




UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



Guia Comentado: Engenharia Didática Para Ensinar Matemática

POLLYANNA MARQUES DO PRADO
VLADMIR MARIM

UBERLÂNDIA
2025



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1A, Sala 207 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902

Telefone: (34) 3230-9419 - www.pggecm.ufu.br - secretaria@pggecm.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Ensino de Ciências e Matemática				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Profissional / Produto Educacional - PPGECM				
Data:	10/12/2025	Hora de início:	14h00	Hora de encerramento:	16h15
Matrícula do Discente:	12412ECM028				
Nome do Discente:	Pollyanna Marques do Prado				
Título do Trabalho:	Engenharia Didática nos planos de aula de geometria do 9º ano do Ensino Fundamental: uma análise da revista Nova Escola				
Área de concentração:	Ensino de Ciências e Matemática				
Linha de pesquisa:	Formação de Professores				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Formação de Professores				

Reuniu-se por meio da videoconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, assim composta: Prof. Dr. Vlademir Marim (FACED/UFU) - orientador; Prof. Dr. Douglas Marin (IME/UFU) e Prof. Dr. Renan Gustavo Araújo de Lima (IFMS). Iniciando os trabalhos o presidente da mesa apresentou a Comissão Examinadora e a candidata agradeceu a presença do público, e concedeu à discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação da discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa. A seguir, o presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir a candidata. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando a candidata:

Aprovada

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O componente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Vlademir Marim, Professor(a) do Magistério Superior**, em 10/12/2025, às 22:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Douglas Marin, Professor(a) do Magistério Superior**, em 11/12/2025, às 07:38, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Renan Gustavo Araújo de Lima, Usuário Externo**, em 17/12/2025, às 11:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **6884083** e o código CRC **9A31CB16**.



Sumário

Apresentação.....	4
O Que é Engenharia do Ensinar Matemática.....	5
Descomplicando a Didática.....	6
A Didática Fortalecendo a Prática Docente.....	7
A Didática da Matemática: Construindo Caminhos para Aprendizagem Significativa.....	8
Didática da Matemática.....	9
Engenharia Didática: Transformando o Ensino da Matemática.....	10
A Engenharia Didática: Origem e Aplicação.....	11
As Quatro Fases da Engenharia Didática: Um Guia Simples e Prático.....	12
Aplicando a Engenharia Didática: Explorando Planos de Aula.....	13
Identificação dos planos de aula.....	14
Relação entre Altura e Projeções dos Catetos - PL1.....	15
Demonstrando as Relações Métricas - PL2.....	18
Caça ao Tesouro e as Relações Métricas - PL3.....	21
Jogo das Relações Métricas - PL4.....	23
O Tangram e as Relações Métricas - PL5.....	25
Triângulo Retângulo Inscrito na Circunferência - PL6.....	27
Aplicação das Relações Métricas para Cálculos de Medidas Inacessíveis -PL7.....	29
As Relações Métricas através de Áreas - PL8.....	31
Relação entre a Hipotenusa e Cateto 1-PL9.....	33
Relação entre Hipotenusa e Cateto 1 - PL10.....	35
As Inclinações e as Relações Métricas em Triângulos Retângulos - PL11.....	37
Tabela Para auxiliar na implementação da Engenharia Didática.....	38
Referências.....	40
Sobre os autores.....	41



Prezado(a) Professor(a)

A formação continuada de professores é essencial para o avanço da educação, especialmente em um cenário de constantes transformações e demandas cada vez mais complexas. No ensino da Matemática, essa formação se torna indispensável, pois possibilita o desenvolvimento de habilidades e competências, permitindo ao professor um olhar sobre sua prática. É nesse contexto que este trabalho se insere, destacando a importância do conhecimento matemático na formação integral, indo além dos cálculos e fórmulas. Dentre as abordagens metodológicas que podem apoiar a prática docente, destacamos a **Engenharia Didática** como uma proposta promissora. Essa metodologia busca integrar a teoria acadêmica com a prática em sala de aula, permitindo ao professor planejar, analisar e ajustar suas ações de forma reflexiva e crítica em relação à sua realidade. Ao adotar essa perspectiva, o professor amplia sua compreensão sobre os fatores que influenciam o processo de ensino e aprendizagem, tornando-se mais preparado para enfrentar os desafios cotidianos e promover um ensino significativo e contextualizado. O material que apresentamos é um **Guia comentado dos Planos de Aula de Matemática** publicados pela **Revista Eletrônica Nova Escola** de 2019 a 2023. Nele, você encontrará uma seleção de 11 planos de aula com direcionados ao eixo de **geometria**, especificamente no estudo do **triângulo retângulo**. A escolha desse tema se deve à minha experiência como professora de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, onde observei as dificuldades recorrentes dos alunos em relação a esse conteúdo. Os planos foram analisados à luz das metodologias adotadas, buscando estabelecer um diálogo entre as fases da Engenharia Didática e a prática docente, com o objetivo de oferecer subsídios para a formação continuada de professores. É importante ressaltar que este guia não é um material pronto e acabado para ser aplicado de forma direta em sala de aula, mas sim uma ferramenta de formação, reflexão e apoio para o professor. Ele foi pensado para ser adaptado às suas necessidades e ao seu contexto, servindo como um recurso para enriquecer sua prática e inspirar novas abordagens no ensino da Matemática. Esperamos que este guia inspire você a buscar sempre novos conhecimentos e a fortalecer sua prática pedagógica, contribuindo para a melhoria contínua do processo de ensino e aprendizagem. Que ele seja um aliado na sua jornada estimulando novas ideias e práticas que transformem a experiência de aprender e ensinar Matemática.

Desejamos uma ótima leitura!





Mas o que é Engenharia Didática para Ensinar Matemática

Este guia comentado foi pensado exclusivamente para você, **professor de Matemática do Ensino Fundamental**, com o objetivo de fortalecer sua formação continuada e aprimorar sua prática docente. Aqui, vamos aprofundar o conceito de **Engenharia do Ensinar Matemática**, uma abordagem que integra teoria e prática que pode transformar o ensino da Matemática em uma experiência mais dinâmica, eficaz e significativa.

Para construir uma base sólida, discutiremos as características essenciais da **Didática**, da **Didática da Matemática** e da **Engenharia Didática**, conceitos que são relevantes para a sua formação. Esses fundamentos teóricos ajudam a compreender como o conhecimento matemático pode ser trabalhado de forma reflexiva e adaptada às suas necessidades, permitindo que você, professor, planeje, analise e ajuste suas aulas de maneira consciente. A **Engenharia do Ensinar Matemática** vai além da aplicação de teorias: ela oferece ferramentas que podem promover um ensino engajador e contribuir para a construção do conhecimento significativo.

Ao longo deste guia, exploraremos as principais características e objetivos dessa metodologia, sempre com um olhar voltado para a **sua prática docente**. A **Engenharia do Ensinar Matemática** não apenas amplia sua compreensão sobre os processos de ensino e aprendizagem, mas também oferece estratégias para enfrentar os desafios cotidianos, como a dificuldade dos alunos em compreender conceitos abstratos ou a necessidade de tornar a Matemática mais acessível e interessante.

Este material foi desenvolvido como uma **ferramenta de formação e reflexão** para você, professor. Ele não é um roteiro pronto, mas um recurso flexível que pode ser adaptado às suas necessidades e ao contexto dos seus alunos. Nosso objetivo é apoiar sua jornada de formação continuada, inspirando novas ideias e práticas que transformem sua sala de aula em um espaço de aprendizagem colaborativo.

Convidamos você a embarcar nessa jornada conosco. Vamos explorar juntos como a **Engenharia do Ensinar Matemática** pode enriquecer sua prática. Prepare-se para conhecer, refletir e, quem sabe, transformar sua prática pedagógica! Estamos ansiosos para compartilhar conhecimentos e experiências que podem fazer a diferença no seu dia a dia.

Os autores.



Convidamos você, professor de Matemática, a descobrir como a didática pode ser uma aliada no ensino. Neste guia, vamos explorar estratégias que podem enriquecer sua prática em sala de aula, tornando o processo de aprendizagem significativo e envolvente. A didática, como campo de estudo e prática, oferece ferramentas valiosas para que você possa planejar, executar e avaliar suas aulas de forma eficiente, sempre com olhar nas necessidades dos alunos.

A didática não se resume a técnicas de ensino; ela é uma ponte entre a teoria e a prática, auxiliando você, professor, a refletir sobre o como ensinar. Segundo Libâneo (2013), a didática é a ciência que estuda os processos de ensino e aprendizagem, buscando compreender as relações entre professor, aluno e conhecimento. Isso significa que, ao dominar os fundamentos didáticos, você estará preparado para criar um ambiente de aprendizagem estimulante, onde os alunos se sintam desafiados e motivados a participar ativamente.

Descomplicando a Didática

Neste guia, você encontrará estratégias metodológicas que são especialmente importantes no ensino da Matemática, onde a clareza na explicação dos conceitos e a contextualização dos problemas são importantes para superar as dificuldades. Como destaca Beltran (2009), a análise de problemas é uma estratégia eficaz para promover a aprendizagem significativa, especialmente quando o professor atua como mediador, guiando os estudantes na construção do conhecimento.

Vamos explorar juntos como a didática pode ajudar você a criar aulas dinâmicas, onde os alunos aprendem e desenvolvem habilidades como o pensamento crítico, criatividade e a autonomia. Como sugere Candau (2011), a didática é uma ferramenta essencial para a formação de professores reflexivos, capazes de repensar suas práticas e adaptá-las às demandas da educação contemporânea.





A Didática Fortalecendo a Prática Docente.

- 1** É essencial para guiar os professores na elaboração de estratégias pedagógicas eficazes, promovendo uma aprendizagem significativa
- 2** Foca na criação de situações que incentivem a interação entre alunos e professores, utilizando metodologias variadas para tornar o aprendizado dinâmico e participativo.
- 3** Estimula os professores a refletirem sobre suas práticas, considerando as singularidades da sala de aula e buscando sempre melhorar suas abordagens de ensino.
- 4** Serve como uma ponte entre a teoria educacional e a prática em sala de aula, auxiliando os professores a aplicar conceitos pedagógicos de forma eficaz em diferentes contextos.

Para saber mais...



A Didática da Matemática vai além do ensino de fórmulas e cálculos; ela busca compreender os processos de ensino e aprendizagem, considerando as interações entre professor, aluno e conhecimento. Segundo Gálvez (1996), essa área de estudo oferece diretrizes e estratégias que promovem uma abordagem eficaz e contextualizada, ajudando os alunos a desenvolver habilidades como o raciocínio lógico e a resolução de problemas. Para você, professor, isso significa ter em mãos ferramentas que permitem planejar aulas dinâmicas e adaptadas às necessidades dos seus alunos.

Como destaca Brousseau (2008), a criação de situações didáticas envolve a organização de experiências que estimulem a atividade investigativa dos alunos, promovendo um ambiente onde a Matemática é entendida como uma prática social, e não apenas como um conjunto de regras a serem memorizadas. Essas situações são projetadas para provocar um conflito cognitivo, levando os alunos a refletir sobre seus conhecimentos prévios e a construir novos saberes de forma autônoma e crítica.

Além disso, a Didática da Matemática oferece suporte para que você, professor, possa repensar suas práticas e adaptá-las às demandas da educação contemporânea.

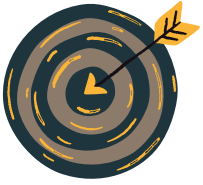
A Didática da Matemática: Construindo Caminhos para Aprendizagem Significativa

Como sugerem D'Amore e Fandiño Pinilla (2009), essa disciplina prepara os professores para interpretar as dinâmicas que emergem na sala de aula, considerando as interações entre os polos da tríade "professor-aluno-conhecimento". Isso permite que você crie estratégias pedagógicas capazes de despertar o interesse dos alunos e promover um aprendizado duradouro.

Não perca a oportunidade de descobrir novas possibilidades que podem transformar sua prática de ensinar Matemática, tornando suas aulas mais envolventes e significativas. Vamos juntos construir caminhos para uma educação matemática que inspire e prepare os alunos para os desafios do futuro!



Didática da Matemática



Objetivo

Compreender os processos de ensino da matemática, melhorando as práticas pedagógicas e os resultados de aprendizagem dos alunos.

Situações Didáticas

Foca na criação de atividades que incentivem a interação entre alunos, professores e conteúdos, facilitando a aprendizagem.

Abordagens Pedagógicas

Utiliza metodologias dinâmicas para despertar o interesse dos alunos e promover uma compreensão significativa dos conceitos matemáticos.

Diálogo e Autonomia

Valoriza o diálogo em sala de aula e a autonomia dos alunos, incentivando a participação ativa no processo de aprendizagem.

Integração de Teorias

Evolui ao longo do tempo, combinando diferentes teorias pedagógicas para enfrentar desafios educacionais e melhorar a qualidade do ensino.



Engenharia Didática: Transformando o Ensino da Matemática

É com grande prazer que convidamos você, professor, a explorar a fascinante Engenharia Didática e suas contribuições para o ensino da Matemática. Este é o seu convite para uma jornada de aprimoramento profissional que pode transformar sua prática em sala de aula.

Neste espaço, vamos apresentar de maneira clara e acessível as etapas dessa metodologia, que se dedica ao planejamento, à implementação e à avaliação do processo de ensino e aprendizagem. A Engenharia Didática, inspirada no trabalho do engenheiro, propõe um ciclo de quatro fases interligadas: análises prévias, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori e validação. Essas etapas permitem que você, professor, planeje suas aulas com base em teorias sólidas, teste estratégias em sala de aula e avalie os resultados de forma sistemática, sempre com foco na aprendizagem.

Você descobrirá como a Engenharia Didática pode tornar suas aulas envolventes e produtivas.

Por exemplo, na fase de análise prévia, você identificará as dificuldades e concepções dos alunos sobre um determinado conteúdo, como o triângulo retângulo. Na fase de concepção, poderá planejar atividades que desafiem os alunos a resolver problemas de forma autônoma, promovendo o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Já na experimentação, colocará essas atividades em prática, observando como os alunos interagem com o conhecimento. Por fim, na análise a posteriori, refletirá sobre os resultados, ajustando suas estratégias para melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

A Engenharia Didática valoriza a autonomia do aluno e a resolução de problemas, elementos essenciais para que os alunos construam seu conhecimento de forma ativa e crítica. Como destaca Artigue (1996), essa metodologia permite que o professor atue como um mediador, criando situações didáticas que desafiam os alunos a pensar matematicamente e a aplicar seus conhecimentos em contextos reais.

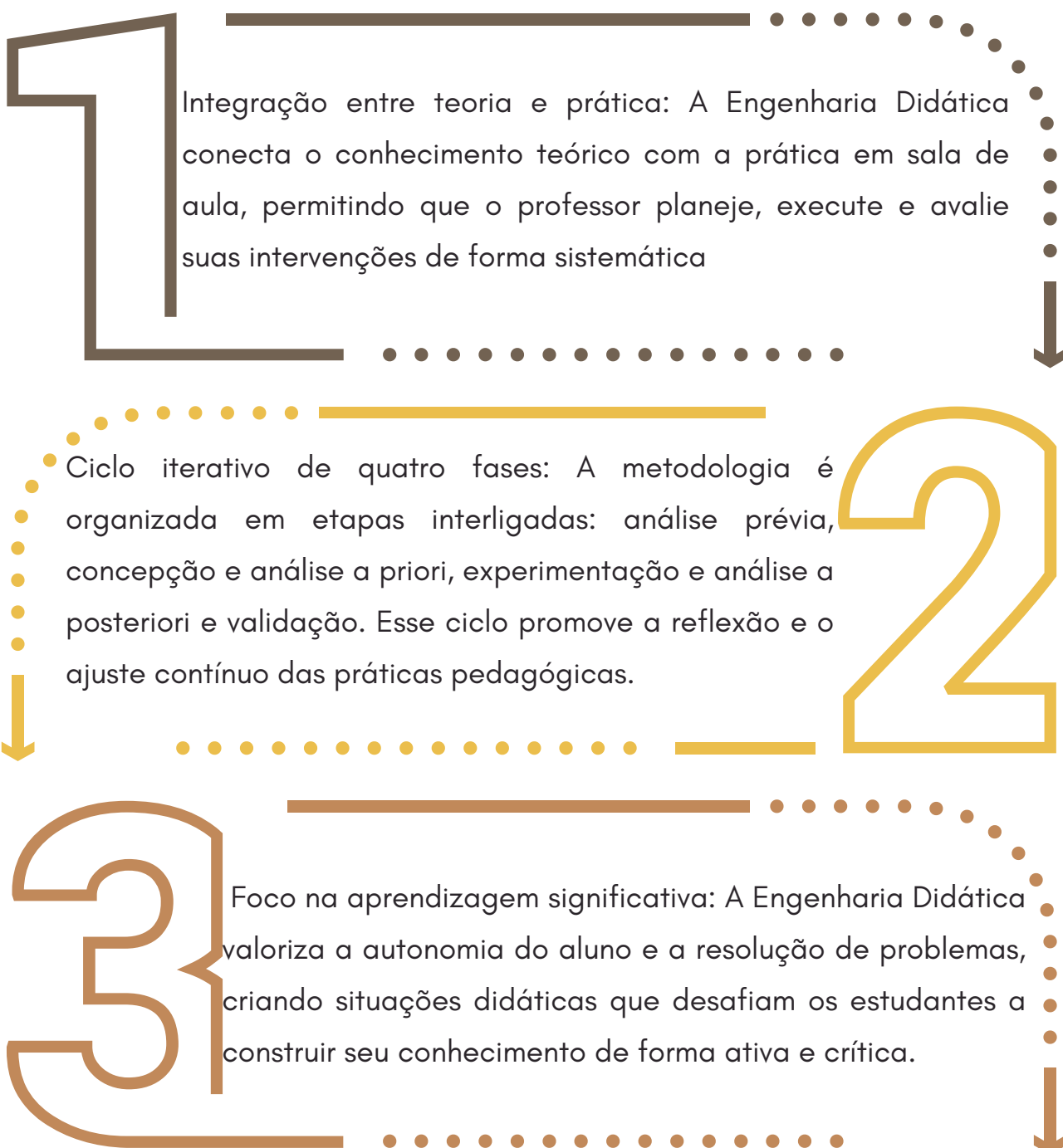
A Engenharia Didática não é apenas uma ferramenta teórica, mas uma metodologia que conecta a pesquisa acadêmica com a prática em sala de aula, oferecendo suporte para que você, professor, possa enfrentar os desafios do ensino da Matemática de forma criativa e reflexiva.





A Engenharia Didática: Origem e Aplicação

A concepção da Engenharia Didática surgiu na **Didática da Matemática**, mais especificamente no enfoque da didática francesa, por volta de 1975. Segundo **Artigue (1996)**, essa metodologia funciona como um método de trabalho didático semelhante ao processo do engenheiro: baseia-se em conhecimentos científicos para desenvolver projetos e está sujeita a um controle de natureza científica.



As Quatro Fases da Engenharia Didática: Um Guia Simples e Prático

1

1ª fase: Nesta fase, o professor investiga o que os alunos já sabem e quais são suas principais dificuldades em relação ao conteúdo que será ensinado. É um momento de reflexão sobre o conhecimento prévio dos alunos, os erros mais comuns e as concepções que eles trazem para a sala de aula. Essa análise ajuda a identificar os pontos que precisam de mais atenção e a planejar estratégias que realmente atendam às necessidades dos alunos.

2

Aqui, o professor planeja as atividades e sequências didáticas que serão usadas em sala de aula. Ele define os objetivos de aprendizagem, escolhe as metodologias mais adequadas e prevê como os alunos podem reagir às atividades propostas. Essa fase é como um "ensaio" mental, em que o professor antecipa possíveis desafios e prepara soluções para garantir que o ensino seja eficaz.

3

3ª fase, É o momento de colocar o planejamento em prática! O professor aplica as atividades em sala de aula, observa como os alunos interagem com o conteúdo e registra os resultados. Nessa fase, é importante estar atento às reações dos alunos, às dúvidas que surgem e ao modo como eles resolvem os problemas propostos. A experimentação é o coração da Engenharia Didática, pois é nela que a teoria se transforma em ação.

4

4ª fase Depois de aplicar as atividades, o professor analisa os resultados: os alunos aprenderam o esperado? Quais foram os acertos e os erros? Essa fase envolve comparar o que foi planejado (análise a priori) com o que realmente aconteceu em sala de aula (análise a posteriori). Com base nessa reflexão, o professor pode ajustar suas estratégias, melhorar as atividades e validar o que funcionou bem.

Essas quatro fases formam um ciclo contínuo: após a validação, o professor pode retomar a análise prévia, refinando suas estratégias e aprimorando cada vez mais sua prática. É uma jornada de aprendizado tanto para o professor quanto para os alunos!



Vamos colocar em prática os princípios da Engenharia Didática, explorando juntos 11 planos de aula selecionados e publicados pela Revista Nova Escola no período de 2019 a 2023 no eixo de Geometria, especificamente no tema triângulo retângulo.

Esses planos de aula nos oferecem uma oportunidade única para observar as metodologias utilizadas e investigar como os princípios da Engenharia Didática podem ser aplicados em sala de aula. Cada plano será analisado à luz das quatro fases da Engenharia Didática (análise prévia, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori), conforme proposto por Artigue (1996).

Aplicando a Engenharia Didática: Explorando Planos de Aula

O que vamos explorar?

Nossa pesquisa buscará identificar como os princípios da Engenharia Didática estão presentes ou não nos planos de aula da Revista Eletrônica Nova Escola para o 9º ano do Ensino Fundamental, publicados no período de 2019 a 2023, no eixo de Geometria, especificamente no tema triângulo retângulo. Para isso, nos basearemos nos trabalhos de Brum (2013), Brousseau (1996) e Artigue (1996), que destacam a importância de situações-problema e da interação entre alunos como ferramentas essenciais para a resolução de problemas e a construção do conhecimento.



Identificação dos planos de aula selecionados (2019 a 2023)

Tema do Plano	Identificação	Habilidade	Sequência Didática	Nome da sequência
Relação entre altura e projeções dos catetos	PL1	EF09MA13	01/10.	Relações métricas no triângulo retângulo
Demonstrando as relações métricas	PL2	EF09MA13	05/10.	Relações métricas no triângulo retângulo
Caça ao tesouro e as relações métricas	PL3	EF09MA13	06/10.	Relações métricas no triângulo retângulo
Jogo das relações métricas	PL4	EF09MA13	04/10.	Relações métricas no triângulo retângulo
O Tangram e as relações métricas	PL5	EF09MA13	07/10.	Relações métricas no triângulo retângulo
Triângulo retângulo inscrito na circunferência	PL6	EF09MA11 EF06MA25	04/05.	Ângulos na circunferência
Aplicação das relações métricas para cálculos de medidas inacessíveis	PL7	EF09MA13	09/10.	Relações métricas no triângulo retângulo
As relações métricas através de áreas	PL8	EF09MA13	10/10.	Relações métricas no triângulo retângulo
Relação entre a hipotenusa e cateto 1 Relação entre a hipotenusa e cateto 1	PL9 PL10	EF09MA13 EF09MA13	2/10 3/10	Relações métricas no triângulo retângulo
As inclinações e as relações métricas em triângulos retângulos.	PL11	EF09MA13	08/10.	Relações métricas no triângulo retângulo

Fonte: Site Revista Eletrônica Nova Escola.



Relação entre Altura e Projeções dos Catetos – PL1

Série: 9º ano do Ensino Fundamental Duração: 1 aula

Objetivo:

- **Objetivo Geral:** Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, conforme a habilidade EF09MA13 da BNCC.

Objetivos Específicos:

- Descobrir a relação entre as projeções dos catetos e a altura relativa à hipotenusa em triângulos retângulos;
- Utilizar recortes e dobraduras para demonstrar propriedades métricas em triângulos retângulos;
- Resolver situações-problema que envolvam relações métricas no triângulo retângulo.

Conteúdo

- **Conceito-Chave:** Relação métrica no triângulo retângulo: o produto das projeções dos catetos é igual ao quadrado da altura relativa à hipotenusa ($h^2 = m \cdot n$).
- **Tópicos abordados:**
 - Elementos do triângulo retângulo (hipotenusa, catetos, alturas, projeções).
 - Relações métricas no triângulo retângulo.
 - Resolução de problemas envolvendo essas relações.

Metodologia

- **Abordagem:** Experimentação por descoberta

Estratégias:

- **Atividade prática:** Utilização de recortes e dobraduras para explorar a relação entre altura e projeções dos catetos; Resolução de problemas
- Aplicação da relação descoberta em situações-problema
- **Trabalho em grupo:** Os alunos trabalham em grupos para realizar medições, preencher tabelas e discutir resultados; **Discussão coletiva:** Socialização dos resultados e reflexão sobre as descobertas.



Relação entre Altura e Projeções dos Catetos – PL1

Introdução

- O plano começa com um aquecimento que revisa conceitos básicos sobre triângulos retângulos, como hipotenusa, catetos e alturas. O professor questiona os alunos para garantir que todos dominem o vocabulário e os conceitos necessários para a aula.
- Em seguida, é apresentado o objetivo da aula: descobrir a relação entre a altura e as projeções dos catetos em um triângulo retângulo.

Desenvolvimento

1. Atividade Principal:

- Os alunos são divididos em grupos e recebem folhas, tesouras e régua.
- Eles desenham e recortam três triângulos retângulos de medidas diferentes.
- Em seguida, dobram a altura relativa à hipotenusa e reforçam a dobra com lápis.
- Os grupos medem as projeções dos catetos e a altura, preenchendo uma tabela com os valores obtidos.
- Realizam cálculos para descobrir a relação entre as medidas (produto das projeções e quadrado da altura).

2. Discussão das Soluções:

- Os grupos compartilham seus resultados, e o professor conduz uma discussão para verificar se todos chegaram à mesma conclusão.
- É destacado que, apesar de possíveis imprecisões nas medições, a relação $h^2 = m \cdot n$ é válida para todos os triângulos retângulos.

3. Sistematização do Conceito:

- O professor propõe uma situação-problema para aplicar a relação descoberta: dado um triângulo retângulo com altura relativa à hipotenusa igual a 3 cm e uma projeção de 6 cm, os alunos devem determinar a outra projeção.
- A resolução é feita coletivamente, com o professor guiando os alunos na aplicação da fórmula.

2ª Fase: Concepção e Análise a Priori.
A fase de concepção é clara no detalhamento das estratégias (experimentação manipulativa) e na previsão de como os alunos reagirão (ex.: imprecisões nas medições, necessidade de guiar a descoberta da relação $h^2 = m \cdot n$)

1ª Fase: Análises prévias é evidenciada pela avaliação inicial do conhecimento dos alunos e pela antecipação de possíveis dificuldades (ex.: confusão entre elementos do triângulo retângulo). O professor inicia com um aquecimento para revisar conceitos básicos



Relação entre Altura e Projeções dos Catetos – PL1

Discussão

- A discussão ocorre principalmente durante a atividade principal e a sistematização do conceito.
- Os alunos são incentivados a refletir sobre as medições realizadas, as relações encontradas e as possíveis imprecisões.
- O professor questiona os alunos sobre como pequenas variações nas medições podem afetar os resultados, reforçando a importância da precisão e da generalização da relação matemática.

Recursos Utilizados

- Materiais físicos: Folhas A4, tesoura, régua e lápis.
- Recursos didáticos:
 - Tabelas para registro das medições e cálculos.
 - Problemas contextualizados para aplicação da relação matemática.
- Ferramentas de apoio: Guia de intervenção para o professor, com sugestões de como lidar com possíveis dificuldades dos alunos.



Sugestão:

Adicionar uma etapa de registro reflexivo" pós-aula, onde o professor anote:

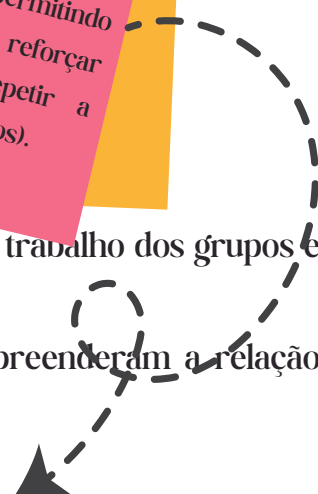
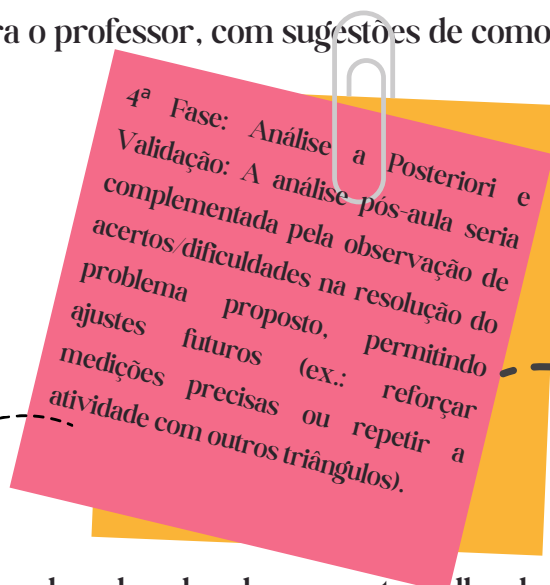
Quais grupos tiveram dificuldades?

Como as intervenções durante a atividade impactaram a aprendizagem?

Que ajustes são necessários para a próxima aula?

Avaliação

- **Avaliação contínua:**
 - Durante a atividade prática, o professor circula pela sala, observa o trabalho dos grupos e intervém quando necessário.
 - Na discussão das soluções, o professor verifica se os alunos compreenderam a relação matemática e se foram capazes de aplicá-la corretamente.
- **Avaliação final:**
 - No Raio X, os alunos resolvem exercícios que consolidam o aprendizado, como determinar a altura de um triângulo retângulo a partir das projeções dos catetos.
 - A resolução desses exercícios permite ao professor avaliar se os alunos dominam o conceito e são capazes de aplicá-lo em diferentes contextos.



Demonstrando as Relações Métricas – PL2

Série: 9º ano do Ensino Fundamental Duração: 1 aula

Objetivo:

- **Objetivo Geral:** Demonstrar as relações métricas no triângulo retângulo, conforme a habilidade EF09MA13 da BNCC.
- **Objetivos Específicos:**
 - a. Realizar a demonstração das relações métricas no triângulo retângulo utilizando recursos algébricos.
 - b. Utilizar a semelhança de triângulos para deduzir as relações métricas.

Conteúdo

- **Conceito-Chave:** Relações métricas no triângulo retângulo, semelhança de triângulos, demonstração algébrica.
- **Tópicos abordados:**
 - Casos de semelhança de triângulos (AA, LLL, LAL).
 - Relações métricas $h^2 = m \cdot n$, $b^2 = a \cdot m$, e $c \cdot b = a \cdot h$
 - Demonstração algébrica das relações métricas.

Metodologia

- **Abordagem:** Demonstração guiada com uso de semelhança de triângulos e recursos algébricos.
- **Estratégias:**
 - a. Retomada de conceitos: Revisão dos casos de semelhança de triângulos e propriedades dos ângulos internos.
 - b. Atividade principal: Dedução das relações métricas por meio da semelhança de triângulos e manipulação algébrica.
 - c. Discussão das soluções: Reflexão sobre as relações encontradas e sua aplicação em problemas.
 - d. Encerramento: Destaque da importância das demonstrações matemáticas e registro das propriedades.

Introdução

- O plano começa com uma retomada dos conceitos de semelhança de triângulos e propriedades dos ângulos internos, preparando os alunos para a atividade principal.
- O objetivo da aula é apresentado: utilizar recursos algébricos para demonstrar as relações métricas no triângulo retângulo.



1º Fase: A fase de análises prévias é realizada por meio da revisão diagnóstica, identificando possíveis lacunas no conhecimento dos alunos sobre semelhança de triângulos, que são fundamentais para a dedução das relações métricas.

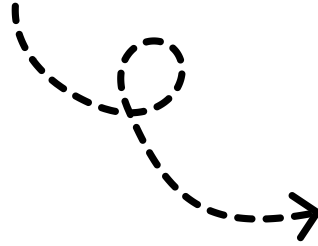


Demonstrando as Relações Métricas – PL2

Desenvolvimento

1. Atividade Principal:

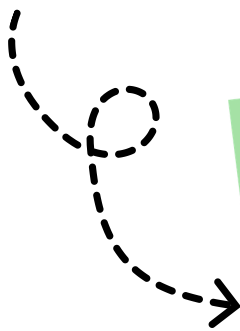
- Os alunos exploram a semelhança de triângulos formados pela altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo.
- Por meio da semelhança, deduzem as relações métricas $h^2 = m \cdot n$, $b^2 = a \cdot m$, e $c \cdot b = a \cdot h$
- A atividade envolve a substituição de valores e a aplicação de propriedades das proporções.



3ª Fase: Experimentação:
 Correspondência com a teoria:
 A experimentação ocorre durante a interação ativa dos alunos com o conteúdo, onde a teoria (semelhança) é aplicada para gerar conhecimento (relações métricas). esta fase é observada no desenvolvimento da atividade. Papel do professor: Observa, intervém e registra dificuldades durante a atividade.

2. Discussão das Soluções:

- Os alunos discutem as relações encontradas e refletem sobre que poderiam ser utilizadas, mas que não são tão práticas para a resolução de problemas.
- O professor destaca a importância de escolher as relações mais eficientes para resolver exercícios.



2ª Fase: Concepção e Análise a Priori
 A fase de concepção é evidente no detalhamento da sequência didática e na antecipação de desafios (ex.: manipulação algébrica), com estratégias claras para mediação
 é possível enxergá-la na metodologia, quando o professor faz a demonstração guiada, e na discussão das soluções.

Discussão

- A discussão ocorre principalmente durante a atividade principal e a discussão das soluções.
- Os alunos são incentivados a refletir sobre as relações métricas e a generalização dos conceitos, sem o uso de exemplos numéricos.
- O professor questiona os alunos sobre as dificuldades encontradas e a importância das demonstrações matemáticas.



Demonstrando as Relações Métricas – PL2

Recursos Utilizados

- Materiais físicos: Caderno, cópias das atividades.
- Recursos didáticos:
 - Tabelas e diagramas para visualização das relações métricas.
 - Problemas contextualizados para aplicação das relações.
- Ferramentas de apoio: Guia de intervenção para o professor, com sugestões de como lidar com possíveis dificuldades dos alunos.

Avaliação

- **Avaliação contínua:**
 - Durante a atividade principal, o professor observa o trabalho dos alunos, intervém quando necessário e verifica a compreensão dos conceitos.
 - Na discussão das soluções, o professor verifica se os alunos compreenderam as relações métricas e são capazes de aplicá-las corretamente.



Sugestão para aprimoramento:

Adicionar um momento de síntese no encerramento, onde os alunos escrevam um parágrafo explicando como e por que as relações métricas funcionam.

Incluir no guia de intervenção exemplos de respostas esperadas para auxiliar na análise a posteriori. Sugestão: Incluir uma atividade avaliativa final (ex.: problema contextualizado) para comparar resultados esperados x obtidos.

4ª Fase: Análise a Posteriori e Validação

A validação é parcialmente atendida pela discussão e avaliação contínua, mas poderia ser reforçada com:

- Um instrumento formal (ex.: problema adicional para resolver individualmente);
- Registro reflexivo do professor sobre erros recorrentes e eficácia da abordagem.

- **Avaliação final:**

- No Ralo X, os alunos resolvem exercícios que consolidam o aprendizado, como a manipulação algébrica das relações métricas.
- A resolução desses exercícios permite ao professor avaliar se os alunos dominam o conceito e são capazes de aplicá-lo em diferentes contextos.



Caça ao Tesouro e as Relações Métricas

- PL3

Série: 9º ano do Ensino Fundamental Duração: 1 aula

Objetivo Geral:

- **Objetivo Específico:** Resolver, em grupos, exercícios envolvendo as relações métricas em triângulos retângulos através da brincadeira **Caça ao Tesouro**.
- **Habilidade da BNCC:** EF09MA13 - Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo.

Conteúdo:

- **Conceito-Chave:** Relações métricas no triângulo retângulo.
- **Tópicos Abordados:**
 - Relações métricas entre catetos, hipotenusa, altura e projeções.
 - Resolução de problemas envolvendo essas relações.

Metodologia:

- **Atividade Principal:** A aula será conduzida por meio de uma brincadeira de "Caça ao Tesouro", onde os alunos, em grupos, resolverão exercícios que envolvem as relações métricas em triângulos retângulos. Cada exercício resolvido corretamente indicará o local da próxima pista, até que os alunos encontrem o "tesouro".

2ª Fase: **Concepção e Análise a Priori:** A fase de concepção é clara na estruturação da brincadeira como uma sequência didática intencional, onde cada exercício resolvido leva a um próximo desafio, reforçando a aplicação prática das relações métricas. É percebida no plano na metodologia.

1ª Fase: **Análises Prévias** é realizada por meio da retomada de conceitos, permitindo ao professor identificar se os alunos dominam as relações métricas básicas ($h^2=m \cdot n$, $b^2=a \cdot n$, $c^2=a \cdot m$) antes de aplicá-las em um contexto lúdico.

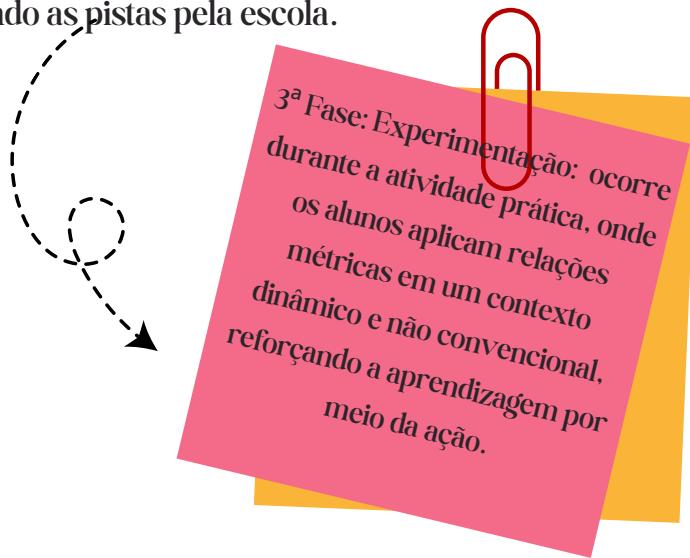
- **Estrutura da Aula:**

1. **Introdução:** Apresentação do objetivo da aula e explicação das regras da brincadeira.
2. **Retomada:** Resolução de exercícios em grupos para revisar as relações métricas.



Caça ao Tesouro e as Relações Métricas - PL3

3.Desenvolvimento: Realização da brincadeira "Caça ao Tesouro", com os alunos resolvendo exercícios e seguindo as pistas pela escola.



4.Discussão: Reflexão sobre os exercícios mais desafiadores, com foco nos valores implícitos nas relações métricas.

5.Encerramento: Retomada das relações métricas e discussão sobre a importância de identificar medidas implícitas nos problemas.

6.Avaliação: Atividade individual (Raio X) para verificar a compreensão dos alunos sobre as relações métricas.



Sugestões para aprimoramento:

Registro professor: Criar uma tabela para anotar:
Quais relações métricas os alunos aplicaram com mais erros Como cada grupo abordou os problemas (estratégias diferentes)?

Discussão estruturada: Incluir perguntas como:

"Por que a relação $h^2 = m \cdot n$ foi útil no exercício X?"

"Como vocês decidiram qual relação usar em cada pista?"

4ª Fase: Análise a Posteriori e Validação: A validação é parcialmente atendida pela discussão final e pela avaliação individual, mas poderia ser fortalecida com:

Um registro reflexivo do professor sobre:

Quais grupos tiveram mais dificuldades?

Quais relações métricas foram mais ou menos aplicadas corretamente.

Jogo das Relações Métricas - PL4

Série: 9º ano do Ensino Fundamental Duração: 1 aula

Objetivo Geral:

- **Objetivo Específico:** Identificar possíveis valores no triângulo, verificando as relações métricas em triângulos retângulos por meio de um jogo.
- **Habilidade da BNCC:** EF09MA13 - Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo.

Conteúdo:

- **Conceito-Chave:** Aplicação das relações métricas em triângulos retângulos.
- **Tópicos Abordados:**
 - Relações métricas entre catetos, hipotenusa, altura e projeções.
 - Verificação das relações métricas em triângulos retângulos.

Metodologia:

- **Atividade Principal:** A aula será conduzida por meio de um jogo, onde os alunos, em grupos, receberão um triângulo e 24 medidas para encaixar nos lados, de modo que todas as relações métricas sejam válidas.
- **Estrutura da Aula:**
 - Introdução:** Apresentação do objetivo da aula e explicação das regras do jogo.
 - Retomada:** Revisão das relações métricas em triângulos retângulos por meio de uma atividade prática.

1ª Fase: Análises Prévias:
ocorre na retomada dos conceitos, permitindo ao professor identificar se os alunos dominam as relações $h^2=m \cdot n$, $b^2=a \cdot n$ e $c^2=a \cdot m$, antes de aplicá-las no jogo.

2ª Fase: Concepção e Análise a Priori:
A fase de concepção é evidente na estrutura intencional do jogo, que exige a verificação ativa das relações métricas, antecipando desafios como:

- Medidas que não se encaixam em nenhuma relação;
- Dificuldade em identificar qual fórmula aplicar em cada caso.



Jogo das Relações Métricas - PL4

3.Desenvolvimento: Realização do jogo, onde os alunos devem montar as medidas no triângulo, verificando as relações métricas..

3ª Fase: Experimentação: ocorre durante o jogo, onde os alunos testam hipóteses e validam relações métricas de forma concreta, alinhando-se ao princípio de "ação-reflexão".

Os alunos manipulam as medidas nos triângulos, testando combinações válidas; O professor observa e intervém para corrigir erros

4.Discussão: Reflexão sobre as estratégias utilizadas pelos grupos para resolver o desafio, com foco nas relações métricas.

5.Encerramento: Retomada das relações métricas e discussão sobre o que foi aprendido durante o jogo.

6.Avaliação: Atividade individual (Raio X) para verificar a compreensão dos alunos sobre as relações métricas.

Recursos Utilizados:

- **Materiais:**
 - Triângulos e tarjas com medidas para cada grupo.
 - Velcro ou cartolina para fixar as medidas no triângulo.
 - Premiação para o grupo vencedor (bombons, balas, etc.).

Avaliação:

- Durante o jogo, o professor acompanha os grupos, observando a aplicação das relações métricas e intervindo quando necessário.
- Atividade individual (Raio X) ao final da aula, onde os alunos devem montar as medidas no triângulo e mostrar que as relações métricas são válidas.
- **Critérios de Avaliação:**
 - Capacidade de aplicar corretamente as relações métricas.
 - Resolução correta do desafio proposto no jogo.
 - Participação e colaboração nos grupos.

4ª Fase: Análise a Posteriori e Validação
A validação é parcialmente atendida pela discussão final e pelo Raio X, mas poderia ser reforçada com:

Registro do professor: Quais medidas foram mais difíceis de encaixar? Quais relações os alunos negligenciaram?
Autoavaliação: Os alunos poderiam justificar por escrito como chegaram às soluções.



Sugestões para Aprimoramento:

- Criar uma tabela para registrar:
 - Quantos grupos usaram todas as relações corretamente?
 - Quais medidas geraram mais conflitos?

O Tangram e as Relações Métricas - PL5

Série: 9º ano do Ensino Fundamental **Duração:** 1 aula

Objetivo Específico: Utilizar o Tangram para verificar as relações métricas em triângulos retângulos, com foco em triângulos retângulos isósceles.

- **Habilidade da BNCC:** EF09MA13 - Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo.

Conteúdo:

- **Conceito-Chave:** Relações métricas em triângulos retângulos, triângulos isósceles e Tangram.
- **Tópicos Abordados:**
 - Relações métricas entre catetos, hipotenusa e altura em triângulos retângulos isósceles.
 - Comparação de medidas e semelhança entre triângulos no Tangram.

Metodologia:

- **Atividade Principal:** A aula será conduzida por meio da manipulação do Tangram, onde os alunos, em duplas, utilizarão as peças para explorar as relações métricas em triângulos retângulos isósceles.
- **Estrutura da Aula:**
 1. **Introdução:** Apresentação do objetivo da aula e distribuição do Tangram para as duplas.
 2. **Retomada:** Atividade prática com o Tangram para montar um quadrado e comparar as peças, revisando conceitos de congruência e semelhança.

1ª Fase: Análises Prévias: A fase de análises prévias ocorre na montagem inicial do Tangram, onde o professor diagnostica:

Se os alunos identificam os triângulos retângulos isósceles nas peças:

Se compreendem conceitos básicos como congruência (peças iguais) e semelhança (proporções).



O Tangram e as Relações Métricas - PL5

3.Desenvolvimento: Resolução de exercícios utilizando as peças do Tangram para verificar as relações métricas em triângulos retângulos isósceles.

2ª Fase: Concepção e Análise a Priori
A fase de concepção é clara na seleção intencional do Tangram como ferramenta:
O professor planeja:
Uso do Tangram para explorar relações métricas específicas (ex.: altura = metade da hipotenusa em triângulos isósceles)

4.Discussão: Reflexão sobre as relações métricas encontradas e generalização das propriedades dos triângulos retângulos isósceles.

5.Encerramento: Síntese das relações métricas e propriedades observadas durante a aula.

3ª Fase: Experimentação: A experimentação ocorre na manipulação concreta do Tangram, onde os alunos:
Testam hipóteses (ex.: "A altura divide a hipotenusa em duas partes iguais?");
Professor: Circula pela sala, questionando: "Por que todos os triângulos pequenos têm as mesmas medidas?" "Como a altura se relaciona com a hipotenusa aqui?"

Recursos Utilizados:

- **Materiais:**
 - Tangram (um por dupla), que pode ser confeccionado em cartolina ou papelão.
 - Modelo de Tangram para recorte disponível no material complementar.

Avaliação:

- **Formativa:** Durante as atividades, o professor acompanha as duplas, observando a aplicação das relações métricas e intervindo quando necessário.
- **CrITÉRIOS de Avaliação:**
 - Capacidade de aplicar corretamente as relações métricas.
 - Resolução correta dos exercícios propostos.
 - Participação e colaboração nas duplas.

4ª Fase: Análise a Posteriori e Validação: A validação é parcialmente atendida pela discussão coletiva, mas poderia ser reforçada com:
Registro escrito: Peça aos alunos para anotarem as relações encontradas e um exemplo numérico:
Autoavaliação: "Quais relações foram mais fáceis/difíceis de comprovar com o Tangram?"



Sugetão de melhoria:

Criar um checklist para o professor registrar erros comuns (ex.: confundir altura com cateto).

Triângulo Retângulo Inscrito na Circunferência - PL6

Série: 9º ano do Ensino Fundamental Duração: 1 aula

- **Objetivo específico:** Determinar uma propriedade matemática a partir da generalização na análise de ângulos centrais e inscritos em uma circunferência.
- **Habilidades da BNCC:** EF09MA11 (relações entre arcos, ângulos centrais e inscritos) e EF06MA25 (medidas de ângulos).

Conteúdo:

- **Conceito-Chave:** Relação entre ângulos centrais e inscritos na circunferência e a propriedade de triângulos retângulos inscritos.
- **Tópicos Abordados:**
 - Ângulos centrais e inscritos na circunferência.
 - Propriedade de triângulos retângulos inscritos em uma circunferência (Teorema de Tales).

Metodologia:

- **Atividade Principal:** Construção de triângulos inscritos em uma circunferência, utilizando régua, compasso e transferidor, para verificar a propriedade de que todo triângulo inscrito com um lado sendo o diâmetro é retângulo.

• **Estrutura da Aula:**

1. **Introdução:** Apresentação do objetivo da aula e distribuição dos materiais necessários.

2. **Retomada:** Revisão dos conceitos de ângulos centrais e inscritos na circunferência

3ª Fase: Experimentação

A experimentação ocorre durante a atividade prática, onde os alunos testam hipóteses (ex.: "O ângulo oposto ao diâmetro é reto?") e validam-nas através da manipulação física. O professor observa e intervém, garantindo que a atividade gere aprendizagem significativa. A discussão coletiva reforça a socialização de descobertas, alinhando-se ao contrato didático.

1ª Fase: Análises Prévias:

é evidenciada pela revisão de conceitos básicos, que permite ao professor identificar o que os alunos já sabem sobre ângulos e circunferências. A distribuição de materiais também pode servir como um momento para observar as habilidades manuais e conceituais dos alunos, fundamentais para a atividade prática proposta



Triângulo Retângulo Inscrito na Circunferência - PL6

3.Desenvolvimento: Construção de triângulos inscritos na circunferência e medição dos ângulos para verificar a propriedade.

2ª Fase: Concepção e Análise a Priori: O professor planeja atividades concretas (construção e medição) que visam levar os alunos a descobrir a propriedade matemática por si mesmos. A antecipação de possíveis dificuldades (ex.: precisão nas medições) está implícita na escolha de materiais e na estrutura da aula. A fase de análise a priori é clara na organização sequencial: construção → medição → discussão → generalização.

4.Discussão: Reflexão sobre os resultados obtidos e generalização da propriedade.

5.Encerramento: Síntese das relações entre ângulos centrais e inscritos e a propriedade dos triângulos retângulos inscritos.

6.Avaliação: Atividade individual (Raio X) para verificar a compreensão dos alunos.

Recursos Utilizados:

- **Materiais:** Régua, compasso, transferidor, lápis, papel e atividades impressas.
- **Links para Materiais Complementares:** Atividades de retomada, principal, raio X, complementar, e suas respectivas resoluções.

Avaliação:

- **Formativa:** Acompanhamento durante as atividades de construção e medição, observando a aplicação dos conceitos.
- **Somativa:** Atividade individual (Raio X) ao final da aula, onde os alunos aplicam os conceitos aprendidos em uma situação problema.
- **Crítérios de Avaliação:**
 - Capacidade de aplicar corretamente as relações entre ângulos centrais e inscritos.
 - Resolução correta da atividade proposta.
 - Participação e colaboração nas atividades em grupo.



Sugestões:

checklist para documentar erros comuns durante a atividade (ex.: dificuldades com o compasso).

Problematização inicial: Antes da construção, perguntar: "Por que todo triângulo inscrito com lado no diâmetro é retângulo?" para estimular hipóteses. Tecnologia: Adicionar um recurso digital (ex.: GeoGebra) para simular variações e reforçar a generalização

4ª Fase: Análise a Posteriori e Validação: A fase de validação é realizada por meio da avaliação formativa (durante a aula) e somativa (ao final). O encerramento serve para consolidar o conhecimento, confrontando o planejado (análise a priori) com o observado (análise a posteriori). Por exemplo, se muitos alunos errarem no Raio X, o professor pode replanear futuras aulas para reforçar conceitos específicos.

Aplicação das Relações Métricas para Cálculos de Medidas Inacessíveis - PL7

Série: 9º ano do Ensino Fundamental **Duração:** 1 aula

- **Objetivo Específico:** Determinar medidas inacessíveis (como alturas de objetos) com o auxílio das relações métricas em triângulos retângulos.
- **Habilidade da BNCC:** EF09MA13 - Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo.

Conteúdo:

- **Conceito-Chave:** Relações métricas em triângulos retângulos e aplicação para cálculo de medidas inacessíveis.
- **Tópicos Abordados:**
 - Uso de teodolito para medição de ângulos.
 - Aplicação das relações métricas para cálculo de alturas inacessíveis.

Metodologia:

- **Atividade Principal:** Medição prática da altura de um objeto (como um poste ou árvore) utilizando um teodolito improvisado e uma trena, seguida da aplicação das relações métricas para calcular a altura.

Estrutura da Aula:

1. **Introdução:** Apresentação do objetivo da aula e explicação do uso do teodolito.
2. **Retomada:** Revisão das relações métricas e da soma dos ângulos internos de um triângulo.

1ª Fase: Análises Prévia: é realizada através da revisão de conceitos matemáticos essenciais (relações métricas) e da introdução do teodolito, que permite ao professor avaliar a familiaridade dos alunos com instrumentos de medição e conceitos geométricos. Essa etapa é importante para identificar possíveis lacunas antes da atividade prática.

2ª Fase: Concepção e Análise a Priori: O professor planeja uma atividade investigativa que combina manipulação concreta (medição) e abstração matemática (cálculos). A escolha de um teodolito improvisado demonstra antecipação de desafios (ex.: falta de equipamentos profissionais) e propõe uma solução criativa. A estrutura aula (medição → cálculo → discussão) segue uma sequência lógica para construção do conhecimento.



Aplicação das Relações Métricas para Cálculos de Medidas Inacessíveis - PL7

3.Desenvolvimento: Medição prática de um objeto na escola, com uso do teodolito e trena, seguida de cálculos para determinar a altura.

4.Discussão: Reflexão sobre os resultados obtidos e a escolha dos ângulos utilizados.

3ª Fase: Experimentação: ocorre durante a atividade prática, onde os alunos testam hipóteses (ex.: "Como o ângulo medido se relaciona com a altura?") e validam-nas através de dados reais. O professor atua como mediador, observando erros comuns (ex.: imprecisão nas medições) e incentivando a argumentação matemática durante a discussão.

5.Encerramento: Síntese das relações métricas e sua aplicação para cálculo de medidas inacessíveis.

6.Avaliação: Atividade individual (Raio X) para verificar a compreensão dos alunos.

Recursos Utilizados:

- **Materiais:** Teodolito improvisado (transferidor, fio, peso, cano de PVC), trena, régua, lápis, papel e atividades impressas.
- **Links para Materiais Complementares:** Atividades de retomada, principal, raio X, complementar, e suas respectivas resoluções.

Avaliação:

- **Formativa:** Acompanhamento durante as atividades práticas de medição e cálculo.
- **Somativa:** Atividade individual (Raio X) ao final da aula, onde os alunos aplicam os conceitos aprendidos em uma situação problema.
- **Crterios de Avaliao:**
 - Capacidade de aplicar corretamente as relaes mé
 - Resoluo correta da atividade proposta.
 - Participao e colaborao nas atividades prticas.



Sugestões:

Incluir uma tabela para os alunos anotarem medições e cálculos, facilitando a comparação e análise de erros.

Antes da prática, questionar: "Como medir algo alto sem subir nele?" para estimular hipóteses criativas.

4ª Fase: Análise a Posteriori e Validação: A validação é realizada por meio da comparação entre os resultados esperados (teoria) e os obtidos (prática). Por exemplo, se as alturas calculadas pelos alunos variarem muito devido a erros de medição, o professor pode discutir fontes de imprecisão e reforçar a importância da coleta de dados confiáveis. O Raio X serve como verificação final da internalização dos conceitos.

o durante as atividades práticas de medição e cálculo.

Somativa: Atividade individual (Raio X) ao final

As Relações Métricas através de Áreas - PL8

Série: 9º ano do Ensino Fundamental **Duração:** 1 aula

Objetivo: Relacionar as relações métricas do triângulo retângulo com as áreas de figuras planas, demonstrando como essas relações podem ser interpretadas geometricamente.

Conteúdo:

- Relações métricas no triângulo retângulo.
- Cálculo de áreas de quadrados e retângulos.
- Uso do compasso para transposição de medidas.
- Interpretação geométrica das relações métricas como áreas de figuras planas.

Metodologia:

- **Ativa:** Os alunos constroem figuras geométricas (quadrados e retângulos) com base nas relações métricas, utilizando papel quadriculado e compasso.
- **Prática:** Realização de atividades que envolvem cálculo de áreas e comparação de resultados.
- **Colaborativa:** Discussão em grupo sobre as soluções encontradas e as possíveis imprecisões nos cálculos.
- **Individuais:** Resolução de problemas práticos (Raio X) para aplicação das relações métricas.

Introdução:

- Apresentação do objetivo da aula: interpretar geometricamente as relações métricas no triângulo retângulo através do cálculo de áreas de quadrados e retângulos.
- Breve revisão do conceito de área e do uso do compasso para transposição de medidas.

1ª Fase: Análises Prévia: Esta fase permite diagnosticar: O domínio dos alunos sobre cálculo de áreas básicas; A familiaridade com instrumentos geométricos (compasso); A compreensão prévia das relações $h^2 = m \cdot n$ e $c \cdot b = a \cdot h$
Sugestão de melhoria:
 Incluir um questionamento inicial como: "Como podemos representar geometricamente a relação $h^2 = m \cdot n$?" para avaliar melhor as concepções prévias

2ª Fase: Concepção e Análise a Priori:

O professor antecipa:

- Dificuldades na manipulação do compasso
- Erros comuns no cálculo de áreas
- A necessidade de discutir limitações da malha quadrada

Desenvolvimento:

1. Retomada:

- Cálculo de áreas de quadrados e retângulos usando malha quadrada
- Uso do compasso para transportar medidas de segmentos.

2. Atividade Principal:

- Construção de quadrados e retângulos com base nas relações métricas (ex.: $h^2 = m \cdot n$, e

$$c \cdot b = a \cdot h$$

- Cálculo das áreas das figuras construídas e comparação dos resultados

As Relações Métricas através de Áreas - PL8

3. Discussão das Soluções:

- Análise das imprecisões no cálculo de áreas devido à malha quadrada.
- Discussão sobre como interpretar as relações métricas como áreas de figuras planas.

3ª Fase: Experimentação: Os alunos:

- Testam hipóteses sobre as relações métricas
- Vivenciam limitações práticas (imprecisões)
- Socializam diferentes estratégias de resolução

Sugestão:

- Registrar as construções dos alunos para análise posterior.

4. Encerramento:

- Revisão das relações métricas e sua interpretação como áreas de quadrados e retângulos.
- Resumo das principais conclusões da aula.

Recursos Utilizados:

- Papel quadriculado.
- Compasso, tesoura, cola e régua.
- Materiais complementares (atividades impressas, guia de intervenção, resoluções).

Avaliação:

- Raio X: Atividade individual para aplicação das relações métricas em problemas práticos.
- Atividades Complementares: Resolução de problemas que envolvem cálculo de áreas e aplicação das relações métricas.
- Discussão em Grupo: Análise das soluções encontradas e das possíveis divergências nos cálculos.

Guia de Intervenção: Apoio aos alunos com dificuldades no uso do compasso e no cálculo de áreas.

4ª Fase: Análise a Posteriori e Validação: O professor:

- Compara resultados esperados e obtidos
- Identifica erros persistentes (ex.: uso do compasso)
- Valida as interpretações geométricas construídas

Sugestões:

Incluir uma etapa de questionamento ("Qual será a área esperada?") antes das construções

Propor o uso de softwares de geometria dinâmica para contrastar com os resultados manuais

Relação entre a Hipotenusa e Cateto 1-PL9

Série: 9º ano do Ensino Fundamental **Duração:** 1 aula

Objetivo: Descobrir a relação entre o cateto, sua projeção e a hipotenusa de um triângulo retângulo, utilizando construções geométricas com régua e esquadro.

Conteúdo:

- Relações métricas no triângulo retângulo.
- Construção de triângulos retângulos com régua e esquadro.
- Cálculo de projeções e hipotenusa.
- Relação matemática: $\text{cateto}^2 = \text{projeção} \times \text{hipotenusa}$

Metodologia:

- **Ativa:** Os alunos constroem triângulos retângulos utilizando régua e esquadro, medindo catetos, projeções e hipotenusa.
- **Prática:** Realização de atividades que envolvem a descoberta da relação entre o cateto, sua projeção e a hipotenusa.
- **Colaborativa:** Discussão em grupo sobre as construções e os resultados encontrados.
- **Individuais:** Resolução de problemas práticos (Raio X) para aplicação da relação descoberta.

Introdução:

- Apresentação do objetivo da aula: descobrir a relação entre o cateto, sua projeção e a hipotenusa de um triângulo retângulo.
- Breve revisão do conceito de retas perpendiculares e do uso do esquadro para construções geométricas.

1ª Fase: Análises Prévias: Esta fase permite ao professor:

Avaliar o domínio dos alunos sobre construção geométrica com esquadro
Verificar a compreensão prévia de elementos do triângulo retângulo (catetos, hipotenusa)
Identificar dificuldades na manipulação de instrumentos geométricos

Desenvolvimento:

1. Aquecimento:

- Construção de retas perpendiculares e triângulos retângulos utilizando régua e esquadro.
- Revisão do conceito de perpendicularidade e prática de construções geométricas.

2. Atividade Principal:

- Construção de um triângulo retângulo com catetos de 6 cm e 8 cm.
- Traçado da altura relativa à hipotenusa e medição das projeções.
- Descoberta da relação $\text{cateto}^2 = \text{projeção} \times \text{hipotenusa}$
- Construção de um segundo triângulo retângulo com medidas

escolhidas pelos alunos para verificar a validade da relação



Relação entre a Hipotenusa e Cateto 1-PL9

2ª Fase: Concepção e Análise a Priori:

O professor antecipa:

- Dificuldades no traçado preciso da altura
- Variações nas medições das projeções
- A necessidade de verificação em múltiplos casos.

3. Discussão das Soluções:

- Análise das medidas encontradas e das possíveis imprecisões nas construções.
- Discussão sobre a validade da relação em diferentes triângulos retângulos.

4. Sistematização do Conceito:

- Apresentação da relação matemática $\text{cateto}^2 = \text{projeção} \times \text{hipotenusa}$
- Reflexão sobre o que foi aprendido e como a relação pode ser aplicada em diferentes situações.

3ª Fase: Experimentação:

Os alunos:

- Testam hipóteses através da manipulação concreta
- Vivenciam o processo de descoberta matemática
- Confrontam resultados esperados e obtidos

Recursos Utilizados:

- Régua e esquadro.
- Papel para construções geométricas.
- Materiais complementares (atividades impressas, guia de intervenção, resoluções).

Avaliação:

- Raio X: Atividade individual para aplicação da relação descoberta em problemas práticos.
- Atividades Complementares: Resolução de problemas que envolvem cálculo de catetos, projeções e hipotenusa.
- Discussão em Grupo: Análise das soluções encontradas e das possíveis divergências nas construções.

Guia de Intervenção: Apoio aos alunos com dificuldades no uso do esquadro e na realização de construções geométricas.



Sugestão:

Análises Prévias: Incluir questionamento diagnóstico
Concepção: Antecipar mais variações de dificuldade
Validação: Incluir autoavaliação

4ª Fase: Análise a Posteriori e Validação: O professor:

- Compara as descobertas dos alunos com o conhecimento formal
- Analisa padrões de erro nas construções
- Valida a eficácia da abordagem investigativa

Sugestão:
Incluir um momento de registro reflexivo onde os alunos descrevam o processo de descoberta.

Relação entre Hipotenusa e Cateto 1 - PL10

Série: 9º ano do Ensino Fundamental Duração: 1 aula

Objetivo: Relacionar as medidas dos catetos, da hipotenusa e da altura de um triângulo retângulo utilizando recursos computacionais, verificando que o produto dos catetos é igual ao produto da hipotenusa por sua altura relativa.

Conteúdo:

- Relações métricas no triângulo retângulo.
- Uso do software GeoGebra para construções geométricas.
- Relação matemática: $\text{cateto1} \times \text{cateto2} = \text{hipotenusa} \times \text{altura}$

Metodologia:

- Ativa: Os alunos constroem triângulos retângulos no GeoGebra, medindo catetos, hipotenusa e altura, e descobrem a relação entre essas medidas.
- Prática: Realização de atividades que envolvem a construção de triângulos e a verificação da relação matemática.
- Colaborativa: Discussão em grupo sobre as construções e os resultados encontrados.
- Individuais: Resolução de problemas práticos (Raio X) para aplicação da relação descoberta.

Introdução:

- Apresentação do objetivo da aula: descobrir a relação entre os catetos, a hipotenusa e a altura de um triângulo retângulo utilizando o GeoGebra.
- Breve revisão do conceito de triângulo retângulo e das relações métricas.

1ª Fase: Análises Prévias: Esta fase permite:

Avaliar conhecimentos prévios sobre elementos do triângulo retângulo
diagnosticar a familiaridade dos alunos com ferramentas tecnológicas
Identificar dificuldades conceituais nas relações métricas

Desenvolvimento:

1. Aquecimento:

- Familiarização com o software GeoGebra: construção de segmentos, perpendiculares e triângulos.
- Exploração dos recursos do programa para preparar os alunos para a atividade principal.

2. Atividade Principal:

- Construção de um triângulo retângulo no GeoGebra, medição dos catetos, hipotenusa e altura.
- Verificação da relação $\text{cateto1} \times \text{cateto2} = \text{hipotenusa} \times \text{altura}$
- Movimentação dos vértices do triângulo para observar a manutenção da relação.



Relação entre Hipotenusa e Cateto 1 - PL10

3. Discussão das Soluções:

- Análise das medidas encontradas e das possíveis imprecisões nas construções.
- Discussão sobre a validade da relação em diferentes triângulos retângulos.

4. Sistematização do Conceito:

- Apresentação da relação matemática $\text{cateto1} \times \text{cateto2} = \text{hipotenusa} \times \text{altura}$
- Reflexão sobre o que foi aprendido e como a relação pode ser aplicada em diferentes situações

3ª Fase: Experimentação: Os alunos: Testam hipóteses através da manipulação virtual Observam a invariância da relação sob transformações Desenvolvem intuição geométrica através da visualização A funcionalidade de arrastar vértices no GeoGebra é particularmente valiosa para mostrar a generalidade da relação

2ª Fase: Concepção e Análise a Priori: O professor antecipa:

- Dificuldades no uso inicial do software
- A importância da movimentação dinâmica dos vértices
- A necessidade de múltiplas verificações da relação
- A escolha do GeoGebra permite exploração dinâmica e visualização imediata das relações, facilitando a descoberta pelos alunos.

Recursos Utilizados:

- Computadores com o software GeoGebra.
- Materiais complementares (atividades impressas, guia de intervenção, resoluções).

Avaliação:

- Raio X: Atividade individual para aplicação da relação descoberta em problemas práticos?
- Atividades Complementares: Resolução de problemas que envolvem cálculo de catetos, hipotenusa e altura.
- Discussão em Grupo: Análise das soluções encontradas e das possíveis divergências nas construções.
- Guia de Intervenção: Apoio aos alunos com dificuldades no uso do GeoGebra e na realização de construções geométricas.

4ª Fase: Análise a Posteriori e Validação: O professor: Contrasta descobertas com o conhecimento formal Avalia a transferência do conhecimento para problemas novos Verifica a compreensão conceitual além da manipulação técnica
Sugestão: Incluir uma atividade: Se alterarmos este cateto, o que acontecerá com a altura?"

Sugestões
Incluir diagnóstico,
Preparar alternativas para eventuais falhas técnicas
Registrar descobertas individuais
Incluir autoavaliação do processo

As Inclinações e as Relações Métricas em Triângulos Retângulos - PL11

Série: 9º ano do Ensino Fundamental **Duração:** 1 aula

Objetivo: Aplicar as relações métricas em situações problemas que envolvem construções de rampas e escadas, utilizando triângulos retângulos para resolver questões práticas.

Conteúdo:

- Relações métricas no triângulo retângulo.
- Aplicação das relações métricas em situações reais, como construção de rampas e escadas.
- Cálculo de inclinações, alturas e distâncias em triângulos retângulos.

Metodologia:

- **Ativa:** Os alunos resolvem problemas práticos que envolvem a construção de rampas e escadas, aplicando as relações métricas.
- **Prática:** Realização de atividades que envolvem a transformação de situações reais em triângulos retângulos e a aplicação das relações métricas.
- **Colaborativa:** Discussão em grupo sobre as soluções encontradas e as possíveis imprecisões nas construções.
- **Individuais:** Resolução de problemas práticos (Raio X) para aplicação das relações métricas.

Introdução:

- Apresentação do objetivo da aula: aplicar as relações métricas em situações problemas que envolvem construções de rampas e escadas.
- Breve revisão das relações métricas no triângulo retângulo.

Desenvolvimento:

1. Retomada:

- Resolução de problemas práticos que envolvem escadas e rampas, transformando as situações em triângulos retângulos e aplicando as relações métricas.

2ª Fase: Concepção e Análise a Priori:

O professor antecipa:

- Dificuldades na modelagem matemática da situação real
- Variações nas soluções propostas pelos grupos
- A importância de discutir acessibilidade e normas técnicas

1ª Fase: Análises Prévia: Esta fase permite ao professor:

- Avaliar a compreensão prévia das relações métricas
- Verificar a capacidade de visualização de triângulos retângulos em situações reais
- Identificar dificuldades na aplicação prática dos conceitos



As Inclinações e as Relações Métricas em Triângulos Retângulos - PL11

2. Atividade Principal:

- Construção de uma rampa para um colega que utiliza cadeira de rodas, utilizando um pedaço de ferro em forma de L.
- Cálculo do comprimento da rampa e da distância do pé da rampa ao degrau, aplicando as relações métricas.

3ª Fase: Experimentação:
Os alunos:

- Vivenciam a transformação de problema real em modelo matemático
- Testam diferentes configurações e suas implicações práticas
- Desenvolvem pensamento crítico sobre soluções de engenharia básica

4ª Fase: Análise a Posteriori e Validação: O professor:

Compara diferentes abordagens dos alunos

Avalia a adequação do conhecimento para novos contextos

Sugestão:

Incluir uma avaliação que considere tanto a precisão matemática quanto a adequação da solução ao contexto real.

3. Discussão das Soluções:

- Análise das diferentes posições possíveis para a construção da rampa e discussão sobre qual posição oferece a menor inclinação.
- Reflexão sobre as medidas encontradas e a validade das soluções propostas.

4. Encerramento:

- Reflexão sobre a importância de representar geometricamente situações problemas para facilitar a resolução.
- Revisão das principais conclusões da aula.

Recursos Utilizados:

- Cópias das atividades de retomada e da atividade principal.
- Materiais complementares (guia de intervenção, resoluções das atividades).

Avaliação:

- Raio X: Atividade individual para aplicação das relações métricas em problemas práticos.
- Atividades Complementares: Resolução de problemas que envolvem cálculo de inclinações, alturas e distâncias em triângulos retângulos.
- Discussão em Grupo: Análise das soluções encontradas e das possíveis divergências nas construções.
- Guia de Intervenção: Apoio aos alunos com dificuldades na interpretação dos problemas e na aplicação das relações métricas.



A seguir apresento uma tabela para auxílio na implementação da Engenharia Didática em sala de aula.

1. INSTRUÇÕES DE USO:
2. Preencha as Fases 1 e 2 antes de da aplicação da sequência didática ou plano de aula.
3. Registre a Fase 3 durante a implementação (de preferência após cada aula).
4. Complete a Fase 4 após finalizar a sequência ou plano e analisar os resultados.
5. Use o quadro como documento vivo - pode rabiscar, fazer anotações extras.
6. Guarde para referência futura e para compartilhar com colegas.

"O planejamento intencional transforma a observação sistemática em um caminho claro, que guia a prática docente rumo à reflexão constante e à melhoria contínua."

Os autores



<p>1. Análises Prévias (Análise preliminar dos saberes)</p>	<p>- Conteúdo matemático visado: _____</p> <p>- Concepções prévias dos alunos (diagnóstico): _____</p> <p>- Obstáculos e dificuldades esperados: _____</p> <p>- Objetivos de aprendizagem: _____</p> <p>- Condições locais (turma, tempo, recursos): _____</p>	<p>- Conteúdo matemático visado: _____</p> <p>- Concepções prévias dos alunos (diagnóstico): _____</p> <p>- Obstáculos e dificuldades esperados: _____</p> <p>- Objetivos de aprendizagem: _____</p> <p>- Condições locais (turma, tempo, recursos): _____</p>
<p>2. Concepção e Análise A Priori (Planejamento elaborado com antecipação das dificuldades dos alunos)</p>	<p>Elaboração das situações didáticas, previsão das dificuldades e erros tenazes, validação teórica prévia.</p>	<p>- Descrição das atividades/situações didáticas: _____</p> <p>- Hipóteses sobre reações dos alunos: _____</p> <p>- Variáveis didáticas (micro e macro): _____</p> <p>- Análise teórica (contrato didático esperado): _____</p> <p>- Materiais necessários: _____</p>
<p>3. Experimentação (Implementação na sala de aula)</p>	<p>Aplicação real da sequência, com observação e ajustes em tempo real.</p>	<p>- Datas de aplicação: _____</p> <p>- Observações em sala (comportamentos, interações): _____</p> <p>- Registros de alunos (produções, erros): _____</p> <p>- Ajustes realizados durante a aula: _____</p> <p>- Evidências coletadas (fotos, áudios, provas): _____</p>
<p>4. Análise A Posteriori e Validação (Avaliação e refinamento)</p>	<p>Análise retrospectiva dos resultados, validação da sequência e propostas de melhoria.</p>	<p>- Comparação resultados vs. previsões: _____</p> <p>- Aprendizagens alcançadas (sucessos/falhas): _____</p> <p>- Impacto no contrato didático: _____</p> <p>- Validação geral (eficaz? iterar?): _____</p> <p>- Versão refinada da sequência: _____</p>

Referências

ARTIGUE, M. IngénierieDidactique. Recherches enDidactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, p. 281-308, 1998. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1988/ingenierie-didactique-2/>. Acesso em: 25 jul.2024.

ARTIGUE, M., DOUADY, R., MORENO, L., & GÓMEZ, P. (1995). O ensino dos princípios do cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos e didáticos. Engenharia didática em educação matemática, 1, 97-140. Disponível em: <https://repositorio.uniandes.edu.co/server/api/core/bitstreams/b2de6fb2-cfde-47b8-8d54-c56e044cc33e/content#page=105>. Acesso em: 24 jul. 2024.

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Orgs.). Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996



SOBRE OS AUTORES



***POLLYANNA MARQUES DO
PRADO***

Mestranda pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU).

Especialista em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática Universidade Federal Fluminense (UFF).

Licenciatura Plena em Matemática - Universidade Federal de Uberlândia (UFU).

Professora nomeada de Matemática da Secretária de Estado de Educação de Minas Gerais.



VLADEMIR MARIM

Doutor em Educação e Currículo pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC – SP).

Pós Doutorado em Políticas Públicas de Formação de Professores pela Universidad Autónoma de Madrid (UAM). Professor Titular da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Uberlândia (UFU).

Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGED), do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) e do Programa de Pós-Graduação em Educação Básica (PPGPEDU), todos vinculados à Universidade Federal de Uberlândia (UFU).



OBRIGADO !!!

