o , p e q , que pode ser visualizado na **Tabela 3.1**, e considera as características geométricas das aberturas.

$$y_p = \frac{D_o}{2} 0,445 \left(\frac{p}{D_o} \right)^3 - 2,578 \left(\frac{p}{D_o} \right)^2 + 4,770 \left(\frac{p}{D_o} \right) - 2,47 \quad 3.19$$

$$b_p = b_w \sqrt{1 - \frac{4y_p^2}{D_o^2}} \quad 3.20$$

$$\lambda_{ma,0} = \sqrt{1 - \frac{3(y_p^2 - D_o^2)f_y}{\pi^2 t_w^2 E}} \quad 3.21$$

$$\chi = \frac{m}{\lambda_{ma,0}^n} \leq 1,0 \quad \text{Para } \lambda_{ma,0} \geq 1,0 \quad 3.22$$

$$\chi = op^{\lambda_{ma,0}^q} \leq 1,0 \quad \text{Para } \lambda_{ma,0} < 1,0 \quad 3.23$$

Tabela 3.1 - Coeficientes de m , n , o , p e q para o método de Grilo *et al.* (2018)

D_o/d_g	p/D_o	m	n	o	p	q
0.5	1.1	0.759	1.35	1.15	0.666	3.5
	1.2	0.730	1.39	1.14	0.514	3.5
	1.3	0.780	1.40	1.16	0.672	3.5
	1.4	0.840	1.42	1.12	0.667	3.5
	1.5	0.916	1.40	1.09	0.840	5.0
0.6	1.1	0.798	1.42	1.14	0.700	3.5
	1.2	0.791	1.42	1.10	0.700	3.5
	1.3	0.836	1.40	1.10	0.760	4.5
	1.4	0.909	1.36	1.09	0.790	3.5
	1.5	0.970	1.31	1.09	0.890	4.5
0.7	1.1	0.849	1.47	1.08	0.786	4.5
	1.2	0.844	1.44	1.11	0.720	3.5
	1.3	0.903	1.39	1.15	0.785	4.0
	1.4	0.930	1.36	1.12	0.785	3.0
	1.5	1.130	1.33	-	-	-
0.8	1.1	0.888	1.46	1.09	0.815	4.0
	1.2	0.901	1.42	1.14	0.790	3.5
	1.3	1.020	1.42	-	-	-
	1.4	1.175	1.36	-	-	-
	1.5	1.285	-	-	-	-

Fonte: Adaptado de Grilo *et al.* (2018)

Para determinar a força cortante de plastificação, é utilizado as **Eqs 3.24-3.26**.

$$\beta_G = 1,198 - 0,42 \left(\frac{D_o}{d_g} \right) - \left(\frac{p}{5D_o} \right) \text{ Para } \frac{p}{D_o} < 1,2 \quad 3.24$$

$$\beta_G = 1,838 - 0,42 \left(\frac{D_o}{d_g} \right) - \left(\frac{p}{3D_o} \right) \text{ Para } \frac{p}{D_o} \geq 1,2 \quad 3.25$$

$$V_{h,p} = \beta_G f_y \frac{t_w b_p^2}{\sqrt{3b_p^2 + 16y_p^2}} \quad 3.26$$

Uma vez determinado o fator de redução e a força cortante de plastificação, a resistência à cortante pode ser calculada pela **Eq. 3.27**.

$$V_{Gh,Rk} = V_{h,p} \chi \quad 3.27$$

3.2 RESISTÊNCIA DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA

As vigas mistas protendidas podem ser dimensionadas pelo método das tensões admissíveis ou pelo método dos estados limites. O primeiro baseia-se na distribuição de tensões elásticas nas seções transversais da viga. Já o método dos estados limites permite a plastificação da seção em perfis de aço compactos, desde que devidamente estabilizados lateralmente para garantir a não ocorrência de instabilidades globais (Almeida et al., 2022)

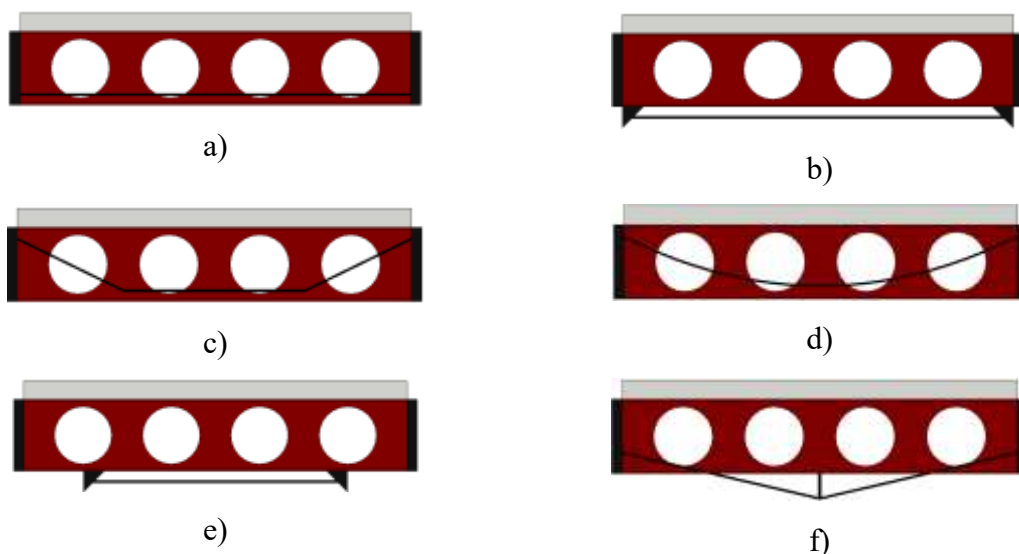
Nesse trabalho, a metodologia adotada para o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa fundamenta-se no trabalho de Almeida (2023) que é baseado na adaptação das equações utilizadas para protensão de vigas mistas convencionais conforme a ABNT NBR 8800:2008. Nelsen (2013) propôs essa adaptação, incorporando os efeitos da protensão nas verificações estruturais. O critério de resistência segue a norma brasileira, assumindo a plastificação total da seção mista, mas considerando a contribuição da protensão dentro do regime elástico. Além disso, são realizadas verificações complementares para garantir a estabilidade local e global da viga, bem como o controle dos níveis de tensão na protensão.

3.2.1 Protensão externa na viga mista

A protensão baseia-se na ideia de contrabalancear os deslocamentos causados pelas ações que uma viga está submetida através da inserção de cabos tracionados que exercem um carregamento que provoca deslocamentos contrários aos causados pelo carregamento (Almeida, 2023). Um dos tipos de protensão mais comuns trata-se da protensão total, que é quando a estrutura é projetada para que, em serviço, não exista tensões de tração na seção transversal. Outro tipo é a protensão parcial, que ocorre quando são permitidas tensões de tração, nesse caso os cabos contribuem para compensar, parcialmente ou integralmente, o peso próprio e as ações que será solicitado.

O comportamento da viga mista protendida, depende fundamentalmente da escolha do traçado dos cabos, que podem ser: retilíneos, poligonal ou curvo. A eficiência dos cabos de protensão aumenta à medida que são posicionados mais distantes do centro de gravidade da seção. Outro fator se dá, em vigas biapoiadas em que a utilização de cabos ao longo de todo o comprimento pode reduzir sua eficiência, uma vez que induz estados de tensão indesejados nas regiões próximas aos apoios, comprometendo o desempenho estrutural. É possível visualizar na **Figura 3.4** os diferentes traçados possíveis para vigas biapoiadas. Observa-se que os cabos podem percorrer toda o comprimento da viga acima (**Figura 3.4a**) ou abaixo do flange inferior da viga (**Figura 3.4b**). Podem apresentar traçado poligonal (**Figura 3.4c**) e curvo (**Figura 3.4d**), traçado retilíneo apenas no trecho de maiores tensões (**Figura 3.4e**), percorrer todo o comprimento da viga, variando a excentricidade (**Figura 3.4f**).

Figura 3.4 - Diferentes traçados de cabos de protensão.



Fonte: Autor (2026)

No caso da utilização de cabos com traçado poligonal, é necessário prever desviadores nos pontos de inflexão para direcionar corretamente os esforços da protensão. Esses desviadores podem ser feitos com pinos soldados à alma, chapas de aço transversais ou seções tubulares soldadas, garantindo o alinhamento adequado dos cabos e evitando concentrações indesejadas de tensões (Almeida, 2023)

Outro fator diz respeito ao momento de aplicação da protensão, podendo as vigas serem classificadas como pré-tracionadas ou pós-tracionada. A pré-tração ocorre quando os cabos são tensionados antes da concretagem da laje, com a resistência inicial da estrutura sendo garantida apenas pelo perfil de aço. Já a pós-tração acontece após a cura do concreto, quando a viga já apresenta comportamento misto na seção transversal.

3.2.2 Força de protensão inicial

A força de protensão inicial pode ser estimada seguindo as recomendações propostas por Nunziata (2004). Segundo o autor, a força de protensão inicial é estimada com base no momento máximo gerado pelo peso próprio da viga de aço. O autor limita as tensões máximas de compressão ao valor de resistência do aço estrutural, conforme **Eq. 3.28**. Além disso, um coeficiente de majoração é adotado para compensar as perdas de protensão.

$$\frac{M_g}{W} - \frac{P\beta\gamma_p}{A_a} - \frac{P\beta\gamma_p e_{p,a}}{W_a} = f_{yd} \quad 3.28$$

Ao equilibrar as tensões atuantes com a resistência de cálculo deduz a **Eq. 3.29** para determinar a força de protensão.

$$P = \frac{f_{yd} + \frac{M_g}{W_a}}{\frac{\beta\gamma_p}{A_s} + \frac{\beta\gamma_p e_{p,a}}{W_a}} \quad 3.29$$

Onde:

P é a força de protensão;

M_g é o momento fletor máximo referente ao peso próprio da viga, considerando o coeficiente de segurança;

W_a é o módulo de resistência elástico da viga de aço;

$e_{p,a}$ é a excentricidade do cabo de protensão

A_a é a área de aço;

γ_p é um coeficiente de segurança aplicado à força de protensão;

β é um coeficiente para compensar as perdas de protensão, no valor de 1,10;

f_{yd} é a resistência de cálculo do aço estrutural;

Dessa forma, a área de aço do cabo de protensão necessária para a força de protensão é calculada com a **Eq. 3.30**.

$$A_{p,nec} = \frac{P}{\sigma_p} \quad 3.30$$

Onde:

σ_p é a tensão máxima de tração do aço de protensão;

$A_{p,nec}$ é a área necessária da cordoalha.

Com o diâmetro da cordoalha a ser utilizada, é possível determinar a quantidade de cabos necessários, como indica a **Eq. 3.31**. A força de protensão aplicada em cada cabo, considerando as perdas de protensão, é dada pela **Eq. 3.32**

$$n_{cabos} = \frac{A_{p,nec}}{A_p} \quad 3.31$$

$$F_{cabo} = \frac{\beta P}{A_p} \quad 3.32$$

A ABNT NBR 6118:2023 estabelece limites máximos para as tensões iniciais aplicadas aos cabos de protensão, visando prevenir a ruptura durante a aplicação da força, minimizar as perdas por relaxação do aço e evitar tensões elevadas que possam levar à corrosão sob tensão.

De acordo com a norma, os limites são $0,74 f_{ptk}$ e $0,87 f_{ptk}$ para aços de relaxação normal, e $0,74 f_{ptk}$ e $0,82 f_{ptk}$ para aços de relaxação baixa.

3.2.3 Incremento na força de protensão

Quando a viga é submetida aos carregamentos, há um aumento na força de protensão inicial, cujo valor depende da configuração do cabo e da distribuição do carregamento. Esse incremento pode ser calculado por diferentes métodos, como pelo princípio dos trabalhos virtuais, conforme Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989c) e Troitsky (1990), pelo método do incremento da deformação, conforme descrito por Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989a), ou pelo método dos elementos finitos.

Neste estudo, adotou-se o princípio dos trabalhos virtuais, conforme descrito por Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989c). A sequência do procedimento é exposta na **Figura 3.5**.

- a) Realizar um corte no cabo, tornando a estrutura estaticamente determinada;
- b) Calcular o deslocamento relativo na extremidade do cabo cortado devido ao carregamento aplicado;
- c) Determinar o incremento da força de protensão (ΔP) necessário para anular esse deslocamento, garantindo compatibilidade na seção cortada.

Aplicando a compatibilidade no ponto onde foi feito o corte no cabo, tem-se que o deslocamento relativo nesse ponto é igual a zero, conforme **Eq. 3.33**.

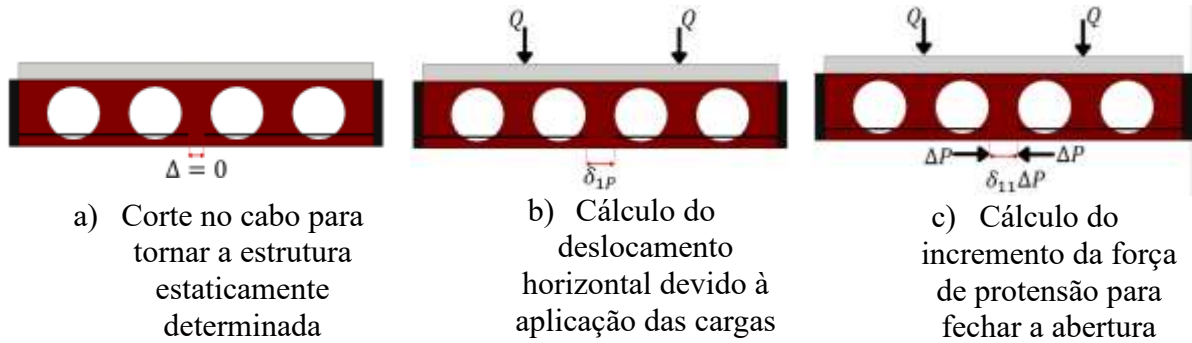
$$\delta_{11}\Delta P + \delta_{1P} = 0 \quad 3.33$$

Onde:

δ_{11} é o alongamento devido à força de protensão unitária;

δ_{1P} é o alongamento devido à aplicação de carga.

Figura 3.5 - Procedimento para determinação do incremento na protensão.



Fonte: Adaptado de Nelsen (2013).

Os alongamentos são calculados pelo método dos trabalhos virtuais, conforme **Figura 3.5**.

$$\delta_{1P} = \int_0^l \frac{e_p M(x)}{EI} dx \quad 3.34$$

$$\delta_{11} = \int_0^l \frac{e_p^2 M dx}{EI} + \int_0^l \frac{dx}{EA} + \int_0^l \frac{dx}{E_p A_p} \quad 3.35$$

Onde:

M é o momento devido à aplicação o carregamento externo;

e_p é a excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção, seja ela mista ou de aço;

E é o módulo de elasticidade da viga, seja ela mista ou de aço;

E_p é o módulo de elasticidade dos cabos;

l é o comprimento do cabo;

I é o momento de inercia da viga, seja ela mista ou de aço;

A é a área da seção transversal da viga, seja ela mista ou de aço;

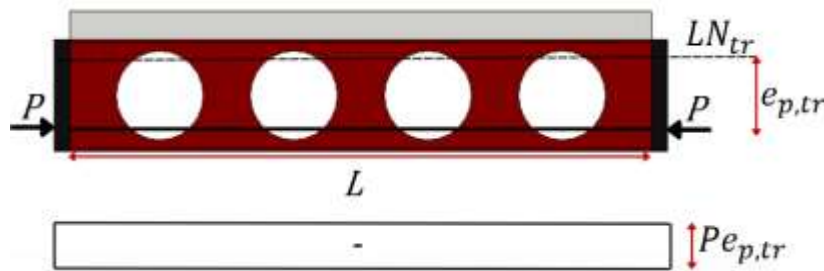
A_p é a área da seção transversal do cabo.

Integrando as **Eq. 3.34** e **Eq. 3.35** e substituindo na equação de compatibilidade:

$$\Delta P = \frac{\frac{e}{l} \int_0^l M(x) dx}{e_p^2 + \frac{EI}{E_p A_p} + \frac{I}{A}} \quad 3.36$$

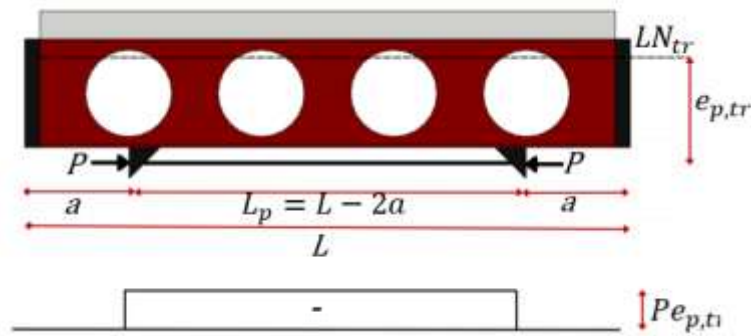
O incremento na força de protensão varia conforme o traçado do cabo e o carregamento aplicado, sendo determinado pela Equação 3.11. A **Figura 3.6** ilustra uma viga biapoiada com traçado retilíneo em toda a sua extensão, enquanto a **Figura 3.7** apresenta um traçado retilíneo de comprimento inferior ao vão. Já a **Figura 3.8** representa uma viga com traçado poligonal ao longo de todo o vão.

Figura 3.6 - Traçado retilíneo ao longo de todo vão.



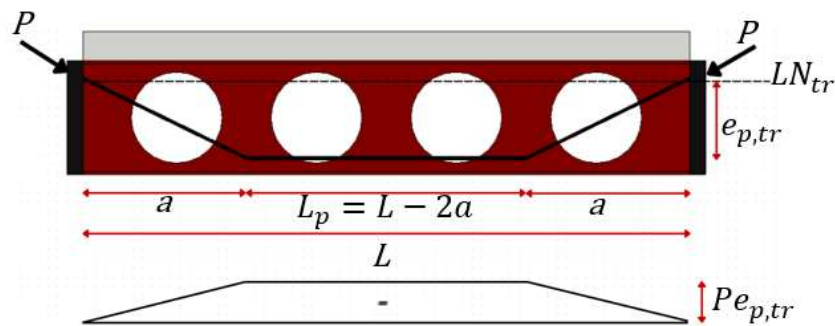
Fonte: Adaptado de Nelsen (2013).

Figura 3.7 - Traçado retilíneo com comprimento menor que o vão.



Fonte: Adaptado de Nelsen (2013).

Figura 3.8 - Traçado poligonal.

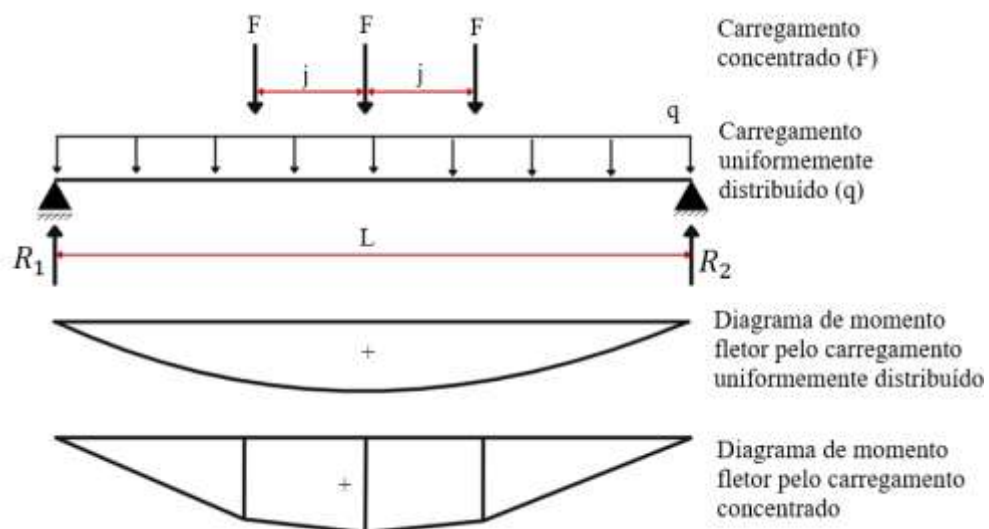


Fonte: Adaptado de Nelsen (2013).

Para a determinação do incremento da força de protensão inicial em vigas mistas biapoiadas, foram analisados dois tipos de carregamento: um concentrado, correspondente a um trem tipo, e outro distribuído ao longo do vão.

Para uma viga biapoiada com cabo de protensão retilíneo ao longo de seu comprimento, os incrementos na força de protensão, conforme estabelecido por Nouraeyan (1987) e Troitsky, *et al* (1989), são apresentados com base nos carregamentos ilustrados na **Figura 3.9**.

Figura 3.9 - Carregamentos considerados.



Fonte: Adaptado de Nelsen (2013).

O equacionamento para o cálculo desse incremento, considerando os carregamentos e os traçados indicados nas **Figuras 3.6, 3.7, e 3.8**, é detalhado a seguir.

a) Considerando um carregamento distribuído:

$$\Delta P = \frac{q e_{p,tr} L^2}{12 \left(e_p^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_a}{E_p A_p} \right)} \quad 3.37$$

b) Considerando um carregamento concentrado:

$$\Delta P = \frac{F e_{p,tr} (0,2812 L^2 - 0,5314 j^2)}{L \left(e_{p,tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \right)} \quad 3.38$$

Onde:

$e_{p,tr}$ é a excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção mista;

E_a é o módulo de elasticidade da viga de aço;

E_p é o módulo de elasticidade do cabo;

I_{tr} é o momento de inércia da viga mista;

A_{tr} é a área da viga mista;

A_p é a área do cabo;

q é o carregamento distribuído;

F é o carregamento concentrado;

j é o espaçamento entre as cargas concentradas.

Para um cabo com traçado retilíneo distribuído em um comprimento inferior ao comprimento total do vão da viga **Figura 3.9**, os valores dos incrementos na força de protensão são apresentados:

a) Considerando um carregamento distribuído:

$$\Delta P = \frac{q e_{p,tr} \left[a(L-a) + \frac{L^2}{2} \right]}{6(L-2a) \left(e_{p,tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_a}{E_p A_p} \right)} \quad 3.40$$

b) Considerando um carregamento concentrado:

$$\Delta P = \frac{Te_{p,tr} (0,2812L^2 - 0,5314j^2 - 1,5a^2)}{(L-2a) \left(e_{p,tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_a}{E_p A_p} \right)} \quad 3.41$$

Para um cabo com traçado poligonal como o da **Figura 3.9**, e os carregamentos dos casos anteriores, os valores dos incrementos na força de protensão são apresentados:

a) Considerando um carregamento distribuído:

$$\Delta P = \frac{qe_{p,tr} [L^3 - a^2 (2L - a)]}{12L \left\{ \frac{e_{p,tr}^2 (3L - 4a)}{3} + \frac{LI_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \left[L + \frac{2a}{\cos^3 \alpha} (1 - \cos^3 \alpha) \right] \right\}} \quad 3.42$$

b) Considerando um carregamento concentrado:

$$\Delta P = \frac{Te_{p,tr} (0,2812L^2 - 0,5314j^2 - 0,5a^2)}{12L \left\{ \frac{e_{p,tr}^2 (3L - 4a)}{3} + \frac{LI_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \left[L + \frac{2a}{\cos^3 \alpha} (1 - \cos^3 \alpha) \right] \right\}} \quad 3.43$$

No estado último de carregamento, a força nos cabos aumenta significativamente devido às deformações não elásticas e plásticas no concreto e na viga de aço. O método proposto por Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989) parte da premissa de que as deformações nas vigas são pequenas. No entanto, sua aplicação não é prática, e essa suposição pode resultar em estimativas não conservadoras para o carregamento último, comprometendo a segurança estrutural.

3.2.4 Perdas de protensão

A força de protensão aplicada a um cabo não se mantém constante ao longo do tempo e do seu comprimento, sofrendo reduções conhecidas como perdas de protensão. Essas perdas ocorrem devido a diversos fatores durante a execução e ao longo da vida útil da estrutura, influenciando o esforço efetivo de protensão em cada seção (Nelsen, 2013).

Para garantir que a força de protensão final atinja o valor desejado, é necessário estimar as perdas e aplicar uma tensão adicional ao cabo no dimensionamento. As perdas de protensão

são classificadas em imediatas, que ocorrem logo após a aplicação da força, e progressivas, que se desenvolvem ao longo do tempo. Ferreira (2007) indicou os fatores responsáveis pelas perdas imediatas de protensão em vigas de aço com protensão externa, porém também são aplicáveis a vigas mistas de aço e concreto com protensão externa.

- a) Perdas por atrito nos pontos dos desviadores dos cabos;
- b) Perdas por protensão sucessivas quando há protensão de vários cabos, um por vez, ocasionando a perda da força de protensão por causa da deformação elástica do cabo já protendido;
- c) Perdas na ancoragem devido à acomodação das cunhas de ancoragem.

As perdas progressivas ou diferidas ocorrem ao longo da vida útil da estrutura, estabilizando-se após certo período, e são resultantes das propriedades viscoelásticas do aço e do concreto. Dentre essas perdas, destacam-se:

- a) Perdas por deformação lenta do concreto;
- b) Perdas por retração do concreto;
- c) Perdas por relaxação do aço da protensão.

Troitsky (1990) propôs uma estimativa simplificada para as perdas de tensão, sugerindo que a tensão de protensão final corresponde a aproximadamente 85% da tensão inicial. Nunziata (2004) indicou que as perdas por atrito variam entre 2% e 10%, enquanto as perdas por relaxação do cabo não ultrapassam 2%, resultando em uma perda total por atrito e relaxação dentro do intervalo de 5% a 15%. Assim, recomenda-se adotar um valor intermediário de 10% para o cálculo da força de protensão inicial, considerando essas perdas.

Dezi e Leoni (1997) analisaram diferentes sistemas de protensão externa em vigas com vão duplo e demonstraram que, por meio do controle do traçado do cabo com desviadores, é possível obter um estado de tensões favorável ao longo do tempo, além de mitigar efeitos secundários com uma escolha adequada do traçado. O estudo também sugeriu que as perdas podem ser tratadas como um efeito instantâneo devido ao relaxamento dos cabos, permitindo assumir a força de protensão como constante no tempo, desconsiderando variações associadas à deformação, fluência e retração.

3.2.5 Resistencia ao momento fletor para a viga mista protendida

A posição da linha neutra em uma viga mista protendida é determinada pelo equilíbrio em torno do eixo neutro da seção. Dependendo da geometria da seção e da resistência dos

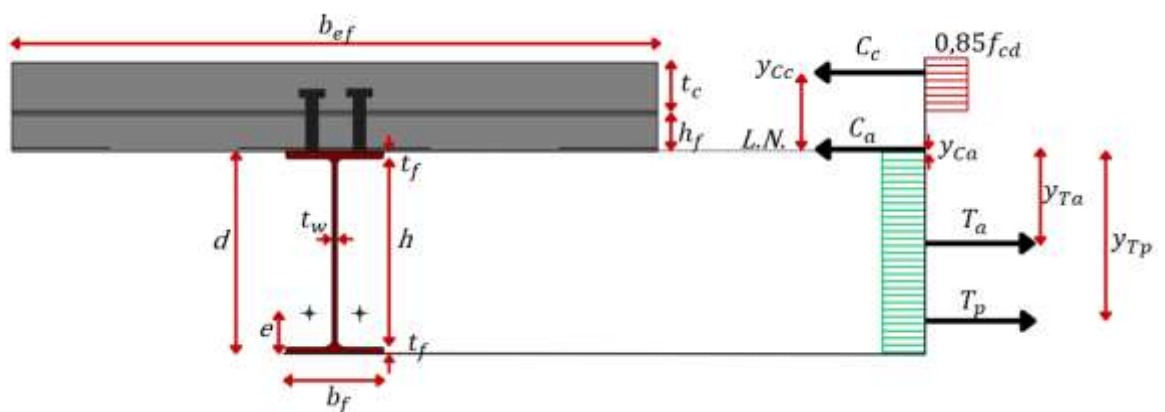
materiais, essa linha neutra pode estar localizada no perfil de aço (Caso I) ou na laje de concreto (Caso II).

Seguindo a abordagem adotada na NBR 8800:2024 para o dimensionamento de vigas mistas convencionais, permitindo determinar a posição da linha neutra e do momento fletor resistente de cálculo para os diferentes casos mencionados.

3.2.5.1 Caso I: Linha neutra no perfil de aço

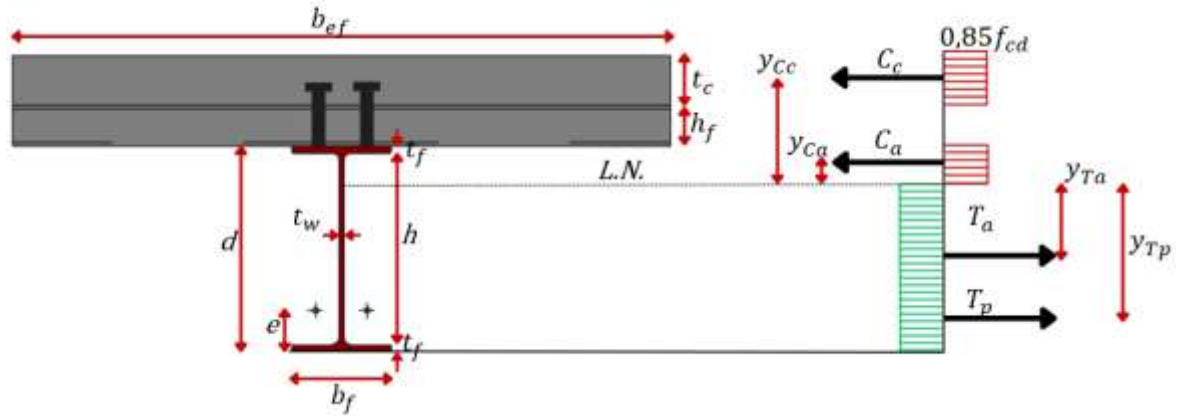
Esse caso ocorre quando força de compressão na laje de concreto (C_c) é menor que a soma das forças de tração na viga de aço (T_a) e no cabo de protensão (T_p), ou seja, $C_c < T_a + T_p$. Nesse caso, sua posição pode variar, localizando-se na mesa superior do perfil de aço (Caso I-A) ou na alma do perfil (Caso I-B), conforme a **Figura 3.10** e **Figura 3.11**, respectivamente.

Figura 3.10 - Linha neutra na mesa (Caso I-A)



Fonte: Autor (2026)

Figura 3.11 - Linha neutra na alma (Caso I-B)



Fonte: Autor (2026)

A força de compressão na laje é apresentada na **Eq 3.44.**:

$$C_c = 0,85 f_{cd} b_{ef} t_c$$

3.44

Onde:

 C_c é a força de compressão na laje de concreto; f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto; b_{ef} é a largura efetiva da laje de concreto; t_c é a espessura da laje de concreto.

Enquanto as forças de tração na viga de aço e nos cabos de protensão são determinadas pelas **Eq 3.45-3.46.**

$$T_a = (2A_f + A_w) f_{yd} - C_a$$

3.45

$$T_p = A_p f_{pd}$$

3.46

Onde:

 A_f é a área da seção transversal da mesa do perfil; A_w é a área da seção transversal da alma do perfil; A_p é a área da seção transversal dos cabos de protensão; f_{yd} é a resistência de cálculo do aço estrutural;

f_{pd} é a resistência de cálculo do aço de protensão;

C_a é a forma de compressão na viga de aço.

Se $C_a \leq A_f f_{yd}$, a linha neutra está na mesa superior (Caso I-A), e a linha neutra é dada por:

$$y_{LN} = t_c + h_f + \frac{C_a}{b_f f_{yd}} \quad 3.47$$

Se $C_a > A_f f_{yd}$, a linha neutra está na alma do perfil (Caso I-B), e a linha neutra é dada por:

$$y_{LN} = t_c + t_f + h_f + \frac{(C_a - A_f f_{yd})}{t_w f_{yd}} \quad 3.48$$

Onde:

h_f é a altura da forma de aço incorporada;

b_f é a largura do perfil de aço;

t_f é a espessura da alma do perfil de aço;

t_w é a espessura da alma do perfil;

t_c é a espessura da laje de concreto;

Dessa forma, a força de compressão na viga de aço é dada pela **Eq 3.49** e o momento fletor resistente de cálculo é dada pela **Eq 3.50**. Onde y_{Ta} , y_{Tp} , y_{Cc} e y_{Ca} são determinados pela **Figura 3.11**.

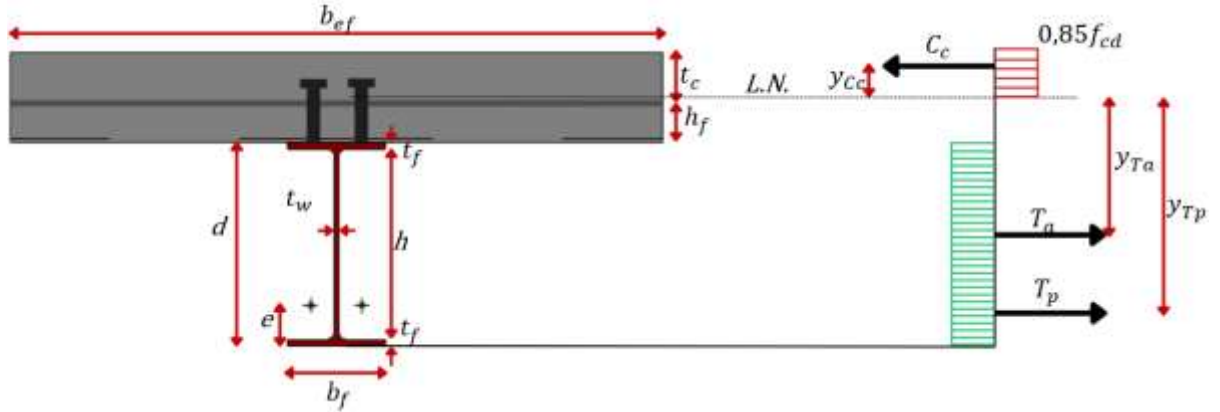
$$C_a = \frac{A_a f_{yd} + T_p - C_c}{2} \quad 3.49$$

$$M_{Rd} = T_a y_{Ta} + T_p y_{Tp} + C_c y_{Cc} + C_a y_{Ca} \quad 3.50$$

3.2.5.2 Caso II: Linha neutra na laje de concreto

Quando a força de compressão na laje de concreto for superior que a soma da força de tração na viga de aço e nos cabos de protensão, ou seja $C_c > T_a + T_p$, a linha neutra tem sua posição na laje de concreto, conforme a **Figura 3.12**.

Figura 3.12 - Distribuição de tensões Caso II



Fonte: Autor (2026)

A linha neutra, medida a partir do topo da laje, é dada pela **Eq. 3.51**:

$$a = \frac{(T_a + T_p)}{0,85 f_{cd} b_{ef}} \quad 3.51$$

Onde:

b_{ef} é a largura efetiva da laje de concreto;

T_a é a força de tração na viga de aço;

T_p é a força de tração no cabo de protensão;

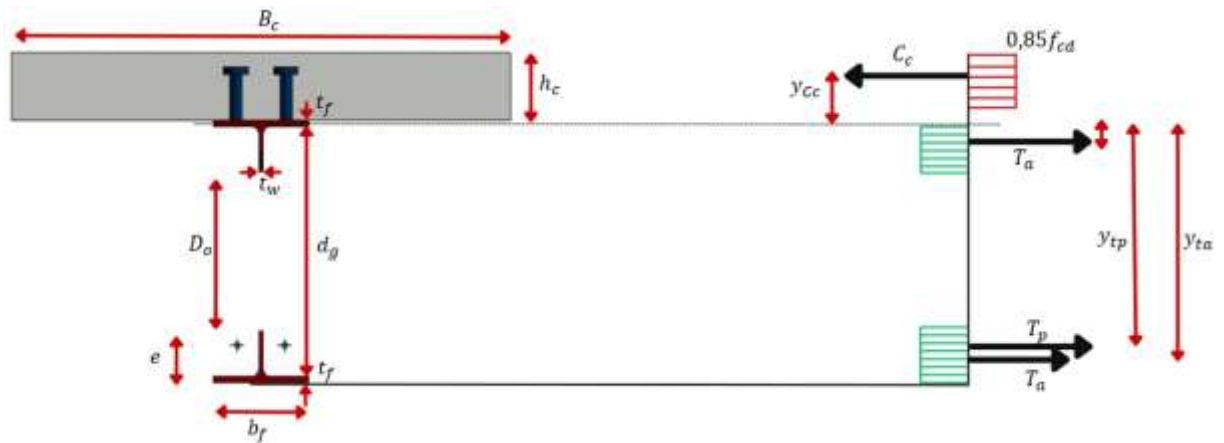
f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto.

Dessa forma, o momento resistente de cálculo é expresso na **Eq. 3.52**:

$$M_{Rd} = T_a y_{Ta} + T_p y_{Tp} + C_c y_{Cc} \quad 3.52$$

Onde y_{Ta} , y_{Tp} e y_{Cc} são obtidos geometricamente após a determinação da linha neutra pela **Figura 3.13**. A proposta da formulação analítica da resistência da viga mista celular com protensão externa baseia-se na adaptação da formulação do diagrama de distribuição de tensões na seção transversal, considerando apenas os “tês” do perfil celular. A **Figura 3.13** apresenta as distribuições de tensões na seção transversal da viga mista celular protendida.

Figura 3.13 - Distribuição de tensões na seção transversal



Fonte: Autor (2026)

Dessa forma, é possível obter a posição da linha neutra e o momento resistente a partir da **Eq 3.53** e o momento resultante pela **Eq 3.54**

$$a = \frac{(T_{As} + T_{Ai}) + T_p}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot Bc} \quad 3.53$$

$$M_{Rd} = Cc \cdot yc + T_{as} \cdot y_{as} + T_{ai} \cdot y_{ai} + T_p \cdot y_{tp} \quad 3.54$$

3.2.6 Flexo-compressão

A viga de aço protendida está sujeita simultaneamente ao momento fletor, devido aos carregamentos gravitacionais de peso próprio e cargas de utilização, e a uma força axial de compressão, resultante da aplicação da força de protensão. Essa combinação de esforços é denominada flexo-compressão, podendo levar a diferentes formas de colapso, como flambagem por flexão, flambagem com torção e instabilidades locais (Nelsen, 2013)

Segundo Nelsen (2013), no caso de vigas mistas pós-tracionadas, a laje de concreto conectada continuamente à viga impede a flambagem lateral. Já para vigas mistas pré-tracionadas, recomenda-se a verificação da flexo-compressão conforme a NBR 8800:2008, considerando as diferentes situações de carregamento da viga de aço. A primeira situação, refere-se apenas ao peso próprio da viga e força de protensão. A segunda situação leva em conta o peso próprio da viga de aço e do concreto, a sobrecarga de construção e a força de protensão.

3.2.7 Esforço cortante

A verificação da força cortante em vigas mistas protendidas segue os mesmos critérios das vigas sem protensão, uma vez que esse esforço é resistido exclusivamente pela alma do perfil de aço. Assim, independentemente da presença da protensão, devem-se seguir as recomendações da ABNT NBR 8800:2024 para vigas mistas. No entanto, nas seções onde há a combinação de momento fletor e força cortante, é necessário considerar o efeito conjunto aplicando o critério de von Mises. Além disso, na determinação dos esforços solicitantes, deve-se levar em conta o cortante adicional gerado nos pontos onde há desviadores dos cabos de protensão. Segundo a norma, a verificação de cortante deve obedecer a relação exposta na **Eq 3.55**.

$$V_{Sd} \leq V_{Rd} \quad 3.55$$

Onde:

V_{Sd} é o cortante solicitante devido ao carregamento externo;

V_{Rd} é o cortante resistente de cálculo.

A força cortante resistente de cálculo depende do seu estado limite e é dado segundo a **Eq. 3.56**.

Para $\lambda \leq \lambda_p$:

$$V_{Rd} = \frac{V_{pl}}{\gamma_{al}} \quad 3.56$$

Para $\lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r$:

$$V_{Rd} = \frac{\lambda_p}{\lambda} \frac{V_{pl}}{\gamma_{al}} \quad 3.57$$

Para $\lambda > \lambda_r$:

$$V_{Rd} = 1,24 \left(\frac{\lambda_p}{\lambda} \right)^2 \frac{V_{pl}}{\gamma_{al}} \quad 3.58$$

Onde:

$$\lambda = \frac{h}{t_w} \quad 3.59$$

$$\lambda_p = 1,10 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}} \quad 3.60$$

$$\lambda_r = 1,37 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}} \quad 3.61$$

$k_v=5,0$ para almas sem enrijecedores transversais, para $a/h > 3$ ou para

$$a/h > \left[\frac{260}{((h/t_w))} \right]^2 ;$$

$$k_v = 5 + \frac{5}{(a/h)^2} \text{ para todos os outros casos;}$$

V_{pl} é a força cortante correspondente à plastificação da alma por cisalhamento, dado por $0,60A_w f_y$;

a é a distância entre as linhas de centro de dois enrijecedores transversais adjacentes;

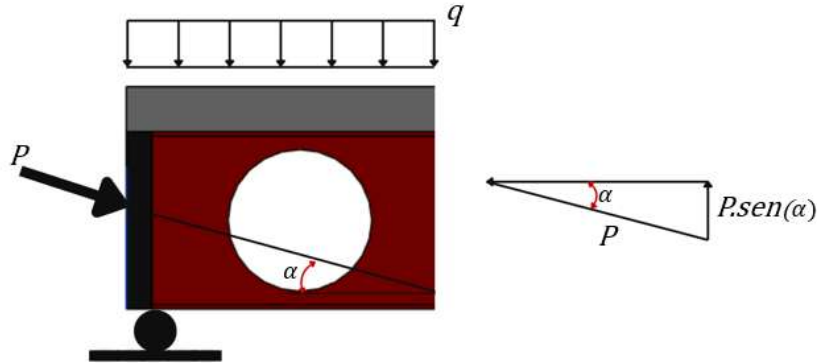
h é a altura da alma;

t_w é a espessura da alma.

Nas vigas de aço protendidas, além da força cortante causada pelos carregamentos externos, há também a força cortante gerada pela aplicação da protensão nos pontos onde há

desviadores de cabo. Essa força é determinada pelo cálculo da componente vertical da força de protensão, conforme ilustrado na **Figura 3.14**.

Figura 3.14 - Cortante devido a protensão



Fonte: Adaptado de Nelsen (2013)

Como ilustrado na **Figura 3.14**, a força cortante devido à protensão (P) atua em sentido oposto à força cortante gerada pelos carregamentos externos (q). Dessa forma, a força cortante resultante (V_R) é dada pela **Eq. 3.62**.

$$V_R = V - P \sin(\alpha) \quad 3.62$$

Onde:

V_R é a força cortante total devido ao carregamento externo;

P é a força de protensão;

α é o ângulo de inclinação do cabo de protensão.

De acordo com Nunziata (2004), a força cortante deve ser avaliada em dois momentos distintos: no momento da aplicação da protensão, considerando os carregamentos do peso próprio da estrutura e da sobrecarga de construção; e após a protensão, levando em conta os carregamentos atuantes durante a vida útil da estrutura. As **Eq. 3.63-3.64** apresentam o valor do cortante para cada caso.

$$V_{R0} = V_0 - P \gamma_p \beta \sin(\alpha) \quad 3.63$$

$$V_1 = V_0 - P \gamma_p \sin(\alpha) \quad 3.64$$

Onde:

V_{R0} é o cortante resultante no ato da protensão;

V_{R1} é o cortante resultante após a protensão;

V_0 é a força cortante devido aos carregamentos do peso próprio da estrutura e sobrecarga de construção;

V_1 é a força cortante proveniente dos carregamentos de utilização da estrutura.

Aplicando os conceitos da resistência dos materiais, é possível determinar o valor da tensão de cisalhamento através da **Eq 3.65**.

$$\tau = \frac{V S}{I t} \quad 3.65$$

Onde:

S é o momento estático da seção em relação ao centro de gravidade da seção bruta;

I é o momento de inércia da seção;

t é a espessura da seção no ponto de estudo.

Admite-se que o esforço cortante é absorvido pela alma do perfil de seção transversal I. Dessa forma a simplificação é apresentada na **Eq 3.66**.

$$\tau_{\max} = \frac{V}{t_w h_w} \quad 3.66$$

Onde:

$\tau_{\max}$ é o momento estático da seção em relação ao centro de gravidade da seção bruta;

I é o momento de inércia da seção;

t_w é a espessura da seção no ponto de estudo.

Tendo, a seção solicitada a cisalhamento puro que atender a seguinte imposição: da **Eq 3.67**.

$$\tau_{\max} \leq \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} \quad 3.67$$

Nas seções onde há a atuação simultânea de força cortante e momento fletor, é fundamental verificar esse efeito combinado tanto no instante da aplicação da protensão quanto após sua efetivação. Para isso, o critério de von Mises é empregado para determinar a tensão resultante, considerando a seção mais crítica. A equação utilizada para essa verificação é apresentada na **Eq 3.68**.

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq f_{yd} \quad 3.68$$

Onde:

σ é a tensão resultante devido ao momento fletor

3.2.8 Flambagem lateral com distorção

Vigas mistas de aço e concreto sujeitas à ocorrência de momento fletor negativo, estão suscetíveis à flambagem lateral com distorção (FLD). Para a viga mista de aço e concreto com protensão externa, o momento fletor negativo é causado pela força de protensão inicial, antes da aplicação das cargas de serviço. Nesses trechos, a laje de concreto está submetida à tração, portanto apenas a armadura passiva resiste aos esforços, enquanto o perfil de aço encontra-se comprimido. Esse fenômeno de instabilidade caracteriza-se por um deslocamento lateral associado à rotação da mesa comprimida, influenciado pela distorção da alma.

Para a verificação da FLD, a norma brasileira (ABNT NBR 8800:2024) e o *Eurocode 4* (EN 1994-1-1:2014) adotam o modelo estrutural em “U” invertido (*U-frame model*) e utilizam curvas de dimensionamento desenvolvidas para elementos de aço. Já as normas americanas (AISC 360-22) e australiana (AS 4100:1998-R2020) baseiam-se em uma adaptação da teoria clássica da flambagem lateral por torção (FLT), considerando as restrições parciais da mesa tracionada e os efeitos da FLD em vigas mistas.

Em vigas mistas de aço e concreto com protensão externa, a ocorrência de flambagem lateral com distorção (FLD) pode ser observada quando a protensão induz momentos fletores negativos significativos. No caso de vigas pré-tracionadas, em que a protensão é aplicada exclusivamente ao perfil de aço, esse fenômeno não ocorre, pois a mesa superior não é travada pela laje de concreto. No entanto, em vigas mistas pós-tracionadas, a instabilidade por FLD pode se manifestar durante a etapa de protensão, tornando essencial a determinação do momento crítico elástico para sua verificação (Almeida, 2023).

Seguindo as verificações da ABNT NBR 8800:2024, para não haver a ocorrência da FLD nas regiões de ocorrência de momentos negativos, o momento fletor solicitante de cálculo (M_{sd}) nessas regiões deve ser menor que o momento fletor resistente ($M_{dist,Rd}$) para o estado-limite da FLD, ou seja:

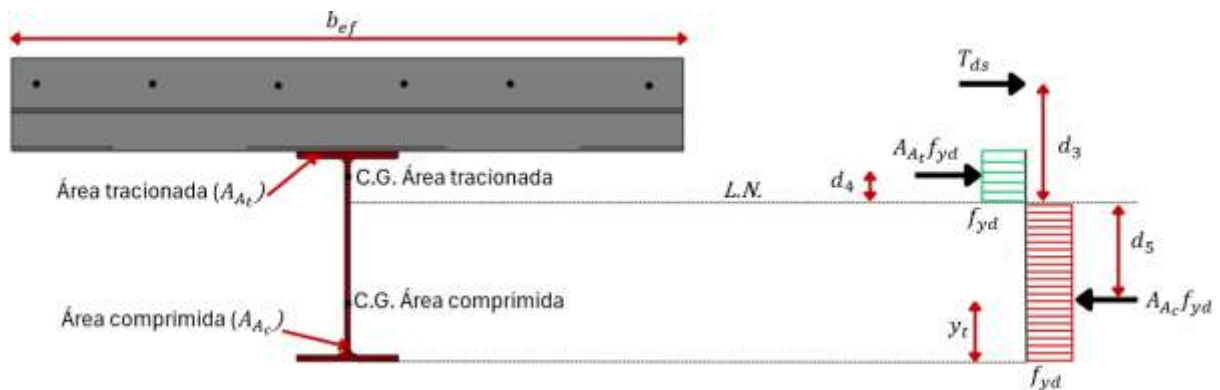
$$M_{sd} \leq M_{dist,Rd} \quad 3.69$$

O momento fletor resistente de cálculo na região de momentos negativos para a flambagem lateral com distorção em vigas mistas é dado por:

$$M_{dist,Rd} = \chi_{dist} M_{Rd} \quad 3.70$$

Onde M_{Rd} é o momento fletor resistente de cálculo na região de momento fletor negativo, assumindo plastificação dos componentes da seção transversal, conforme **Figura 3.15**, e seu valor é dado pela **Eq 3.71**.

Figura 3.15 - Distribuição de momentos na viga mista para momento fletor negativo.



Fonte: Adaptado de ABNT NBR 8800:2024

$$M_{Rd} = T_{ds}d_3 + A_{at}f_{yd}d_4 + A_{ac}f_{yd}d_5 \quad 3.71$$

$$T_{ds} = A_{sl}f_{sd} \quad 3.72$$

Onde:

T_{ds} é a força resistente de tração de cálculo nas barras da armadura longitudinal;

A_{at} é a área tracionada da seção do perfil de aço;

A_{ac} é a área comprimida da seção do perfil de aço;

A_{sl} é a área da armadura longitudinal;

f_{sd} é a resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura longitudinal;

d_3 é a distância do centro geométrico da armadura longitudinal até a linha neutra plástica;

d_4 é a distância da força de tração até a linha neutra plástica;

d_5 é a distância da força de tração até a linha neutra plástica.

O fator χ_{dist} é o coeficiente de redução para a flambagem lateral com distorção (FLD) e é determinado a partir da curva de resistência à compressão axial de colunas de aço. Esse fator depende do parâmetro de esbeltez λ_{dist} , que é definido pela relação:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}}{M_{cr}}} \quad 3.73$$

Almeida (2023) segue o procedimento presente na ABNT NBR 8800:2008 e do o *Eurocode 4* (EN 1994-1-1:2024), utilizando o modelo de “U” invertido. O autor adota a metodologia proposta por Roik *et al.* (1990) para determinar o momento crítico elástico (M_{cr}) na análise da flambagem lateral com distorção (FLD). Contudo, o procedimento do mecanismo de “U” invertido foi atualizado na ABNT NBR 8800:2024, alterando o cálculo do momento crítico. Essa formulação considera um sistema composto por duas ou mais vigas paralelas conectadas a uma mesma laje de concreto, caracterizando uma estrutura em “U”. O valor do momento crítico elástico é expresso pela **Eq 3.74**.

$$M_{cr} = C_{dist} \frac{k_g}{h_0} \left\{ GJ + \frac{EI_{af,y} h_0^2}{L^2} \left[(n\pi)^2 + \left(\frac{\eta b}{n\pi} \right)^2 \right] \right\} \quad 3.74$$

Onde:

G é o módulo de elasticidade transversal do aço;

L é o comprimento da viga entre apoios verticais;

J é a constante de torção do perfil de aço;

$I_{af,y}$ é o momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y ;

n é o número de semiondas do modo de flambagem;

η_b é um fator associado à rigidez rotacional do mecanismo U e à viga de aço;

C_{dist} é um coeficiente que depende da distribuição dos momentos fletores no vão L ;

k_g é um fator relacionado à geometria da seção mista;

A ABNT NBR 8800:2024 apresenta uma expressão para a determinação do parâmetro de esbeltez, em seções duplamente simétricas, conforme **Eq 3.75**:

$$\lambda_{dist} = 2,0 \left(1 + \frac{t_w h_o}{4b_f t_f} \right)^{0,5} \left[\left(\frac{f_y}{EC_{dist}} \right)^2 \left(\frac{h_o}{t_w} \right)^3 \left(\frac{t_f}{b_f} \right) \right]^{0,25} \quad 3.75$$

Onde:

t_w é a espessura da alma do perfil;

h_o é a distância entre os centroides das mesas superior e inferior;

t_f é a espessura das mesas;

b_f é a largura das mesas;

f_y é a resistência ao escoamento do aço;

$C_{b,dist}$ é um coeficiente que depende da distribuição dos momentos fletores no vão L .

O estudo de Fan (1990) foi um dos pioneiros na investigação experimental da flambagem lateral com distorção (FLD) e da flambagem local em vigas mistas de aço e concreto. O autor constatou que a flambagem local e a FLD podem ocorrer simultaneamente, e que a interação entre esses modos de instabilidade contribui para a redução da resistência à flexão desses elementos. Trabalhos como os de Johnson e Bradford (1983), Bradford (1986), Williams e Jemah (1987), Bradford e Ronagh (1997) e Bradford (1997) relataram que a metodologia da estrutura em “U” invertido é conservadora. Bradford (2000), ao investigar a

FLD em vigas mistas submetidas a momentos negativos por meio de análises numéricas, levou em consideração os efeitos das tensões residuais e das imperfeições geométricas. A partir dessa investigação, o autor propôs uma nova formulação para estimar a resistência à FLD, baseada na norma australiana AS4100:1998, aplicável a vigas mistas de aço e concreto.

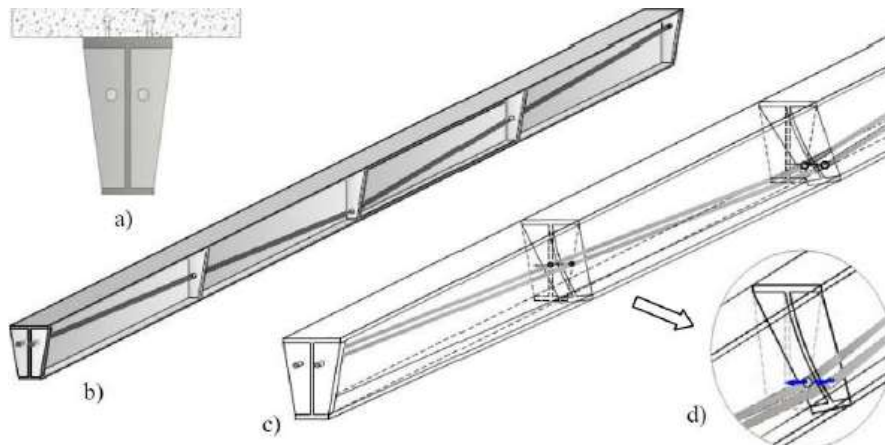
$$M_{u,dist} = 0,6 \left\{ \sqrt{\left(\frac{M_{pl-perfil}}{M_o} \right)^2 + 3} - \left(\frac{M_{pl-perfil}}{M_o} \right) \right\} M_{pl-perfil} \leq M_{pl-perfil} \quad 3.76$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{M_{pl-perfil}}{M_o}} = 0,02 \left(\frac{L}{r_y} \right)^{0,5} \left(\frac{h_w}{t_w} \right)^{1/3} \alpha_m^{-0,5} \quad 3.77$$

Rossi *et al.* (2021) verificaram que a formulação apresentada pela norma brasileira para a estimativa da resistência à FLD é conservadora, e que a proposta de Bradford (2000) foi o modelo analítico que mais se aproxima de resultados experimentais.

De acordo com Ferreira (2007), vigas mistas protendidas possuem características específicas que impactam seu comportamento em relação à flambagem lateral com distorção (FLD). O autor destaca que os cabos de protensão, conectados à viga por meio de desviadores e fixados nas chapas de ancoragem, exercem um efeito benéfico sobre a estrutura. Em situações em que há tendência de deslocamento lateral, a tensão nos cabos gera uma resistência que atua como força restauradora, transmitida pelos pontos de contato, ajudando a manter a viga em sua posição original de equilíbrio. Esse mecanismo é representado na **Figura 3.16**.

Figura 3.16 - Efeito dos cabos de protensão na flambagem lateral.



Fonte: Ferreira (2007).

CAPÍTULO 4 MODELAGEM NÚMERICA

Nesse capítulo serão apresentados a metodologia e os procedimentos pelos quais as validações dos estudos experimentais foram realizadas. Para a implementação de um modelo numérico, é necessário considerar aspectos como os modelos constitutivos dos materiais, as condições de contorno, as imperfeições físicas e geométricas, a malha empregada na discretização, além do método incremental e iterativo utilizado para alcançar a trajetória de equilíbrio não linear da estrutura. Será apresentado o desenvolvimento de seis modelos numéricos utilizando o *software* ABAQUS®. Os modelos serão baseados nos trabalhos experimentais desenvolvidos por Müller *et al* (2006), Nadjai (2007), Ayyub *et al* (1990) e Almeida (2023).

A primeira etapa deste capítulo apresentará os parâmetros, materiais e discretizações utilizadas nos modelos numéricos e sua metodologia de cálculo, seguida pela calibração de cada um dos seis modelos. Dessa forma, será possível comparar os resultados dos modelos numéricos com os estudos experimentais e validar os modelos desenvolvidos.

4.1 MODELOS FÍSICOS PARA VALIDAÇÃO

Serão utilizados modelos físicos experimentais encontrados na revisão bibliográfica dos trabalhos experimentais realizados em vigas mistas com abertura celular e vigas mistas protendidas com alma cheia. Dois modelos serão baseados nos trabalhos experimentais desenvolvidos por Müller *et al* (2006) e Nadjai (2007) com vigas mistas de aço e concreto com aberturas celulares sequenciais na alma. Nadjai (2007) ensaiou vigas mistas com seções simétricas e assimétricas, entretanto nessa pesquisa será abordado apenas os estudos com a viga de seção simétrica. As vigas possuíam abertura de 375mm espaçadas a cada 125mm e laje de 150mm onde 51mm correspondem à forma de aço incorporado. De forma análoga, o trabalho de Müller *et al* (2006) ensaiou vigas mistas com abertura circular em seções simétricas e assimétricas. Os perfis metálicos possuíam aberturas de 380mm espaçados a cada 190mm e a laje possuía 130mm de altura onde 51mm correspondiam à forma de aço incorporada.

Enquanto os outros quatro modelos serão baseados nos trabalhos de Ayyub *et al* (1990) e Almeida (2023) com vigas mistas protendidas. Ayyub *et al* (1990) realizou ensaios em vigas mistas de alma cheia com protensão externa. O autor realizou dois ensaios semelhantes, utilizando os mesmos perfis associados a uma laje maciça de 89mm de espessura com duas linhas de conectores do tipo pino com cabeça. Ambos os experimentos possuíam os mesmos materiais e configuração dos elementos, alterando apenas o traçado dos cabos. De forma análoga, Almeida (2023) realizou ensaios de vigas mistas de alma cheia com protensão externa, entretanto o autor utilizou uma laje de forma de aço incorporado associado a um perfil metálico através de duas linhas de conectores do tipo pino com cabeça. A **Tabela 4.1** apresenta a nomenclatura e informações gerais sobre as vigas utilizadas nesse trabalho.

Tabela 4.1 - Nomenclatura dos modelos utilizados

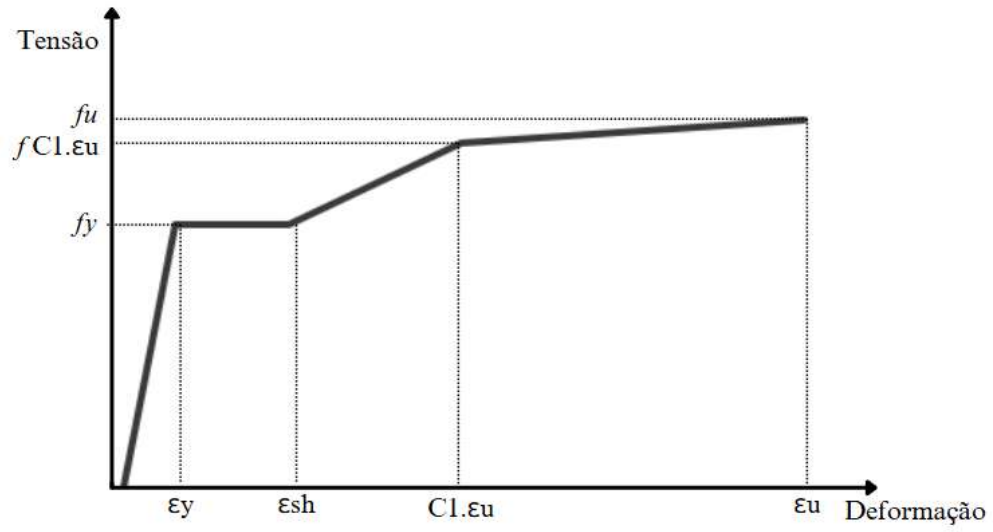
Modelo nesse trabalho	Referência	Modelo na referência
CCB1	Nadjai (2007)	A1
CCB2	Müller <i>et al</i> (2006)	RWH 1A
CBPS1	Ayyub <i>et al</i> (1990)	Beam B
CBPD1	Ayyub <i>et al</i> (1990)	Beam C
CBPS2	Almeida (2023)	VMPP
CBPD2	Almeida (2023)	VMPP
Fonte: Autor (2026)		

As siglas utilizadas nos modelos analisados como CCB, CBPS e CBPD correspondem, respectivamente, a *Composite Cellular Beam*, *Composite Beam Prestressed Straight* e *Composite Beam Prestressed Draped*.

4.1.1 Materiais

4.1.1.1 Propriedades do aço

Para o modelo constitutivo do aço do perfil, foi adotado o modelo desenvolvido por Yun e Gardner (2017) para representar o comportamento plástico quadri-linear do material. De acordo com o estudo de Ferreira (2021), esse modelo apresentou os melhores resultados tanto em termos de convergência quanto no comportamento pós-flambagem. Os autores propuseram o modelo quadri-linear, conforme ilustrado na **Figura 4.1**, que faz uso das **Equações 4.1 a 4.5** para descrever o comportamento do material.

Figura 4.1 - Curva tensão *versus* deformação para o modelo quadri-linear

Fonte: Adaptado de Yun e Gardner (2017)

$$f_{(\varepsilon)} = \begin{cases} E_{\varepsilon, \varepsilon} \leq \varepsilon_y \\ f_y, \varepsilon_y < \varepsilon \leq \varepsilon_{sh} \\ f_y + E_{sh}(\varepsilon - \varepsilon_{sh}), \varepsilon_{sh} < \varepsilon \leq C_1 \varepsilon_u \\ f_{C_1 \varepsilon_u} + \left(\frac{f_u + f_{C_1 \varepsilon_u}}{\varepsilon_u - C_1 \varepsilon_u} \right), C_1 \varepsilon_u < \varepsilon \leq \varepsilon_u \end{cases} \quad 4.1$$

$$\varepsilon_u = 0,6 \left(1 - \frac{f_y}{f_u} \right), \varepsilon_u \geq 0,006 \quad 4.2$$

$$\varepsilon_{sh} = 0,1 \frac{f_y}{f_u} - 0,055; 0,015 < \varepsilon_{sh} \leq 0,03 \quad 4.3$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_{sh} + 0,25(\varepsilon_u - \varepsilon_{sh})}{\varepsilon_u} \quad 4.4$$

$$E_{sh} = \frac{f_u - f_y}{0,4(\varepsilon_u - \varepsilon_{sh})} \quad 4.5$$

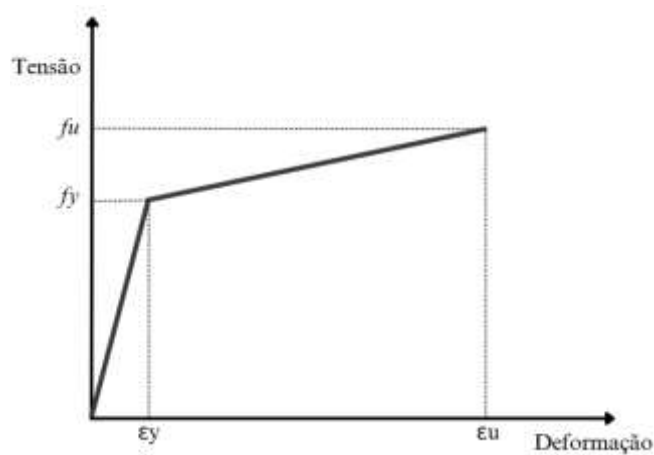
Por fim, é necessário realizar a conversão dos valores nominais de tensão e deformação para os valores reais utilizando as **Eq 4.6 e 4.7**, apresentadas no manual do ABAQUS.

$$\sigma_{real} = \sigma_{nom}(1 + \varepsilon_{nom}) \quad 4.6$$

$$\varepsilon_{real} = \ln(1 + \varepsilon_{nom}) \quad 4.7$$

Para os conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça e os cabos de protensão, as propriedades mecânicas elásticas do material foram definidas com o Módulo de Young de 200 GPa e um coeficiente de Poisson de 0,3. Para as propriedades plásticas, foi adotado o modelo bi-linear (**Figura 4.2**) com encruamento, de acordo com o estudo de Araújo *et al.* (2016).

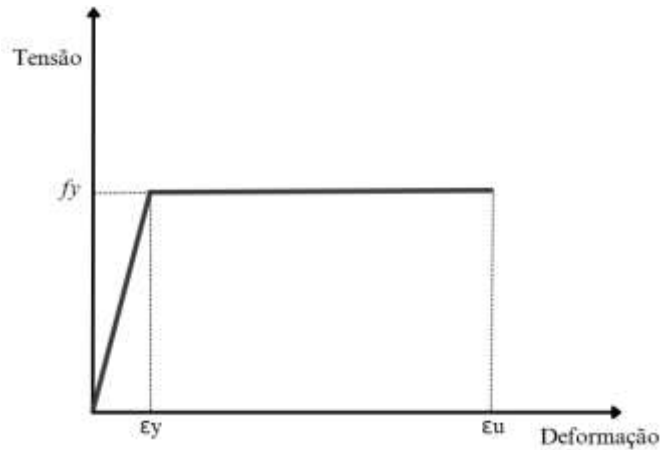
Figura 4.2 - Modelo bi-linear com encruamento



Fonte: Autor (2026).

Para as armaduras passivas longitudinais e transversais, foi adotado o modelo linear, como elastoplástico perfeito, como ilustra a **Figura 4.3**

Figura 4.3 - Modelo elastoplástico perfeito



Fonte: Autor (2026).

4.1.1.2 Propriedades do concreto

Para a representação do comportamento do concreto da laje, foi utilizado o modelo *Concrete Damage Plasticity* (CDP) disponível na biblioteca do *software* ABAQUS. Esse critério baseia-se em modelos desenvolvidos por Hillerborg, Mod  er e Petersson (1976), Lubliner *et al.* (1989) e Lee e Fenves (1998), sendo amplamente aplicado na modelagem de concreto e outros materiais que apresentam comportamento frágil (Ferreira, Martins e Nardin, De, 2020)

O dano no modelo é descrito pela variável "d", que varia entre 0 e 1, sendo que $d = 0$ representa o material íntegro, e $d = 1$ indica que o material está completamente danificado. Essa variável de dano reflete a taxa de degradação da rigidez do concreto quando submetido à compressão e tra  o uniaxial, permitindo uma descrição detalhada da perda de resistência ao longo do processo de carregamento. As **Equações 4.8 e 4.9** determinam o parâmetro de dano (d) para o comportamento   compressão e tra  o respectivamente.

$$d_c = 1 - (\sigma / f_c) \quad 4.8$$

$$d_t = 1 - (\sigma / f_t) \quad 4.9$$

No modelo do CDP, os principais mecanismos de falha são a fissuração por traço no concreto e o esmagamento por compressão do concreto. A evolução da superfície de

escoamento é, portanto, controlada por duas variáveis de endurecimento, que correspondem às rupturas sob tração e compressão. Esse modelo de dano permite descrever o dano irreversível que ocorre durante o processo de fratura, proporcionando uma representação precisa do comportamento do concreto ao longo da degradação (Dassault Systèmes, 2020).

No domínio elástico, foram definidos no *software* os parâmetros correspondentes ao módulo de elasticidade específico de cada laje e o coeficiente de Poisson de 0,2. Para caracterizar a plasticidade do material, os parâmetros de entrada necessários incluem: o ângulo de dilatação (ψ), a excentricidade plástica (ξ), a relação entre a resistência à compressão uniaxial e biaxial (σ_{b0}/σ_{c0}), a relação entre os meridianos de compressão e tração (Kc), e o parâmetro de viscosidade (μ), que representa a relaxação do material. A **Tabela 4.2** ilustra os valores utilizados no *software*

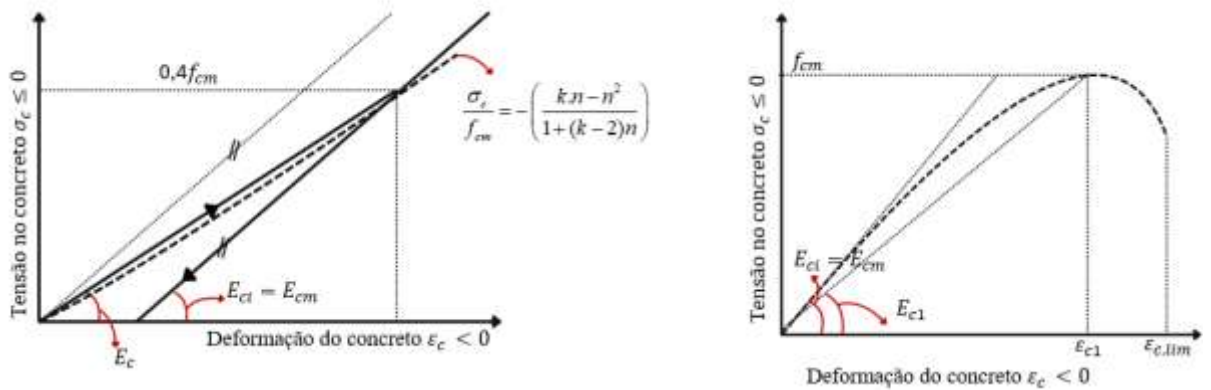
Tabela 4.2 - Resumo das propriedades plásticas

Parâmetro	Valor	Descrição
ψ ($^{\circ}$)	36° (Rossi <i>et al.</i> , 2020a. 2021a. 2021c)	Ângulo de dilatação
ξ	0.1 (Default)	Excentricidade plástica
σ_{b0}/σ_{c0}	1.16 (Default)	Relação entre tensão biaxial e uniaxial
K	0.667 (Default)	Parâmetro de superfície de ruptura
μ (s^{-1})	0.001 (Rossi <i>et al.</i> , 2020a. 2021a. 2021c)	Viscosidade

Fonte: Autor (2026)

Os valores de tensão e deformação correspondentes na compressão foram determinados através do modelo idealizado proposto pelo *Model Code* 2010 (COB fib, 2010) que descreve três trechos distintos na resposta do material. O primeiro trecho é caracterizado por uma resposta elástico-linear, que se estende até uma tensão de compressão correspondente a 40% da resistência média à compressão (f_{cm}) e pode ser visualizado na **Figura 4.4**. O segundo trecho apresenta uma região não linear de encruamento, iniciando-se ao final do trecho elástico-linear e continuando até a tensão de pico. Por último, o terceiro trecho é identificado como uma fase de amolecimento, onde ocorre uma redução das tensões à medida que as deformações aumentam.

Figura 4.4 – Definição dos diferentes módulos de elasticidade.



Fonte: Autor (2026)

De acordo com o *Model Code* 2010 (COB fib, 2010) a determinação da resistência média à compressão do concreto (f_{cm}) e dos módulos de elasticidade tangente inicial (E_{ci}) e reduzido (E_c) pode ser realizada por meio das **Equações 4.10 a 4.13**. O parâmetro que considera o tipo de agregado utilizado no concreto (α) pode ser consultado na **Tabela 4.3**.

$$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f, \text{ onde } \Delta f = 8 \text{ MPa} \quad 4.10$$

$$E_{ci} = E_{c0} \alpha_E \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3} \quad 4.11$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{cm}}{88} \leq 1,0 \quad 4.12$$

$$E_i = \alpha_i E_{ci} \quad 4.13$$

Tabela 4.3 - Parâmetros para agregados

Tipo de agregado	α_E	E_{c0a} (Gpa)
Basalto	1.2	25.8
Quartzo	1	21.5
Calcário	0.9	19.4
Arenito	0.7	15.1

Fonte: adaptado de *Model Code* 2010 (CEB-FIP, 2010)

As **Equações 4.14 a 4.16** e a **Tabela 4.4** são utilizadas para a determinação da função parabólica que descreve os trechos de encruamento e amolecimento do concreto.

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{ci}} \quad 4.14$$

$$k = \frac{E_{ci}}{E_{cl}} \quad 4.15$$

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = - \left(\frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \right) \quad 4.16$$

Tabela 4.4 - Valores de acordo com classe de resistência

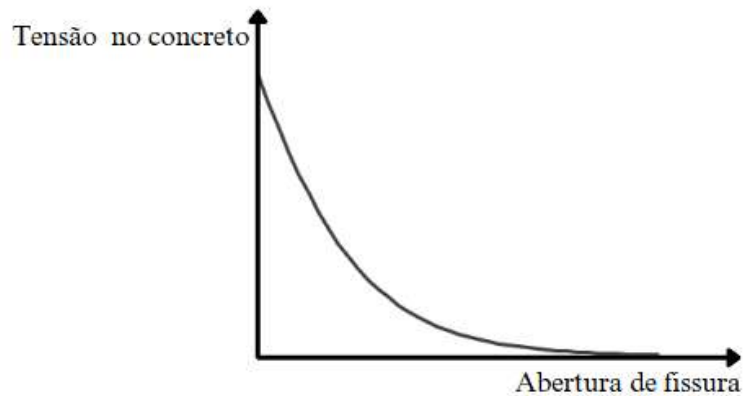
Classe de Resistência	C12	C16	C20	C25	C30	C35	C40
E _{ci} (GPa)	27.1	28.8	30.3	32	33.6	35	36.3
E _{cl} (GPa)	11.1	12.2	13.3	14.9	16.5	18.2	20
ε _{cl} (‰)	-1.9	-2.1	-2.3	-2.5	-2.7	-2.9	-3
ε _{cl,lim} (‰)	-3.5	-3.5	-3.5	-3.5	-3.5	-3.5	-3.5
k	2.4	2.2	2.2	2.2	2	1.9	1.8

Classe de Resistência	C45	C50	C55	C60	C70	C80	C90
E _{ci} (GPa)	37.5	38.6	39.7	40.7	42.6	44.4	46
E _{cl} (GPa)	21.6	23.2	24.7	26.2	28.9	31.4	33.8
ε _{cl} (‰)	-2.5	-2.6	-2.7	-2.8	-3	-3.2	-3.3
ε _{cl,lim} (‰)	-3.5	-3.4	-3.4	-3.3	-3.3	-3.3	-3.3
k	1.7	1.7	1.6	1.5	1.4	1.4	1.4

Fonte: Adaptado de *Model Code 2010* (COB fib, 2010)

Para o comportamento à tração do concreto, foi aplicado o modelo proposto por Hordijk (1991), que avaliou a aplicabilidade do modelo de Cornelissen, Hordijk e Reinhardt (1986). Este modelo utiliza a relação entre tensão e abertura de fissuras para descrever o trecho pós-pico do concreto tracionado, e Hordijk fez algumas modificações no modelo original. A curva de tensão por abertura de fissuras apresentada por Hordijk (1991), ilustrada na **Figura 4.5**, pode ser determinada pelas **Equações 4.17 a 4.20**.

Figura 4.5 - Modelo de abertura de fissura.



Fonte: Adaptado de Hordijk (1991)

$$G_F = 73 f_{cm}^{0,18} \quad 4.17$$

$$W_c = \frac{5,14 G_F}{f_t} \quad 4.18$$

$$f(w) = \left[1 + \left(\frac{c_1 w}{w_c} \right)^3 \right] \exp \left(-\frac{c_2 w}{w_c} \right) \text{ sendo } c_1 = 3 \text{ e } c_2 = 6,93 \quad 4.19$$

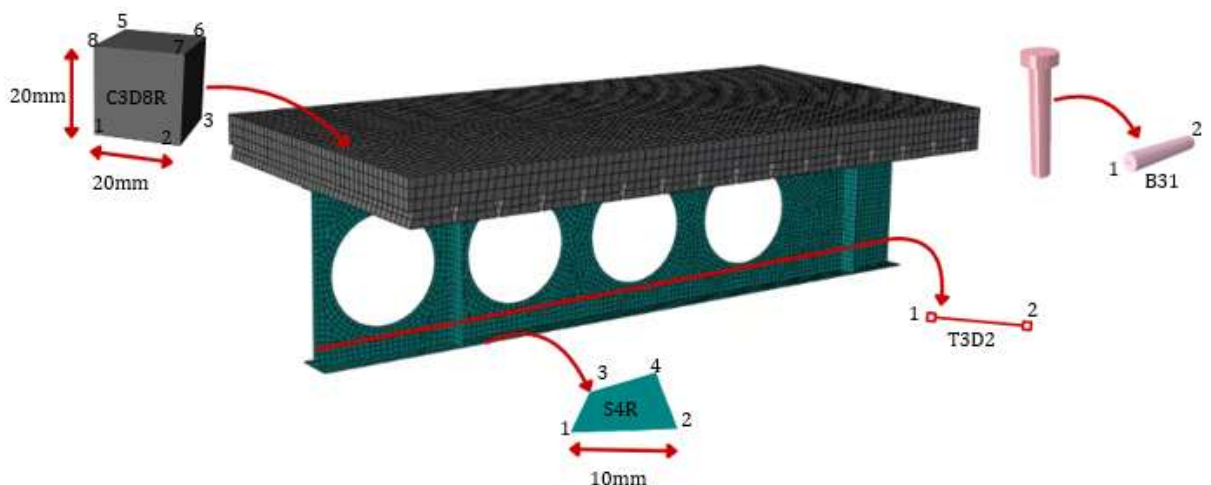
$$\frac{\sigma_t}{f_t} = f(w) - \frac{w}{w_c} f(w_c) \quad 4.20$$

4.1.2 Discretização

Cada uma das vigas é constituída de um perfil metálico do tipo I, laje maciça ou laje mista com forma de aço incorporada, conectores de cisalhamento, cabos de protensão e armaduras passivas. Foram utilizados três tipos de elementos finitos disponíveis na biblioteca do ABAQUS: *solid* (C3D8R), *shell* (S4R), *truss* (T3D2) e *beam* (B31). Cada tipo de elemento finito possui propriedades, como o número de nós e os graus de liberdade que possui.

O elemento C3D8R é um sólido que corresponde a um elemento finito hexaédrico com aproximação linear, com um nó em cada vértice, totalizando oito nós e três graus de liberdade em cada nó, com integração reduzida e controle *hourglass*. Esse tipo de elemento é utilizado nas lajes de concreto e atuadores. O elemento S4R é um elemento do tipo casca com quatro vértices e seis graus de liberdade em cada nó. Apenas os perfis metálicos utilizam esse tipo de elemento, estando presentes na alma, mesas, enrijecedores e nas chapas de ancoragem. Os elementos do tipo T3D2 são elementos de barra com dois nós com cada nó possuindo três graus de liberdade. Esse tipo de elemento é utilizado tanto para os cabos de protensão como para as armaduras passivas. O elemento B31 também é um elemento de barra com dois nós, porém possui seis graus de liberdade; esse tipo de elemento foi utilizado para os conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça. A **Figura 4.6** ilustra os elementos finitos utilizados.

Figura 4.6 - Elementos finitos utilizados



Fonte: Autor (2026)

Na maioria dos elementos de viga mista de aço e concreto protendida com laje mista formada pela associação da forma de aço e laje em concreto, a armadura passiva posicionada

no concreto é apenas construtiva já que a seção de aço necessária é composta pela própria forma. Foram revisadas as análises verificando a influência das fôrmas de aço incorporadas e, segundo as publicações de Ferreira 2021a e Ferreira 2021b, a contribuição para a resistência da estrutura não foi significativa, não exigindo sua modelagem para esse estudo.

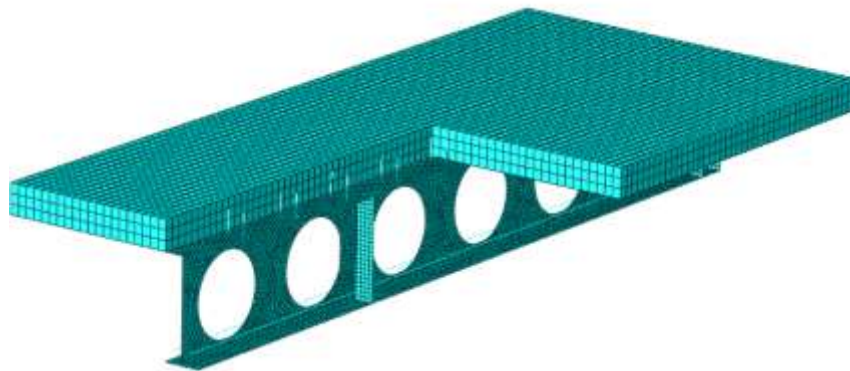
Para a escolha do tamanho dos elementos finitos, foram adotadas as premissas estabelecidas nos estudos de ((Rossi *et al.*, 2021). Com base nesses estudos, a discretização considerou elementos de 20 mm para a laje e o atuador, enquanto para o perfil metálico foram utilizados elementos de 10 mm. Os cabos de protensão foram discretizados em dimensões correspondentes às distâncias entre os desviadores e enrijecedores, a fim de que as deformações dos cabos acompanhem as deformações da viga através de pontos de contato entre os cabos e os enrijecedores. A **Figura 4.7** apresenta a discretização utilizada para os cabos enquanto a discretização da malha das vigas mistas esta ilustrada na **Figura 4.8**.

Figura 4.7 - Discretização da malha dos cabos para traçado poligonal e reto



Fonte: Autor (2026)

Figura 4.8 - Discretização da malha dos modelos.

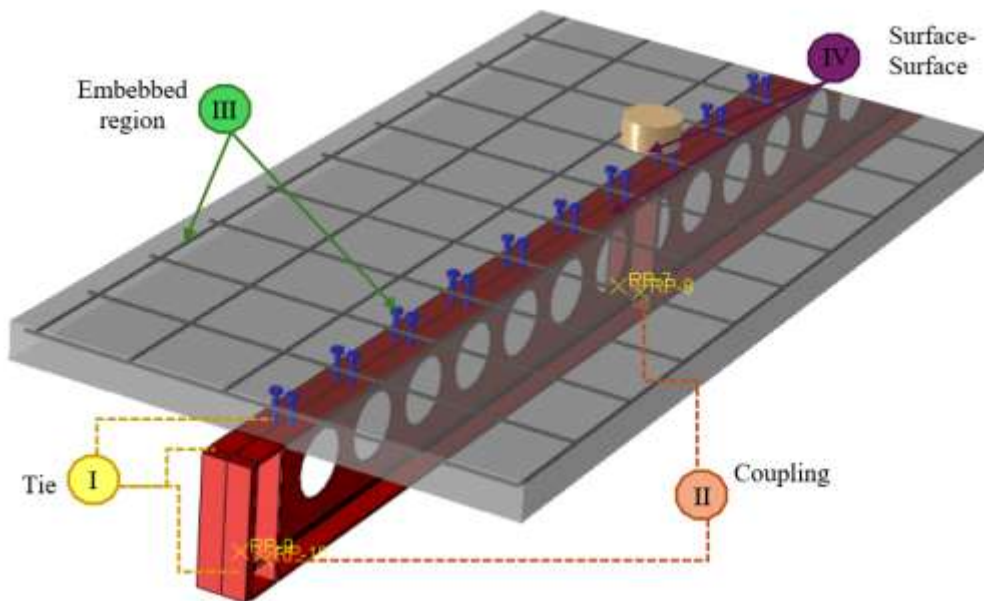


Fonte: Autor (2026)

4.1.3 Interação entre os elementos

A interação entre os elementos ocorreu de quatro formas distintas: *Tie*, *contact*, *coupling* e *embedded*. Essas interações podem ser observadas na **Figura 4.9**.

Figura 4.9 - Propriedades de contato.



Fonte: Autor (2026)

A interação do tipo *tie constrain*, que simula uma solda entre os elementos, onde o deslocamento relativo entre eles é nulo, foi utilizada em situações como: entre o perfil metálico e os conectores de cisalhamento, entre a chapa de ancoragem e os cabos de protensão, e entre os perfis e a chapa de ancoragem. A interação *coupling* foi utilizada para distribuir a força proveniente do cabo de protensão para os enrijecedores. Para essa interação, foram criados *reference points* nos pontos onde os cabos coincidiam com os enrijecedores. Entre o *reference point* e o perfil celular, foi utilizado um *coupling continuum distributing* e entre o *reference point* e o cabo de protensão foi criado um *coupling kinematic*, não restringindo o grau de liberdade na direção do vão da viga. Essa interação também foi utilizada em um ponto de referência para distribuir a força aplicada no atuador. Já a interação da laje com o perfil metálico, da laje com os conectores de cisalhamento e da laje com o atuador, foi definida como do tipo *contact surface to surface interaction*.

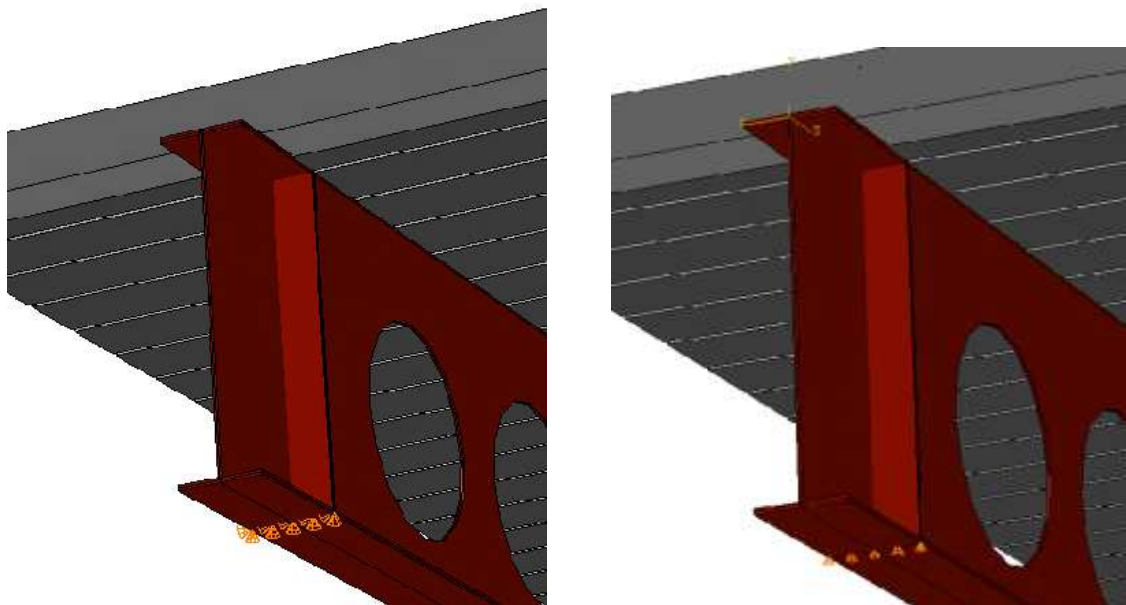
O comportamento normal foi adotado a opção *Hard contact* enquanto o comportamento tangencial foi definido utilizando a opção *Penalty*. Entre a laje e o perfil metálico foi adotado um valor de *Penalty* 0,3 enquanto para a laje e os conectores de cisalhamento o valor de 0,2 de acordo com Rossi *et al* (2020a). Ainda foi utilizado a interação do tipo *Embedded* entre a laje de concreto e as armaduras passivas. Nesse tipo de ligação, os graus de liberdade translacionais dos nós incorporados e o deslizamento entre as armaduras e o concreto são impedidos

(Pathirana *et al*, 2016). Dessa forma, o elemento embebido fica completamente incorporado pelo elemento hospedeiro.

4.1.4 Carregamento e condições de contorno

Após definida a montagem, foi definida as restrições e graus de liberdade em cada apoio. Todos os modelos experimentais apresentaram condições biapoiadas, definidas como a restrição do deslocamento vertical em ambos os apoios e restrição horizontal em apenas um apoio. A **Figura 4.10** apresenta as condições de contorno para os apoios adotadas.

Figura 4.10 - Condições de apoio adotadas



Fonte: Autor (2026)

Para a aplicação do carregamento externo, adotou-se a definição de *concentrated force*, aplicada em um *reference point*. O carregamento foi então transferido aos atuadores por meio de uma interação do tipo *coupling continuum distributing*. Para os modelos com protensão externa, o carregamento seguiu como abordado por Almeida (2023), onde a protensão pode ser considerada como um estado de pré tensões em uma região do modelo.

No ABAQUS, o *Predefined Field* do tipo *Mechanical Stress* consiste na atribuição direta de um campo de tensões iniciais aos elementos selecionados antes do início da etapa de carregamento, sendo esse estado considerado nas equações de equilíbrio desde o *Initial Step*.

Assim, ao definir uma tensão axial nos elementos que representam os cabos, o modelo passa a iniciar a análise já com a força de protensão incorporada internamente, sem necessidade de aplicação explícita de forças concentradas, caracterizando numericamente a protensão como um estado pré-existente de tensões restrito à região dos tendões.

4.1.5 Método de análise

Para reproduzir o efeito da protensão externa, foi conduzida em três etapas sucessivas de análise. Na primeira etapa, os elementos foram posicionados e as condições de contorno do modelo estabelecidas. Ainda no *step initial*, foram atribuídas as tensões aos cabos por meio do recurso *Predefined Field*, definindo-se um valor de tensão mecânica equivalente à força inicial de protensão aplicada aos tendões.

Na etapa seguinte, um *step* configurado no *static general* foi utilizado para considerar apenas o peso próprio da estrutura. Esse procedimento, adotado por Silva (2018) e Almeida (2023), baseia-se no fato de que a protensão, embora introduzida no *step* inicial, somente passa a atuar efetivamente no comportamento estrutural em uma etapa posterior, a partir da transferência das forças dos tendões para a viga por meio das regiões de ancoragem. Essa estratégia está em conformidade com as recomendações usuais para modelagem de protensão em análises por elementos finitos, conforme descrito na documentação do ABAQUS (Dassault Systèmes, 2023).

Por fim, na terceira etapa, o carregamento externo foi aplicado de forma incremental, incidindo sobre a estrutura já submetida aos efeitos combinados do peso próprio e da protensão e de onde foi possível obter os valores através dos *historys outputs*.

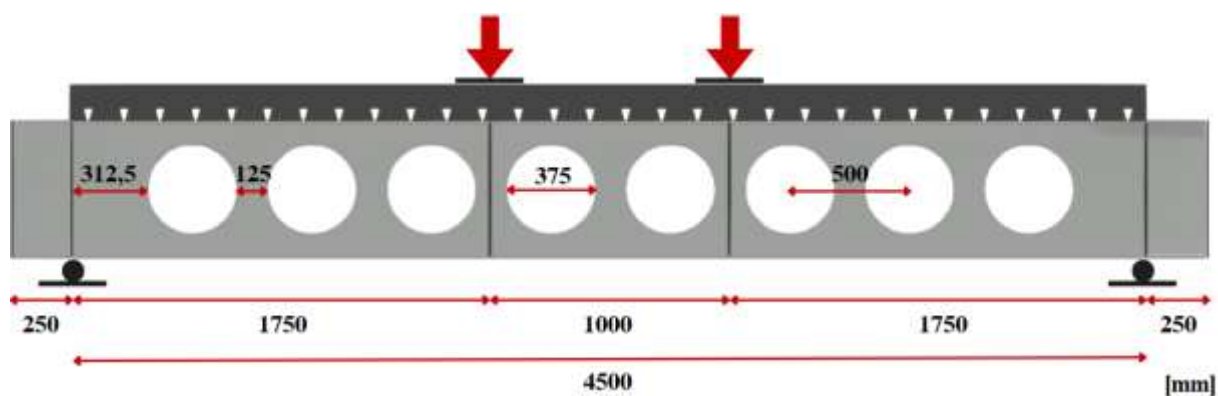
4.2 AFERIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

4.2.1 Modelo de Nadjai (2007)

A viga identificada nesse trabalho como CCB1, representa o modelo A1, ensaiada por Nadjai (2007). A viga é composta por um perfil metálico UB457x152x52mm, com dupla simetria, em aço S355, com aberturas circulares de 375mm de diâmetro espaçadas a cada 125mm. O perfil possui enrijecedores laterais de 6,4mm de espessura posicionados a 250mm da extremidade da viga. A laje de concreto tem 150mm de espessura, sendo que 51mm correspondem às nervuras da forma de aço incorporada. Foi utilizado uma única linha de conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça, com 120mm de altura e espaçados a cada

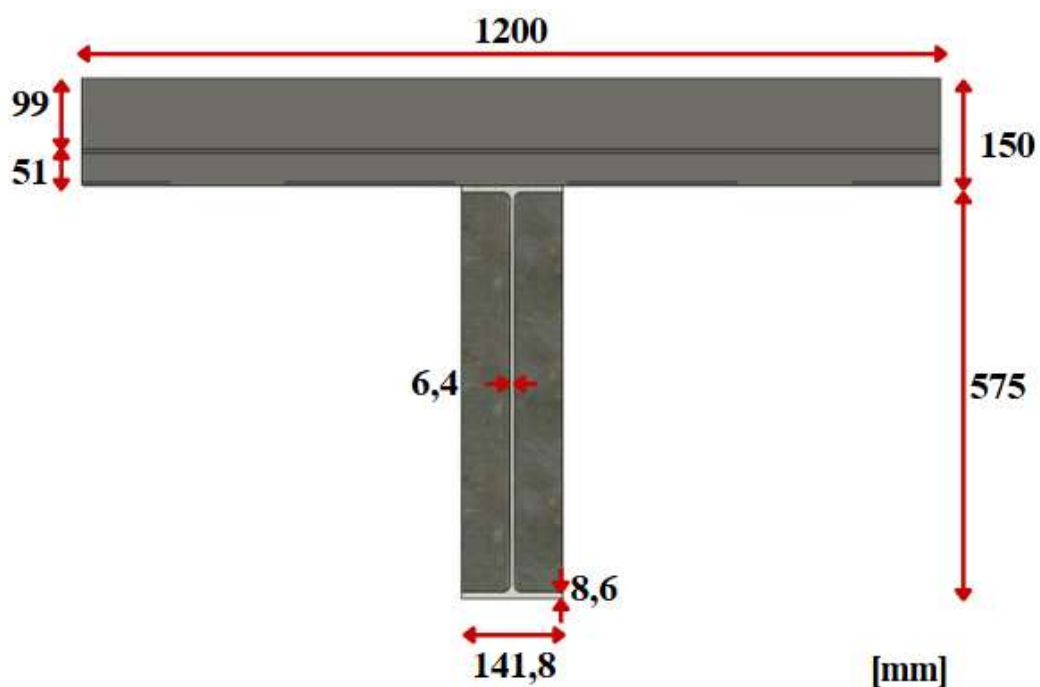
150mm ao longo da viga. As vigas eram simplesmente apoiadas com restrições ao deslocamento lateral, conforme **Figura 4.11**. A seção transversal da viga é mostrada na **Figura 4.12** enquanto os materiais e dimensões são mostrados, respectivamente, nas **Tabela 4.5** e **Tabela 4.6**.

Figura 4.11 - Condições de contorno



Fonte: Autor (2026)

Figura 4.12 - Detalhes da seção transversal



Fonte: Adaptado de Nadjai (2026)

Tabela 4.5 - Propriedades geométricas do modelo.

Teste	L (mm)	d (mm)	D_0 (mm)	P (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	S(mm)
CCB1	4500	575	375	500	141.8	8.6	6.4	150

Fonte: Autor (2026)

Tabela 4.6 - Propriedades mecânicas do modelo.

Elemento	E (MPa)	ν	fck (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Laje de concreto	41.317	0.2	28.6	-	-
Mesas do perfil	200.000	0.3	-	312	438.5
Alma do perfil	200.000	0.3	-	312	438.5
Pino com cabeça	200.000	0.3	-	460	559

Fonte: Autor (2026)

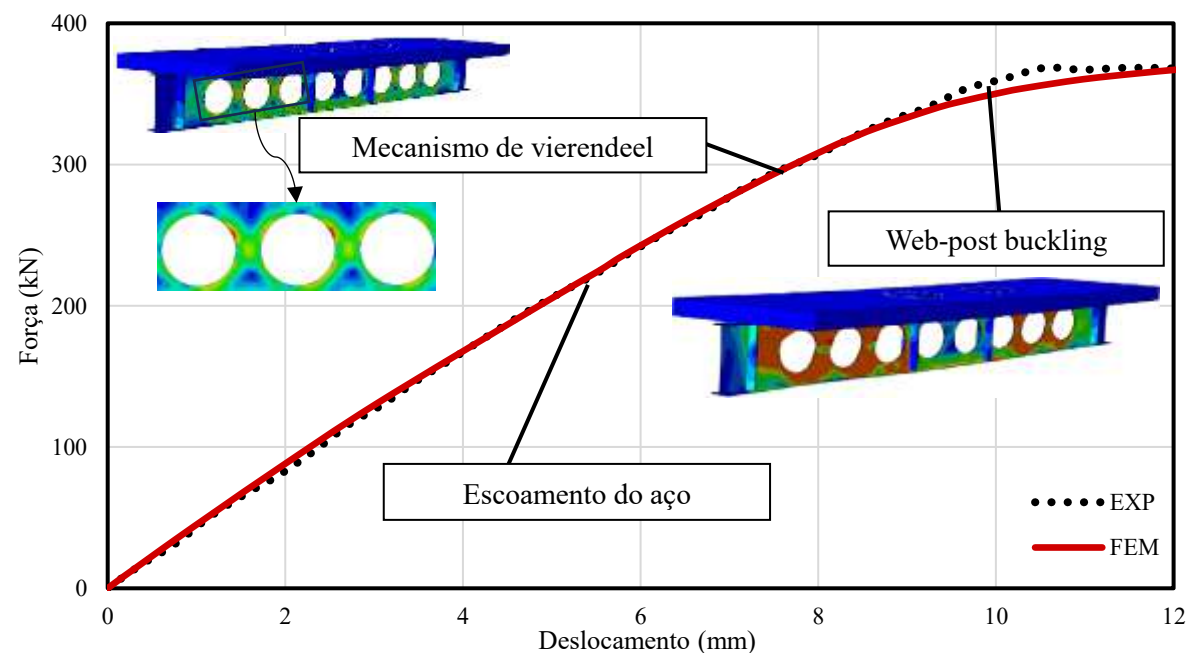
Para a consideração da imperfeição geométrica inicial, foi adotada uma curvatura inicial com magnitude de $h/500$. A comparação entre os resultados numéricos e experimentais é apresentada na **Tabela 4.7** e na **Figura 4.13**.

Tabela 4.7 - Resultados da aferição

Teste	P_{EXP} (kN)	P_{MEF} (kN)	P_{EXP}/P_{MEF}
CCB1	370	368	1.005

Fonte: Autor (2026)

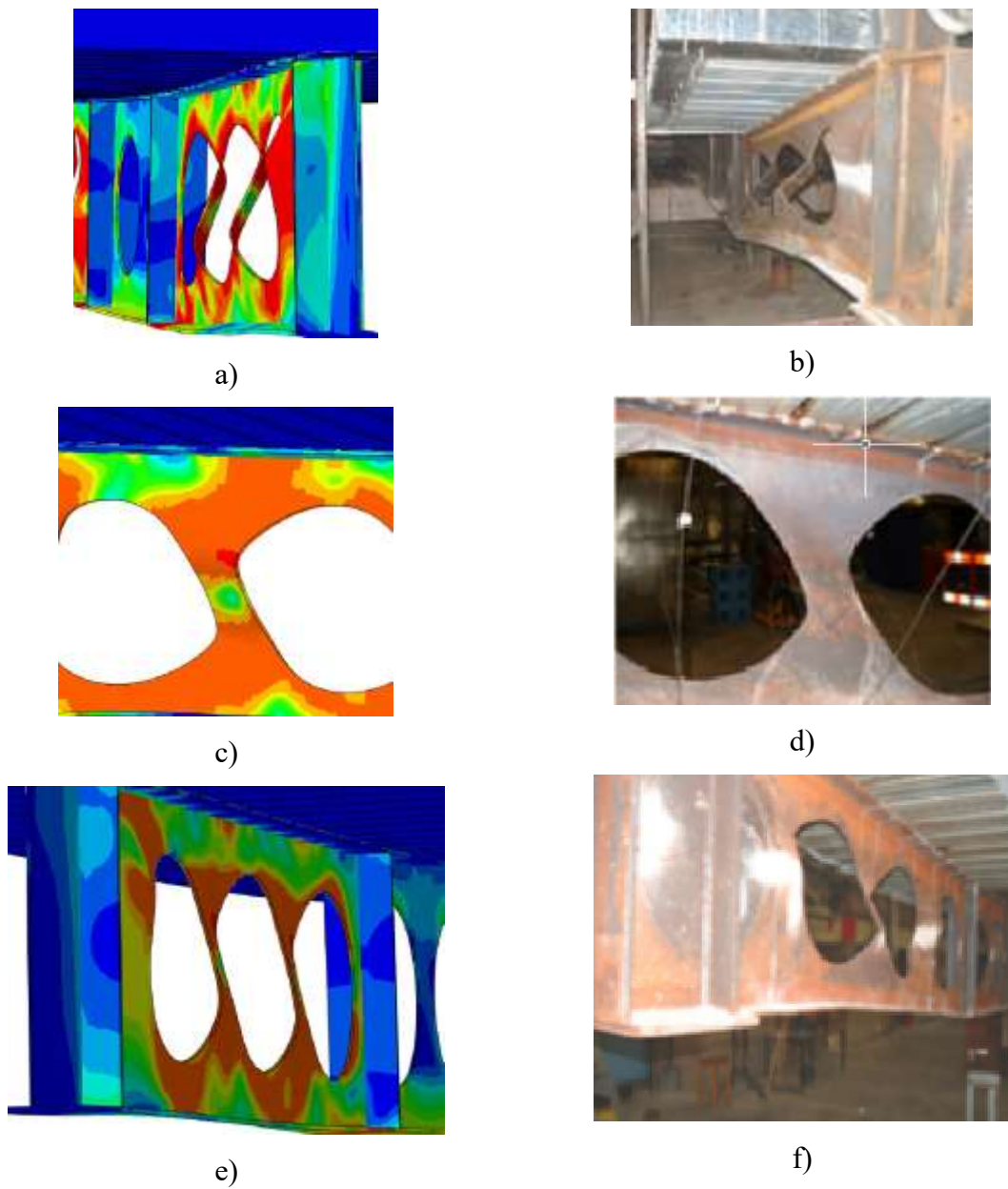
Figura 4.13 - Resultados da aferição do modelo numérico



Fonte: Autor (2026)

A **Figura 4.14** apresenta a comparação entre a configuração deformada do ensaio experimental realizado por Nadjai (2007) e a obtida pelo *software* ABAQUS, respectivamente.

Figura 4.14 - Resultados da aferição do modelo numérico

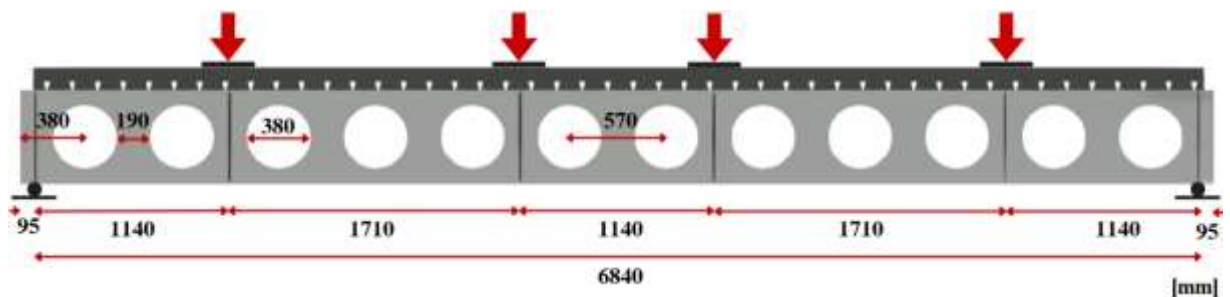


Fonte: Autor (2026)

4.2.2 Modelo de Müller *et al* (2006)

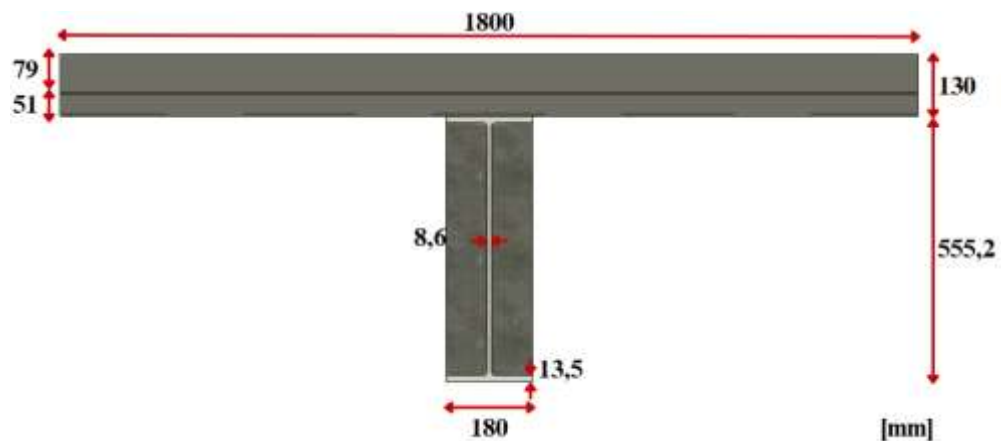
O desenvolvimento do modelo numérico, aferido com os ensaios experimentais de de Müller *et al* (2006), segue a mesma metodologia apresentada no item anterior. A viga mista celular de aço-concreto definida CCB2, corresponde ao modelo RWTH 1A, ensaiado por Müller *et al*. (2006). Essa viga também possui uma seção simétrica composta por um perfil de aço celular IPE400, fabricado em aço S355, com aberturas de 380mm de diâmetro espaçadas em 190mm. Os enrijecedores laterais do perfil possuem 12mm de espessura e distam 95mm da extremidade da viga. A laje de concreto tem espessura de 130mm, com 51mm referentes às nervuras da forma de aço incorporada, de maneira semelhante ao modelo CCB1. Os conectores de cisalhamento são do tipo pino com cabeça, com comprimento de 100mm e espaçamento de 150mm. As vigas eram simplesmente apoiadas com restrições ao deslocamento lateral, conforme **Figura 4.15**. A seção transversal da viga é mostrada na **Figura 4.16** enquanto os materiais e dimensões são mostrados, respectivamente, nas **Tabela 4.8** e **Tabela 4.9**.

Figura 4.15 - Condições de contorno



Fonte: Autor (2026)

Figura 4.16 - Detalhes da seção transversal



Fonte: Adaptado de Müller *et al* (2006)

Tabela 4.8 - Propriedades geométricas do modelo.

Teste	L (mm)	d (mm)	D_0 (mm)	P (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	S(mm)
CCB1	6840	555,2	380	570	180	13,5	8,6	150

Fonte: Autor (2026)

Tabela 4.9 - Propriedades mecânicas do modelo.

Elemento	E (MPa)	ν	fck (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Laje de concreto	31.646	0.2	25.6	-	-
Mesas do perfil	195.000	0.3	-	489	587
Alma do perfil	195.000	0.3	-	489	587
Pino com cabeça	200.000	0.3	-	460	559

Fonte: Autor (2026)

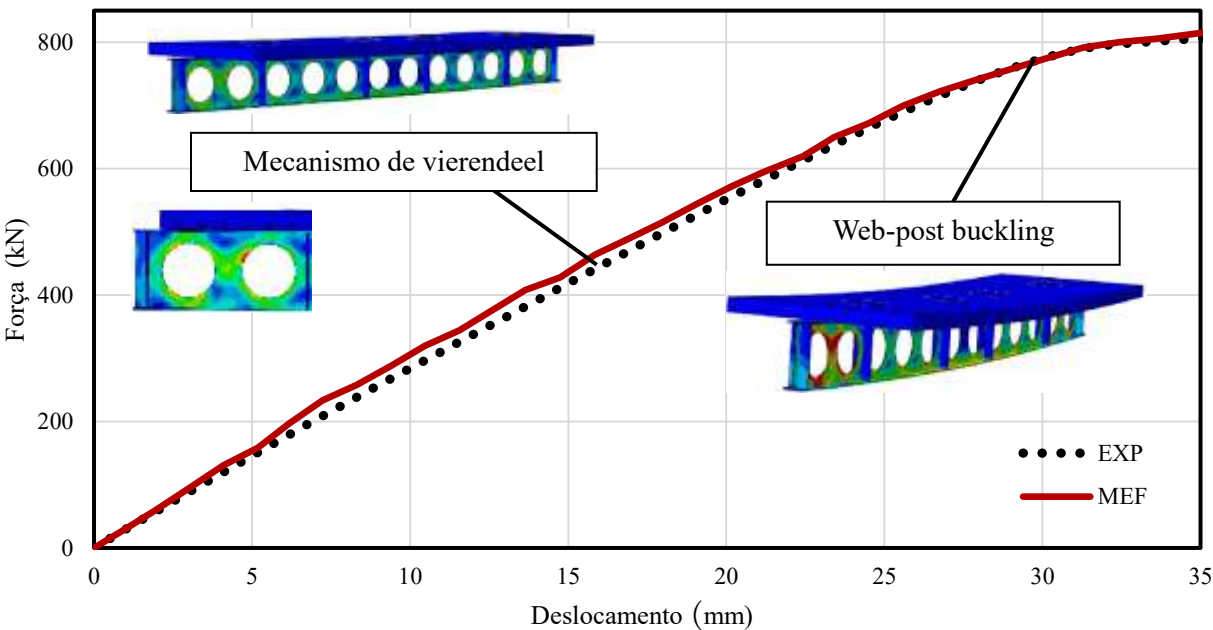
Para a consideração da imperfeição geométrica inicial, foi adotada uma curvatura inicial com magnitude de $h/500$. A comparação entre os resultados numéricos e experimentais é apresentada na **Tabela 4.10** e na **Figura 4.17**

Tabela 4.10 - Resultados da aferição

Teste	P_{EXP} (kN)	P_{MEF} (kN)	P_{EXP}/P_{MEF}
CCB2	806,0	803,3	1.003

Fonte: Autor (2026)

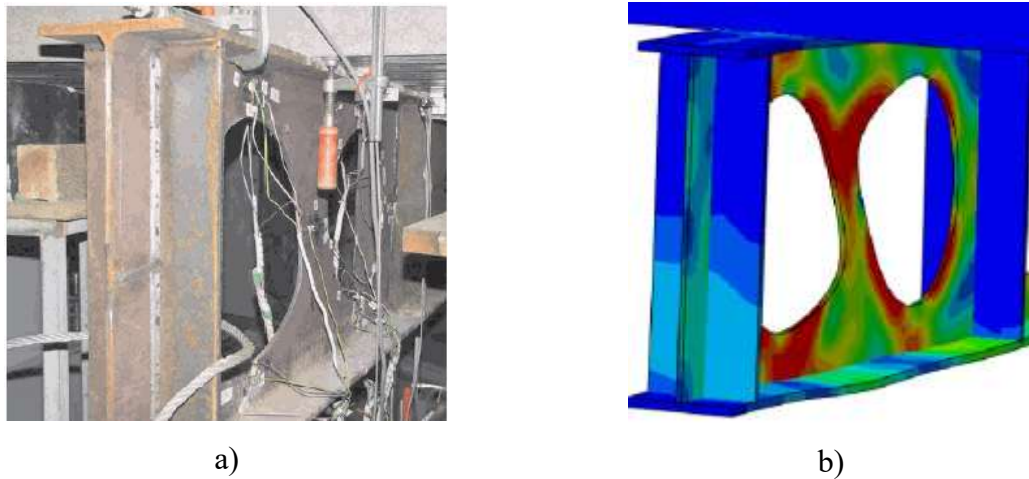
Figura 4.17 - Resultados da aferição do modelo numérico



Fonte: Autor (2026)

A **Figura 4.18** apresenta a comparação entre a configuração deformada do ensaio experimental realizado por Müller (2006) e a obtida pelo *software* ABAQUS, respectivamente

Figura 4.18 – Comparação com o ensaio experimental

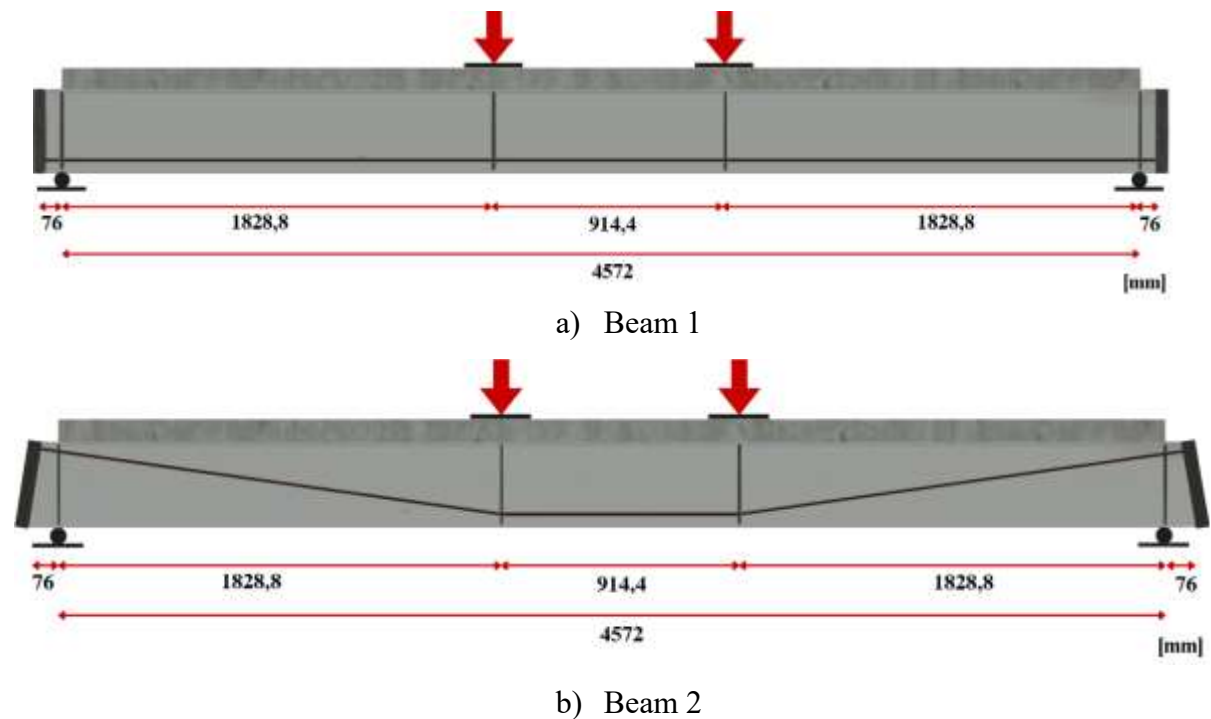


Fonte: Autor (2026)

4.2.3 Modelo de Ayyub *et al* (1990)

A viga identificada nesse trabalho como CBPS1, representa o modelo *Beam 1*, ensaiada por Ayyub *et al.* (1990). Essa viga possui um perfil metálico do tipo W360x45 com seção simétrica e altura total de 352mm. O perfil está conectado em uma laje maciça de 89mm de altura através de conectores de cisalhamento dispostos em duas fileiras. Os conectores são do tipo pino com cabeça com altura total de 63mm espaçados a cada 95mm. A laje, por se tratar de uma laje maciça convencional, apresenta armadura de 9,5mm nas duas direções. Sua protensão consistem e dois cabos retos de 15mm de diâmetro posicionados 35mm acima da mesa inferior do perfil metálico. A viga CBPD1 apresenta as mesmas características da viga CBPS1, com a diferença apenas no traçado poligonal do cabo de protensão. As vigas eram simplesmente apoiadas com restrições ao deslocamento lateral, conforme **Figura 4.19**. A seção transversal das vigas CBPS1 e CBPD1 é mostrada na **Figura 4.20** enquanto os materiais e dimensões são mostrados, respectivamente, nas **Tabela 4.11** e **Tabela 4.12**.

Figura 4.19 - Condições de contorno



Fonte: Autor (2026)

Figura 4.20 - Detalhes da seção transversal

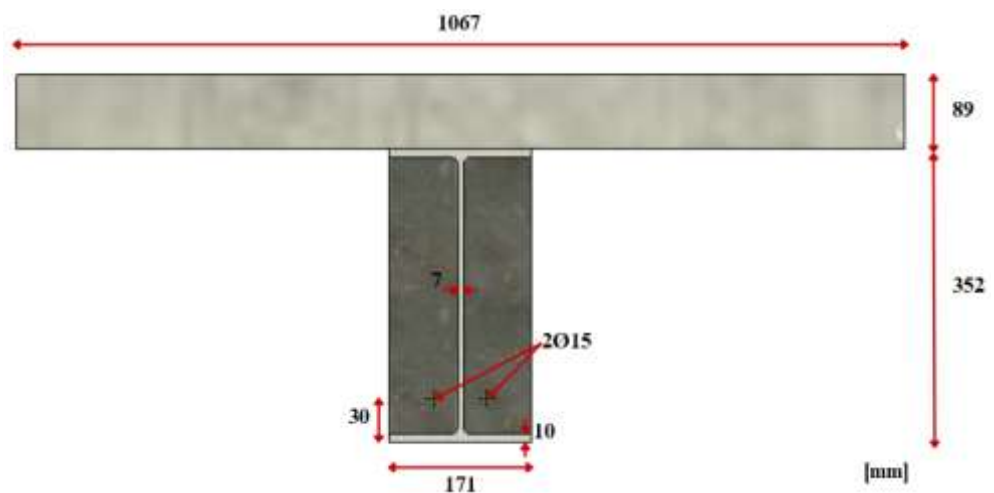
Fonte: Adaptado de Ayyub *et al* (1990)

Tabela 4.11 - Propriedades geométricas do modelo.

Teste	L (mm)	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	S (mm)	e (mm)	$D\phi$ (mm)
CBPS1	4572	352	171	10	7	95	30	15
CBPD1	4572	352	171	10	7	95	30	15

Fonte: Autor (2026)

Tabela 4.12 - Propriedades mecânicas do modelo.

Elemento	E (MPa)	ν	fck (MPa)	fy (MPa)	fu (MPa)
Laje de concreto	33.345	0.2	32	-	-
Mesas do perfil	215.000	0.3	-	411.6	565.4
Alma do perfil	215.000	0.3	-	411.6	565.4
Pino com cabeça	200.000	0.3	-	345	415
Cabo	200.000	0.3	-	1620	1860

Fonte: Autor (2026)

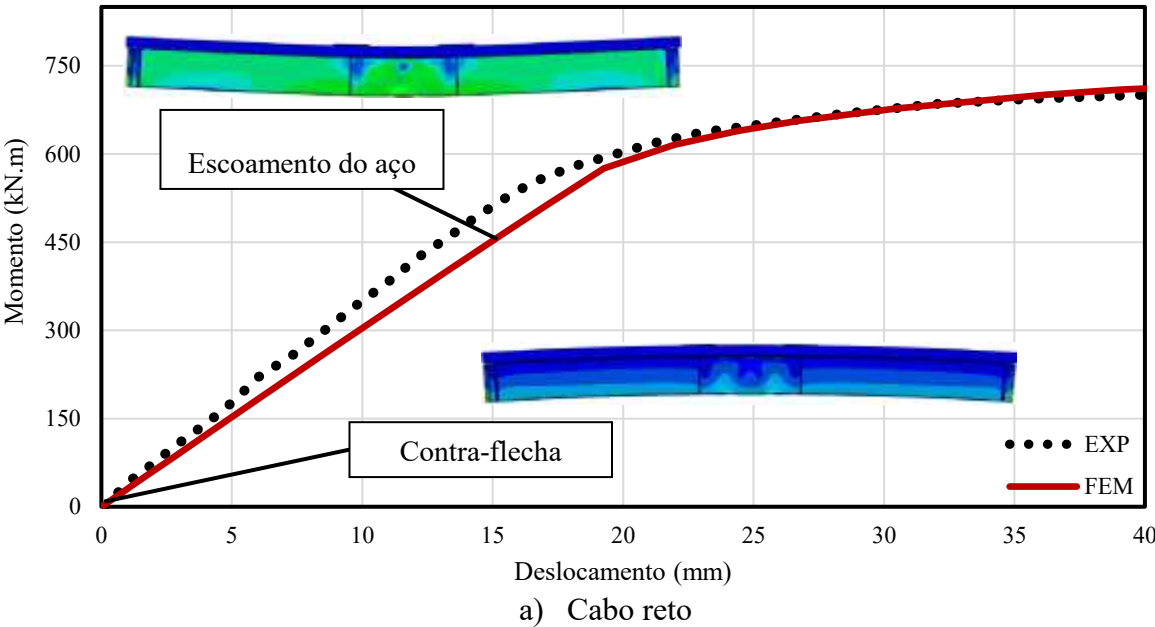
Para os modelos validados, não foi considerada uma imperfeição geométrica inicial. A comparação entre os resultados numéricos e experimentais é apresentada na **Tabela 4.13** e nas **Figuras 4.21 e 4.22**.

Tabela 4.13 - Resultados da aferição

Teste	$M_{EXP}(\text{kNm})$	$M_{MEF}(\text{kNm})$	M_{EXP}/M_{MEF}
CBPS1	708.7	710.38	0.998
CBPD1	768.54	777.3	0.989

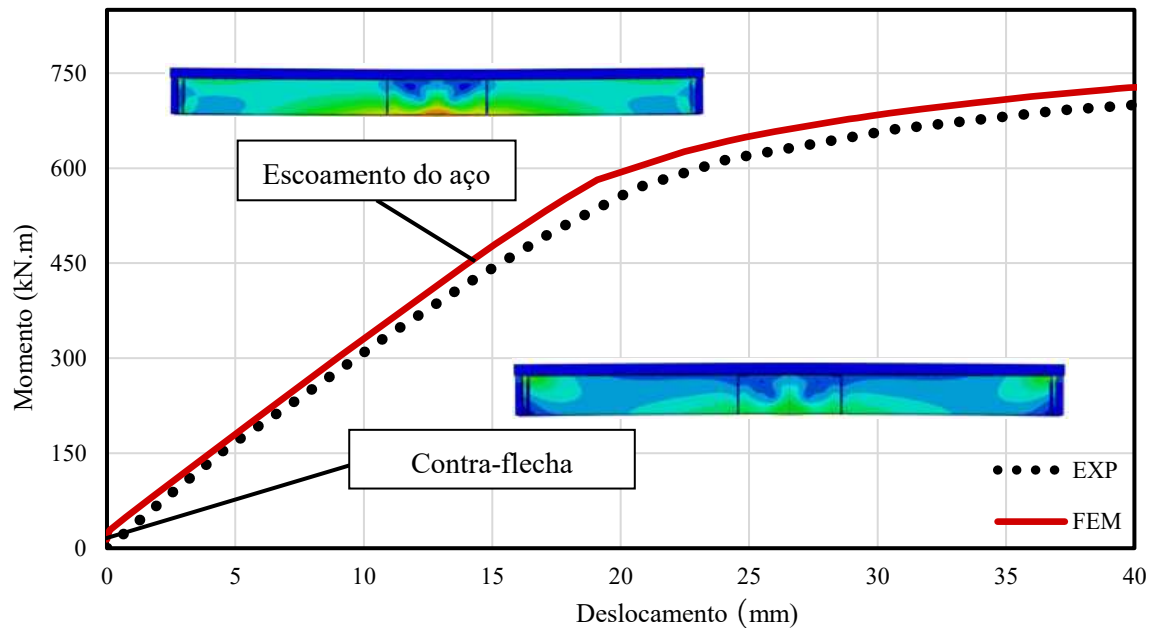
Fonte: Autor (2026)

Figura 4.21 - Resultados da aferição do modelo numérico



Fonte: Autor (2026)

Figura 4.22 - Resultados da aferição do modelo numérico



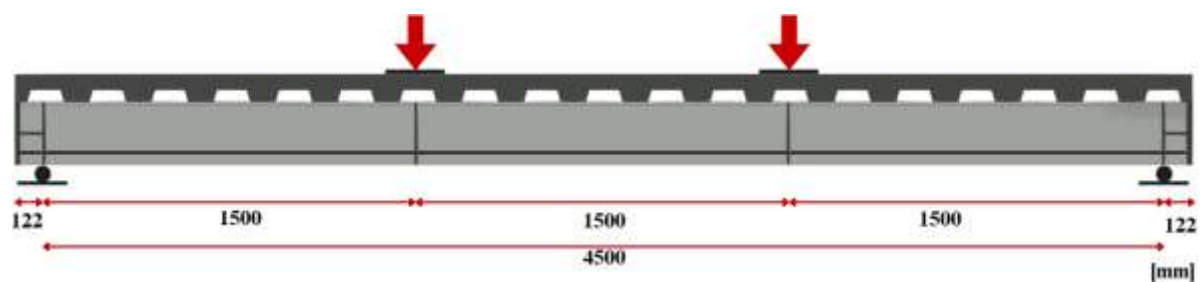
b) Cabo poligonal

Fonte: Autor (2026)

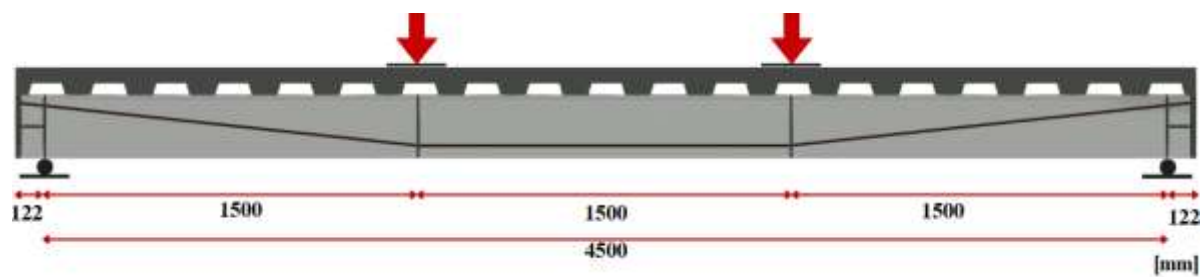
4.2.4 Modelo de Almeida (2023)

Por fim, A viga identificada como CBPS2 corresponde ao modelo ensaiado por Almeida (2023). A viga composta por um perfil metálico simétrico com altura de 250mm com aço do tipo USI Civil 300. A viga mista possui uma laje de 110mm de altura com 50mm referentes às nervuras da forma de aço incorporado. Foram utilizados duas linhas de conectores com 90 mm de altura e diâmetro de 19mm, espaçados a cada 100mm. Foram utilizados na protensão, cordoalhas engraxadas do tipo CP 190-RB com diâmetro de 12,7mm dispostas em traçado reto 50mm acima da mesa inferior. As vigas possuem comprimento total de 4744 mm, sendo 4500 mm entre os apoios. A **Figura 4.23** apresenta os detalhes da viga CBPS2. Semelhante ao modelo anterior, a viga CBPD2 apresenta as mesmas propriedades da viga CPBS, porém com o traçado do cabo poligonal. A seção transversal das vigas CBPS2 e CBPD2 é mostrada na **Figura 4.24** enquanto os materiais e dimensões são mostrados, respectivamente, nas **Tabela 4.14** e **Tabela 4.15**.

Figura 4.23 - Condições de contorno



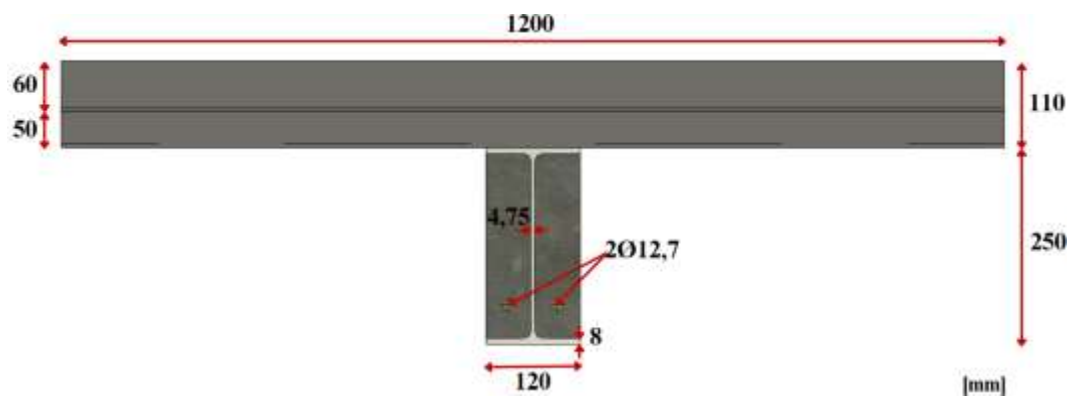
a) VMPPR



b) VMPP

Fonte: Autor (2026)

Figura 4.24 - Detalhes da seção transversal



Fonte: Adaptado de Almeida (2023)

Tabela 4.14 - Propriedades geométricas do modelo.

Teste	L (mm)	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	S (mm)	e (mm)	DØ (mm)
CBPS2	4500	250	120	8	4.75	305	50	12.7
CBPD2	4500	250	120	8	4.75	305	50	12.7

Fonte: Autor (2026)

Tabela 4.15 - Propriedades mecânicas do modelo.

Elemento	E (MPa)	ν	fck (MPa)	fy (MPa)	fu (MPa)
Laje de concreto	31.400	0.2	25	-	-
Mesas do perfil	205.000	0.3	-	300	400
Alma do perfil	205.000	0.3	-	300	400
Pino com cabeça	200.000	0.3	-	345	415
Cabo	200.000	0.3	-	1680	1870

Fonte: Autor (2026)

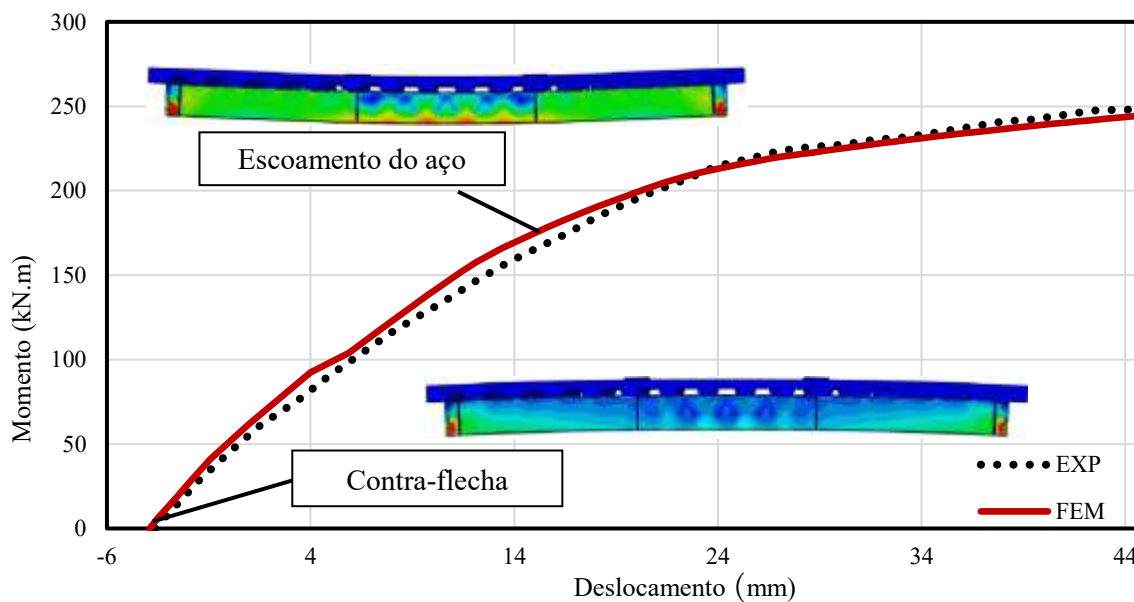
Para os modelos validados, não foi considerada uma imperfeição geométrica inicial. A comparação entre os resultados numéricos e experimentais é apresentada na **Tabela 4.16** e na **Figuras 4.25 e 4.26**.

Tabela 4.16 - Resultados da aferição

Teste	M_{EXP} (kNm)	M_{MEF} (kNm)	M_{EXP}/M_{MEF}
CBPS2	249	248.5	0.998
CBPD2	225	222.3	0.989

Fonte: Autor (2026)

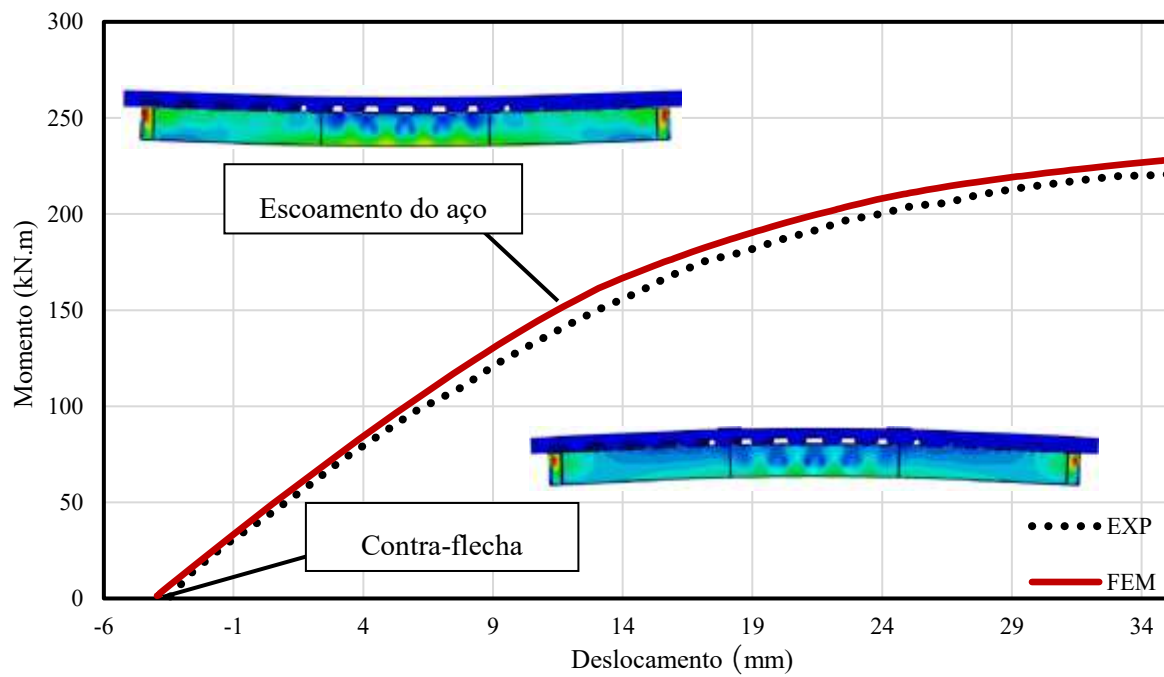
Figura 4.25 - Resultados da aferição do modelo numérico



a) Cabo reto

Fonte: Autor (2026)

Figura 4.26 - Resultados da aferição do modelo numérico



b) Cabo poligonal

Fonte: Autor (2026)

CAPÍTULO 5 ESTUDO PARAMÉTRICO

Neste capítulo, são apresentados os parâmetros abordados no estudo paramétrico. Devido à escassez normativa e de estudos experimentais de vigas celulares mistas com protensão externa, foram utilizados guias técnicos como SCI P355 (Lawson; Hicks, 2011), *Steel Design Guide 31* (Fares *et al.*, 2016a) e *Eurocode 3* BS EN 1993-1-13:2024 para a definição dos parâmetros relacionados ao perfil celular e os parâmetros para a protensão externa como definidos em Almeida (2023). Dessa forma, somaram-se 450 modelos analisados.

5.1 PARÂMETROS ANALISADOS

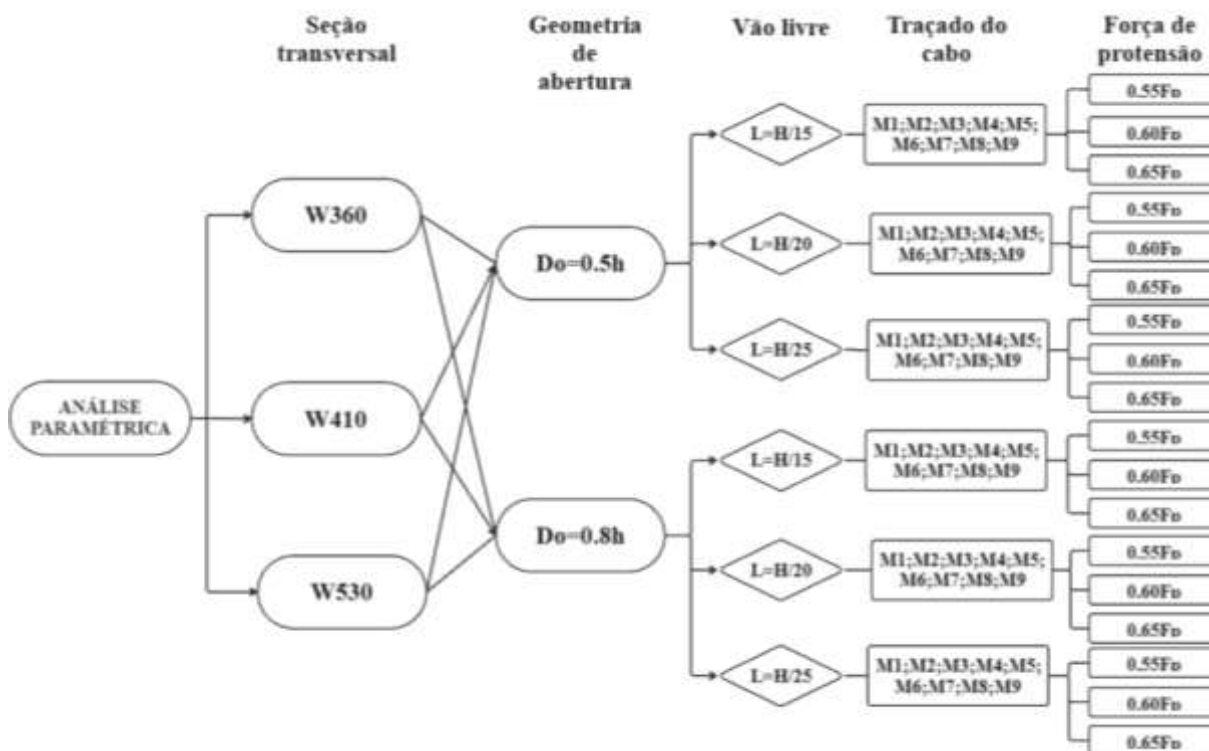
As variáveis consideradas para os modelos analíticos, se concentraram em variações do sistema de protensão e nas variações da geometria do perfil celular. No sistema de protensão, será variado o traçado, a excentricidade do cabo e o comprimento dos cabos ao longo do vão além da força de protensão inicial. Através dessas análises, será possível identificar qual configuração apresenta os maiores valores de momento atuante para um deslocamento de serviço.

Outro fator a ser analisado, trata-se da variação do diâmetro de abertura e dos vãos que serão submetidos. O *Eurocode 3* BS EN 1993-1-13:2024 estabelece que o diâmetro das aberturas em vigas celulares pode variar entre $0,1h$ e $0,8h$, sendo h a altura do perfil. No entanto, aberturas muito pequenas, embora permitidas, não são viáveis do ponto de vista econômico devido às limitações do processo de fabricação. Dessa forma, foram adotados dois diâmetros de abertura, iguais a $0,5h$ e $0,8h$, com o objetivo de avaliar de forma objetiva a influência do tamanho das aberturas no comportamento estrutural das vigas.

Os vãos foram variados a partir de três variações da relação vão e altura da viga. Os valores de $L/h=15$, 20 ou 25 são empregadas como parâmetros preliminares de projeto na fase de concepção estrutural, auxiliando na definição inicial da altura da viga em função do vão antes das verificações completas de resistência e estabilidade. Essas proporções são adotadas em guias técnicos de dimensionamento de vigas com aberturas na alma, como o AISC Design Guide 2 (2022) e o SCI P355 (2011), nos quais são apresentadas recomendações práticas para

o pré-dimensionamento de vigas metálicas e mistas com aberturas na alma. De forma resumida, a análise paramétrica pode ser representada pelo fluxograma presente na **Figura 5.1**, onde todas as variações de perfil, vão, traçado abertura e força de protensão são abordadas.

Figura 5.1 - Fluxograma do estudo paramétrico



Fonte: Autor (2026)

5.2 CONFIGURAÇÕES GEOMÉTRICAS DO ESTUDO PARAMÉTRICO

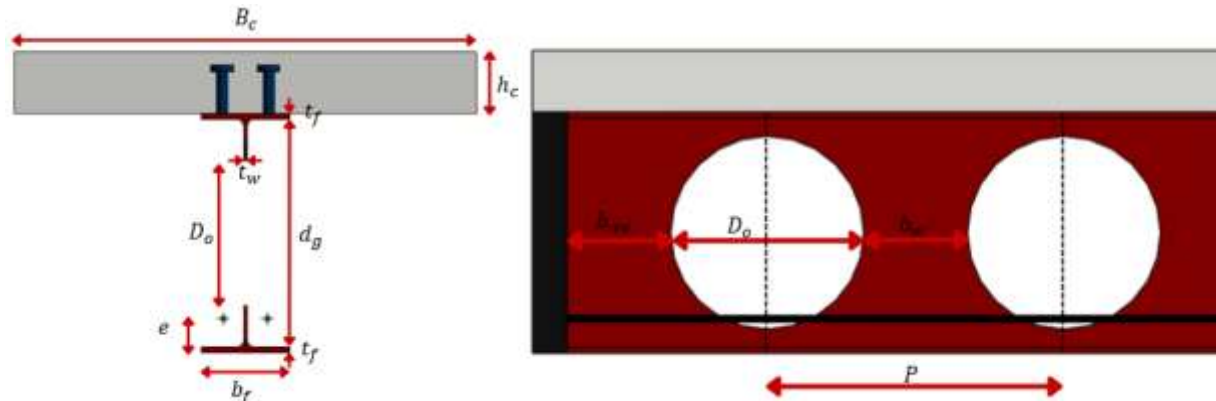
Os modelos do estudo paramétrico são compostos por um perfil metálico de seção transversal tipo I associados à laje maciça de concreto através dos conectores de cisalhamento. As vigas mistas foram submetidas a momentos fletores positivos, simulando ensaios de flexão em quatro pontos. Em todos os modelos, a armadura da laje de concreto foi composta por barras de 8 mm de diâmetro, dispostas ortogonalmente com espaçamento de 150 mm. Além disso, um par de conectores de cisalhamento de 16 mm de diâmetro foi posicionado no topo da mesa superior, com espaçamento de 300 mm entre os pares. A **Figura 5.2** apresenta a seção transversal e o corte longitudinal dos modelos do estudo enquanto a **Tabela 5.1** apresenta as propriedades geométricas dos modelos paramétricos.

Tabela 5.1 - Propriedades geométricas dos modelos paramétricos

Perfil	L (mm)	D _o (mm)	B _c (mm)	h _c (mm)	d _g (mm)	h/D o	Do (mm)	P (mm)	bf (mm)	tw (mm)	tf (mm)	bw (mm)	bwe (mm)
W360/ 32.9	5235	12.7	1325	100	349	0.8	279	362	127	5.8	8.5	84	150
	6980		1968				175	227				52	202
	8725		2290			0.5	175	227				52	202
W410/ 38.8	5985	12.7	1496	100	399	0.8	319	429	140	6.4	8.8	110	150
	7980		1995				200	259				59	187
	9975		2494			0.5	200	259				59	187
W530/ 66.0	8140	12.7	2035	100	525	0.8	420	530	165	8.9	11.4	110	150
	11320		2830				263	341				78	200
	12910		3228			0.5	263	341				78	200

Fonte: Autor (2026)

Figura 5.2 - Seção transversal e corte longitudinal das vigas do estudo paramétrico



Fonte: Autor (2026)

A **Tabela 5.2** apresenta um resumo das propriedades mecânicas dos materiais presentes nos três grupos de modelos do estudo paramétrico. Os grupos foram definidos com base no tipo específico de perfil metálico: W360/32,9; W410/38,8 e W530/66,0.

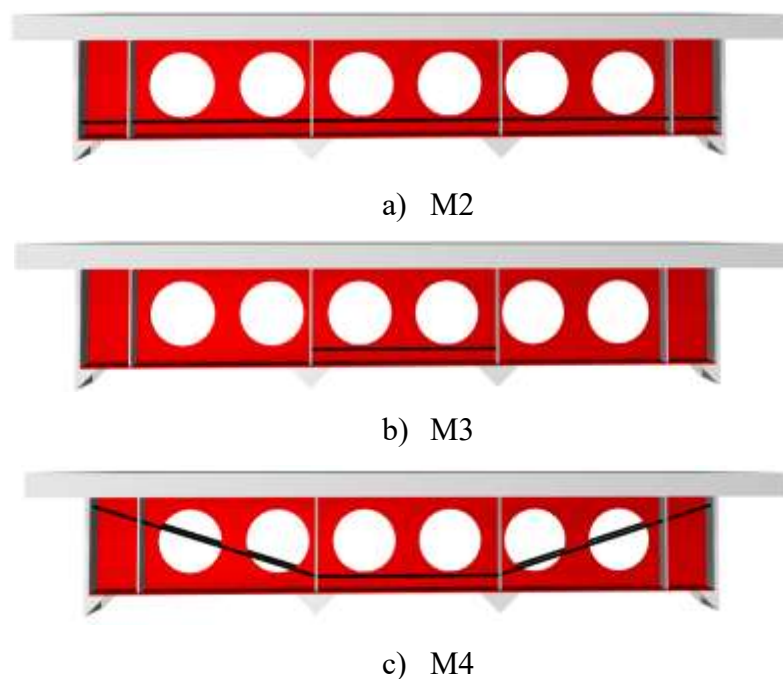
Tabela 5.2 – Configuração dos modelos do estudo paramétrico

Elemento	E (MPa)	ν	fcm (MPa)	fy (MPa)	fu (MPa)
Laje de concreto	30588	0.2	30	-	-
Viga de aço	200000	0.3	-	300	400
Armadura das lajes	210000	0.3	-	500	540
Conectores de cisalhamento	205000	0.3	-	345	415
Cabos	200000	0.3	-	1680	1870

Fonte: Autor (2026)

Além disso, cada grupo apresentará oito configurações distintas de traçado do cabo de protensão, contendo uma viga de controle sem cabo, conforme o trabalho de Almeida (2023). A **Figura 5.3** apresenta a geometria longitudinal das vigas em que os cabos de protensão estão posicionados dentro da seção transversal da viga de aço, com uma excentricidade de 50 mm acima da mesa inferior. Nesse caso, os enrijecedores possuem espessura adequada para ancorar os cabos sem causar danos localizados à viga de aço. Já as **Figura 5.4** e **5.5** mostram, respectivamente, a geometria longitudinal das vigas com excentricidades de -50 mm e -100 mm, correspondendo aos casos em que os cabos estão posicionados abaixo da mesa inferior da viga de aço.

Figura 5.3 – Viga com $e = 50\text{mm}$.



Fonte: Autor (2026)

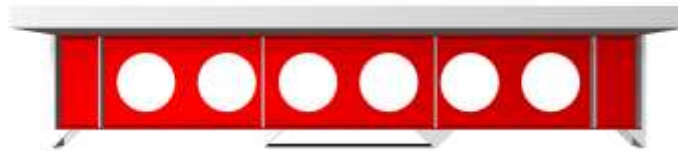
Figura 5.4 – Viga com $e = -50\text{mm}$.



a) M5



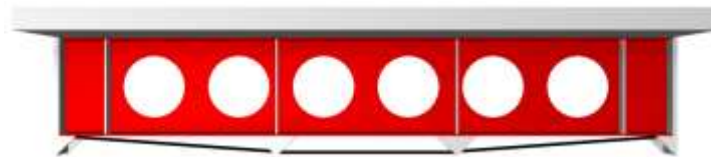
b) M6



c) M7

Fonte: Autor (2026)

Figura 5.5 – Viga com $e = -100\text{mm}$.



a) M8



b) M9

Fonte: Autor (2026)

CAPÍTULO 6

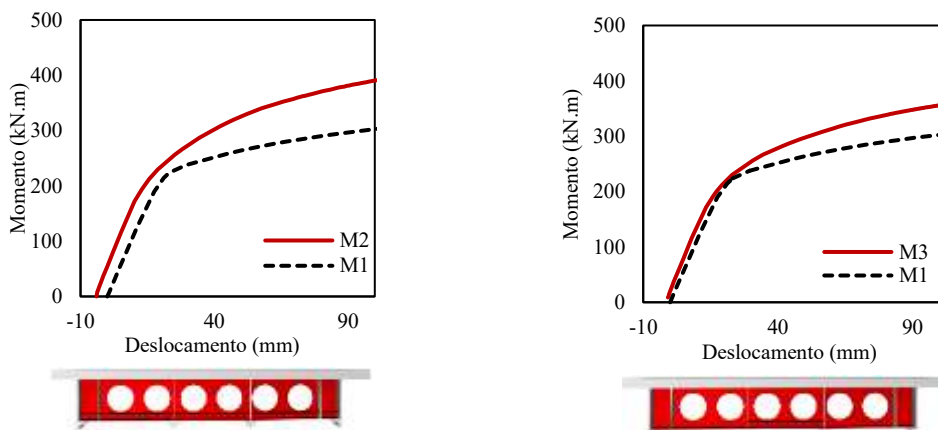
RESULTADOS E DISCUSSÕES

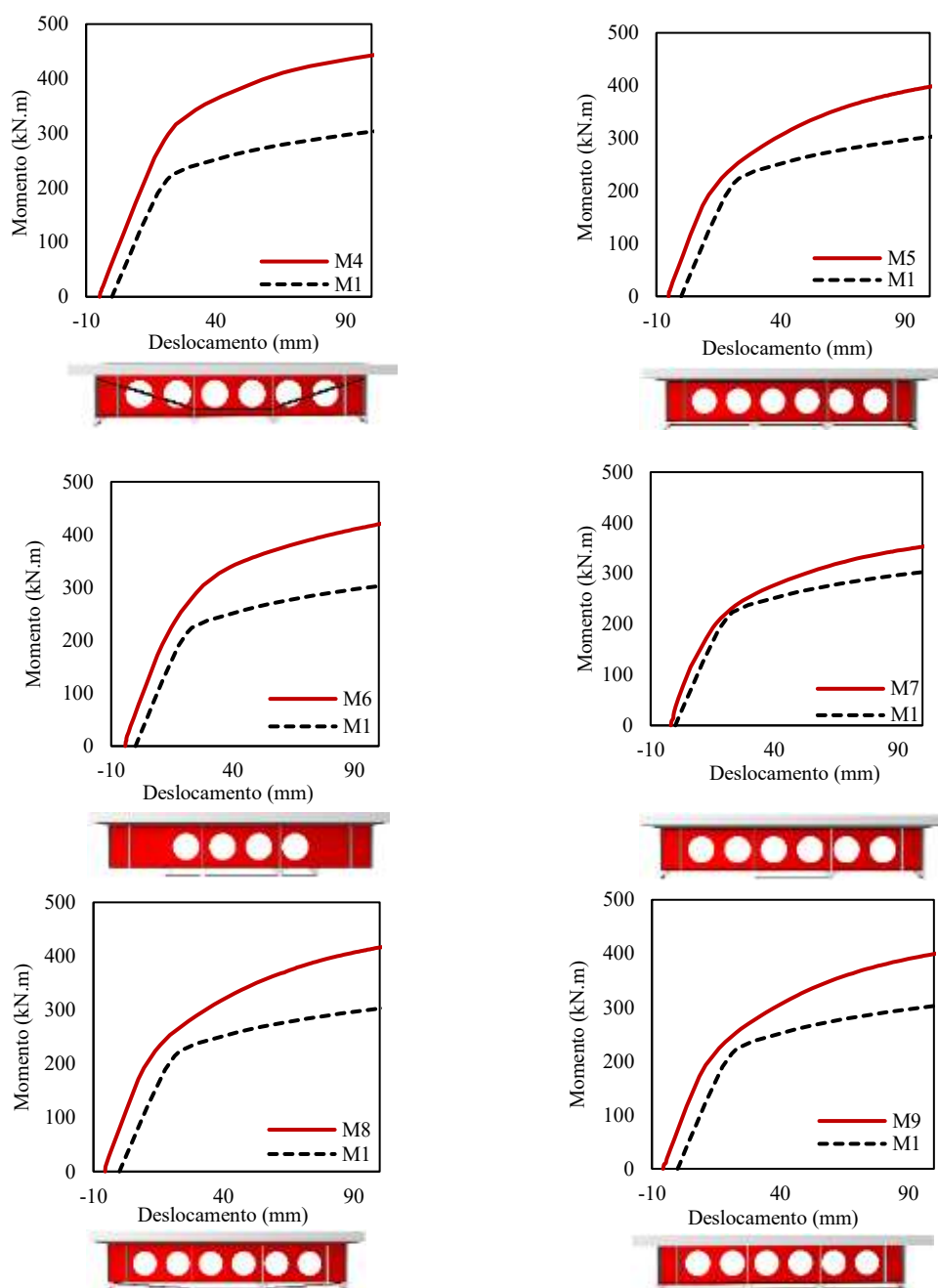
Neste capítulo, é apresentado e discutido os resultados dos 450 modelos paramétricos desenvolvidos. Foram avaliados individualmente os parâmetros e suas influências na capacidade resistente da estrutura. Por fim, os resultados numéricos são confrontados com os valores de momento estimado pelos modelos analíticos baseado na adaptação do modelo de blocos de tensões.

6.1 TRAÇADO DO CABO

Foi comparada a influência do traçado dos cabos em relação aos modelos de referência, mantendo-se constantes a seção transversal e o vão da viga. A análise foi estendida aos dois diâmetros de aberturas, permitindo uma avaliação direta de como cada trajetória de cabo modifica a resposta estrutural em comparação com as configurações sem protensão. Dessa forma, para avaliar a influência da protensão no comportamento estrutural, cada traçado de cabo foi comparado à sua respectiva viga de controle em termos de carga e deslocamento, possibilitando a quantificação direta do ganho de desempenho associado a cada configuração, conforme apresentado na **Figura 6.1**.

Figura 6.1 - Diferentes traçados comparados com o modelo de controle



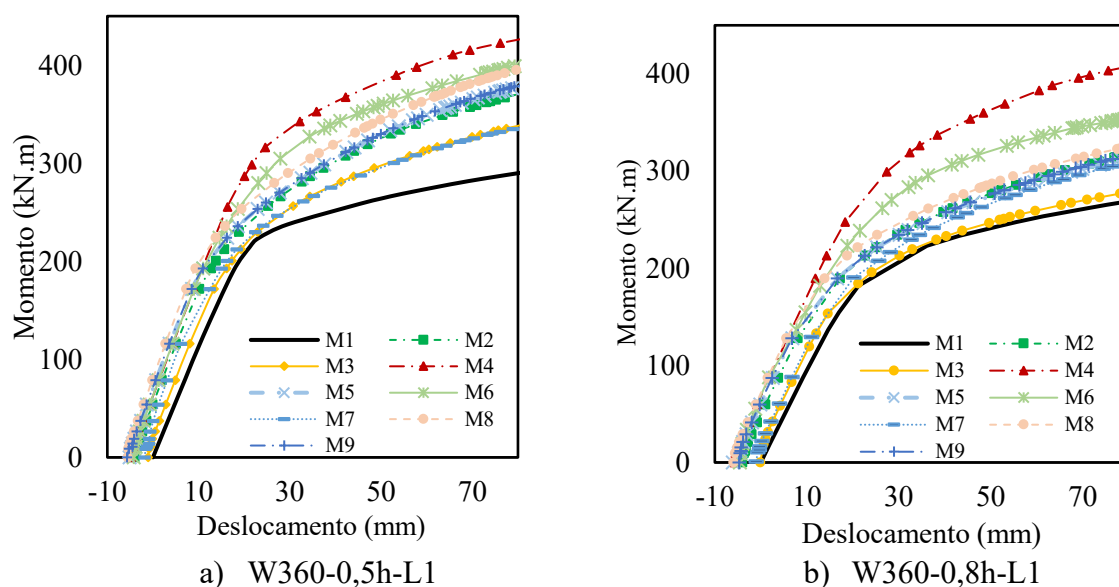


Fonte: Autor (2026)

Os resultados apresentados na Figura 21 indicam que a resposta estrutural em regime de serviço é fortemente governada pelo traçado dos cabos, mesmo quando a seção transversal e o comprimento do vão são mantidos constantes. Todas as configurações com protensão apresentam melhoria significativa em relação à viga de referência M1, com incrementos no momento fletor correspondente ao deslocamento de serviço variando aproximadamente entre 20% e 45%, a depender da trajetória do cabo. Os traçados M3 e M7 apresentam, de forma

consistente, o desempenho mais baixo entre os casos protendidos, o que é atribuído ao menor comprimento efetivo dos cabos. Em contraste, os traçados M4, M6 e M8 proporcionam os ganhos mais expressivos. O desempenho superior do modelo M6 está associado à ausência de aberturas na alma nas regiões próximas aos apoios, o que resulta em maior rigidez e na redução das concentrações de tensões em zonas críticas. Já os traçados M4 e M8 se beneficiam de uma trajetória poligonal dos cabos, que promove uma interação mais favorável com a distribuição de momentos fletores ao longo do vão. Dentre todas as configurações analisadas, o traçado M4 apresenta os maiores valores de momento fletor para um mesmo nível de deslocamento, uma vez que o perfil do cabo segue de forma mais próxima o diagrama de momentos de uma viga simplesmente apoiada sob carregamento em dois pontos, mantendo simultaneamente uma excentricidade menor que a do traçado M8. Essa combinação resulta em uma mobilização mais eficiente dos efeitos da protensão e em um desempenho global superior em termos de estado limite de serviço. Para uma avaliação global do comportamento conjunto, a **Figura 6.2** apresenta a comparação das curvas momento fletor–deslocamento de todas as configurações protendidas. Foram considerados dois valores representativos da razão entre o diâmetro da abertura e a altura da viga, $D/h = 0,5$ e $D/h = 0,8$, para o mesmo perfil W360 e uma razão $L/h = 15$.

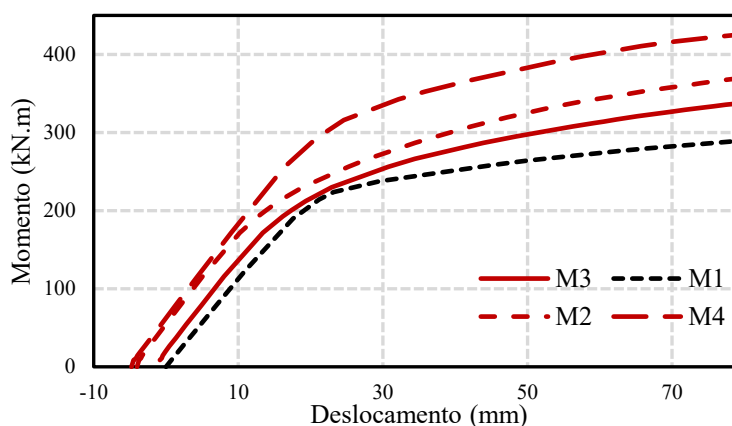
Figura 6.2 - Comparação momento vs deslocamento com todos os modelos



Fonte: Autor (2026)

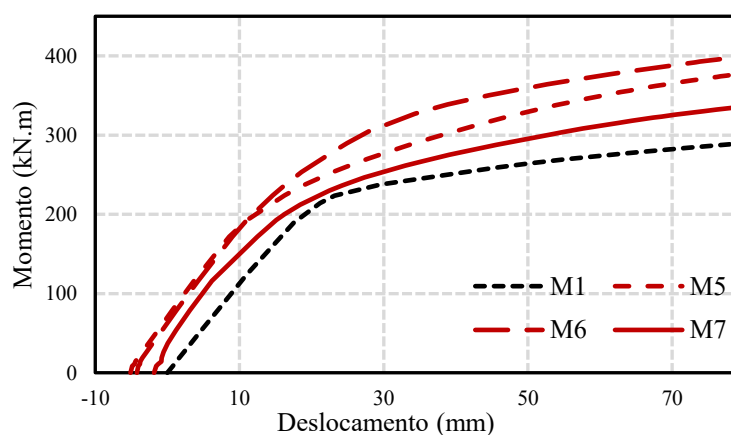
Afim de avaliar como a distância do cabo e o centro de gravidade da seção transversal da viga mista interfere no comportamento carga *vs* deslocamento, modelos com a mesma excentricidade foram comparados entre si. Os modelos analisados apresentaram as seguintes excentricidades: 50 mm (acima da mesa inferior do perfil de aço), -50 mm e -100 mm (abaixo da mesa inferior). A **Figura 6.3** apresenta as curvas de momento fletor *versus* deflexão para a excentricidade de 50mm acima da mesa inferior. A **Figura 6.4** apresenta as curvas para a excentricidade de -50mm abaixo da mesa inferior enquanto A **Figura 6.5** apresenta as curvas para a excentricidade de -100mm abaixo da mesa inferior.

Figura 6.3 - Momento *vs* deflexão para $e = 50$ mm.



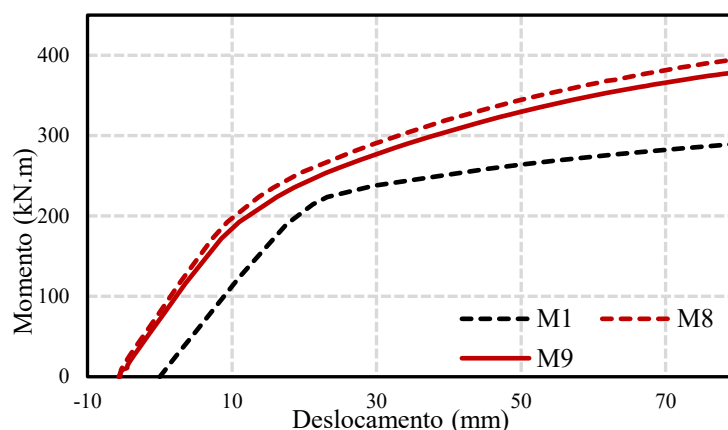
Fonte: Autor (2026)

Figura 6.4 - Momento *vs* deflexão para $e = -50$ mm.



Fonte: Autor (2026)

Figura 6.5 – Momento *vs* deflexão para $e = -100$ mm.

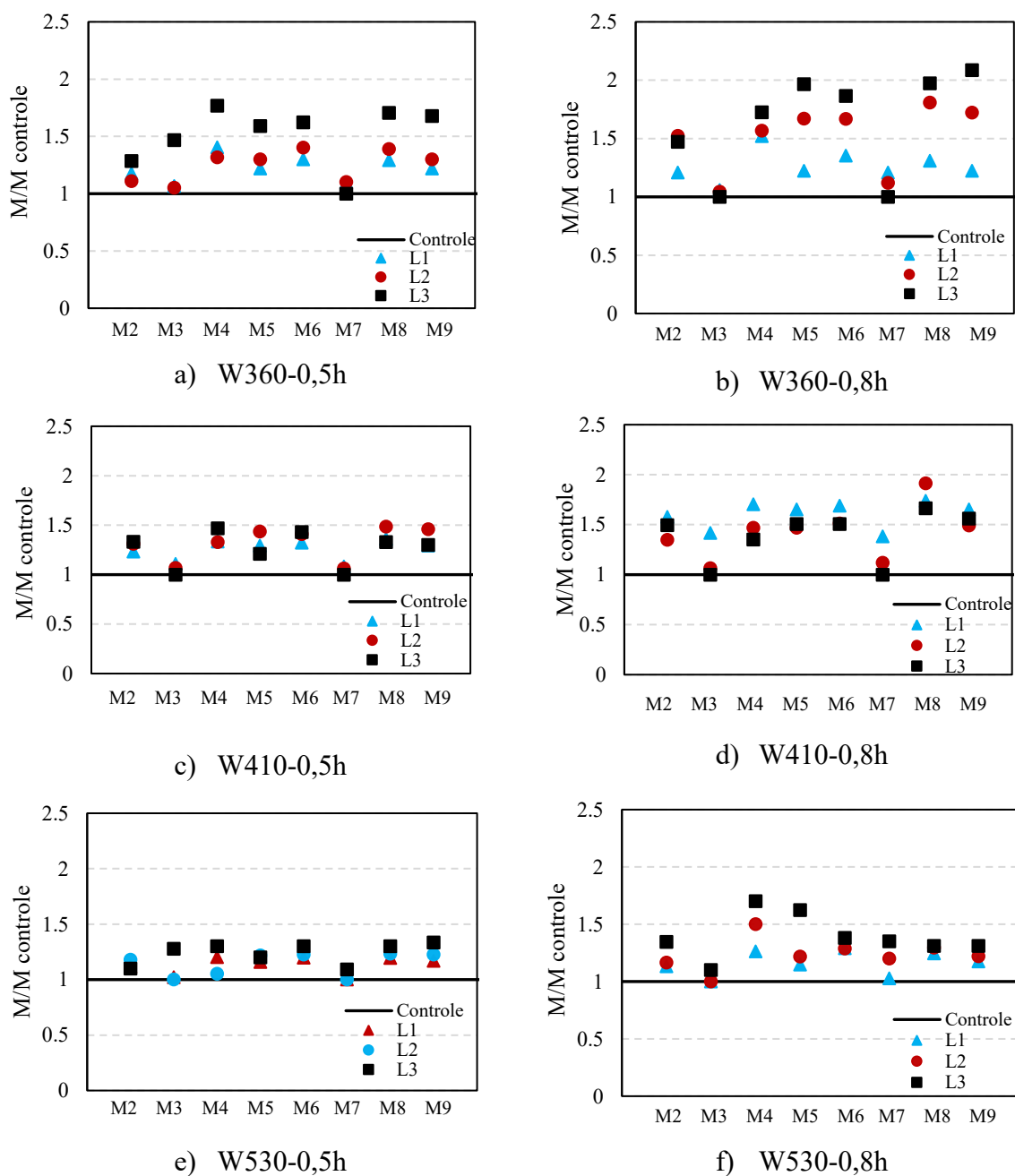


Fonte: Autor (2026)

Em cada figura, a excentricidade do cabo é mantida constante, de modo que as diferenças entre as curvas momento versus deslocamento refletem exclusivamente a influência do traçado e do comprimento livre dos cabos. Assim, as variações observadas na rigidez inicial e nos níveis de momento para um mesmo deslocamento decorrem apenas desses parâmetros, uma vez que a posição do cabo em relação ao centro de gravidade da seção permanece inalterada. Comportamento semelhante foi observado por Almeida (2023), que, ao analisar configurações equivalentes, também verificou que, sob mesma excentricidade, as diferenças de resposta estrutural estavam associadas principalmente ao arranjo geométrico do sistema de protensão.

A influência da excentricidade torna-se evidente apenas na comparação entre as diferentes figuras. Do ponto de vista do equilíbrio da seção, o aumento da distância entre a linha de ação da força de protensão e o centro de gravidade amplia o braço mecânico e, consequentemente, o momento interno resistente mobilizado, resultado igualmente reportado por Almeida (2023). Entretanto, excentricidades mais elevadas podem aumentar a sensibilidade a efeitos de segunda ordem e a instabilidades. De forma geral, para avaliar o ganho percentual relativo de cada traçado de cabo com o modelo de controle sem protensão, foi normalizado o momento atuante correspondente ao valor de deslocamento de serviço de $L/350$ para cada modelo e o modelo de controle. Dessa forma, foi possível avaliar que todos os modelos com diferentes traçados, comprimento e força de protensão, sobressaíram acima do valor de momento atuante da viga de controle. A **Figura 6.6** apresenta a comparação entre os diferentes modelos com o respectivo modelo de controle.

Figura 6.6 - Ganho percentual relativo sobre a viga de controle

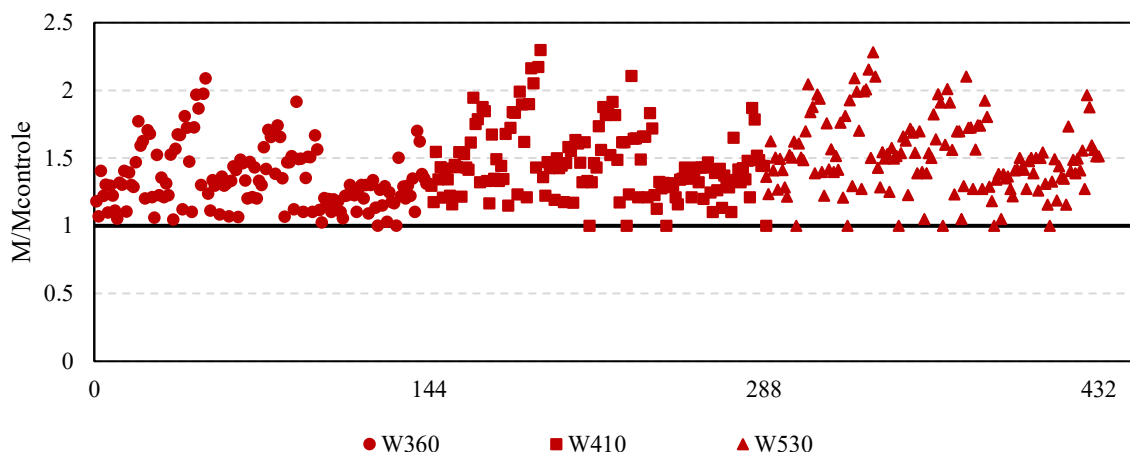


Fonte: Autor (2026)

De modo geral, os modelos com protensão externa apresentaram momentos fletores superiores para um mesmo nível de deslocamento quando comparados à viga de referência sem protensão. Considerando que a introdução de uma força de protensão não pode reduzir a resistência à flexão da seção, quaisquer pontos de dados que contrariaram esse comportamento esperado foram interpretados como inconsistentes e, portanto, tratados como valores atípicos.

A **Figura 6.7** apresenta o ganho relativo global dos diferentes traçados de cabos em relação à viga de controle.

Figura 6.7 - Comparação geral de todos os modelos com o modelo controle



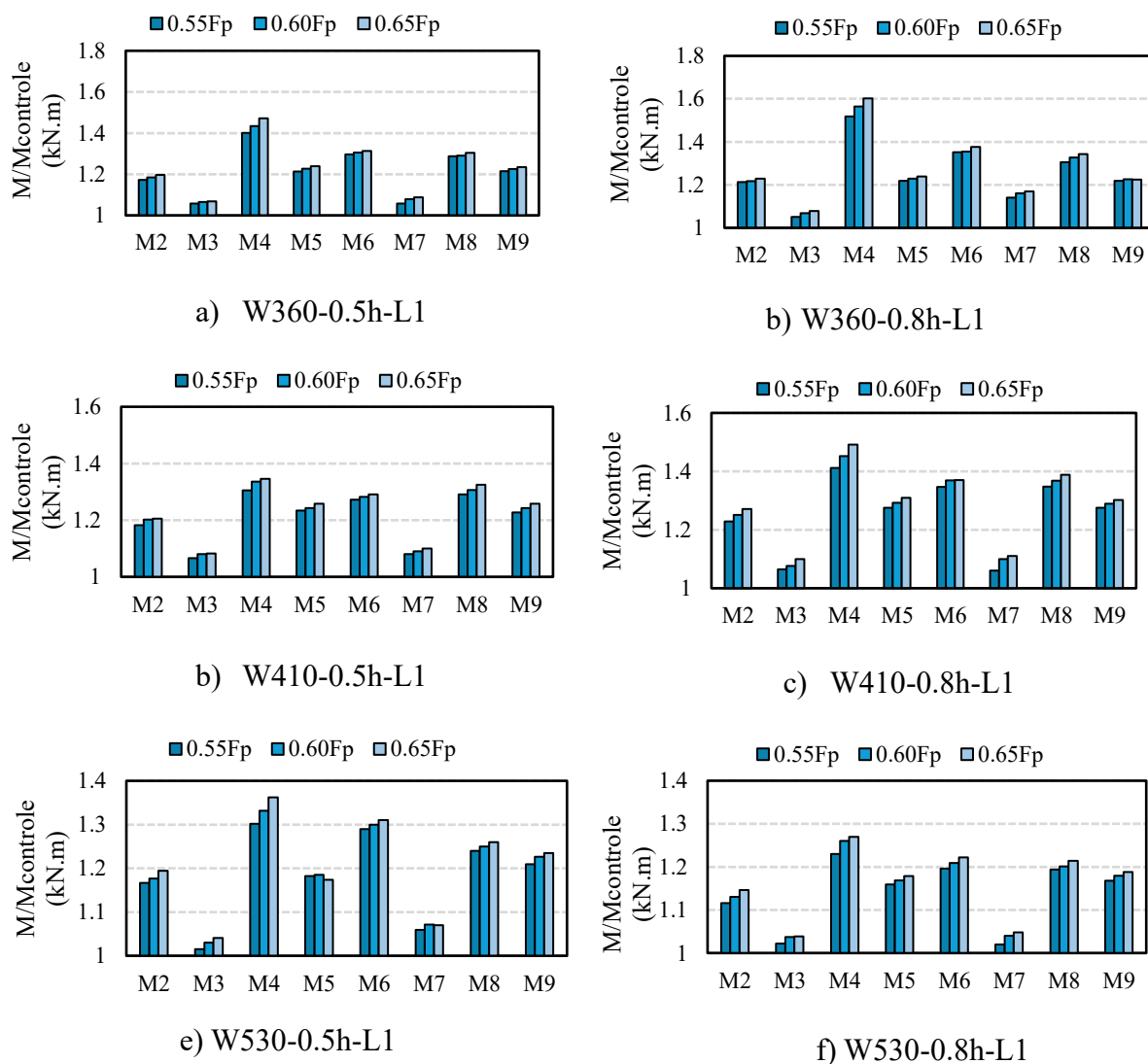
Fonte: Autor (2026)

6.2 FORÇA DE PROTENSÃO

Esta seção avalia a influência da força inicial de protensão no comportamento em regime de serviço de vigas celulares mistas de aço e concreto com protensão externa. O objetivo é quantificar como diferentes níveis de força inicial alteram o momento fletor equivalente em comparação com a viga de referência sem protensão. Foram adotados três níveis de força, correspondentes a $0,55F_p$, $0,60F_p$ e $0,65F_p$. Para cada seção transversal e para dois diâmetros de abertura, foram analisados diferentes traçados de cabos.

A **Figura 6.8** apresenta a razão entre o momento fletor equivalente das vigas protendidas e o da viga de controle, avaliada no limite de deslocamento L por 350. Em cada grupo de resultados são comparadas as diferentes configurações de traçado para uma mesma seção e um mesmo diâmetro de abertura, sob os três níveis de força considerados. Dessa forma, é possível identificar de maneira direta o efeito da intensidade da protensão e do arranjo geométrico dos cabos no desempenho em serviço.

Figura 6.8 - Comparação do nível de protensão



Fonte: Autor (2026)

Os resultados apresentam que o aumento da força de protensão inicial de 0,55Fp para 0,65Fp gera acréscimos relevantes na razão do modelo numérico com o controle em todas as seções analisadas. Em várias configurações, o aumento entre os níveis extremos de força resulta em ganhos da ordem de 20% a 50% do momento equivalente associado ao limite de serviço de L/350. Os maiores valores em ganho percentual sob as vigas controle concentram-se nas vigas com aberturas de 0,8h. Isso significa que, além do ganho já proporcionado pela protensão em relação à viga sem cabos, o simples aumento do nível inicial de força produz acréscimos expressivos de rigidez em serviço. Por outro lado, as menores variações ocorrem nas vigas

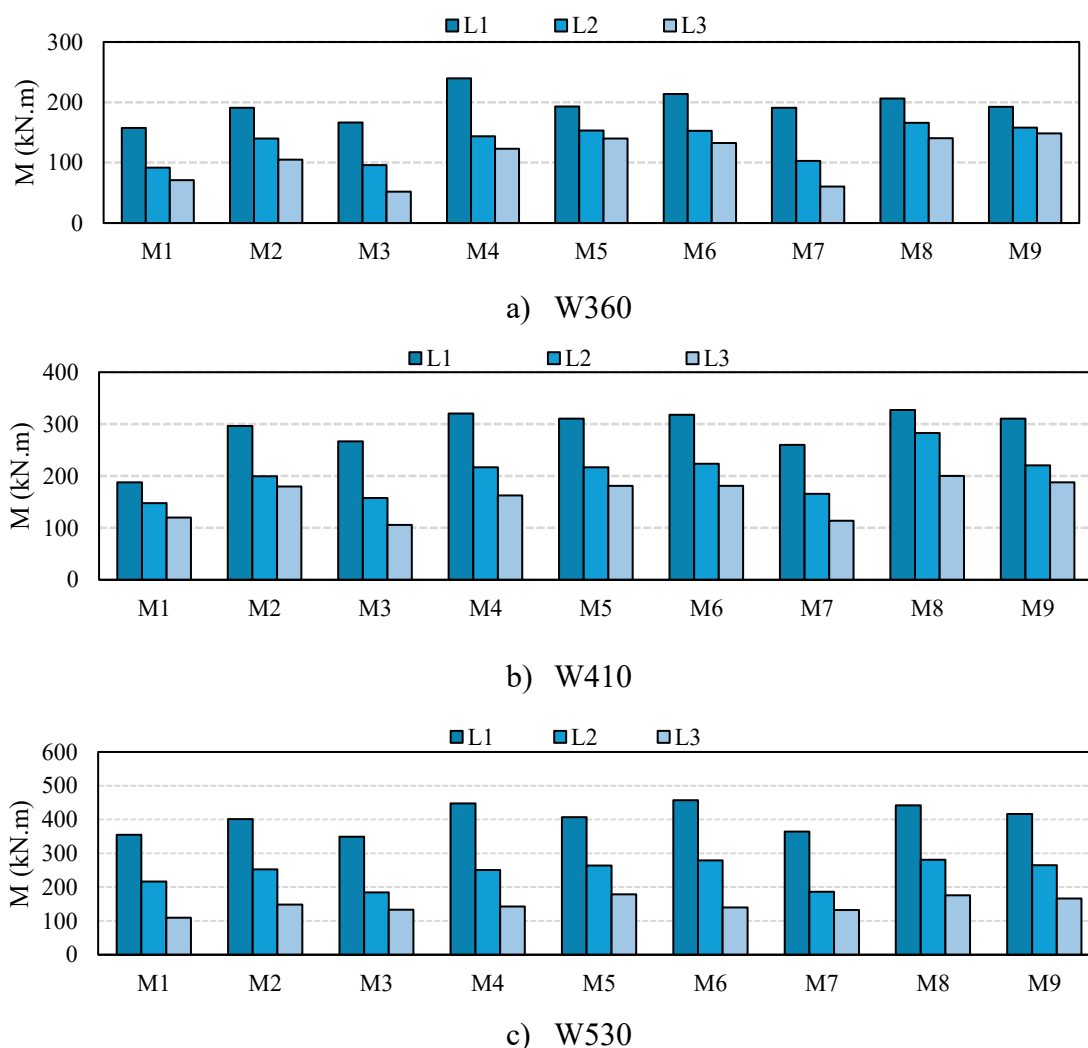
W530 com aberturas de 0,5h, nas quais a razão M/M_{controle} varia em faixa mais estreita, geralmente abaixo de 1,25, indicando menor sensibilidade ao aumento da força inicial.

Os níveis de 0,55Fp, 0,60Fp e 0,65Fp correspondem a valores inferiores usualmente empregados conforme a ABNT NBR 6118:2023 para casos de protensão no concreto, o que reforça que os ganhos observados foram obtidos dentro de uma faixa conservadora de aplicação de força. Do ponto de vista prático, os resultados indicam que a variação do nível de protensão pode ser utilizada como parâmetro direto de projeto para compensar perdas de rigidez associadas às aberturas, sobretudo em geometrias mais esbeltas. Entretanto, estudos que analisaram a influência da força inicial, como Almeida (2023), consideraram apenas vigas mistas de alma cheia, sem aberturas na alma. Assim, os resultados aqui apresentados ampliam esse entendimento para vigas celulares, mas permanecem limitados ao regime de serviço e às hipóteses do modelo numérico adotado.

6.3 RELAÇÃO VÃO-ALTURA

Esta seção avalia o efeito da relação entre a altura do perfil de aço com o vão. A variação do comprimento do vão permite avaliar como a esbeltez global da viga afeta a eficiência da protensão externa, ao avaliar o momento fletor atuante para o deslocamento de serviço de $L/350$. Os resultados são apresentados para os perfis de aço W360, W410 e W530, considerando três relações vão–altura, $L/h = 15, 20$ e 25 . Essas relações correspondem, respectivamente, a vãos de 5235 mm, 6980 mm e 8725 mm para o perfil W360; 5985 mm, 7980 mm e 9975 mm para o perfil W410; e 8140 mm, 11 320 mm e 12 910 mm para o perfil W530. Para cada seção de aço, todos os traçados de cabos são avaliados sob essas três configurações de vão. O momento fletor é determinado para um mesmo nível de solicitação, definido pelo limite de deslocamento em estado limite de serviço. A comparação apresentada na **Figura 6.9** permite avaliar diretamente a influência do comprimento do vão no desempenho estrutural das vigas celulares mistas com protensão externa.

Figura 6.9 - Comparação entre vãos e traçado de cabo



Fonte: (Autor, 2026)

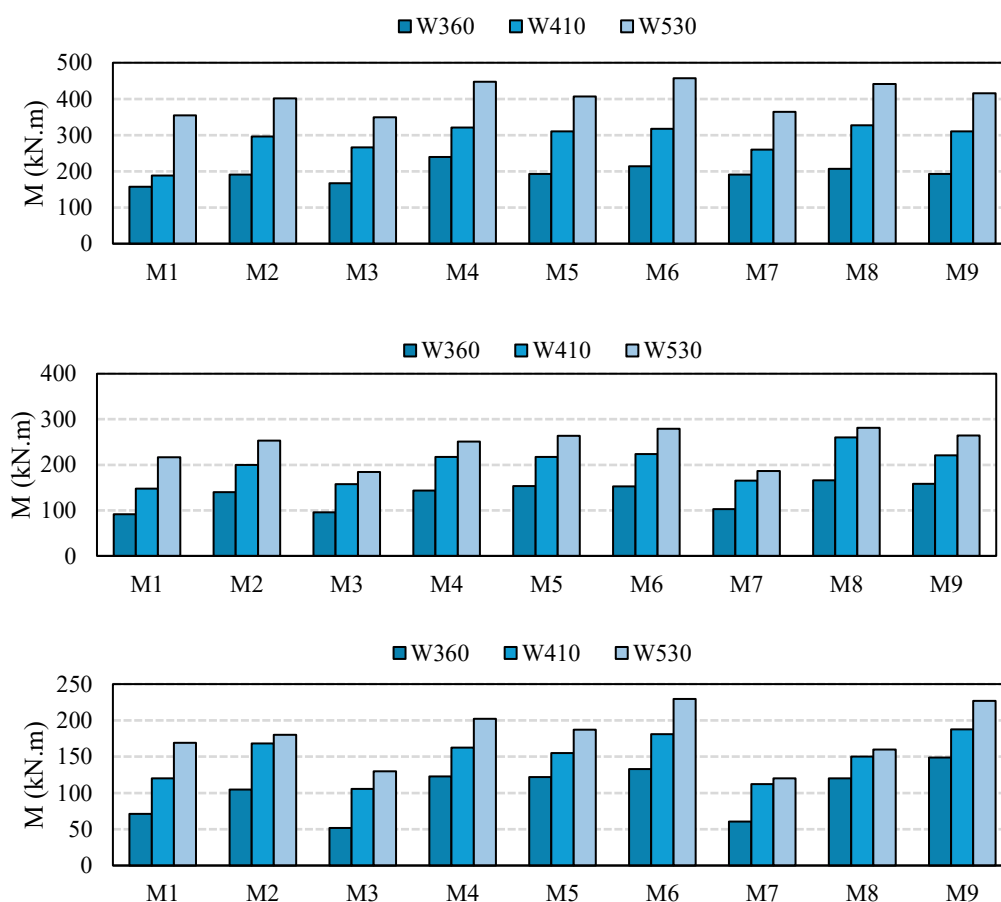
A partir da análise dos gráficos da **Figura 6.9**, é possível concluir que o momento fletor em estado limite de serviço diminui com o aumento do comprimento do vão, em razão da maior flexibilidade das vigas mais esbeltas. No entanto, a posição relativa dos diferentes traçados de cabos permanece inalterada para todos os vãos analisados, feitos que não são modificados pela variação do vão. Assim, o aumento do comprimento do vão afeta os valores absolutos de momento em serviço, mas não altera a influência relativa do traçado do cabo no desempenho estrutural.

6.4 SEÇÃO TRANSVERSAL

A influência da seção transversal no comportamento estrutural da estrutura, foi avaliada a partir da comparação entre o momento obtido para o deslocamento no meio do vão de $L/350$

entre diferentes traçados e seções transversais. Como o vão para cada perfil foi definido a partir da seção transversal, é necessário considerar a influência do vão. A **Figura 6.10** apresenta a relação entre os momentos fletores equivalentes para um deslocamento em serviço para as diferentes seções analisadas, considerando uma razão de abertura constante de $D/h = 0,8$ e, respectivamente, para a relação de vão $L/h=15$, $L/h=20$, $L/h=25$.

Figura 6.10 - Comparação entre o momento atuante de cada perfil e traçado de protensão



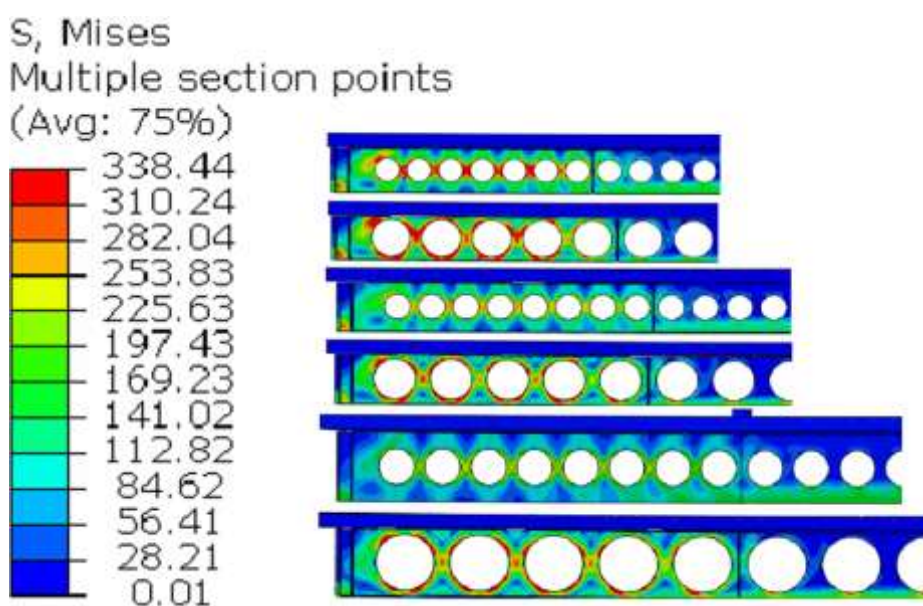
Fonte: Autor (2026)

Para todas as configurações analisadas, o aumento da altura da seção transversal resulta em maiores valores de momento fletor no estado limite de serviço, em função do acréscimo esperado da rigidez à flexão associado a seções de maior altura. Como a razão vão–altura é mantida constante, a variação da altura da seção implica, simultaneamente, na variação do comprimento do vão, estabelecendo uma interação direta entre a geometria seccional e o vão global da viga. Ainda assim, os resultados indicam que seções de maior altura são capazes de mobilizar momentos fletores mais elevados em regime de serviço, compensando parcialmente

o aumento da flexibilidade decorrente dos maiores vãos. Tendências semelhantes são observadas para as configurações L2 e L3, conforme apresentado nas Figuras 29 e 30. A partir do modelo numérico, é possível aferir.

A **Figura 6.11** apresenta as tensões equivalentes associadas ao deslocamento no meio do vão correspondente ao limite de serviço de $L/350$ para cada seção, mantendo-se constante a relação vão-altura, o que permite uma avaliação consistente do efeito da geometria da seção.

Figura 6.11 - Tensões para deslocamento de serviço em cada seção transversal

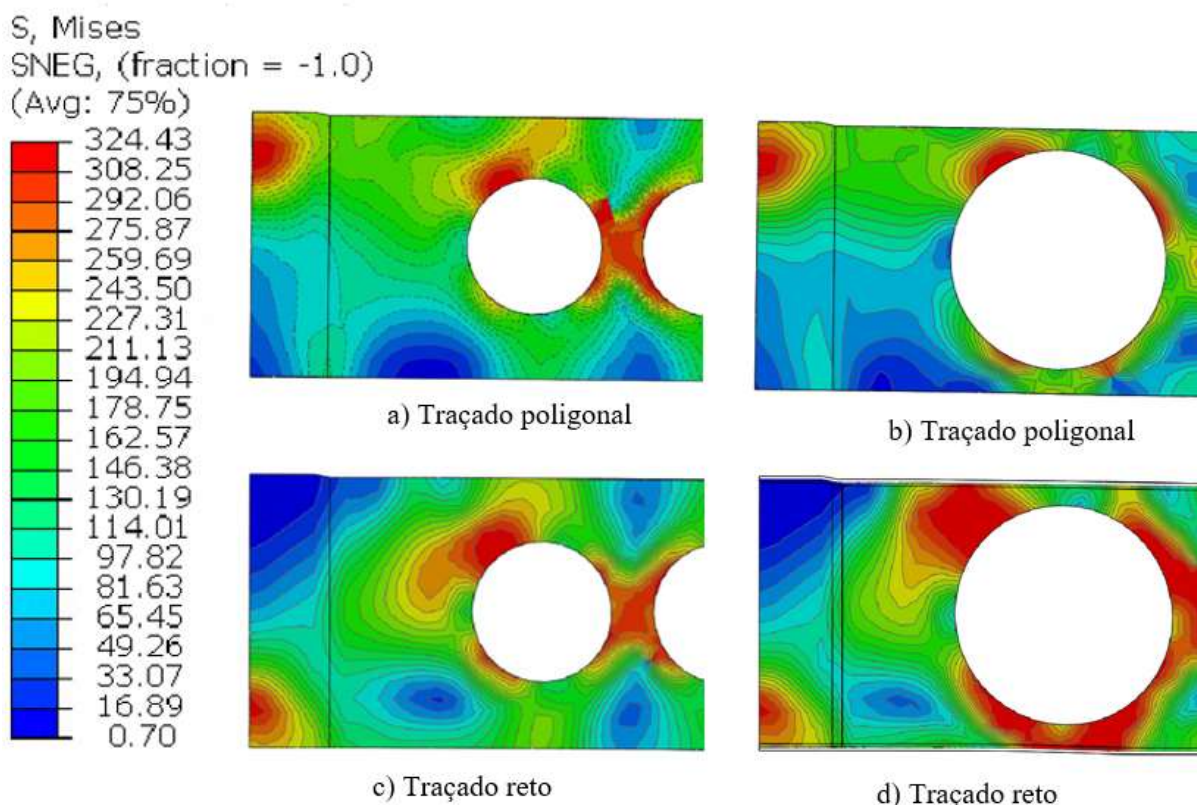


Fonte: Autor (2026)

6.5 DIÂMETRO DE ABERTURA

Para avaliar a influência do diâmetro de abertura, as diferentes combinações de seções transversais e vãos foram comparadas. A **Figura 6.12** apresenta a distribuição das tensões equivalentes de von Mises na região da alma de vigas celulares mistas de aço e concreto com protensão externa, considerando diferentes diâmetros de aberturas e dois tipos de traçado de cabos: poligonal e reto. As análises foram realizadas para combinações representativas de seções transversais e vãos, adotando-se como parâmetro de comparação a razão adimensional entre o diâmetro da abertura e a altura do perfil (D/h). Essa abordagem permite avaliar de forma consistente o efeito do tamanho das aberturas na resposta tensional da viga, bem como a influência do traçado dos cabos na redistribuição dos esforços ao redor das aberturas.

Figura 6.12 - Tensões para cabo reto e poligonal em cada diâmetro de abertura.



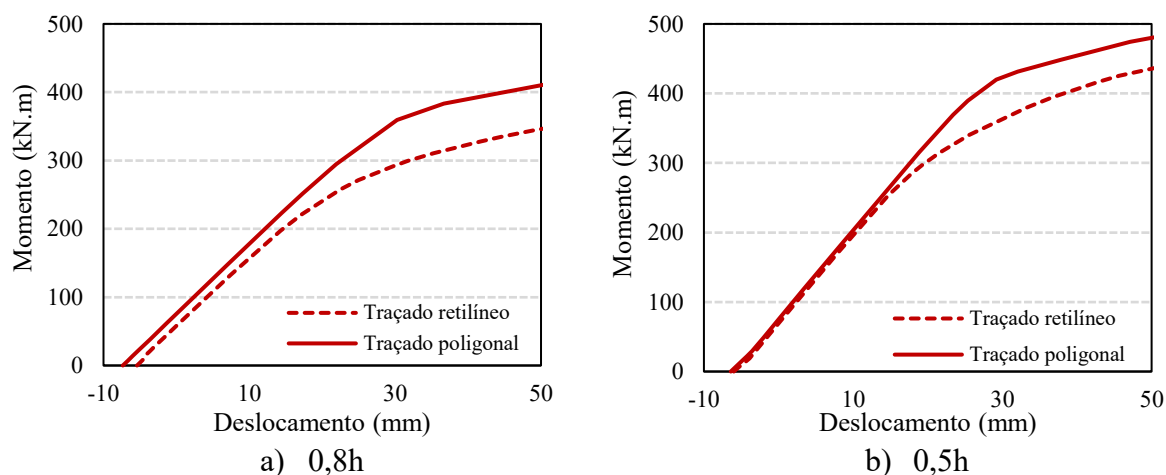
Fonte: Autor (2026)

A **Figura 6.12 a)** e **6.12 b)** apresentam a distribuição de tensões para o modelo M4, caracterizado por traçado poligonal do cabo, enquanto a **Figura 6.12 c)** e **6.12 d)** correspondem ao modelo M2, com traçado reto. No modelo M4, observa-se um campo de tensões mais uniforme na região das aberturas da alma, com menores concentrações nas bordas das aberturas e nos montantes, regiões críticas associadas ao início da formação de rótulas plásticas. Com o aumento da razão de abertura de $D/h = 0,5$ para $D/h = 0,8$, verifica-se intensificação das concentrações de tensões ao redor das aberturas, evidenciando a maior demanda imposta aos montantes para diâmetros mais elevados. O desempenho superior do traçado poligonal está relacionado ao fato de que a trajetória do cabo acompanha de forma mais compatível o diagrama de momentos fletores de uma viga biapoiada submetida a carregamento em quatro pontos, promovendo redistribuição mais eficiente dos esforços internos em regime de serviço.

A **Figura 6.13** apresenta as curvas momento fletor–deslocamento para as mesmas configurações analisadas na **Figura 6.12**, considerando o perfil W360 e nível inicial de protensão igual a $0,60F_p$. As curvas permitem avaliar a influência do traçado do cabo e do

diâmetro das aberturas na resposta global à flexão sob carregamento controlado por deslocamento até o limite de serviço.

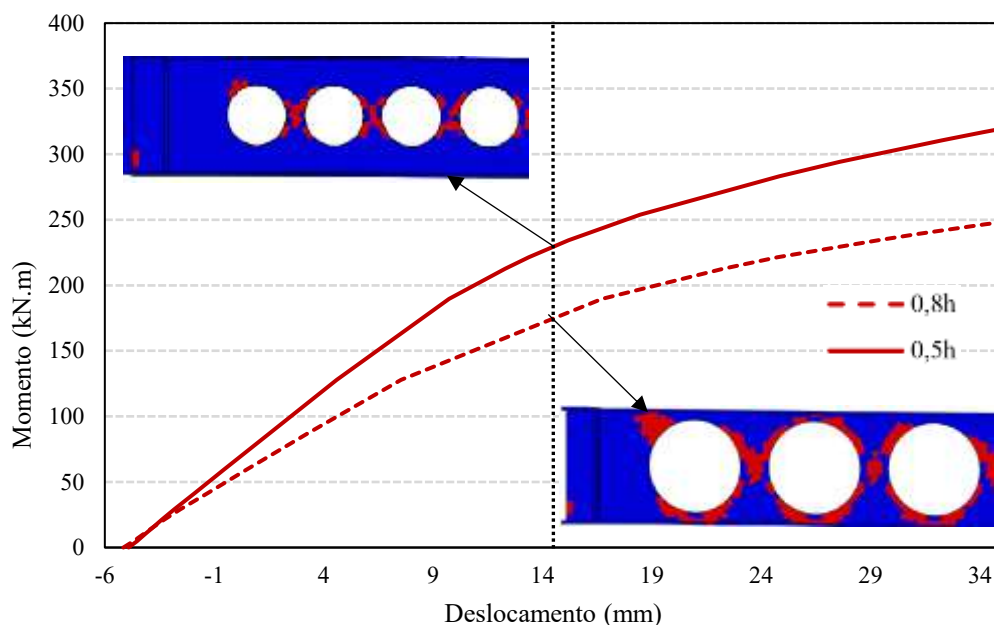
Figura 6.13 - Comparação entre os diferentes modelos de traçado e abertura



Fonte: Autor (2026)

A **Figura 6.14** apresenta a comparação obtida pela biblioteca disponível no ABAQUS *automatic calculation of yield* (AC YIELD) onde a cor vermelha representa o ponto em que a tensão equivalente atinge o limite de escoamento especificado, passando do regime elástico linear para o regime plástico. A partir disso, a relação momento fletor *versus* deslocamento no meio do vão para duas configurações de vigas celulares mistas com diferentes diâmetros de abertura é avaliada. A linha contínua representa o modelo com menor diâmetro de abertura, enquanto a linha tracejada corresponde à viga com aberturas de maior diâmetro. A linha vertical pontilhada indica o deslocamento limite de serviço adotado conforme a ABNT NBR 8800, correspondente a $L/350$.

Figura 6.14 - Aparecimento de tensões de escoamento para o deslocamento de serviço



Fonte: Autor (2026)

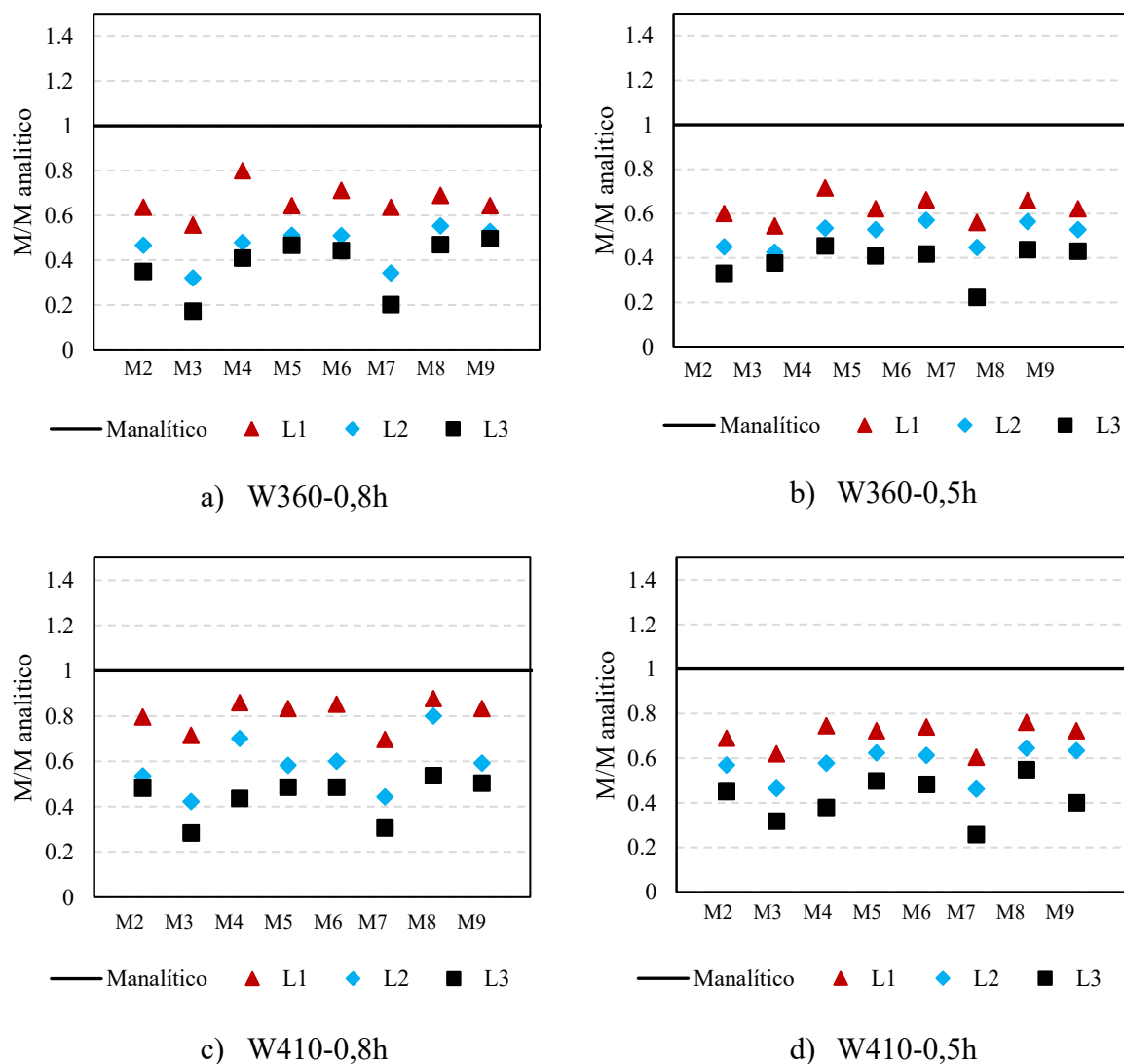
Observa-se que o aumento do diâmetro das aberturas resulta em redução da rigidez global da viga. Para um mesmo nível de deslocamento, a viga com aberturas maiores apresenta menor capacidade resistente, comportamento que se mantém ao longo de todo o carregamento. No ponto correspondente ao limite de serviço, a diferença de momento resistente entre as configurações é significativa, indicando perda de eficiência estrutural associada ao aumento da taxa de vazios.

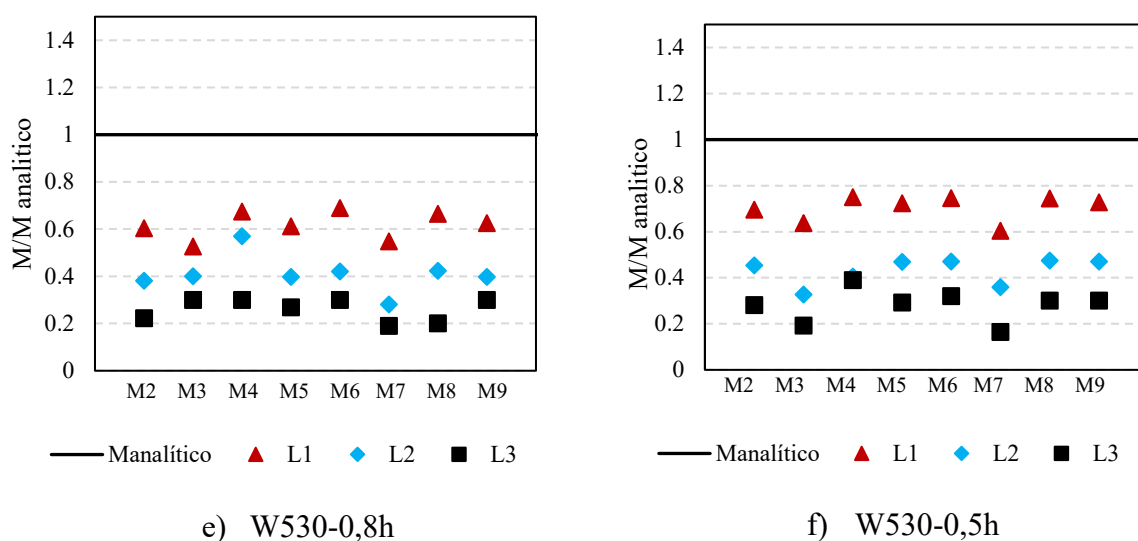
A análise das tensões evidencia maior concentração nas regiões remanescentes da alma e nos montantes entre aberturas à medida que o diâmetro aumenta. Esse efeito decorre da redução da área efetiva resistente e da diminuição da inércia da seção, o que intensifica a sollicitação local e antecipa a formação de mecanismos plásticos. Assim, conclui-se que o diâmetro das aberturas exerce influência direta tanto na rigidez quanto na capacidade resistente da viga celular, devendo ser criteriosamente dimensionado para evitar perdas excessivas de desempenho estrutural, especialmente em condições de serviço.

escoamento de forma prematura, interferindo em sua capacidade de carga. Dessa forma, o modelo analítico superestima a capacidade resistente ao não considerar efeitos de instabilidade.

A **Figura 6.15** apresentada, para as seções W360, W410 e W530, com razões de abertura iguais a 0,5h e 0,8h, a razão entre o momento numérico e o momento analítico para diferentes relações vão-altura, representadas por L1, L2 e L3. A linha horizontal indica a previsão do modelo analítico, enquanto os pontos correspondem aos resultados numéricos.

Figura 6.15: Comparação modelos numéricos e modelo analítico

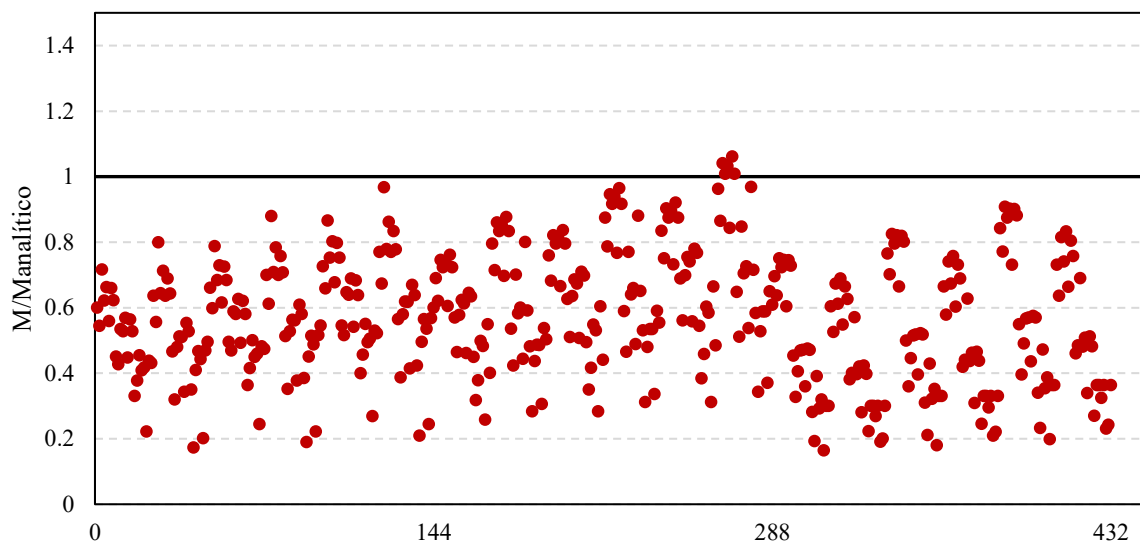




Fonte: Autor (2026)

Para verificar a concordância do comportamento global do modelo analítico frente ao conjunto completo de simulações realizadas, reuniu-se na **Figura 6.16** a comparação entre todos os modelos numéricos e seus respectivos valores previstos analiticamente

Figura 6.16: Todos modelos comparados com modelo analítico



Fonte: Autor (2026)

Observa-se que, em todos os modelos analisados, os resultados numéricos ficaram abaixo das previsões do modelo analítico, independentemente do perfil adotado, da razão de abertura ou da relação vão-altura. Isso indica que a formulação analítica tende a superestimar a

capacidade resistente das vigas celulares mistas com protensão externa. Tal diferença está associada ao fato de o modelo considerar apenas o equilíbrio das forças na seção transversal, sem representar adequadamente os efeitos de instabilidade e as concentrações de tensões ao redor das aberturas na alma.

Os resultados mostram que esses efeitos reduzem a rigidez e antecipam o escoamento em regiões críticas, levando a momentos resistentes inferiores aos estimados teoricamente. Dessa forma, conclui-se que o modelo analítico, na forma proposta, não reproduz com precisão o comportamento global das vigas celulares protendidas, sendo necessária sua calibração ou a incorporação de fatores que considerem explicitamente os efeitos de instabilidade observados nas análises numéricas.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

Este estudo avaliou o comportamento estrutural de vigas celulares mistas de aço e concreto com protensão externa por meio de uma análise numérica paramétrica abrangente, validada a partir de resultados experimentais disponíveis na literatura. Os modelos em elementos finitos reproduziram de forma consistente a resposta força–deslocamento e os mecanismos resistentes predominantes, em especial a instabilidade dos montantes entre aberturas, confirmando a confiabilidade da estratégia de modelagem adotada.

A investigação paramétrica demonstrou que a protensão externa promove aumento sistemático da rigidez e da capacidade resistente das vigas celulares, tanto em regime de serviço quanto em níveis mais elevados de carregamento. A magnitude desse ganho mostrou-se diretamente dependente da excentricidade do cabo, do traçado adotado, da relação vão-altura e da geometria das aberturas. Vigas com maiores razões D por h apresentaram maior sensibilidade à protensão, evidenciando interação significativa entre a força aplicada e o comportamento dos montantes.

Com base nos resultados numéricos, foi proposta uma formulação analítica obtida a partir da adaptação da teoria de blocos de tensão da ABNT NBR 8800:2024 para seções com abertura na alma e protensão externa. A formulação considera o equilíbrio das forças na seção transversal e a contribuição direta dos cabos por meio de uma tensão equivalente associada ao limite de deslocamento de serviço. Entretanto, a comparação global indicou que, em todos os casos analisados, os momentos obtidos numericamente foram inferiores aos estimados pelo modelo analítico, evidenciando superestimação da capacidade resistente. Isso ocorre porque a abordagem não incorpora explicitamente os efeitos de instabilidade local dos montantes, nem os efeitos globais associados à maior esbeltez da viga.

Do ponto de vista prático, os resultados confirmam que a protensão externa é uma solução estrutural viável e eficiente para vigas celulares mistas. Traçados poligonais mostraram-se mais eficientes que perfis retos, devido à melhor compatibilidade com o diagrama de momentos fletores e à redução de concentrações de tensões nos montantes. Recomenda-se

priorizar maiores excentricidades e comprimentos livres adequados de cabo, desde que atendidos os requisitos construtivos e de ancoragem.

No entanto, para aplicação em projeto, os parâmetros analíticos propostos necessitam de adaptações que considerem de forma explícita os efeitos de instabilidade observados nas análises numéricas. Embora a formulação constitua uma base consistente, é necessária maior acurácia no modelo analítico, com a introdução de ajustes ou coeficientes de calibração, para que as estimativas de resistência representem de forma mais realista o comportamento estrutural dessas vigas.

REFERÊNCIAS

BIBLIOGRÁFICA

ABAMBRES, M. *et al.* **Neural network-based formula for the buckling load prediction of I-section cellular steel beams.** Computers, v. 8, n. 1, 1 mar. 2019. <https://doi.org/10.3390/computers8010002>

ABAQUS. **Dassault Systèmes Simulia. Abaqus**, 6.12.2012. [s.d.].

AFEFY, H. M. E. D.; ATTA, A. M.; TAHER, S. E. D. F. **Behavior of Strengthened Composite Castellated Beams Pre-stressed with External Bars: Experimental Study.** Arabian Journal for Science and Engineering, v. 37, n. 6, p. 1521–1534, 2012. <https://doi.org/10.1007/s13369-012-0278-2>

ALMEIDA, M. M. R. **Investigação teórica e experimental do comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas.** São Carlos/SP: Universidade Federal de São Carlos, 2023.

ALMEIDA, M. M. R.; SOUZA, A. S. C.; ALBUQUERQUE, A. T. **Experimental study of prestressed steel-concrete composite beams with profiled steel decking.** Journal of Constructional Steel Research, v. 194, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2022.107331>

ALMEIDA, M. M. R.; SOUZA, A. S. C.; ALBUQUERQUE, A.T.; ROSSI, A. **Parametric analysis of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons.** Journal of Constructional Steel Research, v. 189, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2021.107087>

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8800. Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios, Standard.** Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2024.

AYYUB, B.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H. **Prestressed composite girders under positive moment.** Journal of Structural Engineering, v. 116, n. 11, p. 2931-2951, Nov. 1990. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1990\)116:11\(2931\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1990)116:11(2931))

AYYUB, B.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H. **Prestressed composite girders. I: Experimental study for negative moment.** Journal of Structural Engineering, v. 118, n. 10, p. 2743-2762, Oct. 1992a. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1992\)118:10\(2743\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1992)118:10(2743))

AYYUB, B.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H. **Prestressed composite girders. II: Analytical study for negative moment.** Journal of Structural Engineering, v. 118, n. 10, p. 2763-2783, Oct. 1992b. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1992\)118:10\(2763\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1992)118:10(2763))

CHEN, S.; GU, P. **Load carrying capacity of composite beams prestressed with external tendons under positive moment.** Journal of Constructional Steel Research, v. 61, n. 4, p. 515–530, April 2005. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2004.09.004>

CHEN, S. **Experimental study of prestressed steel-concrete composite beams with external tendons for negative moments**. Journal of Constructional Steel Research, v. 61, n. 12, p. 1613–1630, December 2005. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2005.05.005>

CHEN, S.; WANG, X.; JIA, Y. **A comparative study of continuous steel-concrete composite beams prestressed with external tendons: Experimental investigation**. Journal of Constructional Steel Research, v. 65, n. 7, p. 1480–1489, Mar. 2009. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2009.03.005>

CHEN, S.; JIA, Y. **Numerical investigation of inelastic buckling of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons**. Thin-Walled Structures, v. 48, p. 233–242, Nov. 2010. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2009.10.009>

CHEN, S.; ZHANG, Z. **Effective width of a concrete slab in steel-concrete composite beams prestressed with external tendons**. Journal of Constructional Steel Research, v. 62, n. 5, p. 493–500, Maio 2006. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2005.08.009>

EL-DEHEMY, H. **Static and Dynamic Analysis Web Opening of Steel Beams**. World Journal of Engineering and Technology, v. 05, n. 02, p. 275–285, 2017. <https://doi.org/10.4236/wjet.2017.52022>

ERDAL, F.; SAKA, M. P. **Ultimate load carrying capacity of optimally designed steel cellular beams**. Journal of Constructional Steel Research, v. 80, p. 355–368, jan. 2013. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2012.10.007>

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1993-1-1: EUROCODE 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules buildings**. Brussels, 2005.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1994-1-1. Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings**. Brussels, 2004.

FERREIRA, A. C. **Vigas metálicas protendidas: Análise estática, modal e de ruptura do cabo de protensão e aplicativo computacional para projetos**. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

FERREIRA, F. P. V. et al. **Composite action on web-post buckling shear resistance of composite cellular beams with PCHCS and PCHCSCT**. Engineering Structures, v. 246, p. 113065, nov. 2021. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113065>

FERREIRA, F. P. V. et al. **EC3 design of web-post buckling resistance for perforated steel beams with elliptically-based web openings**. Thin-Walled Structures, v. 175, p. 109196, jun. 2022. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.109196>

FERREIRA, F. P. V.; MARTINS C. H. **Flambagem Lateral com Torção em Vigas Celulares de Aço por Meio da Modificação da Distribuição das Tensões Residuais**. Dissertação de Mestrado. Maringá: Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, Brasil, 2019.

FERREIRA, F. P. V.; MARTINS, C. H.; DE NARDIN, S. **Advances in composite beams with web openings and composite cellular beams**. Journal of Constructional Steel Research, v. 172, p. 106182, set. 2020. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106182>

FERREIRA, F. P. V.; MARTINS, C. H.; DE NARDIN, S. **Sensitivity Analysis of Composite Cellular Beams to Constitutive Material Models and Concrete Fracture**. International Journal of Structural Stability and Dynamics, v. 21, n. 01, p. 2150008, 29 jan. 2021. <https://doi.org/10.1142/S0219455421500085>

GRILO, L. F. *et al.* **Design procedure for the web-post buckling of steel cellular beams**. Journal of Constructional Steel Research, v. 148, p. 525–541, 1 set. 2018. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.06.020>

KRUGER, T. S.; RENSBURG, B. W. J. VAN; PLESSIS, G. M. DU. **Non-linear Analysis of Structural Steel Frames**. J. Construct. Steel Research. [s.l.: s.n.].

LEONHARDT, F. **Construções de concreto**: vol. 5: concreto protendido. Tradução João Luís Escosteguy Merino. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 1983.

LI, L. *et al.* **Failure mechanism research and load-bearing capacity of externally prestressed composite beams with web openings**. Scientific Reports, v. 15, n. 1, 1 dez. 2025. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-18528-3>

LORENC, W.; KUBICA, E. **Behavior of composite beams prestressed with external tendons: Experimental study**. Journal of Constructional Steel Research, v. 62, n. 12, p. 1353–1366, dez. 2006. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2006.01.007>

MÜLLER, C. **Large web opening for service integration in composite floors**. [s.l.] Office for Official Publications of the European Communities, 2006.

NADJAI, A. *et al.* **Performance of cellular composite floor beams at elevated temperatures**. Fire Safety Journal, v. 42, n. 6–7, p. 489–497, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2007.05.001>

NELSEN, A. C. H. **Comportamento estrutural de viga mista de aço e concreto com protensão externa**. Dissertação de Mestrado. São Carlos, SP: Universidade Federal de São Carlos, 2013.

PIASSI, A. D. *et al.* **Lateral distortional buckling of cellular composite-beams**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, v. 11, n. 2, p. 331–356, abr. 2018. <https://doi.org/10.1590/s1983-41952018000200007>

ROSSI, A. *et al.* **Lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams: A review**. Structures, v. 27, p. 1299–1312, out. 2020b. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.07.026>

ROSSI, A. *et al.* **Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams**. Journal of Constructional Steel Research, v. 172, p. 106192, set. 2020a. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106192>

ROSSI, A. *et al.* **The influence of structural and geometric imperfections on the LDB strength of steel–concrete composite beams**. Thin-Walled Structures, v. 162, p. 107542, 1 maio 2021. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2021.107542>

ROSSI, A. **Modelagem e análise numérica da estabilidade lateral com distorção de vigas mistas de aço e concreto**. São Carlos, SP: Universidade Federal de São Carlos, 2021a. <https://doi.org/10.15628/holos.2021.9952>

ROSSI, A. **Modelagem e análise numérica da estabilidade lateral com distorção de vigas mistas de aço e concreto**. São Carlos, SP: Universidade Federal de São Carlos, 2021b. <https://doi.org/10.15628/holos.2021.9952>

SEHWAIL, M. M; CELIKAG, M. **Load carrying capacity of hot-rolled hybrid cellular steel beams: experimental Investigations**. Arabian Journal for Science and Engineering, v. 47, n. 10, p. 12633-12648, 2022. <https://doi.org/10.1007/s13369-021-06508-4>

SHEEHAN, T. *et al.* **Experimental study on long spanning composite cellular beam under flexure and shear**. Journal of Constructional Steel Research, v. 116, p. 40–54, 1 jan. 2016. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2015.08.047>

WORABO WOJU, U.; DADEBO, E. T. **Improvement of Composite Beam with Web Opening Using Posttensioning Tendons under Static and Cyclic Loadings**. Advances in Civil Engineering, v. 2024, 2024. <https://doi.org/10.1155/2024/4629691>

YUN, X.; GARDNER, L. **Stress-strain curves for hot-rolled steels**. Journal of Constructional Steel Research, v. 133, p. 36–46, 1 jun. 2017. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2017.01.024>
