



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**PROPOSTA DE UMA METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO
DE DESEMPENHO DE FAZENDAS DE TURBINAS
HIDROCINÉTICAS POR MÉTODOS DE ORDEM REDUZIDA**

Rafaela Gomide Corrêa

Uberlândia
2026

Rafaela Gomide Corrêa

**PROPOSTA DE UMA METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO
DE DESEMPENHO DE FAZENDAS DE TURBINAS
HIDROCINÉTICAS POR MÉTODOS DE ORDEM REDUZIDA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Doutora em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Transferência de Calor e Mecânica de Fluidos

Orientador: Prof. Dr. Francisco José de Souza

Uberlândia
2026

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

C824
2026 Correa, Rafaela Gomide, 1998-
Proposta de uma metodologia para avaliação de desempenho
de fazendas de turbinas hidrocinéticas por métodos de ordem
reduzida [recurso eletrônico] / Rafaela Gomide Correa. - 2026.

Orientador: Francisco José de Souza.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-
graduação em Engenharia Mecânica.

Modo de acesso: Internet.

DOI <http://doi.org/10.14393/ufu.te.2026.538>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Engenharia mecânica. I. Souza, Francisco José de, 1973-,
(Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação
em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 621

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091

Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica

Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1M, Sala 212 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-
MG, CEP 38400-902

Telefone: (34) 3239-4282 - www.posmecanicaufu.com.br - secposmec@mecanica.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Mecânica				
Defesa de:	Tese de Doutorado, nº 422, PPGEM				
Data:	09/07/2026	Hora de início:	14:05	Hora de encerramento:	17:00
Matrícula:	12223EMC005				
Nome do Discente:	Rafaela Gomide Correa				
Título do Trabalho:	Proposta de uma metodologia para avaliação de desempenho de fazendas de turbinas hidrocínéticas por métodos de ordem reduzida				
Área de concentração:	Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos				
Linha de pesquisa:	Dinâmica dos Fluidos e Transferência de Calor				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Não se aplica				

Reuniu-se por videoconferência a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, assim composta: Prof. Dr. Felipe Pamplona Mariano - UFG; Prof. Dr. Carlos Antonio Ribeiro Duarte - UFCAT; Prof. Dr. Elie Luis Martínez Padilla - UFU; Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto - UFU e Prof. Dr. Francisco José de Souza - UFU; orientador da candidata.

Iniciando os trabalhos, o presidente da mesa, Prof. Dr. Francisco José de Souza, apresentou a Comissão Examinadora e a candidata, agradeceu a presença do público, e concedeu à Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação da Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir, o senhor presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir a candidata. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando a candidata:

Aprovada.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar, foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Francisco José de Souza, Professor(a) do Magistério Superior**, em 09/07/2026, às 16:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Carlos Antonio Ribeiro Duarte, Usuário Externo**, em 09/07/2026, às 16:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Felipe Pamplona Mariano, Usuário Externo**, em 09/07/2026, às 16:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Aristeu da Silveira Neto, Professor(a) do Magistério Superior**, em 09/07/2026, às 17:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Elie Luis Martinez Padilla, Professor(a) do Magistério Superior**, em 09/07/2026, às 17:04, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **7428706** e o código CRC **D590FF51**.

À minha família, pelo apoio e paciência.

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer ao Prof. Dr. Francisco José de Souza por me dar a oportunidade de conhecer a ciência sob sua orientação, pela paciência e disponibilidade em me ajudar na construção desse trabalho.

Agradeço aos colegas do MFLab que sempre estiveram disponíveis para me ajudar e para tomar café.

Agradeço à minha família por todo o apoio que me deram desde sempre. À minha mãe Daniella, pelo carinho e cuidado. Ao meu pai Antônio César, pelo apoio e inspiração. À minha irmã Bruna, pela companhia.

Agradeço ao meu esposo Vinicius, pelo apoio, carinho e amor, por sempre estar ao meu lado e acreditar em mim.

Por fim, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro e a todos os professores da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia (FEMEC/UFU) que foram responsáveis por minha formação até aqui.

"Everything should be made as simple as possible, but not simpler."

Albert Einstein

Resumo

Com a crescente busca por fontes alternativas de energia renovável, as turbinas hidrocinéticas se destacam como uma forma de aproveitar a grande densidade de energia disponível em correntes marítimas e fluviais. Para maior eficiência e capacidade de extração de energia, tais equipamentos são usualmente instalados em conjuntos, também chamados de fazendas. Nesse sentido, o presente trabalho teve como principal objetivo o desenvolvimento de uma metodologia para avaliação do desempenho dos conjuntos de turbinas, focando na utilização de métodos de baixa ordem. Para isso, foi avaliada a metodologia *Blade Element Momentum* (BEM) para o cálculo dos coeficientes de potência e empuxo das turbinas. Tal metodologia requer as curvas dos coeficientes de arrasto e sustentação em função do ângulo de ataque para o perfil aerodinâmico que compõe a pá da turbina. Foi avaliada inicialmente a metodologia de obtenção destes coeficientes, focando na capacidade de predição. A metodologia BEM tradicional foi validada e foi proposta uma melhoria. A melhoria em questão foi a utilização do número de Reynolds local de cada seção da pá para o cálculo dos coeficientes de arrasto e sustentação ao invés da utilização de um número de Reynolds representativo obtido em 70 % da envergadura para toda a pá. Esta alteração foi implementada em linguagem Fortran, validada e registrada como um novo programa de computador sob o nome HydroBEM. A validação experimental do HydroBEM foi realizada para duas turbinas hidrocinéticas diferentes, com resultados experimentais disponíveis na literatura. A primeira foi uma turbina de 1,6 m de diâmetro, com três pás de perfil NACA 63-415 espessado, avaliada sob duas intensidades turbulentas diferentes. A segunda foi uma turbina de 0,444 m de diâmetro, com duas pás com perfil NACA 4415. Para o estudo de turbinas operando em conjunto, é necessário conhecer o perfil de velocidades das suas esteiras, uma vez que este será o escoamento de entrada das turbinas a jusante. Para isso, foram avaliados os modelos de Jensen tradicional e modulado por cosseno. Apesar de consagrado na literatura, tal modelo apresenta limitações. Para superá-las foi proposto um novo modelo de esteira híbrido Jensen-Gaussiano, que foi validado experimentalmente e apresentou desempenho superior ao modelo padrão. A validação experimental foi realizada com dados da literatura para uma turbina de 0,7 m de diâmetro com três pás de perfis baseados no NACA 63-418 e também com dados da turbina de 0,444 m de diâmetro, com duas pás com perfil NACA 4415 utilizada na validação do HydroEBM. Esta última turbina também foi utilizada para validar a combinação do programa de computador HydroBEM com o novo modelo de esteira, que gerou resultados satisfatórios de previsão de desempenho de turbinas coaxiais com baixo custo computacional.

Palavras-chave: Turbinas hidrocinéticas; Conjuntos de turbinas; BEM; Modelo de esteira; Modelo de Jensen; Modelo de esteira gaussiano; Energia renovável; HydroBEM.

Abstract

The growing demand for alternative renewable energy sources has increased interest in hydrokinetic turbines as a means of harnessing the high energy density available in riverine and marine currents. To improve energy extraction efficiency and power generation capacity, these devices are commonly deployed in arrays, also known as farms. In this context, the main objective of this work was to develop a methodology for evaluating the performance of hydrokinetic turbine arrays, with an emphasis on the application of low-order models. To this end, the Blade Element Momentum (BEM) method was assessed for the prediction of turbine power and thrust coefficients. This methodology requires lift and drag coefficient curves as functions of the angle of attack for the airfoil composing the turbine blades. Initially, the procedures used to obtain these aerodynamic coefficients were investigated, focusing on their predictive capability. The conventional BEM methodology was validated, and an improvement was proposed. The proposed enhancement consisted of employing the local Reynolds number of each blade section to calculate the lift and drag coefficients, rather than using a single representative Reynolds number evaluated at 70 % of the blade span for the entire blade. This modification was implemented in Fortran, validated, and registered as a new software named HydroBEM. Experimental validation of HydroBEM was performed using two different hydrokinetic turbines with experimental data available in the literature. The first one was a three-bladed turbine of 1.6 m diameter and blades based on a thickened NACA 63-415 airfoil, which was evaluated under two different turbulence intensity conditions. The second turbine had a diameter of 0.444 m and two blades employing the NACA 4415 airfoil. The study of turbine arrays requires accurate knowledge of wake velocity profiles, as these constitute the inflow conditions for downstream turbines. For this purpose, the conventional Jensen wake model and its cosine-modulated formulation were evaluated. Although widely adopted in the literature, these models present important limitations. To overcome these shortcomings, a new hybrid Jensen–Gaussian wake model was proposed. The model was experimentally validated and demonstrated superior performance compared with the standard Jensen formulation. Validation was conducted using literature data for a 0.7 m diameter turbine with three blades based on the NACA 63418 airfoil, as well as experimental data from the 0.444 m diameter turbine with two NACA 4415 blades previously employed in the HydroBEM validation. Finally, the latter turbine was also used to validate the coupled application of HydroBEM and the proposed wake model. The combined methodology provided satisfactory predictions of the performance of coaxial hydrokinetic turbines while maintaining a low computational cost.

Keywords: Hydrokinetic turbines; turbine arrays; Blade Element Momentum; wake modeling; Jensen model; Gaussian wake model; renewable energy; HydroBEM.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Consumo de eletricidade per capta (BEN, 2026).	1
Figura 2 – Participação de fontes renováveis na matriz elétrica brasileira (BEN, 2026).	2
Figura 3 – Exemplos de turbinas hidrocínéticas de eixo horizontal retirados de (a) Nicholls-Lee, Turnock e Boyd (2008); (b) Li (2008)	8
Figura 4 – Exemplos de turbinas hidrocínéticas de eixo vertical retirados de (a) Liu (2018); (b) Hydrovolts (2009)	9
Figura 5 – Escoamento externo em um perfil aerodinâmico (a) forças de pressão e cisalhamento; (b) forças de arrasto e sustentação (ÇENGEL; CIMBALA, 2007)	10
Figura 6 – Terminologia aplicada no estudo do escoamento externo de um perfil aerodinâmico (IGNACIO, 2022)	11
Figura 7 – Localização da Baía de São Marcos (MAGALHAES et al., 2016)	14
Figura 8 – Dados da Baía de São Marcos (MAGALHAES et al., 2016)	14
Figura 9 – Evolução da velocidade e da pressão na teoria do disco atuador (BRANLARD, 2017)	15
Figura 10 – Forças atuantes no plano da seção do aerofólio (MARTEN et al., 2021)	17
Figura 11 – Fluxograma ilustrando o método BEM	18
Figura 12 – Ângulos de ataque (α), torção (θ) e do escoamento (Φ) (PURACA, 2019).	19
Figura 13 – Turbulência na esteira de uma turbina. Adapdato de Lo Brutto et al. (2016)	22
Figura 14 – Perfil aerodinâmico NACA 63-415 espessado utilizado (Adaptado de Harvey et al. (2023))	30
Figura 15 – Turbina estudada (a) real e (b) design (WILLDEN et al., 2023)	31
Figura 16 – Ilustração da instalação experimental (a) vista lateral e (b) vista frontal (HARVEY et al., 2023)	31
Figura 17 – Modelo da turbina (MYCEK et al., 2014)	32
Figura 18 – Representação esquemática do experimento (MYCEK et al., 2014) . . .	33
Figura 19 – DOERM1 (STELZENMULLER, 2013)	33
Figura 20 – Conjunto de três turbinas coaxialmente espaçadas, separadas por 5 diâmetros de rotor (STELZENMULLER, 2013)	34
Figura 21 – Vista frontal de um conjunto de três turbinas com espaçamento lateral de 0,5 diâmetro do rotor (STELZENMULLER, 2013)	34
Figura 22 – Fluxograma ilustrando o método BEM com número de Reynolds local .	38
Figura 23 – Dados experimentais de Vermeulen et al. (1979), junto com modelo de Jensen com e sem modulação (JENSEN, 1983)	40

Figura 24 – Exemplo de curva gaussiana invertida e seus principais parâmetros . . .	42
Figura 25 – Exemplo de curva gaussiana com diferentes valores de desvio padrão. . .	42
Figura 26 – Dados experimentais de Stelzenmuller (2013) comparados com o modelo de Jensen e com o modelo gaussiano proposto, com e sem velocidade de fundo	44
Figura 27 – Volume de controle para o balanço de massa	45
Figura 28 – Parâmetros de entrada do Xfoil	48
Figura 29 – Comparação entre o coeficiente de potência experimental (HARVEY et al., 2023) e o obtido utilizando coeficientes aerodinâmicos obtidos com Xfoil (Presente trabalho) e CFD (HARVEY et al., 2023) (a) escoamento com baixa turbulência e (b) escoamento com alta turbulência	49
Figura 30 – Comparação entre o coeficiente de empuxo experimental (HARVEY et al., 2023) e o obtido utilizando coeficientes aerodinâmicos obtidos com Xfoil (Presente trabalho) e CFD (HARVEY et al., 2023) (a) escoamento com baixa turbulência e (b) escoamento com alta turbulência	50
Figura 31 – Avaliação do N para o caso de baixa turbulência (a) coeficiente de potência e (b) coeficiente de empuxo	53
Figura 32 – Avaliação do N para o caso de alta turbulência (a) coeficiente de potência e (b) coeficiente de empuxo	54
Figura 33 – Resultados para o caso de baixa turbulência (a) coeficiente de potência e (b) coeficiente de empuxo	55
Figura 34 – Resultados para o caso de alta turbulência (a) coeficiente de potência e (b) coeficiente de empuxo	55
Figura 35 – Campo de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,8$ m/s e $I_{\infty} = 3\%$: (a) resultados experimentais de Mycek et al. (2014), (b) modelo de Jensen com $\alpha_J = 0,01$, (c) modelo de Jensen com $\alpha_J = 0,025$, (d) modelo de Jensen com $\alpha_J = 0,030$, (e) modelo de Jensen com $\alpha_J = 0,035$ e (f) modelo de Jensen com $\alpha_J = 0,045$	60
Figura 36 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,8$ m/s, $I_{\infty} = 3\%$ e $\alpha_J = 0,023$ comparado com resultado experimental: (a) $x^* = 1,2$, (b) $x^* = 2$, (c) $x^* = 3$, (d) $x^* = 4$, (e) $x^* = 5$, (f) $x^* = 6$, (g) $x^* = 7$, (h) $x^* = 8$, (i) $x^* = 9$ e (j) $x^* = 10$	61
Figura 37 – Resultados experimentais de Mycek et al. (2014) do campo de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,83$ m/s e $I_{\infty} = 15\%$	63
Figura 38 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,83$ m/s, $I_{\infty} = 15\%$ e $\alpha_J = 0,122$ comparado com resultado experimental: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (b) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$	64

Figura 39 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,8$ m/s, $I_{\infty} = 3$ % obtido com o modelo de Jensen modulado comparado com resultado experimental: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (b) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$	65
Figura 40 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,83$ m/s, $I_{\infty} = 15\%$ btido com o modelo de Jensen modulado comparado com resultado experimental: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (b) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$	66
Figura 41 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,8$ m/s, $I_{\infty} = 3$ % obtido pelo modelo gaussiano otimizado para todas as posições, comparado com resultado experimental na esteira próxima: (a) $x^* = 1,2$, (b) $x^* = 2$, (c) $x^* = 3$ e (d) $x^* = 4$	68
Figura 42 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,8$ m/s, $I_{\infty} = 3$ % obtido pelo modelo gaussiano otimizado para todas as posições, comparado com resultado experimental na esteira distante: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (c) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$	69
Figura 43 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,8$ m/s, $I_{\infty} = 3$ % obtido pelo modelo gaussiano otimizado para esteira distante, comparado com resultado experimental: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (c) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$	70
Figura 44 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,83$ m/s, $I_{\infty} = 15$ % obtido pelo modelo gaussiano otimizado para todas as posições, comparado com resultado experimental na esteira próxima: (a) $x^* = 1,2$, (b) $x^* = 2$, (c) $x^* = 3$ e (d) $x^* = 4$	71
Figura 45 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,83$ m/s, $I_{\infty} = 15$ % obtido pelo modelo gaussiano otimizado para todas as posições, comparado com resultado experimental na esteira distante: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (c) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$	72
Figura 46 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,83$ m/s, $I_{\infty} = 15$ % obtido pelo modelo gaussiano otimizado para esteira distante, comparado com resultado experimental: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (c) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$	73
Figura 47 – Perfil de velocidade axial com obtido pelo modelo gaussiano comparado com resultado experimental de Stelzenmuller (2013): (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 7$	74
Figura 48 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo de Jensen comparado com resultado experimental de Stelzenmuller (2013): (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 7$	77
Figura 49 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo de Jensen para o caso Stelzenmuller (2013) em: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 8$, (c) $x^* = 11$ e (d) $x^* = 14$	78

Figura 50 – Coeficiente de potência obtido a partir do modelo de Jensen acoplado ao BEM comparado com resultado experimental de Stelzenmuller (2013)	79
Figura 51 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo de Jensen modulado com cosseno comparado com resultado experimental de Stelzenmuller (2013): (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 7$	79
Figura 52 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo de Jensen modulado com cosseno para o caso Stelzenmuller (2013) em: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 8$, (c) $x^* = 11$ e (d) $x^* = 14$	80
Figura 53 – Coeficiente de potência obtido a partir do modelo de Jensen modulado com cosseno acoplado ao BEM comparado com resultado experimental de Stelzenmuller (2013)	81
Figura 54 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo de Jensen calibrado com a média da função velocidade para o caso Stelzenmuller (2013) em: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 7$, (c) $x^* = 8$, (d) $x^* = 11$ e (e) $x^* = 14$	83
Figura 55 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo de Jensen calibrado com a quantidade de movimento linear para o caso Stelzenmuller (2013) em: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 7$, (c) $x^* = 8$, (d) $x^* = 11$ e (e) $x^* = 14$	85
Figura 56 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo gaussiano para o caso Stelzenmuller (2013) em: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 8$, (c) $x^* = 11$ e (d) $x^* = 14$	88
Figura 57 – Coeficiente de potência obtido a partir do modelo gaussiano acoplado ao BEM comparado com resultado experimental de Stelzenmuller (2013)	89
Figura 58 – Perfil de velocidade média na esteira da primeira turbina (Adaptado de Stelzenmuller (2013))	91
Figura 59 – Comparação do perfil de velocidades médias 3D a jusante de cada uma das turbinas do conjunto coaxial com espaçamento 7D (Adaptado de Stelzenmuller (2013))	91
Figura 60 – Comparação do perfil de velocidades médias 5D a jusante de cada uma das turbinas do conjunto coaxial com espaçamento 7D (Adaptado de Stelzenmuller (2013))	92
Figura 61 – Comparação do perfil de velocidades experimental e modelado 5D a jusante de cada uma das turbinas do conjunto coaxial com espaçamento 7D	93
Figura 62 – Comparação do perfil de velocidades modelado 7D a jusante de cada uma das turbinas do conjunto coaxial com espaçamento 7D	93
Figura 63 – Coeficientes de potência das turbinas 2 e 3 do conjunto coaxial com espaçamento 7D obtidos a partir do modelo híbrido Jensen-Gaussiano acoplado ao HydroBEM comparado com o resultado experimental de Stelzenmuller (2013)	94

Lista de tabelas

Tabela 1 – Condições experimentais	32
Tabela 2 – Coeficientes de sustentação e arrasto calculados utilizando Xfoil e CFD	51
Tabela 3 – Coeficientes de sustentação e arrasto obtidos para diferentes números de Reynolds	56
Tabela 4 – Coeficiente de potência da primeira turbina: experimental e previsto pelo BEM	75
Tabela 5 – Coeficiente de potência da segunda turbina na posição 5D: experimental e previsto pelo BEM	75
Tabela 6 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 5D e 8D - experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen	77
Tabela 7 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 11D e 14D - experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen	78
Tabela 8 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 5D e 8D - experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen modulado	80
Tabela 9 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 11D e 14D - experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen modulado	81
Tabela 10 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 5D e 8D — experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen calibrado pela média da função velocidade.	82
Tabela 11 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 11D e 14D — experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen calibrado pela média da função velocidade.	82
Tabela 12 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 5D e 8D — experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen calibrado pela quantidade de movimento linear.	86
Tabela 13 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 11D e 14D — experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen calibrado pela quantidade de movimento linear.	86
Tabela 14 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 5D e 8D - experimental e previsto pelo BEM com modelo gaussiano	87
Tabela 15 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 11D e 14D - experimental e previsto pelo BEM com modelo gaussiano	88
Tabela 16 – Coeficiente de potência da segunda e da terceira turbinas do conjunto de três turbinas coaxiais com espaçamento 7D - experimental e previsto pelo BEM com modelo gaussiano	94

Lista de abreviaturas e siglas

ADM	Modelo de Disco Atuador, do inglês <i>Actuator Disk Model</i>
ADV	Velocímetro Acústico Doppler, do inglês <i>Acoustic Doppler Velocimeter</i>
ALM	Modelo da Linha Atuadora, do inglês <i>Actuator Line Model</i>
BEM	Teoria da Quantidade de Movimento Linear do Elemento de Pá, do inglês <i>Blade Element Momentum</i>
BEMT	Teoria da Quantidade de Movimento Linear do Elemento de Pá, do inglês <i>Blade Element Momentum Theory</i>
BEN	Balanco Energético Nacional
BET	Teoria do Elemento de Pá, do inglês <i>Blade Element Theory</i>
CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacional, do inglês <i>Computational Fluid Dynamics</i>
DES	Simulação de Vórtices Desprendidos, do inglês <i>Detached Eddy Simulation</i>
DOERM1	Modelo 1 de Referência do Departamento de Energia, do inglês <i>Department of Energy Reference Model 1</i>
GPU	Unidade de Processamento Gráfico, do inglês <i>Graphics Processing Unit</i>
HAHKT	Turbinas Hidrocinéticas de Eixo Horizontal, do inglês <i>Horizontal-Axis Hydrokinetic Turbines</i>
HPC	Computação de Alto Desempenho, do inglês <i>High Performance Computing</i>
LDV	Velocimetria Doppler a Laser, do inglês <i>Laser Doppler Velocimetry</i>
LES	Simulação de Grandes Estruturas, do inglês <i>Large-Eddy Simulation</i>
MHK	Turbinas Hidrocinéticas, do inglês <i>Marine Hydrokinetic</i>
MT	Teoria da Quantidade de Movimento Linear, do inglês <i>Momentum Theory</i>
NREL	Laboratório Nacional de Energias Renováveis, do inglês <i>National Renewable Energy Laboratory</i>

PIV	Velocimetria por Imagem de Partículas, do inglês <i>Particle Image Velocimetry</i>
QML	Quantidade de Movimento Linear
RANS	Equações Médias de Reynolds para Navier-Stokes, do inglês <i>Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>
RAM	Memória de Acesso Aleatório, do inglês <i>Random Access Memory</i>
SSD	Unidade de Estado Sólido, do inglês <i>Solid State Drive</i>
SST	Transporte de Tensões de Cisalhamento, do inglês <i>Shear Stress Transport</i>
TSR	Razão de Velocidade de Ponta de Pá, do inglês <i>Tip Speed Ratio</i>
VAHKT	Turbinas Hidrocinéticas de Eixo Vertical, do inglês <i>Vertical-Axis Hydrokinetic Turbines</i>

Lista de símbolos

Letras gregas

α	Ângulo de ataque
α_J	Constante de entranhamento do modelo de Jensen
α_1	Primeiro valor do parâmetro de calibração
α_n	Último valor do parâmetro de calibração
α_{opt}	Valor ótimo do parâmetro de entranhamento obtido por otimização
α_{stall}	Ângulo de ataque de estol
β	Ângulo de torção da pá
γ	Circulação
ΔU	Déficit de velocidade
λ	Razão de velocidade de ponta de pá (TSR)
λ_r	Razão de velocidade de ponta local
μ	Centro da distribuição gaussiana; viscosidade dinâmica (conforme o contexto)
ν	Viscosidade cinemática
Φ	Ângulo de entrada do escoamento na seção da pá
ρ	Massa específica do fluido
σ	Solidez do rotor; desvio padrão da distribuição gaussiana (conforme o contexto)
θ	Ângulo azimutal ou ângulo de torção local da pá
Ω	Velocidade angular do rotor
ω	Velocidade angular transmitida à esteira

Letras latinas

A	Área do rotor; integral auxiliar do modelo gaussiano
-----	--

a	Fator de indução axial
a'	Fator de indução tangencial
B	Número de pás; integral auxiliar do modelo gaussiano
C	Parâmetro de espalhamento do modelo gaussiano
c	Corda da seção da pá
C_D	Coefficiente de arrasto
C_L	Coefficiente de sustentação
C_N	Coefficiente de força normal
C_P	Coefficiente de potência
C_t	Coefficiente de força tangencial
C_T	Coefficiente de empuxo
D	Diâmetro do rotor
dA	Elemento diferencial de área
dQ	Elemento diferencial de torque
dT	Elemento diferencial de empuxo
dr	Elemento diferencial radial
$f(r)$	Função gaussiana
f_{hub}	Fator auxiliar da correção de perda no cubo
f_{tip}	Fator auxiliar da correção de perda na ponta da pá
F	Fator total de correção de Prandtl
F_D	Força de arrasto
F_L	Força de sustentação
F_N	Força normal
F_T	Força tangencial
F_{hub}	Fator de correção de perda no cubo
F_{tip}	Fator de correção de perda na ponta da pá

$g(r)$	Função gaussiana normalizada
I	Intensidade de turbulência
J	Função objetivo do processo de otimização
K	Parâmetro auxiliar para cálculo do fator de indução axial
K'	Parâmetro auxiliar para cálculo do fator de indução tangencial
k	Índice de posição axial
k_1	Primeiro valor do parâmetro de expansão da esteira
k_2	Segundo valor do parâmetro de expansão da esteira
k_3	Terceiro valor do parâmetro de expansão da esteira
k_n	Último valor do parâmetro de expansão da esteira
M_{exp}	Quantidade de movimento linear experimental integrada
N	Número de seções da pá ou número de pontos experimentais
n	Número de turbinas
N	Parâmetro de transição turbulenta
n_k	Número de pontos da seção transversal k
P	Potência
Q	Torque
r	Coordenada radial
r_0	Raio inicial da esteira
r_i	Posição radial do ponto experimental i
R	Raio do rotor
R_{hub}	Raio do cubo
R_j	Raio da esteira previsto pelo modelo de Jensen
Re	Número de Reynolds
T	Empuxo
U	Velocidade média da corrente

U_0	Velocidade de corrente livre utilizada no BEM
U_∞	Velocidade não perturbada do escoamento
U_{back}	Velocidade de fundo do modelo gaussiano
U_j	Velocidade mínima prevista pelo modelo de Jensen
U_{min}^{exp}	Velocidade mínima experimental
U_{min}^{model}	Velocidade mínima modelada
U_{exp}	Velocidade experimental
U_{model}	Velocidade modelada
V	Velocidade
V_r	Velocidade relativa na seção da pá
v	Velocidade na esteira
v_n	Velocidade após a n -ésima turbina
v_∞	Velocidade assintótica para número infinito de turbinas
x	Coordenada axial
x_k	Posição axial da seção experimental k
x^*	Distância axial adimensional
y	Coordenada transversal
y_1	Variável auxiliar do método de Glauert
y_2	Variável auxiliar do método de Glauert
y_3	Variável auxiliar do método de Glauert
y^*	Coordenada transversal adimensional
z	Coordenada vertical

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Estrutura da tese	6
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	8
2.1	Turbinas hidrocínéticas	8
2.1.1	Seleção de locais de instalação	12
2.2	Teoria do BEM	14
2.3	Modelos de esteira	21
2.4	Estado da arte da modelagem de turbinas hidrocínéticas e de suas esteiras	24
3	METODOLOGIA	30
3.1	Geometria	30
3.2	BEM com número de Reynolds local	34
3.3	Modelo de Jensen	39
3.4	Modelo de esteira gaussiano	41
4	RESULTADOS	47
4.1	Definição da metodologia para obtenção dos coeficientes aerodinâmicos	47
4.2	Validação do BEM com número de Reynolds local	54
4.3	Validação do modelo de Jensen	58
4.4	Validação do modelo gaussiano	67
4.5	Duas turbinas coaxiais	74
4.6	Três turbinas coaxiais	90
5	CONCLUSÃO	96
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	97
	REFERÊNCIAS	98
A	GEOMETRIA DA PÁ (HARVEY et al., 2023)	107
B	GEOMETRIA DA PÁ (STELZENMULLER, 2013)	111
C	CÓDIGO MODELO GAUSSIANO	112

1 Introdução

Nos últimos anos, com o aumento do desenvolvimento industrial e crescimento populacional, o consumo de energia vem aumentando e muitas fontes de energia que fazem parte da matriz energética mundial, como os combustíveis fósseis, são responsáveis pelas mudanças climáticas. Diante dos prejuízos ambientais causados pelas fontes não renováveis, a busca por fontes de energia renováveis aumentou de forma a suprir a demanda crescente de energia (LABIGALINI et al., 2021; TIAN; MAO; DING, 2019). No caso do Brasil, de acordo com o Balanço Energético Nacional mais recente (BEN, 2026), em 2025 as fontes renováveis foram responsáveis por 49,5 % da matriz de energia e 89,9 % da matriz elétrica do país. Sendo que dentro da matriz elétrica, 51,2% da energia vem de fonte hidráulica. A Figura 1 mostra que o consumo de eletricidade per capita no Brasil está aumentando ao longo dos anos. Já a Figura 2 mostra que ao longo dos últimos 10 anos, a tendência da participação de fontes renováveis na matriz elétrica do país é aumentar, entretanto, em 2021 houve uma queda acentuada devida ao regime hídrico desfavorável, o que evidencia a importância da energia hidráulica para o país.

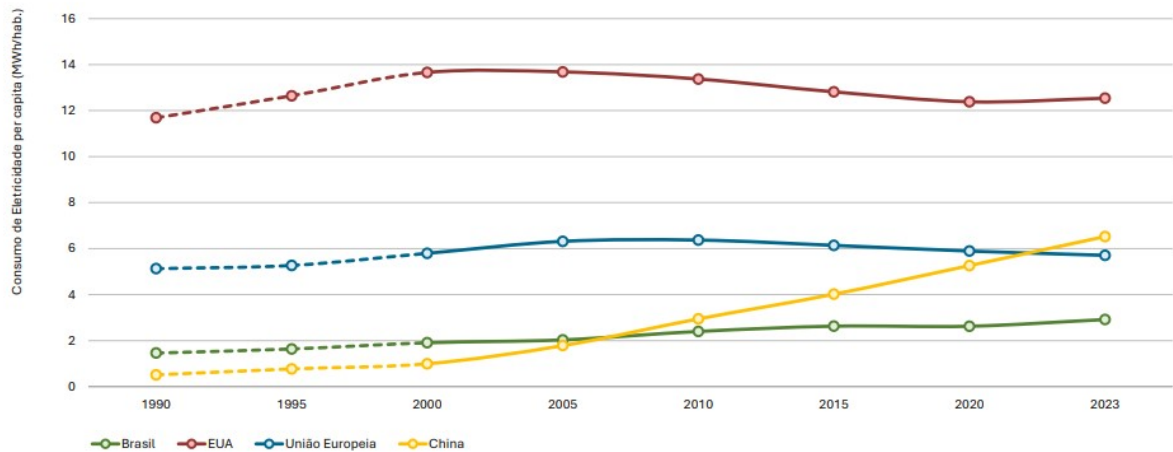


Figura 1 – Consumo de eletricidade per capita (BEN, 2026).

No Brasil, a geração de energia a partir de fonte hidráulica ocorre a partir de reservatórios construídos em cursos de água para formar grandes quedas d'água capazes de girar turbinas e produzir energia elétrica, instalações conhecidas como usinas hidrelétricas. Embora a energia hidrelétrica convencional normalmente apresente maior eficiência do que a maioria das outras fontes de energia renovável, sua implementação requer condições geográficas específicas e é frequentemente limitada por considerações econômicas e ambientais (MOHAMED et al., 2025). Além disso, essa forma de conversão de energia é suscetível a variações climáticas, como regime de chuvas. Para contornar essa dependência dos padrões climáticos, o aproveitamento da energia cinética dos oceanos e rios por meio de

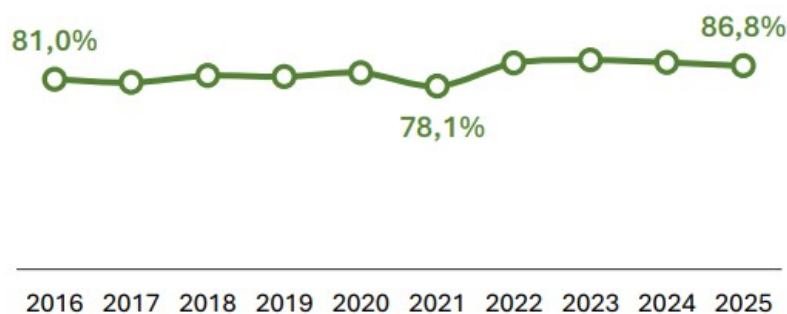


Figura 2 – Participação de fontes renováveis na matriz elétrica brasileira (BEN, 2026).

turbinas hidrocínéticas surge como uma alternativa promissora. Esses dispositivos operam convertendo a energia cinética da água corrente em energia elétrica e podem funcionar com uma queda hidráulica insignificante. As turbinas hidrocínéticas são geralmente classificadas em duas categorias principais: turbinas hidrocínéticas de eixo horizontal (HAHKT, do inglês *horizontal-axis hydrokinetic turbines*) e turbinas hidrocínéticas de eixo vertical (VAHKT, do inglês *vertical-axis hydrokinetic turbines*) (SANTOS et al., 2016; RENGMA; SUBBARAO, 2025). Como vantagens, a energia hidrocínética, além de não depender do clima, apresenta alta densidade de energia, grandes reservas e possibilidade de ser instalada em regiões isoladas, podendo extrair energia das correntes fluviais e marítimas (TIAN; MAO; DING, 2019). Além disso, os impactos sociais e ambientais associados a projetos de infraestrutura de grande escala, como usinas hidrelétricas, estão impulsionando uma mudança para sistemas de energia menores e menos intrusivos, como aqueles baseados em turbinas hidrocínéticas (GUNEY; KAYGUSUZ, 2010; KUMAR; SARKAR, 2016).

Apesar da grande disponibilidade de energia hidrocínética e de suas vantagens, ainda existem poucos modelos de turbinas comerciais e a sua implantação permanece limitada por diversos motivos. Primeiro, a eficiência relativamente baixa das turbinas hidrocínéticas ainda não justificou investimentos substanciais em seu desenvolvimento e otimização. Além disso, inúmeras configurações de turbinas estão atualmente sob investigação, e um consenso claro sobre as soluções tecnológicas mais promissoras ainda não surgiu. Essa incerteza é ainda agravada pela variedade de métricas usadas para avaliar esses sistemas, incluindo impactos ambientais e sociais, o que complica a identificação de um projeto ideal para uma implementação mais ampla (POSTACCHINI et al., 2025).

Ainda como desafios, a geração elétrica com turbinas hidrocínéticas apresenta desafios de ancoragem e fixação, uma vez que a fixação segura das turbinas no leito do rio ou no fundo do mar é um desafio técnico significativo, especialmente em áreas com fortes correntes ou condições adversas, desafios relacionados a sua operação e manutenção, pois requerem monitoramento constante e podem ser complicadas devido ao ambiente subaquático e viabilidade técnica e econômica. Como a instalação e manutenção das

turbinas hidrocínéticas podem ser complexas e custosas, a viabilidade econômica depende de fatores como a localização e a intensidade do escoamento de água, necessitando de batimetria e medição de velocidade de corrente (ACHÃO et al., 2026).

Dessa forma, garantir a viabilidade econômica da produção e utilização de turbinas hidrocínéticas é essencial para a expansão do seu uso. Para isso, é necessário estudar a performance da turbina durante a fase de projeto. Nesse sentido, várias metodologias foram validadas na última década para identificar abordagens eficazes para prever o desempenho de turbinas. Esses métodos abrangem uma ampla gama de níveis de fidelidade, cada um oferecendo diferentes custo computacional, precisão preditiva e a quantidade de detalhes de projeto que são capazes de resolver (KNIGHT et al., 2025).

Diversos estudos experimentais foram realizados para determinar a potência extraída de diferentes modelos de turbinas (LAZZERINI et al., 2022; ABUTUNIS et al., 2020; FONTAINE et al., 2020; PATEL; PATEL, 2022; GISH; CARANDANG; HAWBAKER, 2020; HANTORO; SEPTYANINGRUM, 2018; LUST; FLACK; LUZNIK, 2020; NUNES; JUNIOR; OLIVEIRA, 2020; WILLDEN et al., 2023). Apesar de fornecer as condições mais realísticas na qual a turbina vai trabalhar, trazendo precisão e sendo fundamental para a validação de modelos computacionais, a análise experimental é um processo caro, devido ao custo de fabricação de modelos com geometrias complexas, das instalações necessárias e dos conjuntos de sensores. Dessa forma, parte-se para as análises computacionais. Uma opção é realizar a modelagem com dinâmica dos fluidos computacional (CFD, do inglês *Computational Fluid Dynamics*), que fornece dados detalhados de performance, interação de fluido e formação de esteira com alta precisão, conforme mostrado pelos diversos trabalhos usando essa metodologia (TIAN; MAO; DING, 2019; MESA; MONTOYA; YU, 2025; SANTOS; CAMACHO; TIAGO FILHO, 2021; KNIGHT et al., 2023; MOHAMED et al., 2025; KNIGHT et al., 2025; MOHAMMADI; KNIGHT, 2025). Porém, essa metodologia tem elevado custo computacional, o que é limitante, principalmente na análise de fazendas de turbinas (conjuntos de turbinas instaladas próximas umas as outras para melhor aproveitamento da energia hidrocínética).

Existem outros métodos computacionais que apresentam melhor custo-benefício. Um exemplo é a teoria da quantidade de movimento linear do elemento de pá (BEM, do inglês *Blade Element Momentum*), método que oferece resultados rápidos, efetivos e a metodologia é bem compreendida, o que permite fazer alterações para incluir influências ambientais, como topografia do solo e presença de ondas na superfície (RAHIMIAN; WALKER; PENESIS, 2018; EL-SHAHAT et al., 2020; ABUTUNIS; HUSSEIN; CHANDRASHEKHARA, 2019). Por isso, o BEM é amplamente utilizado no estágio inicial de desenvolvimento de uma turbina, o que é evidenciado pelos diversos estudos que utilizam tal método (TIAN; MAO; DING, 2019; RAHIMIAN; WALKER; PENESIS, 2018; ABUTUNIS; HUSSEIN; CHANDRASHEKHARA, 2019; EL-SHAHAT et al., 2020; MOHAMMADI

et al., 2020; LABIGALINI et al., 2021; SANTOS; CAMACHO; TIAGO FILHO, 2021; KARAALIOGLU; BAL, 2022; LAZZERINI et al., 2022).

A teoria do BEM interliga a teoria do atuador de disco, ou teoria da quantidade de movimento linear (MT, do inglês *Momentum Theory*), com a teoria do elemento de pá (BET, do inglês *Blade Element Theory*). Apesar de ser um método simples, o BEM permite uma representação precisa das cargas aerodinâmicas que atuam no rotor de uma turbina em regime permanente, desde que as hipóteses adotadas no modelo não sejam violadas (MARTEN et al., 2021).

Devido à natureza bidimensional da teoria BEM, os efeitos tridimensionais não são considerados. Isso leva a grandes desvios das quantidades de fluxo em comparação com os dados medidos da turbina, particularmente em regiões onde ocorrem fortes mudanças na circulação da pá (MARTEN et al., 2021). Para melhorar a precisão dos resultados do BEM, estudos posteriores foram realizados para propor métodos de correção (GLAUERT, 1935; SNEL; HOUWINK; PIERS, 1992).

Uma outra limitação associada ao BEM é que ele depende fortemente das características hidrodinâmicas 2D de um hidrofólio, como os coeficientes de sustentação e arrasto. Esses coeficientes podem ser gerados experimentalmente ou numericamente, usando CFD ou códigos que utilizam o método dos painéis como o XFOIL. Para isso, o número de Reynolds baseado na corda deve ser conhecido. Ao ser calculado para uma seção específica, esse parâmetro depende tanto da corda da seção da pá quanto da velocidade relativa, ambos variando ao longo da envergadura. Consequentemente, é imprescindível especificar claramente a localização ao longo da envergadura da pá onde esses parâmetros devem ser calculados (EL-SHAHAT et al., 2020). Por exemplo, Willden et al. (2023) consideraram a posição $r/R = 0,8$ com a velocidade de projeto e Walker et al. (2014) adotaram a seção transversal $r/R = 0,7$ para calcular o número de Reynolds. A escolha apropriada do método de cálculo do número de Reynolds garante que mais fenômenos fluidodinâmicos sejam implicitamente considerados no BEM, como a transição da camada limite. A estimativa de desempenho da turbina pode ser melhorada ao calcular o número de Reynolds em cada uma das seções da pá e não apenas em uma posição representativa (EL-SHAHAT et al., 2020; ABUTUNIS; HUSSEIN; CHANDRASHEKHARA, 2019; RAHIMIAN; WALKER; PENESIS, 2018; CORRÊA; SOUZA, 2024)

Uma outra dificuldade que surge no estudo das turbinas hidrocinéticas é o fato de que elas dificilmente serão instaladas isoladamente. Em geral, serão instalados conjuntos de turbina, para tornar a produção de energia economicamente viável (PALM et al., 2010). Entretanto, a grande maioria das pesquisas de turbinas hidrocinéticas avaliam turbinas isoladas (ABUTUNIS; HUSSEIN; CHANDRASHEKHARA, 2019; EL-SHAHAT et al., 2020; KARAALIOGLU; BAL, 2022; LABIGALINI et al., 2021; LAZZERINI et al., 2022; MOHAMMADI et al., 2020; RAHIMIAN; WALKER; PENESIS, 2018; SILVA et al., 2017;

TIAN; MAO; DING, 2019) e aquelas que avaliam turbinas em conjunto, se limitam a avaliação do perfil de velocidades na esteira, sem avaliar o desempenho das turbinas (RAZI et al., 2022; SANTOS; CAMACHO; TIAGO FILHO, 2021; LO BRUTTO et al., 2016). Surge, então, a necessidade de uma metodologia capaz de avaliar o desempenho de uma instalação com mais de uma turbina. Nesses casos, é necessário considerar o efeito que a esteira de uma turbina causa no desempenho das turbinas próximas a ela para encontrar o melhor arranjo de turbinas, de forma a maximizar a eficiência da fazenda.

Como opção de método para a avaliação computacional de fazendas de turbinas, é possível utilizar CFD, seja simulando a geometria completa da turbina ou com aproximações, como a de disco rotativo. Em ambos os casos, a simulação de grandes estruturas (LES, do inglês *Large-Eddy Simulation*) é popularmente usada para estudar as características da esteira turbulenta (ISHIHARA; QIAN, 2018). Para reduzir o custo computacional, uma outra opção é o acoplamento entre CFD e BEM. Nesse caso, o processo é realizado de maneira iterativa: o código BEM estima a performance da turbina, esses dados são utilizados em uma simulação CFD com discos rotativos, que gera perfis de velocidade modificados nas regiões após as turbinas. Esses novos perfis são utilizados no BEM para o cálculo da nova performance. Como esse método considera a variação no escoamento causada pela presença da turbina, ele permite encontrar as melhores posições de instalação. Porém, por ser um método que envolve múltiplas simulações computacionais, apesar de seu custo computacional ser menor do que o CFD puro, seu custo computacional ainda é elevado.

Existem ainda os modelos analíticos, que são aproximações de baixa fidelidade usadas para simular o desempenho de conjuntos de turbinas. De acordo com Schreiber, Balbaa e Bottasso (2019), esses modelos incluem tanto um modelo das turbinas quanto um modelo das modificações no escoamento ambiente induzidas por suas esteiras, juntamente com suas interações mútuas. Os modelos analíticos de esteiras, ao contrário dos modelos de dinâmica de fluidos computacional de alta fidelidade, são simples, fáceis de implementar e computacionalmente baratos. Eles simulam apenas os efeitos médios macroscópicos das esteiras e não suas pequenas escalas e flutuações turbulentas, assim, tais modelos encontram aplicabilidade nos casos em que não é necessário resolver pequenas escalas espaciais e temporais, como o cálculo da produção de energia de uma usina hidrocínética em um horizonte de tempo suficientemente longo. Esses modelos também são úteis em problemas de otimização, onde um grande número de simulações pode ser necessário antes que uma solução seja alcançada, ou onde os cálculos precisam ser realizados em tempo real. Sendo assim, os modelos analíticos podem ser facilmente acoplados a um código de BEM para fornecer uma metodologia completa para estimar o desempenho de uma fazenda de turbinas hidrocínéticas, considerando os efeitos da esteira turbulenta.

A utilidade e aplicabilidade dos modelos analíticos são comprovadas pelo grande

número de estudos no assunto. O modelo mais amplamente utilizado foi proposto por Jensen (1983), e, apesar de datar de 1980, novos modelos e derivações dos modelos iniciais continuam sendo propostos em busca de uma melhor acurácia nos resultados (ISHIHARA; QIAN, 2018; SCHREIBER; BALBAA; BOTTASSO, 2019; LIANG; FANG, 2014; JUMP; MACLEOD; WILLS, 2020; DHIMAN; DEB; FOLEY, 2020; BASTANKHAH; PORTÉ-AGEL, 2014; QIAN; ISHIHARA, 2025; NIEBUHR et al., 2022; DOU et al., 2019; SANDOVAL et al., 2021; ZANG et al., 2025). Entretanto, poucos trabalhos abordam as turbinas hidrocínéticas, a maioria dos modelos propostos é pensada para turbinas eólicas.

Uma outra deficiência associada aos modelos existentes na literatura é que muitos deles, como o bem estabelecido modelo de Jensen (1983) e grande parte dos modelos derivados, garantem a conservação de massa apenas na região da esteira, mas não na integração radial completa do escoamento. Sendo assim, existe uma inconsistência física associada a tais modelos.

Tendo em vista o que foi exposto, o objetivo principal deste estudo é propor e validar uma nova metodologia para avaliação do desempenho de conjuntos de turbinas hidrocínéticas. Essa metodologia será construída a partir do desenvolvimento de um novo programa de computador baseado na metodologia BEM, com o uso de número de Reynolds local, e de um novo modelo de esteira híbrido Jensen-Gaussiano que respeita o balanço de massa. Associados, os dois serão aplicados a uma fazenda de turbinas hidrocínéticas, visando estimar o desempenho do conjunto com alta precisão e baixo custo computacional. Para isso, os perfis de velocidade obtidos pelo modelo proposto e a potência extraída pelas turbinas são comparados com dados da literatura e com resultados de modelos estabelecidos. Com a metodologia proposta, busca-se aumentar a acurácia na determinação do desempenho das turbinas, viabilizando a instalação destes equipamentos em mais regiões.

O ineditismo do presente trabalho se concentra na proposição de uma nova metodologia para avaliação do desempenho de fazendas de turbinas hidrocínéticas. Destaca-se que a metodologia utiliza um novo programa de computador e um novo modelo de esteira, desenvolvidos no âmbito da tese, ambos validados experimentalmente com mais de um conjunto de dados. A metodologia proposta forneceu resultados suficientemente acurados com baixo custo computacional.

1.1 Estrutura da tese

A presente tese encontra-se dividida em 5 capítulos. Neste primeiro capítulo foi apresentada uma breve contextualização sobre o tema, bem como os objetivos do trabalho. No capítulo 2, é apresentada uma revisão bibliográfica onde as características das turbinas hidrocínéticas são mostradas e o problema da utilização do BEM e de modelos analíticos de

esteira é detalhado. No capítulo 3, a metodologia utilizada é apresentada com detalhes dos problemas estudados, dos modelos matemáticos e numérico-computacionais utilizados. No capítulo 4, são apresentados os resultados obtidos juntamente com suas análises. Por fim, o capítulo 5 traz as conclusões obtidas, contribuições e limitações do presente trabalho.

2 Revisão bibliográfica

Neste capítulo são apresentados os principais conceitos relacionados às turbinas hidrocínéticas e seu princípio de funcionamento. Também é apresentada a base teórica dos métodos e modelos utilizados e, por fim, são apresentados estudos que vem sendo realizados para a evolução das turbinas hidrocínéticas.

2.1 Turbinas hidrocínéticas

Turbinas hidrocínéticas (MHK, do inglês *Marine Hydrokinetic*) são dispositivos projetados para converter diretamente a energia cinética de correntes naturais de água em energia mecânica e, posteriormente, em eletricidade. Diferentemente de sistemas hidrelétricos convencionais, essas turbinas operam sem a necessidade de barragens ou reservatórios, explorando correntes naturais em rios, canais de maré ou correntes oceânicas (KHAN et al., 2009).

Elas podem ser classificadas de acordo com a orientação do eixo de rotação em relação à direção do escoamento. As turbinas de eixo horizontal (HAHKT, do inglês *horizontal-axis hydrokinetic turbines*), como as mostradas na Figura 3, são as mais estudadas e utilizadas comercialmente. Seu funcionamento é similar ao das turbinas eólicas de eixo horizontal, utilizando perfis hidrodinâmicos nas pás para gerar forças de sustentação que produzem torque no rotor (BATCHELOR, 2000).



(a)



(b)

Figura 3 – Exemplos de turbinas hidrocínéticas de eixo horizontal retirados de (a) Nicholls-Lee, Turnock e Boyd (2008); (b) Li (2008)

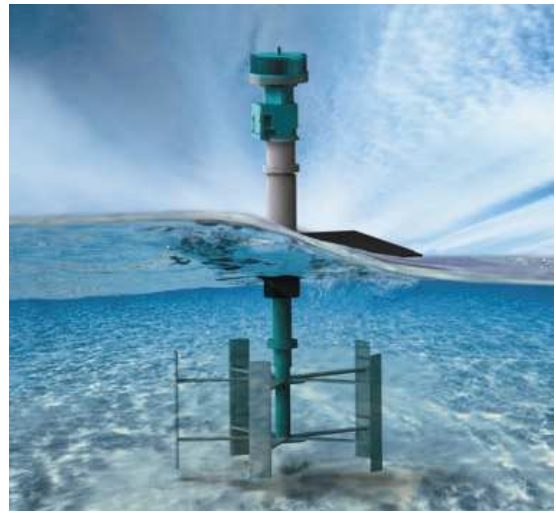
Em geral, esse tipo de turbina apresenta maior eficiência hidrodinâmica, sendo particularmente adequado para aplicações em correntes de maré e em rios com velocidades moderadas a elevadas. A maior parte das pesquisas experimentais e numéricas sobre

turbinas hidrocinéticas concentra-se nessa configuração (BAHAJ; MYERS; THOMSON, 2013; KHAN et al., 2009).

Já as turbinas de eixo vertical (VAHKT, do inglês *vertical-axis hydrokinetic turbines*) apresentam o eixo de rotação perpendicular ao escoamento, conforme mostrado na Figura 4. Entre os principais exemplos estão as turbinas do tipo Darrieus e Savonius. Uma vantagem importante dessa configuração é a independência da direção da corrente, eliminando a necessidade de mecanismos de orientação (KHAN et al., 2009). Entretanto, essas turbinas geralmente apresentam menor eficiência hidrodinâmica quando comparadas às turbinas de eixo horizontal e podem apresentar maiores variações de torque durante a rotação.



(a)



(b)

Figura 4 – Exemplos de turbinas hidrocinéticas de eixo vertical retirados de (a) Liu (2018); (b) Hydrovolts (2009)

O princípio de funcionamento dessas turbinas é análogo ao das turbinas eólicas. Ambas convertem a energia cinética de um fluido em potência mecânica por meio da interação entre o escoamento e as pás do rotor. A principal diferença está nas propriedades físicas do fluido de trabalho. A água possui massa específica aproximadamente 800 vezes maior que a do ar, o que permite maior densidade de potência para velocidades de escoamento relativamente menores (BAHAJ; MYERS; THOMSON, 2013).

A potência cinética disponível em um escoamento uniforme pode ser estimada por

$$P = \frac{1}{2} \rho A U^3 \quad (2.1)$$

sendo ρ a massa específica do fluido, A a área varrida pelo rotor e U a velocidade média da corrente. Na prática, apenas uma fração dessa potência pode ser extraída pelo rotor, sendo o limite teórico estabelecido pelo limite de Betz, que indica que no máximo 59,3 %

da potência cinética disponível pode ser convertida por uma turbina ideal (BETZ, 1920; BURTON et al., 2011).

Como a potência disponível no escoamento é proporcional à massa específica do fluido e ao cubo da velocidade pela relação descrita na Equação 2.1, correntes de água relativamente lentas podem conter quantidade de energia comparável à de ventos muito mais intensos. Por exemplo, uma corrente de água de aproximadamente 2 m/s possui densidade de potência semelhante a um vento de cerca de 10 m/s (KHAN et al., 2009).

Além das diferenças relacionadas às propriedades do fluido, as condições do escoamento e as características estruturais dos equipamentos também diferem entre turbinas eólicas e hidrocínéticas. Para entender tais diferenças, é necessário entender como a energia cinética presente no escoamento de fluido é transformada em potência por essas turbinas.

O escoamento que acontece ao redor das pás da turbina é chamado escoamento externo, que é o que ocorre quando um corpo sólido (turbina) está imerso em um fluido (água no caso da turbina hidrocínética e ar na turbina eólica). Conforme explicado por Çengel e Cimbala (2007), quando o fluido se move ao redor da pá, surgem duas distribuições de forças: a de pressão, que é perpendicular à superfície do corpo, e a de cisalhamento, tangencial à superfície. O somatório sobre a área do objeto imerso de tais distribuições de forças na direção do escoamento é denominada força de arrasto (F_D , do inglês *drag force*) e a componente na direção normal ao escoamento é a força de sustentação (F_L , do inglês *lift force*). Essas forças são mostradas na Figura 5.

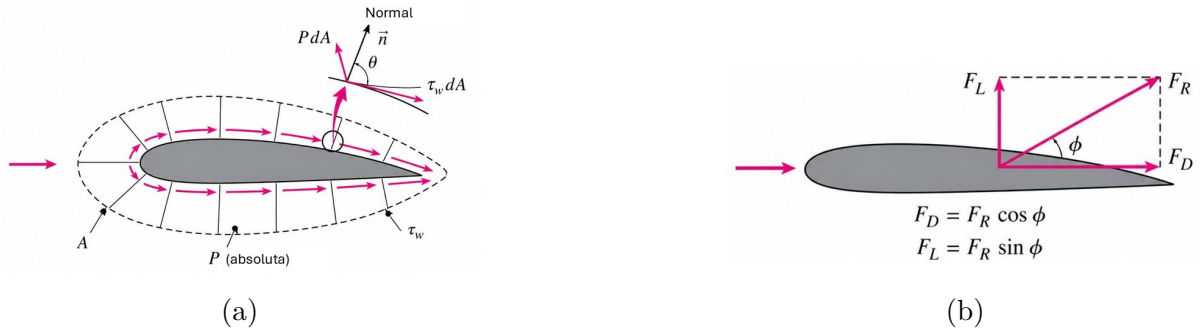


Figura 5 – Escoamento externo em um perfil aerodinâmico (a) forças de pressão e cisalhamento; (b) forças de arrasto e sustentação (ÇENGEL; CIMBALA, 2007)

Para entender o mecanismo físico de surgimento das forças, é importante lembrar que as pás das turbinas são compostas por perfis, geralmente denominados aerofólios (ou hidrofólios quando operam em água). Quando esse perfil é exposto a um escoamento uniforme estando com um determinado ângulo de ataque (α), definido como o ângulo entre a direção do escoamento incidente e a linha de corda do perfil, a geometria do aerofólio e o ângulo de ataque fazem com que o escoamento acelere mais sobre o extradorso e menos sobre o intradorso, produzindo uma diferença de pressão entre as duas faces do perfil. As regiões onde a velocidade do escoamento é maior correspondem a pressões menores,

enquanto regiões de menor velocidade correspondem a pressões maiores. Essa diferença de pressão entre a face superior e inferior do aerofólio gera a força de sustentação. Já as forças viscosas associadas à tensão de cisalhamento do escoamento na camada limite e ao gradiente adverso de pressão, que gera a formação da esteira a jusante do aerofólio resultam na força de arrasto. As variáveis geométricas citadas, assim como outras importantes no estudo de escoamento externo ao redor de perfil aerodinâmico são mostradas na Figura 6.

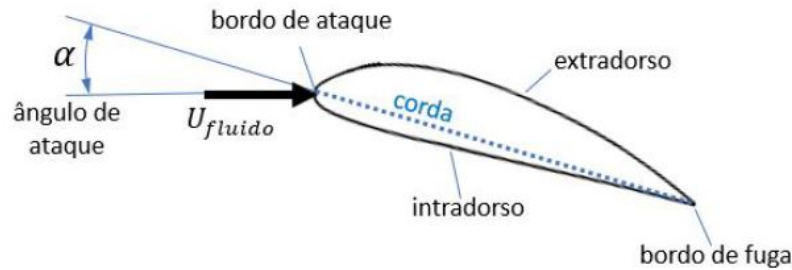


Figura 6 – Terminologia aplicada no estudo do escoamento externo de um perfil aerodinâmico (IGNACIO, 2022)

Um outro fenômeno importante associado a esse escoamento acontece em elevados ângulos de ataque. De maneira geral, o coeficiente de sustentação cresce aproximadamente de forma linear com o ângulo de ataque. Entretanto, quando o ângulo de ataque ultrapassa um valor crítico (α_{stall}), ocorre separação da camada limite, resultando na redução abrupta da sustentação e aumento significativo do arrasto. Esse fenômeno é conhecido como estol (ou em inglês, *stall*) (WHITE, 2011).

Considerando o mecanismo de funcionamento e o comportamento do escoamento nas turbinas, outra diferença importante entre as turbinas hidrocínéticas e as eólicas está na intensidade das cargas hidrodinâmicas. Devido à elevada massa específica da água, as forças exercidas sobre as pás das turbinas hidrocínéticas são significativamente maiores que aquelas observadas em turbinas eólicas. Como consequência, os rotores hidrocínéticos geralmente operam com menores velocidades de rotação e apresentam estruturas mais robustas para suportar esforços hidrodinâmicos elevados (BAHAJ; MYERS; THOMSON, 2013).

As condições do escoamento também diferem substancialmente entre os dois sistemas. O escoamento atmosférico apresenta grande variabilidade temporal e espacial, sendo influenciado por efeitos meteorológicos e pela rugosidade do terreno. Em contraste, correntes marinhas e fluviais tendem a ser mais previsíveis, especialmente em aplicações de energia de maré, nas quais o movimento da água é governado por ciclos geofísicos bem definidos (BAHAJ, 2011). Além disso, o ambiente operacional de turbinas hidrocínéticas apresenta desafios adicionais, como interação com a superfície livre, presença de ondas na superfície, presença de sedimentos, bioincrustação, corrosão e efeitos de cavitação. Esses

fatores podem influenciar tanto o desempenho hidrodinâmico quanto a durabilidade dos equipamentos (MYERS; BAHAJ, 2010).

Do ponto de vista hidrodinâmico, outra diferença relevante está no confinamento do escoamento. Turbinas eólicas operam em um meio praticamente ilimitado, enquanto turbinas hidrocínéticas frequentemente operam em ambientes parcialmente confinados, como rios ou canais, nos quais efeitos de bloqueio podem alterar significativamente o campo de velocidades e a eficiência do rotor (GARRETT; CUMMINS, 2007).

Apesar dessas diferenças, muitos conceitos desenvolvidos na área de energia eólica, como teoria do disco atuador, modelos de esteira e métodos baseados em elementos de pá, são amplamente aplicados na análise e no projeto de turbinas hidrocínéticas, com adaptações para considerar as particularidades do ambiente aquático (BURTON et al., 2011). Para fazer tais adaptações e verificar a validade dos métodos, é imprescindível estudar as turbinas hidrocínéticas separadamente.

2.1.1 Seleção de locais de instalação

A seleção do local de instalação é um dos fatores mais importantes no desenvolvimento de projetos de transformação de energia hidrocínética em energia elétrica. A viabilidade técnica e econômica desses sistemas depende fortemente das características hidrodinâmicas do local, como velocidade média da corrente, profundidade da água, variabilidade temporal do escoamento, intensidade da turbulência e características geomorfológicas do fundo (KHAN et al., 2009; BAHAJ, 2011; FRAENKEL, 2010; IGNACIO, 2022).

A profundidade da água desempenha papel fundamental no projeto e na instalação de turbinas hidrocínéticas. De acordo com Fraenkel (2010), locais muito rasos limitam o diâmetro máximo do rotor e podem aumentar os efeitos da interação com a superfície livre e com o fundo. Por outro lado, profundidades muito elevadas aumentam os custos de instalação, ancoragem e manutenção das estruturas submersas. Em projetos comerciais de energia de maré, profundidades típicas para instalação de turbinas variam entre 20 e 60 m, dependendo do tipo de fundação e do sistema de ancoragem adotado.

A velocidade da corrente é o fator dominante na estimativa do recurso energético disponível, uma vez que a potência disponível varia com o cubo da velocidade, o que implica que pequenas variações na intensidade da corrente podem resultar em mudanças significativas no potencial energético disponível. De modo geral, projetos comerciais de turbinas hidrocínéticas são considerados tecnicamente viáveis em locais onde as velocidades médias da corrente excedem aproximadamente 1,5 a 2,0 m/s, embora sistemas de menor tamanho possam operar em velocidades mais baixas (BAHAJ; MYERS; THOMSON, 2013; KHAN et al., 2009). As velocidades das correntes oceânicas variam significativamente

dependendo do mecanismo que as gera, podendo estar associadas a correntes de maré, circulação oceânica de grande intensidade ou processos costeiros locais. Entre essas, as correntes de maré apresentam grande interesse para geração de energia devido à sua previsibilidade e intensidade relativamente elevada, com velocidades superiores a 3 – 4 m/s sendo observadas em estreitos oceânicos ou canais costeiros (BAHAJ, 2011; GARRETT; CUMMINS, 2007).

Algumas das regiões mais estudadas para transformação de energia hidrocínética em energia elétrica incluem estreitos e canais onde o escoamento da maré é acelerado pela geometria do fundo oceânico, como o Pentland Firth, localizado entre a Escócia e as Ilhas Órcades, onde as velocidades das correntes de água podem atingir valores superiores a 4 m/s. De acordo com Neill, Hashemi e Lewis (2017), essa característica torna a região uma das áreas com maior potencial de energia de maré no mundo.

Segundo Garrett e Cummins (2007), outro exemplo relevante é a Baía de Fundy, no Canadá, onde a grande amplitude da maré gera correntes que podem ultrapassar 5 m/s em determinados canais. Regiões com potencial significativo também foram identificadas no Estreito de Cook, na Nova Zelândia, e em diversas áreas do litoral do Reino Unido e da França.

Além das correntes de maré, correntes oceânicas de grande intensidade também apresentam potencial energético. A Corrente do Golfo, por exemplo, possui velocidades típicas entre 1 e 2 m/s em algumas regiões do Atlântico Norte, sendo objeto de diversos estudos sobre transformação de energia oceânica (VEGA, 2017).

Olhando para o Brasil especificamente, o país possui um litoral com aproximadamente 7.400 km de extensão, ao longo do qual diferentes processos oceanográficos produzem correntes com potencial energético significativo (Empresa de Pesquisa Energética, 2020). Entre os principais sistemas de circulação que influenciam o litoral brasileiro destacam-se a Corrente do Brasil e a Corrente Norte do Brasil, ambas associadas ao giro subtropical do Atlântico Sul (SILVEIRA et al., 2000). Estudos sobre o potencial de energia oceânica no Brasil indicam que as regiões Norte e Nordeste apresentam condições particularmente favoráveis para exploração de energia de correntes e marés, devido às maiores amplitudes de maré e à presença de estuários amplos com intensificação de correntes (Empresa de Pesquisa Energética, 2020).

Nesse sentido, Magalhaes et al. (2016) mostram que a Baía de São Marcos, localizada no estado do Maranhão, conforme mostrado na Figura 7, se destaca como uma das regiões com maior potencial para exploração de energia de correntes de maré. A região apresenta amplitudes de maré superiores a 7 m, resultando em correntes intensas em diversos canais da baía, conforme mostrado na Figura 8a. Simulações hidrodinâmicas mostradas na Figura 8b indicam que algumas áreas da baía apresentam densidades de potência superiores a 1 kW/m², tornando-as candidatas promissoras para instalação de turbinas hidrocínéticas.

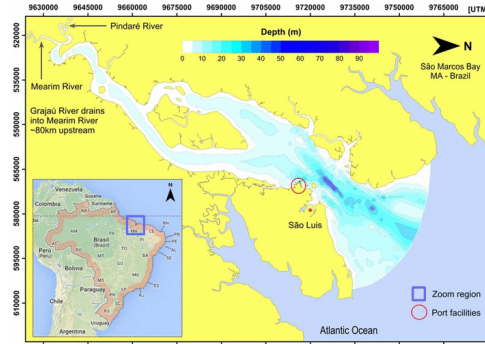
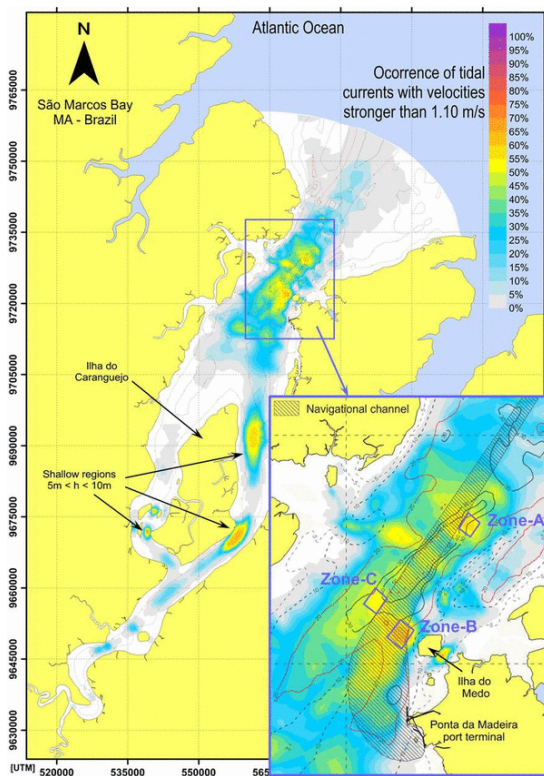
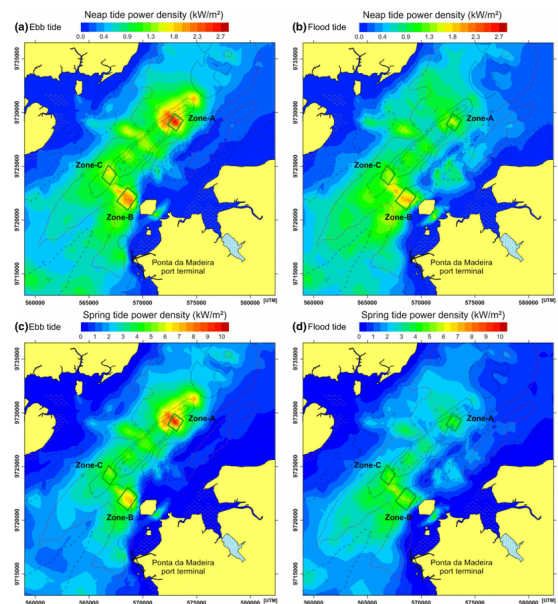


Figura 7 – Localização da Baía de São Marcos (MAGALHAES et al., 2016)



(a) Frequência de ocorrência de velocidades maiores que 1,10 m/s



(b) Densidade de potência de maré por metro quadrado

Figura 8 – Dados da Baía de São Marcos (MAGALHAES et al., 2016)

Rosman et al. (2013) mostram que o estuário do Rio Pará, localizado na região amazônica também apresenta potencial significativo. Esse estuário apresenta grande largura e profundidades que podem atingir cerca de 70 m, além de correntes de maré intensas associadas à grande amplitude de maré da região. Essas características hidrodinâmicas tornam o estuário uma área de interesse para estudos de aproveitamento hidrocínético.

2.2 Teoria do BEM

A teoria do *Blade Element Momentum* (BEM, Quantidade de Movimento Linear do Elemento de Pá) interliga a teoria do atuador de disco, ou teoria da quantidade de

movimento linear (MT, do inglês *Momentum Theory*), com a teoria do elemento de pá (BET, do inglês *Blade Element Theory*). Apesar de ser um método simples, o BEM permite uma representação precisa das cargas aerodinâmicas que atuam no rotor de uma turbina eólica em regime permanente, desde que as hipóteses adotadas no modelo não sejam violadas (MARTEN et al., 2021). Essa teoria foi desenvolvida inicialmente para turbinas eólicas, mas pode ser estendida para turbinas hidrocinéticas.

A teoria da quantidade de movimento linear assume um escoamento de entrada estacionário, incompressível e axissimétrico de um fluido invíscido. Com essas hipóteses, o plano do rotor é tratado como um disco atuador que causa uma queda de pressão uniforme sobre a área do rotor enquanto a velocidade do escoamento varia continuamente através do disco. Em sua forma mais simples, a teoria do disco atuador assume que a velocidade através do plano do rotor não contém um componente tangencial e que as pressões a montante e a jusante do rotor são iguais à pressão ambiente, conforme mostrado na Figura 9 (MARTEN et al., 2021).

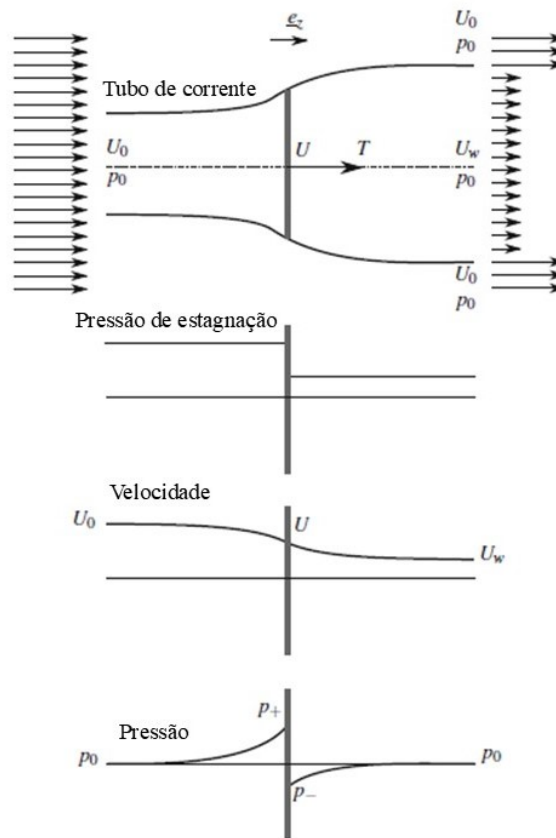


Figura 9 – Evolução da velocidade e da pressão na teoria do disco atuador (BRANLARD, 2017)

De acordo com Marten et al. (2021), essas hipóteses permitem o cálculo do desempenho do rotor (potência e empuxo) e a velocidade no plano do rotor invocando o balanço de massa e balanço de quantidade de movimento linear. A introdução do fator de indução

axial, a , permite expressar a velocidade no plano do rotor, U , como função da velocidade de entrada, U_0 .

$$U = (1 - a)U_0 \quad (2.2)$$

Os coeficientes de potência, C_P , e de empuxo, C_T , também podem ser calculados com base no fator de indução axial.

$$C_P = 4a(1 - a)^2 \quad (2.3)$$

$$C_T = 4a(1 - a) \quad (2.4)$$

Os fatores de indução axial, a , e tangencial, a' , são utilizados, ainda, para o cálculo do torque, dQ , e do empuxo, dT , conforme as Equações 2.5 e 2.6 (BRANLARD, 2017).

$$dQ_{MT} = \frac{1}{2}\rho U_0^2 r dA [4a'F(1 - a)\lambda_r] \quad (2.5)$$

$$dT_{MT} = \frac{1}{2}\rho U_0^2 dA [4aF(1 - a)] \quad (2.6)$$

Sendo F o fator de correção,

$$a = \frac{U_0 - U}{U_0} \quad (2.7)$$

$$a' = \frac{\omega}{2\Omega} \quad (2.8)$$

$$\lambda_r = \frac{\Omega r}{U_0} \quad (2.9)$$

em que Ω é a velocidade angular do rotor, ω é a velocidade angular transmitida à esteira, r a posição radial, λ_r a relação de velocidade tangencial da posição radial r e a velocidade de entrada. Quando calculado na ponta da pá ($r=R$), ele é chamado de λ ou TSR (do inglês *Tip Speed Ratio*, relação de velocidade de ponta).

Já a teoria do elemento de pá permite o cálculo das cargas que atuam em um rotor com base nas propriedades geométricas e aerodinâmicas de seções de pá individuais no sentido da envergadura. A pá é dividida em um número discreto de seções distribuídas radialmente. As cargas em cada seção são calculadas assumindo que o escoamento é localmente bidimensional e no plano da seção do aerofólio. Isso permite o uso de coeficientes

bidimensionais de sustentação, arrasto e momento, juntamente com a velocidade relativa do escoamento, para determinar as forças na seção do aerofólio (MARTEN et al., 2021). As forças atuantes são mostradas na Figura 10.

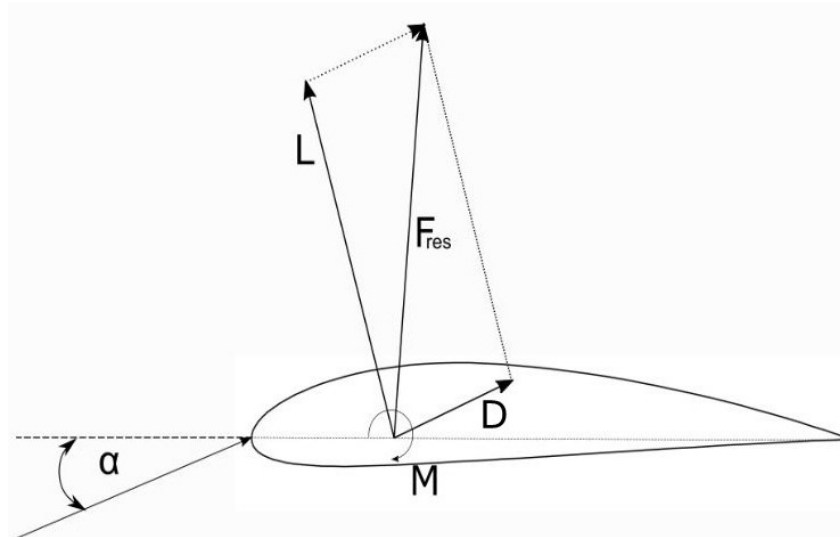


Figura 10 – Forças atuantes no plano da seção do aerofólio (MARTEN et al., 2021)

A ligação entre a teoria da quantidade de movimento linear e a teoria do elemento de pá que resulta no BEM é ilustrada no fluxograma da Figura 11. Como dados de entrada, o método precisa de informações do escoamento (massa específica do fluido e velocidade), aerofólio (perfil, número de seções, corda e ângulo de torção de cada uma das seções), rotor (raio, número de pás, raio do cubo e TSR) e curvas de coeficiente de arrasto e sustentação, em função do ângulo de ataque, para o número de Reynolds do problema. Como esse parâmetro adimensional depende da velocidade e do comprimento característicos, ele varia ao longo da pá. Então, é definida uma posição em que esse parâmetro será calculado e ele é utilizado como o número de Reynolds representativo do problema. Por exemplo, Willden et al. (2023) calculam este parâmetro em 80 % da envergadura e Walker et al. (2014) em 70 %. Com esse conjunto de dados, o método BEM tem início calculando a velocidade angular da turbina e o ângulo de entrada. Para isso, o fator de indução axial e o fator de indução tangencial são inicializados com estimativas iniciais, que podem ser feitas por diferentes métodos, como por exemplo o de Moriarty (MORIARTY; HANSEN, 2005).

Seguindo a teoria do elemento de pá, o cálculo das forças é feito dividindo a pá em seções. Dessa forma, após determinar os dados iniciais, o BEM calcula o ângulo de ataque para cada seção da pá e interpola linearmente o valor dos coeficientes de sustentação e arrasto das curvas fornecidas para esse ângulo encontrado. Com essas informações, é possível calcular as forças normal e tangencial, assim como as perdas na ponta da pá e no cubo. O cálculo dessas perdas é necessário, pois devido à natureza bidimensional da teoria BEM, os efeitos tridimensionais não são considerados. Isso leva a grandes desvios das quantidades de fluxo em comparação com os dados medidos da turbina, particularmente

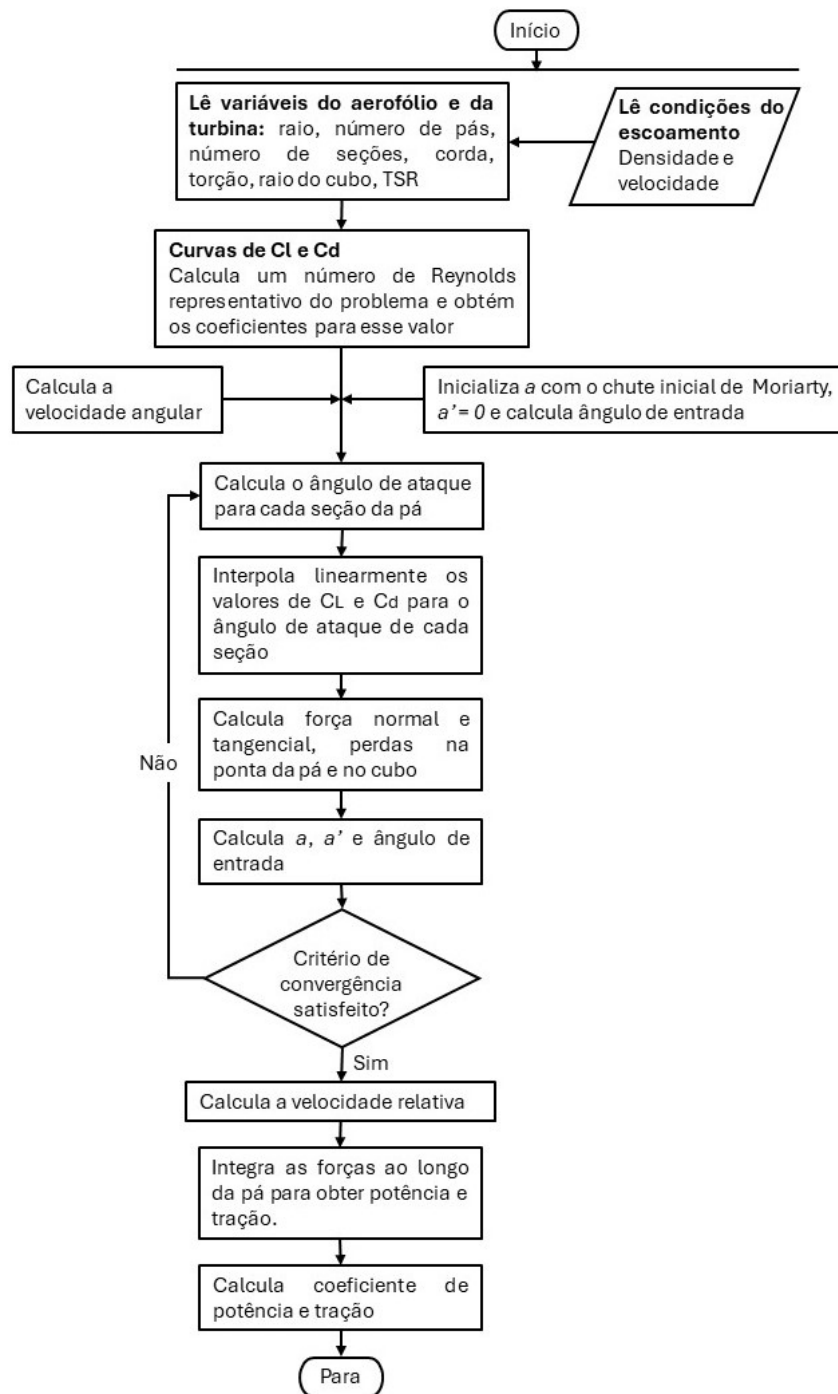


Figura 11 – Fluxograma ilustrando o método BEM

em regiões onde ocorrem fortes mudanças na circulação da pá. Para melhorar a precisão dos resultados do BEM, é possível implementar fatores de correção, como a correção de perda na ponta da pá de Prandtl e a correção 3D (MARTEN et al., 2021).

A correção de ponta de pá de Prandtl é utilizada para estimar o efeito do escoamento radial na esteira de fuga. A condição ótima para uma hélice é obtida se os vórtices de fuga na esteira final, encontram-se em uma superfície de parafuso regular, que tem importantes componentes axiais e rotacionais, mas o componente radial é desprezível. Perto do limite

do cone de aspiração, no entanto, o ar adquire uma importante velocidade radial. O efeito da componente radial é estimado pelo fator de redução de Prandtl ($F_{Prandtl}$) (GLAUERT, 1935).

$$F_{Prandtl} = \frac{2}{\pi} \arccos e^{-f} \quad (2.10)$$

Sendo

$$f = \frac{B(R-r)}{2r \sin \Phi} \quad (2.11)$$

onde B é o número de pás, R o raio da ponta da pá e Φ o ângulo do escoamento, definido na Figura 12.

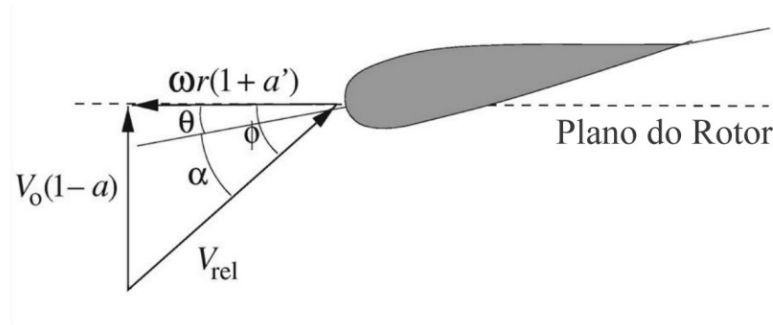


Figura 12 – Ângulos de ataque (α), torção (θ) e do escoamento (Φ) (PURACA, 2019).

$F_{Prandtl}$ é, portanto, um fator de redução que deve ser aplicado às equações de quantidade de movimento linear em um raio r , uma vez que representa o fato de que apenas uma fração F do fluido entre as camadas de vórtice sucessivas do cone de aspiração recebe o efeito total do movimento dessas camadas (GLAUERT, 1935).

Já a correção 3D é feita utilizando o método de correção de efeitos tridimensionais proposto por Snel, Houwink e Piers (1992), que introduz uma modificação semiempírica dos coeficientes aerodinâmicos bidimensionais com o objetivo de capturar os efeitos da rotação da pá, sobretudo em regimes de escoamento separado. Conforme apresentado por Snel, Houwink e Piers (1992), a principal motivação do modelo reside na discrepância observada entre dados experimentais de rotores e previsões baseadas em aerofólios 2D, particularmente no que se refere ao atraso de estol e ao aumento do coeficiente de sustentação em regiões internas da pá (SNEL; HOUWINK; PIERS, 1992; SNEL; SCHEPERS; MONTGOMERIE, 1993; ANAC, 2026).

A formulação parte da decomposição do coeficiente de sustentação em duas contribuições: uma associada ao comportamento potencial (escoamento não separado) e outra associada aos efeitos viscosos e de separação. Para isso, define-se inicialmente o coeficiente de sustentação potencial $C_{l,pot}$, frequentemente aproximado pela teoria de aerofólios finos como

$$C_{l,\text{pot}} = 2\pi\alpha \quad (2.12)$$

onde α é o ângulo de ataque efetivo em radianos. Já o coeficiente de sustentação bidimensional real ($C_{l,2D}$) incorpora os efeitos de separação e é obtido a partir de dados experimentais ou de ferramentas numéricas (SNEL; HOUWINK; PIERS, 1992; SNEL, 1991).

A correção tridimensional proposta por Snel, Houwink e Piers (1992) é então formulada como uma recuperação parcial da diferença entre o comportamento potencial e o comportamento separado, ponderada por um fator que depende da geometria local e da posição radial. Assim, o coeficiente corrigido é dado por

$$C_{l,3D} = C_{l,2D} + f_{3D} (C_{l,\text{pot}} - C_{l,2D}) \quad (2.13)$$

onde f_{3D} representa a intensidade dos efeitos tridimensionais associados à rotação.

Esse fator é função de parâmetros adimensionais locais, sendo classicamente expresso como proporcional à razão de solidez local (c/r). Uma forma amplamente utilizada da correção é dada por

$$C_{l,3D} = C_{l,2D} + 3,1 \left(\frac{c}{r}\right)^2 (C_{l,\text{pot}} - C_{l,2D}) \quad (2.14)$$

evidenciando que a razão c/r é o parâmetro dominante na quantificação dos efeitos tridimensionais (SNEL; SCHEPERS; MONTGOMERIE, 1993; LINDENBURG, 2002; SØRENSEN, 1999).

Uma extensão relevante da formulação original consiste na inclusão da dependência com λ_r . Nesse caso, a correção pode ser escrita como

$$C_{l,3D} = C_{l,2D} + 3,1 \left(\frac{\Omega r}{U_{\text{eff}}}\right)^2 \left(\frac{c}{r}\right)^2 (C_{l,\text{pot}} - C_{l,2D}) \quad (2.15)$$

ou, de forma equivalente, em termos de λ_r , evidenciando a influência da rotação (SNEL; HOUWINK; PIERS, 1992).

Além da correção no coeficiente de sustentação, a formulação original indica que os efeitos tridimensionais atuam predominantemente sobre C_l , sendo o impacto sobre o coeficiente de arrasto geralmente considerado secundário. Essa hipótese é corroborada por estudos como o de Chaviaropoulos e Hansen (2000).

Do ponto de vista físico, o termo $(C_{l,\text{pot}} - C_{l,2D})$ representa o déficit de sustentação devido à separação do escoamento. O fator f_{3D} modela a recuperação desse déficit em

função dos efeitos de rotação, incluindo forças centrífugas e de Coriolis, responsáveis pelo atraso do estol (HIMMELSKAMP, 1947; SNEL; SCHEPERS; MONTGOMERIE, 1993).

No contexto da implementação numérica em algoritmos BEM, a correção 3D é aplicada localmente em cada elemento de pá, dentro do processo iterativo de cálculo dos fatores de indução axial e tangencial. Essa correção apresenta maior impacto em regiões de baixo r/R , onde a razão c/r é mais elevada (SNEL; SCHEPERS; MONTGOMERIE, 1993; HANSEN, 2000; SHEN; SØRENSEN, 1999).

Com as forças e correções calculadas, são calculados novos valores de indução axial, tangencial e ângulo de entrada. O erro da iteração é calculado e, caso não esteja dentro do critério de convergência estabelecido, esses novos valores são utilizados para iniciar uma nova iteração. Quando o critério de convergência for satisfeito, o código segue para as próximas seções, até que tenha as forças calculadas para todas as seções da pá. Em seguida, é calculada a velocidade relativa para cada seção e, finalmente, as forças são integradas ao longo da pá para obter a potência e o empuxo e, subsequentemente os coeficientes de potência e empuxo.

2.3 Modelos de esteira

A extração de energia por meio de turbinas, sejam elas eólicas ou hidrocínéticas, se dá pela passagem do escoamento de um fluido que gera forças de sustentação, movimentando a turbina, que está conectada a um gerador que faz a conversão de energia mecânica em energia elétrica. Do ponto de vista da dinâmica dos fluidos, o rotor da turbina exerce uma força no escoamento, causando a redução da quantidade de movimento linear. Consequentemente, por se tratar de um escoamento incompressível, para respeitar o balanço de massa e de quantidade de movimento linear, existe uma redução da velocidade imediatamente após o rotor (PALM et al., 2010).

Assim, ao analisar duas ou mais turbinas hidrocínéticas posicionadas na vizinhança uma da outra, a interferência entre elas se torna importante tanto para determinar a carga estrutural quanto a produção de energia. Isso porque a eficiência da turbina depende primariamente da distribuição de velocidades do fluido no plano do rotor, enquanto a carga depende tanto da velocidade quanto da turbulência (LARSEN, 1988). Dessa forma, torna-se necessário conhecer o perfil de velocidades na esteira formada após a turbina para, assim, conhecer o perfil de velocidade na entrada das turbinas subsequentes.

Para entender como encontrar o perfil de velocidades a jusante de uma turbina, é necessário compreender o fenômeno físico de formação e crescimento da esteira. A esteira é uma região atrás da turbina em que predominam os fenômenos físicos de redução da velocidade, causando uma redução na potência de saída das turbinas a jusante, e aumento da turbulência, o que aumenta a carga nas turbinas subsequentes. O aumento

da turbulência logo após a turbina se deve às estruturas turbilhonares geradas pelas pontas das pás e pela perturbação causada de maneira geral pelo escoamento induzido pela movimentação da turbina. Esse tipo de turbulência é caracterizado por uma alta frequência e decai rapidamente. Assim, essa região perturbada próxima à turbina desaparece após uma distância de cerca de cinco a seis vezes o diâmetro do rotor a jusante. O gradiente de velocidade existente entre a esteira e o escoamento livre, faz com que apareça turbulência devido ao cisalhamento, que faz com que a quantidade de movimento linear seja transferida da corrente livre para a esteira, mas a perda de quantidade de movimento linear total causada pela turbina é mantida. Dessa forma, a esteira e o escoamento adjacente a ela, começam a se misturar e a zona de mistura se difunde, de forma que o raio da esteira aumenta. Assim, a esteira recupera velocidade e se expande até que a velocidade de corrente livre seja recuperada a jusante da turbina. Consequentemente, na região de esteira distante, o fenômeno físico dominante é a turbulência, mais especificamente, a turbulência do ambiente e gerada pelo cisalhamento. Ou seja, nessa região não existe efeito significativo da geometria do rotor (CRESPO; HERNANDEZ, 1996; GOCMEN et al., 2016; LO BRUTTO et al., 2016). O comportamento explicado é ilustrado na Figura 13.

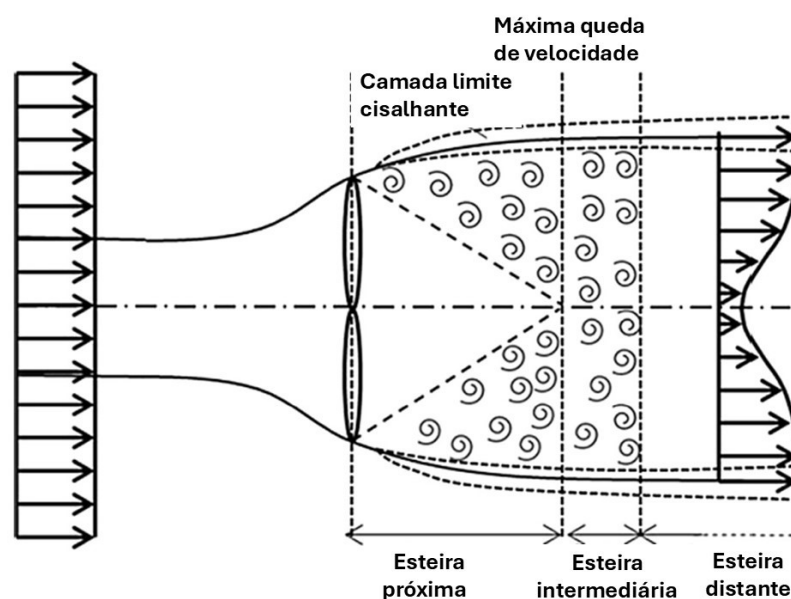


Figura 13 – Turbulência na esteira de uma turbina. Adaptação de Lo Brutto et al. (2016)

Para modelar esse comportamento, ao longo dos anos foram propostos diversos modelos empíricos para turbinas eólicas (JENSEN, 1983; LARSEN, 1988; NIENHUIS, 1992). Com o desenvolvimento das turbinas hidrocínéticas, faz-se necessário realizar uma análise semelhante para suas fazendas.

Como os modelos existentes foram desenvolvidos para turbinas eólicas, é necessário verificar se os mesmos são aplicáveis no caso das hidrocínéticas. Para isso, é necessário realizar uma análise de semelhança. A teoria de análise dimensional e semelhança mostra que para que os casos sejam considerados semelhantes, ou seja, para que os mesmos

modelos possam ser aplicados, os parâmetros adimensionais relevantes precisam possuir o mesmo valor ou faixa de valores. Dentre os parâmetros adimensionais existentes, o mais relevante para o estudo de esteiras turbinas eólicas e hidrocínéticas é o número de Reynolds, uma vez que se trata de um escoamento incompressível. Esse número representa a razão entre forças inerciais e viscosas e, portanto, determina o regime do escoamento (laminar, transicional ou turbulento) (WHITE, 2011).

O número de Reynolds é dado por

$$Re = \frac{\rho U L}{\mu} \quad (2.16)$$

em que U é a velocidade característica do escoamento, L é o comprimento característico do escoamento, ρ e μ são a massa específica e a viscosidade dinâmica do fluido, respectivamente. No caso da avaliação do comportamento da esteira de uma turbina, o comprimento característico é o diâmetro do rotor e a velocidade característica a velocidade de entrada do fluido.

No caso de turbinas eólicas, experimentos em turbinas de tamanho real indicam que os perfis aerodinâmicos operam em números de Reynolds da ordem de 10^6 a 10^7 (SNEL; SCHEPERS; MONTGOMERIE, 1993; HANSEN, 2000). Ensaios em turbinas de tamanho reduzido e em túnel de vento, como os conduzidos no contexto do projeto UAE do NREL, apresentam valores típicos entre 10^5 e 10^6 (HAND; SIMMS; FINGERSH, 2001). Nesses regimes, o escoamento é predominantemente turbulento, especialmente na esteira próxima e intermediária da turbina. Larsen (1988) mostra que para uma turbina eólica típica o número de Reynolds é aproximadamente $1,7 \times 10^7$.

Para turbinas hidrocínéticas, experimentos reportam números de Reynolds na faixa de 10^5 a 10^6 em turbinas de tamanho laboratorial (BAHAJ; MYERS; THOMSON, 2013; HARVEY et al., 2023), enquanto dispositivos em tamanho real podem atingir valores superiores a 10^7 (MYERS; BAHAJ, 2010).

Logo, apesar da diferença de fluido, os valores de número de Reynolds se encontram na mesma faixa de valores. Isso decorre da menor viscosidade cinemática da água ($\nu \approx 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) em comparação com o ar ($\nu \approx 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$). Além disso, do ponto de vista experimental, observa-se que, tanto para turbinas eólicas quanto hidrocínéticas, os coeficientes globais de desempenho e as características da esteira tornam-se pouco sensíveis ao número de Reynolds quando $Re > 10^5$ (HANSEN, 2000; BAHAJ; MYERS; THOMSON, 2013). Nesse regime, o escoamento é plenamente turbulento, e os efeitos viscosos ficam restritos à camada limite, não influenciando significativamente a estrutura macroscópica da esteira.

Os modelos de esteira tradicionais, como os de Jensen (1983) e Larsen (1988), são baseados em balanços de quantidade de movimento linear e assumem uma expansão linear

da esteira sob regime turbulento. Nessas formulações, a viscosidade do fluido não aparece explicitamente, sendo os resultados dependentes principalmente do coeficiente de empuxo (C_T) e da taxa de expansão da esteira. Como esses parâmetros tornam-se aproximadamente independentes do número de Reynolds em regimes elevados, a formulação mantém sua validade para diferentes fluidos.

Outro ponto importante é que estudos comparativos entre turbinas eólicas e hidrocínéticas demonstram que ambas compartilham os mesmos princípios físicos de extração de energia e apresentam estruturas de esteira similares, diferindo principalmente pela massa específica do fluido (BATCHELOR, 2000; MYERS; BAHAJ, 2010). Assim, uma vez garantida a similaridade em termos de número de Reynolds, a dinâmica da esteira é governada predominantemente por efeitos inerciais.

Portanto, a partir da análise dimensional e da evidência experimental disponível, nota-se que modelos de esteira desenvolvidos para turbinas eólicas podem ser aplicados a turbinas hidrocínéticas, desde que ambas operem em regimes de alto número de Reynolds. Nessas condições, a similaridade dinâmica assegura que a estrutura da esteira e sua evolução espacial sejam adequadamente descritas por modelos originalmente desenvolvidos para escoamentos em ar.

2.4 Estado da arte da modelagem de turbinas hidrocínéticas e de suas esteiras

O estudo do desempenho hidrodinâmico de turbinas hidrocínéticas, dos mecanismos de formação e recuperação de suas esteiras e dos efeitos de interação em arranjos múltiplos tem sido amplamente desenvolvido nas últimas décadas, impulsionado pela necessidade de expandir o uso de fontes renováveis de energia com baixo impacto ambiental. As turbinas hidrocínéticas de eixo horizontal destacam-se como uma das tecnologias mais promissoras para conversão da energia cinética do escoamento em energia elétrica, apresentando princípios de funcionamento semelhantes aos das turbinas eólicas, porém operando em um meio de maior massa específica, maiores esforços hidrodinâmicos e condições de escoamento significativamente distintas.

Nesse contexto, diferentes abordagens têm sido propostas para modelar o escoamento, a extração de energia e a formação de esteiras, que podem ser divididas, de forma geral, em três grupos principais: métodos analíticos e semiempíricos de baixa ordem, modelos híbridos de média fidelidade e abordagens CFD de alta fidelidade. Cada uma dessas abordagens apresenta vantagens e limitações em termos de custo computacional, acurácia e aplicabilidade, sendo a escolha do método fortemente dependente do problema em análise. A seguir, são apresentados e discutidos os principais trabalhos da literatura, com foco nas metodologias empregadas e em suas contribuições para o entendimento do

desempenho de turbinas hidrocínéticas e da interação entre esteiras.

Entre os métodos de baixa ordem, o método BEM permanece como uma das ferramentas mais utilizadas para previsão de desempenho de turbinas hidrocínéticas. Sua ampla utilização ocorre pela simplicidade matemática, baixo custo computacional e relativa boa capacidade de previsão de potência e empuxo próximos às condições de projeto. Em geral, códigos BEM demandam apenas alguns segundos ou minutos para execução em computadores convencionais, mesmo quando associados a rotinas iterativas de otimização, tornando-os extremamente atrativos para aplicações envolvendo grande número de simulações. Trabalhos como os de Hazim et al. (2020), Rahimian, Walker e Penesis (2018), Labigalini et al. (2021) demonstraram a capacidade do BEM em reproduzir curvas de desempenho de turbinas hidrocínéticas com custo computacional reduzido, tornando-o particularmente adequado para aplicações de otimização geométrica e estudos paramétricos.

Entretanto, apesar de sua ampla utilização, diferentes autores apontam limitações importantes do método BEM clássico. El-Shahat et al. (2020) mostraram que os resultados do BEM são fortemente dependentes da escolha dos coeficientes hidrodinâmicos bidimensionais utilizados, especialmente em relação ao número de Reynolds e ao parâmetro de transição turbulenta N . Os autores verificaram que a utilização de Reynolds locais ao longo da pá produz previsões significativamente mais precisas quando comparadas ao uso de um número de Reynolds representativo único. De forma semelhante, Abutunis, Hussein e Chandrashekhara (2019) identificaram problemas recorrentes de convergência do BEM em determinadas condições operacionais e propuseram o uso de redes neurais para melhorar tanto a estabilidade numérica quanto a interpolação dos coeficientes hidrodinâmicos em função do número de Reynolds local. Os resultados mostraram melhora na convergência e na capacidade preditiva do modelo sem aumento significativo do custo computacional, preservando a principal vantagem do BEM frente aos métodos CFD.

Além disso, Lazzerini et al. (2022) demonstraram que os desvios entre as previsões do BEM e os resultados experimentais estão associadas principalmente à incapacidade do método em representar adequadamente efeitos tridimensionais do escoamento, especialmente próximos à raiz e à ponta das pás. A comparação entre distribuições de pressão obtidas via CFD tridimensional e cálculos bidimensionais evidenciou diferenças substanciais relacionadas à rotação e à evolução tridimensional da camada limite. Embora os autores tenham proposto uma abordagem 2,5D para melhorar os resultados do BEM, o trabalho mostra que o aumento da fidelidade física frequentemente implica maior custo computacional. Rahimian, Walker e Penesis (2018) também observaram que correções adicionais são necessárias em condições de escoamento não uniforme e presença de perfis cisalhantes.

Outro tema amplamente investigado refere-se à influência da cavitação sobre o

desempenho de turbinas hidrocínéticas. Silva et al. (2017) propuseram uma metodologia de otimização baseada em BEM para prevenção de cavitação através da modificação local do coeficiente de empuxo e da geometria da pá. Os autores validaram os resultados utilizando CFD acoplado ao modelo de Rayleigh-Plesset, verificando redução significativa da produção de bolhas de vapor sem perdas expressivas de potência. Karaalioglu e Bal (2022) também investigaram a cavitação em turbinas marinhas utilizando BEMT acoplado a simulações RANS multifásicas, concluindo que a cavitação reduz significativamente o coeficiente de potência e altera o ponto ótimo de operação da turbina. Esses trabalhos mostram que o acoplamento entre BEM e CFD representa uma estratégia intermediária capaz de incorporar fenômenos físicos complexos com custo computacional inferior ao de simulações totalmente resolvidas tridimensionalmente.

Paralelamente aos estudos focados exclusivamente no desempenho do rotor, a modelagem da esteira passou a ocupar papel central no desenvolvimento de fazendas de turbinas hidrocínéticas. A previsão adequada da recuperação da velocidade e da interação entre esteiras tornou-se fundamental para definição do espaçamento ótimo entre turbinas e para estimativas mais precisas do desempenho de arranjos múltiplos.

Historicamente, os primeiros modelos analíticos de esteira foram desenvolvidos para aplicações eólicas. O modelo de Jensen (1983), baseado no balanço de quantidade de movimento linear e na hipótese de distribuição uniforme do déficit de velocidade, tornou-se amplamente utilizado devido à sua simplicidade computacional. Em aplicações de otimização de fazendas, esse modelo pode ser executado praticamente em tempo real, permitindo milhares de avaliações em algoritmos de otimização. Trabalhos posteriores refinaram o modelo incorporando o fator de indução axial e diferentes parametrizações da expansão da esteira. A análise comparativa realizada por Tian et al. (2015) mostrou que o modelo de Jensen apresenta boa eficiência computacional, porém possui limitações importantes relacionadas à representação física do perfil de velocidades da esteira.

Posteriormente, Frandsen et al. (2006) propôs um modelo fundamentado na conservação da quantidade de movimento linear, buscando maior consistência física. Ainda assim, ambos os modelos clássicos possuem a hipótese simplificadora de distribuição uniforme do déficit de velocidade. Bastankhah e Porté-Agel (2014) introduziram então um modelo analítico gaussiano derivado simultaneamente das equações de balanço de massa e quantidade de movimento linear. O modelo apresentou melhor concordância com dados experimentais e resultados LES quando comparado aos modelos de velocidade uniforme tradicionais, mantendo ainda baixo custo computacional quando comparado a simulações CFD tridimensionais completas. Dessa forma, o modelo gaussiano passou a representar um compromisso interessante entre fidelidade física e eficiência numérica.

A partir desse trabalho, diversos autores passaram a propor extensões gaussianas mais sofisticadas. Ishihara e Qian (2018) incorporaram explicitamente efeitos de intensi-

dade turbulenta ambiente e coeficiente de empuxo. Schreiber, Balbaa e Bottasso (2019) mostraram que distribuições duplo-gaussianas representam de forma mais adequada a região de esteira próxima. Qian e Ishihara (2025) desenvolveram posteriormente modelos de esteira completa, capazes de representar simultaneamente as regiões de esteira próxima e de esteira distante. Dou et al. (2019) propuseram um modelo gaussiano assimétrico para turbinas operando guinadas, utilizando distribuições *skew-normal* e balanço de massa e quantidade de movimento linear para representar a assimetria lateral do escoamento. Apesar do aumento progressivo da complexidade matemática desses modelos, o custo computacional permaneceu significativamente inferior ao de modelos CFD de alta fidelidade, permitindo sua utilização em estudos de posicionamento e otimização de fazendas.

Embora originalmente desenvolvidos para turbinas eólicas, diversos trabalhos demonstraram a aplicabilidade desses modelos em turbinas hidrocinéticas. Palm et al. (2010) compararam diferentes modelos de esteira oriundos da literatura eólica em aplicações hidrocinéticas utilizando CFD como referência, verificando que o modelo de Jensen apresentou os melhores resultados entre os modelos simplificados avaliados. Pyakurel, Fraenkel e Thies (2017) avaliaram combinações híbridas entre modelos de Larsen, Jensen e Ainslie para previsão da região de esteira distante em turbinas oceânicas, demonstrando forte dependência da intensidade turbulenta ambiente.

A influência da turbulência ambiente sobre a recuperação da esteira foi amplamente documentada experimentalmente por Mycek et al. (2014). Os autores observaram que maiores níveis de turbulência aceleram significativamente a recuperação da velocidade na esteira, reduzindo os efeitos negativos de interação entre turbinas alinhadas. Resultados semelhantes foram obtidos por Razi et al. (2022), que propuseram uma estrutura analítica de baixa ordem capaz de incorporar explicitamente os efeitos da turbulência sobre a extensão das regiões de esteira próxima e esteira distante. Santos et al. (2016) também utilizaram CFD e modelo de disco atuador para estimar o comprimento de esteiras em rios amazônicos, encontrando comprimentos típicos entre sete e nove diâmetros de rotor.

Apesar dos avanços observados nos modelos analíticos, diversos autores destacam que abordagens simplificadas ainda apresentam limitações importantes na representação dos mecanismos turbulentos responsáveis pela recuperação da esteira, especialmente em regiões próximas ao rotor e em condições altamente tridimensionais. Dessa forma, abordagens CFD passaram a ser utilizadas para representação mais detalhada do escoamento.

Modelos baseados em *Reynolds Averaged Navier-Stokes* (RANS, Equações de Navier-Stokes com Média de Reynolds), *Large Eddy Simulation* (LES, Simulação de Grandes Escalas) e *Detached Eddy Simulation* (DES, Simulação de Vórtices Desprendidos) vêm sendo amplamente empregados na literatura. Tian, Mao e Ding (2019) utilizaram RANS tridimensional para análise do desempenho de uma turbina hidrocinética de baixa velocidade, obtendo boa concordância com resultados experimentais. Belloni, Willden e

Houlsby (2017) empregaram um modelo BEM incorporado ao CFD para investigar turbinas dutadas e de centro aberto, enquanto Gajardo, Escauriaza e Ingram (2019) acoplaram BEM a simulações DES para captura das interações turbulentas em arranjos de turbinas de maré.

Os trabalhos de Sandoval et al. (2021) evidenciaram que diferentes representações de elementos atuadores, como Modelo de Disco Atuador (ADM, do inglês *Actuator Disk Model*, BEM e Modelo da Linha Atuadora (ALM, do inglês *Actuator Line Model*), produzem estruturas turbulentas distintas na esteira, afetando diretamente a recuperação da velocidade e a dinâmica dos grandes vórtices coerentes. Mohamed et al. (2025) demonstraram que, para turbinas de eixo vertical, o ALM pode reproduzir campos de escoamento próximos aos obtidos por CFD com pá resolvida, desde que modelos adequados de estol dinâmico sejam empregados. Contudo, os autores ressaltam que, embora ALM apresente custo computacional substancialmente inferior ao CFD totalmente resolvido, as simulações ainda demandam elevado tempo computacional, especialmente em LES tridimensionais envolvendo múltiplas turbinas.

Embora métodos CFD de alta fidelidade forneçam descrições físicas mais completas do escoamento, seu elevado custo computacional constitui uma limitação importante para aplicações envolvendo otimização geométrica, calibração iterativa e análise de grandes fazendas hidrocinéticas. Simulações RANS tridimensionais podem demandar horas ou dias de processamento, enquanto LES e DES frequentemente exigem dias ou semanas de simulação em *clusters* computacionais de alto desempenho. Essa limitação é amplamente discutida por Jump, Macleod e Wills (2020), Kabir et al. (2022), Sandoval et al. (2021). Os autores ressaltam que modelos CFD que resolvem o escoamento considerando a geometria detalhada da pá, LES e DES possuem elevado custo computacional e dificultam aplicações em otimização de arranjos ou estudos paramétricos extensivos.

Assim, observa-se na literatura recente uma tendência crescente ao desenvolvimento de metodologias híbridas capazes de combinar a eficiência computacional dos métodos de engenharia com maior consistência física na representação da esteira. Trabalhos envolvendo acoplamentos entre BEM, modelos atuadores e CFD representam tentativas de alcançar esse equilíbrio entre fidelidade física e custo computacional.

Entretanto, apesar dos avanços observados, ainda permanece uma importante lacuna científica relacionada ao desenvolvimento de metodologias capazes de representar adequadamente a evolução da esteira mantendo baixo custo computacional. Os modelos analíticos clássicos frequentemente dependem de hipóteses simplificadoras excessivas, como perfis uniformes, coeficientes empíricos constantes e representações limitadas da turbulência ambiente. Por outro lado, abordagens CFD de alta fidelidade apresentam custo computacional incompatível com aplicações iterativas de projeto e otimização.

Além disso, diversos trabalhos mostram que tanto o desempenho da turbina quanto

a evolução da esteira são fortemente dependentes do número de Reynolds local, da intensidade turbulenta e dos mecanismos de mistura turbulenta presentes no escoamento. Contudo, poucos estudos integram simultaneamente modelagem BEM dependente do número de Reynolds local com modelos de esteira gaussianos fisicamente consistentes, combinação que tem representação adequada da recuperação turbulenta e baixo custo computacional.

Dessa forma, identifica-se uma lacuna na literatura relacionada ao desenvolvimento de metodologias que combinem a eficiência computacional do método BEM com modelos de esteira mais robustos e fisicamente consistentes. O avanço nessa direção é fundamental para permitir a análise eficiente e acurada de arranjos de turbinas hidrocinéticas, especialmente em aplicações de otimização e planejamento de fazendas.

3 Metodologia

Nesse capítulo serão apresentadas as configurações dos diferentes casos estudados e a formulação dos modelos utilizados.

3.1 Geometria

O presente trabalho teve como objetivo desenvolver um código da metodologia BEM utilizando número de Reynolds local e, em seguida, propor um modelo de esteira para utilização em fazendas de turbinas hidrocinéticas. Para a validação tanto do BEM quanto do modelo de esteira, foram utilizados diferentes dados experimentais. A escolha foi feita com base na reprodutibilidade dos dados apresentados na literatura.

Para a validação da metodologia BEM proposta, foram utilizados os resultados experimentais de Harvey et al. (2023). Os autores realizaram ensaios em uma turbina hidrocinética de 1,6 m de diâmetro, com três pás de perfil NACA 63-415 espessado. O perfil aerodinâmico é o referido como "bordo de fuga espessado" na Figura 14 e a turbina estudada é mostrada na Figura 15. Os dados de corda e ângulo de torção das diferentes seções ao longo da pá são mostrados no Apêndice A.

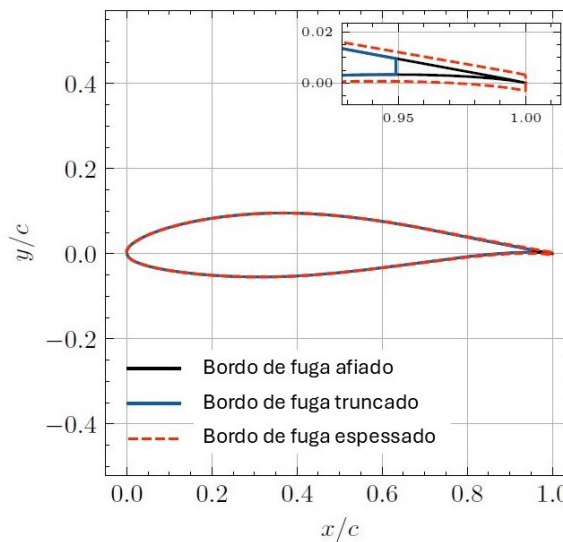
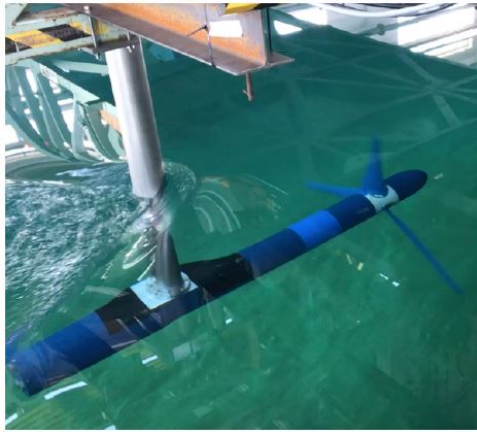
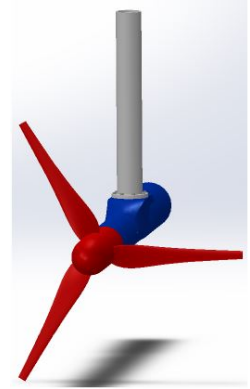


Figura 14 – Perfil aerodinâmico NACA 63-415 espessado utilizado (Adaptado de Harvey et al. (2023))

Os experimentos foram realizados em um tanque com 12,2 m de largura e 5,4 m de profundidade, de forma que os efeitos de parede são reduzidos. O tanque utilizado oferece um escoamento altamente uniforme com velocidade aproximadamente controlada. Esse escoamento apresenta baixa turbulência, então, para analisar a operação da turbina



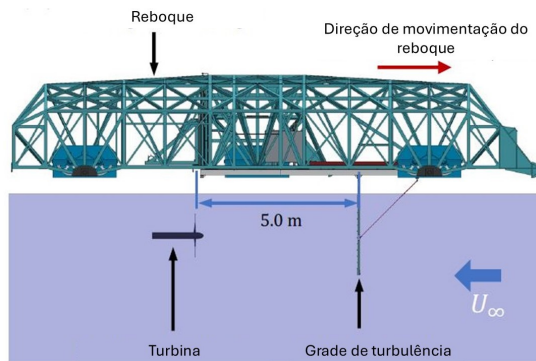
(a)



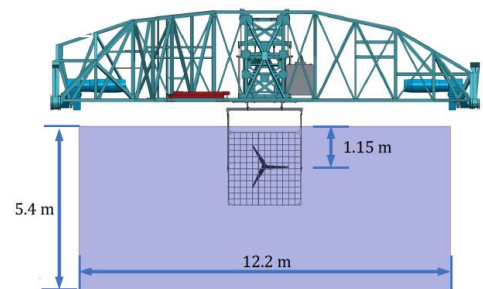
(b)

Figura 15 – Turbina estudada (a) real e (b) design (WILLDEN et al., 2023)

em diferentes níveis de turbulência, foi utilizada uma grade quadrada de lado 2,4 m e porosidade 0,95 posicionada. As medidas foram realizadas por um Velocímetro Acústico Doppler (ADV, do inglês *Acoustic Doppler Velocimeter*) posicionado no plano do rotor. A instalação experimental é mostrada na Figura 16.



(a)



(b)

Figura 16 – Ilustração da instalação experimental (a) vista lateral e (b) vista frontal (HARVEY et al., 2023)

Os experimentos foram divididos em dois casos: baixa turbulência, que foi realizado sem a grade, e alta turbulência, realizado utilizando a grade, que gerou uma intensidade turbulenta de 3,1 % com comprimento integral de 0,037 m. Nos dois casos a velocidade de entrada foi de 1 m/s, porém, no caso turbulento, devido ao efeito da grade, a velocidade no plano do rotor foi de 0,9207 m/s. As configurações de cada caso são apresentadas na Tabela 1.

Como o trabalho de Harvey et al. (2023) não apresenta dados de esteira, a validação do modelo de esteira foi feita utilizando os dados experimentais de Mycek et al. (2014). Os autores conduziram experimentos em um tanque com 18 m de comprimento, 4 m de largura e 2 m de profundidade com uma turbina de três pás com diferentes perfis ao longo da envergadura, todos baseados no perfil NACA 63-418, e 0,7 m de diâmetro,

Tabela 1 – Condições experimentais

Baixa turbulência			Alta turbulência		
Caso	U_{∞} [m/s]	TSR	Caso	U_{∞} [m/s]	TSR
1	1,0	4,02	1	0,9207	3,91
2	1,0	4,52	2	0,9207	4,46
3	1,0	5,03	3	0,9207	4,91
4	1,0	5,36	4	0,9207	5,37
5	1,0	5,53	5	0,9207	5,64
6	1,0	5,78	6	0,9207	5,82
7	1,0	6,03	7	0,9207	6,19
8	1,0	6,53	8	0,9207	6,37
9	1,0	6,70	9	0,9207	6,92
10	1,0	7,04	10	0,9207	7,37
11	1,0	7,20	11	0,9207	7,73
12	1,0	7,54			
13	1,0	7,87			

mostrada na Figura 17. Para a medição dos dados experimentais, os autores utilizaram uma célula de carga de seis componentes, que mede as três componentes das forças e os três componentes de momento, além de um sensor de torque acoplado diretamente no rotor para medir o torque axial com maior precisão. Esses dados foram utilizados para determinar os coeficientes de potência e empuxo. Além disso, os autores utilizaram velocimetria laser Doppler (LDV, do inglês *Laser Doppler Velocimetry*) para medir a velocidade do escoamento em diferentes distâncias radiais e axiais após a turbina, permitindo a construção do perfil de velocidades. A estrutura do experimento é mostrada na Figura 18.

Nos experimentos, foram consideradas duas condições diferentes de turbulência ambiente. A turbulência ambiente natural, com intensidade de 15 % e velocidade de entrada de 0,83 m/s, e um fluxo mais suave obtido pelo uso de colmeias com intensidade de turbulência de cerca de 3 %, com uma velocidade de entrada de 0,8 m/s.



Figura 17 – Modelo da turbina (MYCEK et al., 2014)

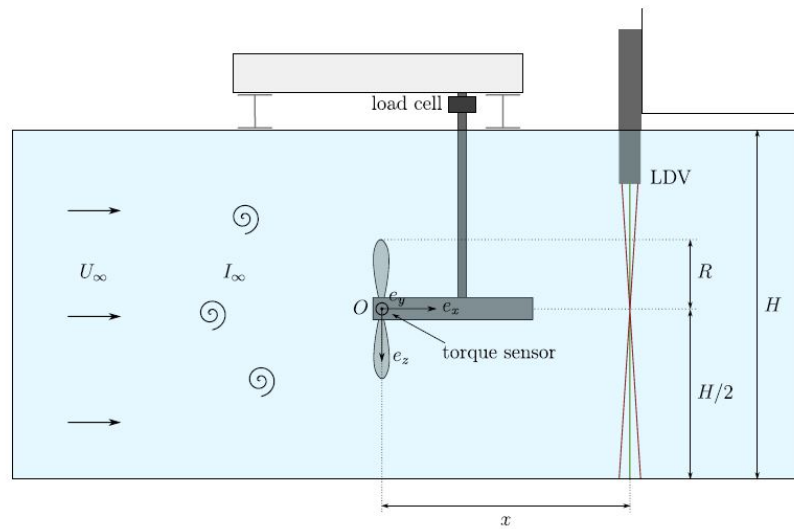


Figura 18 – Representação esquemática do experimento (MYCEK et al., 2014)

Por fim, para avaliar o BEM e o modelo de esteira operando em conjunto para diferentes disposições de turbinas, foram utilizados os dados experimentais de Stelzenmuller (2013). Os autores utilizaram um rotor baseado no modelo 1 de referência do Departamento de Energia (DOERM1, do inglês *Department of Energy Reference Model 1*), mostrado na Figura 19, na escala 1:45. Dessa forma, a turbina analisada possui duas pás, com perfil NACA 4415 e diâmetro 0,444 m. Os dados de corda e ângulo de torção das diferentes seções ao longo da pá são mostradas no Apêndice B. Os experimentos foram realizados em um canal de recirculação com 1 m de largura, 1 m de profundidade e 12,3 m de comprimento. Apesar do equipamento permitir profundidade de até 1 m, em todos os experimentos, foi utilizada uma profundidade de 0,8 m.

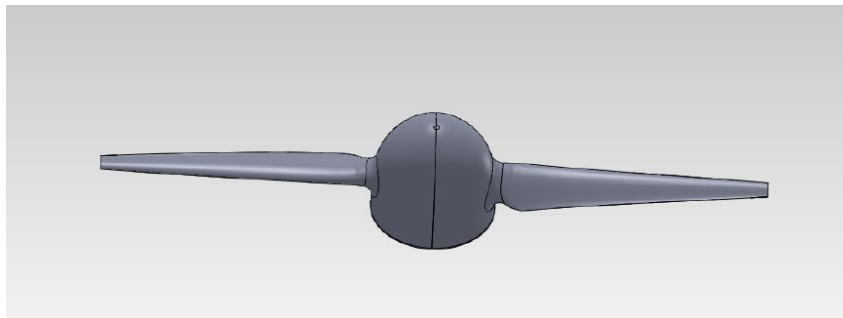


Figura 19 – DOERM1 (STELZENMULLER, 2013)

Inicialmente, Stelzenmuller (2013) testou uma turbina isolada para um grande intervalo de TSR. Em seguida, foram testadas duas turbinas alinhadas axialmente com espaçamentos de 5, 8, 11 e 14 diâmetros do rotor entre elas. Posteriormente, o autor testou três turbinas coaxiais igualmente espaçadas de 5 e 7 diâmetros do rotor, como mostrado na Figura 20. Por fim, o autor avaliou o arranjo de três turbinas deslocadas lateralmente. A distância lateral entre as turbinas é de 0,25 diâmetros do rotor e a distância longitudinal

de 5 e 7 diâmetros. A vista frontal de um exemplo de arranjo é mostrada na Figura 21.

Para todos os arranjos de turbina, a velocidade de corrente livre foi de 1,1 m/s e a intensidade turbulenta foi de aproximadamente 5 - 10 %. Dentre todos os casos estudados por Stelzenmuller (2013), apenas os casos de duas turbinas coaxiais e o caso de três turbinas coaxiais com espaçamento de 7 diâmetros possuem medições experimentais suficientes para garantir sua reprodutibilidade no presente estudo. Sendo assim, os outros casos citados não foram avaliados.

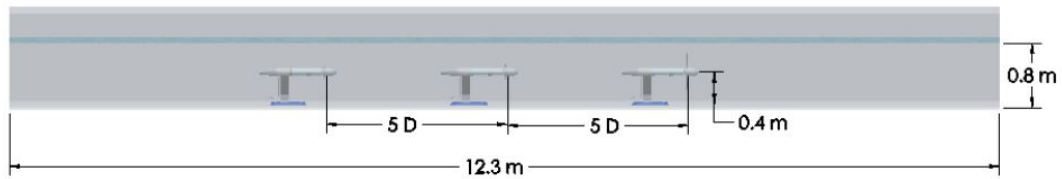


Figura 20 – Conjunto de três turbinas coaxialmente espaçadas, separadas por 5 diâmetros de rotor (STELZENMULLER, 2013)

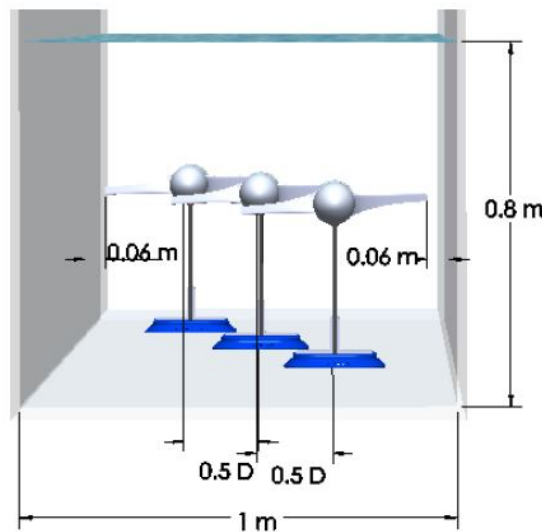


Figura 21 – Vista frontal de um conjunto de três turbinas com espaçamento lateral de 0,5 diâmetro do rotor (STELZENMULLER, 2013)

3.2 BEM com número de Reynolds local

Seguindo o que foi apresentado na Seção 2.2, foi desenvolvido um código BEM em Fortran, seguindo o fluxograma mostrado na Figura 22. Como dados de entrada, o código precisa de informações do escoamento (massa específica do fluido e velocidade), aerofólio (perfil, número de seções, corda e ângulo de torção), rotor (raio, número de pás, raio do cubo e TSR) e curvas de coeficiente de arrasto e sustentação, em função do ângulo de

ataque, para um determinado intervalo de números de Reynolds adequado ao problema. Com esse conjunto de dados, o método BEM tem início calculando a velocidade angular da turbina e o ângulo de entrada de cada seção da pá com as equações:

$$\Omega = \frac{\lambda U_0}{R} \quad (3.1)$$

$$\Phi = \frac{\arctg(1 - a)}{\lambda_r(1 + a')} \quad (3.2)$$

o fator de indução axial (a) é inicializado com a estimativa inicial de Moriarty e o fator de indução tangencial (a') como zero.

Seguindo a teoria do elemento de pá, o cálculo das forças é feito dividindo a pá em seções. Dessa forma, após determinar os dados iniciais, o BEM calcula o ângulo de ataque (α) para cada seção da pá por

$$\alpha = \Phi - \theta \quad (3.3)$$

em que θ é o ângulo de torção.

O valor dos coeficientes de sustentação (C_L) e arrasto (C_D) para cada seção é interpolado linearmente das curvas fornecidas para esse ângulo encontrado. Com essas informações, é realizado o cálculo dos coeficientes de força normal (C_N) e tangencial (C_t)

$$C_N = C_L \cos(\Phi) + C_D \sin(\Phi) \quad (3.4)$$

$$C_t = C_L \sin(\Phi) - C_D \cos(\Phi) \quad (3.5)$$

São determinadas, ainda, as perdas na ponta da pá e no cubo. Isso é feito pelo cálculo dos fatores de correção, sendo o fator de correção de perda na ponta da pá dado por

$$F_{tip} = \frac{2}{\pi} \arccos(e^{-f_{tip}}) \quad (3.6)$$

em que

$$f_{tip} = \frac{1}{2} \frac{B(R - r)}{r |\sin(\Phi)|} \quad (3.7)$$

O fator de correção de perda no cubo é dado por

$$F_{hub} = \frac{2}{\pi} \arccos(e^{-f_{hub}}) \quad (3.8)$$

em que

$$f_{hub} = \frac{1}{2} \frac{B(r - R_{hub})}{R_{hub} |\sin(\Phi)|} \quad (3.9)$$

sendo R_{hub} o raio do cubo. E o fator de correção total de perdas é

$$F = F_{tip} \cdot F_{hub} \quad (3.10)$$

Em seguida, são calculados novos valores de indução axial, tangencial e ângulo de entrada. Para isso, seguindo Ning (2013), são utilizados parâmetros de conveniência para definir o método de cálculo do fator de indução axial.

$$K = \frac{\sigma C_N}{4F \sin(\Phi)^2} \quad (3.11)$$

$$K' = \frac{\sigma C_t}{4F \sin(\Phi) \cos(\Phi)} \quad (3.12)$$

em que σ é a solidez da turbina, dada por

$$\sigma = \frac{Bc}{2\pi r} \quad (3.13)$$

Caso $K \leq 2/3$, o fator de indução axial é calculado pela teoria de quantidade de movimento linear

$$a = \frac{K}{1 + K} \quad (3.14)$$

Caso contrário, o cálculo é feito utilizando o método empírico de Glauert, em que são calculadas as seguintes variáveis auxiliares

$$y_1 = 2FK - \left(\frac{10}{9} - F\right) \quad (3.15)$$

$$y_2 = 2FK - F\left(\frac{4}{3} - F\right) \quad (3.16)$$

$$y_3 = 2FK - \left(\frac{25}{9} - 2F\right) \quad (3.17)$$

Caso $|y_3| < 1 \times 10^{-6}$, o fator de indução axial é calculado por

$$a = 1 - \frac{1}{2\sqrt{y_2}} \quad (3.18)$$

Caso contrário

$$a = \frac{y_1 - \sqrt{y_2}}{y_3} \quad (3.19)$$

Já o fator de indução tangencial é calculado por

$$a' = \frac{K'}{1 - K'} \quad (3.20)$$

O erro da iteração é calculado utilizando o método de Brent e, caso não esteja dentro do critério de convergência estabelecido, esses novos valores são utilizados para iniciar uma nova iteração. Quando o critério de convergência for satisfeito, o código segue para a próxima seção da pá, até que tenha as variáveis C_N, C_T, a, a', Φ calculadas para todas elas. Em seguida, para cada seção, é calculada a velocidade relativa (V_r) e as forças normal (F_N) e tangencial (F_T).

$$V_r = \sqrt{[U_0(1 - a)]^2 + [\Omega r(1 + a')]^2} \quad (3.21)$$

$$F_N = C_N \frac{1}{2} \rho V_r^2 c \quad (3.22)$$

$$F_T = C_t \frac{1}{2} \rho V_r^2 cr \quad (3.23)$$

Essas forças são integradas ao longo da pá para obter a potência (P) e o empuxo (T). Como a pá está dividida em um número discreto de seções, a integral é substituída por um somatório na forma

$$P = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{2} [F_T(i) + F_T(i+1)] \Omega B [r(i+1) - r(i)] \quad (3.24)$$

$$T = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{2} [F_N(i) + F_N(i+1)] B [r(i+1) - r(i)] \quad (3.25)$$

em que N é o número de seções da pá.

Por fim, são calculados os coeficientes de potência (C_P) e empuxo (C_T).

$$C_P = \frac{P}{0,5\rho AU_0^3} \quad (3.26)$$

$$C_T = \frac{T}{0,5\rho AU_0^2} \quad (3.27)$$

Sendo A a área do rotor.

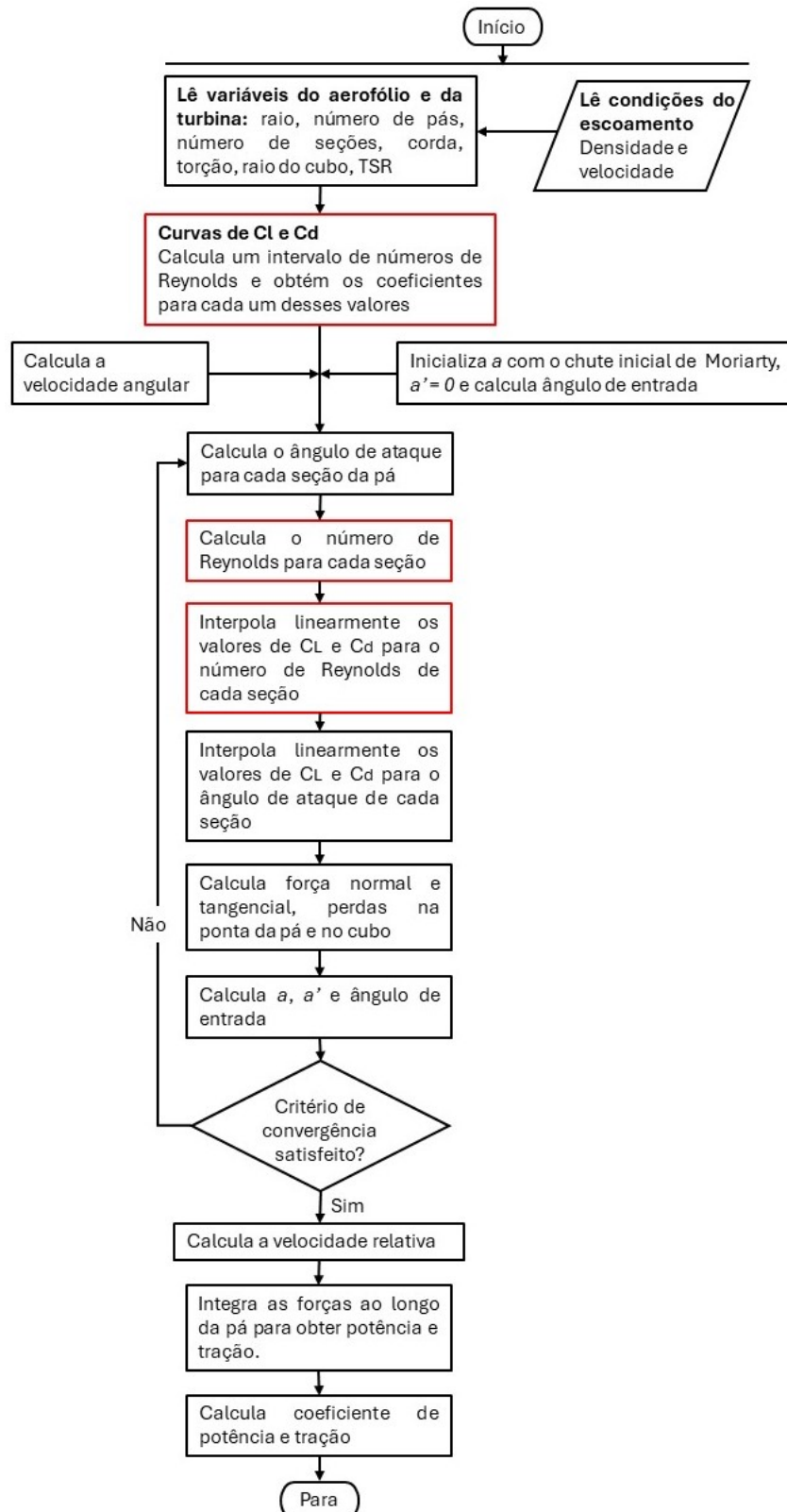


Figura 22 – Fluxograma ilustrando o método BEM com número de Reynolds local

Vale ressaltar que, diferentemente do esquema geral mostrado na Figura 11, em que o BEM utiliza um único número de Reynolds para toda a envergadura da pá, chamado de "número de Reynolds representativo", que é obtido em uma determinada seção da pá (geralmente em 70 % ou 80 % da envergadura) na rotação de projeto, o código desenvolvido utiliza o número de Reynolds local, isto é, ele é calculado para cada uma das seções da pá na sua respectiva velocidade relativa.

Essa mudança é justificada pelo fato de que o valor do número de Reynolds é diferente para cada seção da pá e para cada TSR, logo, utilizar um único valor gera erros. A única alteração necessária no BEM é fornecer curvas em função do ângulo de ataque para um determinado intervalo de números de Reynolds que são utilizadas para fazer uma interpolação linear para o número de Reynolds da seção e, posteriormente, uma segunda interpolação linear para o ângulo de ataque. Essa alteração é mostrada pelas etapas destacadas em vermelho na Figura 22.

O código em que a metodologia BEM descrita foi implementada, foi desenvolvido em Fortran e intitulado HydroBEM, sendo registrado junto ao INPI (Instituto Nacional da Propriedade Industrial). O desenvolvimento de um código próprio, permite maior controle do processo e ajuste de parâmetros e o aceite do registro do *software* mostra ineditismo no trabalho realizado.

O equacionamento do BEM, em específico as equações dos coeficientes de força normal (C_N) e tangencial (C_t), mostra que a potência e o torque dependem não só das velocidades, mas também dos coeficientes de sustentação e de arrasto. Essas informações não são obtidas dentro dos cálculos do BEM, mas devem ser fornecidas como variáveis de entrada. Portanto, é necessário utilizar uma outra ferramenta para obter os coeficientes aerodinâmicos.

Usualmente, estes coeficientes são obtidos computacionalmente de duas formas: utilizando simulações via CFD ou códigos específicos, como o XFOIL. Como a precisão dos resultados obtidos pelo BEM depende fortemente desses coeficientes, é necessário definir como eles serão determinados. Conforme apresentado e justificado na Seção 4.1, os coeficientes aerodinâmicos utilizados no presente trabalho foram obtidos utilizando o software XFOIL com o parâmetro de transição (N) igual a 9.

3.3 Modelo de Jensen

Para a avaliação do efeito de uma turbina no desempenho das turbinas a jusante, é necessário modelar sua esteira turbulenta a fim de obter o perfil de velocidades na entrada da turbina seguinte. Resultados da literatura (PALM et al., 2010; LO BRUTTO et al., 2016) evidenciam a eficácia de modelos de baixa ordem, como o modelo de Jensen (1983). Assim, com o objetivo de propor uma metodologia completa e de baixo custo

computacional para determinar o desempenho de turbinas hidrocínéticas operando em conjunto, esse modelo foi escolhido para avaliação inicial.

Jensen (1983) propõe que se a esteira na região próxima da turbina for negligenciada, região em que o *swirl* dá uma contribuição especial, é possível tratar a esteira atrás da turbina eólica como uma esteira turbulenta ou como uma camada de mistura. Desta forma, a distribuição de área do déficit de quantidade de movimento linear é tal que o raio da esteira é proporcional a distância a jusante. O balanço de quantidade de movimento linear, assumindo uma esteira linear ($r = \alpha_J x + r_0$) e uma velocidade logo após o rotor igual a $\frac{1}{3}$ da velocidade de corrente livre resulta em

$$v = U_\infty \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{r_0}{r_0 + \alpha_J x} \right)^2 \right] \quad (3.28)$$

em que r_0 é o raio da esteira imediatamente após o rotor, U_∞ é a velocidade do vento ambiente, r e v são o raio da esteira e a velocidade da esteira a uma distância x do rotor, respectivamente. Para esteiras usuais de turbinas eólicas, o autor sugere utilizar a constante de entranhamento α_J igual a 0,1.

Esse modelo fornece um perfil de velocidade em formato de onda quadrada (*top-hat*), enquanto os resultados experimentais mostram curvas em formato de sino. O autor aponta que essa diferença provavelmente não é muito importante no efeito que a esteira gera em outros corpos, como por exemplo, uma próxima turbina. Mas, se for necessário ajustar esse perfil, Jensen (1983) sugere a utilização de uma modulação da forma

$$f(\theta) = \frac{1 + \cos(9\theta)}{2}, \theta \leq 20^\circ \quad (3.29)$$

Uma comparação entre o modelo de Jensen tradicional, modelo de Jensen modulado pela função cosseno e dados experimentais é mostrada na Figura 23.

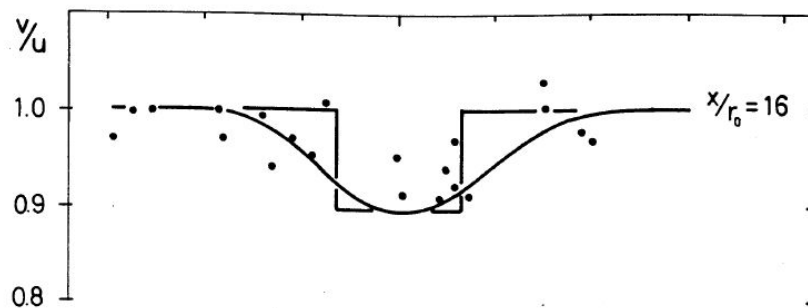


Figura 23 – Dados experimentais de Vermeulen et al. (1979), junto com modelo de Jensen com e sem modulação (JENSEN, 1983)

Esse modelo desconsidera, ainda, o efeito da superfície do solo na expansão da esteira, fazendo com que a taxa de recuperação da velocidade da esteira seja superestimada.

Aplicando este modelo para n turbinas alinhadas, a relação entre a velocidade após a n -ésima turbina e a velocidade de corrente livre é dada por

$$\frac{v_n}{U_\infty} = 1 - \left(1 - \frac{1}{3} \frac{v_{n-1}}{U_\infty}\right) \left(\frac{r_0}{r_0 + \alpha_J x}\right)^2 \quad (3.30)$$

em que a velocidade após a turbina tende assintoticamente para

$$\frac{v_\infty}{U_\infty} = 1 - \frac{\frac{2}{3} \left(\frac{r_0}{r_0 + \alpha_J x}\right)^2}{1 - \frac{1}{3} \left(\frac{r_0}{r_0 + \alpha_J x}\right)^2} \quad (3.31)$$

3.4 Modelo de esteira gaussiano

Conforme discutido na seção anterior, o modelo de Jensen difere dos resultados experimentais em termos de formato do perfil de velocidades, conforme apontado pelo próprio autor do modelo (JENSEN, 1983). A literatura mostra que diferentes autores vêm buscando desenvolver modelos com comportamento gaussiano, seja a partir do modelo de Jensen associado a uma função de forma (LIANG; FANG, 2014; TIAN et al., 2015; GE et al., 2019), a partir da utilização de modelos puramente gaussianos associados ao balanço de massa e quantidade de movimento linear (BASTANKHAH; PORTÉ-AGEL, 2014; ISHIHARA; QIAN, 2018; SCHREIBER; BALBAA; BOTTASSO, 2019; DHIMAN; DEB; FOLEY, 2020) ou a partir de distribuição skew-normal (DOU et al., 2019).

Neste trabalho é proposto um modelo híbrido Jensen–Gaussiano para a esteira de turbinas hidrocinéticas. O perfil radial de velocidades é representado por uma gaussiana invertida, dada genericamente por

$$f(x) = C - A \cdot \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.32)$$

sendo C o valor de fundo ou nível de referência, valor para o qual $f(x)$ tende quando x tende ao infinito; A a profundidade do vale, valor sempre positivo; μ o ponto de simetria onde ocorre o mínimo de $f(x)$, como o perfil é centrado no eixo da turbina, assume-se $\mu = 0$; σ o desvio padrão, variável que controla a largura do vale. Um exemplo de uma gaussiana invertida com indicação dessas variáveis é mostrado na Figura 24. Já a influência do desvio padrão no formato da curva é mostrado na Figura 25.

Seguindo o comportamento gaussiano, o valor da velocidade mínima no perfil, isto é, $f(\mu)$, é ajustado pela velocidade mínima do dado experimental. Isso é feito a partir

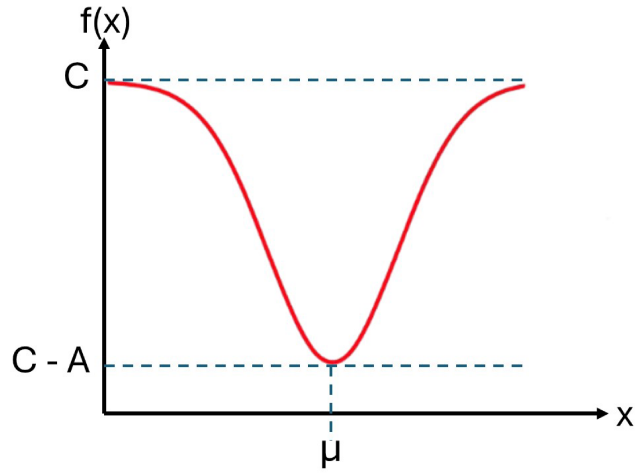


Figura 24 – Exemplo de curva gaussiana invertida e seus principais parâmetros

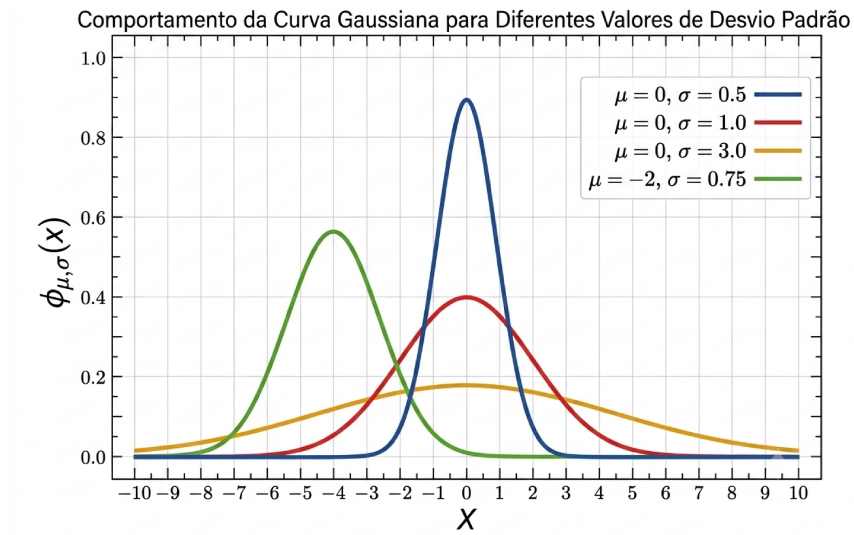


Figura 25 – Exemplo de curva gaussiana com diferentes valores de desvio padrão.

da calibração do modelo de Jensen, especificamente de α_J , que é realizada com base nos valores mínimos de velocidade medidos experimentalmente em diferentes posições a jusante. Para cada posição x_k , define-se:

$$U_{min}^{modelo}(x_k; \alpha_J) = U_{\infty} \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{r_0}{r_0 + \alpha_J x_k} \right)^2 \right] \quad (3.33)$$

em que U_{min}^{modelo} é a velocidade mínima modelada por Jensen e U_{∞} é a velocidade de corrente livre.

A função objetivo (J) é definida como a soma dos erros quadráticos entre os valores mínimos experimentais e os valores previstos pelo modelo:

$$J(\alpha_J) = \sum_{k=1}^N \left[U_{min}^{model}(x_k; \alpha_J) - U_{min}^{exp}(x_k) \right]^2 \quad (3.34)$$

O valor ótimo de α_J é obtido para o mínimo valor de J .

Com α_{opt} determinado, são calculados a velocidade mínima modelada U_j e o raio da esteira R_j pelo modelo de Jensen

$$U_j = U_\infty \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{r_0}{r_0 + \alpha_{opt} x} \right)^2 \right] \quad (3.35)$$

$$R_j = \alpha_{opt} x + r_0 \quad (3.36)$$

Em seguida, assume-se um perfil radial gaussiano de velocidade, cujo espalhamento é dado por $\sigma(x) = R_j(x)/C$. Com α_J fixado igual a α_{opt} é feita a calibração do parâmetro C considerando simultaneamente o ajuste do perfil radial e a conservação de massa.

A conservação de massa na seção transversal da esteira é imposta por:

$$\int_0^{R_j} U_{\text{exp}}(r) r dr = \int_0^{R_j} U_{\text{modelo}}(r) r dr \quad (3.37)$$

Substituindo o modelo gaussiano, obtém-se:

$$\int_0^{R_j} U_{\text{modelo}}(r) r dr = U_{\text{back}} \int_0^{R_j} (1 - g(r)) r dr + U_j \int_0^{R_j} g(r) r dr \quad (3.38)$$

onde:

$$g(r) = \exp \left(-\frac{r^2}{2\sigma^2} \right) \quad (3.39)$$

O perfil final de velocidades é então definido como

$$U(r) = U_{\text{back}} + (U_j - U_{\text{back}}) g(r) \quad (3.40)$$

Definindo:

$$A = \int_0^{R_j} (1 - g(r)) r dr, \quad B = \int_0^{R_j} g(r) r dr \quad (3.41)$$

a velocidade de fundo é obtida como:

$$U_{\text{back}} = \frac{M_{\text{exp}} - U_j B}{A} \quad (3.42)$$

onde:

$$M_{\text{exp}} = \int_0^{R_j} U_{\text{exp}}(r) r dr \quad (3.43)$$

A calibração de C é realizada minimizando o erro entre os perfis experimental e modelado em todas as seções:

$$J(C) = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{n_k} [U_{\text{model}}(r_i, x_k; C) - U_{\text{exp}}(r_i, x_k)]^2 \quad (3.44)$$

Durante esse processo, U_{back} é recalculado para cada seção e para cada valor de C , garantindo simultaneamente o ajuste do perfil e a conservação de massa. É importante inserir o balanço de massa, pois sem ele, a velocidade máxima fora da esteira é igual à velocidade de corrente livre, mas os dados experimentais mostram que isso não é verdade. Esse comportamento é evidenciado na Figura 26, que compara o modelo gaussiano proposto com e sem velocidade de fundo (U_{back}) com dados experimentais de Stelzenmuller (2013).

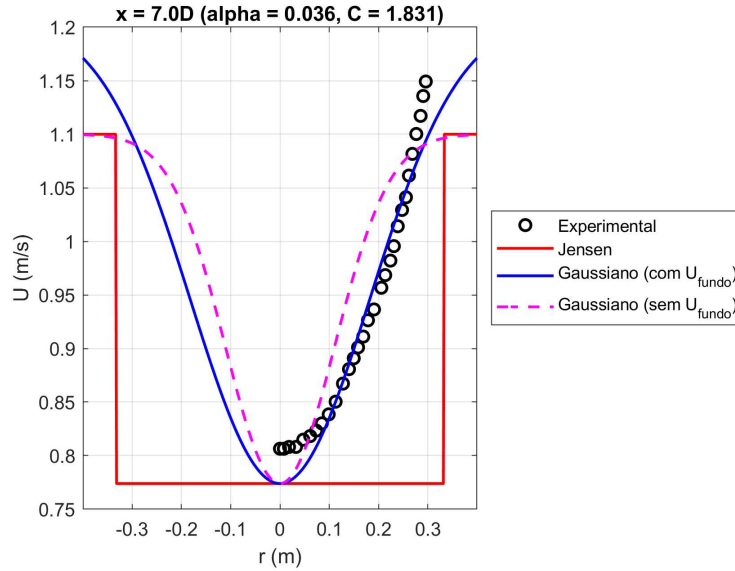


Figura 26 – Dados experimentais de Stelzenmuller (2013) comparados com o modelo de Jensen e com o modelo gaussiano proposto, com e sem velocidade de fundo

Uma vez determinados α_{opt} e C , o modelo pode ser utilizado para prever perfis de velocidade em posições onde não há dados experimentais. Nesses casos, a conservação de massa é imposta em relação à corrente livre, no volume de controle demarcado em vermelho na Figura 27:

$$\int_0^{R_j} U_{\text{model}}(r) r dr = \int_0^{R_j} U_{\infty} r dr \quad (3.45)$$

o que permite determinar U_{back} de forma consistente com a física do escoamento.

Esse modelo pode ser aplicado para n turbinas alinhadas. Nesses casos, é necessário fornecer resultados experimentais de perfil de velocidades de todas as esteiras do arranjo para a calibração do modelo gaussiano proposto. Inicialmente o modelo é calibrado para a primeira turbina, da mesma forma como foi explicado anteriormente. Em seguida, para

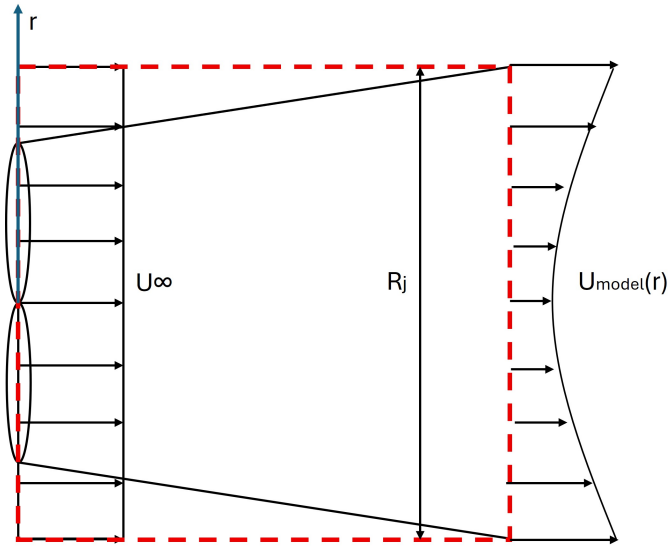


Figura 27 – Volume de controle para o balanço de massa

calcular o perfil de velocidades das turbinas a jusante, a Equação 3.30 é utilizada para determinar a velocidade mínima na turbina em análise (v_n) a partir da velocidade mínima do perfil incidente sobre ela (v_{n-1}). Como o modelo de propagação de Jensen considera uma mesma constante de entranhamento α_J para todas as turbinas do conjunto e como $v_{n-1} < U_\infty$, a aplicação recursiva da Equação 3.30 tende a aumentar o déficit de velocidade ao longo do arranjo. Entretanto, resultados experimentais e numéricos disponíveis na literatura indicam que esteiras subsequentes apresentam recuperação acelerada em comparação à primeira esteira devido ao aumento da turbulência induzida pelas turbinas a montante (STELZENMULLER, 2013; GOCMEN et al., 2016; CRESPO; HERNANDEZ, 1996).

Visando representar o aumento da mistura turbulenta e da taxa de recuperação da esteira ao longo do arranjo, a constante de entranhamento foi assumida variável com a posição da turbina. Para relacionar a expansão das diferentes esteiras, foi definido um parâmetro adimensional (k_n), dado por

$$k_n = \frac{\alpha_n}{\alpha_1} \quad (3.46)$$

sendo α_1 a constante de entranhamento experimentalmente para a primeira esteira.

A constante de entranhamento efetiva foi assumido variável ao longo do arranjo, sendo realizada a calibração do parâmetro adimensional k para cada uma das turbinas. Caso não existam dados experimentais dos perfis de velocidades das turbinas a jusante, pode ser realizada análise paramétrica para $1,0 \leq k \leq 3,0$. Apesar da literatura geralmente indicar uma faixa de $1,0 \leq k \leq 1,5$ (DUC et al., 2019; ZHANG et al., 2022; ZEHTABIYAN-REZAIE; ABKAR, 2023), valores superiores aos usualmente empregados em modelos clássicos de esteira podem ser necessários para representar, de forma efetiva, o aumento da mistura turbulenta e da recuperação acelerada observada experimentalmente em arranjos

coaxiais múltiplos.

O modelo híbrido Jensen-Gaussiano proposto nesta seção foi implementado em MatLab para 3 turbinas coaxiais e o código encontra-se no Apêndice C.

Em resumo, o modelo proposto combina a simplicidade do modelo de Jensen com a capacidade de representação espacial de perfis gaussianos, além de incorporar explicitamente a conservação de massa. A calibração sequencial de α_J e C permite desacoplar os efeitos de expansão da esteira e difusão radial, resultando em melhor ajuste aos dados experimentais e maior consistência física.

Essa abordagem está relacionada às variantes gaussianas dos modelos de Jensen e Frandsen (LIANG; FANG, 2014; BASTANKHAH; PORTÉ-AGEL, 2014) e às extensões bidimensionais recentemente publicadas (GE et al., 2019), bem como aos modelos gaussianos baseados em balanço de massa e quantidade de movimento linear (BASTANKHAH; PORTÉ-AGEL, 2014; ISHIHARA; QIAN, 2018; SCHREIBER; BALBAA; BOTTASSO, 2019), mas difere destes ao combinar a calibração do parâmetro de expansão via mínima velocidade, o vínculo geométrico entre σ e o raio de Jensen, e a imposição de balanço de massa local para a determinação de $U_{back}(x)$.

4 Resultados

Nesta seção são apresentados e discutidos os diferentes resultados obtidos a partir da metodologia descrita na seção anterior. Primeiramente, são mostrados os resultados relacionados à definição da metodologia para obtenção dos coeficientes aerodinâmicos. Em seguida, são mostrados os resultados do acoplamento BEM com número de Reynolds local e modelo de esteira híbrido Jensen-Gaussiano para conjuntos de uma, duas e três turbinas.

4.1 Definição da metodologia para obtenção dos coeficientes aerodinâmicos

Para a avaliação do método de obtenção dos coeficientes aerodinâmicos, foi utilizado o resultado experimental de Harvey et al. (2023), cujos detalhes foram apresentados na Seção 3.1. Os autores analisaram uma turbina hidrocínética com três pás de perfil NACA 63-415 espessado e forneceram dados de coeficiente de sustentação e arrasto obtidos via CFD com modelo de turbulência RANS e modelo de fechamento $k - \omega$ SST. Dados adicionais da metodologia CFD utilizada para a obtenção dos coeficientes pode ser encontrada em Harvey et al. (2023). Para verificar a melhor forma de obtenção desses coeficientes, além dos coeficientes fornecidos, foi obtido outro conjunto de dados utilizando o programa de computador XFoil.

O XFoil é um programa para análise e design de aerofólios isolados em condição subsônica, que consiste em uma coleção de rotinas que performam diferentes funções, entre elas o cálculo de coeficiente de arrasto e sustentação. Para a obtenção dessas curvas, o *software* precisa das coordenadas do perfil do aerofólio e dos dados de entrada mostrados na Figura 28. Também é necessário informar o intervalo de ângulos de ataque, nesse caso de 0° a 15° , e o incremento, que foi de 1° . A definição dos limites do intervalo de cálculo dos coeficientes aerodinâmicos pelo XFoil está relacionada aos fenômenos fluidodinâmicos e aproximações utilizadas pelo *software*, que dificulta a convergência para ângulos muito pequenos e não consegue capturar o estol.

Tanto os dados de CFD quanto os obtidos no XFoil, estavam disponíveis para ângulos de ataque de 0° a 15° , mas para o BEM é necessário o intervalo de -180° a 180° . Então, o *software* QBlade foi utilizado para fazer a extrapolação pelo método Montgomerie.

As Figuras 29 e 30 mostram os resultados de coeficiente de potência e de empuxo, respectivamente, obtidos via BEM com os dois conjuntos de coeficientes aerodinâmicos, bem como os resultados experimentais de Harvey et al. (2023). Foram avaliados os casos experimentais de baixa turbulência (intensidade turbulenta próxima de zero) e alta

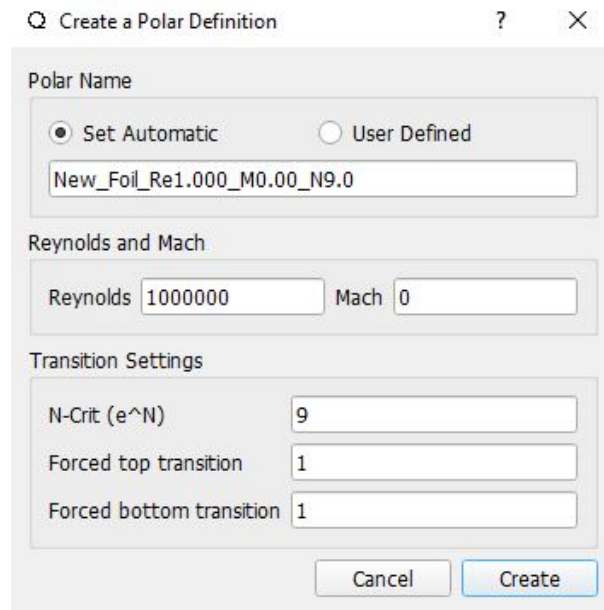


Figura 28 – Parâmetros de entrada do XFOil

turbulência (intensidade turbulenta de 3,1 %). No caso do XFOil, não é possível inserir a intensidade turbulenta na determinação dos coeficientes de arrasto e sustentação, logo o mesmo conjunto de dados foi utilizado nos dois casos, a única diferença foi a velocidade de entrada do fluido. Já na simulação CFD, é possível definir a intensidade turbulenta, o que foi feito por Harvey et al. (2023), que forneceram diferentes conjuntos de coeficientes para as diferentes intensidades turbulentas.

Analisando os resultados, é possível perceber que os resultados de coeficiente de potência obtidos utilizando o XFOil ficaram mais próximos do experimental do que os obtidos com auxílio do CFD, especialmente no caso de maior intensidade turbulenta. A mesma melhoria pode ser observada para os resultados de coeficiente de empuxo. A utilização dos coeficientes de sustentação e arrasto obtidos pelo XFOil, gera um sobrepredição do coeficiente de empuxo, enquanto o uso dos dados do CFD causa uma subpredição do coeficiente de empuxo, sendo que o uso do XFOil gera resultados mais próximos do experimental.

Além de fornecer resultados mais precisos, a utilização do XFOil ainda traz a vantagem de requerer um menor tempo de cálculo. Isso porque para obter os coeficientes aerodinâmicos utilizando CFD, é necessário construir uma malha computacional suficientemente refinada e realizar simulações para diferentes ângulos de ataque. Nesse caso, foram quinze ângulos de ataque e duas intensidades turbulentas diferentes, o que requer um total de trinta simulações. A realização de todos esses cálculos computacionais pode levar horas ou dias, dependendo do equipamento utilizado. Já no XFOil, é preciso fornecer apenas as coordenadas do perfil aerodinâmico, o intervalo de ângulos de ataque e o incremento. Com esses dados, o programa fornece em minutos os coeficientes para os ângulos solicitados,

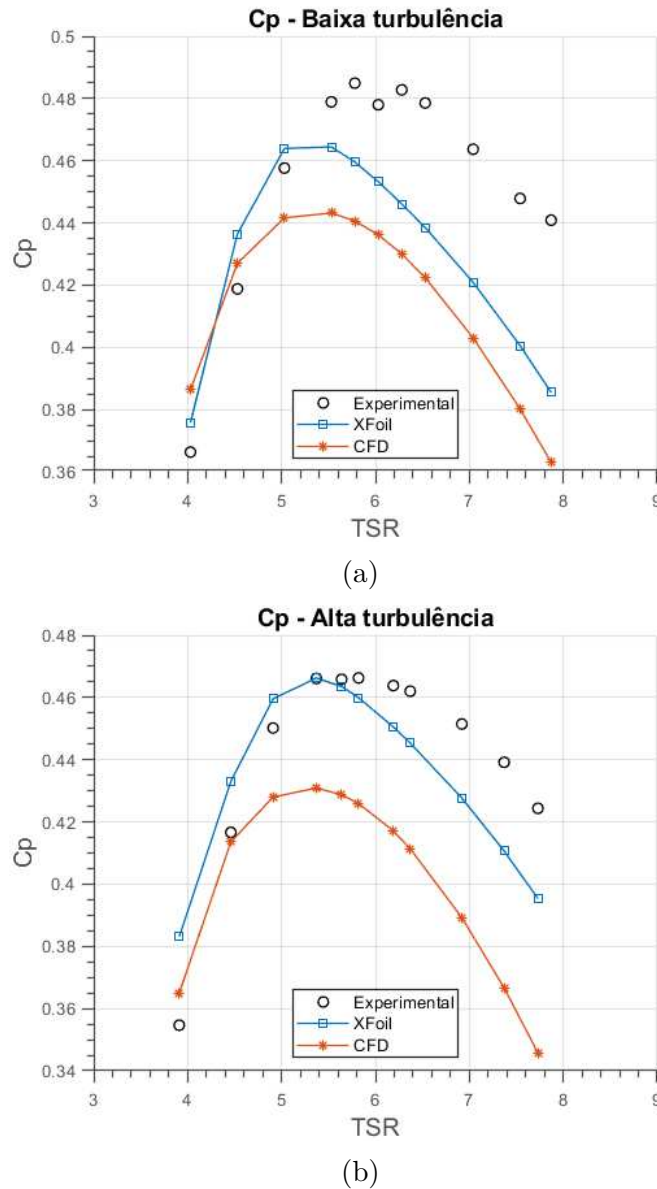


Figura 29 – Comparação entre o coeficiente de potência experimental (HARVEY et al., 2023) e o obtido utilizando coeficientes aerodinâmicos obtidos com Xfoil (Presente trabalho) e CFD (HARVEY et al., 2023) (a) escoamento com baixa turbulência e (b) escoamento com alta turbulência

mesmo utilizando computadores mais simples. Além disso, pensando que na continuidade do trabalho será usado o número de Reynolds local, será necessário gerar as curvas para diferentes números de Reynolds, isso implica em um número ainda maior de simulações e, conseqüentemente, um longo tempo quando se trata de CFD. Assim, o Xfoil se torna ainda mais vantajoso, tanto em termos de custo computacional quanto em termos de qualidade dos resultados.

Para evidenciar as diferenças nos coeficientes de arrasto e sustentação obtidos pelas duas metodologias, os valores calculados por cada uma delas são mostrados na Tabela 2. Nota-se que o Xfoil prevê valores de C_L sistematicamente maiores, enquanto o CFD

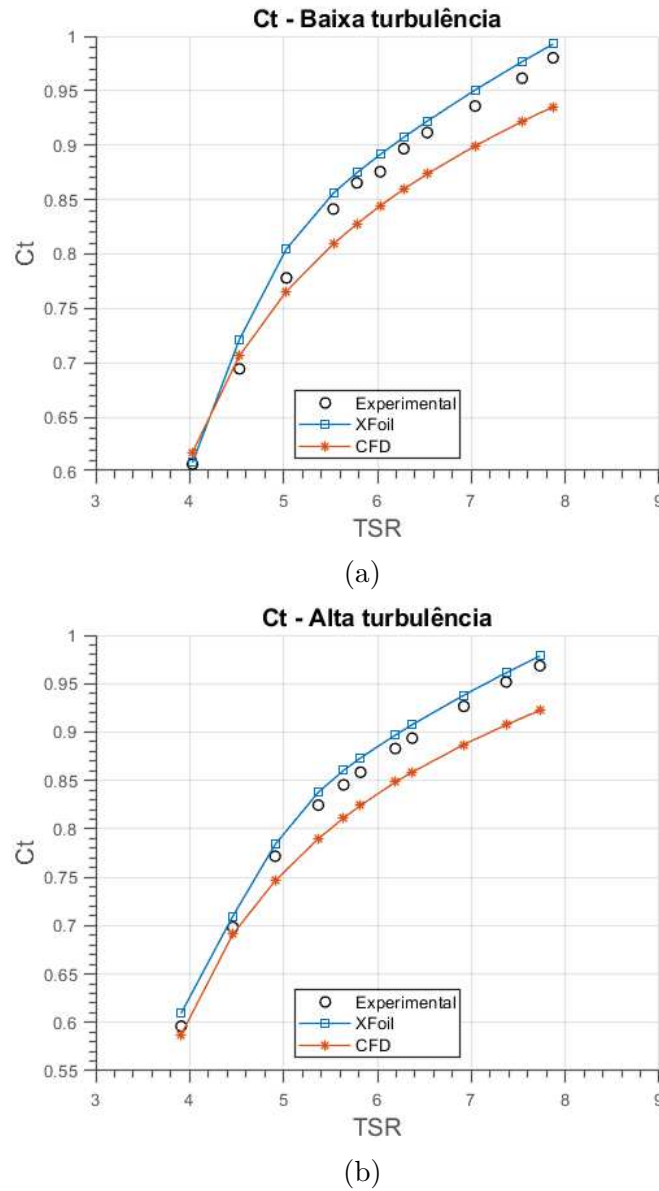


Figura 30 – Comparação entre o coeficiente de empuxo experimental (HARVEY et al., 2023) e o obtido utilizando coeficientes aerodinâmicos obtidos com Xfoil (Presente trabalho) e CFD (HARVEY et al., 2023) (a) escoamento com baixa turbulência e (b) escoamento com alta turbulência

prevê C_D significativamente maiores e essa discrepância aumenta com o ângulo de ataque. Essas diferenças decorrem principalmente das distintas hipóteses físicas e formulações matemáticas empregadas por cada método. Em especial, a forma como a camada limite, a transição laminar-turbulenta e os fenômenos de separação do escoamento são representados difere significativamente.

O Xfoil utiliza uma formulação baseada no acoplamento entre um método de painel para o escoamento externo invíscido e uma solução integral da camada limite viscosa. Acoplado a isso, ele possui métodos que permitem capturar a transição na camada limite ao longo do aerofólio. Dessa forma, regiões significativas da superfície do aerofólio

Ângulo de ataque [°]	XFoil		CFD	
	C_L	C_D	C_L	C_D
0	0,3836	0,0111	0,3101	0,0173
1	0,5020	0,0113	0,4202	0,0178
2	0,6192	0,0115	0,5289	0,0188
3	0,7348	0,0118	0,6362	0,0196
4	0,8487	0,0121	0,7411	0,0208
5	0,9578	0,0123	0,8425	0,0222
6	1,0601	0,0126	0,9395	0,0240
7	1,1286	0,0153	1,0303	0,0261
8	1,1970	0,0180	1,1131	0,0285
9	1,2419	0,0233	1,1860	0,0318
10	1,2741	0,0294	1,2472	0,0358
11	1,3065	0,0364	1,2937	0,0410
12	1,3377	0,0438	1,3199	0,0481
13	1,3762	0,0508	1,3378	0,0566
14	1,4133	0,0584	1,3368	0,0672
15	1,4401	0,0673	1,3219	0,0800

Tabela 2 – Coeficientes de sustentação e arrasto calculados utilizando Xfoil e CFD

podem permanecer laminares, especialmente para baixos e moderados ângulos de ataque, resultando em menores tensões de cisalhamento na parede e, conseqüentemente, menores coeficientes de arrasto. Além disso, a preservação de uma camada limite inicialmente laminar reduz o espessamento precoce da camada limite, contribuindo para a manutenção de gradientes de velocidade mais favoráveis ao longo do perfil e para valores mais elevados de sustentação (DRELA; GILES, 1987).

Já nas simulações URANS com o modelo de fechamento $k - \omega$ SST, o escoamento é considerado totalmente turbulento desde o início da camada limite. Como consequência, ocorre uma produção artificial de viscosidade turbulenta já próxima ao bordo de ataque, promovendo um aumento das tensões de cisalhamento e do espessamento da camada limite. Esse comportamento resulta em previsões mais elevadas de arrasto quando comparadas às obtidas pelo XFoil, fenômeno amplamente documentado na literatura para aerofólios operando em números de Reynolds baixos e moderados (MENTER, 1994; LANGTRY; MENTER, 2009).

Outro aspecto relevante é que as discrepâncias entre os métodos tendem a aumentar com o aumento do ângulo de ataque. Isso acontece pois, conforme o gradiente adverso de pressão se intensifica na região de sucção do aerofólio, a influência da transição, da espessura da camada limite e dos mecanismos de separação torna-se mais pronunciada. Nessa condição, pequenas diferenças na modelagem da camada limite produzem variações significativas na distribuição de pressão ao longo da superfície, refletindo diretamente nos coeficientes aerodinâmicos. Portanto, considerando que os resultados obtidos utilizando o

XFoil ficaram mais próximos do experimental, foi decidido utilizar esta metodologia na continuidade do trabalho.

Conforme mencionado anteriormente, o *software* XFoil possui a capacidade de capturar a transição turbulenta na camada limite. Nesse sentido, os resultados apresentados nas Figuras 29 e 30 foram obtidos utilizando a configuração padrão do programa para transição turbulenta. Entretanto, essa configuração pode ser alterada de forma a melhorar a acurácia dos resultados. Por isso, a transição turbulenta foi avaliada com mais detalhes.

Para entender como a transição turbulenta é controlada e calculada no *software* XFoil, é necessário saber que ela é acionada de duas maneiras: transição livre, que acontece quando o critério de transição à turbulência é atingido e transição forçada, que acontece quando o bordo de fuga é encontrado (DRELA; YOUNGREN, 2001).

O método de transição livre está sempre ativo, de forma que a transição pode acontecer antes do bordo de fuga. Para a determinação do ponto de transição livre, o XFoil utiliza o método eN, que considera o escoamento como laminar e sobrepõe a ele pequenas perturbações. Assume-se que tanto o escoamento original quanto o perturbado respeitam as equações de Navier-Stokes. Assim, a equação de Orr-Sommerfeld é utilizada, determinando a primeira posição em que as equações de Navier-Stokes se tornam instáveis para a amplificação especificada e considerando que esse ponto é onde acontece a transição (DRELA; YOUNGREN, 2001).

Para esse cálculo, é necessário definir a taxa de amplificação da perturbação (e^N), em que o parâmetro de transição N utilizado no XFoil é o fator de máxima amplificação dentre todas as frequências e posições. O valor desse parâmetro depende do nível de perturbação do ambiente em que o aerofólio está operando e replica o efeito dessas perturbações na transição. Valores típicos do fator de amplificação foram determinados experimentalmente para diferentes ambientes. Para aerofólios aplicados a planadores, o recomendado é utilizar N entre 12 e 14, já para um motoplanador sugere-se N entre 11 e 13. Para avaliações em túnel de vento, o recomendado é um fator de amplificação entre 10 e 12 para baixa turbulência, entre 4 e 8 para alta turbulência, sendo 9 o valor padrão do método desenvolvido por Van Ingen (DRELA; YOUNGREN, 2001).

Nota-se que quanto maior a intensidade turbulenta do escoamento de entrada, menor é o fator de amplificação. Isso pode ser explicado pelo fato de que a transição acontecerá caso o escoamento atinja esse fator e o escoamento turbulento amplifica as perturbações mais facilmente, então uma menor taxa de amplificação já será suficiente para fazer a camada limite transicionar. Já o escoamento laminar, por amortecer as perturbação, precisa de um fator de amplificação mais alto para transicionar (DRELA; YOUNGREN, 2001; VAN INGEN, 2008).

Esse modelo é adequado para prever a transição à turbulência em situações em

que o mecanismo predominante de início de turbulência é o crescimento de ondas de Tollmien-Schlichting a partir de instabilidades lineares, o que acontece na grande maioria das aplicações de aerofólios (DRELA; YOUNGREN, 2001; VAN INGEN, 2008).

Considerando o funcionamento da transição turbulenta explicado, inicialmente, o programa de computador XFOIL foi utilizado para gerar os coeficientes aerodinâmicos do perfil estudado com o valor do fator de amplificação mantido no padrão para as diferentes condições de turbulência. Van Ingen (2008) aponta que o método eN com N constante e igual a 9 foi bem sucedido durante muitos anos, pois esse valor foi determinado experimentalmente em uma época em que os túneis de vento eram construídos de maneira muito semelhante, tendo como objetivo um nível de turbulência abaixo de 0,1 %. Entretanto, no caso estudado, foi verificado que N igual a nove fornece resultados melhores para o caso de alta turbulência, como mostrado na Figura 29.

Para melhorar os resultados em diferentes níveis de turbulência e avaliar a relação entre o parâmetro de transição (N) e a intensidade turbulenta, foram gerados coeficientes aerodinâmicos para diferentes valores de N . A faixa de valores utilizadas foi de 1 a 12, pois, apesar do manual do *software* sugerir o intervalo de 4 a 12 para túnel de vento, El-Shahat et al. (2020) obtiveram bons resultados com N igual a 1. Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 31 e 32. Nota-se que os resultados para $N = 12$ não são apresentados, pois o XFOIL não convergiu com esse valor.

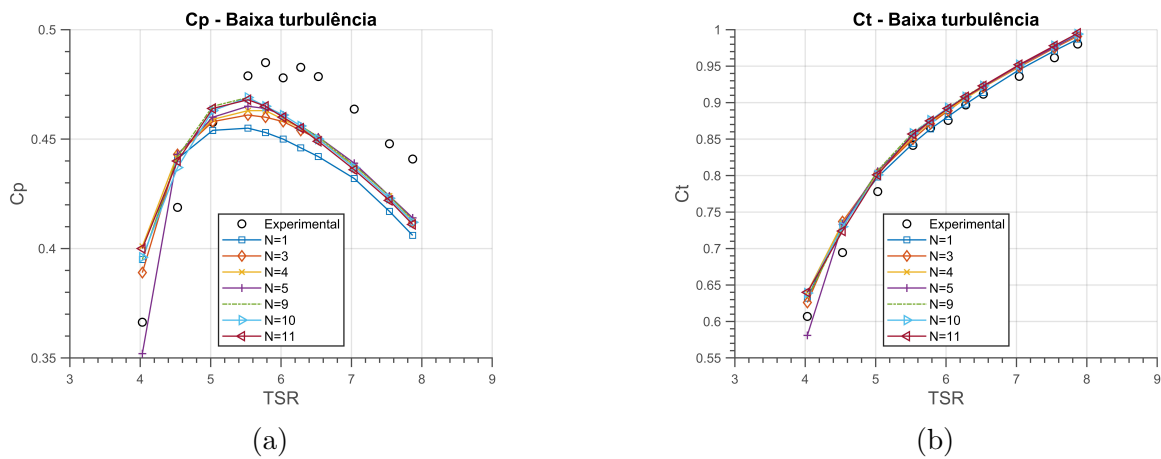


Figura 31 – Avaliação do N para o caso de baixa turbulência (a) coeficiente de potência e (b) coeficiente de empuxo

Os resultados mostram que, tanto para o caso de baixa quanto para o de alta turbulência, alterar o valor do parâmetro de transição não afetou significativamente o resultado do coeficiente de empuxo.

No caso do coeficiente de potência, nota-se que o aumento no valor de N melhorou a previsão nas duas condições de turbulência, sendo que a partir de 9 as alterações nos resultados foram muito pequenas. É possível observar, ainda, que a maior variação nos

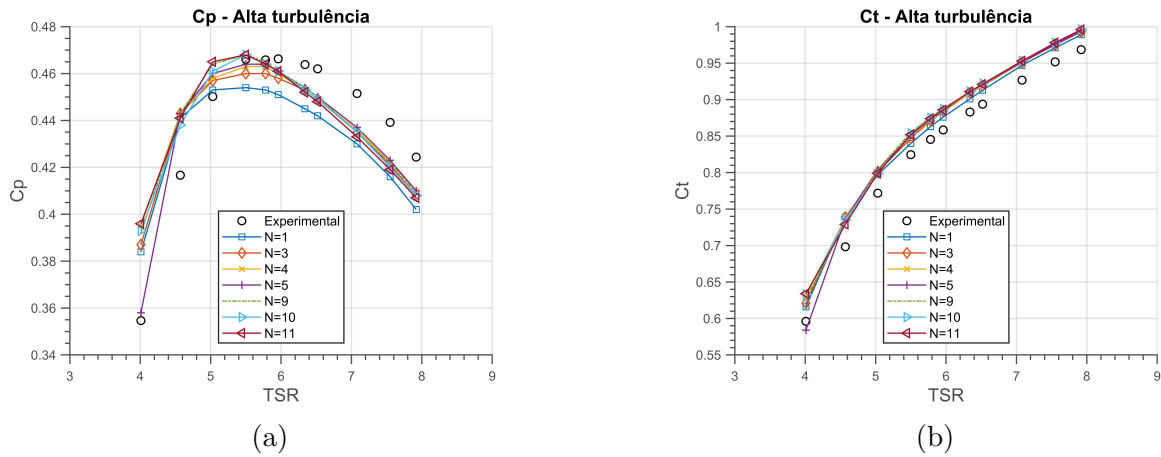


Figura 32 – Avaliação do N para o caso de alta turbulência (a) coeficiente de potência e (b) coeficiente de empuxo

dados acontece para o TSR de 4, em que o $N = 5$ dá melhores resultados. Essa variação é de aproximadamente 10 %.

Como variar o parâmetro de transição não trouxe melhora significativa nos resultados em relação ao obtido com a configuração padrão, principalmente na região do coeficiente de potência máximo, e, conseqüentemente, não foi possível estabelecer uma relação entre este parâmetro e a intensidade turbulenta, o valor padrão de 9 será utilizado nas análises posteriores.

4.2 Validação do BEM com número de Reynolds local

Para o cálculo do desempenho da turbina, inicialmente, foi feita a análise de uma turbina isolada com o objetivo de definir uma metodologia BEM com maior acurácia. A capacidade de predição da metodologia é fortemente dependente dos dados de coeficientes aerodinâmicos utilizados. Dessa forma, diferentes autores vem propondo maneiras de melhorar os resultados do BEM a partir dos coeficientes aerodinâmicos, entre elas considerar o número de Reynolds local, ao invés de um representativo (RAHIMIAN; WALKER; PENESIS, 2018; ABUTUNIS; HUSSEIN; CHANDRASHEKHARA, 2019; EL-SHAHAT et al., 2020), proposta que foi avaliada.

Para a avaliação e validação da metodologia proposta, foram realizados cálculos utilizando o BEM tradicional (com número de Reynolds representativo) e foram utilizados os dados experimentais de Harvey et al. (2023).

Para a obtenção dos valores dos coeficientes de arrasto e sustentação foi utilizado o *software* XFOIL, conforme definido na Seção 4.1. No caso do número de Reynolds representativo, os coeficientes foram obtidos para $Re = 288.000$, que equivale ao valor desse número adimensional em 70 % da corda, e para a utilização no BEM com número de

Reynolds local, esse parâmetro foi ajustado para um conjunto de valores que atende esse caso (90.000, 100.000, 200.000, 300.000, 400.000, 500.000, 600.000 e 700.000). Para todos os conjuntos de valores, o número de Mach e os parâmetros de transição foram mantidos nos valores padrão.

Usando a opção de extrapolação disponível no *software* QBlade, os dados foram extrapolados para o intervalo de -180° a 180° pelo método de Montgomerie. As curvas obtidas foram fornecidas como dados de entrada no código BEM, que foi executado para número de Reynolds representativo e número de Reynolds local. Em todos os casos, os cálculos foram realizados para a pá dividida em 400 seções. Maiores refinamentos não resultaram em melhorias nos resultados. Os resultados são apresentados nas Figuras 33 e 34 em comparação com os dados experimentais.

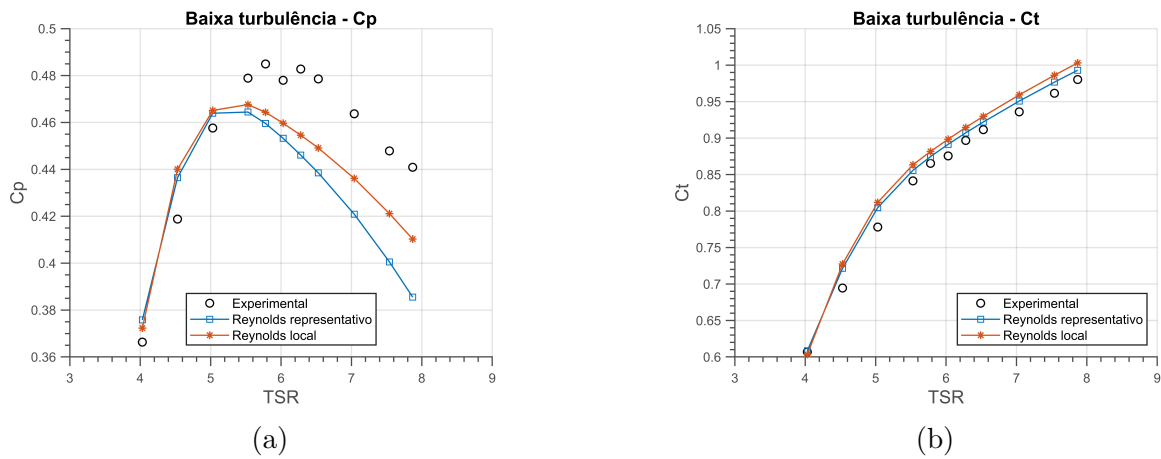


Figura 33 – Resultados para o caso de baixa turbulência (a) coeficiente de potência e (b) coeficiente de empuxo

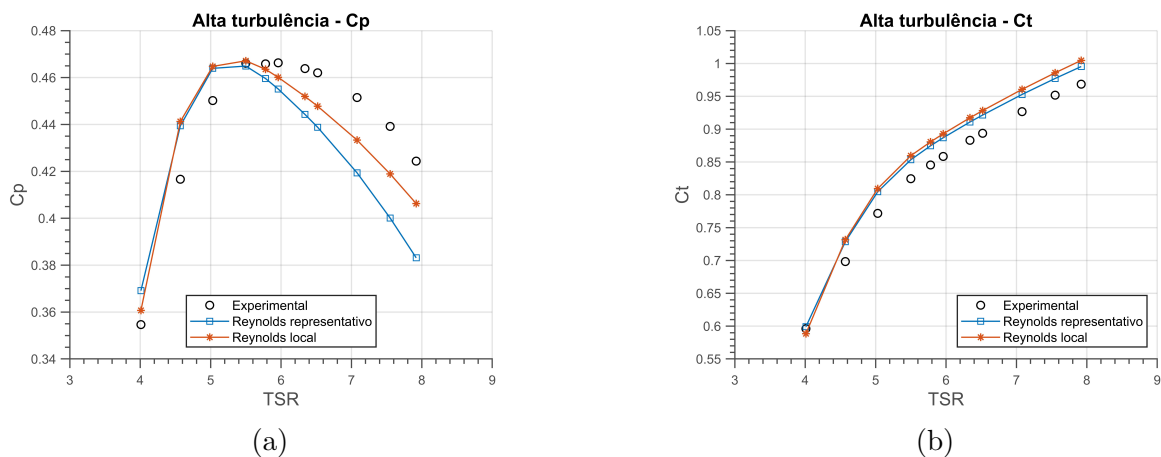


Figura 34 – Resultados para o caso de alta turbulência (a) coeficiente de potência e (b) coeficiente de empuxo

Começando pelo caso de baixa turbulência, é possível perceber que a utilização do número de Reynolds local melhorou a previsão do coeficiente de potência em relação ao

uso do número de Reynolds representativo, uma vez que os resultados se aproximaram dos experimentais. Já no coeficiente de empuxo, o uso do número de Reynolds local fez com que o resultado se afastasse do experimental, em comparação com o uso do valor representativo, porém, essa variação foi muito baixa. Observando os resultados do caso de alta turbulência, nota-se que o comportamento obtido é semelhante ao do caso de baixa turbulência. Essa melhoria nos resultados era esperada e é justificada pelo fato de que os coeficientes de sustentação e arrasto são fortemente dependentes do número de Reynolds, conforme mostrado na Tabela 3. Assim, ao utilizar o número de Reynolds de cada seção, o valor dos coeficientes aerodinâmicos utilizados é mais preciso, melhorando a precisão do BEM.

Ângulo de ataque [°]	100.000		288.000		700.000	
	C_L	C_D	C_L	C_D	C_L	C_D
0	0,3960	0,0076	0,3836	0,0111	0,2896	0,0239
1	0,5164	0,0078	0,5020	0,0113	0,3895	0,0242
2	0,6361	0,0080	0,6192	0,0115	0,4809	0,0245
3	0,7550	0,0082	0,7348	0,0118	0,5687	0,0248
4	0,8723	0,0086	0,8487	0,0121	0,6965	0,0251
5	0,9870	0,0091	0,9578	0,0123	0,8314	0,0252
6	1,0943	0,0105	1,0601	0,0126	0,9723	0,0237
7	1,1788	0,0136	1,1286	0,0153	1,0391	0,0256
8	1,2632	0,0167	1,1970	0,0180	1,1059	0,0275
9	1,3360	0,0190	1,2419	0,0233	1,1727	0,0294
10	1,3803	0,0218	1,2741	0,0294	1,1915	0,0378
11	1,4267	0,0265	1,3065	0,0364	1,2775	0,0443
12	1,4634	0,0327	1,3377	0,0438	1,3675	0,0532
13	1,4899	0,0405	1,3762	0,0508	1,3828	0,0654
14	1,5021	0,0501	1,4133	0,0584	1,2962	0,0870
15	1,5064	0,0614	1,4401	0,0673	1,2096	0,1086

Tabela 3 – Coeficientes de sustentação e arrasto obtidos para diferentes números de Reynolds

Também é possível observar que para os dois níveis de turbulência, tanto com o número de Reynolds local, quanto com o representativo, o pico da curva de coeficiente de potência é deslocado para a esquerda, ou seja, a performance ótima é atingida em um TSR menor do que o obtido experimentalmente. Esse comportamento pode ser atribuído à combinação de limitações associadas tanto aos coeficientes aerodinâmicos empregados quanto às hipóteses inerentes ao método BEM. Os coeficientes de sustentação e arrasto utilizados nas simulações foram obtidos por meio do XFoil, ferramenta que tende a superestimar a sustentação e subestimar o arrasto quando comparada a resultados experimentais ou a simulações CFD de maior fidelidade, especialmente em condições próximas à transição da camada limite e ao início da separação do escoamento (DRELA; GILES, 1987). Como o torque produzido por cada elemento de pá depende diretamente

das forças aerodinâmicas tangenciais, uma superestimação da razão C_L/C_D resulta em valores excessivos de torque para ângulos de ataque moderados. Consequentemente, o modelo prevê que a turbina atinge sua condição de máxima eficiência em velocidades de rotação menores do que aquelas observadas experimentalmente, antecipando o valor de TSR correspondente ao pico de C_P .

Outro aspecto importante refere-se ao fato de que as polares utilizadas pelo BEM são obtidas a partir de análises bidimensionais do aerofólio, enquanto as pás da turbina operam sob um escoamento intrinsecamente tridimensional. Em rotores reais, a rotação gera efeitos centrífugos que promovem o transporte radial de quantidade de movimento linear na camada limite. Esse mecanismo tende a retardar a separação do escoamento e aumentar a sustentação efetiva das seções internas da pá, caracterizando o chamado atraso de estol (CHAVIAROPOULOS; HANSEN, 2000). Como tais efeitos não estão presentes nas polares bidimensionais geradas pelo Xfoil, o modelo BEM não consegue reproduzir adequadamente o aumento de desempenho observado experimentalmente em faixas mais elevadas de TSR. Isso faz com que a curva numérica apresente uma queda de potência mais precoce, deslocando o pico de C_P para a esquerda em relação aos resultados experimentais.

Por fim, devem ser considerados os próprios efeitos das condições experimentais, que geralmente não são totalmente reproduzidos pelo modelo numérico. A intensidade de turbulência incidente, o bloqueio do canal de ensaio, a recuperação da esteira, pequenas não uniformidades do escoamento de entrada e eventuais efeitos de cisalhamento vertical da velocidade podem modificar o carregamento aerodinâmico da turbina e alterar sua condição ótima de operação (BAHAJ; MYERS; THOMSON, 2013; MYCEK et al., 2014).

Adicionalmente, no caso de alta turbulência, o coeficiente de potência máximo obtido pelos dois métodos computacionais está mais próximo do experimental do que no caso de baixa turbulência. Isso pode ser explicado pelo fato de que a sensibilidade do BEM ao nível de turbulência está nos coeficientes de arrasto e sustentação fornecidos pelo usuário. Dessa forma, é necessário que a intensidade turbulenta seja considerada na obtenção desses valores.

No caso do Xfoil, não é possível definir diretamente a intensidade de turbulência, somente o parâmetro de transição (N), que, conforme explicado na Seção 4.1, foi mantido no valor padrão tanto para as curvas do caso de alta quanto de baixa turbulência. Então, a única diferença entre os dois casos, foi a velocidade de entrada, conforme mostrado na Tabela 1, o que potencialmente impactou a sensibilidade do método ao nível de turbulência. Isso justifica porque o valor de coeficiente de potência máximo no caso de alta turbulência ficou mais próximo do experimental do que no caso de baixa turbulência.

É importante ressaltar que o uso do número de Reynolds local aumenta o custo computacional, porém ele permanece baixo. As simulações numéricas foram executadas em um computador pessoal equipado com processador Intel® Core™ i7-5500U operando a 2,40 GHz,

8 GB de memória RAM e armazenamento em unidade SSD Kingston SA400S37480G de 447 GB. O sistema possui arquitetura de 64 bits (x64) e utiliza placa gráfica AMD Radeon R7 M260 com 2 GB de memória dedicada, além da GPU integrada Intel® HD Graphics 5500. No caso do uso do número de Reynolds representativo o cálculo dos coeficientes C_P e C_T para um dado TSR foi instantâneo. Ao adicionar as interpolações para número de Reynolds local, o tempo de cálculo para o mesmo caso passou para 1 minuto e 36 segundos. Ou seja, mesmo em um equipamento de capacidade computacional intermediária, sem utilização de infraestrutura de computação de alto desempenho (HPC), o uso do número de Reynolds local apresenta baixo tempo de cálculo, juntamente com melhoria expressiva na predição do desempenho da turbina.

4.3 Validação do modelo de Jensen

Com a validação do HydroBEM aplicado a uma turbina isolada, seguiu-se para o estudo de conjuntos de turbinas hidrocínéticas. Nesses casos, é necessário conhecer o perfil de velocidades na esteira da turbina a montante para saber o perfil de velocidades na entrada da turbina a jusante. Para isso, associado ao BEM, são utilizados modelos de esteira. Como avaliação inicial, o modelo de Jensen foi utilizado e para a validação do modelo, foram utilizados os resultados experimentais de Mycek et al. (2014).

Conforme explicado na Seção 3.3, o modelo de Jensen depende de uma constante que deve ser ajustada para cada caso. Essa constante, chamada de constante de entranhamento, controla a taxa de expansão da esteira. Palm et al. (2010) concluíram que o modelo de Jensen fica adequado para turbinas de maré com a constante de entranhamento em uma faixa de 0,04 a 0,075. Já Jensen (1983) recomenda uma constante de 0,1 para túneis de vento padrão. Esses valores foram usados como referência e, para melhor entendimento, a faixa foi expandida, de forma que o modelo foi avaliado com a constante de calibração iniciando em 0,01. O modelo de esteira foi então aplicado nas duas condições de turbulência avaliadas por Mycek et al. (2014) e o perfil de velocidades foi avaliado em diferentes distâncias a jusante da turbina.

A Figura 35 apresenta resultados experimentais e numéricos do perfil de velocidades para o caso de menor turbulência ($I_\infty = 3\%$). O eixo vertical representa a posição radial adimensional ($y^* = y/D$), enquanto o eixo horizontal corresponde à posição axial adimensional ($x^* = x/D$). Nessa figura é possível observar o comportamento do modelo com a variação de α_J .

Como esperado, os resultados obtidos com o modelo de Jensen produzem uma esteira com crescimento linear do raio e com uma distribuição radial de velocidade do tipo *top-hat* (onda quadrada). Os valores intermediários de velocidade observados nos resultados computacionais são atribuídos à dissipação numérica. Além disso, o raio da

esteira e a velocidade aumentam com o valor da constante de entranhamento α_J .

Para determinar o valor ótimo da constante de entranhamento, é importante lembrar que o modelo de esteira de Jensen foi originalmente desenvolvido para a região de esteira distante (*far-wake*), que normalmente se inicia aproximadamente entre 5 e 6 diâmetros do rotor a jusante. Portanto, a concordância entre os resultados computacionais e os dados experimentais é avaliada especificamente nessa região.

Para o caso de menor turbulência, uma constante de entranhamento de 0,01 produz uma esteira com diâmetro menor e velocidade inferior em comparação com os dados experimentais. Ao aumentar a constante para 0,025, observa-se uma melhora na concordância. Por outro lado, uma constante de 0,030 resulta em uma esteira com diâmetro maior e velocidade superior aos dados experimentais. Ao aumentar ainda mais a constante para 0,035 e 0,045, os resultados passam a se afastar ainda mais das observações experimentais.

Utilizando um algoritmo de otimização com o método dos mínimos quadrados que compara a velocidade mínima do perfil experimental com a velocidade do modelo de Jensen, é obtido uma constante de entranhamento ótima de 0,023, valor próximo ao de 0,025 obtido pela análise visual. Esse valor ótimo produz um diâmetro de esteira e um perfil de velocidade muito próximos dos dados experimentais. Vale ressaltar que, como o modelo foi desenvolvido para esteira distante, apenas os dados experimentais dessa região, ou seja, a partir de 5D a jusante da turbina, foram usados para a calibração.

A Figura 36 apresenta o perfil de velocidades detalhado para $\alpha_J = 0,023$. Observa-se que o modelo de Jensen gera um perfil característico de onda quadrada, enquanto os dados experimentais apresentam uma distribuição mais próxima de uma forma gaussiana ou em sino, com perturbações perceptíveis no escoamento que se estendem até mesmo para a região externa da esteira. Jensen (1983) apontou que essa discrepância não é crítica ao analisar os efeitos da esteira sobre objetos a jusante, como outros rotores, uma vez que as regiões de superestimação e subestimação podem se compensar mutuamente. Entretanto, como a geração de potência depende tanto do raio do rotor quanto da velocidade de entrada do escoamento, a significativa subestimação da velocidade próxima à ponta da pá pelo modelo de Jensen pode levar a uma subestimação da potência extraída, uma vez que essa é a região onde a maior parte da potência é produzida. Esse resultado é altamente sensível à forma como a constante de entranhamento é calibrada.

Outra observação importante é que o valor da constante de entranhamento que melhor ajusta a região de esteira distante não fornece resultados precisos na esteira próxima (*near-wake*). Isso ocorre porque diferentes fenômenos hidrodinâmicos dominam cada uma dessas regiões. Na região de esteira próxima, tipicamente compreendida desde o plano do rotor até aproximadamente 2–5 diâmetros a jusante, o escoamento ainda preserva fortemente a estrutura gerada pelas pás da turbina. Nessa região, o campo de velocidades

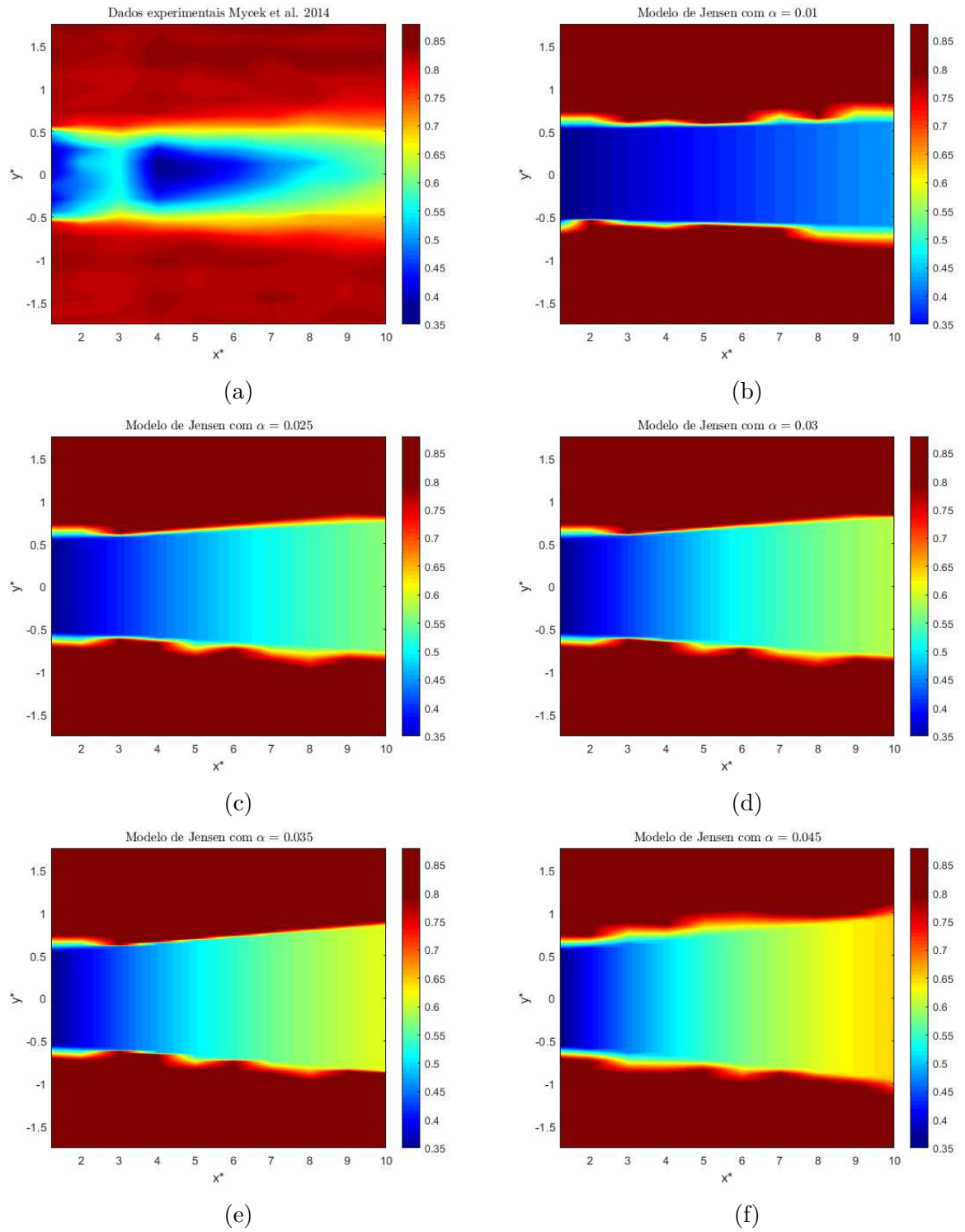


Figura 35 – Campo de velocidade axial com $\text{TSR} = 3,67$, $U_\infty = 0,8$ m/s e $I_\infty = 3\%$: (a) resultados experimentais de Mycek et al. (2014), (b) modelo de Jensen com $\alpha_J = 0,01$, (c) modelo de Jensen com $\alpha_J = 0,025$, (d) modelo de Jensen com $\alpha_J = 0,030$, (e) modelo de Jensen com $\alpha_J = 0,035$ e (f) modelo de Jensen com $\alpha_J = 0,045$

é governado pela presença de vórtices de ponta, vórtices de raiz e pela distribuição não uniforme de circulação ao longo da envergadura das pás. Além disso, os efeitos de indução

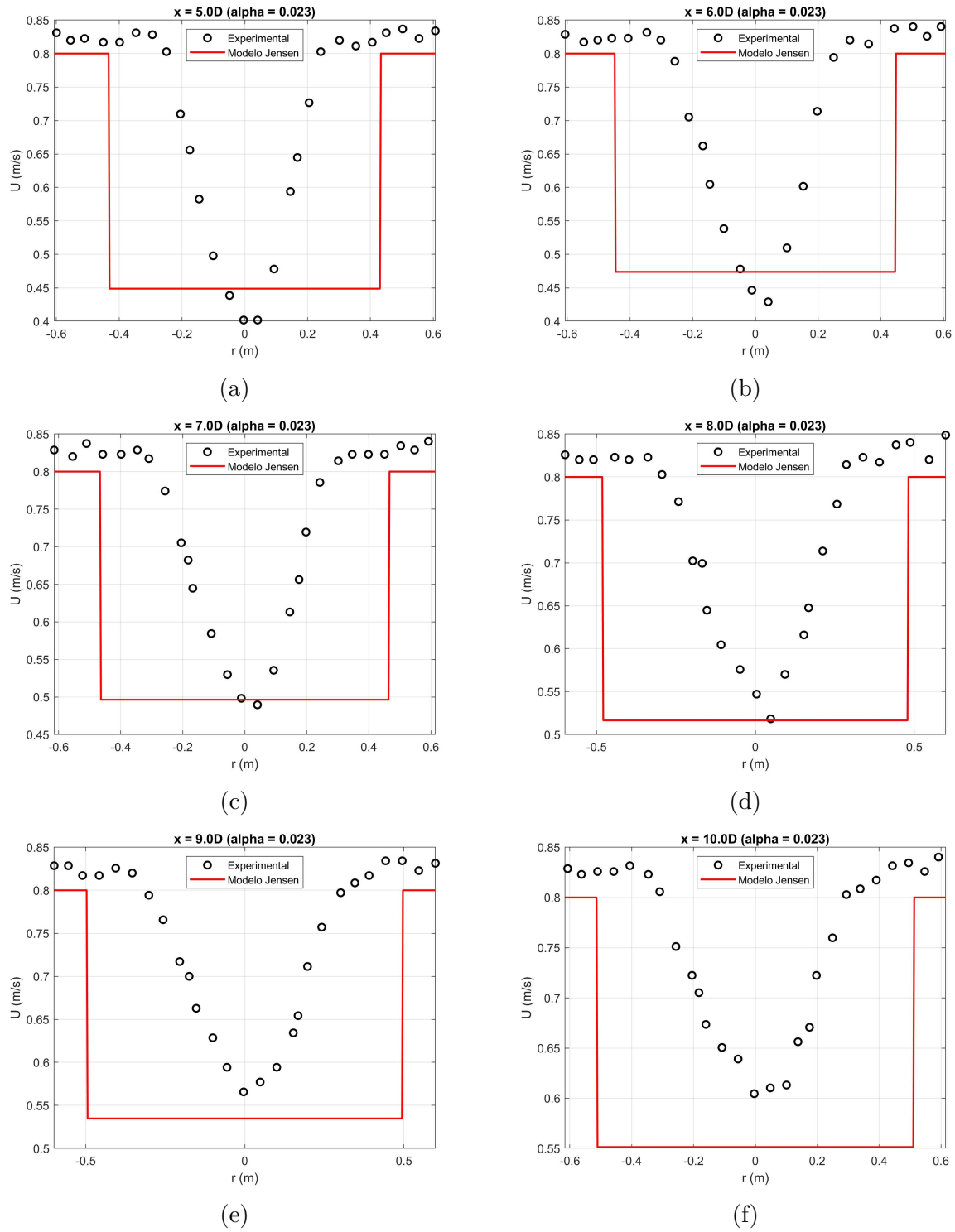


Figura 36 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_\infty = 0,8$ m/s, $I_\infty = 3\%$ e $\alpha_J = 0,023$ comparado com resultado experimental: (a) $x^* = 1,2$, (b) $x^* = 2$, (c) $x^* = 3$, (d) $x^* = 4$, (e) $x^* = 5$, (f) $x^* = 6$, (g) $x^* = 7$, (h) $x^* = 8$, (i) $x^* = 9$ e (j) $x^* = 10$

axial e tangencial permanecem significativos, produzindo um perfil de velocidade altamente anisotrópico e dependente da posição radial. Como consequência, o escoamento apresenta fortes gradientes de velocidade, elevada não uniformidade espacial e intensa dependência

dos mecanismos de geração de vorticidade associados ao rotor, características que não são consideradas explicitamente no modelo de Jensen (VERMEER; SØRENSEN; CRESPO, 2003; SØRENSEN, 2011).

À medida que o escoamento evolui para a região de esteira distante, ocorre a difusão turbulenta dos vórtices de ponta e de raiz, acompanhada pela transferência de quantidade de movimento linear entre a esteira e o escoamento circundante. Nessa região, o déficit de velocidade passa a apresentar uma distribuição mais suave e aproximadamente auto-semelhante, sendo governado predominantemente pelos processos de mistura turbulenta e entranhamento do fluido externo para o interior da esteira. Nessas condições, a hipótese de expansão linear da esteira adotada pelo modelo de Jensen torna-se mais representativa da física do problema, justificando a obtenção de melhores ajustes para distâncias maiores a jusante (JENSEN, 1983; BASTANKHAH; PORTÉ-AGEL, 2014; FRANDSEN et al., 2006).

Sendo assim, na região de esteira próxima, a evolução do escoamento é fortemente influenciada pela dinâmica dos vórtices helicoidais desprendidos pelas pás, enquanto na esteira distante predominam os mecanismos de difusão turbulenta e mistura com o escoamento ambiente. Como a constante de entranhamento do modelo de Jensen representa, de forma simplificada, a intensidade dessa mistura turbulenta, um único valor calibrado para a esteira distante não é capaz de reproduzir adequadamente a física presente na esteira próxima, onde os processos de recuperação da velocidade são governados por mecanismos distintos daqueles assumidos pelo modelo (AINSLIE, 1988; PORTÉ-AGEL; BASTANKHAH; SHAMSODDIN, 2020). Dessa forma, a discrepância observada ao utilizar o mesmo valor da constante para ambas as regiões era esperada e evidencia uma limitação intrínseca da formulação de Jensen.

Uma análise semelhante pode ser realizada para o caso com $I_\infty = 15\%$. Palm et al. (2010) observaram que maiores níveis de turbulência ambiente levam a uma recuperação mais rápida da esteira, resultando em velocidades mais elevadas a jusante. Consequentemente, espera-se que a constante de entranhamento seja maior em comparação ao caso de baixa turbulência. A Figura 37 apresenta os resultados experimentais para esse cenário. Fica evidente que o comportamento da esteira é influenciado pela intensidade turbulenta, que gera um comportamento fortemente não uniforme no perfil de velocidades. Utilizando o método de otimização, semelhante ao feito para a menor intensidade turbulenta, foi encontrado um valor ótimo para a constante de entranhamento de 0,122.

A Figura 38 mostra o perfil de velocidades experimental comparado ao de Jensen para cada seção na esteira distante, utilizando $\alpha_J = 0,122$. Nota-se que apesar de o valor de velocidade mínima experimental apresentar boa concordância com o do modelo, o formato do perfil afasta-se ainda mais da distribuição idealizada proposta por Jensen do que o perfil em forma de sino observado no caso de baixa turbulência.

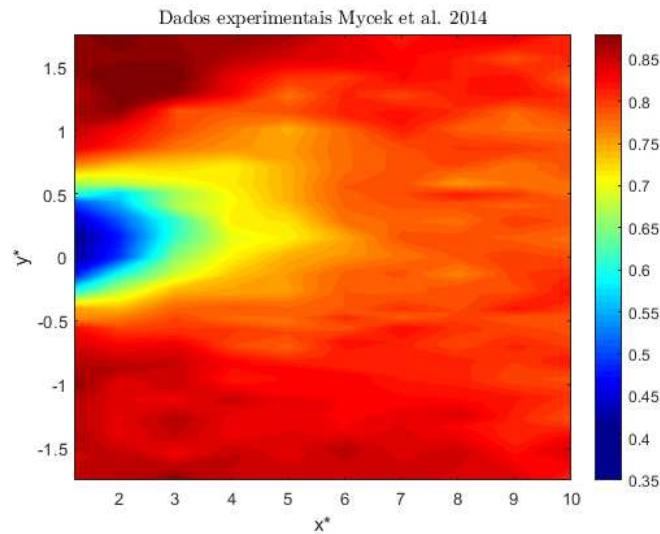


Figura 37 – Resultados experimentais de Mycek et al. (2014) do campo de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,83$ m/s e $I_{\infty} = 15\%$

Dessa forma, os resultados mostram que o modelo de Jensen é capaz de fornecer uma boa estimativa do valor da velocidade mínima na esteira e do seu raio, porém falha no formato do perfil de velocidades, como era esperado pela definição do modelo (JENSEN, 1983). Como o objetivo do trabalho é estimar a potência do conjunto de turbinas, os perfis obtidos por esse modelo precisam ser utilizados no cálculo do desempenho de turbinas para verificar o impacto da diferença do formato do perfil de velocidades axial na potência produzida pela turbina.

Uma melhoria proposta por Jensen (1983), é utilizar uma modulação por cosseno no perfil, conforme detalhado na Seção 3.3. Essa melhoria foi implementada e os dados experimentais foram utilizados para encontrar tanto o valor ótimo de α_J quanto do θ . Foi encontrado $\alpha_J = 0,030$ e $\theta = 20^\circ$. A Figura 39 mostra o perfil de velocidades obtido pelo modelo de Jensen modulado para cada seção da esteira distante, comparado com o experimental para a intensidade turbulenta de 3 %. Nota-se que a modulação é capaz de corrigir o formato do perfil, aproximando-o do real. Entretanto, mesmo com a melhora, ele ainda apresenta uma velocidade máxima igual à velocidade de corrente livre e a largura da curva se distancia da experimental, o que pode causar desvios na precisão do desempenho da turbina.

De maneira semelhante, o modelo de Jensen modulado foi aplicado à intensidade turbulenta de 15 %, resultando em valores ótimos iguais a 0,185 para α_J e 20° para θ . O resultado é mostrado na Figura 40. Nota-se que o controle dos parâmetros α_J e θ não é capaz de reproduzir o comportamento do perfil de velocidades nessa condição.

Portanto, a análise do modelo de Jensen mostra que ele é capaz de prever a velocidade mínima e o raio da esteira com precisão, mas falha no formato do perfil de velocidades. Já a implementação da modulação baseada em cosseno, corrige o formato,

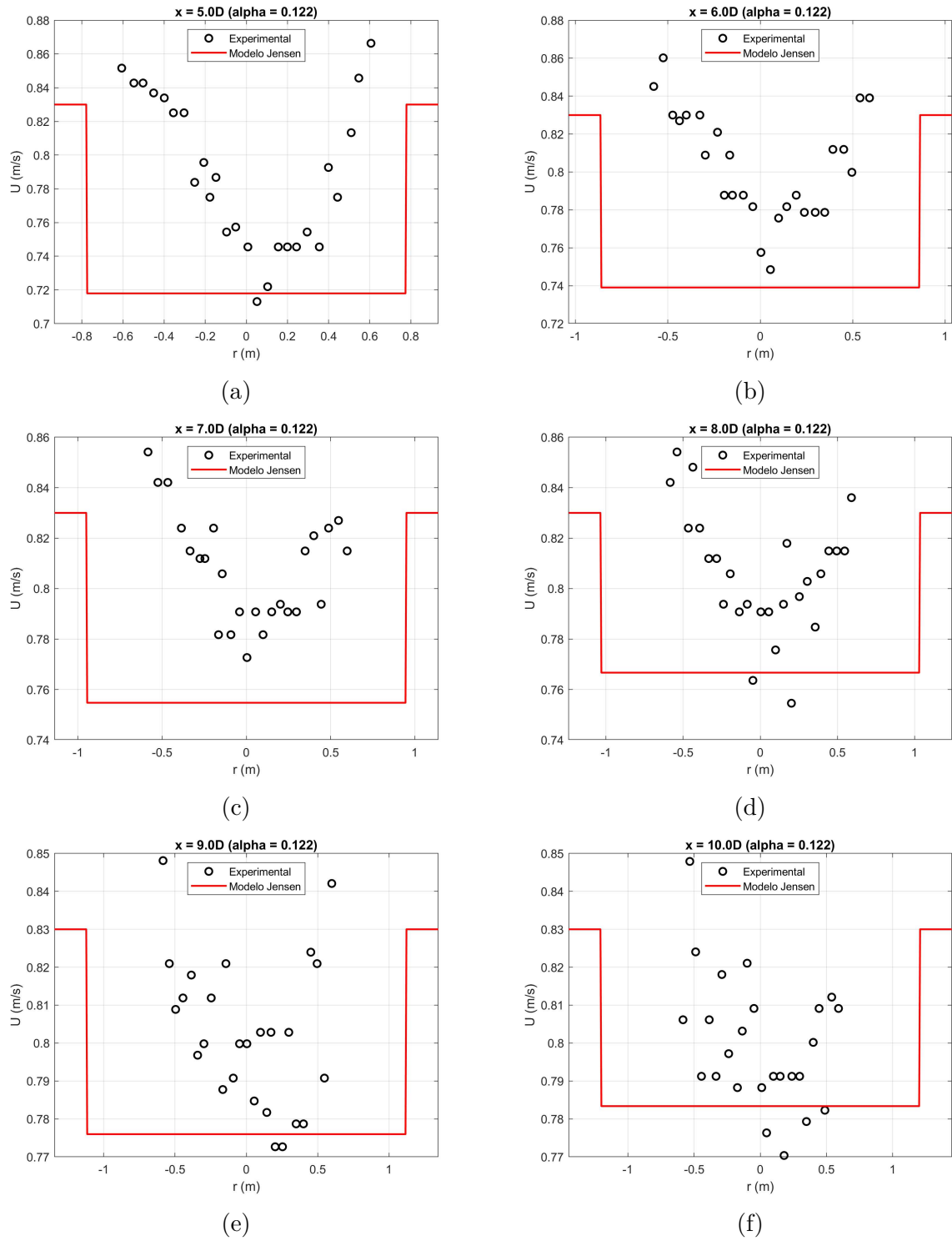


Figura 38 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_\infty = 0,83$ m/s, $I_\infty = 15\%$ e $\alpha_J = 0,122$ comparado com resultado experimental: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (c) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$

se aproximando do experimental, porém ainda falha na previsão da velocidade fora da esteira e mostra grande limitação em relação à intensidade turbulenta.

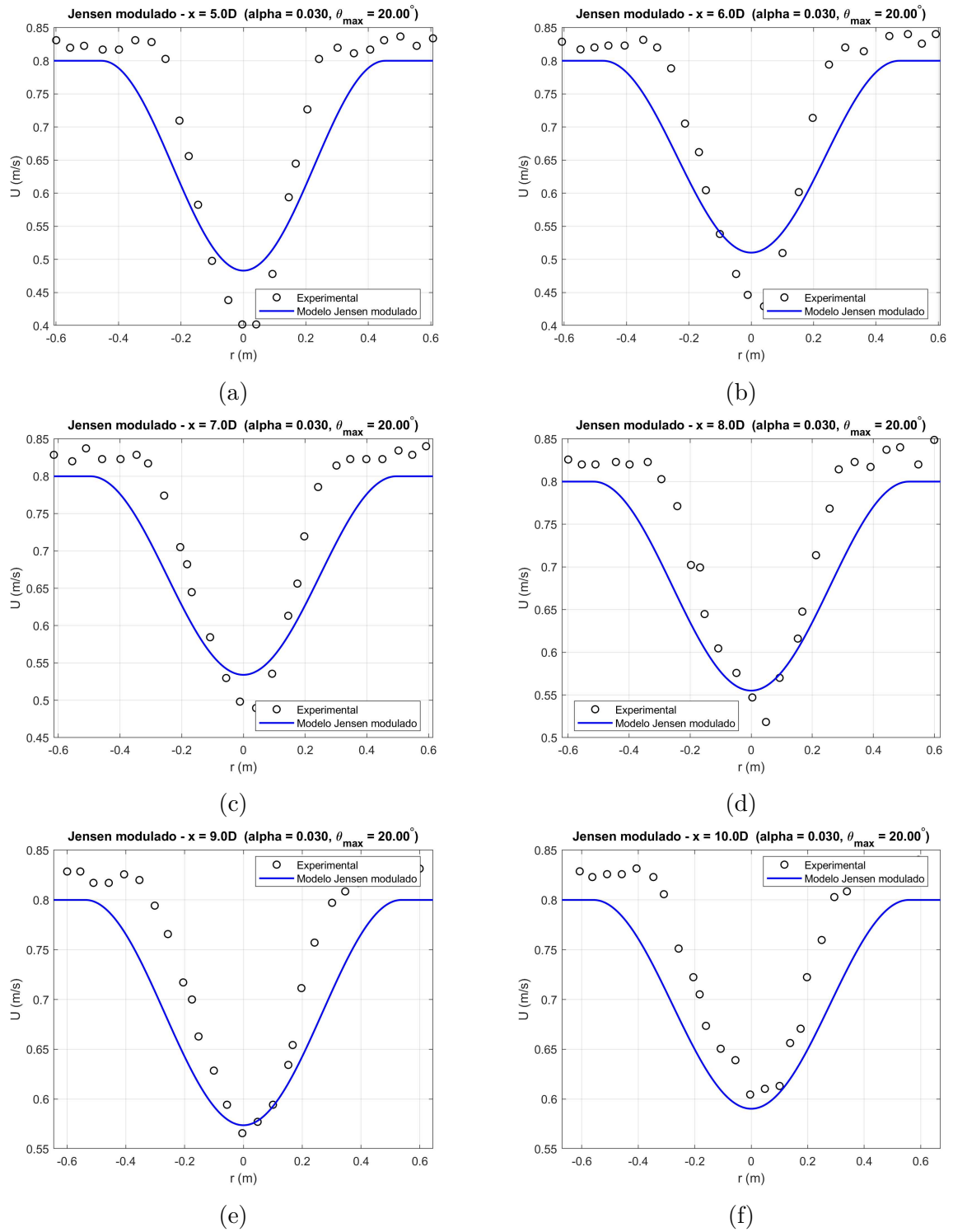


Figura 39 – Perfil de velocidade axial com $\text{TSR} = 3,67$, $U_\infty = 0,8$ m/s, $I_\infty = 3\%$ obtido com o modelo de Jensen modulado comparado com resultado experimental: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (b) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$

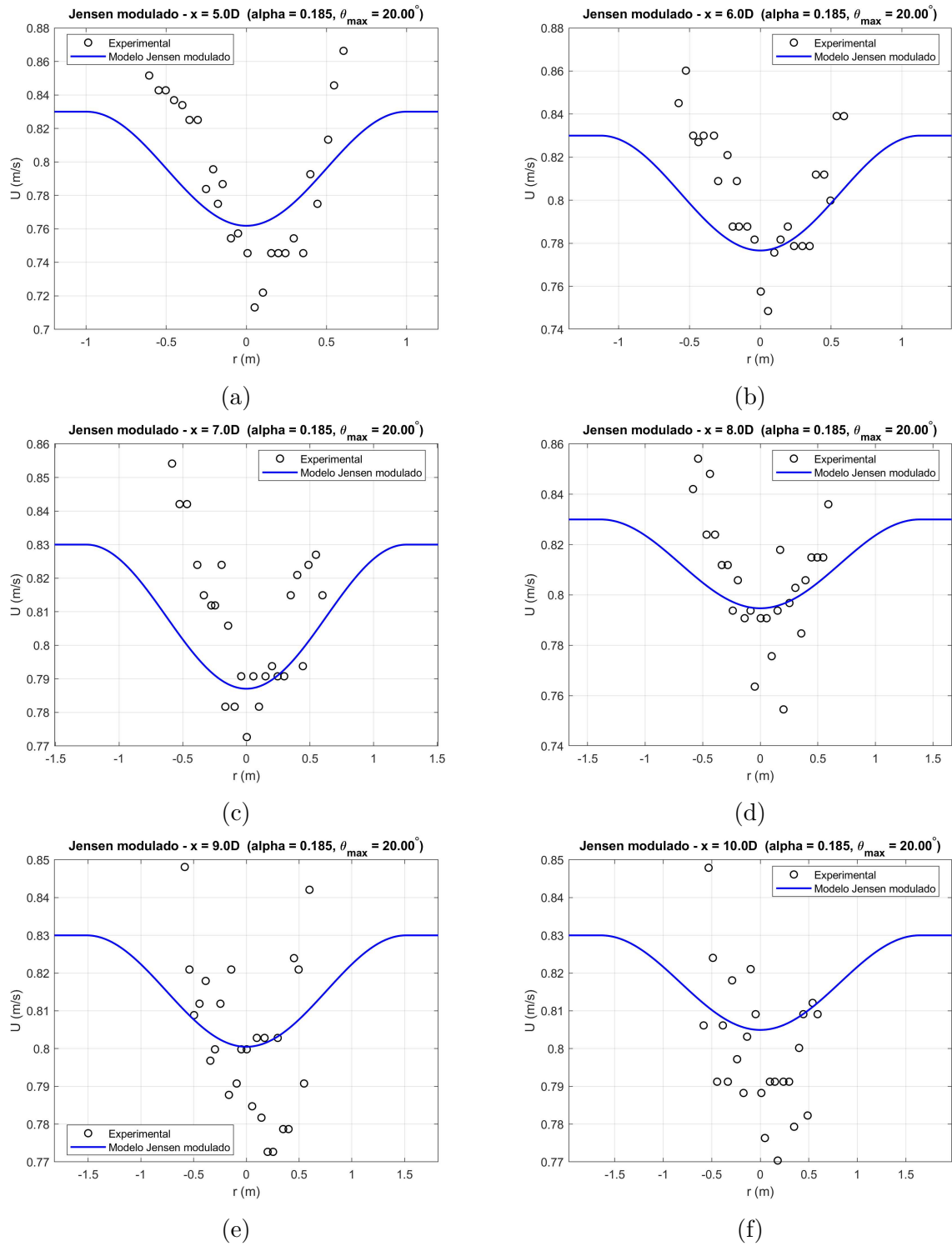


Figura 40 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_\infty = 0,83$ m/s, $I_\infty = 15\%$ btido com o modelo de Jensen modulado comparado com resultado experimental: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (b) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$

4.4 Validação do modelo gaussiano

Para a validação do modelo gaussiano proposto na Seção 3.4, foram utilizados inicialmente os dados de Mycek et al. (2014), os mesmos que foram utilizados na validação do modelo de Jensen. Os autores obtiveram perfil de velocidade em dez distâncias a jusante diferentes, sendo elas 1,2; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 e 10 vezes o diâmetro da turbina. Como o modelo proposto é baseado no de Jensen, que por sua vez foi desenvolvido para esteira distante, a validação foi feita para dois conjuntos de dados diferentes. Primeiramente, foram usados os dados experimentais de todas as distâncias para a calibração dos parâmetros C e α_J . Em seguida, foram usados apenas os dados da esteira distante, isto é, a partir de 5D para a calibração.

As Figuras 41 e 42 mostram os resultados considerando todos os dados experimentais na calibração dos parâmetros para a intensidade turbulenta de 3 %. Nesse caso, a otimização resultou em $\alpha_J = 0,027$ e $C = 3,277$. Nota-se que o formato do perfil de velocidade previsto pelo modelo se aproxima mais do experimental do que o modelo de Jensen modulado com cosseno. Além disso, os valores ficaram próximos, especialmente na região de esteira distante. Um outro ponto importante é que o modelo conseguiu melhorar significativamente a previsão de velocidade nas regiões em que a velocidade é superior que a de entrada, devido à consideração do balanço de massa e utilização de velocidade de fundo.

Ao utilizar apenas os dados da esteira distante para calibração dos parâmetros, o modelo atingiu resultado ótimo para $\alpha_J = 0,023$ e $C = 3,343$. Conforme esperado, a alteração dos dados fornecidos, resulta em uma variação dos dados de saída. A Figura 43 mostra o resultado obtido pelo modelo em comparação com os dados experimentais. Nota-se que em comparação com os resultados mostrados na Figura 42, usar apenas os dados da esteira distante para calibrar o modelo que será usado nessa região traz maior acurácia, uma vez que o comportamento na esteira próxima e na esteira distante são diferentes, conforme explicado anteriormente na Seção 4.3.

Uma análise semelhante pode ser feita para a intensidade turbulenta de 15 %. As Figuras 44 e 45 mostram os resultados obtidos para a calibração utilizando todos os dados experimentais, caso em que o modelo atingiu resultado ótimo para $\alpha_J = 0,1$ e $C = 2,453$. Nota-se que o modelo representa bem o formato da esteira até aproximadamente 8D, após essa distância as flutuações devido à alta turbulência são grandes e o perfil deixa de ter um formato definido. Além disso, é possível observar que o uso de todos os dados para a calibração gerou grandes desvios, com destaque para a posição 3D.

Ao utilizar apenas os dados de esteira distante para calibração, a otimização resulta em $\alpha_J = 0,122$ e $C = 4,460$. Os resultados são mostrados na Figura 46, onde é possível observar que a nova calibração fornece resultados mais próximos dos experimentais.

Ao utilizar o modelo gaussiano calibrado para todas as posições e apenas para

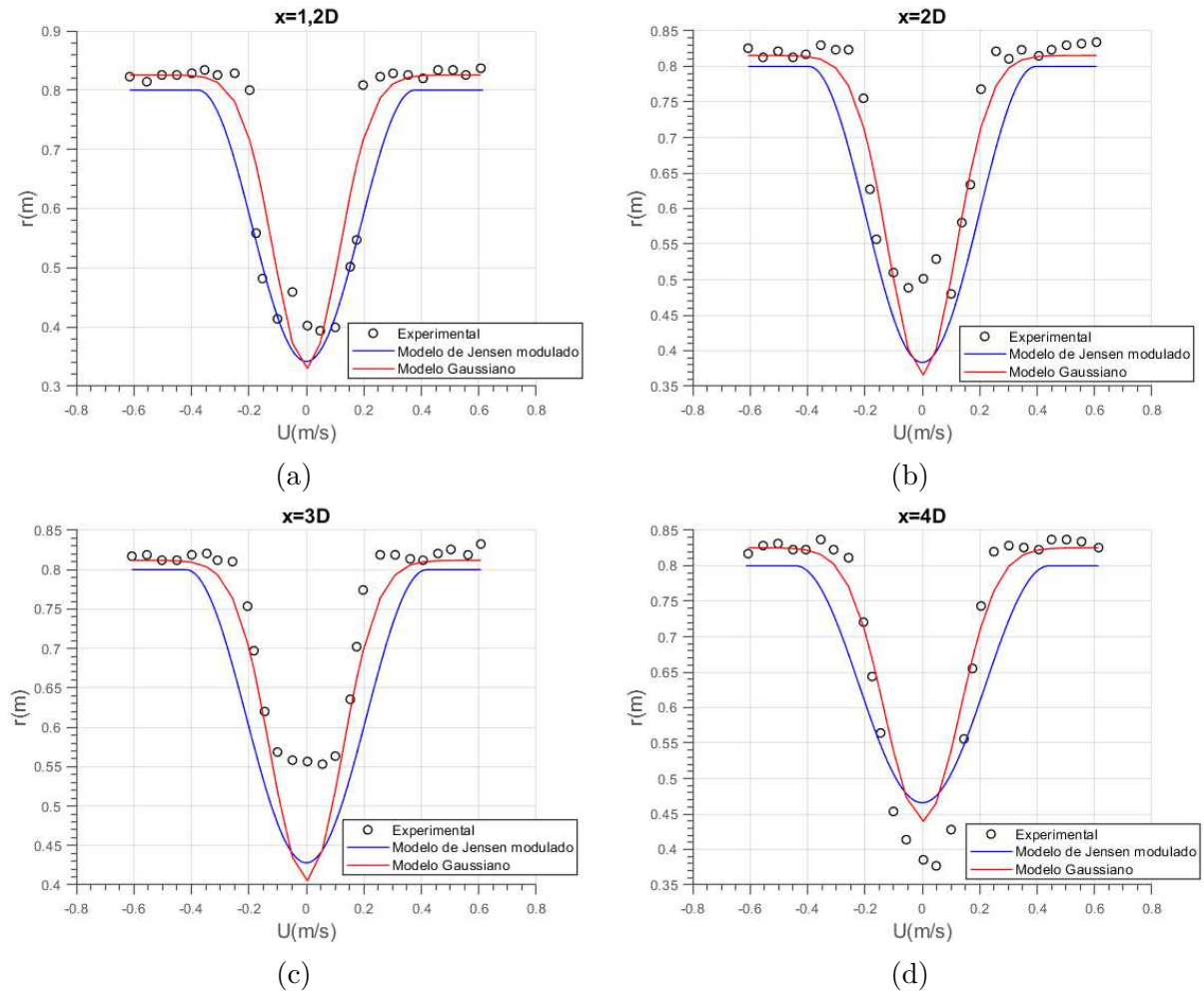


Figura 41 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_\infty = 0,8$ m/s, $I_\infty = 3\%$ obtido pelo modelo gaussiano otimizado para todas as posições, comparado com resultado experimental na esteira próxima: (a) $x^* = 1,2$, (b) $x^* = 2$, (c) $x^* = 3$ e (d) $x^* = 4$

esteira distante para duas intensidades turbulentas diferentes, conclui-se que o modelo proposto é capaz de fornecer perfis de velocidade com formato e valores próximos do experimental ao longo de todo o raio da esteira. Deve ser observado que, por ser derivado do modelo de Jensen e pelas regiões de esteira próxima e distante possuírem mecanismos físicos diferentes, o modelo possui acurácia melhor quando calibrado apenas com dados de esteira distante.

Cabe ressaltar que, ao comparar com o modelo de Jensen tradicional e o modulado com função cosseno, o uso do balanço de massa e do espalhamento (C) variável no modelo proposto, permite a obtenção de resultados de perfil de velocidade mais próximos dos reais. Além disso, as variáveis ajustadas permitem uma adaptação a formatos mais variados de perfis, por exemplo, o modelo apresentou boa concordância tanto para baixa quanto para alta turbulência, enquanto o modelo de Jensen modulado falhou em alta turbulência.

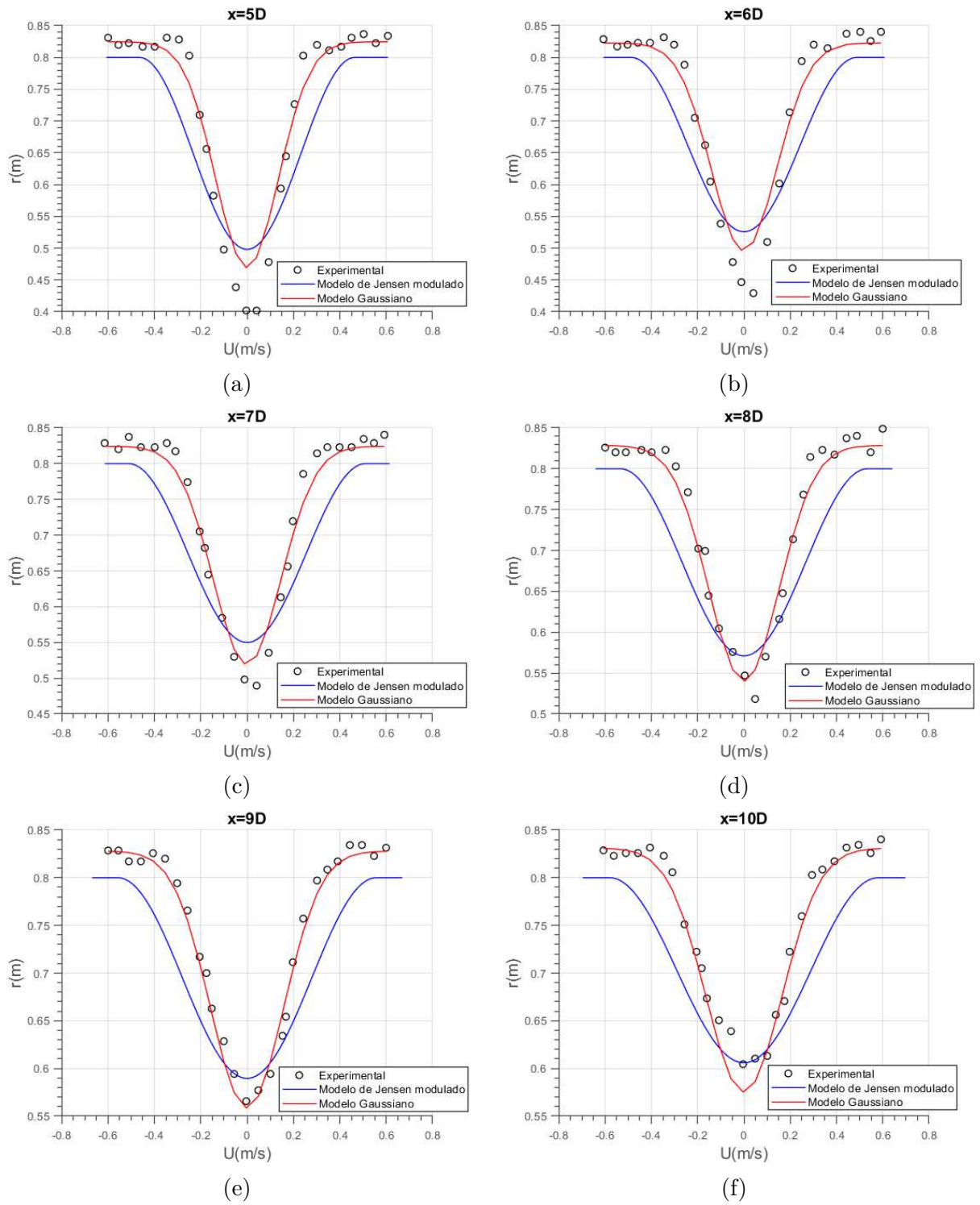


Figura 42 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_{\infty} = 0,8$ m/s, $I_{\infty} = 3$ % obtido pelo modelo gaussiano otimizado para todas as posições, comparado com resultado experimental na esteira distante: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (c) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$

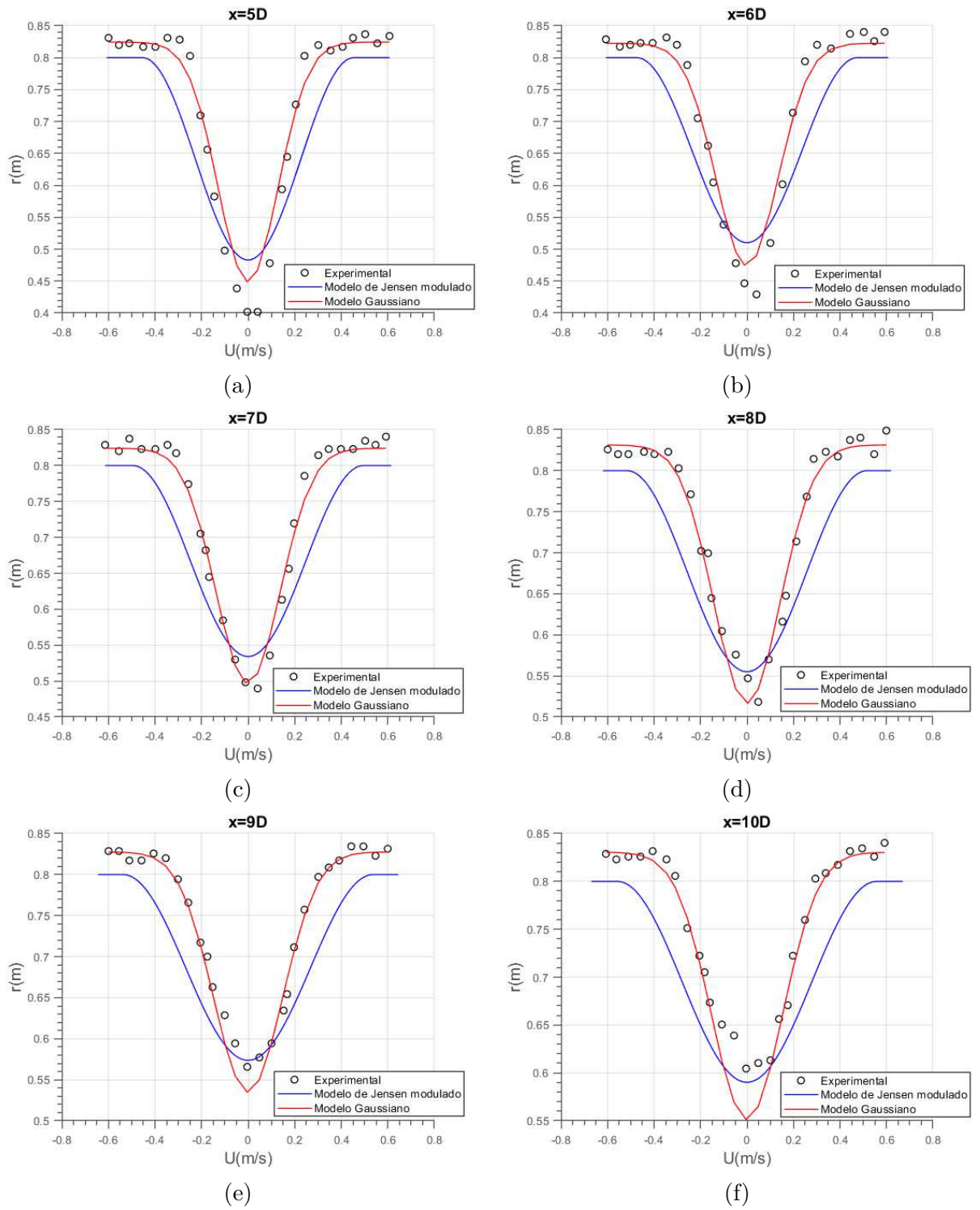


Figura 43 – Perfil de velocidade axial com $\text{TSR} = 3,67$, $U_\infty = 0,8$ m/s, $I_\infty = 3\%$ obtido pelo modelo gaussiano otimizado para esteira distante, comparado com resultado experimental: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (c) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$

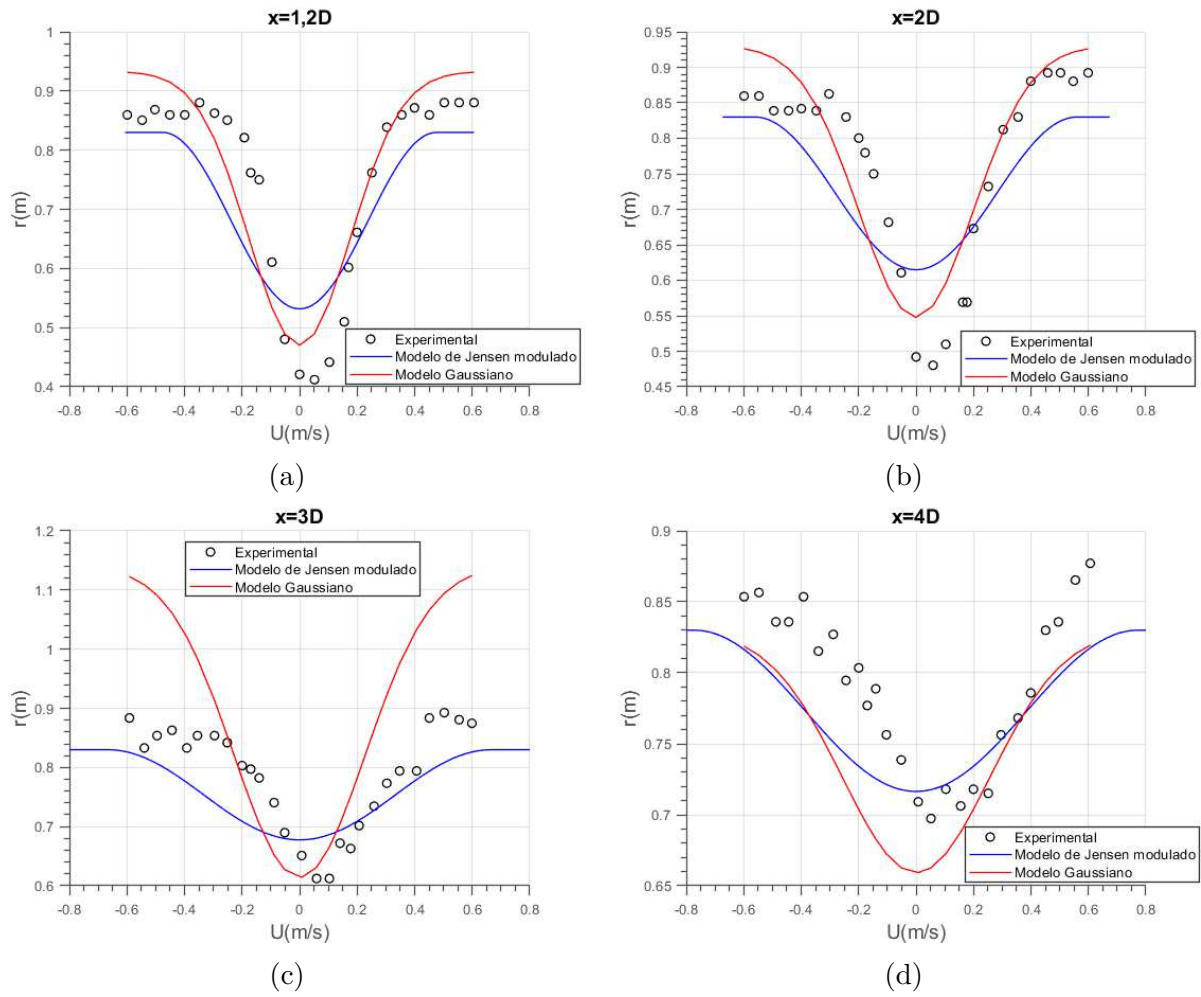


Figura 44 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_\infty = 0,83$ m/s, $I_\infty = 15$ % obtido pelo modelo gaussiano otimizado para todas as posições, comparado com resultado experimental na esteira próxima: (a) $x^* = 1,2$, (b) $x^* = 2$, (c) $x^* = 3$ e (d) $x^* = 4$

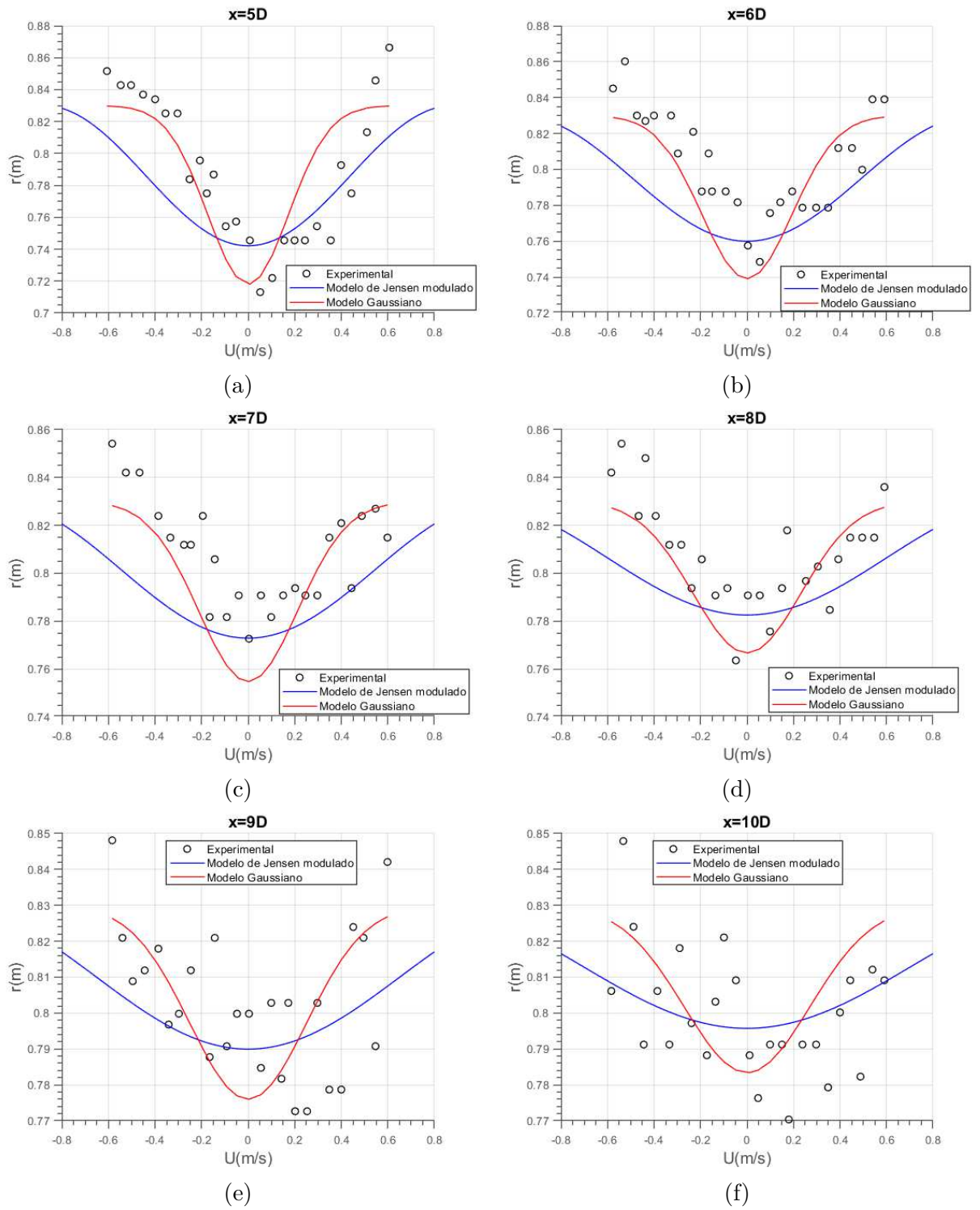


Figura 45 – Perfil de velocidade axial com $\text{TSR} = 3,67$, $U_\infty = 0,83$ m/s, $I_\infty = 15$ % obtido pelo modelo gaussiano otimizado para todas as posições, comparado com resultado experimental na esteira distante: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (c) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$

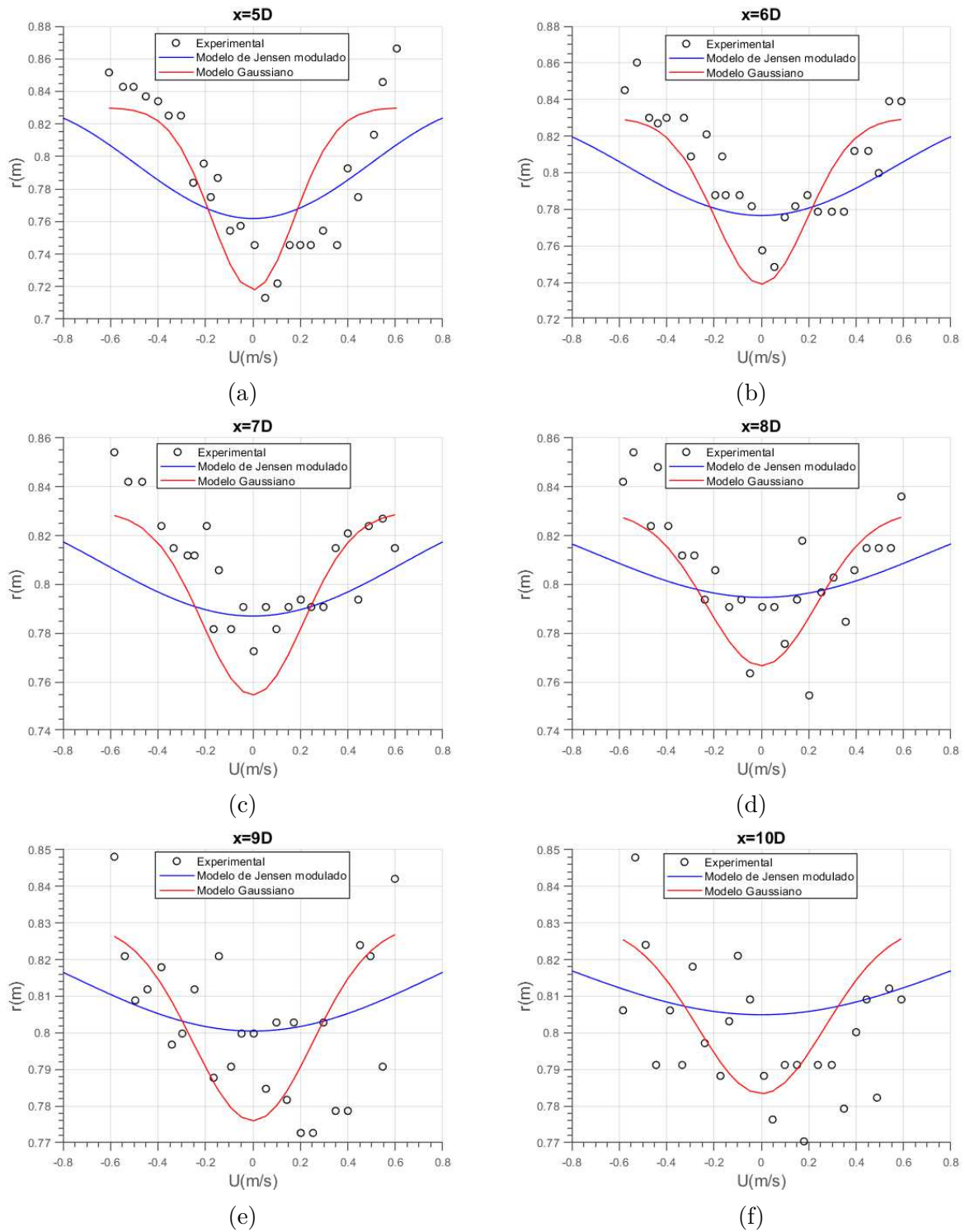


Figura 46 – Perfil de velocidade axial com $TSR = 3,67$, $U_\infty = 0,83$ m/s, $I_\infty = 15$ % obtido pelo modelo gaussiano otimizado para esteira distante, comparado com resultado experimental: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 6$, (c) $x^* = 7$, (d) $x^* = 8$, (e) $x^* = 9$ e (f) $x^* = 10$

Para atestar a capacidade de adaptação a diferentes perfis, o modelo híbrido Jensen-Gaussiano proposto foi validado também com os dados de Stelzenmuller (2013). A Figura 47 mostra que os resultados experimentais do autor possuem um perfil mais próximo de polinomial do que do perfil gaussiano observado por Mycek et al. (2014). Mesmo com essa variação, o modelo híbrido proposto foi capaz de fornecer um perfil ajustado à essa condição. Isso reforça a importância de adicionar, além da modulação, o balanço de massa, que reflete nas variáveis C e U_{back} , permitindo maior fidelidade aos dados experimentais, maior ajustabilidade e maior coerência física.

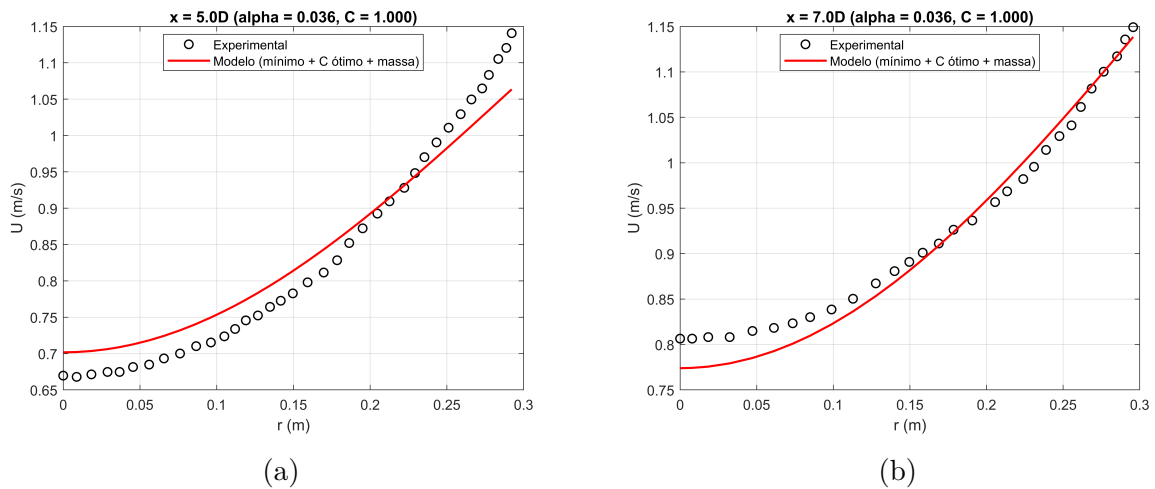


Figura 47 – Perfil de velocidade axial com obtido pelo modelo gaussiano comparado com resultado experimental de Stelzenmuller (2013): (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 7$

Portanto, conclui-se que o modelo híbrido Jensen-Gaussiano possui melhor capacidade de ajuste aos dados experimentais do que o modelo de Jensen (1983), mesmo que o segundo seja utilizado com uma modulação por cosseno. Consequentemente, o modelo está validado e pode ser utilizado para análises posteriores.

4.5 Duas turbinas coaxiais

Para a validação do HydroBEM acoplado a um modelo de esteira de baixa ordem aplicado a duas turbinas alinhadas, foram usados dados experimentais de Stelzenmuller (2013), que apresenta tanto os perfis de velocidades experimentais, permitindo a calibração dos modelos de esteira, quanto os dados de potência da primeira e da segunda turbinas, permitindo a validação do HydroBEM. Para a configuração de duas turbinas coaxiais, o autor apresenta o perfil de velocidades experimental nas distâncias de 3, 5 e 7 diâmetros a jusante da primeira turbina. Como os modelos avaliados são destinados à esteira distante, apenas os dados de 5D e 7D foram usados para calibração dos mesmos. Após a calibração, os valores ótimos foram utilizados para determinar o perfil de velocidades nas distâncias em que a segunda turbina foi testada: 5, 8, 11 e 14 diâmetros a jusante.

Primeiramente, o HydroBEM foi aplicado à primeira turbina. Para ela, é utilizada a velocidade de corrente livre (1,1 m/s). A Tabela 4 mostra que, para a turbina a montante, o desvio máximo do C_P previsto pelo HydroBEM em relação ao experimental é de 4 %, o que é um baixo desvio e reforça a qualidade do método selecionado. Esses resultados também são mostrados na Figura 50.

TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio
6,08	0,3967	0,4061	2%
6,15	0,4033	0,4094	2%
7,10	0,4056	0,4215	4%
7,15	0,4056	0,4202	4%
8,06	0,3889	0,3903	0%
8,12	0,3867	0,3880	0%
8,97	0,3556	0,3501	-2%
9,01	0,3578	0,3486	-3%

Tabela 4 – Coeficiente de potência da primeira turbina: experimental e previsto pelo BEM

Como para a posição a jusante de 5D Stelzenmuller (2013) fornece resultados experimentais tanto do perfil de velocidades quanto do coeficiente de potência, o perfil experimental foi utilizado como dado de entrada no HydroBEM. A Tabela 5 mostra os valores experimentais e numéricos para esse caso. Nota-se que, diferentemente da aplicação na turbina a montante, nesse caso o desvio dos valores obtidos pelo BEM em relação aos experimentais é alto, chegando a -33 %.

TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio
5,93	0,1678	0,1382	-18%
6,09	0,1711	0,1351	-21%
6,26	0,1822	0,1316	-28%
5,93	0,1678	0,1382	-18%
6,79	0,1556	0,1202	-23%
6,86	0,1633	0,1186	-27%
6,97	0,1533	0,1160	-24%
7,09	0,1678	0,1132	-33%
Desvio absoluto médio			24%

Tabela 5 – Coeficiente de potência da segunda turbina na posição 5D: experimental e previsto pelo BEM

Essa diferença na acurácia do modelo pode ser atribuída às condições do escoamento incidente em cada caso, às incertezas experimentais e às limitações intrínsecas do modelo BEM. O modelo BEM baseia-se em hipóteses que incluem a consideração de um escoamento uniforme, quase unidimensional e com baixos níveis de turbulência no plano do rotor (HANSEN, 2000; BURTON et al., 2011). Tais hipóteses são razoavelmente satisfeitas para a turbina a montante, que opera sob condições próximas ao escoamento livre, justificando

a boa concordância observada entre os resultados numéricos e experimentais, conforme mostrado na Tabela 4.

Entretanto, para a turbina posicionada a jusante, o escoamento incidente é caracterizado pela presença da esteira gerada pela turbina a montante, a qual apresenta forte déficit de velocidade, elevada não uniformidade espacial e altos níveis de turbulência. Mesmo que o programa HydroBEM tenha sido adaptado para receber como dado de entrada um perfil de velocidade com variação radial, ele não incorpora os altos níveis de turbulência e seus efeitos no desempenho da turbina.

Além disso, o escoamento na esteira é dominado por estruturas coerentes, tais como vórtices de ponta, camadas de cisalhamento intensas e regiões de recirculação associadas à esteira da nacele (STELZENMULLER, 2013). Esses fenômenos introduzem fortes gradientes radiais de velocidade e uma distribuição altamente não uniforme no plano do rotor, em desacordo com as hipóteses do modelo BEM. O estudo também evidencia que a turbulência presente na esteira é anisotrópica, com diferentes intensidades nas direções longitudinal, transversal e vertical (STELZENMULLER, 2013), o que reforça a complexidade do escoamento incidente.

Do ponto de vista experimental, existem diferentes fontes de incerteza que justificam o desvio nos resultados: (i) a intensidade de turbulência do escoamento de entrada no canal experimental, que varia entre 5% e 10 %; (ii) a presença de perfis de velocidade não uniformes nas direções vertical e horizontal; (iii) a variabilidade do TSR, particularmente mais acentuada para a turbina a jusante; (iv) limitações inerentes à técnica de velocimetria por imagem de partículas (PIV), incluindo resolução espacial finita e aquisição bidimensional de um fenômeno tridimensional; e (v) efeitos de bloqueio significativos, da ordem de 20 %, que não foram corrigidos nos dados experimentais (STELZENMULLER, 2013).

Dessa forma, a elevada discrepância observada entre os resultados do HydroBEM e os dados experimentais para a turbina a jusante não está associada a limitações numéricas do modelo, previamente validado, mas sim a condições específicas do escoamento nessa região (caracterizado por forte não uniformidade, elevada turbulência e presença de estruturas tridimensionais complexas) e às incertezas experimentais, que são mais acentuadas em um escoamento complexo.

Com o HydroBEM para a turbina isolada validado para esse caso em específico, o modelo de Jensen foi utilizado para calcular a velocidade de entrada na segunda turbina, isto é, a velocidade na esteira na primeira turbina. Os perfis de velocidade obtidos são mostrados na Figura 48 em comparação com os dados experimentais e na Figura 49 para as seções de teste. Já os resultados de desempenho da turbina a jusante são mostrados nas Tabelas 6 e 7 e na Figura 50. É possível observar que o desvio em relação ao resultado experimental é muito elevado, com um valor máximo de -69 % para o TSR de 7,09 na distância de 5D. Esse grande desvio é justificado pelo fato de que o modelo é calibrado

para a velocidade mínima experimental e esse valor é mantido constante ao longo de todo o raio da esteira. No caso experimental, a velocidade mínima é atingida aproximadamente no centro da esteira e seu valor aumenta com o raio. Sendo assim, quanto maior o raio maior o desvio da velocidade modelada em relação à experimental. Como a maior parte da potência é gerada nas regiões de maior raio, quanto maior o desvio da velocidade nessas regiões, maior o desvio no coeficiente no cálculo do coeficiente de potência.

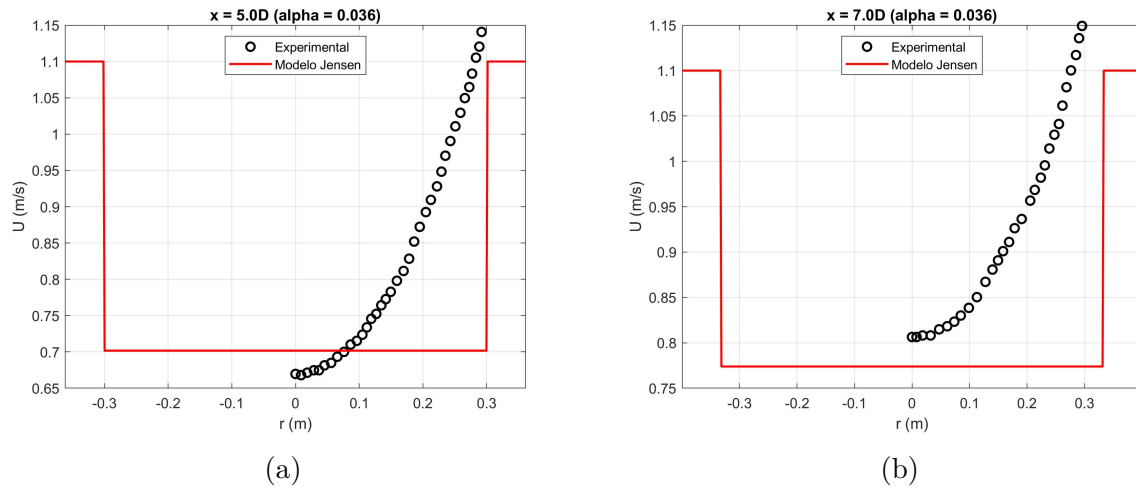


Figura 48 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo de Jensen comparado com resultado experimental de Stelzenmuller (2013): (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 7$

5D				8D			
TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio	TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio
5,93	0,1678	0,0779	-54%	5,92	0,2467	0,1437	-42%
6,09	0,1711	0,0745	-56%	6,10	0,2467	0,1398	-43%
6,26	0,1822	0,0709	-61%	6,34	0,2456	0,1340	-45%
6,79	0,1556	0,0597	-62%	7,14	0,2333	0,1134	-51%
6,86	0,1633	0,0581	-64%	7,10	0,2356	0,1144	-51%
6,97	0,1533	0,0556	-64%				
7,09	0,1678	0,0528	-69%				
Desvio absoluto médio			61%	Desvio absoluto médio			47%

Tabela 6 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 5D e 8D - experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen

Portanto, apesar de Jensen (1983) afirmar que a diferença no formato do perfil de velocidades não gera impacto significativo nas turbinas vizinhas, ao utilizar seu modelo de esteira associado ao HydroBEM conclui-se que essa variação na velocidade é sim relevante na predição do desempenho das turbinas vizinhas.

Para verificar a melhoria gerada pelo modelo de Jensen modulado com cosseno, os perfis de velocidade obtidos por ele foram utilizados no HydroBEM. Os perfis de velocidade obtidos são mostrados na Figura 51 em comparação com os dados experimentais e na

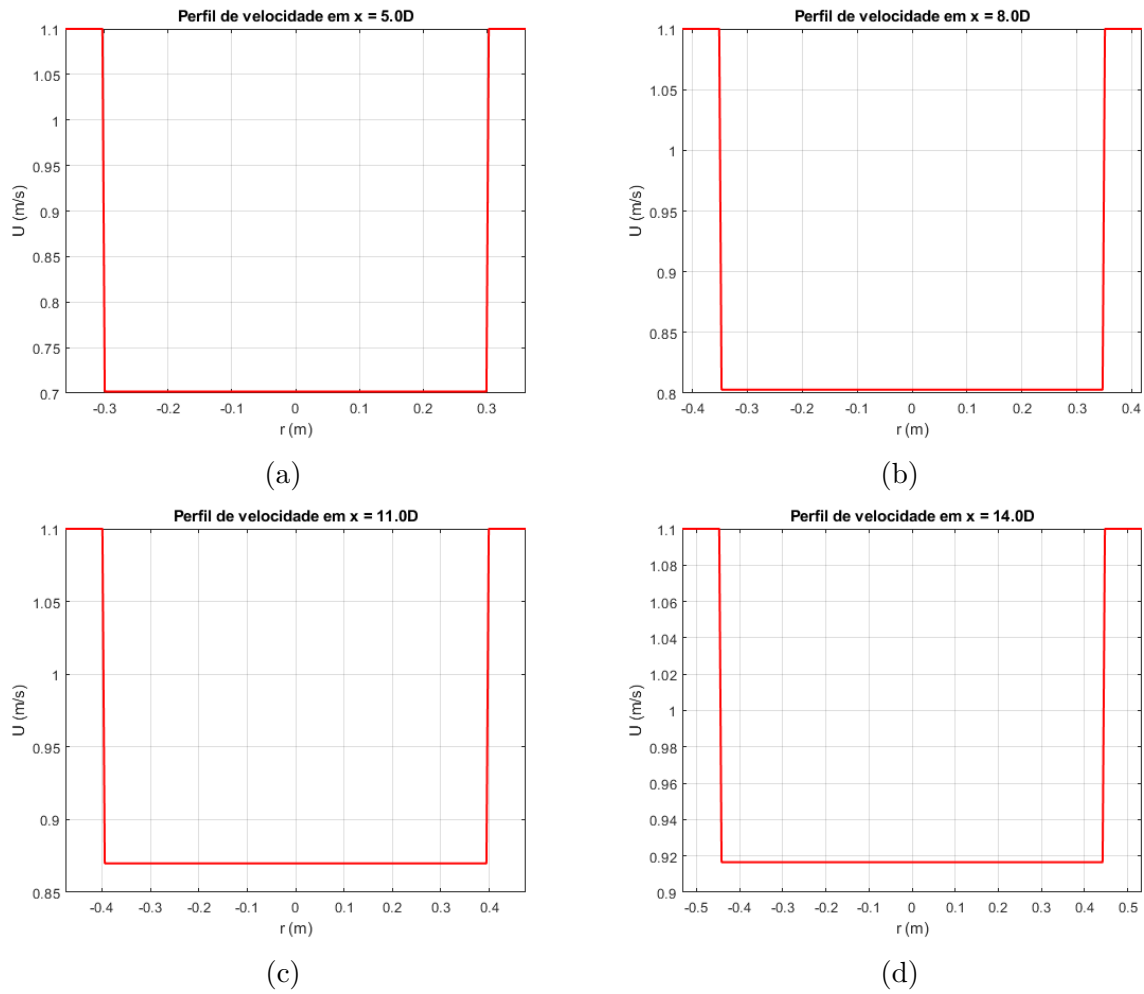


Figura 49 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo de Jensen para o caso Stelzenmuller (2013) em: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 8$, (c) $x^* = 11$ e (d) $x^* = 14$

11D				14D			
TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio	TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio
5,96	0,2956	0,1957	-34%	5,81	0,3422	0,2394	-30%
6,00	0,3033	0,1949	-36%	5,88	0,3467	0,2385	-31%
6,15	0,3044	0,1918	-37%	5,90	0,3500	0,2382	-32%
6,39	0,3011	0,1865	-38%	6,04	0,3456	0,2358	-32%
7,15	0,2989	0,1647	-45%	7,11	0,3489	0,2091	-40%
7,20	0,2978	0,1631	-45%	7,15	0,3522	0,2079	-41%
7,28	0,3033	0,1607	-47%	7,26	0,3500	0,2042	-42%
				7,39	0,3556	0,1996	-44%
Desvio absoluto médio			40%	Desvio absoluto médio			36%

Tabela 7 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 11D e 14D - experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen

Figura 52 para as seções de teste. Já os resultados de desempenho da turbina à jusante são mostrados nas Tabelas 8 e 9 e na Figura 53.

Como esperado, os perfis de velocidade possuem formato de sino e a velocidade

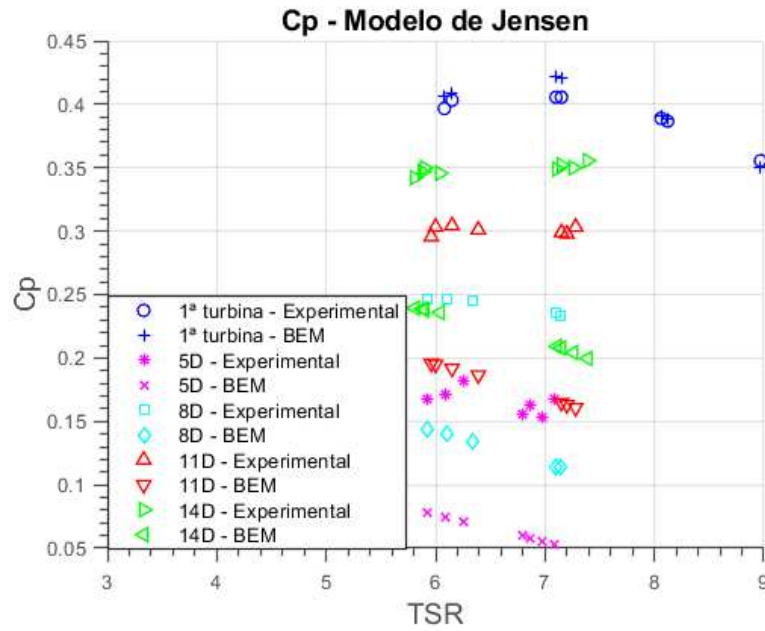


Figura 50 – Coeficiente de potência obtido a partir do modelo de Jensen acoplado ao BEM comparado com resultado experimental de Stelzenmuller (2013)

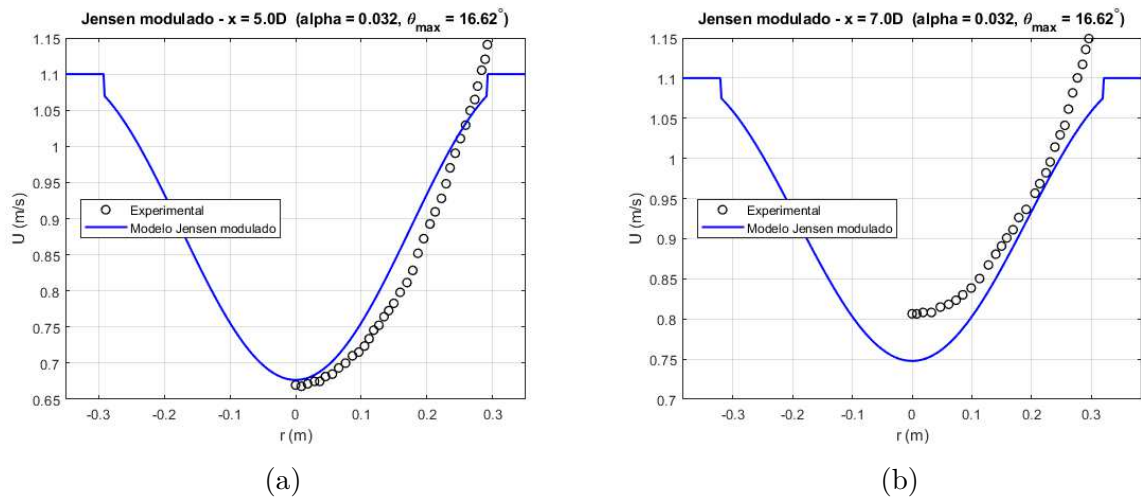


Figura 51 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo de Jensen modulado com cosseno comparado com resultado experimental de Stelzenmuller (2013): (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 7$

aumenta com a distância da turbina a montante, devido à recuperação da esteira. Em termos de desempenho, nota-se que o uso da modulação diminuiu o desvio dos resultados em relação ao experimental. O desvio máximo que era de -69 % passou para -38 %. Essa redução evidencia a influência do formato do perfil de velocidades no cálculo do coeficiente de potência. Apesar da redução, o desvio continua alto, o que é justificado pela diferença nos valores das velocidades em maiores raios, como mostrado na Figura 51.a para raios próximos do raio da turbina (0,222 m), e pelas incertezas experimentais apontadas anteriormente.

Além da melhoria proposta por Jensen (1983) com a modulação, foram avaliados

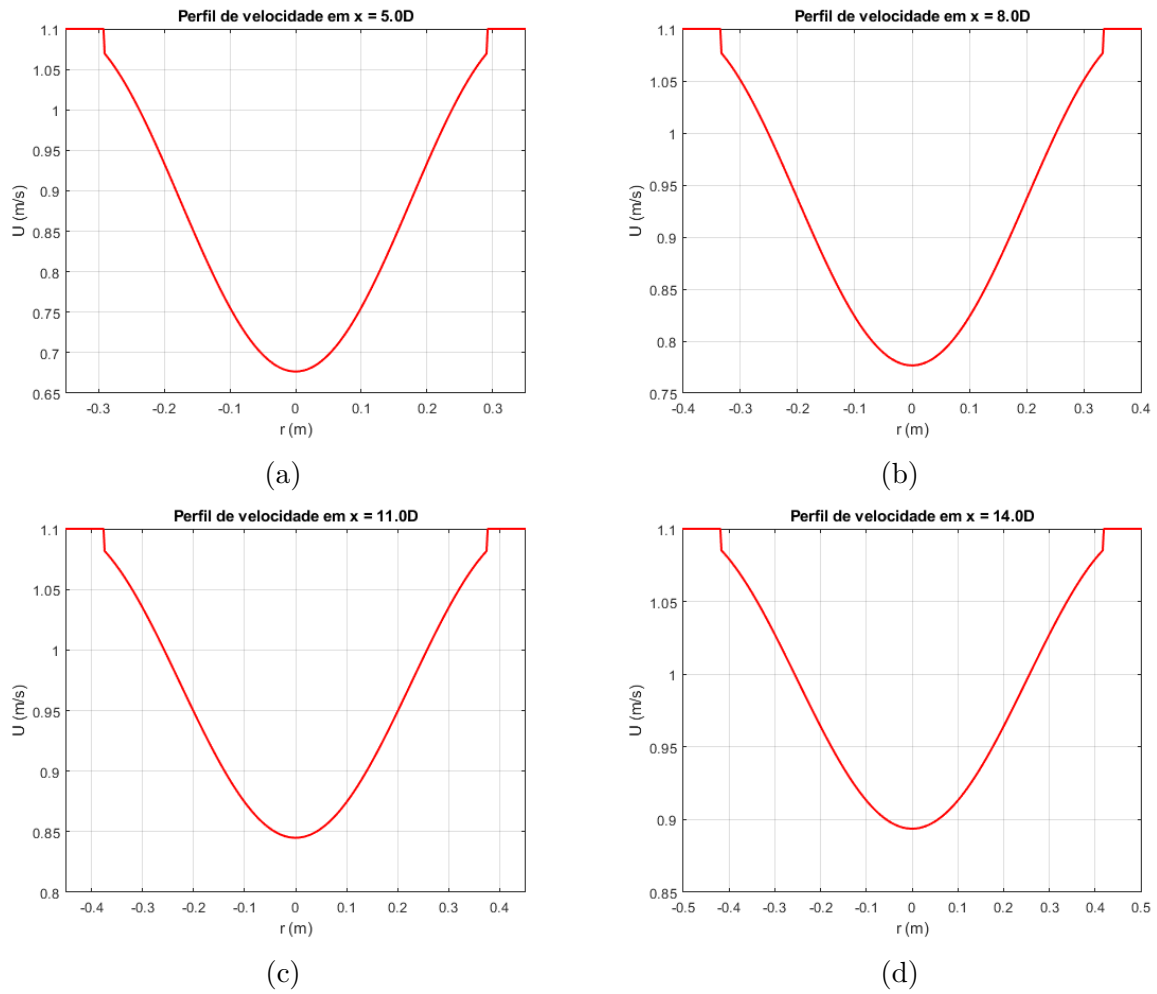


Figura 52 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo de Jensen modulado com cosseno para o caso Stelzenmuller (2013) em: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 8$, (c) $x^* = 11$ e (d) $x^* = 14$

5D				8D			
TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio	TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio
5,93	0,1678	0,1742	4%	5,92	0,2467	0,2023	-18%
6,09	0,1711	0,1713	0%	6,10	0,2467	0,1990	-19%
6,26	0,1822	0,1680	-8%	6,34	0,2456	0,1942	-21%
6,79	0,1556	0,1562	0%	7,14	0,2333	0,1737	-26%
6,86	0,1633	0,1545	-5%	7,10	0,2356	0,1749	-26%
6,97	0,1533	0,1518	-1%				
7,09	0,1678	0,1488	-11%				
Desvio absoluto médio			4,14%	Desvio absoluto médio			22%

Tabela 8 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 5D e 8D - experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen modulado

diferentes métodos de calibração da constante de entranhamento no modelo tradicional de Jensen. A calibração apresentada no início desta seção foi feita a partir da velocidade mínima experimental. Apesar de ser o método recomendado pelo autor do modelo, tal

11D				14D			
TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio	TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio
5,96	0,2956	0,2300	-22%	5,81	0,3422	0,2575	-25%
6,00	0,3033	0,2293	-24%	5,88	0,3467	0,2567	-26%
6,15	0,3044	0,2264	-26%	5,90	0,3500	0,2565	-27%
6,39	0,3011	0,2215	-26%	6,04	0,3456	0,2545	-26%
7,15	0,2989	0,2018	-32%	7,11	0,3489	0,2294	-34%
7,20	0,2978	0,2002	-33%	7,15	0,3522	0,2282	-35%
7,28	0,3033	0,1975	-35%	7,26	0,3500	0,2247	-36%
				7,39	0,3556	0,2203	-38%
Desvio absoluto médio			28%	Desvio absoluto médio			31%

Tabela 9 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 11D e 14D - experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen modulado

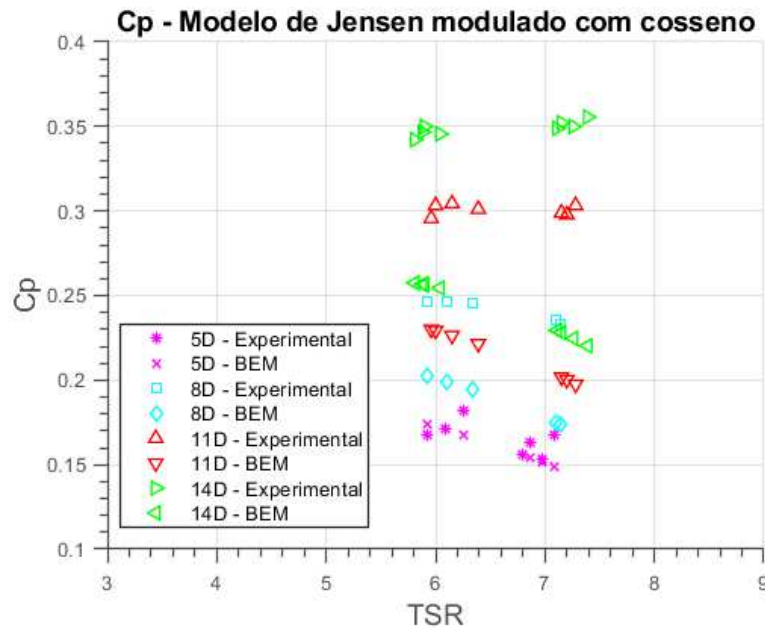


Figura 53 – Coeficiente de potência obtido a partir do modelo de Jensen modulado com cosseno acoplado ao BEM comparado com resultado experimental de Stelzenmuller (2013)

opção apresenta limitações, conforme discutido anteriormente.

A primeira forma alternativa de calibração avaliada foi a calibração pelo valor da velocidade média experimental, obtida pela média da função velocidade calculada pela integral da velocidade ao longo do raio dividida pelo intervalo de integração:

$$U_{med} = \frac{\int_0^R U(r) dr}{R} \quad (4.1)$$

A escolha da média em detrimento da velocidade mínima é justificada fisicamente pela própria natureza integral da formulação do modelo. O modelo clássico de Jensen foi desenvolvido a partir do balanço da quantidade de movimento linear em um volume de

controle que engloba toda a seção transversal da esteira. Dessa forma, sua formulação não tem por objetivo representar fenômenos locais associados ao núcleo da esteira, mas sim reproduzir o comportamento médio espacial do escoamento na seção transversal. Assim, utilizar a média das velocidades medidas ao longo das diferentes posições radiais constitui uma estratégia coerente com os fundamentos físicos do modelo.

Além disso, a utilização da velocidade média radial reduz a sensibilidade do procedimento de calibração a flutuações locais do escoamento. Mesmo em análises instantâneas ou médias de curto intervalo temporal, o valor mínimo da velocidade tende a apresentar maior variabilidade espacial que a média radial da seção. Assim, a média das velocidades ao longo do raio fornece uma métrica mais robusta para representar o comportamento global da esteira e, conseqüentemente, para ajustar parâmetros empíricos do modelo.

Os perfis de velocidade obtidos são mostrados na Figura 54. Já os resultados de desempenho da turbina à jusante são mostrados nas Tabelas 10 e 11.

5D				8D			
TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio	TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio
5,93	0,1678	0,16551	-1%	5,92	0,2467	0,245709	0%
6,09	0,1711	0,162142	-5%	6,10	0,2467	0,24268	-2%
6,26	0,1822	0,158369	-13%	6,34	0,2456	0,237814	-3%
6,79	0,1556	0,144376	-7%	7,14	0,2333	0,216459	-7%
6,86	0,1633	0,142295	-13%	7,10	0,2356	0,217764	-8%
6,97	0,1533	0,139192	-9%				
7,09	0,1678	0,135928	-19%				
Desvio absoluto médio			10%	Desvio absoluto médio			4%

Tabela 10 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 5D e 8D — experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen calibrado pela média da função velocidade.

11D				14D			
TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio	TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio
5,96	0,2956	0,292501	-1%	5,81	0,3422	0,316563	-7%
6,00	0,3033	0,292804	-3%	5,88	0,3467	0,318294	-8%
6,15	0,3044	0,293277	-4%	5,90	0,3500	0,318928	-9%
6,39	0,3011	0,289272	-4%	6,04	0,3456	0,322115	-7%
7,15	0,2989	0,26984	-10%	7,11	0,3489	0,306659	-12%
7,20	0,2978	0,26829	-10%	7,15	0,3522	0,305461	-13%
7,28	0,3033	0,265752	-12%	7,26	0,3500	0,302077	-14%
				7,39	0,3556	0,300838	-15%
Desvio absoluto médio			6%	Desvio absoluto médio			11%

Tabela 11 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 11D e 14D — experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen calibrado pela média da função velocidade.

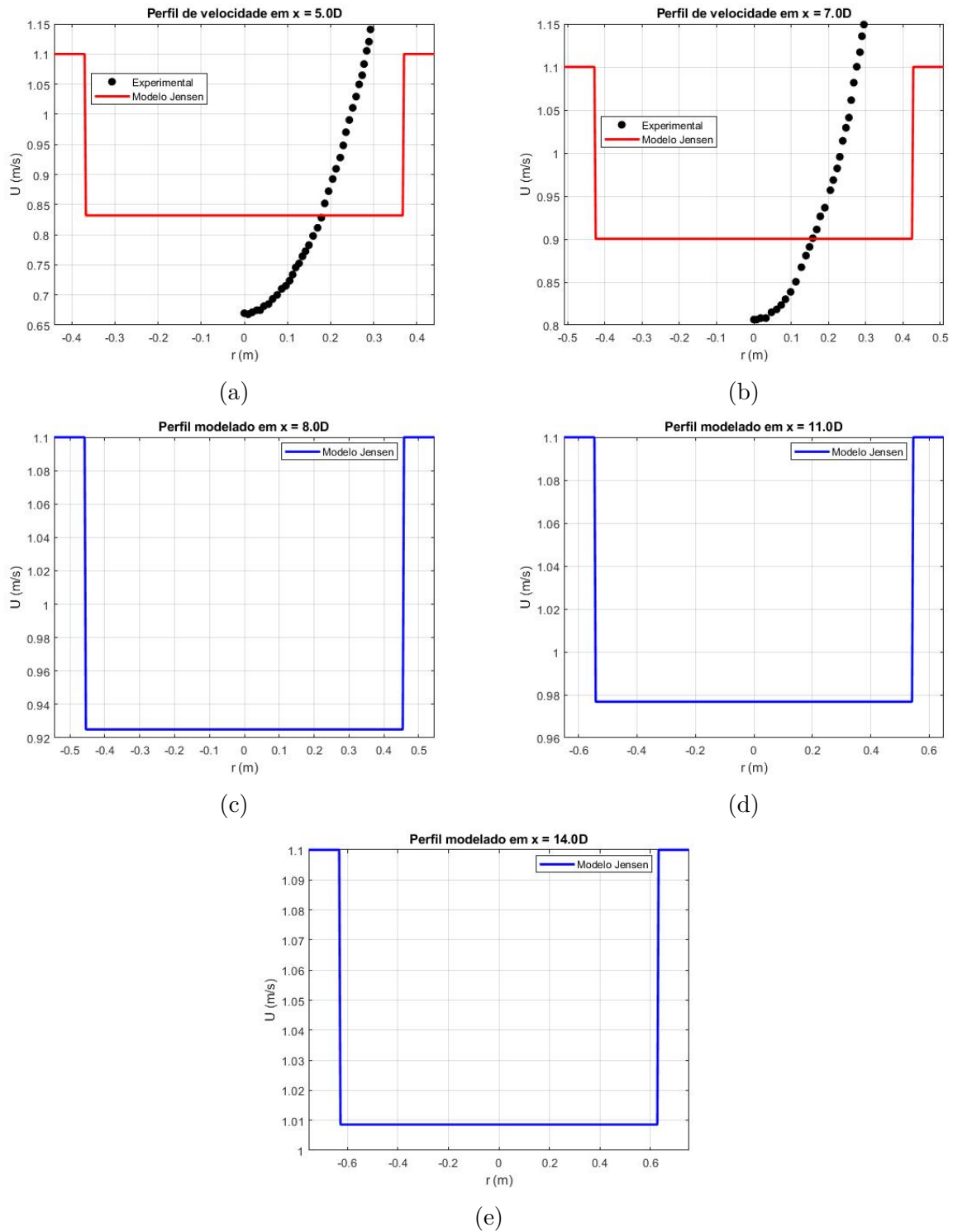


Figura 54 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo de Jensen calibrado com a média da função velocidade para o caso Stelzenmuller (2013) em: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 7$, (c) $x^* = 8$, (d) $x^* = 11$ e (e) $x^* = 14$

Nota-se que os resultados de desempenho obtidos para a segunda turbina apresentaram desvios médios inferiores aos dois métodos anteriores, com desvio máximo de -19 %. Tal comportamento pode ser explicado pelo fato de que, apesar de adotar uma velocidade uniforme na esteira, o valor obtido por esse método de calibração é mais elevado, de forma

que compensa as baixas velocidades nos maiores raios com maiores velocidades nos raios menores. Porém, ao aumentar o valor da velocidade na esteira, há um aumento no raio da mesma, já que o α_{opt} aumentou de 0,036 no Jensen tradicional para 0,0654. Assim, há uma piora na predição do raio da esteira em detrimento da melhora na predição do desempenho da segunda turbina. A correta determinação do raio da esteira é especialmente importante na análise de turbinas deslocadas lateralmente, para determinar se uma turbina está ou não na esteira da turbina a montante.

Uma segunda calibração alternativa foi realizada com a quantidade de movimento linear. Essa pode ser considerada uma das abordagens fisicamente mais consistentes para determinação do parâmetro de expansão da esteira, uma vez que o próprio desenvolvimento teórico do modelo é fundamentado principalmente no balanço da quantidade de movimento linear aplicada ao volume de controle da esteira. Nesse contexto, a utilização da quantidade de movimento como critério de ajuste estabelece coerência direta entre o princípio físico que origina o modelo e a métrica utilizada na calibração. Ela é calculada pela integral da função velocidade ao quadrado ao longo do raio dividida pelo intervalo de integração:

$$QML = \frac{\int_0^R [U(r)]^2 dr}{R} \quad (4.2)$$

Sob o ponto de vista da mecânica dos fluidos, a quantidade de movimento linear constitui uma grandeza integral mais representativa da dinâmica global da esteira do que velocidades pontuais ou déficits locais. Enquanto valores locais de velocidade podem ser fortemente influenciados por estruturas turbulentas coerentes, anisotropia turbulenta, flutuações espaciais e fenômenos tridimensionais, a quantidade de movimento integrada sobre a seção transversal preserva a informação física associada ao balanço global de forças e ao transporte efetivo de quantidade de movimento linear no escoamento.

Fisicamente, a esteira de uma turbina pode ser interpretada como uma região de déficit de quantidade de movimento em relação ao escoamento não perturbado. O processo de recuperação da velocidade ocorre pela difusão turbulenta de quantidade de movimento linear das regiões externas para o núcleo deficitário da esteira. Portanto, a evolução espacial da esteira é governada diretamente pela redistribuição da quantidade de movimento linear. Como o modelo de Jensen não resolve explicitamente a estrutura turbulenta local, mas sim os efeitos médios integrados desse transporte turbulento, a calibração baseada na quantidade de movimento torna-se particularmente apropriada.

Os perfis de velocidade obtidos são mostrados na Figura 55. Já os resultados de desempenho da turbina à jusante são mostrados nas Tabelas 12 e 13.

Nota-se que a utilização de uma variável de calibração com maior coerência física, trouxe os resultados de desempenho mais próximos dos experimentais. A utilização da quantidade de movimento linear como parâmetro de calibração, resultou em uma constante

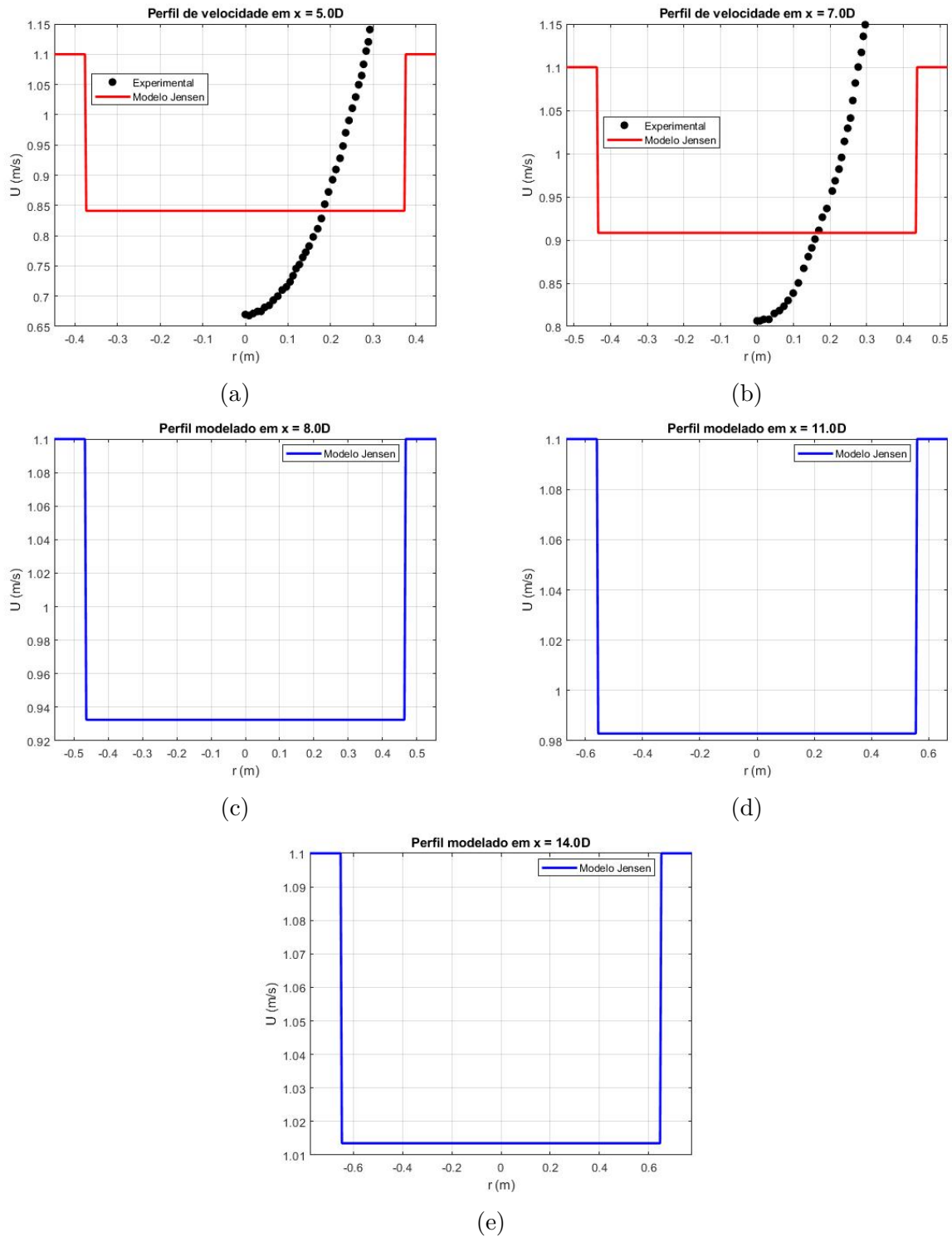


Figura 55 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo de Jensen calibrado com a quantidade de movimento linear para o caso Stelzenmuller (2013) em: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 7$, (c) $x^* = 8$, (d) $x^* = 11$ e (e) $x^* = 14$

de entranhamento ótima igual a 0,0683, o maior valor entre as variações do modelo de Jensen avaliadas. Como consequência, é possível ver na Figura 55 que o modelo sobreprediz substancialmente o raio da esteira. Em uma análise de turbinas alinhadas, essa informação não gera impacto no cálculo, mas para uma metodologia geral, que atenda tanto turbinas

5D				8D			
TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio	TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio
5,93	0,1678	0,172596	3%	5,92	0,2467	0,252754	2%
6,09	0,1711	0,169255	-1%	6,10	0,2467	0,249896	1%
6,26	0,1822	0,165507	-9%	6,34	0,2456	0,245119	0%
6,79	0,1556	0,151662	-3%	7,14	0,2333	0,223961	-4%
6,86	0,1633	0,14956	-8%	7,10	0,2356	0,225256	-4%
6,97	0,1533	0,146218	-5%				
7,09	0,1678	0,142843	-15%				
Desvio absoluto médio			6,29%	Desvio absoluto médio			2,2%

Tabela 12 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 5D e 8D — experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen calibrado pela quantidade de movimento linear.

11D				14D			
TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio	TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio
5,96	0,2956	0,29782	1%	5,81	0,3422	0,320669	-6%
6,00	0,3033	0,298256	-2%	5,88	0,3467	0,322537	-7%
6,15	0,3044	0,299131	-2%	5,90	0,3500	0,323193	-8%
6,39	0,3011	0,29576	-2%	6,04	0,3456	0,326471	-6%
7,15	0,2989	0,276482	-7%	7,11	0,3489	0,312377	-10%
7,20	0,2978	0,274942	-8%	7,15	0,3522	0,311184	-12%
7,28	0,3033	0,272407	-10%	7,26	0,3500	0,307808	-12%
				7,39	0,3556	0,306572	-14%
Desvio absoluto médio			4%	Desvio absoluto médio			9%

Tabela 13 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 11D e 14D — experimental e previsto pelo BEM com modelo de Jensen calibrado pela quantidade de movimento linear.

coaxiais quanto deslocadas, o impacto é importante. Dessa maneira, apesar dos bons resultados no desempenho da turbina e do embasamento físico das calibrações alternativas, seus resultados não foram considerados satisfatórios pela baixa acurácia no raio do perfil de velocidades.

De maneira análoga ao realizado para o modelo de Jensen tradicional e suas variações, o modelo híbrido Jensen-Gaussiano proposto no presente trabalho, que incorpora balanço de massa e velocidade de fundo, foi aplicado a esse caso. Os perfis de velocidade obtidos são mostrados na Figura 47 em comparação com os dados experimentais e na Figura 56 para as seções de teste. Já os resultados de desempenho da turbina à jusante são mostrados nas Tabelas 14 e 15 e na Figura 57.

Conforme esperado, os perfis de velocidades obtidos pelo modelo apresentam comportamento curvo, com velocidade máxima superior à velocidade de corrente livre (1,1 m/s). A utilização desse modelo trouxe uma variação no comportamento da previsão de C_P . Para a distância mais próxima, 5D, o BEM sobrepreviu o coeficiente de potência,

enquanto para as outras distância essa quantidade foi subpredita. Esse comportamento era esperado devido às hipóteses simplificadoras adotadas no BEM (STELZENMULLER, 2013) e pode ser explicado pelo fato de que elevados níveis de turbulência reduzem o desempenho de turbinas hidrocínéticas e eólicas, devido à intensificação da mistura turbulenta e às flutuações do ângulo de ataque ao longo das pás (CHAMORRO; PORTÉ-AGEL, 2011; KANG; YANG; SOTIROPOULOS, 2014). No entanto, o modelo BEM considera apenas valores médios de velocidade, não sendo capaz de capturar efeitos associados à turbulência, como o estol dinâmico e as interações não lineares entre as estruturas turbulentas e o rotor (HANSEN, 2000). Como consequência, o modelo tende a superestimar o desempenho da turbina em condições de escoamento altamente turbulento. Como a distância de 5D está no limite da divisão entre esteira distante e esteira próxima, ela é uma região de transição, onde altos níveis de turbulência são encontrados, decrescendo progressivamente nas posições de 8D, 11D e 14D, em função da dissipação das estruturas coerentes e do avanço do processo de mistura turbulenta na esteira, como mostrado pelos dados experimentais de Stelzenmuller (2013).

Para as maiores distâncias, onde o escoamento se encontra com menor turbulência e, conseqüentemente, tanto o modelo de esteira gaussiano quanto o HydroBEM conseguem representar melhor a física do problema, os desvios do modelo proposto são os menores entre os modelos avaliados. Para a distância de 8D, o modelo de Jensen obteve um desvio absoluto médio de 47 %, a modulação com cosseno reduziu para 22 % e o modelo gaussiano proposto para 2,2 %. Já em 11D os modelos de Jensen tradicional, modulado com cosseno e gaussiano apresentaram desvios absolutos médios de 40 %, 28 % e 16 %, respectivamente. Por fim, para a turbina a jusante posicionada na maior distância, 14D, os desvios foram de 36 % no Jensen clássico, 31 % no Jensen modulado com cosseno e 22 % no modelo gaussiano.

5D				8D			
TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio	TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio
5,93	0,1678	0,2519	50%	5,92	0,2467	0,2514	2%
6,09	0,1711	0,2500	46%	6,10	0,2467	0,2486	1%
6,26	0,1822	0,2474	36%	6,34	0,2456	0,2442	-1%
6,79	0,1556	0,2371	52%	7,14	0,2333	0,2253	-3%
6,86	0,1633	0,2355	44%	7,10	0,2356	0,2265	-4%
6,97	0,1533	0,2330	52%				
7,09	0,1678	0,2301	37%				
Desvio absoluto médio			46%	Desvio absoluto médio			2,2%

Tabela 14 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 5D e 8D - experimental e previsto pelo BEM com modelo gaussiano

Apesar de apresentar desvios ainda relativamente elevados, tais desvios estão associados não apenas à metodologia proposta, mas também à incerteza experimental,

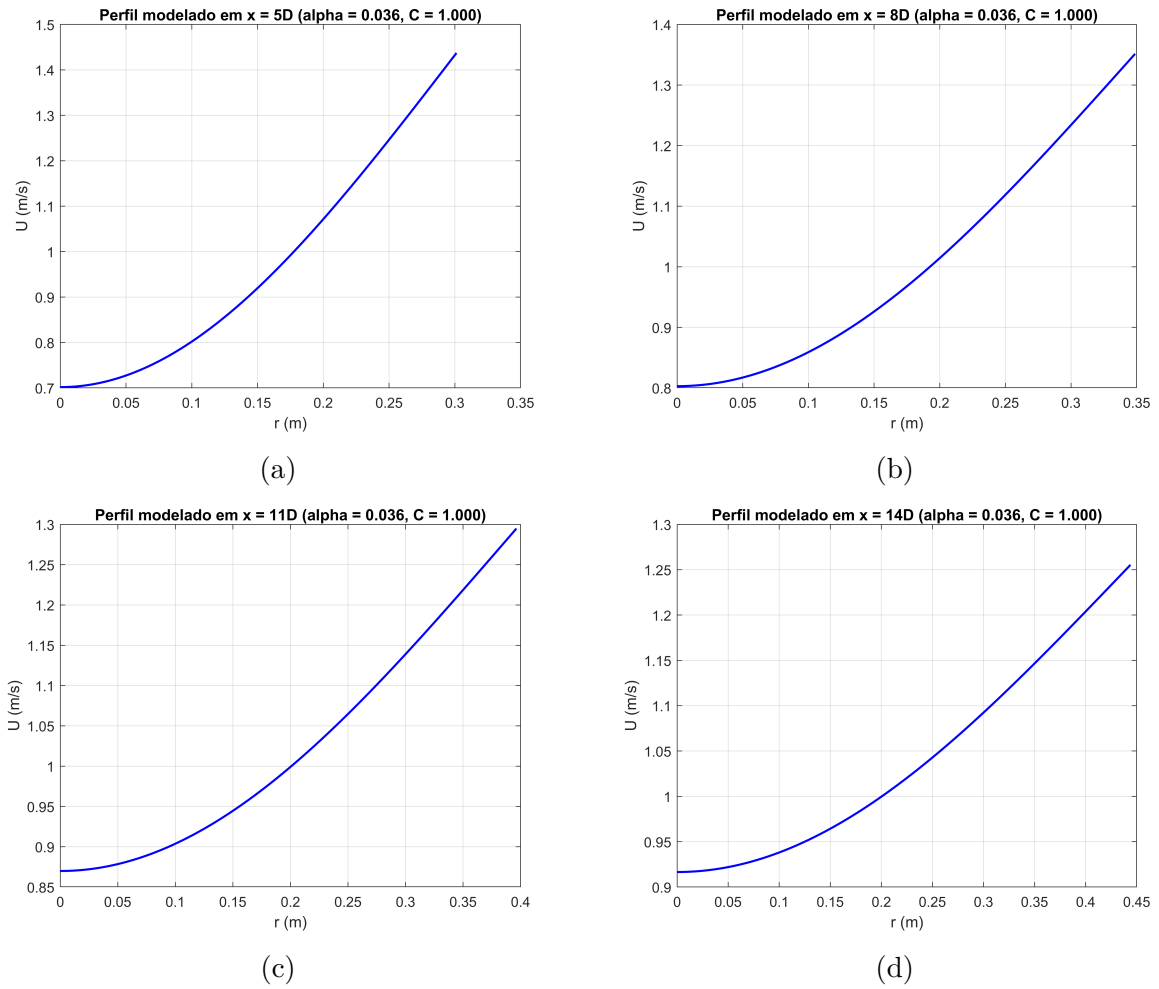


Figura 56 – Perfil de velocidade axial obtido pelo modelo gaussiano para o caso Stelzenmuller (2013) em: (a) $x^* = 5$, (b) $x^* = 8$, (c) $x^* = 11$ e (d) $x^* = 14$

11D				14D			
TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio	TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio
5,96	0,2956	0,2661	-10%	5,81	0,3422	0,2852	-17%
6,00	0,3033	0,2655	-12%	5,88	0,3467	0,2849	-18%
6,15	0,3044	0,2632	-14%	5,90	0,3500	0,2847	-19%
6,39	0,3011	0,2585	-14%	6,04	0,3456	0,2834	-18%
7,15	0,2989	0,2399	-20%	7,11	0,3489	0,2599	-26%
7,20	0,2978	0,2384	-20%	7,15	0,3522	0,2587	-27%
7,28	0,3033	0,2359	-22%	7,26	0,3500	0,2554	-27%
				7,39	0,3556	0,2512	-29%
Desvio absoluto médio			16%	Desvio absoluto médio			22%

Tabela 15 – Coeficiente de potência da segunda turbina: 11D e 14D - experimental e previsto pelo BEM com modelo gaussiano

especialmente na segunda turbina. Como mostrado anteriormente, o HydroBEM apresentou excelentes resultados para turbinas isoladas, com velocidade de entrada uniforme. Entretanto, para o caso estudado por Stelzenmuller (2013), mesmo utilizando o perfil

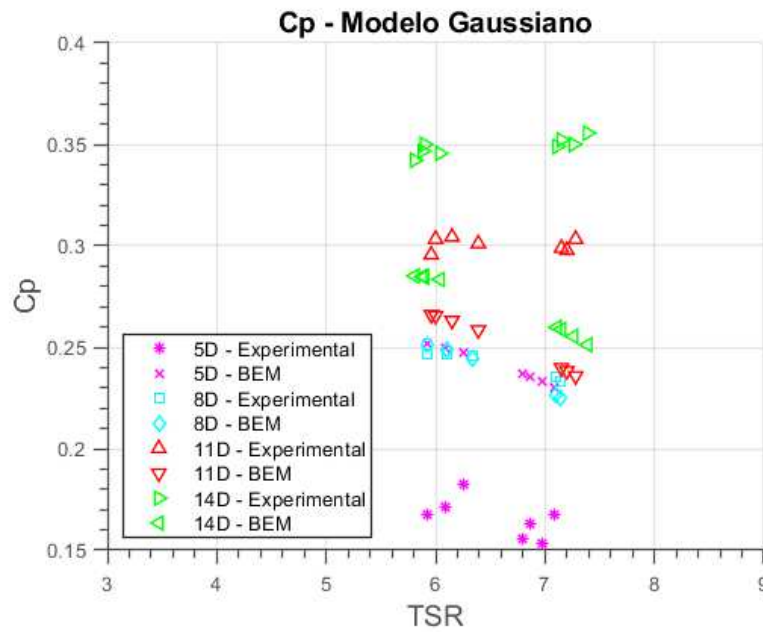


Figura 57 – Coeficiente de potência obtido a partir do modelo gaussiano acoplado ao BEM comparado com resultado experimental de Stelzenmuller (2013)

de velocidades obtido experimentalmente pelo autor, o desvio na estimativa do C_p foi elevado. Devido às condições experimentais e técnicas de medição adotadas, existem erros experimentais tanto na medição da velocidade, quanto na medição do coeficiente de potência, uma vez que a segunda turbina está exposta a um campo de escoamento com grandes variações temporais, devido ao alto nível de turbulência. Como o campo de velocidades experimental é utilizado na calibração do modelo de esteira, as incertezas experimentais são carregadas para a modelagem computacional, impactando no resultado final.

Nota-se, ainda, que tanto para o modelo de Jensen cujos resultados são mostrados nas Figuras 50 e 53, quanto para o modelo gaussiano, que pode ser observado na Figura 57, o HydroBEM resulta em coeficientes de potência que diminuem com o aumento do TSR para todas as turbinas. Entretanto, os resultados experimentais mostram que o coeficiente de potência varia muito pouco com o TSR, sendo quase constante para as turbinas localizadas 11D e 14D a jusante. Isso pode ser explicado pelo atraso no estol que acontece nos experimentos devido às grandes flutuações na velocidade de rotação para baixos valores de TSR. Stelzenmuller (2013) mostra a grande variação que existe na velocidade rotacional. Essa variação, associada à rápida variação de ângulos de ataque ao longo da pá e à natureza tridimensional do escoamento ao redor das seções da pá, podem atrasar o estol em relação ao previsto em um escoamento bidimensional permanente. Esse efeito resulta em aumento do desempenho da turbina em baixos TSR e torna a curva mais plana. O mesmo comportamento foi observado por Stelzenmuller (2013) utilizando o *software* Harp opt, que utiliza o método BEM.

Por fim, cabe ressaltar que o modelo proposto apresentou desvios inferiores ao modelo de Jensen, um modelo amplamente estabelecido e aplicado na literatura, o que reitera a qualidade e aplicabilidade do modelo proposto no presente trabalho.

4.6 Três turbinas coaxiais

Para a validação do HydroBEM acoplado ao modelo de esteira híbrido Jensen-Gaussiano proposto aplicado a três turbinas alinhadas, foram usados dados experimentais de Stelzenmuller (2013), que apresenta tanto os perfis de velocidades experimentais, permitindo a calibração do modelo de esteira, quanto os dados de potência das três turbinas, permitindo a validação do HydroBEM. O autor avaliou as três turbinas coaxiais igualmente espaçadas em 5 e 7 diâmetros e apresentou o perfil de velocidades experimental nas distâncias de 3 e 5 diâmetros a jusante de cada uma das três turbinas, medidos no arranjo com espaçamento de 7 diâmetros. Esses perfis foram utilizados como dados de entrada para a calibração do modelo de esteira e são mostrados nas Figuras 58, 59 e 60.

Analizando o perfil de velocidades na distância de 2D a montante da primeira turbina, indicado por "2D up" na Figura 58, nota-se que a inserção de turbinas a jusante, altera o campo de escoamento até mesmo da primeira turbina. Esse comportamento pode ser explicado pela teoria do disco atuador, que diz que a extração de energia por uma turbina está associada à imposição de uma força resistente ao escoamento, produzindo uma descontinuidade de pressão através do plano do rotor. Como consequência, o escoamento sofre uma desaceleração progressiva antes de atingir a turbina, formando uma região de indução axial que se estende para montante do rotor (GLAUERT, 1935; BURTON et al., 2011). Embora essa região de influência seja significativamente menor do que a extensão da esteira a jusante, ela demonstra que a presença de um rotor afeta o escoamento em ambas as direções.

Inicialmente, foi realizada a calibração dos parâmetros α_J , σ e C a partir da esteira da primeira turbina. Em seguida, o modelo de propagação de Jensen foi utilizado para calcular o perfil de velocidades na esteira da segunda turbina. Para isso, é necessário determinar os valores do parâmetro k de cada turbina. Stelzenmuller (2013) mostra os perfis de velocidades a jusante da segunda e da terceira turbinas para o conjunto com espaçamento de 7 diâmetros. Esses dados, mostrados nas Figuras 59 e 60, foram utilizados para a determinação dos coeficientes k_n . Nota-se que da esteira da primeira turbina (perfil em azul) para a esteira da segunda turbina (perfil em verde) há uma grande aceleração da recuperação. Entretanto, da segunda para a terceira turbina essa aceleração é reduzida, especialmente para maiores distâncias a jusante. Esse comportamento indica que a amplificação do parâmetro de expansão da esteira α_J deve ser muito maior da primeira para a segunda turbina, do que da segunda para a terceira. Ou seja, o k da

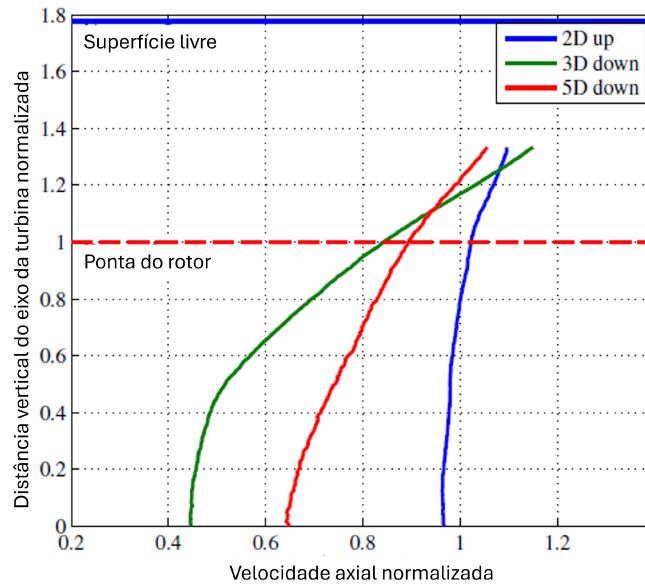


Figura 58 – Perfil de velocidade média na esteira da primeira turbina (Adaptado de Stelzenmuller (2013))

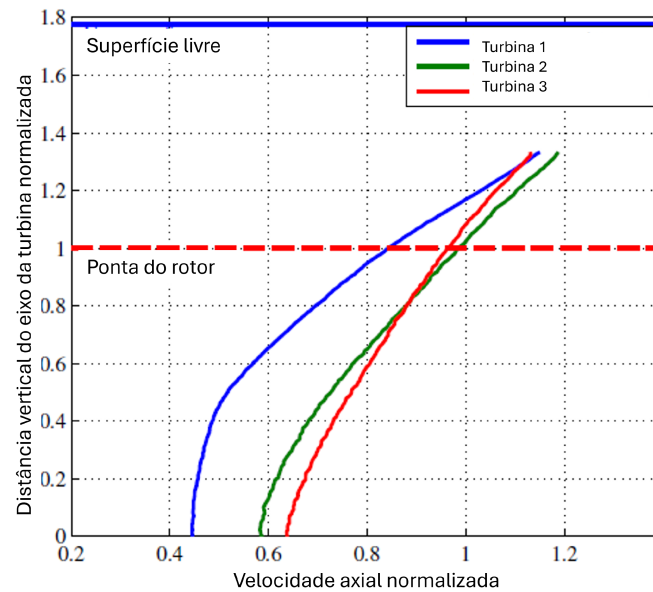


Figura 59 – Comparação do perfil de velocidades médias 3D a jusante de cada uma das turbinas do conjunto coaxial com espaçamento 7D (Adaptado de Stelzenmuller (2013))

segunda turbina deve ser muito maior do que o da primeira turbina, porém bem próximo do valor da terceira turbina. Isso está de acordo com o observado na literatura, que mostra também que o valor de k é assintótico (CRESPO; HERNANDEZ, 1996; DUC et al., 2019; ZHANG et al., 2022; ZEHTABIYAN-REZAIE; ABKAR, 2023).

A partir dos dados experimentais apresentados, o modelo foi calibrado obtendo $\alpha_J = 0,0283$, $\sigma = 0,285$, $C = 1$, $k_1 = 1$, $k_2 = 2,61$ e $k_3 = 2,75$. Após a calibração, foram

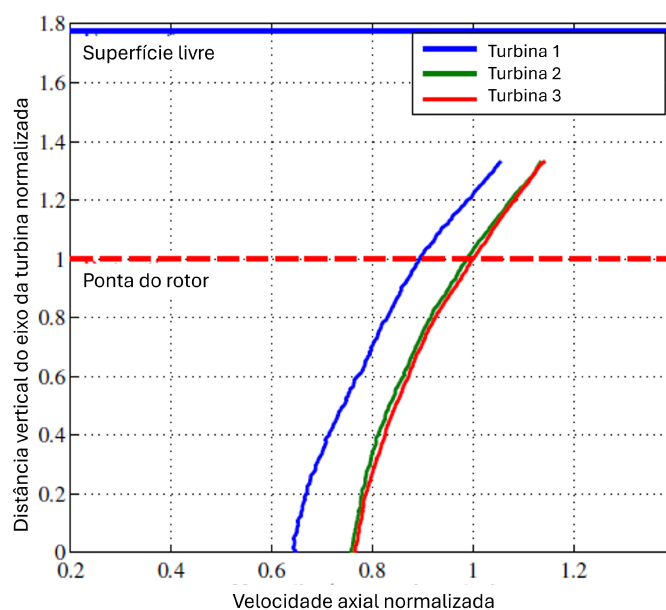


Figura 60 – Comparação do perfil de velocidades médias 5D a jusante de cada uma das turbinas do conjunto coaxial com espaçamento 7D (Adaptado de Stelzenmuller (2013))

gerados os perfis de velocidade na esteira das três turbinas na distância de 7D a jusante de cada uma delas.

Os perfis de velocidades obtidos para as distâncias de 5D e 7D são mostrados nas Figuras 61 e 62, respectivamente. Nota-se que com o aumento da distância a jusante, o déficit de velocidade diminui e que a recuperação da esteira é acelerada a cada turbina, conforme esperado. Além disso, para a distância de 5D é possível comparar o resultado modelado com o experimental, como mostrado na Figura 61. Nota-se que as velocidades mínimas atingidas em cada uma das esteiras modeladas estão bem próximas dos valores mínimos experimentais, sendo o maior desvio entre modelo e experimento encontrado na esteira da primeira turbina. Isso acontece pois a diferença entre os perfis de velocidades da primeira turbina nas duas distâncias avaliadas experimentalmente é maior do que para as outras duas turbinas.

Os perfis da esteira da turbina 1 foram utilizados para alimentar o HydroBEM como o perfil de entrada da turbina 2, enquanto a esteira da turbina 2 foi utilizada como velocidade de entrada para a turbina 3. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 16 e na Figura 63.

Nota-se pela Figura 63 que os experimentos foram realizados com TSR a partir de 0,78 para a turbina 2 e a partir de 1,76 para a turbina 3. Entretanto, os coeficientes de sustentação e arrasto gerados para este estudo foram obtidos no *software* XFOIL, que devido à metodologia utilizada, apresenta dificuldades de convergência para baixos números de Reynolds. Como essas turbinas apresentam velocidade de escoamento reduzida, devido

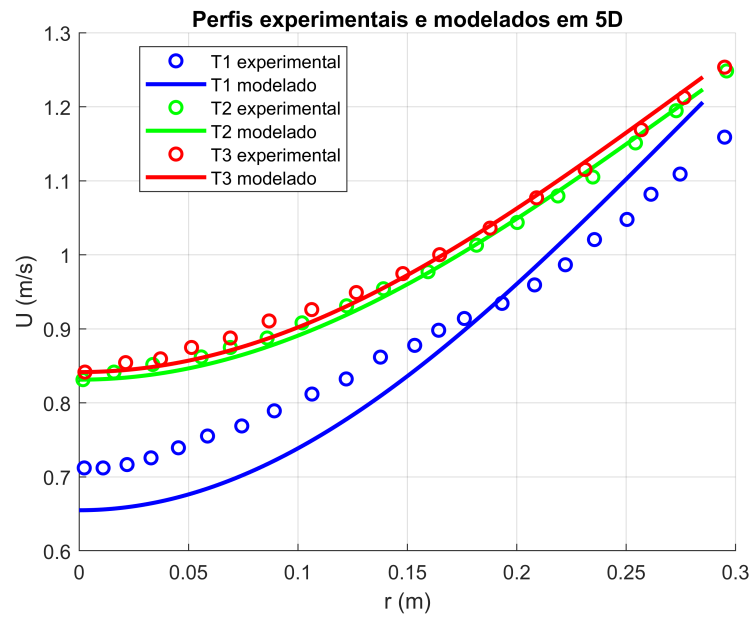


Figura 61 – Comparação do perfil de velocidades experimental e modelado 5D a jusante de cada uma das turbinas do conjunto coaxial com espaçamento 7D

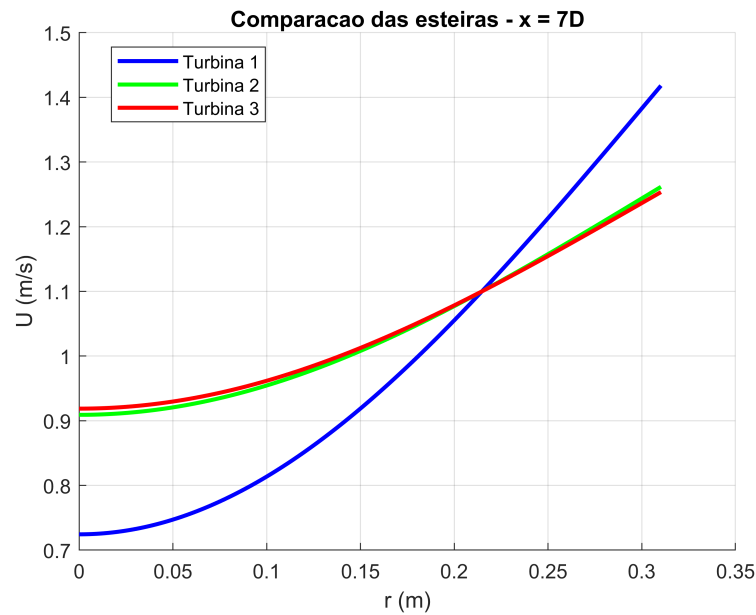


Figura 62 – Comparação do perfil de velocidades modelado 7D a jusante de cada uma das turbinas do conjunto coaxial com espaçamento 7D

ao déficit de velocidade presente na esteira, só foi possível obter resultados com o modelo para TSRs acima de 4, que resultaram números de Reynolds acima de 50.000 em todas as seções da pá, sendo compatível com os dados obtidos.

Em relação à capacidade preditiva do modelo proposto, nota-se que o desvio em relação ao valor experimental de C_P aumentou com o aumento do TSR. Tal comportamento pode ser explicado pelo fato de que a natureza idealizada do BEM, mesmo com as correções de ponta de pá e do cubo, sobreprediz o desempenho da turbina. Entretanto, conforme

Turbina 2				Turbina 3			
TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio	TSR	$C_{P,exp}$	$C_{P,BEM}$	Desvio
4,17	0,2048	0,1931	-6%	4,22	0,2687	0,1860	-31%
4,71	0,2036	0,2394	18%	4,84	0,2759	0,2795	1%
4,93	0,2048	0,2472	21%	5,52	0,2771	0,3214	16%
5,16	0,2060	0,2501	21%				
Desvio absoluto médio			16,5%	Desvio absoluto médio			16%

Tabela 16 – Coeficiente de potência da segunda e daterceira turbinas do conjunto de três turbinas coaxiais com espaçamento 7D - experimental e previsto pelo BEM com modelo gaussinao

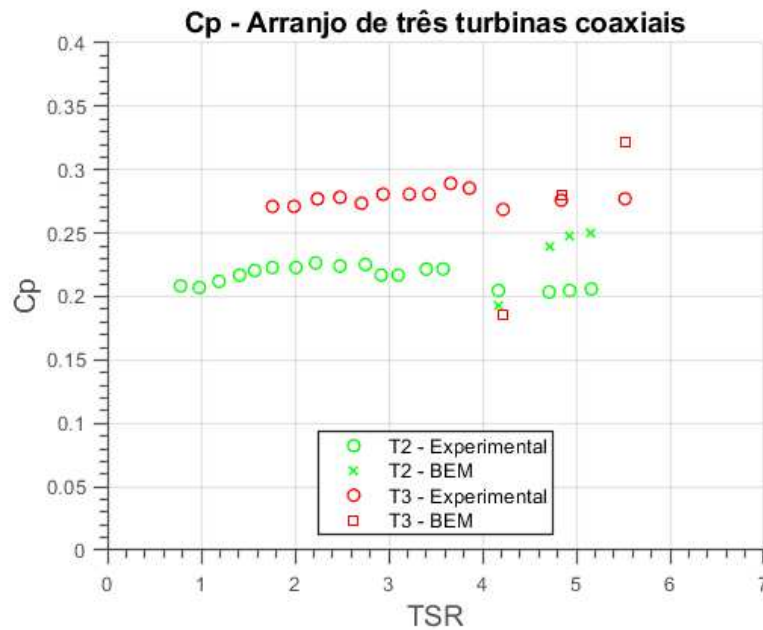


Figura 63 – Coeficientes de potência das turbinas 2 e 3 do conjunto coaxial com espaçamento 7D obtidos a partir do modelo híbrido Jensen-Gaussiano acoplado ao HydroBEM comparado com o resultado experimental de Stelzenmuller (2013)

discutido em detalhes na seção anterior, no experimento existem flutuações na velocidade de rotação da turbina, especialmente em menores TSRs, o que ocasiona o atraso do estol e consequente aumento na potência. Dessa forma, o efeito da idealização do BEM é reduzido nos menores TSRs, levando a desvios menores, até mesmo negativos, conforme observado. Além disso, o atraso do estol faz com que os dados experimentais de C_P não apresentem comportamento crescente com o TSR, enquanto essa tendência é vista no resultado numérico.

Apesar dos desvios encontrados serem relativamente elevados, tais desvios estão associados tanto à metodologia proposta como às incertezas experimentais. Como o modelo de esteira necessita de calibração experimental, incertezas na medição dessa variável afetam o modelo numérico e carregam incertezas para a estimativa do desempenho das turbinas. Além disso, existem incertezas experimentais também na medição do coeficiente

de potência das turbinas. Logo, analisando o comportamento do HydroBEM aplicado à uma turbina isolada e aplicado à segunda turbina de um conjunto coaxial, utilizando o perfil de velocidades experimental (Tabela 5), conclui-se que o modelo de esteira híbrido Jensen-Gaussiano proposto, acoplado ao *software* HydroBEM desenvolvido, apresenta resultados satisfatórios na análise de conjuntos de três turbinas hidrocínéticas coaxiais.

Cabe ressaltar que só foi analisado o conjunto de três turbinas coaxiais com espaçamento de 7 diâmetros pois, apesar de haver resultado experimental do coeficiente de potência do arranjo com espaçamento 5D, não existe resultado experimental dos perfis de velocidade nesse caso. Dessa forma, não é possível calibrar o modelo de esteira, mesmo havendo os perfis de velocidade para o espaçamento de 7D. Isso é justificado pelo fato de que a utilização de parâmetros de calibração obtidos para um arranjo de turbinas hidrocínéticas espaçadas por sete diâmetros em configurações com espaçamento de cinco diâmetros pressupõe que os mecanismos físicos responsáveis pela evolução da esteira são equivalentes em ambas as situações. Entretanto, essa hipótese não é rigorosamente válida, uma vez que a estrutura da esteira depende fortemente da distância percorrida desde o rotor gerador, conforme demonstrado por Bahaj, Myers e Thomson (2013), Stallard et al. (2013), Ouro, Harrold e Stoesser (2019).

A eficiência dos mecanismos de recuperação da esteira depende da disponibilidade de quantidade de movimento nas regiões externas do escoamento. Como a incorporação dessa quantidade de movimento ocorre progressivamente ao longo da direção axial, o balanço entre déficit de velocidade e recuperação turbulenta encontrado em 5D não é o mesmo observado em 7D. Dessa forma, os coeficientes de expansão da esteira e os parâmetros empíricos utilizados em modelos analíticos representam, em certa medida, a intensidade desses mecanismos físicos e tendem a assumir valores distintos para cada condição de espaçamento (NISHINO; WILLDEN, 2012; MENEVEAU, 2019).

Em conjuntos compostos por múltiplas turbinas, essas diferenças tornam-se ainda mais relevantes devido à interação cumulativa das esteiras. A esteira produzida por uma turbina passa a constituir a condição de entrada da turbina subsequente, de modo que pequenas diferenças no estágio de recuperação da esteira podem resultar em alterações significativas na evolução do escoamento ao longo de todo o alinhamento. Assim, um parâmetro calibrado para reproduzir adequadamente os perfis de velocidade em um espaçamento de 7D não necessariamente será capaz de representar corretamente os mecanismos de transporte de quantidade de movimento e recuperação da esteira presentes em um espaçamento de 5D.

5 Conclusão

O presente trabalho teve como objetivo propor uma nova metodologia para avaliação do desempenho de fazendas de turbinas hidrocínéticas utilizando modelos de baixa ordem. Dessa forma, foi proposta uma metodologia que combina um novo modelo de esteira híbrido Jensen-Gaussiano com o método BEM utilizando número de Reynolds local. Foram utilizados três dados experimentais diferentes disponíveis na literatura para realizar a validação da metodologia. Os dados de Harvey et al. (2023) foram utilizados para a validação do HydroBEM. Já os dados de Mycek et al. (2014) foram utilizados para a validação do modelo de esteira. Por fim, os dados de Stelzenmuller (2013) foram utilizados para validar o HydroBEM, o modelo de esteira e a associação entre eles. Para a validação do modelo de esteira, foram avaliados os perfis de velocidade axial em diferentes posições a jusante das turbinas e para a validação do HydroBEM foram utilizados os dados de coeficiente de potência e de empuxo, quando disponíveis.

Para a determinação dos coeficientes de sustentação e arrasto dos perfis hidrodinâmicos, a comparação entre resultados obtidos via CFD e utilizando o programa XFOIL, mostrou que a utilização do XFOIL é mais vantajosa em termos de qualidade e tempo de cálculo. Além disso, a partir da análise do parâmetro de transição turbulenta deste programa de computador, conclui-se que a utilização do valor padrão ($N = 9$) gera os melhores resultados para diferentes níveis de intensidades turbulentas.

A análise dos coeficientes de potência obtidos utilizando o BEM tradicional e o HydroBEM, em comparação com os dados experimentais, mostrou que a utilização do número de Reynolds local gera melhoria significativa na predição do resultado, especialmente para maiores TSRs. Comparando o custo computacional, essa melhoria mantém o baixo tempo de cálculo, característico do BEM, mesmo em computadores básicos. Cabe ressaltar que, após validado e diante da melhoria alcançada, o HydroBEM foi registrado como um novo programa de computador no INPI, sendo um produto tecnológico resultado do presente trabalho.

A comparação do perfil de velocidades predito pelo modelo de esteira híbrido Jensen-Gaussiano com o Jensen tradicional e com dados experimentais, mostrou que o modelo proposto representa melhor o formato do perfil e os valores de velocidade ficam mais próximos dos experimentais, especialmente para maiores raios. Os modelos foram testados para dois casos experimentais que possuem formato de perfil significativamente diferente, e o modelo proposto foi capaz de se ajustar a tais diferenças.

A utilização dos perfis de velocidade obtidos pelos modelos de esteira como dados de entrada no HydroBEM permitiram a avaliação da capacidade do programa em determinar a

potência extraída pelas turbinas a jusante. A comparação com os resultados experimentais mostrou que a metodologia proposta apresenta boa capacidade de predição, sendo que a utilização do modelo híbrido Jensen-Gaussiano resultou em coeficientes de potência mais próximos dos experimentais do que o uso do modelo de Jensen tradicional.

A partir das análises realizadas, é possível concluir que o HydroBEM associado ao modelo de esteira híbrido Jensen-Gaussiano é capaz de estimar com certa acurácia o desempenho de turbinas hidrocinéticas operando em conjunto, apresentando capacidade de predição superior ao BEM tradicional e ao modelo de esteira de Jensen, ambos amplamente utilizados e validados na literatura. Além disso, tanto o modelo híbrido Jensen-Gaussiano quanto o HydroBEM preservam o baixo custo computacional característico das metodologias padrão, permitindo a análise rápida de diferentes configurações de fazendas. Com isso, propõe-se a seguinte metodologia:

- Utilização do XFOIL com configuração padrão de transição turbulenta para obtenção dos coeficientes de sustentação e arrasto;
- Utilização do modelo de esteira híbrido Jensen-Gaussiano para cálculo do perfil de velocidades na esteira;
- Utilização do HydroBEM para cálculo do desempenho das turbinas.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Para dar continuidade ao estudo realizado no presente trabalho, sugere-se as seguintes análises:

- Avaliação da metodologia proposta aplicada a conjuntos de turbinas não coaxiais;
- Desenvolvimento de um código de otimização, associado à metodologia proposta, para determinação da posição ótima das turbinas;
- Comparação dos resultados obtidos pela metodologia proposta com resultados de simulação computacional de alta fidelidade, para identificar suas vantagens frente a outros métodos computacionais.

Referências

ABUTUNIS, A.; HUSSEIN, R.; CHANDRASHEKHARA, K. A neural network approach to enhance blade element momentum theory performance for horizontal axis hydrokinetic turbine application. *Renewable Energy*, v. 136, p. 1281–1293, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2018.09.105>>.

ABUTUNIS, A. et al. Experimental evaluation of coaxial horizontal-axis hydrokinetic composite turbine system. *Renewable Energy*, v. 157, p. 232–245, 2020. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.renene.2020.05.010>>.

ACHÃO, C. et al. *Nota técnica: ENERGIA HIDROCINÉTICA: PERSPECTIVAS NO CONTEXTO BRASILEIRO*. 2026. Acesso em 13 de julho de 2026. Disponível em: <<https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-972/EPE-DEA-SEE-NT-014-2026%20-%20Energia%20Hidrocina%C3%A9tica%2007.05.26.pdf>>.

AINSLIE, J. F. Calculating the flowfield in the wake of wind turbines. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 27, n. 1–3, p. 213–224, 1988. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0167-6105\(88\)90037-2](https://doi.org/10.1016/0167-6105(88)90037-2)>.

ANAC. *Estol*. 2026. Disponível em: <https://www2.anac.gov.br/anacpedia/por_por/tr1200.htm>.

BAHAJ, A. S. Generating electricity from the oceans. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 22, p. 640–654, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.rser.2011.04.032>>.

BAHAJ, A. S.; MYERS, L.; THOMSON, M. Marine current energy conversion: the dawn of a new era in electricity production. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, v. 365, n. 1853, p. 941–972, 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1098/rsta.2012.0500>>.

BASTANKHAH, M.; PORTÉ-AGEL, F. A new analytical model for wind-turbine wakes. *Renewable Energy*, v. 70, p. 116–123, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2014.01.002>>.

BATCHELOR, G. K. *An Introduction to Fluid Dynamics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2000.

BELLONI, C. S. K.; WILLDEN, R. H. J.; HOULSBY, G. T. An investigation of ducted and open-centre tidal turbines employing cfd-embedded bem. *Renewable Energy*, v. 108, p. 109–125, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2016.10.048>>.

BEN. *Balanco Energético Nacional 2026: Relatório de síntese ano base 2025*. 2026. Acesso em 09 de junho de 2026. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-975/topico-847/BEN_S%C3%ADntese_2026_PT.pdf>.

BETZ, A. Das maximum der theoretisch möglichen ausnutzung des windes durch windmotoren. *Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen*, 1920.

- BRANLARD, E. *Wind Turbine Aerodynamics and Vorticity-Based Methods*. 1. ed. [S.l.]: Springer, 2017. v. 7.
- BURTON, T. et al. *Wind Energy Handbook*. 2. ed. [S.l.]: Wiley, 2011.
- CHAMORRO, L. P.; PORTÉ-AGEL, F. Turbulent flow inside and above a wind farm: A wind-tunnel study. *Energies*, v. 4, n. 11, p. 1916–1936, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/en4111916>>.
- CHAVIAROPOULOS, P. K.; HANSEN, M. O. L. Investigating three-dimensional and rotational effects on wind turbine blades by means of a quasi-3d navier-stokes solver. *Journal of Fluids Engineering*, v. 122, n. 2, p. 330–336, 2000.
- CORRÊA, R. G.; SOUZA, F. J. d. Avaliação da influência da transição na camada limite na performance de turbinas hidrocínéticas utilizando bem. *Anais do 32º Simpósio da Pós-Graduação em Engenharia Mecânica*, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.29327/5441125.32-65>>.
- CRESPO, A.; HERNANDEZ, J. Turbulence characteristics in wind-turbine wakes. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 61, n. 1, p. 71–85, 1996. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0167-6105\(95\)00033-X](https://doi.org/10.1016/0167-6105(95)00033-X)>.
- DHIMAN, H. S.; DEB, D.; FOLEY, A. M. Bilateral gaussian wake model formulation for wind farms: A forecasting based approach. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 127, p. 109873, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.rser.2020.109873>>.
- DOU, B. et al. Wake model for horizontal-axis wind and hydrokinetic turbines in yawed conditions. *Applied Energy*, v. 242, p. 1383–1395, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.03.164>>.
- DRELA, M.; GILES, M. B. Viscous-inviscid analysis of transonic and low reynolds number airfoils. *AIAA Journal*, v. 25, n. 10, p. 1347–1355, 1987. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/3.9789>>.
- DRELA, M.; YOUNGREN, H. *XFOIL 6.9 User Primer*. 2001. Acesso em 24 de setembro de 2024. Disponível em: <https://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/xfoil_doc.txt>.
- DUC, T. et al. Local turbulence parameterization improves the jensen wake model for operating wind farms. *Wind Energy Science*, v. 4, n. 2, p. 287–302, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.5194/wes-4-287-2019>>.
- EL-SHAHAT, S. A. et al. Investigation of parameters affecting horizontal axis tidal current turbines modeling by blade element momentum theory. *Ocean Engineering*, v. 202, n. 107176, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.107176>>.
- Empresa de Pesquisa Energética. *Atlas do Potencial Energético Offshore do Brasil*. [S.l.], 2020.
- FONTAINE, A. A. et al. Performance and wake flow characterization of a 1:8.7-scale reference usdoe mshkfl hydrokinetic turbine (verification & validation dataset). *Renewable Energy*, v. 159, p. 451–467, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2020.05.166>>.

- FRAENKEL, P. Marine current turbines: pioneering the development of marine kinetic energy converters. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, v. 224, n. 1, p. 1–14, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1243/09576509JPE307>>.
- FRANDSEN, S. et al. Analytical modelling of wind speed deficit in large offshore wind farms. *Wind Energy*, v. 9, n. 1–2, p. 39–53, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/we.189>>.
- GAJARDO, D.; ESCAURIAZA, C.; INGRAM, D. M. Capturing the development and interactions of wakes in tidal turbine arrays using a coupled bem-des model. *Ocean Engineering*, v. 181, n. 1, p. 71–88, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.03.064>>.
- GARRETT, C.; CUMMINS, P. The efficiency of a turbine in a tidal channel. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 588, p. 243–251, 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1017/S0022112007007781>>.
- GE, M. et al. A two-dimensional jensen model with a gaussian-shaped velocity deficit. *Renewable Energy*, v. 141, p. 46–56, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.03.127>>.
- GISH, L. A.; CARANDANG, A.; HAWBAKER, G. Experimental evaluation of a shrouded horizontal-axis hydrokinetic turbine with pre-swirl stators. *Ocean Engineering*, v. 204, p. 107252, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.107252>>.
- GLAUERT, H. Aerodynamic theory. In: *Airplane Propellers*. Springer Berlin Heidelberg, 1935. p. 169–360. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-91487-4_3>.
- GOCMEN, T. et al. Wind turbine wake models developed at the technical university of denmark: a review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 60, p. 752–769, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.rser.2016.01.113>>.
- GUNEY, M.; KAYGUSUZ, K. Hydrokinetic energy conversion systems: A technology status review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 14, n. 9, p. 2996–3004, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.rser.2010.06.016>>.
- HAND, M. M.; SIMMS, D. A.; FINGERSH, L. J. *Unsteady aerodynamics experiment phase VI: wind tunnel test configurations and available data campaigns*. [S.l.], 2001.
- HANSEN, M. O. L. *Aerodynamics of Wind Turbines*. London: Earthscan, 2000.
- HANTORO, R.; SEPTYANINGRUM, E. Novel design of a vertical axis hydrokinetic turbine–straight-blade cascaded (vaht–sbc): Experimental and numerical simulation. *Journal of Engineering and Technological Sciences*, v. 50, n. 1, p. 73–86, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.5614/j.eng.technol.sci.2018.50.1.5>>.
- HARVEY, S. T. et al. Tidal turbine benchmarking project: Stage i - steady flow experiments. *Proceedings of the European Wave and Tidal Energy Conference*, v. 15, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.36688/ewtec-2023-553>>.
- HAZIM, S. et al. Performance of a hydrokinetic turbine using a theoretical approach. *Energy Reports*, v. 6, p. 317–324, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.egy.2019.08.062>>.

- HIMMELSKAMP, H. Profile investigations on a rotating airscrew. *Luftfahrtforschung*, v. 21, p. 228–231, 1947.
- Hydrovolts. *The Hydrovolts Turbine*. 2009. Acesso em 10 de março de 2026. Disponível em: <<http://hydrovolts.blogspot.co.uk/2009/04/hydrovolts-turbine.html>>.
- IGNACIO, L. H. d. S. *Proposta de uma metodologia para o projeto aerodinâmico de turbinas eólicas e hidrocinéticas*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 2022. Disponível em: <<http://doi.org/10.14393/ufu.te.2022.630>>.
- ISHIHARA, T.; QIAN, G.-W. A new gaussian-based analytical wake model for wind turbines considering ambient turbulence intensities and thrust coefficient effects. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 177, p. 275–292, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jweia.2018.04.010>>.
- JENSEN, N. A note on wind generator interaction. *Risø National Laboratory*, 1983.
- JUMP, E.; MACLEOD, A.; WILLS, T. Review of tidal turbine wake modelling methods. *International Marine Energy Journal*, v. 3, n. 2, p. 91–100, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.36688/imej.3.91-100>>.
- KABIR, M. et al. Recent advances in wake modeling and control technologies in wind power generation: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 165, p. 112648, 2022.
- KANG, S.; YANG, X.; SOTIROPOULOS, F. On the onset of wake meandering for an axial flow turbine in a turbulent open channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 744, p. 376–403, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1017/jfm.2014.82>>.
- KARAALIOGLU, M. S.; BAL, S. Performance prediction of cavitating marine current turbine by bemt based on cfd. *Ocean Engineering*, v. 255, n. 111221, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.111221>>.
- KHAN, M. J. et al. Hydrokinetic energy conversion systems and assessment of horizontal and vertical axis turbines for river and tidal applications. *Applied Energy*, v. 86, n. 10, p. 1823–1835, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2009.02.017>>.
- KNIGHT, B. et al. Multifidelity cfd analysis for ducted hydrokinetic turbine design. *SSRN*, 2025. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.5103905>>.
- KNIGHT, B. G. et al. Cfd-based design optimization of ducted hydrokinetic turbines. *Scientific Reports*, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41598-023-43724-4>>.
- KUMAR, D.; SARKAR, S. A review on the technology, performance, design optimization, reliability, techno-economics and environmental impacts of hydrokinetic energy conversion systems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 58, p. 796–813, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.12.247>>.
- LABIGALINI, L. C. et al. Hydrokinetic turbine design through performance prediction and hybrid metaheuristic multi-objective optimization. *Energy Conversion and Management*, v. 238, n. 114169, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.enconman.2021.114169>>.

- LANGTRY, R. B.; MENTER, F. R. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes. *AIAA Journal*, v. 47, n. 12, p. 2894–2906, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/1.42362>>.
- LARSEN, G. C. A simple wake calculation procedure. *Risø National Laboratory*, 1988.
- LAZZERINI, G. et al. A comparison between experiments and numerical simulations on a scale model of a horizontal-axis current turbine. *Renewable Energy*, v. 190, p. 919–934, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2022.03.162>>.
- LI, Y. *Development of a procedure for predicting power generated from a tidal current turbine farm*. Tese (Doutorado) — University of British Columbia, Vancouver, Canada, 2008. Disponível em: <<https://open.library.ubc.ca/collections/ubctheses/24/items/1.0066762>>.
- LIANG, S.; FANG, Y. Analysis of the jensen’s model, the frandsen’s model and their gaussian variations. *Proceedings of the 17th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, 2014.
- LINDENBURG, C. *Investigation into rotor blade aerodynamics*. [S.l.], 2002.
- LIU, K. *An introduction in the world of tidal energy*. 2018. Acesso em 10 de março de 2026. Disponível em: <<https://www.lagersmit.com/blog/an-introduction-in-the-world-of-tidal-energy>>.
- LO BRUTTO, O. A. et al. Tidal farm analysis using an analytical model for the flow velocity prediction in the wake of a tidal turbine with small diameter to depth ratio. *Renewable Energy*, v. 99, p. 347–359, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.renene.2016.07.020>>.
- LUST, E. E.; FLACK, K. A.; LUZNIK, L. Survey of the near wake of an axial-flow hydrokinetic turbine in the presence of waves. *Renewable Energy*, v. 146, p. 2199–2209, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.08.067>>.
- MAGALHAES, P. et al. Assessment of tidal energy resources in the maranhão gulf, brazil. *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy*, v. 2, p. 231–244, 2016.
- MARTEN, D. et al. *QBlade Documentation: Theory Guide*. 2021. Acesso em 15 de maio de 2023. Disponível em: <https://docs.qblade.org/src/theory/index_th.html>.
- MENEVEAU, C. Big wind power: Seven questions for turbulence research. *Journal of Turbulence*, v. 20, n. 4, p. 2–19, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/14685248.2019.1584664>>.
- MENTER, F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, v. 32, n. 8, p. 1598–1605, 1994. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/3.12149>>.
- MESA, D. L. de; MONTROYA, R. D.; YU, X. Momentum recovery process in the non-axisymmetric wake of a hydrokinetic turbine at high blockage ratio. *Energy*, v. 366, p. 138332, 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.energy.2025.138332>>.
- MOHAMED, O. S. et al. Development of a computationally efficient cfd model for vertical-axis hydrokinetic turbines: A critical assessment. *Ocean Engineering*, v. 324, p. 120692, 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2025.120692>>.

- MOHAMMADI, S. et al. Optimal design of hydrokinetic turbine for low-speed water flow in golden gate strait. *Renewable Energy*, v. 150, p. 147–155, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.12.142>>.
- MOHAMMADI, Y.; KNIGHT, B. G. Cfd calculations of a hydrokinetic turbine in uniform and sheared inflows. *Ocean Engineering*, v. 335, p. 121548, 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2025.121548>>.
- MORIARTY, P.; HANSEN, A. *AeroDyn theory manual. Technical report*. [S.l.]: Golden: National Renewable Energy Laboratory. NREL/EL-500-36881, 2005.
- MYCEK, P. et al. Experimental study of the turbulence intensity effects on marine current turbines behaviour. part i: One single turbine. *Renewable Energy*, v. 66, p. 729–746, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2013.12.036>>.
- MYERS, L.; BAHAJ, A. S. Experimental analysis of the flow field around horizontal axis tidal turbines. *Renewable Energy*, v. 35, n. 8, p. 1277–1284, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2009.11.004>>.
- NEILL, S. P.; HASHEMI, M. R.; LEWIS, M. J. Tidal energy resource characterization: methodology and application to the uk. *Renewable Energy*, v. 114, p. 3–16, 2017.
- NICHOLLS-LEE, R. F.; TURNOCK, S. R.; BOYD, S. W. Simulation based optimisation of marine current turbine blades. In: *Proceedings of the 7th International Conference on Computer and IT Applications in the Maritime Industries (COMPIT 2008)*. Liège, Belgium: [s.n.], 2008. p. 314–328. Disponível em: <<https://eprints.soton.ac.uk/51108/>>.
- NIEBUHR, C. M. et al. A review of commercial numerical modelling approaches for axial hydrokinetic turbine wake analysis in channel flow. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 158, p. 112151, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.rser.2022.112151>>.
- NIENHUIS, U. *Analysis of thruster effectivity for dynamic positioning and low speed manoeuvring*. Tese (Doutorado) — University of Technology: Delft, 1992.
- NING, S. A. A simple solution method for the blade element momentum equations with guaranteed convergence. *Wind Energy*, v. 17, 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/we.1636>>.
- NISHINO, T.; WILLDEN, R. H. J. The efficiency of an array of tidal turbines partially blocking a wide channel. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 708, p. 596–606, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1017/jfm.2012.349>>.
- NUNES, M. M.; JUNIOR, A. C. B.; OLIVEIRA, T. F. Systematic review of diffuser-augmented horizontal-axis turbines. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 133, p. 110075, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.rser.2020.110075>>.
- OURO, P.; HARROLD, M.; STOESSER, T. Hydrodynamic loadings on tidal stream turbines in a turbulent flow and in turbine wakes. *Journal of Fluids and Structures*, v. 71, p. 78–95, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2017.03.009>>.
- PALM, M. et al. Simple wake models for tidal turbines in farm arrangement. *Proc. ASME. OMAE2010, 29th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, v. 3, p. 577–587, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/OMAE2010-20966>>.

- PATEL, R.; PATEL, V. Experimental investigation of savonius hydrokinetic turbine with different flow-diverting blocking plates. *Environmental Progress & Sustainable Energy*, v. 41, n. 6, p. e13908, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/ep.13908>>.
- PORTÉ-AGEL, F.; BASTANKHAH, M.; SHAMSODDIN, S. Wind-turbine and wind-farm flows: A review. *Boundary-Layer Meteorology*, v. 174, p. 1–59, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10546-019-00473-0>>.
- POSTACCHINI, M. et al. Application of hydrokinetic turbines in microtidal rivers: The misa river test site. *Renewable Energy*, v. 244, p. 122634, 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2025.122634>>.
- PURACA, R. C. *Análise de estratégias de controle e otimização de turbinas eólicas considerando degradação da superfície das pás*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2019. Disponível em: <<https://teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3150/tde-19112019-160325/>>.
- PYAKUREL, P.; FRAENKEL, P.; THIES, P. Hybrid wake modelling for tidal turbine arrays. *International Journal of Marine Energy*, v. 19, p. 182–199, 2017.
- QIAN, G.-W.; ISHIHARA, T. A novel double-gaussian full wake model for wind turbines considering dependence on thrust coefficient and ambient turbulence intensity. *Applied Energy*, v. 391, p. 125859, 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2025.125859>>.
- RAHIMIAN, M.; WALKER, J.; PENESIS, I. Performance of a horizontal axis marine current turbine— a comprehensive evaluation using experimental, numerical, and theoretical approaches. *Energy*, v. 148, p. 965–976, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.02.007>>.
- RAZI, P. et al. A low-order wake interaction modeling framework for the performance of ocean current turbines under turbulent conditions. *Renewable Energy*, v. 200, p. 1602–1617, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2022.10.001>>.
- RENGMA, T. S.; SUBBARAO, P. Studies on role of twist angle on performance of savonius hydrokinetic turbine variants. *Renewable Energy*, v. 241, p. 122303, 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2024.122303>>.
- ROSMAN, P. C. C. et al. Hydrodynamic modeling of the amazon estuarine system. *Ocean Dynamics*, v. 63, p. 1083–1102, 2013.
- SANDOVAL, J. et al. Modeling the wake dynamics of a marine hydrokinetic turbine using different actuator representations. *Ocean Engineering*, v. 222, p. 108584, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.108584>>.
- SANTOS, I. et al. Prospection of the hydrokinetic potential in fluvial sections via numerical modeling. *X Brazilian Congress of Energy Planning*, 2016.
- SANTOS, I. F. S. dos; CAMACHO, R. G. R.; TIAGO FILHO, G. L. Study of the wake characteristics and turbines configuration of a hydrokinetic farm in an amazonian river using experimental data and cfd tools. *Journal of Cleaner Production*, v. 299, n. 126881, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2021.126881>>.

- SCHREIBER, J.; BALBAA, A.; BOTTASSO, C. L. Brief communication: A double gaussian wake model. *Wind Energy Science Discussions*, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.5194/wes-2019-52>>.
- SHEN, W. Z.; SØRENSEN, J. N. Aerodynamic modelling of wind turbines. *Journal of Fluids Engineering*, v. 121, p. 26–33, 1999.
- SILVA, P. A. S. F. et al. Analysis of cavitation for the optimized design of hydrokinetic turbines using bem. *Applied Energy*, v. 185, p. 1281–1291, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2016.02.098>>.
- SILVEIRA, I. C. A. et al. On the origin of the brazil current. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, v. 105, n. C12, p. 28501–28512, 2000.
- SNEL, H. *Heuristic modelling of dynamic stall characteristics*. [S.l.], 1991.
- SNEL, H.; HOUWINK, R.; PIERS, W. J. Sectional prediction of 3d effects for separated flow on rotating blades. In: *Proc. European Community Wind Energy Conference*. [S.l.]: Lübeck - Travemünde, 1992.
- SNEL, H.; SCHEPERS, J. G.; MONTGOMERIE, B. *The MEXICO project and aerodynamic modelling of wind turbines*. [S.l.], 1993.
- SØRENSEN, J. N. General momentum theory for horizontal axis wind turbines. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 410, p. 167–188, 1999.
- SØRENSEN, J. N. *Aerodynamic Aspects of Wind Energy Conversion*. [S.l.]: Annual Review of Fluid Mechanics, 2011.
- STALLARD, T. et al. Interactions between tidal turbine wakes: Experimental study of a group of three-bladed rotors. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, v. 371, n. 1985, p. 20120159, 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1098/rsta.2012.0159>>.
- STELZENMULLER, N. *Array Optimization for Marine Hydrokinetic Turbines*. Dissertação (Mestrado) — University of Washington, Seattle, USA, 2013. Disponível em: <https://depts.washington.edu/pmec/docs/20131209_StelzenmullerN_thesis_ArrayOptimization.pdf>.
- TIAN, L. et al. Development and validation of a new two-dimensional wake model for wind turbine wakes. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 137, p. 90–99, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jweia.2014.12.001>>.
- TIAN, W.; MAO, Z.; DING, H. Design, test and numerical simulation of a low-speed horizontal axis hydrokinetic turbine. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, v. 10, p. 782–793, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijnaoe.2017.10.006>>.
- VAN INGEN, J. The en method for transition prediction. historical review of work at tu delft. *38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/6.2008-3830>>.
- VEGA, L. A. Ocean thermal energy conversion. *Encyclopedia of Sustainability Science and Technology*, p. 1–35, 2017. Disponível em: <[10.1007/978-1-4939-2493-6_695-3](https://doi.org/10.1007/978-1-4939-2493-6_695-3)>.

- VERMEER, L. J.; SØRENSEN, J. N.; CRESPO, A. Wind turbine wake aerodynamics. *Progress in Aerospace Sciences*, v. 39, n. 6-7, p. 467–510, 2003. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0376-0421\(03\)00078-2](https://doi.org/10.1016/S0376-0421(03)00078-2)>.
- WALKER, J. M. et al. Experimental and numerical studies of blade roughness and fouling on marine current turbine performance. *Renewable Energy*, v. 66, p. 257–267, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2013.12.012>>.
- WHITE, F. M. *Mecânica dos Fluidos*. 6. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 2011.
- WILLDEN, R. et al. Tidal turbine benchmarking project: stage i - steady flow blind predictions. *European Wave and Tidal Energy Conference*, v. 15, n. 3, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.36688/ewtec-2023-574>>.
- ZANG, W. et al. Evaluation of a semi-analytical bimodal gaussian model for the estimation of the lateral velocity distribution behind a tidal stream turbine. *Ocean Engineering*, v. 337, p. 121888, 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2025.121888>>.
- ZEHTABIYAN-REZAIE, N.; ABKAR, M. A short note on turbulence characteristics in wind-turbine wakes. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 240, p. 105504, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jweia.2023.105504>>.
- ZHANG, D. et al. Applicability of wake models to predictions of turbine-induced velocity deficit and wind farm power generation. *Energies*, v. 15, n. 19, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/en15197431>>.
- ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. *Mecânica dos Fluidos: Fundamentos e Aplicações*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2007. ISBN 978-85-8055-066-5.

A Geometria da pá (HARVEY et al., 2023)

Posição radial normalizada (r/R)	Ângulo de torção [°]	Corda [m]
1,25E-01	3,41E+01	1,20E-01
1,30E-01	3,41E+01	1,26E-01
1,35E-01	3,37E+01	1,32E-01
1,40E-01	3,30E+01	1,35E-01
1,45E-01	3,22E+01	1,37E-01
1,50E-01	3,14E+01	1,38E-01
1,55E-01	3,06E+01	1,40E-01
1,60E-01	2,98E+01	1,41E-01
1,65E-01	2,90E+01	1,42E-01
1,70E-01	2,83E+01	1,43E-01
1,75E-01	2,76E+01	1,44E-01
1,80E-01	2,69E+01	1,45E-01
1,85E-01	2,62E+01	1,46E-01
1,90E-01	2,55E+01	1,47E-01
1,95E-01	2,49E+01	1,47E-01
2,00E-01	2,43E+01	1,47E-01
2,05E-01	2,36E+01	1,47E-01
2,10E-01	2,30E+01	1,47E-01
2,15E-01	2,24E+01	1,47E-01
2,20E-01	2,18E+01	1,47E-01
2,25E-01	2,13E+01	1,47E-01
2,30E-01	2,07E+01	1,46E-01
2,35E-01	2,02E+01	1,46E-01
2,40E-01	1,97E+01	1,46E-01
2,45E-01	1,92E+01	1,45E-01
2,50E-01	1,87E+01	1,44E-01
2,55E-01	1,82E+01	1,44E-01
2,60E-01	1,78E+01	1,43E-01
2,65E-01	1,73E+01	1,42E-01
2,70E-01	1,69E+01	1,41E-01
2,75E-01	1,65E+01	1,40E-01
2,80E-01	1,61E+01	1,39E-01
2,85E-01	1,58E+01	1,38E-01
2,90E-01	1,54E+01	1,37E-01
2,95E-01	1,51E+01	1,36E-01
3,00E-01	1,47E+01	1,35E-01

Posição radial normalizada (r/R)	Ângulo de torção [°]	Corda [m]
3,05E-01	1,44E+01	1,34E-01
3,10E-01	1,41E+01	1,33E-01
3,15E-01	1,38E+01	1,32E-01
3,20E-01	1,35E+01	1,31E-01
3,25E-01	1,32E+01	1,29E-01
3,30E-01	1,30E+01	1,28E-01
3,35E-01	1,27E+01	1,27E-01
3,40E-01	1,24E+01	1,26E-01
3,45E-01	1,22E+01	1,25E-01
3,50E-01	1,20E+01	1,23E-01
3,55E-01	1,17E+01	1,22E-01
3,60E-01	1,15E+01	1,21E-01
3,65E-01	1,13E+01	1,19E-01
3,70E-01	1,11E+01	1,18E-01
3,75E-01	1,09E+01	1,17E-01
3,80E-01	1,07E+01	1,15E-01
3,85E-01	1,05E+01	1,14E-01
3,90E-01	1,03E+01	1,13E-01
3,95E-01	1,01E+01	1,12E-01
4,00E-01	9,90E+00	1,11E-01
4,05E-01	9,72E+00	1,09E-01
4,10E-01	9,54E+00	1,08E-01
4,15E-01	9,37E+00	1,07E-01
4,20E-01	9,20E+00	1,06E-01
4,25E-01	9,03E+00	1,05E-01
4,30E-01	8,87E+00	1,04E-01
4,35E-01	8,71E+00	1,03E-01
4,40E-01	8,56E+00	1,02E-01
4,45E-01	8,40E+00	1,01E-01
4,50E-01	8,26E+00	9,97E-02
4,55E-01	8,11E+00	9,87E-02
4,60E-01	7,96E+00	9,77E-02
4,65E-01	7,82E+00	9,67E-02
4,70E-01	7,68E+00	9,58E-02
4,75E-01	7,55E+00	9,49E-02
4,80E-01	7,41E+00	9,40E-02
4,85E-01	7,28E+00	9,31E-02
4,90E-01	7,15E+00	9,22E-02
4,95E-01	7,03E+00	9,14E-02
5,00E-01	6,90E+00	9,05E-02
5,05E-01	6,78E+00	8,97E-02
5,10E-01	6,66E+00	8,89E-02
5,15E-01	6,54E+00	8,80E-02
5,20E-01	6,43E+00	8,73E-02
5,25E-01	6,31E+00	8,65E-02
5,30E-01	6,20E+00	8,57E-02
5,35E-01	6,09E+00	8,50E-02

Posição radial normalizada (r/R)	Ângulo de torção [°]	Corda [m]
5,40E-01	5,98E+00	8,42E-02
5,45E-01	5,88E+00	8,35E-02
5,50E-01	5,77E+00	8,28E-02
5,55E-01	5,67E+00	8,21E-02
5,60E-01	5,57E+00	8,14E-02
5,65E-01	5,47E+00	8,07E-02
5,70E-01	5,38E+00	8,00E-02
5,75E-01	5,28E+00	7,94E-02
5,80E-01	5,19E+00	7,87E-02
5,85E-01	5,09E+00	7,81E-02
5,90E-01	5,00E+00	7,75E-02
5,95E-01	4,91E+00	7,69E-02
6,00E-01	4,82E+00	7,62E-02
6,05E-01	4,74E+00	7,56E-02
6,10E-01	4,65E+00	7,50E-02
6,15E-01	4,57E+00	7,45E-02
6,20E-01	4,48E+00	7,39E-02
6,25E-01	4,40E+00	7,33E-02
6,30E-01	4,32E+00	7,28E-02
6,35E-01	4,24E+00	7,22E-02
6,40E-01	4,17E+00	7,17E-02
6,45E-01	4,09E+00	7,11E-02
6,50E-01	4,01E+00	7,06E-02
6,55E-01	3,94E+00	7,01E-02
6,60E-01	3,87E+00	6,96E-02
6,65E-01	3,79E+00	6,91E-02
6,70E-01	3,72E+00	6,86E-02
6,75E-01	3,65E+00	6,81E-02
6,80E-01	3,58E+00	6,76E-02
6,85E-01	3,51E+00	6,71E-02
6,90E-01	3,44E+00	6,66E-02
6,95E-01	3,38E+00	6,61E-02
7,00E-01	3,31E+00	6,57E-02
7,05E-01	3,25E+00	6,52E-02
7,10E-01	3,18E+00	6,48E-02
7,15E-01	3,12E+00	6,43E-02
7,20E-01	3,06E+00	6,39E-02
7,25E-01	2,99E+00	6,34E-02
7,30E-01	2,93E+00	6,30E-02
7,35E-01	2,87E+00	6,26E-02
7,40E-01	2,81E+00	6,21E-02
7,45E-01	2,75E+00	6,17E-02
7,50E-01	2,69E+00	6,13E-02
7,55E-01	2,64E+00	6,09E-02
7,60E-01	2,58E+00	6,05E-02
7,65E-01	2,52E+00	6,01E-02
7,70E-01	2,47E+00	5,97E-02

Posição radial normalizada (r/R)	Ângulo de torção [°]	Corda [m]
7,75E-01	2,41E+00	5,93E-02
7,80E-01	2,36E+00	5,89E-02
7,85E-01	2,31E+00	5,85E-02
7,90E-01	2,25E+00	5,82E-02
7,95E-01	2,20E+00	5,78E-02
8,00E-01	2,15E+00	5,74E-02
8,05E-01	2,10E+00	5,70E-02
8,10E-01	2,05E+00	5,67E-02
8,15E-01	2,00E+00	5,63E-02
8,20E-01	1,95E+00	5,60E-02
8,25E-01	1,90E+00	5,56E-02
8,30E-01	1,85E+00	5,52E-02
8,35E-01	1,80E+00	5,49E-02
8,40E-01	1,75E+00	5,45E-02
8,45E-01	1,71E+00	5,42E-02
8,50E-01	1,66E+00	5,39E-02
8,55E-01	1,61E+00	5,35E-02
8,60E-01	1,57E+00	5,32E-02
8,65E-01	1,52E+00	5,28E-02
8,70E-01	1,48E+00	5,25E-02
8,75E-01	1,43E+00	5,22E-02
8,80E-01	1,39E+00	5,18E-02
8,85E-01	1,34E+00	5,15E-02
8,90E-01	1,30E+00	5,12E-02
8,95E-01	1,26E+00	5,08E-02
9,00E-01	1,21E+00	5,05E-02
9,05E-01	1,17E+00	5,02E-02
9,10E-01	1,13E+00	4,98E-02
9,15E-01	1,08E+00	4,95E-02
9,20E-01	1,04E+00	4,92E-02
9,25E-01	9,96E-01	4,88E-02
9,30E-01	9,52E-01	4,85E-02
9,35E-01	9,09E-01	4,81E-02
9,40E-01	8,65E-01	4,78E-02
9,45E-01	8,20E-01	4,74E-02
9,50E-01	7,75E-01	4,70E-02
9,55E-01	7,29E-01	4,66E-02
9,60E-01	6,83E-01	4,62E-02
9,65E-01	6,37E-01	4,58E-02
9,70E-01	5,91E-01	4,54E-02
9,75E-01	5,45E-01	4,51E-02
9,80E-01	5,00E-01	4,47E-02
9,85E-01	4,54E-01	4,43E-02
9,90E-01	4,08E-01	4,39E-02
9,95E-01	3,62E-01	4,35E-02
1,00E+00	3,16E-01	4,31E-02

B Geometria da pá (STELZENMULLER, 2013)

Posição radial normalizada (r/R)	Ângulo de torção [°]	Corda [m]
0,14	20,07	0,05
0,17	16,38	0,045
0,2	13,86	0,041
0,23	11,98	0,038
0,26	10,51	0,035
0,29	9,33	0,033
0,32	8,35	0,032
0,35	7,53	0,03
0,38	6,83	0,029
0,41	6,24	0,027
0,44	5,72	0,026
0,47	5,27	0,025
0,5	4,88	0,025
0,53	4,52	0,024
0,56	4,2	0,023
0,59	3,91	0,022
0,62	3,65	0,021
0,64	3,4	0,021
0,68	3,16	0,02
0,7	2,94	0,019
0,73	2,72	0,019
0,76	2,51	0,018
0,79	2,3	0,017
0,82	2,09	0,017
0,85	1,87	0,016
0,88	1,65	0,015
0,91	1,43	0,014
0,94	1,19	0,014
0,97	0,95	0,013
1	0,69	0,012

C Código Modelo Gaussiano

```

1  % MODELO HIBRIDO JENSEN-GAUSSIANO
2  %
3  %Esse código faz o cálculo do perfil de velocidades na
   esteira de uma turbina hidrocínética
4  %utilizando um modeo híbrido Jensen-gaussiano. A calibração
   do alpha do
5  %modelo de Jensen é feita pelo método dos mínimos quadrados
   analisando a
6  %velocidade mínima experimental. O valor de velocidade mínima
   é aplicado à
7  %fórmula gaussiana e os valores de sigma e da velocidade de
   fundo são
8  %calibrados com base no perfil completo experimental.
9  %Com todos os parâmetros calibrados, ele calcula a velocidade
   e raio da esteira em
10 %outras posições a jusante da turbina utilizando o modelo de
   Jensen.
11 %O código permite calcular a esteira de n turbinas
   organizadas em um
12 %conjunto coaxial
13
14 clear all;
15 close all;
16 clc;
17
18 %% =====
19 % DADOS FIXOS
20 % =====
21
22 R    = 0.222; %Raio da turbina
23 D    = 2*R;
24 Uinf = 1.1;   %Velocidade de corrente livre
25
26 %% =====
27 % POSICOES PARA PREVISAO

```

```

28 % =====
29
30 x_new_D = [7]; %Posição em função de D em que a esteira será
    calculada
31 x_new = x_new_D * D; %Posição em metros
32
33 %% =====
34 % DADOS EXPERIMENTAIS - T1
35 % =====
36
37 x_mults = [3 5]; %Posições em função de D em que existem
    dados experimentais
38 x_vec = x_mults * D; %Posições em metros
39
40 %Leitura dos dados experimentais
41 %Arquivo .txt, primeira coluna U* = U_exp/U_inf
42 %Segunda coluna r* = r_exp/R
43 fileNames = {'exp_trhee_7D_3Ddown.txt', 'exp_trhee_7D_5Ddown.
    txt'};
44
45 nSec = numel(fileNames);
46
47 %% =====
48 % PRE-ALOCACAO
49 % =====
50
51 r      = cell(1,nSec);
52 Uexp   = cell(1,nSec);
53 Umin   = zeros(1,nSec);
54
55 %% =====
56 % LEITURA DOS DADOS
57 % =====
58
59 for k = 1:nSec
60     [U_exp,r_exp] = textread(fileNames{k}, '%f %f');
61     Uexp{k} = U_exp * Uinf;
62     r{k} = r_exp * R;
63     Umin(k) = min(Uexp{k});

```

```

64 end
65
66 %% =====
67 % 1) CALIBRACAO DE ALPHA DA TURBINA 1 (alpha_1)
68 % =====
69
70 erro_min = @(alpha) sum(( Uinf*(1 - (2/3)*(R./(R + alpha*
    x_vec)).^2)- Umin ).^2);
71 alpha_1 = fminbnd(erro_min,0.001,0.5);
72
73 fprintf('\n');
74 fprintf('===== \n');
75 fprintf('alpha_1 calibrado = %.6f \n',alpha_1);
76 fprintf('===== \n');
77
78 %% =====
79 % 2) CALIBRACAO DE C
80 % =====
81
82 erro_C = @(C) local_erro_gauss_mass_C(C,alpha_1,R,Uinf,r,
    x_vec,Uexp);
83
84 C_opt = fminbnd(erro_C,1,5);
85 fprintf('C calibrado = %.6f \n',C_opt);
86
87 %% =====
88 % 3) CALIBRACAO DOS k_n
89 % =====
90
91 fprintf('\n');
92 fprintf('CALIBRACAO DOS k_n \n');
93 fprintf('===== \n');
94
95 %% =====
96 % DADOS EXPERIMENTAIS T2 E T3
97 % =====
98
99 %Arquivo .txt com dados experimentais de perfil de velocidade
    das turbinas

```

```

100 %2 e 3
101 %Primeira coluna U* = U_exp/U_inf
102 %Segunda coluna r_exp
103 [Uexp_T2, rexp_T2] = textread('fig5-24_middle.txt', '%f %f');
104
105 [Uexp_T3, rexp_T3] = textread('fig5-24_downstream.txt', '%f %f'
    );
106
107 Uexp_T2 = Uexp_T2 * Uinf;
108 Uexp_T3 = Uexp_T3 * Uinf;
109
110 %% =====
111 % VELOCIDADES MINIMAS EXPERIMENTAIS
112 % =====
113
114 Umin_exp_T2 = min(Uexp_T2);
115 Umin_exp_T3 = min(Uexp_T3);
116
117 %% =====
118 % DISTANCIA DE CALIBRACAO
119 % =====
120
121 x_cal_D = 5; %Posição em função de D em que os dados
    experimentais estão disponíveis
122 x_cal = x_cal_D * D; %Posição em metros
123
124 %% =====
125 % CALIBRACAO DE k2
126 % =====
127
128 erro_k2 = @(k2) (velocidade_jensen_n(Uinf, R, k2*alpha_1, x_cal
    , 2) - Umin_exp_T2).^2;
129
130 k2_opt = fminbnd(erro_k2, 1, 5);
131 fprintf('k2 calibrado = %.4f\n', k2_opt);
132
133 %% =====
134 % CALIBRACAO DE k3
135 % =====

```

```

136
137 erro_k3 = @(k3)(velocidade_jensen_n(Uinf,R,k3*alpha_1,x_cal
    ,3)-Umin_exp_T3).^2;
138
139 k3_opt = fminbnd(erro_k3,1,5);
140 fprintf('k3 calibrado = %.4f\n',k3_opt);
141
142 %% =====
143 % VETOR FINAL DE k
144 % =====
145
146 k_vec = [1.0 k2_opt k3_opt];
147 N_turbinas = length(k_vec);
148
149 fprintf('=====\n');
150 fprintf('k_vec = [%.3f %.3f %.3f]\n', ...
151     k_vec(1),k_vec(2),k_vec(3));
152 fprintf('=====\n');
153
154 %% =====
155 % 4) AJUSTE EXPERIMENTAL T1
156 % =====
157
158 fprintf('\n');
159 fprintf('AJUSTE EXPERIMENTAL T1\n');
160 fprintf('=====\n');
161
162 for k = 1:nSec
163
164     xk_mult = x_mults(k);
165     xk = x_vec(k);
166     rk = r{k};
167     Uexpk = Uexp{k};
168     %Cálculo da esteira da T1 a partir dos dados calibrados
169     Rj = R + alpha_1*xk;
170     sigma = Rj/C_opt;
171     Uj = Uinf * (1 - (2/3)*(R/Rj)^2);
172     idx_w = rk <= Rj;
173     rw = rk(idx_w);

```

```

174     Uw = Uexpk(idx_w);
175
176     if numel(rw) >= 2
177 %Cálculo da velocidade de fundo a partir do balanço de massa
178         g_w = exp(-rw.^2./(2*sigma^2));
179         m_exp = trapz(rw,Uw.*rw);
180         A = trapz(rw,(1-g_w).*rw);
181         B = trapz(rw,g_w.*rw);
182         U_back_k = (m_exp - Uj*B)/A;
183         g_all = exp(-rk.^2./(2*sigma^2));
184         Umodel = U_back_k + (Uj-U_back_k).*g_all;
185
186     else
187
188         U_back_k = Uinf;
189         g_all = exp( -rk.^2./(2*sigma^2));
190         Umodel = U_back_k + (Uj-U_back_k).*g_all;
191
192     end
193
194     %% =====
195     % GRAFICO
196     % =====
197
198     [rk_ord,idx_ord] = sort(rk);
199     Umodel_ord = Umodel(idx_ord);
200     fig = figure;
201     plot(rk,Uexpk,'ko','LineWidth',1);
202     hold on;
203     plot(rk_ord,Umodel_ord,'r-','LineWidth',1.5);
204     xlabel('r (m)');
205     ylabel('U (m/s)');
206     title(sprintf('Ajuste experimental - %.1fD',xk_mult));
207     legend('Experimental','Modelo','Location','best');
208     grid on;
209     nome_png = sprintf('ajuste_exp_%.1fD.png',xk_mult);
210     nome_png = strrep(nome_png, '.', 'p');
211     print(fig,nome_png, '-dpng', '-r600');
212

```

```

213 end
214
215 %% =====
216 % 5) CALCULO DAS TURBINAS
217 % =====
218
219 fprintf('\n');
220 fprintf('CALCULO DAS TURBINAS\n');
221 fprintf('===== \n');
222
223 n_new = numel(x_new_D);
224 n_r = 300; %Número de posições radiais em que a velocidade ser
    á calculada
225
226 %% =====
227 % FIGURA COMPARATIVA
228 % =====
229
230 fig_comp = figure;
231 hold on;
232 cores = {'b','g','r'};
233 legendas = {};
234
235 for nt = 1:N_turbinas
236
237     fprintf('\n');
238     fprintf('Turbina %d\n',nt);
239     fprintf('----- \n');
240
241     %% =====
242     % ALPHA DA TURBINA
243     % =====
244
245     k_n = k_vec(nt);
246     alpha_n = k_n * alpha_1;
247     fprintf('k_n      = %.3f\n',k_n);
248     fprintf('alpha_n = %.5f\n',alpha_n);
249
250 for k = 1:n_new

```

```

251
252     xk_mult = x_new_D(k);
253     xk = x_new(k);
254     % PARAMETROS
255     % A gaussiana continua usando os parametros calibrados na
        primeira turbina
256
257     Rj = R + alpha_1*xk;
258     sigma = Rj/C_opt;
259     %% =====
260     % VELOCIDADE MINIMA
261     % =====
262
263     Uj = velocidade_jensen_n(Uinf,R,alpha_n,xk,nt);
264
265     %% =====
266     % MALHA RADIAL
267     % =====
268
269     r_grid = linspace(0,Rj,n_r).';
270
271     %% =====
272     % PERFIL GAUSSIANO
273     % =====
274
275     g_w = exp(-r_grid.^2./(2*sigma^2));
276
277     %% =====
278     % BALANCO DE MASSA
279     % =====
280
281     m_target = trapz(r_grid,Uinf*r_grid);
282     A = trapz(r_grid,(1-g_w).*r_grid);
283     B = trapz(r_grid,g_w.*r_grid);
284     U_back_model =(m_target - Uj*B)/A;
285
286     %% =====
287     % PERFIL FINAL
288     % =====

```

```

289
290     U_model_grid = U_back_model +(Uj-U_back_model).*g_w;
291
292     %% =====
293     % SALVAR TXT
294     % =====
295
296     fileNameOut = sprintf('perfil_T%d_%dD.txt',nt,xk_mult
297         );
298     fid = fopen(fileNameOut,'w');
299     for i = 1:n_r
300         fprintf(fid, '%.6f\t%.6f\n',r_grid(i),U_model_grid
301             (i));
302     end
303
304     fclose(fid);
305
306     %% =====
307     % GRAFICO INDIVIDUAL
308     % =====
309
310     fig2 = figure;
311     plot(r_grid,U_model_grid,cores{nt},'LineWidth',1.5);
312     xlabel('r (m)');
313     ylabel('U (m/s)');
314     title(sprintf(['Perfil de velocidade - 'Turbina %d -
315         x = %dD'],nt,xk_mult));
316     grid on;
317     nome_png2 = sprintf('perfil_T%d_%dD.png',nt,xk_mult);
318     print(fig2,nome_png2,'-dpng','-r600');
319
320     %% =====
321     % GRAFICO COMPARATIVO
322     % =====
323
324     figure(fig_comp);
325     plot(r_grid,U_model_grid,cores{nt},'LineWidth',2);

```

```

325         legendas{nt} = sprintf('Turbina %d',nt);
326
327     end
328
329 end
330
331 %% =====
332 % FINALIZA GRAFICO COMPARATIVO
333 % =====
334
335 figure(fig_comp);
336 xlabel('r (m)');
337 ylabel('U (m/s)');
338 title(sprintf('Comparacao das esteiras - x = %dD',xk_mult));
339 legend(legendas,'Location','best');
340 grid on;
341 print(fig_comp,'comparacao_turbinas.png','-dpng','-r600');
342
343 %% =====
344 % 6) COMPARACAO EXPERIMENTAL x MODELADO NA DISTANCIA DE
    CALIBRAÇ O
345 % =====
346
347 fig_5D = figure;
348 hold on;
349
350 %% =====
351 % DADOS EXPERIMENTAIS
352 % =====
353
354 [Uexp_T1_5D, rexp_T1_5D] = textread('exp_trhee_7D_5Ddown.txt',
    '%f %f');
355 Uexp_T1_5D = Uexp_T1_5D * Uinf;
356 rexp_T1_5D = rexp_T1_5D * R;
357
358 [Uexp_T2_5D, rexp_T2_5D] =textread('fig5-24_middle.txt','%f %f
    ');
359 Uexp_T2_5D = Uexp_T2_5D * Uinf;
360 rexp_T2_5D = rexp_T2_5D * R;

```

```
361
362 [Uexp_T3_5D, rexp_T3_5D] = textread('fig5-24_downstream.txt', '
    %f %f');
363 Uexp_T3_5D = Uexp_T3_5D * Uinf;
364 rexp_T3_5D = rexp_T3_5D * R;
365
366 %% =====
367 % DISTANCIA 5D
368 % =====
369
370 x5D = 5 * D;
371
372 %% =====
373 % LOOP DAS TURBINAS
374 % =====
375
376 for nt = 1:3
377
378     %% =====
379     % DADOS EXPERIMENTAIS
380     % =====
381
382     if nt == 1
383
384         r_exp = rexp_T1_5D;
385         U_exp = Uexp_T1_5D;
386
387     elseif nt == 2
388
389         r_exp = rexp_T2_5D;
390         U_exp = Uexp_T2_5D;
391
392     else
393
394         r_exp = rexp_T3_5D;
395         U_exp = Uexp_T3_5D;
396
397     end
398
```

```

399      %% =====
400      % PARAMETROS
401      % =====
402
403      k_n = k_vec(nt);
404      alpha_n = k_n * alpha_1;
405
406      % formato gaussiano fixado pela calibracao da T1
407
408      Rj = R + alpha_1*x5D;
409      sigma = Rj / C_opt;
410
411      %% =====
412      % VELOCIDADE MINIMA
413      % =====
414
415      Uj = velocidade_jensen_n(Uinf,R,alpha_n,x5D,nt);
416
417      %% =====
418      % MALHA RADIAL
419      % =====
420
421      r_grid = linspace(0,Rj,300).';
422
423      %% =====
424      % PERFIL GAUSSIANO
425      % =====
426
427      g_w = exp(-r_grid.^2./(2*sigma^2));
428
429      %% =====
430      % BALANCO DE MASSA EXPERIMENTAL
431      % =====
432
433      idx_w = r_exp <= Rj;
434      rw = r_exp(idx_w);
435      Uw = U_exp(idx_w);
436      g_exp = exp(-rw.^2./(2*sigma^2));
437      m_exp = trapz(rw,Uw.*rw);

```

```

438     A = trapz(rw,(1-g_exp).*rw);
439     B = trapz(rw,g_exp.*rw);
440     U_back_model =(m_exp - Uj*B)/A;
441     fprintf('\n');
442     fprintf('Turbina %d\n',nt);
443     fprintf('Uj      = %.4f\n',Uj);
444     fprintf('Uback   = %.4f\n',U_back_model);
445     fprintf('Uinf    = %.4f\n',Uinf);
446
447     %% =====
448     % PERFIL MODELADO
449     % =====
450
451     U_model = U_back_model + (Uj-U_back_model).*g_w;
452
453     %% =====
454     % PLOT EXPERIMENTAL
455     % =====
456
457     plot(r_exp,U_exp,'o','Color',cores{nt},'MarkerSize',6,'
         LineWidth',1.5);
458
459     %% =====
460     % PLOT MODELADO
461     % =====
462
463     plot(r_grid,U_model,'-','Color',cores{nt},'LineWidth',2);
464
465 end
466
467 %% =====
468 % FORMATAÇÃO
469 % =====
470
471 xlabel('r (m)');
472 ylabel('U (m/s)');
473 title('Perfis experimentais e modelados em 5D');
474

```

```

475 legend('T1 experimental','T1 modelado','T2 experimental','T2
      modelado', ...
476       'T3 experimental','T3 modelado','Location','best');
477 grid on;
478 print(fig_5D,'comparacao_exp_model_5D.png','-dpng','-r600');
479
480 %% =====
481 % FUNCAO: JENSEN PARA N TURBINAS
482 % =====
483
484 function Uj = velocidade_jensen_n(Uinf,R,alpha,x,n_turb)
485
486     Rj = R + alpha*x;
487     U_prev = Uinf * (1 - (2/3)*(R/Rj)^2);
488
489     if n_turb == 1
490
491         Uj = U_prev;
492
493         return;
494
495     end
496
497     for n = 2:n_turb
498
499         U_new = Uinf * ( 1 - (1 - (1/3)*(U_prev/Uinf))* (R/Rj
      )^2 );
500         U_prev = U_new;
501
502     end
503
504     Uj = U_prev;
505
506 end
507
508 %% =====
509 % FUNCAO LOCAL: ERRO GLOBAL DE C
510 % =====
511

```

```
512 function E = local_erro_gauss_mass_C(C,alpha,R,Uinf,r_cell ,  
    x_vec,Uexp_cell)  
513  
514     if C <= 0  
515  
516         E = 1e12;  
517  
518         return;  
519  
520     end  
521  
522     nSec = numel(r_cell);  
523  
524     E = 0;  
525  
526     for k = 1:nSec  
527  
528         rk = r_cell{k}(:);  
529         Uk = Uexp_cell{k}(:);  
530         xk = x_vec(k);  
531         Rj = R + alpha*xk;  
532         sigma = Rj/C;  
533         Uj = Uinf *(1 - (2/3)*(R/Rj)^2);  
534         idx_w = rk <= Rj;  
535         rw = rk(idx_w);  
536         Uw = Uk(idx_w);  
537  
538         if numel(rw) < 2  
539  
540             E = E + 1e8;  
541  
542             continue;  
543  
544         end  
545  
546         g_w = exp(-rw.^2./(2*sigma^2));  
547         m_exp = trapz(rw,Uw.*rw);  
548         A = trapz(rw,(1-g_w).*rw);  
549         B = trapz(rw,g_w.*rw);
```

```
550
551     if abs(A) < 1e-12
552
553         E = E + 1e10;
554
555         continue;
556
557     end
558
559     U_back = (m_exp - Uj*B)/A;
560     g_all = exp(-rk.^2./(2*sigma^2));
561     Umod = U_back + (Uj-U_back).*g_all;
562     E = E + sum((Umod-Uk).^2);
563
564 end
565
566 end
```