

THAÍS MATOS SCOTTI

**REVISÃO E PROPOSTA DE ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE
MOVIMENTO PARA UM GERADOR LINEAR A ÍMÃ PERMANENTE
MOVIDO A PISTÃO LIVRE PARA REGIME PERMANENTE**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2026

THAÍS MATOS SCOTTI

**REVISÃO E PROPOSTA DE ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE
MOVIMENTO PARA UM GERADOR LINEAR A ÍMÃ PERMANENTE
MOVIDO A PISTÃO LIVRE PARA REGIME PERMANENTE**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Vibração e Resistência dos Materiais.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Braga dos Santos.
Coorientador: Prof. Dr. Luciano Coutinho Gomes.

Uberlândia, 2026

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

S431 2026	Scotti, Thais Matos, 1993- Revisão e proposta de estratégia de controle de movimento para um gerador linear a ímã permanente movido a pistão livre para regime permanente [recurso eletrônico] / Thais Matos Scotti. - 2026. Orientador: Marcelo Braga dos Santos. Coorientador: Luciano Coutinho Gomes . Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Modo de acesso: Internet. DOI http://doi.org/10.14393/ufu.di.2026.502 Inclui bibliografia. Inclui ilustrações. 1. Engenharia mecânica. I. Santos, Marcelo Braga dos, 1974-, (Orient.). II. , Luciano Coutinho Gomes, 1972-, (Coorient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título. CDU: 621
--------------	--

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica

Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1M, Sala 212 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-
MG, CEP 38400-902

Telefone: (34) 3239-4282 - www.posmecanicaufu.com.br - secposmec@mecanica.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Mecânica				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico, número 682, PPGEM				
Data:	16 de junho de 2026	Hora de início:	09:00	Hora de encerramento:	11:50
Matrícula do Discente:	12412EMC017				
Nome do Discente:	Thaís Matos Scotti				
Título do Trabalho:	Revisão e proposta de estratégia de controle de movimento para um gerador linear a ímã permanente movido a pistão livre para regime permanente				
Área de concentração:	Mecânica dos Sólidos e Vibrações				
Linha de pesquisa:	Dinâmica de Sistemas Mecânicos				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	FINEP 2420/22 - Desenvolvimento de motores a combustão interna de alta eficiência para operação Gas-to-wire no pré sal - Gerador Linear à Pistão Livre				

Reuniu-se por videoconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, assim composta: Professores Doutores: Pedro José dos Santos Neto - Unicamp; Valder Steffen Jr. - FEMEC/UFU; Luciano Coutinho Gomes - UFU, coorientador da candidata e Marcelo Braga dos Santos - FEMEC/UFU, orientador da candidata.

Iniciando os trabalhos o(a) presidente da mesa, Dr. Marcelo Braga dos Santos, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato(a), agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovada.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Braga dos Santos, Professor(a) do Magistério Superior**, em 16/06/2026, às 11:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Pedro José dos Santos Neto, Usuário Externo**, em 16/06/2026, às 11:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Valder Steffen Junior, Professor(a) do Magistério Superior**, em 16/06/2026, às 11:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **LUCIANO COUTINHO GOMES, Usuário Externo**, em 16/06/2026, às 16:45, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **7321891** e o código CRC **344CD815**.

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Uberlândia, à Faculdade de Engenharia Mecânica e à Faculdade de Engenharia Elétrica, que, mais uma vez, me possibilitam a busca por uma formação de alto nível. Ter acesso a esse tipo de oportunidade por meio de uma universidade pública é um privilégio que reconheço e valorizo.

Ao professor Marcelo Braga dos Santos, pela oportunidade de participação em um projeto de grande relevância, com apoio de instituições de fomento como CAPES e FINEP, que me proporcionaram condições fundamentais para o desenvolvimento desta pesquisa, permitindo que eu conduzisse este trabalho buscando honrar, da melhor forma possível, a oportunidade concedida.

Ao professor Luciano Coutinho Gomes, pela oportunidade de atuação no Laboratório de Acionamentos Elétricos da Universidade Federal de Uberlândia, onde tive acesso a um ambiente confortável para a condução deste trabalho. Nesse laboratório, a convivência foi marcada pela troca com colegas que se tornaram amigos, em especial Rafael, Lucas e Cássio, aos quais sou grata pelas conversas e pelo apoio ao longo da jornada.

Aos meus pais, Cristina e Marcelo, pelo apoio incondicional em todas as minhas escolhas e pela base de valores que levo comigo em qualquer cenário. Ao meu irmão, Fernando, que, mesmo de longe, segue sendo meu melhor amigo e uma grande referência nos estudos.

Ao meu marido, Maykon, por viver comigo cada emoção ao longo dessa trajetória, por me apoiar em todos os momentos, por ter orgulho de mim e por nunca soltar a minha mão.

Ao meu filho, Miguel, que, mesmo tão pequeno, ainda não sabe, mas um dia saberá que foi, desde quando nasceu, minha maior motivação por trás de cada esforço e da minha vontade de vencer os desafios, para que um dia tenha orgulho de mim.

E, por fim, mas o mais importante sempre, a Deus, com quem pude contar por meio da intercessão de Nossa Senhora Aparecida, de São José e da espiritualidade amiga, pela força e pela fé que me sustentam. É neles que encontro amparo para seguir mesmo nos caminhos que ainda não compreendo, acreditando que, mesmo nas trajetórias mais desafiadoras e desconfortáveis, existe um sentido que, no tempo certo, se revela.

“Em tudo, dai graças.” (1 Ts 5,18)

SCOTTI, T. M. **Revisão e proposta de estratégia de controle de movimento para um gerador linear a ímã permanente movido a pistão livre para regime permanente.** 2026. 129 p. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

RESUMO

Este trabalho investiga o controle do movimento em um gerador linear de pistão livre (*Free-Piston Linear Generator* - FPLG), com o objetivo de regular a extração eletromagnética de energia de modo a garantir operação estável dentro dos limites mecânicos e desempenho adequado na geração de potência elétrica. Para isso, o sistema é modelado como um oscilador massa-mola excitado pela combustão, no qual a força eletromagnética é representada por um amortecimento equivalente proporcional à velocidade do pistão, considerando-se uma arquitetura elétrica composta por retificação trifásica passiva seguida de conversor CC-CC do tipo boost. Três estratégias de controle são desenvolvidas e avaliadas sob as mesmas condições de modelagem e excitação: (i) controle proporcional-integral com detecção de pico do deslocamento, (ii) controle baseado na energia mecânica do ciclo e (iii) controle preditivo não linear (*Nonlinear Model Predictive Control* - NMPC), sendo a comparação realizada em termos do curso do pistão, da estabilidade do regime oscilatório, do balanço energético e da potência elétrica entregue à carga. Os resultados mostram que o controle PI com detecção de pico apresenta bom desempenho em regime, porém com maior latência frente a perturbações; o controle baseado na energia mecânica do ciclo permite regular a extração de energia ao longo da oscilação, contribuindo para a contenção do deslocamento e para a robustez frente a variações da combustão; e o NMPC permite tratar restrições operacionais de forma explícita, ao custo de maior modulação do comando e menor uniformidade da potência elétrica na arquitetura considerada. Conclui-se que as estratégias apresentam compromissos distintos entre estabilidade mecânica, robustez e aproveitamento energético, fornecendo uma base comparativa para o projeto de controladores aplicados a FPLGs.

Palavras-chave: Gerador linear de pistão livre; Controle de deslocamento; Amortecimento eletromagnético; Controle Preditivo Não Linear; Controle Baseado em Energia; Retificação passiva.

SCOTTI, T. M. **Proposal of a motion control strategies for a free-piston permanent-magnet linear generator under steady-state operation.** 2026. 129 p. Master's thesis, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

ABSTRACT

This work investigates motion control in a free-piston linear generator (FPLG), with the objective of regulating electromagnetic energy extraction in order to ensure stable operation within mechanical limits and adequate performance in electrical power generation. For this purpose, the system is modeled as a combustion-excited mass–spring oscillator in which the electromagnetic force is represented as an equivalent damping proportional to the piston velocity, considering an electrical architecture composed of passive three-phase rectification followed by a DC–DC boost converter. Three control strategies are developed and evaluated under the same modeling and excitation conditions: (i) proportional–integral control with peak displacement detection, (ii) control based on the mechanical energy of the cycle, and (iii) nonlinear model predictive control (NMPC). The comparison is carried out in terms of piston stroke, oscillatory regime stability, energy balance, and DC power delivered to the load. The results show that PI control with peak detection achieves good steady-state performance, but with higher latency under disturbances; the mechanical-energy-based control regulates energy extraction throughout the oscillation cycle, contributing to stroke containment and robustness to combustion variations; and NMPC enables explicit handling of operational constraints, at the cost of increased command modulation and lower uniformity of the electrical power in the considered architecture. It is concluded that the strategies present different trade-offs between mechanical stability, robustness, and energy utilization, providing a comparative basis for controller design in FPLGs.

Keywords: Free-piston linear generator; Displacement control; Electromagnetic damping; Nonlinear model predictive control; Energy-based control; Passive rectification.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Estrutura de um conjunto motogerador a pistão livre baseado no protótipo da Toyota.....	3
Figura 1.2 Estratégia de controle por realimentação de posição e velocidade do pistão e resultados de simulação e experimento no protótipo da Toyota Central R&D Labs: (a) diagrama lógico da lei de controle; (b) comparação entre resultados simulados e experimentais para posição do pistão, correntes do gerador, força eletromagnética e potência extraída.	4
Figura 3.1 Diagrama conceitual da planta de controle do FPLG, com indicação da entrada de controle $F_{ger}(t)$, da perturbação $F_{comb}t$ e das saídas mecânicas $x(t)$ e $\dot{x}(t)$	26
Figura 3.2. Representação esquemática do gerador linear a pistão livre como oscilador massa–mola–amortecimento.	27
Figura 3.3 Topologia elétrica utilizada nas simulações.....	29
Figura 3.4. Comparação entre a força interpolada (referência) e a força analítica para $x > 0$ e $x < 0$	37
Figura 3.5. Relação experimental entre razão cíclica PWM e amortecimento eletromagnético equivalente em gerador linear. Os pontos em vermelho correspondem a valores medidos experimentalmente e a curva em azul representa o ajuste empírico reportado por Son; Yeung, 2017.	40
Figura 3.6. Dados discretos de $Bg(g)$ (acima) e ajuste contínuo por polinômio de 4ª ordem (abaixo).	43
Figura 3.7. Diagrama simplificado da arquitetura da planta integrada implementada no Simulink.	60
Figura 4.1. Diagrama funcional da estratégia S1. Fonte: autora, 2026	58
Figura 4.2. Diagrama de atuação da estratégia S2.	63
Figura 4.3. Esquema conceitual do NMPC aplicado ao FPLG.	68
Figura 5.1. Deslocamento sob S1.	80
Figura 5.2. Velocidade sob S1.	81
Figura 5.3 Potência CC sob S1.	81
Figura 5.4 Energias acumuladas sob S1.	83
Figura 5.5 Comando $gm(S1)$: (a) 0–5 s; (b) zoom em regime permanente para evidenciar a modulação. Fonte: autora.	85

Figura 5.6 Força de combustão em três patamares sob S1.	87
Figura 5.7 Força eletromagnética de frenagem sob S1.	87
Figura 5.8. Deslocamento sob S2.	89
Figura 5.9. Velocidade sob S2.	90
Figura 5.10 Energias acumuladas sob S2.	91
Figura 5.11. Comando gt sob S2.	93
Figura 5.12. Potência CC sob S2.	93
Figura 5.13. Deslocamento sob S3.	96
Figura 5.14 Velocidade sob S3.	97
Figura 5.15 Comando normalizado $g(t)$ sob S3.	97
Figura 5.16 Potência CC sob S3.	99
Figura 5.17 Energias acumuladas sob S3.	99
Figura 5.18 Potência CC extraída — S1/S2/S3.	102
Figura 5.19 Energia extraída acumulada — S1/S2/S3.	103
Figura 5.20 Energia elétrica CC acumulada — S1/S2/S3.	104
Figura 5.21 Energia de combustão acumulada — S1/S2/S3.	105
Figura 5.22 Eficiências mecânica, de conversão e total — S1/S2/S3.	106

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 — Caracterização do amortecimento eletromagnético equivalente Bg	42
Tabela 2 — Parâmetros geométricos, elétricos e de modelagem do gerador linear utilizados nas simulações	53
Tabela 3 — Energias acumuladas e potências médias no intervalo de 0–5 s para a estratégia S1	78
Tabela 4 — Rendimentos mecânico, de conversão elétrica e global obtidos com a estratégia S1	79
Tabela 5 — Indicadores globais de energia acumulada e potência média obtidos com a estratégia S2.....	88
Tabela 6 — Rendimentos mecânico, de conversão elétrica e global obtidos com a estratégia S2.....	88
Tabela 7 — Indicadores globais de energia acumulada e potência média obtidos com a estratégia S3.....	95
Tabela 8 — Rendimentos mecânico, de conversão elétrica e global obtidos com a estratégia S3.....	95
Tabela 9 — Resumo comparativo das estratégias S1, S2 e S3	106

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIações

- A — amplitude do curso do pistão (m)
- A_k — amplitude do ciclo k (m)
- A_{ref} — amplitude de referência (m)
- A_s — área efetiva do pistão (m²)
- B_{geq} — amortecimento equivalente total (N·s/m)
- $B_g(t)$ — coeficiente de amortecimento eletromagnético equivalente (N·s/m)
- $B_{g,max}$ — valor máximo do amortecimento eletromagnético equivalente (N·s/m)
- $B_{g,min}$ — valor mínimo do amortecimento eletromagnético equivalente (N·s/m)
- B_h — coeficiente harmônico da densidade de fluxo magnético associado ao termo de ordem h no modelo espectral do gerador linear.
- B_ϕ — coeficiente harmônico da componente tangencial do campo magnético associado ao termo de ordem h no modelo espectral do gerador linear.
- c — amortecimento mecânico viscoso (N·s/m)
- dL_{pn} — coeficiente harmônico associado à variação espacial da indutância em função da posição do pistão/linor no modelo espectral do gerador linear.
- D — potência de distorção (VA)
- $E(t)$ — energia mecânica total (J)
- E_{comb} — energia de combustão acumulada (J)
- E_{ext} — energia mecânica extraída (J)
- E_{max} — energia mecânica máxima (J)
- E_{ref} — energia mecânica de referência (J)
- E_{out} — energia elétrica útil entregue à carga (J)
- f — frequência de oscilação (Hz)
- F_{comb} — força de combustão (N)
- F_{ger} — força eletromagnética de frenagem (N)
- FP — fator de potência
- $g(t)$ — comando normalizado aplicado ao conversor
- g_k — comando aplicado no ciclo k
- g_{medio} — valor médio do comando
- $\Delta^2 g$ — segunda diferença discreta do comando
- $i_{abc}(t)$ — corrente trifásica do estator (A)

L_f — indutância de filtro (H)
 L_s — indutância de estator (H)
 k — rigidez equivalente da mola (N/m)
 m — massa equivalente do conjunto móvel (kg)
 N_{coil} — número de espiras por fase
 N_{dir} — número de pontos do ramo “direito”
 N_{esq} — número de pontos do ramo “esquerdo”
 N_h — número de harmônicos ímpares considerados
 n_1 — expoente politrópico do ramo 1
 n_2 — expoente politrópico do ramo 2
 p_{cl} — pressão no cilindro (lado esquerdo) (Pa)
 p_{cr} — pressão no cilindro (lado direito) (Pa)
 p_{sc} — pressão de referência do processo (Pa)
 P — potência ativa total (W)
 $P_{comb}(t)$ — potência mecânica fornecida pela combustão (W)
 $P_{ext}(t)$ — potência mecânica extraída pelo gerador (W)
 $P_{out}(t)$ — potência elétrica em corrente contínua na carga (W)
 Q_1 — potência reativa fundamental (var)
 Q_{in} — calor/energia térmica fornecida ao ciclo (J)
 R_L — resistência da carga (Ω)
 R_s — resistência de estator (Ω)
 S — potência aparente total (VA)
 S_1 — potência aparente fundamental (VA)
 $s_{\dot{x}}(t)$ — sinal associado à velocidade $\dot{x}(t)$
 T — período mecânico (s)
 T_{final} — tempo final de simulação (s)
 T_s — período de amostragem do controlador (s)
 τ_m — meia-altura magnética (m)
 τ_p — passo polar (m)
 $v(t)$ — velocidade do conjunto móvel (m/s)
 v_0 — velocidade inicial (m/s)
 $x(t)$ — deslocamento do conjunto móvel (m)
 $\dot{x}(t)$ — velocidade do conjunto móvel (m/s)

- $\ddot{x}(t)$ — aceleração do conjunto móvel (m/s²)
- x_0 — deslocamento inicial (m)
- x_{ig} — posição associada à ignição (m)
- x_{sc} — posição de referência do processo (m)
- x_{sat} — limite de saturação do deslocamento (m)
- $\{(x_{dir,i}, F_{dir,i})\}_{i=1}^{N_{dir}}$ — conjunto de pontos força–posição do ramo “direito”
- $\{(x_{esq,j}, F_{esq,j})\}_{j=1}^{N_{esq}}$ — conjunto de pontos força–posição do ramo “esquerdo”
- η_{conv} — eficiência de conversão elétrica
- η_{mec} — eficiência mecânica
- η_{tot} — eficiência global
- ADRC — *Active Disturbance Rejection Control*
- BDC — *Bottom Dead Center* (ponto morto inferior)
- CC–CC — conversor contínuo–contínuo
- CC — corrente contínua
- FPLG — *Free-Piston Linear Generator*
- MPC — *Model Predictive Control*
- NMPC — *Nonlinear Model Predictive Control*
- PDF — *Pseudo-Derivative Feedback*
- PI — controlador proporcional–integral
- PID — controlador proporcional–integral–derivativo
- PWM — *Pulse Width Modulation*
- SMC — *Sliding Mode Control*
- SVPWM — *Space Vector PWM*
- TDC — *Top Dead Center* (ponto morto superior)
- THD — distorção harmônica total

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO GERAL	1
1.2	O SISTEMA DE PISTÃO LIVRE	5
1.3	HISTÓRICO DE DESENVOLVIMENTO	7
1.4	OBJETIVOS	10
1.5	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	11
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1	HISTÓRICO E CONCEITOS BÁSICOS DE FPLG	12
2.2	ESTRATÉGIAS DE CONTROLE PUBLICADAS NA LITERATURA.....	13
2.2.1	Controle de Partida e Transição para Regime Periódico	13
2.2.2	Controle de Estabilidade de Ciclo, Compressão e Amplitude	16
2.2.3	Controle de Combustão e Variabilidade Ciclo a Ciclo.....	17
2.2.4	Controle Elétrico de Potência e Qualidade da Energia.....	19
2.2.5	Controle Baseado em Modelo	20
2.3	SÍNTESE E OBSERVAÇÕES FINAIS DA LITERATURA	22
3	MOTOGERADOR LINEAR A PISTÃO LIVRE	24
3.1	MODELAGEM DO SISTEMA FÍSICO.....	24
3.2	FORÇA DE COMBUSTÃO COMO EXCITAÇÃO/PERTURBAÇÃO.....	31
3.3	FORÇA DE COMBUSTÃO INTERPOLADA A PARTIR DAS CURVAS DE REFERÊNCIA	34
3.4	COMPARAÇÃO ENTRE AS REPRESENTAÇÕES DA FORÇA DE COMBUSTÃO	36
3.5	AMORTECIMENTO ELETROMAGNÉTICO EQUIVALENTE.....	38
3.6	ENSAIO EM MALHA ABERTA.....	41
3.7	MODELO EM ESPAÇO DE ESTADOS PARA CONTROLE	43
3.8	MODELO INTEGRADO.....	45
3.9	RETIFICAÇÃO TRIFÁSICA E ESCOLHA METODOLÓGICA ENTRE RETIFICAÇÃO PASSIVA E CONTROLADA EM FPLGS	48

3.10	RETIFICAÇÃO PASSIVA	48
3.11	RETIFICAÇÃO CONTROLADA	49
4	ESTRATÉGIAS DE CONTROLE	52
4.1	DEFINIÇÃO DAS ESTRATÉGIAS DE CONTROLE (S1, S2 E S3)	52
4.2	MODELO DO GERADOR E PARÂMETROS ELÉTRICOS	53
4.3	MODELO MECÂNICO E ELETRÔNICA DE POTÊNCIA	53
4.4	PERFIL DE COMBUSTÃO	54
4.5	AMBIENTE DE SIMULAÇÃO	54
4.6	ESTRATÉGIA S1 — CONTROLE DE AMPLITUDE VIA PI COM DETECÇÃO DE PICO (S1)	54
4.6.1	Implementação da estratégia S1	59
4.7	ESTRATÉGIA 2 — CONTROLE BASEADO EM ENERGIA MECÂNICA (S2)	60
4.7.1	Implementação da abordagem S2.....	65
4.8	ESTRATÉGIA S3 — CONTROLE PREDITIVO NÃO LINEAR (NMPC)... ..	66
4.8.1	Formulação do problema de controle preditivo.....	69
4.8.2	Implementação e parametrização do NMPC (S3)	75
5	RESULTADOS ABORDAGEM S1, S2, S3	77
5.1	RESULTADOS COM CONTROLE PI COM DETECÇÃO DE PICO (S1) ..	78
5.2	CURSO E REGIME EM S1	79
5.3	POTÊNCIA E ENERGIA EM S1	81
5.4	ESFORÇO DE CONTROLE, FORÇA DE COMBUSTÃO E FORÇA ELETROMAGNÉTICA GERADA EM S1	85
5.5	RESULTADOS COM CONTROLE POR ENERGIA MECÂNICA (S2)	88
5.6	REGULAÇÃO ENERGÉTICA E CURSO DO MOVIMENTO EM S2.....	89
5.7	POTÊNCIA CC EM S2	93
5.8	RESULTADOS COM CONTROLE NMPC (S3)	94
5.9	CURSO EM S3.....	96

5.10	ESFORÇO DE CONTROLE EM S3	97
5.11	ENERGIA, POTÊNCIA E BALANÇO ENERGÉTICO EM S3	98
5.12	COMPARAÇÃO ENTRE S1, S2 E S3	100
5.13	ESTABILIDADE E ROBUSTEZ MECÂNICA S1, S2, S3	101
5.14	POTÊNCIA E ENERGIA POR CICLO S1, S2, S3	101
5.15	EFICIÊNCIAS S1, S2, S3	105
6	CONCLUSÕES.....	109
6.1	SÍNTESE DO TRABALHO REALIZADO.....	109
6.2	AVALIAÇÃO QUALITATIVA DOS RESULTADOS	110
6.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS	112
6.4	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	113
	REFERÊNCIAS	114

1 INTRODUÇÃO

Esta dissertação investiga estratégias de controle do movimento para um gerador linear a pistão livre, com foco na regulação do amortecimento eletromagnético como meio de estabilizar o curso do pistão e coordenar a extração de potência elétrica durante a operação periódica em regime permanente. O estudo é conduzido por meio de modelagem integrada e simulações numéricas, comparando três abordagens de controle sob condições equivalentes de excitação, representadas pelo mesmo modelo de força de combustão e pela mesma arquitetura eletromecânica.

Neste capítulo, são apresentados o contexto tecnológico e científico dos motogeradores lineares a pistão livre, os trabalhos de referência da literatura e o posicionamento do problema no âmbito da linha de pesquisa da UFU, concluindo com os objetivos e a organização da dissertação.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO GERAL

A busca por arquiteturas de conversão energética mais eficientes e compactas, compatíveis com diferentes combustíveis, tem impulsionado soluções capazes de converter a energia da combustão em eletricidade por meio de movimento linear, eliminando mecanismos de transmissão mecânica (Ngwaka *et al.*, 2023).

Nesse contexto, aplicações híbridas impõem compromissos severos entre massa, volume, eficiência e flexibilidade operacional. Inseridos nesse cenário, os motogeradores lineares a pistão livre, conhecidos pelo nome em inglês *Free-Piston Linear Generators*, *FPLG* na literatura, surgem como alternativa promissora ao eliminarem o mecanismo biela–manivela e integrarem, em uma única estrutura, o motor térmico e o gerador elétrico (Guo *et al.*, 2020; Ngwaka *et al.*, 2023).

No FPLG, a energia da combustão é convertida em movimento linear do conjunto composto por pistão e linor, que é a parte móvel da máquina. O deslocamento relativo entre os ímãs permanentes no linor e os enrolamentos do estator induz tensões e correntes elétricas. O conjunto móvel opera entre câmaras opostas: a combustão em uma câmara impulsiona o pistão, enquanto a câmara oposta atua como retorno pneumático, formando um ciclo oscilatório. A operação com diferentes combustíveis tem sido explorada na literatura, com impactos em eficiência e emissões (Ngwaka *et al.*, 2023; Brosnan *et al.*, 2023; Rigamonti, 2021).

A ausência do mecanismo biela–manivela altera a dinâmica interna do sistema. Sem ele, o deslocamento do pistão resulta do balanço entre combustão, retorno e força eletromagnética. Essa reorganização reduz componentes mecânicos, forças laterais e atritos associados ao conjunto biela–manivela, favorecendo operação compacta e maior densidade de potência (Guo *et al.*, 2020; Ngwaka *et al.*, 2023; Xiao *et al.*, 2022). Assim, a estabilização do curso passa a depender do controle. Sem mecanismos como o biela-manivela, o pistão pode operar com razões de compressão variáveis e modulação ciclo a ciclo de parâmetros como massa de combustível, instante de ignição e potência extraída, favorecendo combustão mais limpa e maior eficiência energética. Por outro lado, a instabilidade inerente pode conduzir a variações significativas de curso, falha de combustão, dificuldades na sustentação do ciclo de combustão e condições extremas de colisão, quando o pistão atinge o limite mecânico (Mikalsen; Roskilly, 2010; Ngwaka *et al.*, 2023; Xiao *et al.*, 2022). Esses fenômenos estão relacionados com a regulação da potência extraída e tornam o controle o elemento central da arquitetura.

Apesar do potencial, consolidar o FPLG como tecnologia comercial ainda depende de resolver o problema do controle, que consiste em uma operação estável que exige regulação do curso oscilatório, fechamento do ciclo térmico e coordenação da extração de potência (Smallbone *et al.*, 2020; Ngwaka *et al.*, 2023). Entre os trabalhos experimentais frequentemente retomados na literatura, destaca-se o protótipo desenvolvido pela Toyota Central R&D Labs (Guo *et al.*, 2020; Rigamonti, 2021), baseado em uma configuração de pistão único, mola a gás e gerador linear. Esse sistema é reportado com potência da ordem de 10 kW e frequência de operação em torno de 26–30 Hz, tendo sido utilizado como referência em estudos posteriores de modelagem e simulação (Guo *et al.*, 2020; Rigamonti, 2021).

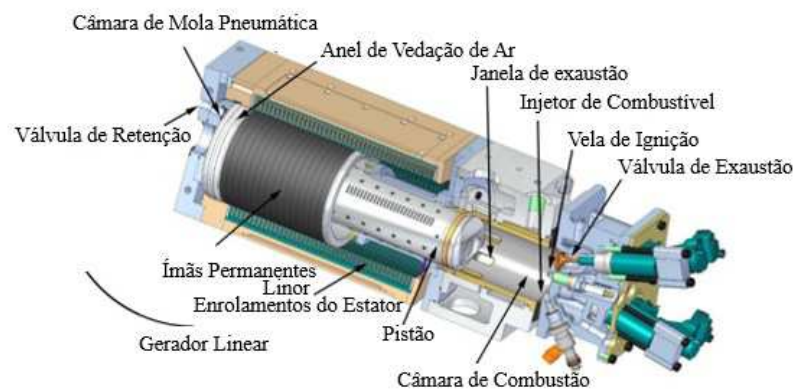
Conforme sistematizado por Guo *et al.* (2020), a estratégia presente nesse sistema emprega realimentação de posição e velocidade do pistão para impor uma trajetória de referência, permitindo estabilizar os pontos de reversão do movimento, (ponto morto superior e ponto morto inferior, correspondentes aos extremos de curso do pistão), como evidenciado por resultados em simulação e experimento. Ainda assim, a literatura não descreve os detalhes de implementação, o ajuste dos controladores e a coordenação com o gerenciamento da combustão, tampouco estabelece uma solução consolidada como padrão para o problema.

A Figura 1.1 ilustra a estrutura física de um motogerador linear a pistão livre, com destaque para os principais subsistemas mecânicos e eletromagnéticos do protótipo desenvolvido pela Toyota Central R&D Labs, conforme apresentado por Rigamonti (2021). Nela, é possível ver o conjunto pistão e linor com ímãs permanentes, os enrolamentos do estator do gerador linear, a câmara de combustão, o sistema de válvulas, o injetor e a vela de ignição,

bem como a câmara pneumática de retorno, evidenciando a integração entre os domínios mecânico, eletromagnético e de combustão na arquitetura do FPLG.

A Figura 1.2(a) apresenta o diagrama lógico da estratégia de controle empregada nesse protótipo, baseada na realimentação da posição e da velocidade do pistão. Nessa arquitetura, referências de posição e velocidade são combinadas por ganhos proporcionais e integrais, gerando o comando de força eletromagnética do gerador linear, o qual atua como elemento de frenagem ativa ao longo do curso do pistão. Na prática, essa formulação se traduz na definição de perfis de referência para o movimento ao longo do ciclo, a partir dos quais a força eletromagnética é modulada para conduzir o pistão aos extremos de curso desejados, compatibilizando a estabilização do movimento com as restrições dinâmicas e energéticas do FPLG.

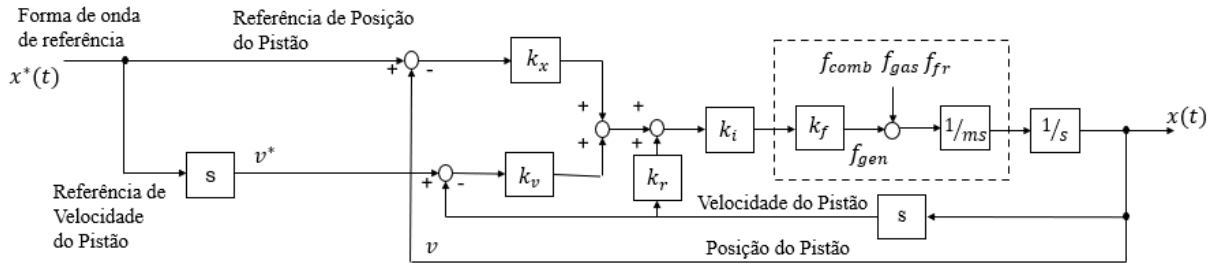
Figura 1.1. Estrutura de um conjunto motogerador a pistão livre baseado no protótipo da Toyota.



Fonte: Adaptado de Rigamonti, 2021.

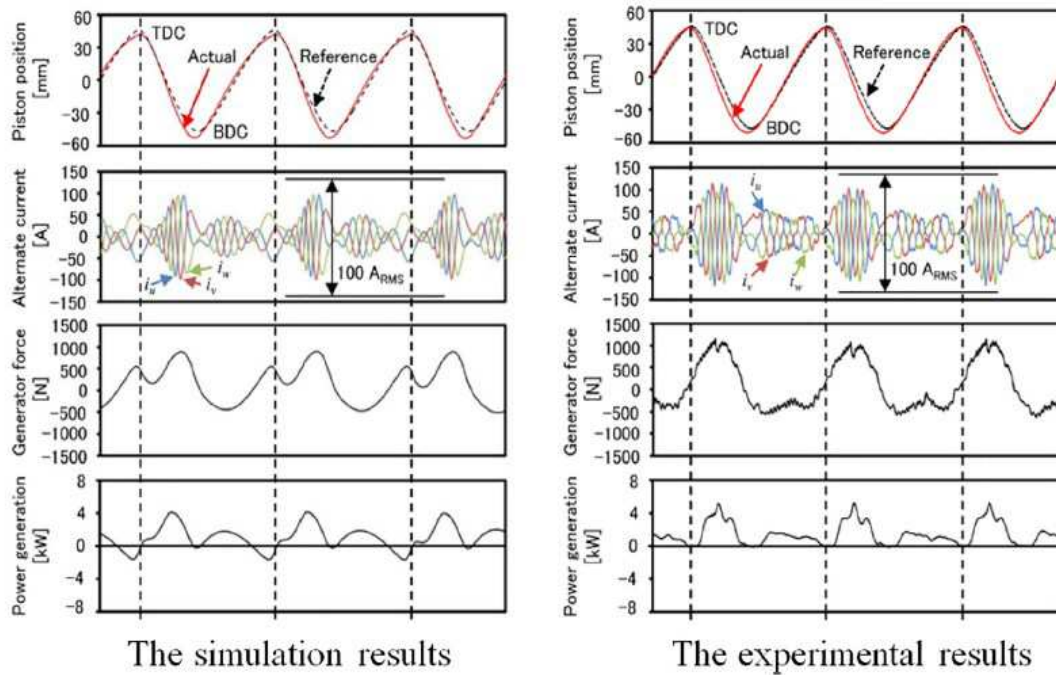
Figura 1.2 Estratégia de controle por realimentação de posição e velocidade do pistão e resultados de simulação e experimento no protótipo da Toyota Central R&D Labs: (a) diagrama lógico da lei de controle; (b) comparação entre resultados simulados e experimentais para posição do pistão, correntes do gerador, força eletromagnética e potência extraída.

(a) Ilustração da estratégia de controle da Toyota Central R&D Labs Inc., com indicação das forças atuantes no pistão. Na notação do artigo, f_{comb} , f_{gas} , f_{fr} e f_{gen} correspondem, respectivamente, à força de combustão, ao termo restaurador, às perdas mecânicas passivas e à força eletromagnética do gerador, modelada neste trabalho como $F_{ger}(t) = B_g(t)\dot{x}(t)$.



Fonte: Guo et al., 2020.

(b) Performance do FPLG com a estratégia de controle ativa.



Fonte: Guo et al., 2020.

Por fim, os resultados apresentados na Figura 1.2(b), em simulação e em experimento, mostram que essa abordagem é capaz de estabilizar os pontos de reversão do movimento (ponto morto superior — TDC, do inglês *Top Dead Center* — e ponto morto inferior — BDC, do

inglês *Bottom Dead Center*) e sustentar o regime oscilatório, com boa concordância entre os perfis simulados e medidos. Observa-se que as correntes do gerador, a força eletromagnética e a potência extraída apresentam comportamento fortemente pulsante e sincronizado com o movimento do pistão, refletindo a atuação do gerador como elemento de amortecimento eletromagnético dependente da velocidade. Como a trajetória é imposta a priori, essa abordagem não otimiza explicitamente a extração de potência nem integra o gerenciamento da combustão. Trabalhos recentes propõem abordagens distintas para estabilizar o movimento do pistão, regular a extração eletromagnética de energia e controlar as grandezas elétricas associadas à geração (Mikalsen; Roskilly, 2010; Guo et al., 2020; Ngwaka *et al.*, 2023; Xiao *et al.*, 2022), indicando que o controle em motogeradores lineares a pistão livre permanece um problema de elevada complexidade e ainda aberto na literatura.

Esse cenário motivou duas frentes de pesquisa paralelas no âmbito dos trabalhos desenvolvidos na Universidade Federal de Uberlândia (UFU) sobre essa tecnologia de geração de energia elétrica: (i) o projeto eletromagnético do gerador linear, com foco em topologias, parâmetros equivalentes, densidade de força, perdas e eficiência; e (ii) o controle do deslocamento, com ênfase na regulação ciclo a ciclo, na estabilidade térmica do ciclo e na coordenação entre combustão e extração energética. Esta dissertação aborda a segunda frente; o FPLG é tratado como a planta de controle, um oscilador mecânico excitado pela combustão, cujo deslocamento deve ser regulado dentro de limites físicos por meio do amortecimento eletromagnético (Mikalsen; Roskilly, 2010; Ngwaka *et al.*, 2023; Xiao *et al.*, 2022).

1.2 O SISTEMA DE PISTÃO LIVRE

No presente trabalho, o FPLG é uma planta dinâmica sujeita a excitação externa e com amortecimento eletromagnético, cuja dinâmica axial resulta essencialmente da interação entre três elementos: a força de combustão, responsável por impulsionar o sistema; a rigidez pneumática e mecânica das câmaras e pistões, que tendem a restaurar o movimento; e a força eletromagnética associada ao gerador linear, que atua simultaneamente como elemento de extração de potência e de amortecimento. Essa decomposição é consistente com modelos empregados na literatura, nos quais a combustão é tratada como excitação, o retorno pneumático como mola a gás efetiva e o gerador como elemento de conversão e dissipação (Mikalsen; Roskilly, 2010; Guo *et al.*, 2020; Ngwaka *et al.*, 2023; Rigamonti, 2021; Xiao *et al.*, 2022).

No modelo adotado para as simulações desta dissertação, a combustão é tratada como uma força externa não controlável, enquanto o gerador linear é representado por um amortecimento proporcional à velocidade. Essa representação introduz o coeficiente de amortecimento eletromagnético equivalente, denotado por B_g , que quantifica o efeito combinado do gerador e da carga elétrica sobre a dinâmica mecânica do pistão. Essa notação é amplamente adotada na literatura de conversão eletromecânica e de conversores de energia por movimento oscilatório, sendo apresentada neste trabalho seguindo a terminologia utilizada por Tom e Yeung (2014) e por autores da área de geradores lineares (Vermaak e Kamper, 2011; Gysen, 2011).

Nas estratégias consideradas, o coeficiente B_g pode ou não aparecer explicitamente como variável de decisão no projeto do controlador. No entanto, em todos os casos, a atuação física ocorre por meio do chaveamento do conversor boost conectado à carga. A modulação do *duty-cycle* altera a impedância elétrica equivalente vista pelo gerador linear, modificando a corrente gerada e, conseqüentemente, a força eletromagnética de reação aplicada ao conjunto móvel.

No modelo mecânico equivalente, essa força é representada pelo termo proporcional $B_g \dot{x}$. Assim, a variação do *duty-cycle* não impõe diretamente o valor de B_g , mas altera indiretamente o amortecimento eletromagnético efetivo do sistema. Dessa forma, mesmo nos casos em que B_g é tratado como variável de controle, como na formulação preditiva, o valor calculado pelo controlador é posteriormente convertido em um *duty-cycle* equivalente, responsável por produzir, na prática, o efeito de amortecimento desejado por meio do chaveamento do conversor.

Além dessa formulação, três aspectos da dinâmica do FPLG têm implicações diretas para o projeto de controle. O primeiro é a interação entre a energia liberada na combustão, a energia armazenada no elemento de retorno e a energia extraída pelo gerador, que faz com que o sistema envolva simultaneamente processos térmicos, mecânicos e elétricos e esteja sujeito a variações ciclo a ciclo (Guo *et al.*, 2020; Wei *et al.*, 2026; Ngwaka *et al.*, 2023). O segundo é a dependência explícita do ciclo mecânico em relação à sustentação do ciclo de combustão: falhas de combustão ou de ignição podem interromper o deslocamento ou produzir colisões mecânicas, fenômenos documentados experimentalmente (Mikalsen; Roskilly, 2010; Ngwaka *et al.*, 2023; Xiao *et al.*, 2022). O terceiro refere-se às restrições físicas de curso, velocidade e temperatura, que atuam como limites operacionais e de segurança (Gysen, 2011; Vermaak; Kamper, 2011).

1.3 HISTÓRICO DE DESENVOLVIMENTO

Ao lado do desenvolvimento internacional em torno do controle e da estabilidade de motogeradores lineares a pistão livre, a Universidade Federal de Uberlândia vem consolidando uma linha de pesquisa dedicada ao estudo do FPLG, com ênfase em modelagem integrada, análise energética, dimensionamento geométrico, validação termoquímica e desenvolvimento de uma bancada experimental para caracterização eletromagnética do gerador linear. Embora os trabalhos tenham sido desenvolvidos com objetivos distintos e em etapas separadas, eles compartilham a mesma arquitetura física de gerador linear a pistão livre, o mesmo combustível alvo (gás de síntese/gás de pirólise) e o mesmo interesse em compreender o acoplamento térmico e mecânico do sistema. A revisão a seguir contextualiza os avanços obtidos em cada subsistema, indica como tais resultados se relacionam com o problema de controle e posiciona o presente trabalho dentro dessa trajetória.

O primeiro trabalho da linha foi desenvolvido por Rodrigues (2019), com foco na construção de um modelo numérico acoplado capaz de representar o comportamento conjunto do motor linear de pistão livre e do gerador elétrico linear. O acoplamento foi estabelecido a partir de três submodelos: um modelo termodinâmico para a combustão, um modelo eletromagnético semi-analítico obtido via método dos subdomínios e um modelo dinâmico formulado com base na Segunda Lei de Newton. Esse modelo permitiu avaliar curso, razão de compressão, amortecimento eletromagnético equivalente e potência estimada para diferentes condições operacionais, além de evidenciar que a operação ressonante constitui característica estruturante do sistema, resultado compatível com análises independentes de estabilidade e oscilação presentes na literatura internacional.

Em seu escopo, a combustão é representada de forma simplificada e não se abordam questões estruturais, operacionais ou estratégicas de controle do deslocamento, uma vez que nesse ponto o interesse residia no comportamento acoplado e em análises paramétricas exploratórias.

Na sequência, Rigobello (2020) utilizou a base estabelecida por Rodrigues para investigar o problema de projeto e dimensionamento do gerador linear, formulando otimizações envolvendo rigidez efetiva, características geométricas, massa de combustível, temporização de admissão/exaustão e parâmetros associados ao gerador elétrico. As análises de sensibilidade evidenciaram compromissos de projeto entre curso máximo, compressão, amortecimento eletromagnético e rendimento global, nos quais a melhoria de uma métrica tende a implicar

penalizações em outras, fornecendo parâmetros de referência para etapas posteriores da linha, inclusive para a pré-prototipagem do gerador.

Do ponto de vista desta dissertação, trabalhos de projeto e dimensionamento, como o de Rigobello (2020), assumem que, uma vez escolhido um conjunto adequado de parâmetros geométricos e operacionais, o sistema opera em torno de um regime médio com curso, compressão e extração de potência próximos aos valores preditos em malha aberta, ainda que variações ciclo a ciclo possam ocorrer. Nesse enquadramento, o deslocamento emerge do balanço de energia entre combustão, dinâmica mecânica e conversão eletromagnética. No presente trabalho, essas metas são reinterpretadas como objetivos explícitos de controle, e o deslocamento passa a ser tratado como variável regulada.

Com base no dimensionamento geométrico resultante da etapa anterior, Evangelista (2025) complementou o modelo quase-dimensional por simulações tridimensionais em Ansys Forte[®], incorporando efeitos de cinética química, mistura e troca de gases no cilindro. Essa etapa foi determinante para avaliar a viabilidade de operação com gás de pirólise, evidenciando fenômenos como fluxo reverso através das janelas e autoignição de hidrocarbonetos, com impacto direto no rendimento e na repetibilidade do ciclo. Três configurações foram comparadas, culminando em uma solução com admissão de ar pelas janelas e injeção direta do gás, para a qual se obtiveram eficiência térmica e trabalho bruto compatíveis com as metas do projeto. Este trabalho estabeleceu valores de referência para as condições de operação do motogerador associadas ao processo de combustão e constituiu a primeira avaliação detalhada da combustão na linha UFU com modelagem fisicamente realista. Do ponto de vista do controle, a operação permanece em ciclo aberto, assumindo um ciclo representativo idealizado e não incorporando o gerador, a eletrônica de potência ou a variabilidade ciclo a ciclo, o que reforça a separação entre as camadas termodinâmica e eletromecânica existentes até então.

Ainda assim, os resultados termoquímicos e geométricos obtidos nesse estudo fornecem insumos relevantes para a etapa subsequente de modelagem da força dos gases, ao definir valores de referência para propriedades do combustível, energia liberada e condições volumétricas de combustão, posteriormente utilizados na parametrização da representação analítica da força adotada nesta dissertação.

Souza (2024), no entanto, foi quem realizou o primeiro estudo dedicado ao projeto eletromagnético do gerador linear tubular da linha UFU, combinando modelagem harmônica e simulações tridimensionais em elementos finitos realizadas em ambiente Ansys Maxwell[®]. A principal contribuição foi o levantamento analítico e numérico da curva de densidade de fluxo magnético $B(x)$, em função da posição do linor, a partir da qual foram derivadas tensão,

corrente, força e potência, permitindo a construção do protótipo físico e a integração do modelo eletromagnético à dinâmica mecânica do sistema.

Para viabilizar a análise eletromagnética em regime oscilatório, ele implementou uma estrutura composta por conversor CC–CC, retificação passiva e controlador PI acoplado a um detector de pico, com uma carga resistiva de $10\ \Omega$ conectada à saída do conversor, garantindo a estabilidade do movimento em ambiente Simulink. Trata-se da primeira inserção explícita de controle na linha UFU, porém com finalidade de estabilização e obtenção de grandezas elétricas, e não de gerenciamento energético ou estabilização do ciclo termodinâmico do FPLG.

Os trabalhos revisados mostram que a linha UFU consolidou avanços relevantes nas camadas de projeto, modelagem e validação numérica do motogerador linear, abrangendo:

- a) modelagem mecânica acoplada ao ciclo térmico;
- b) caracterização termodinâmica da combustão e simulações tridimensionais simplificadas
- c) otimização paramétrica eletromecânica;
- d) modelagem eletromagnética com obtenção da curva de densidade de fluxo magnético $B(x)$ em função da posição do linor;
- e) integração eletromecânica e simulação da potência elétrica;
- f) especificação e construção do protótipo tubular.

O controle do movimento via gerador, porém, ainda apresenta espaço significativo para investigação. O protótipo atualmente em teste, baseado em um mecanismo biela–manivela, permitirá a realização de testes relevantes para caracterização do gerador e de sua interface de potência, bem como a validação parcial de aspectos associados ao controle. A validação experimental dessas estratégias dependerá de protótipos futuros da máquina completa, incluindo o subsistema térmico, atualmente em fase de projeto. Nesse contexto, a compreensão das possíveis estratégias de controle e de seus efeitos sobre a dinâmica do sistema passa, necessariamente, por análises baseadas em modelagem e simulação.

A literatura recente indica que a modulação do amortecimento eletromagnético constitui um dos principais mecanismos para regular o curso, estabilizar o ciclo e influenciar a extração de potência, dando origem a diversas estratégias lineares e não lineares, como controle proporcional–integral, controle *fuzzy*, controle por energia mecânica e controle preditivo (Ngwaka *et al.*, 2023). Entretanto, esses métodos são usualmente avaliados sob diferentes modelos de planta, condições de combustão e arquiteturas eletromecânicas, o que dificulta a comparação direta entre abordagens e limita a compreensão isolada dos efeitos de cada estratégia sobre o regime mecânico e energético do sistema.

No âmbito desta dissertação, três abordagens de controle são propostas e investigadas. A contribuição central reside na comparação sistemática dessas estratégias sob condições equivalentes, isto é, considerando a mesma planta dinâmica, o mesmo perfil de excitação por combustão e a mesma arquitetura de conversão eletromagnética.

1.4 OBJETIVOS

O objetivo geral desta dissertação é propor e comparar estratégias de controle do movimento do pistão em um gerador linear a pistão livre, avaliando como cada abordagem regula o curso, sustenta o regime oscilatório e afeta a extração de potência. Busca-se explorar abordagens de controle de naturezas distintas, de modo a abranger diferentes formas de atuação sobre o problema do controle do movimento em FPLGs, sem o intuito de estabelecer uma hierarquia de desempenho entre elas.

São consideradas três estratégias representativas: regulação direta da amplitude via controle proporcional–integral (PI) com detecção de pico; controle baseado no balanço da energia mecânica do ciclo utilizando PI; e controle preditivo baseado em modelo, com restrições explícitas de curso e atuação. A análise visa evidenciar os compromissos associados a cada variável de controle; simplicidade de implementação, robustez frente a variações da combustão e comportamento energético, além de discutir o papel do amortecimento eletromagnético na estabilização do regime. Como objetivos específicos, pretende-se:

- g) estabelecer condições de operação estável do FPLG sob excitação por combustão variável, em termos de curso do pistão e manutenção do regime oscilatório;
- h) caracterizar os níveis de potência elétrica e de aproveitamento energético associados aos regimes sustentados obtidos;
- i) analisar os compromissos associados a diferentes níveis de sofisticação das estratégias de controle, desde abordagens mais clássicas e robustas até métodos baseados em modelo, em termos de estabilidade mecânica, margem de curso e potência elétrica extraída;
- j) estabelecer referências quantitativas de desempenho mecânico e energético, considerando um mesmo arranjo de retificação e condicionamento da potência elétrica, de modo a permitir comparações consistentes e servir de base para futuras implementações experimentais e extensões das abordagens de controle consideradas.

1.5 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está organizada em seis capítulos. O Capítulo 1 corresponde à introdução, na qual são apresentados o contexto e a motivação do estudo, situando o tema no estado atual da pesquisa em geradores lineares a pistão livre e no âmbito da linha de investigação desenvolvida na Universidade Federal de Uberlândia. São também formulados o problema de pesquisa e os objetivos do trabalho.

O Capítulo 2 constitui a revisão bibliográfica, reunindo os principais conceitos e abordagens reportados na literatura para o controle de sistemas de pistão livre, com ênfase na estabilização do ciclo, no papel do amortecimento eletromagnético e nas estratégias de controle propostas em trabalhos recentes.

O Capítulo 3 apresenta a modelagem da planta e o ambiente de simulação, descrevendo a representação dinâmica do sistema, o tratamento da combustão como excitação externa, a modelagem da força eletromagnética como amortecimento variável e a arquitetura elétrica adotada, incluindo retificação passiva e conversor CC–CC.

O Capítulo 4 corresponde à metodologia de controle, na qual são descritas as três abordagens consideradas no estudo, controle proporcional–integral com detecção de pico, controle baseado na energia mecânica total e controle preditivo não linear, bem como os critérios utilizados para a comparação entre as estratégias.

O Capítulo 5 apresenta os resultados e a comparação entre as estratégias quanto à estabilização do deslocamento, ao comportamento ciclo a ciclo, ao desempenho energético e eficiências. Por fim, o Capítulo 6 reúne as conclusões e aponta direções para a continuidade da pesquisa.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo reúne os principais trabalhos da literatura sobre FPLGs, com foco na evolução do conceito e nas estratégias de controle do movimento e da extração de potência.

2.1 HISTÓRICO E CONCEITOS BÁSICOS DE FPLG

Os motores de pistão livre surgiram no início do século XX, notadamente a partir dos trabalhos de Pescara em compressores e geradores de gás das décadas de 1920 e 1930 para aplicações navais e pneumáticas (Mikalsen; Roskilly, 2010; Guo *et al.*, 2020). O objetivo era maior compacidade e menores perdas mecânicas em relação aos motores com virabrequim, eliminando o conjunto biela-manivela, sem o qual o curso do pistão não é imposto cinematicamente, mas resulta do balanço dinâmico entre combustão, retorno pneumático e carga mecânica (Ngwaka *et al.*, 2023; Brosnan *et al.*, 2023). Revisões históricas recentes organizam essa evolução em duas fases: uma inicial, voltada a compressores e geradores de gás, com ênfase em eficiência termodinâmica e simplicidade mecânica; e uma fase posterior, marcada pelo acoplamento a cargas hidráulicas, motores Stirling e, por fim, máquinas elétricas lineares, caracterizando o surgimento do gerador linear a pistão livre, no qual a conversão eletromecânica ocorre diretamente no curso do pistão (Mikalsen; Roskilly, 2010; Guo *et al.*, 2020; Ngwaka *et al.*, 2023).

Apesar das vantagens mecânicas e termodinâmicas associadas ao FPLG, incluindo o menor número de componentes móveis, a possibilidade de operação com diferentes combustíveis e o dimensionamento compacto, muitos projetos pioneiros foram descontinuados. A literatura atribui essa descontinuidade a um conjunto de limitações estruturais, entre as quais se destacam a dificuldade de assegurar a compressão mínima necessária à ignição, particularmente em amplitudes baixas; a variabilidade ciclo a ciclo; falhas de combustão associadas à mistura insuficiente ou ao fechamento incompleto do ciclo térmico; regimes não sustentados, nos quais o ciclo perde amplitude e a oscilação é interrompida; e o desalinhamento temporal entre combustão, retorno e extração de potência, que dificulta o sincronismo adequado do ciclo (Mikalsen; Roskilly, 2010; Brosnan *et al.*, 2023; Ngwaka *et al.*, 2023).

O controle do movimento constituía o principal entrave à operação estável: a combustão não assegurava, por si só, um regime periódico estável e repetível (Mikalsen; Roskilly, 2010). O interesse pelo pistão livre ressurgiu a partir dos anos 1990, impulsionado por três fatores: o avanço em ímãs permanentes e máquinas elétricas lineares, que viabilizou a conversão

eletromagnética direta; o interesse em arquiteturas compactas para geração descentralizada, cogeração e extensores de autonomia; e a possibilidade de operar com diferentes combustíveis e reduzir emissões (Mikalsen; Roskilly, 2010; Guo *et al.*, 2020; Ngwaka *et al.*, 2023). Nessa fase, o pistão livre passa a ser tratado como sistema acoplado, ou seja, o gerador linear não só extrai potência, mas regula a dinâmica do pistão por amortecimento eletromagnético. Combustão, retorno pneumático e conversão eletromagnética deixam de ser subsistemas independentes e passam a interagir a cada ciclo, a trajetória do pistão depende da carga elétrica, da taxa de extração e do balanço de forças. Estabilidade oscilatória e desempenho energético tornam-se sensíveis tanto ao projeto mecânico quanto ao gerenciamento eletromagnético (Ngwaka *et al.*, 2023; Guo *et al.*, 2020). Por isso, o FPLG moderno exige estratégias de controle capazes de regular o deslocamento, garantir compressão mínima para ignição, evitar regimes degenerados e estabilizar a conversão sob variações ciclo a ciclo.

2.2 ESTRATÉGIAS DE CONTROLE PUBLICADAS NA LITERATURA

A literatura descreve o FPLG como um sistema com forte acoplamento entre movimento mecânico, combustão e conversão eletromagnética, de modo que alterações em um desses domínios se refletem diretamente nos demais (Guo *et al.*, 2020; Ngwaka *et al.*, 2023).

Uma distinção recorrente nos estudos é a separação entre o controle da fase de partida e o controle do regime periódico. Essa distinção direciona parte da literatura e é tratada na sequência. Outra forma de organizar a literatura é pela variável ou subsistema de interesse. Alguns trabalhos enfatizam o controle do deslocamento e da estabilidade de ciclo; outros tratam a extração de potência e o amortecimento eletromagnético; e há também estudos voltados para a combustão e a variabilidade ciclo a ciclo, bem como para a conversão elétrica e a qualidade da energia.

2.2.1 Controle de Partida e Transição para Regime Periódico

A etapa de partida em geradores lineares a pistão livre (FPLG) constitui um problema de controle distinto daquele encontrado em motores de combustão interna convencionais. Na ausência do mecanismo biela-manivela presente em motores convencionais, não há mecanismo que imponha movimento unidirecional ou compressão mínima para ignição. O deslocamento inicial do pistão é determinado pelo balanço entre a força eletromagnética de motorização e a resistência mecânica e pneumática do sistema, sendo necessário acumular energia cinética

suficiente para atingir o ponto morto superior (TDC) com compressão adequada ao modo de combustão selecionado (Ngwaka *et al.*, 2023; Guo *et al.*, 2020). Ou seja, na fase inicial o FPLG comporta-se de forma aproximada como um sistema massa–mola com baixo amortecimento efetivo, de modo que a partida se assemelha a um processo de excitação ressonante em um oscilador eletromecânico.

A literatura técnica destaca que o problema de partida pode ser interpretado como um processo de transferência de energia do subsistema elétrico para o subsistema mecânico. A revisão de Guo *et al.* (2020) caracteriza a partida como uma etapa de acúmulo gradual de energia, na qual múltiplos ciclos incompletos contribuem para elevar a amplitude de oscilação até que sejam atingidas as condições mínimas de compressão e mistura. De forma consistente, Ngwaka *et al.* (2023) enfatiza a natureza multivariável do processo, relacionando a dinâmica cinética do pistão às condições da mistura ar–combustível, à ignição e ao regime térmico do cilindro. Ambos os trabalhos indicam que falhas na coordenação entre energia cinética acumulada, temporização da ignição e dinâmica dos gases resultam em falha de combustão, estagnação do movimento ou retorno insuficiente do pistão.

Uma abordagem recorrente para aumentar a eficácia da motorização é a Ressonância Mecânica Controlada, cuja ideia central consiste em sincronizar o acionamento do gerador linear com a frequência natural do conjunto massa–mola–gás. Jia *et al.* (2025) exploram variantes dessa excitação ressonante, aplicando pulsos de corrente retangulares ou modulação por largura de pulso de baixa frequência para elevar o curso do pistão até a faixa viável de compressão. A vantagem principal dessa estratégia é a auditabilidade, uma vez que a energia de entrada é mensurável, e o ganho incremental de amplitude é observável ciclo a ciclo. Sua limitação reside na transição para o modo gerador, em que a combustão passa a ser o principal fornecedor de energia; a literatura reconhece que transientes pós-ignição pode interromper o movimento logo após a primeira combustão bem-sucedida (Jia *et al.*, 2025).

Estudos experimentais recentes reforçam a complexidade da fase de partida, sobretudo sob aspiração natural. Xiao *et al.* (2022) relatam que um protótipo de FPLG de um pistão apresentou falhas de combustão persistentes ao operar sem assistência pneumática, impedindo o estabelecimento do regime periódico. A causa principal identificada foi a renovação insuficiente dos gases na câmara, o que comprometeu a formação da mistura fresca e reduziu a taxa de ignição subsequente. A injeção de ar comprimido externo elevou a pressão de renovação e estabilizou o processo, permitindo a calibração conjunta da razão ar–combustível, da pressão de lavagem e da temporização da ignição.

Após a calibração, o sistema alcançou operação periódica contínua por mais de 1000 ciclos com taxa de ignição de 100% e variação ciclo a ciclo inferior a 0,8%, confirmando a importância da partida como etapa crítica para a estabilidade subsequente (Xiao *et al.*, 2022). Embora tais resultados se refiram a condições controladas de bancada, eles exemplificam o papel da partida na garantia da repetibilidade térmica e cinética do sistema.

Uma vez estabelecida, a transição entre o modo motor (partida) e o modo gerador (periódico) constitui o ponto estrutural mais delicado dessa etapa. Esse processo envolve a substituição progressiva da energia fornecida externamente pela energia proveniente da combustão e da frenagem eletromagnética. A literatura identifica esse momento como uma transição entre atuação elétrica e combustão, sensível à variabilidade térmica, à composição da mistura e à resposta do gerador linear. O sucesso da transição resulta no estabelecimento do regime periódico autossustentado; sua falha interrompe o movimento e exige reinício da partida (Ngwaka *et al.*, 2023).

Em síntese, o controle de partida e de transição em FPLG emerge como um problema de coordenação entre o domínio cinético, associado ao acúmulo de energia e à obtenção de amplitude mínima; o domínio termoquímico, que envolve os fenômenos de combustão, ignição e renovação dos gases na câmara; e o domínio eletromagnético, responsável pela força de motorização inicial e pela posterior extração de potência. Os trabalhos revisados convergem ao indicar que essa etapa estabelece as condições iniciais para o regime periódico e para o controle subsequente de estabilidade, potência e trajetória (Guo *et al.*, 2020; Ngwaka *et al.*, 2023).

Considerando que os problemas de partida, transição e operação em regime permanente envolvem mecanismos distintos, este trabalho adota uma separação conceitual entre essas etapas. A investigação é delimitada ao regime oscilatório sustentado, no qual se estabelece o controle de movimento e de extração de potência em condições cíclicas. A literatura internacional comumente adota essa separação de escopo, tratando a partida e a transição como temas específicos e complementares ao controle em regime permanente.

2.2.2 Controle de Estabilidade de Ciclo, Compressão e Amplitude

Após o estabelecimento do regime periódico, o objetivo de controle passa a ser a manutenção da amplitude de deslocamento dentro de limites operacionais seguros. No caso de FPLGs, esses limites são determinados principalmente por dois critérios: o ponto morto superior (TDC), associado ao risco de excesso de curso e às condições de compressão necessárias para a ignição, e o ponto morto inferior (BDC), associado ao risco de insuficiência de energia para o retorno do pistão, podendo levar à estagnação do movimento e à irregularidade do ciclo térmico. A literatura indica que a estabilidade do ciclo em FPLGs está fortemente associada ao balanço energético ao longo da oscilação. A amplitude do movimento resulta do equilíbrio entre a energia liberada na combustão, a energia extraída pela carga eletromagnética e as perdas internas do sistema. Variações nesses termos se propagam para os ciclos subsequentes, o que torna o FPLG sensível a variações na força de combustão e a incertezas associadas ao processo de combustão (Mikalsen; Roskilly, 2010).

Mikalsen e Roskilly (2010) analisam o controle do FPLG utilizando as posições dos pontos de reversão do movimento do pistão (TDC e BDC) e a velocidade do pistão como variáveis de realimentação, tratando a força de carga do gerador como uma perturbação no modelo. Os autores comparam controladores proporcional-integral-derivativo PID, *pseudo-derivative feedback* (PDF), uma estrutura de controle semelhante ao PID, na qual o termo derivativo é aplicado sobre a variável medida em vez do erro, reduzindo a amplificação de ruído, e PDF com termo de *feedforward* da perturbação, isto é, um termo adicional calculado a partir de um modelo da força de carga para antecipar o efeito da perturbação sobre o sistema, observando que a inclusão do *feedforward*, baseada em um modelo simples da força de carga, resulta em melhor desempenho frente a variações rápidas de carga em relação ao PID e ao PDF sem compensação.

Na síntese de Ngwaka *et al.* (2023), observa-se que o aumento da carga diminui curso e velocidade do pistão e que os ganhos associados às variáveis de controle se alteram de forma não linear ao longo da faixa de operação, o que indica a necessidade de estratégias de controle não lineares ou de estruturas mais ricas do que um PID convencional. Os mesmos autores destacam que controladores mais avançados, como controle em cascata e controle *fuzzy* preditivo, reduzem o erro de TDC e a variabilidade ciclo a ciclo em comparação ao PID clássico. A avaliação da estabilidade de ciclo se tornou um tema recorrente na literatura, sobretudo pela dificuldade de garantir que o movimento periódico observado seja robusto a

flutuações paramétricas. Trabalhos recentes propõem o uso de descrições no domínio da frequência para contornar a complexidade no domínio temporal. Wei *et al.* (2026) utilizam Função Descritiva associada a otimização por região de confiança para obter fronteiras de estabilidade do ciclo. Essa formulação trata o FPLG como um oscilador não linear parametrizado, permitindo identificar regiões de colapso por energia insuficiente (estagnação) ou excessiva (colisão), com implicações diretas para a regulação de amplitude.

Outros estudos analisam a estabilidade sob a ótica da combustão. De acordo com Guo *et al.* (2020), a estabilidade de operação do FPLG depende não apenas da posição do TDC, mas também das condições termodinâmicas no fim da compressão, tais como razão de equivalência, pressão e temperatura, necessárias para garantir ignição confiável e evitar falha de combustão. Isso implica que o problema de estabilidade de ciclo envolve um componente termodinâmico não linear associado à combustão, e não pode ser descrito apenas pela geometria do curso. Assim, manter amplitude ou TDC dentro de limites nominais não garante compressão suficiente para ignição, pois a compressão efetiva depende das condições da mistura e do estado termodinâmico na câmara.

Estudos de revisão e de protótipos experimentais indicam que estratégias de realimentação simples, por exemplo, baseadas apenas em TDC ou amplitude, podem sustentar a periodicidade em condições quase estacionárias, mas tornam-se vulneráveis frente à combustão irregular, às variações de mistura e às mudanças rápidas na extração de potência elétrica, o que motiva abordagens mais integradas e avançadas de controle (Guo *et al.*, 2020; Ngwaka *et al.*, 2023).

2.2.3 Controle de Combustão e Variabilidade Ciclo a Ciclo

A combustão no FPLG difere substancialmente daquela observada em motores convencionais com virabrequim, tanto sob a perspectiva cinemática quanto sob a térmica. A ausência de mecanismo de conversão rotativa elimina o acoplamento geométrico rígido entre compressão e expansão, de modo que a taxa de compressão, o tempo disponível para mistura e a própria viabilidade da ignição passam a depender do deslocamento oscilatório do pistão (Guo *et al.*, 2020; Ngwaka *et al.*, 2023). Consequentemente, a combustão passa a ser condicionada por uma variável mecânica não imposta, mas resultante do processo de controle, deslocando parte relevante do problema para o domínio dinâmico.

Após a ignição bem-sucedida e o estabelecimento do regime periódico, flutuações na energia liberada pela combustão propagam-se diretamente para a mecânica do ciclo

subsequente. Variações de carga térmica alteram o TDC efetivo, modificando a compressão e, portanto, a eficiência e o sucesso da combustão seguinte. Esse mecanismo dá origem à variabilidade ciclo a ciclo (do inglês *Cycle-to-Cycle Variability* — CCV), tratada como uma fonte de variação aleatória que altera a amplitude e a regularidade do ciclo (Ngwaka *et al.*, 2023).

Diversos autores destacam que a CCV é um dos principais determinantes da robustez operacional do FPLG. Enquanto em motores convencionais ela tende a se manifestar como flutuação de torque ou eficiência, no FPLG pode resultar em falha de combustão, estagnação, perda de compressão e até colisão em TDC quando a energia do ciclo excede o intervalo seguro (Guo *et al.*, 2020; Mikalsen; Roskilly, 2010; Ngwaka *et al.*, 2023). Assim, ciclos com energia abaixo de um limiar mínimo não atingem compressão suficiente para ignição confiável, enquanto ciclos com energia acima de um limiar máximo podem conduzir a esforços mecânicos excessivos, evidenciando o acoplamento direto entre combustão e deslocamento.

Estudos experimentais demonstram o papel predominante da variabilidade ciclo a ciclo na transição do regime periódico e em sua manutenção e confirmam que ajustes em mistura, lavagem dos gases e temporização de ignição podem reduzir a variabilidade ciclo a ciclo para níveis inferiores a 1% sob condições controladas (Xiao *et al.*, 2022). Essa evidência reforça que a variabilidade ciclo a ciclo no FPLG não é apenas um fenômeno de combustão, mas um efeito acoplado entre combustão e movimento, uma vez que pequenas alterações nas condições de varredura e de ignição repercutem diretamente na dinâmica do deslocamento.

A variabilidade ciclo a ciclo também influencia o domínio elétrico. Em Ma *et al.*, (2025), perturbações aleatórias na liberação de calor da combustão são inseridas ciclo a ciclo no modelo termodinâmico, produzindo flutuações na pressão de cilindro, na velocidade do pistão, na posição de TDC e na frequência de operação; essas flutuações aumentam a distorção harmônica e a variabilidade da tensão induzida, ampliando o *ripple* da tensão no barramento CC sob retificação não controlada. Para mitigar esses efeitos, os autores propõem uma estratégia de retificação controlada em duas camadas, combinando controle de rejeição ativa de distúrbios, do inglês *Active Disturbance Rejection Control* (ADRC) na malha externa de tensão com controle preditivo sequencial na malha de corrente.

Jia *et al.* (2025) também analisam a qualidade da energia em um gerador linear sujeito a variações de amplitude e frequência, propondo uma retificação baseada em controle composto preditivo—modo deslizante que reduz o *ripple* de tensão e melhora a robustez do barramento CC em relação à estratégia PWM com PI convencional, ainda que sem modelar explicitamente a variabilidade ciclo a ciclo da combustão.

2.2.4 Controle Elétrico de Potência e Qualidade da Energia

Durante o regime periódico, o gerador linear não atua apenas como elemento de conversão de energia, mas influencia a dinâmica do pistão por meio do amortecimento eletromagnético e da potência extraída. A tensão induzida apresenta formato não senoidal, com amplitude e frequência variáveis ao longo do ciclo, resultando em correntes descontínuas e *ripple* de potência. Estudos numéricos e experimentais indicam que essa interação afeta tanto a estabilidade do curso quanto a utilização elétrica da potência gerada, reforçando que a interface elétrica do FPLG tem papel ativo na eficiência e na estabilidade do sistema como um todo (Guo *et al.*, 2020; Ngwaka *et al.*, 2023).

Trabalhos recentes mostram também que irregularidades associadas à combustão e à dinâmica do pistão aparecem como flutuações de tensão, corrente e potência, motivando o uso de retificação ativa e de controle de potência para mitigar tais flutuações (Jia *et al.*, 2025; Ma *et al.*, 2025).

Do lado da retificação ativa e do controle de potência, estratégias baseadas em controle direto regulam as grandezas elétricas sem a intermediação de laços de tensão ou corrente. Bao *et al.* (2014) aplicam um esquema preditivo em que o estado de comutação do conversor é selecionado a partir do modelo da máquina, reduzindo distorção e estabilizando a potência ativa e reativa. Jia *et al.* (2025) estendem a formulação para uma retificação ativa preditiva capaz de reduzir o *ripple* e suavizar discontinuidades de corrente sob variações de carga, enquanto Ma *et al.*, 2025, mencionados anteriormente, combinam retificação controlada com controle preditivo de corrente, reduzindo a frequência de chaveamento e melhorando a utilização elétrica da potência gerada (Bao *et al.*, 2014; Jia *et al.*, 2025; Ma *et al.*, 2025).

Na perspectiva da qualidade de energia, Ma *et al.* (2025) mostram que harmônicos de velocidade e irregularidades de combustão podem gerar distorção harmônica elevada (THD > 27%) e *ripple* significativo de tensão sob retificação não controlada; a retificação ativa reduz o *ripple* para aproximadamente 6,9% e eleva o fator de potência para valores próximos de 0,99. Jia *et al.* (2025) observam também que estratégias convencionais de retificação produzem corrente descontínua e barramento instável quando a amplitude e a frequência do gerador variam, enquanto a retificação ativa preditiva estabiliza a forma de onda e melhora a utilização da potência disponível.

No acoplamento elétrico–mecânico, análises de estabilidade mostram que a carga elétrica influencia diretamente o curso, a velocidade e a compressão, de modo que a escolha da

carga não é apenas um problema de conversão elétrica, mas afeta a estabilidade e o regime de operação (Guo *et al.*, 2020; Ngwaka *et al.*, 2023). Esse resultado sugere que o subsistema elétrico pode atuar como canal adicional de estabilização, absorvendo irregularidades que não são totalmente mitigadas pela malha mecânica ou pelo controle da combustão.

Em conjunto, a literatura indica que a coordenação entre o controle elétrico e o controle mecânico tende a ser mais eficaz do que o tratamento separado, especialmente quando o sistema opera sob combustão e variabilidade ciclo a ciclo. A interface elétrica deixa de ter função apenas de conversor e passa a desempenhar papel regulatório, contribuindo para a eficiência energética, a estabilidade de curso e a qualidade da energia extraída.

2.2.5 Controle Baseado em Modelo

A literatura mais recente aponta que várias limitações observadas em estratégias puramente reativas ou ciclo a ciclo decorrem do fato de essas abordagens operarem sobre poucos indicadores agregados (amplitude, TDC, potência média), sem representar de forma explícita as interações entre combustão, deslocamento e extração elétrica. Revisões como as de Guo *et al.* (2020) e Ngwaka *et al.* (2023) enfatizam que o desempenho e a estabilidade do FPLG dependem da dinâmica acoplada entre motor, gerador e eletrônica de potência, e destacam uma tendência de migração para estratégias baseadas em modelo, nas quais a dinâmica integrada passa a ser usada diretamente no projeto de controle.

Nesse tipo de abordagem, o modelo matemático deixa de ser apenas ferramenta de análise e passa a participar da lei de controle, permitindo antecipar o ciclo subsequente, impor restrições e coordenar subsistemas que operam em escalas temporais distintas. À luz dessas revisões e dos trabalhos recentes discutidos nesta seção, as estratégias baseadas em modelo serão organizadas, neste trabalho, em três grupos: planejamento de trajetória, estimadores e rejeição de perturbações e controle preditivo.

2.2.5.1 Planejamento de Trajetória e Coordenação Multidomínio

O planejamento de trajetória em geradores lineares a pistão livre parte da constatação de que a estabilidade da combustão e a razão de compressão dependem diretamente da evolução cinemática do pistão ao longo do ciclo, em especial da posição dos pontos mortos e do tempo de permanência em regiões de alta pressão. Zhao *et al.* (2022) propõem um método de controle estável baseado em planejamento de trajetória on-line em dois estágios: após a ignição, a

primeira parte da expansão utiliza força eletromagnética aproximadamente constante e, a partir da posição de varredura, o perfil de trajetória do ciclo seguinte é recalculado em cada ciclo a partir da velocidade no ponto médio e do erro de posição de TDC/BDC, usando um balanço de energia para ajustar a força eletromagnética e manter a razão de compressão alvo sob flutuações de massa de combustível.

Em complemento, Cheng *et al.* (2024) apresentam uma arquitetura em malha dupla em que uma malha externa de Controle de Modo Deslizante, do inglês *Sliding Mode Control*, que comanda o rastreamento de trajetórias de pistão prescritas, associadas a um esquema segmentado que separa regiões dominadas pela força de combustão e pela força eletromagnética, enquanto a malha interna de corrente, implementada com controle por *Space Vector PWM*, técnica de modulação usada dentro do controle vetorial, que regula as correntes ativa e reativa para garantir a força eletromagnética requerida e fator de potência próximo da unidade.

Os dois trabalhos incluem a combustão e o gerador no modelo por meio de uma descrição simplificada (combustão de zona única combinada com força eletromagnética). Isso permite capturar como a combustão afeta o deslocamento e como o gerador extrai energia. Contudo, o controlador não toma decisões sobre o ciclo térmico em si, ou seja, ele não otimiza a ignição, a liberação de calor ou a mistura; essas variáveis permanecem impostas.

2.2.5.2 Observadores, Estimadores e Rejeição de Perturbações

O segundo grupo engloba técnicas destinadas a tratar a variabilidade ciclo a ciclo e perturbações associadas à combustão, ao amortecimento eletromagnético e às incertezas de operação do gerador. O trabalho de Ma *et al.* (2025), já discutido na subseção dedicada ao controle elétrico e à qualidade da energia, também se enquadra nessa categoria por empregar uma estratégia de rejeição ativa de distúrbios (ADRC) baseada em observador de estado estendido. Nessa abordagem, as incertezas associadas à combustão, à dinâmica mecânica e à extração elétrica são agregadas e estimadas em tempo real pelo observador, sem modelagem termoquímica explícita. Embora a formulação do controle seja conduzida no domínio elétrico, o método reflete uma tendência mais ampla de tratar o FPLG como uma planta incerta, na qual efeitos térmicos e variações ciclo a ciclo aparecem como perturbações generalizadas.

Em trabalhos baseados em observadores, variáveis fisicamente relevantes para o fechamento do ciclo térmico, como compressão efetiva ou energia térmica disponível,

raramente são incorporadas de forma explícita como estados de decisão. Isso limita a capacidade de antecipação do comportamento dos ciclos seguintes quando comparado a estratégias baseadas em planejamento de trajetória ou controle preditivo com modelos dinâmicos mais ricos.

2.2.5.3 Controle Preditivo Baseado em Modelo

O terceiro grupo formula o controle como um problema de otimização sujeito a restrições, envolvendo técnicas de controle preditivo baseado em modelo, como *Model Predictive Control* (MPC), aplicado a modelos lineares, e *Nonlinear Model Predictive Control* (NMPC), empregado quando a dinâmica do sistema é representada por modelos não lineares. Tom; Yeung (2014) aplicam NMPC a um conversor de ondas com gerador linear a pistão livre tratando o amortecimento equivalente do gerador como variável manipulada e a energia elétrica absorvida como função custo, sob restrições explícitas de deslocamento do corpo flutuante e de capacidade máxima de amortecimento. Son; Yeung (2017) estendem essa formulação a um protótipo em tanque de ondas, incluindo a eficiência de conversão elétrica do gerador linear na função objetivo e gerando, via NMPC, perfis ótimos de amortecimento que são implementados experimentalmente para maximizar a potência elétrica útil, também com limites de deslocamento e de amortecimento.

Essa formulação permite ao controlador prever a evolução futura do sistema ao longo de um horizonte de predição e otimizar o amortecimento para maximizar a extração de energia sem violar limites físicos de deslocamento e capacidade do gerador. Entretanto, tanto Tom; Yeung (2014) quanto Son; Yeung (2017) consideram a excitação externa como entrada conhecida e imposta pelo ambiente, de modo que ela não integra o vetor de estados nem é otimizada no problema de controle.

Em aplicações a FPLGs, abordagens de MPC/NMPC tendem a seguir um padrão em que a potência elétrica aparece como objetivo de desempenho ou restrição, enquanto a combustão é em geral representada por termos equivalentes ou distúrbios externos, em vez de um submodelo termoquímico detalhado com variáveis como compressão efetiva ou energia térmica disponíveis como estados de decisão.

2.3 SÍNTESE E OBSERVAÇÕES FINAIS DA LITERATURA

A revisão realizada permite observar que o controle do FPLG tem sido estudado a partir de perspectivas distintas, associadas aos domínios mecânico, térmico e elétrico. Parte importante dos trabalhos se concentra na manutenção da amplitude e da periodicidade do ciclo, com foco na estabilidade mecânica e na viabilidade da combustão. As estratégias baseadas em modelo representam um esforço no sentido de coordenar o comportamento dinâmico do sistema e de incorporar mecanismos de previsão e restrições físicas. Métodos como planejamento de trajetória, observadores e técnicas preditivas mostram que há interesse crescente em integrar parte dessas interações.

A literatura é predominantemente numérica ou baseada em protótipos em diferentes estágios de maturação, evidenciando que este é um campo ainda em desenvolvimento e que tem espaço para novos estudos. Os trabalhos revisados descrevem subsistemas, avaliam interações e propõem estratégias que exploram o acoplamento do FPLG, confirmando a relevância de abordagens integradas de modelagem, predição e validação experimental. Entretanto, as diferentes escolhas de modelo, condições de combustão e arquiteturas eletromecânicas tornam difícil estabelecer comparações diretas entre as estratégias propostas, não havendo uma hierarquia consolidada de desempenho na literatura internacional. Esse cenário indica que o controle do FPLG permanece um campo de investigação ativo, no qual análises comparativas sob condições equivalentes ainda são necessárias.

3 MOTOGERADOR LINEAR A PISTÃO LIVRE

Este capítulo apresenta o modelo do sistema físico do FPLG adotado nas simulações propostas nessa dissertação e a representação utilizada como planta de controle, descrevendo os subsistemas mecânico, eletromagnético e de eletrônica de potência, as relações entre entradas, perturbações e saídas, e as escolhas de modelagem da interface elétrica.

3.1 MODELAGEM DO SISTEMA FÍSICO

O motogerador linear a pistão livre considerado neste trabalho é composto por três subsistemas fortemente acoplados: (i) o conjunto mecânico composto por pistão, linor e molas, responsável pela dinâmica do movimento e pela conversão entre energia potencial, cinética e energia proveniente da combustão; (ii) o gerador linear de ímãs permanentes, responsável pela conversão eletromecânica e pela aplicação da força de frenagem ao pistão; e (iii) a eletrônica de potência, responsável por modular a potência extraída e, indiretamente, o amortecimento eletromagnético equivalente percebido pelo sistema mecânico. Embora cada subsistema possa ser analisado isoladamente, em operação o FPLG deve ser tratado como uma planta multidomínio acoplada, na qual as dinâmicas térmica, mecânica e eletromagnética são interdependentes (Ngwaka *et al.*, 2023; Guo *et al.*, 2020; Brosnan *et al.*, 2023).

Neste trabalho, distingue-se entre a planta física e a planta de controle. A planta física corresponde ao sistema completo considerado nas simulações, englobando o conjunto composto por pistão e linor (dinâmica mecânica), o gerador linear (conversão eletromecânica) e a eletrônica de potência (retificação e conversão CC–CC), responsáveis conjuntamente pela interação entre combustão, movimento e extração de energia elétrica.

A planta de controle, por sua vez, consiste em uma representação reduzida desse sistema, construída especificamente para a síntese e a análise das leis de controle do curso do pistão. Nessa representação, a dinâmica elétrica detalhada do gerador e da eletrônica de potência não é modelada explicitamente. Essa aproximação corresponde a um modelo eletromecânico de baixa ordem amplamente utilizado na literatura de FPLGs, no qual o efeito combinado do gerador linear, da retificação e da eletrônica de potência é representado por um coeficiente de amortecimento eletromagnético equivalente. Assim, a dinâmica relevante ao controle do deslocamento é descrita por um modelo mecânico de segunda ordem do sistema massa–mola excitado pela força de combustão $F_{\text{comb}}(t)$, no qual o termo $B_g(t)$ representa a variável associada à ação de controle. Dependendo da estratégia adotada, B_g pode ou não

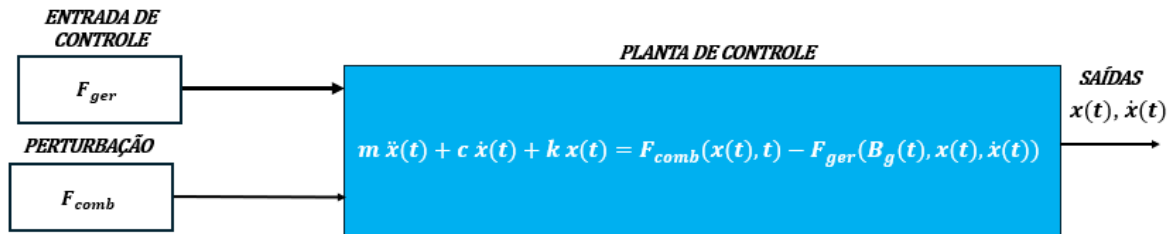
aparecer explicitamente como variável de decisão; em todos os casos, porém, sua variação é realizada de forma indireta, por meio do ajuste do duty-cycle do conversor.

Do ponto de vista do controle, o conjunto formado pelo gerador e pelo sistema massa e mola considerado neste trabalho é excitado pela força de combustão $F_{\text{comb}}(t)$, que atua como perturbação externa não controlável, e é atuado por meio de $B_g(t)$, que é ajustado indiretamente pelo comando do conversor CC–CC. As variáveis de interesse observáveis incluem o deslocamento $x(t)$, a velocidade $\dot{x}(t)$ e as grandezas elétricas associadas à potência extraída no barramento CC.

A literatura recente formaliza essa interpretação por meio da abordagem *energy-in/energy-out*, segundo a qual a combustão injeta energia no pistão e o gerador atua como dissipador controlável (Ngwaka *et al.*, 2023; Brosnan *et al.*, 2023). Essa formulação é consistente com análises históricas do pistão livre, que indicam que, na ausência de virabrequim, o ciclo só se sustenta quando o balanço energético se fecha de forma consistente ciclo a ciclo (Brosnan *et al.*, 2023; Wang *et al.*, 2018). Em complemento a essas análises, e em linha com trabalhos que separam a etapa de partida da operação em regime permanente, a descrição do sistema a seguir considera o conjunto operando em regime permanente cíclico.

No modelo mecânico adotado, o conjunto composto por pistão e linor é descrito como um sistema massa–mola–amortecimento, com massa efetiva m e deslocamento $x(t)$ em relação a uma posição de equilíbrio. Quatro contribuições principais atuam sobre o pistão: (i) a força de combustão $F_{\text{comb}}(t)$, responsável por fornecer energia ao sistema; (ii) a elasticidade dos elementos de retorno, representada por um termo restaurador $kx(t)$; (iii) um termo de amortecimento mecânico viscoso $-c\dot{x}(t)$, que agrega perdas passivas; e (iv) a força eletromagnética $F_{\text{ger}}(t)$, contrária ao movimento e modulada pela condição elétrica do gerador. A Figura 3.1 sintetiza essa representação em termos de entradas, perturbações e saídas da planta de controle. A estrutura de modelagem e a interface de entradas e saídas são comuns às três estratégias, diferindo apenas a forma de cálculo da ação de controle. Essa decomposição é coerente com a interpretação ressonante adotada na linha UFU: o FPLG é operado próximo da frequência natural do conjunto mecânico, e o deslocamento é controlado por modulação do amortecimento eletromagnético via carga (Souza, 2024).

Figura 3.1 Diagrama conceitual da planta de controle do FPLG, com indicação da entrada de controle $F_{ger}(t)$, da perturbação $F_{comb}(t)$ e das saídas mecânicas $x(t)$ e $\dot{x}(t)$.



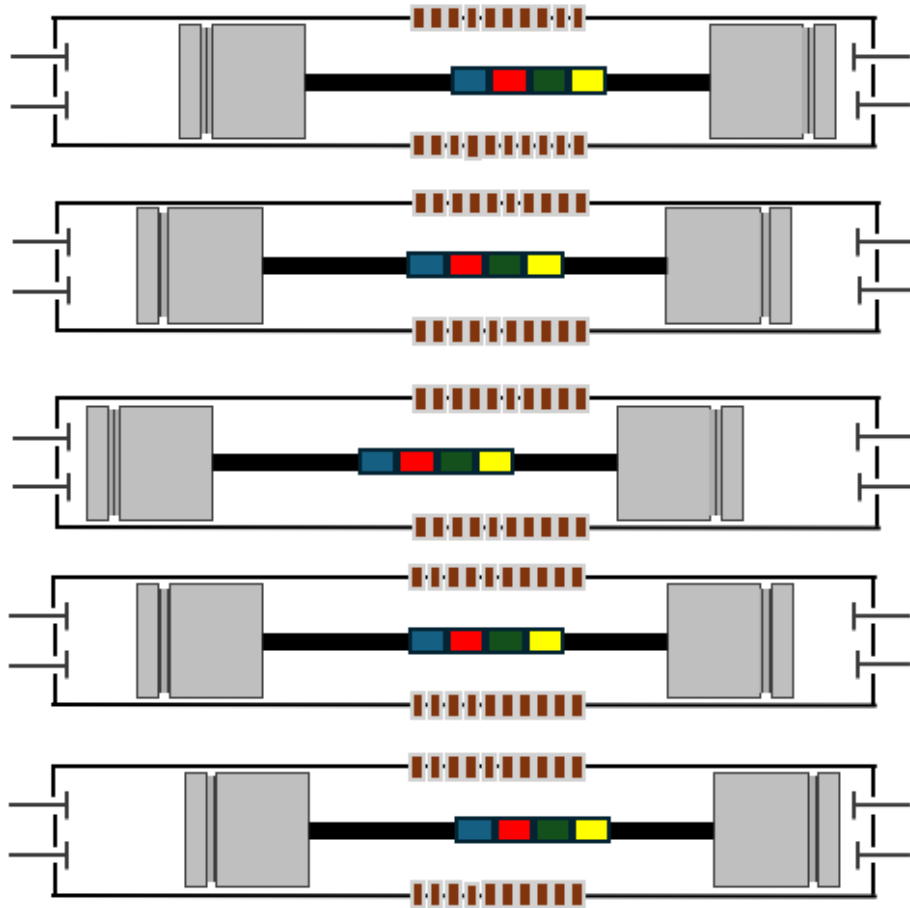
Fonte: autora, 2026

Estudos atribuem papel semelhante ao acoplamento entre os domínios mecânico e eletromagnético, destacando que o curso, a estabilidade e o regime de operação são altamente sensíveis tanto à excitação quanto às condições de extração de energia (Ngwaka *et al.*, 2023; Wang *et al.*, 2018). Para fins de referência, a Figura 3.2 apresenta duas representações complementares da dinâmica do conjunto. A subfigura (a) ilustra o movimento oscilatório resultante da excitação imposta pelos processos de combustão nas câmaras, evidenciando a alternância entre fases de aceleração, reversão de movimento e extração de energia pelo gerador linear. Essa representação permite visualizar, de forma direta, como o gerador atua ao longo do curso e em que instantes a força eletromagnética exerce papel predominante na contenção do deslocamento e na extração de potência.

Na subfigura (b), apresenta-se o modelo mecânico reduzido adotado neste trabalho, no qual a força de combustão $F_{comb}(t)$ atua como excitação externa, $kx(t)$ representa a força restauradora associada ao retorno pneumático e mecânico, $-c\dot{x}(t)$ modela as perdas passivas, e $F_{ger}(t)$ corresponde à força de frenagem eletromagnética imposta pelo gerador. Essa decomposição explicita, de forma objetiva, o papel do controle: modular a força eletromagnética de modo a conter o curso dentro dos limites mecânicos admissíveis, sustentar o regime oscilatório e, simultaneamente, viabilizar a extração de potência elétrica.

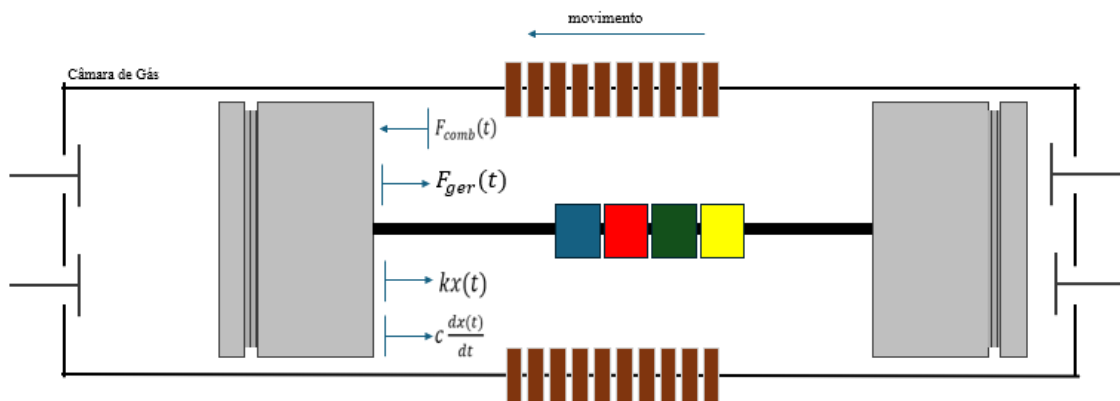
Figura 3.2. Representação esquemática do gerador linear a pistão livre como oscilador massa–mola–amortecimento.

(a) ciclo mecânico oscilatório do pistão.



Fonte: autora, 2026

(b) modelo reduzido destacando forças de excitação e dissipação.



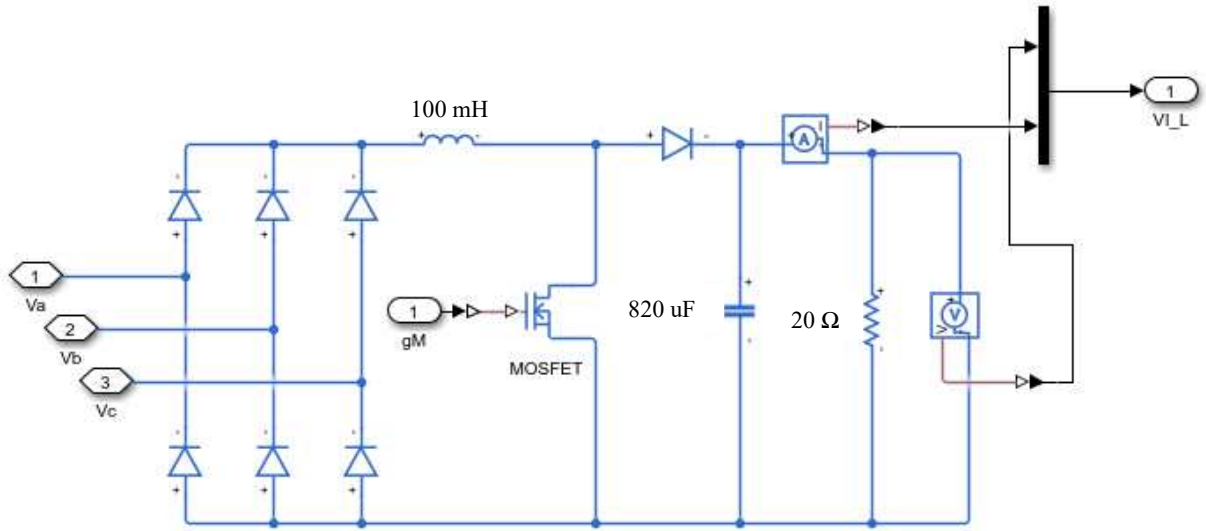
Fonte: autora, 2026

O gerador linear associado ao sistema é trifásico e tubular, composto por um linor de ímãs permanentes que se desloca axialmente em relação ao estator. A interação eletromagnética entre o movimento do linor e o enrolamento trifásico produz força eletromotriz (EMF, do inglês *electromotive force*) e força de frenagem dependente da carga elétrica conectada. Estudos focados no desempenho elétrico e na qualidade da energia indicam que a etapa de conversão, incluindo a retificação e o condicionamento em corrente contínua, afeta diretamente o amortecimento eletromagnético efetivo e, conseqüentemente, o deslocamento do pistão (Ma *et al.*, 2025). Em diversas arquiteturas de FPLG e sistemas afins, a eletrônica de potência é tratada como elo ativo entre gerador e carga, variando desde esquemas de retificação passiva, em que o amortecimento é essencialmente função da resistência equivalente da carga, até estratégias de retificação controlada e conversão CC–CC, em que potência, tensão ou corrente são reguladas em malha fechada (Lu *et al.*, 2014; Bao *et al.*, 2014; Ma *et al.*, 2025).

Neste trabalho, adota-se uma arquitetura baseada em retificador passivo trifásico seguido de conversor CC–CC do tipo *boost* conectado a uma carga resistiva, cuja função é elevar a tensão do barramento CC e modular a potência extraída, ajustando a impedância elétrica vista pelo gerador linear. O *duty-cycle* $g(t)$, entendido como a razão cíclica de comutação do conversor, ajusta a potência efetivamente transferida ao barramento CC e, em primeira aproximação, define o amortecimento eletromagnético equivalente $B_g(t)$ percebido pelo sistema mecânico. Essa configuração é simples, de forma que isola o problema de controle do deslocamento sem introduzir dinâmicas adicionais na etapa elétrica, sendo consistente com investigações anteriores da linha UFU, nas quais o foco recaiu sobre a análise eletromagnética do gerador sob retificação passiva (Souza, 2024), e compatível com o panorama das revisões recentes, que reconhecem a eletrônica de potência como elemento capaz de moldar o amortecimento e, indiretamente, o curso do pistão (Ngwaka *et al.*, 2023; Ma *et al.*, 2025).

A Figura 3.3 apresenta a cadeia elétrica adotada nas simulações, que representa a carga elétrica vista pelo gerador linear. As tensões V_a , V_b e V_c são as tensões trifásicas nos terminais do gerador, retificadas por uma ponte a diodos e processadas por um conversor *boost* com chave controlada por $g(t)$, alimentando uma carga resistiva no barramento CC, onde são avaliadas a tensão, a corrente e a potência extraída.

Figura 3.3 Topologia elétrica utilizada nas simulações.



Fonte: autora, 2026

Para a planta de controle, a dinâmica é descrita em termos de quatro grandezas principais: o deslocamento $x(t)$, a velocidade $\dot{x}(t)$, a força de combustão $F_{\text{comb}}(t)$ e o amortecimento eletromagnético equivalente $B_g(t)$, que quantifica o nível de força de frenagem eletromagnética ($F_{\text{ger}}(t)$) aplicado ao movimento do pistão em função da velocidade. As duas primeiras compõem os estados mecânicos do conjunto composto por pistão e molas, enquanto $F_{\text{comb}}(t)$ atua como excitação externa não controlável proveniente da combustão. Independentemente da formulação adotada, o valor de $B_g(t)$ é sempre realizado fisicamente por meio do chaveamento do conversor, que altera a impedância elétrica vista pelo gerador. A diferença entre as abordagens está na forma como esse valor é definido no controle: em algumas estratégias, B_g aparece explicitamente como variável de decisão do controlador, enquanto em outras ele resulta indiretamente da modulação do *duty-cycle*. Essa formulação é coerente com a literatura recente, que trata o amortecimento eletromagnético como variável central de interação entre os domínios mecânico e elétrico (Ngwaka *et al.*, 2023; Bao *et al.*, 2014; Ma *et al.*, 2025; Brosnan *et al.*, 2023). A formulação do modelo dinâmico correspondente e a representação em espaço de estados utilizada para a síntese e ajuste das estratégias de controle serão apresentadas de forma mais detalhada em seções seguintes.

A dinâmica mecânica do pistão como um oscilador massa–mola com amortecimento viscoso, sujeito à força de combustão $F_{\text{comb}}(t)$ e à força eletromagnética de frenagem $F_{\text{ger}}(t)$, captura o balanço entre excitação e dissipação relevante ao projeto das leis de controle e permite formular o FPLG em tempo contínuo. Com esses elementos, a equação de movimento resulta diretamente da Segunda Lei de Newton, explicitada pela Equação (1):

$$m \ddot{x}(t) = F_{\text{comb}}(x(t), t) - c \dot{x}(t) - k x(t) - F_{\text{ger}}(B_g(t), x(t), \dot{x}(t)) \quad (1)$$

ou, de forma equivalente, isolando os termos dissipativos e restauradores no lado esquerdo, apresentada na Equação 2:

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = F_{\text{comb}}(x(t), t) - F_{\text{ger}}(B_g(t), x(t), \dot{x}(t)) \quad (2)$$

Essa forma é particularmente conveniente, pois evidencia aquilo que será, mais adiante, tratado como:

- entrada externa (perturbação): F_{comb} ,
- entrada manipulada (atuador): B_g ,
- estados: x e $\dot{x}$.

Além da forma diferencial, a dinâmica pode ser interpretada pelo balanço de energia do sistema. Definindo a energia mecânica total na Equação 3:

$$E(t) = \frac{1}{2} m \dot{x}^2(t) + \frac{1}{2} k x^2(t), \quad (3)$$

sua derivada temporal resulta na Equação 4:

$$\dot{E}(t) = P_{\text{comb}}(t) - P_{\text{diss}}(t) - P_{\text{ext}}(t), \quad (4)$$

onde os termos descritos correspondem ao definido nas Equações 5-7 abaixo:

$$P_{\text{comb}}(t) = F_{\text{comb}}(t) \dot{x}(t), \quad (5)$$

$$P_{\text{diss}}(t) = c \dot{x}^2(t), \quad (6)$$

$$P_{\text{ext}}(t) = F_{\text{ger}}(t) \dot{x}(t) \quad (7)$$

A potência $P_{\text{comb}}(t)$ corresponde à potência mecânica injetada pela combustão no pistão. O termo $P_{\text{diss}}(t)$ representa a potência dissipada por perdas mecânicas passivas, modeladas por um coeficiente viscoso equivalente c . Por fim, $P_{\text{ext}}(t)$ denota a potência mecânica extraída pelo gerador linear, associada à força eletromagnética de frenagem $F_{\text{ger}}(t)$ aplicada ao pistão.

Essa decomposição destaca a diferença entre o amortecimento mecânico tradicional, que apenas dissipa energia, e o amortecimento eletromagnético, que extrai energia do

movimento do pistão e a converte em potência elétrica, podendo assim ser interpretado como um atuador energético. Por outro lado, F_{comb} injeta energia no ciclo e atua como distúrbio não manipulável. A força eletromagnética pode ser modelada, na sua forma reduzida, como um amortecimento proporcional à velocidade, conforme a Equação 8:

$$F_{\text{ger}}(t) = B_g(t) \dot{x}(t) \quad (8)$$

Modelagens lineares dessa natureza são amplamente empregadas como redução do acoplamento eletromecânico dependente da impedância de carga em máquinas lineares (Boldea, 2013; Gysen, 2011; Ngwaka *et al.*, 2023).

Dito que, neste trabalho, o ajuste de $B_g(t)$ depende, em última análise, do comando $g(t)$ aplicado ao conversor, a relação $B_g \mapsto g$ foi obtida para a realização desse trabalho por meio de simulações numéricas em malha aberta, de forma a isolar o efeito da eletrônica de potência e evitar a resolução simultânea da dinâmica elétrica e da lei de controle. Esse procedimento simplifica a formulação da planta mecânica para fins de síntese de controle, como mostra a Equação 9, abaixo:

$$m \ddot{x}(t) + (c + B_g(t))\dot{x}(t) + k x(t) = F_{\text{comb}}(x(t), t). \quad (9)$$

Essa forma será diretamente utilizada para a formulação do modelo em espaço de estados, sendo também a forma com a qual o Simulink opera internamente nas simulações de controle. Como explicado, a amplitude estacionária da oscilação do pistão resulta do balanço entre energia injetada pela combustão e energia extraída via B_g . Em particular:

- se B_g é pequeno $\rightarrow$ o sistema tende a aumentar a amplitude (risco de ultrapassar limites mecânicos);
- se B_g é grande $\rightarrow$ o sistema reduz a amplitude (podendo interromper o ciclo);
- se B_g é ajustado adequadamente $\rightarrow$ o sistema estabiliza em um deslocamento desejado.

Esse comportamento é explorado explicitamente no Capítulo 5 durante a comparação entre estratégias de controle propostas nesse trabalho. A partir desta formulação, conclui-se que o modelo mínimo necessário para o projeto de controle exige apenas dois estados $(x, \dot{x})$, uma perturbação (F_{comb}), um atuador (B_g) e uma saída medida (x).

3.2 FORÇA DE COMBUSTÃO COMO EXCITAÇÃO/PERTURBAÇÃO

Nos modelos desenvolvidos nesta dissertação, a força de combustão $F_{\text{comb}}(x, \dot{x})$ é tratada como uma perturbação não controlável, cuja forma temporal e espacial é reconstruída a partir de dados. O objetivo do controlador não é moldar diretamente F_{comb} , mas reagir às variações impostas por ela ajustando, de forma ativa, a impedância elétrica equivalente vista pelo gerador. Nesta seção são apresentadas duas representações possíveis para a força dos gases:

- uma força do gás analítica, construída a partir da estrutura proposta por Wei *et al.* (2026) para estudos de estabilidade em FPLGs;
- uma força de combustão interpolada, obtida diretamente das curvas força–posição fornecidas pelo modelo de referência e utilizada em todas as simulações de controle desta dissertação.

A representação interpolada é adotada como modelo principal nos estudos de controle, enquanto a força do gás analítica é tratada como uma ferramenta complementar, voltada à análise de estabilidade.

A motivação para investigar essa representação alternativa surgiu a partir da identificação de que a literatura mais recente tem se dedicado a propor novas formas de modelagem da força dos gases em FPLGs. O trabalho de Wei *et al.* (2026) apresenta um método analítico no domínio da frequência para análise de estabilidade, no qual a modelagem da força dos gases desempenha papel central. Reconhecendo a complementaridade dessa abordagem com o problema estudado nesta dissertação, optou-se por investigar se a mesma estrutura analítica seria capaz de reproduzir as curvas de referência disponíveis para o sistema da UFU, ainda que sem a intenção de utilizá-la diretamente nas simulações de controle no presente trabalho.

O método analítico adotado para modelagem analítica da força segue a estrutura proposta por Wei *et al.* (2026) para FPLGs de duplo cilindro, em que a força resultante dos gases é escrita como a diferença entre as pressões nas câmaras esquerda e direita, multiplicada pela área efetiva do pistão, conforme a Equação 10:

$$F_{\text{comb}}(x, \dot{x}) = f_p(x, \dot{x}) = (p_\ell(x, \dot{x}) - p_r(x, \dot{x})) A_s \quad (10)$$

onde:

$p_\ell(x, \dot{x})$ é a pressão no cilindro esquerdo;

$p_r(x, \dot{x})$ é a pressão no cilindro direito;

A_s é a área efetiva do pistão.

Nesse trabalho mencionado, os autores derivam uma expressão aproximada para a força dos gases ao longo do curso, em função da posição e da fase do ciclo, e utilizam essa forma para prever amplitudes de oscilação e condições de estabilidade. A posição do pistão é medida em relação ao centro do curso, de forma que $x \in [-x_{\max}, x_{\max}]$. A trajetória é compartilhada pelos dois cilindros, mas, para um mesmo x , cada lado encontra-se em um processo termodinâmico diferente (compressão, expansão ou lavagem), conforme ilustrado em Wei *et al.* (2026).

Sob as hipóteses de gás ideal, processos politrópicos e troca de calor desprezível, a expressão de $F_{\text{comb}}(x, \dot{x})$ é obtida de forma explícita e por trechos, em função da posição x e do sinal da velocidade $\dot{x}$, levando à forma geral denominada Equação 11:

$$F_{\text{comb}}(x, \dot{x}) = \left\{ \begin{array}{ll} A_s [p_{sc} - p_{cr} (\frac{x_{\max} + x_c - x_{ig}}{x_{\max} + x_c - x})^{n_2}], & x \in (x_{sc}, x_{ig}), \dot{x} < 0, \\ 0, & x \in [-x_{sc}, x_{sc}], \\ A_s p_{sc} [(\frac{x_{\max} + x_c - x_{sc}}{x_{\max} + x_c + x})^{n_1} - 1], & x \in (-x_{ig}, -x_{sc}), \dot{x} < 0, \\ A_s [p_{cl} (\frac{x_{\max} + x_c - x_{ig}}{x_{\max} + x_c + x})^{n_2} - p_{sc}], & x \in (-x_{ig}, -x_{sc}), \dot{x} > 0, \\ A_s p_{sc} [1 - (\frac{x_{\max} + x_c - x_{sc}}{x_{\max} + x_c - x})^{n_1}], & x \in (x_{sc}, x_{ig}), \dot{x} > 0, \end{array} \right\} \quad (11)$$

em que:

$x_{\max}$ é o deslocamento máximo;

x_{ig} é a posição de ignição do cilindro correspondente;

x_{sc} é a posição da janela de lavagem;

x_c é o comprimento da folga;

p_{sc} é a pressão de lavagem;

p_{cl} e p_{cr} são as pressões pós-combustão nos cilindros esquerdo e direito, respectivamente;

n_1 e n_2 são os expoentes politrópicos dos processos de compressão e expansão.

O intervalo central $x \in [-x_{sc}, x_{sc}]$, no qual $F_{\text{comb}}(x, \dot{x}) = 0$, é essencial para capturar o trecho de baixa força no centro do curso e o crescimento acentuado da força nas proximidades das reversões, comportamento também observado nas curvas de referência desta dissertação. No artigo de Wei *et al.* (2026), os parâmetros de pressão pós-combustão são determinados por um balanço energético por ciclo, que relaciona a energia térmica liberada pela combustão ao trabalho mecânico realizado pelos gases. Em termos gerais, o fechamento é obtido impondo

que a energia fornecida por ciclo Q_{in} se iguale ao trabalho líquido dos gases ao longo de um ciclo completo, conforme a Equação 12:

$$Q_{in} = \oint \frac{F_{comb}(x, \dot{x})}{A_s} dV \approx \int_{-x_{max}}^{x_{max}} F_{comb}(x, \dot{x}) dx \quad (12)$$

onde o diferencial de volume dV é aproximado em função do deslocamento x , considerando a geometria do cilindro. A partir desse balanço, e assumindo simetria entre os cilindros, obtém-se uma relação entre p_{cl} , p_{cr} , p_{sc} e Q_{in} .

Na implementação desta dissertação, os parâmetros geométricos e termodinâmicos são fixados com base no trabalho de Evangelista (2025) e nos valores de referência do artigo de Wei *et al.* (2026), enquanto a posição de transição relevante é ajustada por otimização para avaliar o quão bem a força do gás analítica consegue reproduzir uma curva de referência. A força do gás analítica é usada aqui de forma exploratória, para verificar se uma estrutura simples, hipóteses politrópicas e região central sem força, reproduz a forma global da força de referência interpolada. Essa abordagem é compatível com métodos analíticos de estabilidade como o da função descritora usado por Wei *et al.* (2026) e fornece uma alternativa compacta para trabalhos futuros que queiram estudar, de forma analítica, a influência de parâmetros como Q_{in} , x_{ig} , x_{sc} e n_1, n_2 sobre a amplitude de oscilação do pistão.

3.3 FORÇA DE COMBUSTÃO INTERPOLADA A PARTIR DAS CURVAS DE REFERÊNCIA

A força de combustão de fato utilizada como referência neste trabalho é implementada na forma de duas curvas força–posição, cada uma associada a um sentido de movimento do pistão:

- ramo de compressão (pistão deslocando-se em direção à extremidade direita);
- ramo de expansão (pistão deslocando-se em direção à extremidade esquerda).

Essas curvas são disponibilizadas como conjuntos discretos de conjuntos discretos de pares ordenados:

$$\{(x_{dir,i}, F_{dir,i})\}_{i=1}^{N_{dir}} \\ \{(x_{esq,j}, F_{esq,j})\}_{j=1}^{N_{esq}},$$

nos quais:

$x_{dir,i}$ e $x_{esq,j}$ são deslocamentos em milímetros;

$F_{\text{dir},i}$ e $F_{\text{esq},j}$ são forças em quilonewtons (kN), posteriormente convertidas para newtons (N).

Para evitar extrapolações da interpolação para fora do domínio calibrado, o deslocamento é limitado à faixa $[-x_{\text{max}}, x_{\text{max}}]$, onde $x_{\text{max}} = 40$ mm é o valor máximo presente nas curvas. Na forma contínua, tem-se a Equação 13:

$$x_{\text{sat}} = \begin{cases} -x_{\text{max}}, & x < -x_{\text{max}}, \\ x, & -x_{\text{max}} \leq x \leq x_{\text{max}} \\ x_{\text{max}}, & x > x_{\text{max}}. \end{cases} \quad (13)$$

Essa saturação é aplicada antes do cálculo da força, garantindo que a interpolação não produza valores não físicos fora da região onde as curvas foram definidas. A força de combustão instantânea é reconstruída por interpolação contínua dos pontos discretos utilizando o método PCHIP (*Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial*), ou interpolação cúbica de Hermite por partes, que constrói uma função suave entre pontos conhecidos preservando a forma e a monotonicidade dos dados. Com esse método, a curva segue o comportamento dos dados entre cada par de pontos vizinhos. Isso evita oscilações artificiais que são comuns em interpoladores polinomiais mais complexos. Em termos contínuos, definem-se as funções interpoladas com x em milímetros e forças em newtons após a conversão, conforme as Equações 14 e 15:

$$F_{\text{dir}}(x) = \text{PCHIP}(\{x_{\text{dir},i}\}, \{F_{\text{dir},i}\}, x), \quad (14)$$

$$F_{\text{esq}}(x) = \text{PCHIP}(\{x_{\text{esq},j}\}, \{F_{\text{esq},j}\}, x), \quad (15)$$

No modelo dinâmico, a escolha entre os dois ramos é feita com base na direção instantânea do movimento, seguindo a lógica:

- se $\dot{x} > 0$ (pistão em direção à direita), utiliza-se o ramo de compressão;
- se $\dot{x} < 0$ (pistão em direção à esquerda), utiliza-se o ramo de expansão;
- se $\dot{x} = 0$ exatamente no instante de inversão, utiliza-se a direção anterior para garantir continuidade e evitar saltos numéricos.

Definindo:

$s_{\dot{x}}(t) = \text{sign}(\dot{x}(t))$, $s_{\dot{x},\text{ant}}(t)$ = sinal da velocidade no passo de tempo anterior, a força interpolada é escrita como na Equação 16:

$$F_{\text{comb}}^{\text{interp}}(x, \dot{x}) = \begin{cases} F_{\text{dir}}(1000 x_{\text{sat}}), & s_{\dot{x}} > 0, \\ F_{\text{esq}}(1000 x_{\text{sat}}), & s_{\dot{x}} < 0, \\ F_{\text{dir}}(1000 x_{\text{sat}}), & s_{\dot{x}} = 0 \text{ e } s_{\dot{x}, \text{ant}} > 0, \\ F_{\text{esq}}(1000 x_{\text{sat}}), & s_{\dot{x}} = 0 \text{ e } s_{\dot{x}, \text{ant}} < 0, \end{cases} \quad (16)$$

onde o fator 1000 converte x de metros para milímetros, mantendo compatibilidade com as curvas originais. Essa expressão é exatamente a lógica implementada na função de interpolação utilizada nas simulações.

Um aspecto importante observado é que, em alguns casos, a força de combustão pode não se apresentar exatamente em zero no instante inicial, mesmo com o pistão em posição central e velocidade nula. Esse comportamento não representa força física real, mas decorre da necessidade numérica de escolher um dos ramos no instante em que $\dot{x} = 0$ e da eventual ausência explícita do ponto exato ($x = 0, F = 0$) na curva selecionada. Essa pequena descontinuidade inicial é rapidamente absorvida pela dinâmica e não compromete a representação global da força ao longo do ciclo.

3.4 COMPARAÇÃO ENTRE AS REPRESENTAÇÕES DA FORÇA DE COMBUSTÃO

Para avaliar o comportamento relativo das duas representações, foi realizada a comparação entre a força de combustão de referência, reconstruída por interpolação PCHIP; e a força do gás analítica $F_{\text{comb}}(x, \dot{x})$ obtida a partir da estrutura de Wei *et al.* (2026), com parâmetros físicos fixos e ajuste da posição de transição via otimização.

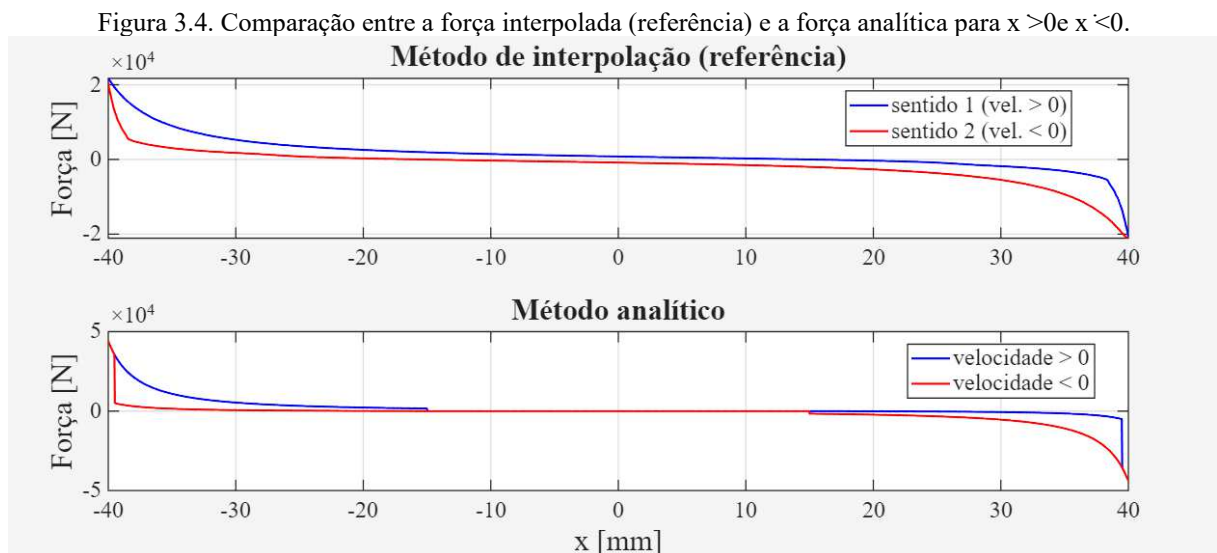
Os valores geométricos e termodinâmicos foram fixados com base no trabalho de Evangelista (2025) e nos valores de referência de Wei *et al.* (2026): $x_{\text{max}} = 40$ mm, $x_c = 2,9$ mm, $x_{sc} = 15$ mm, $p_{sc} = 2,025$ bar, $Q_{in} = 295$ J, $A_s = \pi(49 \times 10^{-3})^2/4$ m², $\gamma = 1,35$, $n_1 = 1,26$ e $n_2 = 1,37$. O único parâmetro ajustado foi a posição de transição x_{ig} , cuja otimização por minimização do RMSE global entre as curvas analítica e interpolada convergiu para $x_{ig} \approx 39,5$ mm, com a pressão pós-combustão resultante $p_{cl} \approx 189,8$ bar, calculada diretamente pelo fechamento energético (Equação 12).

A Figura 3.4 apresenta, na parte superior, as curvas interpoladas utilizadas como referência, e, na parte inferior, as curvas geradas pelo modelo analítico. Essa comparação evidencia como cada abordagem representa a força ao longo do curso do pistão. A comparação mostra que o modelo analítico captura bem a tendência global da força ao longo do curso, incluindo a existência de uma região central de baixa força e o crescimento acentuado nas proximidades dos pontos mortos. Entretanto, as diferenças de forma local e de assimetria entre

compressão e expansão, presentes nas curvas de referência, não são totalmente reproduzidas, o que é esperado dada a natureza simplificada do modelo politrópico por trechos.

A representação interpolada, por outro lado, reproduz com fidelidade a curva de força utilizada nas simulações originais da linha UFU, incluindo efeitos de dependência da força com o sentido do movimento e com a trajetória do pistão ciclo a ciclo. Além disso, a representação interpolada preserva o conteúdo energético do ciclo, condição relevante para análises e comparação de estratégias de controle baseadas em balanço de energia. Do ponto de vista do problema de controle abordado nesta dissertação, interessa preservar:

- A forma realista da perturbação que excita o pistão;
- A coerência com as simulações de referência já consolidadas na linha UFU;
- A compatibilidade com o modelo eletromecânico e com a identificação do amortecimento eletromagnético equivalente B_g .



Fonte: autora, 2026

A comparação entre os perfis de força nos sentidos de compressão e expansão revela que a força de combustão no FPLG não é apenas não linear, mas depende também do sentido, apresentando valores distintos conforme o pistão avança em direção ao TDC ou retorna em direção ao BDC. Além disso, a força se concentra de forma mais pronunciada nas regiões

próximas às reversões, onde ocorre maior contribuição energética, enquanto a zona central do curso apresenta força reduzida, o que implica um intervalo de baixa transferência mecânica no qual o sistema essencialmente acumula inércia. Essa combinação de assimetria, dependência do sentido e distribuição não uniforme da energia ao longo do deslocamento altera o balanço energético ciclo a ciclo e faz com que pequenas variações na combustão resultem em diferenças perceptíveis no TDC, no BDC e na razão de compressão subsequente.

Do ponto de vista de controle, essa não linearidade local torna complexa a aplicação de técnicas que procuram antecipar a evolução do ciclo, em especial quando a combustão apresenta variabilidade.

3.5 AMORTECIMENTO ELETROMAGNÉTICO EQUIVALENTE

Adota-se neste trabalho a representação do já mencionado efeito eletromagnético por meio do coeficiente de amortecimento equivalente $B_g(t)$, cujo papel no modelo dinâmico é aprofundado nesta subseção. Esse coeficiente corresponde ao valor de amortecimento que, quando aplicado ao modelo massa–mola, dissiparia a mesma potência mecânica convertida pelo conjunto gerador e pela eletrônica de potência associada.

Embora o amortecimento eletromagnético seja a variável relevante para a dinâmica mecânica do sistema, $B_g(t)$ não atua diretamente sobre o chaveamento do conversor *boost*. O sinal efetivamente aplicado ao estágio de potência é o *duty-cycle* $g(t)$, que altera a impedância equivalente vista pelo gerador e, por consequência, o amortecimento eletromagnético efetivo durante o curso. Para capturar essa relação, foi construída uma tabela de consulta (LUT, do inglês *look-up-table*) identificada numericamente em malha aberta, de forma que valha a relação da Equação 17:

$$B_g(t) = f_{LUT}(g(t)), \quad (17)$$

com $g \in [0,1]$.

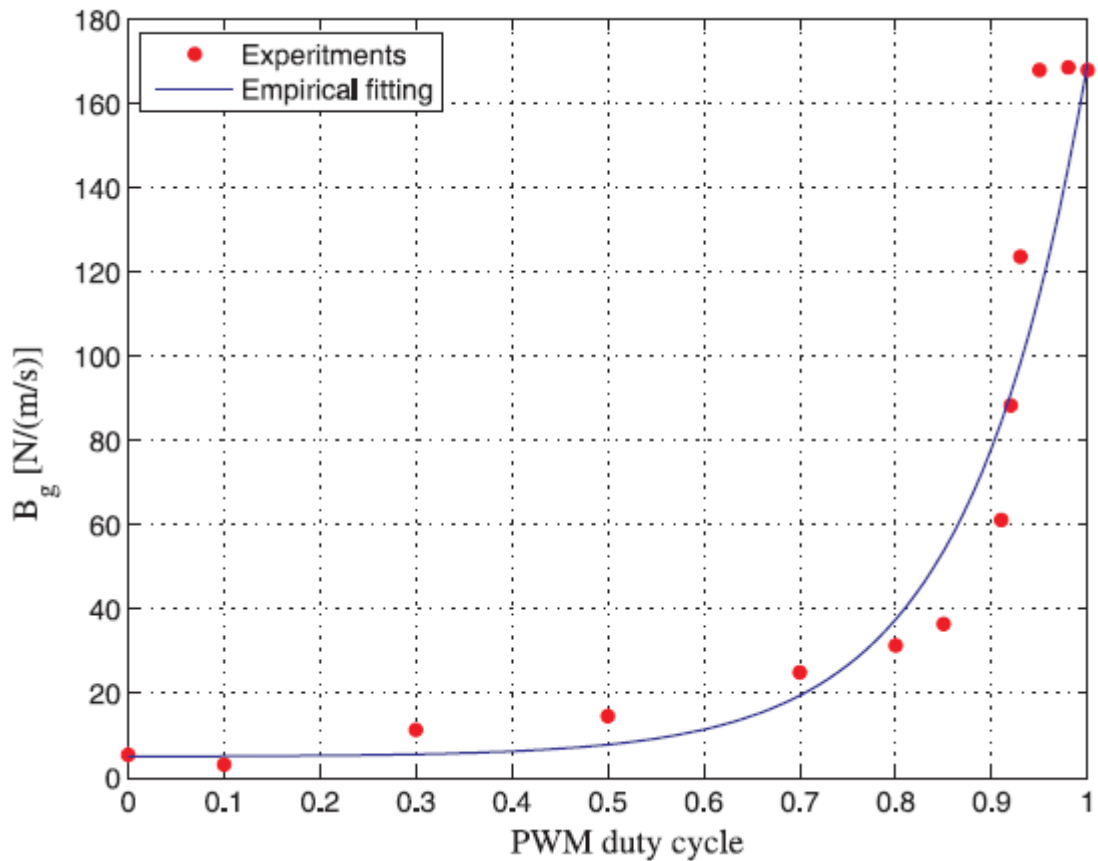
Em cada ensaio varreu-se g e extraiu-se o valor de B_g que reproduzia a potência mecânica dissipada pelo conjunto composto por gerador, retificador e carga, permitindo interpretar B_g como parâmetro agregado dependente de características eletromagnéticas do gerador linear, da dinâmica da retificação trifásica a diodos e da impedância da carga resistiva conectada ao barramento CC. Essa função de extração de energia é análoga ao que a literatura apresenta para conversores de energia das ondas com gerador linear, nos quais um elemento dissipativo controlável regula a transferência mecânica para o subsistema elétrico (Tom; Yeung, 2014).

Nesta implementação, a arquitetura elétrica de ponte retificadora passiva associada a um conversor *boost* conectado a carga resistiva é mantida fixa, de modo que a única variável manipulada seja $g(t)$. Em arquiteturas com retificação ativa ou controle direto de corrente e/ou tensão, B_g passa a depender adicionalmente da estratégia de controle, da carga final e das condições de operação do estágio de potência, conforme discutido na literatura recente sobre geradores lineares (Ma *et al.*, 2025; Jia *et al.*, 2025; Wei *et al.*, 2026). Consequentemente, qualquer alteração na arquitetura elétrica ou na estratégia de controle exige a reidentificação da curva.

Além da formulação do modelo dinâmico adotada neste trabalho, a literatura reporta evidências experimentais de que o amortecimento eletromagnético efetivo não varia de forma proporcional com o comando elétrico aplicado ao conversor. Ensaio conduzido por Tom; Yeung, (2014) em um conversor eletromecânico aplicado à conversão de energia das ondas (*Wave Energy Converter — WEC*) mostram que o amortecimento equivalente do gerador linear cresce lentamente para baixos valores de razão cíclica e aumenta de forma acentuada apenas em regiões próximas da saturação do comando. Do ponto de vista funcional, a relação $B_g \mapsto g$ é geralmente não linear e não necessariamente invertível, devido a saturações elétricas e a efeitos de impedância. Esse comportamento não linear é ilustrado na Figura 3.5, na qual se observa uma variação fortemente convexa de B_g em função do *duty-cycle* PWM.

Embora o contexto experimental seja distinto, o papel funcional do gerador linear no WEC, como elemento de extração de energia mecânica do oscilador, é análogo ao desempenhado no FPLG, no qual a frenagem eletromagnética regula o balanço energético do ciclo. Assim, a Figura 3.5 fornece uma evidência experimental independente de que a relação entre comando elétrico e amortecimento eletromagnético tende a ser fortemente não linear em arquiteturas baseadas em conversores estáticos.

Figura 3.5. Relação experimental entre razão cíclica PWM e amortecimento eletromagnético equivalente em gerador linear. Os pontos em vermelho correspondem a valores medidos experimentalmente e a curva em azul representa o ajuste empírico reportado por Son; Yeung, 2017.



Fonte: Son; Yeung, 2017

A importância dessa evidência está no fato de demonstrar que a autoridade de controle não é uniforme ao longo do intervalo de atuação. Para valores intermediários de comando, variações em g produzem alterações relativamente pequenas no amortecimento, enquanto em regiões próximas de saturação o aumento torna-se abrupto. Essa característica implica que o ganho efetivo da planta varia com o ponto de operação e que a manipulação do amortecimento não pode ser tratada como proporcional ao comando.

Há coerência entre esses resultados experimentais e a caracterização realizada nesta dissertação. A função $B_g \mapsto g$ identificada via varredura em malha aberta apresentou comportamento igualmente não linear, com regiões de baixa sensibilidade seguidas de

crescimento acentuado. Essa constatação motivou a construção e uso da tabela de consulta (LUT) baseada em dados, capturando diretamente a dependência entre comando e amortecimento equivalente. A caracterização numérica é apresentada a seguir.

3.6 ENSAIO EM MALHA ABERTA

Nas simulações em malha aberta o comando g foi mantido constante enquanto o pistão oscilava sob ação da força de combustão. Durante o regime permanente, registrou-se a força eletromagnética $F_{\text{ger}}(t)$ e a velocidade $v(t)$. O amortecimento equivalente foi estimado pelo quociente RMS conforme Equação 18 abaixo:

$$B_g = \frac{F_{\text{ger,RMS}}}{v_{\text{RMS}}} \quad (18)$$

Como o comando g é mantido constante durante os ensaios de identificação, o valor obtido representa o amortecimento eletromagnético equivalente associado àquele *duty-cycle*. Durante a operação em malha fechada, quando $g(t)$ pode variar ao longo do ciclo, considera-se que o valor instantâneo de B_g corresponde ao valor fornecido pela LUT para o comando aplicado naquele instante. Essa definição é consistente com a interpretação energética da força eletromagnética, pois o trabalho negativo realizado pelo gerador ocorre predominantemente nos instantes de maior velocidade. A Tabela 1 apresenta os valores obtidos de F_{RMS} , v_{RMS} e B_g para $g \in [0,1]$:

Tabela 1 — Caracterização do amortecimento eletromagnético equivalente B_g

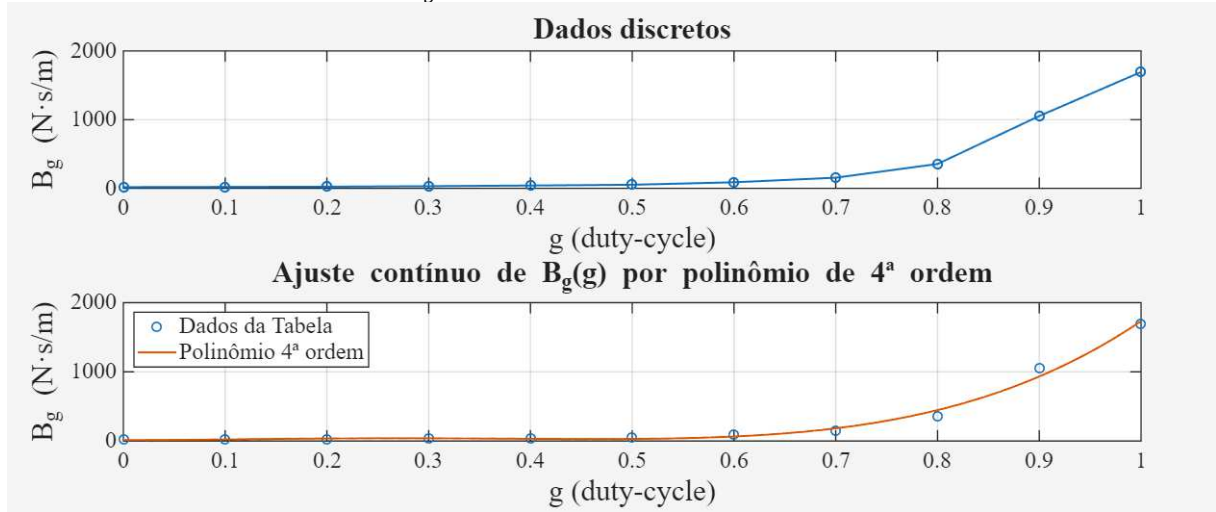
g	$F_{\text{RMS}}[\text{N}]$	$v_{\text{RMS}}[\text{m/s}]$	$B_g[\text{Ns/m}]$
0,0	506,13	28,28	17,90
0,1	535,27	26,19	20,44
0,2	526,78	22,15	23,78
0,3	523,59	16,87	31,03
0,4	564,72	13,95	40,48
0,5	598,19	11,51	51,97
0,6	957,80	10,90	87,90
0,7	1209,80	7,81	154,92
0,8	1294,60	3,65	354,67
0,9	919,24	0,87	1052,90
1,0	978,40	0,58	1693,60

Fonte: autora, 2026.

Os pontos medidos são discretos, e o controle em malha fechada exige acesso a valores intermediários. Para isso, os dados (g, B_g) foram ajustados por um polinômio de 4ª ordem. O resultado foi incorporado como *look-up table* contínua, permitindo interpolar B_g para qualquer $g \in [0,1]$ e fornecendo representação contínua adequada para o modelo de predição e para as abordagens de controle que serão propostas neste trabalho. Do ponto de vista físico, o polinômio é uma aproximação operacional conveniente; mas o comportamento real pode ser reavaliado futuramente no protótipo construído no laboratório, permitindo verificar se a curva identificada numericamente reproduz o amortecimento associado ao conversor e ao gerador em operação real.

A Figura 3.6 compara os pontos discretos obtidos numericamente com o ajuste contínuo polinomial empregado na *look-up table*. No painel superior observa-se apenas os valores tabulados, evidenciando a natureza fortemente não linear do amortecimento eletromagnético equivalente. No painel inferior, a curva ajustada reproduz fielmente a tendência global, suavizando os segmentos e permitindo interpolação contínua em todo o intervalo $g \in [0,1]$. Também se nota a amplificação progressiva do amortecimento para altos valores de g , aspecto que desempenha papel importante no controle do curso e na limitação da energia mecânica em regimes de alta potência.

Figura 3.6. Dados discretos de $B_g(g)$ (acima) e ajuste contínuo por polinômio de 4ª ordem (abaixo).



Fonte: autora, 2026

A caracterização $B_g \mapsto g$ explicita o papel do conversor como extrator de energia mecânica do pistão, estabelecendo o elo entre os domínios eletromagnético e de controle. Com isso, o modelo dinâmico do FPLG pode ser formulado em termos das variáveis de controle, conforme descrito a seguir.

3.7 MODELO EM ESPAÇO DE ESTADOS PARA CONTROLE

O modelo em espaço de estados é a base para implementar as estratégias avaliadas nesta dissertação. Seu objetivo é capturar as grandezas dinâmicas relevantes ao balanço de energia e à regulação do deslocamento, preservando as não linearidades do sistema. Considerando o modelo massa–mola–amortecimento apresentado na Seção 3.2, a escolha natural de estados é dada pelas Equações 19 e 20:

$$x_1 = x(t) \quad (19)$$

$$x_2 = \dot{x}(t) \quad (20)$$

onde $x(t)$ é o deslocamento do linor em relação ao ponto de equilíbrio e $\dot{x}(t)$ sua velocidade instantânea. Essa escolha é consistente com a literatura recente sobre FPLGs (Wei *et al.*, 2026) e com trabalhos de controle em sistemas ressonantes com extração de potência controlada (Son; Yeung, 2017; Zhao *et al.*, 2022). Além disso, o par $(x, \dot{x})$ permite calcular diretamente a energia mecânica total, conforme a Equação 21:

$$E(t) = \frac{1}{2} m \dot{x}^2(t) + \frac{1}{2} k x^2(t) \quad (21)$$

No contexto de controle, interessa identificar a variável pela qual o sistema pode dissipar energia mecânica e, portanto, regular o deslocamento. Para abordagens baseadas em energia e controle preditivo não linear, vale a interpretação de que o modelo assume $B_g(t)$ como variável manipulada no sentido do projeto de controle, como apresenta a Equação 22:

$$u(t) = B_g(t) \quad (22)$$

A força de combustão $F_{\text{comb}}(x, t)$, descrita anteriormente, é tratada como perturbação externa não manipulável, de acordo com a Equação 23. Sua dependência da posição e do sentido do movimento a torna não linear e dependente da trajetória.

$$d(t) = F_{\text{comb}}(x, t) \quad (23)$$

Nesta dissertação considera-se medida direta do deslocamento e, portanto, é válida a Equação 24:

$$y(t) = x(t) \quad (24)$$

A velocidade $\dot{x}(t)$ pode ser medida por derivação filtrada ou por observador simples, e a energia mecânica $E(t)$ pode ser calculada internamente, mas não são saídas primárias. Partindo da Equação dinâmica 25:

$$m\ddot{x}(t) = F_{\text{comb}}(x, t) - (c + B_g(t))\dot{x}(t) - kx(t) \quad (25)$$

define-se (19) e (20), então tem-se as Equações 26 e 27:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (26)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m}(F_{\text{comb}}(x_1, t) - (c + B_g(t))x_2 - kx_1) \quad (27)$$

o que pode ser escrito como sistema não linear conforme a Equação 28, e por fim, Equação 29:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), d(t)) \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{m}(d - (c + u)x_2 - kx_1) \end{bmatrix} \quad (29)$$

O sistema resultante é, portanto, SISO, com uma variável manipulada (B_g) e uma saída primária medida (x). A saída é mostrada na Equação 30, conforme já estabelecido.

$$y(t) = x_1(t) \quad (30)$$

A amplitude estacionária do pistão decorre diretamente do balanço entre potência injetada por F_{comb} e potência extraída via B_g , o que justifica tratar B_g como canal de atuação do controle. Ao calcular a derivada temporal da energia mecânica (Equação 21), obtém-se a Equação 31:

$$\dot{E} = F_{\text{comb}} \dot{x} - (c + B_g)\dot{x}^2 \quad (31)$$

o que evidencia o balanço entre potência injetada pelos gases e potência dissipada pelo gerador.

3.8 MODELO INTEGRADO

Esta seção descreve como a planta foi construída no Simulink a partir de blocos que representam os principais domínios de conversão de energia:

$$E_{\text{comb}} \rightarrow E_{\text{ext}} \rightarrow E_{\text{out}} \rightarrow E_{\text{diss}}$$

onde:

E_{comb} é a energia liberada na combustão;

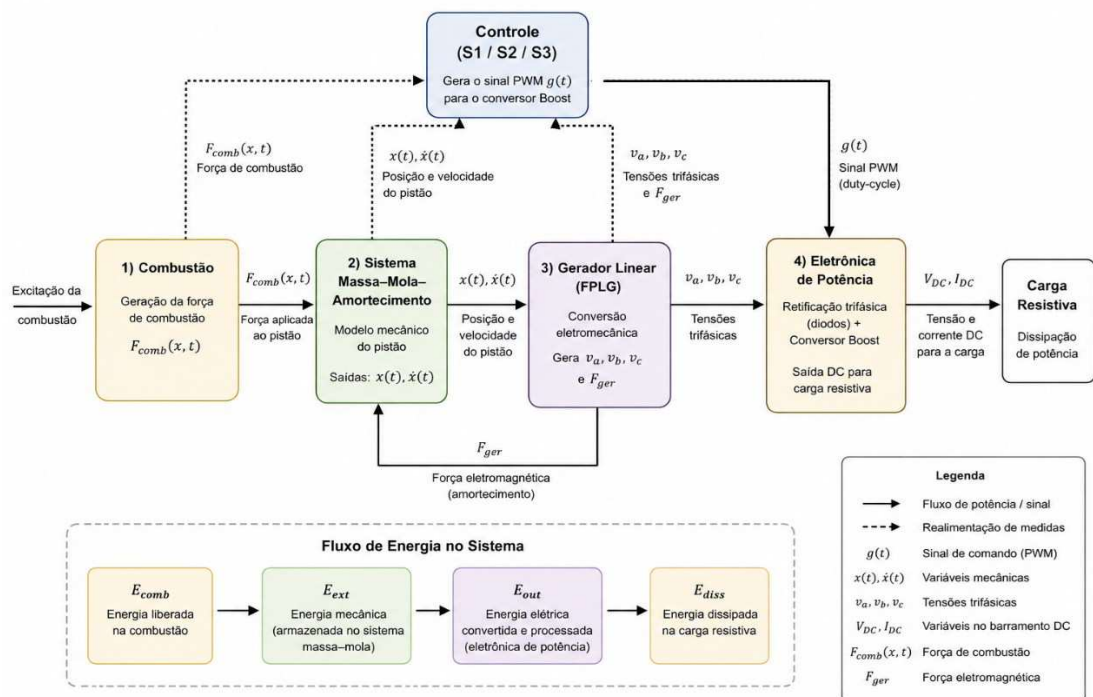
E_{ext} é a energia mecânica armazenada no sistema massa-mola (pistão + rigidez equivalente);

E_{out} é a energia elétrica convertida pelo gerador linear e processada pela eletrônica de potência;

E_{diss} é a energia finalmente dissipada na carga resistiva.

A Figura 3.7 apresenta uma representação simplificada da arquitetura da planta implementada em Simulink, destacando os principais subsistemas, as variáveis trocadas entre eles e o fluxo geral de energia e informações utilizado nas estratégias de controle.

Figura 3.7 - Diagrama simplificado da arquitetura da planta integrada implementada no Simulink.



A partir da arquitetura apresentada na Figura 3.7, a planta pode ser organizada em cinco subsistemas principais:

- Bloco de combustão: gera a força de combustão $F_{\text{comb}}(x, t)$, função da posição e do sentido do movimento;
- Bloco mecânico massa–mola–amortecimento: integra as equações de movimento do pistão e produz $x(t)$ e $\dot{x}(t)$;
- Bloco do gerador linear a pistão livre: converte $(x, \dot{x})$ em tensões trifásicas $v_{abc}(t)$ com base em um modelo harmônico espacial, e fornece a força eletromagnética F_{ger} associada ao acoplamento eletromecânico. A formulação completa do modelo eletromagnético do gerador é apresentada em Souza (2024);
- Bloco da eletrônica de potência: retifica $v_{abc}(t)$ com atuação passiva, realiza a elevação de tensão via conversor *boost* e alimenta uma carga resistiva;
- Bloco de controle: calcula o comando de chaveamento $g(t)$ do MOSFET do *boost*, a partir das variáveis medidas.

No Simulink, $F_{\text{comb}}(x, t)$ é implementada como um bloco funcional que recebe como entradas: o deslocamento $x(t)$ e a velocidade $\dot{x}(t)$, para identificar o sentido de movimento. Internamente, esse bloco limita o deslocamento ao intervalo físico de interesse (no caso, ± 40 mm); utiliza curvas força–posição distintas para os sentidos de compressão e expansão, construídas pelo processo interpolação descrito anteriormente; retornando o valor instantâneo $F_{\text{comb}}(x, t)$ que será aplicado ao sistema massa–mola. Do ponto de vista da simulação, o bloco de combustão funciona como uma fonte de força dependente de estado, e é o elemento responsável por injetar E_{comb} no sistema.

O bloco correspondente ao gerador linear converte as variáveis mecânicas $(x, \dot{x})$ em tensões trifásicas de fase induzidas nas bobinas do estator, (v_a, v_b, v_c) . No modelo adotado, essa conversão é representada por um mapa harmônico espacial obtido a partir de análises em elementos finitos (FEM – do inglês *Finite Element Method*), e posterior ajuste paramétrico, cuja formulação constituiu o foco do trabalho de Souza (2024). Em termos funcionais, o deslocamento do linor altera o fluxo concatenado nas bobinas e, conseqüentemente, a força eletromagnética induzida.

A geometria tubular do gerador faz com que a distribuição de fluxo por bobina não seja puramente senoidal. Por isso, o fluxo concatenado é aproximado por uma soma de harmônicos espaciais, o que permite capturar deformações associadas à geometria dos ímãs, às ranhuras do estator e à distribuição espacial finita dos enrolamentos de cada fase ao longo do curso. As

bobinas são então combinadas em grupos diferenciais, gerando três fases equivalentes (A, B, C) com o defasamento característico de sistemas trifásicos, ainda que com forma de onda não senoidal.

A tensão induzida trifásica em cada fase é calculada como o produto da velocidade do linor $\dot{x}(t)$ pela derivada espacial do fluxo concatenado. Assim, a tensão induzida é linear em $\dot{x}(t)$ e não linear em $x(t)$, uma vez que $\partial\lambda/\partial x$ depende da posição de forma não senoidal. Essa formulação é consistente com o modelo clássico de máquinas lineares, no qual a tensão induzida satisfaz a Equação 32:

$$e = \frac{\partial\lambda}{\partial x} \dot{x}, \quad (32)$$

onde $\lambda(x)$ é o fluxo concatenado por fase (Rodrigues, 2019). Do ponto de vista de controle, esse aspecto é relevante porque a atuação elétrica emerge como extração de energia dependente da dinâmica do pistão, e não como termo linear ou imposto externamente. No Simulink, essa conversão eletromecânica está encapsulada pelo bloco que produz a tensão induzida trifásica, que por depender de x e $\dot{x}$ de forma não linear, impacta o perfil de potência no barramento CC e, consequentemente, o amortecimento eletromagnético equivalente B_g .

Na sequência, as tensões trifásicas v_a, v_b, v_c são retificadas por uma ponte trifásica a diodos, modelada em Simulink por blocos de eletrônica de potência. Essa etapa converte o sistema trifásico em uma tensão CC no barramento, com ondulações típicas de retificadores a seis pulsos. Por se tratar de uma retificação passiva, a corrente não é imposta ativamente, de modo que o amortecimento eletromagnético resultante depende da impedância do circuito e do regime mecânico.

O conversor *boost* é implementado na forma clássica, composto por um indutor em série com o barramento, um dispositivo de chaveamento (MOSFET) comandado por um sinal PWM $g(t)$, um diodo de roda-livre e um capacitor de filtragem no barramento CC, alimentando a carga resistiva. Essa topologia, amplamente empregada na literatura e em aplicações de conversão CC–CC, é modelada diretamente por blocos padrão do Simulink/Simscape, sem particularidades estruturais, uma vez que o foco do trabalho não é o projeto da eletrônica de potência, mas a influência da modulação do *duty-cycle* sobre a impedância refletida ao gerador e o amortecimento eletromagnético efetivo.

Do ponto de vista da modelagem da planta, a retificação fornece a interface entre o gerador linear e o conversor *boost*, preservando os principais acoplamentos físicos entre os domínios elétrico e mecânico. Os estudos indicam que essa etapa pode introduzir ondulações relevantes de corrente e tensão no barramento CC, afetando a potência extraída e a dinâmica do

motogerador, podendo inclusive comprometer a estabilidade do curso em certas condições de operação (Jia *et al.*, 2025; Ma *et al.*, 2025; Ngwaka *et al.*, 2023). Esses aspectos motivam a discussão entre retificação passiva e retificação controlada apresentada na subseção seguinte, antecipando o impacto dessa escolha na interpretação dos resultados do Capítulo 5.

3.9 RETIFICAÇÃO TRIFÁSICA E ESCOLHA METODOLÓGICA ENTRE RETIFICAÇÃO PASSIVA E CONTROLADA EM FPLGS

No FPLG, a energia mecânica extraída pelo gerador passa necessariamente pelo domínio elétrico. A etapa de retificação determina o perfil de corrente e o amortecimento eletromagnético equivalente visto pelo pistão. Como o deslocamento resulta do balanço entre combustão, elasticidade e extração eletromagnética, e não de um mecanismo cinemático, a interface elétrica também influencia o controle do curso. Revisões recentes mostram que a literatura se organiza, em grande medida, entre trabalhos que adotam retificação passiva simples e concentram a análise no movimento do pistão, na combustão e na estabilidade de ciclo; e trabalhos que introduzem retificação controlada e estruturas de controle no lado do gerador para estudar qualidade de energia (Ngwaka *et al.*, 2023; Ma *et al.*, 2025; Jia *et al.*, 2025). Nesses trabalhos, o tratamento aprofundado dos dois domínios simultaneamente, mecânico e elétrico, é raro. Isso torna necessário deixar claro, nesta dissertação, qual aspecto é prioritário e qual tipo de retificação foi adotado.

3.10 RETIFICAÇÃO PASSIVA

Na retificação passiva, os terminais trifásicos do gerador são conectados diretamente a uma ponte de seis diodos. A cada instante, conduzem os diodos associados às fases de maior e menor tensão instantânea, o que significa que não há liberdade de escolha do instante de condução nem da forma de onda de corrente. A corrente no estator é, portanto, determinada pela forma da tensão induzida e pela impedância equivalente da carga no barramento CC. Do ponto de vista de controle, este atua apenas em estágios posteriores (como o conversor *boost*), não havendo atuação direta sobre corrente.

Segundo Rashid (2004) e Yazdani; Iravani (2010), topologias de retificação passiva apresentam baixo custo, elevada robustez, baixa complexidade de comutação e comportamento previsível. Essas características explicam por que a retificação passiva é amplamente utilizada em protótipos de geradores lineares e em estudos preliminares do FPLG, quando o foco se encontra no comportamento mecânico ou na dinâmica da combustão (Ngwaka *et al.*, 2023).

Nos trabalhos de Ma *et al.* (2025), a ponte a diodos é usada como caso de referência por representar o cenário mais simples de implementação: correntes com maior conteúdo harmônico, fator de potência reduzido e ondulação mais pronunciada no barramento CC, mas sem controle ativo e sem graus adicionais de liberdade na malha. No contexto do controle de deslocamento, essa característica é relevante, pois a retificação passiva não molda a corrente do gerador, mas o único elo de atuação permanece sendo o conversor CC-CC, o que preserva a relação direta entre comando e amortecimento eletromagnético e simplifica a análise e sintonia das estratégias propostas.

Em máquinas rotativas, as limitações da retificação passiva são tratadas usualmente com retificadores PWM e técnicas de controle vetorial (Liserre *et al.*, 2002), enquanto em geradores lineares recentes surgem técnicas de controle direto de potência (Lu *et al.*, 2014) e controle preditivo aplicado ao conversor (Bao *et al.*, 2014).

Portanto, quando o objetivo primário é o controle do deslocamento e da estabilidade do ciclo, a retificação passiva oferece um caminho mais direto; o amortecimento eletromagnético equivalente emerge naturalmente da relação entre força eletromagnética, impedância e extração de energia, sem a adição de malhas elétricas internas. Assim, para o foco desta dissertação, regular o curso via balanço energético, a retificação passiva fornece um meio suficiente e mais transparente de atuação, enquanto o uso de retificação controlada constitui extensão natural quando se pretende coordenar simultaneamente desempenho mecânico e qualidade da energia elétrica.

3.11 RETIFICAÇÃO CONTROLADA

Na retificação controlada, a ponte de diodos é substituída por dispositivos ativos (IGBTs ou MOSFETs) comandados segundo uma lei de controle. Essa substituição altera substancialmente o papel da interface elétrica, pois a corrente deixa de ser determinada apenas pela força eletromotriz induzida e pela impedância equivalente da carga e passa a ser regulada ativamente pelo conversor, o que permite moldar a transferência de potência do gerador para o barramento CC. Nesse contexto, estratégias como controle vetorial, controle direto de potência e controle preditivo permitem regular de forma independente as componentes ativa e reativa da potência, ajustar o fator de potência, estabilizar o barramento CC e reduzir conteúdo harmônico (Lu *et al.*, 2014; Bao *et al.*, 2014; Ma *et al.*, 2025).

No caso específico de geradores lineares e FPLGs, a literatura evidencia que a aplicação de retificadores ativos não pode ser tratada como simples adaptação das arquiteturas usadas em

máquinas rotativas. Em primeiro lugar, a força eletromotriz induzida no gerador linear apresenta amplitude e frequência fortemente variáveis ao longo do curso do pistão, uma vez que a velocidade do linor se anula nas inversões de movimento e atinge máximos nas proximidades do centro do curso, o que resulta em potência intrinsecamente pulsada mesmo em regime cíclico estabilizado (Lu *et al.*, 2014; Bao *et al.*, 2014; Ma *et al.*, 2025). Para lidar com essa característica, os estudos com FPLGs evitam hipóteses de regime quase estacionário e formulam o controle do conversor no referencial estacionário, com base em grandezas instantâneas de potência ativa e reativa. Em particular, Lu *et al.* (2014) modelam explicitamente o gerador linear carregado por um retificador ativo no referencial $\alpha\beta$ (obtido pela transformação de Clarke, que projeta as grandezas trifásicas em um sistema de coordenadas estacionário bidimensional) e empregam controle direto de potência para regular a tensão do barramento CC e impor fator de potência unitário, sem depender de uma frequência elétrica fixa. Bao *et al.* (2014), por sua vez, introduzem uma formulação preditiva do DPC (*Direct Power Control*, ou controle direto de potência) no lado do gerador linear, utilizando o modelo do sistema para antecipar a evolução da potência instantânea e selecionar o vetor de comutação do conversor de modo a mitigar atrasos e melhorar a resposta dinâmica frente às variações rápidas da força eletromotriz.

Em segundo lugar, devido ao caráter pulsado da potência mecânica e elétrica no FPLG, a literatura indica a necessidade de integrar explicitamente a regulação do barramento CC à regulação da potência ativa no lado CA. Lu *et al.* (2014) mostram que a tensão do barramento CC pode ser estabilizada por meio do controle direto da potência ativa extraída do gerador linear, mesmo sob excitação pulsada do pistão. De forma complementar, Ma *et al.* (2025) demonstram que a retificação PWM no lado do gerador, associada a reguladores baseados em modelo, reduz significativamente a ondulação de tensão no barramento CC em comparação com a retificação não controlada.

Em terceiro lugar, os trabalhos com FPLGs evidenciam que o retificador ativo deixa de atuar apenas como interface de condicionamento elétrico e passa a influenciar diretamente a dinâmica mecânica do sistema, uma vez que a força eletromagnética aplicada ao pistão depende da corrente imposta pelo conversor. Esse princípio também aparece em estudos com conversores lineares aplicados a dispositivos de energia das ondas, nos quais a regulação das correntes do estator é utilizada como meio direto de controle da força eletromagnética do gerador. Parwal *et al.* (2019), por exemplo, mostram que a força aplicada à parte móvel do gerador pode ser regulada por meio do controle da corrente no eixo q , evidenciando o papel do sistema de potência e do controle de corrente como mecanismo de atuação sobre a dinâmica

mecânica do sistema. Esse tipo de atuação direta sobre a força eletromagnética requer conversores controlados capazes de impor correntes ao gerador; em arquiteturas com retificação passiva, a corrente resulta da interação entre a força eletromotriz e a impedância da carga, o que limita a possibilidade de impor referências explícitas de força.

Lu *et al.* (2014) incorporam explicitamente o modelo do gerador linear e do retificador ativo em uma estrutura integrada de controle, na qual a regulação da potência ativa e reativa no lado elétrico é utilizada como meio indireto de atuação sobre a força eletromagnética, contribuindo para a estabilização do regime de oscilação do pistão. Esse tipo de acoplamento explícito entre os domínios elétrico e mecânico não é usual em aplicações com máquinas rotativas, nas quais o conversor é predominantemente projetado para regulação de tensão, corrente sob condições mais próximas do regime estacionário.

Por fim, a literatura recente destaca que as incertezas inerentes ao FPLG, em especial as variações associadas à combustão e à dinâmica não linear do pistão, impõem requisitos adicionais de robustez ao controle do retificador ativo. Ma *et al.* (2025) mostram que a combinação de retificação PWM com estratégias avançadas de controle baseadas em modelo permite manter a qualidade da potência elétrica mesmo sob incertezas significativas do sistema. De forma análoga, Bao *et al.* (2014) evidenciam que o uso de controle preditivo no lado do gerador linear melhora a capacidade do conversor de acompanhar referências de potência instantânea em cenários de variação rápida da força eletromotriz.

Em síntese, os estudos com FPLGs indicam que a adaptação da retificação ativa a máquinas lineares requer: (i) formulações de controle baseadas em grandezas instantâneas no referencial estacionário, em substituição a hipóteses de regime quase estacionário; (ii) integração explícita entre a regulação elétrica e a dinâmica mecânica do pistão; e (iii) o emprego de estratégias preditivas ou baseadas em modelo para lidar com potência pulsada e incertezas da combustão. Esses requisitos viabilizam ganhos expressivos em regulação do barramento CC, fator de potência e qualidade da energia. Por outro lado, aumentam significativamente a complexidade de modelagem, implementação e sintonia do subsistema elétrico em relação às arquiteturas consolidadas em máquinas rotativas (Lu *et al.*, 2014; Bao *et al.*, 2014; Ma *et al.*, 2025).

4 ESTRATÉGIAS DE CONTROLE

Este capítulo apresenta as estratégias de controle implementadas neste trabalho e explicita os procedimentos adotados para sua formulação, implementação e sintonia.

4.1 DEFINIÇÃO DAS ESTRATÉGIAS DE CONTROLE (S1, S2 E S3)

No gerador linear a pistão livre (FPLG), a operação segura exige que o curso permaneça dentro dos limites físicos do conjunto móvel. Como o curso não é imposto cinematicamente, o problema de controle consiste em regular variáveis que emergem dessa interação. A literatura recente evidencia que diferentes variáveis podem ser adotadas como referência de controle em sistemas de pistão livre, como amplitude, energia mecânica, velocidade máxima, frequência de oscilação ou potência extraída. Cada escolha implica compromissos distintos entre repetibilidade do ciclo, manutenção da ignição, segurança mecânica, extração de potência e robustez a perturbações da combustão. Não há uma estratégia universalmente superior, mas um conjunto de alternativas coerentes com diferentes objetivos operacionais.

Neste capítulo são apresentadas três estratégias que representam escolhas distintas dentro desse conjunto de possibilidades. A primeira controla a amplitude por detecção de pico e ação PI ciclo a ciclo, ajustando a extração eletromagnética para estabilizar o curso (S1). A segunda controla a energia mecânica, utilizando a estimativa instantânea de $E(t)$ para regular o excedente energético e estabilizar o regime oscilatório (S2). A terceira utiliza controle preditivo baseado em modelo (*Nonlinear Model Predictive Control* — NMPC), impondo restrições explícitas em curso, velocidade e ação de controle e otimizando a ação de controle ao longo do horizonte de predição (S3).

As três estratégias compartilham a mesma planta e a mesma excitação, diferem apenas na lei de controle. Em termos gerais, a dinâmica do sistema é descrita pela Equação 2 anteriormente apresentada. Esse modelo genérico estabelece a planta considerada independentemente de a lei de controle utilizar explicitamente o modelo dinâmico (como no caso do controle preditivo não linear) ou apenas medições do movimento (como nas abordagens baseadas em detecção de pico e em balanço de energia mecânica). A parametrização física do modelo, o perfil de combustão adotado e os detalhes da implementação numérica em ambiente MATLAB/Simulink são apresentados nas subseções seguintes, de modo a preservar a distinção entre a formulação teórica da planta e a configuração específica utilizada nas simulações.

4.2 MODELO DO GERADOR E PARÂMETROS ELÉTRICOS

O gerador linear foi modelado a partir dos parâmetros identificados experimentalmente e das caracterizações magnéticas obtidas previamente (Souza, 2024), com os parâmetros apresentados na Tabela 2:

Tabela 2 — Parâmetros geométricos, elétricos e de modelagem do gerador linear utilizados nas simulações

passo polar τ_p	40 mm
meia altura magnética τ_m	20 mm
número de espiras por fase N_{coil}	60
modelo harmônico com N_h	21 componentes ímpares
resistências e indutâncias:	$R_s = 0,2242 \, \Omega$ $R_L = 10$ $L_s = 0,86 \text{ mH}$ $L_f = 1 \text{ mH}$

Fonte: Souza, 2024.

Os coeficientes harmônicos (B_h , B_ϕ , dL_{pn}) foram obtidos a partir do mapa magnético proveniente do ANSYS, seguindo a decomposição espectral adotada em Souza (2024). A estrutura resultante parametriza a conversão eletromecânica para as três estratégias.

4.3 MODELO MECÂNICO E ELETRÔNICA DE POTÊNCIA

O domínio mecânico foi descrito como massa–mola:

$$m = 12,415 \text{ kg}$$

$$k = (2\pi f)^2 m$$

$$f = 20 \text{ Hz}$$

com amortecimento estrutural desprezado ($c \approx 0$). As condições iniciais utilizadas em todos os ensaios foram:

$$x_0 = 0$$

$$v_0 = 0$$

A conversão elétrica foi modelada explicitamente por retificador trifásico passivo a seis diodos seguido de conversor boost, cuja topologia é composta por indutor em série ($L_{\text{boost}} =$

100 mH), MOSFET comandado por sinal PWM com frequência de chaveamento $f_{sw} = 5$ kHz, diodo de roda-livre e capacitor de filtragem ($C_f = 820\mu\text{F}$) no barramento CC, alimentando uma carga resistiva $R_{carga} = 20\Omega$. Os parâmetros da eletrônica de potência estão reunidos na Tabela 3. Em todas as estratégias, o sinal de controle atua sobre o chaveamento do conversor boost, por meio da modulação do duty-cycle $g(t)$.

4.4 PERFIL DE COMBUSTÃO

A força de combustão $F_{comb}(t)$ foi aplicada como entrada exógena em todos os casos, reconstruída conforme descrito no Capítulo 3. O perfil utilizado para comparação entre estratégias seguiu três patamares sucessivos:

100% (0–2s),

50% (2–4s),

150% (4–5s)

Esse perfil é idêntico para S1, S2 e S3, garantindo análise comparativa consistente sob excitação variável.

4.5 AMBIENTE DE SIMULAÇÃO

As simulações foram realizadas em ambiente MATLAB/Simulink com período de amostragem $T_s = 2$ ms e duração total $T_{final} = 5$ s. O passo de 2 ms garante cerca de 25 amostras por ciclo mecânico a 20 Hz. A duração de 5 s é suficiente para observar partida, regime permanente e transientes nos três patamares de combustão.

A partir deste ponto, as estratégias serão referidas por S1, S2 e S3. As seções seguintes apresentam cada estratégia individualmente, discutindo fundamento, implementação e resultados.

4.6 ESTRATÉGIA S1 — CONTROLE DE AMPLITUDE VIA PI COM DETECÇÃO DE PICO (S1)

A planta controlada em S1 corresponde ao modelo dinâmico do pistão livre apresentado na Seção 3.7 (Equação 25), no qual o movimento é descrito pela interação entre a força de combustão $F_{comb}(x, t)$, a rigidez equivalente k , e o amortecimento eletromagnético $B_g(t)$. Os estados do sistema são a posição $x(t)$ e a velocidade $\dot{x}(t)$ do pistão. A variável manipulada é o amortecimento eletromagnético equivalente $B_g(t)$, convertido em duty-cycle $g(t)$ por meio da LUT identificada em malha aberta (Seção 3.6). A saída medida é o deslocamento $x(t)$, do qual

se extrai a amplitude de pico A_k utilizada como variável de realimentação. A combustão atua como perturbação externa não controlável.

A estratégia S1 baseia-se em um princípio de regulação por ciclo, no qual a amplitude do deslocamento é utilizada como variável de realimentação para estabilizar o movimento do pistão. Do ponto de vista teórico, essa abordagem não emprega explicitamente o modelo dinâmico contínuo da planta na síntese da lei de controle. Em vez disso, explora diretamente a propriedade física de balanço energético do ciclo: em regime sustentado, a energia injetada pela combustão deve se equilibrar com a energia extraída pelo gerador, resultando em um movimento periódico autossustentado.

A amplitude do deslocamento é uma variável crítica nesse processo. Primeiro, ela determina a compressão interna necessária à ignição, já que, sem curso suficiente, a pressão máxima não é atingida e a combustão não ocorre de forma estável. Segundo, ela deve respeitar limites mecânicos impostos pela geometria do cilindro e pelos batentes. Terceiro, ela está associada à energia cinética máxima do ciclo, pois maiores amplitudes tendem a resultar em maiores velocidades antes da reversão, o que impacta a potência mecânica disponível para extração eletromagnética. Esses três aspectos definem uma faixa admissível de operação, que relaciona segurança mecânica, funcionamento da combustão e geração de potência.

Controlar a amplitude é, portanto, uma forma indireta de regular o excedente energético do ciclo. Se a combustão fornece mais energia do que o necessário, o curso tende a crescer; se fornece menos, tende a decrescer. Diferentemente de estratégias baseadas em trajetória ou velocidade, S1 atua no domínio do ciclo, sem impor forma de onda ao deslocamento e sem sincronizar o controle com a combustão. A estratégia não busca impor a frequência do movimento; ela regula apenas a amplitude do deslocamento, permitindo que o período de oscilação resulte naturalmente da dinâmica do sistema.

Essa estratégia também não tem como objetivo explícito a otimização de energia ou potência, mas sim a contenção da amplitude de movimento e a manutenção da operação em condições estáveis e seguras. Nesse contexto, a detecção de pico é utilizada como um meio simples de extrair, a partir do sinal de deslocamento do pistão, apenas a informação correspondente ao valor máximo atingido em cada oscilação.

O deslocamento do linor é inicialmente convertido em um sinal elétrico, o qual é então processado por um circuito de detecção de pico composto por amplificador operacional, diodo e filtro RC. O papel desse circuito é eliminar a componente negativa da forma de onda e reter o valor máximo detectado, de modo que o sinal de saída passe a representar diretamente os

picos de deslocamento ao longo do tempo. Essa informação é então utilizada como entrada da malha de controle de amplitude.

Do ponto de vista do controle, o valor de pico detectado é comparado com a referência de deslocamento, e o erro resultante alimenta o compensador PI. A saída do PI comanda o conversor *boost* por meio da razão cíclica PWM, regulando a tensão de saída e, por consequência, a corrente no circuito do gerador. Como a força eletromagnética depende diretamente da corrente induzida, a atuação elétrica modifica a força de frenagem exercida sobre o pistão e, assim, influencia a amplitude do movimento. Desse modo, o controle do deslocamento não é realizado por imposição direta de trajetória, mas por meio da regulação da carga elétrica refletida sobre o sistema mecânico.

Essa estrutura apresenta algumas características operacionais importantes. Como a informação utilizada pelo controlador corresponde ao valor máximo do deslocamento detectado ao longo do ciclo, a atualização da ação de controle ocorre somente após a identificação desse pico. Em consequência, a correção introduzida pelo controlador passa a influenciar o movimento apenas nos ciclos subsequentes, caracterizando uma realimentação baseada na amplitude observada. Em vez de utilizar continuamente toda a trajetória do deslocamento, a malha passa a operar com base em uma medida resumida do curso máximo, o que simplifica a realimentação e reduz a complexidade do problema de controle. Além disso, como a frequência de oscilação não é imposta externamente, mas emerge da interação entre combustão, inércia, forças de restauração e carga elétrica, a estratégia permanece compatível com a natureza dinâmica do FPLG em regime permanente. Nessa configuração, o erro de controle é definido como a diferença entre a amplitude de deslocamento medida pelo detector de pico e o valor de referência estabelecido para o curso do pistão. Essa relação é expressa na Equação 33:

$$e_k = A_{ref} - A_k \quad (33)$$

onde A_{ref} é a referência de amplitude (constante positiva) e A_k é o curso observado no ciclo k . O controlador proporcional–integral atua sobre esse erro, gerando o comando escalar, posteriormente convertido em *duty-cycle* PWM aplicado ao chaveamento do conversor *boost*.

A seleção do PI para S1 é coerente com o objetivo da estratégia. A ação proporcional responde a desvios de amplitude entre ciclos consecutivos, enquanto a ação integral elimina erro estacionário decorrente de diferenças lentas no aporte de energia da combustão. A malha não requer ação derivativa, uma vez que o controle não intervém na dinâmica de curta duração e não corrige perturbações rápidas. O ajuste dos ganhos é realizado empiricamente até que o ciclo estabilize sem oscilações de segunda ordem e sem interferir na combustão.

O comando g , gerado pelo controlador PI a cada ciclo, atua no conversor *boost* associado ao gerador linear. O conversor regula a corrente trifásica aplicada ao estator, manipulando indiretamente a força eletromagnética de frenagem $F_{ger}(t)$. A manipulação de F_{ger} equivale à regulação do amortecimento eletromagnético B_g para o regime de velocidade instantâneo. Essa força realiza trabalho negativo ao longo do deslocamento, extraindo energia mecânica e convertendo-a em energia elétrica. A cadeia causal pode ser expressa como:

$$A_{ref} \rightarrow e_k \rightarrow PI \rightarrow g \rightarrow i_{abc}(t) \rightarrow F_{ger}(t) \rightarrow \Delta A_k$$

onde A_{ref} define o curso desejado e ΔA_k corresponde ao ajuste de amplitude resultante no ciclo k . A variável g é escalar e lenta; as variáveis $i_{abc}(t)$ e $F_{ger}(t)$ são contínuas e rápidas. A estratégia opera a partir da detecção dos extremos do movimento, enquanto a conversão eletromagnética ocorre continuamente no tempo. Essa diferença de escalas faz com que o controle não corrija o pico recém-detectado, mas passe a atuar após o ponto de reversão, influenciando principalmente a meia oscilação subsequente. Como $F_{ger}(t)$ depende tanto da posição quanto da velocidade, a extração de energia se concentra majoritariamente nos instantes em que a velocidade é maior. Aproximadamente, a potência instantânea extraída é dada pela Equação 34:

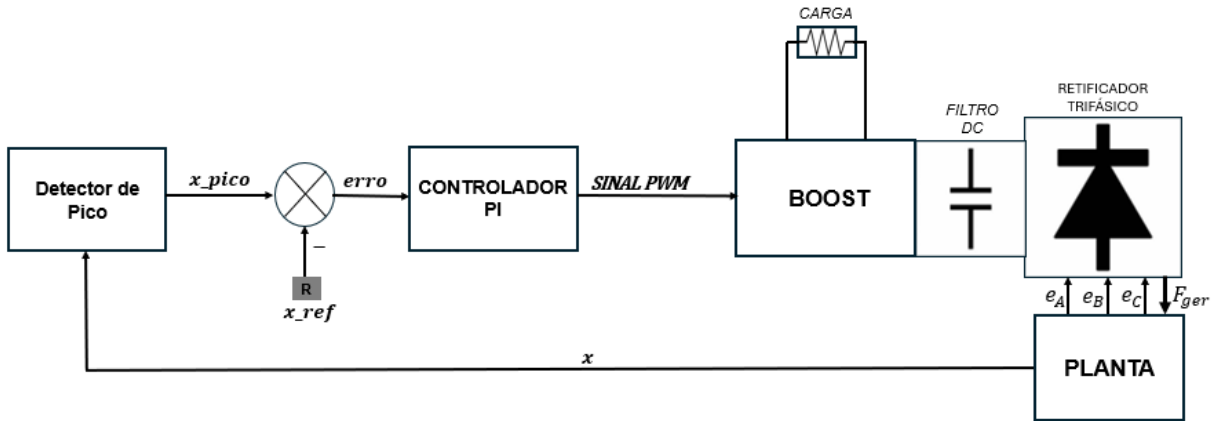
$$P_{ext}(t) = F_{ger}(t) \dot{x}(t) \quad (34)$$

e a energia extraída por ciclo é dada pela integral da Equação 35:

$$E_{ext}^{(k)} = \int_{t_k}^{t_{k+1}} F_{ger}(t) \dot{x}(t) dt \quad (35)$$

A Figura 4.1 apresenta o diagrama funcional da estratégia S1, evidenciando o uso da amplitude como variável regulada, a atuação ciclo a ciclo do PI sobre o comando g e a implementação física via conversor, corrente trifásica e EMF no fechamento energético do ciclo.

Figura 4.1. Diagrama funcional da estratégia S1.



Fonte: autora, 2026

Na Figura 4.1, o bloco PLANTA representa o modelo dinâmico do pistão descrito pela Equação 25, cuja função de transferência linearizada, da perturbação $D(s) = F_{\text{comb}}(s)$ para a saída $X(s)$, é dada por:

$$G(s) = \frac{X(s)}{D(s)} = \frac{1}{ms^2 + B_{eq}s + k} \quad (36)$$

onde $B_{eq} = c + B_g(t)$ é o amortecimento total, composto pela parcela estrutural e pelo amortecimento eletromagnético controlável.

Esse diagrama resume a estrutura da estratégia S1 e a separação natural de escalas do problema: a realimentação ocorre de forma discreta, a partir da detecção dos extremos do deslocamento, enquanto a extração eletromagnética atua continuamente ao longo do movimento por meio do chaveamento do conversor *boost*. Essa organização evidencia que o controle não impõe a forma temporal do movimento, mas regula apenas o nível de extração associado ao curso.

Em termos operacionais, S1 é robusta frente a variações lentas da combustão, pois corrige o curso antes que desvios se acumulem. Perturbações rápidas não são antecipadas nem observadas dentro do ciclo, mas a combustão real apresenta variabilidade tipicamente lenta em motores de pequena escala, o que favorece a eficácia da estratégia. Essa adequação explica por que abordagens baseadas em detecção de pico aparecem na literatura como soluções simples e funcionais para estabilizar o movimento em regime permanente.

As limitações de S1 decorrem do fato do controle não utilizar informação de velocidade, não atuar no domínio energético, não antecipar perturbações, não impor limites explícitos de

posição ou potência instantânea e operar com latência mínima de um ciclo. Ainda assim, essas limitações são coerentes com sua proposta, que é uma estratégia de estabilização segura, que fornece uma referência física de operação estável do FPLG.

Neste capítulo, a abordagem S1 mostra que o regime cíclico pode ser estabilizado por meio do controle da amplitude do deslocamento do pistão; serve como referência para a comparação com as demais estratégias; e ajuda a explicitar a relação entre amplitude, energia mecânica e potência extraída, preparando o terreno para as abordagens S2 (energia) e S3 (preditiva).

4.6.1 Implementação da estratégia S1

Conforme apresentado, a estratégia S1 foi implementada com foco na regulação da amplitude do movimento do linor, utilizando a máxima posição alcançada em cada ciclo como variável controlada. A amplitude máxima (x_{pico}) é obtida por meio de um detector de pico que converte o deslocamento em um sinal elétrico com ganho de 10 mm/V. Esse tipo de circuito é um recurso clássico da eletrônica analógica para extração de valores máximos de sinais periódicos. O sinal é inicialmente aplicado a um amplificador operacional operando como buffer, de modo a desacoplar o sensor de posição do circuito de detecção. Em seguida, um estágio com diodo e filtro RC armazena o valor máximo atingido em cada ciclo. O conjunto resistor–capacitor ($R = 2,2 \text{ k}\Omega$ e $C = 1,1 \text{ }\mu\text{F}$) define o tempo de retenção do pico e atua como filtragem de alta frequência, de forma que pequenas flutuações de medição não sejam interpretadas como variações reais de amplitude.

O erro de controle alimenta um controlador proporcional–integral (PI) ajustado empiricamente, com parâmetros $K_p = 0,1$ e $T_i = 0,08$. A escolha desses parâmetros foi orientada por critérios de desempenho em regime permanente e transitório: ganhos proporcionais mais elevados resultaram em convergência mais rápida da amplitude, porém com oscilações excessivas e maior modulação do comando; ganhos integrais mais agressivos reduziram o erro estacionário, mas induziram instabilidades ciclo a ciclo em cenários de variação abrupta da força de combustão. Os valores adotados representam um compromisso entre velocidade de convergência da amplitude, limitação de *overshoot* nos extremos de curso e suavidade da ação de controle, preservando a frequência emergente do sistema, que não é imposta pelo controlador, mas determinada pelo balanço energético do ciclo.

A referência de amplitude não é aplicada de forma abrupta no início da simulação. Utiliza-se uma rampa exponencial suave para elevar x_{ref} a partir de zero, com atraso inicial

$t_{\text{habilita}} = 0,2$ s e constante de tempo $\tau = 0,15$ s. Essa escolha visa reduzir transientes iniciais excessivos, evitar saturação do atuador e permitir que o regime oscilatório se estabeleça progressivamente. O valor de τ foi definido de modo que a referência alcance o patamar nominal ao longo de aproximadamente um ciclo mecânico.

O sinal de controle calculado pelo PI define o ciclo de trabalho de uma modulação PWM triangular que comanda o conversor *boost*. Por meio da modulação do *duty-cycle*, a eletrônica de potência ajusta a impedância elétrica equivalente vista pelo gerador linear e, conseqüentemente, o nível de amortecimento eletromagnético aplicado ao pistão. Assim, a parametrização do controlador PI e da rampa de referência define diretamente o compromisso entre rapidez de correção do curso, suavidade da ação de controle e robustez frente a variações da excitação por combustão. Os resultados e as análises da implementação dessa estratégia são apresentados e discutidos em detalhe no Capítulo 5.

4.7 ESTRATÉGIA 2 — CONTROLE BASEADO EM ENERGIA MECÂNICA (S2)

A estratégia S2 usa o balanço de energia mecânica do ciclo como base de controle. Diferentemente de S1, que não utiliza um modelo dinâmico explícito, S2 explora diretamente a relação entre energia cinética, energia potencial elástica e potência injetada e extraída ao longo do movimento oscilatório, sem resolver as equações diferenciais de segunda ordem da dinâmica do pistão (Tom; Yeung, 2014; Son; Yeung, 2017).

No FPLG, a amplitude do deslocamento reflete diretamente o nível energético do ciclo: regular a energia mecânica equivale, em regime, a regular o curso. Embora existam injeções e dissipações de energia ao longo do ciclo, essa relação permanece válida o suficiente para permitir a regulação indireta do curso por meio da energia mecânica total.

A relevância da abordagem energética está no fato de que a amplitude do deslocamento é consequência direta do balanço entre potência injetada e extraída, conforme descrito pelas Equações 4–7. Controlar esse balanço equivale, portanto, a controlar o curso de forma indireta. A motivação para controlar energia como alternativa ao controle de amplitude decorre de três observações sobre a dinâmica do FPLG:

- a combustão é fonte cíclica de energia com intensidade e coerência variáveis;
- a extração eletromagnética é um dissipador controlável que realiza trabalho negativo proporcional à velocidade;

- a amplitude é consequência do balanço energético, variável dependente, não independente.

Sabendo que a relação entre energia e amplitude pode ser ilustrada considerando o instante de reversão do movimento, entende-se que próximo ao pico de deslocamento, a velocidade é mínima e a energia cinética é praticamente nula. Nessa condição, toda a energia mecânica se encontra armazenada na forma de energia potencial. Para um movimento aproximadamente harmônico vale a relação da Equação 36:

$$E_{max} \approx \frac{1}{2} k A^2 \quad (37)$$

com A representando a amplitude do curso. Essa aproximação evidencia a proporcionalidade entre energia e amplitude ao quadrado, de modo que regular E equivale, em média e em regime, a regular A .

Essa equivalência, entretanto, não é exata em transientes e em regimes afastados do formato senoidal ideal. No FPLG real, a combustão e a compressão dos gases introduzem não linearidades que afetam a forma do ciclo e, portanto, a relação entre E e A . Ainda assim, do ponto de vista de controle, a energia permanece a variável fisicamente correta, pois captura o estado completo do ciclo e não apenas a amplitude do movimento.

O controle energético pode ser entendido a partir da derivada temporal de $E(t)$. Derivando a Equação (1) e substituindo as equações de movimento, obtém-se a Equação 37:

$$\dot{E}(t) = F_{comb}(t) v(t) - B_g(t) v^2(t) \quad (38)$$

onde:

$F_{comb}(t)$ — força fornecida pela combustão (N)

$B_g(t)$ — amortecimento eletromagnético equivalente (N·s/m)

Para fins de controle, considera-se um amortecimento equivalente da Equação 38:

$$B_{eq} = c + B_g \quad (39)$$

Na formulação desta dissertação, B_g já representa esse amortecimento equivalente, o que permite escrever o termo dissipativo apenas como $B_g v^2$. A derivada de E evidencia que o sistema opera como um balanço entre potência injetada pela combustão e potência extraída pelo gerador linear, sendo a extração realizada por trabalho negativo da força eletromagnética oposta à velocidade. Em regime periódico e estável, a média temporal da derivada da energia deve se anular, de modo que valha a Equação 39:

$$\langle P_{comb} \rangle = \langle P_{ext} \rangle \quad (40)$$

Essa condição caracteriza o regime estacionário do ciclo e constitui a base física da estratégia S2, que foca em ajustar $B_g(t)$ para que o balanço médio entre P_{comb} e P_{ext} se estabilize no nível desejado, assim, o sistema atinge um regime de operação no qual a amplitude e a frequência emergem naturalmente, sem imposição direta.

Para regular o regime, define-se uma energia de referência E_{ref} , correspondente ao curso desejado A_{ref} . A partir da aproximação harmônica da Equação 40:

$$E_{ref} \approx \frac{1}{2} k A_{ref}^2 \quad (41)$$

Embora aproximada, essa relação é suficiente para estabelecer uma referência operativa, já que o controle energético não exige rastreamento instantâneo, mas convergência ciclo a ciclo. Uma escolha adequada de E_{ref} permite assegurar simultaneamente:

- energia suficiente para compressão e ignição,
- curso inferior ao limite mecânico, e
- potência mecânica disponível para extração eletromagnética.

A lei de controle utilizada em S2 é do tipo PI escalar, atuando sobre o erro energético demonstrado na Equação 41:

$$e(t) = E_{ref} - E(t) \quad (42)$$

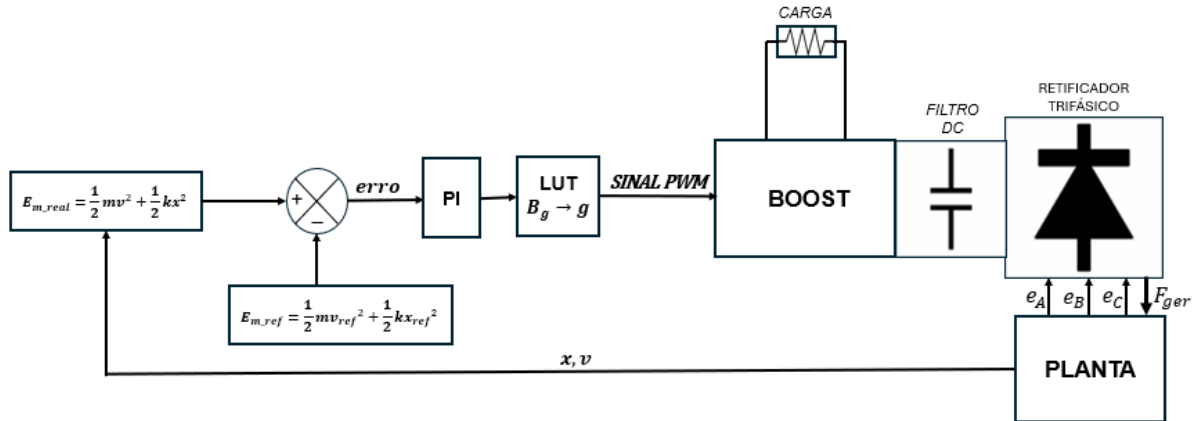
A ação de controle define o amortecimento eletromagnético equivalente da Equação 42:

$$B_g(t) = K_p e(t) + K_i \int e(\tau) d\tau \quad (43)$$

Em que τ é a variável de integração e representa o tempo passado; o termo $\int e(\tau) d\tau$ modela o acúmulo do erro ao longo dos ciclos anteriores. Os ganhos K_p e K_i são ajustados de forma empírica, a partir de testes em simulação, buscando uma combinação que produza regime estacionário estável sem oscilações excessivas e com convergência energética ciclo a ciclo. Na prática, valores mais elevados de K_p aceleram a correção de desvios energéticos, enquanto K_i elimina erros residuais em regime.

A Figura 4.2 apresenta o diagrama funcional da estratégia S2, que regula a energia mecânica por meio do PI e implementa o amortecimento eletromagnético via LUT e conversor:

Figura 4.2. Diagrama de atuação da estratégia S2.



Fonte: autora, 2026

O diagrama evidencia que S2 desloca o problema para o domínio energético, tomando a energia mecânica total como variável regulada. A atuação física do amortecimento eletromagnético ocorre pela corrente trifásica aplicada ao estator, modulada pelo conversor eletrônico que intermedia o controlador e a máquina. Assim, o mapeamento $B_g \rightarrow \text{Força} \rightarrow \text{corrente} \rightarrow \text{duty}$ constitui uma cadeia causal consistente, em que aumentos no comando resultam em aumentos correspondentes nas grandezas intermediárias, embora de forma não linear.

Como discutido em seção anterior, a relação entre B_g e g foi capturada por meio da *look-up table* experimental que associa o comando normalizado $g \in [0,1]$ ao amortecimento equivalente $B_g = \text{LUT}(g)$. O comando g é limitado ao intervalo operativo do conversor e convertido em razão cíclica do PWM que aciona o *boost*, fechando o elo entre o controle energético e a força eletromagnética de frenagem. A LUT torna S2 coerente com a planta real, na qual a força eletromagnética depende de corrente, posição e velocidade. Ao incorporar essa relação experimental, a estratégia S2 utiliza uma caracterização eletromecânica mais fiel do gerador, o que é particularmente importante sob combustão variável, pois o desempenho passa a depender de um balanço energético que represente o comportamento real do sistema, e não apenas parâmetros nominais.

A combustão é a principal fonte de incerteza no FPLG, não apenas por variar em amplitude, mas por alterar a coerência do ciclo. Estratégias contínuas tendem a exigir informação estruturada sobre a excitação, (fase, forma ou frequência) e podem ser sensíveis a perturbações rápidas, sobretudo em sistemas ressonantes excitados externamente (Zhao *et al.*, 2022; Cheng *et al.*, 2024; Ngwaka *et al.*, 2023; Tom; Yeung, 2014). S2 evita esses requisitos e

opera ciclo a ciclo, o que confere robustez natural a variações lentas ou moderadas de energia da combustão.

Como o controle atua sobre a energia do ciclo, e essa energia se modifica principalmente entre ciclos consecutivos, pequenas variações dentro do ciclo são naturalmente suavizadas pela dinâmica do sistema. Assim, o controlador reage ao excesso ou à falta de energia acumulada no ciclo, e não às variações instantâneas da força, caracterizando S2 como uma estratégia de estabilização do regime de operação, e não de acompanhamento detalhado do movimento.

O controle energético de S2 produz um regime oscilatório fisicamente consistente, com a ação sobre B_g modulando a dissipação mecânica em função da energia acumulada, fazendo com que a extração eletromagnética ocorra preferencialmente nos instantes de maior velocidade, quando existe potência mecânica disponível para conversão (Vermaak; Kamper, 2011; Tom; Yeung, 2014). Esse mecanismo preserva a transferência natural de energia da combustão para o gerador, assegurando que a estabilização do regime não seja obtida à custa de perdas eletromecânicas ou imposições cinemáticas.

Do ponto de vista funcional, a estratégia S2 apresenta méritos operacionais relevantes, pois permite operação próxima à ressonância, regula a amplitude e a frequência emergente por meio de uma única variável escalar e opera com baixo esforço computacional, sem necessidade de observadores, predição ou sincronização com o ciclo térmico.

Entretanto, as limitações de S2 aparecem com clareza quando se analisam variáveis internas do ciclo. Como o controle atua sobre a energia total, e não sobre a trajetória, S2 não controla diretamente velocidade nem forma temporal do deslocamento. Isso significa que S2 estabiliza o regime, mas não necessariamente o otimiza. Em particular, não há garantia de alinhamento entre combustão e extração, nem de operação em ressonância mecânica ótima, o que abre espaço para ganhos adicionais de potência caso o alinhamento fasorial fosse promovido.

Do ponto de vista elétrico, o ciclo energético estabilizado por S2 não suaviza a distribuição temporal da potência eletromecânica. A extração de potência $P_{\text{ext}}(t) = B_g v^2(t)$ permanece concentrada em curtos intervalos do ciclo, próximos aos picos de velocidade, o que resulta em um barramento CC com ondulação mais pronunciada. Além disso, a frequência mecânica emergente sob S2 tende a ser levemente inferior, deslocando a frequência dominante do *ripple* para valores mais baixos e reduzindo a eficácia da filtragem passiva. Assim, o *ripple* observado na tensão CC é uma consequência dinâmica da estratégia de controle, e não uma limitação da arquitetura elétrica. Outra limitação reside na ausência de restrições explícitas no

espaço de estados. S2 não impõe limites diretos sobre x ou v ; a segurança mecânica depende do ajuste de E_{ref} e da capacidade do PI em corrigir excedentes energéticos antes que resultem em violações de curso.

Em síntese, S2 desloca o problema do domínio geométrico para o domínio energético, estabilizando o ciclo autossustentado com simplicidade computacional e robustez frente a variações de combustão. Sua limitação principal está na ausência de otimização fasorial e de restrições explícitas, além de não suavizar a distribuição temporal da potência elétrica.

4.7.1 Implementação da abordagem S2

A implementação da estratégia S2 foi realizada em ambiente MATLAB/Simulink utilizando um controlador PI contínuo operando sobre a energia mecânica instantânea. O curso nominal de referência adotado para o regime sustentado foi $x_{\text{ref}} = 40$ mm. A energia mecânica de referência utilizada pelo controlador foi obtida a partir da componente potencial no instante de reversão calculando-se E_{ref} com os seguintes parâmetros:

$$k = (2\pi f)^2 m;$$

$$m = 12,415 \text{ kg},$$

$$f = 20 \text{ Hz},$$

$$x_{\text{ref}} = 0,04 \text{ m},$$

Resultando em:

$$E_{\text{ref}} \approx 156,8 \text{ J}$$

O valor de k foi estimado a partir da frequência nominal de 20 Hz, utilizada como referência para caracterizar a rigidez equivalente do sistema. Como a frequência de oscilação do FPLG pode variar com as condições de operação, esse valor é mantido fixo no cálculo de E_{ref} , que passa a representar o nível de energia de referência associado ao curso desejado.

A energia mecânica instantânea é calculada a partir das medições de deslocamento e velocidade, e o erro energético $e(t) = E_{\text{ref}} - E_{\text{mec}}(t)$ alimenta um bloco PI configurado com:

$$P = -1,2$$

$$I = 0,07$$

Assim, quando a energia mecânica instantânea excede a referência, tem-se $e(t) < 0$. Como o aumento de B_g implica maior amortecimento eletromagnético e, portanto, maior extração de energia mecânica, adota-se $K_p < 0$ para que a ação proporcional ocorra no sentido físico desejado. A ação integral atua acumulando o erro energético ao longo do tempo, contribuindo para eliminar desvios persistentes em relação à referência. A saída do PI atua como comando de amortecimento e é limitada à faixa física da LUT experimental:

$$B_{g,min} = 17,898 \text{ Ns/m}$$

$$B_{g,max} = 1693,6 \text{ Ns/m}$$

mantendo coerência com o amortecimento eletromagnético equivalente identificado para o gerador. Não foram utilizados mecanismos adicionais de suavização, rampa ou filtragem no laço de controle em nenhuma etapa.

Após a saturação, o sinal $B_g(t)$ é convertido em comando normalizado $g(t) \in [0,1]$ por meio da LUT experimental $B_g \mapsto g$, previamente caracterizada, e aplicado ao conversor *boost* responsável por modular a corrente trifásica através do gerador. A eletrônica de potência foi modelada explicitamente tal qual na abordagem anterior.

A combustão $F_{comb}(t)$ foi aplicada como força exógena no domínio mecânico, sem fornecimento ao controlador e sem antecipação. Essa escolha preserva o caráter estritamente energético da abordagem e é coerente com o fato de que S2 regula o balanço entre energia mecânica acumulada e energia extraída, operando em tempo contínuo e sem impor trajetória $x_{ref}(t)$. O desempenho dessa abordagem e seus efeitos sobre o comportamento do sistema são examinados de forma detalhada no Capítulo 5.

4.8 ESTRATÉGIA S3 — CONTROLE PREDITIVO NÃO LINEAR (NMPC)

A estratégia S3 baseia-se no uso de Controle Preditivo Não Linear (NMPC do inglês *Nonlinear Model Predictive Control*), uma técnica de controle avançado que calcula a ação manipulada resolvendo, a cada instante, um problema de otimização em horizonte de tempo finito. O NMPC utiliza como base o modelo mecânico do conjunto composto por pistão e linor, representado como um sistema massa–mola–amortecimento excitado pela força de combustão, no qual o efeito do gerador linear é incorporado por meio de um amortecimento eletromagnético equivalente.

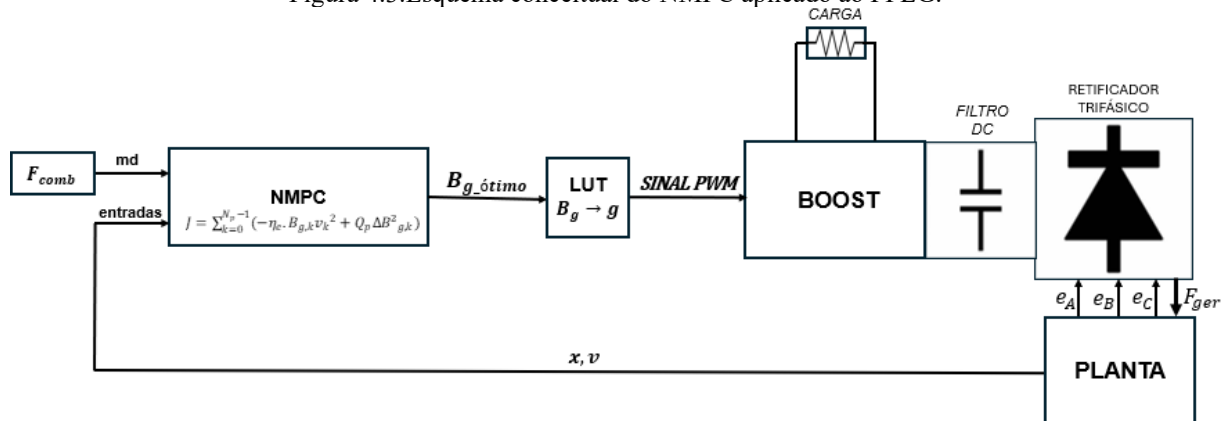
A cada instante, calcula a sequência de valores de amortecimento que melhor atende aos objetivos e restrições definidos e aplica apenas o primeiro valor; no passo seguinte, o procedimento é repetido com o estado atualizado. Esse problema incorpora critérios de desempenho, incluindo penalizações e restrições físicas.

No contexto do FPLG, o NMPC é particularmente atraente por permitir formular explicitamente objetivos energéticos e de curso, ao mesmo tempo em que impõe limites operacionais ao deslocamento e ao amortecimento eletromagnético. A solução resultante não reage apenas ao estado atual, mas antecipa a evolução futura do sistema, ajustando a extração de potência com antecedência.

O uso de NMPC no FPLG é motivado por características próprias desse sistema. O gerador linear opera como um oscilador livre, cujo movimento resulta do balanço energético entre combustão e extração eletromagnética. Ao mesmo tempo, a operação é limitada por restrições físicas, como o curso máximo do pistão, a compressão mínima necessária à ignição e limites associados à força eletromagnética do gerador. Além disso, a dinâmica do sistema é não linear: a combustão ocorre de forma assimétrica, a força eletromagnética depende da posição e da velocidade do pistão e a energia mecânica é redistribuída a cada ciclo. Nesse contexto, o NMPC surge como uma abordagem que permite antecipar a evolução do sistema ao longo de um horizonte de predição e ajustar o amortecimento eletromagnético de forma prospectiva, diferentemente de estratégias que atuam apenas após a manifestação do erro (Camacho; Bordons, 2004).

Dentro desse cenário da estratégia S3, o NMPC não busca impor uma trajetória senoidal e não fixa a frequência do movimento. Assim como em S1 e S2, a frequência permanece variável emergente, dependente do balanço energético. A diferença está na forma de regulação, uma vez que S3 modula a evolução predita dos estados dentro do horizonte para ajustar a extração eletromagnética, enquanto garante que o deslocamento permaneça dentro de uma faixa segura. Neste trabalho, essa faixa é associada a um curso de aproximadamente ± 40 mm, implementado indiretamente por penalizações quando $|x|$ sai da banda $[0,030; 0,042]$ m e pelas restrições de posição. A Figura 4.3 apresenta o diagrama funcional da estratégia S3, destacando o fluxo entre o estado do sistema, a perturbação medida (combustão), o NMPC, o cálculo de B_g , a implementação via LUT e conversor, e o fechamento da malha sobre o deslocamento e a velocidade.

Figura 4.3. Esquema conceitual do NMPC aplicado ao FPLG.



Fonte: autora, 2026

Observa-se que o NMPC recebe o estado mecânico e a combustão como perturbação medida, calcula o comando B_g ótimo a cada instante e o implementa fisicamente por meio da LUT e do conversor, que modulam a extração eletromagnética ao longo do ciclo.

Apesar das vantagens conceituais, o uso de NMPC no FPLG não é de simples implementação. A formulação completa do problema requer definição muito precisa do modelo preditivo; escolha dos estados e do manipulador; especificação da função custo; seleção do horizonte de predição; definição das restrições mecânicas e eletromagnéticas; e parametrização numérica do solver de otimização.

No presente trabalho, S3 foi implementada com um modelo de predição simplificado que descreve a dinâmica mecânica do FPLG com dois estados (posição e velocidade), um manipulador (coeficiente eletromagnético B_g) e uma perturbação medida (combustão). A formulação adotada busca servir como aproximação para avaliar o potencial do NMPC na estabilização do regime e no cumprimento de limites físicos. Essa escolha é coerente com o objetivo central deste trabalho, que é comparar estratégias de controle aplicáveis ao FPLG e avaliar sua viabilidade, sem esgotar as possibilidades do NMPC. Essa implementação representa uma primeira formulação funcional, suficiente para validar o uso do preditivo na maximização de potência sob restrições de movimento. Desenvolver um NMPC mais abrangente, incorporando otimização energética detalhada, restrições sobre potência instantânea, dinâmica do conversor, sincronização com a ignição e modelagem mais rica da combustão, demandaria um estudo dedicado e um processo sistemático de ajuste de horizontes, pesos e restrições, o que caracteriza um trabalho específico nesse tipo de controle. Nesse contexto, apresenta-se a seguir a formulação do NMPC adotada neste trabalho, incluindo as

variáveis de controle e de estado, o horizonte de predição, o custo, as restrições e os elementos necessários para sua implementação no FPLG.

Dado que o desempenho do NMPC depende diretamente da fidelidade do modelo de predição empregado, é importante abordar a forma da equação não linear utilizada para representar a dinâmica do FPLG nesta aplicação. A representação adotada nessa abordagem constitui uma aproximação do comportamento físico real do sistema, suficiente para capturar o balanço energético essencial do ciclo e as restrições mecânicas relevantes ao problema de controle, ainda que não represente de forma completa a dinâmica eletromagnética do gerador e da eletrônica de potência. A seguir, essa formulação é apresentada de forma explícita e utilizada como modelo de predição do NMPC.

4.8.1 Formulação do problema de controle preditivo

No contexto do gerador linear a pistão livre, a formulação do problema de controle preditivo se traduz no uso de um modelo mecânico do conjunto composto por pistão e linor para antecipar a evolução do deslocamento e da velocidade sob diferentes perfis de amortecimento eletromagnético, considerando a força de combustão como perturbação medida. Após a definição do modelo de predição, estabelece-se a função custo que organiza os objetivos do controle, como extração de potência, respeito aos limites de curso e suavidade do comando e, a cada iteração, o otimizador calcula a sequência de amortecimentos que melhor atende a esses critérios, da qual apenas o primeiro valor é aplicado ao sistema. Assim, o uso do NMPC no FPLG requer a definição do modelo de predição, da função custo e das restrições físicas que limitam a operação do sistema.

No modelo adotado, em que o conjunto composto por pistão e linor é representado por um oscilador massa–mola com amortecimento viscoso e amortecimento eletromagnético equivalente, preserva-se o balanço energético essencial do ciclo e os limites mecânicos relevantes ao controle, ainda que não se descreva de forma completa a dinâmica eletromagnética do gerador e da eletrônica de potência. O manipulador disponível é o coeficiente de amortecimento eletromagnético equivalente B_g , associado à força de frenagem aplicada pelo gerador. O modelo adotado descreve a dinâmica mecânica do FPLG com dois estados:

$$\begin{aligned} x(t) & \text{ (deslocamento),} \\ \dot{x}(t) & \text{ (velocidade)} \end{aligned}$$

A escolha desses estados é coerente com a natureza oscilatória do sistema e suficiente para capturar o balanço energético ao longo do ciclo. A entrada manipulada é apresentada na Equação 44:

$$u(t) = B_g(t) \quad (44)$$

representando a intensidade da frenagem eletromagnética. A combustão é incluída como perturbação medida, conforme a Equação 45:

$$d(t) = F_{comb}(t) \quad (45)$$

onde $F_{comb}(t)$ é a força de combustão calculada previamente e fornecida ao modelo. A dinâmica do sistema pode ser escrita como na Equação 46:

$$m\ddot{x}(t) = F_{comb}(t) - kx(t) - c\dot{x}(t) - F_{ger}(x, \dot{x}, u) \quad (46)$$

onde:

m é a massa efetiva do conjunto móvel,

k é a rigidez da mola interna,

c é o amortecimento mecânico viscoso,

F_{ger} é a força eletromagnética.

Considerando a aproximação adotada para a força eletromagnética, (Equação 8), o modelo utilizado pelo preditor do NMPC pode ser escrito explicitamente como na Equação 47:

$$m\ddot{x}(t) + (c + B_g(t))\dot{x}(t) + kx(t) = F_{comb}(t). \quad (47)$$

A Equação (47) define o modelo utilizado pelo preditor do NMPC nesta dissertação. Trata-se de uma representação simplificada da dinâmica do sistema, construída para capturar o comportamento dominante do FPLG sem incorporar toda a complexidade da máquina elétrica e do conversor. O termo c representa o amortecimento mecânico fixo. Já a força eletromagnética, que na máquina real depende da posição, da corrente e dos parâmetros eletromagnéticos, é representada aqui por um termo proporcional à velocidade, $B_g\dot{x}$. Essa escolha preserva o papel do gerador como elemento de extração de energia, maior extração para maiores velocidades, ao mesmo tempo em que mantém o modelo tratável para o preditor. Com isso, não são modelados explicitamente efeitos como a dinâmica elétrica do gerador, o chaveamento do conversor ou a variação espacial do fluxo magnético. Esses efeitos ficam incorporados de forma indireta na relação entre o comando aplicado e o amortecimento equivalente.

Mesmo com essa simplificação, o modelo não é linear do ponto de vista do controle. A não linearidade aparece principalmente pela forma da força de combustão, que depende da

posição e do sentido do movimento, e pelo fato de o controle atuar diretamente sobre o termo de amortecimento, alterando o balanço de energia ao longo do ciclo. Além disso, a potência extraída depende de $B_g \dot{x}^2$, o que reforça o acoplamento entre estado e atuação.

Na implementação, esse modelo é codificado na função de dinâmica de estados fornecida ao bloco *Nonlinear MPC* do Simulink. A cada passo de controle, o otimizador simula a evolução futura de $x(t)$ e $\dot{x}(t)$ sob diferentes sequências candidatas de $B_g(t)$, considerando a força de combustão como perturbação medida. No bloco NMPC, o preditor recebe como entrada o vetor $[u \ d]$, em que $u = B_g$ é a variável manipulada e $d = F_{\text{comb}}$ é a perturbação medida.

Para que esse modelo possa ser utilizado no processo de predição ao longo do horizonte, é necessária sua discretização no tempo. Considerando um período de amostragem T_s , o modelo contínuo apresentado é convertido para a forma discreta utilizada pelo preditor do NMPC. No bloco *Nonlinear MPC*, essa discretização é realizada internamente a partir da função de estados contínua. Assim, obtêm-se as Equações (48) e (49):

$$x_{k+1} = x_k + T_s \dot{x}_k \quad (48)$$

$$\dot{x}_{k+1} = \dot{x}_k + T_s \frac{1}{m} (F_{\text{comb},k} - kx_k - c\dot{x}_k - B_{g,k}\dot{x}_k) \quad (49)$$

onde k é o índice de amostragem, $F_{\text{comb},k}$ é a força de combustão e $B_{g,k}$ é o amortecimento eletromagnético equivalente no instante k . Esse modelo define o preditor do NMPC, dado $(x_k, \dot{x}_k)$, o manipulador B_g e F_{comb} , o controlador gera uma previsão da trajetória ao longo de um horizonte de predição N_p . O solver empregado foi o método SQP (*Sequential Quadratic Programming*), adequado para problemas não lineares com restrições. A cada amostra k , o NMPC resolve a Equação 50:

$$u_k^* = \arg \min J \quad (50)$$

O valor aplicado ao sistema não é a sequência completa $u_k^*, u_{k+1}^*, \dots$, mas apenas o primeiro termo, procedimento conhecido como aplica e recalcula, característico de MPC.

A formulação do problema de controle preditivo pode ser explicitada introduzindo-se as sequências de estados e entradas futuras ao longo do horizonte de predição. Considerando o vetor de estados formado pela posição e pela velocidade, a evolução futura do sistema ao longo do horizonte N_p é representada pela Equação 51:

$$X_k = \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \dot{x}_{k+1} \\ \vdots \\ x_{k+N_p} \\ \dot{x}_{k+N_p} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2N_p} \quad (51)$$

De forma análoga, define-se a sequência de variáveis manipuladas ao longo do horizonte de controle $N_c \leq N_p$ pela Equação 52:

$$U_k = \begin{bmatrix} B_{g,k} \\ B_{g,k+1} \\ \vdots \\ B_{g,k+N_c-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N_c} \quad (52)$$

Para instantes além do horizonte de controle, considera-se que o amortecimento eletromagnético permanece constante, assumindo o último valor definido pelo controlador. A dinâmica do sistema é propagada ao longo do horizonte a partir do estado atual $(x_k, \dot{x}_k)$, utilizando o modelo não linear definido nas Equações (48–49), considerando a força de combustão como perturbação medida.

O problema de otimização resolvido a cada instante de amostragem pode então ser escrito como na Equação 53:

$$U_k^* = \arg \min_{U_k} J(X_k, U_k) \quad (53)$$

sujeito às restrições:

$$\begin{aligned} B_{g,\min} &\leq B_{g,k+i} \leq B_{g,\max}, i = 0, \dots, N_c - 1 \\ x_{\min} &\leq x_{k+i} \leq x_{\max}, i = 1, \dots, N_p \end{aligned}$$

Nesta formulação, o número total de variáveis de decisão é N_c , enquanto o número de estados previstos ao longo do horizonte é $2N_p$. Para os parâmetros adotados neste trabalho ($N_p = 30, N_c = 15$), o problema envolve a predição de 60 estados futuros e a otimização de 15 variáveis de controle a cada instante de amostragem.

Embora uma sequência completa de controle seja obtida, apenas o primeiro elemento $B_{g,k}^*$ é aplicado à planta. No instante seguinte, o problema é resolvido novamente com base no estado atualizado, caracterizando o princípio do horizonte deslizante.

A parametrização temporal desempenha papel determinante na viabilidade computacional. O FPLG apresenta dinâmica oscilatória com período de alguns milissegundos,

enquanto o solver possui custo de cálculo não desprezível. Portanto, o período de amostragem T_s foi escolhido por compromisso entre fidelidade dinâmica e tempo de processamento, valores muito pequenos reduzem erros de discretização, mas aumentam a carga computacional; valores muito grandes reduzem a capacidade de antecipação da dinâmica.

Para o NMPC minimizar uma função custo que representasse um compromisso entre extração de potência, segurança mecânica e suavidade do comando, o presente trabalho adotou uma formulação econômica, na qual:

- um termo de energia premia a extração mecânica pelo gerador, modelada pela potência instantânea proporcional a $B_g v^2$;
- termos de penalização em posição atuam quando o módulo do deslocamento sai da banda $[0,030; 0,042]$ m, supervalorizando tanto a falta de curso para ignição ($|x| < 30$ mm) quanto a aproximação excessiva dos batentes ($|x| > 42$ mm);
- termos de suavização penalizam ΔB_g e $\Delta^2 B_g$, além de um termo cruzado ponderado por Q_p que combina variação de comando e velocidade.

Em notação compacta, o custo total ao longo do horizonte pode ser entendido como a Equação 54:

$$J = \sum_{i=0}^{N_p} [-\eta_e B_{g,k+i} v_{k+i}^2 + J_{\text{pos}}(x_{k+i}) + \lambda_{\Delta U} (\Delta B_{g,k+i})^2 + \lambda_{\Delta\Delta U} (\Delta^2 B_{g,k+i})^2 + Q_p \Delta B_{g,k+i} v_{k+i}^2] \quad (54)$$

onde η_e pondera o termo de energia, J_{pos} agrupa as penalizações por $|x|$ fora da banda segura e $\lambda_{\Delta U}, \lambda_{\Delta\Delta U}, Q_p$ definem o grau de suavização da atuação.

Na implementação considerada o manipulador B_g é restrito como variável de decisão, conforme a inequação 55:

$$B_{g,\min} \leq B_{g,k+i} \leq B_{g,\max}, \quad (55)$$

com $B_{g,\min} = 17,898$ Ns/m e $B_{g,\max} = 1693,6$ Ns/m, valores obtidos diretamente da curva $B_g \rightarrow g$ em malha aberta. Também os estados de posição e velocidade são limitados por intervalos compatíveis com o curso máximo verificado, evitando soluções numericamente inviáveis; e adicionalmente, a banda de operação segura em torno de $|x| \in [30,42]$ mm é implementada como penalização no custo, e não como restrição rígida, de modo que violações dessa faixa são fortemente desestimuladas, mas tratadas de forma contínua pelo otimizador.

O horizonte de predição N_p define quantos passos adiante o NMPC antecipa a dinâmica. Se N_p é pequeno, a capacidade de antecipação é limitada; se é grande, o custo computacional

crece e o modelo simplificado pode saturar. Esse compromisso é típico em sistemas oscilatórios. Em linha com a abordagem já apresentada para as estratégias anteriores, o NMPC utiliza o mesmo mapeamento simplificado via LUT, tratando B_g como amortecimento proporcional à velocidade. Essa escolha permite avaliar o desempenho do controlador sem incluir, nesta etapa, a dinâmica detalhada do conversor.

Dado esse modelo de atuação, observa-se que o NMPC tende a produzir comandos mais agressivos do que estratégias reativas, uma vez que o otimizador busca antecipar desvios futuros e satisfazer restrições ao longo do horizonte de predição. Quando há competição entre penalidades na função custo e limites ativos, o solver tende a explorar variações mais rápidas do manipulador para cumprir os objetivos impostos, o que se manifesta como mudanças abruptas entre amostras consecutivas.

Em sistemas com planta lenta e atuador rápido, esse comportamento não é crítico; porém, no FPLG o atuador é energético e interage diretamente com a combustão, tornando desejável uma ação de controle mais suave. Em aplicações preditivas envolvendo conversores e máquinas elétricas, é comum que a maximização de potência ou de desempenho produza sinais de controle com variação significativa entre amostras sucessivas quando não há penalizações explícitas sobre o esforço de controle ou sobre a sua taxa de variação (Sguarezi, 2023). A literatura em controle preditivo aplicado a conversores aponta que um NMPC completo pode tratar simultaneamente restrições, suavização do comando e critérios de desempenho no horizonte (Sguarezi, 2023), o que exigiria função custo mais estruturada e conjunto mais amplo de restrições.

Para compatibilizar a ação do NMPC com a planta de uma forma mais simples, foi introduzido um filtro de suavização e um limitador de rampa no comando B_g . O primeiro reduz variações abruptas e dispersa a ação de controle ao longo do ciclo; o segundo impede comandos fisicamente inviáveis ou danosos ao conversor. A suavização não aumenta a capacidade de antecipação, mas melhora substancialmente a compatibilidade com a dinâmica do sistema. Além do comando B_g , a forma como o NMPC recebe informação da combustão também influencia seu desempenho.

A combustão é fornecida ao NMPC como perturbação medida, o que é coerente com seu caráter exógeno ao controlador. Na implementação adotada, utiliza-se apenas o valor instantâneo da força de combustão a cada passo de controle, de modo que, em cada otimização, a perturbação é considerada constante ao longo do horizonte de predição. Ainda assim, a disponibilidade da combustão como variável medida permite ao NMPC levar em conta seu

efeito imediato na dinâmica mecânica, ajustando a extração eletromagnética de forma coerente com o nível de energia injetado no sistema naquele instante.

Do ponto de vista conceitual, o NMPC oferece a estrutura de controle mais flexível entre as estratégias avaliadas, pois permite lidar explicitamente com restrições, incorporar perturbações medidas e organizar a extração de potência em um problema de otimização em horizonte finito. Essa flexibilidade vem acompanhada de maior complexidade de projeto e implementação. Uma exploração mais aprofundada do NMPC exigiria estudo sistemático da função custo, dos horizontes de predição e de controle e das restrições, além de uma modelagem elétrica e de combustão mais detalhada, o que caracteriza, por si só, uma linha de investigação própria.

Nesse contexto, a estratégia S3 adotada neste trabalho é formulada como uma aplicação inicial do NMPC ao FPLG, com o objetivo de estabelecer uma base de funcionamento e de parametrização sobre a qual análises mais detalhadas podem ser conduzidas. A formulação proposta organiza o compromisso entre extração de potência, segurança mecânica e limitações do atuador de forma consistente com a dinâmica do sistema, sem pretender esgotar o potencial da técnica.

Por fim, a análise dos resultados permitirá discutir em que medida o comportamento observado é condicionado pela arquitetura elétrica adotada, em particular pela retificação passiva, ou por escolhas de modelagem e parametrização do controlador, como horizontes, pesos e restrições. Essa distinção orienta as direções de aprofundamento metodológico possíveis para o NMPC no FPLG ao longo do capítulo de resultados e da discussão.

4.8.2 Implementação e parametrização do NMPC (S3)

Embora a execução do controle ocorra no bloco *Nonlinear MPC Controller* durante a simulação, toda a sua parametrização é definida previamente por meio de um script de inicialização, no qual é criado e configurado um objeto NMPC. O bloco incorpora internamente etapas como discretização, predição e solução do problema de otimização. A implementação segue um procedimento em etapas. Inicialmente, definem-se os estados do modelo, a variável manipulada e a força de combustão como perturbação medida. Em seguida, associa-se ao controlador o modelo de predição consistente com a dinâmica mecânica utilizada na planta simulada. Na etapa de parametrização temporal, o período de amostragem do controlador foi definido para fornecer cerca de vinte atualizações por ciclo mecânico ($T_s \approx 2,5$ ms para $f \approx 20$ Hz). O horizonte de predição foi configurado para abranger aproximadamente 1,5 períodos

mecânicos, o que corresponde a 30 passos de predição para os valores adotados, enquanto o horizonte de controle foi definido como aproximadamente metade do horizonte de predição, resultando em 15 passos de controle. Essa escolha busca um compromisso entre capacidade de antecipação da dinâmica e suavidade da atuação do comando.

As restrições da variável manipulada foram impostas com base nos valores mínimo e máximo de B_g obtidos na identificação experimental da LUT $B_g(g)$, de modo a preservar coerência física com o conjunto gerador–retificador–conversor e evitar soluções inviáveis no problema de otimização. A conversão de B_g para *duty-cycle* g utiliza a LUT da mesma forma que na estratégia anterior.

A função de custo foi implementada de forma customizada e combina termos de extração de energia mecânica, proporcionais a $-\eta_e B_g v^2$ com $\eta_e \approx 1,2$; penalizações elevadas para deslocamentos fora da faixa estrutural segura, com ganhos assimétricos ($q_{\min} \approx 2,5 \times 10^5$ para $|x| < 30$ mm e $q_{\max} \approx 6 \times 10^6$ para $|x| > 42$ mm); e termos de suavização do comando associados à primeira e à segunda variação de B_g , ponderados por $\lambda_{\Delta B_g} \approx 10^{-3}$ e $\lambda_{\Delta^2 B_g} \approx 10^{-4}$.

Adicionalmente, incluiu-se um termo proporcional a $Q_p \approx 10$, que penaliza variações de B_g em regiões de maior velocidade. Esses parâmetros foram definidos por ensaios comparativos em simulação, buscando um compromisso entre extração energética, respeito aos limites mecânicos e regularidade do comando ao longo do horizonte de predição.

Após a conversão do comando ótimo retornado pelo controlador em *duty-cycle* g por meio da LUT, ele é submetido a um bloco de condicionamento composto por filtragem passa-baixa de primeira ordem com frequência de corte em torno de 60 Hz e limitação da taxa de variação ($\Delta g_{\max} \approx 0,05$). Esse condicionamento evita saltos abruptos no PWM e reduz oscilações numéricas do otimizador, sem atrasar a atuação eletromagnética. Essa organização fornece o contexto necessário para a interpretação dos resultados apresentados no Capítulo 5.

5 RESULTADOS ABORDAGEM S1, S2, S3

Este capítulo apresenta e discute os resultados numéricos obtidos com as três estratégias de controle avaliadas para o FPLG:

S1 — controle PI com detecção de pico;

S2 — controle por energia mecânica instantânea;

S3 — controle preditivo não linear (NMPC).

Reitera-se que todas as simulações utilizam o mesmo modelo eletromecânico, a mesma eletrônica de potência e o mesmo perfil de força de combustão escalonada em três patamares (0–2 s: 100 %, 2–4 s: 50 %, 4–5 s: 150 %). As diferenças observadas entre os casos decorrem exclusivamente da lei de controle aplicada que refletem direta ou indiretamente no amortecimento eletromagnético equivalente B_g .

A análise é estruturada em torno de três conjuntos principais de grandezas. No domínio mecânico, o deslocamento e a velocidade descrevem o curso do pistão, a forma do ciclo e a proximidade dos limites mecânicos de curso, permitindo identificar o regime sustentado e a resposta aos degraus de combustão. No domínio energético, as curvas acumuladas de energia de combustão, energia extraída e energia elétrica útil sintetizam o balanço entre excitação, extração mecânica e conversão elétrica; as inclinações desses trechos correspondem às potências médias em cada intervalo, já possibilitando a interpretação do comportamento do sistema sob o ponto de vista das potências instantâneas. No domínio elétrico, a potência CC na carga representa a métrica central de desempenho. As potências trifásicas antes da retificação são analisadas de forma complementar para permitir a comparação entre as estratégias antes dos efeitos impostos pela retificação passiva e pela conversão, comuns aos três casos.

Além dessas grandezas, o Capítulo 5 examina o esforço de controle associado a cada estratégia, por meio do comportamento de $g(t)$, variações durante transientes e compatibilidade com o conversor trifásico. A robustez frente à variação da combustão é investigada a partir da resposta do sistema às mudanças de patamar de F_{comb} , mantendo a combustão como distúrbio exógeno em S1 e S2 e como perturbação medida em S3.

Com essa organização, o Capítulo 5 apresenta inicialmente os resultados individuais de S1, S2 e S3, discutindo curso, estabilidade, energia e potência em cada caso, e em seguida realiza uma comparação sistemática entre as três abordagens. O objetivo não é apenas quantificar diferenças de desempenho, mas esclarecer como controlar o sistema por amplitude, por energia mecânica ou por amortecimento preditivo altera o ciclo do FPLG e o balanço entre potência extraída, segurança estrutural, suavidade de atuação e desempenho elétrico na carga.

5.1 RESULTADOS COM CONTROLE PI COM DETECÇÃO DE PICO (S1)

A estratégia S1 regula o curso do linor a partir do valor máximo do deslocamento em cada ciclo, ajustando a extração eletromagnética apenas entre ciclos consecutivos, sem impor trajetória nem antecipar a combustão. Trata-se de um método baseado em um princípio consolidado da eletrônica de potência para controle de amplitude, no qual o balanço energético é fechado ciclo a ciclo. Embora apresente maior latência frente a variações rápidas de excitação, essa abordagem foi a primeira a permitir a análise sistemática da eficiência do gerador respeitando os limites operacionais do equipamento.

A simulação com S1 utilizou o mesmo perfil de combustão em três patamares, com duração total de 5 s. Os principais indicadores globais obtidos foram apresentados na Tabela 3:

Tabela 3 — Energias acumuladas e potências médias no intervalo de 0–5 s para a estratégia S1

$E_{\text{comb,tot}}$	33,83 kJ (9,40 Wh)
$E_{\text{ext,tot}}$	33,01 kJ (9,17 Wh)
$E_{\text{out,tot}}$	26,67 kJ (7,41 Wh)
$P_{\text{comb,med}}$	6,77 kW
$P_{\text{ext,med}}$	6,60 kW
$P_{\text{out,med}}$	5,33 kW

Fonte: autora, 2026.

Os rendimentos globais considerados neste trabalho são definidos a partir do balanço energético entre os domínios mecânico e elétrico, válidos para todas as abordagens. A eficiência mecânica η_{mec} é definida como a razão entre a energia mecânica efetivamente extraída pelo gerador linear e a energia mecânica fornecida pela combustão ao conjunto móvel, sendo expressa pela Equação 56:

$$\eta_{\text{mec}} = \frac{E_{\text{ext}}}{E_{\text{comb}}} \quad (56)$$

A eficiência de conversão elétrica η_{conv} representa a fração da energia mecânica extraída que é convertida em energia elétrica útil no barramento CC após a retificação e o conversor, sendo dada pela Equação 57:

$$\eta_{\text{conv}} = \frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{ext}}} \quad (57)$$

Por fim, a eficiência global η_{tot} expressa o rendimento total do sistema desde a energia fornecida pela combustão até a energia elétrica útil entregue à carga, sendo definida como mostra a Equação 58:

$$\eta_{tot} = \frac{E_{out}}{E_{comb}} \quad (58)$$

Essas definições separam explicitamente as perdas associadas à extração mecânica de energia do pistão e as perdas introduzidas pela conversão elétrica, permitindo quantificar o impacto de cada estágio no rendimento total do sistema. Os valores obtidos em simulação devem ser interpretados como limites superiores dentro das hipóteses de modelagem adotadas, sendo esperada redução em implementações experimentais devido à presença de perdas adicionais não representadas explicitamente no modelo. A Tabela 4 mostra os rendimentos calculados para a abordagem S1:

Tabela 4 — Rendimentos mecânico, de conversão elétrica e global obtidos com a estratégia S1

η_{mec}	97,6%
η_{conv}	80,8%
η_{tot}	78,8%

Fonte: autora, 2026.

O rendimento de conversão η_{conv} inferior a η_{mec} reflete as perdas introduzidas pelo estágio de retificação trifásica passiva e pelo conversor boost. As principais contribuições para essa redução incluem: queda de tensão nos diodos da ponte retificadora, perdas resistivas no indutor do boost ($L_{boost} = 100$ mH), perdas de chaveamento no MOSFET a $f_{sw} = 5$ kHz e ondulações de corrente inerentes à topologia passiva.

O comando médio aplicado ao conversor foi $g_{médio} \approx 10,35$, correspondente a um *duty* normalizado de aproximadamente 0,69 na escala [0,1]. Os valores extremos de deslocamento e velocidade observados ao longo da simulação foram:

$$x_{max} \approx 44,95 \text{ mm}, x_{min} \approx -45,10 \text{ mm};$$

$$\dot{x}_{max} \approx 9,28 \text{ m/s}, \dot{x}_{min} \approx -9,29 \text{ m/s}.$$

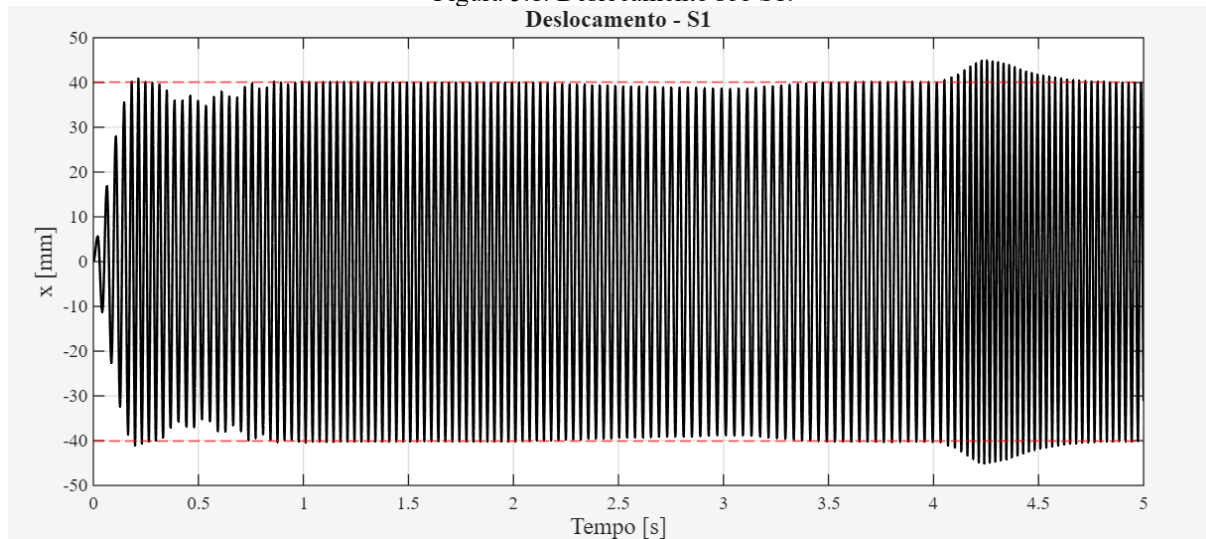
Esses resultados globais fornecem o contexto quantitativo para a análise detalhada do comportamento mecânico, energético e elétrico da estratégia S1 apresentada nas subseções seguintes.

5.2 CURSO E REGIME EM S1

A Figura 5.1 apresenta o deslocamento obtido sob S1 ao longo da simulação, enquanto a Figura 5.2 mostra a velocidade correspondente. O movimento parte do repouso, cresce rapidamente e converge para um regime sustentado com amplitude próxima de $\pm 0,04$ m. A forma do ciclo apresenta comportamento oscilatório próximo ao harmônico fundamental, porém com assimetria entre as fases de compressão e expansão, evidenciando a atuação conjunta da combustão e da frenagem eletromagnética na redistribuição de energia ao longo do ciclo.

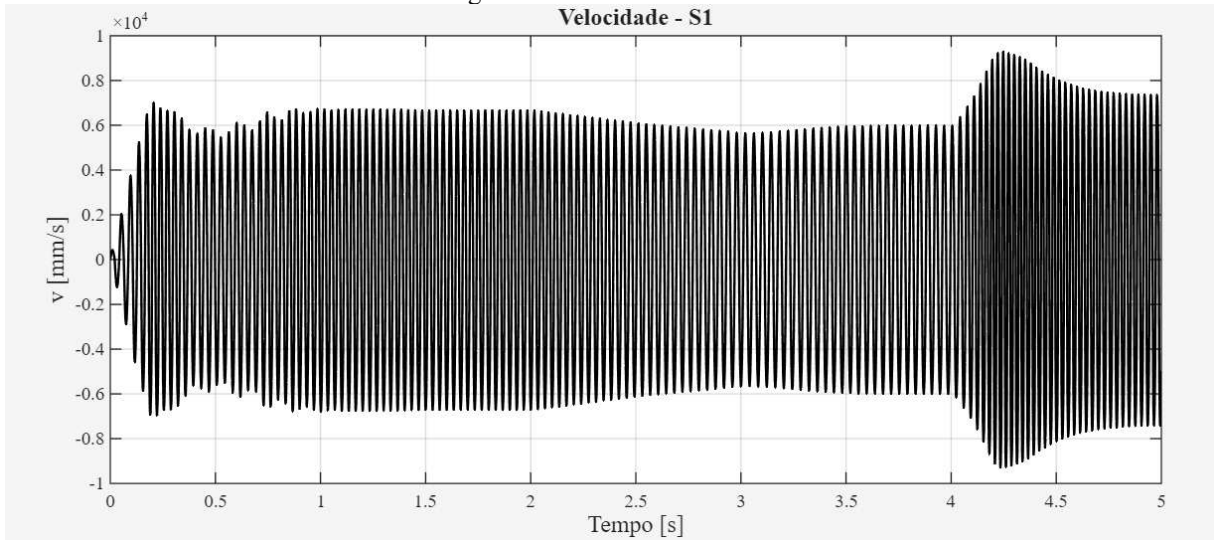
Quando a intensidade da combustão é alterada, observam-se variações coerentes de amplitude e velocidade nas Figuras 5.1 e 5.2, refletindo diretamente o balanço energético do sistema, uma vez que o controlador não impõe uma trajetória explícita, mas ajusta a extração eletromagnética ciclo a ciclo. Os valores máximos registrados ocorrem exclusivamente no patamar de força de combustão aumentada, que corresponde ao único regime em que a estratégia de controle não apresenta desempenho satisfatório, resultando em ultrapassagens da ordem de 5 mm em relação ao limite estrutural nominal de ± 40 mm. Ainda assim, o regime permanece funcional e estável, embora com margem de segurança mecânica reduzida quando a força de combustão é intensificada, pois o aumento de F_{comb} antecede a ação corretiva do controle, resultando em picos de deslocamento mais elevados antes da adaptação do amortecimento eletromagnético.

Figura 5.1. Deslocamento sob S1.



Fonte: autora, 2026

Figura 5.2. Velocidade sob S1.
Velocidade - S1



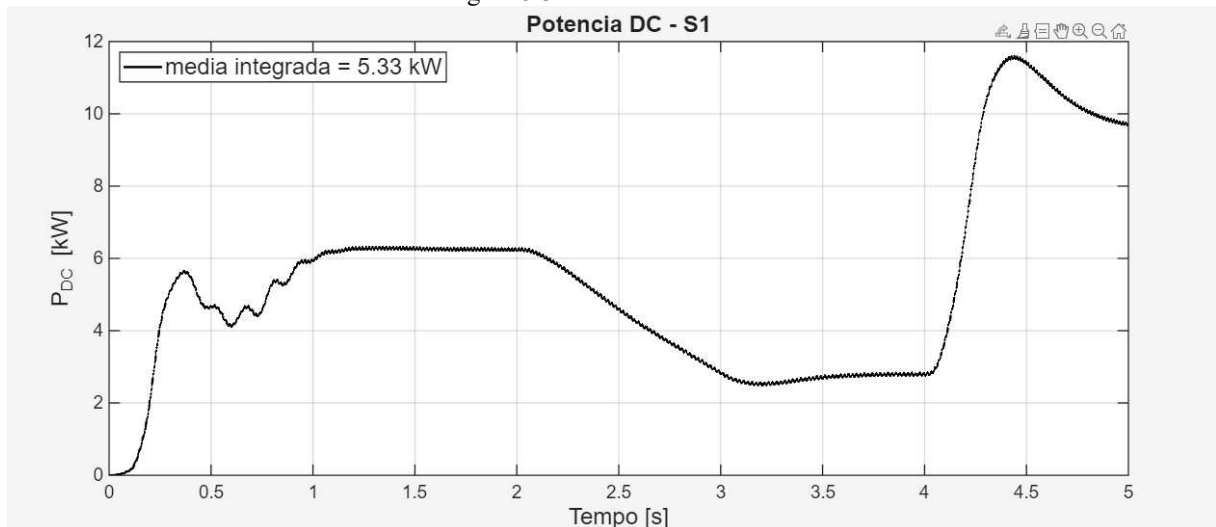
Fonte: autora, 2026

Como a potência eletromagnética extraída é diretamente determinada pelo produto entre força de frenagem e velocidade, as variações observadas no curso e na velocidade se traduzem imediatamente em alterações nos níveis de potência e na energia acumulada ao longo do tempo, o que motiva a análise apresentada a seguir.

5.3 POTÊNCIA E ENERGIA EM S1

A Figura 5.3 apresenta a potência elétrica CC entregue à carga ao longo da simulação.

Figura 5.3 Potência CC sob S1.

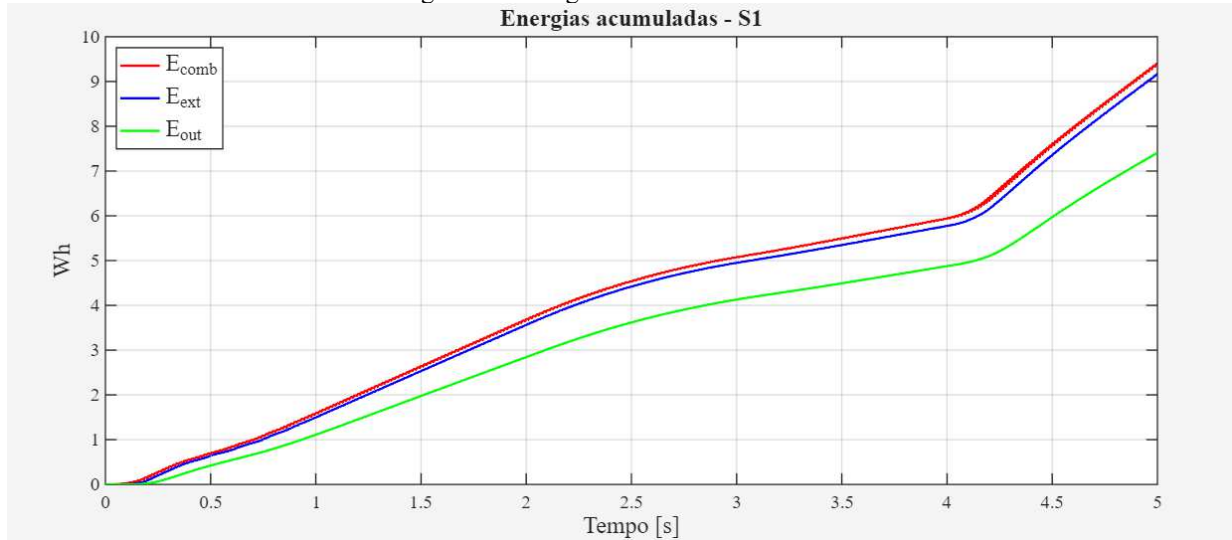


Fonte: autora, 2026

A potência CC segue qualitativamente os três patamares de combustão aplicados, apresentando valores médios mais elevados nos trechos de maior excitação. Ressalta-se, contudo, que a aplicação de uma rampa na referência de deslocamento é fundamental para condicionar a entrada em regime do sistema e evitar a aplicação abrupta da excitação nominal. Na ausência dessa rampa, o erro inicial elevada força o controlador a injetar energia excessiva no conjunto móvel, produzindo um aumento transitório do deslocamento e, conseqüentemente, um pico artificial na potência CC extraída. Esse pico não representa o comportamento em regime sustentado do sistema e, se incluído na média, leva à superestimação do desempenho energético. Ao impor uma variação gradual da referência, a rampa limita a taxa de crescimento da energia mecânica do oscilador, suprime esse impulso inicial e assegura que os valores médios de potência reflitam o regime permanente.

As variações de F_{comb} não se refletem em *ripple* significativo no barramento CC, indicando que o estágio de retificação passiva e o conversor *boost* fornecem filtragem suficiente. Em regime, a potência média entregue à carga no patamar nominal foi de aproximadamente $P_{out,med} \approx 5,33$ kW, valor compatível com as expectativas estabelecidas em trabalhos anteriores do mesmo projeto e razoavelmente coerente com a ordem de grandeza reportada na literatura técnica para geradores lineares a pistão livre. Em particular, Rigamonti (2021) reporta potências elétricas da ordem de até 10 kW para FPLGs de maior porte e configuração otimizada, o que indica que o nível de potência obtido neste trabalho é fisicamente plausível e consistente com o estado da arte. Para uma leitura integrada do desempenho energético ao longo da simulação, a Figura 5.4 apresenta as energias acumuladas de combustão E_{comb} , a energia mecânica extraída E_{ext} e a energia elétrica útil E_{out} .

Figura 5.4 Energias acumuladas sob S1.



Fonte: autora, 2026

As curvas de energias acumuladas permitem interpretar o comportamento energético do sistema ao longo do tempo. A energia de combustão E_{comb} representa a parcela da energia térmica efetivamente transferida ao pistão pelo processo de combustão e disponível para realização de trabalho mecânico. A energia mecânica extraída E_{ext} quantifica o trabalho realizado pela força eletromagnética de frenagem do gerador linear, refletindo a conversão direta da energia mecânica do movimento do pistão em potência elétrica trifásica antes da retificação. Por sua vez, a energia elétrica útil E_{out} corresponde à energia efetivamente entregue à carga CC após a retificação passiva e a conversão no *boost*.

A ordem observada $E_{comb,tot} > E_{ext,tot} > E_{out,tot}$ é fisicamente coerente e reflete a cadeia de conversão energética do sistema, na qual cada estágio sucessivo incorpora perdas adicionais associadas aos domínios mecânico e elétrico. As inclinações das curvas acumuladas correspondem às potências médias em cada intervalo de operação. Observa-se que, nos patamares de combustão intensificada, as inclinações de E_{ext} e E_{out} aumentam, indicando maior extração mecânica e elétrica, enquanto nos períodos de combustão reduzida essas inclinações diminuem. Esse comportamento confirma que a estratégia S1 ajusta o nível médio de extração em função da energia fornecida pela combustão, mesmo atuando de forma ciclo a ciclo, fechando o balanço energético global do sistema.

A partir dos valores acumulados, obtêm-se rendimentos globais elevados, apresentados na tabela de resultados no início da seção. Apesar de úteis para comparação entre estratégias,

os rendimentos obtidos em simulação tendem a ser superiores aos de um protótipo porque o ambiente numérico geralmente representa apenas uma parcela das perdas presentes no sistema físico. No domínio mecânico, é comum modelar a dissipação por um termo viscoso equivalente proporcional à velocidade, o que simplifica o atrito e não captura plenamente mecanismos não lineares e dependentes de pressão, temperatura, lubrificação e tolerâncias de montagem, que se tornam relevantes em hardware e aumentam a dissipação efetiva (Rigamonti, 2021). Embora arquiteturas de pistão livre possam apresentar menores forças laterais por ausência do mecanismo biela–manivela, o que reduz uma fonte importante de atrito, isso não elimina perdas reais associadas a vedação, guia e contatos mecânicos, que limitam o rendimento observável em bancada (Ngwaka *et al.*, 2023).

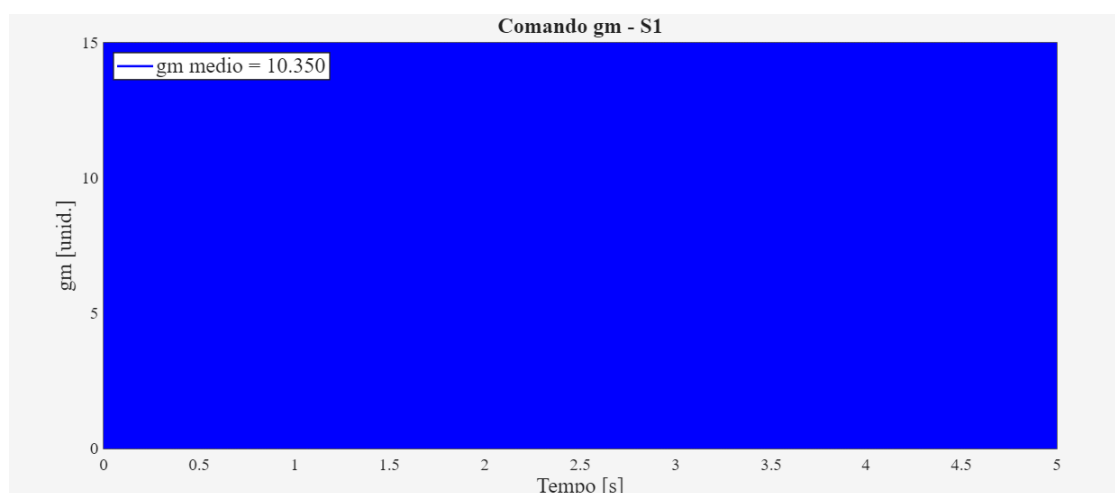
No domínio elétrico, a eficiência também é reduzida em protótipos pela presença de perdas de cobre e de ferro dependentes do regime, efeitos térmicos (elevação de resistência do enrolamento e alteração de propriedades magnéticas), harmônicos e perdas adicionais na retificação/conversão, que em modelos conceituais são tipicamente incorporados por parâmetros efetivos constantes; trabalhos de modelagem eletromagnética e térmica de máquinas lineares mostram que a inclusão explícita dessas perdas altera o balanço energético e reduz a eficiência prevista quando se passa do modelo ao sistema físico (Gysen *et al.*, 2009).

5.4 ESFORÇO DE CONTROLE, FORÇA DE COMBUSTÃO E FORÇA ELETROMAGNÉTICA GERADA EM S1

Além do deslocamento, da velocidade e da potência, a análise do esforço de controle é útil para caracterizar como cada estratégia atua sobre o sistema eletromecânico. O sinal de comando g , aplicado ao conversor *boost*, indica o nível de extração eletromagnética imposto ao gerador linear e está diretamente relacionado às correntes, tensões e potências desenvolvidas no circuito elétrico. A evolução temporal desse sinal permite avaliar se o controle opera com margem de atuação, se entra em saturação e quão abruptas são as variações de comando, aspectos que impactam tanto a qualidade da energia quanto nas solicitações elétricas e térmicas do sistema. A Figura 5.5(a) apresenta o sinal de comando g_m ao longo de toda a simulação (0–5 s), evidenciando o comportamento global do controlador no regime cíclico estabelecido. A Figura 5.5(b) corresponde ao mesmo sinal, mostrado em um recorte temporal ampliado de poucos milissegundos em regime permanente, incluído apenas para tornar evidente a modulação discreta do comando, não perceptível na escala global da subfigura (a). Esse zoom permite visualizar a granularidade do sinal de controle e a forma como o comando é atualizado ao longo do tempo.

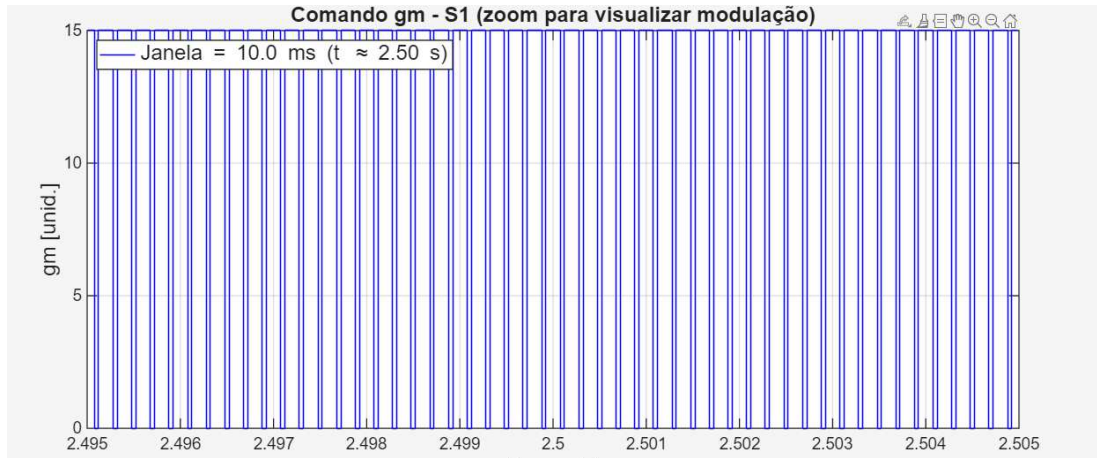
Figura 5.5 Comando g_m (S1): (a) 0–5 s; (b) zoom em regime permanente para evidenciar a modulação. Fonte: autora.

(a) Evolução temporal ao longo de 0–5 s;



Fonte: autora, 2026

- (b) Recorte temporal ampliado (zoom em regime permanente) para evidenciar a modulação do comando.

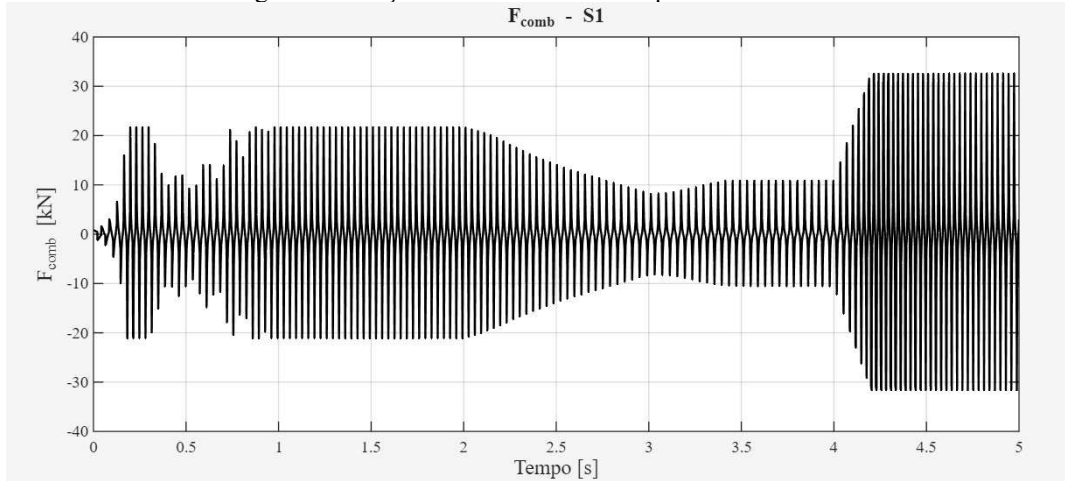


Fonte: autora, 2026

Especificamente na implementação do caso da estratégia S1, o sinal plotado como g não corresponde diretamente ao *duty* normalizado na faixa $[0, 1]$. Isso ocorreu porque o comparador utilizado no simulador trabalhava em $[0, 15]$ em vez de $[0, 1]$. Embora o valor absoluto seja diferente, para interpretação basta realizar a normalização $\frac{g}{15}$ para obter o *duty* equivalente. Neste cenário, o valor médio do comando corresponde a $g_{\text{médio}} \approx 10,350$, o que implica $g_{\text{norm}} \approx 10,350/15 \approx 0,69$ na escala $[0,1]$.

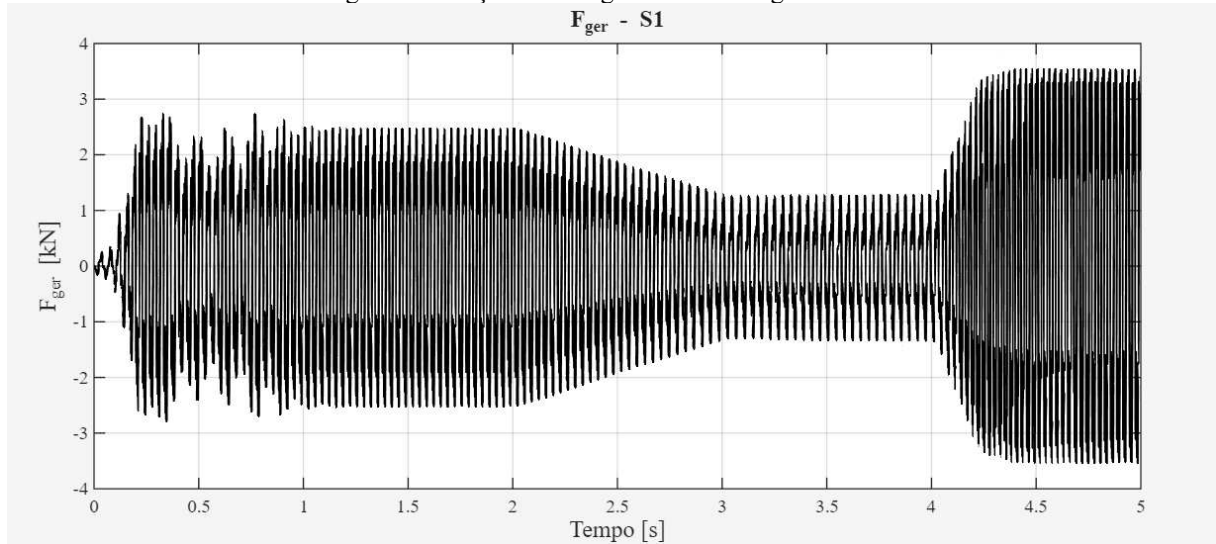
Observa-se que o comando g_m opera predominantemente em níveis elevados ao longo do intervalo analisado, permanecendo próximo do limite superior de atuação durante a maior parte do tempo, mas apresentando quedas rápidas em instantes pontuais. Por essa razão, embora o sinal se concentre na região superior da faixa de atuação, o valor médio resulta em $g_{\text{médio}} \approx 10,35$. O PI opera majoritariamente em regime de alta demanda de frenagem, com modulação rápida do *duty-cycle*. Nesse regime, a corrente é limitada principalmente pelas características da planta e do conversor, e não por variações graduais do comando. Nesse contexto, as Figuras 5.6 e 5.7 apresentam, respectivamente, a força de combustão F_{comb} e a força eletromagnética F_{ger} , permitindo comparar a excitação imposta pela combustão com a força de frenagem efetivamente produzida pelo gerador.

Figura 5.6 Força de combustão em três patamares sob S1.



Fonte: autora, 2026

Figura 5.7 Força eletromagnética de frenagem sob S1.



Fonte: autora, 2026

F_{comb} varia em três patamares de intensidade, enquanto F_{ger} acompanha qualitativamente essas mudanças, modulada pela velocidade e pelo nível de amortecimento imposto. Observa-se ausência de sincronismo perfeito entre os instantes de maior velocidade e os períodos de maior atuação do gerador, o que explica parte dos *overshoots* e a sensibilidade a transientes.

Do ponto de vista de controle, a estratégia S1 apresenta bom comportamento em regime permanente, porém atua de forma reativa, com atraso de aproximadamente um ciclo frente a variações da combustão. Como consequência, quando a excitação é intensificada, o sistema passa a operar com pequena margem em relação aos limites mecânicos de curso. Em cenários

nos quais o FPLG opera afastado desses limites, com combustão pouco variável e prioridade na obtenção de potência elétrica média elevada, a S1 mostra-se funcional, simples e eficiente. Por outro lado, quando a operação se aproxima dos limites de curso ou ocorre sob combustão irregular, as limitações de latência e a ausência de restrições explícitas tornam mais adequadas estratégias com maior capacidade de antecipação e coordenação.

5.5 RESULTADOS COM CONTROLE POR ENERGIA MECÂNICA (S2)

A estratégia S2 atua regulando diretamente a energia mecânica instantânea do sistema. Diferentemente de S1, que utiliza apenas a amplitude ciclo a ciclo, S2 utiliza a estimativa de energia como variável de realimentação contínua. Essa mudança reduz a latência do controle, pois E_{mec} responde quase imediatamente a variações em posição e velocidade. A simulação com S2 utilizou o mesmo perfil de combustão em três patamares, com duração total de 5 s. Os indicadores globais obtidos foram apresentados na Tabela 5, bem como os rendimentos apresentados posteriormente na Tabela 6.

Tabela 5 — Indicadores globais de energia acumulada e potência média obtidos com a estratégia S2

$E_{comb,tot}$	33,3 kJ (9,25 Wh)
$E_{ext,tot}$	32,6 kJ (9,06 Wh)
$E_{out,tot}$	24,9 kJ (6,93 Wh)
$P_{ext,med}$	6,53 kW
$P_{out,med}$	5 kW

Fonte: autora, 2026.

Tabela 6 — Rendimentos mecânico, de conversão elétrica e global obtidos com a estratégia S2

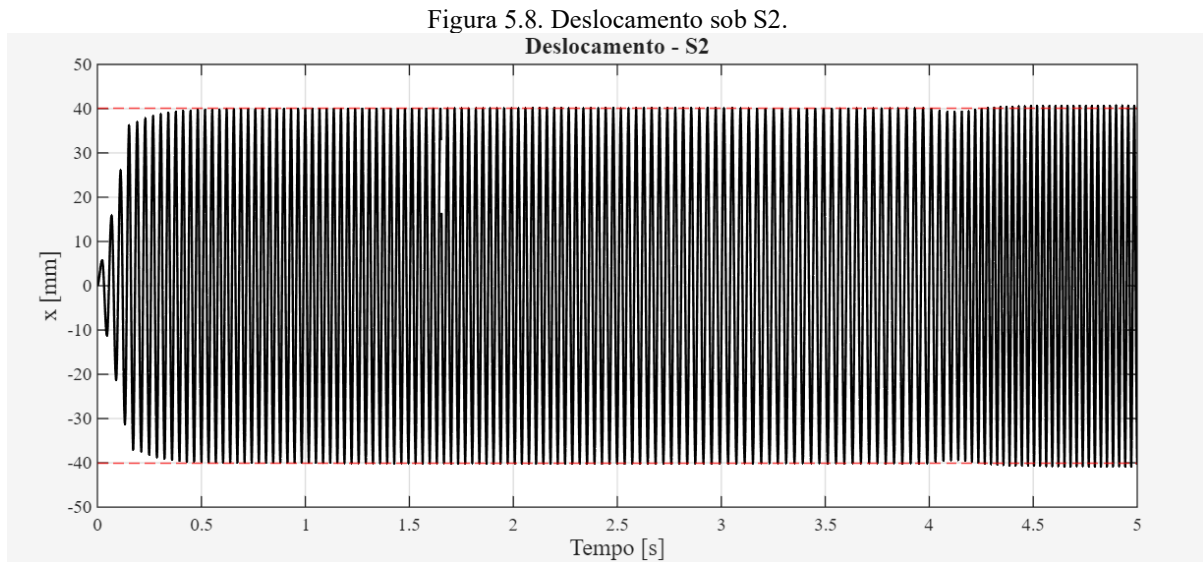
η_{mec}	98,0 %
η_{conv}	76,4 %
η_{tot}	74,9 %

Fonte: autora, 2026.

Como a energia mecânica é diretamente composta pelas parcelas cinética e potencial elástica, a avaliação do desempenho da estratégia S2 também requer a análise explícita do curso do movimento e da velocidade do pistão, a fim de verificar como a regulação energética se reflete nos estados físicos e nos limites mecânicos do sistema.

5.6 REGULAÇÃO ENERGÉTICA E CURSO DO MOVIMENTO EM S2

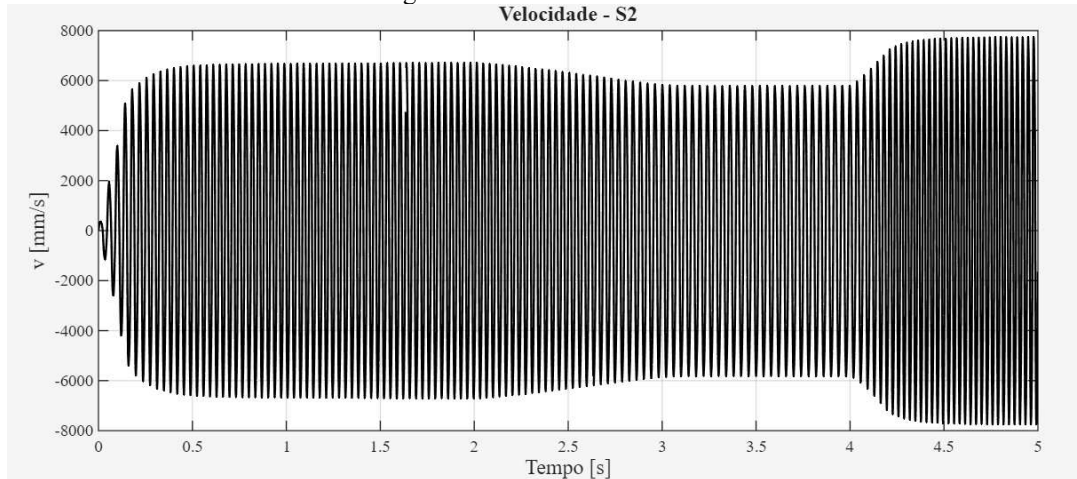
A Figura 5.8 apresenta o deslocamento obtido sob S2 ao longo da simulação.



Fonte: autora 2026

O curso obtido com a estratégia S2 apresenta amplitude estável e bem controlada ao longo de todo o regime, com valores máximos de deslocamento próximos a $x_{\max} \approx 40,8$ mm e $x_{\min} \approx -40,9$ mm, praticamente sem permanência acima do limite estrutural nominal. Observa-se que o deslocamento não se desestabiliza mesmo diante das variações impostas na força de combustão, indicando resposta rápida e eficaz do controle. Esse comportamento decorre da atuação direta sobre a energia mecânica instantânea, que permite ajustar a extração eletromagnética de forma quase imediata a partir das variações em x^2 e $\dot{x}^2$. A Figura 5.9 apresenta a velocidade associada ao deslocamento sob S2.

Figura 5.9. Velocidade sob S2.
Velocidade - S2



Fonte: autora, 2026

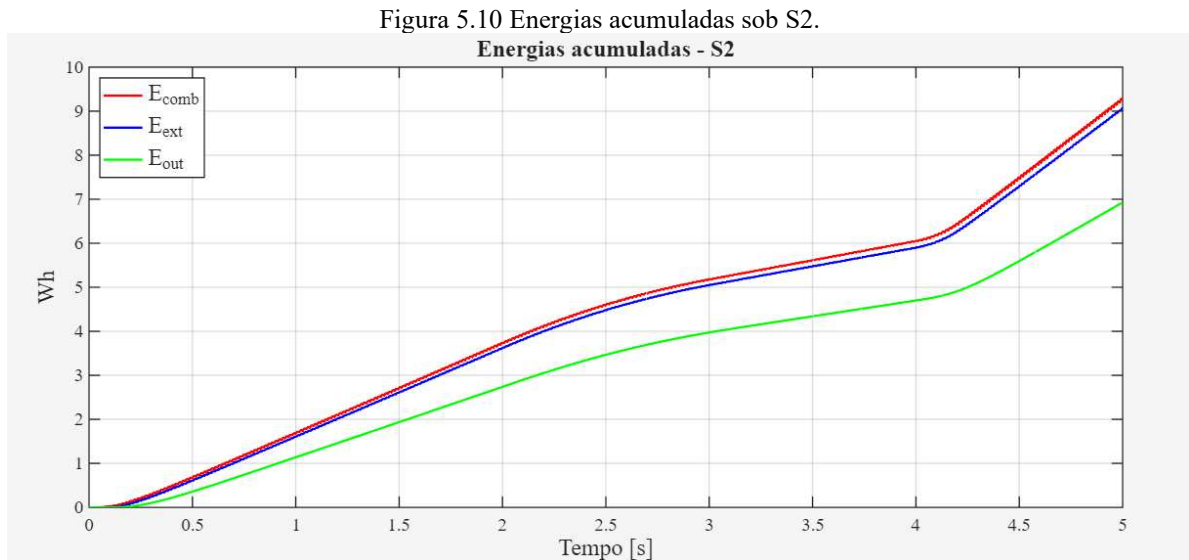
A curva de velocidade apresenta um perfil periódico bem definido, com alternância regular entre fases de aceleração e de desaceleração, e valor máximo de aproximadamente $v_{\max} \approx 7,8$ m/s. A amplitude de velocidade observada é compatível com o curso limitado do movimento e reflete a atuação eficaz da regulação energética, especialmente durante os transientes de combustão. O ciclo mecânico resultante mostra-se mais compacto e pouco sujeito a variações abruptas, indicando maior repetibilidade de ciclo e estabilidade dinâmica ao longo da simulação.

Como uma das motivações centrais da estratégia S2 é aumentar a capacidade de resposta a variações na combustão, ressalta-se que os *overshoots* de deslocamento durante aumentos de F_{comb} são reduzidos em relação a S1, o tempo de acomodação após mudanças no nível de excitação é menor e, quando a combustão é atenuada, o controle relaxa B_g de forma a preservar a energia mecânica do sistema. Assim, S2 mantém um regime sustentado estável e responde de maneira mais rápida a perturbações da combustão.

Em termos de compromisso entre desempenho e segurança mecânica, S2 reduz ultrapassagens de curso e suaviza o comportamento do ciclo, mantendo eficiência global elevada. Essa característica é obtida sem perda da potência média entregue em relação à abordagem anterior, que reflete em maior previsibilidade do movimento e menor solicitação estrutural.

Como a energia mecânica acumulada resulta da integração da potência associada ao movimento do pistão, esse comportamento cinemático se traduz diretamente nos balanços

energéticos ao longo do tempo. A Figura 5.10 apresenta as energias acumuladas de combustão E_{comb} , a energia mecânica extraída E_{ext} e a energia elétrica útil E_{out} sob a estratégia S2.



Fonte: autora, 2026

Conforme discutido anteriormente, as energias acumuladas permitem avaliar de forma integrada como a energia fornecida pela combustão é progressivamente convertida em trabalho mecânico e, em seguida, em energia elétrica útil. No caso da estratégia S2, o balanço energético ao longo da simulação reflete uma transferência contínua e bem distribuída de energia entre os domínios mecânico e elétrico, coerente com a atuação direta do controle sobre a energia mecânica instantânea.

Diferentemente de S1, não é necessário empregar artifícios no transiente para condicionar a entrada em regime, uma vez que o próprio mecanismo de controle, baseado na regulação contínua do nível energético do oscilador, limita naturalmente os efeitos do transiente no deslocamento e na potência. Ao regular E_{mec} de forma contínua, a estratégia S2 ajusta a extração eletromagnética à medida que a energia disponível no sistema varia, evitando concentrações abruptas de potência e promovendo um regime no qual a conversão ocorre de maneira progressiva.

Ao final de 5 s de simulação, as energias acumuladas atingiram os valores apresentados na tabela no início da seção. Esses valores indicam que a regulação energética adotada em S2 permite sustentar a operação com níveis consistentes de extração e conversão, sem

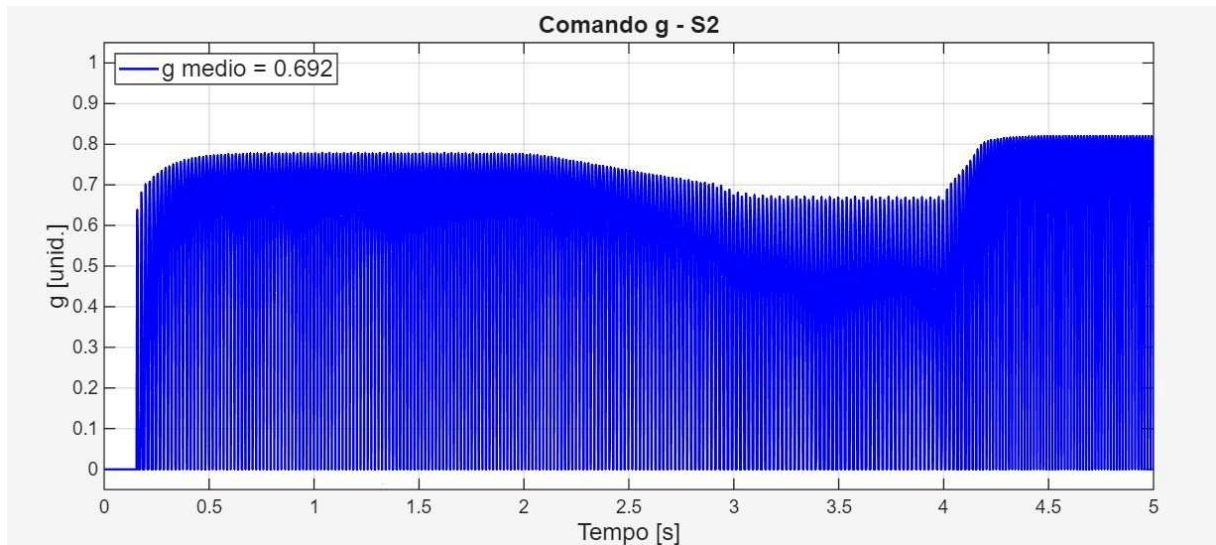
comprometer o balanço energético global, mesmo quando o sistema é submetido a variações significativas na excitação da combustão. A estabilidade observada no domínio energético é compatível com o comportamento mecânico contido e repetitivo discutido anteriormente, evidenciando a coerência entre a ação de controle e a resposta física do sistema.

Em síntese, a estratégia S2 organiza a interação entre potência extraída e curso do movimento a partir de uma variável energética contínua, favorecendo um regime no qual as respostas mecânicas e energéticas permanecem bem condicionadas ao longo do tempo. Essa característica é particularmente relevante em cenários com restrições de curso ou com excitação variável, nos quais a previsibilidade do regime e a capacidade de resposta rápida do controle são aspectos centrais para a operação sustentada do FPLG.

Por fim, a Figura 5.11 apresenta o comando $g(t)$ aplicado ao conversor ao longo da simulação sob a estratégia S2. Observa-se que o sinal de controle varia de forma contínua e distribuída no tempo, com valor médio $g_{\text{médio}} \approx 0,69$, indicando que o sistema opera com margem de atuação e sem dependência prolongada de saturação do atuador.

Esse comportamento reflete o princípio de funcionamento da estratégia S2: o comando é ajustado continuamente a partir da energia mecânica instantânea do sistema, em vez de ser atualizado apenas com base em métricas geométricas extraídas ao final de cada ciclo. Assim, aumentos em E_{mec} , associados à intensificação da combustão, conduzem a um incremento progressivo do amortecimento eletromagnético, enquanto reduções na energia disponível resultam no relaxamento do comando.

A ausência de saturação persistente e a modulação contínua de $g(t)$ indicam boa autoridade efetiva do controle e contribuem para uma extração eletromagnética bem distribuída ao longo do tempo. Do ponto de vista elétrico, esse regime tende a reduzir a intensidade e a persistência de picos de corrente e potência em relação à estratégia S1, favorecendo um comportamento mais previsível e potencialmente menos severo para a eletrônica de potência e para o gerador linear.

Figura 5.11. Comando $g(t)$ sob S2.

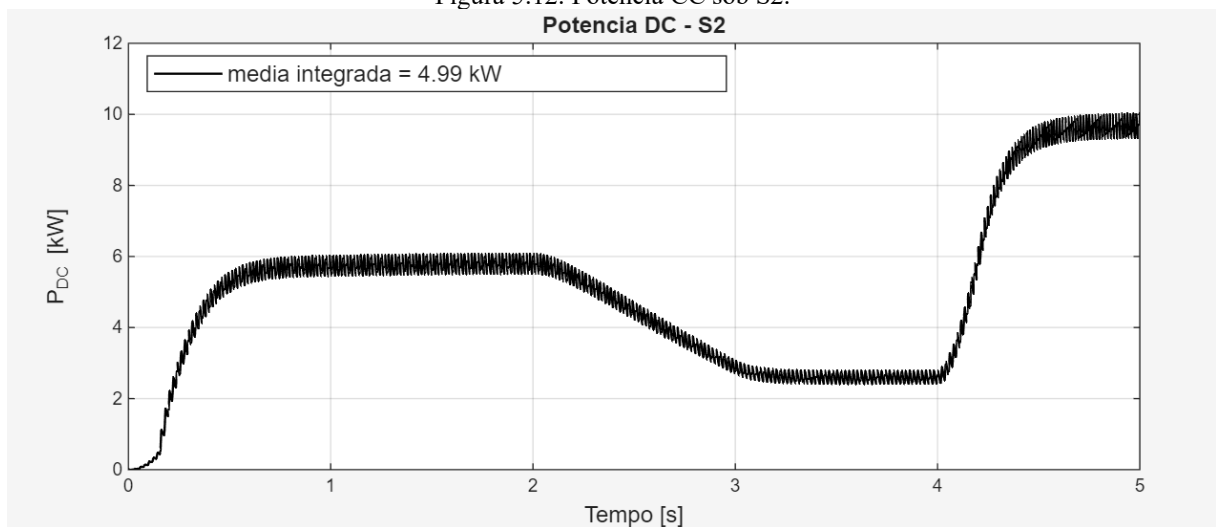
Fonte: autora, 2026

Esses efeitos se refletem diretamente nos níveis de potência efetivamente entregues à carga, cuja evolução temporal permite avaliar como a regulação energética se traduz em desempenho elétrico útil.

5.7 POTÊNCIA CC EM S2

A Figura 5.12 apresenta a potência CC na barra sob S2.

Figura 5.12. Potência CC sob S2.



Fonte: autora, 2026

A potência CC entregue à carga sob a estratégia S2 acompanha de forma consistente os três patamares de combustão aplicados ao longo da simulação. Após o transitório inicial, o sistema estabelece um regime estacionário no patamar nominal, seguido por redução da potência média quando a combustão é atenuada e por elevação quando a excitação é intensificada. O valor médio ao longo do ensaio permanece em torno de $P_{\text{out,med}} \approx 4,99 \text{ kW}$, em concordância com a energia elétrica total acumulada e com os valores obtidos anteriormente para a estratégia S1, indicando um nível de potência compatível com o esperado para esse tipo de equipamento segundo a literatura técnica.

Embora se trate de uma grandeza em corrente contínua, a potência no barramento CC apresenta ondulações persistentes. Esse comportamento é esperado em estratégias nas quais o comando é continuamente ajustado ao longo do ciclo, pois a modulação do amortecimento eletromagnético impõe variações instantâneas de força e de corrente no gerador, que se propagam até a potência convertida. Assim, as ondulações observadas decorrem do próprio mecanismo de controle e da natureza oscilatória da conversão eletromecânica.

Em conjunto, esses resultados indicam que a estratégia S2 mantém níveis de potência CC coerentes com os obtidos em S1 e com a ordem de grandeza reportada na literatura, ao mesmo tempo em que reflete, no domínio elétrico, as características da regulação energética contínua adotada.

5.8 RESULTADOS COM CONTROLE NMPC (S3)

A estratégia S3 emprega controle preditivo não linear (NMPC) para regular o amortecimento eletromagnético equivalente B_g a partir de um modelo dinâmico interno do sistema, considerando explicitamente a posição e a velocidade do linor. Diferentemente de S1 e S2, que realizam regulação reativa no domínio físico, por meio da amplitude de deslocamento ou da energia mecânica instantânea, a estratégia S3 seleciona B_g de forma antecipativa, avaliando o efeito das decisões de controle sobre a dinâmica futura do sistema e sobre a potência extraída.

Na formulação adotada, o problema de controle busca maximizar a extração energética sob restrições explícitas no espaço de estados, em particular nos limites de deslocamento e velocidade, e sob limites no valor admissível de B_g impostos pela característica eletromecânica do gerador. Adicionalmente, o critério de otimização incorpora penalizações associadas à variação do comando, de modo a favorecer soluções fisicamente mais suaves, sem impor, entretanto, uma restrição dura sobre o incremento do controle dentro do problema NMPC.

Na implementação final, o comando do NMPC passa por uma etapa adicional de suavização antes de ser aplicado ao conversor. Essa etapa foi introduzida após testes preliminares indicarem que a aplicação direta do comando bruto do NMPC resultava em variações abruptas do duty-cycle a cada período de amostragem ($T_s = 2$ ms), com saltos de comando da ordem de $\Delta g > 0,3$ entre passos consecutivos, causando ondulações excessivas na potência CC entregue à carga e comprometendo o desempenho elétrico do conversor. Embora seja possível, em princípio, impor suavidade diretamente por meio da parametrização do NMPC (por exemplo, via penalização de variações de controle e ajuste de horizontes e pesos), essa abordagem mostrou-se significativamente mais complexa de estabilizar e sintonizar no contexto deste trabalho. A opção por uma etapa externa de suavização apresentou-se, portanto, como uma solução mais simples e robusta do ponto de vista de implementação em simulação, permitindo preservar o caráter preditivo da estratégia ao mesmo tempo em que atenua parcialmente os efeitos adversos associados à dinâmica da eletrônica de potência.

A simulação com S3 utilizou o mesmo perfil de combustão em três patamares, com duração total de 5 s. Os principais indicadores obtidos para a abordagem foram apresentados na Tabela 7:

Tabela 7 — Indicadores globais de energia acumulada e potência média obtidos com a estratégia S3

$E_{\text{comb,tot}}$	27,9 kJ (7,75 Wh)
$E_{\text{ext,tot}}$	27,4 kJ (7,62 Wh)
$E_{\text{out,tot}}$	20,2 kJ (5,60 Wh)
$P_{\text{ext,med}}$	5,49 kW
$P_{\text{out,med}}$	4,03 kW

Fonte: autora, 2026

Os rendimentos globais associados são apresentados na Tabela 8:

Tabela 8 — Rendimentos mecânico, de conversão elétrica e global obtidos com a estratégia S3

η_{mec}	98,2%
η_{conv}	73,7%
η_{tot}	72,4%

Fonte: autora, 2026

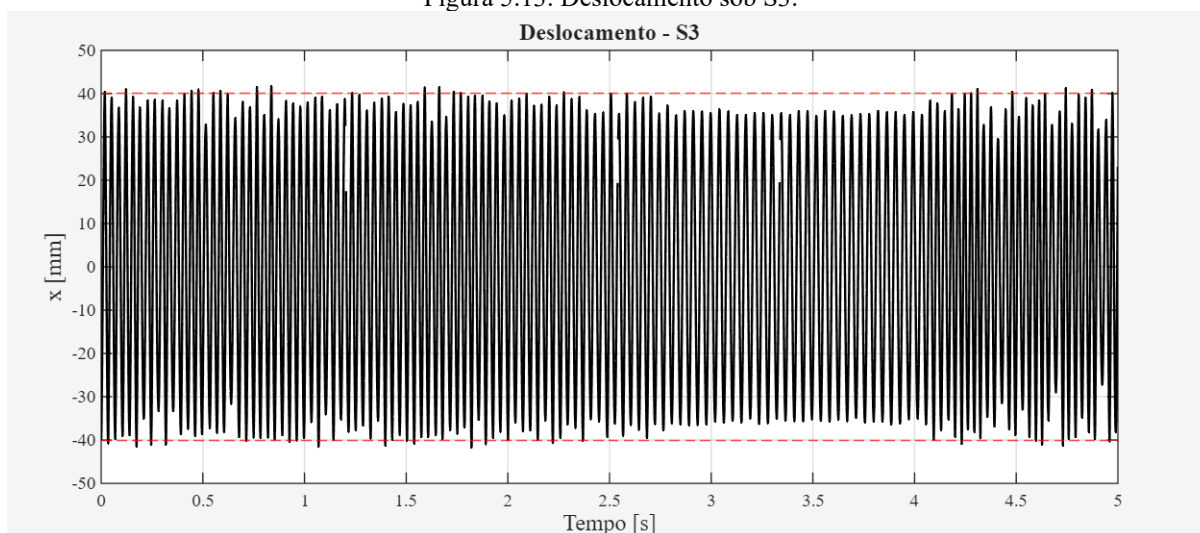
Esses resultados globais estabelecem o contexto quantitativo para a análise detalhada do comportamento mecânico, do esforço de controle e do balanço energético da estratégia S3, apresentada nas subseções seguintes.

5.9 CURSO EM S3

A Figura 5.13 mostra o deslocamento do linor ao longo da simulação sob a estratégia S3. O movimento permanece ininterrupto durante todo o intervalo e apresenta caráter oscilatório, como esperado para o regime de operação do FPLG. O curso médio se ajusta aos três níveis de combustão aplicados e se mantém próximo do limite nominal de ± 40 mm. Nos trechos de combustão nominal e intensificada, ocorrem ultrapassagens pequenas, da ordem de 1 a 2 mm, enquanto no patamar reduzido (entre 2 e 4 s) o deslocamento oscila em torno de ± 36 mm, indicando que, mesmo com a exploração dos limites de curso, a restrição imposta pelo controlador é efetiva.

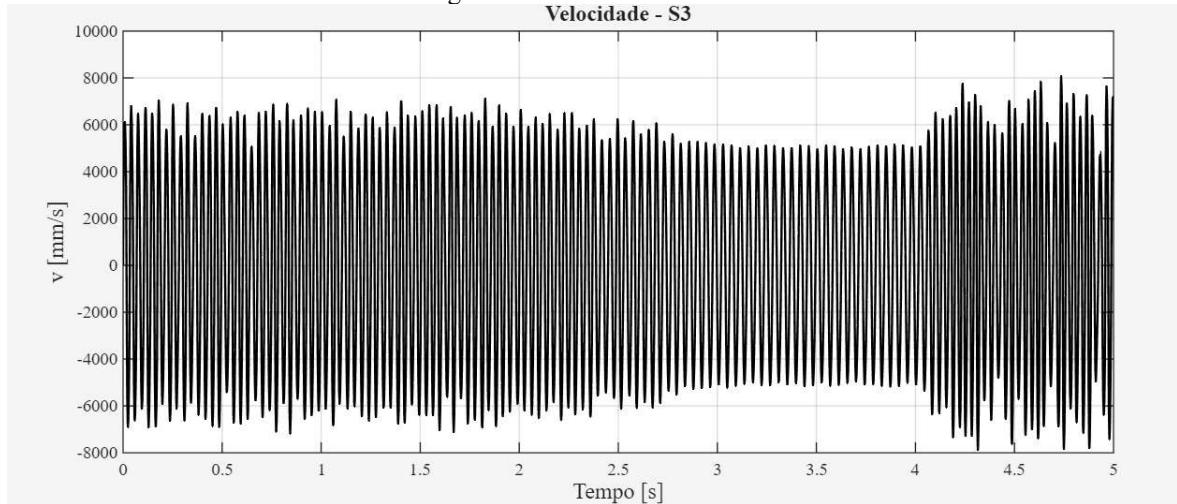
Cabe ressaltar que o controle não impõe um valor estável e constante de deslocamento, mas regula o curso em torno de uma faixa admissível. Essas variações ciclo a ciclo podem repercutir nas condições de compressão e ignição e, portanto, na dinâmica da combustão. As inversões de movimento ocorrem de forma contínua, sem saltos ou descontinuidades, o que indica que o controle não aplica comandos bruscos nos instantes de maior velocidade. A Figura 5.14 apresenta a velocidade associada a esse deslocamento. O perfil é contínuo e regular, sem oscilações rápidas induzidas pelo controle, refletindo diretamente o regime de operação imposto pelo curso do movimento.

Figura 5.13. Deslocamento sob S3.



Fonte: autora, 2026

Figura 5.14 Velocidade sob S3.
Velocidade - S3



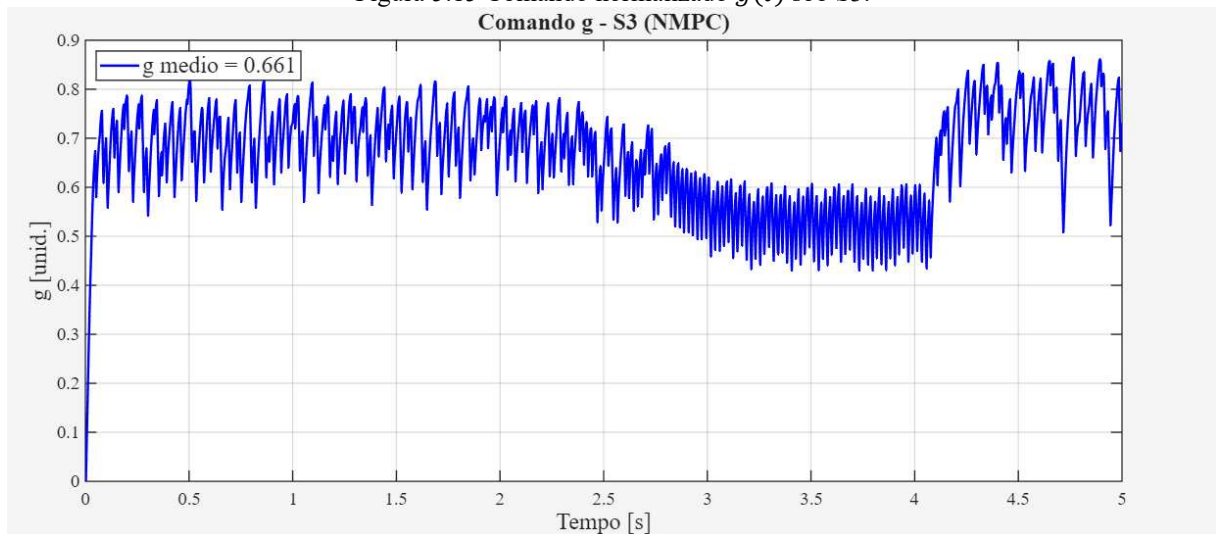
Fonte: autora, 2026

Uma característica importante da estratégia S3 é que a amplitude do deslocamento não é definida diretamente pelo controlador. Em vez disso, o curso observado resulta das decisões tomadas para extrair potência respeitando os limites de deslocamento e do atuador. Assim, o movimento final reflete um equilíbrio entre a energia extraída, a forma como o comando é aplicado e os limites mecânicos do sistema. A análise do esforço de controle, apresentada a seguir, ajuda a esclarecer como esse equilíbrio é alcançado ao longo do tempo.

5.10 ESFORÇO DE CONTROLE EM S3

A Figura 5.15 apresenta o comando $g(t)$.

Figura 5.15 Comando normalizado $g(t)$ sob S3.
Comando g - S3 (NMPC)



Fonte: autora, 2026

Conforme se apresenta, o sinal de controle varia continuamente ao longo do tempo, oscilando em torno de um valor médio de aproximadamente $g_{\text{médio}} \approx 0,66$, com valores típicos variando entre 0,55 e 0,85. Não se observam saltos abruptos entre amostras, o que indica que a combinação de penalizações aplicadas no problema NMPC e da etapa de suavização do sinal aplicado ao conversor é eficaz em evitar variações excessivamente rápidas do comando. Ainda assim, o sinal não converge para um valor praticamente constante, apresentando oscilações persistentes ao longo do tempo.

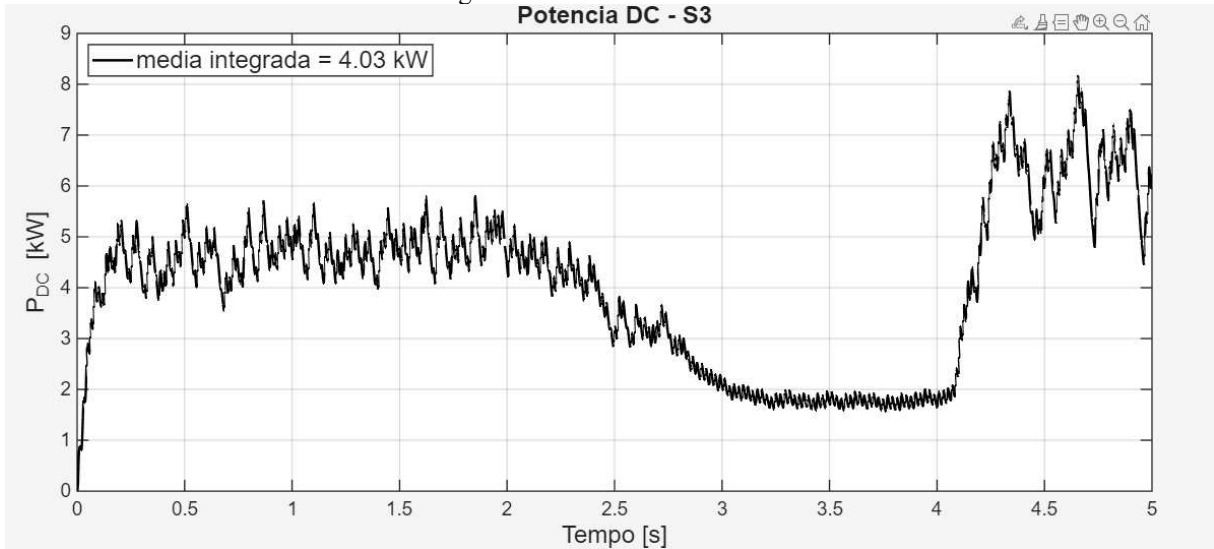
Essas oscilações refletem o modo de atuação do NMPC, no qual o controlador reavalia continuamente o compromisso entre potência extraída, limites de deslocamento e suavidade do comando, ajustando g de forma gradual. No problema de otimização, a variação do comando é penalizada por termos associados a Δg e $\Delta^2 g$, mas não é rigidamente restringida. Adicionalmente, o sinal aplicado ao conversor passa por um limitador de taxa de variação (dg_{max}), que reduz mudanças bruscas no *duty-cycle*, ao custo de limitar parcialmente a agressividade do controle.

Esse comportamento expressa a lógica do controle preditivo adotado, no qual o esforço de controle é continuamente ajustado para maximizar a extração de energia respeitando os limites mecânicos e a dinâmica do sistema. Essa modulação contínua de $g(t)$ se reflete diretamente no domínio elétrico, influenciando o perfil temporal da potência extraída e, consequentemente, o balanço energético observado ao longo da simulação.

5.11 ENERGIA, POTÊNCIA E BALANÇO ENERGÉTICO EM S3

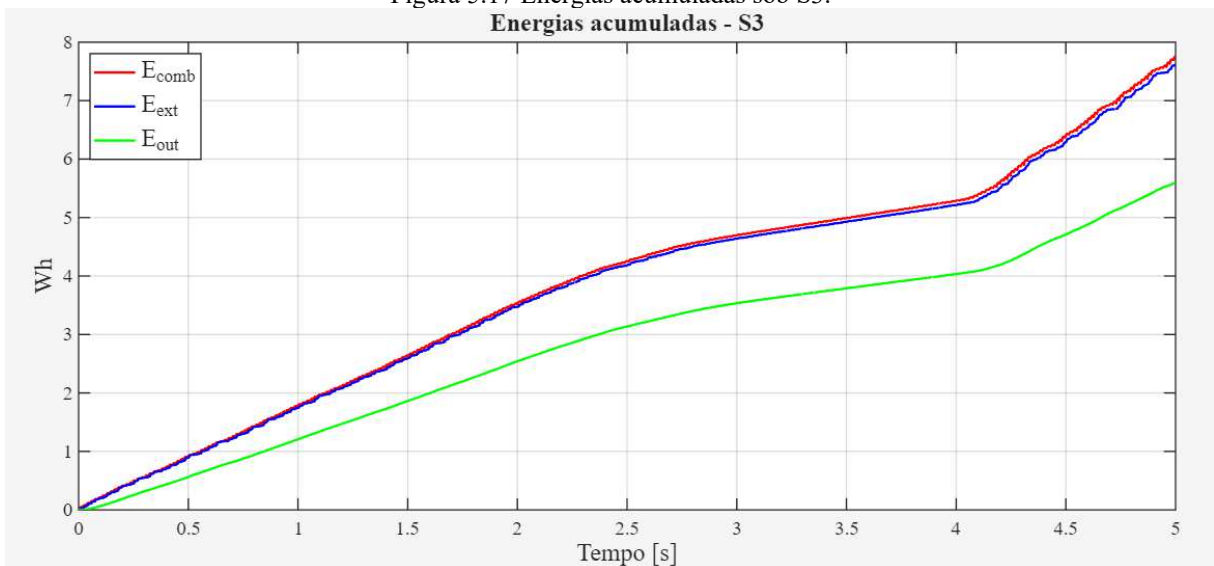
As Figuras 5.16 e 5.17 mostram, respectivamente, a potência CC na barra e as energias acumuladas ao longo da simulação sob a estratégia S3. A potência CC acompanha os três patamares de combustão aplicados, apresentando valores mais elevados nos intervalos de maior excitação e redução coerente no patamar intermediário. O valor médio ao longo do ensaio foi de aproximadamente $P_{\text{out,med}} \approx 4,03$ kW, consistente com a energia elétrica total acumulada ao final da simulação.

Figura 5.16 Potência CC sob S3.
Potencia DC - S3



Fonte: autora, 2026

Figura 5.17 Energias acumuladas sob S3.
Energias acumuladas - S3



Fonte: autora, 2026

Em S3, a potência CC apresenta ondulações de grande amplitude e persistentes ao longo do tempo, caracterizando um nível elevado de *ripple* no barramento CC. esse comportamento decorre diretamente da modulação contínua do amortecimento eletromagnético imposta pelo NMPC ao longo do ciclo. A modulação frequente do amortecimento eletromagnético impõe variações instantâneas nas correntes do gerador, que se propagam até a potência após a retificação, mesmo na presença da etapa de suavização aplicada ao comando. Do ponto de vista prático, esse nível de *ripple* implica maior estresse térmico e elétrico nos componentes do

barramento CC, maior exigência de filtragem e pior qualidade da potência entregue à carga, o que limita a atratividade da potência CC obtida nessa configuração.

No domínio energético, verifica-se que a energia mecânica extraída E_{ext} acompanha de perto a energia fornecida pela combustão E_{comb} ao longo de todo o ensaio, indicando elevada eficiência na conversão mecânica. A diferença entre essas curvas concentra-se principalmente nas perdas elétricas e de conversão. Ao final de 5 s de simulação, a energia elétrica útil entregue à carga atinge cerca de $E_{\text{out}} \approx 5,6 \text{ Wh}$ ($\approx 20,2 \text{ kJ}$), valor coerente com a potência média observada e com os rendimentos globais previamente apresentados. Esse resultado evidencia que, embora o perfil temporal da potência CC em S3 apresente ondulações excessivas e qualidade de energia inferior, o desempenho energético integrado ao longo do tempo é satisfatório do ponto de vista de extração e conversão de energia. Em outras palavras, o controlador preditivo se mostra eficaz em termos de balanço energético global, ainda que a forma como a potência é entregue ao barramento CC, na implementação considerada, não seja adequada do ponto de vista prático.

5.12 COMPARAÇÃO ENTRE S1, S2 E S3

As três estratégias avaliadas propõem formas distintas de estabilizar e operar o FPLG, refletindo diferentes escolhas de variáveis de controle e níveis de antecipação do comportamento do sistema. A estratégia S1 regula a amplitude por detecção de pico, atuando como um controle escalar no domínio do ciclo; S2 regula a energia mecânica instantânea, operando de forma contínua no domínio energético; e S3 seleciona o amortecimento eletromagnético B_g de maneira preditiva, com o objetivo de maximizar a extração de potência sob restrições explícitas de curso e esforço, por meio de uma função custo econômica e suavização externa do comando.

Em todos os casos, foi possível manter movimento sustentado, extrair potência mecânica e elétrica e preservar o regime operacional sob um perfil de combustão com três patamares. As diferenças entre as estratégias manifestam-se principalmente na forma como o deslocamento é controlado e na maneira como cada abordagem lida com transientes e limites mecânicos. A estratégia S1 apresentou as maiores amplitudes, atingindo valores próximos de 45 mm; durante o aumento de F_{comb} , o curso não se manteve estável, refletindo a natureza reativa do controle baseado em detecção de pico e resultando em ultrapassagens do limite nominal. A estratégia S2 exibiu o comportamento mais estável, com *overshoots* reduzidos e deslocamento mantido próximo da faixa desejada ao longo de toda a simulação, mesmo sob

variações da combustão. Já em S3, o controle preditivo reduziu as ultrapassagens em relação a S1 e manteve o curso próximo da faixa desejada; entretanto, o deslocamento ainda apresenta pequenas excedências em relação ao limite nominal de ± 40 mm e maior oscilação ciclo a ciclo.

5.13 ESTABILIDADE E ROBUSTEZ MECÂNICA S1, S2, S3

Todas as estratégias preservaram o regime oscilatório sob variações de F_{comb} , sem ocorrência de estagnação ou perda de ciclo. As diferenças observadas concentram-se no comportamento transitório e no perfil do deslocamento ao longo dos ciclos. Em S1, aumentos na intensidade da combustão resultam em maiores *overshoots* de deslocamento, associados à natureza reativa da atuação baseada na detecção dos extremos do movimento, o que dificulta a manutenção de um curso aproximadamente constante durante perturbações rápidas. Em S2, a realimentação contínua da energia mecânica reduz essa latência, permitindo resposta mais rápida a variações de F_{comb} e resultando em um perfil de deslocamento mais estável ao longo do tempo, com curso médio praticamente constante entre patamares de combustão. Em S3, embora a presença explícita de restrições no problema de otimização e a atuação distribuída ao longo do tempo contribuam para manter o movimento dentro de limites mecânicos seguros mesmo sob excitação variável, o perfil de deslocamento apresenta maior oscilação ciclo a ciclo. Esse caráter mais oscilatório, ainda que mecanicamente seguro, pode impor desafios adicionais à combustão, ao impactar as condições de compressão e ignição, o que deve ser considerado na análise integrada do desempenho do sistema.

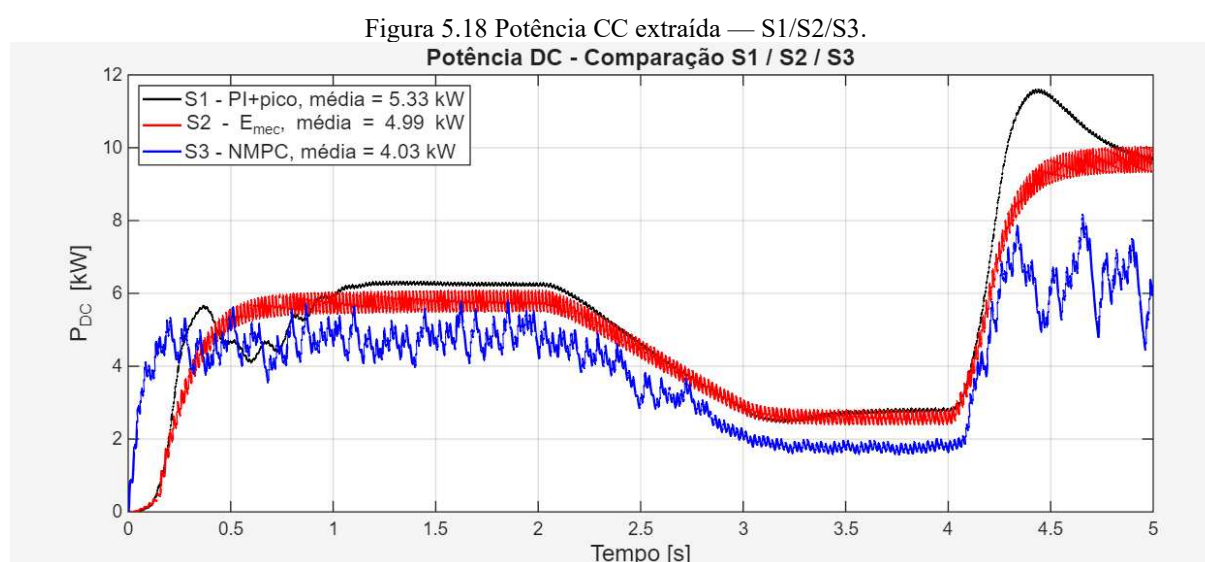
5.14 POTÊNCIA E ENERGIA POR CICLO S1, S2, S3

A Figura 5.18 compara a potência CC entregue à carga pelas três estratégias. Em todos os casos, a potência acompanha qualitativamente os três níveis de combustão aplicados, confirmando a coerência do acoplamento entre excitação térmica, movimento mecânico e conversão elétrica.

Na estratégia S1, a potência CC apresenta patamares bem definidos e a menor ondulação relativa entre as abordagens avaliadas. O sinal no barramento CC se aproxima de um perfil quase contínuo, com *ripple* reduzido e compatível com a topologia passiva de retificação e conversão adotada. Além disso, os níveis médios de potência são elevados em todos os patamares de combustão.

Em S2, a potência média permanece levemente inferior à obtida em S1 ao longo dos três regimes de combustão. Observa-se, contudo, uma ondulação mais pronunciada no barramento CC, resultante da extração de energia distribuída ao longo do ciclo. Apesar desse aumento de *ripple* em relação a S1, o perfil de potência mantém regularidade adequada, com transições suaves entre patamares e redução moderada do valor médio entregue à carga. Já em S3, observa-se um comportamento qualitativamente distinto. A potência média no barramento CC é inferior às obtidas em S1 e S2, e o sinal apresenta oscilações persistentes de grande amplitude ao longo de todo o intervalo de simulação. Embora parte da ondulação seja inerente à retificação passiva, o nível observado em S3 caracteriza um *ripple* exacerbado, diretamente associado à modulação contínua e oscilatória do comando preditivo. Do ponto de vista prático, esse perfil impõe maiores exigências ao barramento CC, aos elementos de filtragem e à carga conectada.

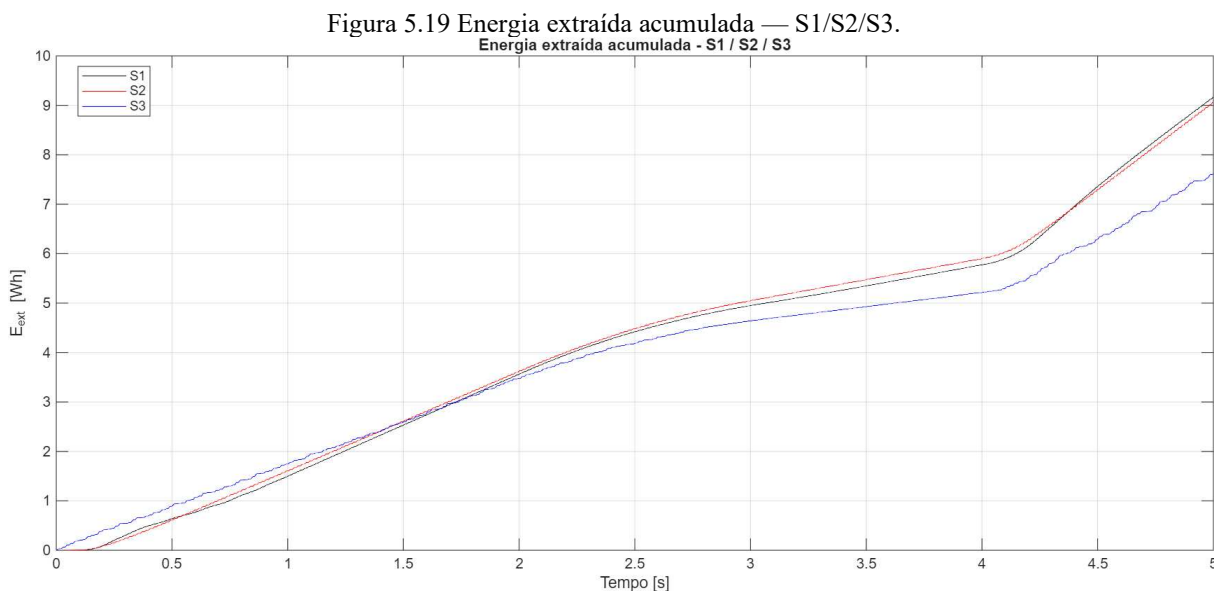
Em síntese, a comparação indica que S1 apresenta a maior potência média CC, seguida por S2 e, por fim, por S3. A estratégia S2 apresenta redução moderada em relação a S1, da ordem de 6,5%, enquanto S3 apresenta redução mais expressiva, cerca de 24,4% em relação a S1. Assim, a redução de potência em S3 é coerente com a atuação mais restritiva e com a maior modulação do comando preditivo.



Fonte: autora, 2026

A Figura 5.19 apresenta a energia mecânica extraída acumulada E_{ext} . As curvas mostram que S1 e S2 resultam em níveis muito próximos de energia mecânica total ao final da simulação, enquanto S3 apresenta valor acumulado menor. Em S1, a maior amplitude de oscilação permite armazenar e extrair mais energia mecânica por ciclo. Em S2, a atuação direta sobre a energia

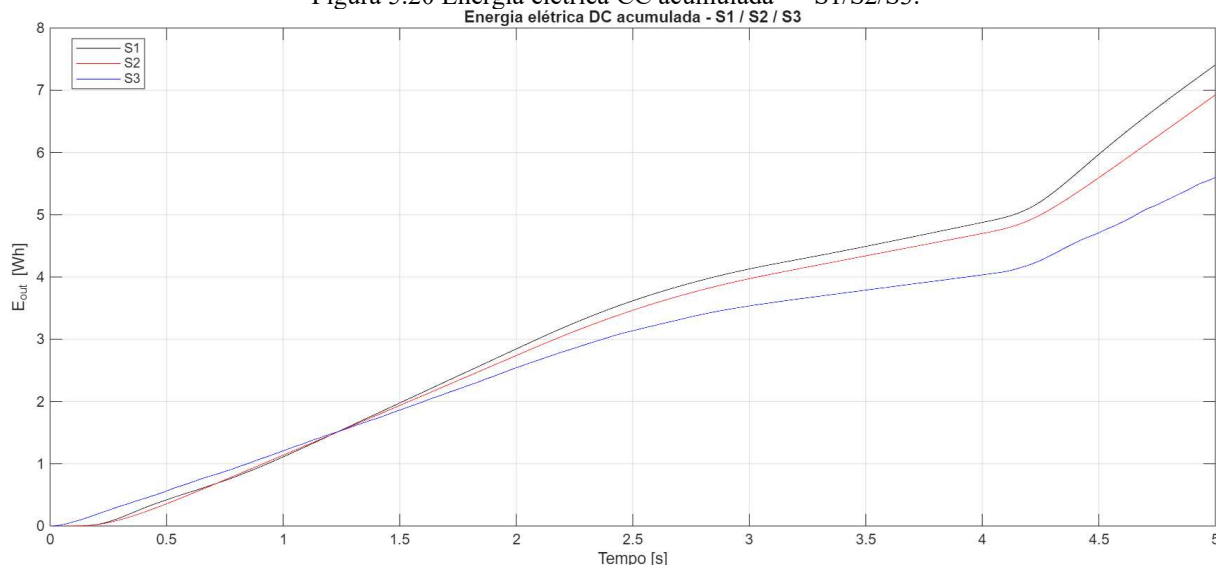
mecânica instantânea leva a uma extração distribuída de forma mais uniforme no tempo, sem alteração significativa do total acumulado. Em S3, a restrição explícita de curso e a penalização do esforço de controle conduzem a um regime com menor energia mecânica máxima por ciclo, o que se reflete diretamente no valor acumulado.



Fonte: autora, 2026

A Figura 5.20 compara a energia elétrica útil acumulada E_{out} . O ordenamento das curvas segue o observado para a energia mecânica extraída, confirmando que as diferenças no domínio elétrico são consequência direta do comportamento mecânico imposto por cada estratégia. S1 apresenta o maior valor acumulado de energia elétrica, seguido de S2, com diferença relativamente pequena entre ambos. A estratégia S3 resulta em menor energia elétrica total, coerente com sua potência média reduzida e com a prioridade dada à suavidade do comando e ao respeito às restrições mecânicas. Em todos os casos, o crescimento das curvas acompanha os patamares de combustão, indicando coerência no balanço energético global.

Figura 5.20 Energia elétrica CC acumulada — S1/S2/S3.

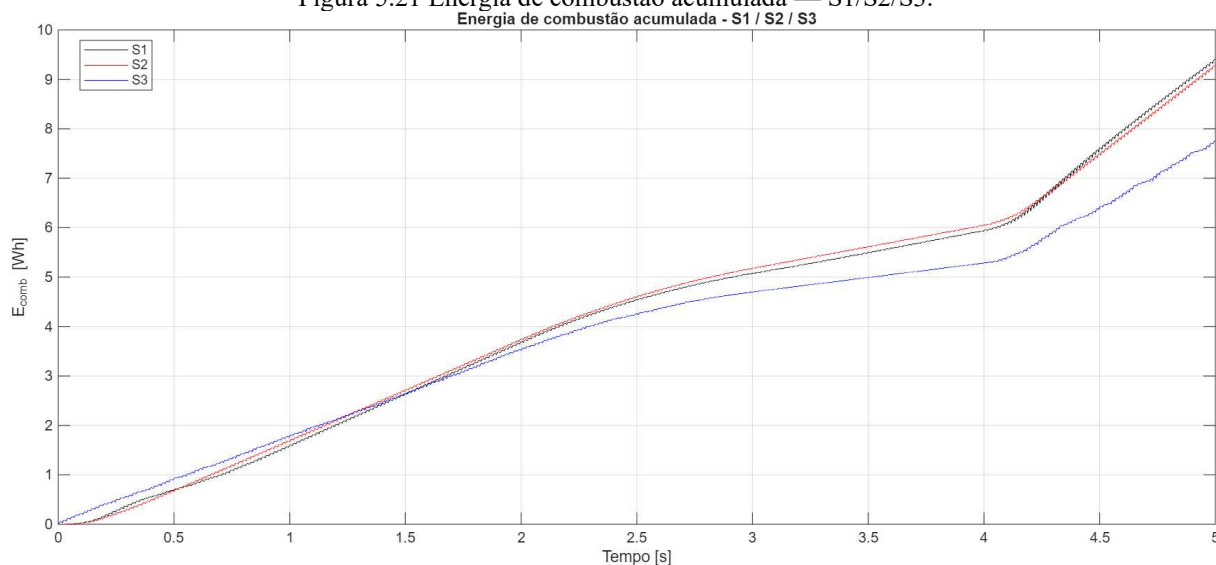


Fonte: autora, 2026

A Figura 5.21 apresenta a energia de combustão acumulada E_{comb} . As curvas associadas às estratégias S1 e S2 são praticamente coincidentes, indicando que, nesses casos, o perfil de combustão efetivamente aplicado ao sistema é semelhante ao longo da simulação. Isso ocorre porque, embora o controle altere o curso e a dinâmica do movimento, os estados mecânicos permanecem próximos entre essas duas abordagens, resultando em forças de combustão integradas muito similares. Em S3, observa-se um valor acumulado inferior, associado ao regime mecânico resultante da atuação preditiva e às diferenças no trabalho efetivamente realizado pela força de combustão ao longo da trajetória. Como a força de combustão é função do deslocamento e do ramo de operação associado à velocidade, a limitação mais rigorosa do curso e a modulação contínua do movimento em S3 alteram a forma como a força de combustão atua ao longo do ciclo, reduzindo a energia térmica efetivamente transferida ao sistema mecânico em alguns intervalos.

Esse comportamento evidencia que, mesmo quando a combustão é tratada como excitação externa, o controle do movimento influencia indiretamente a energia de combustão acumulada, ao determinar como o pistão percorre a curva força–deslocamento. Assim, diferenças em E_{comb} refletem diferenças na dinâmica mecânica imposta pelo controle, e não uma modificação explícita da fonte térmica.

Figura 5.21 Energia de combustão acumulada — S1/S2/S3.



Fonte: autora, 2026

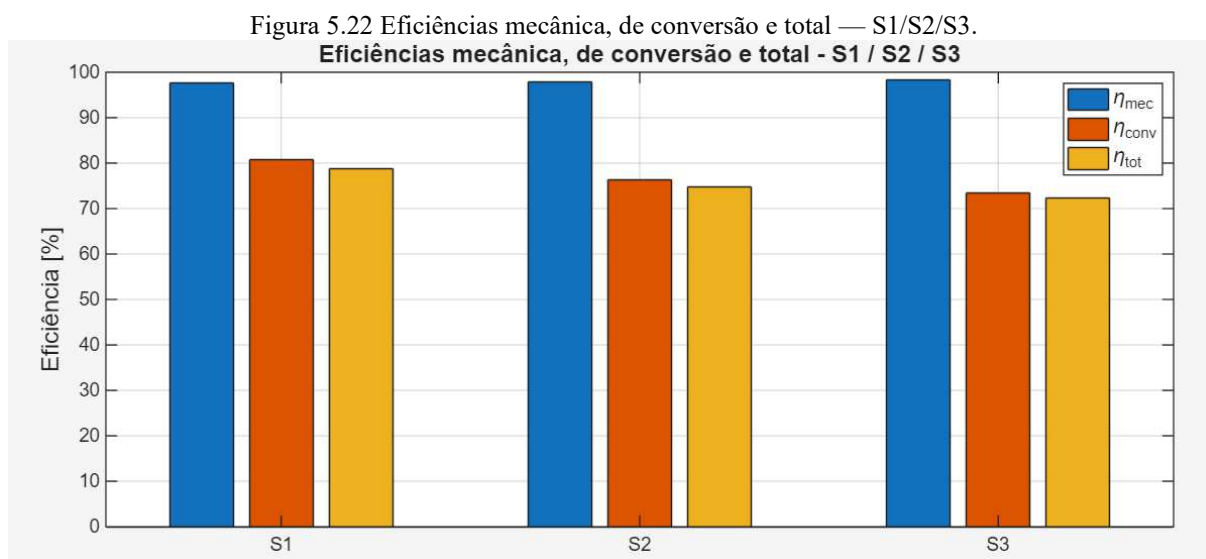
5.15 EFICIÊNCIAS S1, S2, S3

A Figura 5.22 apresenta os rendimentos mecânico η_{mec} , de conversão elétrica η_{conv} e total η_{tot} obtidos para as três estratégias de controle. A eficiência mecânica, definida como a razão entre a energia mecânica efetivamente extraída e a energia fornecida pela combustão, permanece elevada e muito próxima em todos os casos. Esse resultado indica que nesse ambiente de simulação, o conjunto composto por pistão, linor e molas opera de forma consistente e com baixas perdas mecânicas, independentemente da estratégia de controle adotada, e que as diferenças observadas entre S1, S2 e S3 decorrem principalmente da forma como a extração eletromagnética é modulada.

As diferenças mais relevantes aparecem nas eficiências de conversão elétrica e total. Em S1 e S2, a extração média de energia mecânica é mais intensa, o que resulta em maiores valores de eficiência elétrica e global. Em S3, como o controlador tenta priorizar suavidade do comando, respeito às restrições de curso e múltiplos critérios simultaneamente, a extração é mais conservadora, o que resulta em rendimentos elétrico e total menores. Esses resultados não indicam limitações do sistema físico, mas sim compromissos distintos impostos por cada lei de controle entre potência média, esforço de controle e margem mecânica.

Cabe retomar a ideia de que os valores elevados de eficiência obtidos nas simulações devem ser interpretados no contexto do modelo adotado. A literatura sobre geradores lineares a pistão livre mostra que análises numéricas frequentemente resultam em rendimentos superiores aos observados em protótipos reais, uma vez que diversas perdas práticas são tratadas

de forma simplificada ou não são explicitamente consideradas. Isso decorre do nível de abstração adotado no modelo e não deve ser interpretado como desempenho absoluto de um sistema real. Na prática, perdas adicionais não representadas explicitamente tendem a reduzir esses valores, incluindo atrito não linear e dissipações nos mancais e na estrutura, perdas térmicas associadas ao ciclo de combustão, não linearidades magnéticas como saturação e perdas no ferro, além de perdas nos semicondutores e nos elementos passivos da eletrônica de potência sob retificação passiva (Mikalsen; Roskilly, 2010; Lu *et al.*, 2014; Bao *et al.*, 2014; Rashid, 2004; Yazdani; Iravani, 2010). Os rendimentos apresentados são valores de referência em condições idealizadas, adequados para comparação relativa entre as estratégias. Na prática, espera-se que os valores absolutos sejam menores devido às perdas não representadas no modelo.



Fonte: autora, 2026

A Tabela 9 apresenta uma síntese dos principais indicadores médios de desempenho das estratégias S1, S2 e S3 ao longo do intervalo de simulação de 0–5 s, permitindo uma comparação direta entre potência, eficiência e limites mecânicos.

Tabela 9 — Resumo comparativo das estratégias S1, S2 e S3

KPI	S1 – PI+pico	S2 – E_{mec}	S3 – NMPC
$P_{comb,med}(W)$	6765	6661,6	5581,5
$P_{ext,med}(W)$	6601,8	6525,7	5486,1
$P_{out,med}(W)$	5333,5	4986,7	4031,6

$E_{comb,tot}(J)$	33827	33308	27907
$E_{ext,tot}(J)$	33009	32628	27431
$E_{out,tot}(J)$	26668	24934	20158
η_{conv}	0,81	0,76	0,73
η_{tot}	0,79	0,75	0,72
η_{mec}	0,98	0,98	0,98
$x_{peak}(mm)$	45,0	40,8	41,8
$v_{peak}(m/s)$	9,3	7,8	8,1

Fonte: autora, 2026

A comparação consolidada sintetiza os principais compromissos impostos por cada estratégia de controle. A estratégia S1 opera com os maiores níveis médios de potência extraída e convertida, ao custo de maior amplitude de deslocamento e maior velocidade do pistão, aproximando o sistema dos limites estruturais em condições mais severas. A estratégia S2 apresenta um compromisso equilibrado entre desempenho energético e contenção do curso, com potência média inferior à de S1, porém ainda próxima em ordem de grandeza e acompanhada de maior controle da amplitude. Já a estratégia S3 enfatiza o atendimento explícito às restrições e a regularidade da atuação de controle, o que se reflete em menor potência média e eficiência global na forma implementada.

Esses resultados indicam que, para a configuração de eletrônica de potência adotada, as estratégias mais simples apresentaram maior robustez e melhor relação entre desempenho e complexidade.

O NMPC, embora permita uma formulação mais completa do problema, não apresentou ganhos proporcionais ao aumento de complexidade nas condições deste trabalho. Isso está diretamente ligado à forma de atuação disponível, baseada no amortecimento eletromagnético equivalente, que limita o quanto o controlador consegue explorar seu potencial.

Os resultados também indicam que uma avaliação mais conclusiva do NMPC exigiria um avanço simultâneo na modelagem e na eletrônica de potência, permitindo atuação mais direta sobre variáveis elétricas e maior integração entre os domínios mecânico e elétrico. Trata-se, portanto, de um nível de aprofundamento que extrapola o escopo deste trabalho.

Dentro do contexto adotado, voltado a uma primeira implementação e análise comparativa, o aumento de complexidade associado ao NMPC não se justifica frente aos resultados obtidos. Ainda assim, o estudo foi importante por estabelecer uma base de aplicação

da técnica e por indicar de forma mais clara em quais condições ela tende a se tornar mais interessante.

Esses resultados e análises fornecem a base para uma discussão mais ampla sobre as implicações práticas de cada abordagem, suas limitações e potencial de evolução, a partir da qual são extraídas as principais conclusões do trabalho e indicadas direções para aprofundamentos futuros no capítulo seguinte.

6 CONCLUSÕES

Este capítulo consolida as conclusões do trabalho, discutindo criticamente os resultados obtidos, suas implicações para o controle do FPLG e as principais limitações metodológicas, além de apontar direções para a continuidade da pesquisa.

6.1 SÍNTESE DO TRABALHO REALIZADO

Este trabalho investigou o controle do movimento em um motogerador linear a pistão livre, considerando de forma integrada a dinâmica mecânica, a combustão como excitação primária e a extração eletromagnética como mecanismo de amortecimento. A análise concentrou-se em três estratégias representativas, S1 (controle de amplitude por detecção de pico), S2 (controle baseado em energia mecânica) e S3 (controle preditivo não linear), com o objetivo de compreender como diferentes variáveis de controle influenciam a estabilização do ciclo e o balanço energético do sistema.

A planta foi modelada com ênfase nos domínios mecânico e eletromagnético, adotando simplificações como rigidez constante, atrito reduzido e ausência de efeitos térmicos e perdas parasitas. A combustão foi tratada como excitação externa reconstruída por interpolação, permitindo isolar o problema do controle do movimento, mas sem modelar explicitamente o acoplamento termodinâmico. A conversão elétrica foi baseada em retificação passiva, adequada ao estudo do amortecimento eletromagnético, mas sem possibilidade de controle ativo de corrente e tensão.

Este trabalho explorou três classes de estratégias para o controle do movimento no FPLG, com níveis crescentes de dependência de modelagem e processamento digital. As abordagens por erro no valor de pico e por energia mecânica exploram relações físicas diretas do sistema oscilatório, com leis simples, poucos parâmetros de sintonia e comportamento robusto frente a incertezas. A abordagem preditiva usa um modelo explícito e otimização numérica online, incorporando múltiplos objetivos e restrições físicas, ao custo de maior complexidade computacional, maior sensibilidade a erros de modelagem e maior esforço de implementação. Neste trabalho, o NMPC foi implementado intencionalmente com modelo de baixa ordem, horizontes reduzidos e restrições simplificadas, para preservar viabilidade computacional e coerência com o escopo.

6.2 AVALIAÇÃO QUALITATIVA DOS RESULTADOS

Conceitualmente, os resultados reforçam que o controle do pistão em FPLGs não é um problema de rastreamento de trajetória, mas de balanço energético em regime ressonante: o controle não impõe uma trajetória, mas regula o excedente energético do ciclo por meio da extração eletromagnética, condicionando amplitude e estabilidade do movimento.

A estratégia S1 tem implementação simples e boa estabilidade em regime permanente, mas reage de forma mais lenta a variações da combustão. A estratégia S2 passa a usar diretamente a informação de energia ao longo do ciclo, reduz a latência do controle e melhora a regularidade ciclo a ciclo, sobretudo sob perturbações, embora tenda a produzir maior ondulação na potência elétrica em comparação com S1. Já a estratégia S3 adota uma formulação preditiva com restrições explícitas, o que permite tratar simultaneamente potência, limites mecânicos e suavidade do comando, ao custo de maior complexidade de implementação. Nenhuma das abordagens se mostra superior em todos os aspectos; cada uma atende a objetivos operacionais diferentes e envolve compromissos distintos entre desempenho e complexidade.

A escolha da estratégia depende do objetivo operacional. Para validação experimental inicial e caracterização do ciclo, abordagens mais clássicas e robustas como S1 são adequadas. Para estudos de balanço energético e robustez frente à variabilidade da combustão, S2 oferece uma interpretação mais direta do comportamento do sistema. S3 fornece uma estrutura compatível com extensões futuras, como integração com eletrônica de potência ativa ou múltiplos objetivos de controle. Entretanto, a complexidade adicional associada à formulação preditiva evidencia também uma limitação da arquitetura elétrica considerada neste trabalho. Em sistemas baseados em retificação passiva, a capacidade de atuação sobre a força eletromagnética permanece indireta e relativamente limitada, o que restringe o potencial de exploração de estratégias de controle mais sofisticadas. Nesse contexto, avanços na interface de potência, em particular na possibilidade de regular diretamente a força eletromagnética por meio de retificação controlada, podem representar um passo natural antes da adoção de estruturas de controle mais complexas para o deslocamento ou maximização da potência gerada.

Apresentadas e comparadas as diferenças entre os resultados de cada abordagem, é pertinente analisar também dois aspectos comuns a todas as estratégias, que influenciam de forma transversal os resultados obtidos.

Na sequência, apresenta-se uma reflexão relevante a partir da análise dos resultados e do diálogo com a literatura, relacionada à arquitetura elétrica adotada, em particular ao uso de

retificação trifásica passiva. Os resultados sugerem que essa escolha pode impor limitações estruturais ao domínio elétrico do sistema, manifestando-se de forma consistente independentemente da estratégia de controle e contribuindo para explicar comportamentos recorrentes observados neste trabalho.

Embora o impacto isolado desses efeitos não tenha sido quantificado, tanto a fundamentação teórica quanto as evidências obtidas indicam que sua influência é significativa, devendo ser considerada na interpretação dos resultados e em comparações futuras com arquiteturas elétricas alternativas.

Nesse sentido, as simulações realizadas com as três estratégias evidenciam efeitos característicos da retificação trifásica passiva sobre o domínio elétrico do FPLG. Observou-se que as tensões trifásicas do estator são não senoidais, devido à natureza linear da máquina e à dependência explícita da EMF com a velocidade; a retificação a diodos produz corrente pulsante, vinculada aos cruzamentos de tensão entre fases, sem grau de liberdade para moldar a forma de onda; o barramento CC apresenta ondulação pronunciada associada ao ripple de seis pulsos típico dessa topologia; e a potência extraída exibe componente oscilatória com frequência mecânica dominante. Esse conjunto de fenômenos é coerente com o descrito na literatura para retificadores passivos alimentando máquinas de ímãs permanentes em operação variável.

Em particular, as tensões induzidas no estator não são estritamente senoidais, pois a força eletromotriz do gerador linear depende diretamente da velocidade instantânea do pistão, que varia ao longo do ciclo mecânico. De forma independente, a retificação passiva impõe uma corrente pulsante no lado AC e produz um barramento CC com ondulação elevada, típica dessa topologia, sem grau de liberdade para moldar formas de onda ou regular potência ativa e reativa de maneira independente (Rashid, 2004; Yazdani; Iravani, 2010). Como consequência, a potência extraída apresenta componentes oscilatórias associadas tanto à dinâmica mecânica quanto ao processo de conversão eletromecânica, comportamento amplamente reportado na literatura para geradores de ímãs permanentes operando com retificação não controlada (Lu et al., 2014; Bao et al., 2014).

Do ponto de vista mecânico e energético, a retificação passiva não introduz efeitos adversos relevantes, uma vez que a extração eletromagnética se manifesta predominantemente como um amortecimento proporcional à velocidade, sem impor excitações dinâmicas de alta frequência ao pistão nem alterar de forma significativa o balanço de energias entre E_{comb} , E_{ext} e E_{out} . Esse resultado é coerente com as eficiências obtidas, que se mantêm em níveis

satisfatórios nas três estratégias, e reforça a separação funcional entre o controle do movimento no domínio mecânico e o condicionamento da energia no domínio elétrico.

Na prática, a retificação passiva oferece robustez, baixo custo e simplicidade de implementação, características favoráveis para protótipos e estudos comparativos de estratégias de controle, ao custo de limitar a qualidade da energia e a capacidade de regulação independente de tensão e potência, conforme amplamente discutido na literatura (Rashid, 2004; Yazdani; Iravani, 2010).

6.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados apresentados são exclusivamente numéricos; efeitos práticos como ruído de medição, atrasos, saturações e limitações de corrente não foram representados. Na implementação prática, esses efeitos influenciarão o desempenho e exigirão ajustes nos parâmetros de controle. Além disso, os resultados devem ser interpretados à luz das escolhas de arquitetura adotadas neste estudo, em particular o uso de retificação passiva e de uma interface elétrica com capacidade limitada de atuação direta sobre a força eletromagnética. Nesse contexto, observou-se que as abordagens mais simples apresentaram melhor relação entre desempenho, robustez e esforço de implementação.

A adoção de estratégias mais complexas, como o NMPC, levanta também a questão de até que ponto outras partes do sistema, especialmente a eletrônica de potência, podem se tornar o fator limitante do desempenho obtido. Em arquiteturas baseadas em retificação passiva, a força eletromagnética é regulada de forma indireta, o que restringe o grau de liberdade disponível para exploração de métodos de controle mais sofisticados. Assim, os resultados indicam que a aplicação de técnicas preditivas, como o NMPC, está diretamente condicionada ao nível de detalhamento da modelagem e à capacidade de atuação da eletrônica de potência. No contexto adotado neste trabalho, essa combinação ainda é limitada, o que restringe o aproveitamento do potencial da abordagem.

Dessa forma, mais do que indicar uma limitação da técnica, os resultados apontam que sua avaliação exige um avanço simultâneo na modelagem e na interface elétrica do sistema. Esse tipo de investigação caracteriza um nível de aprofundamento superior ao escopo deste trabalho. Além disso, as estratégias clássicas avaliadas, baseadas em amplitude e energia mecânica, não se limitam a soluções de menor complexidade, mas constituem também caminhos consistentes para aprofundamento, seja pelo refinamento de suas leis de controle, seja

pela sua integração com arquiteturas de eletrônica de potência mais avançadas ou com estruturas de controle mais completas.

Dessa forma, o presente estudo deve ser entendido como uma etapa inicial, que estabelece uma base consistente para o desenvolvimento e evolução das diferentes abordagens de controle consideradas, indicando de forma clara em quais direções cada uma delas tende a se tornar mais vantajosa.

Nesse cenário, estruturas como retificação controlada ou conversores bidirecionais poderiam permitir a formulação de estratégias integradas de controle, envolvendo simultaneamente o deslocamento do pistão, a regulação da tensão do barramento, a qualidade da energia elétrica, a maximização da potência extraída e até mesmo a motorização do gerador para a partida do sistema. Portanto, caso se opte por investir em técnicas de controle mais complexas, torna-se relevante adotar uma visão mais ampla do processo eletromecânico completo, avaliando conjuntamente o nível de sofisticação do controlador e o grau de autoridade da interface elétrica sobre o sistema.

Dentro da arquitetura considerada neste trabalho, entretanto, as estratégias S1 e S2 mostraram-se particularmente interessantes, por combinarem simplicidade de implementação, boa robustez frente a incertezas e desempenho energético competitivo, constituindo alternativas adequadas para aplicações iniciais e para validação experimental do sistema.

Portanto, o trabalho realiza uma comparação direta entre diferentes estratégias de controle sob as mesmas condições de combustão e arquitetura elétrica com retificação passiva, permitindo identificar de forma clara os compromissos entre contenção do curso, potência extraída e regularidade da potência elétrica. Os resultados indicam que, nessa arquitetura, estratégias baseadas em erro geométrico ou energia mecânica apresentam desempenho energético mais interessantes do que os de métodos preditivos mais complexos, com menor custo de implementação e maior robustez.

6.4 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão para trabalhos futuros, destacam-se:

- a integração do controle com modelos analíticos de combustão;
- o uso de eletrônica de potência ativa para controle da conversão elétrica;
- a ampliação do controle para objetivos energéticos e térmicos;
- e a implementação experimental em bancada.

REFERÊNCIAS

- BAO, G.; WEN, J.; WANG, X.; LUO, D. Predictive direct power control for permanent magnet linear generator side converter. In: **INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND SYSTEMS (ICEMS)**, 17., 2014, Hangzhou. Proceedings [...]. Piscataway: IEEE, 2014. p. 442–447. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICEMS.2014.7013526>
- BOLDEA, Ion. **Linear electric machines, drives, and MAGLEVs handbook**. Boca Raton: CRC Press, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1201/b13756>
- BROSNAN, P.; TIAN, G.; MONTANARO, U.; COCKERILL, S. A comprehensive review of the free piston engine generator and its control. **International Journal of Automotive Manufacturing and Materials**, v. 2, n. 1, art. 6, 2023. DOI: <https://doi.org/10.53941/ijamm0201006>.
- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. **Model predictive control**. 2. ed. London: Springer, 2004. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-0-85729-398-5>
- CHENG, Y.; LI, J.; XIAO, J.; ZHANG, C.; ZHU, L.; HUANG, Z. Dual-loop segmented piston trajectory control of free piston linear generator based on sliding mode control. **Energy**, v. 313, art. 133684, 2024. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2024.133684>.
- EVANGELISTA SANTOS, E. **Otimização dos parâmetros operacionais de um motor linear via simulações multidimensionais**. 2025. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2025. DOI: <https://doi.org/10.14393/ufu.di.2025.697>
- GYSEN, Bart Ludo Jozef. **Generalized harmonic modeling technique for 2D electromagnetic problems: applied to the design of a direct-drive active suspension system**. 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, 2011. DOI: <https://doi.org/10.6100/IR719773>.
- GUO, C.; ZUO, Z.; FENG, H.; JIA, B.; ROSKILLY, A. P. Review of recent advances of free-piston internal combustion engine linear generator. **Applied Energy**, v. 269, art. 115084, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2020.115084>.
- IEEE STD 1459-2010. IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions**. New York: IEEE, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1109/IEEESTD.2010.5439063>
- JIA, B.; SUN, L.; WEI, Y.; FENG, H.; LI, J.; LEI, Q.; MIAO, J.; ZUO, Z. Demonstration of an advanced rectification strategy on a linear generator for better electricity quality. **Applied Sciences**, v. 15, art. 5044, 2025. DOI: <https://doi.org/10.3390/app15095044>.
- LISERRE, M.; BLAABJERG, F.; HANSEN, S. Design and control of an LCL-filter-based three-phase active rectifier. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 38, n. 2, p. 299–307, 2002. DOI: <https://doi.org/10.1109/28.993176>.
- LU, Y.; HUANG, X.; ZHU, Z. Q. Direct power control of a permanent magnet linear generator in a free piston energy converter. In: **INTERNATIONAL CONFERENCE ON**

ELECTRICAL MACHINES AND SYSTEMS (ICEMS), 17., 2014, Hangzhou.

Proceedings. Piscataway: IEEE, 2008. p. 3636–3639.

MA, Y.; FENG, H.; JIA, B.; LI, J.; WEI, Y.; LIU, C.; WANG, J.; WEI, S. Generation characteristics and power quality control of a free piston linear generator considering system uncertainty. **Energy**, v. 324, art. 135861, 2025. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2025.135861>.

MIKALSEN, R.; ROSKILLY, A. P. The control of a free-piston engine generator. Part 1: fundamental analyses. **Applied Energy**, v. 87, p. 1273–1280, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2009.07.022>.

NGWAKA, U.; CHEN, F.; QIU, S.; LI, M.; ZHANG, C.; WU, D. Recent progress on performance and control of linear engine generator. **International Journal of Engine Research**, v. 24, n. 7, p. 2866–2896, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1177/14680874231165740>.

PARWAL, A.; FREGELIUS, M.; ALMEIDA, P. M.; SVENSSON, O.; TEMIZ, I.; OLIVEIRA, J. G.; BOSTRÖM, C.; LEIJON, M. A comparative analysis of linear and nonlinear control of wave energy converter for a force control application. **International Marine Energy Journal**, v. 2, n. 1, p. 39–50, 2019. DOI: <https://doi.org/10.36688/imej.2.39-50>.

RASHID, M. H. **Eletrônica de potência: circuitos, dispositivos e aplicações**. 3. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004.

RAWLINGS, J. B.; MAYNE, D. Q. **Model predictive control: theory and design**. Madison: Nob Hill Publishing, 2009.

RIGAMONTI, Michele. A comprehensive model for the simulation of free piston linear generators. 2021. Dissertação (Laurea Magistrale em Engenharia Aeronáutica) – Politecnico di Milano, Milano, 2021. Disponível em: <https://hdl.handle.net/10589/182052>

RIGOBELLO, L. S. **Projeto e dimensionamento de um motor de pistão livre para operação em associação com um gerador elétrico linear**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2020. DOI: <https://doi.org/10.14393/ufu.di.2020.567>

RODRIGUES, R. V. **Estudo e desenvolvimento numérico do projeto de um gerador elétrico acionado por motor a pistão livre**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019. DOI: <https://doi.org/10.14393/ufu.di.2020.48>

SGUAREZI FILHO, A. J. **Model predictive control for doubly-fed induction generators and three-phase power converters**. Oxford: Elsevier, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1016/C2020-0-01024-8>

SMALLBONE, A.; HANIPAH, M. R.; JIA, B.; SCOTT, T.; HESLOP, J.; TOWELL, B.; LAWRENCE, C.; ROY, S.; SHIVAPRASAD, K. V.; ROSKILLY, A. P. Realization of a novel free-piston engine generator for hybrid-electric vehicle applications. **Energy & Fuels**, v. 34, p. 12926–12939, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.energyfuels.0c01590>.

SON, D.; YEUNG, R. W. Real-time implementation and validation of optimal damping control for a permanent-magnet linear generator in wave energy extraction. **Applied Energy**, v. 203, p. 571–579, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2017.09.013>.

SOUZA, W. P. **Geradores lineares tubulares a pistão livre: modelagem harmônica e análise da densidade de fluxo magnético de um arranjo Halbach**. 2024. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2024. DOI: <https://doi.org/10.14393/ufu.di.2024.560>

TOM, N.; YEUNG, R. W. Nonlinear model predictive control applied to a generic ocean-wave energy extractor. **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, v. 136, n. 4, art. 041901, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4027651>.

VERMAAK, Rieghard; KAMPER, Maarten J. Construction and control of an air-cored permanent magnet linear generator for direct drive wave energy converters. In: **IEEE INTERNATIONAL ELECTRIC MACHINES & DRIVES CONFERENCE (IEMDC)**, 2011. Proceedings [...]. Piscataway: IEEE, 2011. p. 1076–1081. DOI: <https://doi.org/10.1109/iemdc.2011.5994750>

WANG, X.; CHEN, F.; ZHU, R.; YANG, G.; ZHANG, C. A review of the design and control of free-piston linear generator. **Energies**, v. 11, n. 9, art. 2179, 2018. DOI: <https://doi.org/10.3390/en11092179>.

WEI, Y.; JIA, B.; LIU, C.; WANG, J.; LI, J.; WEI, S.; MA, Y. Stability assessment and oscillation prediction in free-piston linear generator using an approximate analytical method. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 243, art. 113716, 2026. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2023.113716>.

XIAO, J.; CHENG, Y.; WANG, J.; ZHU, C.; HUANG, Z. An experimental study of a single-piston free piston linear generator. **Frontiers in Energy**, v. 16, n. 6, p. 916–930, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11708-022-0838-4>

YAZDANI, A.; IRAVANI, R. **Conversores fonte de tensão em sistemas de potência: modelagem, controle e aplicações**. São Paulo: Blucher, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1002/9780470551578>

ZHAO, X.; CHEN, F.; ZHANG, C.; PEI, T.; CUI, Y.; XIAO, W. A stable control method for free piston linear generator based on on-line trajectory planning. In: **INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND SYSTEMS (ICEMS)**, 25., 2022. Proceedings [...]. Piscataway: IEEE, 2022. p. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICEMS56177.2022.9982868>.