

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

MAÍSA POIANI

Análise da Deflexão Gravitacional da Luz em Ocultações Estelares

Uberlândia

2026

MAÍSA POIANI

Análise da Deflexão Gravitacional da Luz em Ocultações Estelares

Versão original

Dissertação apresentada ao Instituto de Física da Universidade Federal de Uberlândia para obtenção do título de Mestre em Física pelo Programa de Pós-graduação em Física.

Área de concentração: Astronomia e Relatividade.

Versão corrigida contendo as alterações solicitadas pela comissão julgadora em 27 de fevereiro de 2026. A versão original encontra-se em acervo reservado na Biblioteca da UFU, de acordo com a Portaria SEI PROPP Nº 2, de 03 de outubro de 2017.

Orientador: Prof. Dr. Altair Ramos Gomes Júnior

Uberlândia

2026

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

M394a Poiani, Maísa, 2002-
2026 Análise da deflexão gravitacional da luz em ocultações estelares
[recurso eletrônico] / Maísa Poiani. - 2026.

Orientador: Altair Ramos Gomes Júnior.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-graduação em Física.

Modo de acesso: Internet.

Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2026.5049>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Física. I. Gomes Júnior, Altair Ramos, 1990-, (Orient.). II.
Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-graduação em
Física. III. Título.

CDU: 53

Nelson Marcos Ferreira
Bibliotecário-Documentalista - CRB-6/3074



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Física				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado				
Data:	18 de fevereiro de 2026	Hora de início:	09:00	Hora de encerramento:	10:40
Matrícula do Discente:	12412FIS005				
Nome do Discente:	Maísa Poiani				
Título do Trabalho:	<i>Análise da Deflexão Gravitacional da Luz em Ocultações Estelares</i>				
Área de concentração:	Física				
Linha de pesquisa:	Astronomia				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	N.A				

Reuniu-se, por meio de videoconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Física, assim composta: Professores Doutores: Marcel Novaes - INFIS/UFU, Julio Ignacio Bueno de Camargo - Observatório Nacional / MCTI e Altair Ramos Gomes Junior - INFIS/UFU, orientador da discente.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Prof. Altair Ramos Gomes Junior, apresentou a Comissão Examinadora e a candidata, agradeceu a presença do público, e concedeu a discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação da discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimeada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovada

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre. O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Julio Ignacio Bueno de Camargo, Usuário Externo**, em 20/02/2026, às 16:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcel Novaes, Professor(a) do Magistério Superior**, em 20/02/2026, às 16:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Altair Ramos Gomes Júnior, Professor(a) do Magistério Superior**, em 20/02/2026, às 16:19, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **7074295** e o código CRC **EE674C3C**.

A todas as cientistas.

”Nos deixe pegar nossos livros e nossas canetas, eles são as armas mais poderosas.”
(Malala Yousafzai)

Resumo

POIANI, Maísa. **Análise da Deflexão Gravitacional da Luz em Ocultações Estelares**. 2026. 99 f. Dissertação (Mestrado em Física) – Instituto de Física, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2026.

Esta dissertação investiga os efeitos astrométricos da deflexão gravitacional da luz em ocultações estelares, com ênfase na contribuição simultânea de múltiplos corpos do Sistema Solar. O objetivo central é avaliar como esses efeitos contribuem para a posição aparente do corpo ocultador durante eventos de ocultação em diferentes geometrias e em que medida podem afetar medições astrométricas de alta precisão. Para isso, utiliza-se o modelo relativístico com precisão de microssegundos de arco do Klioner, a partir do qual implementam-se rotinas numéricas para o cálculo dos vetores de deflexão associados a diferentes corpos massivos. A metodologia combina análise teórica do efeito gravitacional, implementação computacional apoiada no pacote SORA e estudos de caso reais. Inicialmente, apresentam-se os fundamentos das ocultações estelares, incluindo como as posições astrométricas são determinadas e quais fatores condicionam sua precisão, como qualidade das observações, número de cordas e cobertura temporal do evento. Em seguida, descreve-se o modelo de deflexão da luz de Klioner, destacando especificamente as expressões e aproximações utilizados neste trabalho. A partir disso, desenvolve-se uma abordagem computacional que adapta esse modelo ao contexto de ocultações estelares, permitindo avaliar separações angulares, ângulos de deflexão, deslocamentos em ascensão reta e declinação, bem como a soma das contribuições individuais de cada corpo massivo. A validação é realizada por meio de um estudo de caso envolvendo a ocultação estelar por Ganimedes em 21 de dezembro de 2020, evento utilizado como referência para analisar o comportamento das correções devido à proximidade entre o Sol, Júpiter e Saturno naquele instante. Os resultados obtidos mostram que, embora a deflexão gravitacional de múltiplos corpos frequentemente permaneça abaixo das incertezas posicionais de muitos eventos, seus valores são comparáveis à precisão alcançada nas melhores ocultações estelares registradas, chegando a níveis relevantes quando separações angulares são pequenas ou quando o evento possui alta razão sinal-ruído. A análise evidencia que a geometria do evento, o alinhamento entre estrela, observador e corpos defletores, e as incertezas dos efemérides são determinantes na magnitude final da correção. Conclui-se que a consideração sistemática da deflexão gravitacional por múltiplos corpos melhora a consistência astrométrica de ocultações estelares e pode contribuir para o refinamento de sistemas de referência, especialmente em cenários de observações futuras com maior precisão instrumental.

Palavras-chaves: Ocultações Estelares. Deflexão da Luz. Astrometia.

Abstract

POIANI, Maísa. **Analysis of the Gravitational Light Deflection in Stellar Occultations**. 2026. 99 p. Dissertation (Master of Physics) – Physics Institute, Federal University of Uberlândia, Uberlândia, 2026.

This dissertation investigates the astrometric effects of the gravitational deflection of light during stellar occultations, with emphasis on the simultaneous contribution of multiple bodies in the Solar System. The main objective is to evaluate how these effects contribute to the apparent position of the occulting body under different occultation geometries and to what extent they may affect high-precision astrometric measurements. To this end, the relativistic model of Klioner, with microarcsecond-level accuracy, is employed, from which numerical routines are implemented to compute the deflection vectors associated with different massive bodies. The methodology combines theoretical analysis of the gravitational effect, computational implementation supported by the SORA package, and real case studies. Initially, the fundamental concepts of stellar occultations are presented, including how astrometric positions are determined and which factors constrain their accuracy, such as observation quality, number of chords, and temporal coverage of the event. The Klioner light-deflection model is then described, with emphasis on the specific expressions and approximations used in this work. Based on this, a computational approach is developed to adapt the model to the context of stellar occultations, allowing the evaluation of angular separations, deflection angles, and offsets in right ascension and declination, as well as the combined contribution of each massive body. Validation is carried out through a case study of the stellar occultation by Ganymede on 21 December 2020, which is used as a reference to analyze the behavior of the corrections arising from the proximity of the Sun, Jupiter, and Saturn at that moment. The results show that, although the gravitational deflection due to multiple bodies often remains below the positional uncertainties of many events, its magnitude is comparable to the precision achieved in the best recorded occultations, becoming significant when angular separations are small or when the event has a high signal-to-noise ratio. The analysis demonstrates that the event geometry, the alignment between the star, observer, and deflecting bodies, and the uncertainties in the ephemerides are decisive in determining the final magnitude of the correction. It is concluded that the systematic consideration of gravitational light deflection by multiple bodies improves the astrometric consistency of stellar occultations and may contribute to the refinement of reference frames, especially in future observational scenarios with higher instrumental precision.

Keywords: Stellar Occultations. Light Deflection. Astrometry.

Lista de figuras

- Figura 1 – Registro da ocultação por Ganímedes em 21 de dezembro de 2020. Na imagem, são visíveis Saturno, Júpiter, Io, Europa, Calisto e Ganímedes ocultando a estrela. A captura foi fornecida por D. Einfeldt em Waco, Texas (EUA) e adaptada pelos autores.
 Fonte: Os autores. 22
- Figura 2 – Ilustração da dinâmica de uma ocultação estelar, com o movimento do asteroide ocultador com relação à luz da estrela, à Terra e ao Sol. No desenho, é destacado o caminho da sombra que o corpo ocultador projeta na Terra ao passar em frente à uma estrela. Da vista do observador, são demonstradas cordas positivas (B, C e D) e cordas negativas (A e E), quando há detecção de queda do brilho da estrela e quando não há, respectivamente.
 Fonte: (International Occultation Timing Association (IOTA), 2007) 25
- Figura 3 – Geometria do movimento aparente de um objeto do Sistema Solar em relação a uma estrela no plano do céu. A representação ilustra as posições B_1 e B_2 do corpo ocultador nos instantes t_1 e t_2 , respectivamente, com relação a estrela S . Dessa geometria, têm-se as separações angulares Δ_1 , Δ_2 e Δ_B e a distância de *closest approach* (CA) e o ângulo de posição (PA).
 Fonte: (GOMES-JUNIOR et al., 2022) 28
- Figura 4 – Mapa de predição da ocultação por Ganímedes em 21/12/2020, feito pelos autores através do pacote SORA. O código fornece um mapa com informações sobre a dinâmica e os parâmetros geométricos da ocultação. 30
- Figura 5 – Curva de luz registrada durante a ocultação estelar por Ganímedes em 21 de dezembro de 2020. A queda de brilho pouco acentuada, decorrente do maior brilho do satélite em relação à estrela, dificulta a determinação dos instantes de imersão e emersão. A combinação de imagens evidencia a corda positiva associada ao evento.
 Fonte: Morgado et al. (2022) 31

- Figura 6 – Cordas obtidas na ocultação estelar por Ganímedes em 21/12/2020, conforme Morgado et al. (2022). Cada linha representa um observador diferente, com cores e estilos distintos. As extremidades em vermelho indicam a incerteza associada aos instantes de imersão e emersão. Os eixos f e g correspondem ao deslocamento horizontal e vertical em relação ao centro do corpo, permitindo identificar qual região do satélite passou em frente à estrela do ponto de vista de cada observador.
Fonte: Morgado et al. (2022) 32
- Figura 7 – Esfera celeste com demarcações do plano da eclíptica, dos polos celestes norte (**N**) e sul (**S**), da ascensão reta e declinação de uma estrela projetada na esfera celeste.
Fonte: Os autores. 34
- Figura 8 – Representação da separação angular na esfera celeste. Dois pontos distintos em ascensão reta são destacados, e a linha que os conecta define o intervalo $\Delta\alpha$. O ângulo interno correspondente entre essas posições é dado por $\Delta\alpha \cos \delta$.
Fonte: Os autores. 35
- Figura 9 – Representação fora de escala de uma ocultação estelar projetando o corpo ocultador em um plano tangente à esfera celeste. A ascensão reta α e a declinação δ são ilustrados e utilizados para obter as coordenadas f e g a partir da Equação 9.
Fonte: Os autores. 36
- Figura 10 – Representação fora de escala de uma ocultação estelar vista da Terra e projetada na esfera celeste. Os parâmetros de correção $\Delta\alpha \cos \delta$ e $\Delta\delta$ são a separação angular nas direções Leste e Norte, respectivamente, entre a estrela e o objeto ocultador. Tais correções levam aos valores de coordenada f e g .
Fonte: Os autores. 36

- Figura 11 – Representação dos vetores unitários utilizados nos cálculos do modelo ($\hat{s}$, $\hat{n}$, $\hat{\sigma}$, $\hat{k}$ e $\hat{l}$). Em conjunto, os corpos e caminhos presentes no cenário da deflexão gravitacional, abrangendo: a fonte de luz (*source*), seu caminho (*source path*) e o caminho da luz devido à influência gravitacional (*light path*); o observador (*observer*) e seu caminho (*observer's path*); o baricentro do Sistema Solar (*barycenter*).
- Fonte: Klioner, 2003. 39
- Figura 12 – Representação fora de escala da deflexão da luz de uma estrela. O corpo massivo distorce o caminho da luz da estrela, que então tem uma posição aparente diferente para o observador. A partir do posicionamento desses corpos, são determinados os vetores $\hat{s}$, $\hat{n}$, $\hat{\sigma}$, $\hat{k}$, $\hat{l}$, $\vec{R}$, r_{oA} e r_{eA} utilizados no cálculo do vetor de deflexão $\delta\hat{k}_{PN}$.
- Fonte: Os autores. 42
- Figura 13 – Geometria de uma ocultação estelar, representando o corpo massivo, a estrela ocultada, o corpo ocultador e o observador. São indicadas as posições astrométricas e aparentes, além dos vetores ($\hat{s}$, $\hat{n}$, $\hat{\sigma}$, $\hat{k}$, $\hat{l}$, $\vec{R}$, r_{oA} , r_{eA}) usados no cálculo da deflexão da luz da estrela, $\delta\hat{k}_s$.
- Fonte: (POIANI et al., 2026) 45
- Figura 14 – Configuração vetorial para o cálculo da deflexão no corpo ocultador ($\delta\hat{k}_o$) e do vetor de correção astrométrica ($\psi\hat{k}$). 45
- Figura 15 – Esquema da correção astrométrica em uma ocultação estelar. O corpo massivo desvia tanto a estrela quanto o corpo que a oculta e a correção aplicada é a diferença entre suas deflexões. A figura está fora de escala e apresenta a estrela acima do corpo ocultador para melhor visualização. 46
- Figura 16 – Deflexão gravitacional em função da separação angular para Sol, Júpiter, Saturno, Urano, Netuno, Marte e Plutão, para diferentes distâncias do corpo ao observador. As linhas tracejadas indicam limites geométricos relevantes: para o Sol, o limite observacional adotado de 30° ; para Júpiter e Saturno, os ângulos associados aos respectivos Raios de Hill. . 50

Figura 17 – Correção Astrométrica (km) em função da distância do corpo ocultador ao observador (UA) a partir da separação angular entre a estrela ocultada e o corpo massivo. Grade com representações para o Sol, Júpiter, Saturno, Urano, Netuno, Marte e Plutão e delimitação por regiões: NEAs; Cinturão Principal de Asteroides; Troianos de Júpiter e TNOs. .	52
Figura 18 – Curvas de nível da correção astrométrica em ocultações estelares devido ao efeito gravitacional do Sol. Representação cobrindo todo o Sistema Solar e demarcando a região dos TNOs e representação aproximada, destacando a região do Cinturão Principal de Asteroides.	55
Figura 19 – Curvas de nível da correção astrométrica em ocultações estelares resultantes do efeito gravitacional combinado de Júpiter e do Sol. A representação abrange todo o Sistema Solar, destacando as regiões dos TNOs e uma ampliação que mostra o Cinturão Principal de Asteroides.	57
Figura 20 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido a Júpiter em seus satélites galileanos: Io, Europa, Ganímedes e Calisto.	59
Figura 21 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido a Saturno em seus satélites internos: Mimas, Encelado, Tetis, Dione e Reia. E nos maiores: Tirã e Hipérion.	59
Figura 22 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido a Urano em seus maiores satélites regulares: Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon.	60
Figura 23 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido a Netuno em seus maiores satélites: Tritão e Proteus.	61
Figura 24 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido a Marte em seus maiores satélites regulares: Fobos e Deimos.	61
Figura 25 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido a Plutão em seus maiores satélites regulares: Caronte, Estige, Nix, Cérbero, Hidra. . . .	62
Figura 26 – Representação esquemática (fora de escala) do ângulo OMT. Tomando Ganímedes como alvo (<i>target</i>), Júpiter como corpo massivo (<i>massive</i>) e a Terra como observador (<i>observer</i>). O ângulo corresponde ao formado entre os vetores Terra–Júpiter e Júpiter–Ganímedes.	63

Figura 27 – Limites de correção astrométrica para as luas galileanas em função da distância entre Júpiter e a Terra. São apresentados os valores correspondentes às configurações de menor e maior afastamento entre os dois planetas.	64
Figura 28 – Exemplo de tabela gerada pela função de correção astrométrica em coordenadas equatoriais. A função retorna informações sobre o corpo massivo em questão, o corpo ocultador, o corpo ocultado e a deflexão combinada. Ela exhibe a ascensão reta e declinação na efemérides e aparente para os corpos em questão, a correção astrométrica e em coordenadas equatoriais (dRA e $dDEC$).	69
Figura 29 – Observadores da ocultação por Ganímedes de 21 de dezembro de 2020. Os diversos locais são demarcados no mapa da ocultação, estando todos dentro da sombra do galileano. Fonte: Morgado et al. (2022)	74
Figura 30 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido ao Sol na configuração do Sistema Solar de 21/12/2020, com visualização para a região do Cinturão de Asteroides e dos objetos Transnetunianos.	74
Figura 31 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido a Saturno em Galileanos na configuração do Sistema Solar de 21/12/2020 com delimitação das órbitas de Io, Europa, Ganímedes e Calisto.	75
Figura 32 – Curvas de nível de deflexão gravitacional combinada de Júpiter e Saturno em Galileanos na configuração do Sistema Solar de 21/12/2020 com delimitação das órbitas de Io, Europa, Ganímedes e Calisto.	76

Lista de tabelas

Tabela 1 – Correção Astrométrica para a Ocultação Estelar por Ganímedes em 21/12/2020 00:49 UTC	76
Tabela 2 – Posições publicadas, correções astrométricas e posição corrigida para ocultações por: satélites galileanos; objeto do Cinturão Principal de Asteroides (Ceres); satélites de Saturno: Febe e Titã; Centauro Chariklo; satélites de Urano: Umrbiel e Titânia; por Tritão, satélite de Netuno; e pelos objetos além de Netuno: Varda, Mani e Quaoar. Referências: [1] Morgado et al. (2022); [2] Gomes-Júnior et al. (2015); [3] Gomes-Júnior et al. (2019); [4] Morgado et al. (2021); [5] Pavlov (2025); [6] Assafin et al. (2023); [7] Oliveira et al. (2022); [8] Souami et al. (2020); [9] Rommel et al. (2023); [10] Margoti et al. (2026).	78
Tabela 3 – Correção Astrométrica para a Ocultação Estelar por Io em 04/02/2021 10:24 UTC	88

Lista de abreviaturas e siglas

DEC	<i>Declination</i> (Declinação)
Gaia-DR	<i>Gaia-Data Release</i> (Lançamento de Dados da missão Gaia)
GCRS	<i>Geocentric Celestial Reference System</i> (Sistema de Referência Celeste Geocêntrico)
GPS	<i>Global Positioning System</i> (Sistema de Posicionamento Global)
ICRS	<i>International Celestial Reference System</i> (Sistema Internacional de Referência Celeste)
IOTA	<i>International Occultation Timing Association</i>
LSST	<i>Legacy Survey of Space and Time</i> (Levantamento do Legado do Espaço e do Tempo)
NIMA	<i>Numerical Integration of the Motion of an Asteroid</i> (Integração numérica do movimento de um asteroide)
PPN	<i>Parametrized Post-Newtonian Formalism</i> (Formalismo Pós-Newtoniano Parametrizado)
RA	<i>Right Ascension</i> (Ascensão Reta)
SNR	Razão Sinal-Ruído
SORA	<i>Software for Occultation Reduction and Analysis</i> (Software para redução e análise de ocultações)
TT	Tempo Terrestre
TNOs	Objetos Transnetunianos
UA	Unidade Astronômica
UTC	<i>Coordinated Universal Time</i> (Tempo Universal Coordenado)
VTI	<i>Video Time Inserter</i>

Lista de símbolos

α	Ascensão reta
δ	Declinação
$\Delta\alpha^*$	Deslocamento projetado em ascensão reta
$\Delta\delta^*$	Deslocamento projetado em declinação

Sumário

1	Introdução	18
2	Contextualização	24
2.1	<i>Ocultações Estelares</i>	24
2.2	<i>Posição Astrométrica</i>	33
2.3	<i>Deflexão da Luz</i>	37
2.3.1	O desvio em $\hat{k}$	39
3	Processo de Análise	44
3.1	<i>Deflexão da Luz em Ocultações Estelares</i>	44
3.2	<i>A Deflexão da Luz ao longo do Sistema Solar</i>	47
3.3	<i>Correção Astrométrica no Plano da Eclíptica</i>	53
3.3.1	Correção Astrométrica no Plano Orbital de Satélites	58
3.4	<i>Correção Astrométrica em Coordenadas Equatoriais</i>	65
4	Correção Astrométricas em Ocultações Estelares Observadas .	73
4.1	<i>Ocultação por Ganímedes de 21 de dezembro de 2020</i>	73
4.2	<i>Ocultações Estelares em Diferentes Circunstâncias no Sistema Solar .</i>	77
5	Considerações Finais e Perspectivas Futuras	89
	Referências¹	91
	Apêndice A – Declaração de Uso de IA	95
	Apêndice B – Publicação advinda do trabalho	96

¹ De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023.

² Este trabalho foi realizado com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG).

1 Introdução

Ocultações estelares constituem uma das técnicas mais poderosas da astronomia observacional para o estudo de corpos do Sistema Solar, pois permitem determinar posições astrométricas com precisão abaixo do milissegundos de arco, estimar dimensões físicas com resolução subquilométrica projetada no plano do céu e sondar atmosferas tênues por meio da análise detalhada das curvas de luz. Desde os registros pioneiros realizados no século XX, essa metodologia evoluiu significativamente, acompanhando o avanço das tecnologias observacionais, das efemérides e dos catálogos estelares. O fenômeno ocorre quando um corpo do Sistema Solar passa diante de uma estrela, bloqueando momentaneamente sua luz. A análise da variação do brilho estelar ao longo do evento permite extrair informações extremamente detalhadas sobre o tamanho, a forma, a presença de atmosfera e até mesmo sobre estruturas anelares (GIACCHINI, 2011).

As efemérides consistem em tabelas ou modelos computacionais que descrevem, de forma precisa, as posições e movimentos de corpos celestes ao longo do tempo, sendo fundamentais tanto para a previsão quanto para a análise de eventos envolvendo objetos do Sistema Solar. O refinamento contínuo dessas informações permitiu alcançar níveis de precisão abaixo do milissegundo de arco. Em particular, a determinação precisa do instante e da geometria da ocultação fornece medidas astrométricas diretas da posição do corpo ocultador, com precisão menor do que o quilômetro, mesmo para objetos localizados nas regiões mais externas do Sistema Solar (DESMARS et al., 2015). Esta precisão consolida as ocultações estelares como uma das abordagens mais eficazes para a caracterização física e a determinação astrométrica precisa de corpos do Sistema Solar (GIACCHINI, 2011).

As ocultações estelares tiveram papel crucial em descobertas científicas, como a detecção da atmosfera de Plutão (ELLIOT; KERN, 2004) e a identificação de sistemas de anéis em torno de pequenos corpos, como Chariklo (BRAGA-RIBAS et al., 2014). Mais recentemente, a detecção do sistema de anéis em torno de Quaoar novamente revelou estruturas complexas ao redor de corpos menores (PEREIRA et al., 2023). O caso de Quaoar é particularmente interessante, pois desafia o limite de Roche, um postulado no século XIX segundo o qual anéis estáveis só poderiam existir até cerca de 2,5 vezes o raio do corpo central. Em Quaoar, no entanto, os detritos orbitam além desse limite, contrariando as hipóteses estabelecidas há décadas (MORGADO et al., 2023).

Atualmente, a combinação entre catálogos de alta precisão, como o Gaia, e a coordenação internacional de campanhas observacionais tem permitido prever e registrar ocultações com exatidão sem precedentes. Além disso, ferramentas computacionais especializadas, como o pacote Python SORA (GOMES-JUNIOR et al., 2022), foram desenvolvidas para auxiliar desde a predição até a análise de eventos observados, possibilitando a obtenção das posições astrométricas dos corpos ocultadores.

À medida que a precisão das medições aumenta, efeitos sutis, como a deflexão gravitacional da luz, tornam-se relevantes e precisam ser considerados para garantir a acurácia das posições astrométricas obtidas, além de revelar características que só se apresentam através de modelos rigorosos. Esse fenômeno contribui com pequenos desvios na posição aparente das estrelas e dos corpos do Sistema Solar, decorrentes da curvatura do espaço-tempo gerada pela presença de corpos massivos. Em eventos de ocultação, tais desvios podem alterar sutilmente a posição aparente da estrela e do corpo ocultador, impactando diretamente a determinação astrométrica. Desse modo, compreender e corrigir esse efeito torna-se essencial para alcançar a acurácia exigida em estudos de alta precisão.

Antes do desenvolvimento da Teoria da Relatividade Geral, a física newtoniana já admitia a possibilidade de que um corpo massivo pudesse influenciar a trajetória da luz. Nesse contexto, a luz era frequentemente concebida como composta por partículas sujeitas à atração gravitacional, em analogia direta com a dinâmica de corpos materiais. Embora Newton tenha tratado a propagação da luz majoritariamente como retilínea, ele próprio reconhecia a possibilidade de que campos gravitacionais pudessem causar uma curvatura em sua trajetória, ainda que de forma extremamente pequena. Nessa abordagem, a deflexão da luz decorreria da força gravitacional exercida pela massa do corpo defletor, que atrairia as partículas de luz em direção ao seu centro (PEEBLES, 1993). Esse tratamento conduz a uma expressão newtoniana para o ângulo de deflexão,

$$\delta_N = \frac{2GM}{c^2 b} \quad (1)$$

em que M é a massa do corpo defletor e b representa o parâmetro de impacto do raio luminoso.

No entanto, essa concepção foi revisada com a formulação da Teoria da Relatividade Especial, publicada em 1905. Nela, a velocidade da luz no vácuo foi incorporada como uma constante universal, estabelecendo um limite fundamental para a propagação de qualquer interação física. Dessa forma, a noção de uma força gravitacional de ação instantânea

tornou-se incompatível com os princípios relativísticos. Essa limitação motivou Albert Einstein a buscar uma nova formulação para a gravitação ao longo da década seguinte.

Essa nova descrição culminou na Teoria da Relatividade Geral, apresentada em 1915, na qual a gravitação deixa de ser interpretada como uma força no sentido clássico e passa a ser compreendida como uma manifestação da curvatura do espaço-tempo causada pela presença de massa e energia. Nesse paradigma, a luz não é desviada por uma força gravitacional, mas segue as geodésicas do espaço-tempo curvo.

Assim, enquanto a abordagem newtoniana explica a deflexão apenas pela atração gravitacional exercida sobre partículas de luz, a Relatividade Geral incorpora adicionalmente o efeito da curvatura do próprio espaço. Esse cálculo resulta em um desvio exatamente igual ao dobro daquele previsto anteriormente pela Física Newtoniana, sendo dado por:

$$\delta_{RG} = \frac{4GM}{c^2 b} \quad (2)$$

Em termos conceituais, a matéria diz ao espaço-tempo como se curvar, e o espaço-tempo curvo diz à matéria e à radiação como se moverem (PEEBLES, 1993).

No caso de um corpo esfericamente simétrico e não girante, como o Sol em boa aproximação, a curvatura do espaço-tempo é descrita pela métrica de Schwarzschild. A partir dessa métrica, pode-se derivar a equação das geodésicas para raios de luz, obtendo-se a expressão relativística completa para a deflexão gravitacional. Para um raio luminoso que passa tangenciando o disco solar, o desvio máximo previsto pela Relatividade Geral é de aproximadamente 1,75 segundos de arco, enquanto o valor obtido no tratamento newtoniano é de 0,87 (GILMORE; TAUSCH-PEBODY, 2021).

A primeira confirmação observacional dessa previsão ocorreu durante o eclipse solar total de 29 de maio de 1919, observado em Sobral, no Brasil, e na Ilha do Príncipe, na África. As expedições lideradas por Arthur Eddington e Andrew Crommelin mediram o deslocamento aparente das posições de estrelas próximas ao limbo solar, comparando placas fotográficas obtidas durante o eclipse com observações de referência realizadas em outras épocas (SIMÕES, 2019). Os valores medidos variaram entre 1.61 ± 0.30 arcsec e 1.98 ± 0.12 arcsec, com média consistente com a previsão relativística de 1.75 arcsec. Esse resultado forneceu a primeira evidência experimental direta da Teoria da Relatividade Geral, consolidando-a como o novo paradigma da gravitação (GILMORE; TAUSCH-PEBODY, 2021).

Para descrever a deflexão gravitacional da luz em contextos onde o campo gravitacional é fraco, como no interior do Sistema Solar, utiliza-se o formalismo pós-newtoniano, no qual a deflexão gravitacional da luz pode ser escrita de forma mais geral como:

$$\delta_{pN} = (1 + \gamma) \frac{GM}{c^2 b} \quad (3)$$

onde o parâmetro γ quantifica a contribuição da curvatura espacial. No contexto da Relatividade Geral, tem-se $\gamma = 1$, enquanto no caso puramente newtoniano $\gamma = 0$. Esse método permite aproximar as equações da Relatividade Geral em regimes onde os potenciais gravitacionais são baixos e as velocidades envolvidas são pequenas em comparação à velocidade da luz. Assim, os efeitos relativísticos podem ser expressos como correções à teoria newtoniana, preservando sua estrutura conceitual, mas incorporando termos adicionais que descrevem a curvatura do espaço-tempo (BERTINI, 2017).

Para a determinação de posições de objetos no céu, dada a precisão instrumental atual, também se faz necessária a adoção de modelos relativísticos mais precisos, como o de Klioner (2003), fundamentado no formalismo pós-newtoniano parametrizado (PPN). Esse modelo é utilizado para a determinação das posições das estrelas e fornece uma formulação consistente para calcular a deflexão da luz causada por corpos massivos, levando em conta tanto o potencial gravitacional local quanto a geometria da trajetória do feixe de luz.

Tendo em vista a investigação desses efeitos relativísticos, a ocultação por Ganímedes ocorrida em 21 de dezembro de 2020 despertou o interesse dos pesquisadores e motivou o início desta pesquisa. Durante o evento, Júpiter e Saturno encontravam-se em conjunção no céu, separados por $07'49''.85$. Além disso, o Sol apresentava uma separação angular de $30^\circ 43'10''.00$ de Jupiter, condicionando a observação a ser realizada pouco após o pôr do Sol e a uma baixa elevação acima do horizonte. Em se tratando dos três maiores corpos do Sistema Solar, poderia ser um cenário de influência gravitacional significativa sobre a posição astrométrica de Ganímedes.

A Figura 1, obtida por um dos telescópios que registraram a ocultação, mostra Saturno, Júpiter, Ganímedes e a estrela ocultada, todos visíveis dentro do campo de visão do instrumento, indicando a proximidade angular entre eles. A captura foi realizada por Dave Eisfeldt, em Waco (Texas, EUA), utilizando um telescópio de 20.3 cm de abertura sincronizado ao sistema IOTA-VTI (International Occultation Timing Association – Video Time Inserter). Esse dispositivo desenvolvido pela IOTA insere sobre cada quadro do vídeo

o tempo UTC obtido via sinal de GPS, garantindo precisão temporal de milissegundos nas observações de ocultações (International Occultation Timing Association (IOTA),).

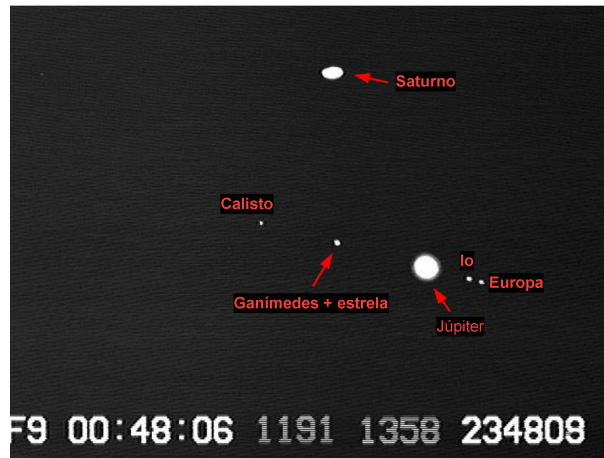


Figura 1 – Registro da ocultação por Ganímedes em 21 de dezembro de 2020. Na imagem, são visíveis Saturno, Júpiter, Io, Europa, Calisto e Ganímedes ocultando a estrela. A captura foi fornecida por D. Eisfeldt em Waco, Texas (EUA) e adaptada pelos autores.

Fonte: Os autores.

O objetivo do presente trabalho é estudar os efeitos da deflexão da luz em ocultações estelares, entender sob quais circunstâncias devem ser considerados e obter uma metodologia que permita calcular correções astrométricas combinadas aplicáveis a diversos corpos do Sistema Solar, incluindo objetos do Cinturão Principal de Asteroides, satélites próximos à seus planetas, Centauros e Objetos Transnetunianos (TNOs).

Nesse contexto, a biblioteca SORA (GOMES-JUNIOR et al., 2022) é empregada como ferramenta base para o desenvolvimento das correções astrométricas associadas à deflexão gravitacional da luz. Para tanto, a pesquisa apresenta uma abordagem integrada para o estudo da deflexão gravitacional da luz em ocultações estelares, combinando modelos relativísticos de alta precisão com ferramentas computacionais especializadas, como o SORA (GOMES-JUNIOR et al., 2022). O estudo também levou à implementação dessa correção diretamente no pacote, aprimorando sua capacidade de modelar observações astrométricas com influência relativística.

No capítulo 2 apresenta-se uma contextualização do problema, detalhando o referencial teórico e o modelo relativístico utilizado. Em seguida, o capítulo 3 descreve-se o processo analítico do trabalho, que conta com a implementação computacional das correções astrométricas e o estudo do comportamento da deflexão da luz. Posteriormente, o capítulo 4 apresenta a aplicação prática da metodologia a diferentes eventos de ocultação

é apresentada, seguida da análise dos resultados obtidos, evidenciando a importância da contabilização do efeito gravitacional. Por fim, no capítulo 5 são discutidas considerações finais e perspectivas futuras.

2 Contextualização

A determinação precisa de posições astrométricas tem sido um dos pilares da astronomia dos primeiros modelos celestes aos avanços contemporâneos possibilitados por telescópios espaciais e redes de observação global. A precisão na localização de corpos celestes é essencial para a construção de efemérides confiáveis, a caracterização de objetos do Sistema Solar, o aprimoramento de modelos dinâmicos que descrevem suas órbitas e interações gravitacionais (ALTENA, 2013) e até auxiliar na detecção de exoplanetas por meio do movimento da estrela em torno do centro de massa. Nesse contexto, as ocultações estelares destacam-se como uma técnica altamente eficaz, capazes de fornecer medições com precisão sub-mas e orientar o planejamento de missões espaciais para observações *in situ*, revelando propriedades físicas e estruturais dos corpos celestes (SICARDY et al., 2025). Este capítulo aborda a importância da técnica de ocultações estelares, sua aplicação na obtenção de posições astrométricas, as fontes de erro associadas e os desafios enfrentados na busca pela máxima acurácia, incluindo a necessidade de modelar efeitos relativísticos, como a deflexão gravitacional da luz.

2.1 Ocultações Estelares

Uma ocultação estelar ocorre quando um corpo do Sistema Solar passa entre o observador e uma estrela, bloqueando brevemente a luz do astro. O evento é registrado como uma queda no fluxo de luz observado e, conhecendo-se a velocidade relativa entre o corpo e o observador, essa variação pode ser convertida em um trajeto no plano do céu, denominado corda. Cada local de observação fornece uma corda, e a combinação de diversas observações permite reconstruir o perfil do corpo, determinando com alta precisão seu tamanho, forma e posição astrométrica (ELLIOT, 1998).

Para a observação de uma ocultação ser dita como positiva, é preciso que a queda do brilho da estrela seja detectada. Caso contrário, a observação é tida como uma corda negativa, vide Figura 2. Contudo, a redução astrométrica das cordas positivas e negativas consolida todas as medidas obtidas, dado que as cordas positivas fornecem tempos, posições e parâmetros geométricos que ajustam a posição do corpo no céu. Por sua vez, as cordas negativas ajudam a confirmar o limite das dimensões e posição do corpo, pois confirmam

que o objeto não está naquele local (International Occultation Timing Association (IOTA), 2007).

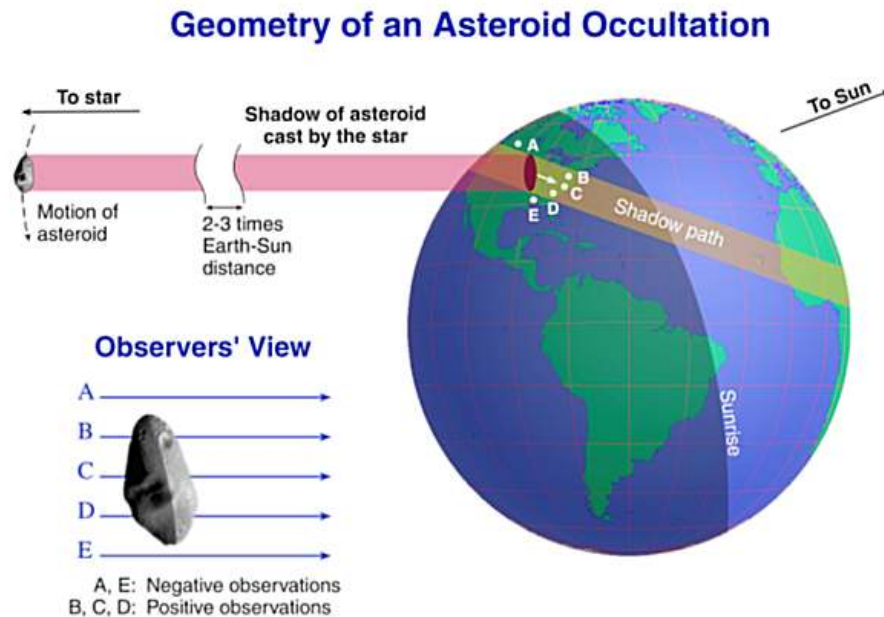


Figura 2 – Ilustração da dinâmica de uma ocultação estelar, com o movimento do asteroide ocultador com relação à luz da estrela, à Terra e ao Sol. No desenho, é destacado o caminho da sombra que o corpo ocultador projeta na Terra ao passar em frente a uma estrela. Da vista do observador, são demonstradas cordas positivas (B, C e D) e cordas negativas (A e E), quando há detecção de queda do brilho da estrela e quando não há, respectivamente.

Fonte: (International Occultation Timing Association (IOTA), 2007)

A precisão obtida por essa técnica se dá porque, nas análises de ocultações, mede-se o fluxo de brilho da estrela ao longo do tempo. Geralmente, o brilho da estrela é muito mais intenso que o do corpo ocultador, o que permite identificar com clareza as variações associadas aos instantes de desaparecimento e reaparecimento da estrela. Esses momentos podem ser determinados com alta precisão, uma vez que os observadores conhecem com exatidão sua localização e o tempo por meio do GPS.

Assim, a resolução temporal é convertida em resolução espacial a partir da velocidade relativa entre os corpos, conhecida com precisão, inclusive considerando a rotação da Terra. Desta maneira, parâmetros físicos, como o diâmetro aparente e a forma bidimensional do objeto, podem ser inferidos com grande acurácia (GOMES-JUNIOR et al., 2022).

Dessa forma, a posição relativa aparente entre o corpo e a estrela é bem determinada. Em seguida, utilizam-se as coordenadas estelares provenientes de catálogos como o Gaia-DR3, que fornece posições absolutas com a maior precisão atual, da ordem de 0.45 *mas*

para estrelas de magnitude $13 < G < 14$ (Gaia Collaboration, A. Vallenari et al., 2022). Conhecendo-se a posição relativa corpo-estrela e a posição absoluta da estrela, é possível derivar a posição do corpo ocultador.

Além da posição, dimensão e forma, as ocultações podem revelar atmosferas (ELLIOT; KERN, 2004; OLIVEIRA et al., 2022), anéis (BRAGA-RIBAS et al., 2014; ORTIZ et al., 2017; PEREIRA et al., 2023; PEREIRA et al., 2025), crateras e montanhas (ROMMEL et al., 2023; BRAGA-RIBAS et al., 2017), tornando-se uma ferramenta essencial para o estudo físico e astrométrico de objetos do Sistema Solar (CAMARGO et al., 2014). Com o avanço de catálogos astrométricos como o Gaia-DR4¹ e o início das observações do LSST, espera-se um aumento expressivo na qualidade das previsões e no número de eventos observados.

Entretanto, a observação e redução bem-sucedida de uma ocultação depende de alguns fatores importantes, tais como: previsões com baixa incerteza, orientando assim a região ideal de observação; curvas de luz com alta razão sinal-ruído (SNR); sincronização precisa do tempo e da posição dos observadores, geralmente obtida via GPS; e procedimentos de redução que considerem erros associados a efeitos físicos e combinem observações independentes para derivar as características do corpo (GOMES-JUNIOR et al., 2022).

O primeiro passo para o sucesso de uma ocultação é a predição do evento, que depende criticamente da precisão das posições envolvidas. Tanto a posição da estrela quanto a efeméride do corpo devem ser conhecidas com incertezas comparáveis ao seu raio aparente, sendo elas da ordem de centenas de milissegundos de arco para corpos próximos e grandes, e inferior a 1 milissegundo de arco para objetos distantes e pequenos (FRASER et al., 2013). Essa exigência é atendida por catálogos astrométricos modernos como o Gaia-DR3, que fornece posições e movimentos próprios com precisão de microssegundos de arco para estrelas brilhantes. No entanto, ainda é preciso se atentar a possível presença de sistemas binários não resolvidos, uma vez que duas estrelas muito próximas introduzem desvios significativos na posição aparente (GOMES-JUNIOR et al., 2022).

Por isso, efemérides mais específicas vêm sendo desenvolvidas. Como exemplo, as efemérides produzidas pelo NIMA (*Numerical Integration of the Motion of an Asteroid*) (DESMARS et al., 2015), complementam esse nível de precisão ao integrar continuamente

¹ O catálogo Gaia Data Release 4 tem publicação prevista para dezembro de 2026 (European Space Agency (ESA), 2025)

novas observações e ajustar os parâmetros orbitais de forma dinâmica. Esse processo reduz substancialmente as incertezas na posição prevista do corpo e aumenta a confiabilidade das predições. Com posições e efemérides refinadas, a predição de uma ocultação pode ser realizada pelo cruzamento direto entre as coordenadas da estrela e as posições aparentes do corpo ao longo do tempo. Esse ajuste do NIMA é atualizado com base em posições obtidas por ocultações estelares. Nesse ciclo, uma posição de ocultação é utilizada para melhorar as efemérides, que por sua vez permite observar a próxima ocultação com maior certeza.

No plano do céu, a trajetória aparente do corpo em relação à estrela é geralmente tratada como um movimento aproximadamente linear quando próximo a ocultação, o que permite determinar parâmetros geométricos fundamentais, como a distância mínima de aproximação (*closest approach*), o ângulo de posição (*position angle*) e a velocidade da sombra (*shadow velocity*). O cálculo desses parâmetros segue relações geométricas simples e permite construir mapas de sombra e linhas centrais, delimitando as regiões da Terra onde a ocultação será observável (ASSAFIN et al., 2010).

Na figura 3, (GOMES-JUNIOR et al., 2022) definem a distância de *closest approach* (CA) e o ângulo de posição (PA) a partir do posicionamento S da estrela e do corpo B em dois instantes de tempo diferentes (t_1 e t_2) antes e depois da ocultação. Também são utilizados as posições B_1 e B_2 para o corpo ocultador antes e depois da ocultação, que formam um triângulo com a estrela. Os lados desse triângulo são as separações angular entre a estrela e o corpo nos instantes t_1 e t_2 (Δ_1 e Δ_2 , respectivamente) e a separação angular Δ_B entre as posições do corpo na efemérides nos instantes t_1 e t_2 .

Seguindo a geometria apresentada, a distância de *closest approach* é dada pela Equação 4. A partir dessa distância, o momento t_0 desse ponto central da ocultação é determinado, ambos utilizando as distâncias angulares Δ_B , Δ_1 e Δ_2 , conforme:

$$CA = \sqrt{\Delta_1^2 - \left(\frac{\Delta_1^2 - \Delta_2^2 + \Delta_B^2}{2\Delta_B} \right)^2} \quad (4)$$

$$t_0 = t_1 + (t_2 - t_1) \sqrt{\frac{\Delta_1^2 - CA^2}{\Delta_B^2}} \quad (5)$$

Desta maneira, o ângulo de posição é determinado pelo ângulo entre o corpo ocultador e a estrela ocultada no momento t_0 , estabelecido com base na distância de *closest approach*. E, por último, a velocidade da sombra no instante de *closest approach*

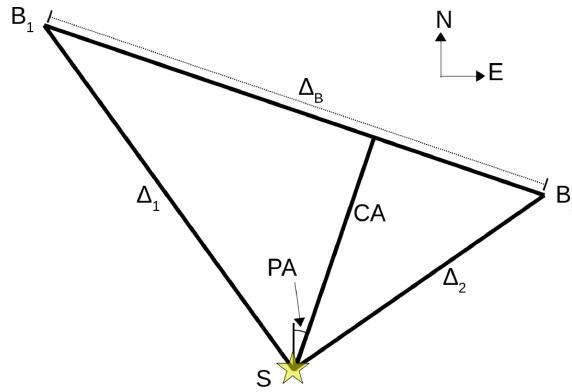


Figura 3 – Geometria do movimento aparente de um objeto do Sistema Solar em relação a uma estrela no plano do céu. A representação ilustra as posições B_1 e B_2 do corpo ocultador nos instantes t_1 e t_2 , respectivamente, com relação a estrela S . Dessa geometria, têm-se as separações angulares Δ_1 , Δ_2 e Δ_B e a distância de *closest approach* (CA) e o ângulo de posição (PA).

Fonte: (GOMES-JUNIOR et al., 2022)

é definida a partir da geometria representada na Figura 3 e da distância da Terra até o corpo ocultador D_0 , conforme Equação 6:

$$V_S = \frac{D_0 \sin(\Delta_B)}{t_2 - t_1} \quad (6)$$

Nesse sentido, o pacote SORA (GOMES-JUNIOR et al., 2022) pode ser utilizado como ferramenta para obter uma ilustração do mapa de predição da ocultação a partir de coordenadas geocêntricas, ou seja, considerando o centro da Terra como origem das coordenadas. A Figura 4 representa a predição da ocultação por Ganimedes em 21 de dezembro de 2020, onde a linha azul representa os limites da sombra da ocultação passando pela Terra e observadores dentro desse limite poderiam observar a variação de brilho da estrela. A linha vermelha ilustra os limites da sombra que estão fora da Terra. Cada círculo preto ao longo da linha da sombra representa o centro da sombra dado um intervalo de tempo indicado no topo da imagem (**dots 60s**) como sendo de 60 segundos entre um ponto e outro. O ponto central marca o instante de *closest approach* (t_0) da ocultação, indicado em UTC (Tempo Universal Coordenado, *Coordinated Universal Time*) na segunda coluna da parte inferior da imagem.

É perceptível que a maior parte da sombra da ocultação passa por uma parte do planeta Terra já iluminada pelo Sol. Desta maneira, o evento pode ser visualizado por telescópios terrestres apenas na região da América do Norte. Como a seta abaixo da

imagem do globo indica o sentido do evento para a direita e, são contabilizados três pontos acima do instante central até o ponto localizado na região da América do Norte, a ocultação poderá ser observada três minutos depois de máxima aproximação geocêntrica ($00h46m45s.420\text{ UTC}$), ou seja, por volta de $00h49m\text{ UTC}$, a depender da localização do observador.

Na parte inferior da imagem são apresentados os parâmetros geométricos no instante central da ocultação: *Closest Approach* (**C/A**, em segundos de arco), *Position Angle* (**P/A**, em graus) e *Shadow Velocity* (**vel**, em quilômetros por segundo). Esses valores, representados pelo maior círculo preto, foram calculados a partir das Equações 4 a 6. **Delta** corresponde à distância da Terra ao corpo, expressa em unidades astronômicas.

Uma vez estabelecida a predição, a preparação da observação requer sincronização precisa do tempo e da posição dos observadores. Essa sincronização é geralmente obtida via GPS, garantindo que os instantes de desaparecimento (imersão) e reaparecimento (emersão) da estrela possam ser correlacionados com precisão na ordem do milissegundo. A determinação exata do tempo é essencial, pois erros no tempo se traduzem diretamente em deslocamento espacial no plano da sombra do corpo. Tais deslocamentos podem introduzir distorções artificiais na reconstrução do perfil do objeto, como a superestimação ou subestimação de relevos topográficos, incluindo montanhas, vales ou irregularidades no limbo aparente. Da mesma forma, o registro correto da posição geográfica do observador é indispensável para determinar com precisão a corda correspondente na reconstrução do perfil do corpo (GOMES-JUNIOR et al., 2022).

Durante a aquisição dos dados, a qualidade da curva de luz é fundamental. A determinação precisa dos instantes de imersão e emersão advém da identificação das quedas de brilho na curva de luz. A detecção dessas variações sutis, dependem de uma alta razão sinal-ruído (SNR), possibilitando também a identificação de variações como as causadas por anéis (BRAGA-RIBAS, 2024) ou por pequenas irregularidades topográficas (LEIVA, 2018). No entanto, o tempo de exposição deve equilibrar a necessidade de sensibilidade com a preservação dos detalhes temporais. Exposições longas aumentam o SNR , mas podem comprometer detalhes temporais, por se tratar de um evento rápido. Assim, otimizar a cadência de observação é crucial para preservar tanto a precisão fotométrica quanto temporal (WARNER, 2016).

Após a observação, os dados passam por procedimentos de redução que incluem a identificação dos instantes de imersão e emersão. O tratamento dessas etapas permite

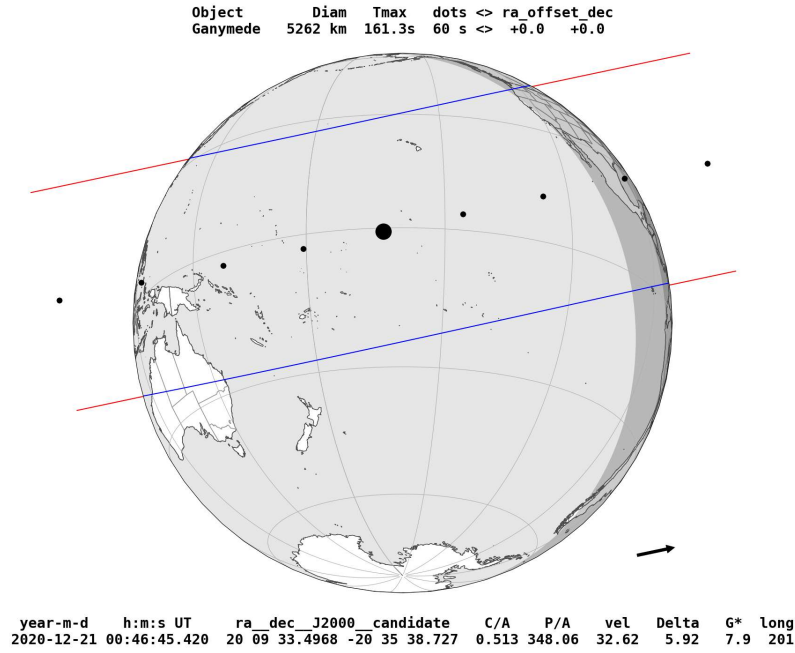


Figura 4 – Mapa de predição da ocultação por Ganímedes em 21/12/2020, feito pelos autores através do pacote SORA. O código fornece um mapa com informações sobre a dinâmica e os parâmetros geométricos da ocultação.

transformar as medidas temporais em coordenadas espaciais no plano do céu, estabelecendo a trajetória aparente do corpo em relação à estrela. No caso de múltiplas observações, cada estação fornece uma corda, e a combinação dessas cordas revela o contorno do objeto e sua posição aparente (BRAGA-RIBAS, 2024).

Como exemplo da obtenção de cordas em ocultações estelares, a Figura 5, extraída de Morgado et al. (2022), apresenta uma das curvas registradas durante a ocultação de 21 de dezembro de 2020 por Ganímedes. Nesse evento, o satélite era significativamente mais brilhante que a estrela, resultando em uma queda de fluxo pouco pronunciada e, consequentemente, dificultando a determinação precisa dos instantes de imersão e emersão. O fluxo medido corresponde à soma do fluxo estelar e do fluxo refletido pelo corpo. A queda em magnitude durante a ocultação pode ser estimada a partir da Equação 7 (GOMES-JUNIOR et al., 2022):

$$\Delta M = 2.5 \log(1 + 10^{0.4(M_s - M_c)}) \quad (7)$$

onde ΔM representa a queda na magnitude durante a ocultação, M_s a magnitude da estrela e M_c a magnitude do corpo ocultador.

Para melhorar a razão sinal-ruído, Morgado et al. (2022) soma imagens (marcações em preto) para melhorar o sinal e evidenciar a queda, o que diminui a resolução temporal.

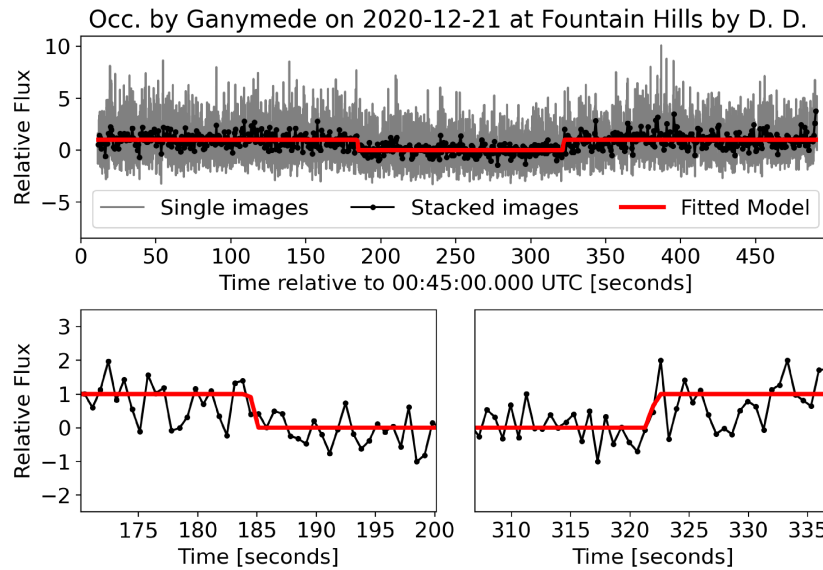


Figura 5 – Curva de luz registrada durante a ocultação estelar por Ganimedes em 21 de dezembro de 2020. A queda de brilho pouco acentuada, decorrente do maior brilho do satélite em relação à estrela, dificulta a determinação dos instantes de imersão e emersão. A combinação de imagens evidencia a corda positiva associada ao evento.

Fonte: Morgado et al. (2022)

Em se tratando novamente da ocultação por Ganimedes em 21/12/2020, Morgado et al. (2022) delimitou boa parte do satélite a partir das diversas cordas positivas advindas desse evento. Na Figura 6 cada observador é identificado por uma linha de cor e aspecto diferente. As extremidades em vermelho marcam a incerteza associada aos instantes de imersão e emersão. Nota-se que, pelos observadores estarem em localidades distintas, há uma boa cobertura da sombra no hemisfério Norte. Em contrapartida, algumas cordas se sobrepõem visualmente, reforçando a presença do corpo ocultador naquele ponto.

Os eixos da Figura 6 indicam a posição relativa ao centro do corpo no plano do céu, onde f e g são coordenadas relativas, que crescem em direção ao Leste e ao Norte, respectivamente. Com elas, é possível identificar qual local do corpo passou em frente à estrela do ponto de vista de cada observador. As definições das coordenadas f e g serão discutidas mais detalhadamente na seção 2.2.

A etapa de redução astrométrica permite corrigir e refinar efemérides futuras, realimentando o ciclo de previsões com observações cada vez mais precisas (DESMARS et al., 2015). Assim, as ocultações estelares se destacam não apenas como uma ferramenta para

determinar dimensões e propriedades físicas, mas também como um método astrométrico de altíssima precisão. Na seção 2.2 será discutido em mais detalhes o processo de determinação da posição astrométrica a partir das ocultações estelares.

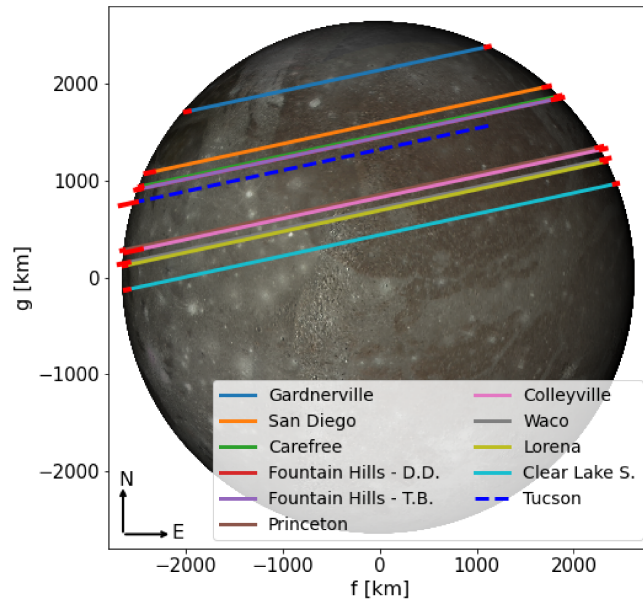


Figura 6 – Cordas obtidas na ocultação estelar por Ganímedes em 21/12/2020, conforme Morgado et al. (2022). Cada linha representa um observador diferente, com cores e estilos distintos. As extremidades em vermelho indicam a incerteza associada aos instantes de imersão e emersão. Os eixos f e g correspondem ao deslocamento horizontal e vertical em relação ao centro do corpo, permitindo identificar qual região do satélite passou em frente à estrela do ponto de vista de cada observador.

Fonte: Morgado et al. (2022)

2.2 Posição Astrométrica

A determinação da posição astrométrica a partir de uma ocultação estelar se baseia na posição relativa entre o corpo ocultador e a estrela. Para descrever essa posição no céu, é utilizado o sistema de coordenadas equatoriais, definido pelos ângulos de ascensão reta (α) e declinação (δ), análogos à longitude e latitude sobre a esfera celeste. As diferenças entre posições são expressas pelos termos $\Delta\alpha^*$ ($\Delta\alpha \cos \delta$) e $\Delta\delta$, que correspondem, respectivamente, aos deslocamentos em ascensão reta e declinação.

Na Figura 7 é indicado o que a ascensão reta e a declinação representam na esfera celeste. A esfera celeste é uma superfície imaginária de raio infinito centrada na Terra, sobre a qual são projetados todos os corpos celestes. Nela, a linha do Equador celeste e as direções dos polos celestes são definidas como as mais próximas possíveis da projeção do Equador e dos polos terrestres sobre a esfera celeste na data de 1^o de janeiro de 2000 às 12h00 TT (Tempo Terrestre). Esse sistema de referência é denominado *International Celestial Reference System* (Sistema Internacional de Referência Celeste, ICRS), que estabelece um sistema de referência quasi-inercial, livre de efeitos próprios do Sistema Solar, servindo como base para todas as medições astrométricas modernas (CHARLOT et al., 2020). A eclíptica projetada sobre essa esfera também é mostrada, representando o caminho aparente do Sol ao redor da Terra e, portanto, o plano da órbita terrestre. O ponto em que o Sol cruza o Equador celeste, passando do hemisfério sul para o norte em seu movimento aparente, é denominado ponto vernal (BOCZKO, 2022).

Em concordância com a Figura 7 a ascensão reta α é dada pelo ângulo medido ao longo do equador celeste a partir do ponto vernal até o círculo horário (meridiano) que passa pela estrela ou corpo observado (BOCZKO, 2022). Os valores de ascensão reta partem de 0h ou 0° e crescem no sentido anti-horário, do ponto de vista do polo celeste norte. O valor máximo, em 360°, é usualmente referido como 24h (GREEN, 1977).

Por sua vez, a declinação é medida pelo ângulo entre o equador e o objeto ao longo do círculo horário do astro em direção aos Polos Celestes. Se o objeto se encontra no equador celeste, tem declinação de 0°; se está no hemisfério Norte celeste, a declinação é positiva, analogamente, no hemisfério Sul celeste, a declinação é negativa (GREEN, 1977).

Em análises astrométricas de alta precisão é comum representar pequenas variações de posição sobre a esfera celeste em um plano. Coordenadas esféricas geralmente são

apresentadas como o par (α, δ) como se estivessem em um plano cartesiano. A transformação entre as coordenadas esféricas e o plano, neste caso, é dada por uma projeção cilíndrica equidistante. Nessa projeção, os meridianos e paralelos são igualmente espaçados. Contudo, sobre a esfera celeste, os meridianos se aproximam à medida que se avança em direção aos polos. Ao mantê-los paralelos e equidistantes no plano, a projeção exagera as distâncias em ascensão reta nas regiões de alta declinação, produzindo uma deformação crescente no sentido leste-oeste (BOCZKO, 2022).

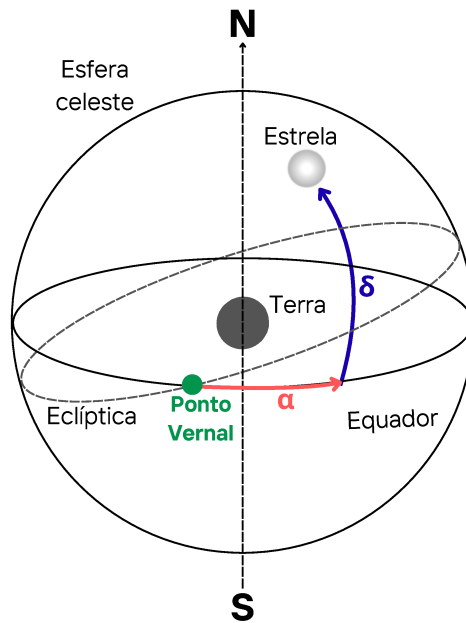


Figura 7 – Esfera celeste com demarcações do plano da eclíptica, dos polos celestes norte (N) e sul (S), da ascensão reta e declinação de uma estrela projetada na esfera celeste.

Fonte: Os autores.

No caso de pequenas variações de coordenadas, para compensar essa distorção e manter as proporções corretas no plano tangente, a variação em ascensão reta é multiplicada pelo cosseno da declinação, resultando em:

$$\Delta\alpha^* = \Delta\alpha \cos \delta \quad (8)$$

O asterisco no termo α^* é comumente utilizado para indicar essa correção, que garante uma correspondência adequada entre os deslocamentos projetados no céu e suas representações planas (GREEN, 1977). Na Figura 8 é mostrada a diferença entre suas coordenadas em ascensão reta. Quando contabilizado ao longo do paralelo de declinação,

porém visto a partir do centro da esfera, o ângulo interno deste triângulo é menor que a diferença de coordenadas, dado pela Equação 8.

Durante uma ocultação, o corpo ocultador intercepta temporariamente a linha de visada entre o observador e a estrela. Cada observação realizada de diferentes locais na Terra corresponde a um pequeno recorte da região do corpo projetada sobre o céu. Assim, os instantes de imersão e emersão da estrela definem os pontos de interseção entre a linha de visada e o limite aparente do corpo para cada observador (GOMES-JUNIOR et al., 2022).

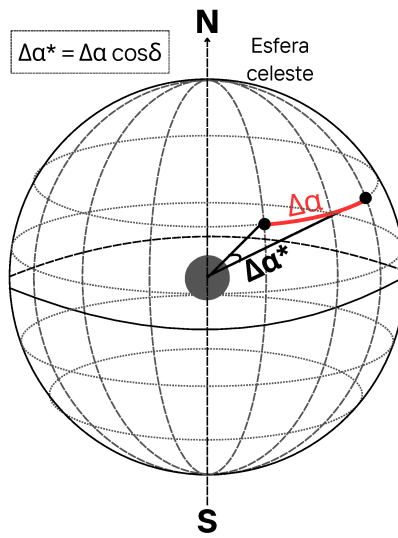


Figura 8 – Representação da separação angular na esfera celeste. Dois pontos distintos em ascensão reta são destacados, e a linha que os conecta define o intervalo $\Delta\alpha$. O ângulo interno correspondente entre essas posições é dado por $\Delta\alpha \cos \delta$.
Fonte: Os autores.

A partir dessa geometria, a posição relativa entre o corpo e a estrela é expressa em um sistema de coordenadas bidimensional (f, g) , definido sobre o plano tangente centrado no corpo ocultador como visto por um observador. Nesse sistema, a direção de f é positiva para o aumento de ascensão reta (Leste) e a direção de g para o aumento de declinação (Norte). As coordenadas são dadas por (GOMES-JUNIOR et al., 2022):

$$\begin{cases} f = D \sin[(\alpha_s - \alpha_o) \cos \delta_o] \\ g = D \sin(\delta_s - \delta_o) \end{cases} \quad (9)$$

onde D é a distância do observador até o centro do corpo ocultador no instante da ocultação e (α_s, δ_s) e (α_o, δ_o) representam as coordenadas em ascensão reta e declinação da estrela e do corpo, respectivamente. Essas relações são ilustradas na Figura 9.

A variação da posição da estrela em relação ao centro do corpo, no sentido Leste, é representada pelo parâmetro $\Delta\alpha^*$. No sentido norte, a variação $\Delta\delta$ indica o deslocamento em declinação da estrela em relação ao centro do corpo. A combinação desses deslocamentos define a corda observada durante o evento. A Figura 10 ilustra essa geometria, representando no ponto de vista do observador, a posição relativa entre a estrela e o objeto no instante em que a estrela desaparece ou reaparece.

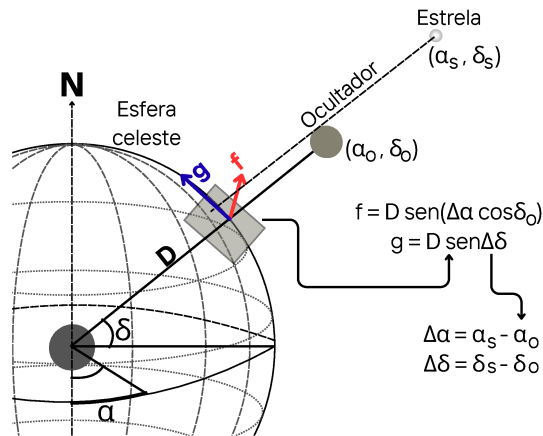


Figura 9 – Representação fora de escala de uma ocultação estelar projetando o corpo ocultador em um plano tangente à esfera celeste. A ascensão reta α e a declinação δ são ilustrados e utilizados para obter as coordenadas f e g a partir da Equação 9.

Fonte: Os autores.

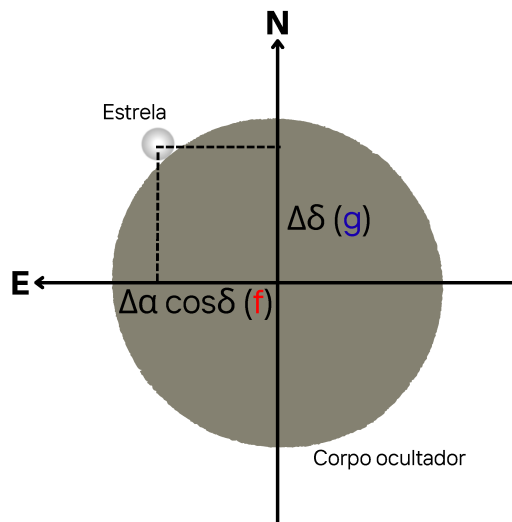


Figura 10 – Representação fora de escala de uma ocultação estelar vista da Terra e projetada na esfera celeste. Os parâmetros de correção $\Delta\alpha \cos \delta$ e $\Delta\delta$ são a separação angular nas direções Leste e Norte, respectivamente, entre a estrela e o objeto ocultador. Tais correções levam aos valores de coordenada f e g .

Fonte: Os autores.

Entretanto, a trajetória da luz proveniente da estrela até o observador pode ser desviada pela presença de corpos massivos ao longo do caminho, fenômeno conhecido como deflexão gravitacional da luz. Esse efeito altera ligeiramente as posições aparentes dos astros sobre a esfera celeste, produzindo deslocamentos mensuráveis em $\Delta\alpha^*$ e $\Delta\delta$.

Para tanto, a seção 2.3 discorre sobre o efeito de campos gravitacionais na trajetória da luz, com enfoque em um modelo relativístico pós-Newtoniano.

2.3 Deflexão da Luz

Diante da precisão astrométrica atualmente alcançada em observações de ocultações estelares, torna-se necessário o uso de modelos relativísticos compatíveis com esse nível de acurácia. O modelo proposto por Klioner (2003), fundamentado no formalismo pós-newtoniano parametrizado (PPN), fornece uma descrição rigorosa da deflexão gravitacional da luz no Sistema Solar, permitindo a inclusão das contribuições de múltiplos corpos massivos e o tratamento consistente da geometria completa da trajetória do feixe luminoso. Além disso, esse modelo é amplamente adotado na astrometria moderna e compatível com os padrões utilizados na realização de sistemas de referência celeste de alta precisão e em missões como o Gaia (Gaia Collaboration, A. Vallenari et al., 2022) para a determinação das posições das estrelas. Atualmente, o catálogo Gaia-DR3 é o que fornece as posições mais precisas do céu.

No artigo de referência, Klioner apresenta diretrizes para a formulação de modelos analíticos de alta precisão, incluindo procedimentos de conversão entre sistemas de referência. O estudo desses sistemas é essencial para a astrometria, pois permite associar, por meio da matemática, números reais a eventos no espaço-tempo (ALTENA, 2013). Neste trabalho, adota-se o Sistema de Referência Geocêntrico (GRS), uma vez que os objetivos estão voltados para observações realizadas a partir da Terra.

Além de propor um modelo relativístico robusto, Klioner (2003) também descreve os princípios gerais da modelagem relativística de observações astronômicas, bem como estuda os efeitos de aberração e paralaxe. A aberração é a variação na direção de observação do raio de luz devido à velocidade do observador, enquanto a paralaxe corresponde ao deslocamento aparente do astro decorrente da mudança de posição do observador.

Embora esses efeitos sejam relevantes para determinadas aplicações, eles extrapolam o escopo deste estudo, que se restringe à deflexão gravitacional durante eventos de ocultação estelar. Correções de aberração geralmente não são aplicadas a ocultações, pois o efeito depende da direção de observação e, nesse contexto, o objeto e a estrela encontram-se praticamente na mesma linha de visada. Já a paralaxe é incorporada nas análises para ambos os corpos, não sendo necessário aplicá-la novamente ao estudo da deflexão.

O autor também discute, de forma detalhada, o movimento do observador e o modelamento das órbitas dos corpos envolvidos no problema. Esses aspectos são particularmente importantes para medições de altíssima precisão por observadores em movimento no espaço, como as realizadas por missões espaciais dedicadas. Nesse caso, cada observador precisa ter sua escala de tempo relativística corrigida, tendo um relógio específico para cada caso.

Mas, como as configurações das ocultações estelares aqui analisadas são centradas em observações terrestres de curta duração (tipicamente inferiores a um minuto), essas correções não se aplicam diretamente. Assim, o foco deste trabalho recai sobre a posição instantânea dos objetos (com precisão da ordem de milissegundos), e não sobre o cálculo de seus movimentos.

Por fim, o modelo de Klioner (2003) também contempla a deflexão gravitacional causada por corpos situados fora do Sistema Solar. Contudo, como este estudo se restringe aos efeitos provocados por corpos massivos do Sistema Solar em eventos de ocultação, tais contribuições foram desconsideradas nas simulações.

Ademais, Klioner (2012) ressalta que, ao modelar um sistema de referência do tipo GCRS (*Geocentric Celestial Reference System*, Sistema de Referência Celeste Geocêntrico) considerando o Sistema Solar como corpo central e tratando a influência gravitacional externa como inercial, é possível desprezar esses potenciais externos. Isso porque, na vizinhança da Terra, esses potenciais externos (como aqueles provenientes da Galáxia) apresentam variação espacial desprezível quando comparada às escalas dos potenciais internos (associados aos corpos do Sistema Solar), podendo ser tratados como aproximadamente uniformes.

A seção 2.3.1 descreve o modelo de Klioner (2003) apresentando os parâmetros relevantes e o formalismo matemático conforme exposto na obra.

2.3.1 O desvio em $\hat{k}$

A Figura 11, retirada de Klioner (2003), ilustra o desvio gravitacional da luz proveniente de uma fonte distante. Nela, o observador e a fonte estão em movimento, e o trajeto do raio luminoso é curvado pelo efeito gravitacional de um corpo massivo. O autor também representa, em linha tracejada, o caminho que a luz seguiria na ausência de deflexão. Os vetores $\hat{k}$, $\hat{s}$, $\hat{n}$, $\hat{\sigma}$ e $\hat{l}$, indicados na figura, definem direções específicas descritas abaixo:

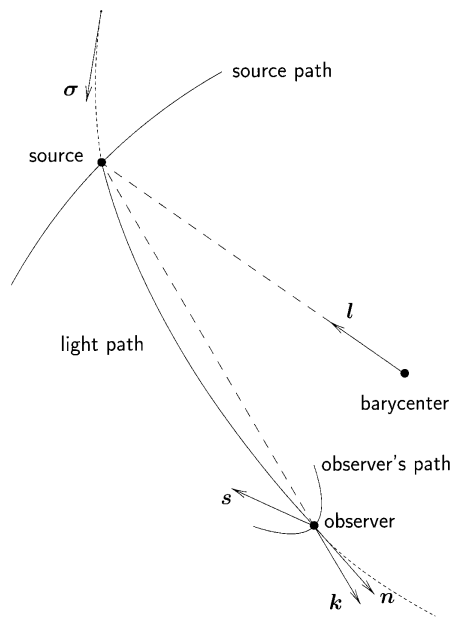


Figura 11 – Representação dos vetores unitários utilizados nos cálculos do modelo ($\hat{s}$, $\hat{n}$, $\hat{\sigma}$, $\hat{k}$ e $\hat{l}$). Em conjunto, os corpos e caminhos presentes no cenário da deflexão gravitacional, abrangendo: a fonte de luz (*source*), seu caminho (*source path*) e o caminho da luz devido à influência gravitacional (*light path*); o observador (*observer*) e seu caminho (*observer's path*); o baricentro do Sistema Solar (*barycenter*).

Fonte: Klioner, 2003.

- $\hat{k}$: vetor unitário da fonte de luz até o observador. Esta é uma direção geométrica, e seria o caminho da luz caso não houvesse a deflexão.
- $\hat{s}$: vetor unitário que indica, a partir do observador, a direção de observação;
- $\hat{n}$: vetor unitário tangente ao raio de luz no instante de observação.
- $\hat{\sigma}$: vetor unitário tangente ao raio de luz no instante $t \rightarrow -\infty$. Considerar esse limite equivale a descrever o comportamento da luz quando ainda se encontra muito distante de qualquer corpo massivo, antes de sofrer qualquer influência gravitacional.

- $\hat{l}$: vetor unitário do baricentro do Sistema Solar até a fonte de luz;

Já que $\hat{l}$ só será significativo para eliminação de paralaxe, redução já bem determinada nas posições publicadas de ocultações estelares, o vetor não terá maiores elaborações. Também, o vetor $\hat{s}$ é considerado no modelo apenas em se tratando da redução da aberração induzida pelo movimento do observador, que no contexto de deflexão da luz em ocultações estelares não é significativo.

Doravante, o parâmetro $\vec{x}$ representa a posição de um corpo e se apresenta de diversas formas: como posição do fóton (em inglês, *photon*) em um instante t qualquer ($\vec{x}_p(t)$); posição do fóton no instante t_o de observação ($\vec{x}_p(t_o)$); a soma de todos os efeitos que as forças gravitacionais causam no caminho da luz e culminam na mudança de posição da fonte de luz ($\Delta\vec{x}_p$); velocidade do fóton no instante t_o de observação ($\dot{\vec{x}}_p(t_o)$); e, por fim, a soma de todos os efeitos que as forças gravitacionais causam no caminho da luz e culminam na mudança da velocidade do fóton no instante t_o de observação ($\Delta\dot{\vec{x}}_p(t_o)$).

Conforme a Equação 10, a posição do fóton em um instante t qualquer ($\vec{x}_p(t)$) depende de três termos principais: sua posição no instante de observação, o vetor unitário tangente ao raio de luz antes da deflexão ($\hat{\sigma}$), avaliado tanto no instante de observação quanto em t , e a soma dos efeitos gravitacionais que alteram o caminho da luz, resultando na variação de posição da fonte ($\Delta\vec{x}_p(t)$).

$$\vec{x}_p(t) = \vec{x}_p(t_o) + c\hat{\sigma}(t - t_o) + \Delta\vec{x}_p(t) \quad (10)$$

Onde c é a velocidade da luz, constante e com valor atribuído neste trabalho de 173.14463267424034 (*ua/dia*), medida em unidades astronômicas percorridas por dia.

Klioner (2003) também estabelece condições de contorno para $\hat{\sigma}$ e $\Delta\vec{x}_p$. O vetor $\hat{\sigma}$ representa o vetor velocidade do fóton normalizada pela velocidade da luz (c), mantendo-se a hipótese de que, para $t \rightarrow -\infty$, a fonte está a uma distância infinita e o fóton se desloca em trajetória retilínea não perturbada. Além disso, a soma dos efeitos gravitacionais deve ser nula no instante de observação, e sua derivada também tende a zero quando $t \rightarrow -\infty$. As condições correspondentes são apresentadas na Equação 11.

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma} &= \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{\dot{\vec{x}}_p(t)}{c} \\
\Delta \vec{x}_p(t_o) &= 0 \\
\lim_{t \rightarrow -\infty} \Delta \dot{\vec{x}}_p(t) &= 0
\end{aligned} \tag{11}$$

Para a dedução dos vetores unitários, Klioner (2003) se apoia na atribuição do vetor $\vec{p}$, que caracteriza a velocidade coordenada do fóton (Equação 12).

$$\begin{aligned}
\vec{p} &\equiv c^{-1} \dot{\vec{x}}_p(t_o) \\
\vec{p} &= \hat{\sigma} + c^{-1} \Delta \dot{\vec{x}}_p(t_o)
\end{aligned} \tag{12}$$

A direção do vetor $\hat{n}$ é obtido pela relação entre $\vec{p}$ e a sua norma (Equação 13).

$$\vec{n} = \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|} \tag{13}$$

Desta forma, a expansão em primeira ordem das Equações 12 e 13 é dada por:

$$\vec{n} = \vec{\sigma} + c^{-1} \vec{\sigma} \times [\Delta \dot{\vec{x}}_p(t_o) \times \vec{\sigma}] \tag{14}$$

Os vetores unitários $\hat{\sigma}$ e $\hat{k}$ são deduzidos em função de alguns parâmetros referentes à geometria do sistema no espaço, sendo eles os vetores $\vec{R}$, $r_{oA}^{\rightarrow}$, $r_{eA}^{\rightarrow}$, $\delta \hat{k}_s$, $\delta \hat{k}_o$, $\psi \hat{k}$. A interpretação do cenário da deflexão da luz representada na Figura 12 conta com esses vetores e segue o comportamento: a luz da estrela segue em linha reta até encontrar um corpo massivo; o campo gravitacional deflete a luz, desviando sua trajetória; a estrela é vista em uma posição aparente diferente da sua posição astrométrica por um observador que está localizado após o corpo massivo.

Os subscritos s referem-se à estrela (*star*); o ao observador; e ao instante de emissão do fóton e A ao corpo massivo. Cada vetor representa as seguintes grandezas físicas:

- $\vec{R}$: vetor da posição da fonte de luz no instante de emissão do raio de luz ($\vec{x}_s(t_e)$) até a posição do observador no instante de observação ($\vec{x}_o(t_o)$);
- $r_{oA}^{\rightarrow}$: vetor da posição do corpo massivo ($\vec{x}_A$) até a posição do observador no instante de observação ($\vec{x}_o(t_o)$);
- $r_{eA}^{\rightarrow}$: vetor da posição do corpo massivo ($\vec{x}_A$) até a posição da fonte de luz no instante de emissão do raio de luz ($\vec{x}_s(t_e)$);

- $\delta\hat{k}_s$: vetor de deflexão induzido pelos corpos massivos na direção da luz da estrela ocultada. Ou seja, o vetor entre a posição astrométrica e a posição aparente da estrela ocultada.

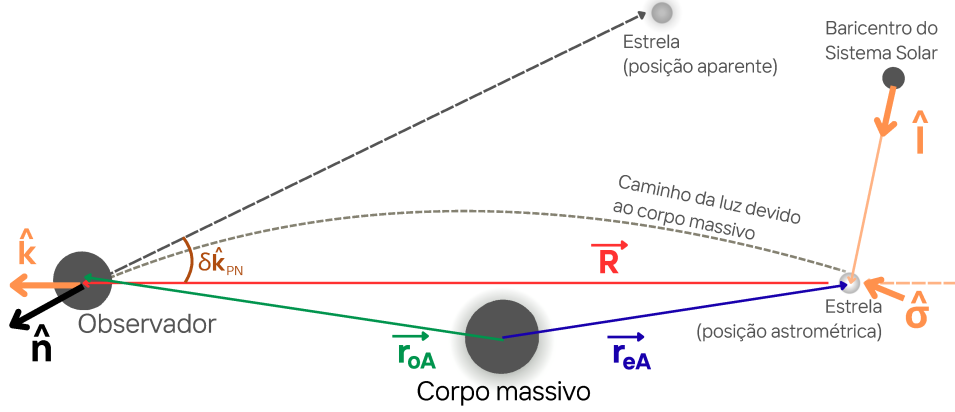


Figura 12 – Representação fora de escala da deflexão da luz de uma estrela. O corpo massivo distorce o caminho da luz da estrela, que então tem uma posição aparente diferente para o observador. A partir do posicionamento desses corpos, são determinados os vetores $\hat{s}$, $\hat{n}$, $\hat{\sigma}$, $\hat{k}$, $\hat{l}$, $\vec{R}$, $\vec{r}_{oA}$ e $\vec{r}_{eA}$ utilizados no cálculo do vetor de deflexão $\delta\hat{k}_{PN}$.

Fonte: Os autores.

Evidentemente, os vetores $\vec{r}_{eA}$ e $\vec{r}_{oA}$ são obtidos da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{eA} &= \vec{x}_s(t_e) - \vec{x}_A \\ \vec{r}_{oA} &= \vec{x}_o(t_o) - \vec{x}_A \end{aligned} \quad (15)$$

Onde $\vec{x}_s(t_e)$ é o vetor posição da estrela no instante t_e de emissão do fóton, $\vec{x}_A$ é a posição do corpo massivo e $\vec{x}_o(t_o)$ é o vetor posição do observador no instante de observação t_o .

Nesse sentido, o vetor unitário da fonte de luz até o observador ($\hat{k}$) é coerentemente definido como a normalização do vetor $\vec{R}$, que é delimitado pela posição da fonte no instante de emissão até o observador no instante de observação (Equação 16).

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \vec{x}_o(t_o) - \vec{x}_s(t_e) \\ \hat{k}(t_o) &= \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} \end{aligned} \quad (16)$$

A partir das Equações 15 e 16, o vetor $\hat{k}$ se relaciona com o vetor $\hat{\sigma}$ da seguinte maneira:

$$\hat{\sigma} = \hat{k} + |\vec{R}|^{-1} \hat{k} \times [\Delta \vec{x}_p(t_e) \times \hat{k}] \quad (17)$$

No caso de um objeto dentro do Sistema Solar, o vetor $\hat{n}$ pode ser expandido combinando as Equações 14 e 17. Isso é derivado para estudar $\hat{n}$ em termos do vetor $\hat{k}$ e do desvio em razão do campo gravitacional esfericamente simétrico do corpo massivo (δ_{pN}). Essa nova relação para $\hat{n}$ é mostrada na Equação 18, na qual são desconsiderados termos relacionados à efeitos relativísticos que só devem ser considerados se a fonte de luz estiver significativamente próxima ao corpo massivo (KLIONER, 2003), o que não acontece em nenhuma situação de ocultação observável.

$$\begin{aligned} \delta_{pN} &= \frac{(1 + \gamma)GM_A}{c^2|r_{oA}|} \cot \frac{\psi_A}{2} \\ \delta \hat{k}_{pN} &= \hat{k} \times \{[|\vec{R}|^{-1} \Delta_{pN} \vec{x}_p(t_e) + c^{-1} \Delta_{pN} \dot{\vec{x}}_p(t_o)] \times \hat{k}\} \\ \hat{n} &= \hat{k} + \delta \hat{k}_{pN} + \mathcal{O}(c^{-3}) \end{aligned} \quad (18)$$

Onde G é a constante gravitacional, atribuída como $1.4881851702345193 \times 10^{-34} \frac{ua^3}{kg \cdot dia^2}$, M_A é a massa do corpo massivo e ψ_A é a distância angular entre o corpo massivo A e a fonte de luz. Também, γ é um fator do formalismo parametrizado pós-Newtoniano, que o estabelece como desvios entre a realidade física e a Teoria da Relatividade Geral. Experimentos e observações comprovam que os desvios entre a curvatura no espaço-tempo medida e a prevista pela Relatividade Geral são insignificantes, logo, é usualmente referido $\gamma \approx 1$ (FROESCHLE; MIGNARD; ARENOU, 1997).

Por fim, tendo a geometria do problema esclarecida, é possível desenvolver o vetor $\delta \hat{k}_{pN}$, que marca a diferença de direções da luz, antes e após a deflexão, como na Equação 19:

$$\delta \hat{k}_{pN} = - \sum_A \left[\frac{(1 + \gamma)GM_A}{c^2} \frac{\vec{R} \times (r_{eA} \times r_{oA})}{|\vec{R}| |r_{oA}| (|r_{eA}| |r_{oA}| + r_{oA} r_{eA})} \right] \quad (19)$$

A Equação 19 é utilizada no contexto de ocultações estelares para corrigir as posições obtidas a partir de análises que ainda não contam com os efeitos gravitacionais.

3 Processo de Análise

Este capítulo apresenta a metodologia empregada para estudar numericamente a deflexão gravitacional da luz em diferentes configurações do Sistema Solar, com o objetivo de identificar em quais circunstâncias esse efeito, em geral pequeno (na ordem de milissegundos de arco), torna-se relevante. A análise busca determinar quais corpos massivos devem ser considerados nos cálculos e em que situações a deflexão pode ser desprezada sem perda significativa de precisão astrométrica. Embora a deflexão gravitacional da luz seja mencionada em estudos anteriores no contexto de ocultações estelares, como em Herald et al. (2020), o procedimento de cálculo não foi descrito ou referenciado nessas obras, não podendo ser replicado ou verificado, o que motiva a abordagem adotada neste estudo.

Assim, o trabalho fundamenta-se no modelo relativístico descrito na Seção 2.3, cuja acurácia, da ordem de microssegundos de arco, é adequada para aplicações astrométricas como as ocultações estelares. Com base nesse formalismo, foram realizadas simulações computacionais em linguagem *Python* (Python Software Foundation, 2025), voltadas à visualização e interpretação do comportamento da deflexão gravitacional em diferentes cenários geométricos.

3.1 Deflexão da Luz em Ocultações Estelares

Para aplicar o modelo relativístico ao contexto das ocultações estelares, é analisada a variação angular na posição aparente dos corpos ocultadores durante o evento. Como mostrado na seção 2.2, ao analisar uma ocultação estelar, é derivada a posição relativa entre a estrela e o corpo ocultador. Em geral, considera-se a posição astrométrica da estrela para derivar a posição astrométrica do corpo ocultador. No entanto, como a luz estelar já pode ter sido desviada antes da ocultação, a posição astrométrica derivada para o corpo ocultador pode também possuir um desvio em relação à posição real.

A Figura 13 apresenta a geometria de uma ocultação, com a disposição relativa do corpo massivo que causa a deflexão, da estrela ocultada, do corpo ocultador e do observador. São mostradas as posições astrométricas, aparentes e utilizadas nas análises, bem como os vetores fundamentais ($\hat{s}, \hat{n}, \hat{\sigma}, \hat{k}, \hat{l}, \vec{R}, r_{oA}$ e r_{eA}) empregados no cálculo do vetor de deflexão da luz da estrela, $\delta \hat{k}_s$, obtido a partir da Equação 19.

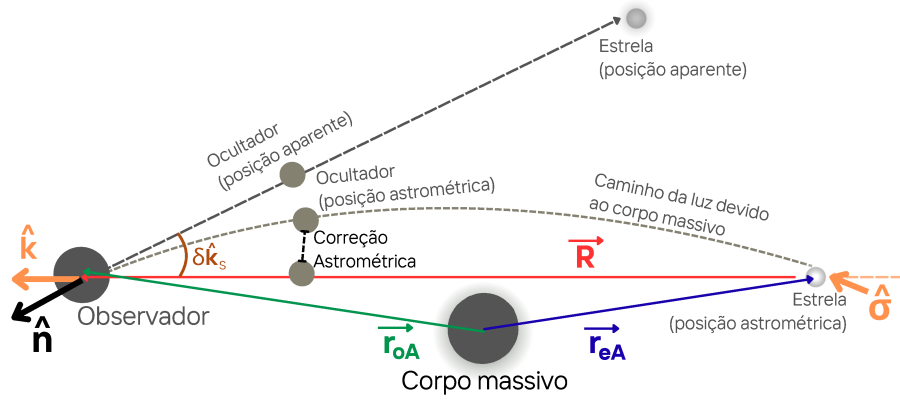


Figura 13 – Geometria de uma ocultação estelar, representando o corpo massivo, a estrela ocultada, o corpo ocultador e o observador. São indicadas as posições astrométricas e aparentes, além dos vetores ($\hat{s}$, $\hat{n}$, $\hat{\sigma}$, $\hat{k}$, $\hat{l}$, $\vec{R}$, $\vec{r}_{oA}$, $\vec{r}_{eA}$) usados no cálculo da deflexão da luz da estrela, $\delta\hat{k}_s$.

Fonte: (POIANI et al., 2026)

Especificamente, o desvio $\delta\hat{k}_{pN}$ descrito anteriormente passa a representar o desvio sofrido pela luz da estrela, $\delta\hat{k}_s$. De maneira que para obter o desvio gravitacional na luz da estrela, basta seguir todo o procedimento apresentado na seção 2.3.

O desvio correspondente ao corpo ocultador é mostrado na Figura 14. A ilustração destaca os vetores utilizados para o cálculo do desvio na posição do corpo ($\delta\hat{k}_o$) e do desvio relativo entre o corpo ocultador e a estrela ($\psi\hat{k}$), obtidos conforme a Equação 19 e definidos segundo:

$$\psi\hat{k} = \delta\hat{k}_s - \delta\hat{k}_o \quad (20)$$

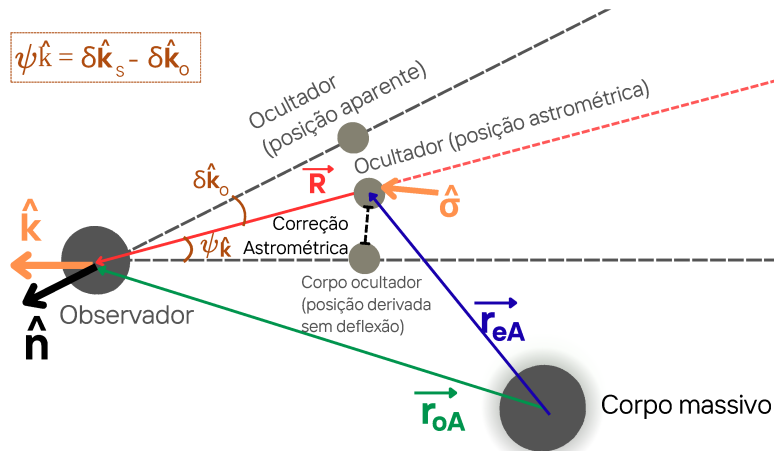


Figura 14 – Configuração vetorial para o cálculo da deflexão no corpo ocultador ($\delta\hat{k}_o$) e do vetor de correção astrométrica ($\psi\hat{k}$).

Nessa formulação, analisa-se a deflexão relativa entre a estrela e o corpo, expressa pelo ângulo $\psi\hat{k}$, formado entre o vetor que aponta do observador para a posição astrométrica do ocultador e o vetor que aponta para a posição determinada a partir das observações da ocultação. A partir desse ângulo, obtém-se a distância projetada no céu entre as duas posições, aqui definida como correção astrométrica C_a . A relação entre $\psi\hat{k}$ e C_a é dada por:

$$C_a = d \cdot \sin \psi\hat{k} \quad (21)$$

onde d representa a distância do corpo ocultador até o observador.

Tal como ilustrado na Figura 15, corpos massivos desviam a luz proveniente das estrelas, gerando uma diferença entre suas posições verdadeira e aparente. De modo análogo, a luz do corpo ocultador também sofre desvio. Para fins didáticos, a estrela é representada acima do corpo ocultador, embora em eventos reais a configuração seja inversa.

A Figura 15 ilustra o mesmo cenário da Figura 14, agora do ponto de vista do observador. Para se obter a posição astrométrica do corpo ocultador no instante de ocultação, deve-se adicionar $\psi\hat{k}$ à coordenada derivada para o corpo ocultador a partir da análise sem considerar um corpo massivo. A ilustração da posição aparente dos corpos condiz com a Figura 10, que apresenta o cenário considerado na análise de ocultações estelares.

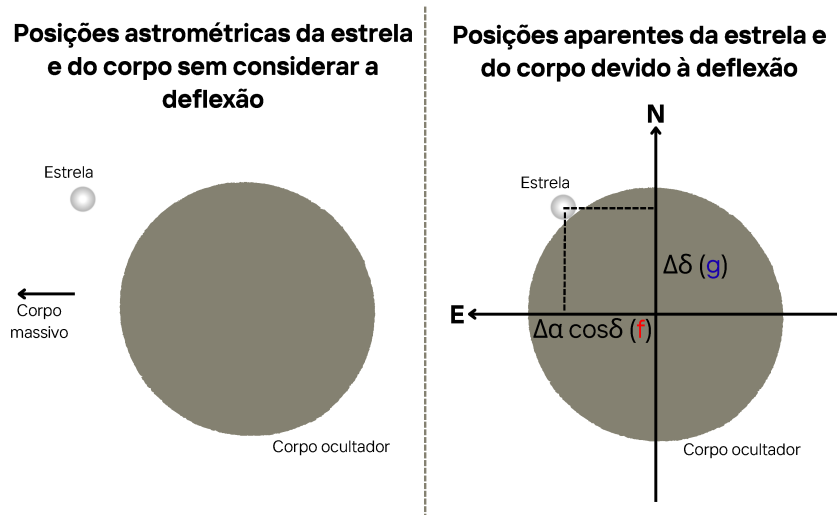


Figura 15 – Esquema da correção astrométrica em uma ocultação estelar. O corpo massivo desvia tanto a estrela quanto o corpo que a oculta e a correção aplicada é a diferença entre suas deflexões. A figura está fora de escala e apresenta a estrela acima do corpo ocultador para melhor visualização.

3.2 A Deflexão da Luz ao longo do Sistema Solar

Visando compreender a importância da deflexão gravitacional causada pelos corpos mais massivos do Sistema Solar, estabeleceu-se como objetivo principal avaliar a contribuição do Sol, dos planetas e também de um planeta anão, Plutão. Para isso, foram construídos mapas de deflexão relativa assumindo a ocorrência de uma ocultação produzida por um asteroide fictício localizado em diferentes regiões do Sistema Solar. Esses mapas permitem visualizar como a correção astrométrica varia conforme a geometria entre o corpo massivo, o asteroide e o observador, e também evidenciam em quais regimes cada corpo exerce influência significativa.

Foram adotadas diferentes condições geométricas envolvendo a distância entre o corpo massivo e a Terra, bem como a separação angular entre esse corpo massivo e o asteroide fictício. A posição da estrela também foi definida de forma fictícia, porém sempre alinhada com a direção do asteroide a partir do observador, garantindo uma configuração compatível com uma ocultação estelar.

O método utilizado para calcular as separações angulares e posicionar o corpo massivo ao longo da trajetória está descrito no Bloco de Código 1. Os valores possíveis para a variável *distância* são fornecidos pelo usuário ao chamar a função. Como este estudo inicial projeta os corpos no plano da eclíptica, a coordenada z é mantida igual a zero.

```

1 X_asteroid = distancia * np.cos(theta)
2 Y_asteroid = distancia * np.sin(theta)
3 asteroid = CartesianRepresentation(X_asteroid, Y_asteroid,
4     0 * u.AU)
5
6 v_observador_asteroid = asteroid - observador
7 star = asteroid + v_observador_asteroid /
8     v_observador_asteroid.norm() * distancia_estrela
9
10 vetor_massivo_observador = massivo - observador
11 vetor_observador_estrela = star - observador
12
13 coord_massivo_observador = SkyCoord(vetor_massivo_observador)
14 coord_observador_estrela = SkyCoord(vetor_observador_estrela)

```

```

15
16 sep = coord_massivo_observador.separation(
    coord_observador_estrela)

```

Listing 1 – Cálculo da separação angular entre o corpo massivo e a estrela.

Para explorar a geometria do problema, foi estabelecida uma grade de distâncias para o asteroide fictício variando de 0.1 a 50 unidades astronômicas. A separação angular entre o corpo massivo e o asteroide foi definida entre 0 e 180 graus, abrangendo desde quase alinhamentos até configurações opostas no céu.

O cálculo do desvio da luz foi realizado a partir da função de deflexão apresentada no Bloco de Código 2, construída a partir do modelo pós-newtoniano de Klioner (2003). Nessa implementação, a equação teórica foi reestruturada na função *explicit_delta_k_pN* e, em seguida, aplicada por meio da função *deflexao* que organiza os vetores relevantes e retorna o vetor de deflexão resultante. Essa função foi utilizada para cada par asteroide-estrela definido na grade geométrica descrita acima.

```

1 def explicit_delta_k_pN(G, gamma, M_a, c, R, r_eA, r_oA,
2   r_eA_uni, r_oA_uni):
3     term1 = (((1 + gamma) * G * M_a) / c**2)
4     numerator = R.cross(r_eA.cross(r_oA))
5     denominator = R.norm() * r_oA.norm() * (r_eA.norm() *
6
7     r_oA.norm() + r_oA.dot(r_eA))
8     return -term1 * (numerator / denominator)
9
10 def deflexao(observador, fonte, massivo, massa):
11     r_oA = observador - massivo
12     r_oA_uni = r_oA / r_oA.norm()
13     r_eA = fonte - massivo
14     r_eA_uni = r_eA / r_eA.norm()
15     R = observador - fonte
16     R_uni = CartesianRepresentation(R.x / R.norm(), R.y /
17     R.norm(), R.z / R.norm())
18     vecDeflexao = explicit_delta_k_pN(G, gamma, massa, c, R,
19     r_eA, r_oA, r_eA_uni, r_oA_uni)

```

20

```
return vecDeflexao , R_uni
```

Listing 2 – Função de cálculo de deflexão da luz segundo o modelo de Klioner 2003 aplicada à linguagem *Python*.

O cálculo da deflexão da luz proveniente da estrela, do asteroide e da deflexão relativa entre ambos segue a Equação 19. Como o resultado é vetorial, foi necessário extrair sua componente escalar correspondente à correção astrométrica. Para ângulos pequenos, admite-se a aproximação $\sin \theta_{relativo} \approx \theta_{relativo}$. Assim, o seno do ângulo entre as posições aparente ($P_{aparente}$) e astrométrica ($P_{astrometrica}$) é dado pela Equação 22.

$$\sin \theta = \frac{|P_{aparente} \times P_{astrometrica}|}{|P_{aparente}| |P_{astrometrica}|} \quad (22)$$

O produto vetorial entre dois vetores e sua divisão pelo produto dos módulos resulta em $\sin \theta_{relativo}$. O ângulo de deflexão é então obtido por $\arcsin(\sin \theta_{relativo})$. Para obter a correção astrométrica (c_a) decorrente da deflexão, o ângulo é aplicado à posição do corpo ocultador normalizada ($asteroid.norm()$). Essa geometria é implementada no Bloco de Código 3.

```
1 vecDeflexaoRelativa = vecDeflexaoStar - vecDeflexaoAsteroid
2
3 sinthetaRelativo = R_uni.cross(R_uni + vecDeflexaoRelativa)
4     .norm()/(R_uni.norm() * (R_uni + vecDeflexaoRelativa).norm())
5
6 deflec_relativa = np.arcsin(sinthetaRelativo)
7
8 c_a = asteroid.norm() * np.sin(deflec_relativa)
```

Listing 3 – Cálculo da deflexão relativa entre a luz da estrela e do asteroide, com base nos vetores de deflexão individuais.

Com esses elementos, foi possível construir um mapa que relaciona a correção astrométrica à separação angular entre o corpo massivo e o asteroide para diferentes distâncias do corpo ocultador em relação ao observador. Esse mapa, apresentado na Figura 16, permite identificar de forma direta a magnitude do efeito para cada corpo massivo considerado ao longo da grade geométrica.

Cada linha na Figura 16 corresponde à correção astrométrica para objetos do Sistema Solar que estariam à mesma distância da Terra.

Para Júpiter e Saturno, foram indicados os ângulos correspondentes ao Raio de Hill. O Raio de Hill é relevante nesta análise por delimitar a região de predominância gravitacional do corpo massivo: é a região onde a força gravitacional do planeta é maior que a do Sol (ARAÚJO, 2007). Nos demais planetas, esse ângulo torna-se muito pequeno e praticamente indistinguível no gráfico.

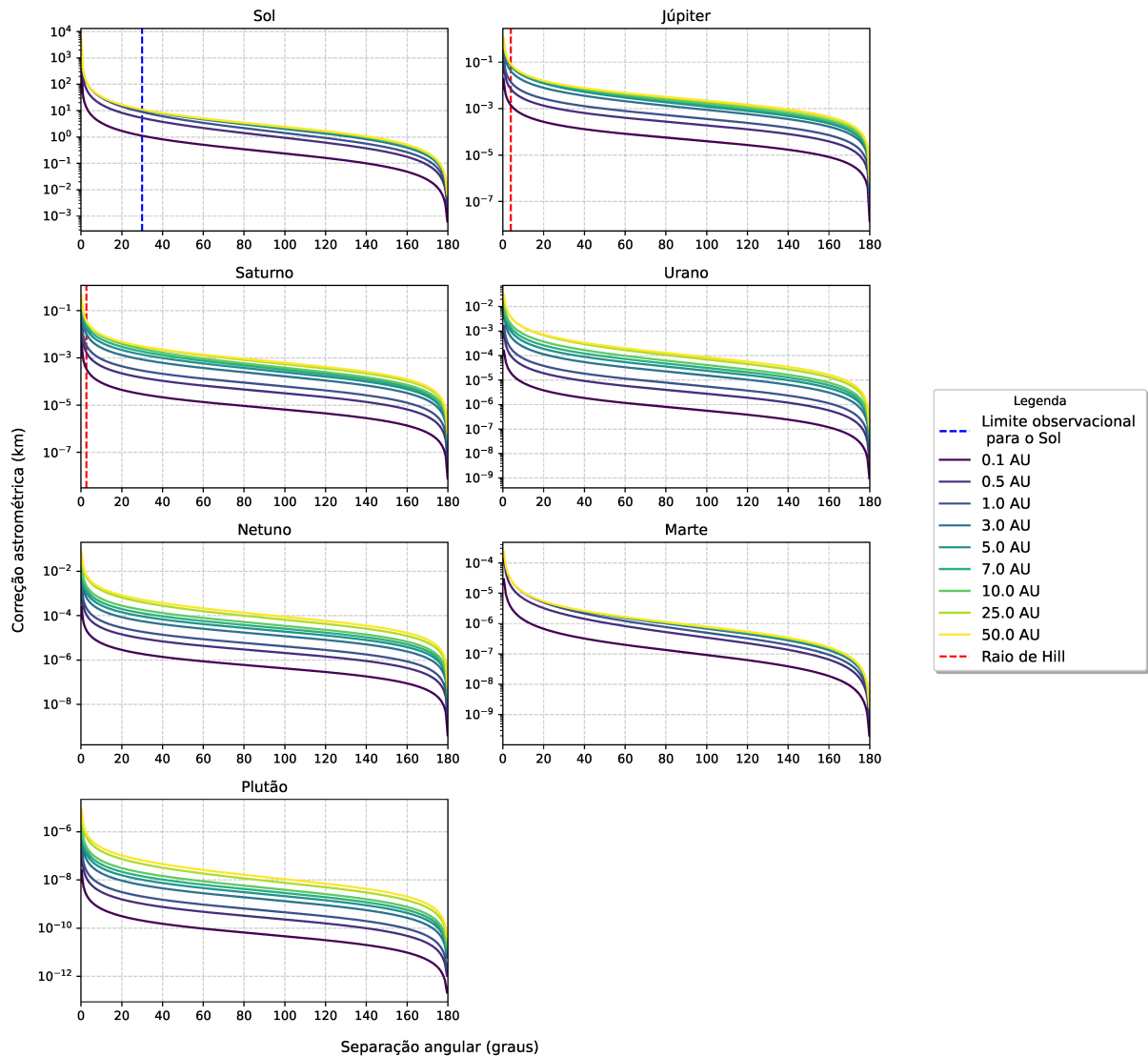


Figura 16 – Deflexão gravitacional em função da separação angular para Sol, Júpiter, Saturno, Urano, Netuno, Marte e Plutão, para diferentes distâncias do corpo ao observador. As linhas tracejadas indicam limites geométricos relevantes: para o Sol, o limite observacional adotado de 30°; para Júpiter e Saturno, os ângulos associados aos respectivos Raios de Hill.

No caso do Sol, adotou-se um limite observacional de 30° para a separação angular entre o corpo massivo e o objeto ocultado. Esse valor corresponde ao limite prático para observações realizadas a partir da Terra, pois quando o Sol se encontra a menos de 30° do

alvo, sua luz dispersa na atmosfera pode saturar as imagens e comprometer a qualidade dos dados.

Além disso, Vênus e Mercúrio não foram incluídos nesse estudo. Embora sejam corpos interiores relevantes do Sistema Solar, ambos são pouco massivos e estão angularmente próximos ao Sol, o que dificulta a detecção de objetos próximos aos planetas, região em que a deflexão gravitacional destes massivos deve se tornar mais relevante. A ausência de satélites naturais também reduz a probabilidade de ocorrerem configurações de ocultação úteis para este tipo de análise, tornando sua contribuição prática limitada nesse contexto. Na metodologia adotada (esclarecida na seção 3.4), caso esses corpos se apresentem relevantes, eles podem ser incluídos normalmente.

O Sol é o corpo que produz a maior deflexão gravitacional. Mesmo assim, para separações angulares superiores a 30 graus, que são típicas na maioria das ocultações estelares, a deflexão resultante permanece abaixo de 10 km. Deflexões de ordem quilométrica, superiores a 1 km, são encontradas até aproximadamente 100 graus de separação angular. Portanto, em eventuais ocultações com resolução da ordem de 100 m, a contribuição solar deve ser considerada praticamente até a configuração de oposição.

Os planetas apresentam deflexões significativamente menores, em geral inferiores a 1 km para ocultações ocorrendo em qualquer região do Sistema Solar. Mesmo em um cenário com resolução observacional da ordem de 100 metros, o corpo ocultador precisaria estar angularmente muito próximo ao planeta para que o desvio gravitacional se torne relevante. Nesses casos, a deflexão planetária tende a ser importante apenas em ocultações por satélites planetários.

Planetas de baixa massa, como Marte e Plutão, produzem deflexões ainda menores, de modo que sua contribuição pode ser desconsiderada na maior parte das situações.

No caso de Júpiter e Saturno, dentro do raio de Hill, a deflexão experimentada por objetos que orbitam os planetas é ligeiramente superior àquela observada para objetos que se encontram fora de seus domínios gravitacionais, como esperado.

Foi então construído o segundo tipo de gráfico, relacionando a distância Terra–ocultador com a deflexão causada por cada corpo massivo em função da separação angular massivo–estrela (Figura 17). As rotinas computacionais utilizadas se deram de maneira semelhante à estrutura apresentada anteriormente nos blocos de código.

Observa-se que Urano, Netuno, Marte e Plutão geram deflexões inferiores a 100 m para qualquer corpo ocultador, mesmo em alinhamentos angulares muito próximos. Apenas

em casos específicos envolvendo Urano e Netuno, uma resolução de cerca de 100 m em uma ocultação por um TNO poderia revelar desvios relevantes, mas isso ocorre apenas para separações angulares próximas de 0.1° .

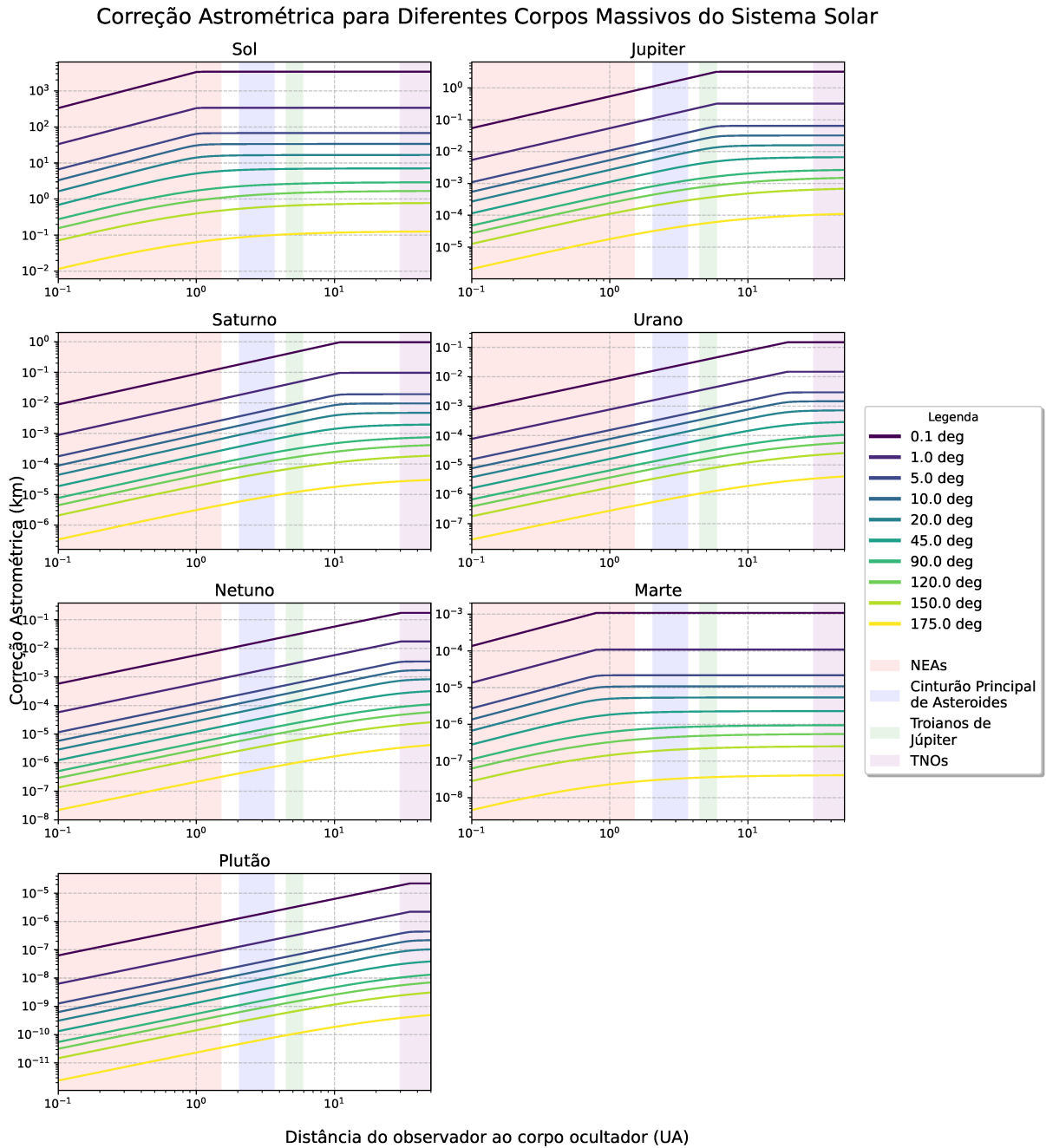


Figura 17 – Correção Astrométrica (km) em função da distância do corpo ocultador ao observador (UA) a partir da separação angular entre a estrela ocultada e o corpo massivo. Grade com representações para o Sol, Júpiter, Saturno, Urano, Netuno, Marte e Plutão e delimitação por regiões: NEAs; Cinturão Principal de Asteroides; Troianos de Júpiter e TNOs.

O Sol, por sua vez, produz deflexão significativa para praticamente qualquer ocultação em todo o Sistema Solar, independentemente do corpo envolvido.

Os NEAs, em geral menores que 1 km, são especialmente sensíveis a esses efeitos, pois um desvio gravitacional comparável ao seu próprio tamanho pode influenciar a determinação de suas órbitas. A deflexão causada pelo Sol supera 100 m para praticamente qualquer ocultação por um NEA e ultrapassa 1 km quando a separação angular com o Sol é menor que 45° . Além disso, Júpiter e Saturno podem introduzir desvios na ordem de centenas de metros.

No caso de Júpiter, a deflexão ultrapassa 100 m para separações angulares menores que 1° , tanto para ocultações realizadas no Cinturão Principal quanto para aquelas envolvendo TNOs.

Os resultados revelam que a magnitude da correção astrométrica depende da distância do evento à Terra, da massa do corpo massivo e separação angular entre o corpo massivo e a fonte de luz. Independentemente da massa envolvida, as maiores correções astrométricas ocorrem para separações angulares pequenas e decaem rapidamente conforme eles se afastam.

3.3 Correção Astrométrica no Plano da Eclíptica

Após a análise detalhada do comportamento da deflexão da luz ao longo do Sistema Solar, o passo seguinte consiste em investigar como essa deflexão se distribui espacialmente no caso de uma ocultação estelar produzida por um asteroide hipotético. Para isso, foram construídos mapas bidimensionais que representam a deflexão relativa entre a estrela e o ocultador, conforme ilustrado na Figura 15. Essa estratégia retoma a abordagem da seção anterior, mas agora organizada em um mapa no plano, permitindo visualizar de forma direta como diferentes distâncias heliocêntricas e massas atuam na modulação dos desvios gravitacionais durante uma ocultação.

A distinção metodológica entre os gráficos de linha e os mapas de curvas de nível é fundamental. Nos gráficos de linha, a deflexão é apresentada em escala logarítmica para facilitar a comparação entre corpos de massas muito distintas e evidenciar tendências gerais. Nos mapas bidimensionais, por outro lado, as correções astrométricas são exibidas em escala absoluta, permitindo examinar como a deflexão varia no plano do céu em função da posição do asteroide.

Para simplificar a interpretação dos resultados, foi assumido que todos os objetos envolvidos estão localizados em um mesmo plano, escolhido como o plano da eclíptica. Essa escolha é natural para estudos de dinâmica no Sistema Solar, uma vez que a maior parte dos corpos apresenta inclinações orbitais moderadas em relação a esse plano, o que o torna uma boa aproximação para visualização da geometria e das regiões de influência gravitacional.

Assim, foi definida uma grade regular de posições para o asteroide hipotético: os eixos X e Y foram centralizados na Terra e variam de -55 a 55 UA , cobrindo desde o Cinturão Principal até a região transnetuniana. Cada eixo foi dividido em 500 pontos, e a função *meshgrid*, do pacote *NumPy*, combina esses vetores unidimensionais para formar a malha bidimensional que representa o plano da eclíptica utilizado na análise.

Para garantir que a estrela esteja sempre alinhada atrás do asteroide na linha de visada, foram aplicadas relações trigonométricas simples. A função *arctan2* determina o ângulo θ associado à direção do asteroide, identificando corretamente o quadrante mesmo quando as coordenadas possuem valores negativos. Com esse ângulo, as posições projetadas da estrela são obtidas como no Bloco de Código 4.

```

9  x_range = np.linspace(-55, 55, 500)*u.AU
10 y_range = np.linspace(-55, 55, 500)*u.AU
11
12 X_ast, Y_ast = np.meshgrid(x_range, y_range)
13 asteroid = CartesianRepresentation(x=X_ast, y=Y_ast,
14     z=np.zeros(X_ast.shape)*u.AU)
15
16 theta = np.arctan2(Y_ast, X_ast)
17 star_dist = (10000 * u.pc).to(u.AU)
18
19 X_star = star_dist*np.cos(theta)
20 Y_star = star_dist*np.sin(theta)
21 star = CartesianRepresentation(x=X_star, y=Y_star,
22     z=np.zeros(X_ast.shape)*u.AU)
23
24 extent_soma = [x_range.min().value, x_range.max().value,
```

```
25 y_range.min().value, y_range.max().value]
```

Listing 4 – Simulação da geometria entre um asteroide e uma estrela ocultada ao longo do Sistema Solar.

A partir dessa metodologia, foram construídos mapas de curvas de nível que mostram a correção astrométrica devido à deflexão da luz ao longo do Sistema Solar. Os gráficos apresentados na Figura 18 sintetizam visualmente o que foi discutido na seção anterior, destacando a relevância da correção astrométrica causada pelo Sol para praticamente qualquer ocultação estelar dentro do Sistema Solar. Essa representação permite identificar de forma imediata as regiões em que o efeito gravitacional solar se torna dominante, enfatizando que sua influência permanece significativa mesmo a grandes distâncias heliocêntricas.

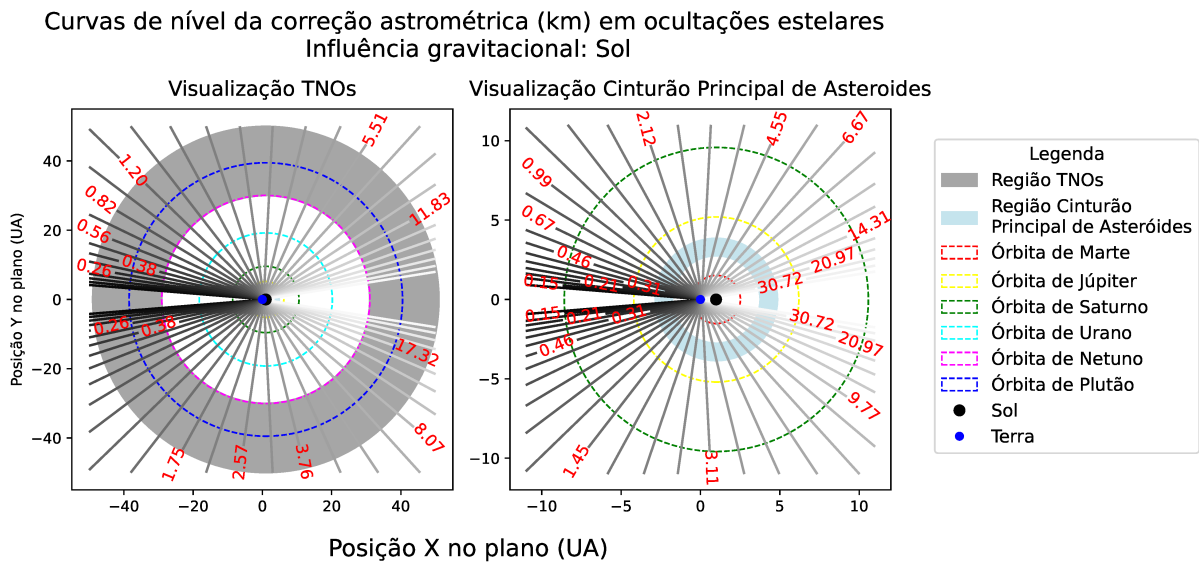


Figura 18 – Curvas de nível da correção astrométrica em ocultações estelares devido ao efeito gravitacional do Sol. Representação cobrindo todo o Sistema Solar e demarcando a região dos TNOs e representação aproximada, destacando a região do Cinturão Principal de Asteroides.

Na Figura 18, as regiões muito próximas ao Sol foram omitidas, pois observações nessas condições são inviáveis devido à saturação pela luz solar. As órbitas de Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Netuno e Plutão foram incluídas apenas para contextualizar espacialmente os resultados, assim como as regiões ocupadas pelos objetos transnetunianos (TNOs) e pelo Cinturão Principal de Asteroides. Em todas as simulações, adotou-se a

Terra na origem e o Sol a 1 *UA* na direção do eixo *X* positivo, reproduzindo a perspectiva típica das observações realizadas a partir do Sistema Solar interno.

Um desafio desta análise é tratar a deflexão gravitacional combinada por múltiplos corpos massivos. Na prática, o desvio produzido por um corpo altera a direção do feixe de luz antes que ele sofra a deflexão causada pelo corpo seguinte. Atualmente, não existe na literatura um modelo capaz de descrever esse efeito combinado com precisão da ordem de microssegundos de arco. Conforme indicado por Klioner et al. (2025, comunicação privada), a abordagem recomendada é considerar a deflexão simultânea como a soma direta das contribuições individuais. Ainda, é necessário estudar mais profundamente os limites de aplicação e validade dessa soma direta, através de modelos numéricos como o de (KLIONER; PEIP, 2003-A). Porém, essa análise será feita em uma etapa posterior à presente.

Assim, calcula-se a deflexão causada por cada corpo, soma-se vetorialmente essas contribuições e, a partir do vetor resultante, determina-se a correção astrométrica, como ilustrado no Bloco de Código 5.

```

26 vecDeflexaoAsteroidJup, R_uni = deflexao(terra, asteroid,   jup,
    M_jup)
27 vecDeflexaoStarJup, _ = deflexao(terra, star,
28 jup, M_jup)
29
30 vecDeflexaoAsteroidSat, R_uni = deflexao(terra, asteroid, sat,
    M_sat)
31 vecDeflexaoStarSat, _ = deflexao(terra, star,
32 sat, M_sat)
33
34 vecAsteroid = vecDeflexaoAsteroidJup +
35     vecDeflexaoAsteroidSat
36
37 vecStar = vecDeflexaoStarSol + vecDeflexaoStarJup +
38     vecDeflexaoStarSat
39
40 vecDeflexaoRel = vecStar - vecAsteroid
41 sinthetaRel = R_uni.cross(R_uni + vecDeflexaoRel).norm() /

```

```

42     (R_uni.norm() * (R_uni + vecDeflexaoRel).norm()))
43 deflexao_rel = np.arcsin(sinthetaRel)
44
45 distancia_soma = asteroid.norm() * np.sin(deflexao_rel)

```

Listing 5 – Cálculo da deflexão relativa combinada entre a estrela e o asteroide, considerando as contribuições vetoriais do Sol, Júpiter e Saturno.

Foi então elaborado um gráfico com a deflexão combinada entre Sol e Júpiter, apresentado na Figura 19. Embora o Sol domine amplamente a deflexão gravitacional, observa-se que a presença de Júpiter introduz variações perceptíveis já na primeira casa decimal do quilômetro em comparação com a Figura 18. Essas diferenças consistem em incrementos ou reduções na deflexão total, dependendo da configuração geométrica entre o planeta, o Sol e o observador. Para evitar saturação visual, foram removidos pontos nas regiões onde a deflexão cresce rapidamente. Essas sobreposições de informações ainda moram próximas do Sol, já que ele é em geral, quando duas fontes gravitacionais atuam simultaneamente, a correção astrométrica resultante é dominada pelo corpo mais massivo.

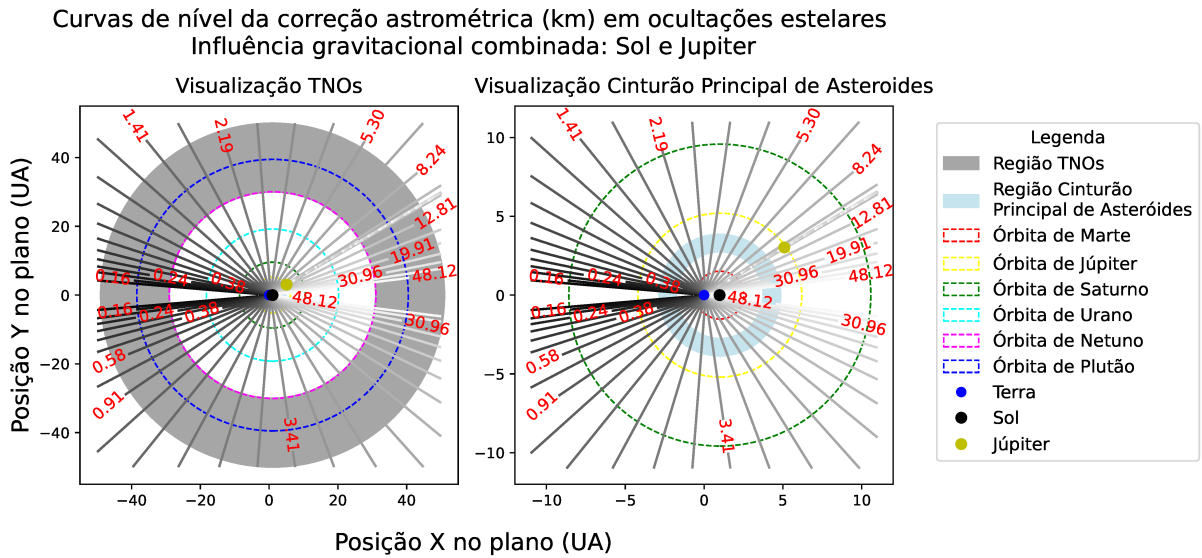


Figura 19 – Curvas de nível da correção astrométrica em ocultações estelares resultantes do efeito gravitacional combinado de Júpiter e do Sol. A representação abrange todo o Sistema Solar, destacando as regiões dos TNOs e uma ampliação que mostra o Cinturão Principal de Asteroides.

3.3.1 Correção Astrométrica no Plano Orbital de Satélites

Os resultados discutidos nas seções anteriores mostram que o Sol é o principal responsável pela deflexão gravitacional em ocultações estelares, como esperado devido à sua grande massa. Observou-se também que os planetas só apresentam contribuição relevante quando o objeto ocultador está muito próximo angularmente. Essa combinação de fatores motivou uma análise específica das deflexões associadas às ocultações por satélites planetários, para identificar em quais sistemas a influência gravitacional do planeta deve ser obrigatoriamente considerada.

Nesse contexto, foram analisados os satélites galileanos de Júpiter, que constituem o exemplo mais representativo de um sistema onde um planeta massivo domina fortemente o campo gravitacional local. A Figura 20 apresenta mapas bidimensionais da deflexão devido a Júpiter ao longo das órbitas de Io, Europa, Ganímedes e Calisto. Todos os satélites exibem deflexões superiores a 1 km , confirmando que o efeito gravitacional de Júpiter é significativo para qualquer ocultação estelar envolvendo essas luas. Ressalta-se ainda que o sistema joviano possui satélites irregulares situados a distâncias muito maiores; entretanto, por estarem longe do planeta, a deflexão em ocultações por esses objetos tende a ser consideravelmente menor.

Os eixos da figura são expressos em unidades de raios de Júpiter, permitindo uma leitura direta das distâncias no contexto do sistema joviano. Foram removidas as regiões correspondentes às geometrias em que o satélite se encontraria na frente ou atrás do planeta, pois nesses casos a ocultação seria atribuída a Júpiter e não à lua em análise.

Na Figura 21, é apresentada a simulação da deflexão causada por Saturno no campo orbital de suas maiores luas: Mimas, Encelado, Tétis, Dione e Reia, Titã e Hipérion.

Assim como no caso de Júpiter, foi definida uma distância mínima em relação ao planeta para excluir geometrias em que o satélite estaria na linha de visada de Saturno, garantindo que a ocultação simulada esteja de fato associada ao satélite. Dentro desses limites, as correções astrométricas variam entre 1 a 25 km , aproximadamente, dependendo da posição orbital do satélite. Os eixos foram ajustados para representar as posições em unidades de raios de Saturno.

Urano apresenta um sistema composto por 28 satélites naturais, dos quais 19 são regulares. Na Figura 22, são mostradas as órbitas de seus maiores satélites: Miranda,

Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon, que constituem os alvos mais frequentes em campanhas de observação de ocultações estelares. O comportamento da deflexão segue a tendência observada para Júpiter e Saturno, onde luas mais próximas ao planeta experimentam desvios gravitacionais mais intensos, enquanto luas mais externas sofrem deflexões menores.

**Curvas de Nível da Correção Astrométrica (km) em Ocultações Estelares
Influência Gravitacional de Júpiter nos Satélites Galileanos**

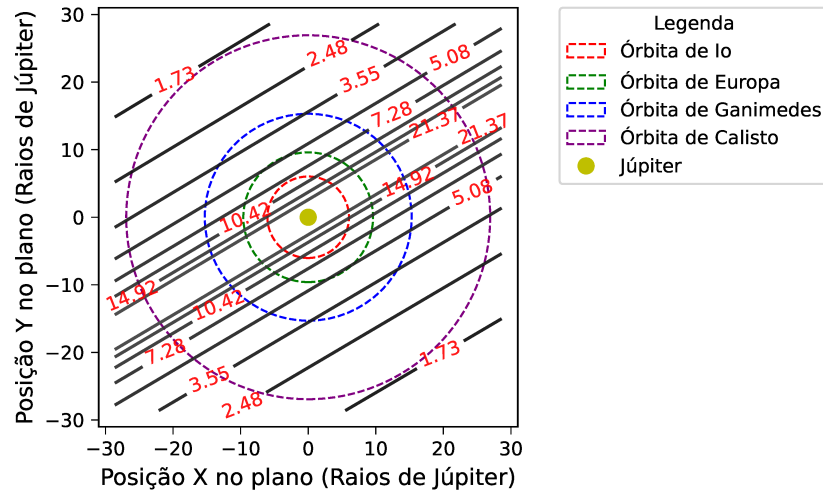


Figura 20 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido a Júpiter em seus satélites galileanos: Io, Europa, Ganímedes e Calisto.

**Curvas de Nível da Correção Astrométrica (km) em Ocultações Estelares
Influência Gravitacional de Saturno nas suas luas**

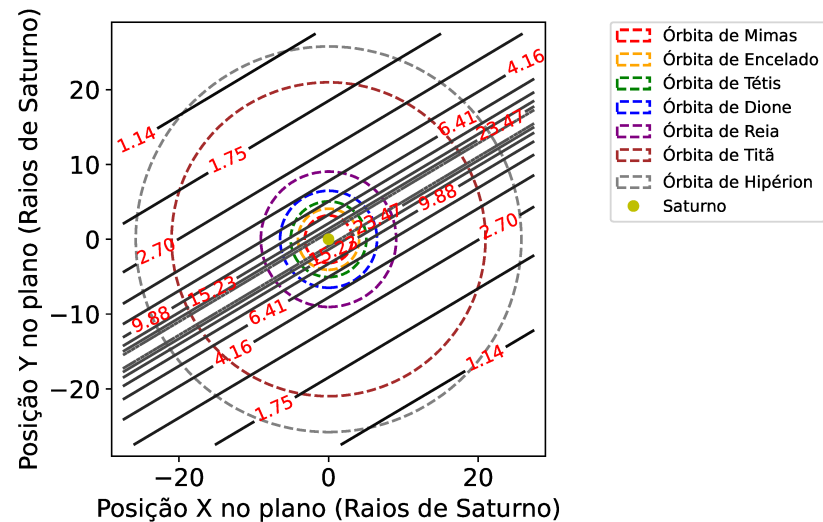
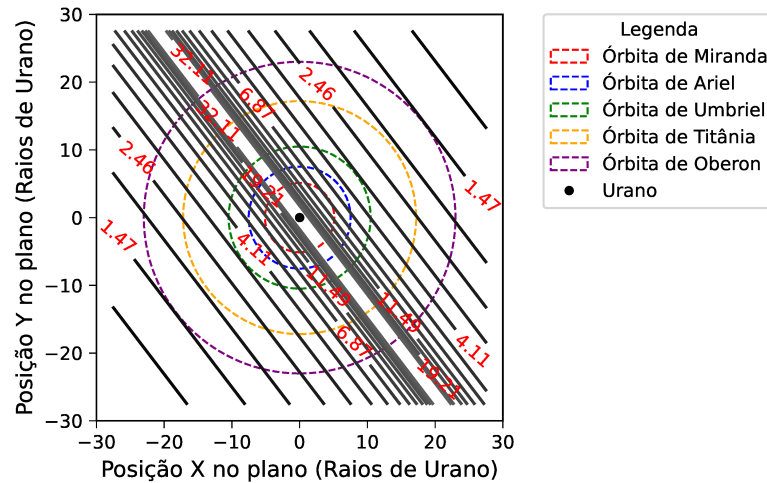


Figura 21 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido a Saturno em seus satélites internos: Mimas, Encelado, Tetis, Dione e Reia. E nos maiores: Tirã e Hipérion.

A menor deflexão registrada nas simulações é da ordem de 1 *km*, enquanto a máxima chega a 32 *km*. Para fins de comparação, tanto Urano quanto Júpiter apresentam

efeitos relevantes até aproximadamente 30 raios planetários; contudo, como o raio de Urano é cerca de 2.75 vezes menor que o de Júpiter, sua região angular de influência é proporcionalmente mais restrita.

**Curvas de Nível da Correção Astrométrica (km) em Ocultações Estelares
Influência Gravitacional de Urano nas suas luas**



praticamente irrelevante para cálculos de deflexão gravitacional, mesmo em ocultações envolvendo objetos angularmente próximos.

Curvas de Nível da Correção Astrométrica (km) em Ocultações Estelares Influência Gravitacional de Netuno nas suas luas

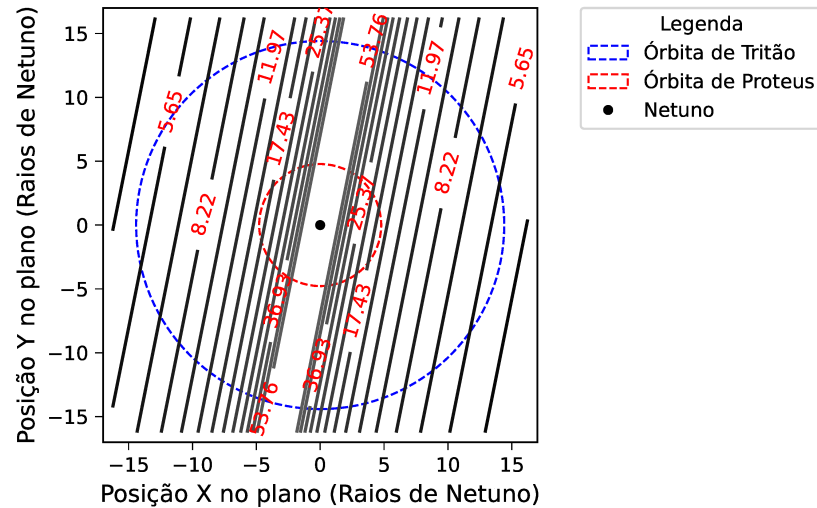


Figura 23 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido a Netuno em seus maiores satélites: Tritão e Proteus.

Curvas de Nível da Correção Astrométrica (km) em Ocultações Estelares Influência Gravitacional de Marte nas suas luas

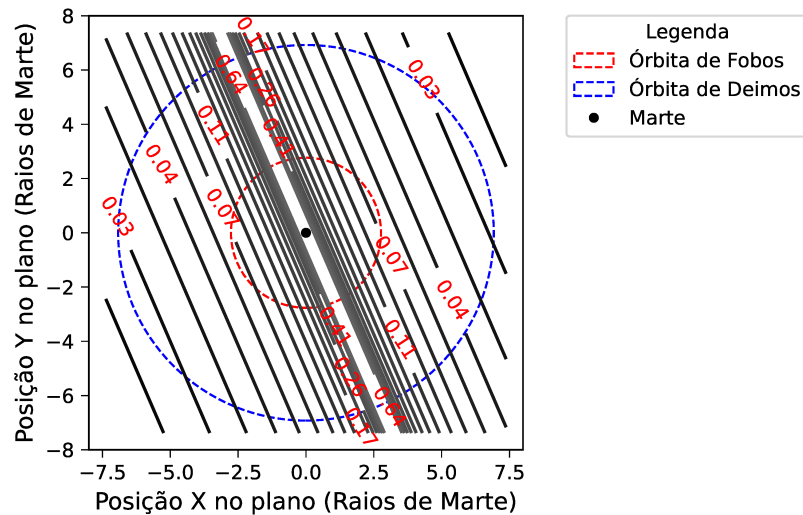


Figura 24 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido a Marte em seus maiores satélites regulares: Fobos e Deimos.

Para entender melhor a deflexão causada pelo planeta em seus satélites, aprofundamos a análise investigando a deflexão em relação à posição do satélite em sua órbita. Para isso, definimos um ângulo entre o satélite e o observador centrado no corpo massivo: o

ângulo O–M–T (*Observer–Massive–Target*). Esse ângulo permite quantificar a influência máxima e mínima que um planeta pode exercer sobre um satélite ao longo de sua órbita, complementando as análises precedentes.

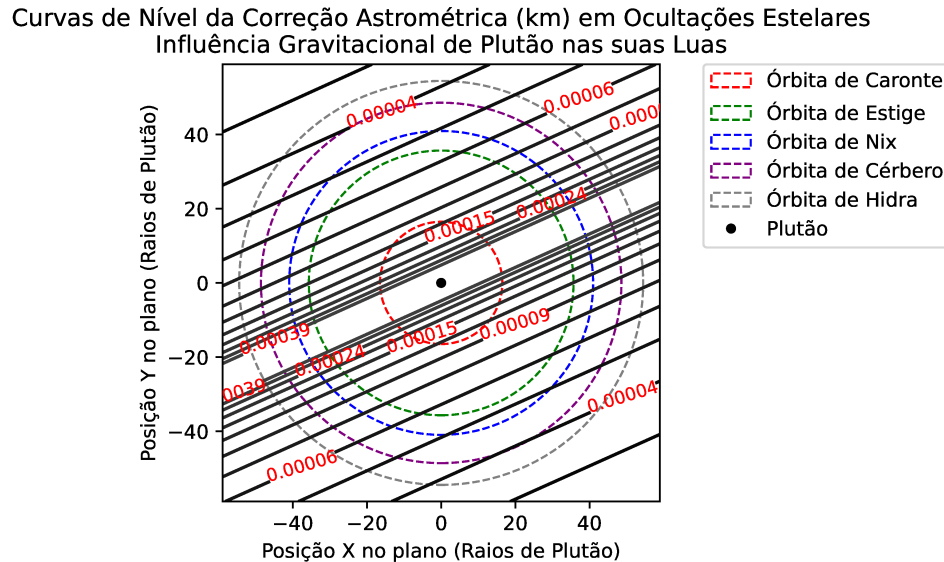


Figura 25 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido a Plutão em seus maiores satélites regulares: Caronte, Estige, Nix, Cérbero, Hidra.

O uso do ângulo OMT torna possível examinar os sistemas planetários de forma mais precisa. A Figura 26 ilustra o conceito utilizando Ganímedes como exemplo: o vetor que liga o observador (Terra) ao planeta (Júpiter) forma, com o vetor que liga o planeta ao satélite (Ganímedes), um ângulo que varia dinamicamente conforme os corpos percorrem suas órbitas.

Para simular a variação do ângulo OMT, foram adotadas relações geométricas descritas no Bloco de Código 6. O parâmetro *omt* varia de 0 a 180°, permitindo que o satélite complete uma órbita circular completa ao redor do planeta. Sua posição é calculada a partir das coordenadas centrais do corpo massivo, somadas ao raio orbital. A posição aparente da estrela é então definida de modo a manter o alinhamento Terra–ocultador–estrela constante toda a simulação, garantindo que a deflexão seja avaliada para configurações equivalentes.

```
1 x_lua = massivo.x + r_lua * np.cos(omt)
2 y_lua = massivo.y + r_lua * np.sin(omt)
3 lua = CartesianRepresentation(x_lua, y_lua, 0, unit=u.AU)
4
5 vetor_OM = observador - massivo
6 vetor_MT = lua - massivo
```

```
6  vetor_MT = lua - massivo
```

```

7
8 coord_massivo_observador = SkyCoord(vetor_OM)
9 coord_lua_massivo = SkyCoord(vetor_MT)
10 sep = coord_massivo_terra.separation(coord_lua_massivo)
11
12 v_observador_lua = lua - observador
13 star = lua + v_observador_lua/v_observador_lua.norm() * estrela

```

Listing 6 – Simulação do ângulo O–M–T considerando o movimento orbital do satélite em torno do corpo massivo e o alinhamento com a estrela.

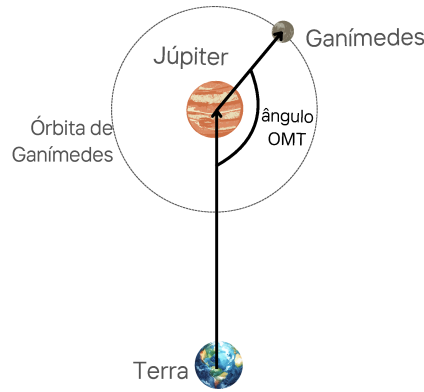


Figura 26 – Representação esquemática (fora de escala) do ângulo OMT. Tomando Ganímedes como alvo (*target*), Júpiter como corpo massivo (*massive*) e a Terra como observador (*observer*). O ângulo corresponde ao formado entre os vetores Terra–Júpiter e Júpiter–Ganímedes.

Também é necessário estabelecer exatamente os limites geométricos que determinam quando o satélite pode ser observado de fato. Quando o satélite se encontra diretamente à frente ou atrás do planeta na perspectiva do observador, a ocultação deixa de ser causada pelo satélite e passa a ser pelo próprio planeta. O limite angular onde essa transição ocorre é dado pela Equação 23:

$$OMT_{lim} = \arcsin\left(\frac{r_{planeta}}{r_{orbita}}\right) \quad (23)$$

À medida que a Terra e os planetas orbitam o Sol, a distância entre eles varia continuamente. Como a deflexão gravitacional depende diretamente da distância observador–corpo massivo (ver Eq. 21), essas variações precisam ser consideradas na determinação das correções astrométricas. Para Júpiter, a distância geocêntrica ao longo das órbitas

varia entre aproximadamente 3.9 ua e 6.5 ua. O limite observacional adotado para o afélio posiciona o planeta a 6.34 UA da Terra.

Com base nessas condições, a Figura 27 apresenta os limites da correção astrométrica para cada uma das luas galileanas. O valor máximo encontrado (cerca de 76 km para Europa) ocorre quando Júpiter está mais distante da Terra e quando a separação angular entre o planeta e a lua é igual ao raio joviano. Esse cenário, porém, corresponde a um limite puramente teórico, uma vez que, nessa configuração, a separação angular entre Jupiter e o satélite é igual ao raio do planeta, tornando a observação inviável pela proximidade.

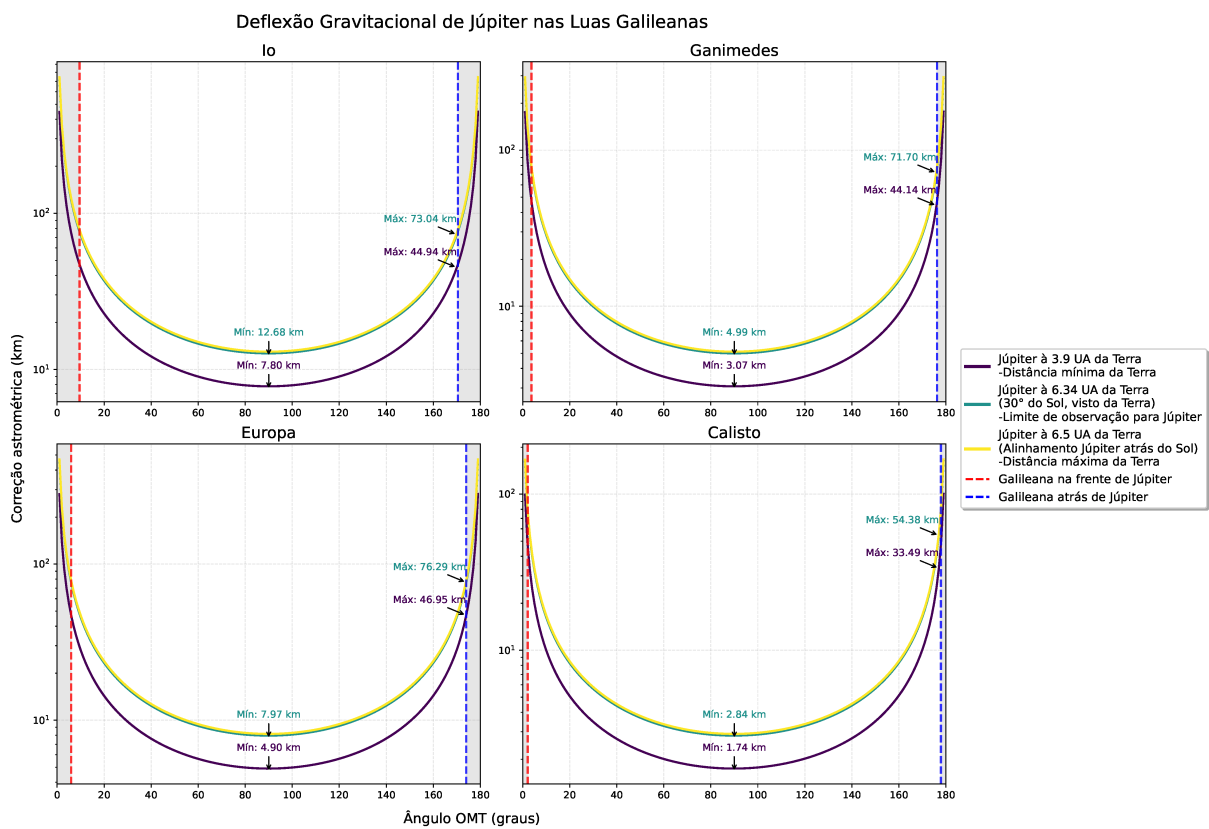


Figura 27 – Limites de correção astrométrica para as luas galileanas em função da distância entre Júpiter e a Terra. São apresentados os valores correspondentes às configurações de menor e maior afastamento entre os dois planetas.

Em condições observacionais realistas, por exemplo considerando uma separação angular mínima de duas vezes o raio de Júpiter, a correção astrométrica é consideravelmente menor e compatível com cenários efetivamente observáveis. Nessas situações, o desvio pode chegar a algumas dezenas de quilômetros, enquanto os menores valores, como os obtidos para Calisto quando Júpiter está mais próximo da Terra (≈ 1 km), representam o limite inferior esperado para deflexões detectáveis em ocultações envolvendo o sistema joviano.

Buscando avaliar a influência gravitacional mútua entre satélites, analisou-se a relação entre a separação angular entre pares de galileanas e a correção astrométrica que cada uma induz na outra. As luas de Júpiter foram escolhidas por serem as mais massivas e próximas angularmente, o que torna o sistema ideal para esse tipo de teste. As simulações, contudo, não revelaram correções astrométricas significativas.

3.4 Correção Astrométrica em Coordenadas Equatoriais

As análises desenvolvidas nas seções anteriores permitiram compreender, em termos gerais, a importância relativa de cada corpo massivo na deflexão da luz durante ocultações estelares. No entanto, tais resultados foram expressos principalmente como deslocamentos lineares no plano do Sistema Solar, enquanto as observações reais são feitas em coordenadas celestes, conforme discutido na Seção 2.2. Por esse motivo, torna-se necessário converter esses desvios em correções nos parâmetros astrométricos diretamente utilizados em efemérides: a ascensão reta corrigida ($\Delta\alpha^*$) e a declinação ($\Delta\delta$).

Para realizar essa conversão de forma consistente, é preciso considerar um caso observacional real, pois a direção e a intensidade da deflexão no céu dependem da geometria específica entre a estrela, o objeto ocultador e o corpo massivo que gera o desvio gravitacional. Assim, nesta etapa, foi adotado como estudo de caso a ocultação estelar por Ganímedes, permitindo aplicar o formalismo da deflexão em um cenário concreto e observacionalmente relevante.

O instante da ocultação por Ganímedes, ocorrida em 21 de dezembro de 2020, às 00:49 UTC, foi selecionado para obter as posições dos corpos massivos por apresentar uma configuração particularmente favorável à investigação da deflexão gravitacional múltipla. Na data, Sol, Júpiter e Saturno estavam angularmente próximos, formando um alinhamento capaz de potencializar os efeitos astrométricos.

Utilizou-se o pacote SORA (GOMES-JUNIOR et al., 2022), que acessa as efemérides do *Jet Propulsion Laboratory* (JPL) da NASA (NASA NAIF/JPL, 2023), para obter as coordenadas dos corpos. A partir das efemérides, foram obtidas as posições dos corpos e suas separações angulares em relação ao Sol, permitindo determinar suas coordenadas no plano da eclíptica.

A estrutura do código segue uma lógica com a criação de um objeto da classe *Body* do SORA, que encapsula as propriedades físicas e orbitais do corpo celeste. O parâmetro *spkid* é utilizado como identificador único conforme o sistema de numeração do *SPICE/NAIF* (*Spacecraft, Planet, Instrument, C-matrix, Events/Navigation and Ancillary Information Facility*, Nave espacial, Planeta, Instrumento, Matriz C, Eventos / Navegação e Instalação de Informações Auxiliares), garantindo a consistência entre diferentes consultas.

No exemplo apresentado, utilizam-se duas efemérides: a efemérides planetária *DE440*, que contém os principais corpos do Sistema Solar, e a *JUP365*, dedicada a Júpiter e seus satélites.

Os arquivos das efemérides foram baixados para reduzir a dependência de conexões externas e otimizando o desempenho. A linha comentada abaixo da importação de *de440.bsp* no Bloco 7 ilustra como o arquivo pode ser baixado diretamente, caso necessário.

A função *get_position* fornece o vetor astrométrico entre o observador e o corpo selecionado. Esse vetor não contém a distância ao Sol nem a separação angular entre o corpo e o Sol, que precisam ser obtidas separadamente. A distância heliocêntrica é calculada a partir das posições individuais do Sol e do corpo, enquanto a separação angular é derivada a função *separation*, do *Astropy* (The Astropy Collaboration and others, 2022).

O Bloco 7 pode ser facilmente adaptado para outros corpos celestes, bastando alterar o identificador *spkid* e a massa correspondente.

```

1 from sora import Body
2 import numpy as np
3 import astropy.units as u
4
5 jplJup = "jup365.bsp"
6 de = "de440.bsp"
7 # !wget -q -O de440.bsp https://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/
   generic_kernels/spk/planets/de440.bsp
8 # !wget -q -O jup365.bsp https://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/
   generic_kernels/spk/satellites/jup365.bsp
9
10 M_sun = u.M_sun
11 sun = Body(name='Sun', spkid=10, ephem=['de440.bsp'],
12         GM=const.G*(1*u.M_sun), database=None)

```

```

13 pos_sun = sun.get_position(time='2020-12-21 00:46', observer='
    geocenter')
14
15 M_jup = 1.89813e27*u.kg
16 jupiter = Body(name='Jupiter', spkid=599, ephem=[de, jplJup],
17     GM=const.G*(M_jup), database=None)
18 pos_jup = jupiter.get_position(time='2020-12-21 00:49',
19     observer='geocenter')
20 d_jup = pos_jup.distance
21 sep = pos_jup.separation(pos_sun)
22 x_jup = d_jup*np.cos(sep)
23 y_jup = d_jup*np.sin(sep)
24 jup = CartesianRepresentation(x_jup, y_jup, 0, unit=u.AU)

```

Listing 7 – Determinação da posição de corpos celestes no plano da eclíptica a partir das efemérides JPL utilizando o pacote SORA.

A posição da estrela de fundo foi determinada por meio do módulo *Star* do pacote SORA, que permite obter as coordenadas astrométricas de uma estrela a partir de seu identificador no catálogo Gaia DR3. Inicialmente, suas coordenadas são calculadas para a data e o observador especificados. Em seguida, obtêm-se a distância heliocêntrica (d_{sg1}) e a separação angular em relação ao Sol (sep), utilizadas para projetar a posição da estrela em coordenadas cartesianas.

A classe *CartesianRepresentation* é então empregada para converter a distância e o ângulo de separação em um vetor tridimensional no sistema heliocêntrico, expresso em unidades astronômicas (UA). O Bloco de Código 8 ilustra o procedimento aplicado à estrela *Gaia DR3 6866303987792105856*, ocultada por Ganímedes no caso de referência.

```

1 sg1 = Star(code='6866303987792105856', verbose=False)
2 pos_sg1 = sg1.get_position(time='2020-12-21 00:46',
3     observer='geocenter')
4 d_sg1 = pos_sg1.distance
5 sep = pos_sg1.separation(pos_sun)
6 x_sg1 = d_sg1*np.cos(sep)
7 y_sg1 = d_sg1*np.sin(sep)

```

```
8 star_sg1 = CartesianRepresentation(x_sg1, y_sg1, 0, unit=u.AU)
```

Listing 8 – Determinação da posição da estrela de fundo a partir do catálogo Gaia DR3.

A metodologia adotada consiste em comparar a posição astrométrica do corpo ocultador com sua posição aparente após a inclusão do vetor de deflexão gravitacional previamente calculado. A partir das posições cartesianas do observador e do corpo, determina-se inicialmente o vetor unitário que os conecta (v_{unit}). Esse vetor é então perturbado pela deflexão gravitacional ($vecDeflexaoSub$), normalizado e utilizado para obter a nova posição aparente. Por fim, a diferença angular entre as posições aparente e astrométrica é calculada em ascensão reta e declinação por meio da função *spherical_offsets_to*, conforme ilustrado no Bloco de Código 9.

```
46 v = cart_ocultador_AU - cart_observador_AU
47 v_unit = v / v.norm()
48 v_aparente = v_unit + vecDeflexaoSub
49 v_aparente = v_aparente / v_aparente.norm()
50
51 pos_aparente_ocultador = cart_observador_AU + v_aparente
52     * v.norm()
53 coord_aparente_ocultador = SkyCoord(pos_aparente_ocultador,
54 frame='icrs', representation_type='cartesian')
55 coord_ocultador = SkyCoord(cart_ocultador_AU,
56 frame='icrs', representation_type='cartesian')
57
58 dra_aparente_ocultador, ddec_aparente_ocultador =
59 coord_aparente_ocultador.spherical_offsets_to(coord_ocultador)
```

Listing 9 – Cálculo da correção astrométrica em ascensão reta e declinação utilizando a função *spherical_offsets_to*.

A função responsável pelo retorno da correção astrométrica, concebida para integração ao pacote SORA (GOMES-JUNIOR et al., 2022), recebe como parâmetros apenas o instante da ocultação e os corpos massivos selecionados. Como saída, é retornada uma tabela contendo a deflexão total e as contribuições individuais de cada corpo massivo.

A Figura 28 apresenta um exemplo dessa saída, aplicado à ocultação por Ganimedes em 21 de dezembro de 2020, sob influência de um único corpo massivo: Júpiter. As duas

primeiras colunas exibem a ascensão reta e a declinação provenientes das efemérides, tanto para o corpo massivo quanto para o corpo ocultado e o ocultador. A terceira coluna fornece a correção astrométrica, que é o deslocamento linear em quilômetros causado pelo efeito gravitacional considerado. As duas colunas seguintes apresentam a ascensão reta e a declinação aparentes dos corpos envolvidos, expressas em graus. Por fim, a sexta e a sétima colunas mostram as correções em ascensão reta e declinação, em milissegundos de arco.

	corpo	RA ephem (deg)	DEC ephem (deg)	correção astrométrica (km)	\
0	ocultador	302.3898354172	-20.5938926773	5.9322921026	
1	ocultado	302.3895699393	-20.5940908673	5.9322921026	
2	massivo Júpiter	302.3333426208	-20.6079150355		
	RA aparente (deg)	DEC aparente (deg)	dRA (mas)	dDEC (mas)	
0	302.3898350204	-20.5938927749	1.3371854077	0.3514711097	
1	302.3895695425	-20.5940909649	1.3371860708	0.3514689222	
2					

Figura 28 – Exemplo de tabela gerada pela função de correção astrométrica em coordenadas equatoriais. A função retorna informações sobre o corpo massivo em questão, o corpo ocultador, o corpo ocultado e a deflexão combinada. Ela exibe a ascensão reta e declinação na efemérides e aparente para os corpos em questão, a correção astrométrica e em coordenadas equatoriais (dRA e $dDEC$).

A análise das observações de ocultações em si está fora do escopo deste trabalho. Por isso, utilizam-se posições previamente publicadas às quais a correção astrométrica é posteriormente aplicada, resultando em novas posições ajustadas. No Bloco de Código 10, são carregadas as coordenadas publicadas do objeto, no sistema ICRS. Em seguida, são inseridos os deslocamentos angulares obtidos pela metodologia (1.337 mas em ascensão reta e 0.352 mas em declinação). Com base nesses valores, a função *SkyOffsetFrame*, da biblioteca *astropy*, cria um sistema de coordenadas local centrado na posição publicada, permitindo aplicar os deslocamentos como coordenadas offset. A posição resultante é então convertida de volta para o sistema ICRS e utilizada como posição corrigida.

```

60 evento = "Ganimedes 21/12/2020 00h49"
61 ra_publi = "20h09m33.56022s"
62 dec_publi = "-20d35m38.0137s"
63 coord_publi = SkyCoord(ra=ra_publi, dec=dec_publi, frame="icrs")
64

```

```

65 d_ra = 1.337 * u.mas
66 d_dec = 0.352 * u.mas
67 coord_frame = SkyOffsetFrame(origin=coord_publi)
68 new_pos = SkyCoord(lon=d_ra, lat=d_dec, frame=coord_frame).icrs

```

Listing 10 – Exemplo de uso da função que calcula a posição corrigida do corpo ocultador em ICRS, a partir das correções astrométricas obtidas pela metodologia do trabalho.

Por fim, como demonstrado ao longo deste trabalho, em configurações angularmente mais próximas ao corpo defletor, a correção astrométrica pode crescer de forma abrupta, refletindo o alto gradiente da deflexão gravitacional nessa região, o que a torna sensível a pequenas variações geométricas. Em particular, a localização do observador na Terra e o instante exato da imersão e da emersão desempenham papel fundamental, pois determinam as separações angulares efetivas entre o feixe luminoso e os corpos massivos envolvidos. Desta maneira, a função de correção astrométrica também é capaz de retornar a correção astrométrica para um observador em uma dada coordenada e para diferentes instantes. A interpretação das coordenadas do observador é feita pela função *Observer* do Pacote SORA, onde basta o usuário inserir a latitude, longitude e altura do observatório conforme Bloco de Código 11, onde é considerada a localização do observador em Fountain Hills, Estados Unidos, cuja corda é ilustrada na Figura 5.

```

69 from sora import Observer
70
71 observer_loc = Observer(
72     lon=-(111 + 43/60 + 39.0/3600) * u.deg,
73     lat=(33 + 37/60 + 28.3/3600) * u.deg,
74     height=520 * u.m
75 )

```

Listing 11 – Definição da localização do observador para o cálculo da geometria observacional da ocultação, utilizando D. Dunham como exemplo de observador.

Quanto ao tratamento dos instantes de imersão e emersão, optou-se por uma implementação que preserve a simplicidade de uso da função. Para isso, a rotina recebe como entrada apenas um único instante de tempo, permitindo que o usuário forneça,

conforme o objetivo da análise, o momento de maior aproximação, de imersão ou de emersão. Dessa forma, a função pode ser executada repetidas vezes para diferentes instantes do mesmo evento, o que permite avaliar de forma independente a correção astrométrica em cada fase do evento. No Bloco de Código 12, exemplifica-se a aplicação da função aos instantes de imersão e emersão da ocultação estelar por Ganímedes ocorrida em 21 de dezembro de 2020.

```

77
78 tempo_imersao = '2020-12-21 00:48:04.736'
79 tempo_emersao = '2020-12-21 00:50:21.845'
80
81 observer_loc = Observer(
82     lon=-(111 + 43/60 + 39.0/3600) * u.deg,
83     lat=(33 + 37/60 + 28.3/3600) * u.deg,
84     height=520 * u.m
85 )
86 #IMERSAO
87 tabela_deflexao_ocultacao_list(
88     observador=terraBsp,
89     ocultador=ganimedes,
90     ocultado=sg1,
91     corpos_massivos=corpos_massivos,
92     tempo=tempo_ingresso,
93     observer=observer_loc
94 )
95 #EMERSAO
96 tabela_deflexao_ocultacao_list(
97     observador=terraBsp,
98     ocultador=ganimedes,
99     ocultado=sg1,
100     corpos_massivos=corpos_massivos,
101     tempo=tempo_egresso,
102     observer=observer_loc

```

103)

Listing 12 – Cálculo da correção astrométrica nos instantes de imersão e emersão de uma ocultação estelar.

4 Correção Astrométricas em Ocultações Estelares Observadas

No Capítulo 3, demonstramos que, no contexto da deflexão gravitacional da luz no Sistema Solar, as contribuições dominantes são provenientes do Sol, seguido por Júpiter e Saturno. Essa hierarquia decorre principalmente de suas massas. Como apresentado no Capítulo 1, a ocultação de 21 de dezembro de 2020 por Ganimedes ocorreu sob uma configuração geométrica caracterizada por pequena separação angular entre a estrela alvo, o Sol e Júpiter, o que potencializa os efeitos relativísticos e justifica sua escolha como estudo de caso inicial para validação da metodologia.

Uma vez desenvolvida e verificada a consistência do modelo, estendemos a aplicação das correções a diferentes classes de objetos. Foram analisadas ocultações envolvendo asteroides do Cinturão Principal, luas de Saturno, o centauro Chariklo, luas de Urano e, nas regiões mais externas, uma lua de Netuno e objetos transnetunianos.

Dessa forma, as correções astrométricas em coordenadas equatoriais foram avaliadas em um amplo intervalo de distâncias heliocêntricas e configurações geométricas, abrangendo desde corpos relativamente próximos à Terra até objetos situados nos limites externos do Sistema Solar. Essa abordagem permitiu investigar a magnitude e a variabilidade das correções relativísticas em diferentes regimes dinâmicos e observacionais.

4.1 Ocultação por Ganimedes de 21 de dezembro de 2020

Como primeiro estudo de caso, foi analisada a ocultação estelar por Ganimedes ocorrida em 21 de dezembro de 2020 às 00:49 UTC. Os dados foram obtidos de Morgado et al. (2022), no qual as observações estão organizadas em função do instante de *closest approach*.

A Figura 29, também do referido trabalho, mostra a distribuição dos observadores que registraram cordas do evento, todos localizados dentro da sombra apresentada anteriormente na Figura 4.

A Figura 30 apresenta as curvas de nível da deflexão gravitacional causada pelo Sol na configuração do Sistema Solar no momento da ocultação, onde Júpiter e Saturno estavam angularmente próximos. Observa-se que, além de Saturno, nenhum outro planeta

se encontrava angularmente próximo ao sistema joviano, o que dispensa uma análise detalhada dos demais corpos massivos.



Figura 29 – Observadores da ocultação por Ganímedes de 21 de dezembro de 2020. Os diversos locais são demarcados no mapa da ocultação, estando todos dentro da sombra do galileano.

Fonte: Morgado et al. (2022)

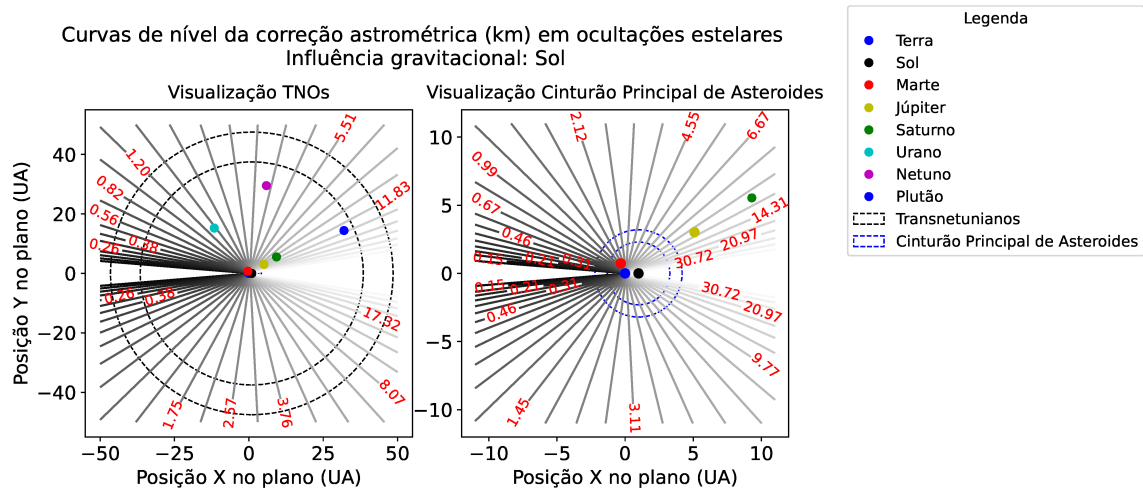


Figura 30 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido ao Sol na configuração do Sistema Solar de 21/12/2020, com visualização para a região do Cinturão de Asteroides e dos objetos Transnetunianos.

Devido à conjunção de Júpiter e Saturno vista da Terra, também foi investigada a influência gravitacional de Saturno sobre as luas galileanas. A Figura 31 considera apenas Saturno como corpo massivo e ilustra as órbitas das luas de Júpiter. A região

apagada indica onde Saturno se encontrava no instante analisado, evidenciando o aumento acentuado da deflexão.

Curvas de Nível da Correção Astrométrica (km) em Ocultações Estelares
Influência Gravitacional de Saturno nos Satélites Galileanos

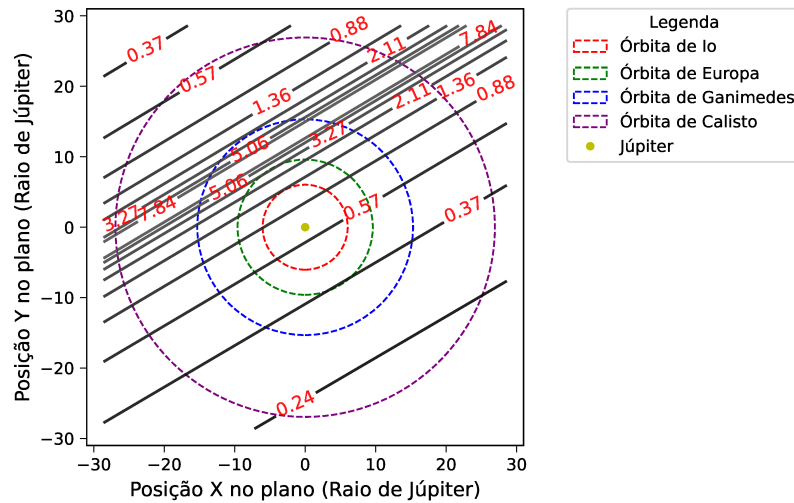


Figura 31 – Curvas de nível de deflexão gravitacional devido a Saturno em Galileanos na configuração do Sistema Solar de 21/12/2020 com delimitação das órbitas de Io, Europa, Ganímedes e Calisto.

Nota-se que uma ocultação por um satélite galileano pode apresentar deflexão gravitacional significativa devido à massa de Saturno. A visualização por curvas de nível no plano da eclíptica pode sugerir que Saturno esteja no mesmo plano orbital dos galileanos; contudo, parte da deflexão possui componente perpendicular a esse plano, não representada no mapa.

Na sequência, foi simulada a deflexão combinada de Júpiter e Saturno (Figura 32) para ocultações por satélites jovianos na configuração daquele momento. Embora haja sobreposição de curvas na direção de Saturno, o campo gravitacional de Júpiter ainda domina o comportamento das deflexões, exibindo mais sobreposições, que foram apagadas.

Esses resultados indicam que configurações envolvendo corpos massivos próximos podem adicionar camadas de complexidade astrométrica, elevando as correções a escalas de vários quilômetros. Também foi investigado se a massa de outro satélite galileano poderia introduzir deflexão adicional, e verificou-se que esse efeito permanece abaixo de $5m$.

Assim, empregando a metodologia descrita na seção 3.4, foi calculada a correção astrométrica a ser aplicada na posição de Ganímedes no instante da ocultação, utilizando o Sol, Júpiter e Saturno como corpos massivos. Neste contexto, (MORGADO et al., 2022) relatou, sem considerar a deflexão, a posição astrométrica de Ganímedes derivada da

Após aplicar essa correção, a nova posição de Ganímedes torna-se $\alpha = 20^h09^m33^s.56049$ e $\delta = -20^\circ35'38''.0130$. Para esse evento, não houve diferenças significativas entre a correção astrométrica no instante de imersão e emersão. Entretanto, esse estudo de caso demonstra a importância da inclusão sistemática da deflexão gravitacional em análises astrométricas de ocultações estelares e estabelece a base para a aplicação da metodologia a outros cenários.

4.2 *Ocultações Estelares em Diferentes Circunstâncias no Sistema Solar*

Foram identificados, a partir de um banco de dados de resultados de ocultações (BRAGA-RIBAS et al., 2019), diversos eventos já observados, com resultados publicados ou não, cujas posições poderiam ser corrigidas pela deflexão gravitacional da luz.

Para cada ocultação, foram determinados os potenciais corpos massivos relevantes e calculadas as deflexões segundo a metodologia apresentada. Os resultados estão reunidos na Tabela 2, que mostra as posições publicadas, as correções astrométricas combinadas e individuais de cada corpo massivo, e a posição corrigida considerando a deflexão da luz no instante de *closest approach*. Algumas colunas permanecem em branco por apresentarem correções menores que 1 *m*.

A partir da Tabela 2, observam-se diversos casos em que a correção astrométrica obtida supera a incerteza associada. Entre os satélites galileanos, destacam-se os eventos de Ganímedes em 13/04/2016, Europa em 31/03/2017, Europa em 04/06/2019 e Io em 02/04/2021, nos quais as correções combinadas em ascensão reta ou declinação excedem as incertezas fornecidas.

Para o Cinturão Principal, as correções para as ocultações por Ceres apresentam correções maiores do que as incertezas publicadas, com destaque para a ocultação de 25/10/2013, onde a correção devido à deflexão da luz é maior que 100 vezes a incerteza da posição.

Por fim, entre os satélites de Urano, o evento de Umbriel em 21/09/2020 apresenta correções combinadas que superam as incertezas publicadas em pelo menos uma das coordenadas, embora ainda na mesma ordem de grandeza.

As posições de Quaoar estão em processo de publicação, já considerando a correção astrométrica devido à deflexão da luz, calculada pelos autores desse trabalho (MARGOTI et al., 2026).

Tabela 2 – Posições publicadas, correções astrométricas e posição corrigida para ocultações por: satélites galileanos; objeto do Cinturão Principal de Asteroides (Ceres); satélites de Saturno: Febe e Titã; Centauro Chariklo; satélites de Urano: Umriel e Titânia; por Tritão, satélite de Netuno; e pelos objetos além de Netuno: Varda, Mani e Quaoar.
Referências: [1] Morgado et al. (2022); [2] Gomes-Júnior et al. (2015); [3] Gomes-Júnior et al. (2019); [4] Morgado et al. (2021); [5] Pavlov (2025); [6] Assafin et al. (2023); [7] Oliveira et al. (2022); [8] Souami et al. (2020); [9] Rommel et al. (2023); [10] Margoti et al. (2026).

Ocultações estelares por satélites de Júpiter											
Objeto e instante ocultação (UTC)	Posições publicadas e incertezas associadas (RA, DEC)	Correção pelo Sol (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)	Correção por Júpiter (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)	Correção por Saturno (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)	Correção combinada (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)	Posição Corrigida	Ref.
Ganímedes 13/04/2016 11h57	$11h03m41s.32089 \pm 4.1$, $07^\circ 34'55''.6614 \pm 4.7$	0.9	(0.242, −0.109)	5.0	(1.368, −0.603)	-	-	5.9	(1.610, −0.714)	$11h03m41.32099828s$ $+07d34m55.660686s$	[1]
Europa 31/03/2017 06h44	$13h12m15s.54781 \pm 1.9$, $-05^\circ 56'48''.6987 \pm 1.6$	0.18	(−0.055, −0.011)	5.57	(−1.57, 0.71)	-	-	5.75	(−1.622, 0.721)	$13h12m15.54770128s$ $-05d56m48.697979s$	[1]
Europa 04/06/2019 02h26	$17h16m59s.89400 \pm 1.1$, $-22^\circ 28'06''.5375 \pm 1.1$	0.15	(0.0479, −0.0004)	8.94	(2.87, 0.022)	-	-	8.79	(2.824, 0.022)	$17h16m59.89420373s$ $-22d28m06.537478s$	[1]
Io 02/04/2021 10h24	$21h43m04s.38 \pm 1.1$, $-14^\circ 23'58''.16 \pm 0.7$	6.19	(−1.422, −0.511)	39.4	(−8.873, −3.691)	-	-	45.6	(−10.294, −4.202)	$21h43m04.37929148s$ $-14d23m58.164202s$	[1]

Continua na próxima página

Continuação da Tabela 2

Ganímedes 14/10/2025 03h04	não publicada	2.81	(-0.745, -0.129)	6.65	(-1.767, 0.274)	-	-	9.47	(-2.512, 0.403)	-	[5]
Ocultações estelares por objetos do Cinturão Principal de Asteroides											
Ceres 17/08/2010 22h40	17h18m29.0122 $\pm$ 0.027, -27°26'38".6170 $\pm$ 0.028	1.37	(0.823, -0.029)	-	-	-	-	1.37	(0.822, -0.029)	17h18m29.01226175s -27d26m38.617029s	[2]
Ceres 25/10/2013 09h45	11h57m52.9154 $\pm$ 0.019, +09°07'49".865 $\pm$ 0.022	8.51	(-2.936, -2.034)	0.002	(0.0008, -0.0003)	-	-	8.51	(-2.935, 2.033)	11h57m52.91520182s +09d07m49.867033s	[2]
Ocultações estelares por Febe, satélite de Saturno											
Febe 06/07/2017 16h04	17h31m03s.0780 $\pm$ 0.3, -22°00'57".3585 $\pm$ 0.4	0.5	(0.076, -0.008)	-	-	0.2	(0.026, -0.005)	0.7	(0.102, -0.013)	17h31m03.07800733s -22d00m57.358513s	[3]
Febe 19/06/2018 04h38	18h26m16.3886s $\pm$ 0.6, -22°24'00".5778 $\pm$ 0.7	0.2	(-0.030, -0.005)	-	-	0.7	(-0.102, 0.022)	0.9	(-0.132, 0.017)	18h26m16.38859048s -22d24m00.577783s	[3]
Febe 26/06/2018 18h31	18h24m01.5592s $\pm$ 1.1, -22°26'12".5432 $\pm$ 0.4	0.03	(-0.002, -0.003)	-	-	0.9	(-0.133, 0.034)	0.9	(-0.136, 0.031)	18h24m01.55919019s -22d26m12.543169s	[3]
Febe 03/07/2018 13h38	18h22m00.2576s $\pm$ 1.2, -22°28'10".7045 $\pm$ 0.9	0.2	(0.022, -0.002)	-	-	1.3	(-0.184, 0.061)	1.1	(-0.162, 0.059)	18h22m00.25758831s -22d28m10.704441s	[3]
Febe 13/08/2018 12h53	18h12m22.3994s $\pm$ 1.9, -22°38'44".4513 $\pm$ 6.7	1.2	(0.178, 0.002)	-	-	0.8	(0.118, 0.002)	2.0	(0.296, 0.003)	18h12m22.39942138s -22d38m44.451297s	[3]

Continua na próxima página

Continuação da Tabela 2

Febe 07/07/2019 03h54	19h21m18.5954s ± 2.5, −21°44′25″.6461 ± 2.7	0.5	(−0.081, −0.012)	-	-	0.05	(0.009, 0.001)	0.5	(−0.073, −0.011)	19h21m18.59539476s −21d44m25.646111s	[3]
Titã 09/07/2022 09h22	não publicada	0.902	(−0.131, −0.042)	0.006	(−0.0009, −0.0003)	1.935	(0.291, −0.049)	1.203	(0.159, −0.091)	-	[5]
Ocultações estelares pelo centauro Chariklo											
Chariklo 19/06/2020 15h51	20h02m32s.0002 ±0.339, −22°20′41″.4884 ±0.227	0.74	(−0.065, −0.010)	0.09	(0.008, −0.002)	0.03	(−0.002, −0.002)	0.68	(−0.059, −0.014)	20h02m32.00019575s −22d20m41.488414s	[4]
Chariklo 08/08/2019 21h41	19h31m49s.7910 ±0.227, −25°34′26″.7850 ±0.544	0.63	(0.054, 0.016)	0.01	(0.00074, 0.00004)	0.01	(0.0011, −0.0005)	0.64	(0.056, 0.016)	19h31m49.79100414ss −25d34m26.784984s	[4]
Chariklo 02/08/2019 10h02	19h33m07s.4813 ±0.872, −25°34′42″.5192 ±1.187	0.47	(0.039, 0.014)	0.01	(0.00074, 0.00004)	0.01	(0.0011, −0.0006)	0.48	(0.041, 0.014)	19h33m07.48130303s −25d34m42.519186s	[4]
Chariklo 24/08/2017 02h59	18h42m35s.2372 ±0.426, −31°09′50″.5615 ±0.432	1.37	(0.123, 0.023)	0.003	(0.00026, 0.00001)	0.005	(0.0004, −0.0002)	1.38	(0.124, 0.023)	18h42m35.23720966s −31d09m50.561477s	[4]
Chariklo 23/07/2017 05h58	18h48m09s.2289 ±0.103, −31°26′32″.4376 ±0.096	0.53	(0.044, 0.022)	0.003	(0.00024, 0.00001)	0.005	(0.0004, −0.0002)	0.54	(0.045, 0.022)	18h48m09.22890352s −31d26m32.437578s	[4]

Continua na próxima página

Continuação da Tabela 2

Chariklo 22/06/2017 21h18	18h55m15s.6602 ±0.116, −31°31′21″.6218 ±0.110	0.33	(−0.026, 0.026)	0.003	(0.0002, 0.00002)	0.005	(0.0004, −0.0002)	0.34	(−0.025, 0.026)	18h55m15.66019804s −31d31m21.621774s	[4]
Ocultações estelares por satélites de Urano											
Objeto e instante ocultação (UTC)	Posições publicadas e in- certezas associadas (RA, DEC)	Correção pelo Sol (km)	Δ RA*, Δ DEC (mas)	Correção por Urano (km)	Δ RA*, Δ DEC (mas)	Correção por Júpiter (km)	Δ RA*, Δ DEC (mas)	Correção combi- nada (km)	Δ RA*, Δ DEC (mas)	Posição Corrigida	Ref.
Umbriel 21/09/2020 08h24	02h30m28s.84556 ± 0.1 14°19′36″.5836 ± 0.2	1.07	(−0.073, −0.024)	3.41	(0.204, 0.139)	0.002	(0.00011, 0.00004)	2.41	(0.131, 0.116)	02h30m28.84556901s +14d19m36.583716s	[6]
Umbriel 08/12/2024 21h37	não publicada	0.571	(0.041, 0.011)	2.88	(−0.186, −0.104)	0.014	(−0.0011, −0.0002)	2.344	(−0.146, −0.093)	-	[5]
Titânia 08/09/2001 02h00	não publicada	0.586	(0.040, 0.015)	3.341	(0.170, 0.173)	0.001	(−0.00006, −0.00002)	3.88	(0.209, 0.187)	-	[5]
Titânia 21/11/2023 05h18	não publicada	0.193	(0.014, 0.004)	1.851	(0.131, −0.040)	0.025	(0.0018, 0.0007)	2.035	(0.146, −0.035)	-	[5]
Titânia 10/12/2022 21h53	não publicada	0.838	(0.059, 0.018)	1.687	(−0.032, 0.119)	0.006	(0.0004, 0.0001)	1.920	(0.027, 0.138)	-	[5]
Ocultações estelares por satélites de Netuno											

Continua na próxima página

Continuação da Tabela 2

Objeto e instante ocultação (UTC)	Posições publicadas e incertezas associadas (RA, DEC)	Correção pelo Sol (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)	Correção por Netuno (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)	Correção por Júpiter (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)	Correção combinada (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)	Posição Corrigida	Ref.
Tritão 05/10/2017 23h51	20h09m29s.40 $- 7.2$ 20°25'34".20 $+ 0.6$	0.8	(0.034, 0.015)	5.6	(-0.256, 0.071)	0.001	(0.00005, 0.00002)	5.0	(-0.221, 0.087)	20h09m29.39998428s +20d25m34.200087s	[7]
Tritão 06/10/2022 14h39	não publicada	0.501	(0.021, 0.011)	3.885	(-0.121, -0.140)	0.036	(-0.0016, -0.0006)	3.457	(-0.101, -0.130)	-	[5]
Ocultações estelares por objetos além de Netuno											
Objeto e instante ocultação (UTC)	Posições publicadas e incertezas associadas (RA, DEC)	Correção pelo Sol (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)	Correção por Júpiter (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)	Correção por Saturno (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)	Correção combinada (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)	Posição Corrigida	Ref.
Varda 10/09/2018 03h34	17h18m25s.1297 ± 0.20 -02°05'14".3055 ± 0.14	2.84	(0.084, -0.007)	0.009	(0.0002, 0.0001)	0.004	(-0.00006, 0.00010)	2.85	(0.084, -0.007)	17h18m25.1297056ss -02d05m14.305507s	[8]
Mani 09/07/2019 04h23	18h45m19.2460 ± 0.23 , -06°24'13".0593 ± 0.60	0.44	(0.005, -0.012)	0.01	(0.0003, 0.0002)	0.006	(-0.00007, 0.00016)	0.43	(0.005, -0.012)	18h45m19.24600034s -06d24m13.059312s	[9]
Mani 26/07/2019 02h47	18h44m07s.5735 ± 0.57 , -06°26'40".1769 ± 0.51	0.68	(0.018, -0.011)	0.01	(0.0003, 0.0002)	0.006	(-0.00006, 0.00016)	0.68	(0.018, -0.011)	18h44m07.57350121s -06d26m40.176911s	[9]
Mani 26/07/2019 10h18	18h44m06.3160 ± 0.37 , -06°26'43".7686 ± 1.3	0.69	(0.018, -0.011)	0.01	(0.0003, 0.0002)	0.006	(-0.00006, 0.00016)	0.69	(0.018, -0.011)	18h44m06.31600121s -06d26m43.768611s	[9]

Continua na próxima página

Continuação da Tabela 2

Mani 19/08/2019 07h41	18h42m43.5161 ±1.0, −06°32′33″.9776 ±1.1	1.26	(0.037, -0.008)	0.01	(0.0003, 0.0002)	0.006	(-0.00005, 0.00016)	1.27	(0.037, -0.007)	18h42m43.51610248s −06d32m33.977607s	[9]
Mani 26/07/2020 23h17	18h48m19.0750 ±0.12, −06°13′31″.7090 ±0.12	0.70	(0.018, -0.011)	0.02	(0.0003, 0.0005)	0.004	(-0.0001, 0.0001)	0.68	(0.018, -0.010)	18h48m19.07500121s −06d13m31.70901s	[9]
Mani 08/08/2020 20h44	18h47m29.9613 ±0.12, −06°16′31″.3444 ±0.10	0.98	(0.028, -0.009)	0.02	(0.0002, 0.0005)	0.004	(-0.0001, 0.0001)	0.97	(0.028, -0.009)	18h47m29.96130188s −06d16m31.344409s	[9]
Mani 24/02/2021 08h45	18h56m35.9873 ±1.1, −06°30′23″.1583 ±2.8	5.92	(-0.172, 0.021)	0.009	(-0.0003, 0.0001)	0.002	(-0.00006, 0.00002)	5.93	(-0.173, 0.021)	18h56m35.98728839s −06d30m23.158279s	[9]
Mani 14/10/2021 03h26	18h50m30.7686 ±0.48, −06°24′13″.2068 ±0.52	3.33	(0.098, 0.013)	0.007	(-0.00021, 0.00006)	0.003	(-0.00008, 0.00005)	3.32	(0.097, 0.013)	18h50m30.76860651s −06d24m13.206787s	[9]
Mani 10/06/2022 05h32	19h00m15.4469 ±0.32, −05°42′42″.8843 ±1.3	3.33	(-0.016, -0.002)	0.004	(-0.00013, 0.000001)	0.003	(-0.00008, 0.00003)	3.33	(-0.016, -0.002)	19h00m15.44689893s −05d42m42.884302s	[9]
Quaoar 11/02/2011 10h05	em processo de pu- blicação	5.083	(-0.159, 0.021)	0.002	(-0.000067, 0.000003)	0.001	(0.000039, -0.000002)	5.084	(-0.159, 0.021)	—	[10]
Quaoar 04/05/2011 02h38	em processo de pu- blicação	1.051	(-0.034, -0.004)	0.001	(-0.000048, -0.0000002)	0.001	(0.000040, -0.000002)	1.050	(-0.034, -0.004)	—	[10]
Quaoar 17/02/2012 04h30	em processo de pu- blicação	4.677	(-0.147, 0.016)	0.001	(-0.00004, 0 - 0.000002)	0.002	(0.000049, -0.000003)	4.677	(-0.147, 0.016)	—	[10]

Continua na próxima página

Continuação da Tabela 2

Quaoar 15/10/2012 00h41	em processo de pu- blicação	5.018	(0.159, 0.003)	-	-	0.002	(0.00005258, -0.00000006)	5.019	(0.159, 0.003)	—	[10]
Quaoar 09/07/2013 02h40	em processo de pu- blicação	0.621	(0.019, -0.007)	-	-	0.002	(0.000058, 0.000001)	0.623	(0.019, -0.007)	—	[10]
Quaoar 26/07/2018 15h08	em processo de pu- blicação	0.884	(0.028, -0.006)	0.006	(0.00021, 0.00002)	0.012	(-0.0002, 0.0004)	0.883	(0.028, -0.006)	—	[10]
Quaoar 02/09/2018 18h16	em processo de pu- blicação	2.050	(0.066, -0.003)	0.007	(0.00023, 0.00003)	0.013	(-0.0001, 0.0004)	2.053	(0.067, -0.003)	—	[10]
Quaoar 27/03/2019 06h56	em processo de pu- blicação	2.773	(-0.089, -0.002)	0.027	(0.0006, 0.0005)	0.005	(-0.00016, 0.00007)	2.757	(-0.089, -0.002)	—	[10]
Quaoar 28/04/2019 06h47	em processo de pu- blicação	1.540	(-0.050, -0.006)	0.027	(0.0007, 0.0005)	0.005	(-0.00015, 0.00007)	1.522	(-0.049, -0.005)	—	[10]
Quaoar 28/05/2019 23h40	em processo de pu- blicação	0.685	(-0.021, -0.007)	0.023	(0.0006, 0.0004)	0.005	(-0.00016, 0.00006)	0.666	(-0.021, -0.006)	—	[10]
Quaoar 05/06/2019 03h00	em processo de pu- blicação	0.513	(-0.015, -0.006)	0.022	(0.0006, 0.0004)	0.005	(-0.00016, 0.00006)	0.495	(-0.015, -0.006)	—	[10]
Quaoar 28/06/2019 12:35	em processo de pu- blicação	0.231	(0.004, -0.007)	0.019	(0.0006, 0.0003)	0.005	(-0.00016, 0.00007)	0.228	(0.004, -0.006)	—	[10]

Continua na próxima página

Continuação da Tabela 2

Quaoar 04/08/2019 17h24	em processo de publicação	1.084	(0.035, -0.005)	0.017	(0.0005, 0.0002)	0.006	(-0.00017, 0.00009)	1.093	(0.035, -0.005)	—	[10]
Quaoar 26/09/2019 18h55	em processo de publicação	3.025	(0.097, 0.001)	0.020	(0.0006, 0.0003)	0.007	(-0.0002, 0.0001)	3.038	(0.098, 0.001)	—	[10]
Quaoar 16/10/2019 01h39	em processo de publicação	4.240	(0.135, 0.008)	0.024	(0.0006, 0.0004)	0.006	(-0.00018, 0.00009)	4.255	(0.136, 0.008)	—	[10]
Quaoar 11/06/2020 16h32	em processo de publicação	0.382	(-0.010, -0.007)	0.014	(-0.0004, 0.0001)	0.003	(-0.00011, 0.00003)	0.393	(-0.011, -0.007)	—	[10]
Quaoar 16/06/2020 08h38	em processo de publicação	0.291	(-0.007, -0.006)	0.014	(-0.0004, 0.0001)	0.003	(-0.00011, 0.00003)	0.299	(-0.007, -0.007)	—	[10]
Quaoar 01/07/2020 21h38	em processo de publicação	0.270	(0.006, -0.007)	0.015	(-0.0005, 0.0002)	0.004	(-0.0001, 0.00002)	0.254	(0.005, -0.006)	—	[10]
Quaoar 24/06/2022 12h09	em processo de publicação	0.223	(-0.003, -0.007)	0.003	(-0.000087, -0.000002)	0.002	(-0.000058, 0.000006)	0.225	(-0.003, -0.007)	—	[10]
Quaoar 09/08/2022 06h34	em processo de publicação	1.103	(0.036, -0.005)	0.003	(-0.000083, -0.000002)	0.002	(-0.000060, 0.000007)	1.098	(0.036, -0.004)	—	[10]
Quaoar 13/05/2023 08h40	em processo de publicação	1.249	(-0.040, -0.008)	0.002	(-0.000058, -0.000005)	0.001	(-0.000046, 0.000002)	1.253	(-0.040, -0.008)	—	[10]

Continua na próxima página

Continuação da Tabela 2

Quaoar 20/05/2023 00h24	em processo de publicação	1.062	(-0.034, -0.008)	0.002	(-0.000056, -0.000005)	0.001	(-0.000046, 0.000002)	1.065	(-0.034, -0.008)	—	[10]
Quaoar 24/05/2023 14h36	em processo de publicação	0.938	(-0.030, -0.008)	0.002	(-0.000055, -0.000006)	0.001	(-0.000046, 0.000003)	0.940	(-0.030, -0.008)	—	[10]
Quaoar 26/05/2023 15h53	em processo de publicação	0.884	(-0.028, -0.008)	0.002	(-0.000055, -0.000005)	0.001	(-0.000046, 0.000003)	0.887	(-0.028, -0.008)	—	[10]
Quaoar 15/07/2023 00h16	em processo de publicação	0.430	(0.013, -0.006)	0.001	(-0.000045, -0.000005)	0.001	(-0.000046, 0.000003)	0.428	(0.013, -0.006)	—	[10]
Quaoar 01/08/2023 22h18	em processo de publicação	0.863	(0.028, -0.005)	0.001	(-0.000042, -0.000005)	0.001	(-0.000046, 0.000003)	0.860	(0.028, -0.005)	—	[10]
Quaoar 24/08/2023 03h22	em processo de publicação	1.489	(0.049, -0.003)	0.001	(-0.000041, -0.000005)	0.001	(-0.000047, 0.000004)	1.486	(0.049, -0.003)	—	[10]
Quaoar 10/042024 03h58	em processo de publicação	2.422	(-0.078, -0.008)	0.001	(-0.000039, -0.000006)	0.001	(-0.000039, 0.000001)	2.422	(-0.078, -0.008)	—	[10]
Quaoar 29/05/2024 19h15	em processo de publicação	0.819	(-0.026, -0.008)	-	-	0.001	(-0.0000368, 0.0000008)	0.821	(-0.026, -0.008)	—	[10]
Quaoar 04/07/2024 22h57	em processo de publicação	0.235	(0.004, -0.007)	-	-	0.001	(-0.0000358, 0.0000009)	0.235	(0.004, -0.007)	—	[10]

Continua na próxima página

Continuação da Tabela 2

Quaoar 28/08/2024 10h38	em processo de publicação	1.614	(0.053, -0.002)	-	-	0.001	(-0.000037, 0.000001)	1.612	(0.053, -0.002)	—	[10]
Quaoar 12/06/2025 09h53	em processo de publicação	0.526	(-0.016, -0.008)	-	-	0.001	(-0.0000293, -0.0000004)	0.527	(-0.016, -0.008)	—	[10]
Quaoar 20/06/2025 23h46	em processo de publicação	0.340	(-0.008, -0.007)	-	-	-	-	0.340	(-0.008, -0.007)	—	[10]
Quaoar 04/07/2025 23h06	em processo de publicação	0.219	(0.003, -0.007)	-	-	-	-	0.219	(0.003, -0.007)	—	[10]
Quaoar 28/08/2025 02h44	em processo de publicação	1.543	(0.051, -0.002)	-	-	-	-	1.542	(0.051, -0.002)	—	[10]
Quaoar 3/08/2025 13h46	em processo de publicação	1.654	(0.054, -0.001)	-	-	-	-	1.653	(0.054, -0.001)	—	[10]

Em todos os eventos, foram comparadas as correções astrométricas para diferentes observadores e no instante de imersão, *closest approach* ou emersão. Contudo, se destaca o evento por Io em 02/04/2021, cuja influência significativa de Júpiter destaca a pequena separação angular entre o evento e o corpo massivo. Nesse caso específico, foi encontrada uma diferença de aproximadamente 800 metros na correção astrométrica relativa entre os instantes de imersão e emersão. Essa assimetria decorre do fato de que, no instante da imersão, a estrela encontra-se angularmente mais próxima de Júpiter do que na emersão, resultando em um gradiente mais acentuado da deflexão gravitacional.

Assim, como a correção astrométrica aumenta rapidamente em regiões como essa, têm-se os resultados das correções combinadas entre Júpiter e Sol apresentados na Tabela 3. Ainda, as diferenças encontradas entre essas configurações permanecem menores do que as barras de erro das posições publicadas, porém, em condições observacionais com maior precisão astrométrica, variações dessa ordem de grandeza tornam-se potencialmente detectáveis.

Ocultação Estelar por Io em 04/02/2021 10:24 UTC							
Observador	Localização (alt, long, h)	Instante imersão	Correção (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)	Instante emersão	Correção (km)	ΔRA^* , ΔDEC (mas)
J. Vrolijk, em Savaneta, Aruba	$-69^{\circ}57'04.0''$ $12^{\circ}27'10.8''$ 17 m	10h19m 54s.843	49.74	(-11.048 , -4.997)	10h20m 45s.762	49.08	(-10.909 , -4.912)
E. Sussen- bach, em Jan Thiel, Curaçao	$-68^{\circ}52'23.0''$ $12^{\circ}05'37.0''$ 18 m	10h19m 50s.975	49.77	(-11.055 , -4.997)	10h20m 56s.142	48.93	(-10.878 , -4.889)

Tabela 3 – Correção Astrométrica para a Ocultação Estelar por Io em 04/02/2021 10:24 UTC

De modo geral, os resultados apresentados mostram que a deflexão gravitacional em ocultações estelares é dominada pela separação angular entre o corpo ocultador e os corpos massivos do Sistema Solar, independentemente da distância linear envolvida ou da região onde o evento ocorre. Quanto mais precisa a determinação na posição publicada do corpo, mais relevante se torna a correção astrométrica devido à deflexão da luz.

5 Considerações Finais e Perspectivas Futuras

Ao longo deste trabalho, foi possível compreender de forma mais ampla o comportamento da deflexão gravitacional da luz em ocultações estelares em diferentes regiões do Sistema Solar. Verificou-se que o principal fator que determina o desvio aparente da posição do corpo ocultador é a separação angular entre ele e o corpo massivo responsável pela deflexão. Esse fator se mostrou mais relevante do que a distância linear ao observador, ao massivo ou a localização do sistema no qual o evento ocorre.

Essa dependência angular motivou a análise dos sistemas planetários, levando à constatação de que a deflexão causada pelo planeta sobre seus satélites deve ser considerada para uma representação astrométrica precisa. As deflexões causadas por Mercúrio, Vênus, Marte e Plutão são tão pequenas que podem ser desconsideradas.

Os maiores valores de correção astrométrica concentram-se, como esperado, nos sistemas planetários mais massivos e durante alinhamentos particularmente favoráveis. Entre os satélites galileanos, a ocultação por Io em 02/04/2021 destaca-se com uma correção combinada de 45.6 km , resultando em deslocamentos superiores a 10 mas em ascensão reta, devido à soma dos efeitos do Sol e, principalmente, de Júpiter. Casos envolvendo Europa e Ganímedes também apresentam correções expressivas, frequentemente acima de 5 km .

No Cinturão Principal, a ocultação por Ceres em 2013 apresenta correção solar de 8.5 km , mostrando que a geometria do evento pode amplificar a contribuição do Sol. Além disso, Ceres está relativamente perto da Terra e, por ser um planeta anão, é maior que a maioria dos asteroides, o que resulta em posições mais precisas e barras de erro menores. Assim, a correção gravitacional torna-se mais evidente em comparação à incerteza. Esses aspectos indicam que outros objetos do Cinturão Principal, especialmente os de maior tamanho angular ou observados em boas condições de proximidade, também podem apresentar correções astrométricas significativas.

Para corpos mais distantes, como Chariklo, as correções tornam-se menores (cerca de 2 km) nas ocultações analisadas devido às separações angulares pouco favoráveis em relação aos corpos massivos. Porém, espera-se que, com o avanço das tecnologias observacionais e a consequente redução das incertezas posicionais (Fayolle et al., 2023), a correção astrométrica se torne mais claramente detectável também nesses objetos.

Em contrapartida, para Urano e Netuno as correções típicas variaram entre 2 e 5 km , como nos casos de Umbriel (2020) e Tritão (2017), onde a contribuição dominante vem do próprio planeta. Nos sistemas planetários, ocultações por satélites desempenham um papel importante, pois permitem refinar a posição dos planetas (Fayolle et al., 2023). Devido ao brilho, há relativamente poucas observações diretas de planetas, o que limita a precisão de suas efemérides.

Nota-se que, para a maior parte dos eventos analisados, a correção astrométrica é pequena frente às incertezas posicionais. Ainda assim, seus valores são comparáveis aos melhores resultados de ocultações estelares, o que sugere que muitas correções deixam de ser percebidas devido a limitações observacionais, como baixa razão sinal-ruído, curta duração ou cobertura reduzida. Em condições mais favoráveis, onde a precisão alcança níveis inferiores a um quilômetro, essas correções tornam-se significativamente mais relevantes.

A comparação entre as correções isoladas e combinadas evidencia a importância de considerar múltiplos defletores, uma vez que o acúmulo dos efeitos pode ultrapassar as incertezas das posições publicadas, especialmente para ocultações próximas ao disco de Júpiter.

Também é importante destacar que a deflexão combinada foi calculada assumindo-se que ela pode ser adequadamente representada pela soma das deflexões individuais (Klioner et al., 2025, comunicação privada). Uma etapa futura deste trabalho consiste em testar formalmente essa hipótese, por exemplo, estudando e implementando o modelo numérico proposto por Klioner e Peip (2003-A). Embora o modelo analítico utilizado aqui seja apropriado para o contexto das ocultações, uma abordagem numérica permitirá investigar cenários em que duas ou mais perturbações gravitacionais atuam de forma próxima.

O objetivo é quantificar até que ponto a soma vetorial das deflexões individuais permanece válida e em que condições se torna necessária a integração numérica do feixe. Isso visa comparar as previsões analíticas e numéricas para uma variedade de geometrias (distâncias, separações angulares e massas relativas) e estabelecer critérios para quando a soma vetorial é suficiente.

Além disso, os resultados obtidos ao longo deste trabalho indicaram a viabilidade de incorporar a correção astrométrica por deflexão gravitacional diretamente no SORA, o que tornou o procedimento automatizado, reproduzível e acessível à comunidade.

Referências¹

- ALTENA, W. F. V. *Astrometry for astrophysics: methods, models, and applications*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 37.
- ARAUJO, R. A. N. *Encontros próximos: captura gravitacional temporária e esfera de influência*. 2007. Acesso em: 1 set. 2025. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/8cf2cc38-63d0-4a2a-b280-d226e8452f7d/content>. Citado na página 50.
- ASSAFIN, M. et al. Precise predictions of stellar occultations by pluto, charon, nix, and hydra for 2008–2015. *Astronomy and Astrophysics*, v. 515, 2010. Citado na página 27.
- ASSAFIN, M. et al. Kilometer-precise (uii) umbriel physical properties from the multichord stellar occultation on 2020 september 21. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 526, 2023. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 78.
- BERTINI, N. R. *Formalismo Pós-Newtoniano parametrizado e extensões de relatividade geral*. 2017. <https://repositorio.ufes.br/items/ab0a2185-708e-47ca-9b17-5c5539d7e0f2>. Acesso em: 20 out. 2025. Citado na página 21.
- BOCZKO, R. *Conceitos de Astronomia*. São Paulo: IAG, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.
- BRAGA-RIBAS, F. Ocultações estelares: os 10 anos da descoberta dos anéis de chariklo, e os avanços no estudo do sistema solar. *Cadernos de Astronomia*, v. 5, n. 2, 2024. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.
- BRAGA-RIBAS, F. et al. A ring system detected around the centaur (10199) chariklo. *Nature*, v. 508, n. 7494, p. 72–75, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 26.
- BRAGA-RIBAS, F. et al. Database on detected stellar occultations by small outer solar system objects. *Journal of Physics: Conference Series*, v. 1365, 2019. Citado na página 77.
- BRAGA-RIBAS, P. T. A. D.-O. B. S. J. O. F. et al. Study of the plutino object (208996) 2003 az 84 from stellar occultations: Size, shape, and topographic features. *The Astronomical Journal*, v. 154, 2017. Citado na página 26.
- CAMARGO, J. I. B. et al. Candidate stellar occultations by centaurs and trans-neptunian objects up to 2014. *Astronomy & Astrophysics*, v. 561, n. A37, 2014. Citado na página 26.
- CHARLOT, P. et al. The third realization of the international celestial reference frame by very long baseline interferometry. *Astronomy & Astrophysics*, v. 644, 2020. Citado na página 33.
- DESMARS, J. et al. Orbit determination of trans-neptunian objects and centaurs for the prediction of stellar occultations. *Astronomy & Astrophysics*, v. 584, n. A96, 2015. Citado 3 vezes nas páginas 18, 26 e 31.
- ELLIOT, J. L. *Stellar Occultation Studies of the Solar System*. [S.l.], 1998. Citado na página 24.

¹ De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023.

ELLIOT, J. L.; KERN, S. D. Pluto's atmosphere and a targeted-occultation search for other bound kbo atmospheres. *Earth, Moon and Planets*, v. 92, p. 375–393, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 26.

European Space Agency (ESA). *Gaia Data Release 4 (DR4)*. 2025. <<https://www.cosmos.esa.int/web/gaia/data-release-4>>. Acesso em: 27 out. 2025. Citado na página 26.

Fayolle, M. et al. Spacecraft vlbi tracking to enhance stellar occultations astrometry of planetary satellites. *Astronomy and Astrophysics*, v. 676, ago. 2023. Citado 2 vezes nas páginas 89 e 90.

FRASER, W. C. et al. Kuiper belt occultation predictions. *The Astronomical Society of the Pacific*, v. 125, n. 930, 2013. Citado na página 26.

FROESCHLE, M.; MIGNARD, F.; ARENOU, F. Determination of the ppn parameter gamma with the hipparcos data. *Proceedings of the ESA Symposium 'Hipparcos - Venice '97'*, 07 1997. Citado na página 43.

Gaia Collaboration, A. Vallenari et al. Gaia data release 3: Summary of the content and survey properties. *Astronomy & Astrophysics*, v. 67, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 37.

GIACCHINI, B. L. Ocultações astronômicas. *Rede de Astronomia Observacional*, 2011. Disponível em: <https://www.rea-brasil.org/ocultacoes/Ocultacoes_Astronomicas.pdf>. Citado na página 18.

GILMORE, G.; TAUSCH-PEBODY, G. The 1919 eclipse results that verified general relativity and their later detractors: a story re-told. *The Royal Society Journal of the Story of Science*, v. 76, 2021. Citado na página 20.

GOMES-JÚNIOR, A. R. et al. Sora: Stellar occultation reduction and analysis. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 511, p. 1167–1181, 2022. Citado 12 vezes nas páginas 9, 19, 22, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 35, 65 e 68.

GOMES-JÚNIOR, A. R. et al. Results of two multichord stellar occultations by dwarf planet (1) ceres. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 451, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 78.

GOMES-JÚNIOR, A. R. et al. The first observed stellar occultations by the irregular satellite (saturn ix) phoebe and improved rotational period. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 492, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 78.

GREEN, R. M. *Spherical Astronomy*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1977. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.

HERALD, D. et al. Precise astrometry and diameters of asteroids from occultations - a data-set of observations and their interpretation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 499, 2020. Citado na página 44.

International Occultation Timing Association (IOTA). *Operations Manual. IOTA-VTI v1.1.44. A GPS-based video time inserter*. Acessado em: 27 out. 2025. Disponível em: <<http://www.lunar-occultations.com/iota/iotavtiold.pdf>>. Citado na página 22.

International Occultation Timing Association (IOTA). *Chasing the Shadow. The IOTA Occultation Observer's Manual: the complete guide to observing lunar, grazing and asteroid occultations*. [S.l.]: International Occultation Timing Association, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 25.

KLIONER, S. Relativistic foundations of astrometry and celestial mechanics. In: _____. *Astrometry for astrophysics: methods, models, and applications*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2012. p. 47–68. Citado na página 38.

KLIONER, S. A. A practical relativistic model for microarcsecond astrometry in space. *The Astronomical Journal*, v. 125, p. 1580–1597, mar 2003. Citado 9 vezes nas páginas 21, 37, 38, 39, 40, 41, 43, 48 e 49.

KLIONER, S. A.; PEIP, M. Numerical simulations of the light propagation in the gravitational field of moving bodies. *Astronomy and Astrophysics*, v. 410, 2003–A. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 90.

LEIVA, R. A. *Stellar occultations by Trans-Neptunian Objects and Centaurs: Application to Chariklo and its ring system*. Tese (Doctoral dissertation) — Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), 2018. Acesso em: 09 nov. 2025. Disponível em: <https://hal-insu.archives-ouvertes.fr/tel-01719296v1>. Citado na página 29.

MARGOTI, F. B.-R. G. et al. Size, shape, density, and atmospheric limit of (50000) quaoar revealed from 14 years of stellar occultation observations. *The Astrophysical Journal*, 2026. Citado 3 vezes nas páginas 14, 77 e 78.

MORGADO, B. et al. Refined physical parameters for chariklo's body and rings from stellar occultations observed between 2013 and 2020. *Astronomy and Astrophysics*, v. 652, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 78.

MORGADO, B. E. et al. Milliarcsecond astrometry for the galilean moons using stellar occultations. *Astronomical Journal*, v. 163, p. 234, 2022. Citado 11 vezes nas páginas 9, 10, 13, 14, 30, 31, 32, 73, 74, 75 e 78.

MORGADO, B. E. et al. A dense ring of the trans-neptunian object quaoar outside its roche limit. *Nature*, v. 614, n. 7947, p. 239–243, 2023. Citado na página 18.

NASA NAIF/JPL. *SPICE Kernels*. 2023. NASA Navigation and Ancillary Information Facility. Available at: <https://naif.jpl.nasa.gov>. Citado na página 65.

OLIVEIRA, J. M. et al. Constraints on the structure and seasonal variations of triton's atmosphere from the 5 october 2017 stellar occultation and previous observations. *Astronomy and Astrophysics*, v. 659, 2022. Citado 4 vezes nas páginas 14, 26, 60 e 78.

ORTIZ, J. L. et al. The size, shape, density and ring of the dwarf planet haumea from a stellar occultation. *Nature*, v. 550, 2017. Citado na página 26.

PAVLOV, H. *OccultWatcher Cloud*. 2025. <https://cloud.occultwatcher.net/>. International Occultation Timing Association (IOTA). Citado 2 vezes nas páginas 14 e 78.

PEEBLES, P. J. E. *Principles of Physical Cosmology*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1993. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.

- PEREIRA, C. L. et al. The two rings of (50000) quaoar. *Astronomy & Astrophysics*, v. 46365, 2023. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 26.
- PEREIRA, C. L. et al. The rings of (2060) chiron: Evidence of an evolving system. *The Astrophysical Journal Letters*, v. 992, 2025. Citado na página 26.
- POIANI, M. et al. Astrometric correction in stellar occultations by light deflection. *International Astronomical Union Proceedings Series*, 2026. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 45.
- Python Software Foundation. *Python Language Reference*. 2025. <https://docs.python.org/3/reference/>. Citado na página 44.
- ROMMEL, F. et al. A large topographic feature on the surface of the trans-neptunian object (307261) 2002 ms4 measured from stellar occultations. *Astronomy and Astrophysics*, v. 678, 2023. Citado 3 vezes nas páginas 14, 26 e 78.
- SICARDY, B. et al. Origins of rings in the solar system. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, v. 383, n. 2291, 2025. Citado na página 24.
- SIMÕES, A. O eclipse de 1919 e a teoria da relatividade: rumo à ilha do príncipe. *Ciência e Cultura*, v. 71, n. 3, p. 39–46, 2019. Citado na página 20.
- SOUAMI, D. et al. A multi-chord stellar occultation by the large trans-neptunian object (174567) varda. *Astronomy and Astrophysics*, v. 643, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 78.
- The Astropy Collaboration and others. The astropy project: Sustaining and growing a community-oriented open-source project and the latest major release (v5.0) of the core package. *The Astrophysical Journal*, v. 935, n. 2, p. 167, 2022. Citado na página 66.
- WARNER, B. D. *A Practical Guide to Lightcurve Photometry and Analysis*. [S.l.]: Springer, 2016. Citado na página 29.

Apêndice A – Declaração de Uso de IA

ANEXO I

DECLARAÇÃO SOBRE O USO DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

“Eu/Nós, Maísa Poiani, responsável(is) pela obra *Análise da Deflexão Gravitacional da Luz em Ocultações Estelares* declaro/declaramos que as informações prestadas refletem de forma verdadeira e completa o uso de ferramentas de Inteligência Artificial nesta produção, em conformidade com a Resolução de Integridade da UFC e a PORTARIA Nº 28/PRPPG/UFC, DE 30 DE SETEMBRO DE 2025.”

Campos de preenchimento obrigatório

1. Ferramenta(s) e versão(ões) predominante(s): _____
2. Período de uso: _____
3. Finalidade(s) (marcar todas que se aplicam):
 - ☐ Exploração inicial de ideias
 - ☐ Busca/triagem de literatura
 - ☐ Leitura assistida/Resumos (com conferência humana)
 - ☒ Revisão linguística/Referências
 - ☐ Apoio reprodutível à análise/apresentação (restrito à geração automatizada e reprodutível de tabelas, gráficos, figuras ou visualizações a partir de dados previamente analisados e interpretados pelos autores, sem substituição da análise científica humana)
 - ☐ Programação (sugestão/depuração/documentação)
 - ☐ Transcrição (com anonimização): conversão literal, mediante autorização, de áudios ou vídeos em texto de entrevistas, aulas, reuniões ou palestras, com obrigatória revisão humana, anonimização e respeito aos direitos autorais, vedada a identificação de voz ou outros dados biométricos.
 - ☐ Tradução técnica (com revisão humana)
4. Descrição sintética do uso / prompts-tipo: Uso da IA para revisão de texto, aprimoramento de clareza e organização.
5. Validação humana (checagens, testes, leitura crítica): Todo conteúdo sugerido pela IA foi revisado e ajustado quando necessário.

Declarações éticas

Atenção: Todas as opções abaixo devem ser obrigatoriamente assinaladas para que o trabalho possa ser submetido à defesa/apresentação. O não preenchimento completo impedirá a continuidade do processo.

- ☒ Não houve geração de conteúdo original, ideias, interpretações ou análises pela IA;
- ☒ Não enviei dados inéditos ou sensíveis a serviços que utilizam conteúdos para treinamento de modelos, exceto em plataformas institucionais ou com garantias contratuais de confidencialidade e não retenção, assegurando conformidade com a LGPD (Lei nº 13.709/2018) e demais normas de proteção de dados;
- ☒ Respeitei direitos autorais, licenças, confidencialidade e políticas editoriais;
- ☒ Em transcrições, apliquei anonimização e não realizei identificação por voz/biometria;
- ☒ Assumo responsabilidade integral e exclusiva pelo conteúdo final desta obra.

Data: 27/11/2025

Nome(s) do(s) Autor(es): Maísa Poiani

Assinatura(s): _____

Documento assinado digitalmente
 **MAISA POIANI**
 Data: 27/11/2025 10:59:49-0300
 Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Apêndice B – Publicação advinda do trabalho International Astronomical Union Proceedings Series

Decision Letter (IAU-2025-0263)

From: shp112@gmail.com

To: maisampoiani@hotmail.com

CC:

Subject: International Astronomical Union Proceedings Series - Decision on Manuscript ID IAU-2025-0263

Body: 17-Nov-2025

Dear Miss Poiani:

Thank you for submitting the final version of your manuscript entitled "Astrometric Correction in Stellar Occultations by Light Deflection", which is acceptable for publication in the International Astronomical Union Proceedings Series.

Sincerely,
Dr. Ryan Park
Co-Editor, International Astronomical Union Proceedings Series
shp112@gmail.com

Date Sent: 17-Nov-2025

 Close Window

Astrometric Correction in Stellar Occultations by Light Deflection

Journal:	<i>International Astronomical Union Proceedings Series</i>
Manuscript ID	IAU-2025-0263
Manuscript Type:	Poster Paper
Date Submitted by the Author:	27-Oct-2025
Complete List of Authors:	Poiani, Maísa; UFU, Physics Institute Gomes Júnior, Altair; UFU, Physics Institute; Laboratório Interinstitucional de e-Astronomia Camargo, Julio; Observatório Nacional; Laboratório Interinstitucional de e-Astronomia Morgado, Bruno; Universidade Federal do Rio de Janeiro Observatório do Valongo; Laboratório Interinstitucional de e-Astronomia Assafin, Marcelo; Universidade Federal do Rio de Janeiro Observatorio do Valongo, Vieira-Martins, Roberto; Observatorio Nacional, Astronomy
Abstract:	Stellar occultations provide a crucial method for obtaining precise astrometric positions of Solar System objects, often reaching sub-milliarcsecond accuracy. However, gravitational effects from massive bodies introduce systematic deviations. This study evaluates these astrometric effects in multi-body gravitational fields, extending Klioner's relativistic formalism and implementing it within the SORA package. Simulations show deflections of several kilometers, such as in Ganymede occultation of December 21, 2020, where combined corrections from the Sun, Jupiter, and Saturn yield $\Delta\alpha^*=3.749$ mas, $\Delta\delta=0.724$ mas, exceeding the published positional uncertainties of $\Delta\alpha^*= \pm 0.9$ mas and $\Delta\delta= \pm 1.7$ mas. This work refines occultation-based ephemerides, contributing to precise astrometry by integrating theory and simulations.

SCHOLARONE™
Manuscripts

Astrometric Correction in Stellar Occultations by Light Deflection

M. Poiani¹, A. R. Gomes-Júnior^{1,2}, J. I. B. Camargo^{3,2}, B. E. Morgado^{4,2}, M. Assafin^{4,2}, R. Vieira-Martins^{3,5,2}

¹ Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brazil, ² LINeA - Laboratório Nacional de e-Astronomia, ³ Observatório Nacional/MCTIC, Rio de Janeiro, Brazil, ⁴ Observatório do Valongo/UFRJ, Rio de Janeiro, Brazil, ⁵ IMCCE-CNRS UMR8028, Observatoire de Paris, PSL Université, Sorbonne Université

Abstract. Stellar occultations provide a crucial method for obtaining precise astrometric positions of Solar System objects, often reaching sub-milliarcsecond accuracy. However, gravitational effects from massive bodies introduce systematic deviations. This study evaluates these astrometric effects in multi-body gravitational fields, extending Klioner's relativistic formalism and implementing it within the SORA package. Simulations show deflections of several kilometers, such as in Ganymede occultation of December 21, 2020, where combined corrections from the Sun, Jupiter, and Saturn yield $\Delta\alpha^* = 3.749 \text{ mas}$, $\Delta\delta = 0.724 \text{ mas}$, exceeding the published positional uncertainties of $\Delta\alpha^* = \pm 0.9 \text{ mas}$ and $\Delta\delta = \pm 1.7 \text{ mas}$. This work refines occultation-based ephemerides, contributing to precise astrometry by integrating theory and simulations.

Keywords. Stellar Occultations, Light Deflection, Astrometry.

1. Introduction

Stellar occultations are a powerful technique to study Solar System bodies, enabling the detection of features such as atmospheres and rings while providing milliarcsecond-level positional accuracies (Sicardy et al. 2024). From light curves, the disappearance and reappearance instants define occultation chords, allowing the reconstruction of the body's shape and size (Gomes-Júnior et al. 2022). These data also yield sub-milliarcsecond astrometric corrections in right ascension and declination, often expressed as offsets in right ascension $\Delta\alpha^*$ ($\Delta\alpha \cos \delta$) and in declination $\Delta\delta$. This refine ephemerides but require accounting for all relevant effects on the observed position (Desmars et al. 2015).

One such effect is gravitational light deflection, predicted by General Relativity, in which massive bodies bend the path of starlight and shift the apparent position of the star and the occulting body (Peebles 1993). This becomes critical when aiming for microarcsecond precision, as required in modern astrometry. In this work, we adopt the relativistic model of Klioner (2003) to correct for gravitational deflection in stellar occultations, the same formalism used in Gaia's astrometric calculations (Klioner 2018).

2. Light Deflection in Stellar Occultations

To address gravitational deflection in stellar occultations, we extended the relativistic formalism of Klioner (2003) to include the combined influence of multiple massive bodies. Implemented in Python routines within the SORA (Stellar Occultation Reduction and Analysis) package (Gomes-Júnior et al. 2022), this approach computes differential deflection between the star and the occulting body.

Figure 1 illustrates the astrometric correction applied in this work. Massive bodies deflect starlight, creating a difference between the star's true and apparent positions. Furthermore, the occulting body's light is similarly affected. In stellar occultation analyses, the body's position

is usually assumed to coincide with the star's apparent position, but since starlight is already deflected, the applied correction is the difference between star and body deflections, refining the occulting body's astrometric position. While the figure shows deflection caused by a single massive body for illustration, our calculations consider the combined effect, obtained by summing the relative deflections from all relevant massive bodies (Klioner et al., 2025, private communication).

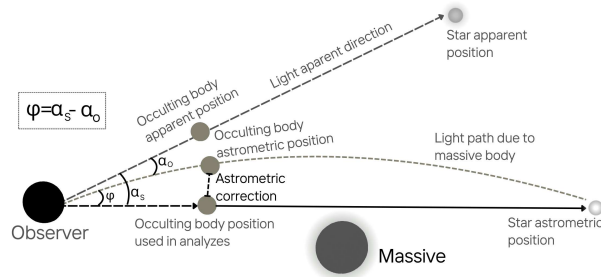


Figure 1. Schematic of astrometric correction in a stellar occultation. The massive body deflects both the star and the occulting body. The applied correction is the difference between their deflections.

We studied light deflection in stellar occultations in different scenarios, including trans-Neptunian objects, Jupiter Trojans, main-belt asteroids, and satellites of giant planets. Among them, the Ganymede occultation of December 21, 2020 (00:49 UTC) stood out as an emblematic case, as the proximity of the massive bodies Sun, Jupiter and Saturn to the event significantly amplified the expected corrections. At the time of the occultation, the Sun, Jupiter, and Saturn were at angular separations of 30.5° , $3.2'$ and $1.3'$ from Ganymede, respectively, indicating that their gravitational influence was especially relevant to the resulting astrometric deflection.

In this context, Morgado et al. (2022) reported the astrometric position of Ganymede derived from the occultation at the closest approach instant as $\alpha = 20^h09^m33^s.56022 \pm 0.9 \text{ mas}$ and $\delta = -20^\circ35'38''.0137 \pm 1.7 \text{ mas}$. The astrometric corrections, obtained through this methodology, has as individual contributions of the Sun ($\Delta\alpha^* = 2.417 \text{ mas}$, $\Delta\delta = 0.492 \text{ mas}$), Jupiter ($\Delta\alpha^* = 1.337 \text{ mas}$, $\Delta\delta = 0.352 \text{ mas}$), and Saturn ($\Delta\alpha^* = -0.006 \text{ mas}$, $\Delta\delta = -0.119 \text{ mas}$).

The combined corrections yield $\Delta\alpha^* = 3.749 \text{ mas}$, $\Delta\delta = 0.724 \text{ mas}$, exceeding the position uncertainties reported by Morgado et al. (2022). Given the correction found, the astrometric position for Ganymede derived from the occultation should be $\alpha = 20^h09^m33^s.56049$ and $\delta = -20^\circ35'38''.0130$.

In summary, we apply the gravitational deflection of light caused by multiple Solar System bodies simultaneously to the star and the occulting object during stellar occultations. The results from the Ganymede event show that the correction exceeded the published positional uncertainties, confirming its significance. This underscores the importance of accounting for relativistic deflection in stellar occultations whenever required.

References

- Desmars, J., et al. 2015, *A&A*, 584, A96
- Peebles, P. J. E. 1993, *Principles of Physical Cosmology*, Princeton University Press
- Klioner, S. A. 2003, *AJ*, 125, 1580
- Klioner, S. A. 2018, *Classical and Quantum Gravity*, 35, 4
- Sicardy, B., et al. 2024, *Phil. Trans. R. Soc. A*, 383, 2291.
- Gomes-Júnior, A. R., et al. 2022, *MNRAS*, 511, 1167
- Morgado, B. E., et al. 2022, *AJ*, 163, 234