

Universidade Federal de Uberlândia

Faculdade de Matemática

Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

**MODELAGEM VIA FUSION 360 E IMPRESSÃO
3D NO ENSINO DE GEOMETRIA**

Marcelo Marques Ferreira



Uberlândia-MG

2026

Marcelo Marques Ferreira

MODELAGEM VIA FUSION 360 E IMPRESSÃO 3D NO ENSINO DE GEOMETRIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção de título de **MESTRE EM MATEMÁTICA**.

Área de concentração: Matemática

Linha de pesquisa: Geometria

Orientador(a): Aldicio José Miranda



Uberlândia-MG

2026

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

F383
2026 Ferreira, Marcelo Marques, 1986-
Modelagem Via Fusion 360 e Impressão 3D no Ensino de
Geometria [recurso eletrônico] / Marcelo Marques Ferreira. - 2026.

Orientador: Aldicio José Miranda.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Pós-graduação em Matemática.
Modo de acesso: Internet.
DOI <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2026.239>
Inclui bibliografia.
Inclui ilustrações.

1. Matemática. I. Miranda, Aldicio José ,1977-, (Orient.). II.
Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em
Matemática. III. Título.

CDU: 51

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PPGMPMAT UFU				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Profissional, 03, PPGMPMAT				
Data:	Vinte de março de dois mil e vinte e seis	Hora de início:	14:00	Hora de encerramento:	16:00
Matrícula do Discente:	12412PFT010				
Nome do Discente:	Marcelo Marques Ferreira				
Título do Trabalho:	Modelagem via Fusion 360 e impressão 3D no ensino de geometria				
Área de concentração:	Matemática na Educação Básica				
Linha de pesquisa:	Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Não há				

Reuniu-se de forma híbrida, na sala 1F119 – Bloco 1F do IME/UFU e através da plataforma Google Meet , a Banca Examinadora aprovada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Matemática - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PPGMPMAT). A Banca foi composta pelos professores doutores: Tatiana Miguel Rodrigues - UNESP, campus Bauru-SP; Marisa de Souza Costa- IME/UFU e Aldicio José Miranda - IME/UFU, orientador do candidato e presidente da sessão.

Iniciando os trabalhos, o presidente da mesa, Prof. Dr. Aldicio José Miranda, apresentou os membros da Comissão Examinadora e, juntamente com o candidato, agradeceu a presença de todos os participantes. Posteriormente, o presidente concedeu a palavra ao discente para a exposição de sua dissertação e do produto educacional desenvolvido. A duração da apresentação do discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

Dando continuidade, o presidente da sessão concedeu a palavra aos examinadores, que procederam à arguição do discente. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca reuniu-se em sessão secreta e, após análise criteriosa, decidiu aprovar tanto a dissertação quanto o produto educacional

apresentados pelo candidato.

A Banca, então, atribuiu o resultado final considerando o candidato:

Aprovado

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Tatiana Miguel Rodrigues, Usuário Externo**, em 20/03/2026, às 16:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Aldicio José Miranda, Professor(a) do Magistério Superior**, em 20/03/2026, às 16:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marisa de Souza Costa, Professor(a) do Magistério Superior**, em 20/03/2026, às 16:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **7136800** e o código CRC **8C53B9A8**.

À minha família: minha esposa, Raiane, e meus filhos, Maria Eduarda e Mateus Henrique, que foram cúmplices de minhas abstenções durante este trabalho; ao meu pai, Walter, e ao meu irmão, Marcos Evangelista, que sempre acreditaram no meu potencial, ainda que não dimensionassem os desafios desta jornada; em especial, à memória de minha mãe, Maria Aparecida (em memória), que sonhou com este momento e deixou, como uma de suas últimas vontades, ver seus filhos formados e vitoriosos no mundo acadêmico.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus por ter me proporcionado a oportunidade de realizar este mestrado, um passo fundamental para elevar meu padrão de conhecimento e, sem dúvidas, um dos meus maiores sonhos na vida acadêmica.

Ao meu orientador, Aldicio José Miranda, um professor calmo, solícito e motivador. Ele me apresentou um universo que eu sempre reverenciei, mas no qual nunca havia tido a oportunidade de mergulhar: o mundo da programação, da modelagem e da impressão 3D. Com ele, aprendi que o verdadeiro conhecimento não vem por obrigação, mas por satisfação. Às professoras Tatiana Miguel Rodrigues e Marisa de Souza Costa, pelas valiosas contribuições, críticas e sugestões apresentadas durante a defesa deste trabalho, que foram fundamentais para o aprimoramento e o amadurecimento deste trabalho.

À minha família, que foi minha base emocional. Sim, eu quase desisti; no início, parecia que não conseguiria avançar. No entanto, quando se tem filhos, a palavra “desistir” não é simples de se pronunciar e, quando se tem uma esposa amorosa e acolhedora, tudo se torna possível.

Aos meus colegas de mestrado — Antônio, Dyana, Eliezer, Elisson, Karolline, Heronilza, Mateus e Max —, que tornaram essa jornada mais leve, compartilhando momentos de estudo e descontração que me fizeram refletir sobre a importância de uma caminhada em grupo.

Aos meus professores — Ana Carla, Gustavo, Ana Paula, Francielle, Marisa, Marcus Bronzi, Danilo, Lígia, Germano, Rafael Rossato, Santos e Rafael Figueredo —, que compartilharam seus conhecimentos e contribuíram significativamente para a minha formação.

Às coordenadoras, Ana Paula e Lígia, que sempre estiveram de prontidão para esclarecer dúvidas e resolver os empecilhos que uma jornada como esta pode apresentar.

Aos colegas Adilson, Jucélia, Jerônimo, Mauro, Murilo, Rui, Rafael e Weber, que iniciaram esta caminhada conosco e, embora por alguma intercorrência não tenham podido continuar, fazem parte da nossa trajetória.

Meus agradecimentos aos amigos e companheiros de trabalho da Escola Municipal de Tempo Integral Quim Machado; em especial às amigas Telma, Camila, Eliana, Célia e Maria Cristina, e aos amigos Geuvanei, Ailton e Robson que sempre acreditaram no meu potencial e trouxeram a motivação necessária para me impulsionar.

Destaco, ainda, a diretora Weliamar e a secretária Valéria, que foram sempre solícitas no auxílio com a documentação exigida para a minha matrícula e por me darem liberdade para atuar na proposta do minicurso apresentado neste trabalho. Agradeço aos alunos da turma do Ensino Fundamental II, que participaram com entusiasmo de todas as atividades.

Aos colegas da Secretaria Municipal de Educação de Itumbiara — em especial Cinthia, Cristiane, Cristina, Guaraciema, Lorraine, Michele, Priscila, Ruthinéia e Silvana —, que me apoiaram no momento mais delicado do curso: a preparação para o exame de qualificação.

Meus agradecimentos à minha afilhada Ana Flávia e à minha tia Marli, que abriram as portas de suas casas e ofereceram um local de repouso à minha família enquanto eu assistia às aulas do mestrado. Agradeço também pelo acolhimento que me proporcionou o descanso necessário para seguir a jornada de volta para casa, sempre me incentivando a seguir firme nesse desafio.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (Profmat) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) pela oportunidade de formação. De forma especial, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de mestrado (Código de Financiamento 001), viabilizando a dedicação necessária para a realização desta pesquisa.

Na certeza de que possa ter omitido algum nome, deixo aqui o meu agradecimento a todos que me apoiaram e torceram pela minha vitória. Este título é o reflexo do apoio de muitos, e sou profundamente grato a cada um que acreditou no meu potencial e me incentivou nesta etapa tão significativa da minha carreira.

2026. 131p. Dissertação de Mestrado , Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

Resumo

A modelagem matemática busca aproximar conteúdos teóricos de objetos concretos. Neste contexto, o software Autodesk Fusion 360 destaca-se como uma poderosa ferramenta de modelagem geométrica, permitindo o estudo e a visualização detalhada de sólidos sob múltiplas perspectivas. Aliada à impressão 3D, essa metodologia transforma a percepção teórica em objetos físicos manipuláveis. Neste trabalho apresentamos instruções para a construção e modelagem 3D via Fusion 360 e o fatiamento desses sólidos, explorando definições geométricas e operações booleanas para analisar relações volumétricas — como o volume da esfera via Anticlepsidra e a decomposição de um prisma triangular em três pirâmides de volumes equivalentes. Além das demonstrações algébricas, o texto incentiva o uso de ferramentas digitais para a criação de objetos funcionais. A proposta foi aplicada em um minicurso para estudantes do Ensino Fundamental, integrando o ensino de geometria 2D e 3D a um processo real de modelagem e impressão 3D.

A etapa final deste trabalho consistiu no desenvolvimento do GeoEscola, um complemento desenvolvido em Python para o Autodesk Fusion 360, criado para otimizar a modelagem geométrica no ambiente educacional. Esta ferramenta elimina processos manuais, como esboços 2D e extrusões, substituindo-os por uma interface de entrada direta, onde ao inserir variáveis numéricas como altura, comprimento, raio, ângulos, número de arestas, o GeoEscola aciona algoritmos que geram alguns sólidos pré-definidos como a anticlepsidra, pirâmides, casca de cone entre outros automaticamente.

Palavras-chave: Modelagem 3D, Fusion 360, Ensino de Geometria, Impressão 3D, Python.

Abstract

Mathematical modeling seeks to bridge the gap between theoretical content and concrete objects. In this context, Autodesk Fusion 360 stands out as a powerful geometric modeling tool, enabling detailed study and visualization of solids from multiple perspectives. Coupled with 3D printing, this methodology transforms theoretical perception into manipulable physical objects. This paper presents instructions for 3D construction and modeling via Fusion 360 and the slicing of these solids, exploring geometric definitions and Boolean operations to analyze volumetric relationships—such as the volume of a sphere via the Anticlepsydra and the decomposition of a triangular prism into three pyramids of equivalent volume. In addition to algebraic demonstrations, the text encourages the use of digital tools for creating functional objects. The proposal was applied in a short course for high school students, integrating the teaching of 2D and 3D geometry into a real-world modeling and 3D printing process.

The final stage of this work consisted of developing GeoEscola, a Python-based add-in for Autodesk Fusion 360 designed to optimize geometric modeling in educational environments. This tool eliminates manual processes, such as 2D sketching and extrusions, replacing them with a direct input interface. By entering numerical variables—such as height, length, radius, angles, and the number of edges—GeoEscola triggers algorithms that automatically generate pre-defined solids, including the anticlepsydra, pyramids, and cone shells, among others.

Keywords: 3D Modeling, Fusion 360, Geometry Education, 3D printing, Python.

Sumário

Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	viii
Introdução	1
1 Operações Booleanas e os Primeiros Passos no Fusion 360	4
1.1 Operações Booleanas	4
1.2 Os Primeiros Passos no <i>Fusion 360</i>	6
1.2.1 Conhecendo a Interface	8
1.2.2 Criação de Esboços	10
1.2.3 Construção do Cubo	14
2 Construção de Sólidos Geométricos	19
2.1 Construção do Prisma Pentagonal Regular	19
2.2 Construção da Pirâmide Hexagonal por Transição	23
2.2.1 Construção da Pirâmide por Extrusão Inclinada	25
2.3 Construção do Tronco de Pirâmide Hexagonal Regular	28
2.4 Construção do Cilindro	31
2.4.1 Construção de um Recipiente Cilíndrico	33
2.5 Construção do Cone por Transição	35
2.5.1 Casquinha de Sorvete	35
2.5.2 Construção de Cone por Revolução	40
2.5.3 Casquinha de Sorvete por Revolução	41
2.6 Construção do Tronco de Cone por Transição	46
2.7 Construção da Esfera Sólida	49
2.7.1 Casca Esférica	52

3	Sólidos Particulares e Aplicações	57
3.1	Anticlepsidra	57
3.1.1	Volume da Anticlepsidra na prática	66
3.2	Volume da Pirâmide Triangular	70
3.3	Operações Boleanas	76
3.3.1	União	76
3.3.2	Diferença (Cortar)	78
3.3.3	Intersecção	81
4	Fatiamento e Envio para Impressão	86
4.1	Conhecendo o Bambu Studio – A Interface Principal	86
4.1.1	Janela Principal: Aba Preparar	86
4.1.2	Barra Superior: Ferramentas de Manipulação	87
4.1.3	Visualizando e Monitorando a Impressão	89
4.1.4	Aba Pré-visualização	89
4.1.5	Aba Dispositivo	90
4.2	Configurações Essenciais	91
4.2.1	Aba Qualidade	91
4.2.2	Aba Força	92
4.2.3	Aba Velocidade	93
4.2.4	Aba Suporte	94
4.3	O Passo Final – Fatiar e Exportar	95
5	Minicurso: Modelagem e Fabricação de Sólidos Geométricos no <i>Fusion 360</i> e Impressão 3D	97
6	Produto Educacional	104
6.1	Descrição dos itens do GEOESCOLA	106
7	Considerações Finais	110
	Referências Bibliográficas	112

Lista de Figuras

1.1	Sólidos A e B.	6
1.2	União: $A \cup B$; Diferença: $A - B$; Intersecção: $A \cap B$	6
1.3	Logo do <i>Fusion 360</i> na área de trabalho do computador.	8
1.4	Tela de abertura.	9
1.5	Tela do <i>Fusion 360</i>	9
1.6	Seleção da interface em duas dimensões.	11
1.7	Plano de interface em duas dimensões.	11
1.8	Criar interface 2D.	12
1.9	Inserir um ponto central.	15
1.10	Atribuindo valores.	15
1.11	Concluir esboço.	16
1.12	Interface tridimensional.	16
1.13	Comando Extrusão.	17
1.14	Extrusão do quadrado.	17
1.15	Ângulo e altura de extrusão.	18
1.16	Altura do cubo.	18
1.17	Cubo concluído.	18
2.1	Prisma.	20
2.2	Primeiro ponto da aresta do prisma.	21
2.3	Segundo ponto da aresta do prisma.	21
2.4	Quantidade de arestas.	22
2.5	Adicionando altura.	22
2.6	Prisma pentagonal concluído.	22
2.7	Pirâmide.	23
2.8	Criando plano de deslocamento.	24

2.9	Selecionando plano criado.	25
2.10	Criando o ponto.	25
2.11	Seleção de perfis de transição.	25
2.12	Pirâmide Hexagonal Concluída.	26
2.13	Extrusão.	27
2.14	Ângulo de extrusão negativo.	27
2.15	Pirâmide concluída.	27
2.16	Ilustração do ângulo de extrusão.	28
2.17	Ângulo de extrusão positivo.	28
2.18	Tronco de Pirâmide.	29
2.19	Comando Paralela.	30
2.20	Comando Coicidente.	30
2.21	Perfis 1 e 2.	31
2.22	Tronco de pirâmide hexagonal concluído.	31
2.23	Cilindro.	32
2.24	Dimensionando a base do cilindro.	32
2.25	Extrusão para obter o cilindro.	33
2.26	Cilindro concluído.	33
2.27	Base.	34
2.28	Extrusão Fina.	34
2.29	Recipiente concluído.	35
2.30	Cone.	36
2.31	Opções de dimensionar.	36
2.32	Selecionando perfis de transição.	36
2.33	Cone concluído.	37
2.34	Cálculo da espessura.	38
2.35	Plano paralelo.	39
2.36	Comando Ponto.	39
2.37	Novo esboço na base.	39
2.38	Dimensionando o diâmetro do círculo.	40
2.39	Selecionando perfis de seleção.	40
2.40	Casca de Cone.	40
2.41	Criando um triângulo.	42
2.42	Selecionando perfil e eixo.	43

2.43	Cone concluído.	43
2.44	Perfil para construção de Cone oco.	44
2.45	Seleção de perfil e eixo de rotação.	44
2.46	Grau de rotação.	45
2.47	Cone finalizado aberto (casquina de sorvete).	45
2.48	Tronco de Cone.	46
2.49	Plano de deslocamento.	47
2.50	Base superior.	47
2.51	Perfis de transição.	48
2.52	Tronco de cone.	48
2.53	Esfera.	49
2.54	Criando diâmetro.	50
2.55	Recortar.	51
2.56	Perfil e eixo de rotação.	51
2.57	Ângulo de rotação.	52
2.58	Esfera concluída.	52
2.59	Deslocamento.	54
2.60	Recortar.	54
2.61	Perfil e eixo de rotação.	54
2.62	Casca esférica concluída.	55
2.63	Análise de corte.	55
2.64	Furo.	56
2.65	Casca esférica com furo.	56
3.1	Princípio de Cavalieri na Esfera e Anticlepsidra.	59
3.2	Cone inferior.	60
3.3	Plano paralelo destacado novamente.	61
3.4	Criando cone superior.	61
3.5	Desabilitando plano.	62
3.6	Clepsidra sólida concluída.	62
3.7	Cilindro e Clepsidra.	63
3.8	Cilindro sobreposto à Clepsidra.	63
3.9	Combinando sólidos.	63
3.10	Selecionando aparência.	64
3.11	Anticlepsidra concluída.	64

3.12	Esfera e Anticlepsidra.	65
3.13	Análise de corte.	65
3.14	Inspecionando a área.	66
3.15	Novo esboço.	67
3.16	Deslocamento de curvas.	67
3.17	Extrusão.	68
3.18	Criando espessura inferior e superior.	68
3.19	Furo.	68
3.20	Objeto concluído.	69
3.21	Objeto com textura de vidro.	69
3.22	Prisma dividido e três partes.	72
3.23	Seleção de pontos.	73
3.24	Corpo para divisão.	73
3.25	Ferramenta de divisão.	73
3.26	Seleção de corte.	74
3.27	Prisma cortado.	74
3.28	Selecionando Corpo1.	74
3.29	Seleção de cor para corpos.	75
3.30	Prisma dividido em três partes.	75
3.31	Casca de cilindro e casca de tronco de cone.	76
3.32	Deslocamento da casca de cilindro.	77
3.33	União da casca de cilindro com a casca de tronco de cone.	78
3.34	Funil.	78
3.35	Cilindro e prisma quadrangular.	79
3.36	Deslocamento do cilindro.	79
3.37	Cópia do cilindro.	80
3.38	Cortar.	80
3.39	Separador de fio.	81
3.40	Selecionar cilindro.	82
3.41	Configuração do cilindro.	82
3.42	Espessura.	83
3.43	Deslocamento do segundo cilindro.	83
3.44	Intersecção.	84
3.45	Vistas ortogonais (Quadrado e Círculo).	84

3.46	Bicilindro de Steinmeitz.	85
4.1	Preparar.	87
4.2	Ferramentas de manipulação.	88
4.3	Visualização de G-code.	89
4.4	Controle deslizante de camada vertical.	90
4.5	Dispositivo.	91
4.6	Enviando objeto para a impressão.	96
5.1	Minicurso.	98
5.2	Círculo.	99
5.3	Quadrado sendo base para o cubo.	99
5.4	Construções de sólidos geométricos no <i>Fusion 360</i>	100
5.5	Planificação do cubo.	101
5.6	Esboço do desafio.	101
5.7	Desafio Maker: modelando.	102
5.8	Desafio Maker: modelando.	102
5.9	Desafio Maker: Impressão 3D.	103
6.1	GeoEscola.	105
6.2	Menu GeoEscola.	105
6.3	Caixa de diálogo: Casca Esférica.	106
6.4	Casca Esférica com abertura de 270°.	106

Lista de Tabelas

1.1	Operações booleanas no <i>Fusion 360</i> .	5
3.1	Medidas: casca de cilindro e tronco de cone (em <i>mm</i>).	77
3.2	Medidas: cilindro e cubo (em <i>mm</i>).	79
6.1	Anticlepsidra.	107
6.2	Prisma Regular.	107
6.3	Cone por Transição.	107
6.4	Paralelepípedo.	107
6.5	Pirâmide por Transição (com base regular).	107
6.6	Casca Esférica.	107
6.7	Casca de Cilindro.	108
6.8	Casca de Tronco de Cone.	108
6.9	Casca de Prisma Regular.	108
6.10	Casca de Paralelepípedo.	108
6.11	Casca de Cone.	108

Introdução

A modelagem digital é um processo intrinsecamente ligado ao *software* escolhido. Neste trabalho, utiliza-se o *Autodesk Fusion 360* [2] como uma plataforma integrada que une a modelagem paramétrica, a simulação e a renderização¹. O foco central recai sobre as operações booleanas entre sólidos geométricos, explorando como essa funcionalidade, aliada à impressão 3D, pode transformar o ensino de geometria. A motivação desta abordagem reside na possibilidade de converter conceitos abstratos em objetos tangíveis, permitindo que a construção de materiais concretos seja o ponto de partida para a consolidação de propriedades de figuras planas e espaciais. Ao promover a manipulação desses objetos, busca-se fechar o ciclo de aprendizagem e viabilizar o trabalho experimental, especialmente na compreensão de fórmulas de volume. Assim, estimula-se o protagonismo estudantil, permitindo que os alunos alcancem suas próprias conclusões sobre os métodos de cálculo e a natureza das grandezas geométricas.

As Operações Booleanas estão no núcleo da modelagem 3D. Essas operações derivam da Álgebra Booleana, originalmente desenvolvida por George Boole no século XIX, e aplicadas ao domínio da geometria para permitir a combinação lógica de formas sólidas. As três operações booleanas primárias são: União (ou Soma), que combina dois sólidos em um único, retirando o volume sobreposto e resultando em um novo sólido que contém ambos os volumes originais; a Diferença (ou Subtração), que subtrai o volume de um sólido de outro, sendo indispensável para a criação de furos, cavidades e entalhes; a Interseção (ou Comum), que isola apenas o volume comum compartilhado pelos dois sólidos, sendo útil na criação de encaixes complexos. A aplicação combinada e sequencial dessas operações fornecem um método rigoroso para a construção de geometrias mais complexas a partir de sólidos primitivos, que são os sólidos mais simples, como cubos, cilindros, esferas. As Operações Booleanas são definidas no [Capítulo 1](#) e suas construções digitais via *Fusion 360* nos [Capítulo 2](#) e [Capítulo 3](#).

A importância do *Fusion 360* reside não apenas na sua capacidade de executar essas operações

¹Processo de geração de uma imagem, fotorrealista ou não, a partir de um modelo digital por meio de processamento computacional.

de forma intuitiva, mas também no seu suporte à Modelagem Paramétrica². Isso significa que as operações booleanas não são estáticas; elas são definidas por parâmetros que podem ser alterados retrospectivamente no Histórico de Recursos. Essa capacidade de edição permite a rápida iteração do projeto, o ajuste de dimensões e a correção de erros sem a necessidade de reconstruir o modelo a partir do zero, maximizando a produtividade e a flexibilidade do processo de design. O *software*, portanto, transforma um conceito geométrico abstrato em uma realidade digital dinâmica e manipulável.

Uma vez que um objeto é modelado, podemos exportá-lo para ser fatiado em um outro *software* e em seguida ser impresso por uma impressora 3D. O processo de fatiamento é onde a geometria sólida é decomposta em várias camadas finas, gerando um arquivo de código que a impressora 3D pode interpretar. No [Capítulo 4](#), apresentamos uma introdução de configurações de impressão 3D. A integração fluida entre a modelagem, a exportação e o fatiamento é, portanto, o elo final que concretiza a ideia do designer em um protótipo ou produto funcional.

Um dos principais objetivos deste trabalho é o professor do Ensino Fundamental e Ensino Médio lidar com ferramentas poderosas de modelagem 3D, abrindo caminhos para projetos mais elaborados e que possa ser útil no ensino de geometria. A escolha do *Fusion 360* foi ideal para este projeto, pois além de sua excelente capacidade de modelagem paramétrica, é totalmente livre para educadores e alunos no âmbito do uso educacional. Nos [Capítulo 2](#) e [Capítulo 3](#) podemos ver a construção de vários sólidos geométricos com qualidade e precisão milimétrica, onde alguns deles depois de impresso em uma impressora 3D, poderão ser usados pelos professores em escolas para demonstrar a equivalência de volumes, por exemplo, calcular o volume da esfera através da anticlépsidra, conforme [Seção 3.1](#).

A relevância deste estudo além do âmbito educacional, atinge também a aplicação profissional. A introdução da modelagem 3D e do fluxo de trabalho no *Fusion 360*, é de extrema importância para alunos de escolas de nível fundamental e médio, alinhando-se com as competências de pensamento matemático, computacional e principalmente raciocínio espacial. Ao aprender a manipular sólidos através de operações lógicas, os alunos desenvolvem uma compreensão intuitiva da geometria e da álgebra, transformando conceitos matemáticos abstratos em resultados físicos concretos e tangíveis. Essa abordagem prática e construtiva estimula a criatividade, a capacidade de resolução de problemas e a familiaridade com as ferramentas digitais que moldarão o futuro da tecnologia. Veja um exemplo, [Fig. 5.7](#), onde os alunos de um minicurso, [Capítulo 5](#), ministrado durante o desenvolvimento deste projeto, criaram um suporte de celular no *Fusion 360* e em seguida enviado para impressão 3D,

²Diferente da modelagem tradicional, a modelagem paramétrica utiliza parâmetros e variáveis para controlar dimensões, proporções e formas. Essa característica a torna uma das ferramentas mais poderosas em *softwares* CAD, resultando em projetos dinâmicos e fáceis de ajustar.

Fig. 5.9.

O Produto Educacional, [Capítulo 6](#), oriundo deste trabalho, foi o desenvolvimento do *GeoEscola*, um complemento para uso no *software Autodesk Fusion 360*, utilizando a API (Interface de Programação de Aplicações) em Linguagem *Python*, [12], padrão da plataforma. O *GeoEscola* foi pensado para otimizar a modelagem geométrica de alguns sólidos no ambiente educacional, estabelecendo um fluxo de trabalho ágil e intuitivo. Essa ferramenta traz alguns sólidos pré-definidos, onde automatizamos as etapas iniciais de construção por uma interface de entrada direta de parâmetros.

Portanto, o presente trabalho se propõe a analisar e descrever o papel fundamental das operações booleanas na modelagem sólida, demonstrar sua aplicação prática no *Fusion 360* e delinear o processo de transição do modelo digital para a peça física por meio da exportação, fatiamento e impressão. O objetivo final é justificar a inclusão desse fluxo de trabalho como um componente valioso no currículo educacional voltado para o ensino de geometria, tecnologia e o *design*.

Operações Booleanas e os Primeiros Passos no Fusion 360

Neste capítulo apresentamos uma breve introdução sobre operações booleanas e os primeiros passos no *Autodesk Fusion 360*.

1.1 Operações Booleanas

A modelagem de objetos tridimensionais complexos fundamenta-se frequentemente no paradigma da Geometria Sólida Construtiva (CSG), [6]. O CSG é um paradigma de modelagem onde objetos complexos são criados combinando objetos primitivos como cubos, prismas, esferas, cilindros, entre outros através de uma *Árvore de Operações*. A ordem da sequência dessas operações influencia no resultado final. Neste contexto, a representação de um objeto não se limita à sua fronteira visual, mas é definida matematicamente como um subconjunto de pontos no espaço euclidiano tridimensional ($\mathbb{R}^3$). Para manipular esses volumes, recorre-se à aplicação da Álgebra Booleana sobre a Teoria dos Conjuntos. Um sólido S é definido como um subconjunto fechado, limitado e regular de $\mathbb{R}^3$, e é tratado como um conjunto de pontos, onde as operações lógicas elementares — união, interseção e diferença — determinam a inclusão ou exclusão de regiões espaciais. Regular, significa que o sólido não contém arestas ou faces isoladas sem volume.

Do ponto de vista algébrico, sejam A e B dois sólidos (conjuntos de pontos) em $\mathbb{R}^3$. As operações fundamentais são definidas formalmente como:

Definição 1.1

1. União ($A \cup B$): Representa a fusão aditiva dos volumes. O sólido resultante contém todos os pontos que pertencem a A ou a B .

$$A \cup B = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid p \in A \text{ ou } p \in B\}$$

2. Interseção ($A \cap B$): Determina o volume comum compartilhado pelos objetos. O resultado é composto pelos pontos que pertencem simultaneamente a A e a B .

$$A \cap B = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid p \in A \text{ e } p \in B\}$$

3. Diferença ($A - B$ ou $A \setminus B$): Corresponde à subtração volumétrica. O sólido resultante contém os pontos que pertencem a A , mas que não pertencem a B .

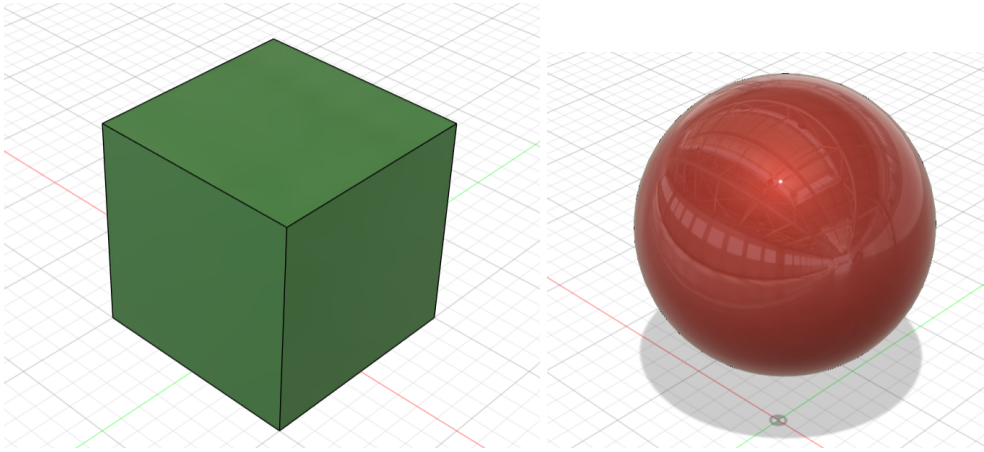
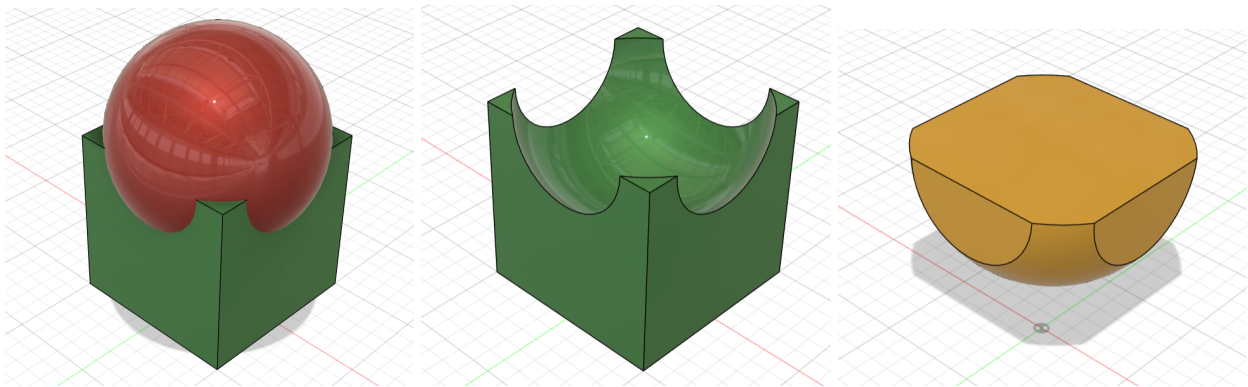
$$A - B = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid p \in A \text{ e } p \notin B\}$$

Observamos que a teoria clássica dos conjuntos pode resultar em conjuntos abertos ou de dimensão inferior (como arestas ou faces isoladas sem volume). Estamos considerando aqui que o resultado de uma operação booleana entre dois sólidos seja sempre um novo sólido válido.

A [Tabela 1.1](#) descreve as operações booleanas entre dois sólidos no *Fusion 360*. As [Fig. 1.1](#) e [Fig. 1.2](#) ilustram essas operações no *software*.

Operação matemática	Notação	Operação no <i>Fusion 360</i>	Descrição
União	$A \cup B$	Unir	Funde dois corpos em um único volume contínuo, removendo as faces internas sobrepostas.
Diferença	$A - B$	Cortar	Permanece o sólido A retirando-se o volume ocupado pelo sólido B .
Interseção	$A \cap B$	Interseção	Apenas o volume comum a ambos os corpos é preservado; o resto é descartado.

Tabela 1.1: Operações booleanas no *Fusion 360*.

**Figura 1.1:** Sólidos A e B.**Figura 1.2:** União: $A \cup B$; Diferença: $A - B$; Intersecção: $A \cap B$.

1.2 Os Primeiros Passos no *Fusion 360*

Para o desenvolvimento da modelagem 3D deste trabalho, utilizamos o *software Autodesk Fusion 360*, [2], versão 2025, uma plataforma integrada de CAD (Computer-Aided Design), CAM (Computer-Aided Manufacturing) e CAE (Computer-Aided Engineering) baseada em nuvem. A utilização do *software* foi viabilizada por meio do Plano Educacional da Autodesk, que concede acesso integral às ferramentas de projeto e engenharia para membros de instituições de ensino devidamente reconhecidas. Este licenciamento permite a exploração completa de funcionalidades sob a premissa do uso estritamente acadêmico e não comercial, garantindo o rigor técnico necessário para o desenvolvimento da pesquisa sem custos de aquisição de licenças comerciais durante o período de vigência do vínculo institucional.

Para ter direito ao acesso gratuito por 1 ano (renovável), você precisa:

1. Ser Estudante ou Educador: Estar matriculado ou empregado em uma “Instituição de Ensino Qualificada” (escolas técnicas, universidades, faculdades).

2. Ter uma Conta Autodesk: Criar um perfil com seu e-mail (de preferência o e-mail institucional .edu ou similar).
3. Comprovação de Elegibilidade: Você precisará enviar um documento oficial que contenha:
 - Seu nome completo.
 - O nome da instituição de ensino.
 - Uma data dentro do ano letivo atual (ex: comprovante de matrícula, histórico ou carteirinha de estudante).

Veja abaixo o passo a passo de como adquirir essa licença educacional:

1. Acesse o portal: Vá até a [página de Educação da Autodesk](#).
2. Faça o Login: Ou crie sua conta se ainda não tiver uma.
3. Confirme os dados: O sistema pedirá para você confirmar sua data de nascimento e instituição.
4. Upload de Documentos: Se o sistema não te validar automaticamente pelo e-mail, ele pedirá a foto do comprovante de matrícula.
5. Aguarde a Validação: Geralmente leva de alguns minutos a 48 horas.
6. Baixe e Instale: Assim que validado, basta baixar o Fusion. Ao logar no *software*, ele reconhecerá sua licença educacional automaticamente.

O *Autodesk Fusion 360* é uma poderosa ferramenta de *software* CAD, e é muito utilizada por engenheiros, designers, professores e makers. O *Fusion 360* utiliza o milímetro (mm) como unidade padrão porque ele é a norma internacional da indústria de manufatura e engenharia mecânica. Embora você possa alterar essa configuração.

1. **Padrão Global (ISO):** A grande maioria dos países e indústrias segue o Sistema Internacional de Unidades (SI). O milímetro oferece uma base decimal simples que evita erros de conversão comuns no sistema imperial (polegadas, pés).
2. **Precisão em Pequena Escala:** Diferente da arquitetura (que usa metros ou centímetros) ou da engenharia civil, a engenharia mecânica lida com componentes pequenos e tolerâncias ajustadas.

- No sistema métrico, é mais fácil trabalhar com $10,5\text{mm}$ do que com frações complexas como $13/32$ de polegada.
- O milímetro permite uma granularidade excelente para peças que serão impressas em 3D ou usinadas em máquinas CNC.

3. **Interoperabilidade e Fabricação Digital:** A maioria das impressoras 3D e máquinas de corte (como as que usam arquivos STL ou G-code) lê os números do arquivo como se fossem milímetros. Se você desenha em centímetros e exporta para um fatiador de impressão 3D, a peça pode aparecer 10 vezes menor do que o esperado, pois o *software* de fabricação interpretará “1 unidade” como “1mm”.

Esta seção apresenta um guia para os primeiros passos essenciais, desde a familiarização com a interface até a criação do primeiro objeto tridimensional. Para iniciarmos o trabalho com o *software*, precisamos clicar duas vezes com o botão esquerdo do mouse no ícone do *software*, Fig. 1.3, assim como na maioria dos programas.

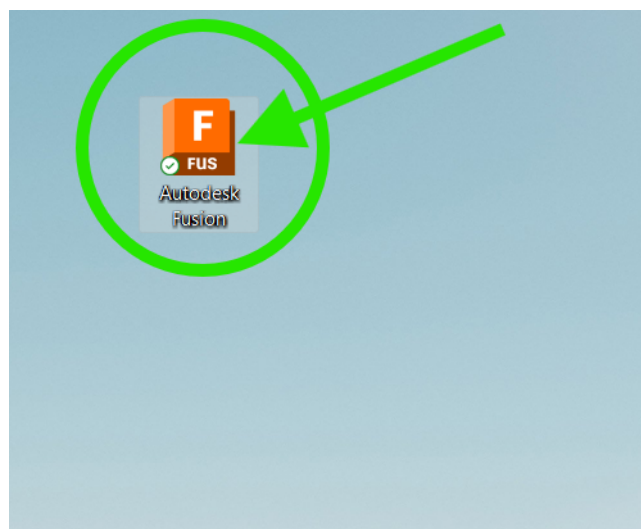


Figura 1.3: Logo do *Fusion 360* na área de trabalho do computador.

Na tela de abertura podemos escolher trabalhar em projetos iniciados e salvos ou construir um novo projeto. No caso vamos para um novo projeto, veja Fig. 1.4, para mostrar funcionalidades do sistema.

1.2.1 Conhecendo a Interface

A interface do *Fusion 360* é estruturada sob uma arquitetura de *design* objetiva, priorizando a eficiência do processo de criação e a gestão paramétrica do projeto. A disposição dos elementos

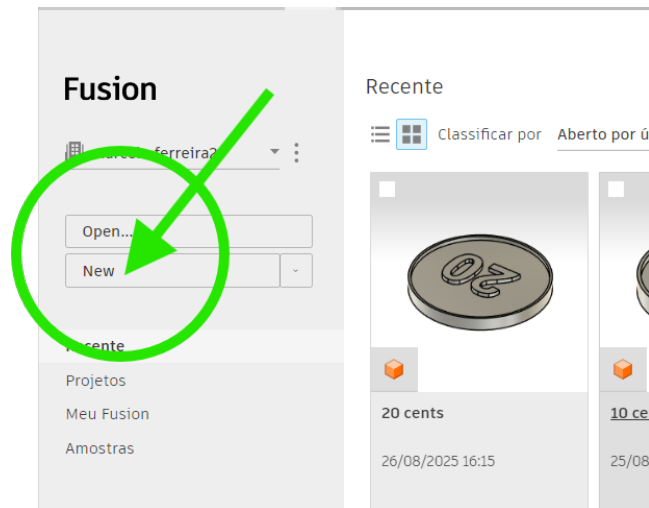


Figura 1.4: Tela de abertura.

fundamentais permite o controle rigoroso sobre a geometria e a cronologia da modelagem, conforme ilustrado na Fig. 1.5.

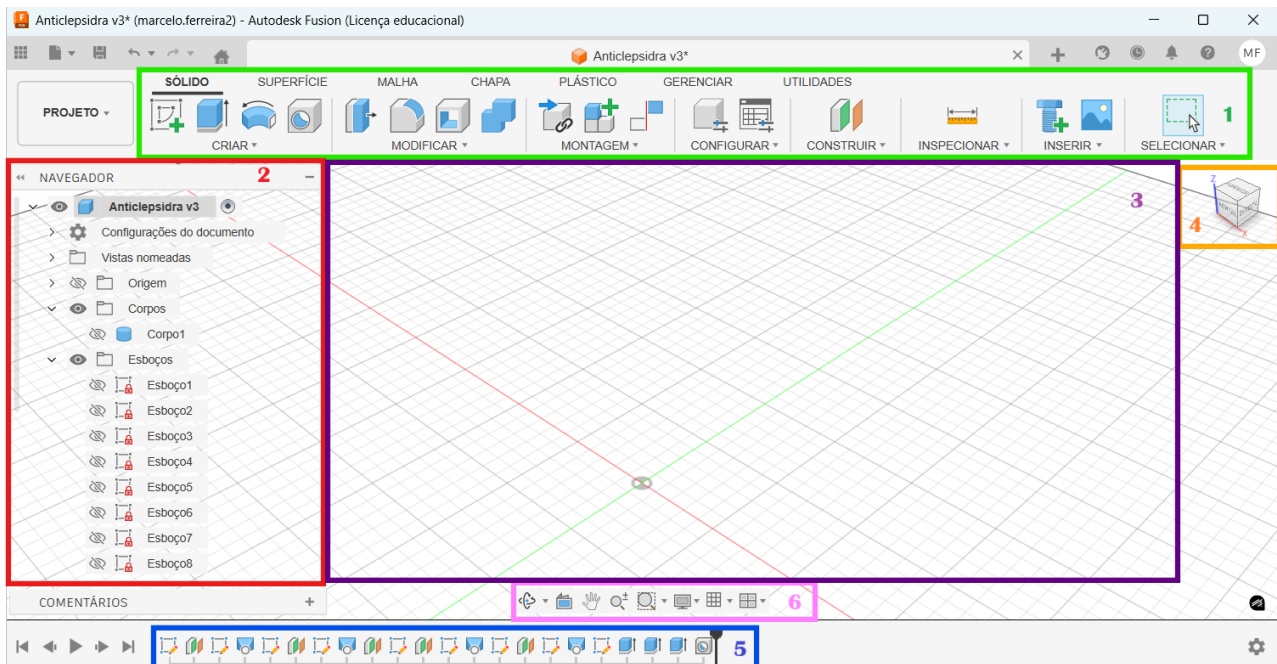


Figura 1.5: Tela do Fusion 360.

As subdivisões do *software*, enumeradas na Fig. 1.5, compreendem as seguintes funcionalidades:

1. **Barra de Ferramentas Superior:** Aqui você encontrará as principais ferramentas para criar e modificar seus projetos. Ela é dividida em abas como “Sólido”, “Superfície”, “Malha”, etc.
2. **Navegador (Browser):** Localizado à esquerda, o navegador organiza todos os elementos do seu projeto, como corpos, esboços, juntas e origens. É uma estrutura em árvore que permite selecionar e editar cada componente do seu modelo.

3. **Tela de Visualização (Canvas):** A maior parte da tela é a sua área de trabalho, onde você irá criar e interagir com seus modelos 3D.
4. **ViewCube:** No canto superior direito da tela de visualização, o ViewCube permite que você alterne facilmente entre diferentes vistas do seu modelo (frontal, superior, direita, etc.) ou rotacione a visualização livremente.
5. **Linha do Tempo (Timeline):** Na parte inferior da tela, a linha do tempo registra cada operação que é realizada no seu projeto. Esta é uma das características mais poderosas do *Fusion 360*, pois permite voltar e editar qualquer passo do seu processo de design, e o modelo se atualizará automaticamente.
6. **Configuração de exibição:** Na parte inferior da tela, logo abaixo da imagem do objeto em construção, encontramos alguns comandos que permitem ao operador reposicionar a exibição deste objeto, como Órbita, Olhar, Pan, Zoom, Janela de Zoom, Configuração de exibição, Grades e Snaps e Viewports.

1.2.2 Criação de Esboços

A construção de geometrias sólidas no *Fusion 360* fundamenta-se, essencialmente, na elaboração de esboços bidimensionais (sketches). Esta etapa atua como a base paramétrica do projeto, onde são definidas as restrições geométricas e as relações dimensionais que orientarão a posterior geração do volume tridimensional.

Criando um Esboço: Clicamos no ícone  “Criar Esboço” (Create Sketch) na barra de ferramentas superior. O *Fusion 360* solicitará a seleção de um plano para desenhar. Podemos selecionar quaisquer um dos três planos de origem (XY , XZ ou YZ). Optamos por selecionar o plano inferior (XY), como mostra a [Fig. 1.6](#).

Ao acessar o ambiente de esboço, a interface é reconfigurada para exibir o conjunto de ferramentas de desenho bidimensional, conforme ilustrado na [Fig. 1.7](#). Nesta interface, observa-se uma ampla gama de recursos para a geração de geometrias 2D.

Para o desenvolvimento deste trabalho, foram selecionadas ferramentas específicas de desenho, agrupadas predominantemente no menu *Criar*, [Fig. 1.8](#). Este menu disponibiliza entidades geométricas fundamentais, tais como linhas, retângulos, círculos, arcos, polígonos e elipses, além de geometrias complexas como ranhuras e curvas cônicas. Adicionalmente, o ambiente permite a aplicação de

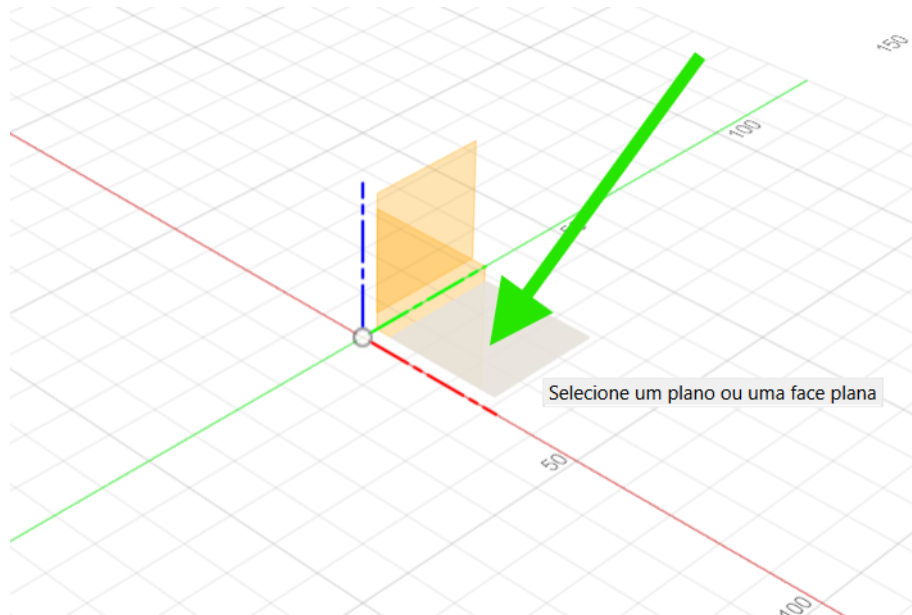


Figura 1.6: Seleção da interface em duas dimensões.

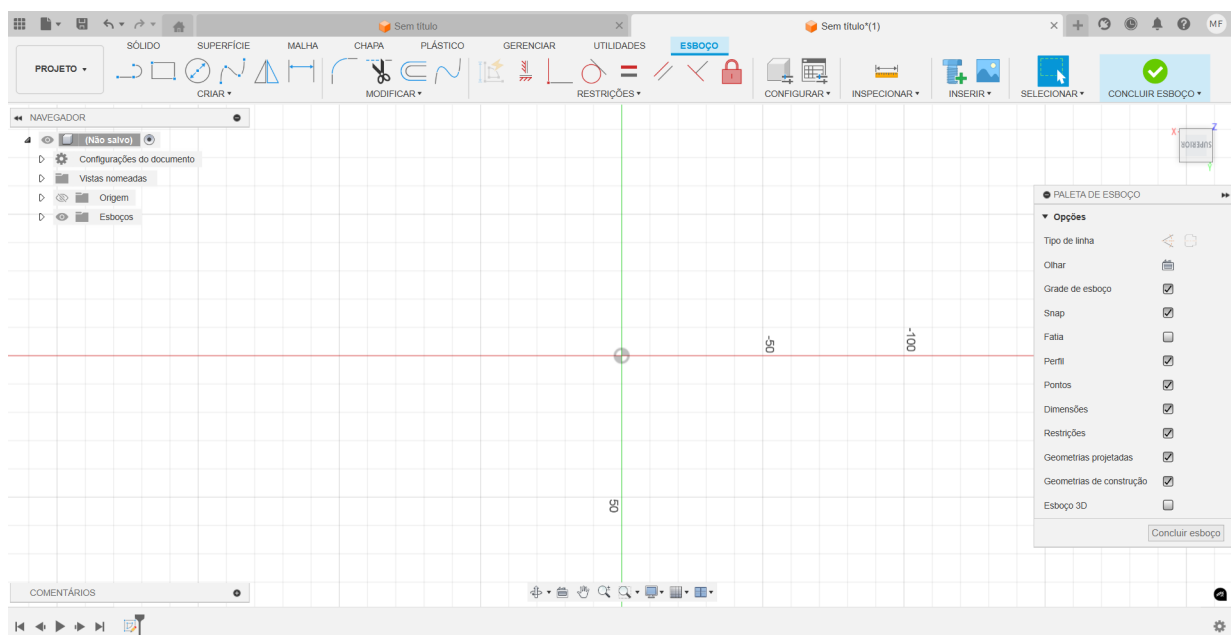


Figura 1.7: Plano de interface em duas dimensões.

operações de modificação e replicação, incluindo o espelhamento de figuras e a criação de padrões circulares e retangulares, recursos que serão detalhados a seguir:

- **Linha** : Com este comando criamos segmento de reta, linha poligonal aberta, ou polígonos, podendo ainda incluir as dimensões no momento do clique ou depois com o comando *Cota de Esboço* , podendo também selecionar o raio de inclinação desejado.
- **Linha do ponto central** : Este comando cria uma linha simétrica a partir de um ponto central. Inicialmente definimos o ponto de origem para iniciar a simetria, logo após estabelecemos o ponto final e concluímos a linha.

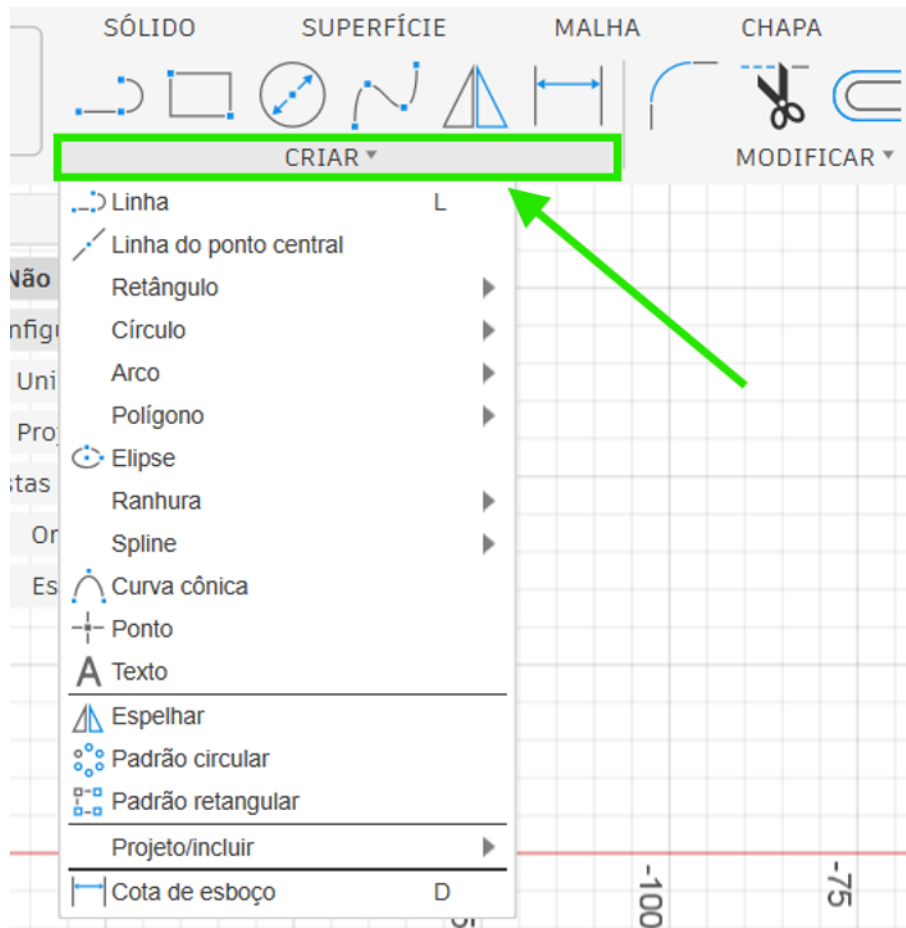


Figura 1.8: Criar interface 2D.

- **Retângulo:** Neste botão temos três possibilidades para a construção de um retângulo, veremos as três funcionalidades e destacaremos nossa preferência a seguir.

1. **Retângulo de 2 pontos** : Neste comando podemos criar um retângulo a partir de dois pontos, ou seja, dois cliques na tela. O primeiro clique marcará o início do retângulo e o segundo definirá as duas dimensões, sendo assim um clique em diagonal ao primeiro.
2. **Retângulo de três pontos** : Neste comando podemos criar um retângulo a partir de três pontos, ou seja, três cliques na tela, definindo uma dimensão com dois pontos e a outra dimensão com o último ponto formando o retângulo desejado. Um comando muito bom para inserir o retângulo em outra parte da criação de um projeto, pois a primeira dimensão, ou seja, segmento de reta, será criado exatamente onde se clicar, e depois basta digitar ou clicar para criar a outra dimensão restante, tornando assim mais fácil de orientar a figura sobre outra já construída.
3. **Retângulo central** : Para começar o retângulo, clicamos no ponto escolhido para ser o centro da figura, e outro clique no lugar que formará as duas dimensões do mesmo, como dito antes é possível escolher os valores das dimensões posteriormente no comando

Cota de Esboço. É importante ressaltar que este comando de *Retângulo Central* facilita a centralização do retângulo com os eixos da interface possibilitando uma melhor orientação para as construções que exigem localização de eixo ou centro do esboço.

Em seguida veremos geometrias circulares e arcos, onde encontramos ferramentas destinadas à criação de perfis curvos e revoluções.

- **Círculo:** Pode ser definido pelo Centro e Diâmetro  (padrão); por 2  ou 3  pontos na circunferência para ajuste em geometrias existentes; ou por Tangência em 2  ou 3  segmentos de reta, garantindo concordância suave com outras arestas.
- **Arco:** Criado por 3 pontos  (início, fim e curvatura); por Centro e Pontos  (define o raio e o ângulo de abertura); ou Tangente , que prolonga uma linha ou arco mantendo a continuidade.
- **Elipse** : Definida por um ponto central e a determinação de dois eixos (maior e menor).

Os próximos itens são polígonos e formas complexas, utilizados para criar formas multifacetadas ou orgânicas.

- **Polígono:** Três variações principais:
 1. **Circunscrito** : O círculo de referência tangencia as arestas.
 2. **Inscrito** : O círculo de referência toca os vértices.
 3. **De Aresta** : Definido pelo comprimento de um dos lados e orientação.
 - **Ranhura** (Slot) : Permite criar aberturas oblongas. Pode ser Linear (definida por centros ou extremidades) ou em Arco (definida por um raio e largura), ideal para guias e rasgos de chaveta.
 - **Spline:** Cria curvas suaves e complexas. A de *Ajustar Pontos de Spline*  passa exatamente pelos pontos clicados, enquanto a de *Spline de Pontos de Controle*  usa os pontos como "âncoras" externas para esculpir a curvatura.
 - **Curva Cônica** : Gera arcos baseados no valor de Rho, permitindo formas que variam entre elipses, parábolas e hipérboles.
- Veremos alguns elementos de precisão e ferramentas de produtividade que são grandes auxiliares e modificadores nas construções.
- **Ponto** : Serve como referência espacial, suporte para furos ou nós de conexão em splines 3D.

- **Texto** : Cria perfis de letras e números, podendo ser retilíneo ou seguir o caminho de uma curva.
- **Espelhar** : Duplica geometrias simetricamente em relação a uma linha de centro (eixo).
- **Padrões (Circular**  **e Retangular** ): Multiplica objetos em série no padrão circular ou retangular.
- **Projeto / Incluir**: Comandos essenciais para criar relações entre o sólido 3D e o novo esboço.
 1. **Projetar**  (P): “Copia” bordas de um corpo 3D para o plano de desenho atual. É associativo (atualiza conforme o modelo muda).
 2. **Interseção** : Gera linhas apenas onde o plano de esboço “corta” o sólido.
 3. **Incluir Geometria 3D** : Permite usar arestas que não estão no plano do esboço sem achatá-las.
 4. **Projeto para Superfície** : “Molda” uma linha de esboço sobre uma face curva (como um adesivo em uma garrafa).
 5. **Curva de Interseção** : Cria o caminho exato onde duas faces ou corpos se cruzam no espaço.
- **Cota de Esboço**  (D): Define as medidas exatas (comprimento, ângulo, raio) e a posição relativa de todos os elementos. É o passo final para “travar” o esboço e evitar alterações acidentais.

Outras funções como por exemplo, *perpendicularismo*, *paralelismo*, *tangência*, etc. serão vistas posteriormente.

Dica: O *software* provê um sistema de auxílio contextual que, ao posicionar o cursor sobre determinado comando, apresenta uma descrição técnica da função correspondente, facilitando a precisão na escolha da ferramenta.

Como ponto de partida, exploraremos o passo a passo para a criação de um cubo, ambientando-nos à interface tridimensional do *software*.

1.2.3 Construção do Cubo

Iniciamos o processo utilizando a ferramenta *Criar/Retângulo/Retângulo Central*. Ao fixar o ponto central na intersecção dos eixos — como exemplificado na Figura 1.9 — garantimos uma melhor

referência visual e simetria para a peça. Note que, embora esse alinhamento com a origem facilite o trabalho, ele não é estritamente necessário para a execução do desenho.

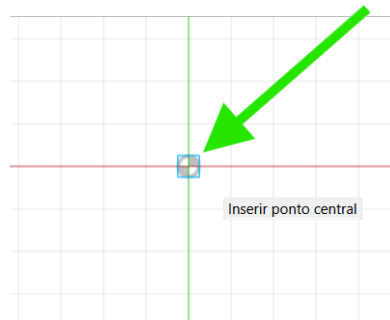


Figura 1.9: Inserir um ponto central.

Movimentando com o mouse encontramos a dimensão que pretendemos construir, quando isso acontecer basta dar um clique. Também é possível digitar as dimensões, [Fig. 1.10](#) (Utilize a tecla *Tab* para alternar entre as caixas de inserção de medidas), no caso criamos um quadrado com 50mm de aresta. Quando inserir as duas dimensões finalizamos a construção do quadrado com a tecla *Enter*.

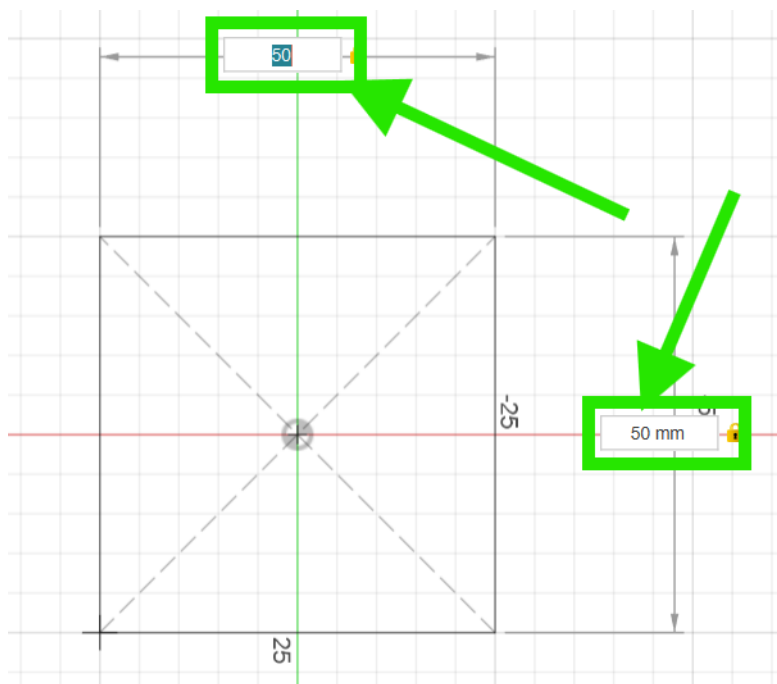


Figura 1.10: Atribuindo valores.

Ao adicionar os valores, a figura ficará com um formato de linhas pretas e um tom azulado em seu interior, mostrando que os valores estão todos adicionados, permitindo assim a conclusão do esboço, veja a [Fig. 1.11](#).

Sempre que finalizar um esboço 2D, é indispensável acionar o comando *Concluir Esboço* , localizado no canto superior direito da interface, conforme ilustra a [Fig. 1.11](#). Este é um dos comandos mais recorrentes no *Fusion 360*, sendo responsável por encerrar o ambiente de desenho e retornar

a interface às ferramentas de modelagem tridimensional, na qual a geometria bidimensional assume a posição de base para o projeto, como ilustrado na Fig. 1.12. Nesta etapa, o *software* disponibiliza diversos recursos de processamento geométrico que permitem converter o perfil plano em um sólido tridimensional.

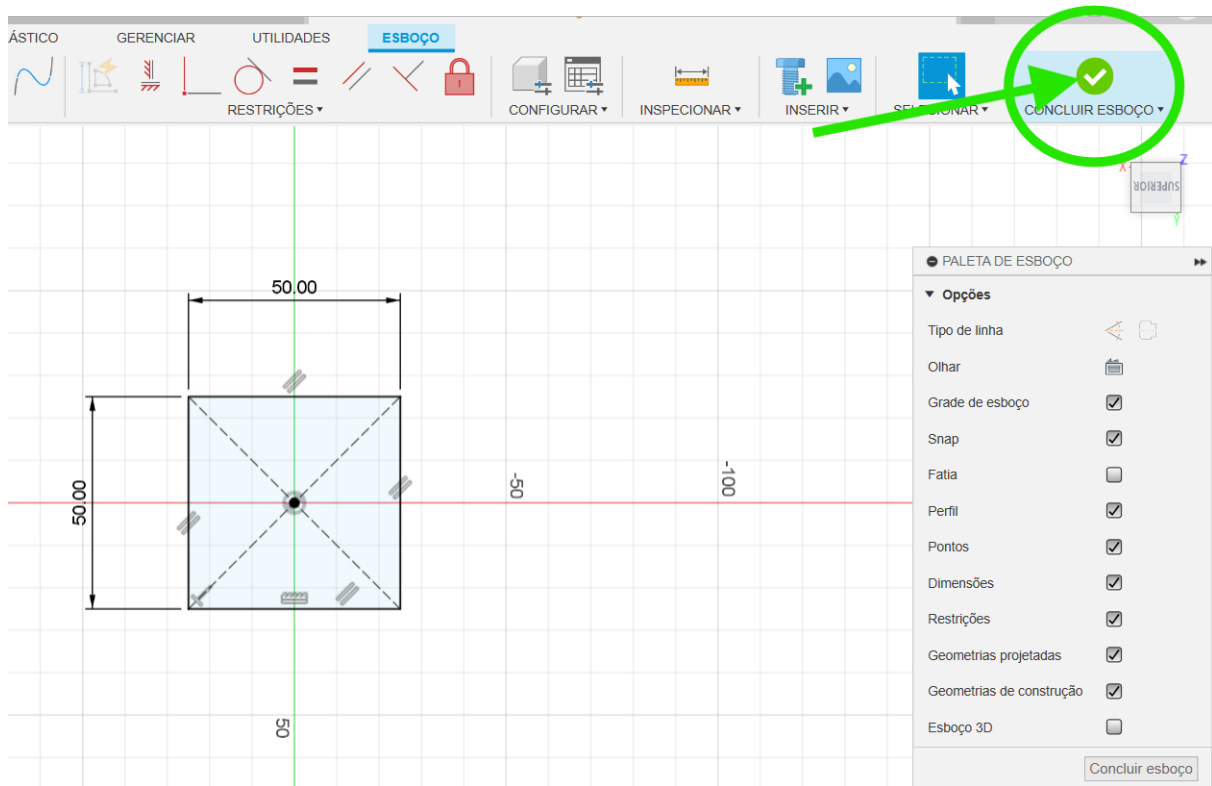


Figura 1.11: Concluir esboço.

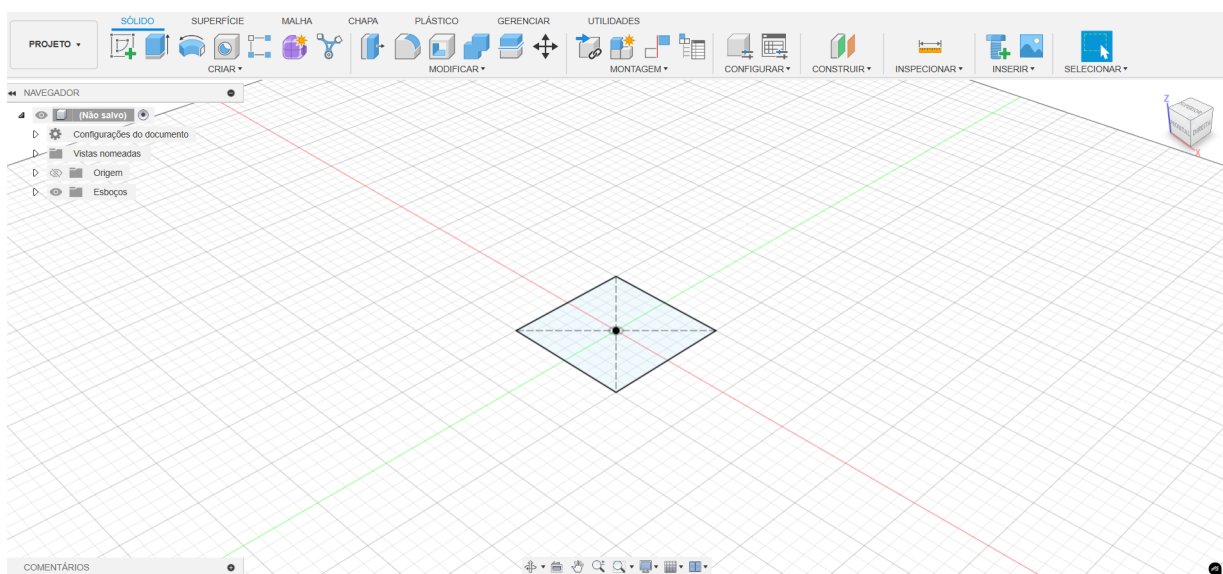


Figura 1.12: Interface tridimensional.

Comando Extrusão: Este comando, Fig. 1.13, é uma excelente ferramenta para tornar uma figura bidimensional em tridimensional mantendo as formas do esboço inicial. (Entenda este comando como um “puxão” ou um “empurrão”).

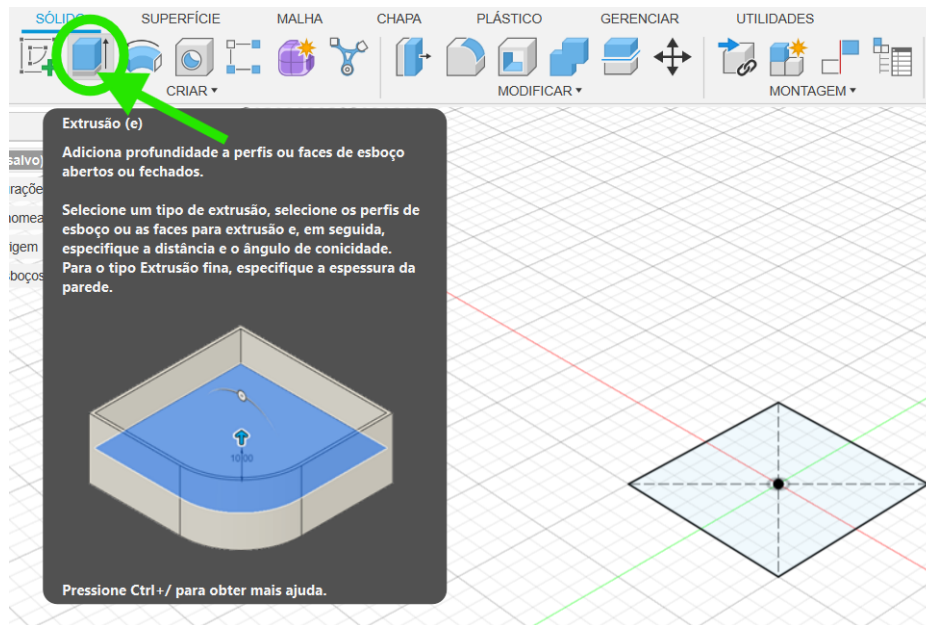


Figura 1.13: Comando Extrusão.

Na Fig. 1.14 observamos uma seta e um botão de rotação. A seta pode ser puxada ou empurrada para formar a figura em qualquer um dos dois sentidos, inclusive realizando cortes. O botão de rotação define o ângulo da extrusão, que normalmente mantemos em 90°, embora essa funcionalidade seja explorada em outras criações.

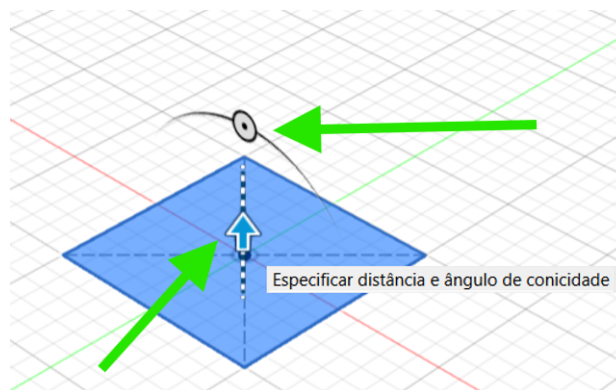


Figura 1.14: Extrusão do quadrado.

Se quisermos uma extrusão oblíqua podemos movimentar o botão ou adicionarmos o ângulo, assim a figura terá um formato onde a base inicial será menor que a base superior como mostra a Fig. 1.15. Caso desejar o oposto, ou seja, uma base inferior maior do que a base superior basta adicionar o sinal de negativo no ângulo, sabendo que o ângulo é em relação a base superior e a face lateral da figura. Com a tecla *Tab* podemos mudar o comando do ângulo para a altura do objeto, puxando ou digitando a altura pretendida.

Como a nossa proposta neste exemplo é a construção de um cubo, não precisamos de acrescentar valores para o ângulo de extrusão, somente digitamos 50mm para a altura de extrusão, veja a

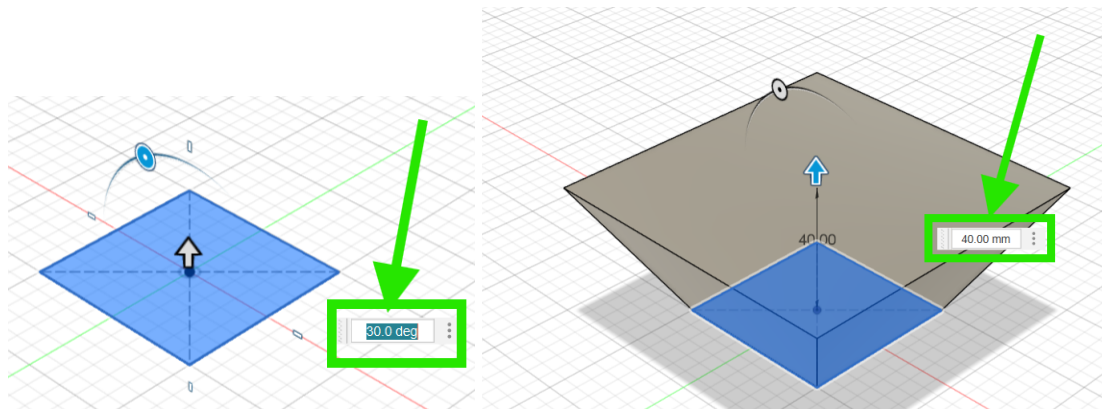


Figura 1.15: Ângulo e altura de extrusão.

[Fig. 1.16](#). Ao apertar a tecla *Enter* concluímos nosso primeiro objeto como mostra a [Fig. 1.17](#).

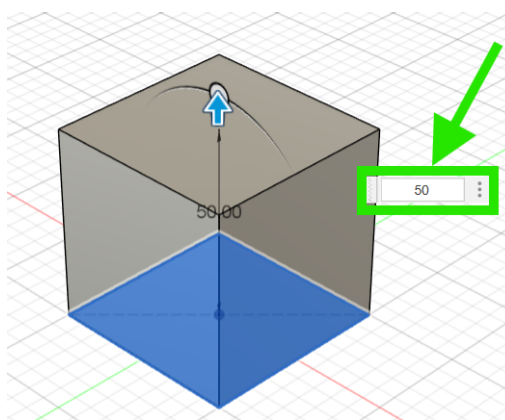


Figura 1.16: Altura do cubo.

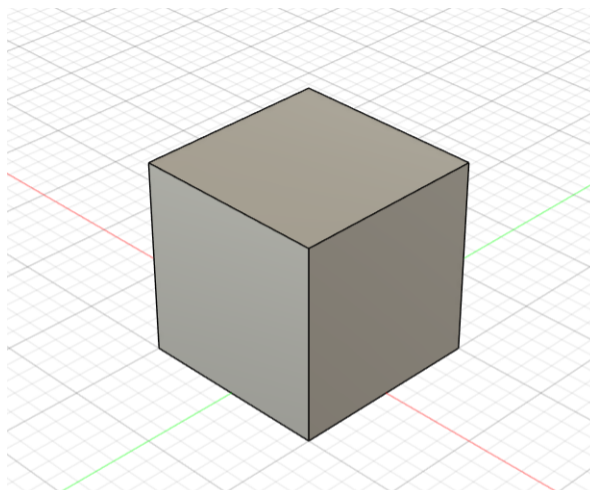


Figura 1.17: Cubo concluído.

Construção de Sólidos Geométricos

A modelagem de sólidos básicos ou primitivos constitui a etapa inicial e necessária no aprendizado da construção de sólidos geométricos mais complexos. Neste capítulo vamos modelar os principais destes sólidos geométricos simples, por exemplo, prismas, pirâmides, cones, troncos de pirâmide e cone, cilindro e esfera, além de conhecer mais sobre as ferramentas do *Fusion 360*.

A criação de um objeto tridimensional impõe o desafio de compreender como o volume emerge da simplicidade de uma figura em um plano. Todo sólido, independentemente de sua complexidade, possui sua origem em figuras bidimensionais, sendo o estudo de suas bases e faces planas essencial para revelar as regras que permitem a uma forma ocupar o espaço tridimensional. A base, portanto, atua como o molde fundamental da estrutura; ao analisarmos polígonos, compreendemos como o objeto se projeta para criar profundidade. Para o desenvolvimento e a exposição das definições que compõem este capítulo, fundamentamos nossa base teórica nas obras de Dolce e Pompeu, cujos conceitos norteiam a análise das propriedades geométricas aqui apresentadas.

2.1 Construção do Prisma Pentagonal Regular

A formação de um prisma pode parecer intuitiva quando o imaginamos como o empilhamento infinito de sua base. Essa perspectiva simplifica a compreensão do objeto, transformando-o em um sólido de construção lógica e previsível. No entanto, o sucesso dessa “construção” geométrica exige rigor na definição dos seus elementos fundamentais.

Definição 2.1

De acordo com Dolce e Pompeo, [5] (2013), consideremos um polígono convexo (região poligonal convexa) $A_1A_2 \dots A_n$ situado num plano α e um segmento de reta $\overline{PQ}$, cuja reta suporte intercepta o plano α em um único ponto. Chama-se prisma (ou prisma convexo) à reunião de todos os segmentos congruentes e paralelos a $\overline{PQ}$, com uma extremidade nos pontos do polígono e situados num mesmo semiespaço dos determinados por α .

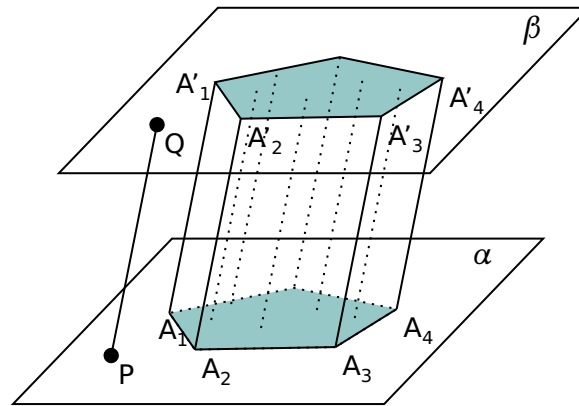


Figura 2.1: Prisma.

Ainda segundo Dolce e Pompeo, os prismas podem ser classificados como:

- **Prisma reto** é aquele cujas arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases. Num prisma reto as faces laterais são retângulos.
- **Prisma oblíquo** é aquele cujas arestas são oblíquas aos planos das bases.
- **Prisma regular** é um prisma reto cujas bases são polígonos regulares.

Neste trabalho nos atentaremos em construir o prisma regular e indicaremos uma sugestão de construção para os demais.

Passos para a construção do prisma regular no *Fusion 360*:

1. Clique no menu: *Tela esboço/botão criar/polígono/polígono de aresta* .
2. Clique na tela para inserir o primeiro vértice, Fig. 2.2.
3. Clique na tela, Fig. 2.3, para inserir o segundo vértice (ou digite na caixa a dimensão desejada).
4. Na próxima caixa digite a quantidade de arestas do polígono, Fig. 2.4.
5. Clique no botão *Concluir Esboço* ¹ .

¹Note que ao concluir o esboço o programa alterna para a tela 3D já com o polígono desenhado.

6. Clique no *Botão Extrusão* , depois na base pentagonal, em seguida digite o valor da altura na caixa de texto como podemos ver na [Fig. 2.5](#).
7. Clique no botão *OK* da *Caixa de Diálogo Extrusão* ou aperte a tecla *Enter* para concluir o Prisma, veja a [Fig. 2.6](#).

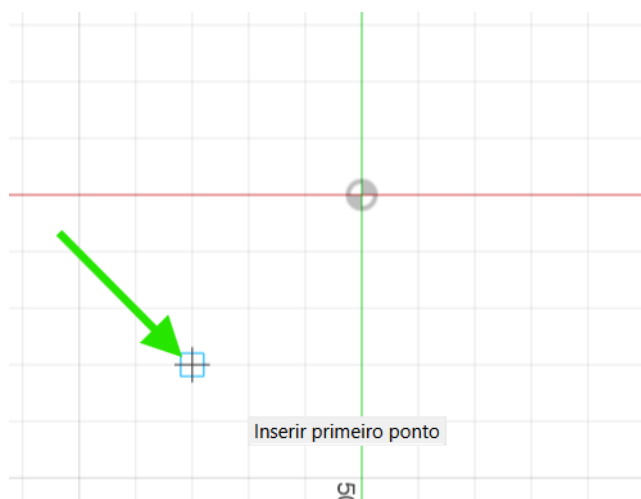


Figura 2.2: Primeiro ponto da aresta do prisma.

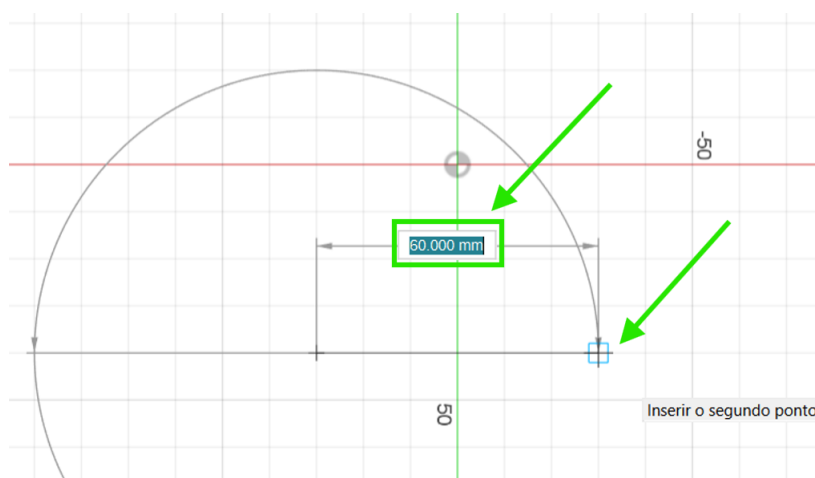


Figura 2.3: Segundo ponto da aresta do prisma.

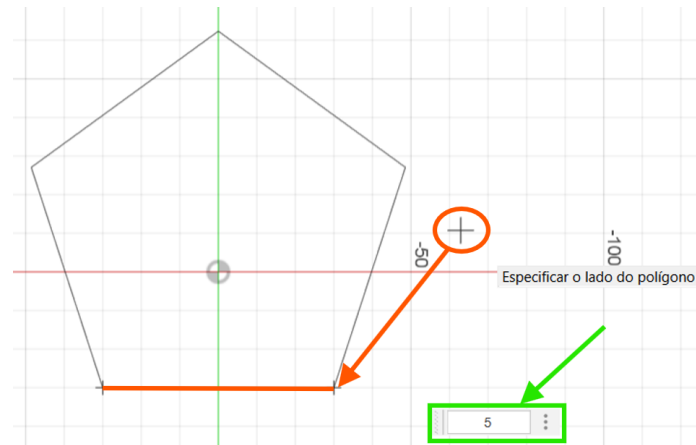


Figura 2.4: Quantidade de arestas.

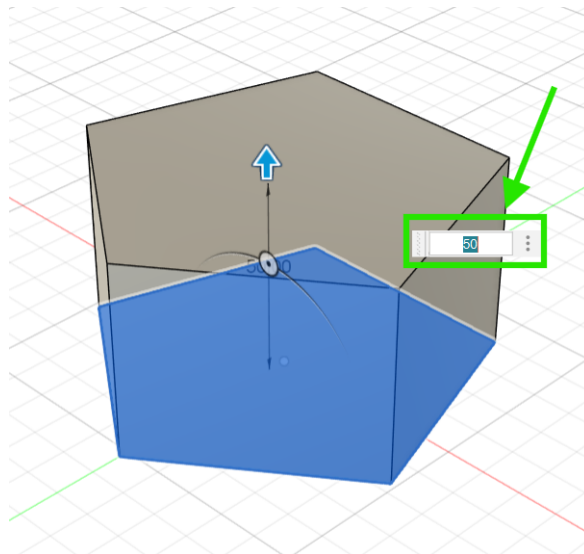


Figura 2.5: Adicionando altura.

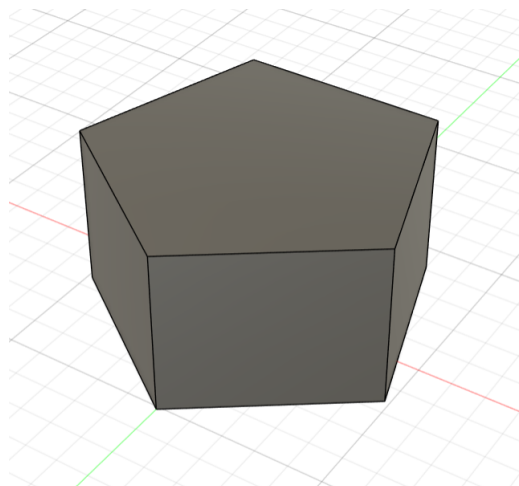


Figura 2.6: Prisma pentagonal concluído.

2.2 Construção da Pirâmide Hexagonal por Transição

A construção de uma pirâmide introduz um desafio geométrico singular: diferentemente dos prismas, sua estrutura não deriva de uma extrusão uniforme, mas de uma convergência que parte de um polígono de base em direção a um único ponto no espaço, o vértice. Essa transição redefine a percepção do volume, substituindo faces laterais paralelas por faces triangulares que se afunilam conforme ascendem. Compreender a pirâmide significa, portanto, entender como a inclinação e o encontro dessas superfícies determinam a silhueta do sólido, revelando uma dinâmica de ocupação espacial distinta, onde o plano original não é apenas deslocado, mas sim reduzido até o seu ponto culminante.

Definição 2.2

Segundo Dolce e Pompeo (2013), [5], uma pirâmide é caracterizada pelo conjunto de segmentos que ligam um vértice V a uma região poligonal $A_1A_2\dots A_n$ convexa contida em um plano que não inclui o vértice V .

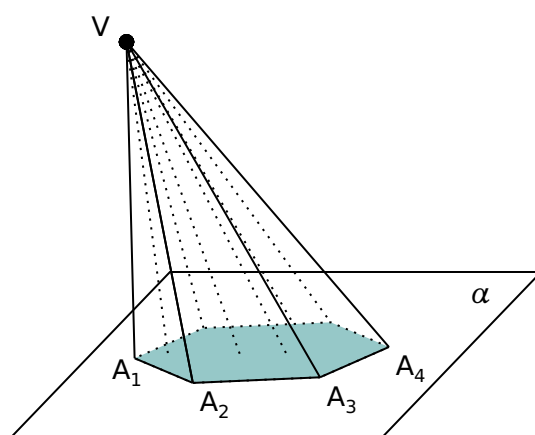


Figura 2.7: Pirâmide.

A seguir, apresentamos os detalhes dos procedimentos técnicos para a modelagem de uma pirâmide hexagonal. O método de construção baseia-se na técnica de transição entre perfis, que consiste na geração de um volume sólido através da interpolação geométrica entre uma base poligonal e um ponto de convergência posicionado em um plano paralelo distinto. Agora vamos descrever detalhadamente os passos para a construção da pirâmide hexagonal.

Passos para a construção da pirâmide hexagonal no *Fusion 360*:

1. Clique no menu: *Tela esboço/botão criar/polígono/polígono de aresta* .
2. Clique na tela para inserir o primeiro vértice, Fig. 2.2.

3. Clique na tela, [Fig. 2.3](#), para inserir o segundo vértice (ou digite na caixa a dimensão desejada).
4. Na próxima caixa, digite a quantidade de arestas do polígono hexagonal, [Fig. 2.4](#).
5. Clique no botão *Concluir Esboço* .
6. Na aba *Sólido* clique em *Construir/Plano de Deslocamento* .
7. Selecione o polígono hexagonal (base da pirâmide a ser construída).
8. Digite um valor para a distância na caixa de texto e tecle *Enter* (essa distância será a altura da pirâmide). (Após esta operação o plano de deslocamento criado é paralelo à base hexagonal), [Fig. 2.8](#).
9. Clique no botão *Criar esboço* , e em seguida selecione o *Plano de deslocamento* criado anteriormente, veja a [Fig. 2.9](#). Esse processo cria um novo esboço no *Plano de deslocamento*.
10. Clique no menu: *Tela esboço/botão Criar/Ponto* . Afim de criar uma pirâmide regular, o ponto a ser criado é tal que sua projeção ortogonal coincida com o centro da base da pirâmide, no caso um hexágono, [Fig. 2.10](#). Caso queira uma pirâmide oblíqua, crie um ponto cuja projeção ortogonal não coincida com o centro da base.
11. Conclua o esboço.
12. Na interface tridimensional e na aba *Sólido*, clique em *Criar/Transição* .
13. Selecione o Perfil 1 (polígono) e depois o Perfil 2 (ponto) conforme a [Fig. 2.11](#).
14. A Pirâmide será concluída, [Fig. 2.12](#), ao teclar *Enter*.

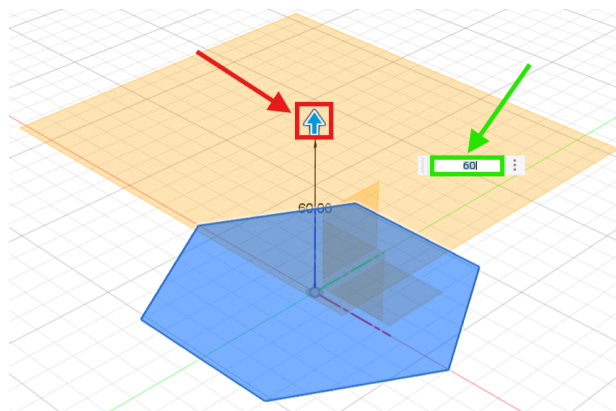


Figura 2.8: Criando plano de deslocamento.

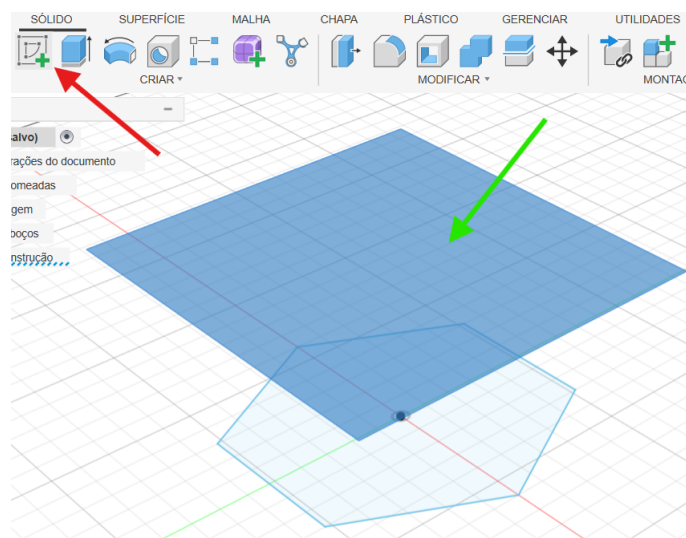


Figura 2.9: Selecionando plano criado.

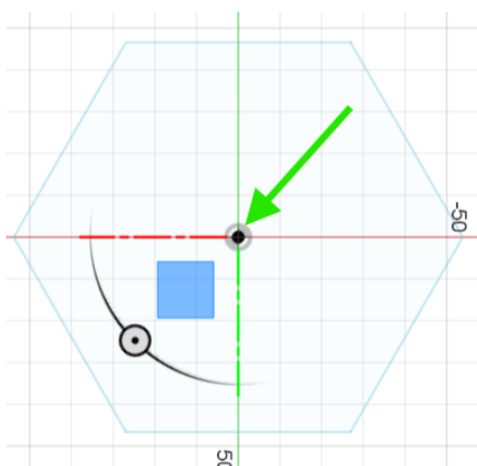


Figura 2.10: Criando o ponto.

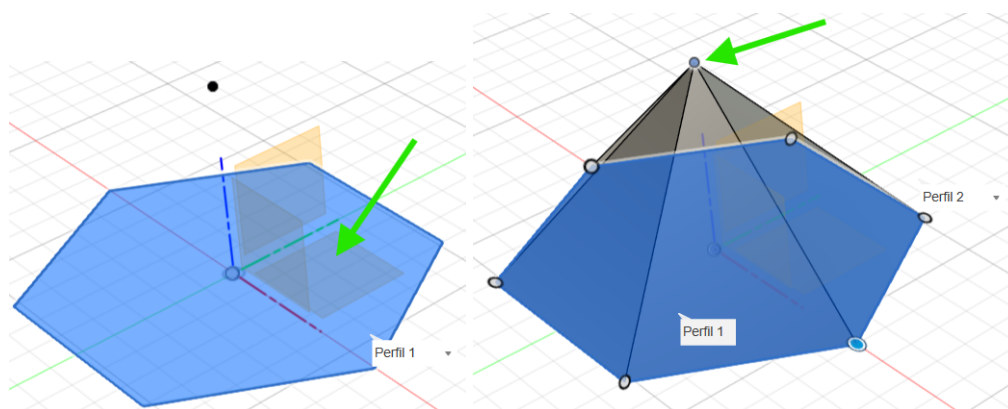


Figura 2.11: Seleção de perfis de transição.

2.2.1 Construção da Pirâmide por Extrusão Inclinada

Visto que as etapas para a criação do polígono da base foram detalhadas na seção anterior, esta etapa será omitida para evitar redundância. Caso necessário, o leitor poderá revisitar o tópico da construção por transição para sanar dúvidas sobre o desenho do perfil. A seguir, focaremos especifi-

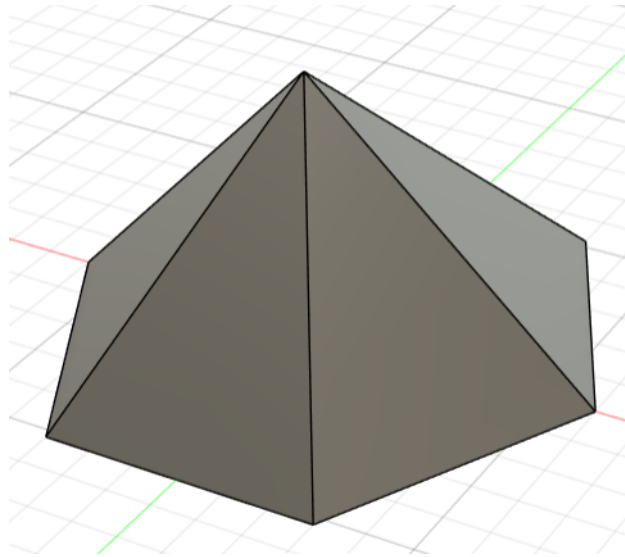


Figura 2.12: Pirâmide Hexagonal Concluída.

camente na aplicação da ferramenta *Extrusão* como alternativa para a modelagem da pirâmide.

Passos para a construção da pirâmide por extrusão inclinada no *Fusion 360*:

1. Crie o polígono hexagonal seguindo os passos da [Seção 2.2](#).
2. Clique no botão *Extrusão* .
3. Ao selecionarmos a extrusão, aparecerá uma opção de rotacionar conforme aponta a seta em cor vermelha da [Fig. 2.13](#) e uma opção de dimensionar conforme a caixa destacada em verde. Digitamos a dimensão da altura desejada da pirâmide e logo em seguida digitamos o ângulo², que para essa construção foi de $-35,6^\circ$. Observe que na *Caixa de Diálogo de Extrusão* também apresenta opções de dimensionamento, conforme mostra a [Fig. 2.14](#).
4. Clique em *OK* na *Caixa de Diálogo de Extrusão* ou aperte a tecla *Enter* para concluir a pirâmide, [Fig. 2.15](#).

Para determinar o ângulo correto de extrusão, podemos utilizar o método de tentativa e erro ou, de forma mais precisa, calcular o arco tangente da razão entre a apótema da base e a altura desejada para a pirâmide. É importante notar que o valor obtido corresponde ao complementar do ângulo de fechamento das faces em relação ao centro conforme ilustrado na [Fig. 2.16](#). Cabe destacar, ainda, que o comportamento da extrusão varia conforme o sinal do valor inserido.

Valores Positivos: A extrusão ocorre para fora (em direção oposta ao centro), resultando em um tronco de pirâmide invertido (Figura [Fig. 2.17](#)).

²colocamos o sinal de negativo para que a inclinação da extrusão seja na direção do interior do polígono .

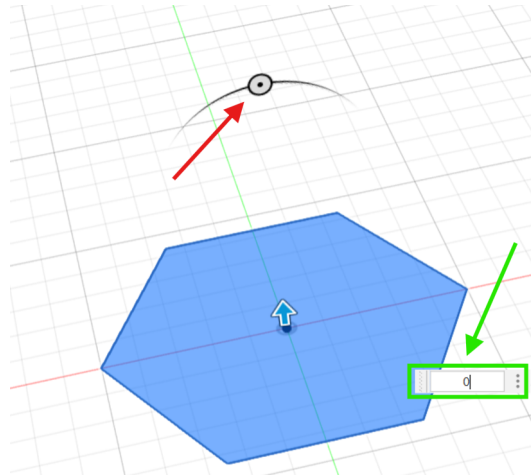


Figura 2.13: Extrusão.

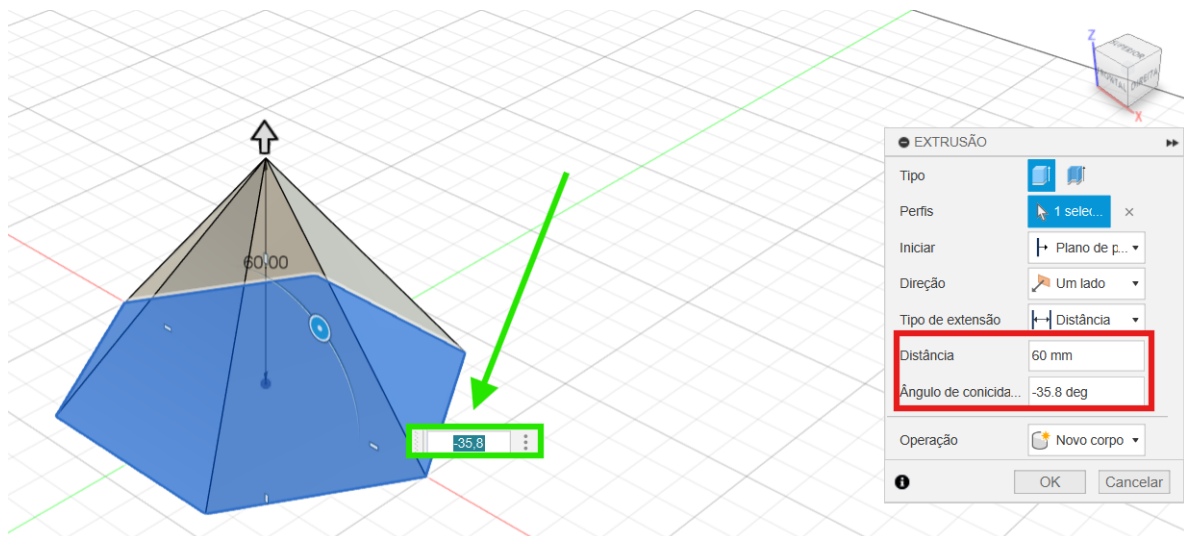


Figura 2.14: Ângulo de extrusão negativo.

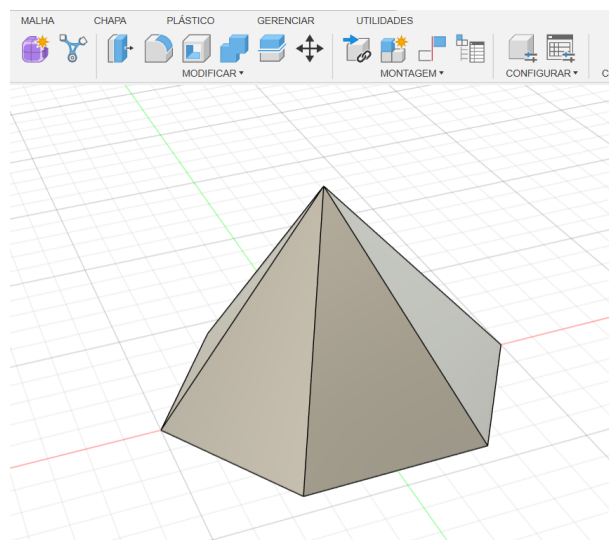


Figura 2.15: Pirâmide concluída.

Valores Negativos: Para que as faces converjam para o centro e formem o ápice da pirâmide, deve-se inserir o sinal negativo no ângulo calculado (Figura Fig. 2.14).

Embora este não seja o método mais direto para modelar uma pirâmide no *software*, explorá-lo é fundamental para ampliar o domínio técnico do usuário e oferecer alternativas versáteis em situações complexas de modelagem.

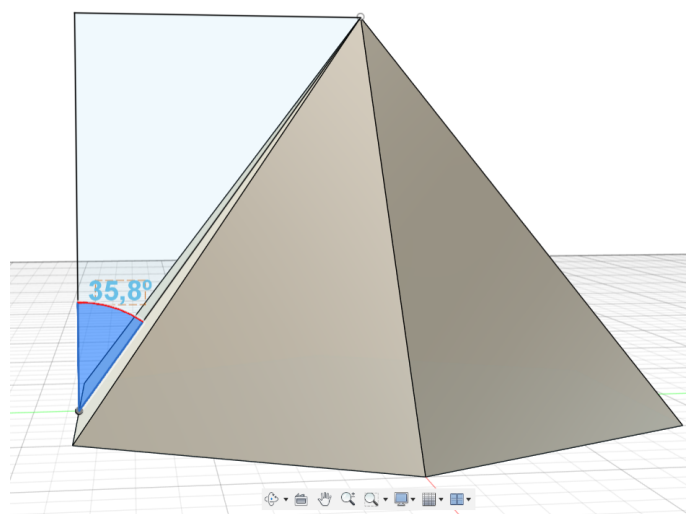


Figura 2.16: Ilustração do ângulo de extrusão.

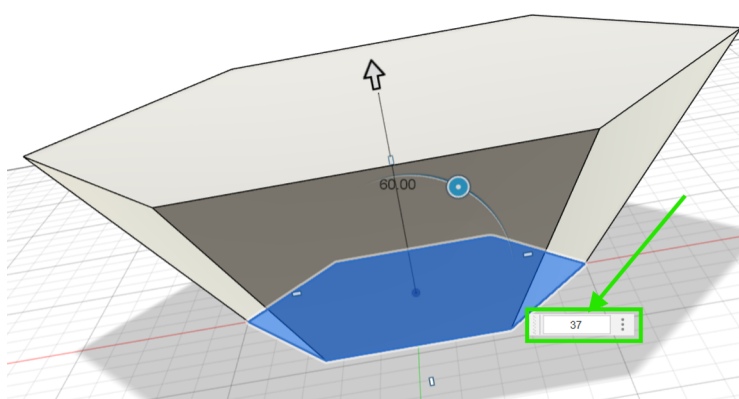


Figura 2.17: Ângulo de extrusão positivo.

2.3 Construção do Tronco de Pirâmide Hexagonal Regular

A construção de um tronco de pirâmide, embora pareça simples à primeira vista, revela um desafio estrutural interessante: a coexistência de dois métodos de concepção. O primeiro baseia-se na conexão direta entre dois polígonos de áreas distintas, evitando o paralelismo que caracteriza os prismas. O segundo método, fundamentado na geometria de corte, define o tronco como o resultado de uma seção plana paralela à base, onde a pirâmide superior é removida do conjunto original. Neste estudo, focaremos na análise de apenas uma dessas abordagens e deixaremos a outra como exercício para o leitor.

Definição 2.3

Conforme explicam Dolce e Pompeo (2013), [5], ao realizar uma seção transversal em uma pirâmide por meio de um plano paralelo à base, a parte do sólido situada entre esses dois planos é denominada tronco de pirâmide. Os autores destacam que os elementos resultantes dessa divisão incluem uma base maior, uma base menor e faces laterais trapezoidais.

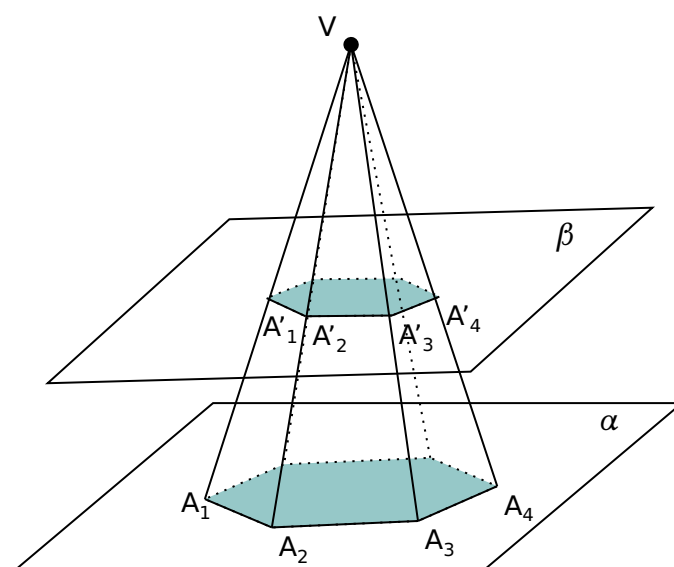


Figura 2.18: Tronco de Pirâmide.

Os procedimentos para a modelagem do tronco de pirâmide baseiam-se em uma metodologia análoga à utilizada na construção da pirâmide anterior. A principal distinção reside na configuração do perfil superior, que deixa de ser um ponto de convergência para tornar-se uma seção transversal plana, permitindo a transição volumétrica entre duas geometrias distintas.

Passos para a construção do tronco de pirâmide no *Fusion 360*:

1. Construa o hexágono e o *Plano de deslocamento* paralelo à ele conforme os passos da [Seção 2.2](#).
2. Neste novo plano criamos outro hexágono para ser a base menor.
3. Vamos utilizar o comando *Paralelo*  para que as respectivas arestas das duas bases fiquem paralelas. Por nossa escolha, o polígono maior foi criado no plano *XY* com centro na origem e dois lados paralelos a um dos eixos. Clique em , em seguida selecione as respectivas arestas dos dois polígonos para que fiquem paralelas. Veja a [Fig. 2.19](#).
4. Para que os polígonos tenham o mesmo centro, basta usar o comando *Coincidente*  e depois clicando nos centros dos polígonos como na [Fig. 2.20](#). Assim, vamos poder construir um tronco de pirâmide regular.

5. Na interface tridimensional e na aba *Sólido*, selecione o botão *Criar/Transição* .
6. Selecione o Perfil 1 (Base inferior) e o Perfil 2 (Base superior) conforme a [Fig. 2.21](#).
7. O Tronco de Pirâmide será finalizado ao apertar a tecla *Enter*, veja a [Fig. 2.22](#).

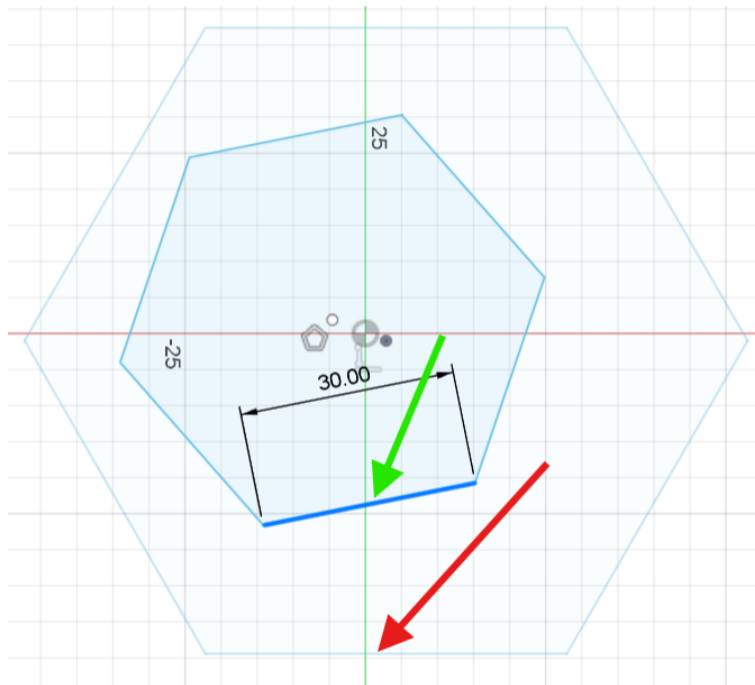


Figura 2.19: Comando Paralela.

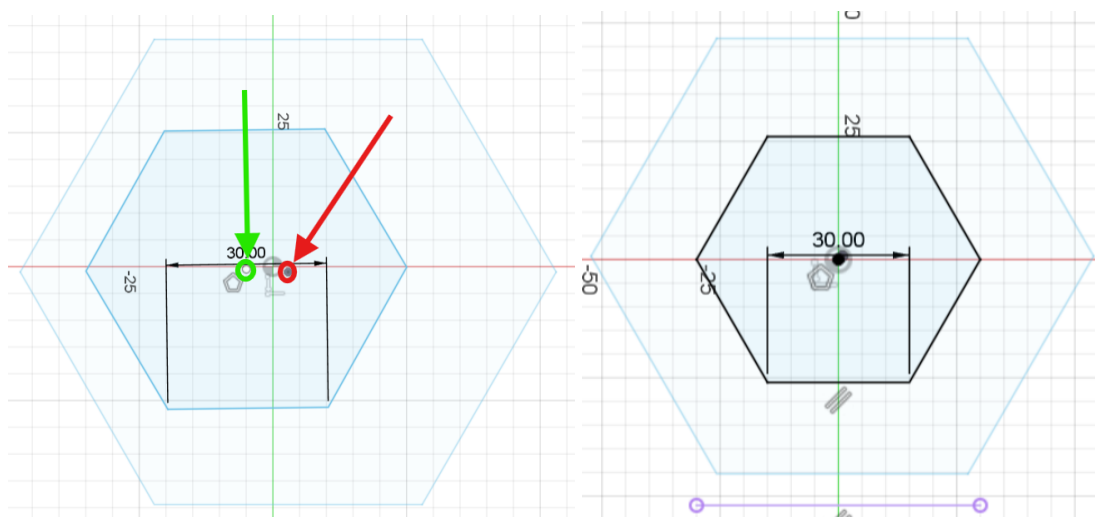


Figura 2.20: Comando Coincidente.

Ressaltamos que o comando *Transição* é uma ferramenta que poderá ser utilizada com duas bases quaisquer. Sendo assim, podemos criar troncos com quaisquer bases. Como já foi visto na [Seção 2.2.1](#), também podemos criar troncos de pirâmides observando o ângulo de *Extrusão*, [Fig. 2.17](#).

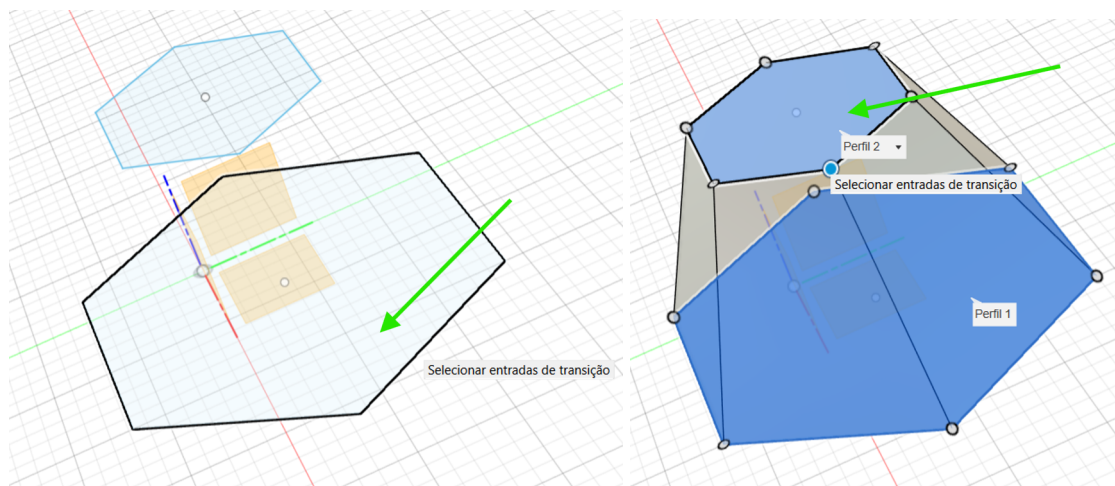


Figura 2.21: Perfis 1 e 2.

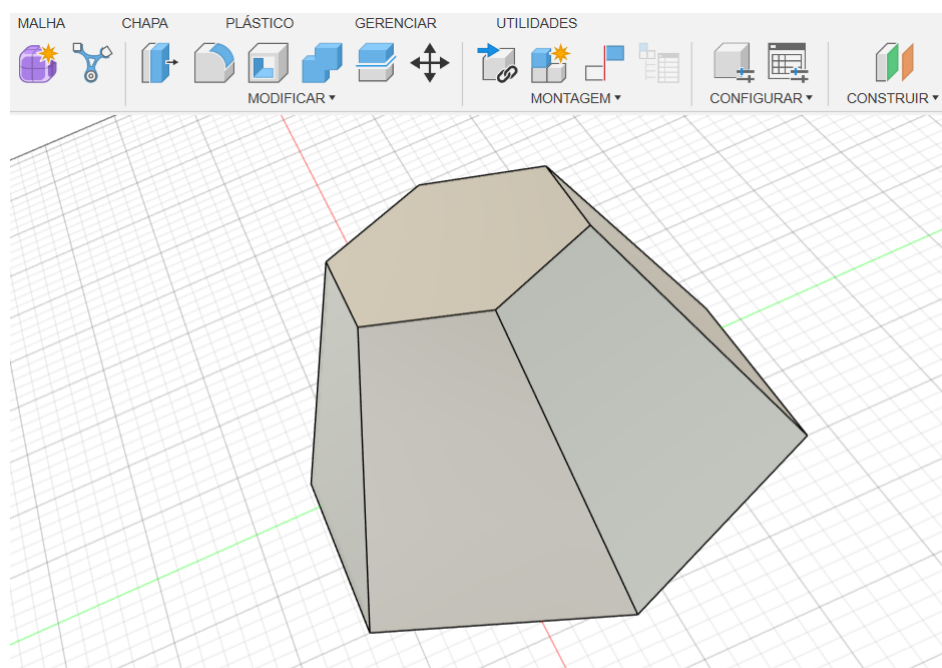


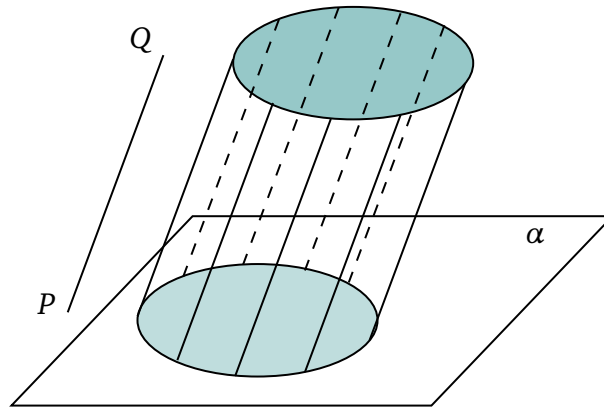
Figura 2.22: Tronco de pirâmide hexagonal concluído.

2.4 Construção do Cilindro

A construção de um cilindro não apresenta obstáculos estruturais inéditos para quem já domina a técnica do prisma, uma vez que o princípio de deslocamento da base permanece o mesmo. O verdadeiro desafio, contudo, desloca-se para o campo da geometria plana: a concepção do círculo.

Definição 2.4

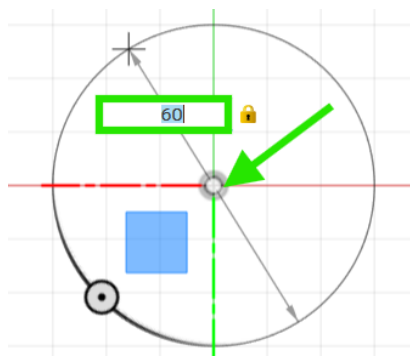
Dolce e Pompeo (2013), [5], apresentam o Cilindro Circular como a reunião de segmentos congruentes e paralelos a um segmento $\overline{PQ}$ não nulo, cujas extremidades se originam nos pontos de uma região circular.

**Figura 2.23:** Cilindro.

Os procedimentos para a modelagem do cilindro fundamentam-se na mesma lógica de extrusão aplicada aos prismas [Seção 2.1](#). A especificidade desta construção reside na geometria da seção transversal, que utiliza um perfil circular como base para a geração do volume sólido, mantendo o princípio de projeção ortogonal para a definição da altura.

Passos para a construção do cilindro no *Fusion 360*:

1. Na interface de esboço 2D, selecionamos o botão *Criar/Círculo por diâmetro central* .
2. Digitamos a dimensão do diâmetro, no caso da [Fig. 2.24](#) a dimensão foi de 60mm e depois concluímos o esboço clicando no botão .
3. Agora na interface 3D, primeiro clicamos em *Extrusão*  e em seguida digitamos a altura do cilindro na caixa destacada em vermelho ou na *Caixa de Diálogo de Extrusão* posicionada à direita na área de trabalho, veja a [Fig. 2.25](#).
4. O Cilindro será concluído, como visto na [Fig. 2.26](#), com a tecla *Enter* ou ao clicar no botão *Ok* da *Caixa de Diálogo de Extrusão* na [Fig. 2.25](#).

**Figura 2.24:** Dimensionando a base do cilindro.

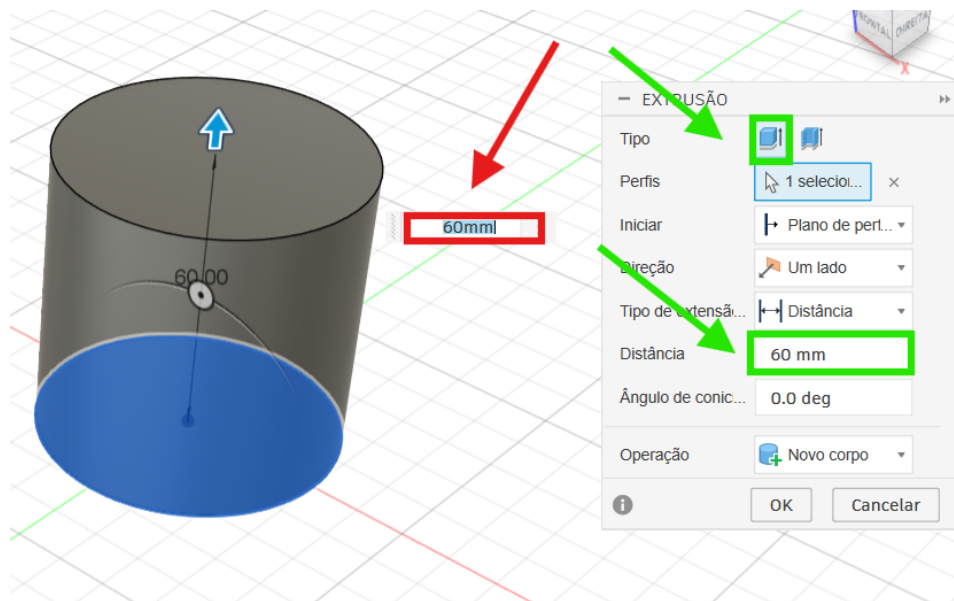


Figura 2.25: Extrusão para obter o cilindro.

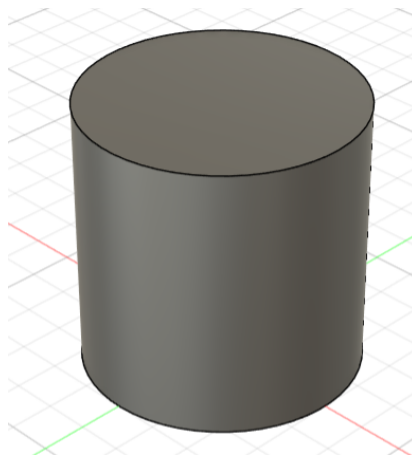


Figura 2.26: Cilindro concluído.

2.4.1 Construção de um Recipiente Cilíndrico

Para essa construção vamos utilizar um cilindro circular reto de altura finita, com base inferior fechada e sem tampa, ou seja, a geometria desse recipiente se parece com a de um copo.

Passos para a construção de um recipiente cilíndrico no *Fusion 360*:

1. Fundo do recipiente: Crie um cilindro que será a base do recipiente. Aqui usamos *2mm* de altura e *60mm* de diâmetro, [Fig. 2.27](#).
2. Selecione a parte superior da base e clique no botão de *Extrusão* . Em *Tipo* na *Caixa de Dialogo de Extrusão*, escolha a opção *Extrusão Fina*  como mostra a [Fig. 2.28](#). (Neste passo criamos um “Tubo” com espessura da parede sendo *1mm*). Mantemos aqui a operação de *Unir* , para que o “Tubo” se una à base, formando assim um único sólido.

3. A Fig. 2.29 mostra o recipiente concluído.

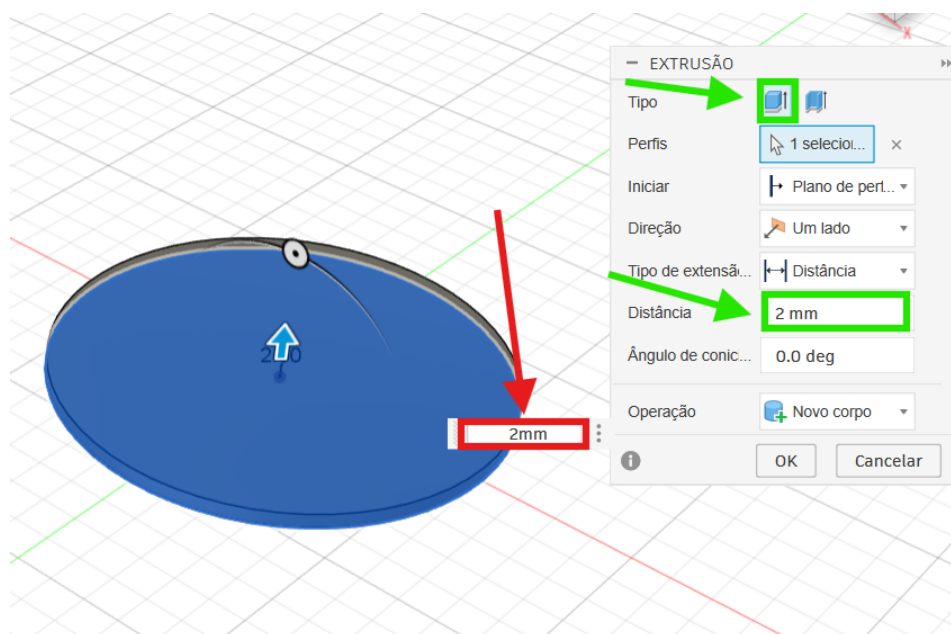


Figura 2.27: Base.

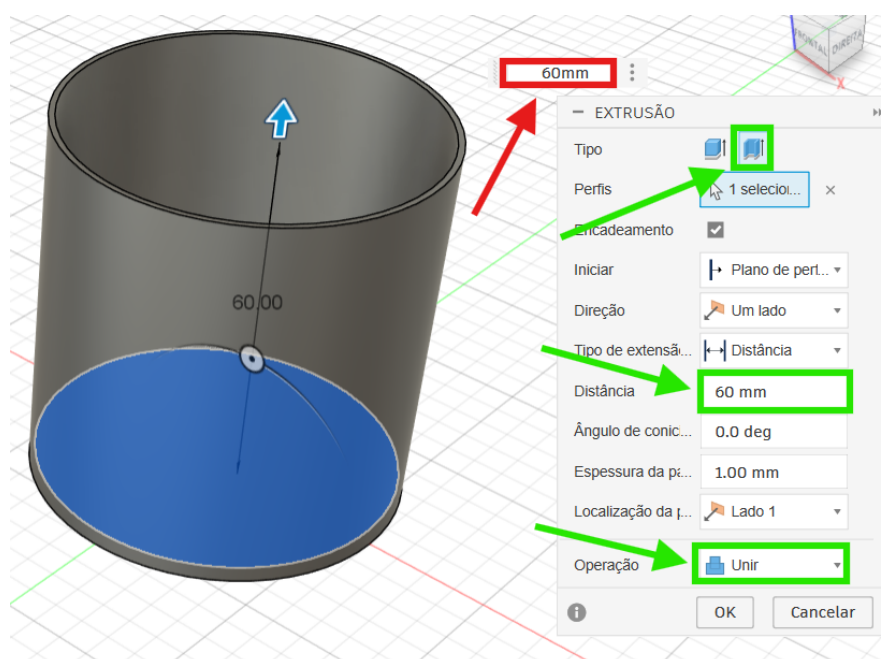


Figura 2.28: Extrusão Fina.

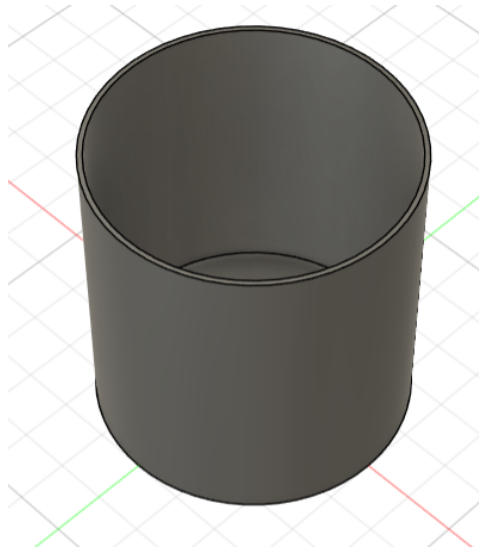


Figura 2.29: Recipiente concluído.

2.5 Construção do Cone por Transição

Da mesma forma que o cilindro compartilha sua lógica construtiva com o prisma, o cone estabelece uma relação direta com a estrutura da pirâmide. A distinção fundamental reside na natureza de sua base: enquanto a pirâmide se fundamenta em polígonos, o cone adota a base circular, cujas propriedades já foram exploradas na construção do cilindro. Assim, o cone manifesta-se como o resultado da convergência de todos os pontos de uma circunferência em direção a um único vértice comum, unindo a fluidez dos corpos redondos à geometria de ápice das pirâmides.

Definição 2.5

Na visão de Dolce e Pompeo (2013)[5], o cone é caracterizado como o conjunto de segmentos que ligam um vértice V a uma base circular de centro O e raio r , desde que este vértice não pertença ao mesmo plano da região circular.

Passos para a construção do cone no *Fusion 360*: Ao aplicarmos o mesmo procedimento de construção por transição utilizado para a pirâmide hexagonal (Seção 2.2), substituindo-se a base poligonal por uma base circular, obtém-se o cone por transição. Vejam as Fig. 2.31, Fig. 2.32 e Fig. 2.33.

2.5.1 Casquinha de Sorvete

Com as etapas anteriores, concluímos a criação do cone sólido. A partir daqui, o roteiro propõe uma transformação desse sólido em uma “casquinha de sorvete” (um cone oco) — recurso ideal para

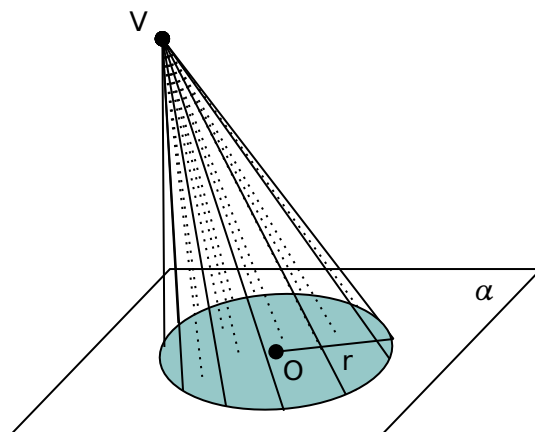


Figura 2.30: Cone.

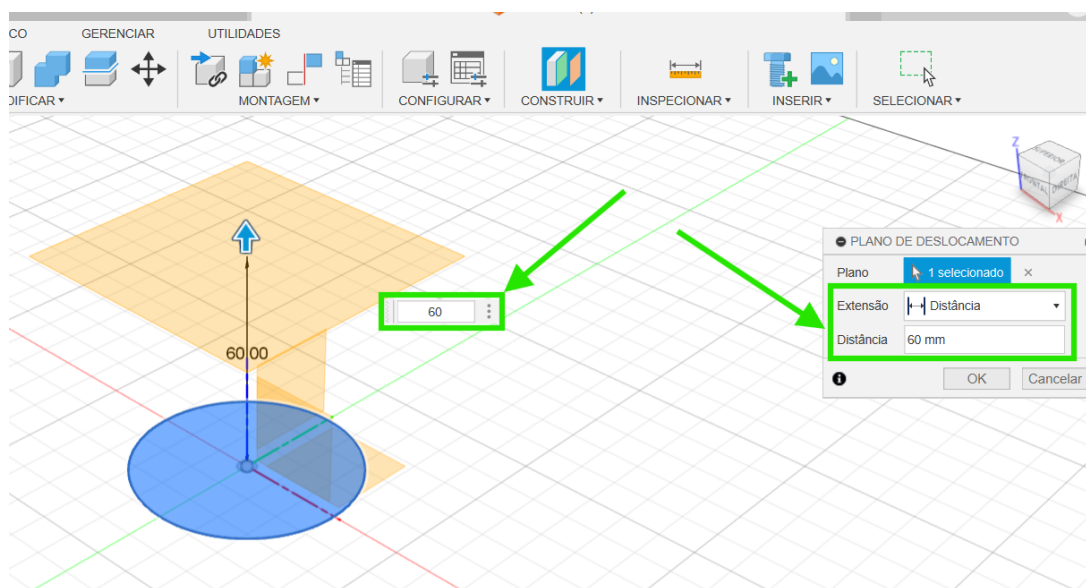


Figura 2.31: Opções de dimensionar.

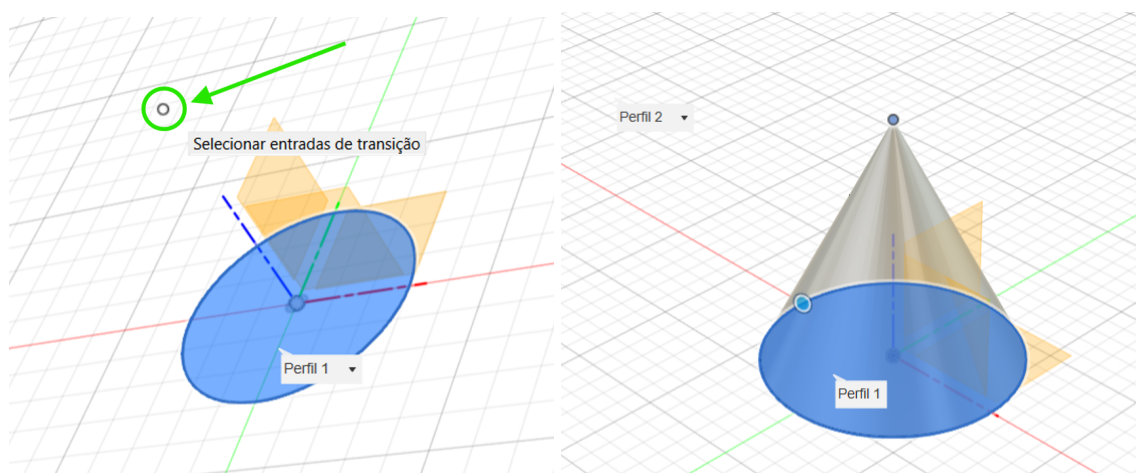


Figura 2.32: Selecionando perfis de transição.

professores que desejam explorar conceitos de volume e capacidade.

Esta segunda alternativa de modelagem consiste na execução de um vazio interno, gerado pela subtração de um cone menor em relação ao sólido construído anteriormente. Para delimitar a altura

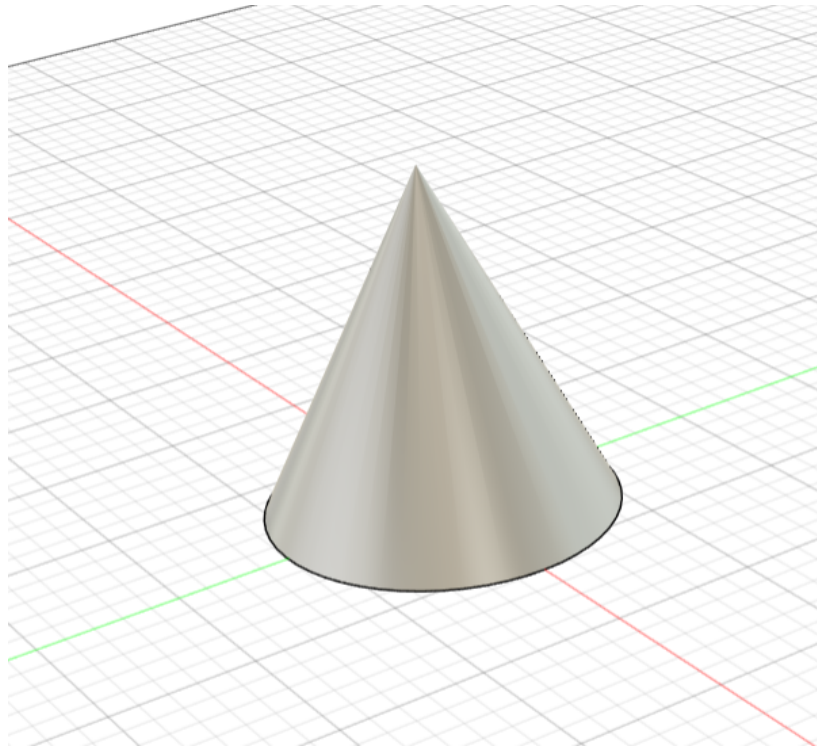


Figura 2.33: Cone concluído.

deste cone interno, utiliza-se um plano de construção com deslocamento de $55,52mm$ a partir da base. O dimensionamento de $55,52mm$, tanto para a altura quanto para o diâmetro da base interna, foi calculado para garantir uma espessura de parede constante de $2mm$, considerando as dimensões nominais de $60mm$ para a altura e diâmetro da base do sólido original. Os fundamentos trigonométricos que justificam este valor aproximado estão detalhados a seguir. Com o plano posicionado, inicia-se um novo esboço para definir a geometria de corte.

Cálculo para determinar o raio do cone de corte

Para o dimensionamento do cone, adotamos uma espessura de $2mm$ e definimos x como o deslocamento do raio entre a circunferência externa e a interna. Com base na [Fig. 2.34](#), o cálculo do ângulo θ e das dimensões resultantes seguem conforme os passos abaixo:

1. Determinação do ângulo θ :

A partir da relação trigonométrica da tangente no triângulo principal:

$$\tan(\theta) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{60}{30} = 2, \text{ logo } \theta = \arctan(2) \approx 63,435^\circ.$$

2. Cálculo do deslocamento x e raio r

No triângulo destacado em verde, utilizando a espessura como cateto oposto:

$$\sin(\theta) = \frac{\text{espessura}}{x} \implies \sin(63,435^\circ) = \frac{2}{x}$$

$$\text{Assim, } x = \frac{2}{\sin(63,435^\circ)} \approx 2,236 \text{ mm}$$

Dessa forma, o raio interno r e o diâmetro de corte D são: $r = 30 - x \approx 27,76 \text{ mm}$, e $D = 2r \approx 55,52 \text{ mm}$.

3. Determinação da altura h

Considerando que os ângulos θ e θ' são congruentes ($\theta \cong \theta'$), temos:

$$\tan(\theta') = \frac{h}{r} \Rightarrow 2 = \frac{h}{27,76}$$

$$\text{Logo, } h = 2 \cdot 27,76 = 55,52 \text{ mm.}$$

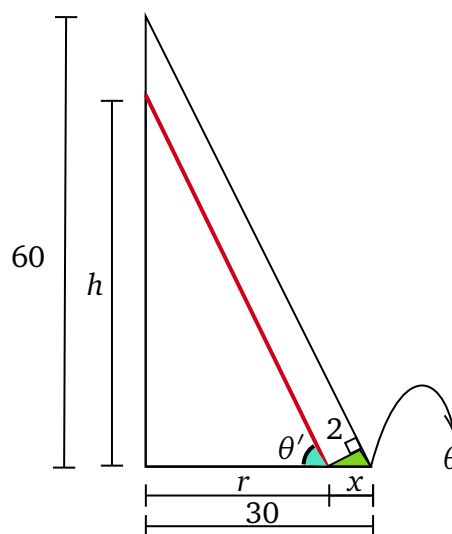


Figura 2.34: Cálculo da espessura.

Passos para a construção da casquinha de sorvete no *Fusion 360*:

1. Construa um Cone Sólido como na [Seção 2.5](#).
2. Crie um *Plano de deslocamento* , paralelo à base do Cone com distância de 55,52mm, conforme expresso na [Fig. 2.35](#).
3. Crie um *Ponto*  sobre este plano como mostra [Fig. 2.36](#).
4. Crie um novo esboço com o comando *Criar esboço*  na base do cone inicial como mostra a [Fig. 2.37](#).
5. Crie um *Círculo de Diâmetro*  que tenha um diâmetro de 55,52mm, como mostra a [Fig. 2.38](#).
6. Ao *Concluir o esboço*  vamos para o comando de *Transição*  e selecionamos os dois perfis para que aconteça o corte do Cone, selecionamos a operação *Cortar* , veja a [Fig. 2.39](#).

7. Ao concluir a operação temos o objeto desejado, conforme mostra a [Fig. 2.40](#).

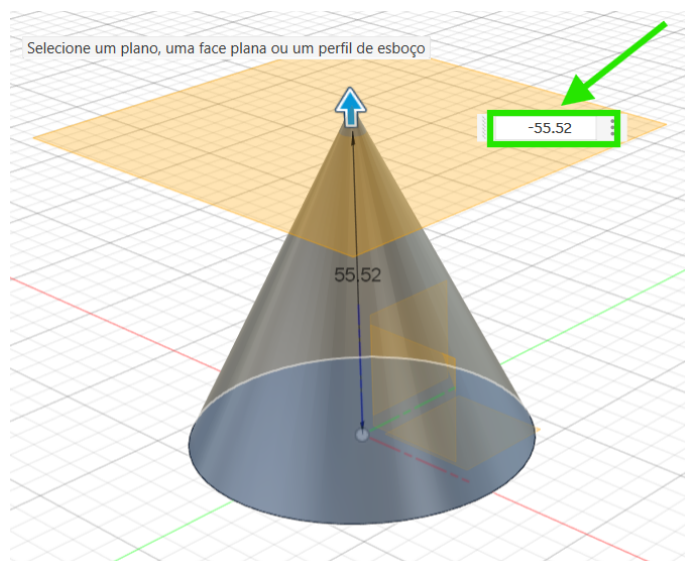


Figura 2.35: Plano paralelo.



Figura 2.36: Comando Ponto.

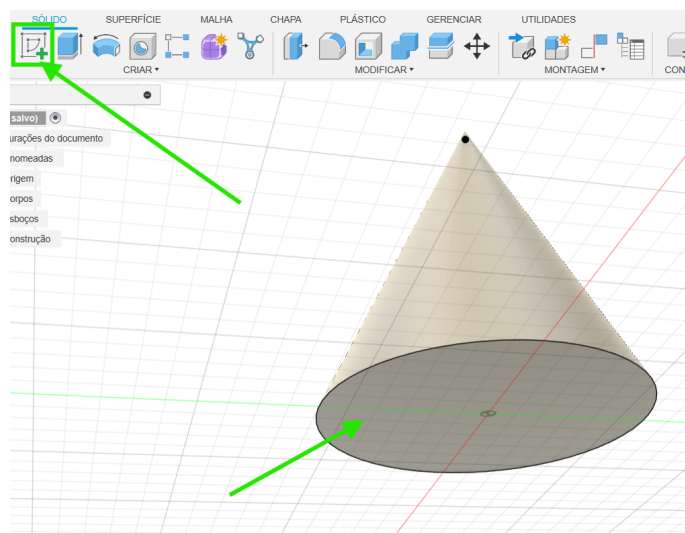


Figura 2.37: Novo esboço na base.

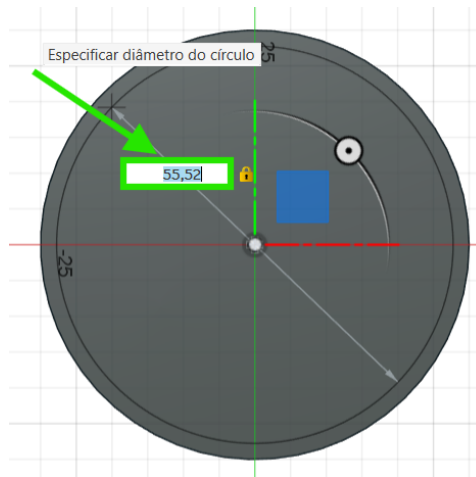


Figura 2.38: Dimensionando o diâmetro do círculo.

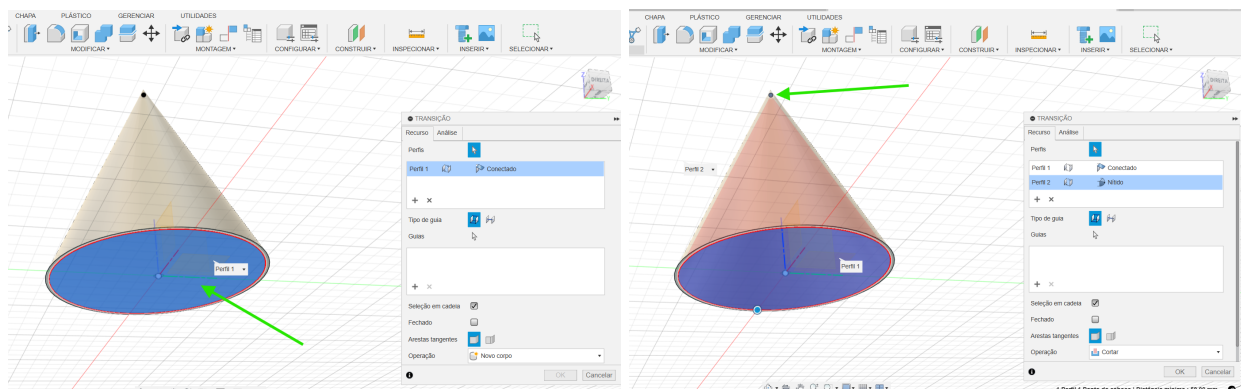


Figura 2.39: Selecionando perfis de seleção.

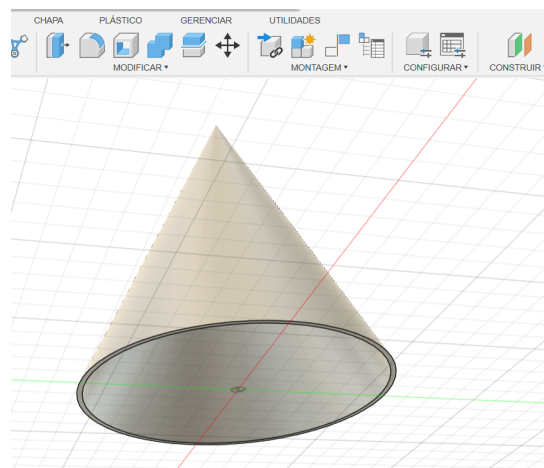


Figura 2.40: Casca de Cone.

2.5.2 Construção de Cone por Revolução

Embora existam diversas formas de modelar sólidos geométricos, nossa abordagem inicial priorizou métodos de simples execução para facilitar a familiarização com a interface e as ferramentas básicas do *software*. No entanto, para a construção do cone, decidimos introduzir o conceito de sólido de revolução. Esta abordagem não apenas amplia o rigor geométrico, mas também nos permite

explorar comandos essenciais de modelagem avançada.

Definição 2.6

Conforme as definições de Dolce e Pompeo (2013), [5], a superfície cônica de revolução é gerada a partir da rotação de uma reta (geratriz) ao redor de um eixo fixo. Segundo os autores, quando a geratriz é uma reta inteira, a superfície resultante possui duas folhas e é classificada como de segunda espécie; já quando se utiliza uma semirreta partindo do vértice, obtém-se a superfície de primeira espécie, que possui apenas uma folha e é a representação mais frequente desse sólido.

Os procedimentos técnicos para a modelagem do cone fundamentam-se no método de **revolução**. Diferente da projeção linear, esta técnica consiste na rotação de um perfil geratriz, neste caso, um triângulo em torno de um eixo de simetria fixo, resultando na geração de um sólido de revolução com seção transversal circular.

Passos para a construção do cone por revolução no Fusion 360:

1. Na interface 2D crie um triângulo retângulo usando o comando *Linha* , conforme mostra a [Fig. 2.41](#) ³.
2. Ao *Concluir o esboço*  vamos para o comando de *Revolucionar*  e selecionamos o perfil (triângulo retângulo) e o eixo de revolução que poderá ser um dos seus catetos como podemos ver na [Fig. 2.42](#), observe que mantemos o ângulo de rotação em 360°.
3. O Cone será concluído, veja a [Fig. 2.43](#), com a tecla *Enter*.

2.5.3 Casquinha de Sorvete por Revolução

Para a criação da “Casquinha de sorvete” (Cone oco) também poderemos utilizar o comando *Revolucionar* . Vamos ver alguns passos simplificados para essa construção, a fim de fomentar a curiosidade do leitor.

Passos para a construção da casquinha de sorvete por revolução no Fusion 360:

1. Com o comando *Linha*  crie um perfil como visto na [Fig. 2.44](#). O botão *Paralelo*  é útil para garantir o paralelismo entre dois segmentos e o comando *Cota de Esboço*  permite

³Observe que o último ponto coincide com o primeiro para que o polígono seja fechado.

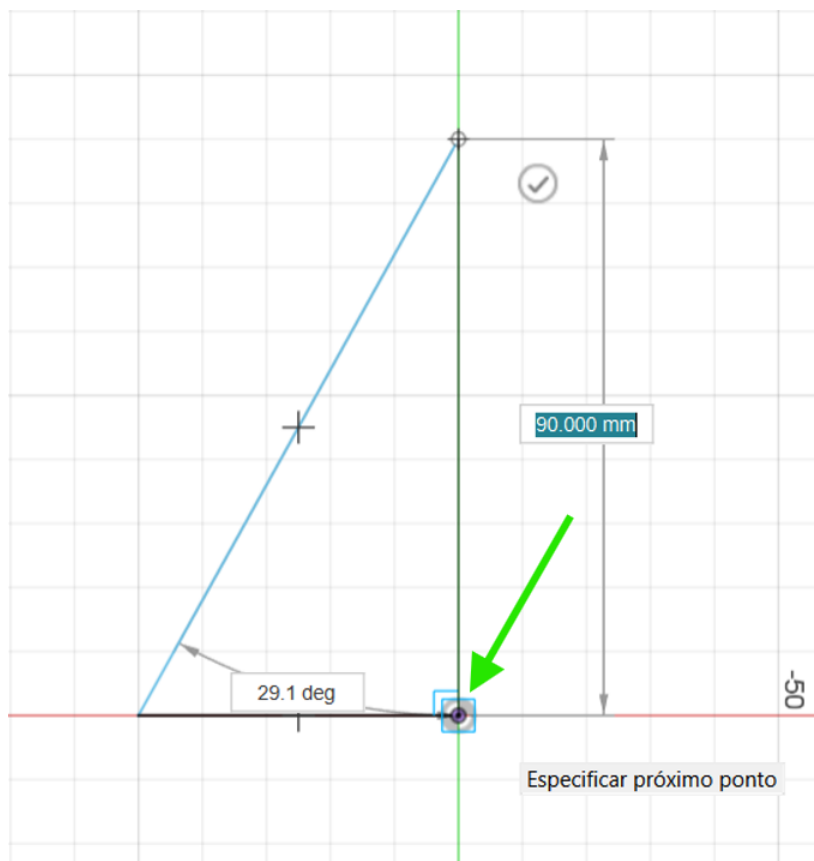


Figura 2.41: Criando um triângulo.

dimensionar a distância entre eles.

2. Clique no botão de *Revolucionar* . Selecione o perfil e o eixo de rotação como visto na [Fig. 2.45](#).
3. Mantenha o grau de rotação em 360° como na [Fig. 2.46](#).
4. O Cone será concluído, veja a [Fig. 2.47](#), com a tecla *Enter*.

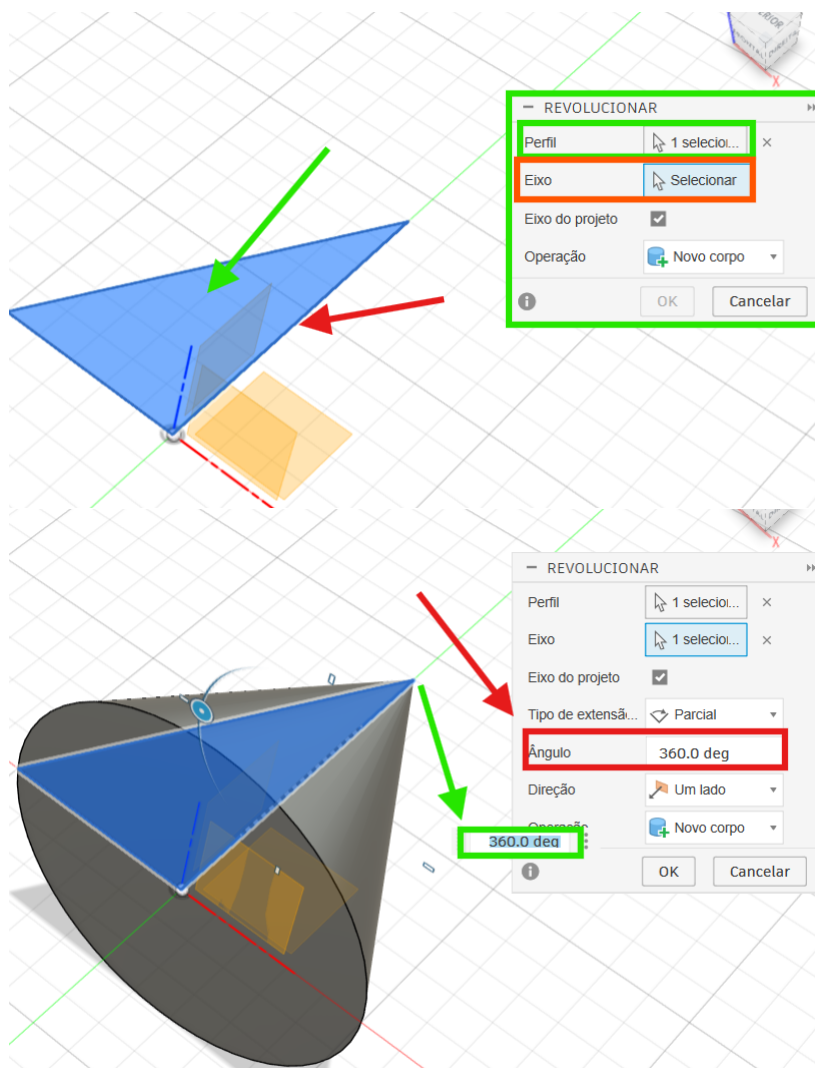


Figura 2.42: Seleccionando perfil e eixo.

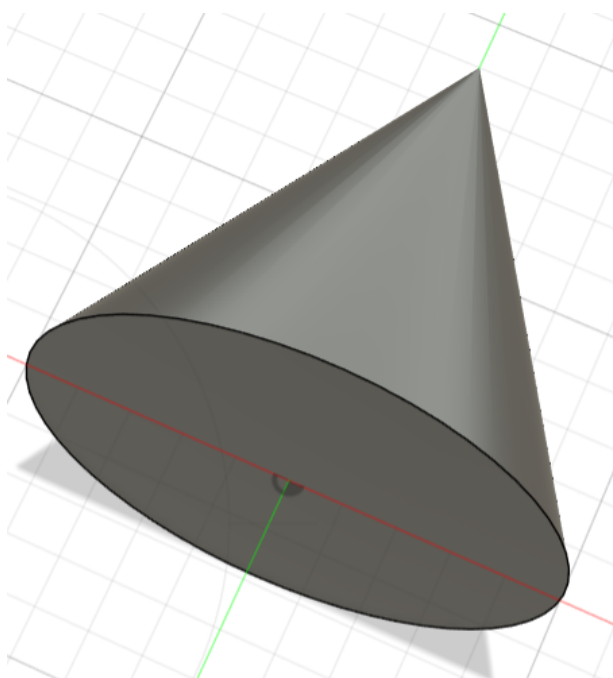


Figura 2.43: Cone concluído.

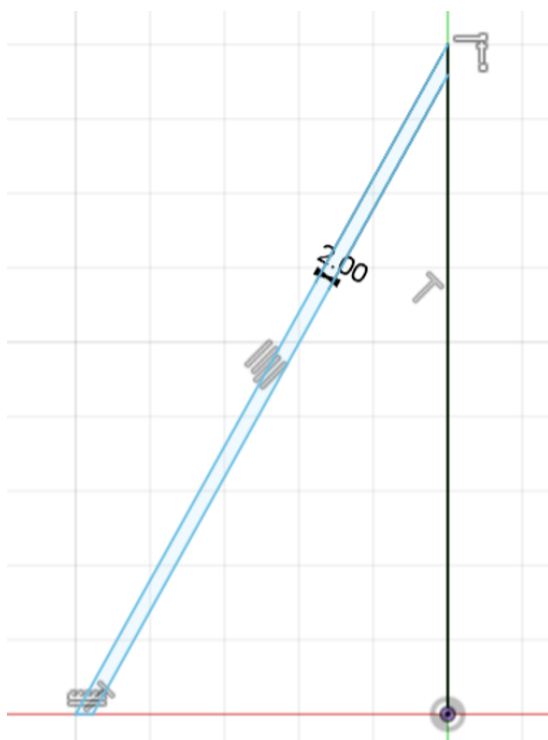


Figura 2.44: Perfil para construção de Cone oco.

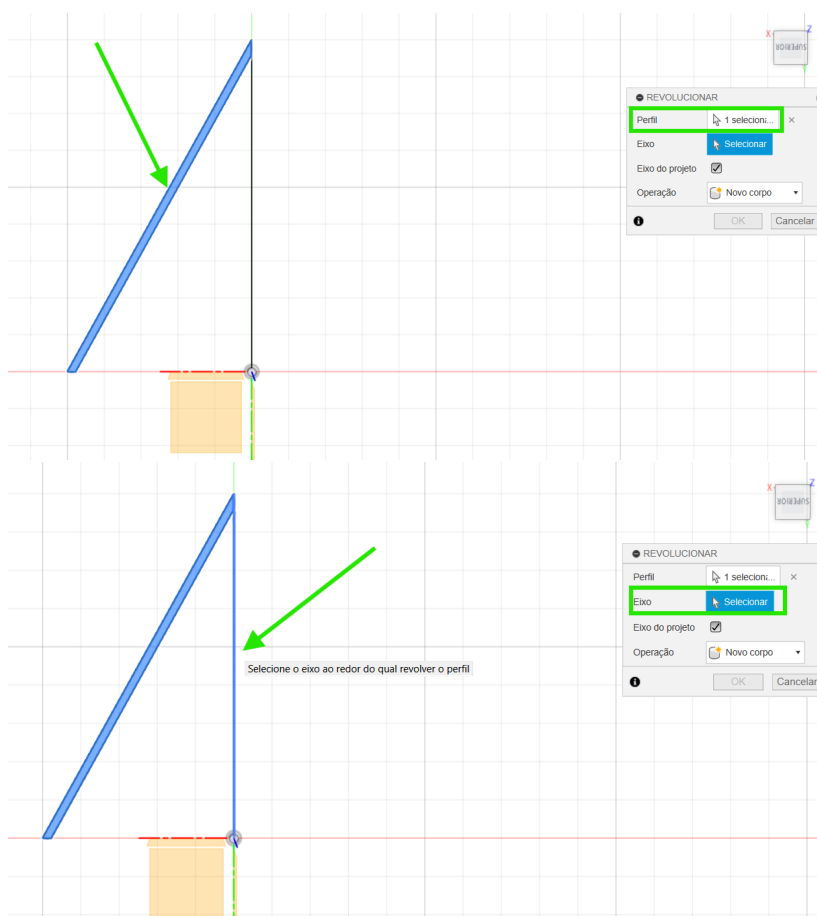


Figura 2.45: Seleção de perfil e eixo de rotação.

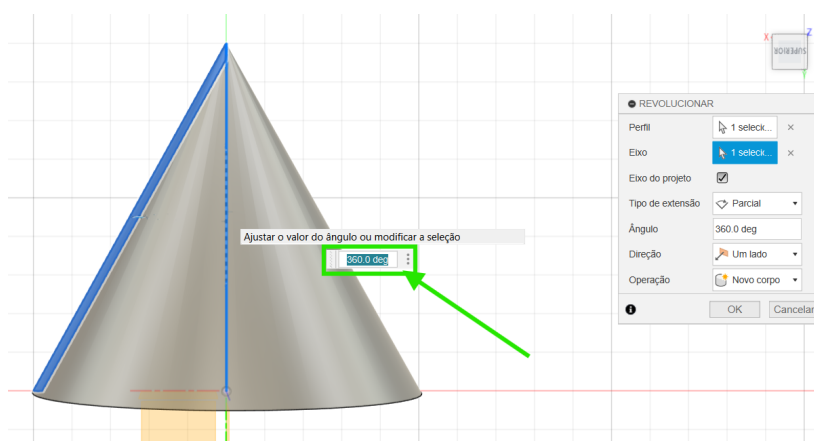


Figura 2.46: Grau de rotação.

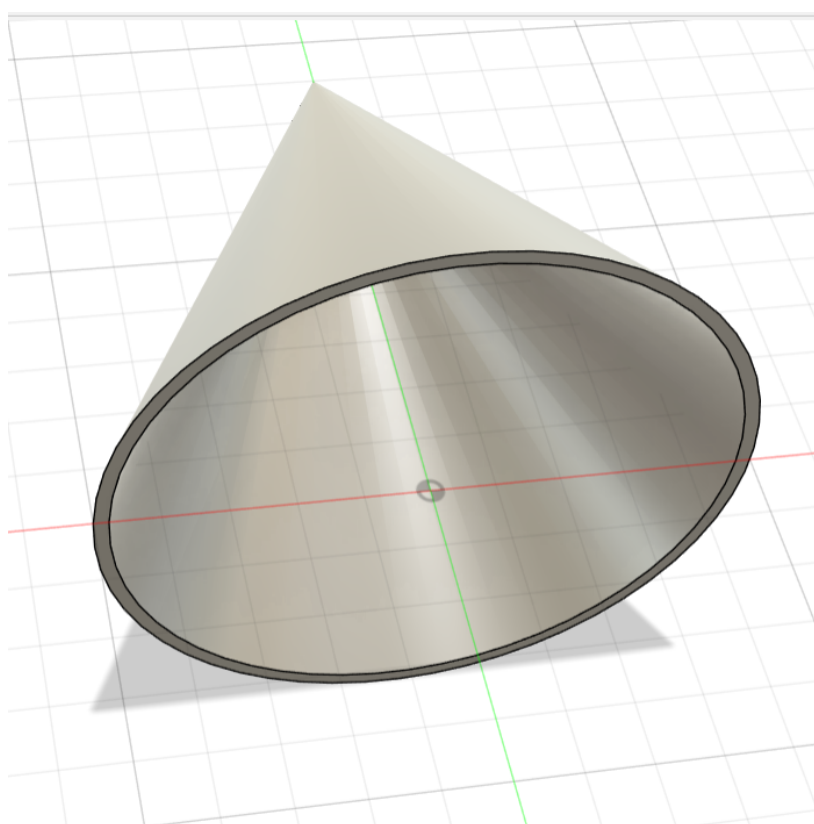


Figura 2.47: Cone finalizado aberto (casquinha de sorvete).

2.6 Construção do Tronco de Cone por Transição

A construção de um tronco de cone utiliza ferramentas geométricas fundamentais, mas sua importância vai muito além da teoria: ele é um objeto muito mais comum do que parece. Frequentemente, objetos que associamos de imediato ao cilindro — como diversos tipos de copos, baldes e vasos — são, na verdade, troncos de cone. Essa escolha de design raramente é estética; ela responde a necessidades práticas, como a facilidade de empilhamento e processos de fabricação por moldagem. Portanto, integrá-lo ao estudo da geometria é essencial para compreender as formas reais que compõem o nosso cotidiano.

Definição 2.7

O Tronco de Cone pode ser definido como a parte de um cone limitada pela sua base e por um plano transversal paralelo a ela, que divide o sólido original em um Cone menor e no Tronco em questão (DOLCE; POMPEO, 2013), [5].

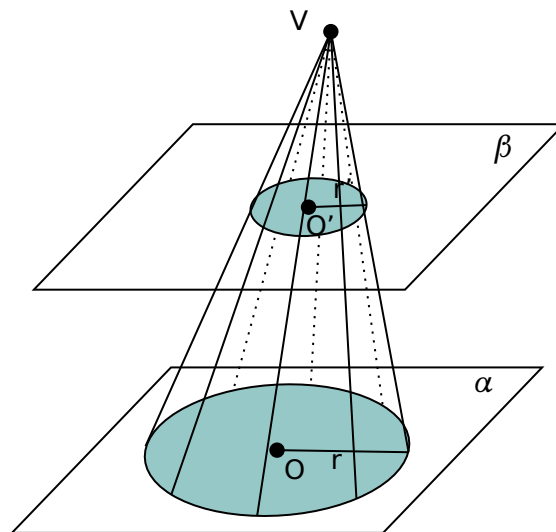


Figura 2.48: Tronco de Cone.

Passos para a construção do tronco de cone no *Fusion 360*:

Usando os mesmos passos da construção do Tronco de Pirâmide, veja [Seção 2.6](#), trocando apenas as bases hexagonais por bases circulares obtemos o Tronco de Cone por transição. Vejam as [Fig. 2.49](#), [Fig. 2.50](#), [Fig. 2.51](#) e [Fig. 2.52](#).

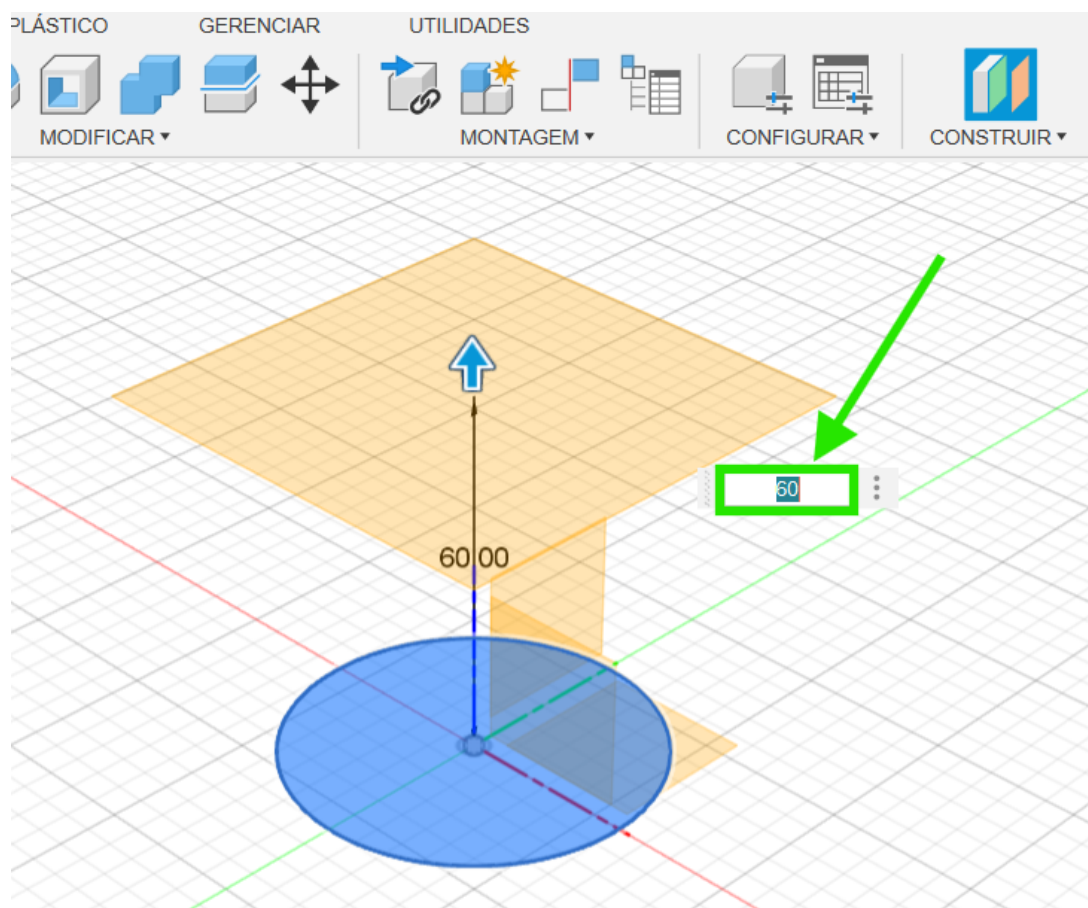


Figura 2.49: Plano de deslocamento.

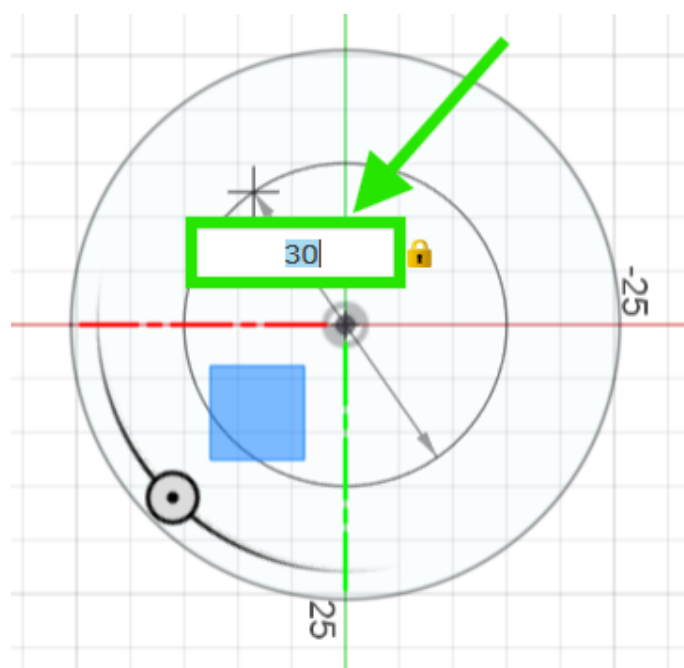


Figura 2.50: Base superior.

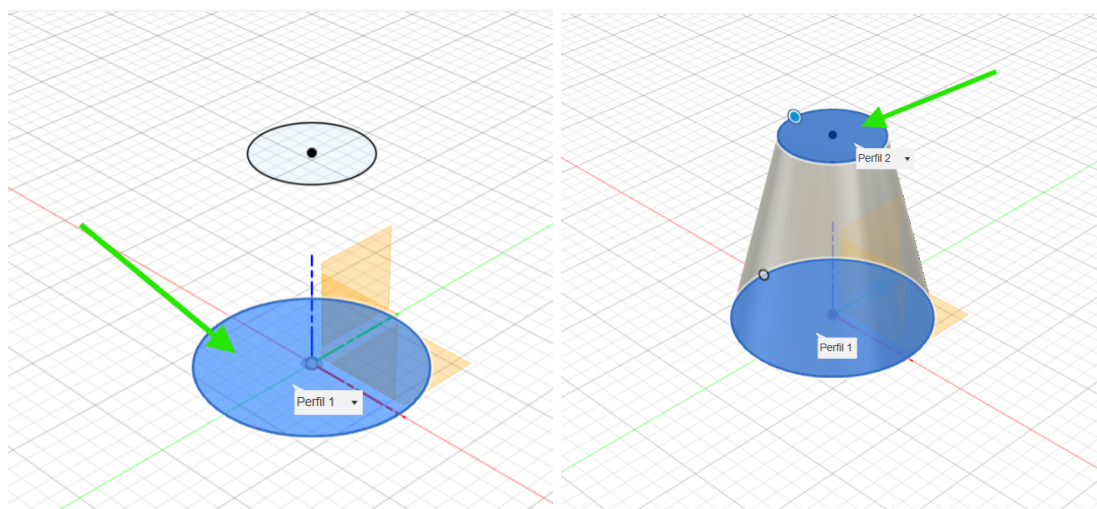


Figura 2.51: Perfis de transição.

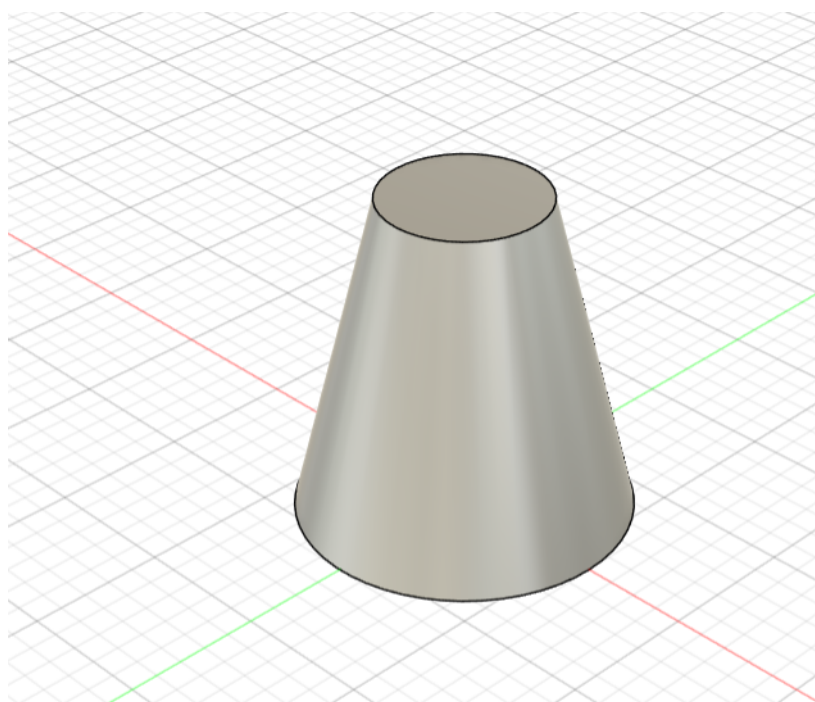


Figura 2.52: Tronco de cone.

2.7 Construção da Esfera Sólida

Desde a antiguidade, a esfera é reverenciada como o símbolo máximo da perfeição e a expressão mais pura da beleza geométrica. Definida como um sólido de revolução originado a partir da rotação de um semicírculo, sua estrutura simétrica desafiou as mentes mais brilhantes ao longo dos séculos. A busca por métodos precisos para calcular sua área superficial e seu volume não foi apenas um exercício de abstração, mas uma jornada intelectual para dominar as leis da proporção. Essa compreensão profunda das propriedades esféricas transcende a matemática teórica; ela é uma necessidade fundamental para a ciência. Entender a esfericidade é, em última análise, a chave para decifrar as dimensões, a gravidade e a física do nosso próprio planeta, revelando como a natureza se organiza sob a forma da eficiência total.

Definição 2.8

A Esfera pode ser compreendida como o sólido geométrico gerado pela rotação completa de um semicírculo em torno de seu diâmetro, englobando todos os pontos espaciais que se encontram a uma distância determinada do seu centro (DOLCE; POMPEO, 2013), [5].

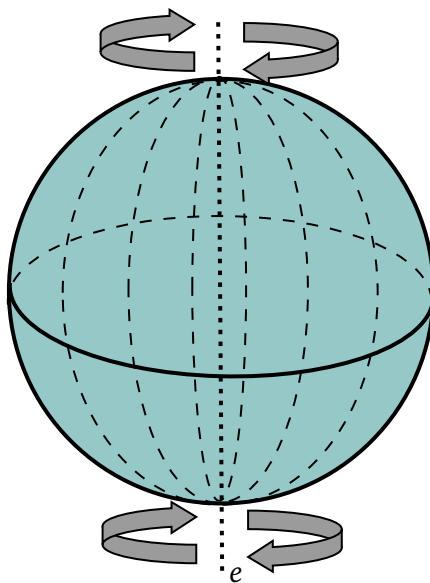


Figura 2.53: Esfera.

Expandindo a aplicação do comando de *Revolucionar* previamente explorado, a modelagem da esfera fundamenta-se na mesma lógica de rotação em torno de um eixo central. A distinção metodológica reside na geometria do perfil geratriz: nesta etapa, utiliza-se um semicírculo que, ao ser rotacionado em 360° , gera um sólido de curvatura constante e simetria completa, consolidando o entendimento sobre a versatilidade desta ferramenta para a criação de formas não prismáticas.

Passos para construção da esfera sólida no *Fusion 360*:

1. Construa um círculo com o comando *Criar/Círculo/Círculo de diâmetro*  como descrito na [Seção 2.4](#).
2. No comando *linha*  crie um segmento, neste caso com 50mm, determinando assim o diâmetro do círculo, veja a [Fig. 2.54](#).
3. Clique no botão *Recortar*  da aba *Modificar* e depois na semi-circunferência, conforme mostra a [Fig. 2.55](#), para criar o semi-círculo.
4. Ao *Concluir esboço*  clique no botão *Revolucionar*  e em seguida no perfil e eixo de rotação como detalhado na [Fig. 2.56](#).
5. Mantenha o ângulo de rotação com 360° como visto na [Fig. 2.57](#)⁴.
6. A Esfera será concluída, veja a [Fig. 2.58](#), com a tecla *Enter*.

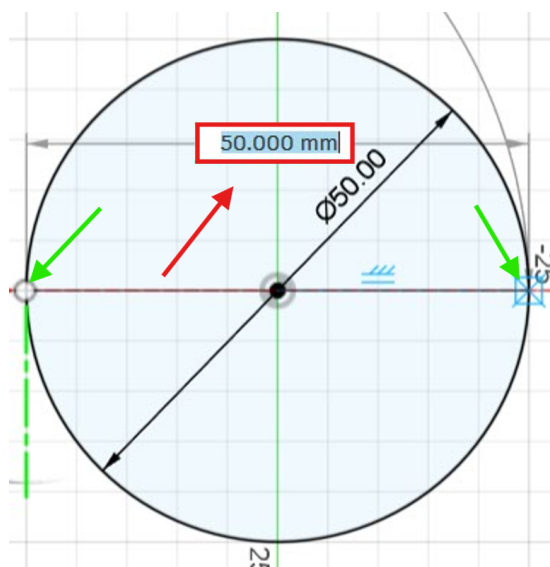


Figura 2.54: Criando diâmetro.

⁴Observe que para construção de uma semiesfera basta digitar 180 na caixa destacada em verde.

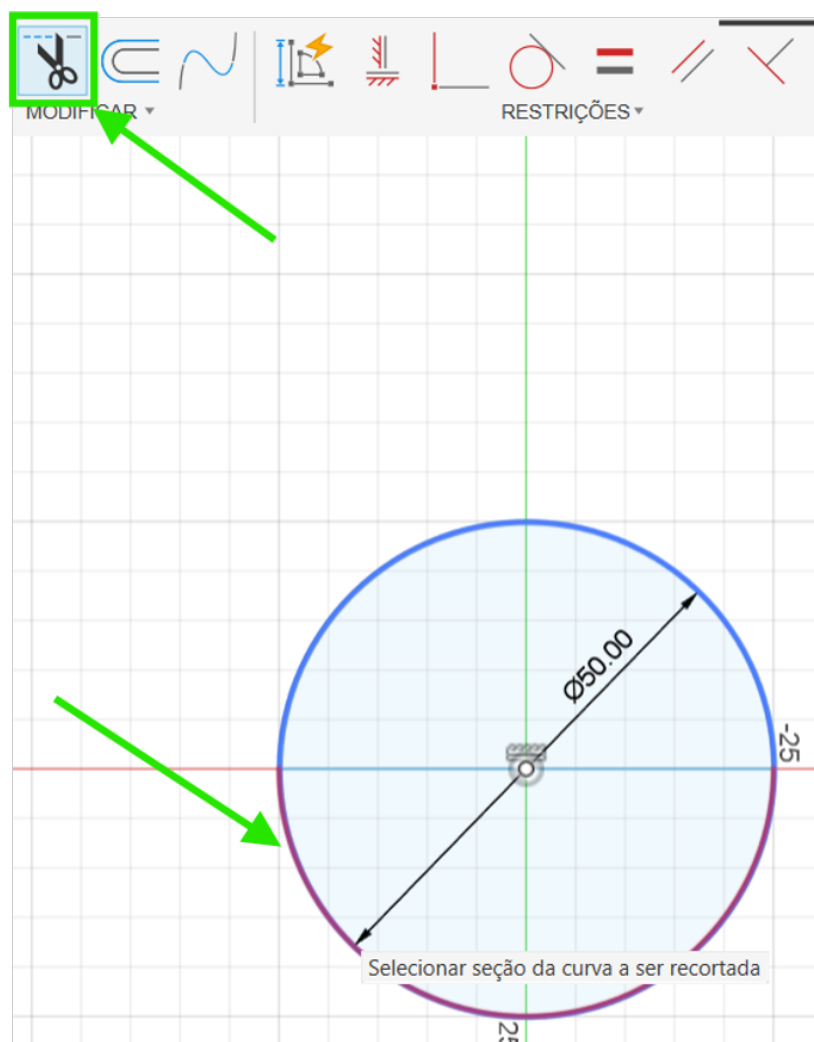


Figura 2.55: Recortar.

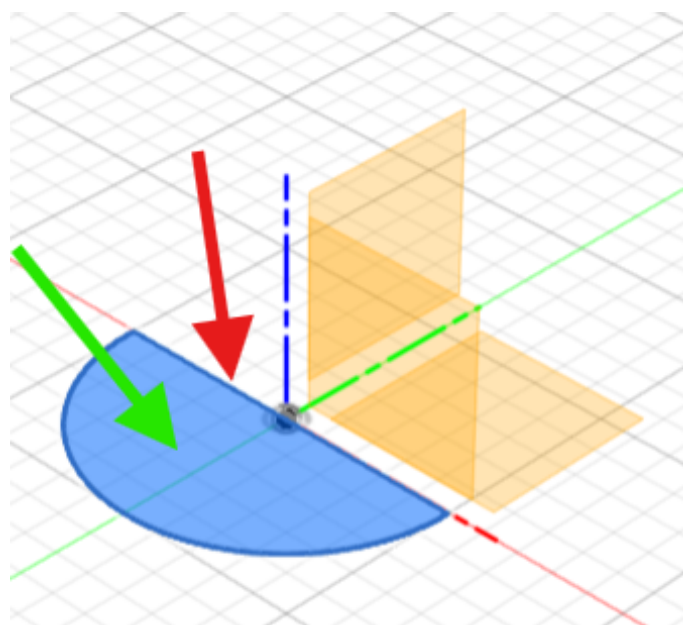


Figura 2.56: Perfil e eixo de rotação.

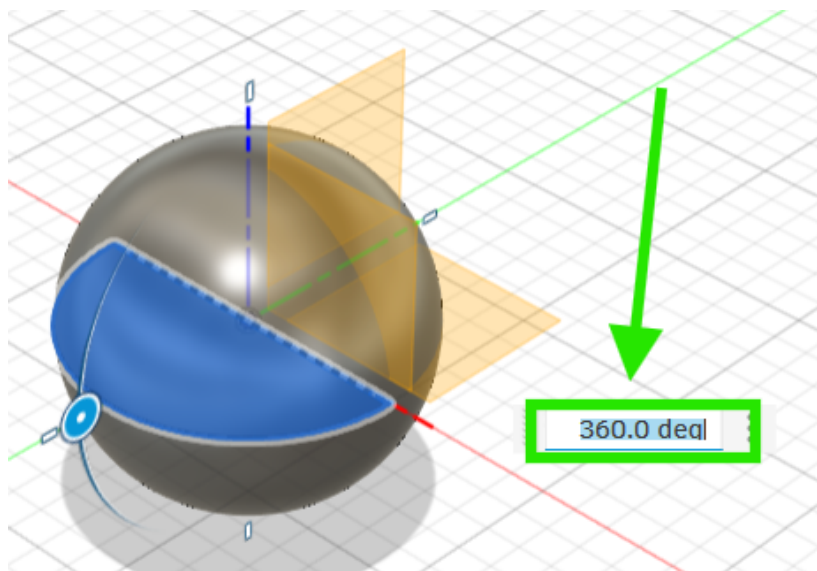


Figura 2.57: Ângulo de rotação.

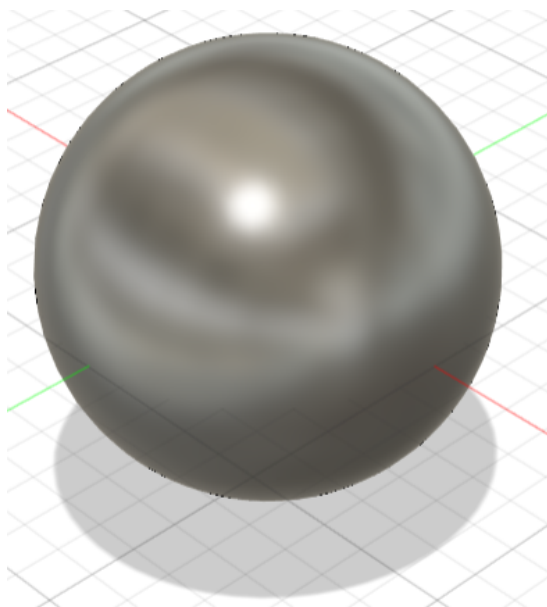


Figura 2.58: Esfera concluída.

2.7.1 Casca Esférica

Definição 2.9

A superfície esférica pode ser definida como a fronteira de uma esfera, sendo gerada a partir da rotação de uma semicircunferência em torno do seu diâmetro (DOLCE; POMPEO, 2013), [5] .

Definição 2.10

A Casca Esférica é um sólido formado pelos pontos P do espaço tal que $r \leq d(P, O) \leq R$, onde O é um ponto fixado (no caso o centro) e $r, R \in \mathbb{R}$, com $r < R$.

Assim, a Casca Esférica se caracteriza como o espaço preenchido entre duas superfícies esféricas de mesmo centro e raios distintos.

Com o intuito de explorar comandos específicos, apresentaremos o processo de modelagem de uma casca esférica no ambiente de sólidos do *Autodesk Fusion 360*. Este procedimento, análogo aos métodos discutidos anteriormente, visa a criação de um recipiente que servirá de suporte experimental para a demonstração do cálculo de volume via preenchimento de fluido.

Passos para a construção da casca esférica no *Fusion 360*:

1. Construa um semicírculo como detalhado na [Seção 2.7](#). Porém esta construção aqui foi dimensionada com $62mm$ de diâmetro externo. Considerando uma espessura de $2mm$, a geometria final comporta o preenchimento cujo o volume é de uma esfera de $60mm$ de diâmetro.
2. Clique somente na semicircunferência, depois no botão *Modificar/Deslocamento*  e digite a espessura para o objeto, no caso $2mm$, conforme mostra a [Fig. 2.59](#).
3. Selecione o diâmetro interno e recorte-o utilizando a ferramenta *Recortar*  também da aba *Modificar*, conforme mostra a [Fig. 2.60](#).
4. Ao *Concluir esboço*  clique no botão *Revolucionar*  e em seguida no perfil e eixo de rotação como detalhado na [Fig. 2.61](#), mantendo o ângulo de rotação com 360° .
5. Ao apertar a tecla *Enter* a casca esférica será concluída, [Fig. 2.62](#).

Com a casca esférica finalizada, podemos explorar uma ferramenta essencial da aba *Inspecionar*: o comando *Análise de Corte* . Esta função permite observar o objeto por perspectivas internas a partir de um plano de referência, revelando todas as camadas e detalhes estruturais do modelo. Para utilizá-la, selecione o comando, clique no plano desejado para o corte e confirme com a tecla *Enter*, conforme ilustrado na [Fig. 2.63](#). É possível ajustar dinamicamente a posição e o ângulo do corte; utilize a tecla *Tab* para alternar entre as caixas de entrada de distância e inclinação.

Criação de *Furo* na casca esférica:

1. Para que o objeto possa ser preenchido (por exemplo água) será necessário criar um *Furo*. Para isso, clique no botão *Furo*  e na face escolhida para a ação, podendo detalhar as dimensões na *Caixa de Diálogo Furo* em *Configuração de Forma*, conforme a [Fig. 2.64](#).
2. O objeto será concluído, com a tecla *Enter*, veja a [Fig. 2.65](#).

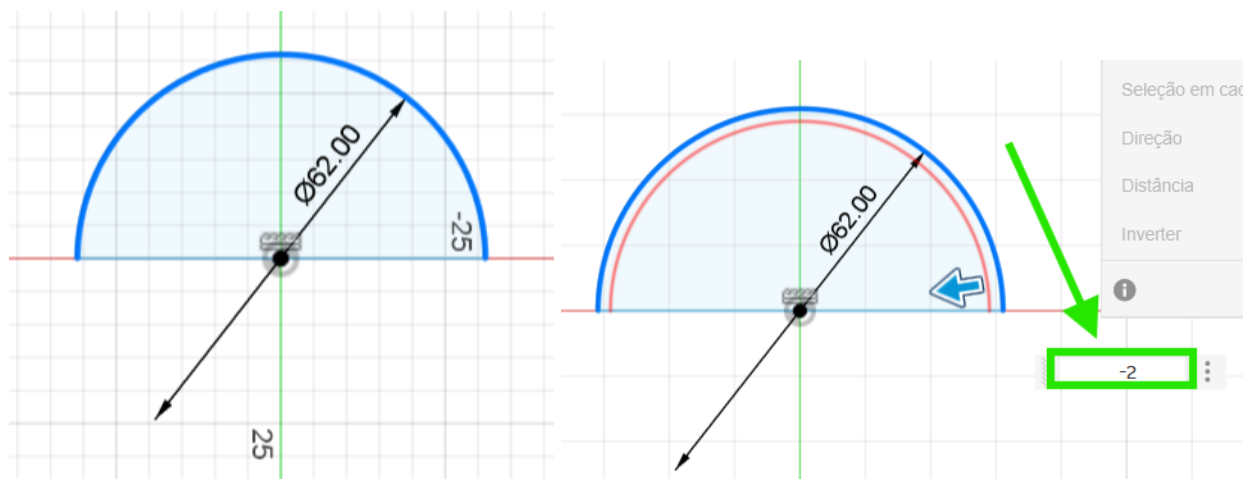


Figura 2.59: Deslocamento.



Figura 2.60: Recortar.

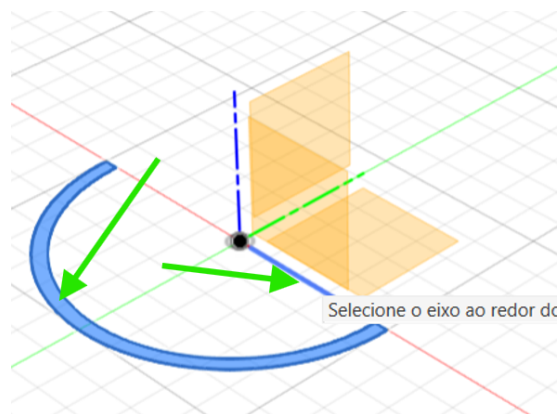


Figura 2.61: Perfil e eixo de rotação.

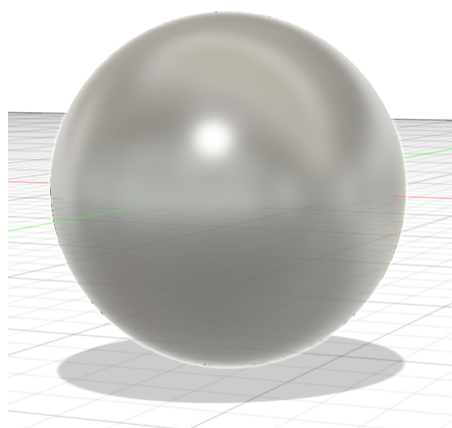


Figura 2.62: Casca esférica concluída.

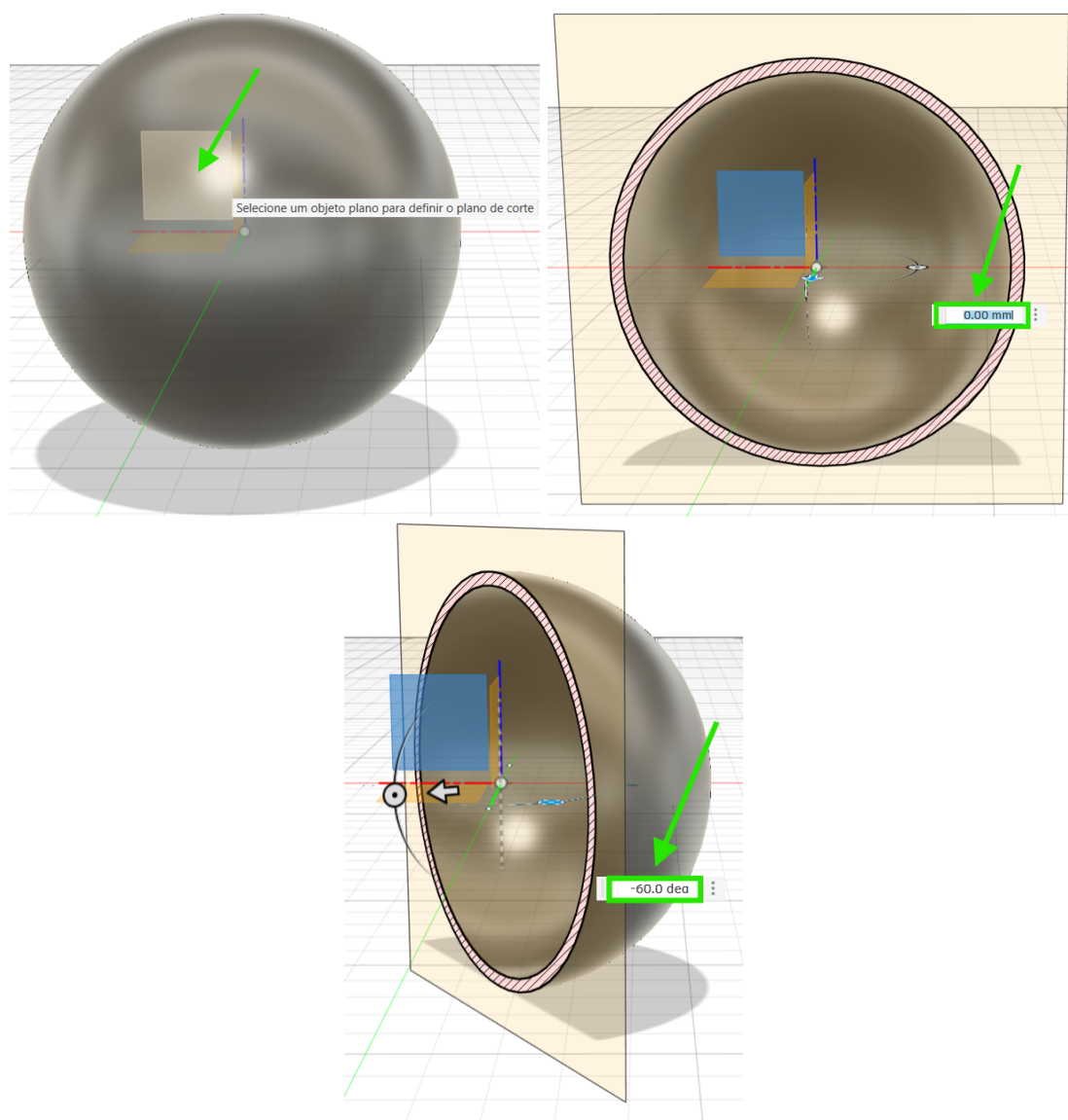


Figura 2.63: Análise de corte.

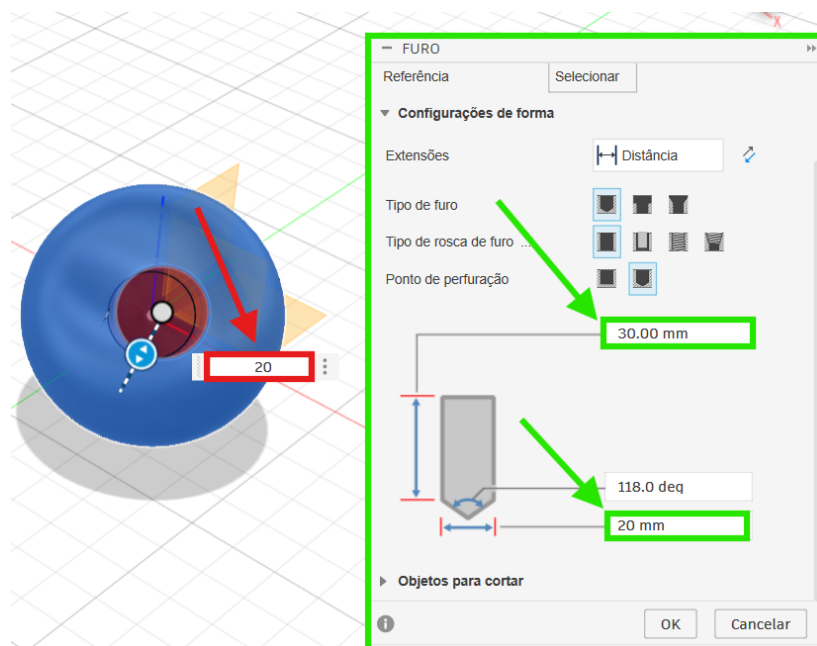


Figura 2.64: Furo.

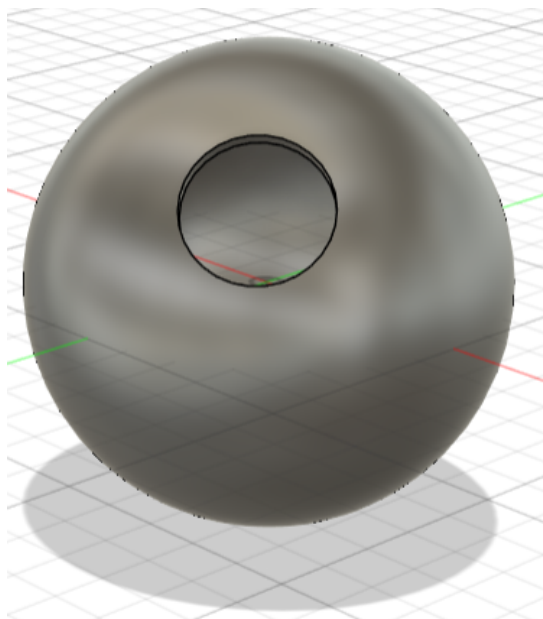


Figura 2.65: Casca esférica com furo.

Sólidos Particulares e Aplicações

Neste capítulo vamos usar a robustez do *Fusion 360* para criar alguns sólidos particulares que são de muita importância no auxílio da compreensão de volumes, que na maioria das vezes se aprende na escola somente através de contas e desenhos. Veremos também aqui, através de exemplos, operações booleanas entre sólidos geométricos. Com essas operações e o *Fusion 360*, podemos criar sólidos complexos e elaborados a partir de outros mais simples, viabilizando uma construção tangível de conceitos. Nesse sentido, Gervázio [8] afirma que:

Mesclar o experimental com o abstrato na didática da sala de aula, pode promover uma aprendizagem mais eficaz, pois estimula o cálculo mental, a dedução de estratégias, o domínio das operações fundamentais, a construção de conceitos e o desenvolvimento do raciocínio lógico. E estes são os pontos cruciais para a efetivação do verdadeiro conhecimento matemático. (GERVÁZIO, 2017, p. 45)

3.1 Anticlepsidra

Nesta seção, exploraremos o cálculo do volume de uma esfera fundamentados no Princípio de Cavalieri e na construção da Anticlepsidra. O desenvolvimento aqui apresentado toma como inspiração a abordagem de Antonio Caminha Muniz Neto em sua obra *Geometria* (SBM, 2022, 2ª ed.), [9], embora as construções e o encadeamento lógico tenham sido adaptados para os propósitos deste trabalho.

Definição 3.1

Segundo Dolce e Pompeo (2013), [5], a anticlepsidra é o sólido resultante da subtração de dois cones opostos pelo vértice de um cilindro equilátero^a, no qual os cones possuem bases coincidentes com as do cilindro e vértices localizados no centro do referido sólido.

^aTodo cilindro cuja secção meridiana é um quadrado (altura igual ao diâmetro da base) é chamado cilindro equilátero.

Para validar os cálculos experimentais, recorre-se ao conceito de anticlepsidra, servindo como base teórica para a determinação do volume esférico através do Princípio de Cavalieri, [4].

Se dois sólidos, apoiados em um plano horizontal, têm a mesma altura, e qualquer plano horizontal, paralelo ao plano dado, que secciona os dois sólidos, determinam neles seções de áreas iguais, então os volumes desses sólidos são iguais. (CAVALIERI, 1635).

Equivalência das áreas das secções da esfera e da anticlepsidra

Consideremos um plano α que secciona ambos os sólidos, a uma altura h em relação ao plano equatorial da esfera (ou plano médio do cilindro) visto na Fig. 3.1.

1. Área da Secção da Esfera A_{esfera}

Para uma esfera de raio r , a secção a uma altura h é um círculo cujo raio s pode ser determinado pelo Teorema de Pitágoras: $r^2 = s^2 + h^2 \implies s^2 = r^2 - h^2$. A área da secção da esfera A_{esf} é:

$$A_{esfera} = \pi(r^2 - h^2).$$

2. Área da Secção da Anticlepsidra $A_{anticlepsidra}$

A secção transversal resultante em uma anticlepsidra é uma coroa circular. Raio externo (r): É o raio do próprio cilindro, constante em qualquer altura. Raio interno (h): Corresponde ao raio do cone na altura h . Em uma anticlepsidra padrão a altura do cone é igual ao raio, determinado por semelhança de triângulos. A área da coroa circular A_{ant} é a diferença entre a área do círculo maior e a do círculo menor:

$$A_{anticlepsidra} = \pi r^2 - \pi h^2 \implies A_{anticlepsidra} = \pi(r^2 - h^2).$$

Como demonstrado acima, as áreas das secções transversais em qualquer altura h são idênticas:

$$A_{esfera}(h) = A_{anticlepsidra}(h) = \pi(r^2 - h^2).$$

Isso prova, via Princípio de Cavalieri, que o volume da esfera é igual ao volume da anticlepsidra, onde h e r são de acordo com a Fig. 3.1.

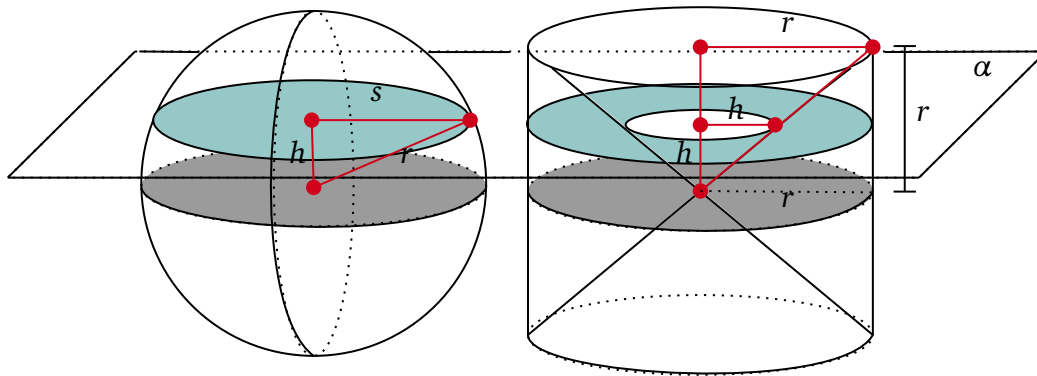


Figura 3.1: Princípio de Cavalieri na Esfera e Anticlepsidra.

A demonstração do volume da esfera torna-se intuitiva quando utilizamos a anticlepsidra como sólido de comparação. A anticlepsidra é definida pelo volume de um cilindro equilátero (altura igual ao diâmetro da base) subtraindo-se dois cones opostos pelo vértice, cujas bases coincidem com as bases do cilindro. Como $A_{esfera} = A_{anticlepsidra}$ para qualquer valor de h , os volumes são iguais:

$$V_{esfera} = V_{anticlepsidra}$$

$$V_{esfera} = V_{cilindro} - 2 \cdot V_{cone}.$$

Substituindo pelas fórmulas conhecidas:

$$V_{esfera} = \pi r^2(2r) - 2 \left(\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot r \right)$$

$$V_{esfera} = 2\pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$V_{esfera} = \frac{6\pi r^3 - 2\pi r^3}{3}$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

O uso do *Fusion 360* revoluciona o ensino da geometria ao converter abstrações em modelos táteis e interativos. Em vez de aceitar fórmulas prontas, o aluno assume o papel de investigador: ele modela sólidos, utiliza a ferramenta *Análise de Corte* para dissecar fatias transversais como visto na Fig. 3.13 e Fig. 3.14 validando o Princípio de Cavalieri através das propriedades físicas do *software*.

Essa abordagem inverte a lógica tradicional, transformando a demonstração matemática na explicação lógica de uma realidade que o aluno já construiu e observou digitalmente. A seguir, explorare-

mos a construção da Anticlepsidra como chave para compreender o volume da esfera.

Passos da construção da anticlepsidra no *Fusion 360*:

1. Construa um Cone como na [Seção 2.5](#), com raio e altura de 25mm, veja a [Fig. 3.2](#).
2. No *Navegador Browser* habilite o plano paralelo utilizado na criação do ponto (vértice do cone) conforme a [Fig. 3.3](#).
3. No comando *Criar/Espelhar* , ainda na interface 3D, clique no objeto (Cone) e no plano de simetria (o plano de simetria é paralelo a base e passa pelo vértice) como mostra a [Fig. 3.4](#).
4. Desabilite o plano via *Navegador Browser* como mostra a [Fig. 3.5](#).
5. A Clepsidra será concluída, veja a [Fig. 3.6](#), com a tecla *Enter*.
6. Siga os passos da [Seção 2.4](#) para criar um cilindro equilátero, com 50mm de diâmetro e 50mm de altura, no mesmo plano da clepsidra criada anteriormente, veja a [Fig. 3.7](#).
7. Com a ferramenta *Modificar/Mover* , mova o cilindro até sobrepor a clepsidra, veja a [Fig. 3.8](#).
8. Clique no botão *Combinar* . Na *Caixa de Diálogo Combinar* em *Corpo de destino* selecione o Cilindro, em seguida em *Corpo de ferramenta(s)* selecione a Clepsidra, por fim em *Operação* ative a opção *Cortar* , conforme a [Fig. 3.9](#).
9. Clique no botão direito do mouse no ícone *Aparência* , e em seguida na opção *Vidro suave* para mostrar a Anticlepsidra internamente, veja a [Fig. 3.10](#).
10. O objeto será concluído, veja a [Fig. 3.11](#), com a tecla *Enter*.

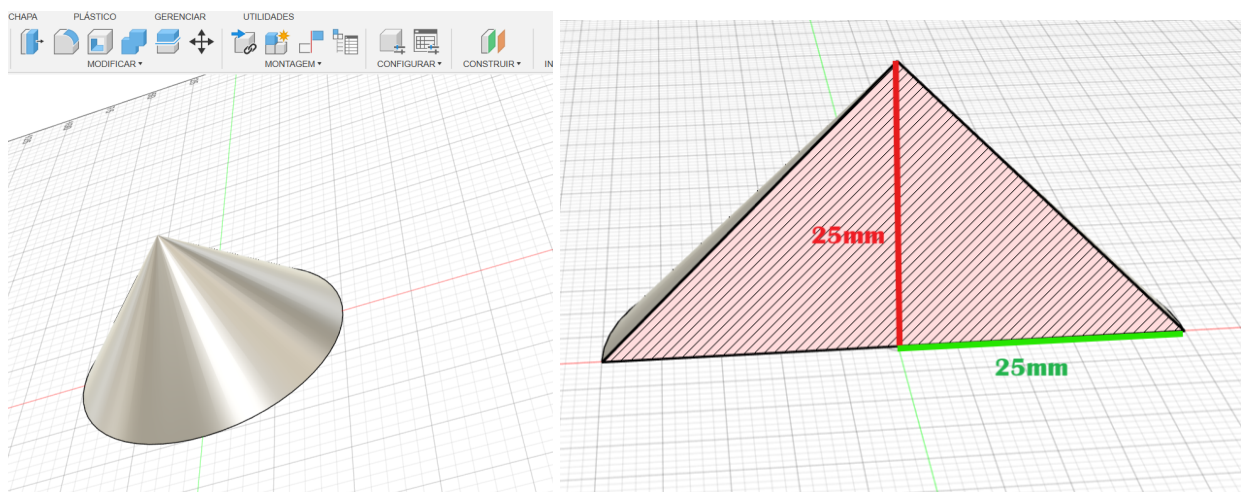


Figura 3.2: Cone inferior.

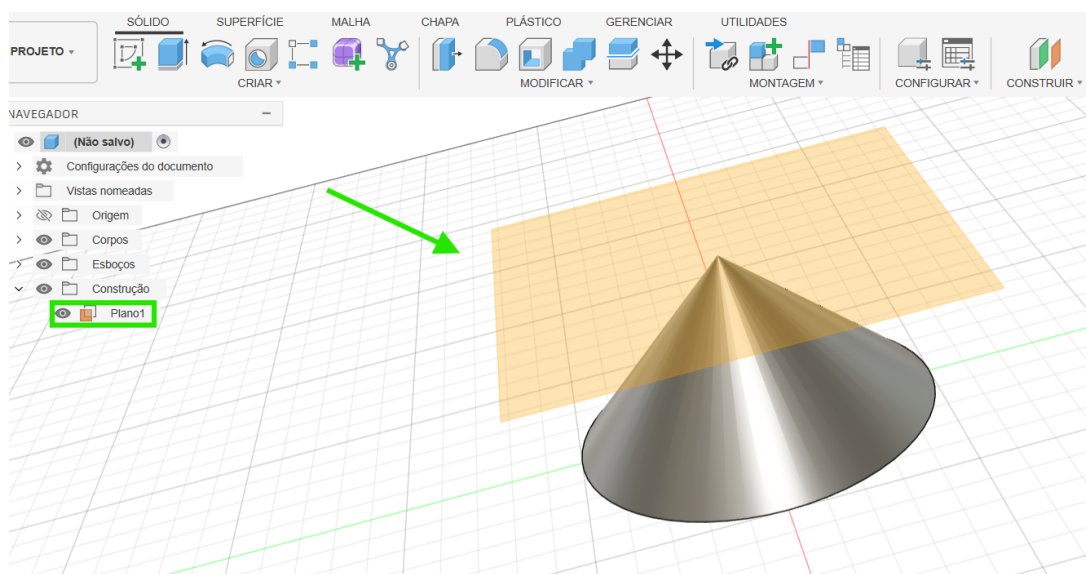


Figura 3.3: Plano paralelo destacado novamente.

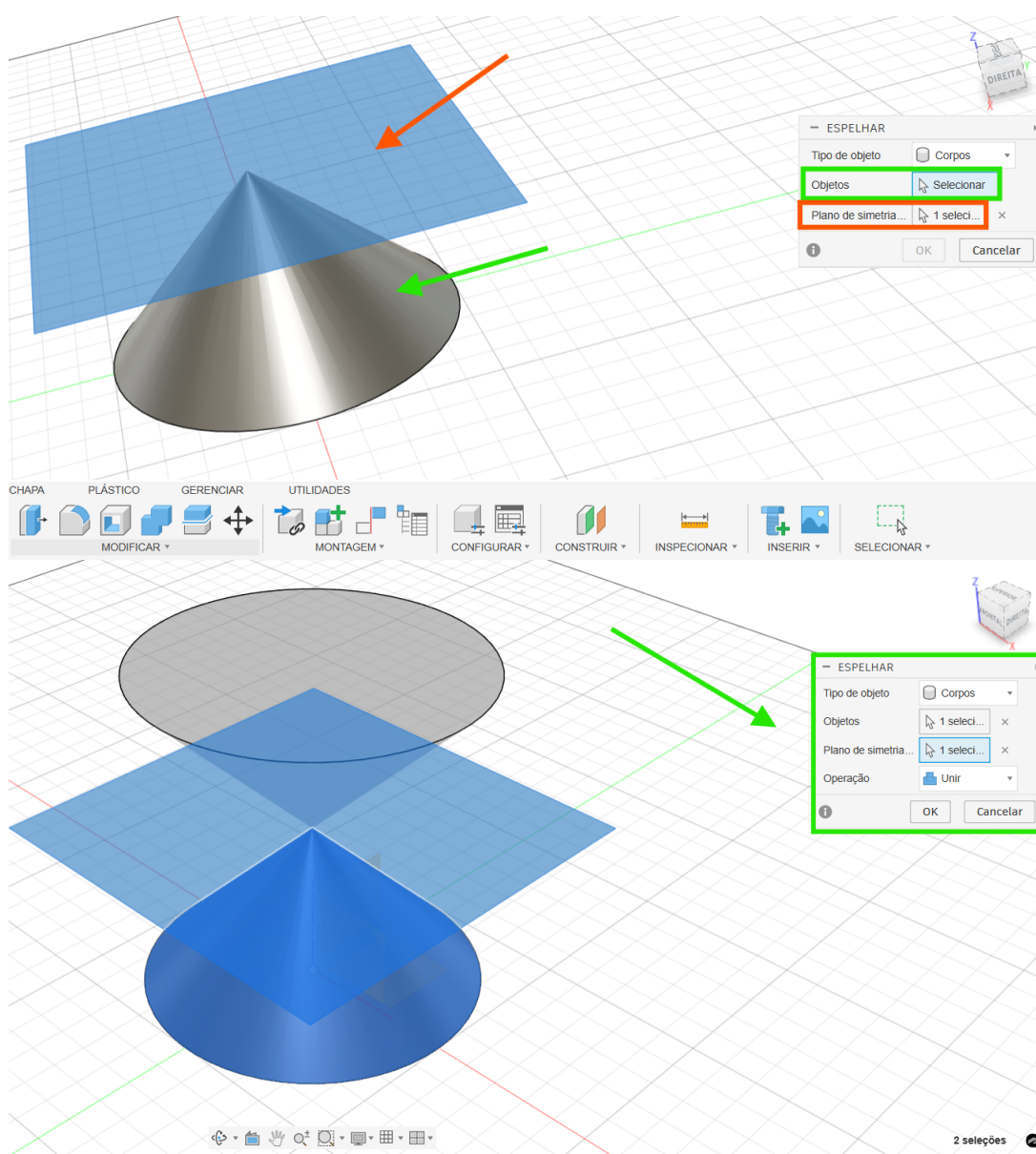


Figura 3.4: Criando cone superior.

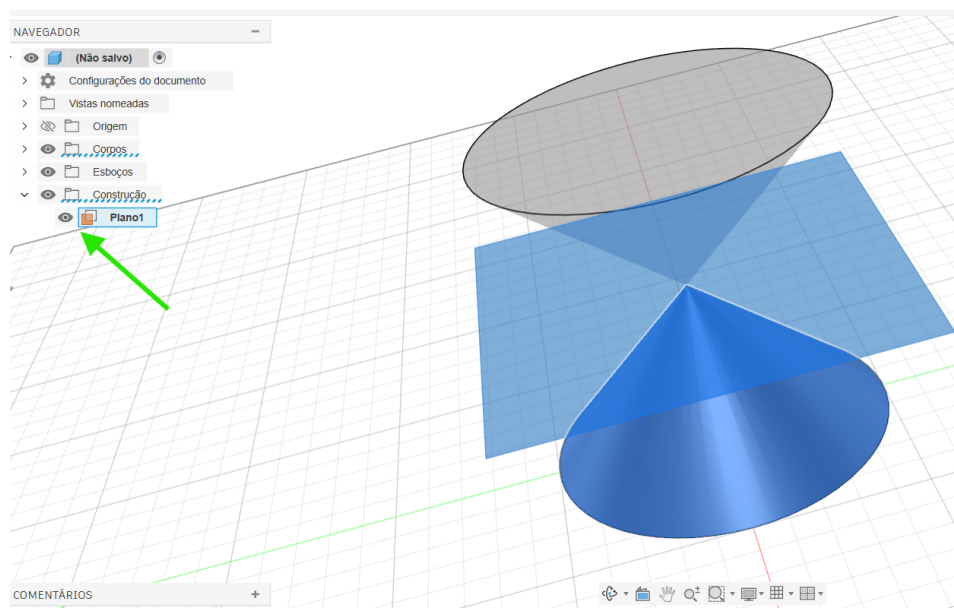


Figura 3.5: Desabilitando plano.

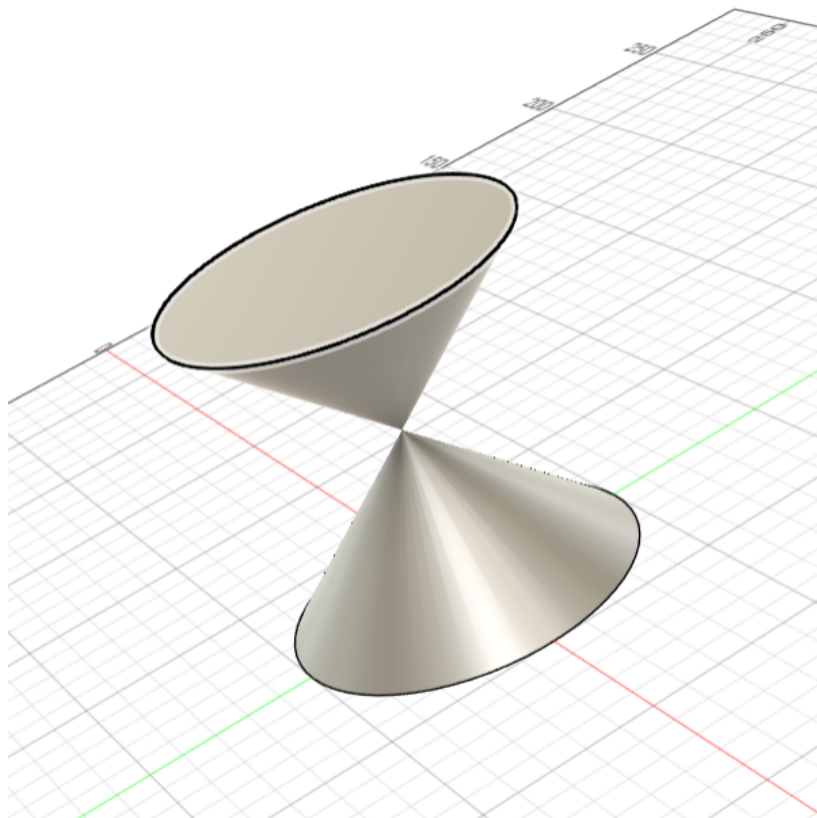


Figura 3.6: Clepsidra sólida concluída.

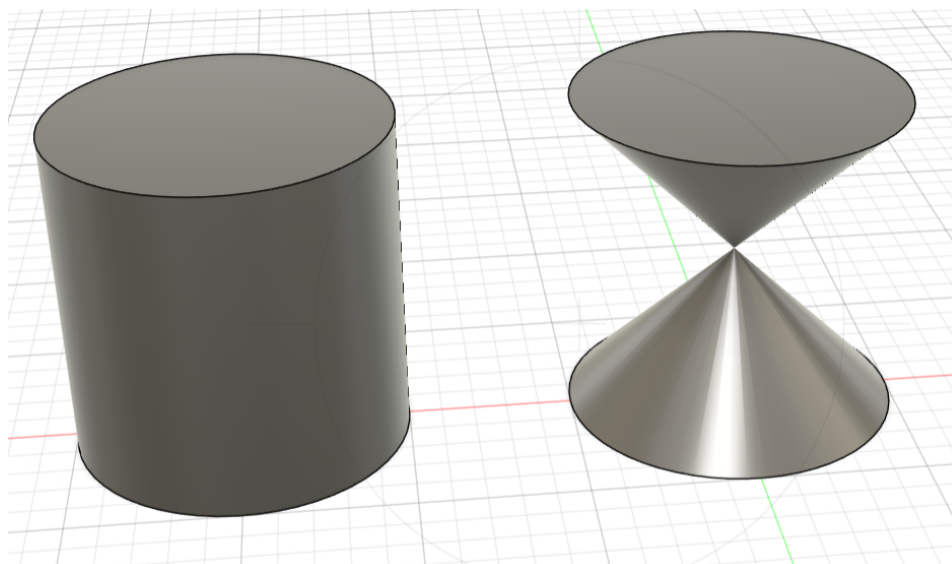


Figura 3.7: Cilindro e Clepsidra.

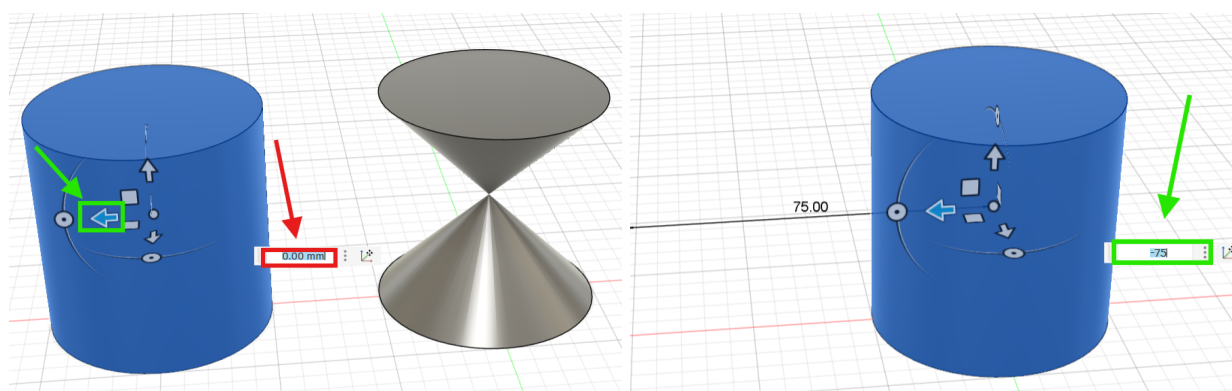


Figura 3.8: Cilindro sobreposto à Clepsidra.

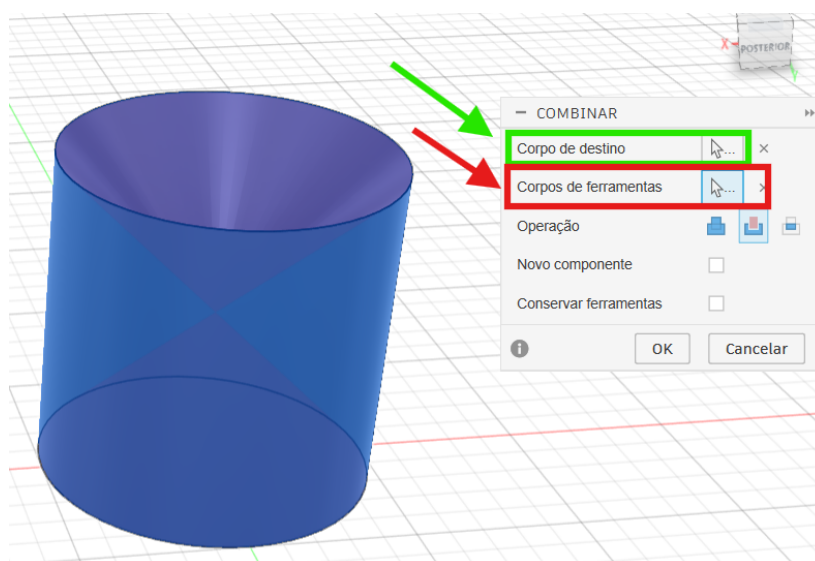


Figura 3.9: Combinando sólidos.

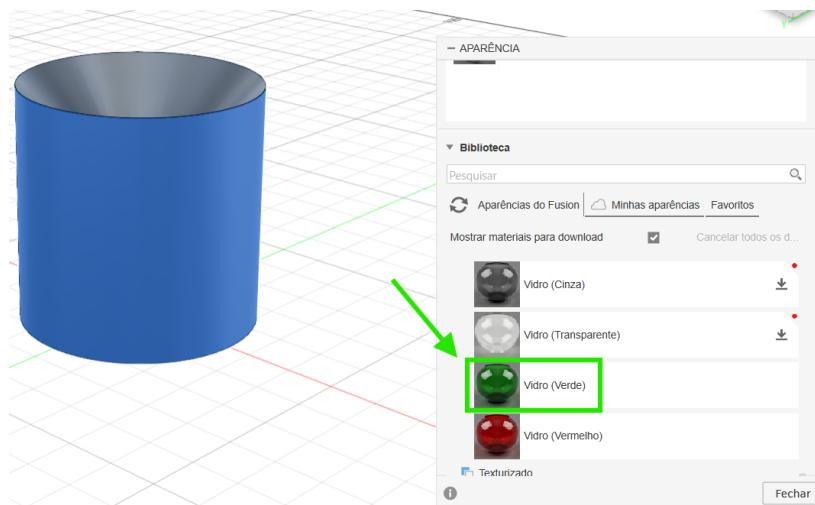


Figura 3.10: Selecionando aparência.

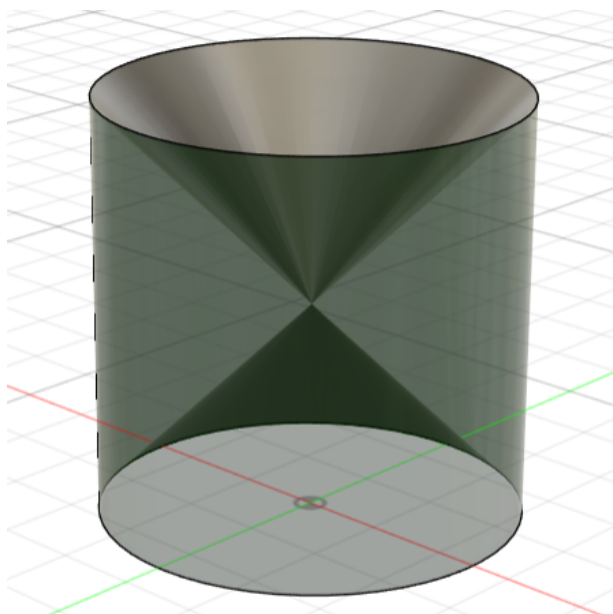


Figura 3.11: Anticlepsidra concluída.

Fundamentada no Princípio de Cavalieri, a anticlepsidra apresentada possui volume equivalente ao de uma esfera com 50mm de diâmetro. Esta equivalência pode ser verificada experimentalmente por meio do método de imersão; para isso, o leitor deve seguir as etapas de montagem descritas na Seção 2.7 e realizar o procedimento prático. A Fig. 3.12 mostra os dois objetos juntos e a Fig. 3.13 mostra a *Análise de Corte* dos dois objetos, onde observamos a ideia prática sobre o Princípio de Cavalieri. É possível determinar a área das figuras planas resultantes da secção transversal por um plano paralelo de forma simples. Para isso, basta criar um novo esboço e desenhar as circunferências que circunscrevem os perfis gerados pela secção, conforme ilustrado na Fig. 3.14. Posteriormente, ao acessar a ferramenta *Inspecionar* , o software fornecerá automaticamente os valores das áreas dessas figuras, veja a Fig. 3.14.

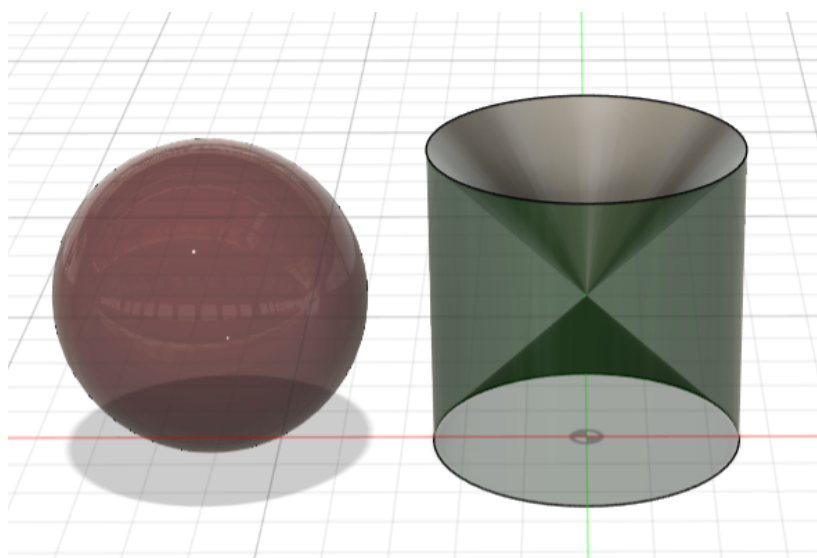


Figura 3.12: Esfera e Anticlepsidra.

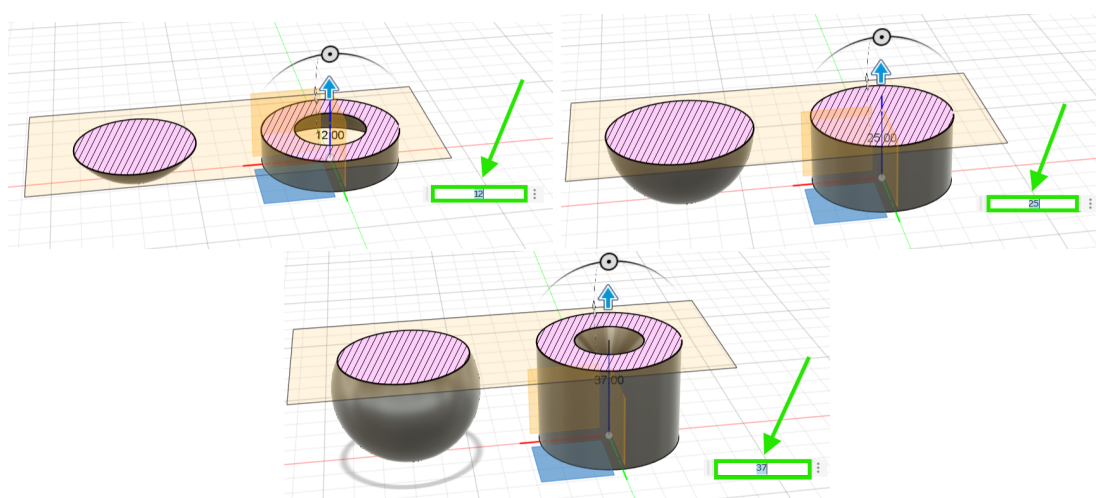


Figura 3.13: Análise de corte.

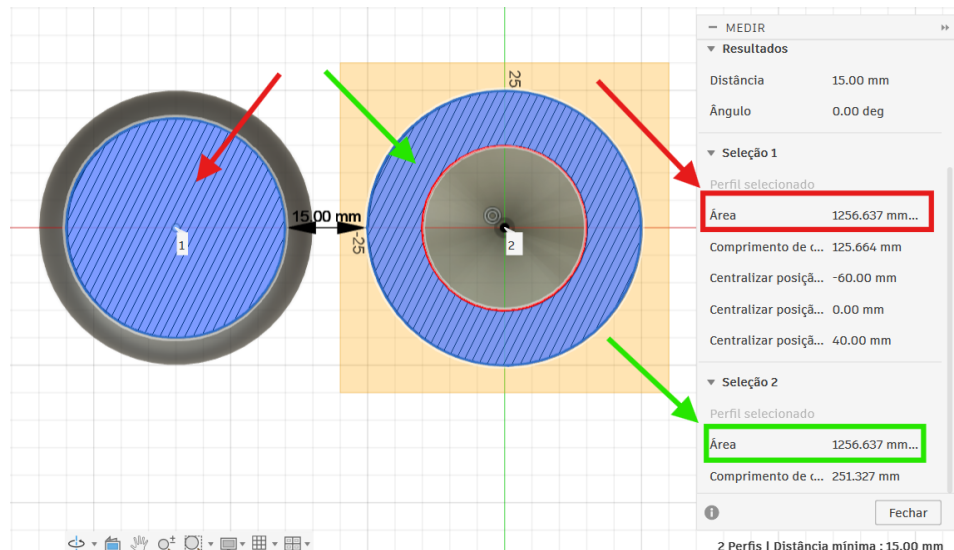


Figura 3.14: Inspeccionando a área.

3.1.1 Volume da Anticlepsidra na prática

O objetivo dessa subseção é transformar a Anticlepsidra modelada anteriormene, em outro sólido, que denominamos anticlepsidra com casca e furo, onde é permitido enviar para impressão 3D e verificar seu volume na prática. Como a casca esférica com furo já foi criada na [Seção 2.4.1](#), uma vez ambas as peças impressas, vamos poder comparar fisicamente seus volumes.

Passos para a construção da anticlepsidra com furo no *Fusion 360*:

1. Construa a Clepsidra descrita na Seção [Seção 3.1](#).
2. Selecione uma face circular da Clepsdra para *Criar Esboço* , veja a [Fig. 3.15](#).
3. Com a circunferência da base circular selecionada, clique no botão *Deslocamento*  e crie uma nova circunferência com 4mm a mais do que a base do cone [Fig. 3.16](#).
4. Ao *Concluir esboço* , clique no botão de *Extrusão*  e no anel formado pelas duas circunferências, escolha a distância de extrusão igual a 50mm (altura da clepsidra), veja a [Fig. 3.17](#).
5. Para que as duas peças não fiquem soltas, crie uma espessura inferior e uma superior a partir das duas bases circulares maior (que no caso mede 54mm), veja a [Fig. 3.18](#).
6. Clique no botão *Furo*  e na face lateral do objeto para criar uma abertura que possibilite a imersão de líquido para a demonstração prática, observe a [Fig. 3.19](#).
7. O objeto será concluído, veja a [Fig. 3.20](#), com a tecla *Enter*.

A [Fig. 3.21](#) traz um visual mais elaborado para permitir a percepção dos detalhes de seu interior.

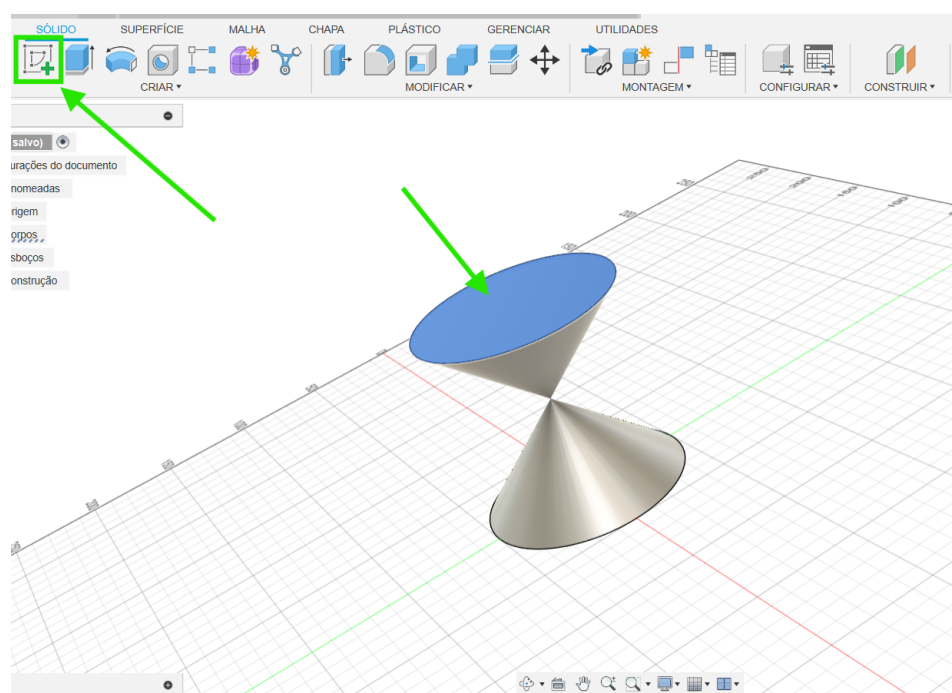


Figura 3.15: Novo esboço.

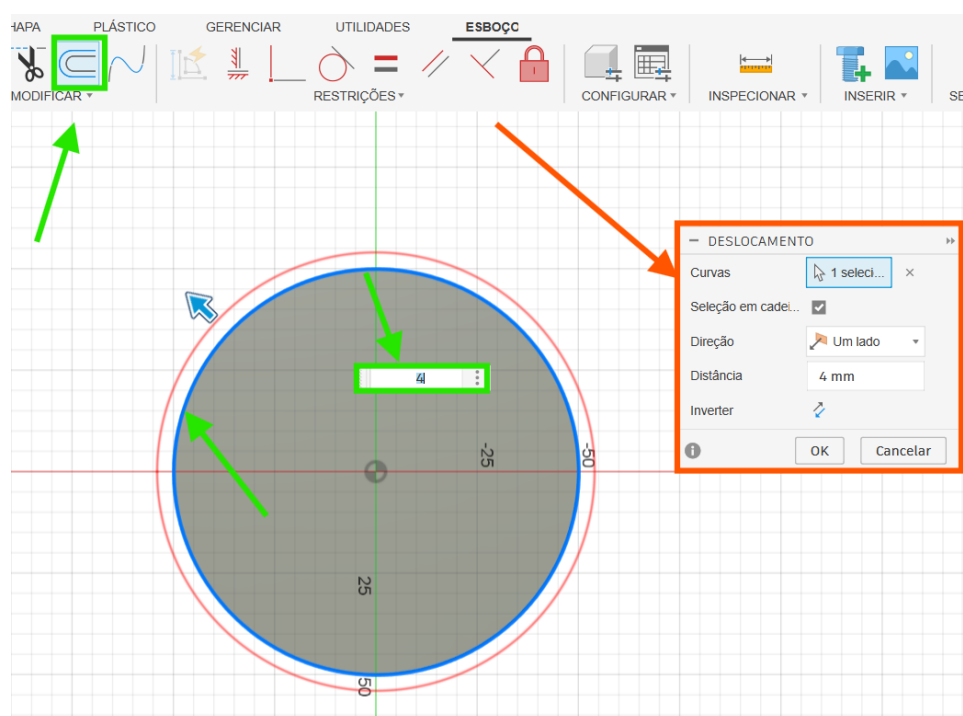


Figura 3.16: Deslocamento de curvas.

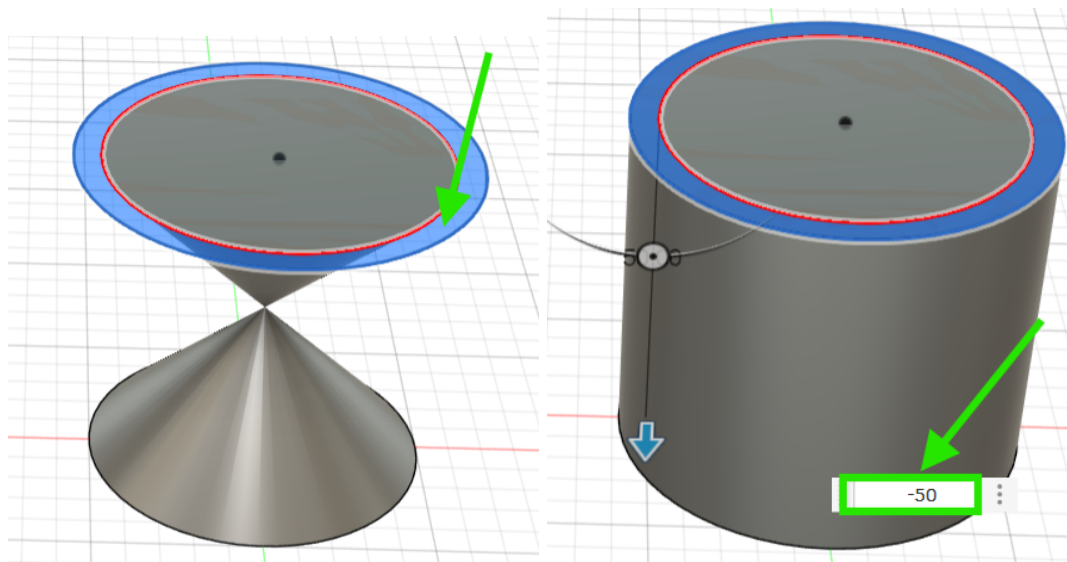


Figura 3.17: Extrusão.

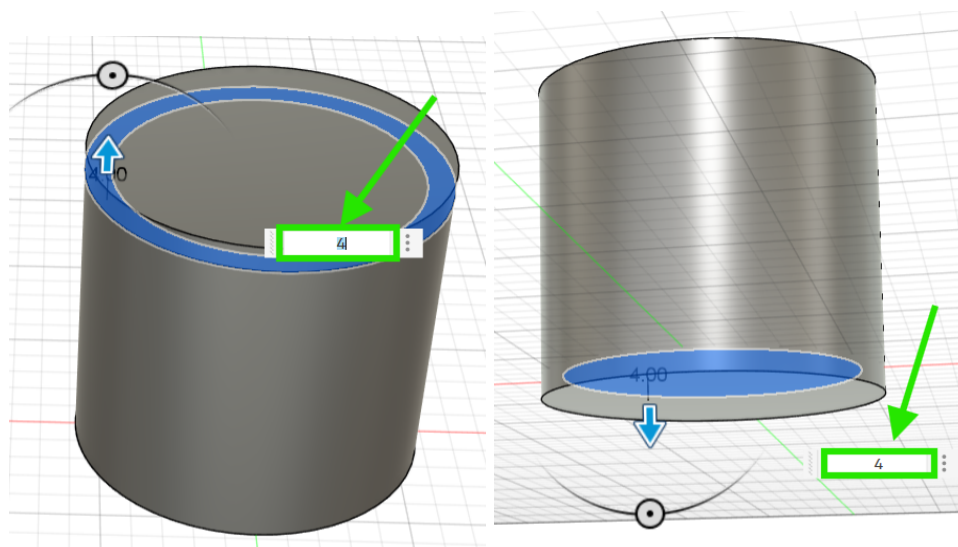


Figura 3.18: Criando espessura inferior e superior.

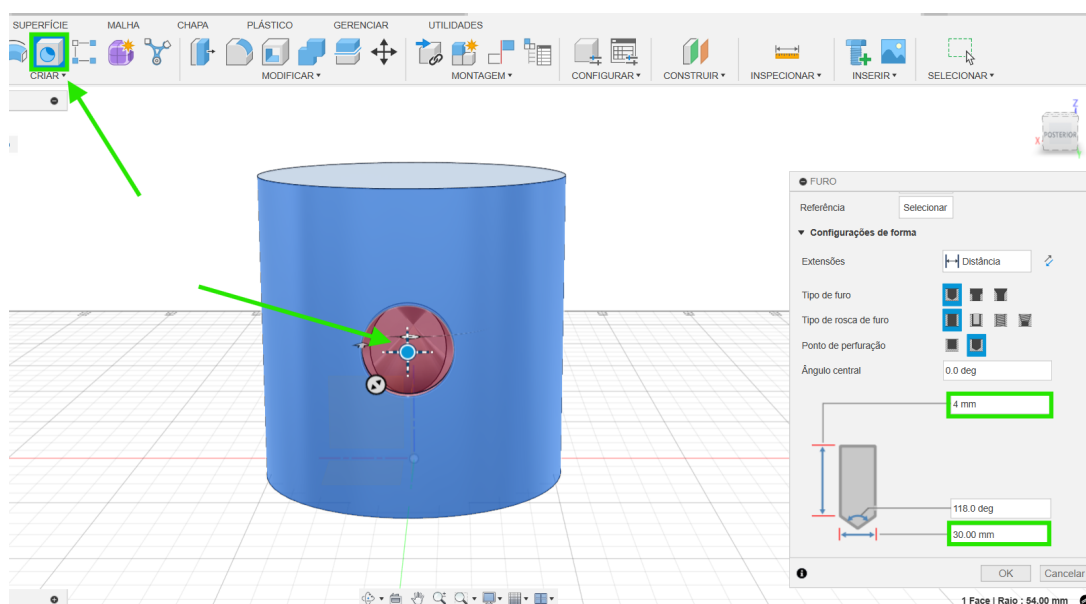


Figura 3.19: Furo.

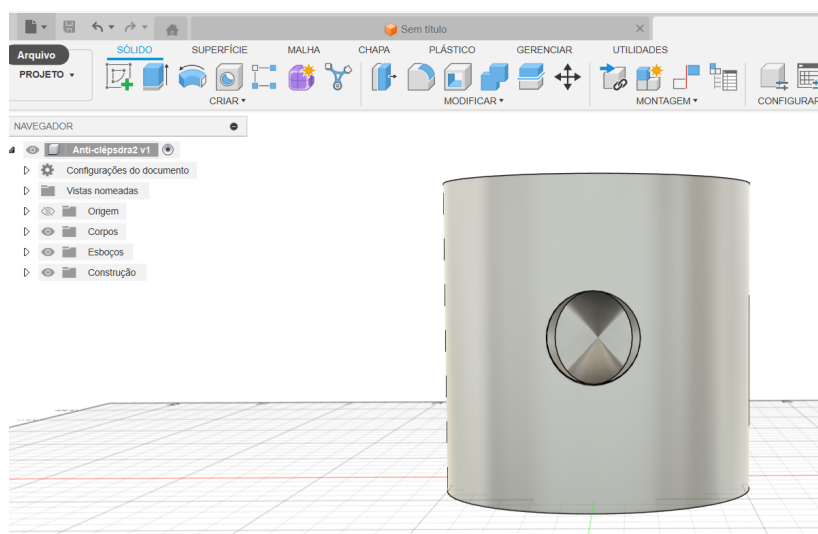


Figura 3.20: Objeto concluído.

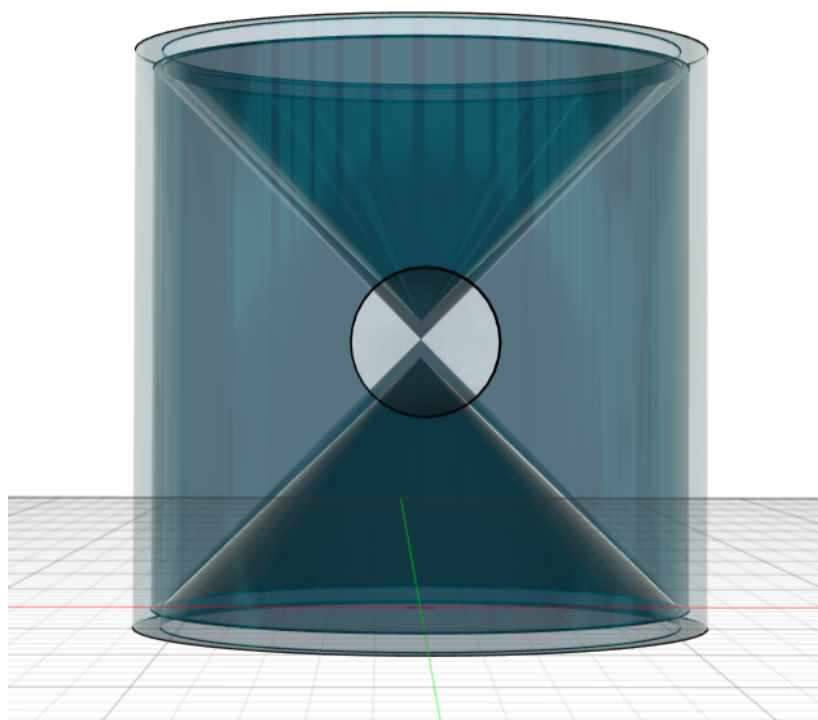


Figura 3.21: Objeto com textura de vidro.

3.2 Volume da Pirâmide Triangular

A utilização de materiais manipuláveis no estudo da relação entre o volume do prisma e da pirâmide de mesma base e altura corrobora a visão de Gervázio (2017), [8], pois transforma a abstração geométrica em uma atividade prática e interativa. Ao manusear esses sólidos, o estudante deixa de ser um receptor de fórmulas para se tornar um investigador, desenvolvendo seu senso crítico ao constatar empiricamente a relação volumétrica entre os sólidos.

Definição 3.2

A definição matemática para o volume de uma pirâmide estabelece que este corresponde a um terço do produto da área de sua base pela sua altura, partindo do pressuposto de que um prisma pode ser particionado em três regiões piramidais de mesma medida (DOLCE; POMPEO, 2013), [5].

Teorema 3.1

O volume de uma pirâmide triangular é igual a um terço do volume de um prisma triangular que possui a mesma base e a mesma altura.

Demonstração: Seja um prisma triangular com base inferior $\triangle ABC$, base superior $\triangle DEF$ e altura h , como na Fig. 3.22. O volume do prisma é dado por:

$$V_{prisma} = A_{base} \cdot h \quad (3.1)$$

Pelo **Princípio de Cavalieri**, sabemos que duas pirâmides com áreas de bases iguais e alturas iguais possuem o mesmo volume. Utilizaremos este princípio para comparar as três pirâmides que compõem o prisma.

1. Decomposição do Prisma

Podemos decompor o prisma em exatamente três pirâmides triangulares (tetraedros):

- P_1 : Vértices $\{A, B, C, D\}$
- P_2 : Vértices $\{D, E, F, C\}$

- P_3 : Vértices $\{D, E, B, C\}$

2. Igualdade dos Volumes

Comparando P_1 e P_2 : A pirâmide P_1 tem como base a face inferior do prisma ($\triangle ABC$) e seu vértice é D . A pirâmide P_2 tem como base a face superior ($\triangle DEF$) e seu vértice é C . Como as bases são congruentes e a distância entre elas é a altura h do prisma, pelo Princípio de Cavalieri:

$$V(P_1) = V(P_2) \quad (3.2)$$

Comparando P_2 e P_3 : Se considerarmos a face lateral $ABDE$ como uma base comum, observamos que as pirâmides P_2 e P_3 podem ser vistas como tendo bases em um mesmo plano (metades do paralelogramo lateral) e compartilhando o mesmo vértice oposto em relação a essa face. Disso decorre que:

$$V(P_2) = V(P_3) \quad (3.3)$$

3. Conclusão

Visto que o volume do prisma é a soma das três partes:

$$V_{prisma} = V(P_1) + V(P_2) + V(P_3) \quad (3.4)$$

Como $V(P_1) = V(P_2) = V(P_3)$, substituímos por um volume genérico de pirâmide $V_{pirâmide}$:

$$V_{prisma} = 3 \cdot V_{pirâmide} \implies V_{pirâmide} = \frac{1}{3} V_{prisma} \quad (3.5)$$

Portanto:

$$V_{pirâmide} = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \quad (3.6)$$

■

Inspirados pela decomposição teórica de DOLCE e POMPEO (2013), propomos a construção de um material concreto que permite demonstrar, na prática, a fórmula do volume da pirâmide. Por meio da comparação direta, o estudante visualiza que são necessárias três pirâmides para preencher um prisma que possua a mesma base e a mesma altura.

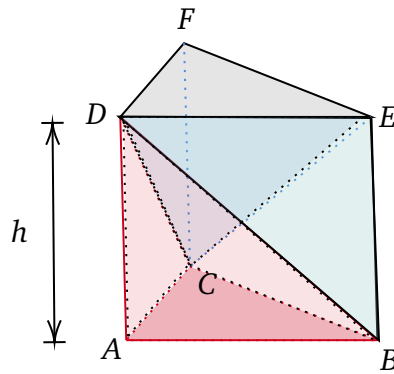


Figura 3.22: Prisma dividido e três partes.

Passos para divisão do prisma triangular em três pirâmides de mesmo volume no *Fusion 360*:

1. Construa um prisma triangular usando os passos da [Seção 2.1](#).
2. Na aba *Construir* selecione o botão *Plano por três pontos* , em seguida selecione três vértices do prisma, [Fig. 3.23](#).
3. Na aba *Modificar* clique no botão *Dividir corpo* .
4. Na *Caixa de Diálogo Dividir Corpo*, selecione *Corpo para divisão* e em seguida selecione o corpo, que no caso é o prisma, veja [Fig. 3.24](#).
5. Na *Caixa de Diálogo Dividir Corpo*, selecione *Ferramenta(s) de divisão* e em seguida selecione o plano de corte criado anteriormente, conforme mostra a [Fig. 3.25](#). Ao selecionar o plano de corte, a aparência fica como mostra a [Fig. 3.26](#).
6. Ao clicar em *OK* da *Caixa de Diálogo Dividir Corpo*, o primeiro corte é finalizado, veja [Fig. 3.27](#).
7. Repita os passos anteriores selecionando os vértices convenientes para realizar os outros dois cortes.

Os passos acima dividiu o prisma triangular em três partes com o mesmo volume. Cada uma dessas partes se torna um sólido, nomeadas automaticamente por *Corpo 1*, *Corpo 2* e *Corpo 3*, veja [Fig. 3.28](#).

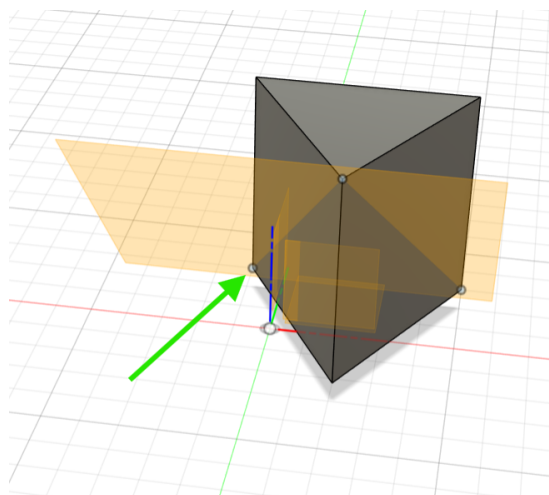


Figura 3.23: Seleção de pontos.

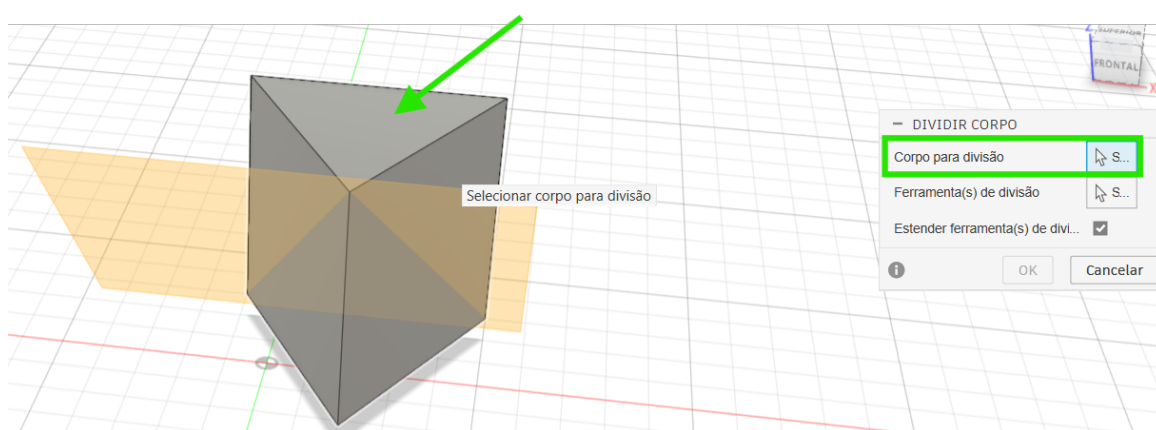


Figura 3.24: Corpo para divisão.

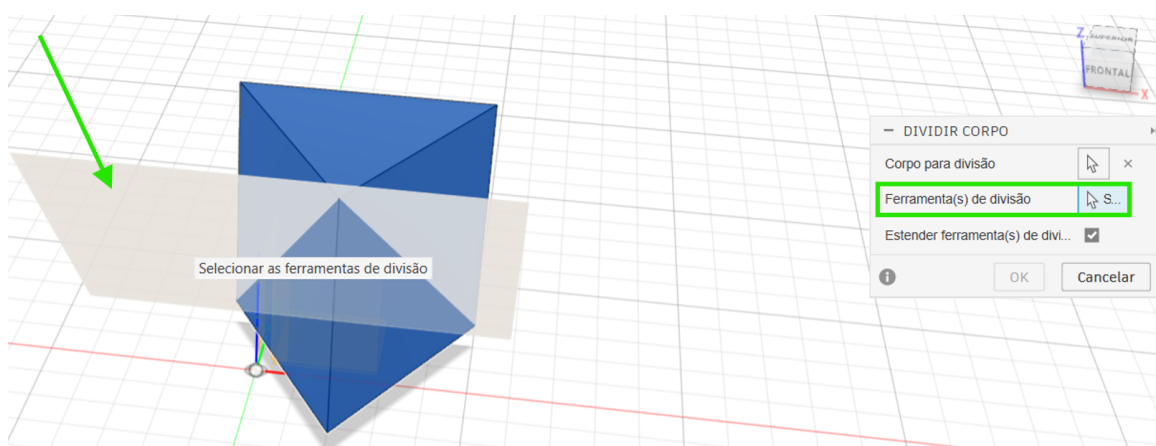


Figura 3.25: Ferramenta de divisão.

Para uma melhor visualização das partes cortadas do prisma, vamos adicionar textura ou cor, no caso com aparência de vidro. Para isso, clique com botão direito do mouse e escolha o ícone *Aparência* , e em seguida na opção *Vidro suave* e arraste uma cor para o *Corpo 1*, outra cor para o *Corpo 2* e finalmente para o *Corpo 3*, conforme mostra a a [Fig. 3.29](#). Veja o objeto concluído na [Fig. 3.30](#).

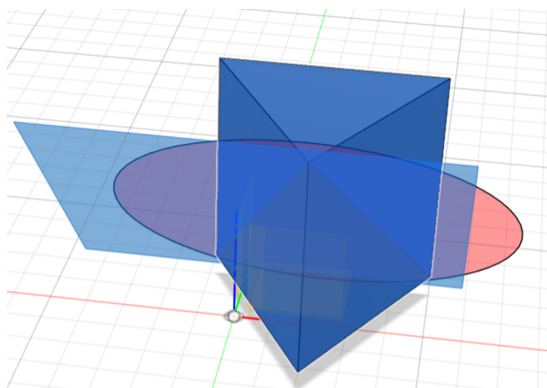


Figura 3.26: Seleção de corte.

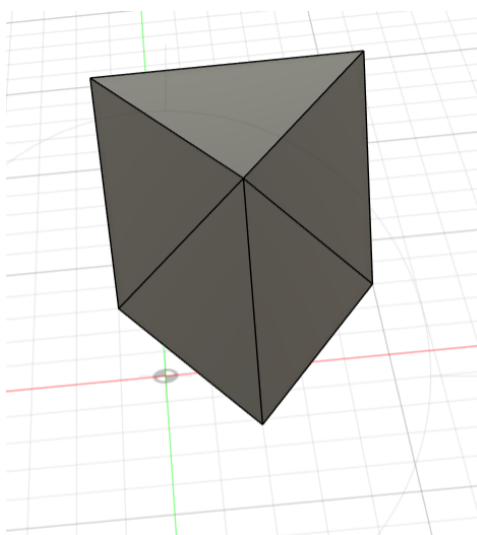


Figura 3.27: Prisma cortado.

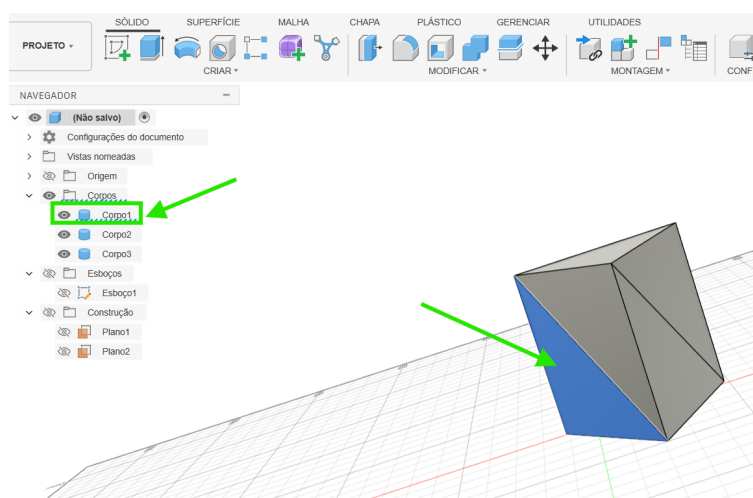


Figura 3.28: Selecionando Corpo1.

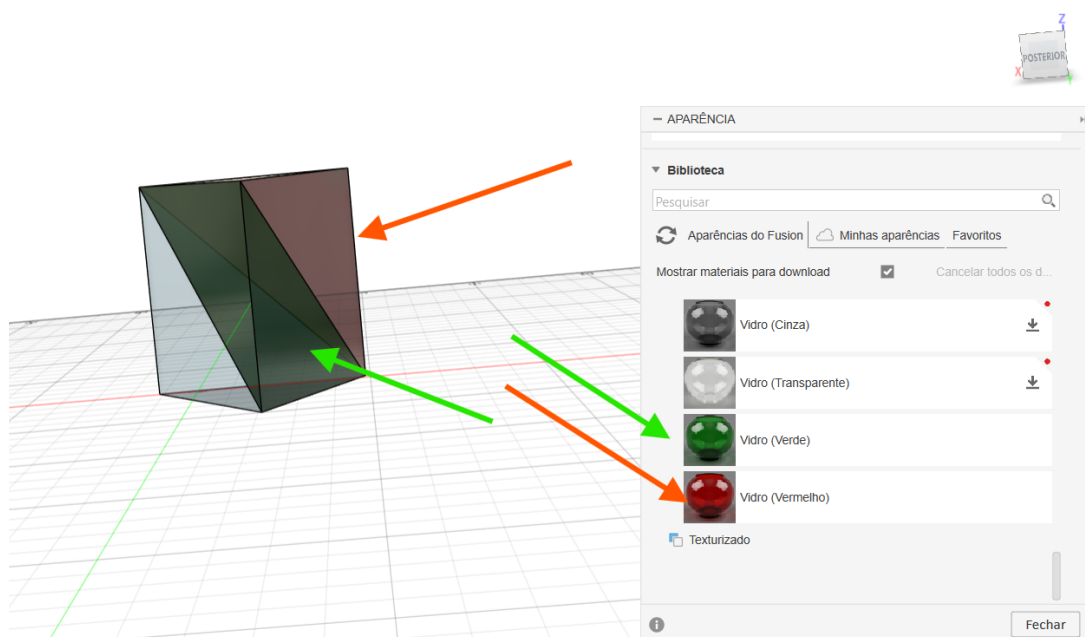


Figura 3.29: Seleção de cor para corpos.

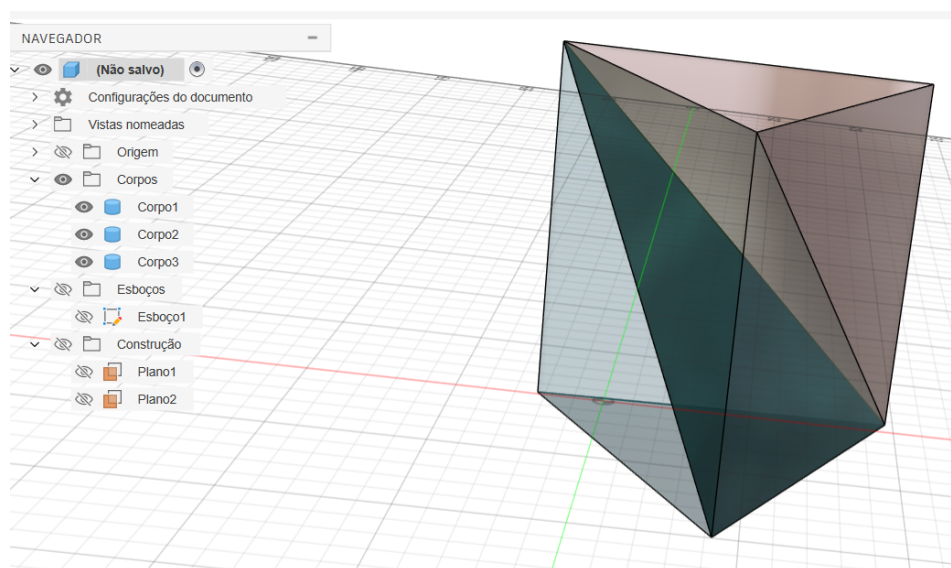


Figura 3.30: Prisma dividido em três partes.

3.3 Operações Booleanas

As Operações Booleanas, fundamentadas na lógica de George Boole, constituem o pilar da modelagem 3D ao permitirem a criação de formas complexas através da manipulação de sólidos primitivos. Por meio da União, que funde volumes; da Diferença, que subtrai massas para gerar furos e cavidades; e da Interseção, que preserva apenas a área compartilhada entre objetos, os modeladores conseguem articular geometrias sofisticadas com precisão matemática. Essa tríade operacional funciona como a espinha dorsal do design tridimensional, transformando formas simples em componentes detalhados e funcionalmente integrados.

Para realizar uma operação booleana no *Fusion 360* devemos acionar o comando *Combinar* . Com esta ferramenta podemos fazer as três operações booleanas citadas anteriormente. Nessa seção, veremos alguns exemplos de construção referenciando cada operação.

3.3.1 União

Um simples objeto que podemos criar seria uma combinação de uma casca de tronco de cone e uma casca de cilindro, veja a [Fig. 3.31](#). Através de uma *União* conveniente entre esses dois objetos podemos criar um funil, que poderá ser muito útil nos testes de volumes sugeridos anteriormente.

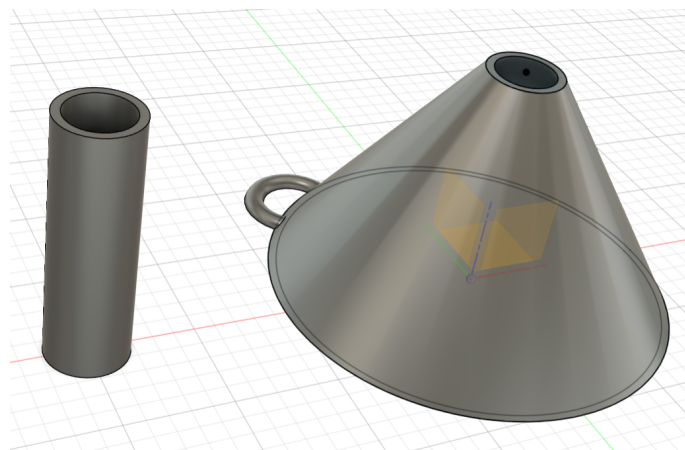


Figura 3.31: Casca de cilindro e casca de tronco de cone.

As dimensões destes dois objetos foram ajustadas para permitir um encaixe adequado e seguem com as seguintes especificações conforme [Tabela 3.1](#):

Os passos para a construção dos objetos podem ser encontrados na [Seção 2.5](#) e na [Seção 2.4.1](#).

Na casca de tronco de cone, foi adicionado um arco utilizando a ferramenta *Criar/Toroide* . Os detalhes específicos desta etapa ficam como um exercício prático para o leitor, explorando a

	Casca de tronco de cone	Casca de cilindro
Diâmetro interno da base maior	100	—
Diâmetro interno da base menor	15	—
Diâmetro interno	—	15
Altura	60	60
Espessura	2	2

Tabela 3.1: Medidas: casca de cilindro e tronco de cone (em mm).

versatilidade da ferramenta. O foco principal desta subseção é a união de dois corpos. Utilizando o comando *Mover/Copiar*  visto na Fig. 3.32, é possível alinhar as bases dos objetos de forma precisa.

Dica de Modelagem: Ao realizar o deslocamento, utilize sempre medidas padronizadas (valores inteiros ou múltiplos comuns). Isso facilita o ajuste fino e garante que os eixos centrais dos sólidos estejam perfeitamente alinhados antes da operação de *União* .

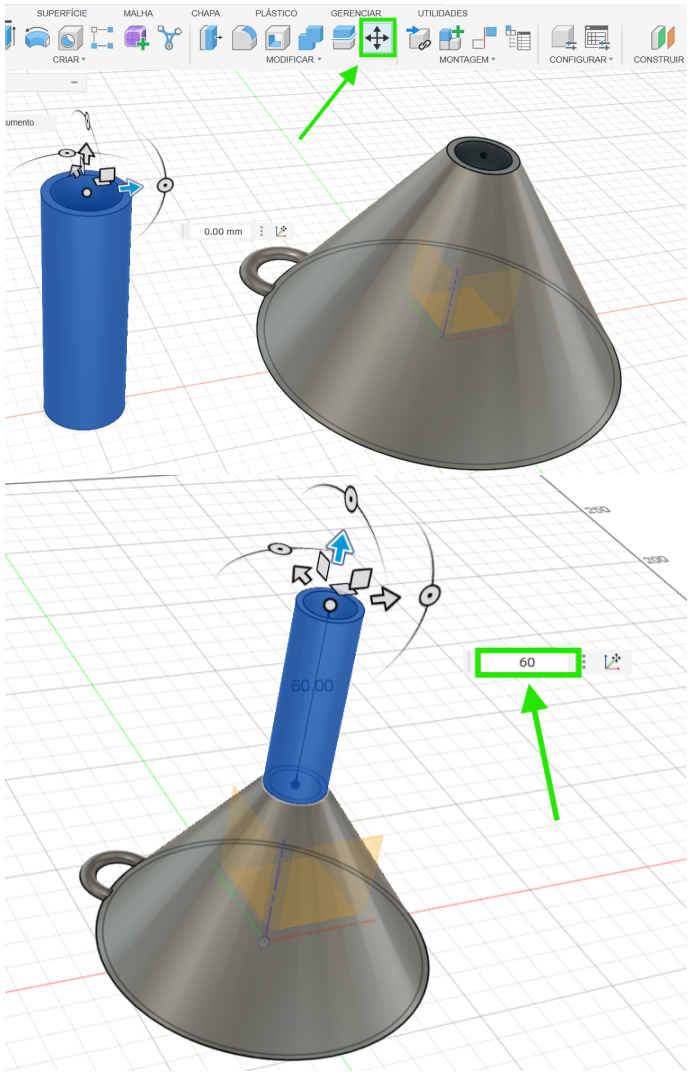


Figura 3.32: Deslocamento da casca de cilindro.

Para movimentar nosso cilindro deslocamos 100mm para direita e 60mm para cima e assim a base do cilindro será coincidente com a base menor do cone. Depois com o botão de *Combinar* vamos fazer a união desses objetos e assim formar o funil pretendido.

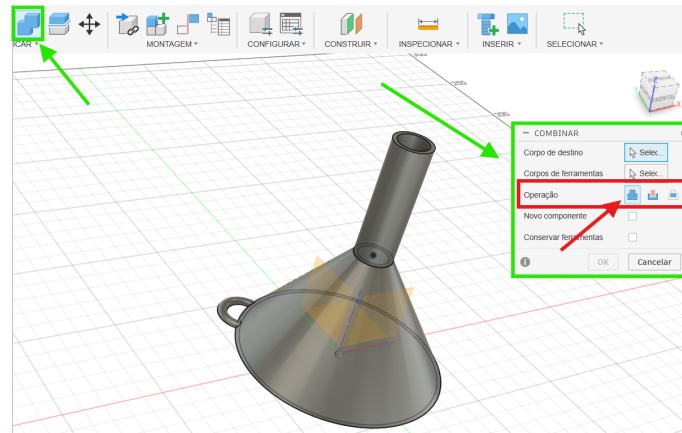


Figura 3.33: União da casca de cilindro com a casca de tronco de cone.

Salientamos que no destaque em vermelho da *Caixa de Diálogo Combinar*, Fig. 3.33, aparecem as opções de união, cortar(diferença) e intersecção. Ao clicar no botão *União*, a operação gera um único sólido, Fig. 3.34 (foi aplicado a cor verde para o funil com o comando *Aparência*).

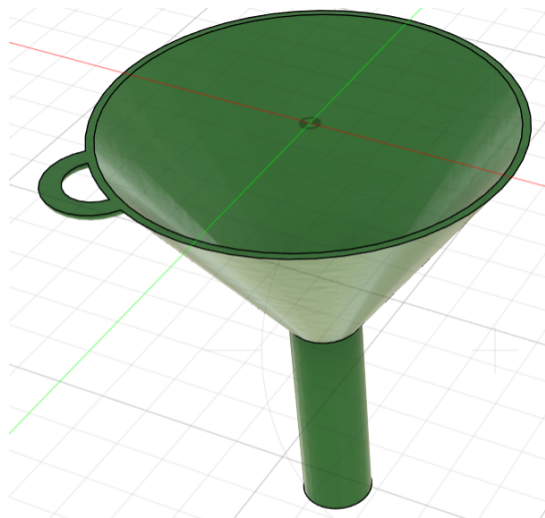


Figura 3.34: Funil.

3.3.2 Diferença (Cortar)

Para a diferença o comando *Combinar* indica *Cortar*. Para exemplificar criamos um objeto a partir de um cilindro e um prisma quadrangular, como mostra a Fig. 3.35.

Os comandos a seguir são parecidos com os vistos na subseção união, como no caso do deslocamento mostrado na Fig. 3.32, e seguem as seguintes especificações:

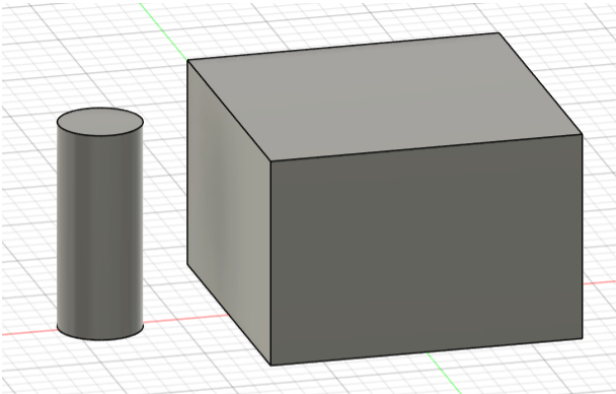


Figura 3.35: Cilindro e prisma quadrangular.

	Cilindro	Prisma quadrangular
Diâmetro da base	4	—
Medida da aresta da base	—	15
Altura	10	10

Tabela 3.2: Medidas: cilindro e cubo (em mm).

Os passos para a construção do cone e do prisma podem ser encontrados na [Seção 2.4](#) e na [Seção 2.1](#).

O cilindro está parcialmente sobreposto ao prisma, posicionado de forma centralizada em uma de suas faces laterais. Conforme ilustrado na [Fig. 3.36](#), o sólido apresenta uma profundidade de 3,8mm no interior do prisma e uma projeção externa de 0,2mm, totalizando a extensão de 4mm previamente mencionada, destacamos a importância de especificar uma medida entre os dois sólidos para facilitar a exatidão do deslocamento, isso poderá ser feito com o botão *Cota de Esboço*  ainda na interface 2D.

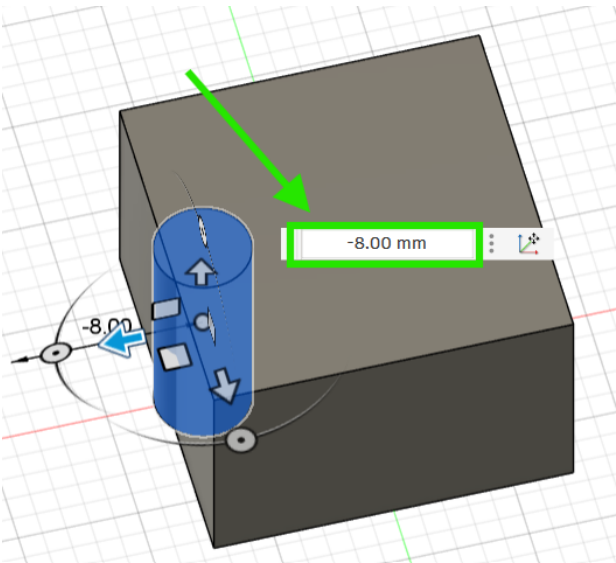


Figura 3.36: Deslocamento do cilindro.

Uma funcionalidade essencial é a de *Copiar/Colar*. O processo consiste em clicar com o botão direito sobre o objeto para copiá-lo e, em seguida, repetir o clique em um espaço vazio para colá-lo. Como o novo objeto surge sobreposto ao original, ele deve ser movido para a face oposta, mantendo a simetria desejada, veja a Fig. 3.37).

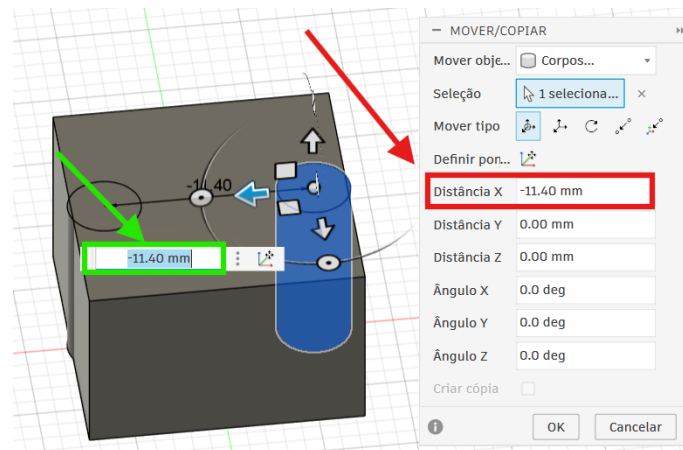


Figura 3.37: Cópia do cilindro.

Com os objetos nos lugares estabelecidos, o passo seguinte será o botão *Combinar*  e a operação de *Cortar* , destacado em vermelho na Fig. 3.38.

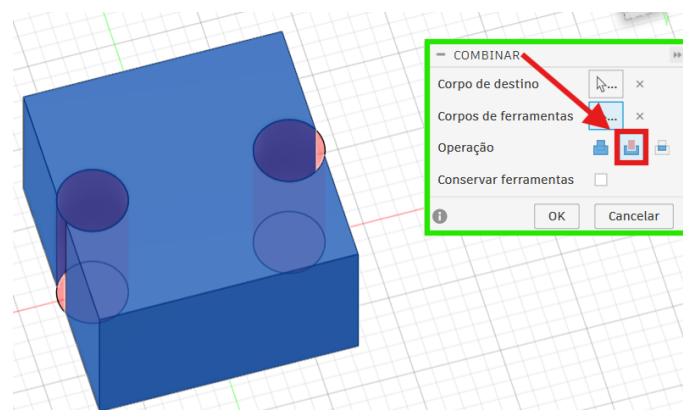


Figura 3.38: Cortar.

O sólido criado trata-se de um separador de fio, muito funcional para fones de ouvido, e outros tipos de fios com espessura parecida. Nos passos de construção podemos alterar as medidas, no caso de fios de espessuras diferentes às mencionadas. Para um melhor acabamento iremos utilizar o botão *Arredondar*  para deixarmos os cantos laterais arredondados. Para isso basta clicar no botão dito e nas arestas que pretende-se arredondar, depois inserir o raio de arredondamento que no caso foi de 2mm, e assim concluímos o objeto como mostra a Fig. 3.39.

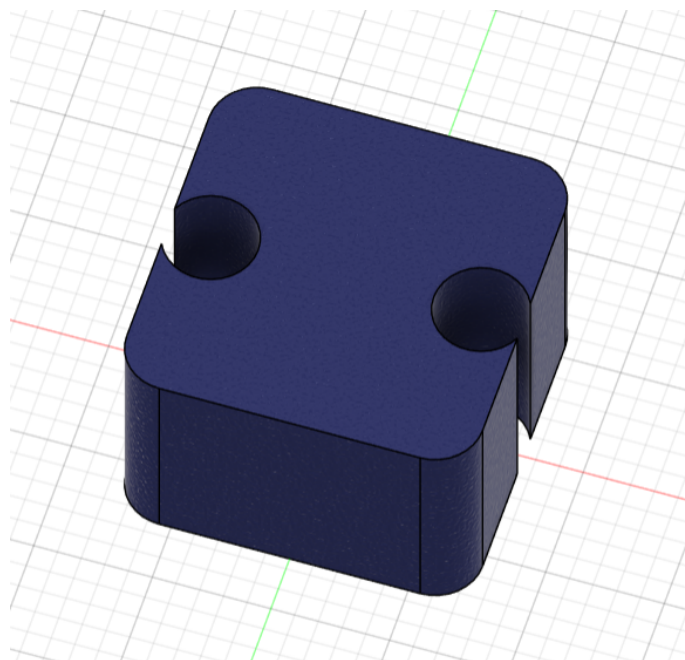


Figura 3.39: Separador de fio.

3.3.3 Intersecção

A intersecção de objetos é uma ferramenta auxiliar no *Fusion 360* que serve para manter elementos dos sólidos sobrepostos, deixando apenas o objeto contido nos dois sólidos envolvidos na operação booleana. Um exemplo seria arredondar um cubo interseptando-o com uma esfera, ou até criar elementos mais complexos como portas jóias, bocal para lâmpada, luminárias.

No estudo da geometria, há construções resultantes da intersecção de cilindros conhecidas como Sólidos de Steinmetz. Tais objetos recebem nomes específicos de acordo com o número de cilindros envolvidos, sendo chamados de Bicilindros ou Tricilindros, veja Abreu (2016), [1] e Pillati, Gabriel, Bavaresco (2016), [11]. No contexto deste trabalho, focaremos no Bicilindro, que é o sólido formado pelo cruzamento de dois cilindros de mesmo raio em um ângulo reto. Embora sua forma tridimensional pareça complexa à primeira vista, ela revela propriedades matemáticas fascinantes quando analisada pelo Princípio de Cavalieri. Para aqueles que desejam se aprofundar nos cálculos detalhados de volume e área, recomenda-se a consulta à literatura especializada, [14]. Aqui, nosso objetivo principal é explorar a construção deste sólido para entender melhor o conceito de intersecção como uma das operações booleanas.

Chamamos a atenção para a criação de objetos no *Fusion 360* utilizando o comando *Criar Forma*  introduzindo a modelagem subdivisiva (T-Splines), que funciona de forma análoga a “moldar argila digital”. Em vez de construir o objeto apenas com medidas rígidas, o usuário manipula uma malha flexível para criar superfícies orgânicas e fluidas com continuidade visual perfeita. Essa abordagem

simplifica a criação de geometrias complexas e ergonômicas que seriam matematicamente difíceis de alcançar através dos métodos tradicionais de engenharia. Nosso objetivo será apenas apresentar este comando, mostrando a versatilidade do *software*, e sugerindo atalho para uso de suas construções mais simples, como Caixa(Cubo, Paralelepípedo), Cilindro e Esfera, sem abordar ferramentas mais complexas. Clicamos no botão mencionado e vamos para a tela *Forma*, como podemos ver na Fig. 3.40.

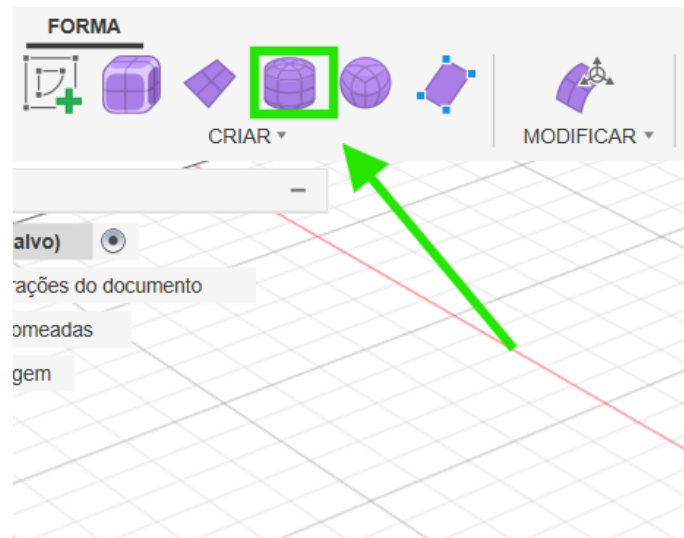


Figura 3.40: Selecionar cilindro.

Depois que selecionarmos o cilindro, clicamos em um dos planos sugeridos e aparecerá uma *Caixa de Diálogo* para colocarmos as medidas. Escolhemos a altura de 60mm e diâmetro de 30mm. As opções de *Faces de Altura* e *Faces do Diâmetro* tornam o cilindro mais preciso, ou seja, com uma malha mais fina, como mostrado na figura Fig. 3.41.

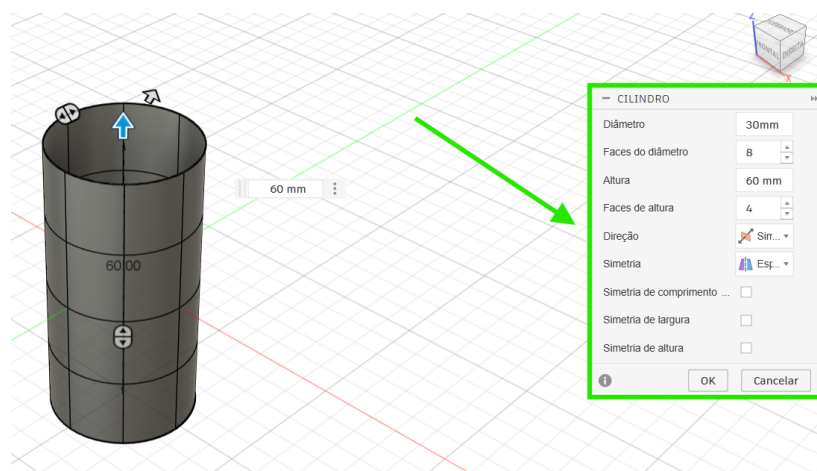


Figura 3.41: Configuração do cilindro.

Observamos que o objeto formado é uma superfície cilíndrica. Após *Concluir Forma* , acionamos o comando *Criar/Espessura*  para deixar o cilindro preenchido conforme visto na figura

Fig. 3.42. Como o diâmetro do cilindro é de 30mm colocamos uma espessura de 15mm, na posição negativa, para que o preenchimento seja interno e total, tornando-o um sólido.

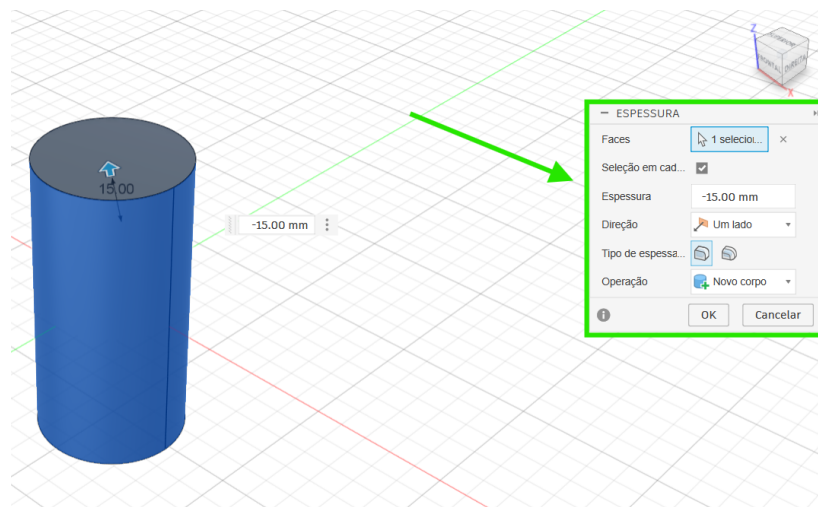


Figura 3.42: Espessura.

Duplicamos o cilindro criado, giramos 90° e o movemos, sobrepondo-o ao outro cilindro, como pode ser notado na Fig. 3.43.

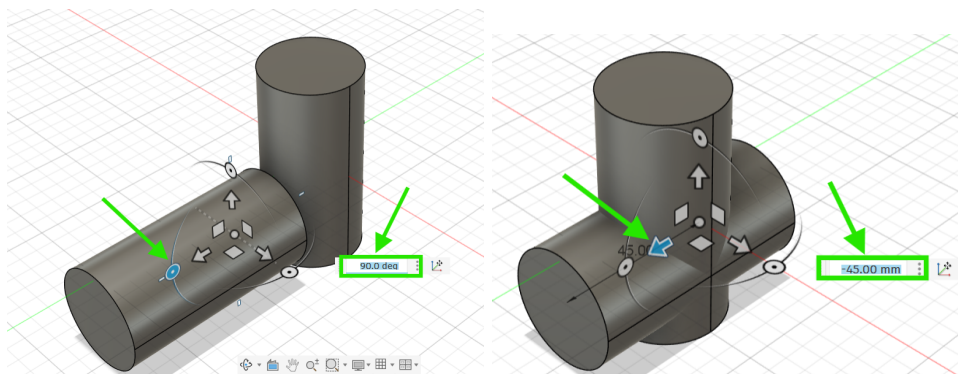


Figura 3.43: Deslocamento do segundo cilindro.

Ativando o botão *Combinar*  realizamos a terceira operação booleana proposta pelo *Fusion 360*, clicando nos dois cilindros criados, posteriormente na operação *Intersecção*  da *Caixa de Diálogo Combinar* destacado em vermelho na Fig. 3.44.

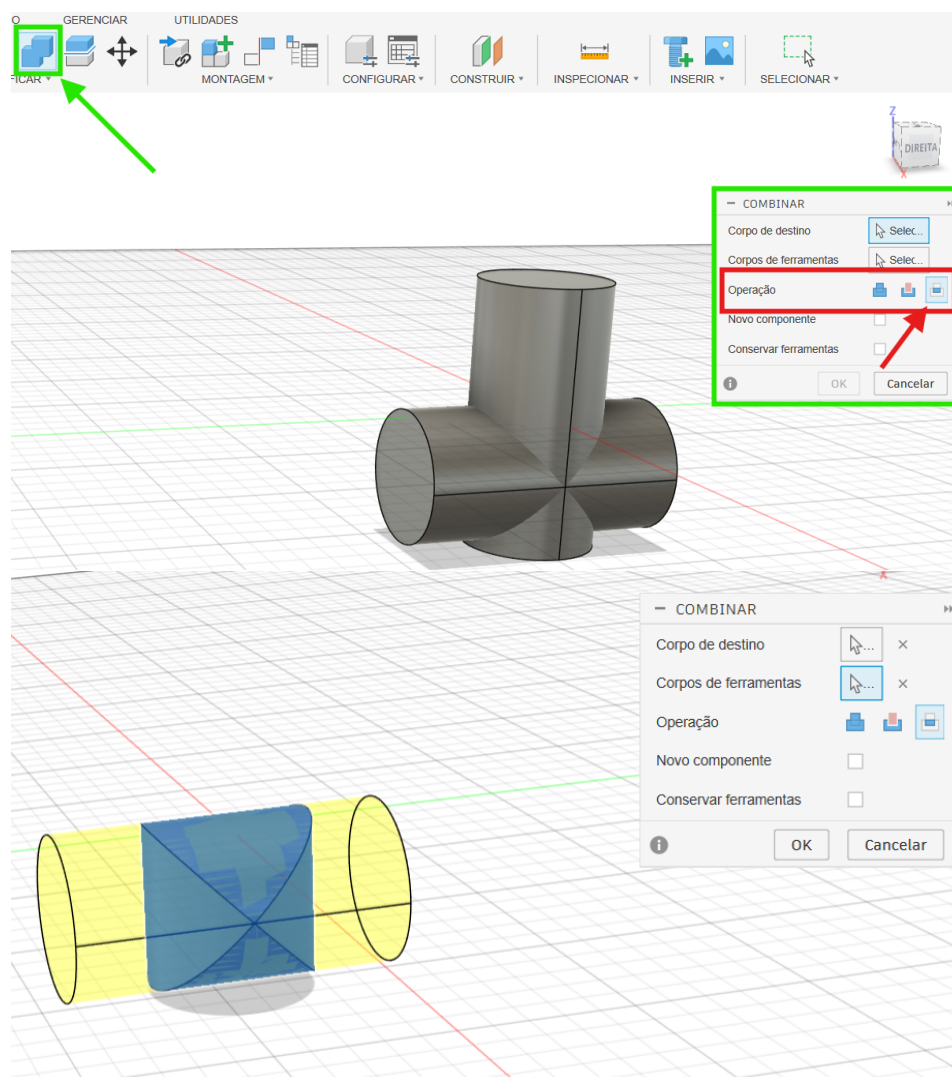


Figura 3.44: Intersecção.

O objeto formado é o Bicilindro de Steinmeitz, muito interessante para mostrar a importância das vistas ortogonais, como mostrado na [Fig. 3.45](#).

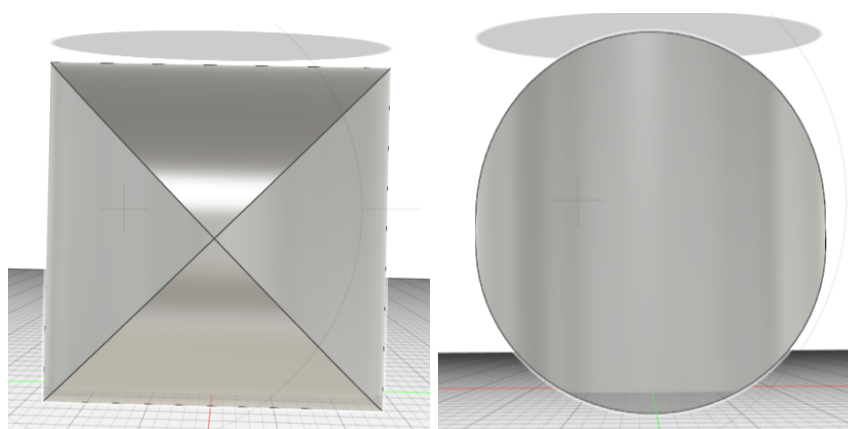


Figura 3.45: Vistas ortogonais (Quadrado e Círculo).

Para uma melhor visualização deixamos o objeto concluído com uma possível cor de impressão, veja [Fig. 3.46](#).

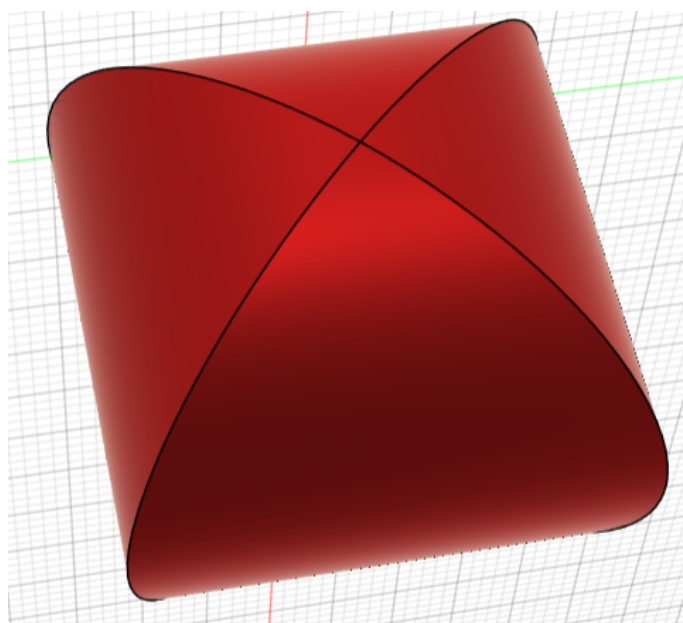


Figura 3.46: Bicilindro de Steinmeitz.

Fatiamento e Envio para Impressão

Nos capítulos anteriores vimos uma breve introdução ao *Fusion 360* para lidar com operações booleanas e a construção de vários sólidos geométricos. Neste capítulo será apresentada uma introdução de como enviar um arquivo previamente modelado para uma impressora 3D. Vamos fazer uso apenas do fatiador *Bambu Studio*, [3], por ser intuitivo, livre e com várias pré-definições. Cabe ressaltar que existem algumas versões desse *software*, aqui foi utilizada a versão 2.1.1.52. Outras opções de fatiadores mais conhecidos são: *Ultimaker Cura*, *Orca Slicer*, *PrusaSlicer*.

4.1 Conhecendo o Bambu Studio – A Interface Principal

O *Bambu Studio*, [3], é um *software* fatiador (*slicer*) oficial da Bambu Lab. Um fatiador é o que prepara um arquivo direto para a impressão 3D, ele converte seu modelo digital 3D (como um arquivo STL ou 3MF) em instruções detalhadas (*G-code*) que a impressora pode ler, entender e executar, camada por camada.

Agora será apresentada a interface principal.

4.1.1 Janela Principal: Aba Preparar

Quando se abre o *Bambu Studio*, a primeira tela visualizada é a aba *Preparar* Fig. 4.1. Nesta aba, podemos fazer algumas manipulações no arquivo ou criar novos arquivos.

Plataforma de Impressão (Mesa): A grade central representa a mesa de impressão da impressora. É aqui que importamos e posicionamos os modelos.

No Menu Superior podemos abrir, salvar, importar, exportar projetos e editar preferências gerais do *software*.

Seleção de Configuração (Superior):

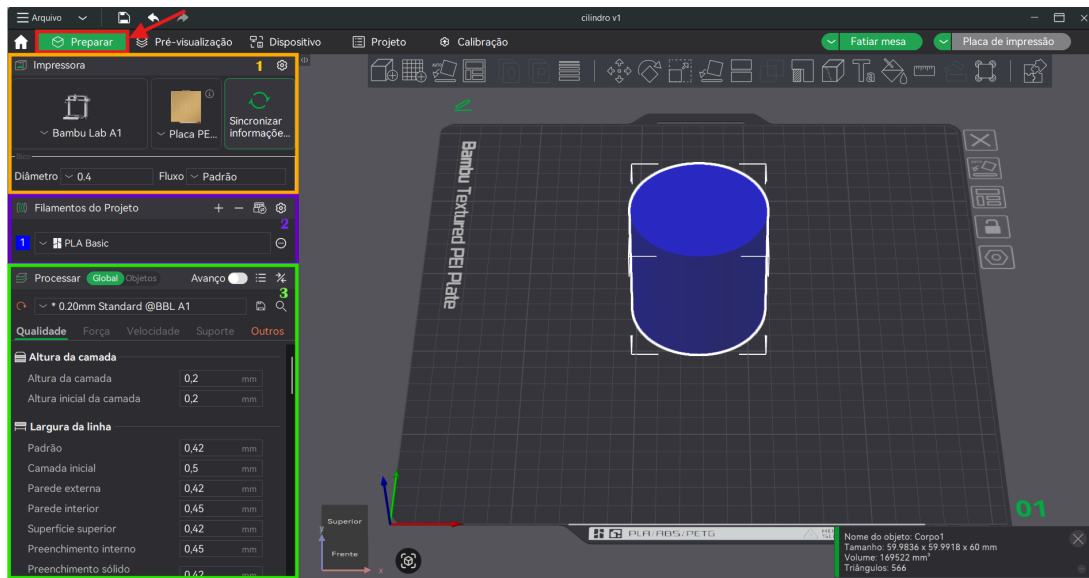


Figura 4.1: Preparar.

No topo, logo abaixo do menu, existem três seleções cruciais:

1. Impressora: Define qual modelo de impressora estamos usando e o diâmetro do bico (*nozzle*).
2. Filamento: Onde definimos os materiais que estamos usando. Se tivermos um AMS (sistema multimaterial), podemos configurar várias cores e tipos.
3. Processo: Esta é a parte principal do fatiamento. Ele contém todos os perfis de impressão (ex: “0.20mm Standard”). É aqui que estão as abas *Qualidade*, *Força*, *Velocidade*, *Suporte*, etc.

4.1.2 Barra Superior: Ferramentas de Manipulação

Quando estamos na aba *Preparar* e selecionamos um modelo que importamos, uma barra de ferramentas superior horizontal aparece. Estas são as ferramentas de manipulação:

1. Mover [M]: Permite arrastar o objeto pela mesa (eixos *X*, *Y*) ou levantá-lo (eixo *Z*).
2. Girar [R]: Permite girar o objeto. Dica importante: Usamos isso para orientar a peça de forma a minimizar a necessidade de suportes.
3. Escala [S]: Permite aumentar ou diminuir o tamanho da peça, seja em porcentagem ou em milímetros exatos.

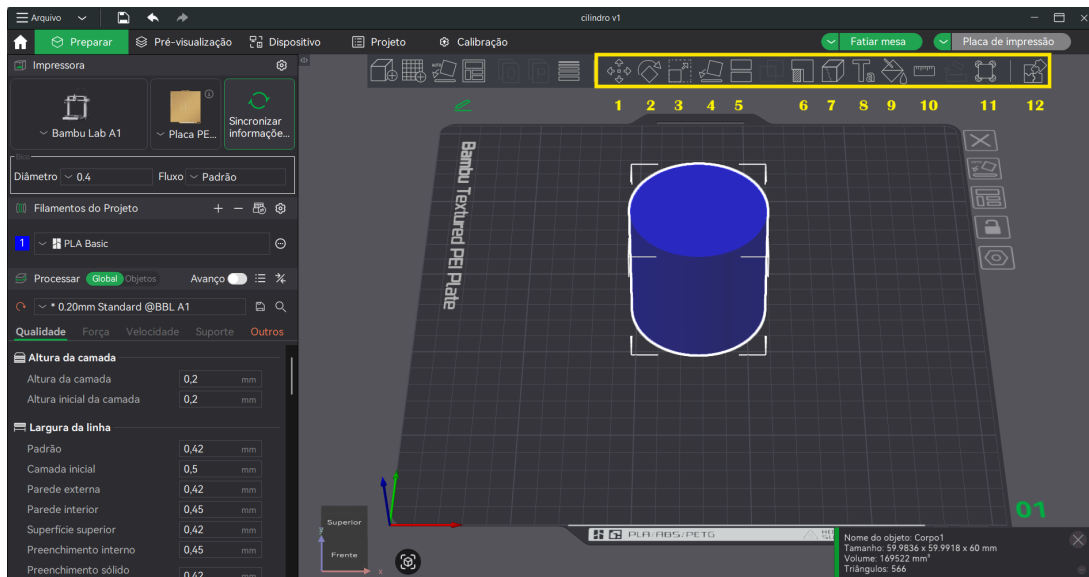


Figura 4.2: Ferramentas de manipulação.

4. Deitar na face [F]: Ferramenta muito útil. Permite clicar em uma face plana do modelo para que ela se torne a base que toca a mesa de impressão.
5. Cortar [C]: Permite dividir um modelo em várias partes.
6. Pintura de Suporte [L]: Permite forçar ou bloquear manualmente a geração de suportes em áreas específicas.
7. Pintura de Costura [P]: Permite “pintar” no modelo onde preferimos que a “costura” (o ponto de início e fim de cada camada) seja posicionada.
8. Forma de Texto [T]: Permite a inserção de caracteres diretamente na geometria do objeto, podendo ser configurada para relevo ou gravação (corte).
9. Pintura Colorida [N]: É o recurso que define quais partes do modelo receberão cores diferentes, utilizando ferramentas de preenchimento inteligente ou pincéis manuais. Quando a precisão é o foco.
10. Medida [U]: Atua como um paquímetro virtual, verificando distâncias e diâmetros entre pontos específicos do modelo para garantir o encaixe perfeito.
11. Orelhas de aba [E]: São suportes circulares posicionados estrategicamente nos cantos da peça para aumentar a adesão à mesa e combater o efeito de *warping* (empenamento), sendo mais fáceis de remover do que a aba tradicional.
12. Vista de Montagem: permite alternar a visualização dos objetos: em vez de vê-los espalhados para impressão, os visualizamos em sua posição final de uso, o que facilita a conferência

de escalas e o alinhamento de projetos compostos por múltiplas partes antes do fatiamento definitivo.

4.1.3 Visualizando e Monitorando a Impressão

Além da preparação, as outras duas abas principais controlam como visualizamos o resultado fatiado e como monitoramos a impressora.

4.1.4 Aba Pré-visualização

Depois de ajustarmos o modelo na aba *Preparar* e clicarmos no botão *Fatiar Mesa* no canto superior direito, o *software* processa o modelo. A tela mudará automaticamente para a aba *Pré-visualização*.

Esta é, talvez, a aba mais importante para garantir uma boa impressão.

Visualização de G-code: Em vez do modelo 3D sólido [Fig. 4.3](#), agora podemos ver as linhas e movimentos exatos que o bico da impressora fará.

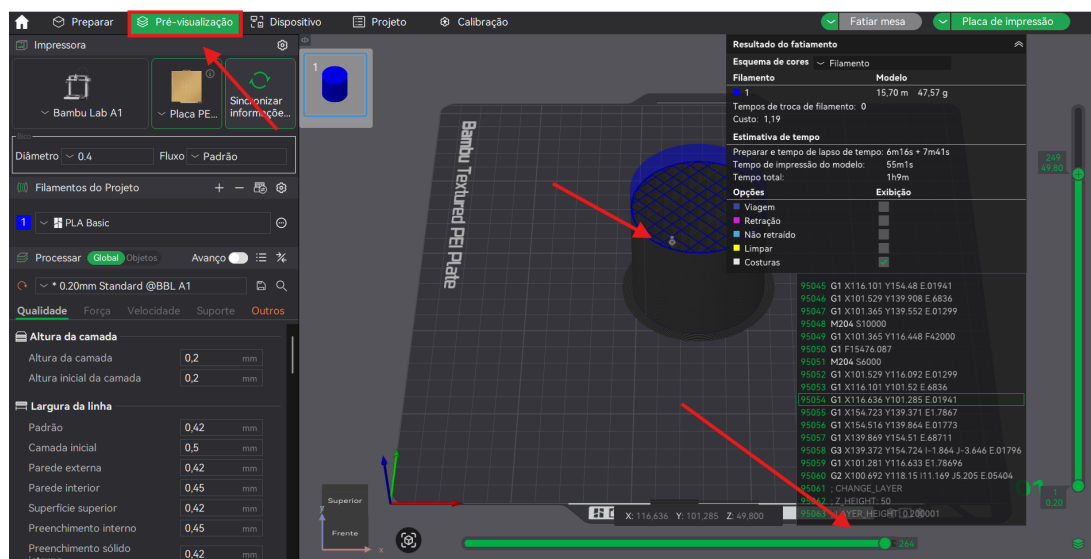


Figura 4.3: Visualização de G-code.

Controle Deslizante de Camada Vertical: Na direita, há uma barra deslizante, [Fig. 4.4](#). Podemos arrastá-la para cima e para baixo para inspecionar a impressão camada por camada. Usamos isso para:

- Verificar se a primeira camada está sólida e bem conectada.
- Analisar como o preenchimento (*infill*) está sendo construído.

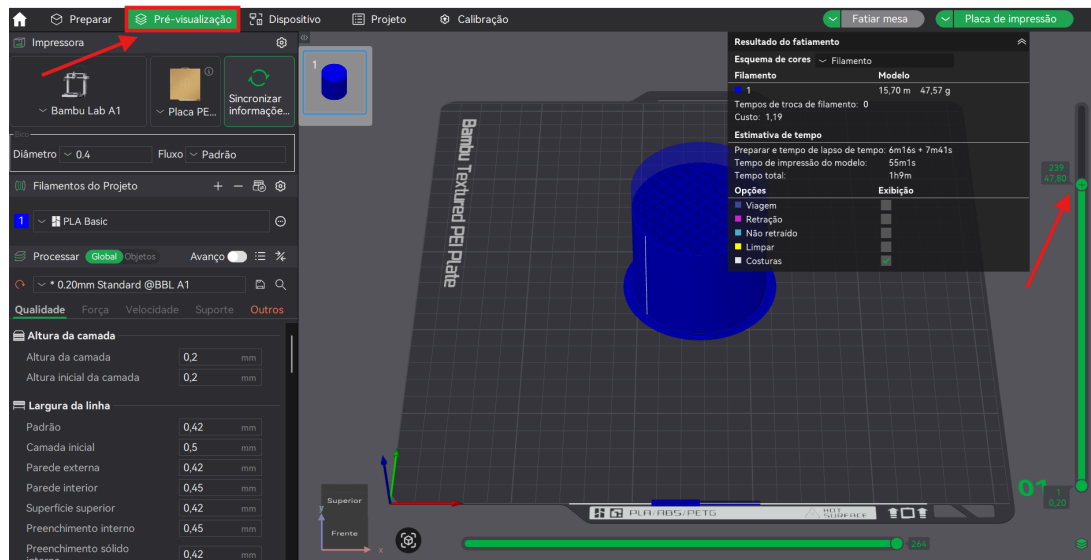


Figura 4.4: Controle deslizante de camada vertical.

- Verificar se os suportes estão sendo gerados nos locais corretos.

Legenda de Cores (Menu Dropdown): No canto superior direito da visualização [Fig. 4.4](#) ou no menu suspenso “Visualizar”, podemos mudar o que as cores representam. O padrão é “Tipo de Linha” (parede, preenchimento, suporte), mas também podemos visualizar por:

- Velocidade: Mostra onde a impressora irá rápido (geralmente preenchimento) e onde irá devagar (paredes externas, primeira camada).
- Fluxo: Útil para diagnósticos avançados.
- Tempo de Camada: Ajuda a identificar áreas que podem superaquecer por serem impressas muito rápido.

Importante: Sempre verifique a pré-visualização antes de imprimir. É aqui que detectamos problemas, como suportes faltando em ilhas (partes flutuantes) ou paredes finas que não estão sendo impressas.

4.1.5 Aba Dispositivo

Esta aba é o centro de controle caso tenha uma impressora conectada à rede, veja a [Fig. 4.5](#).

1. Visualização da Câmera: Se a impressora tiver uma câmera, podemos ver o vídeo ao vivo da impressão em andamento.

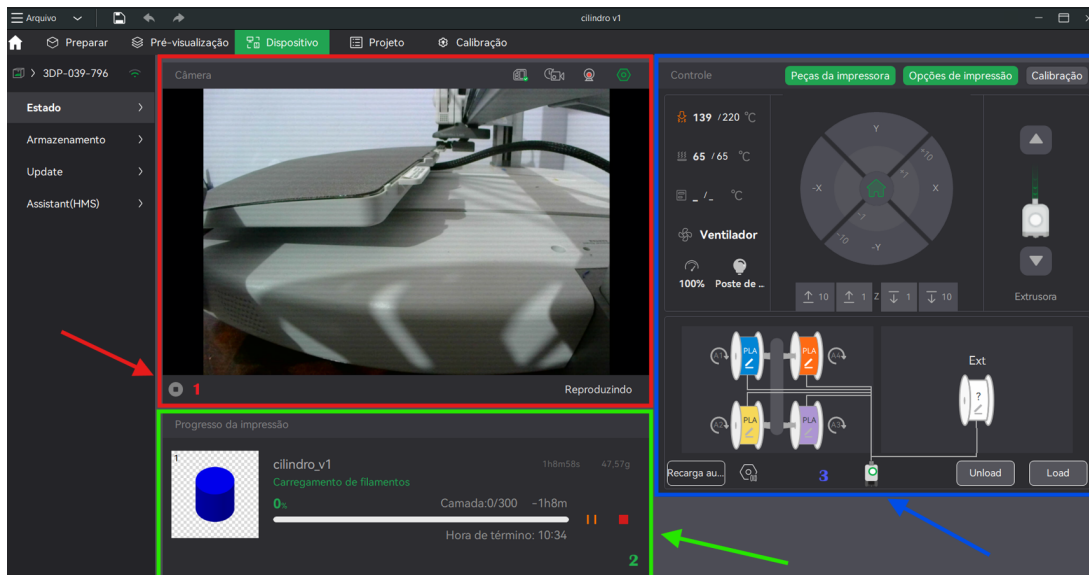


Figura 4.5: Dispositivo.

2. **Progresso da Impressão:** Confirma qual projeto está sendo impresso, mostra a porcentagem de conclusão, em qual camada a impressora está trabalhando em relação ao total (Por exemplo: Camada 150/450), o tempo restante estimado e ainda permite iniciar, pausar ou parar impressões.

3. **Controle:**

- **Movimentação dos Eixos:** Setas para mover a cabeça de impressão (X e Y) e subir/descer a mesa (Z). Útil para manutenção ou para limpar a mesa.
- **Temperatura:** Monitoramento e ajuste manual do *Nozzle* (Bico) e do *Heatbed* (Mesa). Podemos pré-aquecer a máquina antes mesmo de enviar o arquivo.
- **Controle de Ventilação:** Ajuste individual da ventoinha da peça, da ventoinha auxiliar e da ventoinha da câmara (essencial para controle térmico em materiais como ABS ou PLA).
- **AMS (Automatic Material System):** Se tivermos o AMS, visualizamos aqui quais cores estão carregadas, a umidade interna do sistema e podemos comandar o “Load/Unload” (Carregar/Descarregar) do filamento.

4.2 Configurações Essenciais

4.2.1 Aba Qualidade

Agora, voltamos à aba *Preparar* da tela principal. Na barra Painel vertical a esquerda, abaixo das ferramentas de manipulação, estão quase todas as configurações do processo de preparação para

impressão. A primeira aba é *Qualidade*. As principais configurações desta aba são:

1. **Altura da Camada:** uma das configurações mais importantes para a qualidade da impressão. Define a espessura de cada camada individual. O impacto desse item é refletido a partir da seguinte análise: Valores Menores, (por exemplo $0.12mm$), resulta em impressões de alta resolução, linhas de camada quase invisíveis, mas tempo de impressão muito longo. Com valores maiores (ex: $0.20mm$ ou $0.28mm$), as impressões são mais rápidas, linhas de camada mais visíveis, mas peças mais fortes. Recomendação: “ $0.20mm$ padrão” é o melhor equilíbrio para a maioria das impressões em um bico de $0.4mm$.
2. **Altura da Primeira Camada:** Define a espessura apenas da primeira camada. O Bambu Studio geralmente define isso como um valor mais alto e mais lento. Uma primeira camada mais grossa (e esmagada) garante excelente aderência à mesa, que é a base para uma impressão bem-sucedida. Quase nunca é necessário alterar o padrão.
3. **Largura da Linha:** define a largura da linha de material “plástico” extrudado. O *software* geralmente define isso automaticamente com base no diâmetro do seu bico (ex: $0.42mm$ para um bico de $0.40mm$). Deixá-lo no padrão é a melhor prática para iniciantes.
4. **Costura:** A “costura” é o ponto em que cada camada onde o bico começa e termina o perímetro externo. Isso pode criar uma pequena saliência na impressão.

Opções de costura:

- **Alinhado:** Tenta colocar a costura no mesmo lugar em todas as camadas, criando uma única linha vertical. Bom para esconder em um canto afiado.
- **Aleatório:** Espalha os pontos de costura, o que pode ser melhor para modelos orgânicos/curvos.
- **Mais Atrás:** Tenta esconder a costura na parte de trás do modelo (com base em como ele está orientado na mesa).

4.2.2 Aba Força

Esta aba controla o quão robusta e durável será sua peça. Ela gerencia as “cascas” externas (paredes) e o “recheio” interno (preenchimento).

1. **Perímetros:** O número de linhas que formam a “casca” externa da peça. Esta é a configuração que mais afeta a força da peça.

Com dois perímetros é usado para impressões rápidas ou decorativas. De três a quatro perímetros é recomendado para peças funcionais que precisam de rigidez e força. Recomendação: Para algo que precisa ser forte, aumente isso antes de aumentar o preenchimento.

2. Camadas de Casca Superior/Inferior: O número de camadas sólidas que formam o “teto” e o “ piso” da sua impressão. Se este número for muito baixo, podemos ver o preenchimento através da superfície superior, ou a superfície pode parecer fraca e com buracos. Recomendação: O padrão (geralmente 4—5 camadas) funciona bem. Se estivermos usando uma altura de camada muito baixa (como $0.12mm$), talvez seja necessário aumentar o número de camadas para obter uma espessura total sólida maior.

3. Padrão de Preenchimento: A estrutura geométrica usada para preencher o interior da peça.

- Tipos Comuns: Grade, Retilíneo é rápido de imprimir, bom para preenchimento geral.
- Giroide: É uma estrutura 3D contínua, forte em todas as direções, e imprime rapidamente (pois o bico nunca se cruza na mesma camada).
- Cúbico: Muito forte.
- Densidade do Preenchimento: Representa a porcentagem de quão “cheia” a peça será por dentro.

de 0 — 10%: Para modelos puramente visuais ou de exibição (ex: vasos no “modo vaso”).

de 15 — 20%: O ponto ideal para a maioria das impressões. Fornece ótimo suporte para as camadas superiores e boa rigidez.

de 25 — 50%: Para peças funcionais que precisam de peso e resistência à compressão.

100%: Peça totalmente sólida. Usa muito material e leva muito tempo.

4.2.3 Aba Velocidade

Esta aba controla a velocidade da impressão.

1. Velocidade da Primeira Camada: velocidade apenas da primeira camada. Importância: Esta é a configuração de velocidade mais crítica. Ela é intencionalmente lenta (ex: $30 — 50mm/s$) nos perfis padrão. Uma primeira camada lenta garante que o plástico tenha tempo para derreter adequadamente e se fundir perfeitamente à mesa de impressão. Não é recomendado aumentar essa velocidade se estivermos procurando uma impressão confiável.

2. Velocidade de Parede Externa: A velocidade da última parede externa visível. É mais lenta que o resto da impressão para garantir um acabamento de superfície bonito e dimensionalmente preciso.
3. Velocidade de Preenchimento: A velocidade do preenchimento interno, geralmente é a configuração de velocidade mais rápida em todo o perfil, pois a aparência do preenchimento não importa.
4. Aceleração: mede o quão rápido a cabeça de impressão pode mudar de velocidade. Esta é a vantagem das impressoras rápidas. Os perfis do *Bambu Studio* usam valores de aceleração muito altos. Para iniciantes, é recomendado deixar os padrões.

4.2.4 Aba Suporte

Esta aba lida com partes que “flutuam” no ar (saliências). As impressoras 3D não podem imprimir no ar. Qualquer parte de um modelo que se estende para fora (saliências, ou “*overhangs*”) em um ângulo muito agudo (geralmente acima de 45 – 50 graus) precisa de uma estrutura temporária para apoiá-la.

1. Ativar Suportes: A caixa de seleção principal para ligar ou desligar os suportes.
2. Tipo/Normal: Cria um padrão de grade ou linhas que sobem verticalmente. São mais difíceis de remover e podem marcar a peça.
3. Tipo/Árvore: O melhor tipo de suporte na maioria dos casos. Eles crescem como galhos de árvores a partir da base, contornando o modelo para tocar apenas onde é necessário. São muito mais fáceis de remover e usam menos material.
4. Ângulo de Saliência: O ângulo (da vertical) em que os suportes começarão a ser gerados. O padrão (cerca de 50 graus) é um bom ponto de partida.
5. Material da Interface de Suporte: Se tivermos um AMS (multimaterial), podemos usar um filamento especial (como PETG ou um filamento solúvel) apenas para as camadas de interface do suporte (o “teto” do suporte que toca a peça). Isso torna a remoção do suporte incrivelmente fácil e deixa um acabamento de superfície perfeito.

4.3 O Passo Final – Fatiar e Exportar

Depois de ajustar todas as suas configurações, qualidade, força, velocidade, suporte, o processo final é simples:

1. Fatiar (Slice): No canto superior direito, clicamos no botão *Fatiar Mesa*. O *software* calculará todo o percurso da ferramenta, gerará os suportes e aplicará todas as configurações.
2. Pré-visualizar: Como mencionado antes, o *software* nos levará automaticamente para a aba *Pré-visualização*. Usamos o controle deslizante de camada nesta etapa para verificar se tudo parece correto.

A primeira camada está completa? Os suportes estão onde se espera? Não há partes do modelo flutuando no ar (indicadas em roxo ou vermelho escuro na visualização)?

3. Exportar ou Imprimir: Se tudo estiver certo na pré-visualização, temos algumas opções no canto superior direito:

Imprimir (Botão *Placa de impressão*): isso abrirá uma janela, permitindo enviar o objeto para o dispositivo (veja a [Fig. 4.6](#)). Se a impressora estiver conectada à rede *Wi-Fi*, este botão aparecerá. Clicar nele abrirá uma janela onde podemos confirmar as configurações (como os filamentos no AMS) e enviar o trabalho diretamente para a impressora. A impressão começará automaticamente após o aquecimento.

4. Enviar: Esta opção também aparece para impressoras conectadas. Em vez de iniciar a impressão imediatamente, ela apenas envia o arquivo fatiado (*G-code*) para o armazenamento interno ou para o cartão SD da impressora. Isso é útil se quisermos iniciar a impressão mais tarde, diretamente pela tela da impressora.
5. Exportar *G-code* (*Export G-code*): Se a impressora não estiver na rede (ou se você preferir usar o método do cartão SD), use esta opção. Clique na seta ao lado do botão *Imprimir* e selecione *Exportar G-code*. Isso salvará o arquivo “.gcode” no seu computador, permitindo que você o copie para um cartão MicroSD e o insira manualmente na impressora.

A melhor maneira de aprender é fatiar modelos, inspecionar a pré-visualização e começar a imprimir.

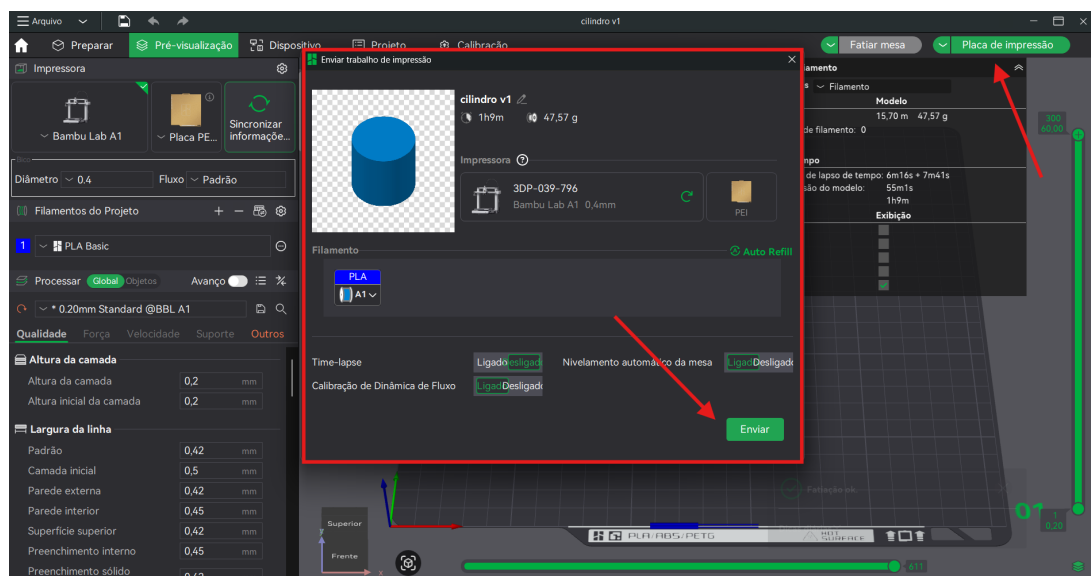


Figura 4.6: Enviando objeto para a impressão.

Minicurso: Modelagem e Fabricação de Sólidos Geométricos no *Fusion 360* e Impressão 3D

O objetivo do minicurso transcende o domínio técnico do *software Fusion 360*; busca-se ressignificar o ensino de geometria, tornando-o mais palpável e contextualizado. Ao aproximar a teoria da realidade prática, o projeto demonstra que a geometria não é apenas um conteúdo para exames futuros, mas um instrumento essencial e imediato para a criação e inovação em ambientes makers. Estruturado em três módulos de *1h30min* cada, totalizando uma carga horária de *4h30min*. As atividades ocorreram na Escola Municipal de Tempo Integral Quim Machado, situada no distrito de Santa Rosa do Meia Ponte, na zona rural de Itumbiara (GO).

As aulas foram ministradas na sala maker da instituição, um espaço equipado com recursos tecnológicos avançados, incluindo impressoras 3D e notebooks. O público-alvo foi composto por alunos do 6° ao 8° ano do Ensino Fundamental II devidamente cadastrados no projeto, contando também com o acompanhamento do monitor responsável pelo laboratório. Para viabilizar a parte prática, o *software Fusion 360* foi previamente instalado em computadores da unidade antes do início das atividades. Os módulos do minicurso:

- **Módulo 1:** Geometria Plana, Malha Quadriculada e esboço 2D. Duração: *1h30min*;
- **Módulo 2:** Sólidos Geométricos, Áreas, Volumes e Modelagem 3D. Duração: *1h30min*;
- **Módulo 3:** Coordenadas 3D, Estratégias de Construção e Impressão 3D. Duração: *1h30min*.

Inicialmente, foram apresentadas as características gerais do *Fusion 360*, [Fig. 5.1](#), incluindo os requisitos para instalação e a padronização do sistema métrico em milímetros (*mm*). Nesse momento, compartilhamos os objetivos do minicurso e estabelecemos “combinados” com a turma, garantindo que todos os estudantes tivessem as mesmas oportunidades de participação e protagonismo durante as atividades.



Figura 5.1: Minicurso.

Módulo I: exploramos a interface bidimensional do *software*, [Fig. 5.2](#). Ao apresentar os comandos principais de desenho, aproveitamos para correlacionar as ferramentas digitais a conceitos fundamentais da geometria plana, tais como:

- *Definições de Polígonos e Círculos:* Construção geométrica a partir de pontos e raios.
- *Relações Geométricas:* Aplicação prática de conceitos de paralelismo e perpendicularismo.
- *Restrições de Tangência:* Visualização de como segmentos de retas e círculos se conectam de forma precisa.

Módulo II: o foco concentrou-se nos comandos fundamentais de modelagem tridimensional, como extrusão, revolução e transição. Durante esta etapa, estabelecemos uma conexão direta entre as interfaces 2D e 3D. Iniciamos com a construção de um cubo, momento em que o engajamento dos alunos se tornou evidente: ao serem questionados sobre qual polígono base seria necessário para tal

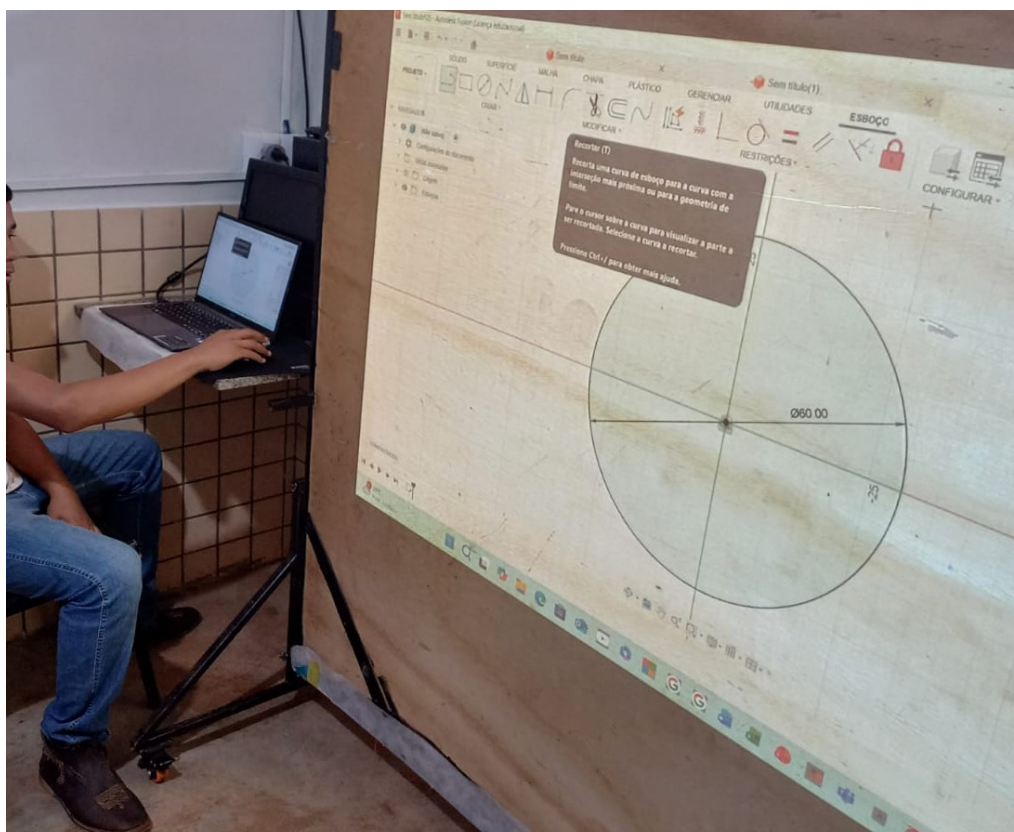


Figura 5.2: Círculo.

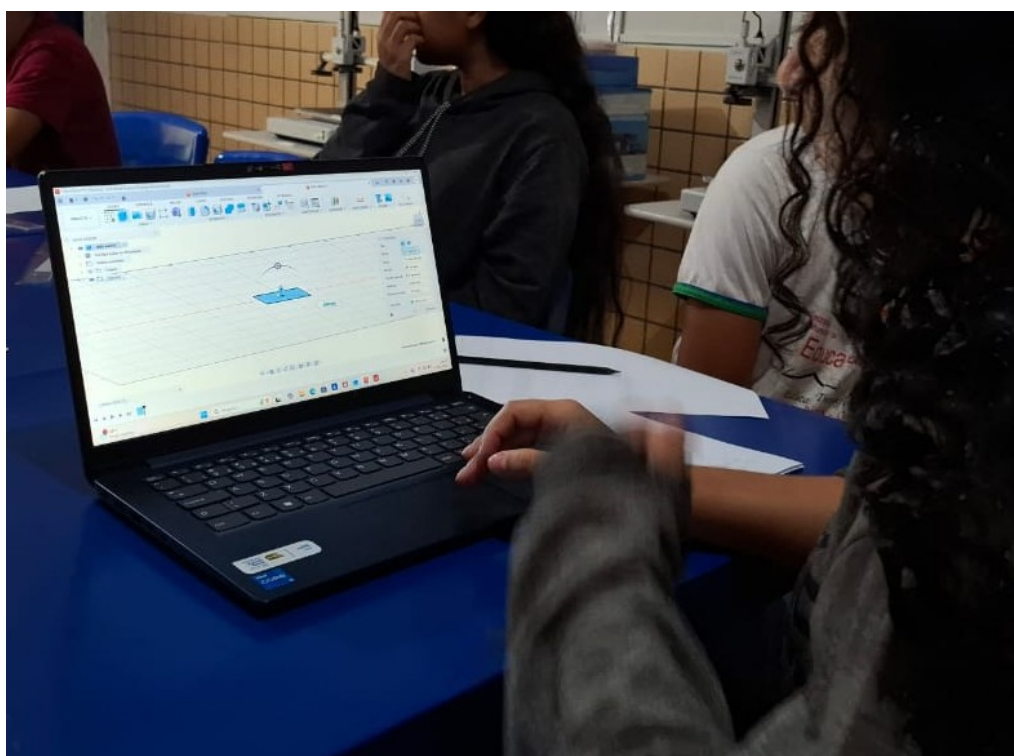


Figura 5.3: Quadrado sendo base para o cubo.

forma, a resposta — o quadrado — foi imediata, veja a [Fig. 5.3](#). Essa transição do bidimensional para o tridimensional revelou-se um divisor de águas no aprendizado. Um dos estudantes, que inicialmente demonstrou receio diante da complexidade do *software*, expressou surpresa ao notar que a tarefa

era “mais fácil do que parecia”.

Para garantir a fixação, todos os participantes executaram a modelagem de uma série de sólidos geométricos como mostra a [Fig. 5.4](#):

- *Poliedros e Corpos Redondos*: Cubo, cone, cilindro, prisma pentagonal, pirâmide e esfera.

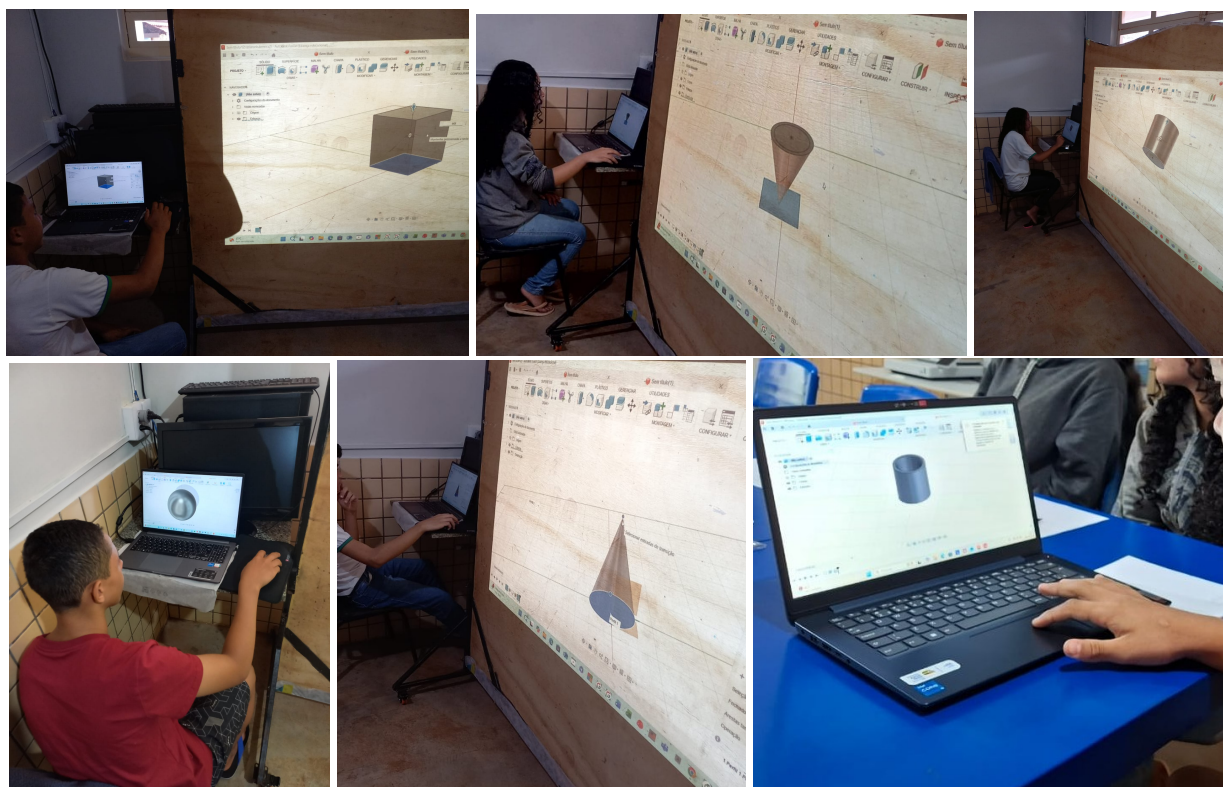


Figura 5.4: Construções de sólidos geométricos no *Fusion 360*.

Complementando a prática digital, foram apresentados sólidos já impressos em 3D. A utilização de uma planificação física do cubo, [Fig. 5.5](#) permitiu uma comparação tátil entre as perspectivas em duas e três dimensões. Ao longo do módulo, observou-se uma redução significativa de dúvidas, tanto em relação aos conceitos de geometria quanto à manipulação técnica do computador, reafirmando a importância de aproximar os estudantes da zona rural de ferramentas tecnológicas de ponta.

Módulo III: a etapa prática foi centrada no uso do *software* Bambu Studio e na resolução de um desafio de projeto funcional. A metodologia exigiu que os alunos seguissem o fluxo real de engenharia e design: primeiramente, elaboraram o esboço técnico em papel milimetrado, utilizando instrumentos de precisão como régua, transferidor e esquadro, [Fig. 5.6](#). Somente após a validação do desenho manual, os cursistas avançaram para a modelagem no *Fusion 360*.

Um dos grandes destaques foi o projeto de uma estudante que desenvolveu um suporte para celular, [Fig. 5.9](#). Ela personalizou o objeto gravando seu próprio nome na peça, unindo funcionalidade



Figura 5.5: Planificação do cubo.

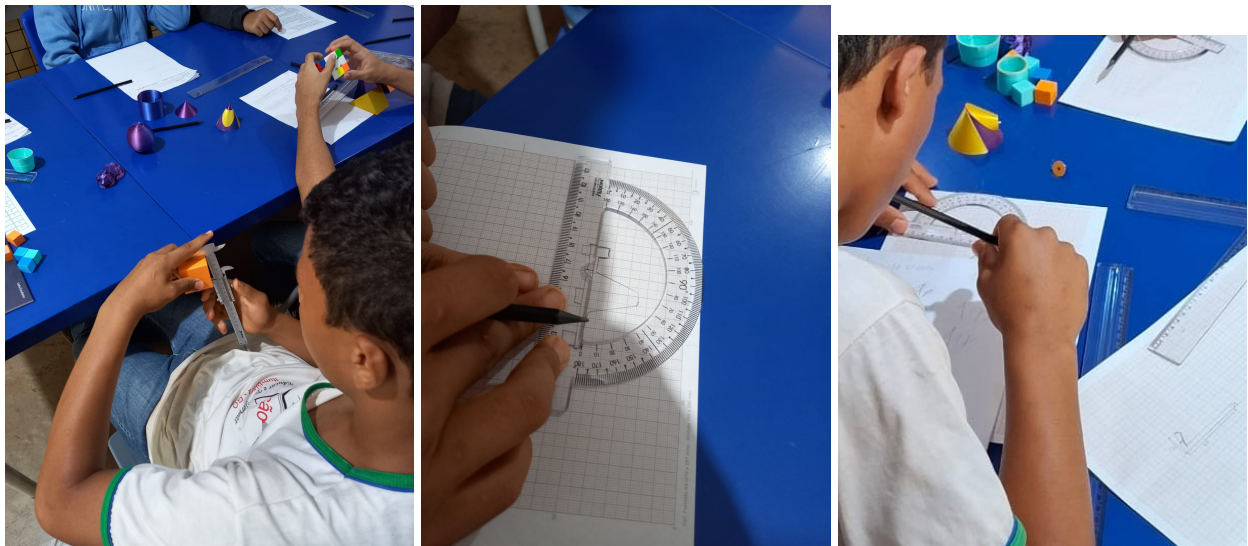


Figura 5.6: Esboço do desafio.

e identidade. Após a conclusão da modelagem, o processo seguiu para as etapas de preparação para manufatura:

1. *Exportação e Fatiamento*: Exportação do arquivo e importação no slicer (fatiador).
2. *Configuração Técnica*: Foram abordados parâmetros essenciais como seleção da impressora, troca de filamento, posicionamento, escala, habilitação de suportes e ajustes de velocidade, aceleração e temperatura.
3. *Finalização*: O fatiamento da peça e o envio para a mesa de impressão.

O objeto foi impresso em filamento PLA azul, cor escolhida pela aluna. Os resultados do minicurso demonstram que o *Fusion 360*, além de sua eficiência na mecânica industrial, é uma ferramenta

pedagógica extraordinária para a **Matemática Maker**. A experiência tornou o aprendizado tangível, trabalhando com o concreto e ampliando o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Ao despertar a criatividade, os alunos compreenderam que a matemática — em especial a geometria — é o alicerce fundamental para a concretização de qualquer projeto, independentemente de sua complexidade.



Figura 5.7: Desafio Maker: modelando.

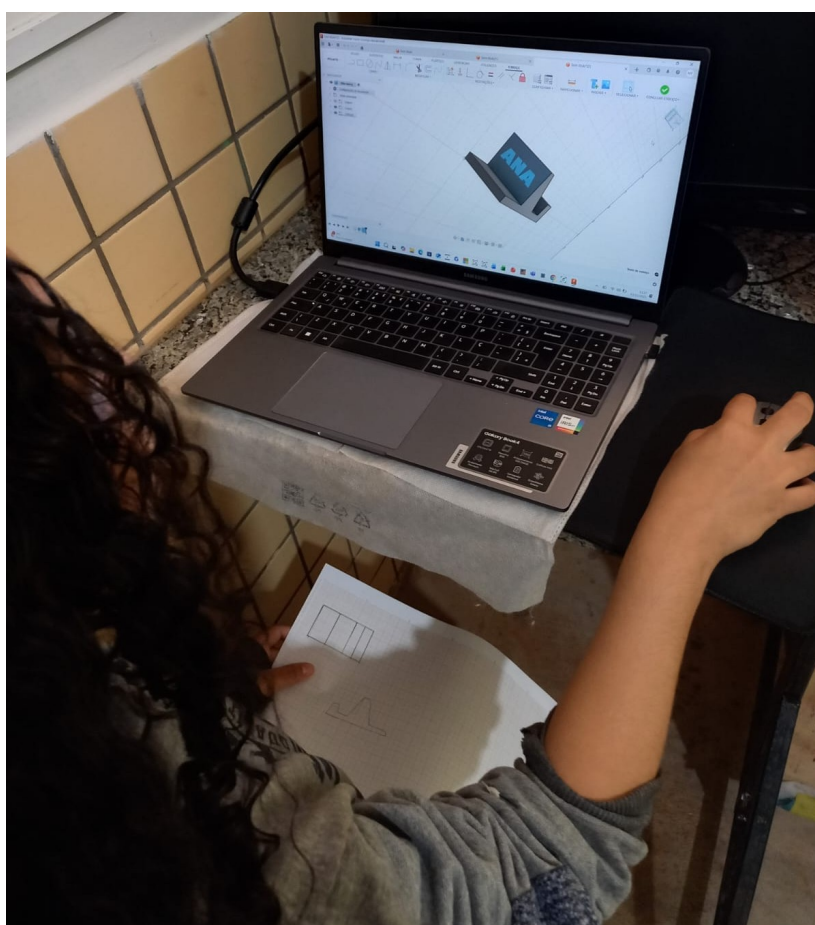


Figura 5.8: Desafio Maker: modelando.

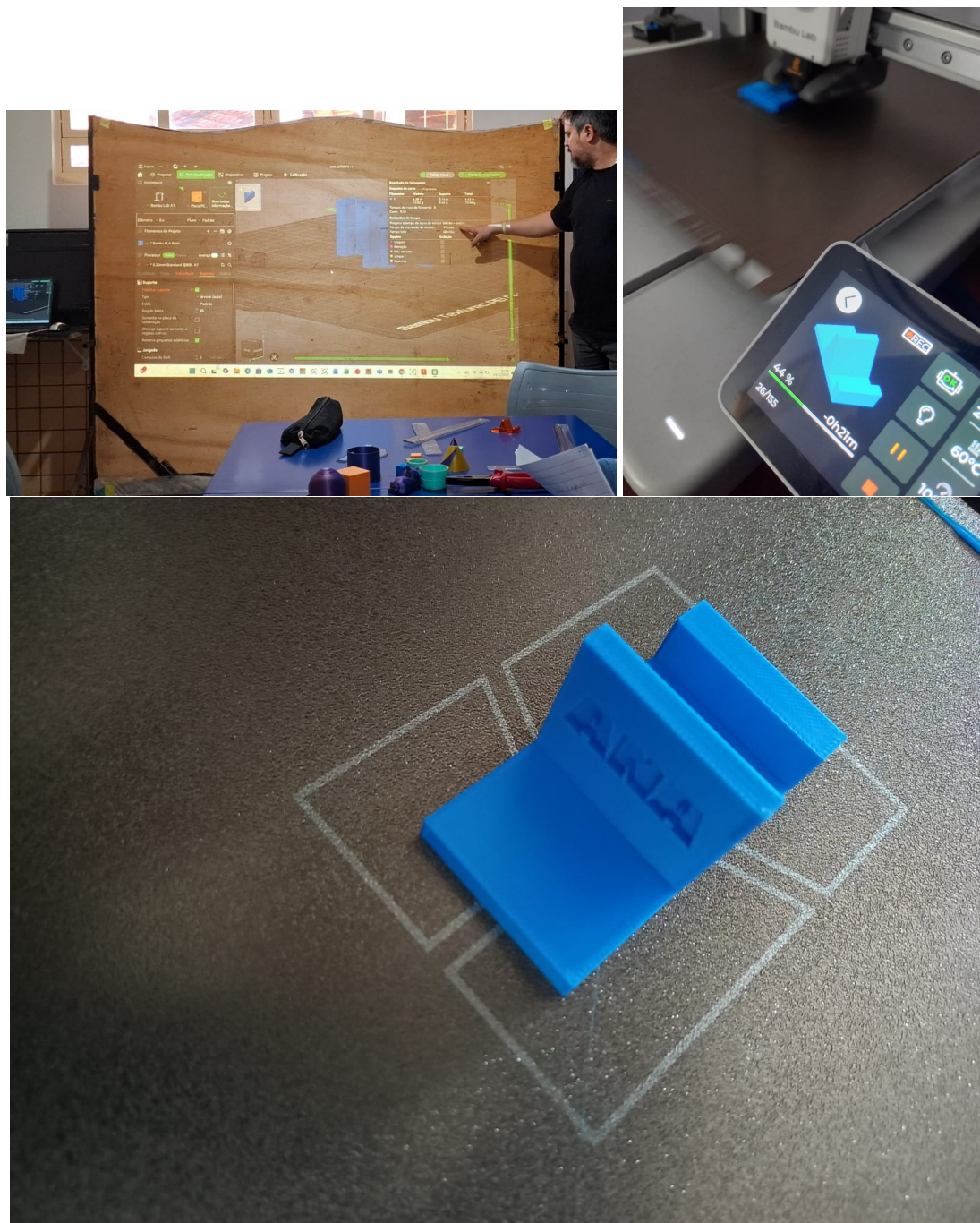


Figura 5.9: Desafio Maker: Impressão 3D.

Produto Educacional

Produto Educacional

GeoEscola: Um Complemento *Fusion 360* para a Construção de alguns Sólidos

O *GeoEscola* é um complemento (addin) desenvolvido para uso no *software Autodesk Fusion 360*, utilizando a API em Linguagem *Python*, [12], padrão da plataforma. O *GeoEscola* foi desenvolvido para otimizar a modelagem geométrica no ambiente educacional, estabelecendo um fluxo de trabalho ágil e intuitivo no *Autodesk Fusion 360*. A ferramenta traz alguns sólidos pré-definidos, onde automatizamos as etapas iniciais de construção, como a criação de esboços *2D*, aplicação de restrições e comandos manuais de extrusão ou revolução, e as substituí por uma interface de entrada direta de parâmetros. A geometria *2D* é previamente desenhada de acordo com as medidas que o usuário escolheu. Os cálculos que descrevem essa geometria *2D* são realizados internamente (scripts que programamos, [7]) através da Linguagem *Python*, [12]. Assim, ao inserir variáveis numéricas como altura, comprimento, raio, ângulos, número de arestas, o usuário aciona algoritmos que geram o sólido automaticamente, permitindo que o foco do aluno permaneça na compreensão espacial e nas propriedades geométricas do objeto.

O objetivo deste *Complemento* é agilizar a construção de alguns sólidos pré-definidos, como: paralelepípedo, prisma regular, casca esférica, pirâmide de base regular, tronco de cone, casca de cone, entre outros conforme descritos abaixo.

O *Complemento GeoEscola* é livre para uso educacional e está disponível em [7]. Um tutorial para a sua instalação também pode ser encontrado em [7]. Após instalado, um botão rotulado GEOESCOLA

☒ aparecerá na barra de ferramentas da aba *Sólido* na interface 3D do *Fusion 360*, como mostra a Fig. 6.1. Ao clicar em GEOESCOLA um menu será aberto com as opções de construção de sólidos, veja a Fig. 6.2.

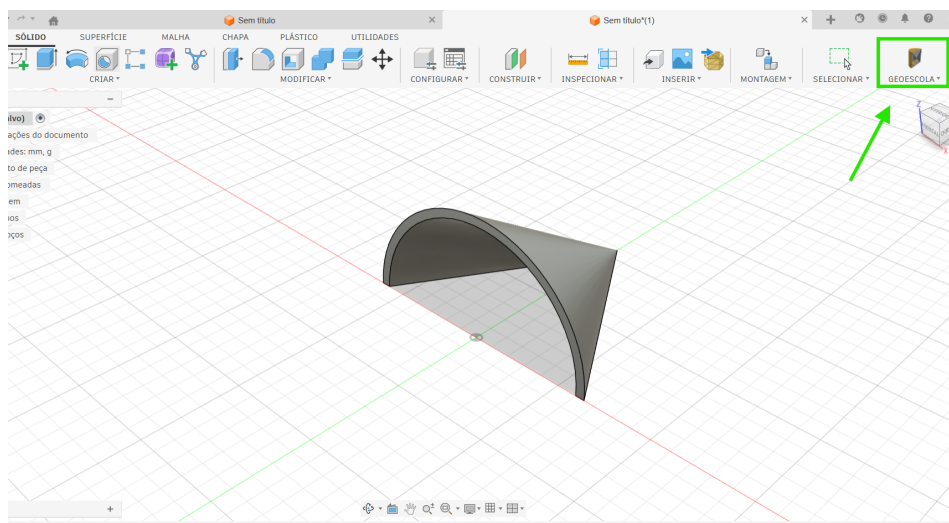


Figura 6.1: GeoEscala.

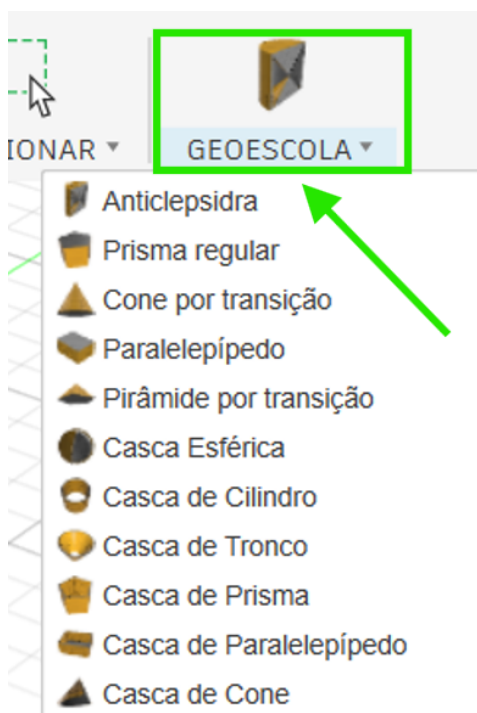


Figura 6.2: Menu GeoEscala.

Ao clicar em um item do menu GEOESCOLA, surgirá uma caixa de diálogo com especificações de parâmetros para o respectivo objeto. As caixas já vem com um pré-preenchimento, mas que o usuário poderá alterá-los. E quando clicar em OK, o objeto será criado e mostrado na janela 3D. Veja a descrição completa nas tabelas abaixo. Como um exemplo, a Fig. 6.3 mostra a caixa de diálogo do sólido Casca Esférica do GEOESCOLA. Para este exemplo, escolhemos: Raio interno: 25mm; Espessura

(da parede): 5mm e Ângulo de Abertura: 270°. Ao clicar em OK, a Casa Esférica com abertura de 270° é criada. Veja a [Fig. 6.4](#).

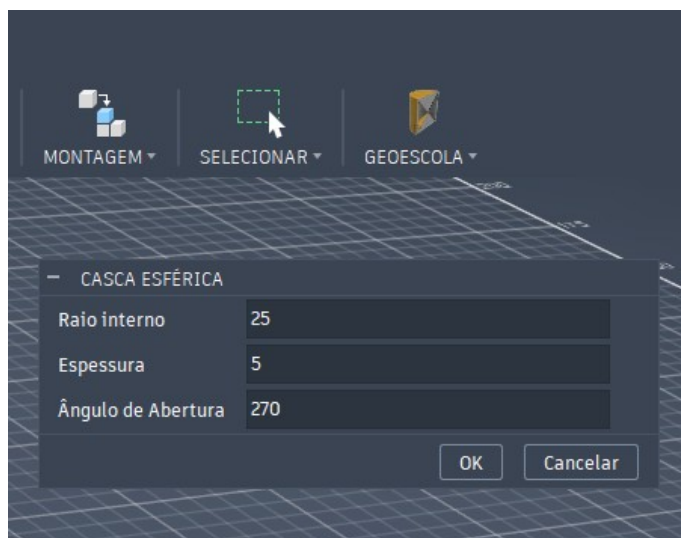


Figura 6.3: Caixa de diálogo: Casca Esférica.

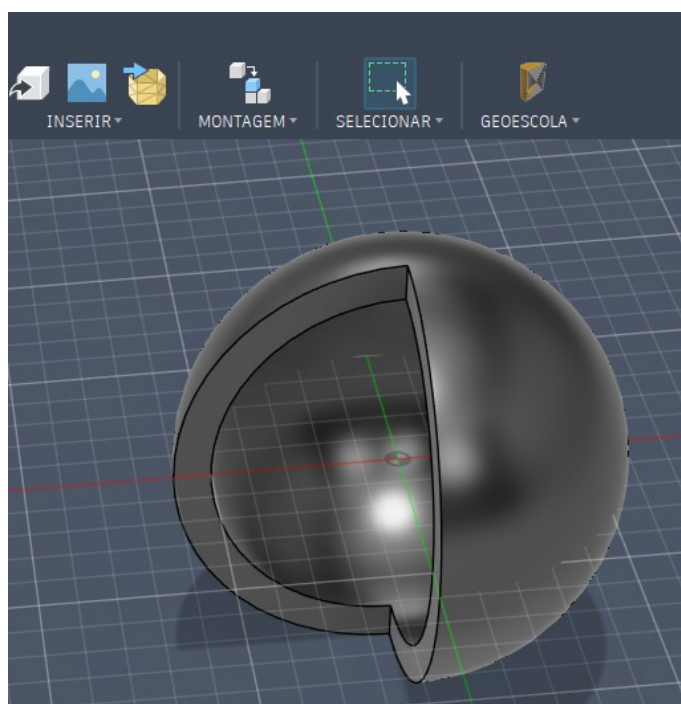


Figura 6.4: Casca Esférica com abertura de 270°.

6.1 Descrição dos itens do GEOESCOLA

Nesta seção apresentamos tabelas com as propriedades e parâmetros pré-configurados de 11 sólidos do *Complemento GeoEscala*, destacamos ainda que os parâmetros devem ser em milímetros ou graus conforme a especificação.

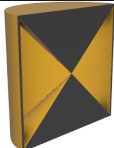
Anticlepsidra	Parâmetros	
Raio interno	50	
Espessura da parede	2	
Espessura da tampa	3	
Espessura do fundo	2	

Tabela 6.1: Anticlepsidra.

Prisma Regular	Parâmetros	
Número de arestas da base	3	
Medida da base: Raio circunscrito	30	
Medida da base: Comprimento da aresta	20	
Altura	50	

Tabela 6.2: Prisma Regular.

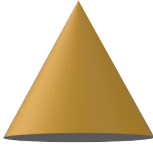
Cone por Transição	Parâmetros	
Centro: X	0	
Centro: Y	0	
Raio da base	25	
Vértice: X	0	
Vértice: Y	0	
Vértice: Z	50	

Tabela 6.3: Cone por Transição.

Paralelepípedo	Parâmetros	
Largura: X	20	
Comprimento: Y	30	
Altura: Z	40	

Tabela 6.4: Paralelepípedo.

Pirâmide por Transição	Parâmetros	
Número de arestas da base	3	
Medida da base: Raio circunscrito	25	
Medida da base: Comprimento da aresta	35	
Vértice: X	0	
Vértice: Y	0	
Vértice: Z	57	

Tabela 6.5: Pirâmide por Transição (com base regular).

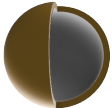
Casca Esférica	Parâmetros	
Raio interno	20	
Espessura	5	
Ângulo de abertura	270°	

Tabela 6.6: Casca Esférica.

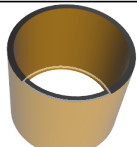
Casca de Cilindro	Parâmetros	
Raio interno	30	
Altura	50	
Espessura	3	
Ângulo de abertura	360°	

Tabela 6.7: Casca de Cilindro.

Casca de Tronco de Cone	Parâmetros	
Raio interno da base	40	
Raio interno do topo	20	
Altura interna	50	
Espessura	2	
Ângulo de abertura	360°	

Tabela 6.8: Casca de Tronco de Cone.

Casca de Prisma Regular	Parâmetros	
Número de arestas da base	3	
Medida da base: Raio circunscrito	30	
Medida da base: Comprimento da aresta	20	
Altura	50	
Espessura da parede	2	
Espessura do fundo	3	
Espessura da tampa	0	

Tabela 6.9: Casca de Prisma Regular.

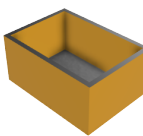
Casca de Paralelepípedo	Parâmetros	
Largura: X	20	
Comprimento: Y	30	
Altura: Z	40	
Espessura da parede	2	
Espessura do fundo	2	
Espessura da tampa	0	

Tabela 6.10: Casca de Paralelepípedo.

Casca de Cone	Parâmetros	
Raio interno da base	30	
Altura interna	50	
Espessura	2	
Ângulo de abertura	180°	

Tabela 6.11: Casca de Cone.

Destacamos que a matemática deixa de ser um conjunto de regras abstratas e ganha vida quando o estudante utiliza um meio digital e linguagem computacional para construir a realidade. Conforme fundamentado pela teoria construcionista de Papert (1988),[\[10\]](#), ao programar ou parametrizar uma forma, o aluno deixa de ser um espectador de fórmulas para se tornar um arquiteto de conceitos, conferindo significado concreto e aplicação real ao conhecimento teórico. Isso demonstra o caráter interdisciplinar do produto educacional GEOESCOLA no PROFMAT, unindo matemática ao pensamento espacial e computacional.

Considerações Finais

Neste trabalho, buscamos unir o ensino de geometria à prática, utilizando a construção de sólidos como uma ferramenta motivadora. O objetivo foi mostrar que a geometria tem aplicação real e imediata, especialmente através da modelagem e impressão 3D.

O uso do *Autodesk Fusion 360* foi o ponto central dessa experiência. Mais do que um *software* de desenho, ele funcionou como um laboratório digital onde os estudantes puderam materializar as formas geométricas. No Fusion, cada definição teórica se transformou em um comando prático, permitindo visualizar a construção dos sólidos passo a passo antes da impressão 3D. Assim, a tecnologia tornou o aprendizado da geometria algo concreto, visível e muito mais interessante.

É importante ressaltar a escassez de referências orientadoras para projetos de modelagem 3D com foco pedagógico; nesse sentido, este trabalho busca preencher uma lacuna nesse campo de estudo. Destacamos, contudo, o trabalho de Ramos, [13], (2024) como um elo de inspiração, no qual o autor utilizou a modelagem 3D via Cinema 4D como um de seus pilares.

Após a consolidação das construções de sólidos primitivos, as operações booleanas surgiram como um desafio adicional, possibilitando a ampliação do repertório para sólidos mais complexos. Além disso, permitiram a criação de objetos que auxiliam no estudo aprofundado da geometria espacial, como a comparação do volume da esfera com a anticlépsidra via Princípio de Cavalieri, ou a relação entre o volume da pirâmide de base triangular e o prisma triangular. Essa ferramenta de combinação estimula, tanto em professores quanto em estudantes, a criatividade para a criação de objetos peculiares ou funcionais.

Foi apresentado, ainda, um minicurso que explorou conceitos de geometria 2D e 3D via *Fusion 360*. A atividade despertou a criatividade por meio de um projeto próprio, iniciado em papel milimetrado,

modelado no *software* e impresso na Bambu Lab A1 (impressora 3D). A criação de um suporte para celular, por exemplo, chamou a atenção dos participantes, que perceberam que os conhecimentos ali envolvidos atendiam a necessidades cotidianas.

Concluimos o trabalho com a criação do GeoEscola, um Complemento (Add-in), ou seja, uma extensão de *software* integrada nativamente à interface do *Fusion 360* e desenvolvida em *Python*. Acredita-se que, após o domínio das técnicas de construção, este produto será de suma importância para otimizar a modelagem de objetos. Por apresentar propriedades bem destacadas em seus comandos, o GeoEscola configura-se como uma ferramenta didática de grande valor para as aulas de geometria.

Por fim, o trabalho possibilitou a exploração de comandos essenciais do *Autodesk Fusion 360*, [2], vinculados às definições dos principais sólidos geométricos. Partindo de sólidos primitivos e avançando para construções complexas dependentes de operações booleanas, demonstrou-se que o ensino de geometria pode ser, de fato, concreto. Dessa forma, o estudante assume o protagonismo ao identificar os conceitos geométricos por trás de objetos de sua própria criação.

Referências Bibliográficas

- [1] ABREU, Fábio Augusto de. “**Um Estudo sobre a Interseção de Cilindros e Outros Sólidos Relacionados**”. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Campinas, SP: IMECC, UNICAMP, 2016 (citado na página 81).
- [2] AUTODESK. **Fusion: Cloud-based 3D CAD, CAM, CAE, and PCB software**. Acesso em: 18 fev. 2026. Autodesk, Inc. San Rafael, CA, 2024. URL: <https://www.autodesk.com> (citado nas páginas 1, 6, 111).
- [3] BAMBULAB. **Bambu Studio**. URL: <https://bambulab.com/pt-br/download/studio> (acesso em 18/03/2026) (citado na página 86).
- [4] CAVALIERI, Bona-ventura. **Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota**. 1ª ed. Vol. 1. Typis ducalibus Ferroniensis, 1635 (citado na página 58).
- [5] DOLCE, Osvaldo e POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar, 10: Geometria Espacial, Posição e Métrica**. 7ª ed. São Paulo: Atual, 2013. ISBN: 978-85-357-1758-7 (citado nas páginas 20, 23, 29, 31, 35, 41, 46, 49, 52, 58, 70).
- [6] ESPERANÇA, Claudio. “**Técnicas para Visualização Direta de Modelos CSG**”. Dissertação de Mestrado. UFRJ - Rio de Janeiro, 1990 (citado na página 4).
- [7] FERREIRA, Marcelo Marques e MIRANDA, Aldicio José. **GEOESCOLA - Um complemento Fusion 360 para a construção de alguns sólidos**. URL: <https://aldicio.github.io/produtoeducacionalgeoescola.html> (acesso em 25/02/2026) (citado na página 104).
- [8] GERVÁZIO, S. N. “**Materiais concretos e manipulativos: uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar à pesquisa**”. Em: **C.Q.D.– Revista Eletrônica Paulista de Matemática** 9 (2017), pp. 42–55. ISSN: 2316-

9664. DOI: [10.21167/cqdv019201723169664sng4255](https://doi.org/10.21167/cqdv019201723169664sng4255). URL: <http://www.fc.unesp.br/#!/departamentos/matematica/revista-cqd/> (citado nas páginas 57, 70).
- [9] NETO, Antonio Caminha Muniz. **Coleção PROFMAT: Geometria**. 2ª ed. Vol. 1. SBM, 2022 (citado na página 57).
- [10] PAPERT, Seymour. **Logo: computadores e educação**. 2ª ed. Tradução de José Armando Valente, Beatretz Bitelman e Afira Vianna Ripper. São Paulo: Brasiliense, 1988 (citado na página 109).
- [11] PILATTI, Cristiana, GABRIEL, Kassiane e BAVARESCO, Delair. “**Pesquisa de Desenvolvimento: o problema do sólido gerado pela intersecção de cilindros**”. Em: **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática** 2.2 (2016), pp. 164–179. ISSN: 2447-2689. DOI: [10.35819/remat2016v2i2id1553](https://doi.org/10.35819/remat2016v2i2id1553). URL: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/1553> (citado na página 81).
- [12] PYTHON SOFTWARE FOUNDATION. **Python Programming Language**. 2025. URL: <https://www.python.org/> (acesso em 25/02/2026) (citado nas páginas 3, 104).
- [13] RAMOS, João Barbosa. “**Modelagem de Poliedros de Arquimedes Via Cinema 4D**”. Dissertação de Mestrado. UFU - Uberlândia, 2024. DOI: [10.14393/ufu.di.2024.298](https://doi.org/10.14393/ufu.di.2024.298) (citado na página 110).
- [14] WEISSTEIN, Eric. **Steinmetz Solid. From MathWorld—A Wolfram Web Resource**. <https://mathworld.wolfram.com/SteinmetzSolid.html>. Acessado em: 18 de Novembro de 2025. 2024 (citado na página 81).