

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**Expressões analíticas aproximadas em forma
fechada para a Probabilidade Média de Erro de
Símbolo da modulação QAM cruzada nos canais
de desvanecimento $\eta-\mu$ e $\kappa-\mu$**



UBERLÂNDIA
2026

WILIAN EURÍPEDES VIEIRA

Expressões analíticas aproximadas em forma fechada para a Probabilidade Média de Erro de Símbolo da modulação QAM cruzada nos canais de desvanecimento $\eta-\mu$ e $\kappa-\mu$

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **DOUTOR EM CIÊNCIAS**.

Área de Concentração: Processamento da Informação.

Linha de Pesquisa: Processamento Digital de Sinais.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Luiz Lima Bertarini.

Coorientador: Prof. Dr. André Antônio dos Anjos.

UBERLÂNDIA - MG

2026

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

V658 2026	Vieira, Wilian Euripedes, 1971- Expressões analíticas aproximadas em forma fechada para a Probabilidade Média de Erro de Símbolo da modulação QAM cruzada nos canais de desvanecimento $n-\mu$ e $k-\mu$ [recurso eletrônico] / Wilian Euripedes Vieira. - 2026. Orientador: Pedro Luiz Lima Bertarini. Coorientador: André Antônio Dos Anjos. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Elétrica. Modo de acesso: Internet. DOI http://doi.org/10.14393/ufu.te.2026.250 Inclui bibliografia. 1. Engenharia elétrica. I. Bertarini, Pedro Luiz Lima, 1983-, (Orient.). II. Anjos, André Antônio Dos, 1986-, (Coorient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título. CDU: 621.3
--------------	---

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074

Wilian Eurípedes Vieira

Expressões analíticas aproximadas em forma fechada para a Probabilidade Média de Erro de Símbolo da modulação QAM cruzada nos canais de desvanecimento η - μ e κ - μ

Presidente da banca (orientador): Prof. Dr. Pedro Luiz Lima Bertarini

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração: Processamento da Informação.

Banca Examinadora

Titular: Prof. Dr. Pedro Luiz Lima Bertarini
UFU - Universidade Federal de Uberlândia

Titular: Prof. Dr. Gilberto Arantes Carrijo
UFU - Universidade Federal de Uberlândia

Titular: Prof. Dr. Edson Agustini
UFU - Universidade Federal de Uberlândia

Titular: Prof. Dr. Jucelino Cardoso Marciano dos Santos
IFGOIANO - Instituto Federal Goiano - Campus Urutaí

Titular: Prof. Dr. Danilo Henrique Spadoti
UNIFEI - Universidade Federal de Itajubá



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Elétrica				
Defesa de:	Tese de Doutorado, 356, PPGEELT				
Data:	Três de março de dois mil e vinte e seis	Hora de início:	14:00	Hora de encerramento:	17:30
Matrícula do Discente:	12213EEL003				
Nome do Discente:	Wilian Euripedes Vieira				
Título do Trabalho:	Expressões analíticas aproximadas em forma fechada para a Probabilidade Média de Erro de Símbolo da modulação QAM cruzada nos canais de desvanecimento η - μ e κ - μ				
Área de concentração:	Processamento da Informação				
Linha de pesquisa:	Processamento Digital de Sinais e Redes de Comunicação				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Coordenador do projeto: Pedro Luiz Lima Bertarini. Título do Projeto: Modelagem e Avaliação do Desempenho de Modulação M-QAM em Canais de Desvanecimento para Sistemas de Comunicação 5G e 6G. Agência financiadora: não se aplica. Número do processo na agência financiadora: não se aplica. Vigência do projeto: março de 2023 a março de 2026.				

Reuniu-se através de videoconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, assim composta:

Doutores: Gilberto Arantes Carrijo (UFU), Edson Agustini (UFU), Jucelino Cardoso Marciano dos Santos (IFGOIANO), Danilo Henrique Spadoti (UNIFEI) e Pedro Luiz Lima Bertarini, orientador do discente.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Prof. Dr. Pedro Luiz Lima Bertarini, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir, o senhor presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir o candidato. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o candidato:

APROVADO.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor. O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme, foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Pedro Luiz Lima Bertarini, Professor(a) do Magistério Superior**, em 03/03/2026, às 16:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Jucelino Cardoso Marciano dos Santos, Usuário Externo**, em 03/03/2026, às 16:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Edson Agustini, Professor(a) do Magistério Superior**, em 03/03/2026, às 16:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Gilberto Arantes Carrijo, Usuário Externo**, em 03/03/2026, às 17:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Danilo Henrique Spadoti, Usuário Externo**, em 04/03/2026, às 16:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **7030803** e o código CRC **F8C7DAD6**.

Dedicatória

Ao meu pai, Osvaldo Gomes Vieira (in memoriam),
pelo amor, humildade e ensinamentos que seguem vivos em mim.
Sua sabedoria e retidão continuam iluminando meu caminho.

Aos meus tios-pais, Vicente e Helena,
pelo amor, incentivo e apoio constantes,
fundamentais para minhas conquistas.

À minha mãe,
Luzia Pereira da Silva Vieira,
pelo amor incondicional, pela força e pelos ensinamentos
que moldaram meu caráter e nortearam minhas escolhas.
Sua dedicação e exemplo de vida sempre me impulsionaram
a lutar pelos meus sonhos com coragem e determinação.

À minha esposa,
Noemi Santos Vieira,
pela presença constante em cada etapa desta caminhada,
pelo apoio incondicional, paciência nos momentos difíceis,
incentivo nos momentos de dúvida e amor inabalável.
Sua força, fé e dedicação foram fundamentais
para que esta conquista se tornasse possível.

Ao meu amado pastor,
Lael Cristiano de Melo,
por suas orações, palavras de fé e encorajamento
que fortaleceram meu espírito e renovaram minha esperança.
Seu exemplo de fé, liderança e amor a Deus
foi luz em muitos momentos desafiadores desta jornada.
Sou profundamente grato por sua vida e ministério.

Ao Evangelista
Nilson de Melo,
pregador da Palavra de Deus,
cujo exemplo de fé e compromisso com o Reino tem sido uma luz em minha trajetória.
Ouvir seus ensinamentos é sempre um prazer, pois transmitem sabedoria, esperança e
verdade. Através de sua vida e ministério, aprendi que o conhecimento acadêmico tem
ainda mais valor quando alinhado aos princípios eternos da fé.

Agradecimentos

A **Deus**, fonte de toda sabedoria, por me sustentar com graça e misericórdia em cada etapa desta jornada. Por me dar forças quando pensei em desistir, luz quando tudo parecia incerto, e paz nos momentos de inquietação. Toda a honra, glória e gratidão sejam dedicadas a Ele.

Ao Prof. Dr. Pedro Luiz Lima Bertarini, meu orientador, por sua orientação precisa, confiança e incentivo contínuo, que foram fundamentais para a concretização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. André Antônio dos Anjos, meu coorientador, por sua valiosa contribuição técnica, disponibilidade e apoio constante em cada etapa desta jornada.

À Profa. Dra. Karine Barbosa Carbonaro, por sua colaboração e apoio em momentos importantes desta pesquisa.

Ao Prof. Dr. Edson Agustini, meu orientador no mestrado, amigo e eterno incentivador, por ter acreditado no meu potencial desde o início. Seus ensinamentos, que transcenderam a sala de aula, e seu exemplo como educador deixaram marcas profundas na minha trajetória. Sua influência segue presente em cada passo desta caminhada.

Ao Prof. Gilberto Arantes Carrijo, Ph.D., pelo constante incentivo, dedicação generosa e exemplar disponibilidade ao longo de toda a minha trajetória acadêmica. Sua orientação e apoio, sempre prontos e sinceros, foram essenciais para o meu crescimento acadêmico e pessoal. Sou profundamente grato por sua presença inspiradora ao longo desse caminho.

Aos meus alunos, pela confiança depositada e por me inspirarem diariamente a buscar ser um professor e ser humano melhor. A convivência com vocês fortaleceu meu propósito e deu ainda mais sentido à minha vocação.

Aos meus amigos, entre eles o Prof. Dr. Bruno Andrade, Carlos Roberto Portes e Paulo Cesar de Oliveira, pelo companheirismo, pelas palavras de incentivo e pela presença sincera nos momentos em que mais precisei. Cada gesto de apoio teve um valor imensurável nesta caminhada.

Ao meu cachorrinho, Nikhy, meu fiel companheiro, cuja alegria, carinho e companhia tornaram cada dia mais leve e especial.

Epígrafe

*“O maior legado que podemos deixar não está nas
riquezas, mas na fé viva, no caráter e no exemplo de
integridade.”*
— Billy Graham

Resumo

Introdução: Os sistemas de comunicação modernos, como 5G e 6G, exigem alta confiabilidade e baixa latência, mas são fortemente impactados pelo desvanecimento do canal, que compromete a qualidade do sinal em ambientes de multipercurso. Embora os modelos tradicionais, como Rayleigh, Rice e Nakagami- m , sejam amplamente utilizados, eles apresentam limitações por assumirem condições específicas de propagação e não conseguem representar de forma precisa a diversidade de cenários reais, especialmente em frequências milimétricas. Para superar essas restrições, foram propostos os modelos generalizados, como o η - μ e o κ - μ , que oferecem maior flexibilidade ao abranger múltiplos componentes dominantes e espalhamento não balanceado. Entretanto, a estimação de probabilidades de erro vinculadas a esses modelos é essencial para suas implementações práticas. **Objetivos:** este trabalho apresenta a dedução de expressões analíticas aproximadas em forma fechada, para a Probabilidade Média de Erro de Símbolo (SEP) e investiga seus desempenhos na modulação M -QAM em modelos de desvanecimento generalizados. **Materiais e Métodos:** as análises da adequação das expressões deduzidas foram realizadas considerando-se faixas de frequência padronizadas de 26, 28, 39, 55, 60 e 65 GHz em ondas milimétricas. Essas análises foram baseadas em resultados de modelagem de canais obtidos a partir de uma ampla campanha de medições em ambiente interno, sob condições de visada direta (Line-of-Sight (LoS)) e não visada (non-Line-of-Sight (nLoS)), bem como diferentes distâncias entre antenas emissoras e receptoras (Tx e Rx) com polarizações verticais e horizontais (VV e HV). **Resultados:** as expressões foram validadas por meio de simulações realizadas no software MATLAB, demonstrando forte aderência entre as curvas teóricas e as curvas simuladas. As análises revelaram que cenários com visada direta apresentam desempenho significativamente superior em comparação aos casos sem visada. Além disso, verificou-se que o aumento da frequência não implica necessariamente em piora de desempenho, e que ordens de modulação mais altas demandam elevados valores de relação E_b/N_0 para alcançar baixas taxas de erro, ressaltando a importância da utilização de técnicas de codificação robustas. Os resultados contribuem para a compreensão do potencial e dos desafios da modulação M -QAM em cenários realistas de comunicações 5G em ondas milimétricas.

Palavras-chave: comunicações sem fio; sistemas 5G; ondas milimétricas; modelos com desvanecimento; modulação QAM; probabilidade média de erro de símbolo.

Abstract

Introduction: Modern communication systems, such as 5G and 6G, require high reliability and low latency, but are heavily affected by channel fading, which compromises signal quality in multipath environments. Although traditional models, such as Rayleigh, Rician, and Nakagami- m , are widely used, they present limitations by assuming specific propagation conditions and failing to accurately represent the diversity of real-world scenarios, especially at millimeter-wave frequencies. To overcome these limitations, generalized models such as the η - μ and κ - μ have been proposed, offering greater flexibility by accounting for multiple dominant components and unbalanced scattering. However, the estimation of error probabilities associated with these models is essential for their practical implementation. **Objectives:** This work presents the derivation of approximate closed-form analytical expressions for the Average Symbol Error Probability (SEP) and investigates their performance for M -QAM modulation under generalized fading models. **Materials and Methods:** The adequacy of the derived expressions was analyzed considering standardized millimeter-wave frequency bands of 26, 28, 39, 55, 60, and 65 GHz. These analyses were based on channel modeling results obtained from an extensive measurement campaign in indoor environments under both Line-of-Sight (LoS) and non-Line-of-Sight (nLoS) conditions, as well as varying distances between transmitting and receiving antennas (Tx and Rx) with vertical and horizontal polarizations (VV and HV). **Results:** The expressions were validated through simulations performed using the MATLAB software, demonstrating strong agreement between the theoretical curves and the simulated results. The analyses revealed that line-of-sight scenarios exhibit significantly superior performance compared to nLoS cases. Furthermore, it was observed that increasing the frequency does not necessarily lead to worse performance, and that higher modulation orders require higher E_b/N_0 values to achieve low error rates, highlighting the importance of employing robust coding techniques. The results contribute to a better understanding of the potential and challenges of M -QAM modulation in realistic 5G millimeter-wave communication scenarios.

Keywords: Wireless communications; 5G systems; millimeter waves; fading models; QAM modulation; average symbol error probability.

LISTA DE ABREVIATURAS

5G	Fifth Generation Mobile Networks (Redes Móveis de Quinta Geração)
6G	Sixth Generation Mobile Networks (Redes Móveis de Sexta Geração)
AWGN	Additive White Gaussian Noise (Ruído Branco Gaussiano Aditivo)
BER	Bit Error Rate (Taxa de Erro de Bit)
CDF	Cumulative Distribution Function (Função de Distribuição Acumulada)
E_b/N_0	Relação entre Energia por Bit e Densidade Espectral de Potência de Ruído
E_s/N_0	Relação entre Energia por Símbolo e Densidade Espectral de Potência de Ruído
HV	Horizontal–Vertical Polarization (Polarização Horizontal–Vertical)
IoT	Internet of Things (Internet das Coisas)
LoS	Line-of-Sight (Linha de Visada)
mmWave	Millimeter Wave (Ondas Milimétricas)
M-QAM	M-ary Quadrature Amplitude Modulation (Modulação por Amplitude em Quadratura em M Níveis)
nLoS	Non-Line-of-Sight (Sem Linha de Visada)
PDF	Probability Density Function (Função Densidade de Probabilidade)
QAM	Quadrature Amplitude Modulation (Modulação por Amplitude em Quadratura)
RF2	Frequency Range 2 (Faixa de Frequência 2 – 5G NR)
Rice (K)	Fator de Desvanecimento de Rice
Rx	Receiver (Receptor)
SEP	Symbol Error Probability (Probabilidade de Erro de Símbolo)
SNR	Signal-to-Noise Ratio (Relação Sinal–Ruído)
Tx	Transmitter (Transmissor)
VV	Vertical–Vertical Polarization (Polarização Vertical–Vertical)
$\kappa-\mu$	Distribuição de Desvanecimento Kappa–Mu
$\eta-\mu$	Distribuição de Desvanecimento Eta–Mu
$\alpha-\mu$	Distribuição de Desvanecimento $\alpha-\mu$
E_i	Energia de cada símbolo
E	Energia média por símbolo
E_b	Energia média por bit
S_w	Densidade espectral de potência do AWGN
$\overline{P_e}$	Probabilidade média de erro de símbolo
γ	Relação sinal–ruído normalizada instantânea no receptor
$P_e(\gamma)$	Probabilidade de erro de símbolo condicionada a um γ fixo
$p(\gamma)$	Função densidade de probabilidade
N_0	Densidade espectral de potência de ruído no receptor

m_i	Símbolos enviados
$P_e(m_i)$	Probabilidade de erro de símbolo condicionada ao envio de m_i
erf	Função erro
$erfc$	Função erro complementar
Γ	Função Gama
s	Símbolo transmitido
k	Fator de escala
$\bar{s}$	Símbolo escalonado pelo fator de escala
$\bar{\bar{s}}$	Símbolo recebido pelo demodulador
w	Ruído
$s_i(t)$	Formas de onda
E_M	Energia média dos símbolos
Φ_j	Conjuntos de vetores da base ortonormal
B_{min}	Largura de banda mínima
B	Largura de banda
$\mathbf{s}_i$	Vetores de sinal
s_{ij}	Coordenadas dos vetores de sinais

LISTA DE FIGURAS

2.1	Um sistema de comunicação típico e algumas definições para o canal. . . .	5
2.2	Modelo de sistema de comunicação considerando o AWGN e outro modelo de canal.	7
2.3	64-QAM e suas regiões de decisão.	12
2.4	Constelação M -QAM cruzada.	19
2.5	128-QAM cruzada, tipos de pontos e regiões de decisão.	20
2.6	128-QAM cruzada, tipos de pontos e regiões de decisão.	23
2.7	Classificação de desvanecimento.	25
5.1	Cenários 2 LoS e 3 nLoS, ambos com separação Tx-Rx de 7,78 m e 26 GHz.	39
5.2	Cenários 2 LoS e 3 nLoS, ambos com separação Tx-Rx de 7,78 m e 28 GHz.	39
5.3	Cenários 2 LoS e 3 nLoS, ambos com separação Tx-Rx de 7,78 m e 39 GHz.	40
5.4	Cenário 2 LoS (separação Tx-Rx de 7,78 m) e Cenário 5 LoS (separação Tx-Rx de 4,91 m), a 26 GHz.	40
5.5	Cenário 1 (LoS, HV) e Cenário 2 (LoS, VV), ambos com separação Tx-Rx de 3,29 m e 55 GHz.	45
5.6	Cenário 1 (LoS, HV) e Cenário 2 (LoS, VV), ambos com separação Tx-Rx de 3,29 m e 60 GHz.	46
5.7	Cenário 1 (LoS, HV) e Cenário 2 (LoS, VV), ambos com separação Tx-Rx de 3,29 m e 65 GHz.	47
5.8	Cenário 4 (LoS com separação Tx-Rx de 2,77 m) e Cenário 3 (nLoS com separação Tx-Rx de 3,29 m), a 55 GHz.	48
5.9	Cenário 4 (LoS com separação Tx-Rx de 2,77 m) e Cenário 3 (nLoS com separação Tx-Rx de 3,29 m), a 60 GHz.	49
5.10	Cenário 4 (LoS com separação Tx-Rx de 2,77 m) e Cenário 3 (nLoS com separação Tx-Rx de 3,29 m), a 65 GHz.	49

LISTA DE TABELAS

2.1	Coordenadas de ponto da 64-QAM quadrada.	13
2.2	Fator de escala para algumas constelações M -QAM.	14
2.3	Coordenadas de pontos da 128-QAM cruzada.	19
2.4	Fator de escala para algumas constelações M -QAM cruzadas.	22
5.1	Resultados de ajuste obtidos para os Cenários 2, 3 e 5 considerando a distribuição η - μ	37
5.2	Resultados de ajuste obtidos para os Cenários 1, 2, 3 e 4 considerando a distribuição κ - μ	43

SUMÁRIO

Resumo

Abstract

1	Introdução	1
2	Fundamentação Teórica	4
2.1	Sistemas de Comunicação	4
2.1.1	Canais de Comunicação	4
2.1.2	Modelo de canal AWGN	6
2.1.3	Partição do Espaço Amostral e Lei das Probabilidades Totais	9
2.2	Modulações M -QAM quadrada e cruzada	11
2.2.1	Modulação M -QAM quadrada	12
2.2.2	Modulação M -QAM cruzada	18
2.3	Canais de desvanecimento	23
2.3.1	Preliminares sobre canais de desvanecimento	24
2.3.2	Canal de desvanecimento $\eta-\mu$	25
2.3.3	Canal de desvanecimento $\kappa-\mu$	27
3	Objetivos	29
3.1	Objetivo Geral	29
3.2	Objetivos Específicos	29
4	Expressões analíticas aproximadas em formas fechadas para a SEP	31
4.1	Dedução da expressão analítica aproximada em forma fechada para a SEP na constelação M -QAM cruzada sobre o canal de desvanecimento $\eta-\mu$. . .	31
4.2	Dedução da expressão analítica aproximada em forma fechada para a SEP na constelação M -QAM cruzada sobre o canal de desvanecimento $\kappa-\mu$. . .	33

5 Resultados e Discussões	36
5.1 No canal de desvanecimento η - μ	36
5.2 No canal de desvanecimento κ - μ	41
6 Artigos Publicados	50
6.1 Artigo 1: Performance Evaluation of Cross M -QAM Modulation Over Standardized RF2 5G Frequency Bands Using the η - μ Fading Model	50
6.2 Artigo 2: Closed-Form Approximation to the Average Symbol Error Probability for Cross-QAM Over κ - μ Fading Channels with Experimental Validation in the Millimeter-Wave Band	59
7 Conclusão Geral	77
Referências Bibliográficas	78

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O avanço das tecnologias de comunicação móvel tem sido impulsionado pela crescente demanda por conexões mais rápidas, confiáveis e de baixa latência, bem como pela necessidade de suportar um número cada vez maior de dispositivos conectados. A convergência da inteligência artificial, computação de borda (*edge computing*) e Internet das Coisas (IoT, *Internet of Things*) acelera ainda mais essa evolução (1). Redes 5G surgem como resposta a esses desafios, oferecendo melhorias significativas em relação às gerações anteriores de redes móveis (1). Enquanto sistemas como 5G e Wi-Fi 6 ainda estão em fase de implementação, pesquisadores já investigam os próximos sistemas sem fio que os substituirão, como 6G e Wi-Fi 7.

A Modulação por Amplitude em Quadratura (QAM, *Quadrature Amplitude Modulation*) é uma técnica central na comunicação sem fio moderna, permitindo a transmissão eficiente de dados. Na QAM quadrada, símbolos em uma grade representam combinações únicas de amplitude e fase, possibilitando altas taxas de transmissão em aplicações como banda larga e Wi-Fi (1). Variantes do esquema QAM, como a QAM cruzada, ajustam o espaçamento dos símbolos para maior eficiência, sendo especialmente úteis em ambientes desafiadores, sujeitos a interferência e desvanecimento, otimizando a eficiência espectral e a taxa de transmissão

Sistemas de comunicação sem fio de alta eficiência espectral utilizam esquemas de modulação baseados em QAM. Entre suas variantes, destacam-se as constelações QAM cruzada, nas quais os pontos de sinal são organizados em uma estrutura em forma de cruz no plano em fase e quadratura. Esse tipo de constelação permite acomodar determinados tamanhos de constelação de maneira mais eficiente do que as constelações QAM quadradas convencionais, sendo particularmente útil para modulações de ordem intermediária, como 32-QAM e 128-QAM, amplamente estudadas em sistemas de comunicação digital de alta taxa de transmissão (2; 3). Devido à sua elevada eficiência espectral, modulações

baseadas em QAM e suas variantes continuam sendo fundamentais para sistemas sem fio avançados, incluindo redes 5G e futuras redes 6G.

Em canais de rádio sem fio, o sinal transmitido pode alcançar a antena receptora por múltiplos caminhos, sofrendo reflexão, difração ou dispersão devido a obstáculos, relevo, edifícios ou condições atmosféricas. O sinal recebido pode ser com visada, LoS (*Line-of-Sight*), ou sem visada, nLoS (*non-Line-of-Sight*). Os sinais de múltiplos caminhos chegam com diferentes atrasos e amplitudes, causando variações de fase, fenômeno conhecido como desvanecimento (*fading*). Esse efeito, juntamente com variações no meio de propagação, como chuva ou neve, introduz flutuações aleatórias na amplitude e fase do sinal, degradando o desempenho do sistema e aumentando a taxa de erros (4; 5).

Modelos tradicionais de desvanecimento, como Rayleigh (6), Rice (7), Nakagami- m (8), Hoyt (9) e Weibull (10), são amplamente utilizados para representar condições específicas de propagação. Rayleigh é aplicado quando não há LoS e é útil em sistemas urbanos ou internos, como 5G (11; 12). Rice modela canais com componente dominante de LoS, enquanto Nakagami- m fornece melhor ajuste experimental sem pressupor LoS.

As redes 5G exploram bandas de frequência acima de 6 GHz na faixa de ondas milimétricas, permitindo maiores larguras de banda e maior capacidade de rede, sendo frequentemente consideradas bandas como 28 GHz, 30 GHz e 60 GHz para sistemas de comunicação sem fio de alta densidade (13). Além disso, essas faixas de frequência também são consideradas promissoras para sistemas de comunicação de próxima geração, como o 6G, devido à grande disponibilidade de espectro e ao potencial para suportar taxas de transmissão extremamente elevadas (14).

Entretanto, em cenários mais complexos, como comunicações em bandas mmWave (millimeter-wave) ou ambientes futuros 5G/6G, os modelos tradicionais podem ser insuficientes, pois o comportamento do canal pode apresentar características bimodais ou desvanecimento severo (15; 16). Modelos generalizados, como α - μ (17), η - μ (18) e κ - μ (18), oferecem maior flexibilidade, capturando diferentes condições de propagação, efeitos de desvanecimento de curto prazo e clusters de espalhadores. Esses modelos têm aplicação prática em sensoriamento de espectro (19), redes V2V (Vehicle-to-Vehicle) (20), D2D (Device-to-Device) (21), BAN (Body-Area-Network) (22), links ultrassônicos subaquáticos (23), implantações 5G RF2 (radio-frequency-2) (24) e canais mmWave (15; 16; 25; 26). Avaliações recentes confirmam a capacidade superior de modelos generalizados, como α - μ , em representar desvanecimento composto em comparação aos modelos clássicos (15; 16; 24; 27).

O uso de modelos generalizados é especialmente relevante para esquemas de modulação de alta ordem, como QAM, que visam aumentar a eficiência espectral (28; 29). Esquemas QAM cruzados apresentam menor flutuação de amplitude, aumentando a robustez em cenários severos de desvanecimento (30; 31). Estudos recentes em sistemas mmWave com diversidade multiantena e auxílio de fotônica reforçam a relevância prática

do esquema QAM (32).

Este trabalho explora os modelos generalizados de desvanecimento, η - μ e κ - μ (18), conhecidos pela capacidade de capturar não linearidades e correlações do meio de propagação. Foram deduzidas expressões analíticas aproximadas em forma fechada para a probabilidade média de erro de símbolo (SEP) sobre a modulação M -QAM cruzada para os canais η - μ e κ - μ , validadas por simulações em MATLAB. As simulações abrangeram faixas mmWave padronizadas RF2 para 5G de 26, 28, 39, 55, 60 e 65 GHz, sob condições LoS e nLoS, utilizando dados experimentais de campanhas de medição de (24) e (15).

Contribuições do trabalho:

- Desenvolvimento de expressões analíticas aproximadas em forma fechada, livres de integrais, para a SEP de QAM cruzada sobre canais η - μ e κ - μ , favorecendo uma redução do esforço computacional quando comparado com simulações numéricas.
- Modelagem matemática abordando expressões analíticas simplificadas para cálculo de integrais para os modelos η - μ e κ - μ , considerando múltiplos componentes dominantes e clusters de espalhadores, típicos de canais mmWave.
- Validação experimental via simulação no software MATLAB, contemplando cenários LoS/nLoS, frequências de 26 a 65 GHz e diferentes configurações de polarização de antenas.
- Estudo paramétrico sobre a influência dos parâmetros η , κ e μ no desempenho da modulação, fornecendo diretrizes práticas para sistemas robustos em ambientes de desvanecimento generalizados.

O restante do trabalho está organizado da seguinte forma: no capítulo 2 é apresentado um resumo da fundamentação teórica envolvendo o esquema QAM cruzado e os canais de desvanecimento η - μ e κ - μ . No capítulo 3 são explorados os objetivos do trabalho. As deduções das expressões analíticas em forma fechada para a SEP da QAM cruzada são apresentadas no capítulo 4. No capítulo 5 são analisados os dados experimentais para validação das expressões e discutimos o desempenho do esquema QAM cruzado em ambientes mmWave via simulações no software MATLAB. Por fim, no capítulo 6 são apresentados os artigos publicados e no capítulo 7 são apontadas as principais conclusões do estudo.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica da tese. A Seção 2.1 trata dos sistemas de comunicação e do canal vetorial AWGN; a Seção 2.2 discute a modulação M -QAM quadrada e cruzada; e a Seção 2.3 aborda os canais de desvanecimento η - μ e κ - μ .

2.1 Sistemas de Comunicação

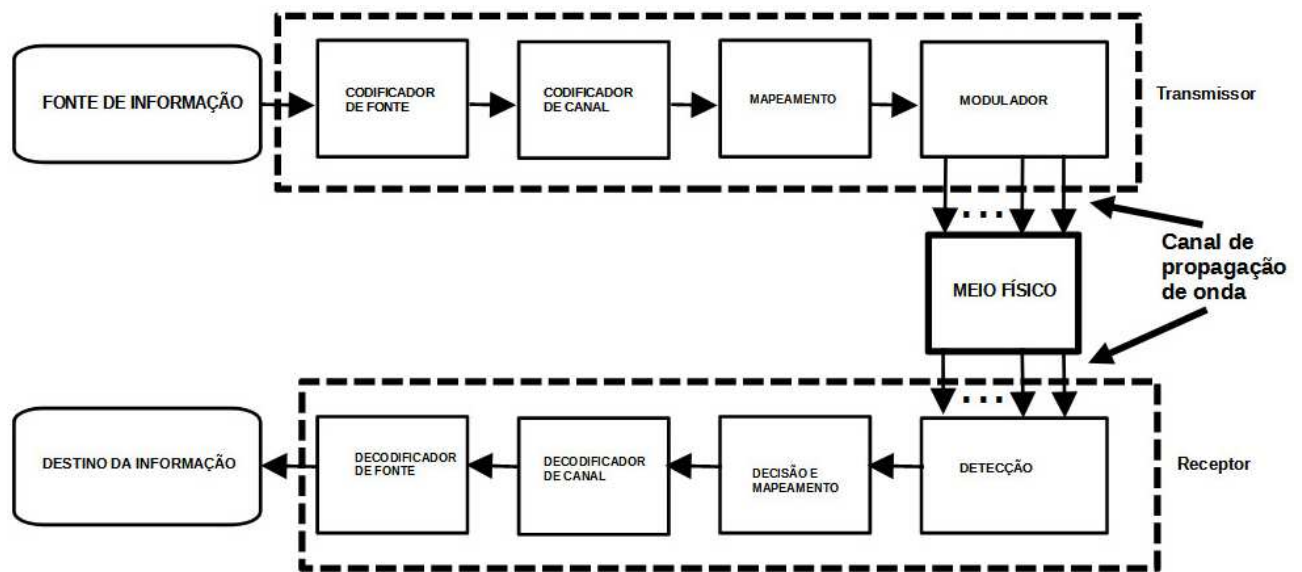
2.1.1 Canais de Comunicação

Um canal de comunicação pode ser geralmente definido como o caminho que conecta uma fonte a um destino, permitindo a transmissão de informações entre eles (33). Em sistemas de comunicação, a palavra canal e o termo canal de comunicação podem ser usados de forma intercambiável. Esses termos também são usados em telecomunicações para descrever uma porção de frequência, tempo ou outro recurso do sistema usado para canalizar as informações fisicamente.

Um canal pode ser definido de diferentes maneiras, dependendo de qual parte do sistema ele se refere. A Figura 2.1 mostra um diagrama de blocos de um sistema de comunicação típico e algumas definições para um canal. Essas definições podem ser melhor compreendidas após a função de cada bloco ser descrita, como segue:

- A fonte de informação gera o sinal analógico ou digital que se pretende transmitir.
- A codificação de fonte engloba a digitalização do sinal de informação, se for analógico, e a associação do sinal digital a sequências de bits. A codificação de fonte é responsável por reduzir a redundância inerente na informação para que ela possa ser representada com uma taxa de bits menor.

Figura 2.1: Um sistema de comunicação típico e algumas definições para o canal.



Referência: (33)

- O codificador de canal insere uma redundância controlada no fluxo de dados para que o receptor possa detectar e corrigir erros de bits.
- O bloco de mapeamento é responsável por representar um grupo de bits em uma sequência de valores normalmente associados a coordenadas de pontos em uma constelação de sinais.
- O modulador é, em linhas gerais, o bloco responsável por adaptar o sinal ao meio físico de comunicação. Em outras palavras, ele impõe ao sinal certas características que serão mais adequadas à transmissão por um dado canal físico.
- O meio físico, como o nome sugere, é a parte do sistema através da qual a informação fluirá. Ele separa o transmissor do receptor e pode ser o ar, o vácuo, um par de fios de cobre, um cabo coaxial, uma fibra óptica e assim por diante. As características físicas deste meio governam a maioria das propriedades e necessidades do sistema de transmissão, bem como os modelos matemáticos de canais que são construídos para permitir o design e a avaliação do sistema. O meio físico e seu modelo matemático/estatístico serão o principal tópico abordado neste capítulo.
- O bloco de detecção é responsável por extrair as chamadas variáveis de decisão (coordenadas) do sinal recebido. Por enquanto, basta saber que essas variáveis de decisão podem ser interpretadas como versões “limpas” do sinal recebido, ou seja, podemos associar esses sinais a pontos em um determinado espaço, a partir das quais as decisões subsequentes sobre os bits de dados transmitidos serão feitas.

- O bloco de decisão e desmapeamento converte as variáveis de decisão (coordenadas de pontos) em bits estimados ou outros valores apropriados que serão processados pelo bloco decodificador de canal, para que alguns erros de bit possam ser detectados e corrigidos.

- Os bits de saída do bloco de decisão e desmapeamento são então processados pelo decodificador de canal, onde poderá ocorrer a correção de eventuais erros de transmissão. Nesta etapa ocorre o inverso da etapa de codificação de canal, ou seja, há a eliminação das redundâncias controladas que foram introduzidas na etapa de codificação de canal.

- Os bits da saída do bloco de decodificação de canal são, então convertidos no decodificador de fonte nos bits originais da informação. Nesta etapa, se necessário, há a conversão dos blocos de bits de fonte em sinais analógicos e entregues ao destino ou ao coletor de informações.

O canal de propagação de ondas, como o nome indica, é o canal onde as formas de onda transmitidas estão presentes. Ele pode representar o meio físico e também pode incluir alguns componentes do sistema, como antenas e outros transdutores e acopladores.

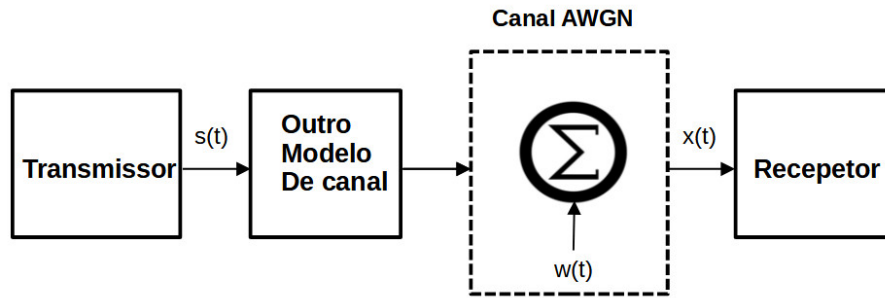
O canal vetorial é um modelo simplificado criado a partir de uma análise matemática completa da interação entre o modulador, o meio físico, o demodulador, os transdutores e outros processamentos de sinais realizados pelas partes correspondentes do transmissor e do receptor. Em outras palavras, o canal vetorial é um modelo que representa todas as funções realizadas entre o mapeamento e a decisão, de modo que os blocos de bits emitidos e blocos de bits recebidos possam ser associados a pontos de um espaço vetorial. O canal vetorial é um dos modelos de canal mais poderosos da perspectiva de acelerar a simulação de sistemas de comunicação. Se não houver a associação de blocos de bits com pontos de um espaço vetorial, então o canal é dito não vetorial.

Um canal no qual bits de informação são transmitidos é chamado de canal discreto, que pode ser um canal codificado ou não codificado a depender da existência das etapas de codificação e decodificação de canal descritas acima. Para simular um canal discreto, precisamos saber o modelo estatístico dos erros para refletir o comportamento do canal físico.

2.1.2 Modelo de canal AWGN

O canal mais simples e onipresente é o canal de ruído gaussiano aditivo branco (AWGN). Seu modelo contínuo é representado na Figura 2.2 onde $s(t)$ é a forma de onda do sinal transmitido e $x(t)$ é a forma de onda do sinal recebido.

Figura 2.2: Modelo de sistema de comunicação considerando o AWGN e outro modelo de canal.



Referência: (33)

Vemos que $w(t)$ é frequentemente chamado de ruído térmico, pois é gerado em sistemas de comunicação pelo movimento aleatório dos elétrons dentro de um condutor elétrico devido à influência térmica.

Diz-se que o canal AWGN não tem memória, o que significa que sua influência em um determinado símbolo transmitido é independente de sua influência em símbolos anteriores.

Como o ruído térmico está sempre presente em qualquer sistema de comunicação, exceto se for possível atingir a temperatura de 0 grau Kelvin (K), ou seja, zero absoluto, que é equivalente a -273.15 graus Celsius ($^{\circ}C$). Um dado modelo de sistema de comunicação deve considerar pelo menos a presença do canal AWGN. No entanto, a maioria dos canais físicos reais causam outros efeitos no sinal além do ruído térmico. Como consequência, esses efeitos devem ser adicionados ao efeito do canal AWGN, conforme ilustrado na Figura 2.2 pelo bloco “outro modelo de canal” que normalmente introduzem um ganho aleatório multiplicativo no sinal de transmissão.

O modelo teórico para o ruído gaussiano branco $w(t)$ afirma que ele tem uma densidade espectral de potência (PSD) constante, ou seja,

$$S_w(f) = \frac{N_0}{2} \text{ W/Hz} \quad (2.1)$$

onde $N_0 = kT_e$ é o ruído PSD produzido pelo circuito receptor de comunicação submetido à temperatura de ruído equivalente T_e , em Kelvin, sendo $k = 1.38047 \times 10^{-27}$ joule/Kelvin (J/K) a constante de Boltzmann.

Embora o ruído térmico seja gerado dentro do receptor, sem perda de generalidade, normalmente consideramos $w(t)$ adicionado ao sinal na entrada de uma versão sem ruído do receptor, como também ilustrado na Figura 2.2.

Canal AWGN vetorial

A versão contínua do modelo de canal AWGN mostrado na Figura 2.2 tem uma correspondência direta com o canal físico real e, como tal, demanda o uso de formas de onda se ele deve ser implementado em um computador para fins de simulação. Ao usar um modelo confiável, isso provavelmente produzirá resultados confiáveis, às custas de um tempo de simulação aumentado devido ao fato de que a geração e o processamento das formas de onda podem representar uma alta carga computacional.

Um estudo completo do canal AWGN vetorial demanda o uso da teoria do espaço de sinais. Por enquanto, basta saber que o modelo do canal AWGN vetorial substitui as formas de onda $s(t)$, $w(t)$ e $x(t)$ por seus vetores de tempo discreto equivalentes.

No modelo de canal contínuo somente AWGN, não consideramos o bloco “outro modelo de canal” na Figura 2.2. Então temos

$$x(t) = s(t) + w(t). \quad (2.2)$$

O sinal $s(t)$ é uma sequência de formas de onda escolhidas do conjunto $\{s_i(t)\}$, $i = 1, 2, \dots, M$, onde M é o número de símbolos da técnica de transmissão. Um símbolo é uma forma de onda de duração $T = T_b \log_2(M)$ que representa $k = \log_2(M)$ bits, cada um com duração T_b . Então, por exemplo, em uma transmissão quaternária temos $M = 4$, o que significa que quando uma forma de onda do conjunto $\{s_1(t), s_2(t), s_3(t), s_4(t)\}$ é enviada através do canal, ela carrega ou representa 2 bits de dados.

Vamos definir as funções ortogonais e de energia unitária $\{\phi_j(t)\}$, $j = 1, 2, \dots, N$, sendo N a dimensão do espaço onde essas formas de onda são representadas. Essas funções são chamadas funções ortonormais que satisfazem

$$\int_0^T \phi_k(t) \phi_j(t) dt = \begin{cases} 1, & k = j \\ 0, & k \neq j \end{cases} \quad (2.3)$$

A teoria do espaço de sinais afirma que cada uma das M formas de onda no conjunto $\{s_i(t)\}$ pode ser escrita por uma combinação linear das N funções ortogonais $\{\phi_j(t)\}$, de acordo com

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N s_{ij} \phi_j(t), \quad (2.4)$$

onde os coeficientes $\{s_{ij}\}$ podem ser interpretados como as coordenadas dos chamados vetores de sinal $\{s_i\}$. Esses coeficientes são dados por

$$s_{ij} = \int_0^T s_i(t) \phi_j(t) dt \quad (2.5)$$

Os vetores de sinal $\{s_i\}$ podem ser representados como pontos em um espaço euclidiano N -dimensional e essa representação é chamada de espaço de sinais ou simplesmente constelação de sinais.

Agora vamos aplicar (2.5) ao ruído $w(t)$ e ao sinal recebido $x(t)$, formando os coeficientes do vetor ruído e do vetor sinal recebido, de acordo com

$$\begin{cases} w_j = \int_0^T w(t) \phi_j(t) dt \text{ e} \\ x_j = \int_0^T x(t) \phi_j(t) dt. \end{cases} \quad (2.6)$$

Como veremos os valores de $\{w_j\}$ são de fato os componentes de ruído que corrompem as variáveis de decisão $\{x_j\}$ na saída do bloco de detecção mostrado na Figura 2.1, e que $\{s_{ij}\}$ são os valores que aparecem na saída do bloco de mapeamento. Uma conclusão importante que surge desse fato é que não precisamos implementar explicitamente todos os subsistemas e formas de onda entre a saída do bloco de mapeamento e a saída do bloco de detecção mostrado na Figura 2.1. É suficiente gerar cada vetor de sinal s_i de acordo com os bits que devem ser transmitidos e, então, gerar o vetor w que representa o ruído AWGN e somar ambos para obter as variáveis de decisão do vetor x , ou seja,

$$x = s_i + w, \text{ onde } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}, w = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_j \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix}, s_i = \begin{bmatrix} s_{i1} \\ \vdots \\ s_{ij} \\ \vdots \\ s_{iN} \end{bmatrix}, i = 1, 2, \dots, M \quad (2.7)$$

O vetor w é formado por N variáveis aleatórias gaussianas independentes de média zero, cada uma com variância $N_0/2$. O modelo descrito por (2.7) é o chamado modelo de canal vetorial AWGN.

2.1.3 Partição do Espaço Amostral e Lei das Probabilidades Totais

Consideremos um espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, onde Ω representa o espaço amostral, $\mathcal{F}$ é uma σ -álgebra de eventos e $P(\cdot)$ é uma medida de probabilidade definida sobre $\mathcal{F}$.

Definição: (Partição do espaço amostral). Um conjunto de eventos $\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$, com $B_i \in \mathcal{F}$, é denominado uma *partição* do espaço amostral Ω se satisfaz simultaneamente as seguintes propriedades:

1. $B_i \cap B_j = \emptyset$, para todo $i \neq j$;
2. $\bigcup_{i=1}^n B_i = \Omega$;

3. $P(B_i) > 0$, para todo i .

Nesse caso, os eventos B_i são mutuamente exclusivos e exaustivos, constituindo uma decomposição do espaço amostral em subconjuntos disjuntos. Esse conceito é fundamental para a formulação da Lei das Probabilidades Totais (34).

Teorema: (Lei das Probabilidades Totais – caso discreto). Seja $\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ uma partição do espaço amostral Ω , tal que $P(B_i) > 0$ para todo i . Então, para qualquer evento $A \in \mathcal{F}$, vale

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i) P(B_i) \quad (2.8)$$

onde $P(A|B_i)$ representa a probabilidade condicional do evento A dado que o evento B_i ocorreu.

Lei das Probabilidades Totais – caso contínuo.

Considere agora uma variável aleatória contínua X definida sobre o espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, com função densidade de probabilidade $f_X(x)$. Se a probabilidade de um evento A depende do valor assumido por X , a Lei das Probabilidades Totais pode ser expressa na forma contínua como

$$P(A) = \int_{-\infty}^{\infty} P(A|X = x) f_X(x) dx \quad (2.9)$$

onde $P(A|X = x)$ representa a probabilidade condicional do evento A dado que a variável aleatória assume o valor x , e $f_X(x)$ denota a densidade de probabilidade de X . Essa expressão pode ser interpretada como uma média ponderada das probabilidades condicionais em relação à densidade de probabilidade da variável aleatória considerada (34).

Observação sobre a decomposição probabilística das expressões de erro

As expressões apresentadas nas Equações (2.44) e (2.58) são obtidas a partir da decomposição da probabilidade total de erro em termos de probabilidades condicionais associadas a diferentes classes de pontos da constelação, tais como pontos interiores, pontos de borda e pontos de canto, e suas respectivas regiões de Voronoi. Do ponto de vista da teoria da probabilidade, essa decomposição pode ser formalmente interpretada como uma aplicação direta do conceito de partição do espaço amostral.

Considerando que os conjuntos de pontos interiores, de borda e de canto representam subconjuntos distintos do conjunto total de símbolos da constelação, e que a união desses subconjuntos corresponde exatamente ao conjunto completo de símbolos transmitidos, tais subconjuntos constituem uma partição do espaço amostral associado ao processo de transmissão. Uma propriedade fundamental de uma partição é que seus elementos sejam

mutuamente exclusivos, isto é, que um mesmo elemento do espaço amostral não possa pertencer simultaneamente a mais de um subconjunto. Essa condição é matematicamente necessária para evitar contagem múltipla de probabilidades. Caso os subconjuntos não fossem disjuntos, a soma das probabilidades condicionais poderia incluir contribuições repetidas de um mesmo evento, resultando em uma superestimação da probabilidade total de erro.

Sob essa condição de exclusividade, a Lei das Probabilidades Totais para o caso discreto estabelece que a probabilidade total de ocorrência de erro pode ser obtida como a soma das probabilidades condicionais de erro associadas a cada subconjunto, ponderadas pelas respectivas probabilidades de ocorrência dos símbolos pertencentes a esses subconjuntos (34). Dessa forma, a decomposição utilizada nas Equações (2.44) e (2.58) pode constituir uma aplicação direta desse resultado fundamental da teoria da probabilidade.

De maneira análoga, a expressão apresentada na Equação (2.65), utilizada para o cálculo da probabilidade média de erro de símbolo (SEP) na presença de desvanecimento, pode ser interpretada como uma aplicação da forma contínua da Lei das Probabilidades Totais. Nesse caso, a probabilidade de erro é condicionada ao valor instantâneo de uma variável aleatória contínua que representa o estado do canal, tipicamente associada à relação sinal-ruído instantânea ou ao ganho do canal. A probabilidade média de erro é então obtida pela integração da probabilidade condicional de erro ponderada pela função densidade de probabilidade dessa variável aleatória.

Matematicamente, esse procedimento corresponde à generalização contínua da Lei das Probabilidades Totais, na qual a soma finita do caso discreto é substituída por uma integral sobre todos os valores possíveis da variável aleatória. Como resultado, a expressão obtida representa uma média estatística das probabilidades condicionais em relação à distribuição do canal, fornecendo uma formulação probabilisticamente consistente para o cálculo de probabilidades médias de erro em sistemas de comunicação sujeitos a variações aleatórias do meio de propagação (34). Isso foi feito no desenvolvimento das expressões apresentadas nas Equações (2.44), (2.58) e (2.65).

2.2 Modulações M -QAM quadrada e cruzada

Esta seção apresenta a modulação M -QAM, com foco nas variantes quadrada e cruzada, definindo suas estruturas, a energia média dos símbolos e a probabilidade de erro de símbolo condicionada. A modulação QAM transmite informação via amplitude e fase de uma onda, representando os símbolos como $M = 2^b$ pontos no plano cartesiano, formando a constelação de sinais que equivale ao alfabeto do esquema de modulação.

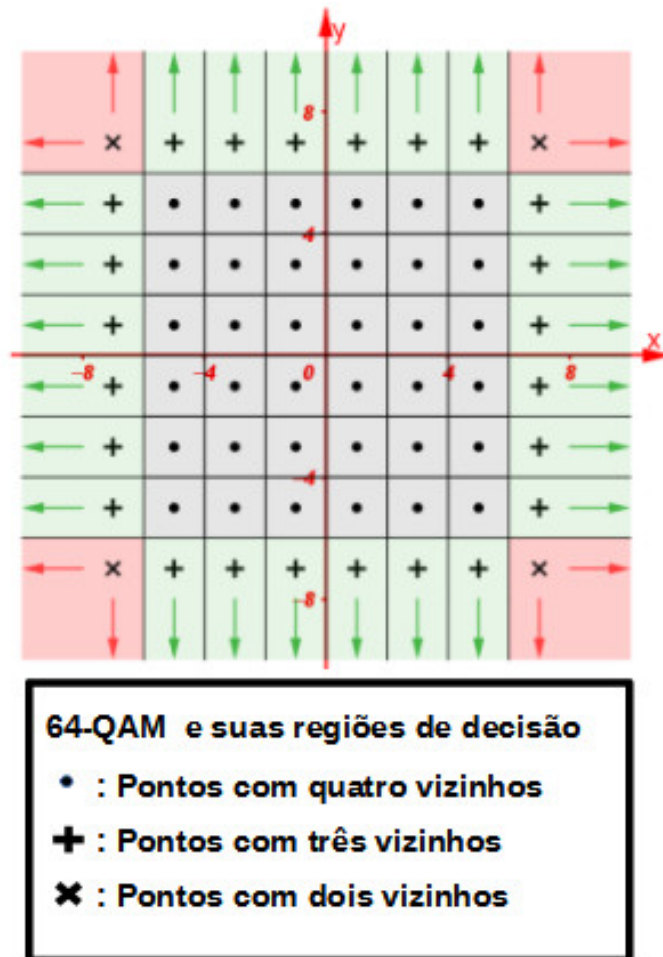
2.2.1 Modulação M -QAM quadrada

A constelação M-QAM quadrada possui $M = 2^b$ pontos dispostos em um quadrado de $2^{b/2} \times 2^{b/2}$, com b par ($b \geq 4$), representados no plano complexo por

$$s = \pm(2u - 1) \pm (2v - 1)i, \quad (2.10)$$

com $u, v \in \{1, \dots, 2^{(b-2)/2}\}$ e i é a unidade imaginária dos números complexos. Cada símbolo tem uma região de decisão (Voronoi), sendo classificados em três tipos: pontos interiores (4 vizinhos), pontos de borda (3 vizinhos) e pontos de canto (2 vizinhos).

Figura 2.3: 64-QAM e suas regiões de decisão.



Referência: Elaborado pelo autor.

Por exemplo, as coordenadas dos pontos na constelação 64-QAM quadrada no plano complexo, de acordo com a expressão (2.10), é fornecida na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Coordenadas de ponto da 64-QAM quadrada.

$\pm 1 \pm 7i$	$\pm 3 \pm 7i$	$\pm 5 \pm 7i$	$\pm 7 \pm 7i$
$\pm 1 \pm 5i$	$\pm 3 \pm 5i$	$\pm 5 \pm 5i$	$\pm 7 \pm 5i$
$\pm 1 \pm 3i$	$\pm 3 \pm 3i$	$\pm 5 \pm 3i$	$\pm 7 \pm 3i$
$\pm 1 \pm 1i$	$\pm 3 \pm 1i$	$\pm 5 \pm 1i$	$\pm 7 \pm 1i$

Referência: Elaborado pelo autor.

Na Figura 2.3, podemos ver os três tipos de pontos em uma constelação 64-QAM quadrada e suas respectivas regiões de decisão.

Associando um símbolo s da constelação M -QAM quadrada com sua coordenada complexa, ou seja, $s = u_s + v_s i$, definimos a energia do símbolo s como o quadrado de seu módulo, ou seja, $E_s = |u_s + v_s i|^2$.

A energia dos símbolos, é definida como a distância ao quadrado dos pontos da constelação à origem. De acordo com (35) para calcular a energia média da constelação M -QAM, procedemos da seguinte forma:

(a) Encontramos a energia dos pontos da constelação que se encontram no primeiro quadrante do plano complexo.

As coordenadas dos pontos da constelação no primeiro quadrante são:

$$s_{ij} = (2i - 1, 2j - 1); 1 \leq i \leq \frac{\sqrt{M}}{2}; 1 \leq j \leq \frac{\sqrt{M}}{2}. \quad (2.11)$$

A energia dos símbolos da constelação do primeiro quadrante é:

$$E_{IQ} = \sum_{i,j} |s_{ij}|^2 = \sqrt{M} \left(1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (\sqrt{M} - 1)^2 \right). \quad (2.12)$$

Pela referência (41), temos que:

$$\sum_{k=1}^n (2k - 1)^2 = 1^2 + 3^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{1}{3} n (4n^2 - 1). \quad (2.13)$$

Então,

$$E_{IQ} = \sqrt{M} \frac{\sqrt{M}}{6} (M - 1) = \frac{M}{6} (M - 1). \quad (2.14)$$

(b) Para encontrar a energia média dos pontos da constelação M -QAM quadrada, multiplicamos a energia dos pontos da constelação do primeiro quadrante por quatro e dividimos pelo número de pontos, ou seja:

$$E_M = \frac{4E_{IQ}}{M} = \frac{4 \frac{M}{6} (M - 1)}{M} = \frac{2}{3} (M - 1) \quad (2.15)$$

Ainda há o chamado fator de escala, definido por:

$$k = \frac{1}{\sqrt{E_M}}, \quad (2.16)$$

onde E_M é a energia média do símbolo da constelação M -QAM, definida em (2.15), que é usada para redimensionar a constelação em termos de energia. Por exemplo, a energia média e o fator de escala k para constelações M -QAM são fornecidos na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Fator de escala para algumas constelações M -QAM.

Constelação	Bits b	Energia E_M	Fator k
16-QAM quadrada	4	10	$\frac{1}{\sqrt{10}}$
64-QAM quadrada	6	42	$\frac{1}{\sqrt{42}}$
256-QAM quadrada	8	170	$\frac{1}{\sqrt{170}}$
1024-QAM quadrada	10	682	$\frac{1}{\sqrt{682}}$

Referência: Elaborado pelo autor.

Na constelação M -QAM, cada símbolo s , representado no plano complexo e escalonado por um fator k do modulador, dá origem a um símbolo $\bar{s}$, representado pelo número complexo:

$$\bar{s} = k\sqrt{E_s}s. \quad (2.17)$$

Quando transmitido por um canal, o símbolo $\bar{s}$ sofre interferência do ruído de canal característico w (que assumimos como aditivo). Esse ruído também pode ser modelado usando coordenadas complexas. Em outras palavras, quando o símbolo $\bar{s}$ é recebido pelo demodulador, ele sofreu interferência do ruído w e agora assume a forma $\bar{\bar{s}}$, dada por

$$\bar{\bar{s}} = \bar{s} + w \Rightarrow \bar{\bar{s}} = k\sqrt{E_s}s + w, \quad (2.18)$$

onde:

s : é o símbolo transmitido;

w : é o ruído do canal;

E_s : é a energia do símbolo s ;

k : é o fator de escala de energia da constelação M -QAM.

Em qualquer constelação M -QAM quadrada, temos o número N de pontos de cada tipo como sendo:

$$N_{canto} = 4; \quad (2.19)$$

$$N_{interior} = \left(\sqrt{M} - 2\right)^2; \quad (2.20)$$

$$N_{borda} = 4 \left(\sqrt{M} - 2 \right). \quad (2.21)$$

No caso da constelação 64-QAM, temos $N_{canto} = 4$, $N_{interior} = 36$ e $N_{borda} = 24$.

Ainda segundo (35), para calcular a SEP em uma modulação M -QAM, determinamos a probabilidade de que um símbolo seja decodificado incorretamente, considerando se ele é um ponto interior, de canto ou de borda. Em seguida, multiplica-se o número de símbolos de cada tipo pela respectiva probabilidade de erro e somam-se os resultados. Por fim, divide-se essa soma pelo número total de símbolos, obtendo-se a SEP.

O ruído AWGN w tem função de distribuição de probabilidade Gaussiana. Logo,

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.22)$$

com média $\mu = 0$ e variância $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$.

Tomando o símbolo $1 + i1$ que se encontra no interior da constelação, sendo assim vemos que o símbolo transmitido é $(k\sqrt{E_s}, k\sqrt{E_s})$, nesse caso temos $\mu = k\sqrt{E_s}$ e $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$. Substituindo esses valores na equação (2.22) obtemos a função de distribuição de probabilidade condicional (PDF) de $\bar{s}$, ou seja:

$$p(\bar{s} \mid interior) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(\bar{s} - k\sqrt{E_s})^2}{N_0}} \quad (2.23)$$

Como pode ser visto na Figura 2.3 acima, para o caso $M = 64$, o símbolo no interior é decodificado corretamente (c) apenas se a parte real de $\bar{s}$ ($\text{Re } \bar{s}$) estiver entre 0 e 2 e a parte imaginária de $\bar{s}$ ($\text{Im } \bar{s}$) estiver, também, entre 0 e 2. A probabilidade de demodulação correta é, portanto,

$$p(c \mid interior) = p\left(\text{Re } \bar{s} > 0 \text{ e } \text{Re } \bar{s} \leq 2k\sqrt{E_s} \mid 1\right) \times p\left(\text{Im } \bar{s} > 0 \text{ e } \text{Im } \bar{s} \leq 2k\sqrt{E_s} \mid 1\right) \quad (2.24)$$

A probabilidade da componente real estar entre 0 e 2 pode ser encontrada integrando a função de distribuição de probabilidade de duas partes:

(a) Encontre a probabilidade de que a componente real seja maior do que 2.

b) Encontre a probabilidade de que a componente real seja menor do que 0.

(c) Dado que a probabilidade total é sempre igual a 1, para calcular a probabilidade da componente real entre 0 e 2, subtraia a soma de (a) e (b) de 1:

$$p\left(\text{Re } \bar{s} > 0 \text{ e } \text{Re } \bar{s} < 2k\sqrt{E_s} \mid 1\right) = 1 - \left[\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \int_{2k\sqrt{E_s}}^{\infty} e^{-\frac{(\bar{s} - k\sqrt{E_s})^2}{N_0}} d\bar{s} + \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{(\bar{s} - k\sqrt{E_s})^2}{N_0}} d\bar{s} \right]. \quad (2.25)$$

Mas

$$\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \int_{2k\sqrt{E_s}}^{\infty} e^{-\frac{(\bar{s}-k\sqrt{E_s})^2}{N_0}} d\bar{s} = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{(\bar{s}-k\sqrt{E_s})^2}{N_0}} d\bar{s} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) \quad (2.26)$$

Portanto,

$$p \left(\operatorname{Re} \bar{s} > 0 \text{ e } \operatorname{Re} \bar{s} < 2k\sqrt{E_s} \mid 1 \right) = 1 - \operatorname{erfc} \left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right). \quad (2.27)$$

De forma análoga temos:

$$p \left(\operatorname{Im} \bar{s} > 0 \text{ e } \operatorname{Im} \bar{s} < 2k\sqrt{E_s} \mid 1 \right) = 1 - \operatorname{erfc} \left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right). \quad (2.28)$$

Substituindo as equações (2.27) e (2.28) em (2.24), obtemos:

$$p(c \mid interior) = \left[1 - \operatorname{erfc} \left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) \right]^2. \quad (2.29)$$

A probabilidade do símbolo decodificado estar errado (e) é:

$$p(e \mid interior) = 1 - \left[1 - \operatorname{erfc} \left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) \right]^2 = 2 \operatorname{erfc} \left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) - \operatorname{erfc}^2 \left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right). \quad (2.30)$$

Tomando um símbolo de canto, por exemplo, o símbolo $7 + i7$ no caso $M = 64$, vemos que o símbolo transmitido é $(7k\sqrt{E_s}, 7k\sqrt{E_s})$. Nesse caso temos $\mu = 7k\sqrt{E_s}$ e $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$. Substituindo esses valores na equação (2.22) obtemos a função de distribuição de probabilidade condicional (PDF) de $\bar{s}$, ou seja:

$$p(\bar{s} \mid canto) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(\bar{s}-7k\sqrt{E_s})^2}{N_0}}. \quad (2.31)$$

Como pode ser visto na Figura 2.3, o símbolo no canto é decodificado corretamente somente se a parte real de $\bar{s}$ for maior do que 6 e a parte imaginária de $\bar{s}$ também for maior do que 6, ou seja,

$$p(c \mid canto) = p(\operatorname{Re} \bar{s} > 6 \mid 7) \times p(\operatorname{Im} \bar{s} > 6 \mid 7). \quad (2.32)$$

Para encontrar a probabilidade de que a componente real esteja de 6 a ∞ , pode-se integrar a função de distribuição de probabilidade do símbolo recebido, ou seja:

$$p(\operatorname{Re} \bar{s} \geq 6 \mid 7) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \int_{6k\sqrt{E_s}}^{\infty} e^{-\frac{(\bar{s}-7k\sqrt{E_s})^2}{N_0}} d\bar{s} = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right). \quad (2.33)$$

De forma análoga, temos:

$$p(\text{Im } \bar{s} \geq 6 \mid 7) = 1 - \frac{1}{2} \text{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right). \quad (2.34)$$

Substituindo as equações (2.33) e (2.34) em (2.32), encontramos:

$$p(c \mid canto) = \left[1 - \frac{1}{2} \text{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) \right]^2 = 1 - \text{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) + \frac{1}{4} \text{erfc}^2 \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right). \quad (2.35)$$

Assim, a probabilidade de que o símbolo decodificado esteja correto dado que $7 + i7$ é transmitido é:

$$p(c \mid canto) = 1 - \text{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) + \frac{1}{4} \text{erfc}^2 \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right). \quad (2.36)$$

Agora, a probabilidade do símbolo decodificado estar errado é:

$$p(e \mid canto) = 1 - p(c \mid canto) = \text{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) - \frac{1}{4} \text{erfc}^2 \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right). \quad (2.37)$$

Tomando o símbolo de borda $7 + i1$ no exemplo $M=64$, vemos que o símbolo transmitido é $(7k\sqrt{E_s}, k\sqrt{E_s})$, nesse caso temos $\mu = 7k\sqrt{E_s}$ e $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$. Substituindo esses valores na equação (2.22) obtemos a função de distribuição de probabilidade condicional (PDF) de $\bar{s}$, ou seja:

$$p(\bar{s} \mid borda) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(\bar{s} - 7k\sqrt{E_s})^2}{N_0}}. \quad (2.38)$$

Como pode ser visto na Figura 2.3 acima, o símbolo de borda é decodificado corretamente somente se a parte real de $\bar{s}$ for maior do que 6 e a parte imaginária de $\bar{s}$ estiver entre 0 e 2, ou seja,

$$p(c \mid borda) = p(\text{Re } \bar{s} \geq 6 \mid 7) \times p(\text{Im } \bar{s} > 0 \text{ e } \text{Im } \bar{s} < 2k\sqrt{E_s} \mid 1). \quad (2.39)$$

Mas como já foi visto anteriormente, temos:

$$\begin{aligned} p(\text{Re } \bar{s} \geq 6 \mid 7) &= 1 - \frac{1}{2} \text{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right), \\ p(\text{Im } \bar{s} > 0 \text{ e } \text{Im } \bar{s} < 2k\sqrt{E_s} \mid 1) &= 1 - \text{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right). \end{aligned} \quad (2.40)$$

Então,

$$\begin{aligned} p(c | \text{borda}) &= \left[1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) \right] \cdot \left[1 - \operatorname{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) \right] \\ &= 1 - \frac{3}{2} \operatorname{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) + \frac{1}{2} \operatorname{erfc}^2 \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right). \end{aligned} \quad (2.41)$$

Agora, a probabilidade do símbolo decodificado estar errado é:

$$p(e | \text{borda}) = 1 - p(c | \text{borda}) = \frac{3}{2} \operatorname{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}^2 \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) \quad (2.42)$$

Probabilidade de erro total de símbolo

Como a probabilidade de erro de símbolo foi obtida para cada um dos três tipos de pontos da constelação, a probabilidade média de erro do conjunto é determinada pelo erro médio, utilizando as referências das quantidades e das probabilidades calculadas.

$$\begin{aligned} P(e | M\text{-QAM}) &= \frac{(2.37) \times (2.19) + (2.30) \times (2.20) + (2.42) \times (2.21)}{M} \\ &= 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) - \left(1 - \frac{2}{\sqrt{M}} + \frac{1}{M} \right) \operatorname{erfc}^2 \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right). \end{aligned} \quad (2.43)$$

Fazendo $\gamma = \frac{E_s}{N_0} = \frac{\log_2(M) E_b}{N_0}$ que é a relação sinal-ruído normalizada instantânea no receptor, E_b é a energia média do bit em joules, e N_0 é a densidade espectral de potência de ruído no receptor, dada em [watts/Hz], podemos escrever:

$$P_e(\gamma) = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erfc}(k\sqrt{\gamma}) - \left(1 - \frac{2}{\sqrt{M}} + \frac{1}{M} \right) \operatorname{erfc}^2(k\sqrt{\gamma}). \quad (2.44)$$

2.2.2 Modulação M -QAM cruzada

Na constelação M -QAM cruzada onde $M = 2^b$, $b \in \mathbb{N}$ é sempre ímpar e maior ou igual a 5, temos pontos distribuídos em forma de cruz. A cruz pode ser obtida de um quadrado com lados contendo $m = 3 \cdot 2^{(b-3)/2}$ pontos, subtraindo quatro quadrados com lados contendo $l = 2^{(b-5)/2}$ pontos. Esse arranjo de pontos nos permite ter as linhas centrais $n = 2^{(b-1)/2}$ da cruz, cada uma com m pontos. Por exemplo, a Figura 2.4 ilustra a constelação 128-QAM cruzada. Também é comum representar constelações M -QAM cruzadas no plano de números complexos, colocando seu centro na origem e definindo as coordenadas dos pontos da constelação usando números complexos dados por:

$$s = \pm (2u - 1) \pm (2v - 1) i, \quad (2.45)$$

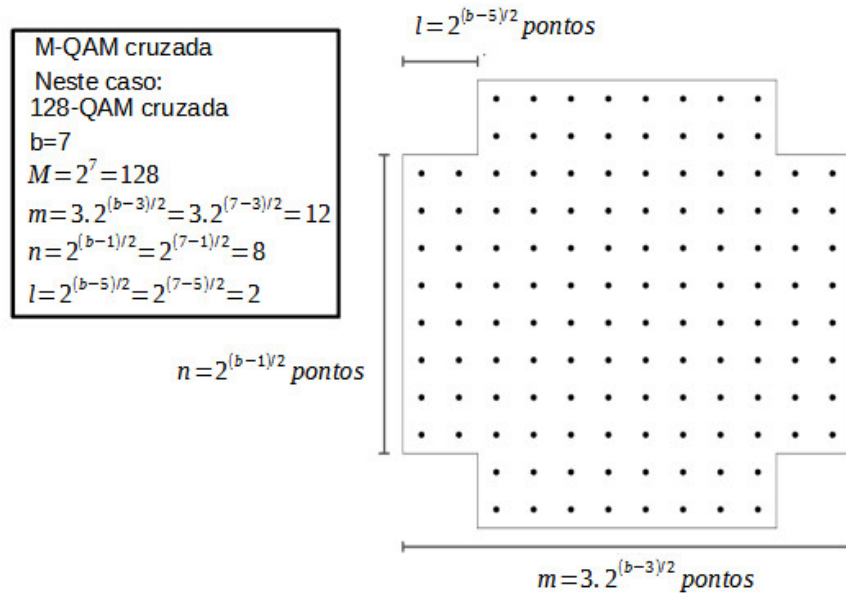
onde

$$u = 1, \dots, 3 \cdot 2^{(b-5)/2},$$

$$v = \begin{cases} 1, \dots, 3 \cdot 2^{(b-5)/2}; & \text{se } u \leq 2^{(b-3)/2} \\ 1, \dots, 2^{(b-3)/2}; & \text{se } u > 2^{(b-3)/2} \end{cases}, \quad (2.46)$$

e i é a unidade imaginária dos números complexos. Por exemplo, as coordenadas dos pontos na constelação 128-QAM cruzada no plano complexo, de acordo com as expressões (2.45), são fornecidas pela Tabela 2.3.

Figura 2.4: Constelação M -QAM cruzada.



Referência: Elaborado pelo autor.

Tabela 2.3: Coordenadas de pontos da 128-QAM cruzada.

$\pm 1 \pm 11i$	$\pm 3 \pm 11i$	$\pm 5 \pm 11i$	$\pm 7 \pm 11i$		
$\pm 1 \pm 9i$	$\pm 3 \pm 9i$	$\pm 5 \pm 9i$	$\pm 7 \pm 9i$		
$\pm 1 \pm 7i$	$\pm 3 \pm 7i$	$\pm 5 \pm 7i$	$\pm 7 \pm 7i$	$\pm 9 \pm 7i$	$\pm 11 \pm 7i$
$\pm 1 \pm 5i$	$\pm 3 \pm 5i$	$\pm 5 \pm 5i$	$\pm 7 \pm 5i$	$\pm 9 \pm 5i$	$\pm 11 \pm 5i$
$\pm 1 \pm 3i$	$\pm 3 \pm 3i$	$\pm 5 \pm 3i$	$\pm 7 \pm 3i$	$\pm 9 \pm 3i$	$\pm 11 \pm 3i$
$\pm 1 \pm i$	$\pm 3 \pm i$	$\pm 5 \pm i$	$\pm 7 \pm i$	$\pm 9 \pm i$	$\pm 11 \pm i$

Referência: Elaborado pelo autor.

Da mesma forma, temos as regiões de decisão para a constelação M -QAM cruzada. Neste caso, também existem três tipos de pontos classificados conforme a referência (11):

- Pontos interiores (pontos com quatro vizinhos): esses pontos têm uma região de decisão quadrada.
- Pontos de borda ou de margem (pontos com três vizinhos): sua região de decisão é ilimitada e tem três lados ortogonais.
- Pontos de canto (pontos com dois vizinhos): esses pontos têm regiões de decisão que são trapézios ou regiões limitadas por três lados não necessariamente ortogonais.

Na Figura 2.5, podemos observar os três tipos de pontos em uma constelação 128-QAM cruzada e suas respectivas regiões de decisão.

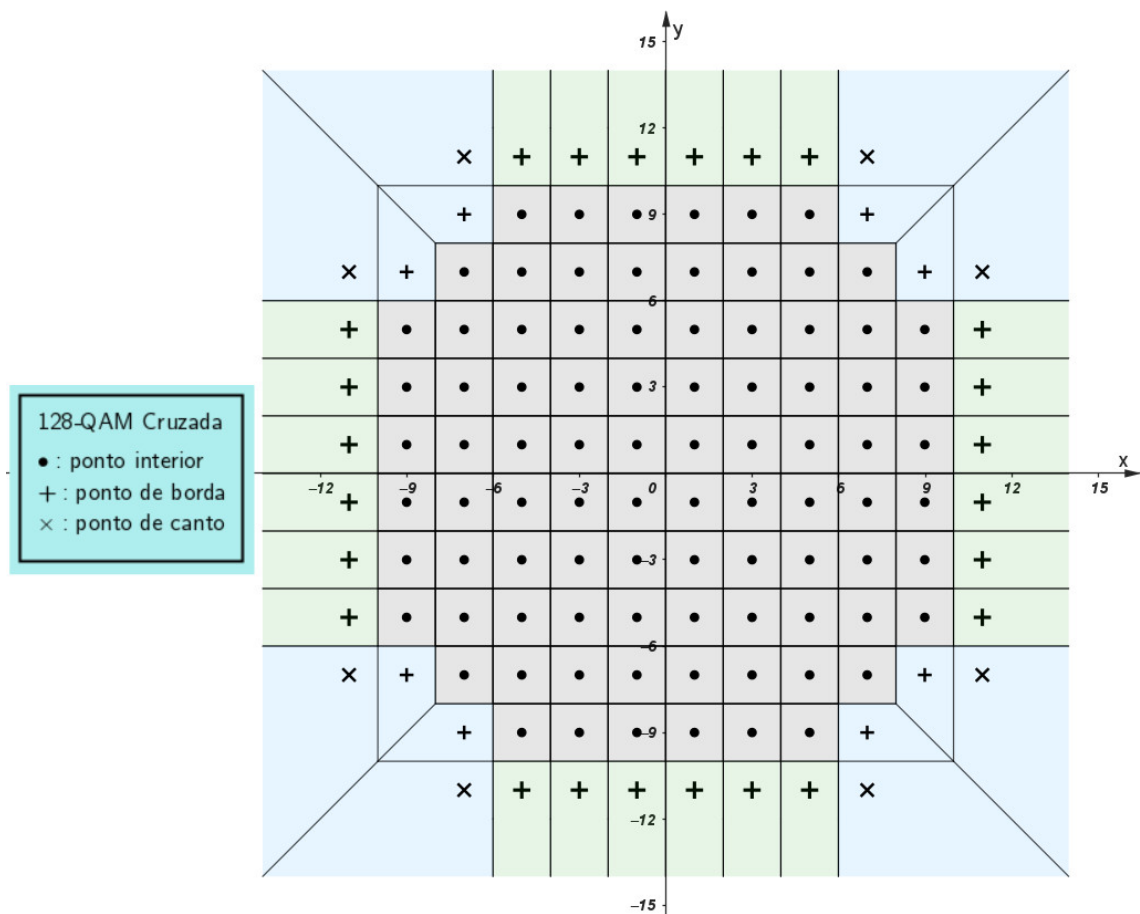
Em uma constelação M -QAM cruzada, as igualdades (2.47), (2.48) e (2.49) mostram o número de símbolos com quatro, três e dois vizinhos respectivamente:

$$N_{interior} = M - 3\sqrt{2M} + 8 \quad (2.47)$$

$$N_{borda} = 3\sqrt{2M} - 16 \quad (2.48)$$

$$N_{canto} = 8 \quad (2.49)$$

Figura 2.5: 128-QAM cruzada, tipos de pontos e regiões de decisão.



Referência: Elaborado pelo autor.

Novamente, associando um símbolo s da constelação M -QAM cruzada com sua coordenada complexa, ou seja, $s = u_s + v_s i$, onde i é a unidade imaginária, definimos a energia do símbolo s como o quadrado de seu módulo, ou seja, $E_s = |u_s + v_s i|^2$.

Para calcular a energia média dos símbolos da constelação M -QAM cruzada, procedemos da seguinte forma, Figura 2.4:

(a) Encontre a soma das energias dos pontos do primeiro quadrante que estão na diagonal principal de um quadrado maior com lados contendo $m = 3 \cdot 2^{(b-3)/2}$ pontos.

$$E_1 = \sum_{a=1}^{\frac{3}{4}\sqrt{\frac{M}{2}}} |((2a-1) + i(2a-1))|^2 = \sum_{a=1}^{\frac{3}{4}\sqrt{\frac{M}{2}}} (2a-1)^2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{M}{2}} \left(\frac{9M}{8} - 1 \right). \quad (2.50)$$

(b) Cada abscissa ao quadrado e cada ordenada ao quadrado dos pontos da constelação quadrada maior, com lados contendo $m = 3 \cdot 2^{(b-3)/2}$ pontos, é usada $3\sqrt{\frac{M}{2}}$ vezes. Logo, a energia total dos pontos da constelação quadrada mencionada acima é:

$$E_T = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{M}{2}} \left(\frac{9M}{8} - 1 \right) 3\sqrt{\frac{M}{2}} = \frac{3M}{4} \left(\frac{9M}{8} - 1 \right). \quad (2.51)$$

(c) Retirando do quadrado maior com lados contendo $m = 3 \cdot 2^{(b-3)/2}$ pontos, quatro quadrados menores com lados contendo $l = 2^{(b-5)/2}$ pontos, obtemos os pontos da constelação M -QAM cruzada. Vamos determinar a energia da diagonal principal dos pontos no primeiro quadrante destes quadrados menores retirados, ou seja:

$$E_2 = \sum_{a=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{M}{2}}+1}^{\frac{3}{4}\sqrt{\frac{M}{2}}} |((2a-1) + i(2a-1))|^2 = 2\sqrt{\frac{M}{2}} \left(\frac{19M-8}{96} \right). \quad (2.52)$$

(d) Cada abscissa ao quadrado e cada ordenada ao quadrado dos pontos das quatro constelações quadradas menores que deverão ser retiradas repetem $\sqrt{\frac{M}{2}}$ vezes, temos:

$$E_3 = 2\sqrt{\frac{M}{2}} \left(\frac{19M-8}{96} \right) \sqrt{\frac{M}{2}} = M \left(\frac{19M-8}{96} \right). \quad (2.53)$$

A energia média dos pontos da constelação M -QAM cruzada é obtida fazendo a diferença entre os itens (b) e (d) e dividindo pelo número total de símbolos M , ou seja:

$$E_M = \frac{E_T - E_3}{M} = \frac{31M-32}{48}. \quad (2.54)$$

Portanto a energia média E_M da constelação M -QAM cruzada é :

$$E_M = \frac{31M-32}{48}, \quad (2.55)$$

que está de acordo com a referência (36).

Mais uma vez, existe ainda o chamado fator de escala, definido por

$$k = \frac{1}{\sqrt{E_M}}, \quad (2.56)$$

onde E_M é a energia média de símbolo da constelação M -QAM cruzada, definida em (2.55), que é usada para redimensionar a constelação em termos de energia. Por exemplo, a energia média e o fator de escala k para constelações M -QAM cruzadas são fornecidos na Tabela 2.4.

Tabela 2.4: Fator de escala para algumas constelações M -QAM cruzadas.

Constelação	Bits (b)	Energia E_M	Fator k
32 Cross-QAM	5	20	$\frac{1}{\sqrt{20}}$
128 Cross-QAM	7	82	$\frac{1}{\sqrt{82}}$
512 Cross-QAM	9	330	$\frac{1}{\sqrt{330}}$
2048 Cross-QAM	11	1322	$\frac{1}{\sqrt{1322}}$

Referência: Elaborado pelo autor.

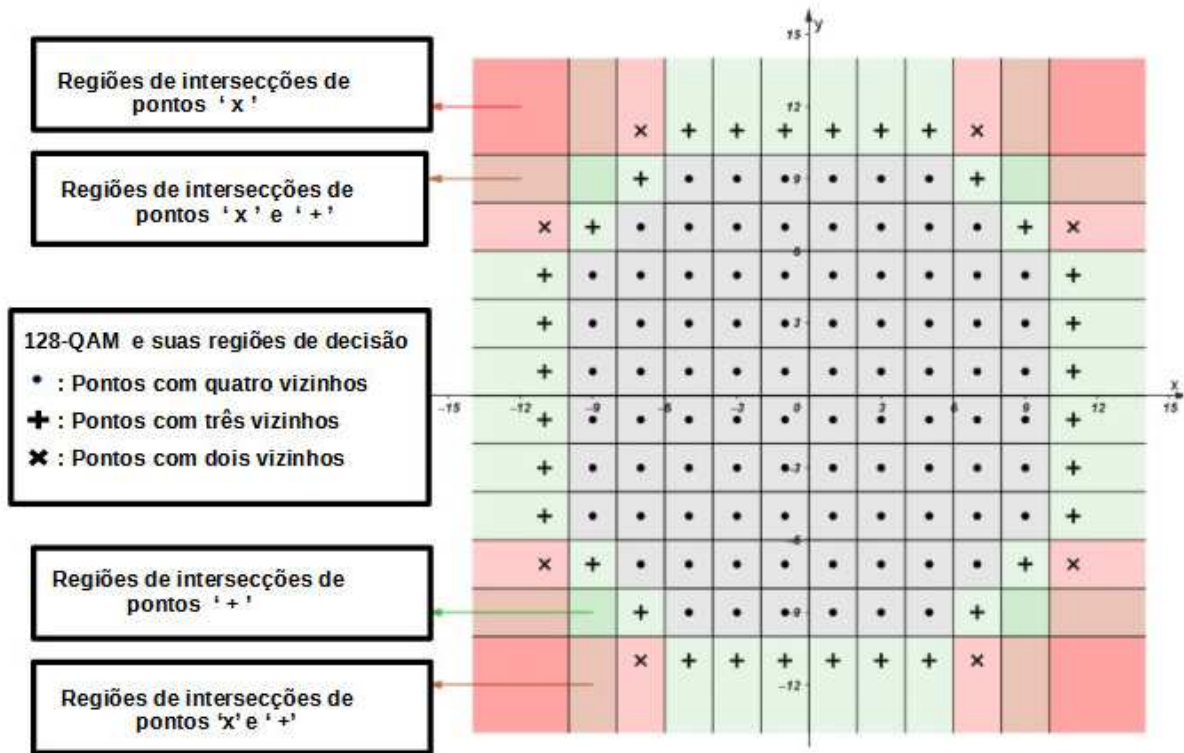
A transmissão de um símbolo s de uma constelação QAM cruzada segue o mesmo padrão de uma transmissão de símbolo de uma constelação QAM quadrada, conforme a equação 2.18.

A classificação dos pontos na constelação QAM cruzada e a forma de suas regiões de decisão são fundamentais para modelar as probabilidades de erro de símbolo, pois cada tipo de ponto possui uma probabilidade distinta. Contudo, o cálculo dessas probabilidades é complexo devido às regiões trapezoidais variáveis de parte dos pontos de borda, que dependem do número de pontos da constelação. Assim, adotam-se as regiões de decisão da M -QAM quadrada, permitindo interseções entre elas. Essas intersecções não causam problemas, pois ocorrem em regiões de baixa probabilidade de erro e, ao considerá-las, a probabilidade de erro de símbolo é ligeiramente aumentada, não reduzida. Portanto, para cálculos de probabilidade de erro de símbolo na constelação, consideraremos as regiões e interseções conforme ilustrado na Figura 2.6, adotando a convenção de numeração de vizinhos dadas pelas igualdades (2.47), (2.48) e (2.49).

Probabilidade de erro total de símbolo

Como mencionamos anteriormente, de acordo com a referência (35), para calcular a probabilidade de erro de símbolo na constelação cruzada, adotamos a convenção de numeração de vizinhos usada na constelação quadrada e seguimos o mesmo raciocínio feito anteriormente. As probabilidades de erro de símbolo nas intersecções são muito baixas. Como já calculamos a probabilidade de erro de símbolo individual para cada um

Figura 2.6: 128-QAM cruzada, tipos de pontos e regiões de decisão.



Referência: Elaborado pelo autor.

dos três tipos de pontos da constelação M -QAM, basta encontrar a probabilidade de erro médio de símbolo da constelação, ou seja:

$$P(e | M\text{-QAM}) = \frac{(2.30) \times (2.47) + (2.37) \times (2.49) + (2.42) \times (2.48)}{M} \quad (2.57)$$

$$= \left(2 - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{M}{2}}\right) \text{erfc}\left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) - \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{M}{2}}\right) \text{erfc}^2\left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right).$$

Fazendo $\gamma = \frac{E_s}{N_0} = \frac{\log_2(M)E_b}{N_0}$, que é a relação sinal-ruído normalizada instantânea no receptor, sendo E_b a energia média de bit em joules e N_0 a densidade espectral de potência de ruído no receptor, dada em [watts/Hz], podemos escrever:

$$P_e(\gamma) = \left(2 - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right) \text{erfc}(k\sqrt{\gamma}) - \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right) \text{erfc}^2(k\sqrt{\gamma}). \quad (2.58)$$

2.3 Canais de desvanecimento

Esta seção inicia com a introdução ao desvanecimento e sua classificação. Prossegue com o estudo dos canais de desvanecimento η - μ e κ - μ com suas respectivas funções de

densidade de probabilidade e termina definindo a probabilidade média de erro de símbolo para os canais de desvanecimento mencionados acima.

2.3.1 Preliminares sobre canais de desvanecimento

Em canais de rádio sem fio, um sinal do transmissor pode atingir a antena do receptor por vários caminhos diferentes. A onda eletromagnética transmitida pode ser refletida, difratada e espalhada por edifícios ao redor e pelo relevo do terreno no caso de comunicações de rádio móveis, ou pela troposfera e ionosfera no caso de comunicações de rádio de longa distância. Como resultado, o sinal capturado pela antena do receptor é um sinal composto que consiste nesses sinais multicaminho. Às vezes, pode haver um sinal LoS quando não há obstáculos entre o transmissor e o receptor, ou nLoS caso contrário.

Os sinais multicaminho chegam ao receptor com atrasos e amplitudes ligeiramente diferentes. Esses diferentes atrasos se traduzem em diferentes fases de onda. Esse fenômeno é chamado de desvanecimento. Variações nas propriedades do meio de propagação, como ocorrência de chuva ou neve, também podem causar desvanecimento. O multicaminho também pode causar interferência, mesmo em termos de erros de decodificação em transmissões digitais. O fenômeno de desvanecimento introduz flutuações aleatórias na amplitude e fase dos sinais transmitidos por canais sem fio. Esses efeitos levam à degradação do desempenho dos sistemas de comunicação devido ao aumento das taxas de erro, conforme atestado na referência (4).

De acordo com a referência (37), existem dois tipos de efeitos de desvanecimento que caracterizam as comunicações móveis: desvanecimento em larga escala e desvanecimento em pequena escala. O desvanecimento em larga escala representa a potência média do sinal em relação ao tempo em grandes áreas. É mostrado na Figura 2.7 no bloco 2. As principais causas do desvanecimento em larga escala são perdas de caminho devido a obstruções em colinas, vales, edifícios etc. Esse tipo de obstáculo causa sombras entre o transmissor e o receptor. O desvanecimento em pequena escala apresenta a mudança de potência do sinal experimentada em pequenas distâncias da ordem de poucos comprimentos de onda entre o transmissor e o receptor. É mostrado no bloco 3 da Figura 2.7.

Existem muitos fatores que afetam o desvanecimento em pequena escala, como propagação de múltiplos caminhos, desvio Doppler etc. O desvanecimento em pequena escala é subcategorizado com base em dois parâmetros, a saber, a dispersão temporal ou a dispersão Doppler (blocos 4 e 5, respectivamente, da Figura 2.7). Na dispersão temporal, há a subclassificação em desvanecimento plano e desvanecimento seletivo de frequência (blocos 6 e 7, respectivamente, da Figura 2.7).

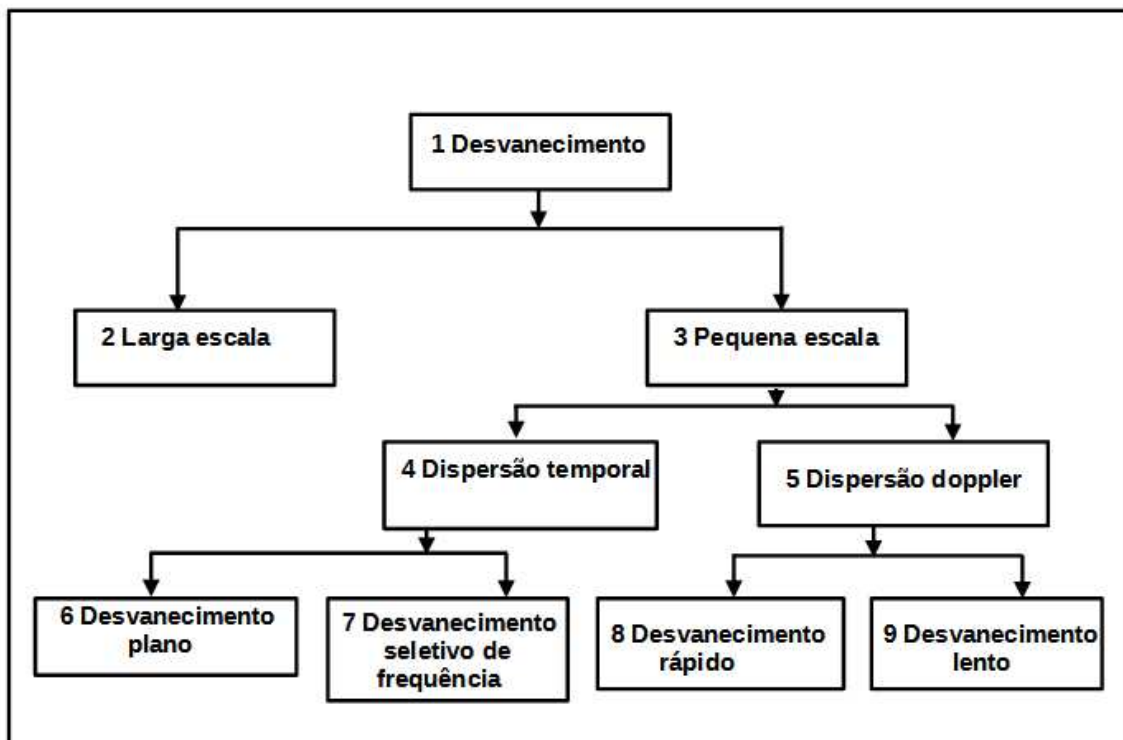
Ao contrário do desvanecimento seletivo de frequência, o desvanecimento plano ocorre onde a largura de banda de coerência é maior do que a largura de banda do sinal. A largura

de banda de coerência define o intervalo de frequência sobre o qual duas frequências de sinal provavelmente experimentarão o desvanecimento comparável.

Da mesma forma, com base na dispersão Doppler, o desvanecimento em pequena escala é classificado como desvanecimento rápido e desvanecimento lento nos blocos 8 e 9, respectivamente, da Figura 2.7. Sempre que o tempo de coerência do canal for menor que o período de tempo do símbolo, o sinal experimentará um desvanecimento rápido e, da mesma forma, se o período de tempo do símbolo for menor que o tempo de coerência do canal, ele causará um desvanecimento lento.

O tempo de coerência pode ser definido como a duração do tempo durante o qual a resposta ao impulso é considerada não variável.

Figura 2.7: Classificação de desvanecimento.



Referência: (37).

2.3.2 Canal de desvanecimento $\eta-\mu$

A distribuição $\eta-\mu$ (18) é uma distribuição de desvanecimento geral que pode ser usada para representar melhor a variação de pequena escala do sinal de desvanecimento em uma condição fora da linha de visada. Enquanto o parâmetro μ caracteriza o número de clusters de múltiplos percursos, o parâmetro η representa a razão entre as potências das componentes em fase e em quadratura. Pode aparecer em dois formatos diferentes, para os quais são encontrados dois modelos físicos correspondentes. Porém, em termos

matemáticos, um formato pode ser obtido de outro pela relação $\eta_{\text{Formato 2}} = \frac{1-\eta_{\text{Formato 1}}}{1+\eta_{\text{Formato 1}}}$ ou equivalentemente $\eta_{\text{Formato 1}} = \frac{1-\eta_{\text{Formato 2}}}{1+\eta_{\text{Formato 2}}}$, onde $0 < \eta_{\text{Formato 1}} < \infty$ é o parâmetro η no Formato 1, e $-1 < \eta_{\text{Formato 2}} < 1$ é o parâmetro η no Formato 2.

No Formato 1, $0 < \eta < \infty$ é a razão de potência de onda espalhada entre os componentes em fase e em quadratura de cada cluster de multipercurso. Nesse caso, definimos $h = (2 + \eta^{-1} + \eta)/4$ e $H = (\eta^{-1} - \eta)/4$. Notamos que dentro de $0 < \eta \leq 1$, temos $H \geq 0$. Por outro lado, dentro de $0 < \eta^{-1} \leq 1$, temos $H \leq 0$.

No Formato 2, $-1 < \eta < 1$ é o coeficiente de correlação entre os componentes em fase e quadratura da onda espalhada de cada cluster de caminhos múltiplos. Nesse caso, definimos $h = 1/(1 - \eta^2)$ e $H = \eta/(1 - \eta^2)$. Notamos que dentro de $0 \leq \eta < 1$, temos $H \geq 0$. Por outro lado, dentro $-1 < \eta \leq 0$, temos $H \leq 0$.

O modelo de desvanecimento para a distribuição η - μ Formato 1 considera um sinal composto por clusters de ondas multipercursos propagando-se em um ambiente não homogêneo. Dentro de qualquer cluster, as fases das ondas espalhadas são aleatórias e têm tempos de atraso semelhantes, com os espaçamentos de tempo de atraso de diferentes aglomerados sendo relativamente grandes. Os componentes em fase e em quadratura do sinal de desvanecimento dentro de cada cluster são considerados independentes uns dos outros e têm potências diferentes. Assim como no Formato 1, o modelo de desvanecimento para a distribuição η - μ Formato 2 considera um sinal composto por clusters de ondas multipercursos propagando-se em um ambiente não homogêneo. Dentro de qualquer cluster, as fases das ondas espalhadas são aleatórias e têm tempos de atraso semelhantes, com intervalos de tempo de atraso de diferentes clusters sendo relativamente grandes. Presume-se que os componentes em fase e em quadratura do sinal de desvanecimento dentro de cada cluster tenham potências idênticas e sejam correlacionados entre si. A PDF em função de γ , considerando o desvanecimento η - μ , é dada, de acordo com (38), por:

$$p(\gamma) = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}\gamma^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\bar{\gamma}^{\mu+\frac{1}{2}}} \cdot \exp\left(-2\mu h\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right), \quad (2.59)$$

onde h e H são constantes, Γ é a função Gama, e $I_{\mu-\frac{1}{2}}$ é a função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem $\mu - \frac{1}{2}$. De acordo com (39) (p.375, Eq. 9.6.7) temos:

$$I_{\mu-\frac{1}{2}}(z) \approx \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Gamma\left(\mu + \frac{1}{2}\right)}, \quad (2.60)$$

onde $\mu - \frac{1}{2}$ não é um inteiro negativo.

Substituindo (2.60) em (2.59), com $z = 2\mu H\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}$, encontramos:

$$p(\gamma) \approx \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{2\mu}h^{\mu}\gamma^{2\mu-1}}{\Gamma(\mu)\Gamma\left(\mu + \frac{1}{2}\right)\bar{\gamma}^{2\mu}} \exp\left(-2\mu h\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right). \quad (2.61)$$

A distribuição η - μ é uma distribuição de desvanecimento geral que inclui as distribuições Hoyt (Nakagami- q), a Gaussiana unilateral, a Rayleigh e, mais geralmente, a Nakagami- m como casos especiais. A distribuição Hoyt (ou Nakagami- q) pode ser obtida a partir da distribuição η - μ de maneira exata definindo $\mu = 0,5$. Neste caso, o parâmetro Hoyt (ou Nakagami- q) é dado por $b = -(1 - \eta)/(1 + \eta)$, ou $q^2 = \eta$, no Formato 1. Já no Formato 2 temos $b = -\eta$, ou $q^2 = (1 - \eta)/(1 + \eta)$. A partir deles, a distribuição Gaussiana Unilateral é obtida para $\eta \rightarrow 0$ ou $\eta \rightarrow \infty$ no Formato 1, ou $\eta \rightarrow \pm 1$ no Formato 2. Da mesma forma, a distribuição de Rayleigh é obtida de maneira exata para $\mu = 0,5$ e definindo $\eta = 1$ no Formato 1, ou $\eta = 0$ no Formato 2. A distribuição de Nakagami- m pode ser obtida de forma exata da distribuição de η - μ para $\mu = m$ e $\eta \rightarrow 0$ ou $\eta \rightarrow \infty$ no Formato 1, ou $\eta \rightarrow \pm 1$ no Formato 2. Da mesma forma, ela pode ser obtida definindo $\mu = m/2$ e $\eta \rightarrow 1$ no Formato 1 ou $\eta \rightarrow 0$ no Formato 2. Por meio da distribuição Nakagami- m , a Gaussiana unilateral é obtida para $m = 0,5$, enquanto a distribuição Rayleigh é obtida para $m = 1$, conforme a referência (18).

2.3.3 Canal de desvanecimento κ - μ

A distribuição κ - μ é um modelo flexível e generalizado de desvanecimento em pequena escala, capaz de caracterizar tanto condições de propagação LoS quanto nLoS. Ela tem sido amplamente utilizada para descrever canais sem fio nos quais o sinal recebido é composto por múltiplos clusters de componentes de multipercurso, cada um possivelmente contendo uma onda dominante.

De acordo com (18), a PDF da SNR (Relação Sinal-Ruído) instantânea γ sob desvanecimento κ - μ é expressa como

$$p(\gamma) = \frac{\mu(1+\kappa)^{(\mu+1)/2} \gamma^{(\mu-1)/2}}{\bar{\gamma}^{(\mu+1)/2} \kappa^{(\mu-1)/2} e^{\mu\kappa}} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}\right) I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}}\right), \quad (2.62)$$

onde $\mu > 0$ corresponde ao número de clusters de multipercurso (ou ao nível de agrupamento dos componentes espalhados), $\kappa \geq 0$ representa a razão entre a potência total dos componentes dominantes e a potência das ondas espalhadas, $\bar{\gamma}$ denota a SNR média recebida, e $I_{\mu-1}(\cdot)$ é a função de Bessel modificada do primeiro tipo e ordem $\mu - 1$.

O modelo κ - μ (18) engloba diversas distribuições clássicas como casos especiais, incluindo Rice ($\kappa = K, \mu = 1$), Nakagami- m ($\kappa \rightarrow 0, \mu = m$), Rayleigh ($\kappa \rightarrow 0, \mu = 1$), e Gaussiana unilateral ($\kappa \rightarrow 0, \mu = \frac{1}{2}$). Tratamentos analíticos adicionais sobre canais de desvanecimento mistos κ - μ e η - μ podem ser encontrados em (18), destacando a importância de modelos generalizados na avaliação de desempenho.

Para facilitar a tratabilidade analítica, particularmente em integrais envolvendo a PDF, uma representação em série infinita da função de Bessel pode ser utilizada. Uma forma truncada da série infinita da função de Bessel, conforme apresentada em (39) (p.375,

Eq.9.6.10), para $z > 0$, é dada por:

$$I_{\mu-1}(z) \approx \left(\frac{z}{2}\right)^{\mu-1} \sum_{j=0}^n \frac{\left(\frac{z^2}{4}\right)^j}{j! \Gamma(\mu+j)}, \quad (2.63)$$

onde $\Gamma(\cdot)$ denota a função Gama.

Substituindo (2.63) em (2.62) com $z = 2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}}$, obtemos a seguinte aproximação para a PDF de γ :

$$p(\gamma) \approx \frac{e^{-\mu\kappa} \mu^\mu (1+\kappa)^\mu}{\bar{\gamma}^\mu} \gamma^{\mu-1} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}\right) \sum_{j=0}^n \frac{\mu^{2j} \kappa^j (1+\kappa)^j \gamma^j}{j! \Gamma(\mu+j) \bar{\gamma}^j}. \quad (2.64)$$

De acordo com a referência (4), a (SEP) $\bar{P}_e$ para modulação M -QAM pode ser avaliada pela média da probabilidade de erro de símbolo $P_e(\gamma)$ para uma amplitude fixa z em todo o intervalo de z , ou seja,

$$\bar{P}_e = \int_0^\infty P_e(\gamma) p(\gamma) d\gamma, \quad (2.65)$$

onde

$$\gamma = z^2 \frac{E_s}{N_0} \quad (2.66)$$

é a relação sinal-ruído instantânea com desvanecimento para um valor particular de z , e no integrando, $P_e(\gamma)$ é a probabilidade de erro de símbolo condicionada a um γ fixo, Finalmente, $p(\gamma)$ é a PDF da relação sinal-ruído para um determinado canal de transmissão com desvanecimento, como função de γ .

A partir dessa fundamentação, o Capítulo 3 descreve os objetivos gerais e específicos que orientam o desenvolvimento das expressões analíticas aproximadas em forma fechada para a SEP da modulação M -QAM cruzada, detalhadas posteriormente no Capítulo 4.

CAPÍTULO 3

OBJETIVOS

São apresentados, neste capítulo, os objetivos gerais e específicos desta tese.

3.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é investigar de forma abrangente o desempenho da modulação M -QAM cruzada em modelos generalizados η - μ e κ - μ . Para tanto, propõe-se deduzir expressões analíticas aproximadas em forma fechada para a SEP, validar tais expressões por meio de simulações computacionais e confrontá-las, quando possível, com dados experimentais reportados na literatura, assegurando sua aplicabilidade em cenários de ondas milimétricas, típicos de sistemas de comunicação 5G e 6G.

3.2 Objetivos Específicos

Com base no objetivo geral, são definidos os seguintes objetivos específicos:

- Justificar a necessidade de modelos generalizados, destacando que as condições de propagação em ondas milimétricas são marcadas por múltiplos percursos, pela presença de componentes dominantes e por dispersão angular, as quais não podem ser representadas de forma precisa apenas pelos modelos clássicos.
- Investigar o desempenho da constelação M -QAM cruzada sob os modelos η - μ e κ - μ , deduzindo expressões analíticas em forma fechada aproximadas para a SEP e analisando a influência dos parâmetros η , κ e μ na robustez do sistema frente às variações do canal, levando em consideração cenários com diferentes combinações LoS, nLoS e polarizações de antenas, típicos de comunicações em ondas milimétricas.

- Validar os resultados teóricos por meio de simulações, assegurando que as expressões propostas apresentem boa aderência com os resultados numéricos, de modo a comprovar a aplicabilidade prática das formulações desenvolvidas.
- Confrontar, quando possível, os resultados com dados experimentais, de forma a verificar a aderência dos modelos teóricos às condições reais de propagação, fortalecendo a relevância prática das análises realizadas.

CAPÍTULO 4

EXPRESSÕES ANALÍTICAS APROXIMADAS EM FORMAS FECHADAS PARA A SEP

Expressões analíticas aproximadas em formas fechadas para a probabilidade média de erro de símbolo $\overline{P_e}$ podem ser encontradas na literatura, como na referência (11). Entretanto, essas expressões geralmente dependem de integrais. Até onde sabemos, não existe uma expressão composta apenas por funções elementares e sem integrais para $\overline{P_e}$ nos modelos de η - μ e κ - μ . A contribuição está precisamente nesse ponto e, neste capítulo, serão deduzidas tais expressões para a modulação QAM cruzada nesses canais em duas subseções.

4.1 Dedução da expressão analítica aproximada em forma fechada para a SEP na constelação M -QAM cruzada sobre o canal de desvanecimento η - μ

Substituindo a $P_e(\gamma)$ para a constelação M -QAM cruzada dada em (2.58), e $p(\gamma)$ para o canal de desvanecimento η - μ apresentado em (2.61), em $\overline{P_e}$ dada em (2.65), obtemos

$$\overline{P_e} \approx \frac{2\sqrt{\pi}h^\mu\mu^{2\mu}}{\Gamma(\mu)\Gamma(\mu+\frac{1}{2})\bar{\gamma}^{2\mu}} (AX - BY), \quad (4.1)$$

onde:

$$A = \left(2 - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right), \quad (4.2)$$

$$B = \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right), \quad (4.3)$$

X e Y são, respectivamente, definidos como:

$$X = \int_0^\infty \operatorname{erfc}(k\sqrt{\gamma}) \gamma^{2\mu-1} \exp\left(-2\mu h \frac{\gamma}{\gamma}\right) d\gamma, \quad (4.4)$$

$$Y = \int_0^\infty \operatorname{erfc}^2(k\sqrt{\gamma}) \gamma^{2\mu-1} \exp\left(-2\mu h \frac{\gamma}{\gamma}\right) d\gamma, \quad (4.5)$$

em que k é um fator de escala definido em (2.56).

Inicialmente, o termo X é determinado pela substituição da mudança de variáveis dada abaixo:

$$\gamma = \frac{x^2}{k^2} \Rightarrow d\gamma = \frac{2x}{k^2} dx. \quad (4.6)$$

Esta substituição altera os limites de integração de $\gamma = 0$ (correspondente a $x = 0$) para $\gamma = \infty$ (correspondente a $x = \infty$). Assim, podemos então reescrever o termo X como:

$$X = \frac{2}{k^{4\mu}} \int_0^\infty \operatorname{erfc}(x) x^{4\mu-1} \exp\left(-\frac{2\mu h}{k^2\gamma} x^2\right) dx. \quad (4.7)$$

Conforme mencionado em (40), a função de erro complementar é aproximada por:

$$\operatorname{erfc}(x) \approx \frac{\exp(-x^2)}{6} + \frac{\exp(-\frac{4}{3}x^2)}{2}. \quad (4.8)$$

Desta forma,

$$X \approx \frac{1}{3k^{4\mu}} \int_0^\infty x^{4\mu-1} e^{-\frac{2\mu h + k^2\gamma}{k^2\gamma} x^2} dx + \frac{1}{k^{4\mu}} \int_0^\infty x^{4\mu-1} e^{-\frac{6\mu h + 4k^2\gamma}{3k^2\gamma} x^2} dx. \quad (4.9)$$

Na referência (41) encontramos as integrais acima em termos da função Γ :

$$\int_0^\infty x^{2m} \exp(-\beta x^{2n}) dx = \frac{\Gamma(v)}{2n\beta^v}, \quad (4.10)$$

onde $v = \frac{2m+1}{2n}$.

Comparando as equações (4.9) e (4.10), obtém-se: $n = 1$, $v = \frac{(4\mu-1)+1}{2} = 2\mu$, $\beta_1 = \frac{2\mu h + k^2\gamma}{k^2\gamma}$ e $\beta_2 = -\frac{6\mu h + 4k^2\gamma}{3k^2\gamma}$. Portanto, a equação (4.9) resulta em:

$$X \approx \frac{\Gamma(2\mu)\gamma^{2\mu}}{2} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2\mu h + k^2\gamma} \right)^{2\mu} + \left(\frac{3}{6\mu h + 4k^2\gamma} \right)^{2\mu} \right]. \quad (4.11)$$

O termo Y pode ser encontrado considerando a mesma substituição de variáveis apresentada em (4.6) e pode ser reescrito como:

$$Y = \frac{2}{k^{4\mu}} \int_0^\infty \operatorname{erfc}^2(x) x^{4\mu-1} \exp\left(-\frac{2\mu h}{k^2\gamma} x^2\right) dx. \quad (4.12)$$

Elevando a expressão (4.8) ao quadrado temos:

$$\operatorname{erfc}^2(x) \approx \frac{\exp(-2x^2)}{36} + \frac{\exp(-\frac{7}{3}x^2)}{6} + \frac{\exp(-\frac{8}{3}x^2)}{4}, \quad (4.13)$$

e aplicamos esta aproximação à equação (4.12) obtendo:

$$\begin{aligned} Y &\approx \frac{1}{18k^{4\mu}} \int_0^\infty x^{4\mu-1} \exp\left(-\frac{2\mu h+2k^2\bar{\gamma}}{k^2\bar{\gamma}}x^2\right) dx \\ &\quad + \frac{1}{3k^{4\mu}} \int_0^\infty x^{4\mu-1} \exp\left(-\frac{6\mu h+7k^2\bar{\gamma}}{3k^2\bar{\gamma}}x^2\right) dx \\ &\quad + \frac{1}{2k^{4\mu}} \int_0^\infty x^{4\mu-1} \exp\left(-\frac{6\mu h+8k^2\bar{\gamma}}{3k^2\bar{\gamma}}x^2\right) dx. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Usando a integral definida na equação (4.10) novamente, a equação (4.14) resulta em:

$$Y \approx \frac{\Gamma(2\mu)\bar{\gamma}^{2\mu}}{2} \left[\frac{1}{18} \left(\frac{1}{2\mu h+2k^2\bar{\gamma}} \right)^{2\mu} + \frac{1}{3} \left(\frac{3}{6\mu h+7k^2\bar{\gamma}} \right)^{2\mu} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{6\mu h+8k^2\bar{\gamma}} \right)^{2\mu} \right]. \quad (4.15)$$

Substituindo as equações (4.11) e (4.15) em (4.1), obtemos a expressão analítica aproximada em forma fechada para SEP na constelação M -QAM cruzada sobre o canal de desvanecimento η - μ , conforme apresentado em (4.16):

$$\begin{aligned} \bar{P}_e &= \frac{\sqrt{\pi}h^\mu\mu^{2\mu}\Gamma(2\mu)}{\Gamma(\mu)\Gamma(\mu+\frac{1}{2})} \left(2 - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}} \right) \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2\mu h+k^2\bar{\gamma}} \right)^{2\mu} + \left(\frac{3}{6\mu h+4k^2\bar{\gamma}} \right)^{2\mu} \right] \\ &\quad - \frac{\sqrt{\pi}h^\mu\mu^{2\mu}\Gamma(2\mu)}{\Gamma(\mu)\Gamma(\mu+\frac{1}{2})} \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}} \right) \left[\frac{1}{18} \left(\frac{1}{2\mu h+2k^2\bar{\gamma}} \right)^{2\mu} + \frac{1}{3} \left(\frac{3}{6\mu h+7k^2\bar{\gamma}} \right)^{2\mu} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{6\mu h+8k^2\bar{\gamma}} \right)^{2\mu} \right] \end{aligned} \quad (4.16)$$

4.2 Dedução da expressão analítica aproximada em forma fechada para a SEP na constelação M -QAM cruzada sobre o canal de desvanecimento κ - μ

Aplicando $P_e(\gamma)$ para a constelação M -QAM cruzada dada em (2.58), e $p(\gamma)$ para o modelo de desvanecimento κ - μ apresentado em (2.64), a $\bar{P}_e$ dado em (2.65), obtemos:

$$\bar{P}_e(\bar{\gamma}) \approx \frac{e^{-\mu\kappa}\mu^\mu(1+\kappa)^\mu}{\bar{\gamma}^\mu} \sum_{j=0}^n \left(\frac{\mu^{2k}\kappa^j(1+\kappa)^j\gamma^j}{j!\Gamma(\mu+j)\bar{\gamma}^j} (AX - BY) \right), \quad (4.17)$$

onde

$$A = \left(2 - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}} \right), \quad (4.18)$$

$$B = \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}} \right) \quad (4.19)$$

e X e Y são definidos, respectivamente, como

$$X = \int_0^\infty \operatorname{erfc}(k\sqrt{\gamma}) \gamma^{j+\mu-1} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma, \quad (4.20)$$

$$Y = \int_0^\infty \operatorname{erfc}^2(k\sqrt{\gamma}) \gamma^{j+\mu-1} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma, \quad (4.21)$$

Com a mesma mudança de variáveis 4.6, podemos reescrever o termo X como:

$$X = \frac{2}{k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty \operatorname{erfc}(x) x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)}{k^2\bar{\gamma}} x^2\right) dx. \quad (4.22)$$

Com a mesma aproximação dada por 4.8 temos:

$$\begin{aligned} X \approx & \frac{1}{3k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)+k^2\bar{\gamma}}{k^2\bar{\gamma}} x^2\right) dx \\ & + \frac{1}{k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{3\mu(1+\kappa)+4k^2\bar{\gamma}}{3k^2\bar{\gamma}} x^2\right) dx. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Utilizamos a mesma integral definida pela equação 4.10, obtemos:

$$X \approx \frac{\Gamma(\mu+j)}{2} \bar{\gamma}^{\mu+j} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{\mu(1+\kappa)+k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} + \left(\frac{3}{3\mu(1+\kappa)+4k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} \right]. \quad (4.24)$$

O termo Y pode ser encontrado considerando a mesma substituição de variável apresentada em 4.6 e pode ser reescrito como

$$Y = \frac{2}{k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty \operatorname{erfc}^2(x) x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)}{k^2\bar{\gamma}} x^2\right) dx. \quad (4.25)$$

Utilizando a aproximação 4.13 e substituindo na equação (4.25) obtemos:

$$\begin{aligned} Y \approx & \frac{1}{18k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)+2k^2\bar{\gamma}}{k^2\bar{\gamma}} x^2\right) dx \\ & + \frac{1}{3k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{3\mu(1+\kappa)+7k^2\bar{\gamma}}{3k^2\bar{\gamma}} x^2\right) dx \\ & + \frac{1}{2k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{3\mu(1+\kappa)+8k^2\bar{\gamma}}{3k^2\bar{\gamma}} x^2\right) dx. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Utilizando novamente a integral definida em (4.10), a aproximação (4.26) obtemos:

$$Y \approx \frac{\Gamma(\mu+j)\bar{\gamma}^{\mu+j}}{2} \left[\frac{1}{18} \left(\frac{1}{\mu(1+\kappa)+2k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} + \frac{1}{3} \left(\frac{3}{3\mu(1+\kappa)+7k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{3\mu(1+\kappa)+8k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} \right] \quad (4.27)$$

Aplicando as equações (4.27) e (4.24) em (4.17), obtemos a expressão analítica aproximada em forma fechada para a SEP da constelação M -QAM cruzada sobre o canal de

desvanecimento $\kappa-\mu$, como apresentado em (4.28).

$$\begin{aligned} \overline{P}_e(\overline{\gamma}) \approx \frac{e^{-\mu\kappa}\mu^\mu(1+\kappa)^\mu}{2} \sum_{j=0}^n \left\{ \frac{\kappa^j \mu^{2j} (1+\kappa)^j}{j!} \left[\left(2 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{M}} \right) \left(\frac{1}{3} \left(\frac{1}{\mu(1+\kappa)+k^2\overline{\gamma}} \right)^{\mu+j} + \left(\frac{3}{3\mu(1+\kappa)+4k^2\overline{\gamma}} \right)^{\mu+j} \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{M}} \right) \left(\frac{1}{18} \left(\frac{1}{\mu(1+\kappa)+2k^2\overline{\gamma}} \right)^{\mu+j} + \frac{1}{3} \left(\frac{3}{3\mu(1+\kappa)+7k^2\overline{\gamma}} \right)^{\mu+j} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{3\mu(1+\kappa)+8k^2\overline{\gamma}} \right)^{\mu+j} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.28)$$

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 No canal de desvanecimento $\eta-\mu$

Neste trabalho, utilizamos os resultados de medições obtidos em (24) para validar o desempenho dos esquemas de modulação QAM cruzada em bandas de ondas milimétricas. As medições de canal em (24) foram realizadas em um laboratório do Instituto de Pesquisa iTEAM da Universidade Politécnica de Valência, Espanha. As dimensões do laboratório são 13,5 m de comprimento, 7 m de largura e 2,6 m de altura. O ambiente é caracterizado pela riqueza de ondas multipercurso com espalhamentos e reflexões, devido a equipamentos de radiofrequência, armários metálicos, várias bancadas de trabalho, mesas equipadas com dispositivos eletrônicos e cadeiras, entre outros. A resposta do canal foi quantificada no domínio da frequência utilizando um analisador vetorial de redes (VNA) Keysight PNAN5227, empregado como *channel sounder* (sondador de canal), com antenas Q-PAR de banda ultralarga, polarização vertical e padrão omnidirecional. A antena receptora, posicionada para simular um arranjo retangular uniforme, fazia parte de um sistema para avaliação detalhada do comportamento do canal. As medições permitiram o exame e a comparação do comportamento do canal nas bandas de 26, 28 e 39 GHz sob condições idênticas.

Em (24), as medições foram conduzidas em várias posições distintas, abrangendo seis diferentes cenários, e a modelagem do desvanecimento de curta duração foi realizada para diversas distribuições por meio do método dos mínimos quadrados não lineares, incluindo a distribuição $\eta-\mu$, que é de particular interesse para este trabalho. Neste estudo, focamos especificamente nos resultados obtidos para três destes seis cenários (2, 3 e 5). Os Cenários 2 e 3 envolvem um espaçamento de 7,78 metros entre as antenas transmissora e receptora, com medições realizadas sob condições LoS e nLoS, respectivamente. O Cenário 5 envolve condições LoS com um espaçamento de 4,91 metros entre as antenas.

Estes três cenários foram selecionados por cobrirem tanto condições LoS quanto nLoS, além de representarem as distâncias máxima e mínima entre Tx-Rx da campanha de medições. A Tabela 5.1, parcialmente extraída de (24), apresenta os resultados de ajuste para os Cenários 2, 3 e 5 utilizando o modelo de desvanecimento η - μ .

Tabela 5.1: Resultados de ajuste obtidos para os Cenários 2, 3 e 5 considerando a distribuição η - μ .

Cenário	Frequência [GHz]	η	μ	NMSE [dB]
2 - LoS	26	1	1,17	-24,29
	28	1,39	1,08	-32,90
	39	≈ 1	1,21	-26,29
3 - nLoS	26	≈ 1	1,02	-28,88
	28	≈ 1	1,06	-30,81
	39	≈ 1	0,99	-36,84
5 - LoS	26	≈ 1	1,39	-25,90
	28	≈ 1	1,94	-24,25
	39	≈ 1	1,38	-20,92

Fonte: Parcialmente obtida de (24).

Os resultados da Tabela 5.1 demonstram que a distribuição η - μ apresenta boa aderência aos dados práticos, com o erro quadrático médio normalizado (NMSE) consistentemente abaixo de -20 dB e, em alguns casos, ainda menor que -36 dB. A partir de novas conclusões extraídas dos resultados da Tabela 5.1 (não incluídas em (24)), é possível verificar que, em quase todos os casos, $\eta \approx 1$, indicando um equilíbrio de potência entre as componentes em fase e em quadratura do sinal recebido. O valor de μ , relacionado ao número de clusters de multipercurso, tende a ser maior para o Cenário 2 (LoS) em comparação ao Cenário 3 (nLoS), apesar de ambos apresentarem uma separação Tx-Rx de 7,78 m. Além disso, no Cenário 5, que também apresenta condições LoS, mas com uma separação Tx-Rx menor (4,91 m), os valores médios de μ aumentam ainda mais em relação aos dois cenários anteriores. Isso sugere que, embora a distribuição η - μ não modele explicitamente o caminho LoS, ela efetivamente captura o efeito LoS por meio do aumento do fator μ .

Curiosamente, no Cenário 2 a 28 GHz, apesar de ser uma condição LoS, o valor de μ igual a 1,08 foi menor do que nos outros dois valores de frequência avaliados, e o valor de $\eta = 1,39$ indica um desequilíbrio de potência entre as componentes em fase e em quadratura no ambiente. Isso sugere uma condição de propagação mais desafiadora em comparação às frequências de 26 GHz e 39 GHz no mesmo cenário. Conjectura-se que, neste caso específico (Cenário 2, 28 GHz), apesar da presença de um caminho direto de linha de visada, componentes de multipercurso causadas por reflexões, difrações e

espalhamentos de objetos no ambiente de medição provavelmente criaram caminhos secundários com intensidades comparáveis ao caminho principal, mas com diferentes fases, levando a esse desequilíbrio de potência.

Para avaliar o desempenho da modulação M -QAM cruzada operando em um ambiente interno de ondas milimétricas, um sistema de comunicação com tal modulação foi desenvolvido e simulado em MATLAB. O sistema inclui um transmissor que gera N símbolos aleatórios a partir da constelação M -QAM. O canal entre Tx e Rx é modelado como um canal de desvanecimento lento η - μ , assumido como praticamente constante durante o intervalo de cada símbolo, introduzindo assim um ganho multiplicativo na envoltória dos símbolos recebidos¹. Um vetor de ruído gaussiano complexo circularmente simétrico com média zero e variância $\frac{N_0}{2}$, dependente da relação sinal-ruído configurada, é adicionado ao vetor de símbolos transmitidos, já ponderado pelo ganho do canal. O receptor é implementado com um *equalizador zero-forcing* na entrada, seguido de um sistema de detecção por máxima verossimilhança. A estimativa da SEP é realizada dividindo-se o número de símbolos detectados incorretamente pelo total de símbolos transmitidos. Todas as curvas de desempenho apresentadas nesta seção foram geradas com $\frac{E_b}{N_0}$ variando de 0 dB a 50 dB, considerando-se, para cada ponto, a transmissão de $N = 10^8$ símbolos.

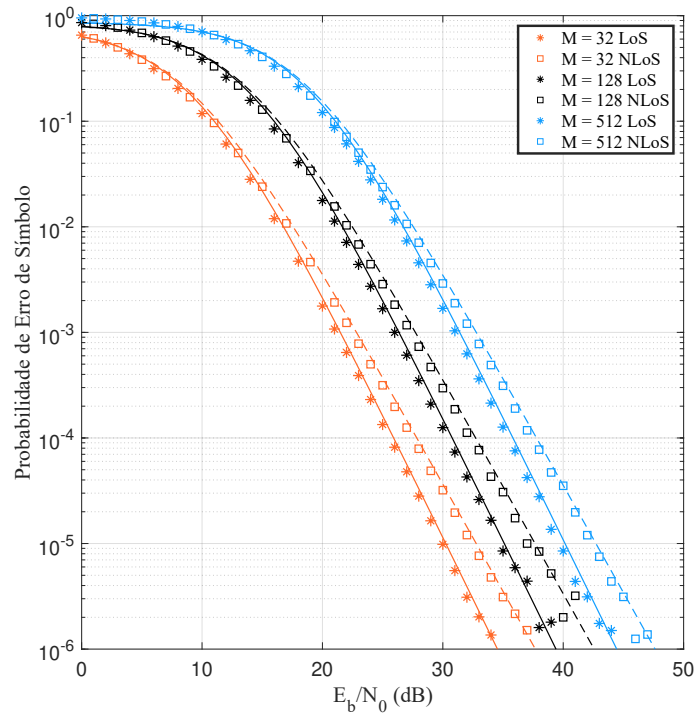
O sistema desenvolvido foi inicialmente simulado para $M = 32, 128$ ou 512 , considerando um canal η - μ com os valores de η e μ apresentados na Tabela 5.1 para os Cenários 2 (LoS) e 3 (nLoS). O $\overline{P_e}$ estimado (marcas) nas frequências de 26, 28 e 39 GHz é mostrado nas Figuras 5.1, 5.2 e 5.3, juntamente com as curvas teóricas para o Cenário 2 (linhas contínuas) e Cenário 3 (linhas tracejadas), obtidas usando a equação (4.16) para cada caso avaliado.

Analisando os resultados apresentados nas Figuras 5.1, 5.2 e 5.3, observa-se que as curvas teóricas e simuladas apresentam forte aderência em todos os casos simulados, validando a equação proposta (4.16) neste trabalho. Como esperado, para ambos os cenários e todas as frequências, o aumento da ordem de modulação resulta em um aumento de $\overline{P_e}$. Também é notável que o desempenho se torna bastante crítico em todos os casos avaliados, pois alcançar $\overline{P_e} < 10^{-6}$ não é viável sem um $\frac{E_b}{N_0} > 33$ dB para $M = 32$ e $\frac{E_b}{N_0} > 43$ dB para $M = 512$. Valores tão altos de E_b/N_0 raramente são atingíveis em situações reais, ressaltando a importância de empregar codificação de canal robusta para mitigar esse problema e garantir a qualidade de serviço ao usuário final.

Comparando os resultados obtidos para condições LoS e nLoS, é evidente que, para todos os valores de M , os cenários LoS fornecem desempenho significativamente melhor do que os cenários nLoS. Isso é esperado, pois em condições LoS as variações do sinal são menos pronunciadas, mantendo um nível médio de sinal recebido mais estável. Uma exceção foi observada em 28 GHz, onde o desempenho no Cenário 2 (LoS) foi semelhante

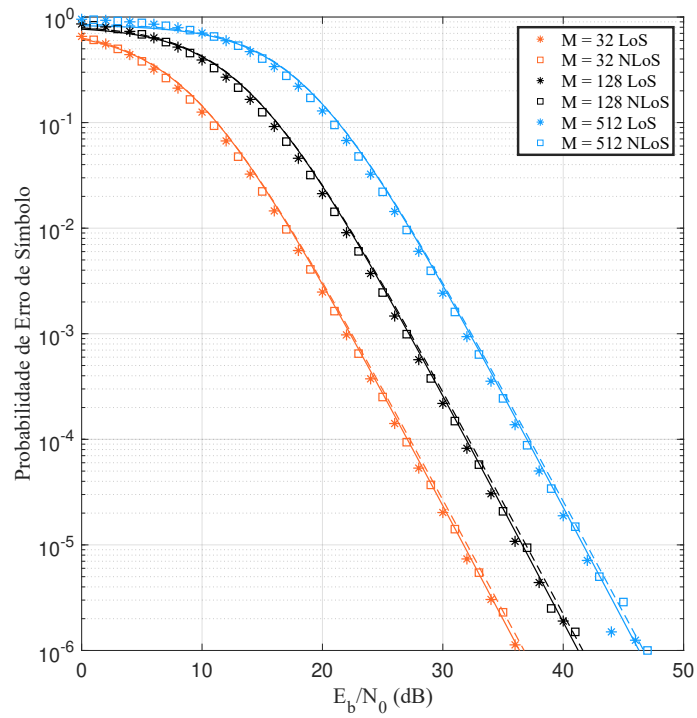
¹Para simplificação, as amostras aleatórias correspondentes ao ganho do canal são geradas no MATLAB usando o método de *Inverse Transform sampling*.

Figura 5.1: Cenários 2 LoS e 3 nLoS, ambos com separação Tx-Rx de 7,78 m e 26 GHz.



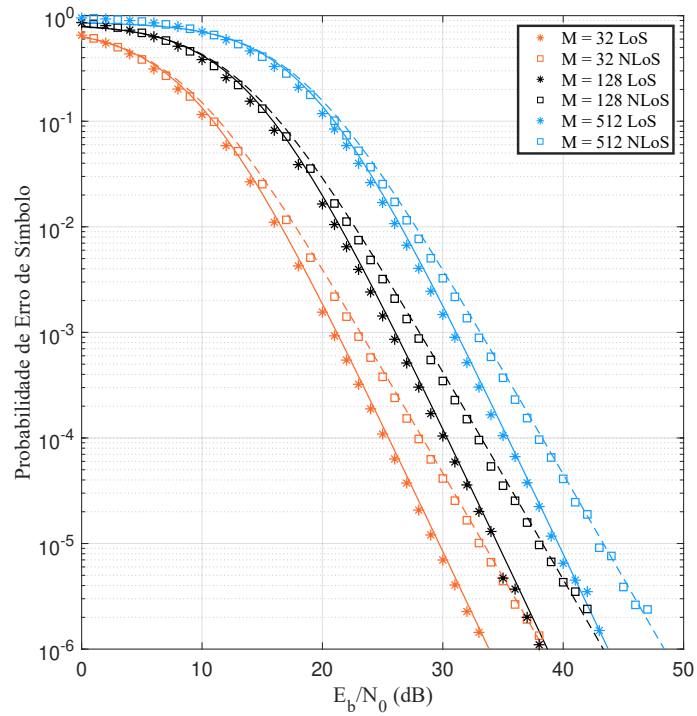
Referência: Elaborado pelo autor.

Figura 5.2: Cenários 2 LoS e 3 nLoS, ambos com separação Tx-Rx de 7,78 m e 28 GHz.



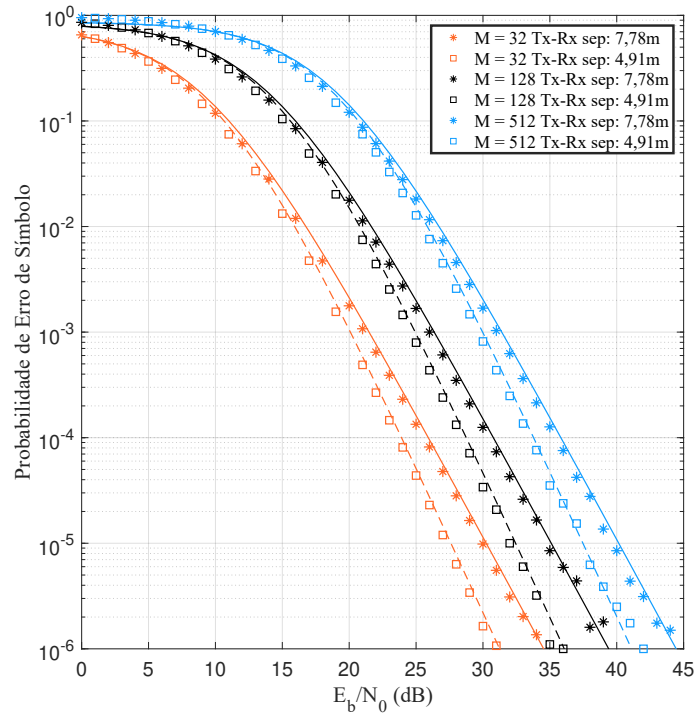
Referência: Elaborado pelo autor.

Figura 5.3: Cenários 2 LoS e 3 nLoS, ambos com separação Tx-Rx de 7,78 m e 39 GHz.



Referência: Elaborado pelo autor.

Figura 5.4: Cenário 2 LoS (separação Tx-Rx de 7,78 m) e Cenário 5 LoS (separação Tx-Rx de 4,91 m), a 26 GHz.



Referência: Elaborado pelo autor.

ao do Cenário 3 (nLoS). Essa similaridade é atribuída à modelagem do canal no Cenário 2 a 28 GHz, que captura o efeito de um desequilíbrio de potência entre as componentes em fase e em quadratura do sinal ($\eta = 1,39$) e um baixo valor de μ de 1,08, tornando este cenário tão crítico quanto a condição nLoS. Isso foi previamente discutido na análise da Tabela 5.1. Outra conclusão importante e não óbvia, que pode ser obtida a partir de uma análise cuidadosa dos resultados nas Figs. 5.1, 5.2 e 5.3, é que o aumento da frequência não leva necessariamente a um aumento na probabilidade de erro. Isso pode ser observado avaliando as curvas para a mesma modulação no mesmo cenário nos três gráficos (26, 28 e 39 GHz). Por exemplo, considerando as curvas para a modulação 128-QAM no Cenário 2 (com a curva teórica representada pela linha contínua preta), observa-se que, para alcançar $\overline{P_e} < 10^{-6}$, é necessário um $\frac{E_b}{N_0}$ maior que ≈ 39 dB a 26 GHz, enquanto que a 28 GHz, $\frac{E_b}{N_0}$ deve ser maior que ≈ 41 dB, e a 39 GHz, $\frac{E_b}{N_0}$ deve ser maior que ≈ 38 dB, indicando que, neste caso específico, o melhor desempenho é obtido na maior frequência. Assim, embora na prática o aumento da frequência leve a maior atenuação, isso não impacta diretamente a severidade do desvanecimento. Para comparar os resultados de $\overline{P_e}$ entre dois cenários LoS com diferentes distâncias Tx-Rx, simulações foram conduzidas para os Cenários 2 (separação Tx-Rx de 7,78 m) e 5 (separação Tx-Rx de 4,91 m) à frequência de 26 GHz. O $\overline{P_e}$ estimado para $M = 32, 128$ e 512 , juntamente com as expressões teóricas para o Cenário 2 (linhas contínuas) e Cenário 5 (linhas tracejadas), é apresentado na Figura 5.4.

Analisando a Figura 5.4, pode-se concluir que, para qualquer valor de M , a operação no Cenário 5, com distância LoS mais curta, resulta em menor $\overline{P_e}$ em comparação ao Cenário 2. Isso ocorre porque quanto mais próximo o transmissor estiver do receptor sem obstáculos entre eles, mais forte é a potência do caminho principal em relação aos caminhos secundários no ambiente. Consequentemente, isso reduz a variação do sinal no receptor e melhora o desempenho. Embora não mostrado aqui, também foram avaliados os Cenários 2 e 5 a 28 GHz e 39 GHz por meio de simulações, e as conclusões gerais foram consistentes com aquelas obtidas para o caso apresentado a 26 GHz.

5.2 No canal de desvanecimento $\kappa-\mu$

Nessa parte do trabalho, o modelo de canal $\kappa-\mu$ descrito em (15) é adotado para avaliar o desempenho de modulações M -QAM cruzadas na faixa de ondas milimétricas. Assim como no estudo do canal $\eta-\mu$, as medições foram realizadas no iTEAM Research Institute, Universitat Politècnica de València, Espanha, em um ambiente de laboratório caracterizado por alta densidade de superfícies refletoras e dispersoras, incluindo armários metálicos, bancadas, computadores e outros móveis. Esse ambiente rico em ondas multipercursos resulta de mecanismos de propagação com reflexões, difrações e espalhamentos. A sala do laboratório onde foram realizadas as medições possui dimensões de, aproximadamente,

13,5 m $\times$ 7 m $\times$ 2,6 m, delimitada por pisos e tetos de concreto armado e paredes de madeira e drywall.

A campanha de medições, detalhada em (15), teve como objetivo caracterizar o desvanecimento de curto prazo na faixa de 55–65 GHz. A configuração incluiu um analisador vetorial de redes (VNA), antenas com polarizações horizontal e vertical e um sistema de posicionamento XY no receptor formando uma matriz retangular uniforme (uniform rectangular array – URA). Dentre as várias configurações estudadas, os Cenários 1, 2, 3 e 4 foram selecionados para análise neste trabalho devido à sua representatividade de diferentes condições de propagação.

- **Cenário 1:** LoS com polarização cruzada (HV), distância de 3,29 m entre transmissor (Tx) e receptor (Rx). Esta configuração enfatiza os componentes difusos ao atenuar o caminho direto.
- **Cenário 2:** LoS com antenas co-polarizadas (VV) à mesma distância de 3,29 m, proporcionando forte acoplamento de antena e enfatizando o caminho direto com mínima atenuação.
- **Cenário 3:** nLoS com antenas co-polarizadas (VV) à mesma distância de 3,29 m, com um absorvedor obstruindo o LoS para emular bloqueios comuns em ambientes internos.
- **Cenário 4:** LoS favorável com polarização VV e separação reduzida de 2,77 m, resultando em um forte componente dominante.

Esses cenários abrangem uma variedade de condições de propagação, desde caminhos diretos fortes até ambientes obstruídos, fornecendo uma base abrangente para avaliar os efeitos do desvanecimento de sinal em sistemas de comunicação de alta frequência.

A Tabela 5.2, adaptada de (15), resume os parâmetros estimados do modelo de desvanecimento κ - μ para os Cenários 1, 2, 3 e 4, em frequências de operação de 55, 60 e 65 GHz. A tabela inclui: (i) o parâmetro κ ; (ii) o parâmetro μ ; e (iii) o erro quadrático médio normalizado (NMSE)², que reflete a precisão do ajuste do modelo aos dados empíricos em cada cenário avaliado.

Os resultados da Tabela 5.2 destacam as distintas características de desvanecimento em pequena escala nos quatro cenários analisados, conforme capturado pelos parâmetros estimados κ e μ da distribuição κ - μ .

No **Cenário 1** (LoS, polarização HV, 3,29 m), os valores estimados de κ são relativamente baixos (entre 0,43 e 0,84), indicando uma fraca dominância do componente LoS.

²O NMSE é calculado como $10 \log_{10} \left(\frac{\sum_i (p_{\text{meas}}(\gamma_i) - p_{\text{model}}(\gamma_i))^2}{\sum_i p_{\text{meas}}^2(\gamma_i)} \right)$, onde p_{meas} e p_{model} denotam, respectivamente, a PDF medida e ajustada. Valores mais negativos indicam melhor qualidade do ajuste.

Tabela 5.2: Resultados de ajuste obtidos para os Cenários 1, 2, 3 e 4 considerando a distribuição κ - μ .

Cenário	Frequência	κ	μ	NMSE [dB]
1 - LoS - HV - 3,29 m	55 GHz	0,43	0,99	-17,57
	60 GHz	0,84	0,85	-16,38
	65 GHz	0,77	0,98	-17,35
2 - LoS - VV - 3,29 m	55 GHz	2,92	0,96	-14,97
	60 GHz	24,47	0,19	-16,73
	65 GHz	2,66	0,83	-14,94
3 - nLoS - VV - 3,29 m	55 GHz	2,04	0,81	-17,31
	60 GHz	1,19	1,57	-16,19
	65 GHz	1,05	0,84	-16,47
4 - LoS - VV - 2,77 m	55 GHz	24,43	0,25	-21,16
	60 GHz	1,80	2,06	-19,62
	65 GHz	3,53	1,32	-17,89

Referência: (15).

Isso era esperado devido à configuração de polarização cruzada, que reduz o acoplamento das antenas e atenua o caminho direto. Os valores de μ permanecem próximos de 1 em todas as frequências, sugerindo um ambiente levemente dispersivo com número limitado de clusters de multipercurso significativos. Os valores de NMSE, variando entre -17,57 dB e -16,38 dB, refletem um bom ajuste entre o modelo e os dados medidos.

No **Cenário 2** (LoS, polarização VV, 3,29 m), os valores de κ variam significativamente, de 2,66 a 24,47, com o pico ocorrendo em 60 GHz. Esse forte componente direto resulta da configuração co-polarizada das antenas, que maximiza a recepção LoS. Notavelmente, o valor extremamente alto de $\kappa = 24,47$ combinado com $\mu = 0,19$ em 60 GHz aponta para um canal dominado quase inteiramente por um componente determinístico LoS, com mínima contribuição do multipercurso difuso. Essa configuração é fisicamente consistente com propagação altamente direta e baixo espalhamento. Os valores de NMSE, entre -16,73 dB e -14,94 dB, indicam um processo de ajuste ligeiramente mais complexo do que no Cenário 1, possivelmente devido à escassez de energia espalhada em algumas faixas de frequência.

O **Cenário 3** (nLoS, polarização VV, 3,29 m) apresenta valores de κ entre 1,05 e 2,04, consistentes com a ausência de um caminho direto, mas com a presença de fortes componentes refletidos atuando como principais contribuintes do sinal. Isso é típico em condições nLoS internas, onde reflexões de paredes ou móveis podem desempenhar o papel de um caminho LoS. Os valores de μ variam de 0,81 a 1,57, com a maior riqueza de multipercurso ocorrendo em 60 GHz. O desempenho do NMSE (-17,31 dB a -16,19 dB) permanece comparável ao dos casos LoS, sugerindo que o modelo κ - μ se adapta bem mesmo sob obstruções.

Finalmente, o **Cenário 4** (LoS, polarização VV, 2,77 m) se destaca com o maior valor médio de κ observado em todos os cenários, alcançando 24,43 em 55 GHz, juntamente com um valor extremamente baixo de $\mu = 0,25$. Isso reflete uma condição de propagação com um componente LoS fortemente dominante e um componente difuso altamente esparso ou instável, típico de enlaces de curta distância e alta diretividade. Em 60 GHz, κ cai abruptamente para 1,80 e μ aumenta para 2,06, sugerindo aumento no espalhamento devido a maior interação com superfícies ao redor. No entanto, em 65 GHz, κ sobe novamente para 3,53 enquanto μ cai para 1,32, indicando um ligeiro reequilíbrio entre os componentes dominante e espalhado. O Cenário 4 também apresenta os menores valores de NMSE entre todos os cenários (de $-21,16$ dB a $-17,89$ dB), demonstrando um excelente ajuste do modelo κ - μ nesse ambiente de propagação quase ótimo LoS.

Em resumo, os parâmetros estimados κ e μ são fisicamente coerentes com as configurações de polarização e geométricas de cada cenário. A distribuição κ - μ mostra forte capacidade de modelagem tanto em cenários LoS altamente diretivos quanto em condições nLoS mais espalhadas, como evidenciado pelos valores consistentemente baixos de NMSE.

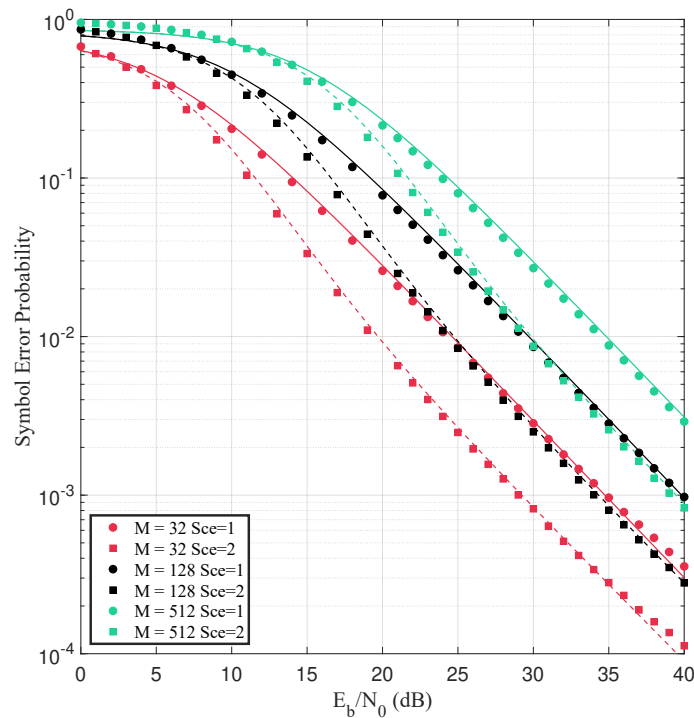
De maneira análoga ao caso do canal η - μ , o desempenho do esquema M -QAM cruzado foi avaliado por meio de simulações em MATLAB considerando um canal de desvanecimento lento κ - μ , cujos coeficientes foram gerados pelo método de *Inverse Transform Sampling*. O modelo assume que as características do canal permanecem praticamente constantes durante a transmissão de cada símbolo, sendo adicionado ruído Gaussiano branco aditivo complexo circularmente simétrico. No receptor, emprega-se um equalizador *zero-forcing*, seguido de detecção por máxima verossimilhança, e a SEP é estimada para valores de E_b/N_0 variando de 0 dB a 40 dB.

O sistema desenvolvido foi inicialmente simulado para $M = 32, 128$ e 512 , considerando um canal κ - μ com os valores de κ e μ apresentados na Tabela 5.2 para os Cenários 1 (LoS, HV) e 2 (LoS, VV). Os valores estimados de $\overline{P_e}$ (marcas) nas frequências de 55, 60 e 65 GHz são mostrados nas Figuras 5.5, 5.6 e 5.7, respectivamente, juntamente com as curvas teóricas para o Cenário 1 (linhas contínuas) e Cenário 2 (linhas tracejadas), obtidas utilizando a aproximação (4.28) para cada caso avaliado.

Analisando os resultados apresentados nas Figuras 5.5–5.7, observa-se que as curvas teóricas e simuladas apresentam forte aderência em todos os casos, validando a aproximação proposta em (4.28). Essa forte aderência foi alcançada para valores relativamente baixos de n em (4.28) ($n = 15$), devido à rápida convergência da série, cuja forma truncada é apresentada em (2.63).

Em 55 GHz (Figura 5.5), o Cenário 2 apresenta desempenho consistentemente superior na SEP para todos os valores de E_b/N_0 e ordens de modulação. Essa melhoria decorre do forte acoplamento das antenas proporcionado pela co-polarização (VV), que maximiza a recepção do componente LoS e minimiza a degradação do sinal. Em contraste,

Figura 5.5: Cenário 1 (LoS, HV) e Cenário 2 (LoS, VV), ambos com separação Tx-Rx de 3,29 m e 55 GHz.



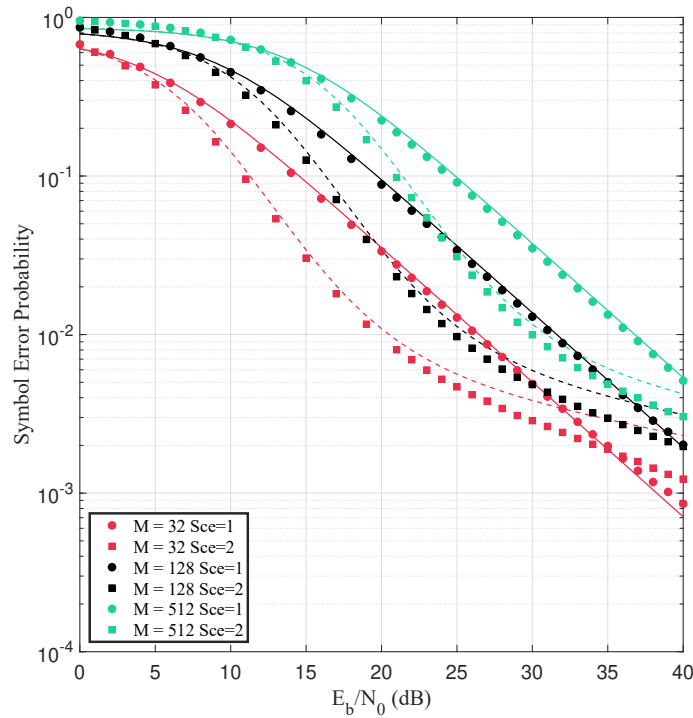
Referência: Elaborado pelo autor.

no Cenário 1, apesar da presença física de LoS, a configuração de polarização cruzada (HV) causa significativa atenuação do caminho direto, resultando em pior desempenho. Os parâmetros de canal estimados reforçam essa interpretação: o Cenário 1 apresenta $\kappa = 0,43$ e $\mu = 0,99$, indicando um cenário com dominância limitada do caminho LoS e espalhamento moderado. Já o Cenário 2 mostra $\kappa = 2,92$ e $\mu = 0,96$, apontando para um forte componente direto com nível de dispersão similar.

Quando a frequência aumenta para 60 GHz (Figura 5.6), a diferença de desempenho entre os dois cenários torna-se ainda mais evidente. O Cenário 2 mantém clara vantagem em todas as condições analisadas. O caso de valor elevado $\kappa = 24,47$ nesse cenário indica um caminho direto altamente dominante, enquanto o baixo valor $\mu = 0,19$ reflete uma riqueza muito limitada de ondas multipercurso. Na mesma frequência, no Cenário 1, os parâmetros estimados são $\kappa = 0,84$ e $\mu = 0,85$, sugerindo uma distribuição mais equilibrada entre os componentes direto e espalhado, mas insuficiente para superar as perdas de polarização. Como resultado, o Cenário 2 oferece um ambiente de propagação mais favorável para a operação do sistema.

Por fim, em 65 GHz (Figura 5.7), o Cenário 2 continua a superar o Cenário 1 independentemente da ordem de modulação ou nível de E_b/N_0 . Os parâmetros de canal para o Cenário 2 ($\kappa = 2,66$, $\mu = 0,83$) ainda indicam um forte componente LoS, mantendo comportamento semelhante ao observado em frequências mais baixas. Já o Cenário 1

Figura 5.6: Cenário 1 (LoS, HV) e Cenário 2 (LoS, VV), ambos com separação Tx-Rx de 3,29 m e 60 GHz.



Referência: Elaborado pelo autor.

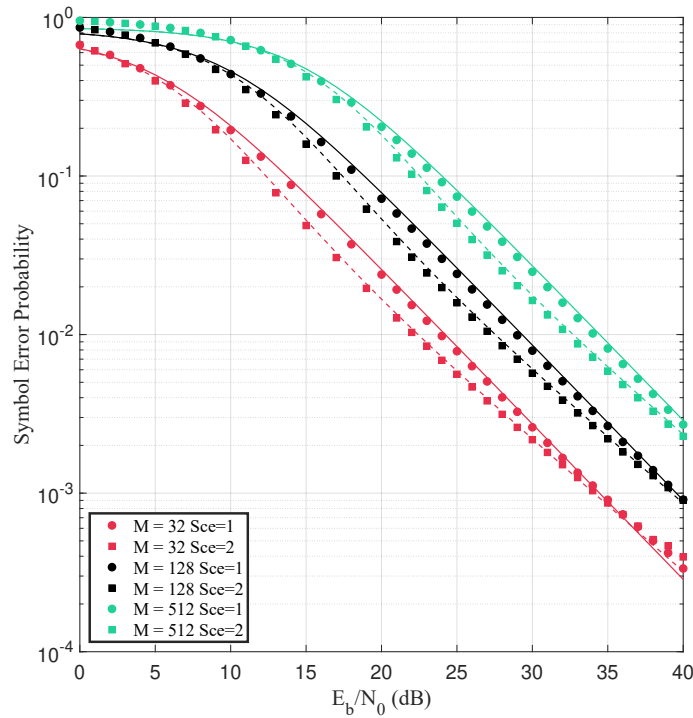
apresenta $\kappa = 0,77$ e $\mu = 0,98$, sugerindo um componente direto menos proeminente e um canal com dispersão de ondas multipercurso moderada, resultando em desempenho reduzido.

As Figuras 5.8–5.10 ilustram o desempenho em SEP do sistema para os valores $M = 32, 128$ e 512 , sob um canal de desvanecimento $\kappa-\mu$, com os valores de κ e μ especificados na Tabela 5.2 para os Cenários 3 (nLoS, VV, 3,29 m) e 4 (LoS, VV, 2,77 m). Os valores estimados de $\overline{P_e}$ (marcas) em 55, 60 e 65 GHz são mostrados nas Figuras 5.8, 5.9 e 5.10, respectivamente, juntamente com as curvas teóricas para o Cenário 3 (linhas tracejadas) e Cenário 4 (linhas contínuas). Em todos os casos analisados, o Cenário 4 supera consistentemente o Cenário 3 em todas as ordens de modulação e faixas de SNR, destacando-se como a condição de propagação mais favorável avaliada.

Na Figura 5.8, correspondente à frequência de 55 GHz, a superioridade do desempenho do Cenário 4 é particularmente evidente devido ao alto valor de κ (24,43) e baixo valor de μ (0,25), indicando um forte componente dominante e dispersão de ondas multipercurso limitada. A polarização VV, combinada com a menor separação Tx-Rx, melhora ainda mais o acoplamento das antenas e reforça a recepção do sinal direto.

Em cenários caracterizados por altos valores de κ e baixos valores de μ , como os observados na Figura 5.6 (Cenário 2, 60 GHz) e na Figura 5.8 (Cenário 4, 55 GHz), surge uma divergência entre as curvas teóricas e simuladas em altos valores de E_b/N_0 , espe-

Figura 5.7: Cenário 1 (LoS, HV) e Cenário 2 (LoS, VV), ambos com separação Tx-Rx de 3,29 m e 65 GHz.



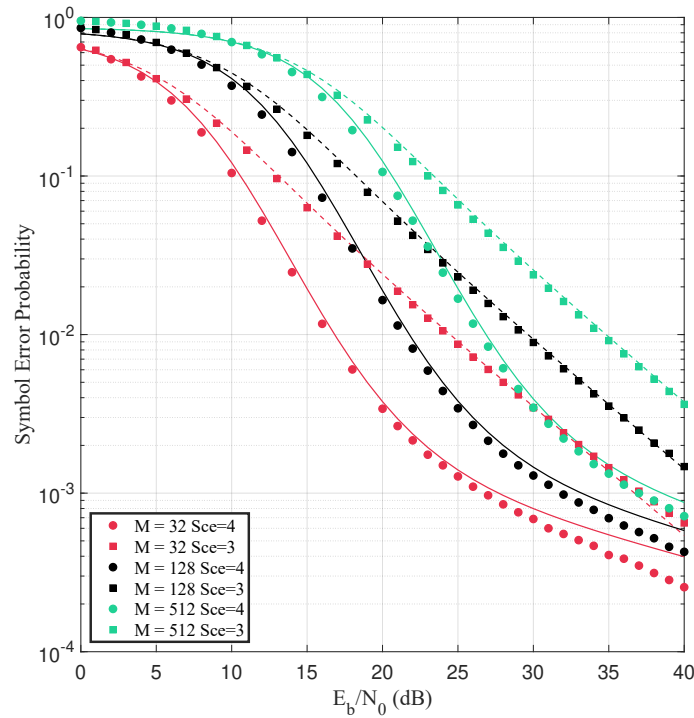
Referência: Elaborado pelo autor.

cificamente, acima de aproximadamente 20 dB ($M = 32$), 25 dB ($M = 128$) e 30 dB ($M = 512$) para o Cenário 2, e acima de 25 dB, 30 dB e 35 dB, respectivamente, para o Cenário 4. Essa discrepância pode decorrer da aproximação da função erro complementar e da truncagem de uma série infinita para um número finito de termos, o que pode introduzir pequenas imprecisões mais evidentes em regimes de alta SNR. Ainda assim, a aderência geral entre os resultados analíticos e simulados confirma a validade e robustez da aproximação teórica proposta para a faixa prática de SNR.

A Figura 5.9, correspondente a 60 GHz, ainda demonstra a superioridade do Cenário 4 sobre o Cenário 3, embora a diferença entre eles se torne menos acentuada. Nesse caso, o Cenário 4 apresenta valores mais equilibrados de $\kappa = 1,80$ e $\mu = 2,06$, indicando uma interação favorável entre um componente LoS dominante e a diversidade de ondas multipercurso. O Cenário 3, com $\kappa = 1,19$ e $\mu = 1,57$, também oferece robustez razoável, mas com uma contribuição mais fraca do sinal direto.

Finalmente, na Figura 5.10 (65 GHz), o Cenário 4 continua a superar o Cenário 3 em termos de SEP em todas as ordens de modulação e faixas de SNR. Com $\kappa = 3,53$ e $\mu = 1,32$, o canal no Cenário 4 mantém um forte componente LoS, preservando ao mesmo tempo uma riqueza moderada de ondas multipercurso. Em contraste, o Cenário 3, caracterizado por valores menores de $\kappa = 1,05$ e $\mu = 0,84$, exibe condições de desvanecimento mais severas, que degradam significativamente o desempenho, sobretudo para ordens de

Figura 5.8: Cenário 4 (LoS com separação Tx-Rx de 2,77 m) e Cenário 3 (nLoS com separação Tx-Rx de 3,29 m), a 55 GHz.

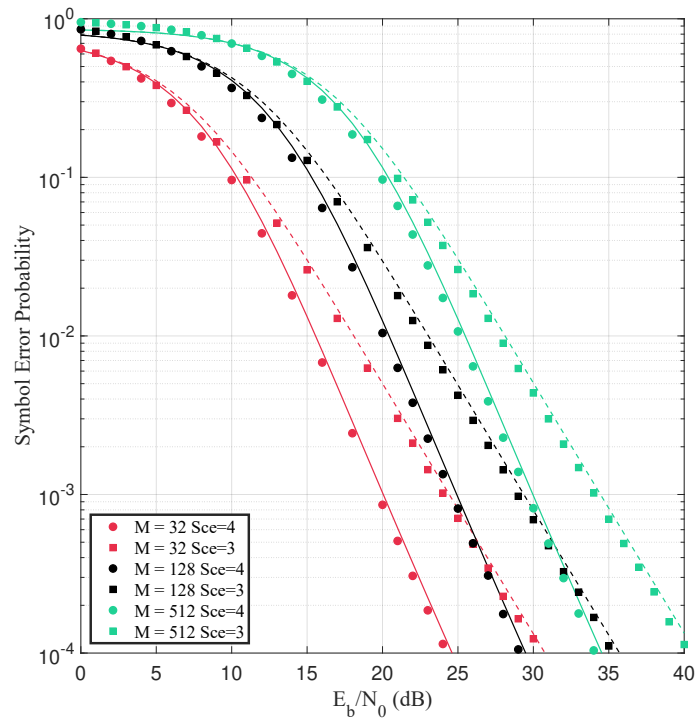


Referência: Elaborado pelo autor.

modulação mais altas.

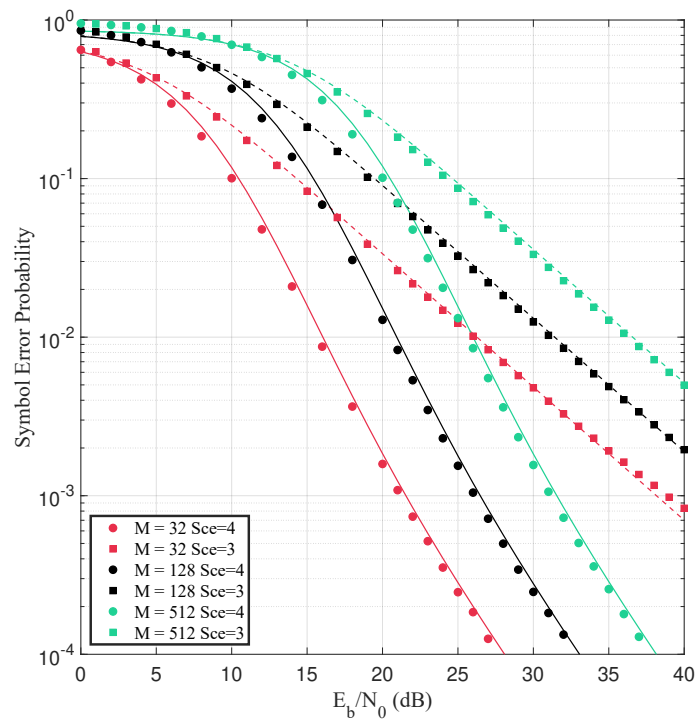
Em linhas gerais, os resultados de simulação confirmam a precisão da aproximação em forma fechada proposta para diferentes ordens de modulação, configurações de polarização e frequências na faixa de ondas milimétricas. Uma ligeira divergência entre as curvas teóricas e simuladas foi observada em cenários caracterizados por valores muito altos de κ e baixos de μ , particularmente em regimes de alta SNR. No entanto, para as faixas de SNR tipicamente encontradas em sistemas de comunicação práticos, a aproximação proposta permanece notavelmente precisa e fornece uma ferramenta confiável para avaliação de desempenho e projeto de sistemas em ambientes realistas de desvanecimento.

Figura 5.9: Cenário 4 (LoS com separação Tx-Rx de 2,77 m) e Cenário 3 (nLoS com separação Tx-Rx de 3,29 m), a 60 GHz.



Referência: Elaborado pelo autor.

Figura 5.10: Cenário 4 (LoS com separação Tx-Rx de 2,77 m) e Cenário 3 (nLoS com separação Tx-Rx de 3,29 m), a 65 GHz.



Referência: Elaborado pelo autor.

CAPÍTULO 6

ARTIGOS PUBLICADOS

Conforme estabelecido pelo formato alternativo de tese do PPGEELT-UFU (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFU) em sua Portaria PPGEELT N° 37 de 30/09/2024, este capítulo reúne os dois artigos científicos resultantes desta tese, já publicados em periódicos indexados de relevância internacional.

O primeiro artigo: "Performance Evaluation of Cross M -QAM Modulation over Standardized RF2 5G Frequency Bands Using the η - μ Fading Model", no qual o doutorando é primeiro autor, foi publicado na revista IEEE-Access, no dia 10 de fevereiro de 2025, com o DOI: <https://doi.org/10.1109/access.2025.3540713>. Trata-se de um artigo de Qualis-CAPES no estrato A3 na área-mãe Engenharias IV.

O segundo artigo: "Closed-Form Approximation to the Average Symbol Error Probability for Cross-QAM over κ - μ Fading Channels with Experimental Validation in the Millimeter-Wave Band", no qual o doutorando também é primeiro autor, foi publicado na revista Telecom-MDPI, no dia 02 de outubro de 2025, com o DOI: <https://doi.org/10.3390/telecom6040072>. Trata-se de um artigo com Fator de Impacto 2,4 e percentil 62,5% (Q2).

Cabe enfatizar que ambos os artigos cumprem as exigências da referida Portaria.

6.1 Artigo 1: *Performance Evaluation of Cross M -QAM Modulation Over Standardized RF2 5G Frequency Bands Using the η - μ Fading Model*

RESEARCH ARTICLE

Performance Evaluation of Cross M-QAM Modulation Over Standardized RF2 5G Frequency Bands Using the η - μ Fading Model

WILIAN EURÍPEDES VIEIRA¹, PEDRO LUIZ LIMA BERTARINI²,
KARINE BARBOSA CARBONARO², GILBERTO ARANTES CARRIJO³,
EDSON AGUSTINI⁴, AND ANDRÉ ANTÔNIO DOS ANJOS²

¹IME-Institute of Mathematics and Statistics, UFU-Federal University of Uberlandia, Campus Patos de Minas, Patos de Minas, Minas Gerais 38701-002, Brazil

²FEELT-Faculty of Electrical Engineering, UFU-Federal University of Uberlandia, Campus Patos de Minas, Patos de Minas, Minas Gerais 38701-002, Brazil

³FEELT-Faculty of Electrical Engineering, UFU-Federal University of Uberlandia, Campus Uberlandia, Uberlandia, Minas Gerais 38408-100, Brazil

⁴IME-Institute of Mathematics and Statistics, UFU-Federal University of Uberlandia, Campus Uberlandia, Uberlandia, Minas Gerais 38408-100, Brazil

Corresponding author: André Antônio dos Anjos (andre.anjos@ufu.br)

This work was supported in part by Minas Gerais Research Foundation (FAPEMIG) through Minas Gerais Research Network in 5G and 6G Project under Grant RED-00194-23.

ABSTRACT This paper delves into the study of the generalized short-term fading model η - μ . It introduces, for the first time in the literature, closed-form expressions for the Symbol Error Probability (SEP) of cross M -QAM modulation operating under the η - μ fading channel. Furthermore, the SEP of the aforementioned modulation is evaluated across selected frequency bands within the standardized Range Frequency 2 (RF2) millimeter-wave (mm-wave) for 5G systems, specifically at 26, 28, and 39 GHz. The assessment is based on channel modeling results available in the literature, derived from an extensive measurement campaign conducted under both line-of-sight (LoS) and non-line-of-sight (nLoS) conditions within an indoor environment, and considering different Tx-Rx distances. The findings provide valuable information on the performance of cross M -QAM modulation across different modulation orders, frequencies, line-of-sight conditions, and Tx-Rx distances in realistic mm-wave 5G scenarios, enhancing our understanding of its suitability in various real deployment conditions.

INDEX TERMS Wireless communication, 5G mobile communication, channel estimation, cross M -QAM, millimeter wave, fading channels.

I. INTRODUCTION

The constant evolution of telecommunications systems is driven by advancements in hardware, software, and the widespread adoption of high-speed broadband networks. The convergence of artificial intelligence, edge computing, and the Internet of Things (IoT) further accelerates this evolution [1]. It is for these reasons that systems such as 5G or Wi-Fi 6 are still in the implementation phase, and researchers

are already investigating the next wireless systems that will replace them (6G and Wi-Fi 7).

Quadrature Amplitude Modulation (QAM) is a key technique in the context of modern wireless communication, offering efficient data transmission. In square QAM, symbols on a grid represent unique amplitude and phase combinations, enabling high data rates in applications like broadband and Wi-Fi [2]. Non-square QAM variants, like cross QAM, adapt symbol spacing for increased efficiency. This is especially valuable in challenging wireless environments with interference and fading, optimizing spectral efficiency and data throughput in diverse communication scenarios.

The associate editor coordinating the review of this manuscript and approving it for publication was Ahmed Almradi¹.

In wireless environments, obstacles can block the direct radio path, causing shadowing or long-term fading. On the other hand, multipath effects are caused by reflection and scattering of the transmitted signal, leading to short-term fading. These phenomena can result in severe signal variation, making communication impractical in extreme cases [3]. Therefore, the development of reliable systems necessitates accurate channel models.

The diverse scenarios anticipated for advanced wireless network applications, particularly in the mm-wave band for 5G or even 6G systems, will undoubtedly result in varied propagation conditions. Traditional fading models such as Rayleigh [4], Hoyt [5], Rice [6], Nakagami- m [7], and Weibull [8] may still prove useful but exhibit limited flexibility in addressing more complex situations. Alternatively, more adaptable and generalized models like α - μ [9], κ - μ , and η - μ [10] can be useful.

Generalized models have been widely applied in the literature for short-term fading modeling. They are particularly useful in practical scenarios such as vehicular-to-vehicular networks (V2V) [11], device-to-device communications (D2D) [12], body area networks (BAN) [13], ultrasonic underwater channels [14], 5G RF2 networks [15], narrow-band communication [16], and mm-wave propagation [17], [18], [19], [20]. A recent study [21] evaluated the α - μ model using practical measurements, demonstrating its superior capability in modeling composite fading compared to traditional models, thus highlighting its versatility. The body of research on these generalized fading models is extensive, with numerous studies illustrating their practical usability. Many of these studies conclude that the modeling capabilities of generalized models exceed those of simpler models [15], [17], [18], providing a more accurate representation of various wireless communication environments. The traditional models may not suffice in some specific scenarios, such as some encountered in mm-waves [17], [18], [19], [20]. In these situations, the received signal's envelope probability density function (PDF) may exhibit bimodality effects, especially in challenging severe fading conditions, necessitating more generalized models to capture all peculiarities.

This work explores the study of the generalized fading model η - μ [10], known for its mathematical simplicity and its ability to model nonlinearities and correlations imposed by the propagation medium. We derived, for the first time in the literature, a closed-form SEP expression for cross M -QAM modulation operating in the η - μ fading channel. The proposed expression was validated through performance simulations in MATLAB. The digital communication simulations were conducted across selected frequency bands within the standardized RF2 mm-wave range for 5G systems, specifically at 26, 28, and 39 GHz. This assessment is based on channel modeling results derived from an extensive measurement campaign conducted under both LoS and nLoS conditions within an indoor environment, as documented in the literature [15]. The findings provide valuable insights into

the performance of cross M -QAM modulation in realistic mm-wave 5G scenarios, enhancing our understanding of its suitability in diverse real-world deployment conditions and revealing the operational challenges of future telecommunication systems in the mm-wave range.

The remainder of this article is organized as follows. Section II presents fundamental concepts of cross M -QAM modulation, the influence of fading on the SEP, and an overview of the η - μ fading model. In Section III, a novel closed-form expression for the SEP considering the η - μ model is derived. Section IV revisits the field measurements and channel modeling used in this work and conducted for the standardized RF2 millimeter-wave bands for 5G systems. Section V describes computational simulations for validating the proposed expression and its results, analyzing the SEP performance of cross M -QAM modulation under various propagation conditions, modulation orders, and frequencies. Finally, Section VI provides concluding remarks and insights drawn from this study.

II. BASIC REVIEW

A. CROSS M -QAM

Quadrature Amplitude Modulation is a widely used modulation scheme in digital communication where both amplitude and phase are utilized to carry information. The constellation of QAM has $M = 2^b$ symbols, where b is the number of bits of each constellation symbol. In the cross M -QAM constellation, $b \geq 5$ is an odd integer. Its symbol alphabet is defined as follows [22]:

$$s = \pm (2u - 1) \pm (2v - 1)j, \quad (1)$$

where

$$u = 1, \dots, 3 \cdot 2^{(b-5)/2},$$

$$v = \begin{cases} 1, \dots, 3 \cdot 2^{(b-5)/2}; & \text{if } u \leq 2^{(b-3)/2} \\ 1, \dots, 2^{(b-3)/2}; & \text{if } u > 2^{(b-3)/2} \end{cases},$$

and j is the imaginary unit of complex numbers.

In addition, there is also the so-called scale factor, defined by:

$$k = \frac{1}{\sqrt{E_M}}, \quad (2)$$

where E_M is the average symbol energy of the M -QAM constellation, which is used to re-scale the constellation in terms of energy. Specifically, this average symbol energy of cross M -QAM constellations is defined as [22]:

$$E_s = \frac{1}{128} \left(82M + M\sqrt{\frac{128}{M}} - 128 \right). \quad (3)$$

The points of the M -QAM constellation are classified according to the number of neighboring symbols horizontally and vertically. The quantities of each type of point are: (a) Eight points with two neighboring symbols; (b) $3\sqrt{2M} - 16$ points with three neighboring symbols; (c) $M - 3\sqrt{2M} + 8$ points with four neighboring symbols (interior points).

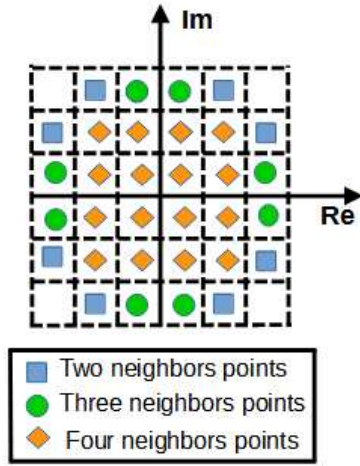


FIGURE 1. Cross 32-QAM constellation.

As an example, in Fig. 1 we have the representation of the cross 32-QAM modulation scheme with its types of points.

Therefore, considering only additive white Gaussian noise (AWGN) the cross QAM SEP is given by [22]:

$$P_e(\gamma) = \left(2 - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right) \text{erfc}(k\sqrt{\gamma}) - \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right) \text{erfc}^2(k\sqrt{\gamma}), \quad (4)$$

where $\gamma = \frac{E_s}{N_0} = \frac{\log_2(M)E_b}{N_0}$ is the instantaneous normalized signal-to-noise ratio at the receiver, E_b is the average bit energy in joules, and N_0 is the noise power spectral density at the receiver, given in [watts/Hz].

B. DIGITAL MODULATION IN FADING CHANNELS

In a propagation scenario with fading, the instantaneous value of γ will vary randomly and its PDF will depend on the considered type of fading. Thus, the average SEP can be calculated as [23]:

$$\overline{P_e} = \int_0^\infty P_e(\gamma) p(\gamma) d\gamma \quad (5)$$

where, $P_e(\gamma)$ is the SEP conditioned on a fixed γ and $p(\gamma)$ is the PDF of γ .

C. THE η - μ FADING MODEL

The η - μ fading model, proposed in [10], is grounded in physical propagation phenomena and is developed in two distinct formats. **Format 1** considers a signal composed of clusters of multipath waves propagating in a non-homogeneous environment, while **Format 2** also considers a signal composed of clusters of multipath waves, but propagating in a homogeneous environment, where the in-phase and quadrature components are correlated. The PDF

of γ , considering η - μ fading, is given by [24]:

$$p(\gamma) = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu\gamma^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\bar{\gamma}^{\mu+\frac{1}{2}}} \cdot \exp\left(-2\mu h\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right), \quad (6)$$

where h and H are constants, Γ is the Gamma function, given by:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} \exp(-t) dt; \text{Re}(z) > 0, \quad (7)$$

and $I_{\mu-\frac{1}{2}}$ is the modified Bessel function of first kind and order $\mu - \frac{1}{2}$.

According to [25] (p. 375, Eq. 9.6.7) we have:

$$I_{\mu-\frac{1}{2}}(z) \approx \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Gamma\left(\mu + \frac{1}{2}\right)} \quad (8)$$

where $\mu - \frac{1}{2}$ is not a negative integer.

By substituting (8) into (6), considering $z = 2\mu H\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}$, we obtain:

$$p(\gamma) \approx \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{2\mu}h^\mu\gamma^{2\mu-1}}{\Gamma(\mu)\Gamma\left(\mu + \frac{1}{2}\right)\bar{\gamma}^{2\mu}} \exp\left(-2\mu h\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right). \quad (9)$$

The parameter μ is related to the number of multipath clusters, while $\bar{\gamma}$ denotes the average normalized signal-to-noise ratio.

In **Format 1**,

$$h = \frac{2+\eta^{-1}+\eta}{4}, \quad (10)$$

where $0 < \eta < \infty$ is the scattered wave power ratio between the in-phase and quadrature components of each cluster.

In **Format 2**,

$$h = \frac{1}{1-\eta^2}, \quad (11)$$

where $-1 < \eta < 1$ is the correlation coefficient between the scattered wave in-phase and quadrature components of each cluster of multipath.

III. CLOSED-FORM SEP EXPRESSION FOR CROSS M-QAM UNDER η - μ FADING

Applying the $P_e(\gamma)$ for the cross M-QAM constellation given in (4), and $p(\gamma)$ for the η - μ fading model presented in (9), to $\overline{P_e}$ given in (5), we obtain

$$\overline{P_e} = \frac{2\sqrt{\pi}h^\mu\mu^{2\mu}}{\Gamma(\mu)\Gamma\left(\mu + \frac{1}{2}\right)\bar{\gamma}^{2\mu}} (AX - BY), \quad (12)$$

where:

$$A = \left(2 - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right), \quad (13)$$

$$B = \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right), \quad (14)$$

and X and Y are respectively defined as:

$$X = \int_0^\infty \operatorname{erfc}(k\sqrt{\gamma}) \gamma^{2\mu-1} \exp\left(-2\mu h \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma, \quad (15)$$

$$Y = \int_0^\infty \operatorname{erfc}^2(k\sqrt{\gamma}) \gamma^{2\mu-1} \exp\left(-2\mu h \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma, \quad (16)$$

in which k is a scaling factor defined in (2).

Initially, the term X is determined by applying the substitution from equation (17), which involves a change of variables:

$$\gamma = \frac{x^2}{k^2} \Rightarrow d\gamma = \frac{2x}{k^2} dx. \quad (17)$$

This substitution changes the integration limits from $\gamma = 0$ (corresponding to $x = 0$) to $\gamma = \infty$ (corresponding to $x = \infty$). Thus, we can then rewrite the term X as:

$$X = \frac{2}{k^{4\mu}} \int_0^\infty \operatorname{erfc}(x) x^{4\mu-1} \exp\left(-\frac{2\mu h}{k^2 \bar{\gamma}} x^2\right) dx. \quad (18)$$

As stated by [26], the complementary error function is approximated to:

$$\operatorname{erfc}(x) \approx \frac{\exp(-x^2)}{6} + \frac{\exp(-\frac{4}{3}x^2)}{2}. \quad (19)$$

Hence,

$$X = \frac{1}{3k^{4\mu}} \int_0^\infty x^{4\mu-1} \exp\left(-\frac{2\mu h + k^2 \bar{\gamma}}{k^2 \bar{\gamma}} x^2\right) dx + \frac{1}{k^{4\mu}} \int_0^\infty x^{4\mu-1} \exp\left(-\frac{6\mu h + 4k^2 \bar{\gamma}}{3k^2 \bar{\gamma}} x^2\right) dx. \quad (20)$$

We use the following definite integral from the integral table in [27]:

$$\int_0^\infty x^{2m} \exp(-\beta x^{2n}) dx = \frac{\Gamma(v)}{2n\beta^v}, \quad (21)$$

where $v = \frac{2m+1}{2n}$.

By comparing equations (20) and (21), we obtain: $n = 1$, $v = \frac{(4\mu-1)+1}{2} = 2\mu$ and $\beta = \frac{2\mu h + k^2 \bar{\gamma}}{k^2 \bar{\gamma}}$. Therefore, equation (18) results in:

$$X = \frac{\Gamma(2\mu) \bar{\gamma}^{2\mu}}{2} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2\mu h + k^2 \bar{\gamma}} \right)^{2\mu} + \left(\frac{3}{6\mu h + 4k^2 \bar{\gamma}} \right)^{2\mu} \right]. \quad (22)$$

The term Y can be found by considering the same variable substitution presented in (17) and can be rewritten as:

$$Y = \frac{2}{k^{4\mu}} \int_0^\infty \operatorname{erfc}^2(x) x^{4\mu-1} \exp\left(-\frac{2\mu h}{k^2 \bar{\gamma}} x^2\right) dx. \quad (23)$$

We expand the approximation of [26] given in (19),

$$\operatorname{erfc}^2(x) \approx \frac{\exp(-2x^2)}{36} + \frac{\exp(-\frac{7}{3}x^2)}{6} + \frac{\exp(-\frac{8}{3}x^2)}{4}, \quad (24)$$

and we apply the approximation to the equation (23) to obtain

$$Y = \frac{1}{18k^{4\mu}} \int_0^\infty x^{4\mu-1} \exp\left(-\frac{2\mu h + 2k^2 \bar{\gamma}}{k^2 \bar{\gamma}} x^2\right) dx + \frac{1}{3k^{4\mu}} \int_0^\infty x^{4\mu-1} \exp\left(-\frac{6\mu h + 7k^2 \bar{\gamma}}{3k^2 \bar{\gamma}} x^2\right) dx + \frac{1}{2k^{4\mu}} \int_0^\infty x^{4\mu-1} \exp\left(-\frac{6\mu h + 8k^2 \bar{\gamma}}{3k^2 \bar{\gamma}} x^2\right) dx. \quad (25)$$

By using the definite integral in equation (21) again, equation (23) results in:

$$Y = \frac{\Gamma(2\mu) \bar{\gamma}^{2\mu}}{2} \left[\frac{1}{18} \left(\frac{1}{2\mu h + 2k^2 \bar{\gamma}} \right)^{2\mu} + \frac{\Gamma(2\mu) \bar{\gamma}^{2\mu}}{2} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{3}{6\mu h + 7k^2 \bar{\gamma}} \right)^{2\mu} + \frac{\Gamma(2\mu) \bar{\gamma}^{2\mu}}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{3}{6\mu h + 8k^2 \bar{\gamma}} \right)^{2\mu} \right] \right] \right]. \quad (26)$$

By applying equations (26) and (22) to (12), we obtain the closed-form average SEP expression for a cross M -QAM constellation in the η - μ fading channel as presented as in (27), shown at the bottom of the page.

IV. FIELD MEASUREMENTS AND CHANNEL MODELING

In this work, we utilize the measurement results obtained from [15] to validate the performance of cross QAM schemes in mm-wave bands. The channel measurements in [15] were carried out in a laboratory of the iTEAM Research Institute at the University Polytechnic of Valencia, Spain. The dimensions of the laboratory are 13.5-m-long, 7-m-width and 2.6-m-high. The environment is characterized by rich-multipath, with scattered and reflected contributions, due to radio-frequency equipment, metallic cupboards, multiple work tables, and benches equipped with electronic devices and chairs, among others. The channel's frequency response was quantified in the frequency domain using a Keysight PNA N5227 VNA-based channel sounder, employing Q-PAR ultra-wideband antennas with vertical polarization and an omnidirectional pattern. The receiver antenna, positioned to simulate a uniform rectangular array, was part of a system for detailed channel behavior assessment. The measurements enable the examination and comparison of channel behavior across the 26, 28, and 39 GHz bands under identical conditions.

In [15], measurements were conducted at various distinct positions across six different scenarios, and short-term fading modeling was performed for several distributions using the nonlinear least square method, including the η - μ distribution, which is of particular interest for this work. In this study,

$$\begin{aligned} \bar{P}_e = & \frac{\sqrt{\pi} h^\mu \mu^{2\mu} \Gamma(2\mu)}{\Gamma(\mu) \Gamma(\mu + \frac{1}{2})} \left(2 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{M}} \right) \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2\mu h + k^2 \bar{\gamma}} \right)^{2\mu} + \left(\frac{3}{6\mu h + 4k^2 \bar{\gamma}} \right)^{2\mu} \right] \\ & - \frac{\sqrt{\pi} h^\mu \mu^{2\mu} \Gamma(2\mu)}{\Gamma(\mu) \Gamma(\mu + \frac{1}{2})} \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{M}} \right) \left[\frac{1}{18} \left(\frac{1}{2\mu h + 2k^2 \bar{\gamma}} \right)^{2\mu} + \frac{1}{3} \left(\frac{3}{6\mu h + 7k^2 \bar{\gamma}} \right)^{2\mu} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{6\mu h + 8k^2 \bar{\gamma}} \right)^{2\mu} \right] \end{aligned} \quad (27)$$

we specifically focus on the results obtained for three of these six scenarios (2, 3, and 5). Scenarios 2 and 3 involve a spacing of 7.78 meters between the transmitting and receiving antennas, with measurements carried out under LoS and nLoS conditions, respectively. Scenario 5 involves LoS conditions with a spacing of 4.91 meters between the antennas. These three scenarios were selected due to their coverage of both LoS and nLoS conditions, as well as representing the maximum and minimum Tx-Rx distances in the measurement campaign. Table 1, partially extracted from [15], presents the fitting results for scenarios 2, 3, and 5 using the η - μ fading model.

TABLE 1. Fitting results for Scenarios 2, 3, and 5 considering η - μ distribution extracted from [15].

Scenario	Frequency [GHz]	η	μ	NMSE [dB]
2 - LoS	26	1	1.17	-24.29
-	28	1.39	1.08	-32.90
-	39	≈ 1	1.21	-26.29
3 - nLoS	26	≈ 1	1.02	-28.88
-	28	≈ 1	1.06	-30.81
-	39	≈ 1	0.99	-36.84
5 - LoS	26	≈ 1	1.39	-25.90
-	28	≈ 1	1.94	-24.25
-	39	≈ 1	1.38	-20.92

The results in Table 1 demonstrate that the η - μ distribution provides good adherence to practical data, with the normalized mean square error (NMSE) consistently below -20 dB and, in some cases, even lower than -36 dB. By drawing new conclusions from the results presented in Table 1 (not included in [15]), it is possible to verify that in almost all cases, $\eta \approx 1$, indicating a balance of power between the in-phase and quadrature components of the received signal. The μ value, which is related to the number of multipath clusters, tends to be higher for Scenario 2 (LoS) compared to Scenario 3 (nLoS), despite both having a Tx-Rx separation of 7.78 m. Additionally, in Scenario 5, which also features LoS conditions but with a smaller Tx-Rx separation (4.91 m), the average μ values further increase compared to the previous two scenarios. This suggests that while the η - μ distribution does not explicitly model the LoS path, it effectively captures the LoS effect by increasing the μ factor.

Interestingly, in Scenario 2 at 28 GHz, despite being a LoS condition, the μ value of 1.08 was lower than for the other two frequencies evaluated, and the η value of 1.39 indicates a power imbalance between the in-phase and quadrature components in the environment. This suggests a more challenging propagation condition compared to the 26 GHz and 39 GHz frequencies in the same scenario. It is conjectured that in this specific case (Scenario 2, 28 GHz), despite the presence of a direct line-of-sight path, multipath components caused by reflections, diffractions, and scattering from objects in the measurement environment likely created secondary paths with intensities comparable to the main path but with different phases, leading to this power imbalance.

V. PERFORMANCE EVALUATION

To evaluate the performance of cross M-QAM modulation operating in an indoor mm-wave environment, a simulated cross M-QAM communication system was developed in MATLAB. The system includes a transmitter that generates N random symbols from the M-QAM constellation. The channel between Tx and Rx is modeled as a slow η - μ fading channel, assumed not to vary significantly during the interval of each symbol, thus introducing a multiplicative gain to the envelope of the received symbols.¹ A vector of circularly symmetric complex Gaussian noise with zero mean and variance $\frac{N_0}{2}$, dependent on the configured signal-to-noise ratio, is added to the received symbol vector, already weighted by the channel gain. The receiver is implemented with a zero-forcing equalizer at the input, followed by a maximum likelihood detection system. The SEP estimation is performed by dividing the number of incorrectly detected symbols by the total number of transmitted symbols. All performance curves presented in this section were generated with $\frac{E_b}{N_0}$ varying from 0 dB to 50 dB and for each point considering the transmission of $N = 10^8$ symbols.

The developed system was initially simulated for $M = \{32, 128, 512\}$, considering an η - μ channel with the η and μ values presented in Table 1 for Scenarios 2 (LoS) and 3 (nLoS). The estimated $\bar{P}_e$ (marks) at the frequencies of 26, 28, and 39 GHz are shown in Figs. 2, 3 and 4, along with the theoretical curves for Scenario 2 (solid lines) and Scenario 3 (dashed lines), obtained using equation (27) for each evaluated case.

Analyzing the results presented in Figs. 2, 3 and 4, it can be observed that the theoretical and simulated curves exhibit strong agreement in all simulated cases, validating the proposed equation (27) in this work. As expected, for both scenarios and all frequencies, increasing the modulation order increases $\bar{P}_e$. It is also noticeable that performance becomes quite critical across all evaluated cases, since achieving $\bar{P}_e < 10^{-6}$ is not feasible without an $\frac{E_b}{N_0} > 33$ dB for $M = 32$ and $\frac{E_b}{N_0} > 43$ dB for $M = 512$. Such high E_b/N_0 values are rarely attainable in real-world situations, highlighting the importance of employing robust channel coding to mitigate this issue and guarantee quality of service for the final user.

Comparing the results obtained for LoS and nLoS conditions, it is evident that, for all values of M , the LoS scenarios consistently provide significantly better performance than the nLoS scenarios. This is expected, as under LoS conditions, signal variations are less pronounced, maintaining a more stable average received signal level. An exception was observed at 28 GHz, where the performance in Scenario 2 (LoS) was similar to that in Scenario 3 (nLoS). This similarity is attributed to the channel modeling in Scenario 2 at 28 GHz, which captures the effect of a power imbalance between the in-phase and quadrature components of the signal ($\eta = 1.39$)

¹For the sake of simplicity, the random samples corresponding to the channel gain are generated in MATLAB using the Inverse Transform sampling method.

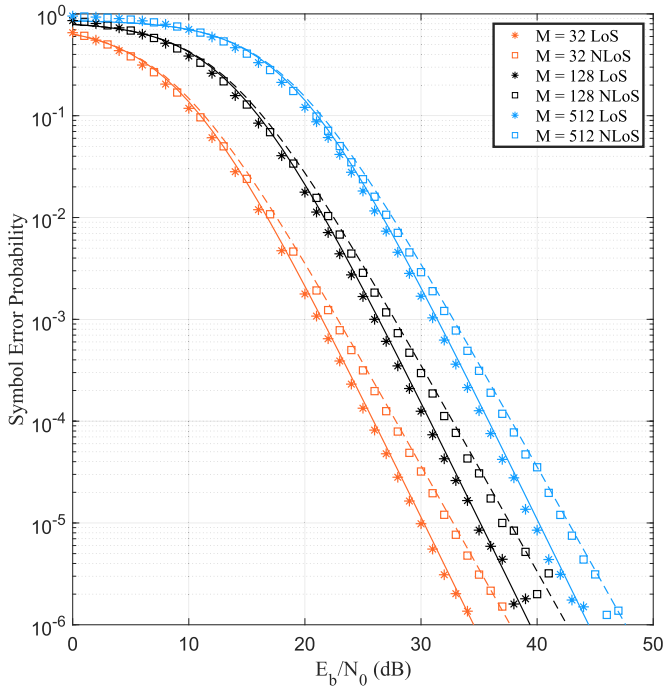


FIGURE 2. Scenarios 2 (LoS) and 3 (nLoS) both with Tx-Rx separation of 7.78m and 26 GHz.

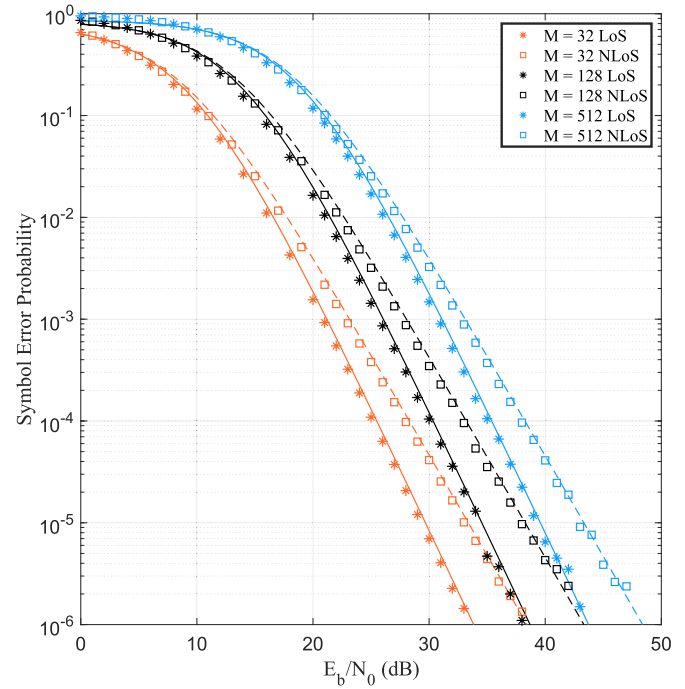


FIGURE 4. Scenarios 2 (LoS) and 3 (nLoS) both with Tx-Rx separation of 7.78m and 39 GHz.

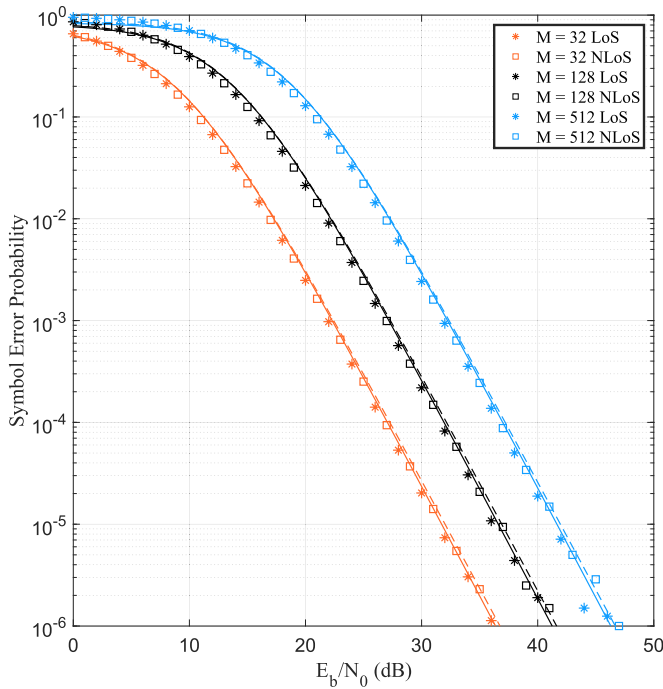


FIGURE 3. Scenarios 2 (LoS) and 3 (nLoS) both with Tx-Rx separation of 7.78m and 28 GHz.

and a low μ value of 1.08, rendering this scenario as critical as the nLoS condition. This was previously discussed in the analysis of Table 1. Another important and non-obvious conclusion that can be drawn from a careful analysis of the results in Figs. 2, 3 and 4 is that increasing the frequency does not necessarily lead to an increase in the probability of error. This can be observed by evaluating the curves for

the same modulation scheme in the same scenario across the three plots (26, 28, and 39GHz). For example, considering the curves for 128-QAM modulation in Scenario 2 (with the theoretical curve represented by the solid black line), it can be seen that to achieve a $\bar{P}_e < 10^{-6}$, an $\frac{E_b}{N_0}$ greater than ≈ 39 dB is required at 26 GHz, while at 28 GHz, $\frac{E_b}{N_0}$ must be greater than ≈ 41 dB, and at 39 GHz, $\frac{E_b}{N_0}$ must be greater than ≈ 38 dB, indicating that, in this specific case, the best performance is obtained at the highest frequency. Thus, although in practice the increase in frequency leads to higher attenuation, it does not have a direct impact on the severity of fading.

To compare the $\bar{P}_e$ results between two LoS scenarios with different Tx-Rx separation distances, simulations were conducted for Scenarios 2 (Tx-Rx separation of 7.78 m) and 5 (Tx-Rx separation of 4.91 m) at a frequency of 26 GHz. The estimated $\bar{P}_e$ for $M = \{32, 128, 512\}$, along with the theoretical expressions for Scenario 2 (solid lines) and Scenario 5 (dashed lines), are presented in Fig. 5.

Analyzing Fig. 5, it can be concluded that, for any value of M , operation in Scenario 5, with a shorter LoS distance, results in a lower $\bar{P}_e$ compared to Scenario 2. This is because the closer the transmitter is to the receiver without obstacles between them, the stronger the main path's power is relative to other secondary paths in the environment. Consequently, this reduces signal variation at the receiver and improves performance. Although not shown here, the authors also compared Scenarios 2 and 5 at 28 GHz and 39 GHz through simulations, and the overall conclusions aligned with those obtained for the presented case of 26 GHz.

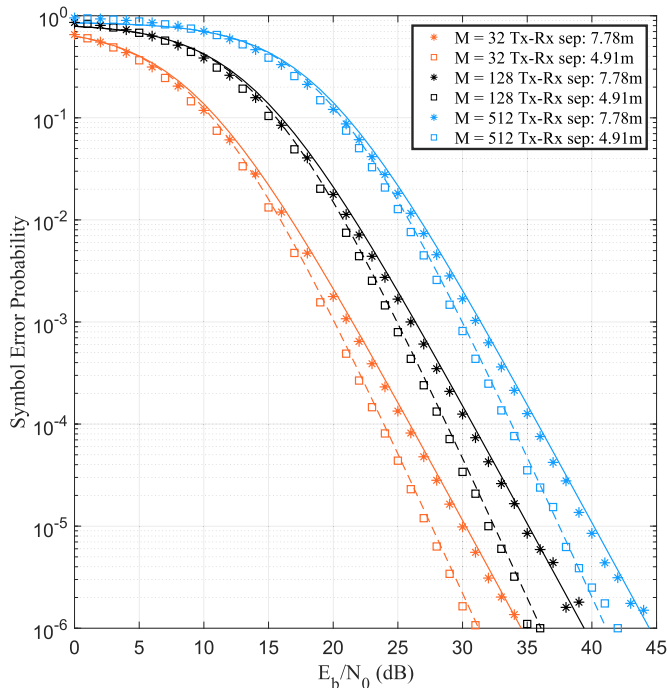


FIGURE 5. Scenarios 2 (LoS with Tx-Rx separation 7.78m) and Scenario 5 (LoS with Tx-Rx separation 4.91m), at 26 GHz.

VI. CONCLUSION

This paper presented, for the first time in the literature, closed-form expressions for the SEP of cross M -QAM modulation operating in η - μ fading channels. Through a MATLAB simulation, the system performance was evaluated in standardized mm-wave RF2 bands for 5G systems, specifically at frequencies of 26, 28, and 39 GHz, under LoS and nLoS conditions, as well as different Tx-Rx distances and modulation order, where it was possible to validate the proposed theoretical expression. Additionally, a series of conclusions were drawn regarding the system's performance, where the difficulty of achieving low error rates without high signal-to-noise ratio values was demonstrated. An important and non-obvious conclusion was that increasing the frequency does not necessarily lead to performance degradation. The results presented contribute to a better understanding of the challenges future systems will face in ensuring reliable communication within these mm-wave bands.

REFERENCES

- [1] P. Newman, "How Internet of Things technology growth is reaching mainstream companies and consumers," Bus. Insider, New York, NY, USA, Tech. Rep., 2020. [Online]. Available: <https://www.businessinsider.com/internet-of-things-report>
- [2] A. Ghosh, A. Maeder, M. Baker, and D. Chandramouli, "5G evolution: A view on 5G cellular technology beyond 3GPP release 15," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 127639–127651, 2019.
- [3] S. Haykin, *Communication Systems*, 4th ed., New York, NY, USA: Wiley, 2000.
- [4] L. Rayleigh, "On the resultant of a large number of vibrations of the same pitch and of arbitrary phase," *Philos. Mag.*, vol. 10, no. 60, pp. 73–78, 1880.
- [5] R. S. Hoyt, "Probability functions for the modulus and angle of the normal complex variate," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 26, no. 2, pp. 318–359, Apr. 1947.
- [6] S. O. Rice, "Statistical properties of random noise," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 24, no. 1, pp. 146–156, 1945.
- [7] M. Nakagami, "The m -distribution-A general formula of intensity distribution of rapid fading," *Stat. Methods Radio Wave Propag.*, vol. 26, no. 2, pp. 3–36, Apr. 1960.
- [8] W. Weibull, "A statistical distribution function of wide applicability," *J. Appl. Mech.*, vol. 18, no. 3, pp. 293–297, Sep. 1951.
- [9] M. D. Yacoub, "The α - μ distribution: A physical fading model for the Stacy distribution," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 56, no. 1, pp. 27–34, Jan. 2007.
- [10] M. D. Yacoub, "The κ - μ distribution and the η - μ distribution," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 49, no. 1, pp. 68–81, Mar. 2007.
- [11] Q. Wu, D. W. Matolak, and I. Sen, "5-GHz-band vehicle-to-vehicle channels: Models for multiple values of channel bandwidth," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 59, no. 5, pp. 2620–2625, Jun. 2010.
- [12] S. L. Cotton, "Second-order statistics of κ - μ shadowed fading channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 65, no. 10, pp. 8715–8720, Oct. 2016.
- [13] N. Bhargav, S. L. Cotton, and D. B. Smith, "An experimental-based analysis of inter-BAN co-channel interference using the κ - μ fading model," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 65, no. 2, pp. 983–988, Feb. 2017.
- [14] F. Cañete, J. López-Fernández, C. García-Corrales, A. Sánchez, E. Robles, F. Rodrigo, and J. Paris, "Measurement and modeling of narrowband channels for ultrasonic underwater communications," *Sensors*, vol. 16, no. 2, p. 256, Feb. 2016. [Online]. Available: <http://www.mdpi.com/1424-8220/16/2/256>
- [15] T. R. R. Marins, A. A. D. Anjos, C. R. N. D. Silva, V. M. R. Peñarrocha, L. Rubio, J. Reig, R. A. A. De Souza, and M. D. Yacoub, "Fading evaluation in standardized 5G millimeter-wave band," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 67268–67280, 2021.
- [16] P. K. Chong, S.-E. Yoo, S. H. Kim, and D. Kim, "Wind-blown foliage and human-induced fading in ground-surface narrowband communications at 400 MHz," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 60, no. 4, pp. 1326–1336, May 2011.
- [17] T. R. R. Marins, A. A. dos Anjos, V. M. R. Peñarrocha, L. Rubio, J. Reig, R. A. A. de Souza, and M. D. Yacoub, "Fading evaluation in the mm-wave band," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 67, no. 12, pp. 8725–8738, Dec. 2019.
- [18] A. A. Dos Anjos, T. R. R. Marins, C. R. N. Da Silva, V. M. Rodrigo Peñarrocha, L. Rubio, J. Reig, R. A. A. De Souza, and M. D. Yacoub, "Higher order statistics in a mmWave propagation environment," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 103876–103892, 2019.
- [19] J. Reig, M.-T. Martínez-Inglés, L. Rubio, V.-M. Rodrigo-Peñarrocha, and J.-M. Molina-García-Pardo, "Fading evaluation in the 60 GHz band in line-of-sight conditions," *Int. J. Antennas Propag.*, vol. 2014, no. 1, pp. 1–12, 2014.
- [20] J. Blumenstein, A. Prokes, A. Chandra, T. Mikulasek, R. Marsalek, T. Zemen, and C. Mecklenbrauker, "In-vehicle channel measurement, characterization, and spatial consistency comparison of 30–11 GHz and 55–65 GHz frequency bands," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 66, no. 5, pp. 3526–3537, May 2017.
- [21] A. A. dos Anjos, G. K. Tenkorang, F. C. Martins, E. J. Leonardo, and M. D. Yacoub, "Suitability of α - μ for composite fading modeling," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 72, pp. 3670–3679, 2024.
- [22] K. B. Carbonaro and G. Arantes Carrijo, "Performance analysis of M-QAM/OFDM systems for PLC under Gaussian and impulsive noise," *IEEE Latin Amer. Trans.*, vol. 14, no. 1, pp. 109–114, Jan. 2016.
- [23] F. Xiong, *Digital Modulation Techniques*, 2nd ed., Boston, MA, USA: Artech House, 2006.
- [24] D. Da Costa and M. Yacoub, "Moment generating functions of generalized fading distributions and applications," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 12, no. 2, pp. 112–114, Feb. 2008.
- [25] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs and Mathematical Tables*. New York, NY, USA: Dover, 1964.
- [26] M. Chiani, D. Dardari, and M. K. Simon, "New exponential bounds and approximations for the computation of error probability in fading channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 24, no. 5, pp. 840–845, May 2003. [Online]. Available: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:15272391>
- [27] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 8th ed., Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 2014.



WILIAN EURÍPEDES VIEIRA received the degree (Full Degree) and master's degrees in mathematics from the Federal University of Uberlandia, in 1996 and 2009, respectively, where he is currently pursuing the Ph.D. degree in electrical engineering. He is a Professor with the Federal University of Uberlandia. He has experience in the area of mathematics, working mainly in the area of differential geometry.



GILBERTO ARANTES CARRIJO received the degree in electrical engineering from the University of Brasília, in 1972, the master's degree in electronic engineering and telecommunication and the Ph.D. degree in electronic and computer engineering from the Technological Institute of Aeronautics, in 1976 and 1983, respectively, and the Ph.D. degree from The Western Australia University, in 1990. He is currently a Full Professor with the Federal University of Uberlandia.

He has experience in electrical engineering, with an emphasis on the digital processing of voice and image signals, working mainly on the following topics: UHF propagation, image compression, spectral spread, facial recognition, and codes.



PEDRO LUIZ LIMA BERTARINI received the degree and the Ph.D. degree in electrical engineering from the University of São Paulo (USP), in 2006 and 2012, respectively. He is currently a Professor and a Researcher with the Faculty of Electrical Engineering, Federal University of Uberlandia (UFU), Campus Patos de Minas. He coordinates the UFU Laboratory of Urban and Rural Technologies (LATUR), Campus Patos de Minas, where he leads multidisciplinary projects

that involve: 1) developing devices based on the Internet of Things (IoT) technology; 2) image analysis through computer vision techniques; and 3) data analysis using artificial intelligence (AI), machine learning, and multivariate statistics methods.



EDSON AGUSTINI received the degree in mathematics from São Paulo State University-Unesp, Campus São José do Rio Preto, São Paulo, in 1995, and the master's and Ph.D. degrees in mathematics from the State University of Campinas-Unicamp, in 1998 and 2002, respectively. He is currently a Professor with the Federal University of Uberlandia-UFU, Minas Gerais. His research interests include geometry/topology and information and coding theory.



KARINE BARBOSA CARBONARO received the degree in electrical engineering from the National Institute of Telecommunications-INATEL, Brazil, in 2001, and the master's and Ph.D. degrees in electrical engineering from the Federal University of Uberlandia, in 2004 and 2015, respectively. She is currently a Professor with the Federal University of Uberlandia. She has experience in the area of telecommunications.



ANDRÉ ANTÔNIO DOS ANJOS received the Ph.D. degree from the State University of Campinas, Brazil, in 2021. He was an Engineer with the Inatel Competence Center, Brazil, for more than 11 years, developing projects in telecommunications and digital signal processing. He is currently a Professor with the Electronic and Telecommunications Engineering Program, Federal University of Uberlandia, Campus Patos de Minas, Brazil. His research interests include wireless communi-

cations, fading channel modeling and simulation, nonlinear systems, and spectrum sensing.

...

6.2 *Artigo 2: Closed-Form Approximation to the Average Symbol Error Probability for Cross-QAM Over κ - μ Fading Channels with Experimental Validation in the Millimeter-Wave Band*

Article

Closed-Form Approximation to the Average Symbol Error Probability for Cross-QAM over κ - μ Fading Channels with Experimental Validation in the Millimeter-Wave Band

Wilian Eurípedes Vieira ¹, Karine Barbosa Carbonaro ², Gilberto Arantes Carrijo ³, Edson Agustini ^{4,*}, André Antônio dos Anjos ² and Pedro Luiz Lima Bertarini ^{2,*}

- ¹ Institute of Mathematics and Statistics, Federal University of Uberlandia, Patos de Minas 38701-002, MG, Brazil; wilianvieira@ufu.br
- ² Faculty of Electrical Engineering, Federal University of Uberlandia, Patos de Minas 38701-002, MG, Brazil; karine.carbonaro@ufu.br (K.B.C.); andre.anjos@ufu.br (A.A.d.A.)
- ³ Faculty of Electrical Engineering, Federal University of Uberlandia, Uberlandia 38400-902, MG, Brazil; gilberto@ufu.br
- ⁴ Institute of Mathematics and Statistics, Federal University of Uberlandia, Uberlandia 38400-902, MG, Brazil
- * Correspondence: agustini@ufu.br (E.A.); bertarini@ufu.br (P.L.L.B.)

Abstract

This work presents a closed-form approximation to the symbol error probability (SEP) for cross-quadrature amplitude modulation (cross-QAM) schemes over κ - μ fading channels. The proposed formulation enables accurate performance evaluation while avoiding computationally expensive numerical integration. The analysis covers millimeter-wave (mmWave) frequencies at 55, 60, and 65 GHz, under both line-of-sight (LoS) and non-line-of-sight (nLoS) conditions, and for multiple transmitter–receiver polarization configurations. A key contribution of this work is the experimental validation of the theoretical expression with real channel-measurement data, which confirms the applicability of the κ - μ model in realistic mmWave scenarios. Furthermore, we perform a detailed parametric study to quantify the influence of κ and μ on adaptive modulation performance, providing practical insights for 5G and future 6G systems. The proposed framework bridges theoretical analysis and experimental validation, offering a computationally efficient and robust tool for the design and evaluation of advanced modulation schemes in generalized fading environments.

Keywords: 5G network; 6G wireless system; adaptive modulation; antenna polarization; cross-QAM modulation; generalized fading model; κ - μ fading channel; millimeter-wave communication; symbol error probability



Academic Editor: Panagiotis Gkonis

Received: 20 August 2025

Revised: 19 September 2025

Accepted: 23 September 2025

Published: 2 October 2025

Citation: Vieira, W.E.; Carbonaro, K.B.; Carrijo, G.A.; Agustini, E.; Anjos, A.A.d.; Bertarini, P.L.L. Closed-Form Approximation to the Average Symbol Error Probability for Cross-QAM over κ - μ Fading Channels with Experimental Validation in the Millimeter-Wave Band. *Telecom* **2025**, *6*, 72. <https://doi.org/10.3390/telecom6040072>

Copyright: © 2025 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

1.1. Related Work

The advancement of mobile communication technologies has been driven by the growing demand for faster, more reliable, and lower-latency connections, as well as the need to support an increasing number of connected devices. 5G networks emerge as a response to these challenges, offering substantial improvements over previous generations of mobile networks [1]. The growing demand for high data rates in wireless communication systems makes research in this field essential to ensure the quality of services and applications. A significant portion of these studies focuses on mitigating the negative effects of the wireless channel, with fading being the main phenomenon affecting this type of communication [2].

To address the reduction in spectral efficiency, it is common to increase the order of the modulation. Thus, QAM (quadrature amplitude modulation) schemes are often employed in various studies in the literature [3,4]. Currently, non-square constellations are widely used in communication systems because they exhibit lower amplitude fluctuations than square constellations [5,6]. Additionally, the performance of QAM in photonics-aided mmWave systems with multi-antenna diversity has been investigated in [7], reinforcing its practical relevance in next-generation architectures.

The advanced applications envisioned for wireless networks, especially in the mmWave band for 5G and future 6G systems, will inevitably lead to a wide range of propagation conditions. Although traditional fading models such as Rayleigh [8], Hoyt [9], Rice [10], Nakagami- m [11], and Weibull [12] may still be applicable, their ability to adapt to more complex scenarios is limited. However, more flexible and generalized models, such as the α - μ [13], κ - μ , and η - μ [14] models, offer greater potential to represent these challenging conditions. Recent studies also highlight the relevance of generalized models such as κ - μ and Beaulieu–Xie for analyzing realistic fading and interference environments [14,15].

These generalized models have proven particularly effective in representing propagation characteristics in real-world applications, including spectrum sensing [16], vehicular-to-vehicular (V2V) scenarios [17], device-to-device (D2D) communication systems [18], body area networks (BAN) [19], underwater ultrasonic links [20], 5G Frequency Range 2 (FR2) deployments [21], narrowband transmission systems [22], and mmWave channels [23–26]. Recent experimental investigations, such as the one conducted in [27], confirmed the flexibility of the α - μ model in describing composite fading more accurately than classical models, further reinforcing the usefulness of generalized approaches. More recent studies have also validated the suitability of generalized fading models for next-generation scenarios, including κ - μ shadowed fading with hardware impairments [28], fading channel models for outdoor mmWave communications [29], and symbol error probability analysis under α - κ - μ fading [30]. In particular, recent studies have also further highlighted the relevance of the κ - μ model in next-generation systems, ranging from the characterization of novel modulation techniques [31], to secure transmission strategies in uplink Sparse Code Multiple Access (SCMA) [32], and even mixed fading products with practical and RIS-enabled applications [33].

The literature provides strong evidence that these generalized models offer enhanced adaptability to various wireless contexts [21,23,24]. In contrast, conventional models often fall short in representing particular propagation conditions, notably in mmWave scenarios [23–26], where the envelope probability function density (PDF) of the received signal may exhibit bimodal characteristics. These effects, common in severe fading conditions, underscore the necessity of employing generalized models to capture the full range of physical phenomena observed in modern wireless.

Building on this line of research, the present study turns to the generalized κ - μ fading model [14], which is widely recognized for its flexibility in characterizing a variety of multipath propagation conditions, including both LoS (line-of-sight) and nLoS (non-line-of-sight) scenarios. This model captures small-scale fading effects by accounting for the presence of multiple dominant components and clustered scatterers, offering enhanced analytical tractability and encompassing several classical models as special cases. A closed-form approximation is derived for the SEP (symbol error probability) of cross-QAM schemes over the κ - μ model. The analytical result is validated through performance simulations conducted in MATLAB R2024b. These simulations were carried out at mmWave frequencies of 55, 60, and 65 GHz. The evaluation is based on channel models developed from an extensive measurement campaign reported in [23], which considered both LoS and nLoS conditions in indoor scenarios. The results provide valuable insights into the behavior of

QAM schemes in mmWave environments, clarifying their practical applicability and the challenges they may face in future high-frequency communication systems.

We align our discussion with the 3GPP TR 38.901 channel model for 0.5–100 GHz, which serves as the industry reference for 5G evaluations. Although TR 38.901 does not prescribe the κ - μ distribution *per se*, κ - μ generalizes key fading conditions underlying the standard models (including Rician, Rayleigh, and Nakagami- m), and numerous mmWave measurement campaigns in 28–65 GHz have reported excellent goodness-of-fit for κ - μ and related generalized distributions [21,23,24]. We therefore adopt κ - μ as an analytically tractable, generalized, and measurement-supported model consistent with 5G propagation.

1.2. Contributions and Organization

This work presents an adaptation of the analytical framework to the κ - μ fading model, which, unlike the commonly considered η - μ model in the literature, captures multiple dominant components and clustered scatterers typical of mmWave propagation. This adaptation required reformulations in the expansions of the Bessel function and approximations to the complementary error function, due to the coupling between the parameters κ and μ , preserving the convergence and accuracy of the expressions.

Furthermore, we propose a closed-form approximation to the SEP of cross-QAM modulation schemes over κ - μ fading channels, particularly for the mmWave band. This expression avoids the need for numerical integration, which provides computational efficiency.

The work also provides experimental validation using measurement data from campaigns at 55, 60, and 65 GHz, covering scenarios with LoS and nLoS conditions, as well as various polarization combinations, which have not been addressed in previous studies.

Finally, we offer a detailed parametric study on the influence of the parameters κ and μ on modulation performance, providing practical insights for the design of robust systems in generalized fading environments.

The remainder of this paper is organized as follows. Section 2 reviews the cross-QAM scheme over κ - μ fading. In Section 3, a closed-form approximation to the SEP of cross-QAM over the κ - μ fading model is derived, representing a key contribution of this work. Section 4 analyzes the experimental data from [23] to validate the applicability of the model to mmWave environments, including statistical fitting with the κ - μ distribution. Section 5 presents a performance evaluation based on MATLAB simulations at 55, 60, and 65 GHz, considering LoS/nLoS scenarios and different polarization configurations. Finally, Section 6 summarizes the main findings and conclusions.

2. Basic Review

2.1. Cross M-QAM Modulation

QAM is widely employed in digital communication systems due to its ability to efficiently transmit information through simultaneous modulation of carrier amplitude and phase. In this scheme, the constellation comprises $M = 2^b$ symbols, with b denoting the number of bits carried by each symbol.

For odd values of b satisfying $b \geq 5$, a variation known as the cross M -QAM constellation is often adopted. Unlike conventional square-grid layouts, this structure arranges the symbols in a cross-shaped geometry to approximate a more compact constellation. This approach reduces the average symbol energy while supporting Gray-like labeling strategies. The resulting constellation points are mathematically described as

$$s = \pm(2u - 1) \pm (2v - 1)j, \quad (1)$$

where the indices u and v follow these rules:

$$u = 1, \dots, 3 \cdot 2^{(b-5)/2},$$

$$v = \begin{cases} 1, \dots, 3 \cdot 2^{(b-5)/2}; & \text{if } u \leq 2^{(b-3)/2} \\ 1, \dots, 2^{(b-3)/2}; & \text{if } u > 2^{(b-3)/2} \end{cases},$$

and j is the imaginary unit.

To normalize the constellation energy, a scale factor k is introduced, given by

$$k = \frac{1}{\sqrt{E_M}}, \quad (2)$$

where E_M denotes the average energy per symbol in the cross-QAM constellation. According to [34], this average energy is expressed as

$$E_M = \frac{31M-32}{48}. \quad (3)$$

The constellation points are classified based on the number of adjacent symbols they have in the horizontal and vertical directions:

- (a) 8 symbols have two neighbors;
- (b) $3\sqrt{2M} - 16$ symbols have three neighbors;
- (c) $M - 3\sqrt{2M} + 8$ symbols have four neighbors.

An illustration of this structure for $M = 128$ is shown in Figure 1, where the different categories of points are highlighted.

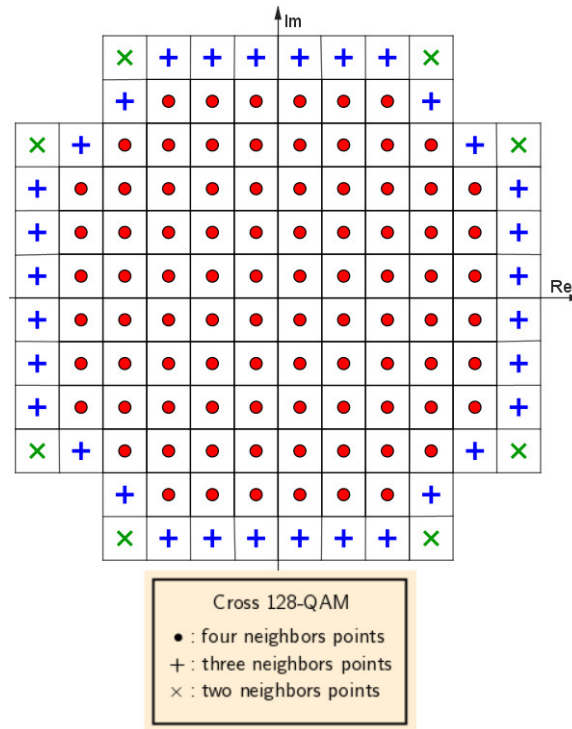


Figure 1. Cross 128-QAM constellation.

Assuming an additive white Gaussian noise (AWGN) channel, the SEP for cross-QAM modulation is analytically given by [34]

$$P_e(\gamma) = \left(2 - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right) \text{erfc}(k\sqrt{\gamma}) - \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}}\right) \text{erfc}^2(k\sqrt{\gamma}), \quad (4)$$

where $\gamma = \frac{E_M}{N_0} = \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}$ represents the instantaneous signal-to-noise ratio (SNR) at the receiver, with E_b being the average bit energy and N_0 the one-sided noise power spectral density in [watts/Hz].

This modulation format provides improved spectral efficiency for high data rate transmissions by enabling non-square constellations, which are particularly advantageous when M is not a power of four. Although square constellations are generally easier to implement, cross-QAM offers a compelling trade-off between the average energy per symbol and the constellation compactness [2]. It is therefore a practical choice for adaptive modulation schemes in modern wireless communication standards.

2.2. Fading Channels

In a fading propagation scenario, the instantaneous value of γ will vary randomly, and its PDF will depend on the considered type of fading. Thus, the average SEP can be calculated as [35]

$$\bar{P}_e = \int_0^\infty \mathcal{P}_e(\gamma) p(\gamma) d\gamma, \quad (5)$$

where $\mathcal{P}_e(\gamma)$ is the symbol error probability of a QAM scheme conditioned on a fixed γ and $p(\gamma)$ is the PDF of γ .

2.3. The κ - μ Fading Model

The κ - μ distribution is a flexible and generalized small-scale fading model capable of characterizing both LoS and nLoS propagation conditions. It has been extensively employed to describe wireless channels where the received signal is composed of multiple clusters of multipath components, each potentially containing a dominant wave.

According to [14], the PDF of the instantaneous SNR γ over κ - μ fading is expressed as

$$p(\gamma) = \frac{\mu(1+\kappa)^{(\mu+1)/2} \gamma^{(\mu-1)/2}}{\bar{\gamma}^{(\mu+1)/2} \kappa^{(\mu-1)/2} e^{\mu\kappa}} \cdot \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}\right) I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}}\right), \quad (6)$$

where $\mu > 0$ corresponds to the number of multipath clusters (or the clustering level of the scattered components), $\kappa \geq 0$ represents the ratio of the total power of the dominant components to that of the scattered waves, $\bar{\gamma}$ denotes the average received SNR, and $I_{\mu-1}(\cdot)$ is the modified Bessel function of the first kind and order $\mu - 1$.

The κ - μ model encompasses several classical distributions as special cases [14], including Rice ($\kappa = K, \mu = 1$), Nakagami- m ($\kappa \rightarrow 0, \mu = m$), Rayleigh ($\kappa \rightarrow 0, \mu = 1$), and one-sided Gaussian ($\kappa \rightarrow 0, \mu = \frac{1}{2}$). Further analytical treatments of QAM over mixed κ - μ and η - μ fading channels can be found in [36], highlighting the importance of generalized models in performance evaluation.

To facilitate analytical tractability, particularly in integrals involving the PDF, an infinite series representation of the Bessel function can be employed. A truncated form of the infinite series of the Bessel function, as presented in [37] (p. 375, Eq. 9.6.10), for $z > 0$ is given by

$$I_{\mu-1}(z) \approx \left(\frac{z}{2}\right)^{\mu-1} \sum_{j=0}^n \frac{\left(\frac{z^2}{4}\right)^j}{j! \Gamma(\mu+j)}, \quad (7)$$

where $\Gamma(\cdot)$ denotes the Gamma function.

Substituting (7) into (6) with $z = 2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}}$, we obtain the following approximation to the PDF of γ :

$$p(\gamma) \approx \frac{e^{-\mu\kappa} \mu^\mu (1+\kappa)^\mu}{\bar{\gamma}^\mu} \gamma^{\mu-1} \cdot \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}\right) \sum_{j=0}^n \frac{\mu^{2j} \kappa^j (1+\kappa)^j \gamma^j}{j! \Gamma(\mu+j) \bar{\gamma}^j}. \quad (8)$$

3. Closed-Form Approximation to the SEP of Cross-QAM over κ - μ Model

Applying $P_e(\gamma)$ for the cross M-QAM constellation given in (4), and $p(\gamma)$ for the κ - μ fading model presented in (8), to $\bar{P}_e$ given in (5), we obtain

$$\bar{P}_e(\bar{\gamma}) \approx \frac{e^{-\mu\kappa} \mu^\mu (1+\kappa)^\mu}{\bar{\gamma}^\mu} \sum_{j=0}^n \left(\frac{\mu^{2k} \kappa^j (1+\kappa)^j \gamma^j}{j! \Gamma(\mu+j) \bar{\gamma}^j} (AX - BY) \right), \quad (9)$$

where

$$A = 2 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{M}}, \quad (10)$$

$$B = 1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{M}}, \quad (11)$$

and X and Y are respectively defined as

$$X = \int_0^\infty \operatorname{erfc}(k\sqrt{\gamma}) \gamma^{j+\mu-1} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma, \quad (12)$$

$$Y = \int_0^\infty \operatorname{erfc}^2(k\sqrt{\gamma}) \gamma^{j+\mu-1} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma, \quad (13)$$

where k is the scaling factor defined in (2).

Initially, the term X is determined by applying the substitution from Equation (14), which involves a change of variables:

$$\gamma = \frac{x^2}{k^2} \Rightarrow d\gamma = \frac{2x}{k^2} dx. \quad (14)$$

This substitution changes the integration limits from $\gamma = 0$ (corresponding to $x = 0$) to $\gamma = \infty$ (corresponding to $x = \infty$). Thus, we can then rewrite the term X as

$$X = \frac{2}{k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty \operatorname{erfc}(x) x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)}{k^2 \bar{\gamma}} x^2\right) dx. \quad (15)$$

As stated by [38], the complementary error function is approximated to

$$\operatorname{erfc}(x) \approx \frac{\exp(-x^2)}{6} + \frac{\exp(-\frac{4}{3}x^2)}{2}. \quad (16)$$

Hence,

$$\begin{aligned} X &\approx \frac{1}{3k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)+k^2\bar{\gamma}}{k^2\bar{\gamma}} x^2\right) dx \\ &\quad + \frac{1}{k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{3\mu(1+\kappa)+4k^2\bar{\gamma}}{3k^2\bar{\gamma}} x^2\right) dx. \end{aligned} \quad (17)$$

We use the following definite integral from the integral table in [39]:

$$\int_0^\infty x^{2m} \exp(-\beta x^{2n}) dx = \frac{\Gamma(v)}{2n\beta^{\frac{v}{2n}}}, \quad (18)$$

where $v = \frac{2m+1}{2n}$.

By comparing Equations (17) and (18), we obtain: $n = 1$, $v = \frac{(2\mu+2j-1)+1}{2} = \mu + j$, $\beta_1 = -\frac{\mu(1+\kappa)+k^2\bar{\gamma}}{k^2\bar{\gamma}}$ and $\beta_2 = -\frac{3\mu(1+\kappa)+4k^2\bar{\gamma}}{3k^2\bar{\gamma}}$. Therefore, Equation (15) results in

$$X \approx \frac{\Gamma(\mu+j)\bar{\gamma}^{\mu+j}}{2} \cdot \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{\mu(1+\kappa)+k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} + \left(\frac{3}{3\mu(1+\kappa)+4k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} \right]. \quad (19)$$

The term Y can be found considering the same variable substitution presented in (14) and can be rewritten as

$$Y = \frac{2}{k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty \operatorname{erfc}^2(x) x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)}{k^2\bar{\gamma}} x^2\right) dx. \quad (20)$$

We expand the approximation of [38] given in (16),

$$\operatorname{erfc}^2(x) \approx \frac{\exp(-2x^2)}{36} + \frac{\exp(-\frac{7}{3}x^2)}{6} + \frac{\exp(-\frac{8}{3}x^2)}{4}, \quad (21)$$

and we apply the approximation to the Equation (20) to obtain

$$\begin{aligned} Y &\approx \frac{1}{18k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)+2k^2\bar{\gamma}}{k^2\bar{\gamma}} x^2\right) dx \\ &+ \frac{1}{3k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{3\mu(1+\kappa)+7k^2\bar{\gamma}}{3k^2\bar{\gamma}} x^2\right) dx \\ &+ \frac{1}{2k^{2\mu+2j}} \int_0^\infty x^{2\mu+2j-1} \exp\left(-\frac{3\mu(1+\kappa)+8k^2\bar{\gamma}}{3k^2\bar{\gamma}} x^2\right) dx. \end{aligned} \quad (22)$$

Using the definite integral in Equation (18) again, Equation (20) results in the following:

$$\begin{aligned} Y &\approx \frac{\Gamma(\mu+j)\bar{\gamma}^{\mu+j}}{2} \left[\frac{1}{18} \left(\frac{1}{\mu(1+\kappa)+2k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} \right] \\ &+ \frac{\Gamma(\mu+j)\bar{\gamma}^{\mu+j}}{2} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{3}{3\mu(1+\kappa)+7k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} \right] \\ &+ \frac{\Gamma(\mu+j)\bar{\gamma}^{\mu+j}}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{3}{3\mu(1+\kappa)+8k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Applying Equations (23) and (19) to (9), we obtain the closed-form approximation to the average SEP of the cross M -QAM scheme over the κ - μ fading channel as follows:

$$\begin{aligned} \bar{P}_e(\bar{\gamma}) &\approx \frac{e^{-\mu\kappa}\mu^\mu(1+\kappa)^\mu}{2} \sum_{j=0}^n \left\{ \frac{\kappa^j \mu^{2j} (1+\kappa)^j}{j!} \left[\left(2 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{M}} \right) \left(\frac{1}{3} \left(\frac{1}{\mu(1+\kappa)+k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} + \left(\frac{3}{3\mu(1+\kappa)+4k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} \right) \right. \right. \\ &\left. \left. - \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{M}} \right) \left(\frac{1}{18} \left(\frac{1}{\mu(1+\kappa)+2k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} + \frac{1}{3} \left(\frac{3}{3\mu(1+\kappa)+7k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{3\mu(1+\kappa)+8k^2\bar{\gamma}} \right)^{\mu+j} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

4. Field Measurements and Channel Modeling

In this work, the channel model described in [23] was adopted to evaluate the performance of cross-QAM schemes in the mmWave band. The measurements were carried out at the iTEAM Research Institute, Universitat Politècnica de València, Spain, in a laboratory environment characterized by a high density of reflective and scattering surfaces, including metallic cupboards, benches, computers, and other furniture. This rich multipath environment results from propagation mechanisms such as reflection, diffraction, and scattering. The measurement area covers a volume of approximately $13.5 \text{ m} \times 7 \text{ m} \times 2.6 \text{ m}$, enclosed by reinforced concrete floors and ceilings and walls made of wood and plasterboard.

The measurement campaign, as detailed in [23], aimed to characterize short-term fading in the 55–65 GHz frequency range. The setup included a vector network analyzer (VNA), vertically polarized antennas, and a receiver-side XY positioning system forming a uniform rectangular array (URA). Among the various configurations studied, Scenarios 1, 2, 3, and 4 were selected for analysis in this work due to their representativeness of different propagation conditions.

- **Scenario 1:** LoS with crossed polarization (HV), distance of 3.29 m between transmitter (Tx) and receiver (Rx). This setting emphasizes diffuse components by attenuating the direct path.
- **Scenario 2:** LoS with co-polarized antennas (VV) at the same distance of 3.29 m, providing strong antenna coupling and emphasizing the direct path with minimal attenuation.
- **Scenario 3:** nLoS with co-polarized antennas (VV) at the same distance of 3.29 m, with an absorber obstructing the LoS to emulate common indoor blockage.
- **Scenario 4:** Favorable LoS with VV polarization and reduced separation of 2.77 m, resulting in a strong dominant component.

These scenarios encompass a range of propagation conditions, from strong direct paths to obstructed environments, providing a comprehensive basis for evaluating signal fading effects in high-frequency communication systems. Table 1, adapted from [23], summarizes the estimated parameters of the κ - μ fading model for Scenarios 1, 2, 3, and 4, at operating frequencies of 55, 60, and 65 GHz. The table includes (i) the κ parameter; (ii) the μ parameter; and (iii) the normalized mean square error (NMSE) (the NMSE is computed as $10 \log_{10} \left(\frac{\sum_i (p_{\text{meas}}(\gamma_i) - p_{\text{model}}(\gamma_i))^2}{\sum_i p_{\text{meas}}^2(\gamma_i)} \right)$, where p_{meas} and p_{model} denote the measured and fitted PDF, respectively. More negative values indicate a better goodness of fit), which reflects the accuracy of the model fitting to the empirical data in each evaluated scenario. All values presented in Table 1 were directly reproduced from [23], which reported the κ - μ model fitting to the measurement data.

Table 1. Fitting results obtained for Scenarios 1, 2, 3, and 4 considering the κ - μ distribution, as described in [23].

Scenario	Frequency	κ	μ	NMSE [dB]
1-LoS-HV-3.29 m	55 GHz	0.43	0.99	−17.57
	60 GHz	0.84	0.85	−16.38
	65 GHz	0.77	0.98	−17.35
2-LoS-VV-3.29 m	55 GHz	2.92	0.96	−14.97
	60 GHz	24.47	0.19	−16.73
	65 GHz	2.66	0.83	−14.94
3-nLoS-VV-3.29 m	55 GHz	2.04	0.81	−17.31
	60 GHz	1.19	1.57	−16.19
	65 GHz	1.05	0.84	−16.47
4-LoS-VV-2.77 m	55 GHz	24.43	0.25	−21.16
	60 GHz	1.80	2.06	−19.62
	65 GHz	3.53	1.32	−17.89

The results in Table 1 highlight the distinct small-scale fading characteristics across the four analyzed scenarios, as captured by the estimated parameters κ and μ of the κ - μ distribution.

In Scenario 1 (LoS, HV polarization, 3.29 m), the estimated values of κ are relatively low (between 0.43 and 0.84), indicating a weak dominance of the LoS component. This is expected due to the cross-polarized configuration, which reduces antenna coupling and attenuates the direct path. The μ values remain close to 1 across all frequencies, suggesting a mildly dispersive environment with a limited number of significant multipath clusters.

The NMSE values, ranging from -17.57 dB to -16.38 dB, reflect a good fit between the model and the measured data.

In Scenario 2 (LoS, VV polarization, 3.29 m), the values of κ vary significantly, from 2.66 to 24.47, with the peak occurring at 60 GHz. This strong direct component results from the co-polarized antenna configuration, which maximizes LoS reception. Notably, the extremely high $\kappa = 24.47$ paired with a very low $\mu = 0.19$ at 60 GHz points to a channel dominated almost entirely by a deterministic LoS component, with minimal contribution from diffuse multipath. This configuration is physically consistent with highly direct propagation and low scattering. The NMSE values, between -16.73 dB and -14.94 dB, indicate a slightly more complex fitting process than in Scenario 1, possibly due to the sparsity of the scattered energy in some frequency bands.

Scenario 3 (nLoS, VV polarization, 3.29 m) presents κ values between 1.05 and 2.04, consistent with the absence of a direct path but the presence of strong reflected components acting as dominant signal contributors. This is typical in indoor nLoS conditions, where reflections from walls or furniture can mimic the role of an LoS path. The values of μ range from 0.81 to 1.57, with the highest multipath richness occurring at 60 GHz. The NMSE performance (-17.31 dB to -16.19 dB) remains comparable to that of the LoS cases, suggesting that the κ - μ model adapts well even under obstruction.

Finally, Scenario 4 (LoS, VV polarization, 2.77 m) stands out with the highest average value of κ observed in all scenarios, reaching 24.43 at 55 GHz, alongside an extremely low $\mu = 0.25$. This reflects a propagation condition with a strongly dominant LoS component and a highly sparse or unstable diffuse component, typical of short-range, highly directive links. At 60 GHz, κ drops sharply to 1.80 and μ rises to 2.06, suggesting an increase in scattering due to greater interaction with surrounding surfaces. However, at 65 GHz, κ increases again to 3.53 while μ decreases to 1.32, indicating a slight rebalancing between the dominant and scattered components. Scenario 4 also yields the lowest NMSE values among all scenarios (from -21.16 dB to -17.89 dB), demonstrating the excellent fit of the κ - μ model in this *near-optimum* LoS propagation environment.

In summary, the estimated parameters κ and μ are physically coherent with the polarization and geometric configurations of each scenario. The κ - μ distribution shows strong modeling capability across both highly directive LoS scenarios and more scattered nLoS conditions, as evidenced by the consistently low NMSE values.

It is worth noting that in some LoS scenarios, the estimated values of μ are less than one. This condition indicates a propagation environment with a very limited number of multipath clusters, often associated with highly directive LoS links in which the received signal is dominated by one or a few strong components and only sparse diffuse scattering. Physically, $\mu < 1$ can represent even more severe fading than the Rayleigh case, since Rayleigh assumes $\mu = 1$ with fully scattered components of equal power. Such conditions have also been reported in other mmWave experimental works [23,24], confirming that $\mu < 1$ is a meaningful and realistic outcome in these practical scenarios.

5. Performance Evaluation

In order to analyze the performance of the cross M -QAM scheme in an indoor mmWave environment, a simulated communication system based on this modulation scheme was developed in MATLAB. The system transmitter generates N random symbols from the M -QAM constellation. The propagation channel between the transmitter (Tx) and the receiver (Rx) is modeled as a slow κ - μ fading channel, assuming that its characteristics remain practically constant during the transmission of each symbol. Thus, the channel introduces a multiplicative gain to the envelope of the received symbols, generated in MATLAB using the *Inverse Transform Sampling* method [40].

A vector of circularly symmetric complex Gaussian noise with zero mean and variance $N_0/2$, determined by the configured signal-to-noise ratio, is added to the symbol vector already affected by the channel. The receiver uses a zero-forcing equalizer at the input, followed by a maximum likelihood detector. The SEP is estimated by computing the ratio of incorrectly detected symbols to the total number of transmitted symbols. The performance curves presented in this section were obtained for values of E_b/N_0 ranging from 0 dB to 40 dB, with $N = 10^8$ transmitted symbols for each point.

The developed system was initially simulated for $M = 32, 128, 512$, considering an κ - μ channel with the values of κ and μ presented in Table 1 for Scenarios 1 (LoS, HV) and 2 (LoS, VV). The estimated $\bar{P}_e$ values (markers) at 55, 60, and 65 GHz are shown in Figures 2–4 for Scenarios 1 and 2. The markers represent the results obtained through Monte Carlo simulations, while the solid and dashed lines correspond to the theoretical symbol error rate (SER) curves derived from the closed-form approximation in (24).

Analyzing the results presented in Figures 2–4, it can be observed that the theoretical and simulated curves exhibit strong agreement in all simulated cases, validating the proposed approximation (24). This strong agreement has been achieved for relatively low values of n in (24) ($n = 15$), due to the rapid convergence of the series whose truncated series is presented in (7).

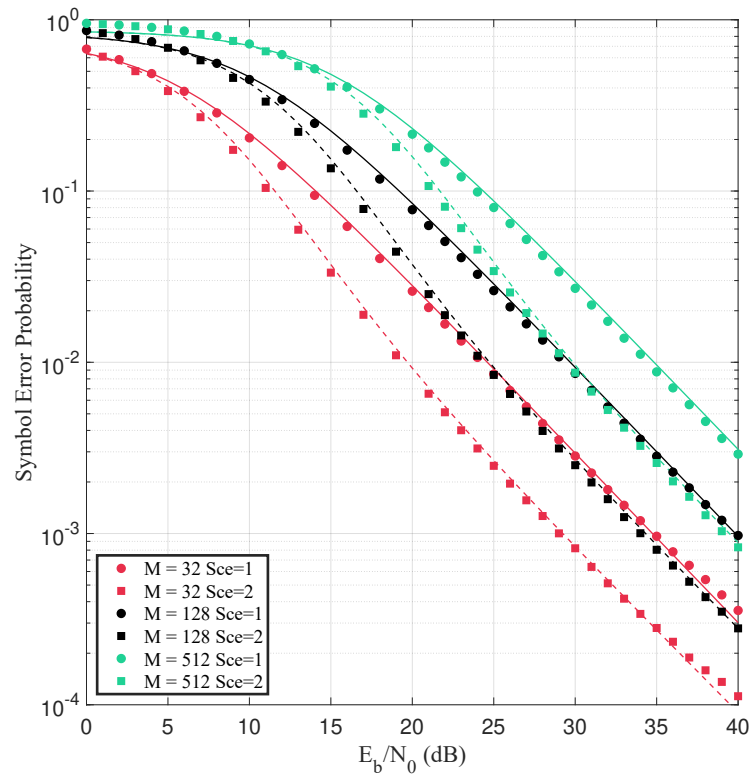


Figure 2. Scenario 1 (LoS, HV) and Scenario 2 (LoS, VV), both with Tx-Rx separation of 3.29 m and 55 GHz. The solid (Scenario 1) and dashed lines (Scenario 2) correspond to the theoretical curves obtained from the closed-form expression in (24), while the markers denote the results from Monte Carlo simulations.

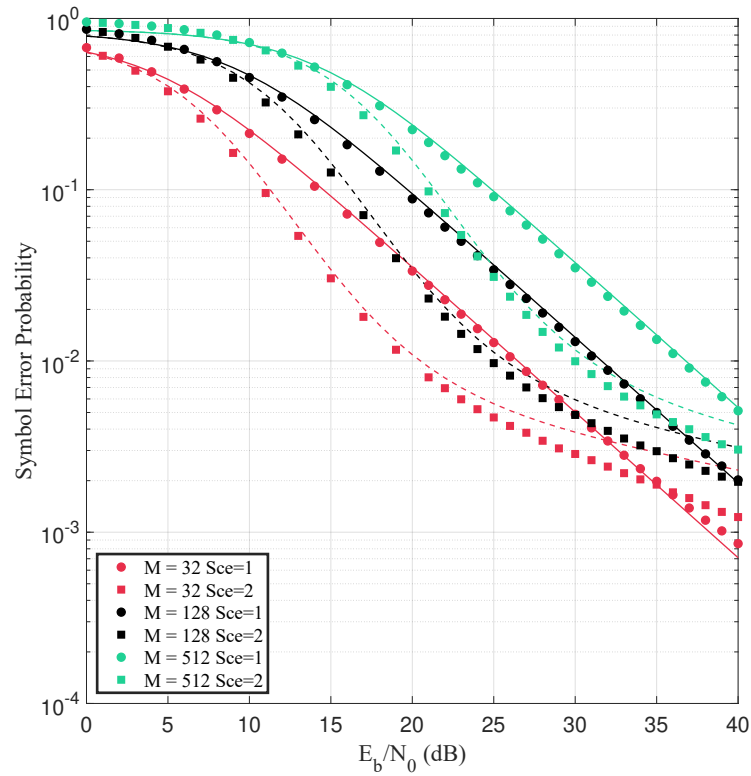


Figure 3. Scenario 1 (LoS, HV) and Scenario 2 (LoS, VV), both with Tx-Rx separation of 3.29 m and 60 GHz. The solid (Scenario 1) and dashed lines (Scenario 2) correspond to the theoretical curves obtained from the closed-form expression in (24), while the markers denote the results from Monte Carlo simulations.

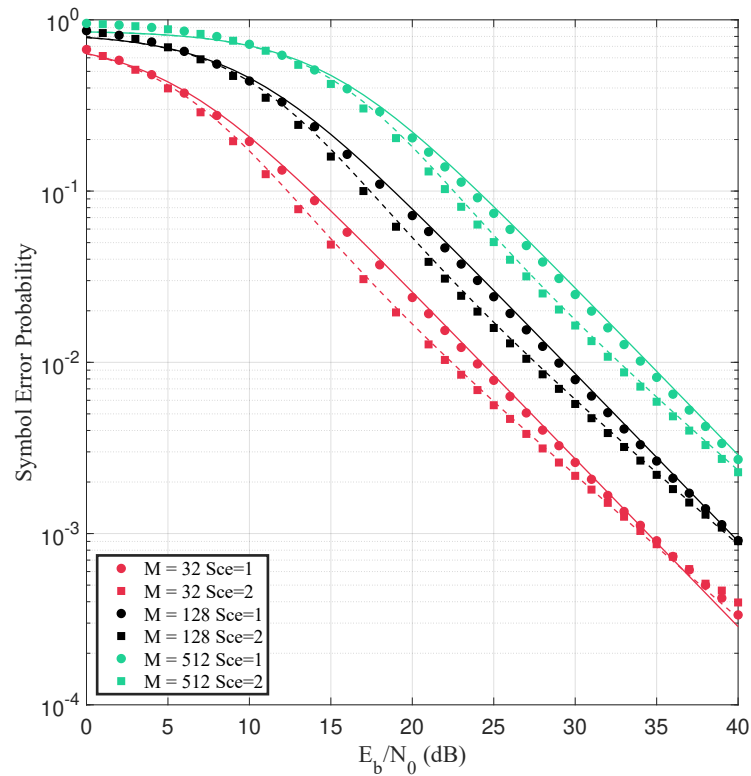


Figure 4. Scenario 1 (LoS, HV) and Scenario 2 (LoS, VV), both with Tx-Rx separation of 3.29 m and 65 GHz. The solid (Scenario 1) and dashed lines (Scenario 2) correspond to the theoretical curves obtained from the closed-form expression in (24), while the markers denote the results from Monte Carlo simulations.

At 55 GHz (Figure 2), Scenario 2 consistently achieves superior SEP performance across all E_b/N_0 values and modulation orders. This improvement results from the strong antenna coupling provided by co-polarization (VV), which maximizes the reception of the LoS component and minimizes signal degradation. In contrast, in Scenario 1, despite the presence of a physical LoS, the cross-polarization (HV) configuration causes significant attenuation of the direct path, leading to worse performance. The estimated channel parameters reinforce this interpretation: Scenario 1 presents $\kappa = 0.43$ and $\mu = 0.99$, indicating a scenario with limited dominance of the LoS path and moderate scattering. In contrast, Scenario 2 shows $\kappa = 2.92$ and $\mu = 0.96$, pointing to a strong direct component with a similar level of dispersion.

When the frequency increases to 60 GHz (Figure 3), the performance gap between the two scenarios becomes more evident. Scenario 2 maintains its clear advantage in all conditions analyzed. The case of a high value $\kappa = 24.47$ in this scenario indicates a highly dominant direct path, while the low value $\mu = 0.19$ reflects a very limited multipath richness. At the same frequency, in Scenario 1, the estimated parameters are $\kappa = 0.84$ and $\mu = 0.85$, suggesting a more balanced distribution between the direct and scattered components, yet it is insufficient to overcome the polarization losses. As a result, Scenario 2 offers a more favorable propagation environment for the operation of the system.

Lastly, at 65 GHz (Figure 4), Scenario 2 continues to outperform Scenario 1 regardless of the modulation order or E_b/N_0 level. The channel parameters for Scenario 2 ($\kappa = 2.66$, $\mu = 0.83$) still indicate a strong LoS component, maintaining a similar behavior as in lower frequencies. On the other hand, Scenario 1 presents $\kappa = 0.77$ and $\mu = 0.98$, suggesting a less prominent direct component and a channel with moderate multipath dispersion, resulting in reduced performance.

Figures 5–7 illustrate the system SEP performance for the values $M = 32, 128$, and 512 , under a κ – μ fading channel, with the values of κ and μ specified in Table 1 for Scenarios 3 (nLoS, VV, 3.29 m) and 4 (LoS, VV, 2.77 m). The estimated $\bar{P}_e$ values (markers) at 55, 60, and 65 GHz are depicted in Figures 5, 6, and 7, respectively, along with the theoretical curves for Scenario 3 (dashed lines) and Scenario 4 (solid lines). In all the cases analyzed, Scenario 4 consistently outperforms Scenario 3 in all modulation orders and SNR ranges, highlighting it as the most favorable propagation condition evaluated.

In Figure 5, which corresponds to the 55 GHz frequency, the performance superiority of Scenario 4 is particularly evident due to the high κ value (24.43) and low μ value (0.25), indicating a strong dominant component and limited multipath dispersion. The VV polarization, combined with a shorter Tx-Rx separation, further improves antenna coupling and enhances direct signal reception.

In scenarios characterized by high κ and low μ values, such as those observed in Figure 3 (Scenario 2, 60 GHz) and Figure 5 (Scenario 4, 55 GHz), a divergence between the theoretical and simulated curves emerges at high E_b/N_0 values—specifically, above approximately 20 dB ($M = 32$), 25 dB ($M = 128$), and 30 dB ($M = 512$) for Scenario 2 and above 25 dB, 30 dB, and 35 dB, respectively, for Scenario 4. This discrepancy may stem from the approximation of the complementary error function and the truncation of an infinite series to a finite number of terms, which can introduce minor inaccuracies that become more prominent in high-SNR regimes. Nonetheless, the overall agreement between the analytical and the simulated results supports the validity and robustness of the proposed theoretical approximation for the practical SNR range.

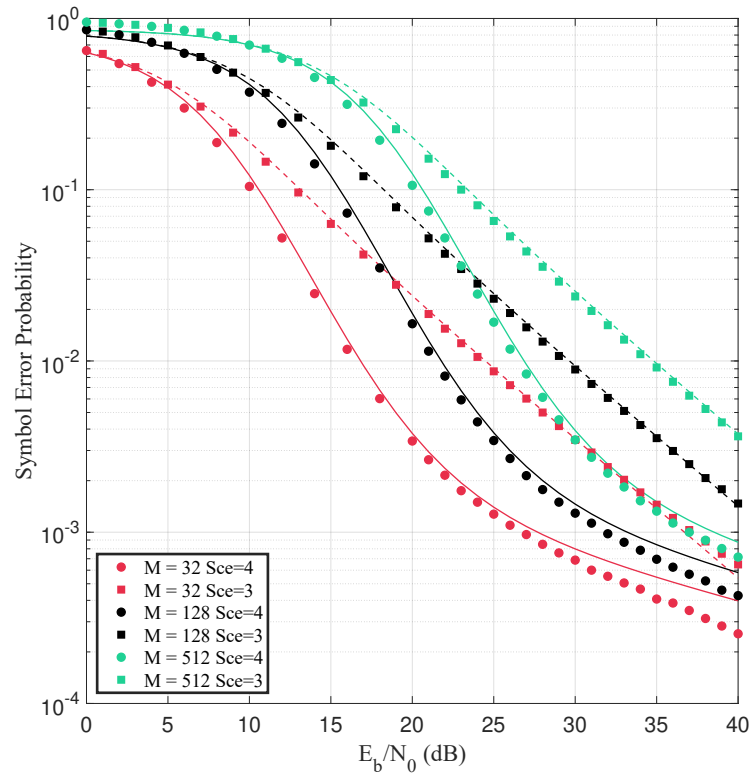


Figure 5. Scenario 4 (LoS with Tx-Rx separation 2.77 m) and Scenario 3 (nLoS with Tx-Rx separation 3.29 m), at 55 GHz. The solid (Scenario 4) and dashed lines (Scenario 3) correspond to the theoretical curves obtained from the closed-form expression in (24), while the markers denote the results from Monte Carlo simulations.

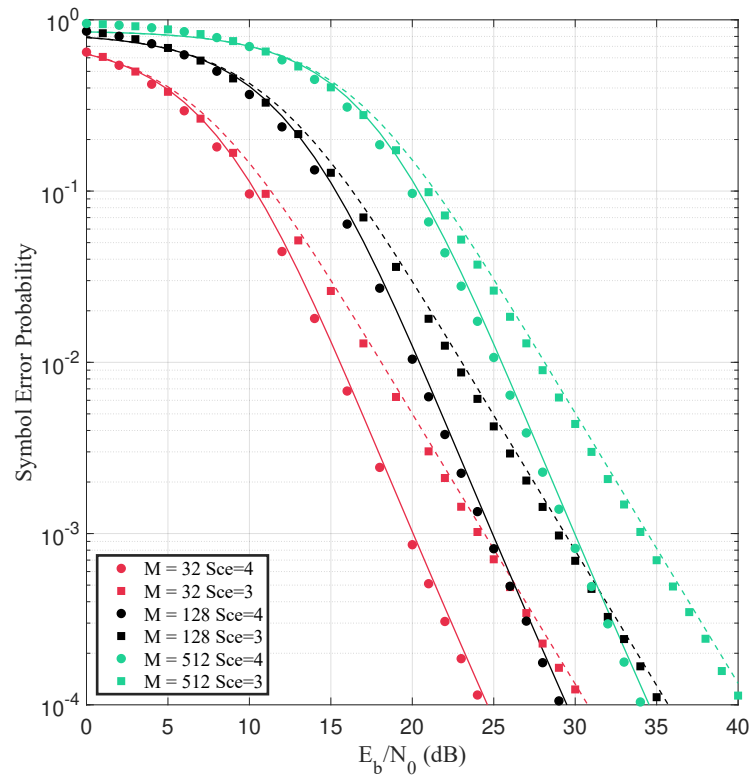


Figure 6. Scenario 4 (LoS with Tx-Rx separation 2.77 m) and Scenario 3 (nLoS with Tx-Rx separation 3.29 m), at 60 GHz. The solid (Scenario 4) and dashed lines (Scenario 3) correspond to the theoretical curves obtained from the closed-form expression in (24), while the markers denote the results from Monte Carlo simulations.

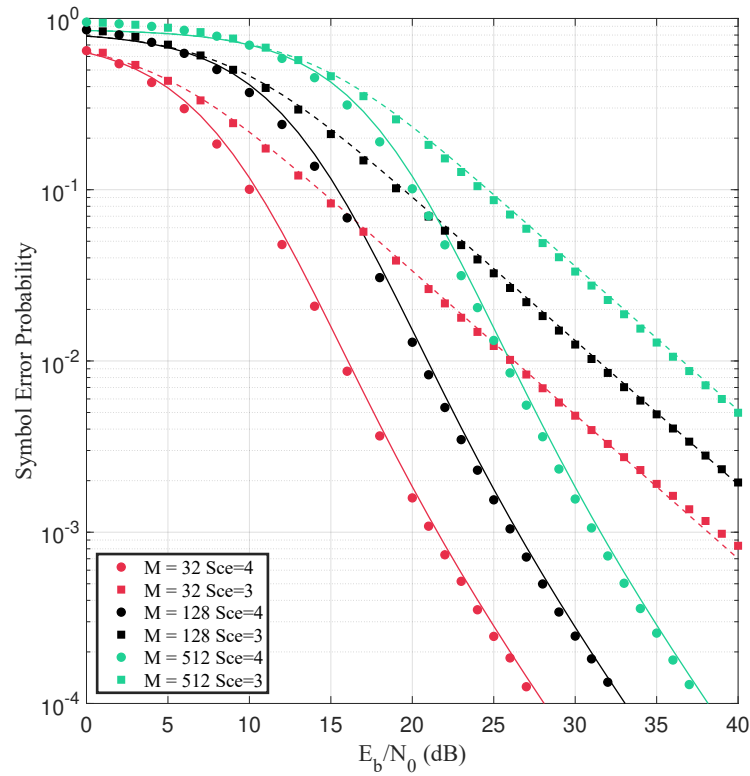


Figure 7. Scenario 4 (LoS with Tx-Rx separation 2.77 m) and Scenario 3 (nLoS with Tx-Rx separation 3.29 m), at 65 GHz. The solid (Scenario 4) and dashed lines (Scenario 3) correspond to the theoretical curves obtained from the closed-form expression in (24), while the markers denote the results from Monte Carlo simulations.

Figure 6, corresponding to 60 GHz, still demonstrates the superior performance of Scenario 4 over Scenario 3, although the gap between them becomes less pronounced. In this case, Scenario 4 features more balanced values of $\kappa = 1.80$ and $\mu = 2.06$, indicating a favorable interaction between a dominant LoS component and multipath diversity. Scenario 3, with $\kappa = 1.19$ and $\mu = 1.57$, also offers reasonable robustness, but with a weaker direct signal contribution.

Finally, in Figure 7 (65 GHz), Scenario 4 continues to outperform Scenario 3 in terms of SEP across all modulation orders and SNR ranges. With $\kappa = 3.53$ and $\mu = 1.32$, the channel in Scenario 4 maintains a strong LoS component while preserving moderate multipath richness. In contrast, Scenario 3, characterized by lower values of $\kappa = 1.05$ and $\mu = 0.84$, exhibits more severe fading conditions, which significantly degrade performance, particularly for higher modulation orders.

Overall, the simulation results confirm the accuracy of the proposed closed-form approximation to various modulation orders, polarization configurations, and frequencies in the mmWave band. A slight divergence between theoretical and simulated curves was observed in scenarios characterized by very high κ and low μ , particularly in high-SNR regimes. However, for the SNR ranges typically encountered in practical communication systems, the proposed approximation remains remarkably accurate and provides a reliable tool for performance evaluation and system design in realistic fading environments.

6. Conclusions

This work presented a closed-form approximation to the SEP of cross M -QAM schemes over κ - μ fading channels. The proposed formulation enables an accurate and efficient performance evaluation without the need for extensive numerical simulations. The expression was validated through *Monte Carlo* simulations in realistic environments within

the mmWave spectrum (55, 60 and 65 GHz), considering both LoS and nLoS conditions, different Tx–Rx distances, modulation orders, and polarization configurations.

The results demonstrated excellent agreement between the analytical and the simulated curves, even for high-order modulations and high-SNR regimes, confirming the robustness of the proposed model. Although minor discrepancies were observed in scenarios with very high κ and low μ values—particularly at extreme SNR levels—the approximation remained highly accurate within the practical operating range of modern wireless systems.

The analysis further revealed that the polarization configuration and the presence of a LoS component play a critical role in determining the SEP performance. Scenarios with VV polarization and strong LoS consistently achieved superior performance at all evaluated SNR levels. However, under lower SNR conditions, the performance gap between LoS and nLoS scenarios tends to narrow. The observed behavior across different SNR thresholds highlights the joint influence of the parameters κ and μ on system performance.

In summary, the derived expression offers a valuable tool for the design and evaluation of high-frequency communication systems, particularly in emerging 5G and 6G networks. Future research may extend this framework to other generalized fading models and explore adaptive modulation and coding strategies based on analytical SEP expressions.

Author Contributions: Conceptualization, K.B.C., G.A.C., A.A.d.A. and P.L.L.B.; methodology, W.E.V., K.B.C., G.A.C., E.A., A.A.d.A. and P.L.L.B.; software, A.A.d.A. and P.L.L.B.; validation, W.E.V. and E.A.; formal analysis, W.E.V., K.B.C., G.A.C. and E.A.; investigation, W.E.V., K.B.C. and E.A.; resources, A.A.d.A. and P.L.L.B.; data curation, K.B.C. and A.A.d.A.; writing—original draft preparation, W.E.V., K.B.C., E.A. and A.A.d.A.; writing—review and editing, W.E.V., G.A.C., A.A.d.A. and P.L.L.B.; visualization, A.A.d.A.; supervision, E.A., A.A.d.A. and P.L.L.B.; project administration, P.L.L.B.; funding acquisition, P.L.L.B. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This research was partially funded by Minas Gerais Research Foundation (FAPEMIG) grant number RED-00194-23, under Minas Gerais Research Network in 5G and 6G project.

Data Availability Statement: The original contributions presented in this study are included in the article. Further inquiries can be directed to the corresponding authors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflicts of interest.

References

1. Ghosh, A.; Maeder, A.; Baker, M.; Chandramouli, D. 5G Evolution: A View on 5G Cellular Technology Beyond 3GPP Release 15. *IEEE Access* **2019**, *7*, 127639–127651. [\[CrossRef\]](#)
2. Proakis, J.G.; Manolakis, D. *Digital Communications*, 4th ed.; McGraw-Hill: New York, NY, USA, 2007.
3. Orozco, N.; Carvajal, H.; de Almeida, C. A Hybrid Transmission Scheme Employing Opportunistic Transmission and Multiuser Diversity. In Proceedings of the 13th IEEE International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob), Rome, Italy, 9–11 October 2017.
4. Orozco, N.; Carvajal, H.; de Almeida, C. An Opportunistic System to Counteract Fading and Gaussian Interference Effects Under Different Modulation Schemes. *IEEE Lat. Am. Trans.* **2018**, *16*, 2716–2721. [\[CrossRef\]](#)
5. Lee, J.; Jung, J.; Ahn, J.M. Simplified Non-Square Quadrature Amplitude Modulation Demapper for DOCSIS 3.1. *IEEE Trans. Broadcast.* **2017**, *63*, 156–161. [\[CrossRef\]](#)
6. Morais, D.H. Novel Non-Square, Gray Coded, 64-QAM Constellations. In Proceedings of the 2015 IEEE Radio and Wireless Symposium (RWS), San Diego, CA, USA, 25–28 January 2015.
7. Uddin, R.; Li, W.; Yu, J. Optimized Multi-Antenna MRC for 16-QAM Transmission in a Photonics-Aided Millimeter-Wave System. *Sensors* **2025**, *25*, 5010. [\[CrossRef\]](#)
8. Rayleigh, L. On the Resultant of a Large Number of Vibrations of the Same Pitch and of Arbitrary Phase. *Philos. Mag.* **1880**, *10*, 73–78. [\[CrossRef\]](#)
9. Hoyt, R.S. Probability Functions for the Modulus and Angle of the Normal Complex Variate. *Bell Syst. Tech. J.* **1947**, *26*, 318–359. [\[CrossRef\]](#)
10. Rice, S.O. Statistical Properties of Random Noise. *Bell Syst. Tech. J.* **1945**, *24*, 46–156. [\[CrossRef\]](#)

11. Nakagami, M. The m -Distribution—A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading. *Stat. Methods Radio Wave Propag.* **1960**, *26*, 3–36.
12. Weibull, W. A Statistical Distribution Function of Wide Applicability. *J. Appl. Mech.* **1951**, *18*, 293–297. [[CrossRef](#)]
13. Yacoub, M.D. The α - μ Distribution: A Physical Fading Model for the Stacy Distribution. *IEEE Trans. Veh. Technol.* **2007**, *56*, 27–34. [[CrossRef](#)]
14. Yacoub, M.D. The κ - μ Distribution and the η - μ Distribution. *IEEE Antennas Propag. Mag.* **2007**, *49*, 68–81. [[CrossRef](#)]
15. Zhou, L.; Wang, Y.; Li, H. MDE and LLM Synergy for Network Experimentation: Case Analysis of Wireless System Performance in Beaulieu–Xie Fading and κ - μ Co-Channel Interference Environment with Diversity Combining. *Sensors* **2024**, *24*, 3037. [[CrossRef](#)]
16. Anjos, A.A.; da Silva, C.R.N.; de Souza, R.A.A. Fading Evaluation in a Robust Spectrum Sensing System Based on Phase Difference Distribution. *IEEE Trans. Veh. Technol.* **2025**, *74*, 9404–9414. [[CrossRef](#)]
17. Wu, Q.; Matolak, D.W.; Sen, I. 5-GHz-Band Vehicle-to-Vehicle Channels: Models for Multiple Values of Channel Bandwidth. *IEEE Trans. Veh. Technol.* **2010**, *59*, 2620–2625. [[CrossRef](#)]
18. Cotton, S.L. Second-Order Statistics of κ - μ Shadowed Fading Channels. *IEEE Trans. Veh. Technol.* **2016**, *65*, 8715–8720. [[CrossRef](#)]
19. Bhargav, N.; Cotton, S.L.; Smith, D.B. An Experimental-Based Analysis of Inter-BAN Co-Channel Interference Using the κ - μ Fading Model. *IEEE Trans. Antennas Propag.* **2017**, *65*, 983–988. [[CrossRef](#)]
20. Canete, F.J.; Fernandez, J.L.; Corrales, C.G.; Sanchez, A.; Robles, E.; Rodrigo, F.J.; Paris, J.F. Measurement and Modeling of Narrowband Channels for Ultrasonic Underwater Communications. *Sensors* **2016**, *16*, 256. [[CrossRef](#)]
21. Marins, T.R.R.; dos Anjos, A.A.; da Silva, C.R.N.; Penarrocha, V.M.R.; Rubio, L.; Reig, J.; de Souza, R.A.A.; Yacoub, M.D. Fading Evaluation in Standardized 5G Millimeter-Wave Band. *IEEE Access* **2021**, *9*, 67268–67280. [[CrossRef](#)]
22. Chong, P.K.; Yoo, S.E.; Kim, S.H.; Kim, D. Wind-Blown Foliage and Human-Induced Fading in Ground-Surface Narrowband Communications at 400 MHz. *IEEE Trans. Veh. Technol.* **2011**, *60*, 1326–1336. [[CrossRef](#)]
23. Marins, T.R.R.; dos Anjos, A.A.; Reig, J.; Rubio, L.; de Souza, R.A.A.; Yacoub, M.D. Fading Evaluation in the mm-Wave Band. *IEEE Trans. Commun.* **2019**, *67*, 8725–8738. [[CrossRef](#)]
24. Anjos, A.A.; Marins, T.R.R.; da Silva, C.R.N.; Rodrigo-Penarrocha, V.M.; Rubio, L.; Reig, J.; de Souza, R.A.A.; Yacoub, M.D. Higher Order Statistics in a mmWave Propagation Environment. *IEEE Access* **2019**, *7*, 103876–103892. [[CrossRef](#)]
25. Reig, J.; Martínez-Inglés, M.T.; Rubio, L.; Rodrigo-Penarrocha, V.M.; Molina-García-Pardo, J.M. Fading Evaluation in the 60 GHz Band in Line-of-Sight Conditions. *Int. J. Antennas Propag.* **2014**, *12*. [[CrossRef](#)]
26. Blumenstein, J.; Prokes, A.; Chandra, A.; Mikulasek, T.; Marsalek, R.; Zemen, T.; Mecklenbrauker, C. In-Vehicle Channel Measurement, Characterization, and Spatial Consistency Comparison of 30–11 GHz and 55–65 GHz Frequency Bands. *IEEE Trans. Veh. Technol.* **2017**, *66*, 3526–3537. [[CrossRef](#)]
27. Anjos, A.A.; Tenkorang, G.K.; Martins, F.C.; Leonardo, E.J.; Yacoub, M.D. Suitability of α - μ for Composite Fading Modeling. *IEEE Trans. Antennas Propag.* **2024**, *72*, 3670–3679. [[CrossRef](#)]
28. Xia, Y.; Li, Z.; Zhang, H.; Wu, Q. Performance Analysis of Wireless Communications with Nonlinear Energy-Harvesting Hardware Impairments under κ - μ Shadowed Fading. *Sensors* **2023**, *23*, 3619. [[CrossRef](#)]
29. Zemen, T.; Blumenstein, J.; Mecklenbrauker, C.; Prokeš, A. Fading Channel Models for mm-Wave Communications. *Electronics* **2021**, *10*, 798. [[CrossRef](#)]
30. Bodempudi, N.S.P.; Chaturvedi, A.; H, R.; Kulkarni, M. Analysis of symbol error probability in GFDM under generalized α - κ - μ channels: An approach based on probability density function for beyond 5G wireless applications. *AEU—Int. J. Electron. Commun.* **2025**, *200*, 155946. [[CrossRef](#)]
31. Anjos, A.A.; Silva, H.S. On-Off Digital Noise Modulation. *IEEE Wirel. Commun. Lett.* **2025**, early access. [[CrossRef](#)]
32. Mora, H.R.C.; Garzón, N.V.O.; García, F.D.A.; Sánchez, J.D.V.; López, O.L.A. Secure Transmission for Uplink SCMA Systems Over κ - μ Fading Channels. *IEEE Trans. Veh. Technol.* **2024**, *73*, 754–770. [[CrossRef](#)]
33. da Silva, C.R.N.; Simmons, N.; Alvarado, M.C.L.; Sofotasios, P.C.; Cotton, S.L.; Yacoub, M.D. α - μ , κ - μ , and η - μ Mixed Products: Exact and Simple-Approximate Solutions, and Practical and RIS Applications. *IEEE Trans. Veh. Technol.* **2024**, *73*, 14734–14748. [[CrossRef](#)]
34. Zhang, X.; Yu, H.; Wei, G. Exact Symbol Error Probability of Cross-QAM in AWGN and Fading Channels. *EURASIP J. Wirel. Commun. Netw.* **2010**, 917954. [[CrossRef](#)]
35. Xiong, F. *Digital Modulation Techniques*, 2nd ed.; Artech House: Boston, MA, USA, 2006.
36. Al-Hmood, H.; Al-Raweshidy, H. Performance of QAM Schemes with Dual-Hop DF Relaying Systems over Mixed η - μ and κ - μ Fading Channels. *arXiv* **2015**, arXiv:1509.02620.
37. Abramowitz, M.; Stegun, I.A. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables*; Dover: New York, NY, USA, 1964.
38. Chiani, M.; Dardari, D.; Simon, M.K. New Exponential Bounds and Approximations for the Computation of Error Probability in Fading Channels. *IEEE Trans. Wirel. Commun.* **2003**, *2*, 840–845. [[CrossRef](#)]

39. Gradshteyn, I.S.; Ryzhik, I.M. *Table of Integrals, Series and Products*; Academic Press: New York, NY, USA; London, UK, 1980.
40. Devroye, L. *Non-Uniform Random Variate Generation*, 1st ed.; Springer: New York, NY, USA, 1986.

Disclaimer/Publisher’s Note: The statements, opinions and data contained in all publications are solely those of the individual author(s) and contributor(s) and not of MDPI and/or the editor(s). MDPI and/or the editor(s) disclaim responsibility for any injury to people or property resulting from any ideas, methods, instructions or products referred to in the content.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÃO GERAL

O presente trabalho teve como objetivo central investigar o desempenho da modulação M -QAM cruzada sob diferentes condições de desvanecimento, considerando os modelos estatísticos generalizados η - μ e κ - μ , com foco especial na faixa de ondas milimétricas, essencial para os sistemas de comunicação de quinta e sexta geração (5G/6G).

Inicialmente, foi realizada uma análise aprofundada do modelo η - μ , cuja flexibilidade o torna especialmente adequado para representar ambientes nLoS e com múltiplos clusters de ondas multipercurso. Foi deduzida uma expressão analítica aproximada em forma fechada para a SEP da modulação M -QAM cruzada, a qual foi validada por meio de extensas simulações computacionais. Essa validação evidenciou a influência direta dos parâmetros η e μ sobre o desempenho do sistema, confirmando que o modelo η - μ amplia significativamente a capacidade de caracterização estatística do canal em relação aos modelos clássicos, como Rayleigh, Rice e Nakagami- m . Na sequência, o estudo foi estendido ao modelo κ - μ , que possibilita a modelagem de cenários onde coexistem componentes dominantes em linha de visada (LoS) e multipercurso difuso. Uma nova expressão analítica aproximada em forma fechada foi obtida e validada, demonstrando que os parâmetros κ e μ proporcionam um controle mais refinado sobre a severidade do desvanecimento e sobre o equilíbrio entre os componentes determinísticos e aleatórios do canal. Assim, o modelo κ - μ mostrou-se particularmente relevante para aplicações na faixa de ondas milimétricas, nas quais predominam condições híbridas de propagação.

As contribuições apresentadas neste trabalho consolidam formulações teóricas e resultados numéricos que permitem avaliar com precisão e eficiência o desempenho da modulação M -QAM cruzada em diferentes canais. Este trabalho preenche uma lacuna existente na literatura ao fornecer expressões matemáticas aproximadas em forma fechada para a SEP em canais generalizados, até então pouco exploradas para constelações cruzadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] GHOSH, A.; MAEDER, A.; BAKER, M.; CHANDRAMOULI, D. 5G evolution: a view on 5G cellular technology beyond 3GPP release 15. *IEEE Access*, v. 7, p. 127639–127651, 2019.
<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2939938>.
- [2] CHO, K.; YOON, D. On the General BER Expression of One- and Two-Dimensional Amplitude Modulations. *IEEE Transactions on Communications*, v. 50, n. 7, p. 1074–1080, 2002.
<https://doi.org/10.1109/TCOMM.2002.800818>.
- [3] WEBB, W. T.; HANZO, L.; STEELE, R. Bandwidth Efficient QAM Schemes for Rayleigh Fading Channels. *IEE Proceedings I - Communications, Speech and Vision*, v. 138, n. 3, p. 169–175, 1991.
<https://doi.org/10.1049/ip-i-2.1991.0023>
- [4] XIONG, F. *Digital modulation techniques*. 2. ed. Boston: Artech House, 2006.
- [5] HAYKIN, S. *Communication systems*. 4. ed. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- [6] RAYLEIGH, L. On the resultant of a large number of vibrations of the same pitch and of arbitrary phase. *Philosophical Magazine*, v. 10, p. 73–78, 1880.
<https://doi.org/10.1080/14786448008626893>
- [7] RICE, S. O. Statistical properties of random noise. *Bell System Technical Journal*, v. 24, p. 46–156, 1945.
<https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1945.tb00453.x>.
- [8] NAKAGAMI, M. The m -distribution: a general formula of intensity distribution of rapid fading. In: HOFFMAN, W. G. (Ed.). *Statistical methods in radio wave propagation*.

- Oxford: Pergamon, 1960. p. 3–36.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-08-009306-2.50005-4>
- [9] HOYT, R. S. Probability functions for the modulus and angle of the normal complex variate. *Bell System Technical Journal*, v. 26, n. 2, p. 318–359, 1947.
<https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1947.tb01318.x>.
- [10] WEIBULL, W. A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of Applied Mechanics*, v. 18, p. 293–297, 1951.
<https://doi.org/10.1115/1.4010337>.
- [11] SADHWANI, D.; NARAYAN, R. Y. A simplified exact expression of SEP for cross QAM in AWGN channel from $M \times N$ rectangular QAM and its usefulness in Nakagami- m fading channel. *International Journal of Electronics and Communications (AEÜ)*, v. 74, p. 63–74, 2017.
<https://doi.org/10.1016/j.aeue.2017.01.014>.
- [12] RUBIO, L.; REIG, J.; CARDONA, N. Evaluation of Nakagami fading behaviour based on measurements in urban scenarios. *International Journal of Electronics and Communications (AEÜ)*, v. 61, p. 135–138, 2007.
<https://doi.org/10.1016/j.aeue.2006.03.004>.
- [13] L. Azpilicueta, P. Lopez-Iturri, J. Zuñiga-Mejia, M. Celaya-Echarri, F. A. Rodríguez-Corbo, C. Vargas-Rosales, E. Aguirre, D. G. Michelson and F. Falcone, “Fifth-Generation (5G) mmWave Spatial Channel Characterization for Urban Environments’ System Analysis,” *Sensors*, vol. 20, no. 18, p. 5360, 2020.
<https://doi.org/10.3390/s20185360>.
- [14] SAAD, W.; BENNIS, M.; CHEN, M. A Vision of 6G Wireless Systems: Applications, Trends, Technologies, and Open Research Problems. *IEEE Network*, v. 34, n. 3, p. 134–142, 2020.
<https://doi.org/10.1109/MNET.001.1900287>.
- [15] MARINS, T. R. R.; ANJOS, A. A.; REIG, J.; RUBIO, L.; SOUZA, R. A. A.; YACOUN, M. D. Fading evaluation in the mm-wave band. *IEEE Transactions on Communications*, v. 67, p. 8725–8738, 2019.
<https://doi.org/10.1109/TCOMM.2019.2941493>.
- [16] ANJOS, A. A.; MARINS, T. R. R.; SILVA, C.R.N.; RODRIGO-PENARROCHA, V.M.; RUBIO, L.; REIG, J.; SOUZA, R.A.A.; YACOUN, M.D. Higher order statistics in a mmWave propagation environment. *IEEE Access*, v.7, p.103876–103892, 2019.
<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2930931>.

- [17] YACOUB, M.D. The α - μ distribution: a physical fading model for the Stacy distribution. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v.56, p.27–34, 2007.
<https://doi.org/10.1109/TVT.2006.883753>.
- [18] YACOUB, M. D. The κ - μ distribution and the η - μ distribution. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, v. 49, p. 68–81, 2007.
<https://doi.org/10.1109/MAP.2007.370983>.
- [19] ANJOS, A.A.; SILVA, C. R. N.; SOUZA, R. A. A. Fading evaluation in a robust spectrum sensing system based on phase difference distribution. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 74, p. 9404–9414, 2025.
<https://doi.org/10.1109/TVT.2025.3541637>.
- [20] WU, Q.; MATOLAK, D. W.; SEN, I. 5-GHz-band vehicle-to-vehicle channels: models for multiple values of channel bandwidth. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 59, p. 2620–2625, 2010.
<https://doi.org/10.1109/TVT.2010.2043455>.
- [21] COTTON, S. L. Second-order statistics of κ - μ shadowed fading channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 65, p. 8715–8720, 2016.
<https://doi.org/10.1109/TVT.2015.2506260>.
- [22] BHARGAV, N.; COTTON, S. L.; SMITH, D. B. An experimental-based analysis of inter-BAN co-channel interference using the κ - μ fading model. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 65, p. 983–988, 2017.
<https://doi.org/10.1109/TAP.2016.2634521>.
- [23] CANETE, F. J.; FERNANDEZ, J. L.; CORRALES, C. G.; SANCHEZ, A.; ROBLES, E.; RODRIGO, F. J.; PARIS, J. F. Measurement and modeling of narrowband channels for ultrasonic underwater communications. *Sensors*, v. 16, art. 1520, 2016.
<https://doi.org/10.3390/s16020256>.
- [24] MARINS, T. R. R.; ANJOS, A. A.; SILVA, C. R. N.; PENARROCHA, V. M. R.; RUBIO, L.; REIG, J.; SOUZA, R. A. A.; YACOUB, M. D. Fading evaluation in standardized 5G millimeter-wave band. *IEEE Access*, v. 9, p. 67268–67280, 2021.
<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3076631>.
- [25] REIG, J.; MARTÍNEZ-INGLÉS, M. T.; RUBIO, L.; RODRIGO-PENARROCHA, V. M.; MOLINA-GARCÍA-PARDO, J. M. Fading evaluation in the 60 GHz band in line-of-sight conditions. *International Journal of Antennas and Propagation*, v. 2014, art. 984102, 2014.
<https://doi.org/10.1155/2014/984102>.

- [26] BLUMENSTEIN, J.; PROKES, A.; CHANDRA, A.; MIKULASEK, T.; MARSALEK, R.; ZEMEN, T.; MECKLENBRÄUKER, C. In-vehicle channel measurement, characterization, and spatial consistency comparison of 30–11 GHz and 55–65 GHz frequency bands. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 66, p. 3526–3537, 2017.
<https://doi.org/10.1109/TVT.2016.2600101>.
- [27] ANJOS, A. A.; TENKORANG, G. K.; MARTINS, F. C.; LEONARDO, E. J.; YACOUB, M. D. Suitability of α - μ for composite fading modeling. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 72, p. 3670–3679, 2024.
<https://doi.org/10.1109/TAP.2024.3364765>.
- [28] OROZCO, N.; CARVAJAL, H.; ALMEIDA, C. A. A hybrid transmission scheme employing opportunistic transmission and multiuser diversity. In: *Proceedings of the 13th IEEE International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob)*. New York: IEEE, 2017.
- [29] OROZCO, N.; CARVAJAL, H.; ALMEIDA, C. A. An opportunistic system to counteract fading and Gaussian interference effects under different modulation schemes. *IEEE Latin America Transactions*, v. 16, p. 2716–2721, 2018.
<https://doi.org/10.1109/TLA.2018.8795112>.
- [30] LEE, J.; JUNG, J.; AHN, J. M. Simplified non-square quadrature amplitude modulation demapper for DOCSIS 3.1. *IEEE Transactions on Broadcasting*, v. 63, p. 156–161, 2017.
<https://doi.org/10.1109/TBC.2016.2619583>.
- [31] MORAIS, D. H. Novel non-square, Gray-coded, 64-QAM constellations. In: *Proceedings of the IEEE Radio and Wireless Symposium (RWS)*. New York: IEEE, 2015.
<https://doi.org/10.1109/RWS.2015.7129733>.
- [32] UDDIN, R.; LI, W.; YU, J. Optimized multi-antenna MRC for 16-QAM transmission in a photonics-aided millimeter-wave system. *Sensors*, v. 25, art. 5010, 2025.
<https://doi.org/10.3390/s25165010>.
- [33] GANGULY, A. D. *Digital transmission*. New York: Springer, 2009.
- [34] LEON-GARCIA, A. *Probability and Random Processes for Electrical and Computer Engineers*. 3. ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2008.
- [35] SANKAR, K. Symbol error rate for QAM (16, 64, 256, ..., M-QAM). *EE Times*. Disponível em: <http://eetimes.com/design/signal-processing-dsp/4017648/Symbol-error-rate-for-M-QAMmodulation>. Acesso em: jul. 2014.

- [36] XI-CHUN, Z.; YU, H.; WEI, G. Exact symbol error probability of cross-QAM in AWGN and fading channels. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, v. 2010, art. 917954, 2010.
<https://doi.org/10.1155/2010/917954>.
- [37] SONI, M.; GHOSH, P. K.; GUPTA, K. Review of data communication in wireless fading channel and a case study. *International Journal of Electronics and Communication Technology*, v. 6, p. 45–52, 2015.
- [38] COSTA, D. B.; YACOUB, M. D. Moment generating functions of generalized fading distributions and applications. *IEEE Communications Letters*, v. 12, n. 2, p. 112–114, 2008.
<https://doi.org/10.1109/LCOMM.2008.071619>.
- [39] ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. New York: Dover, 1964.
- [40] CHIANI, M.; DARDARI, D.; SIMON, M. K. New exponential bounds and approximations for the computation of error probability in fading channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 2, p. 840–845, 2003.
<https://doi.org/10.1109/TWC.2003.814350>.
- [41] GRADSHTEYN, I. S.; RYZHIK, I. M. *Table of integrals, series, and products*. 8. ed. New York: Academic Press, 2014.