

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS DO PONTAL

IGOR HENRIQUE FERREIRA DA COSTA

**EXPLORANDO A FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS DO SEGUNDO GRAU COM AS
MÃOS: Um Recurso Tátil para a Educação Inclusiva**

Ituiutaba

2025

IGOR HENRIQUE FERREIRA DA COSTA

**EXPLORANDO A FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS DO SEGUNDO GRAU COM AS
MÃOS:** Um Recurso Tátil para a Educação Inclusiva

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Instituto de Ciências Exatas e Naturais do
Pontal da Universidade Federal de Uberlândia
como requisito parcial para obtenção do título
de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Rogério Fernando Pires

Ituiutaba

2025

IGOR HENRIQUE FERREIRA DA COSTA

**EXPLORANDO A FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS DO SEGUNDO GRAU COM AS
MÃOS: Um Recurso Tátil para a Educação Inclusiva**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Instituto de Ciências Exatas e Naturais do
Pontal da Universidade Federal de Uberlândia
como requisito parcial para obtenção do título
de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Ituiutaba, 15 de maio de 2025.

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Maria Aparecida Augusto Satto Vilela – Universidade Federal de Uberlândia

Profa. Dra. Erica Santana Silveira Nery – Universidade Federal de Sergipe

Prof. Dr. Rogerio Fernando Pires – Universidade Federal de Uberlândia

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao curso de Licenciatura em Matemática e a todos os professores que fizeram parte da minha formação.

Agradeço ao Programa de Educação Tutorial – PET Matemática Pontal pelo apoio financeiro durante a graduação, que foi essencial para minha formação. Sou também grato pelas oportunidades de crescimento pessoal e profissional, bem como pela network construída ao longo desses anos, que certamente levarei para a vida.

Agradeço à minha família, pelo auxílio financeiro e, principalmente, pelo apoio incondicional em todos os momentos. Cada gesto de cuidado e encorajamento foi fundamental para que eu pudesse seguir firme nesta caminhada acadêmica.

Agradeço à minha namorada, por estar ao meu lado em cada passo dessa trajetória. Aos meus amigos, deixo minha gratidão eterna por todos os momentos que compartilhamos. Obrigado por tornarem essa jornada mais leve, divertida e inesquecível.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo desenvolver, analisar e validar um instrumento didático tátil para o ensino da fatoração de polinômios do segundo grau a estudantes com deficiência visual. A escolha da temática se deu pela constatação da escassez de materiais voltados à Álgebra em contextos de Educação Inclusiva, observada pelo autor durante o estágio docente. A pesquisa, de natureza experimental, envolveu a modelagem e impressão 3D de três versões de um artefato manipulável, passando por um processo iterativo de criação, testes internos e validação com participantes com deficiência visual. As análises se basearam no modelo SAI (Situações de Atividades Instrumentais), destacando as interações entre sujeito, objeto e instrumento ao longo da gênese instrumental. Os resultados mostraram que o material favorece a compreensão da fatoração por meio da organização espacial das peças e possui potencial para apoiar a resolução de equações do segundo grau. Contudo, apresenta limitações, como a restrição a polinômios com coeficientes inteiros e fatoráveis. Conclui-se que o recurso representa uma alternativa acessível e promissora para o ensino de álgebra em contextos inclusivos.

Palavras-chave: Educação Inclusiva. Deficiência Visual. Álgebra. Fatoração. Abordagem Instrumental. Material Tátil.

ABSTRACT

This study aims to develop, analyze, and validate a tactile didactic tool for teaching the factorization of second-degree polynomials to students with visual impairments. The choice of theme stems from the identified scarcity of algebra-focused materials within Inclusive Education contexts, as observed by the author during his teaching internship. This experimental research involved the modeling and 3D printing of three versions of a manipulable artifact, following an iterative process of creation, internal testing, and validation with visually impaired participants. The analyses were based on the SAI model (Instrumental Activity Situations), highlighting the interactions between subject, object, and instrument throughout the process of instrumental genesis. The results showed that the material supports understanding of factorization through the spatial organization of the pieces and has potential to assist in solving quadratic equations. However, it has limitations, such as its restriction to polynomials with integer and factorable coefficients. It is concluded that the tool represents an accessible and promising alternative for teaching algebra in inclusive educational settings.

Keywords: Inclusive Education. Visual Impairment. Algebra. Factorization. Instrumental Approach. Tactile Material.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- O modelo SAI	11
Figura 2 - O modelo SAI em 3D (pesquisa interna e externa)	13
Figura 3 – Peças que representam as áreas	14
Figura 4 - Retângulo de área x^2+2x+1	15
Figura 5 - Eixos da 1ª versão do artefato	16
Figura 6 - Base da 1ª versão do artefato	16
Figura 7- Primeiro artefato impresso	16
Figura 8 - Peças que representam as áreas	17
Figura 9 - Modelo SAI para pesquisas internas	17
Figura 10 - Eixos do artefato	18
Figura 11 - Base do artefato	18
Figura 12 - Segundo artefato impresso	19
Figura 13 - Peças que representam a área	19
Figura 14 - Peças negativas e positivas	21
Figura 15 - Polinômio x^2-2x representado no artefato	21
Figura 16 - Terceiro artefato impresso	22
Figura 18 - Modelo SAI pesquisa externa	23
Figura 19 – Texturas das peças	24
Figura 20 – Instrumento final	26
Figura 21 – Montagem do retângulo feita pelos participantes	26
Figura 22 – Segunda montagem do polinômio feita pelos participantes	27
Figura 23 - Modelo SAI 3D estendido adaptado a pesquisa	27
Figura 24 - Polinômio x^2+3x+2 representado no instrumento	29

SUMÁRIO

1.	Introdução	7
2.	Ensino de matemática para pessoas com deficiência visual.....	8
3.	Fundamentação Teórico-metodológica.....	10
4.	Metodologia.....	13
4.1.	Pesquisa experimental	13
4.2.	Descrição do artefato	14
5.	Processo de produção	15
5.1.	Primeira versão do artefato.....	15
5.2.	Segunda versão do artefato.....	18
5.3.	Terceiro artefato.....	20
6.	Discussão dos resultados	23
7.	Considerações finais	29
8.	Referências	30
9.	Apêndice 1	32
10.	Apêndice 2	34
11.	Apêndice 3.....	36

1. Introdução

A matemática é frequentemente percebida como uma disciplina de difícil compreensão na educação básica. Essa percepção pode ser resultado de diversos fatores relacionados ao processo de escolarização do indivíduo. Um dos principais desafios que contribuem para essa visão ocorre na transição do quinto para o sexto ano do ensino fundamental, momento em que há a introdução de letras nas expressões matemáticas, marcando o início do trabalho com a álgebra. Tendo isso em vista, os polinômios tendem a ser um desafio para esses alunos ainda mais quando abordados somente por uma representação (algébrica). Nesse sentido, é necessário que os professores façam uso de diferentes metodologias e materiais para facilitar a construção do conhecimento.

No que se refere a Educação Inclusiva a legislação (Lei nº 13.146) brasileira garante às pessoas com deficiência acesso à escola regular e condições de aprendizagem que promovam o desenvolvimento cognitivo e acadêmico que visam desenvolver habilidades para resolver problemas e o raciocínio lógico matemático. No entanto, devido à predominância de representações visuais e simbólicas na Matemática, o conhecimento pode ser desafiador para pessoas com deficiência visual.

Diante desse cenário, o problema de pesquisa é: Como desenvolver um material tátil que possibilite a estudantes com deficiência visual compreenderem a fatoração de polinômios do segundo grau com coeficientes inteiros, contribuindo para uma abordagem inclusiva no ensino de álgebra?

O objetivo geral da pesquisa é desenvolver, analisar e validar um instrumento didático tátil, fundamentado na Abordagem Instrumental, para o ensino da fatoração de polinômios do segundo grau a estudantes com deficiência visual, investigando suas potencialidades e limitações no processo de ensino-aprendizagem da álgebra no contexto da educação inclusiva. Já os objetivos específicos são: (1) Projetar um artefato para representar geometricamente a fatoração de polinômios do segundo grau; (2) Imprimir o artefato projetado fazendo uso de uma impressora 3D; (3) Realizar análises internas do artefato desenvolvido criando novos artefatos com melhorias; (4) Aplicar o instrumento com pessoas com deficiência visual, por meio de roteiros pedagógicos estruturados, para observar interações, levantar feedbacks e validar a eficácia didática

do material; (5) Avaliar as contribuições do instrumento tátil no processo da faturação, identificando suas limitações e possibilidades de uso em contextos inclusivos.

O interesse pelo tema desta pesquisa surgiu a partir de experiências vivenciadas pelo pesquisador durante o período de estágio, realizado no decorrer da graduação. Essas vivências evidenciaram a ausência de discussões mais aprofundadas, ao longo da formação inicial, sobre estratégias e recursos voltados ao ensino para estudantes com deficiência visual. Tal lacuna despertou a necessidade de desenvolver um estudo que contribuísse não apenas para a construção de práticas pedagógicas mais inclusivas, mas também para complementar a formação docente do próprio pesquisador.

2. Ensino de matemática para pessoas com deficiência visual

A deficiência visual é caracterizada pela limitação parcial ou total da capacidade de enxergar, mesmo após correção com o uso de lentes ou tratamentos médicos. De acordo com a Classificação Internacional de Funcionalidade, Incapacidade e Saúde (CIF), da Organização Mundial da Saúde (OMS), a deficiência visual pode ser classificada em dois tipos principais: baixa visão e cegueira. A baixa visão refere-se à redução significativa da acuidade visual, que dificulta a realização de atividades do dia a dia, mas ainda permite algum uso funcional da visão, com ou sem auxílio de recursos ópticos. Já a cegueira corresponde à perda total da visão ou à percepção apenas de luz, sem a possibilidade de identificar formas ou objetos.

As pessoas com deficiência visual obtiveram o acesso à educação de forma gradual, avançando conforme novas oportunidades de ensino eram criadas para a população em geral. No século XVI, médicos e pedagogos começaram a se dedicar à educação especial, desafiando as concepções vigentes que consideravam essas pessoas ineducáveis (Mendes, 2006). Esses profissionais pioneiros acreditavam no potencial de aprendizagem das pessoas com deficiência e passaram a desenvolver métodos de ensino voltados para elas.

Inicialmente, as aulas eram ministradas em asilos e manicômios, locais que, na época, eram vistos como espaços de proteção e cuidado para esses indivíduos, ao mesmo tempo em que os mantinham afastados da sociedade, que os considerava "anormais". Apenas no século XX houve uma ampliação do acesso à educação para

indivíduos com deficiência, embora em instituições segregadas do ensino regular, sob a justificativa de que suas necessidades seriam mais bem atendidas nesses ambientes especializados.

Esse modelo segregado prevaleceu até que, com o avanço dos estudos sobre inclusão, surgiram propostas para unificar o ensino especial e o ensino regular. A partir de então, políticas públicas e legislações passaram a incentivar a inclusão de alunos com deficiência nas escolas regulares. Atualmente, o acesso à educação para pessoas com deficiência visual é garantido por lei (Lei nº 13.146), nesse sentido surgem as Tecnologias Assistivas (TA) que, no contexto educacional, refere-se ao conjunto de recursos, estratégias e práticas pedagógicas que visam eliminar barreiras e promover a participação plena de estudantes com deficiência no processo de ensino e aprendizagem. Esses recursos podem incluir materiais didáticos adaptados, dispositivos táteis, softwares acessíveis, entre outros instrumentos que favorecem a autonomia, a comunicação e o acesso ao conhecimento. Alguns exemplos desses recursos incluem geoplano, soroban, tangram, material dourado, disco de frações, ábaco, multiplano, figuras geométricas, entre outros. Embora existam diversos materiais manipuláveis e recursos tecnológicos voltados para a educação de alunos com deficiência visual, é importante destacar que poucos materiais abordam a parte algébrica da matemática.

Essa lacuna no acesso a materiais específicos para o ensino da álgebra torna-se ainda mais preocupante quando se considera a importância dessa área para o desenvolvimento do raciocínio lógico e matemático dos alunos. A inclusão de alunos com deficiência visual em conceitos algébricos requer recursos que permitam a eles manipularem expressões algébricas. Sem o devido suporte, os alunos podem encontrar dificuldades para entender o funcionamento das equações e as operações algébricas, o que pode comprometer seu aprendizado na Matemática.

Os autores Ferreira et al. (2011), em seu estudo sobre a inclusão de crianças com deficiência visual, destacam que o ensino de matemática para esses alunos se torna disperso e inconsistente, caso não sejam adotados meios que permitam às pessoas com deficiência visual reconhecer e compreender gráficos, equações e figuras geométricas.

A questão dos materiais para a escrita em Braille, como máquinas de escrever Braille, livros e recursos táteis, ainda representa um grande desafio para muitas escolas, principalmente pelo alto custo desses itens. Muitos desses materiais são caros e, muitas

vezes, as escolas não possuem orçamento suficiente para adquiri-los, o que acaba comprometendo a aprendizagem dos alunos com deficiência visual. Isso cria uma disparidade no acesso ao conhecimento, uma vez que os alunos com essa condição necessitam desses recursos específicos para conseguir acompanhar o conteúdo e desenvolver suas habilidades de leitura e escrita de forma eficiente. Sem esses materiais, o processo de alfabetização e a aprendizagem contínua se tornam ainda mais difícil, prejudicando o desenvolvimento acadêmico do aluno. Além disso essas defasagens no processo de ensino-aprendizagem podem atrapalhar a formação do sujeito para a vida em sociedade.

Assim, é fundamental que o professor busque, além das TAs, cursos de aperfeiçoamento, especialmente na área de educação inclusiva, para garantir que esteja preparado para atender às necessidades de todos os alunos, incluindo aqueles com deficiência visual. Sem esse preparo, o professor pode encontrar dificuldades ao tentar lidar com a inclusão de alunos com deficiência visual, o que pode resultar em um ensino desigual, comprometendo o direito à educação de qualidade para esses alunos.

Dessa forma, esta pesquisa se fundamenta na perspectiva da inclusão escolar, que compreende a escola como um espaço que deve acolher e se adaptar às necessidades de todos os estudantes, reconhecendo a diversidade como aspecto constitutivo do processo educativo. Tal perspectiva rompe com modelos segregadores e propõe a construção de práticas pedagógicas acessíveis, que garantam a participação efetiva de alunos com deficiência visual no ensino de Matemática. Ao mesmo tempo, o trabalho dialoga com a perspectiva dos direitos humanos, ao reconhecer a educação como um direito universal, inalienável e assegurado por legislações nacionais e internacionais.

3. Fundamentação Teórico-metodológica

A presente pesquisa tem como fundamentação teórico-metodológica a abordagem instrumental denotada por ABIN e proposta por Rabardel (1995). A ABIN trata da aprendizagem por meio da utilização/integração/aplicação de ferramentas tecnológicas ou qualquer outro recurso que se apresenta como instrumento na pesquisa, no ensino e na aprendizagem. Nesse contexto, uma ferramenta ou artefato não é

necessariamente um instrumento eficaz. De acordo com a teoria de Rabardel (1995), uma ferramenta ou artefato passa a ser um instrumento a partir da gênese instrumental como apresentado a seguir:

Rabardel (1995), no que se refere à formação em geral e ao ensino em particular, propôs uma nova abordagem que por essencial, distingue uma ferramenta tecnológica (o artefato) que é dado ao sujeito, de um instrumento, que é construído pelo sujeito. Esta construção ou gênese instrumental é um processo complexo aliado às características do artefato (suas potencialidades e suas limitações), e às atividades do sujeito (seus conhecimentos, suas experiências anteriores e suas habilidades) (Henriques, 2021, p. 10).

No processo de gênese instrumental é levado em conta as características da ferramenta ou artefato e as atividades do sujeito com o objetivo de que a ferramenta se torne um instrumento apropriado ao contexto e proporcione oportunidades para a construção do conhecimento em questão. Neste momento também são levadas em consideração as potencialidades que a ferramenta ou artefato podem ter. Henriques (2019) define potencialidades com relação a abordagem instrumental:

A potencialidade é um conjunto de qualidades de um artefato (ferramenta ou comando, material concreto manipulável a mão livre, ...) associado aos conhecimentos de um instrumento capaz de permitir ao sujeito agir sobre um objeto do saber, visando solucionar problemas em torno deste objeto de maneira eficiente e, eventualmente dinâmica (Henriques, 2019, p. 46).

Desse modo este processo se mostra fundamental na abordagem instrumental construindo a partir de um artefato, um instrumento alinhado as características do sujeito, aproximando o processo de ensino-aprendizagem à realidade e necessidade do sujeito em questão.

Com relação a análises de práticas didáticas, Rabardel (1995) e Verillon (1996) propõem o modelo denominado Situações de Atividades Instrumentais (SAI) apresentado na figura 1 que está centrada na relação do sujeito com o objeto do saber por mediação do instrumento construído ou em processo de construção em uma gênese instrumental.

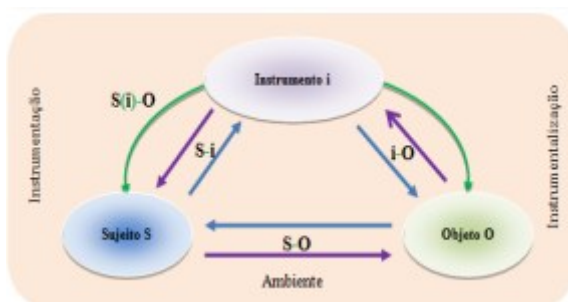


Figura 1- O modelo SAI (Adaptado de Rabardel, 1995. p. 53)

O modelo SAI é dividido em duas dimensões: Instrumentação e instrumentalização. A instrumentação diz respeito às transformações que ocorrem no sujeito à medida que este desenvolve esquemas de utilização do artefato, apropriando-se de suas funcionalidades e integrando-o às suas atividades. Já a instrumentalização refere-se às transformações que o sujeito realiza no próprio artefato, atribuindo-lhe novas funções, ajustando suas características ou adaptando-o às exigências da tarefa. Essas duas dimensões são interdependentes e ocorrem simultaneamente durante o processo de apropriação do artefato, sendo essenciais para que ele se torne um instrumento de mediação eficaz entre o sujeito e o objeto de conhecimento. Além disso no modelo SAI existem quatro relações interativas: interação sujeito e objeto [S-O], interação sujeito e instrumento [S-i], interação instrumento e objeto[i-O] e interação sujeito e objeto mediada pelo instrumento [S(i)-O].

Outras duas definições que são importantes compreender são: pesquisa interna e pesquisa externa. Henriques (2019) define:

A pesquisa interna é uma sondagem realizada pelo pesquisador ou por um grupo de pesquisadores, sem intervenção de sujeitos externos. É o momento pelo qual o pesquisador procura compreender melhor o seu objeto de estudo. Ele conjectura, problematiza, formula hipóteses, questiona-se, define o quadro teórico, os objetivos, descreve o percurso metodológico da sua pesquisa, escolhe, analisa os elementos institucionais específicos e apresenta resultados parciais [...]. A pesquisa externa é uma sondagem realizada pelo pesquisador ou por um grupo de pesquisadores envolvendo sujeitos externos como público-alvo. É o momento pelo qual o pesquisador aplica os estudos desenvolvidos na pesquisa interna. Esta aplicação pode ou não envolver seres humanos. Por exemplo, a aplicação de uma sequência para o estudo de práticas efetivas de estudantes de uma instituição é uma pesquisa externa (Henriques, 2019, p.12).

Essas relações estabelecidas pelo modelo SAI podem e devem ser utilizadas para realizar análises relevantes do processo de ensino e aprendizagem utilizando a abordagem instrumental. Entretanto, o esquema da figura 1, que tem como centro o sujeito, o objeto e o instrumento, não considera o professor ou pesquisador como um ponto em que podem ser criadas outras relações. Henriques (2021), em uma de suas pesquisas, elaborou uma extensão do modelo SAI levando em consideração o professor ou pesquisador e estabelecendo as devidas relações como mostra a figura a seguir.

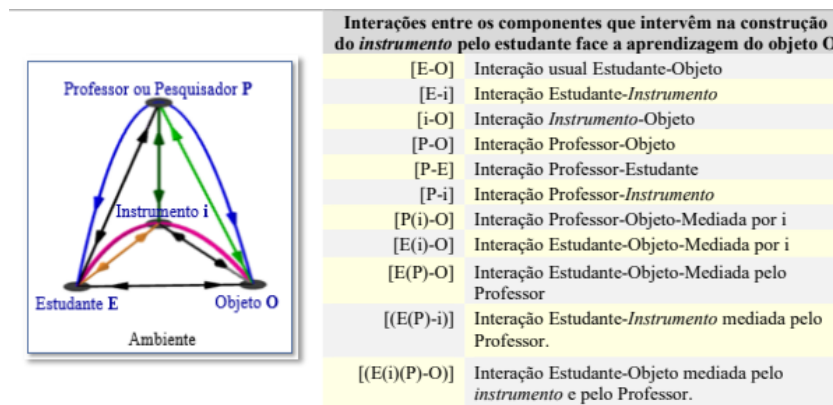


Figura 2 - O modelo SAI em 3D (pesquisa interna e externa) (Henriques, 2021, p.16)

Neste esquema o autor leva em consideração o modelo SAI para pesquisa externa, onde existem quatro interações, e o modelo SAI para pesquisa interna, onde existem outras quatro relações. Entretanto, nesse novo modelo SAI 3D, surgem três novas interações nas quais o pesquisador ou professor estabelece relações com o estudante: interação Professor-Estudante, interação Estudante-Objeto-Mediada pelo professor interação Estudante-Objeto mediada pelo instrumento e pelo professor. A partir deste esquema é possível realizar uma análise mais precisa durante o processo de gênese instrumental buscando aperfeiçoar o artefato em questão para que assim seja possível construir um instrumento.

4. Metodologia

4.1. Pesquisa experimental

A presente pesquisa se caracteriza como experimental. Para Gil (2007), a pesquisa experimental consiste em determinar um objeto de estudo, selecionar as variáveis que seriam capazes de influenciá-lo, definir as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto. Nesse sentido, o objeto de estudo foi um artefato, feito em uma impressora 3D, para faturação de polinômios de segundo grau. As variáveis capazes de influenciar o objeto serão: eixos, movimento dos eixos, tamanho das peças, resistência do artefato e tamanho do artefato. Após esses processos, a última etapa de experimentação será o teste do artefato com pessoas com deficiência visual.

A escolha da pesquisa experimental se justifica pelo fato de que o desenvolvimento de um artefato tátil para fatoração de equações do segundo grau requer um processo iterativo de criação, teste e aprimoramento. Esse tipo de abordagem permite analisar, de forma controlada, como diferentes variáveis – como material, tamanho e estrutura das peças – afetam a usabilidade e a compreensão do conceito matemático pelos alunos com deficiência visual.

Além disso, a experimentação possibilita a coleta de dados empíricos sobre a eficácia do artefato, permitindo ajustes baseados em observações concretas. Como a proposta envolve a construção e o aperfeiçoamento de artefatos, a abordagem experimental favorece a identificação e a mitigação de dificuldades que possam surgir no manuseio do material pelos alunos. Dessa forma, a pesquisa visa garantir que o instrumento final seja funcional e adequado às necessidades do público-alvo.

4.2. Descrição do artefato

No decorrer da pesquisa foi construído um artefato que se tornou um instrumento para fatoração de polinômios de segundo grau para pessoas com deficiência visual. O presente tópico da pesquisa tem como objetivo descrever esse artefato e o processo de sua produção. Inicialmente foram construídos três tipos de figuras: quadrado de lado x cm (área $x^2 \text{ cm}^2$), retângulo de lado 1 cm e x cm (área $x \text{ cm}^2$) e quadrado de lado 1 cm (área 1 cm^2). Inicialmente a medida x tinha tamanho de 33mm, já a medida 1 tinha tamanho de 10mm.

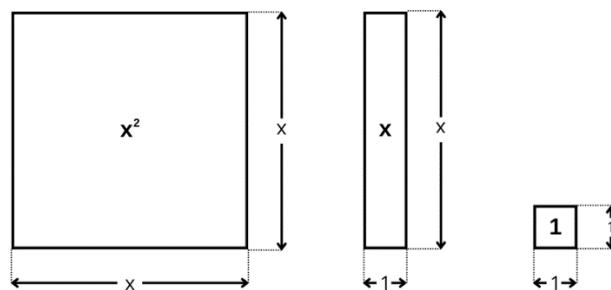


Figura 3 – Peças que representam as áreas

Com essas peças é possível simbolizar um polinômio do segundo grau, por exemplo, se tivermos o polinômio $P(x) = x^2 + 2x + 1$ podemos representá-lo com um

quadrado de lado x cm, dois retângulos de lado 1 cm e x cm e um quadrado de lado 1 cm. Assim para fatorar o polinômio basta organizar as figuras de modo que forme um retângulo, como na figura a seguir, e seus lados serão os fatores.

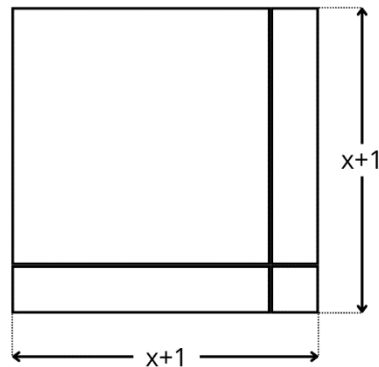


Figura 4 - Retângulo de área x^2+2x+1

Logo os fatores advindos da fatoração no artefato são $(x+1)(x+1)$. Nesse primeiro momento foram explorados maneiras de adaptar esse método, buscando aperfeiçoá-lo na próxima etapa da pesquisa. Os artefatos impressos nas próximas etapas foram modelados no site Tinkercad¹, essa escolha se deu devido a plataforma ser gratuita e a facilidade de modelar que o site proporciona. Com relação a impressão, após modelar, os artefatos foram impressos em poliácido lático (PLA) em uma impressora modelo Finder da Flashforge.

5. Processo de produção

5.1. Primeira versão do artefato

Para a criação do primeiro artefato na impressora 3D, foi necessário desenvolver uma base (figura 5), 121mm por 75mm, que permitisse a disposição das peças representativas das áreas correspondentes às partes do polinômio. Além disso, foram incorporados dois eixos (figura 6) perpendiculares entre si, os quais delimitam os lados do retângulo.

¹ www.tinkercad.com

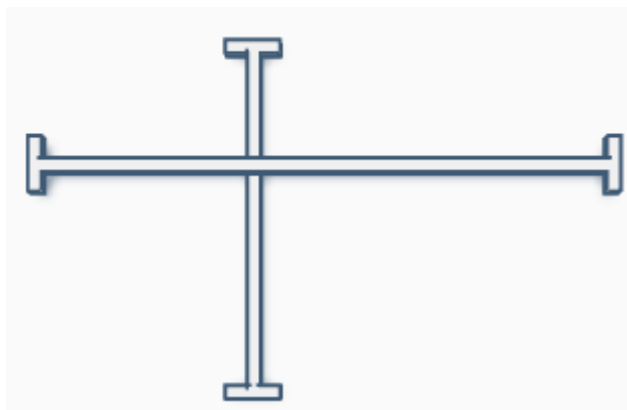


Figura 5 - Eixos da 1ª versão do artefato

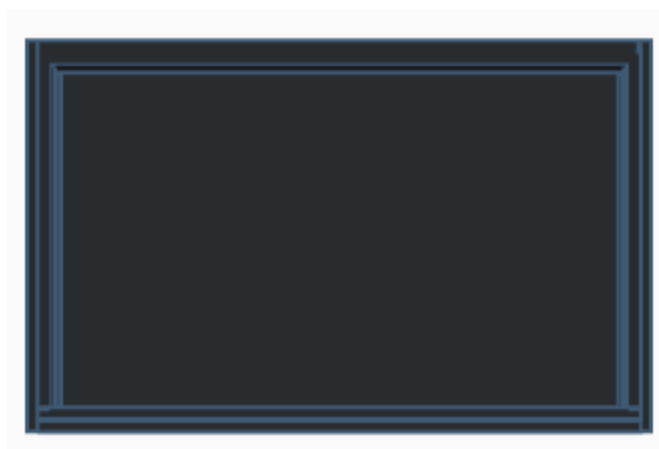


Figura 6 - Base da 1ª versão do artefato

Por fim, foram confeccionadas as peças que representam as áreas das diferentes partes do polinômio. Sobre essas peças, nesse momento foram impressas somente três tipos: x^2 , x e 1 . A figura 5 ilustra o primeiro artefato² impresso e a figura 6 mostra as peças que representam a área das partes do polinômio.



Figura 7- Primeiro artefato impresso

² <https://drive.google.com/drive/folders/1c6s8s--h4M2sqInGAHmvSmf0NHsCCjII?usp=sharing>

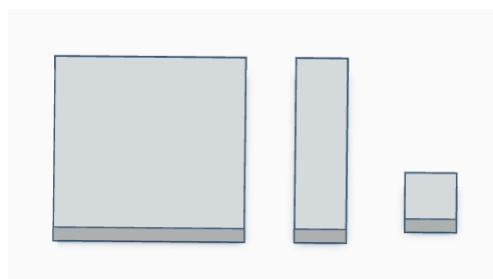


Figura 8 - Peças que representam as áreas

Após a impressão das peças foi feita uma pesquisa interna, ou seja, sem interação de público externo, para averiguar o funcionamento delas. A imagem a seguir mostra as interações de acordo com o modelo SAI (Henriques, 2021) para pesquisas internas.

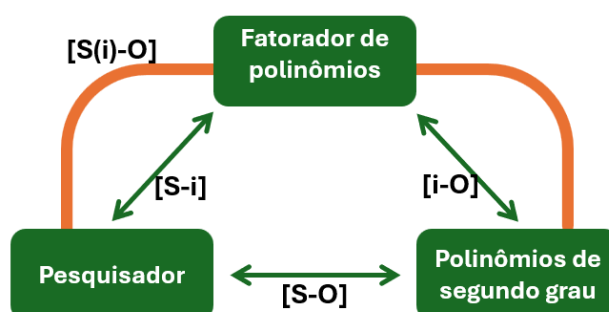


Figura 9 - Modelo SAI para pesquisas internas

Com base nessas interações entre polinômios de segundo grau (objeto), Fatorador de polinômios (instrumento) e o pesquisador, foi possível perceber as variáveis capazes de influenciar no artefato que estão pontuadas no quadro abaixo com suas respectivas descrições.

Quadro 1 – Pesquisa interna do primeiro artefato	
Variáveis	Descrição
Eixos	Durante a análise do artefato foi possível perceber que os eixos não mantinham a perpendicularidade entre eles, algo que é necessário para o funcionamento do artefato.
Movimentação dos eixos	Nesse artefato os eixos foram impressos juntamente com a base formando

	somente uma peça, porém na análise os eixos não estavam se movendo bem, travando em imperfeições da impressão.
Tamanho do artefato	Após a impressão ficou perceptível que o artefato precisava ser maior para facilitar na hora do uso. Isso também se aplica as peças que representam a área.
Peças que representam a área	O modelo não contemplava muitos polinômios apenas coeficientes naturais.

Após essa análise e a elaboração do quadro 1 foi necessário fazer outro modelo 3D buscando controlar as variáveis citadas anteriormente. Esse novo modelo foi desenvolvido na mesma plataforma que o anterior.

5.2. Segunda versão do artefato

O segundo artefato impresso foi feito bem diferente do primeiro. O artefato foi composto por três partes: dois eixos (figura 8) e uma base (figura 9).

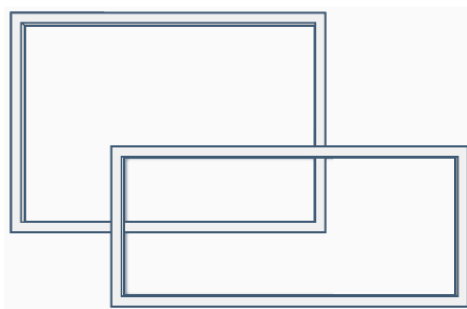


Figura 10 - Eixos do artefato



Figura 11 - Base do artefato

Aqui foram levadas em consideração as variáveis do quadro 1. Todas as peças foram impressas separadamente sendo que para imprimir a base e os eixos foram necessárias várias impressões em busca de maiores dimensões. Com relação às peças que representam a área do polinômio, nesse momento foi reutilizado as primeiras peças impressas e criadas mais três tipos de peças, cada uma valendo $\frac{1}{4}$ de área das peças já impressas, com o intuito de abranger mais polinômios (não só os com coeficientes naturais). A figura 8 mostra o artefato³ 3D impresso e a figura 9 mostra as peças que representam a área do polinômio.

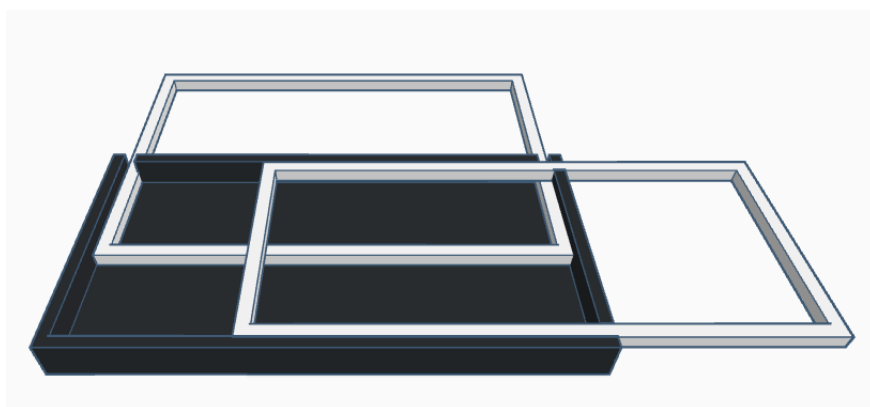


Figura 12 - Segundo artefato impresso

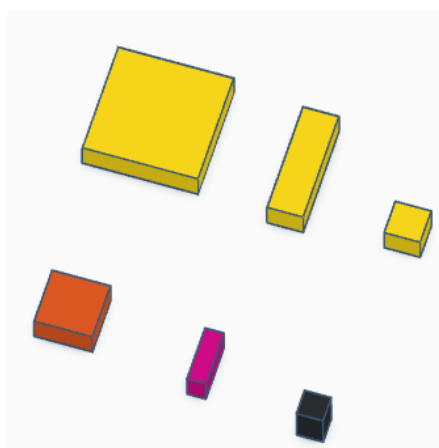


Figura 13 - Peças que representam a área.

³ https://drive.google.com/drive/folders/1lhL_P2tzlmvEq5L7uMWWVbo_v5LXROXI?usp=sharing

Da mesma maneira que o primeiro artefato foi analisado esse segundo também foi e abaixo no quadro 2 estão pontuadas as variáveis que influenciam no artefato e suas respectivas descrições.

Quadro 2 – Pesquisa interna do segundo artefato	
Variáveis	Descrição
Movimento dos eixos	Nesse artefato o problema da fluidez melhorou, porém ainda existe. Como os eixos foram impressos cortados foi necessário colá-los, porém a cola atrapalhou na fluidez dos eixos.
Movimento dos eixos	Durante a análise foi perceptível que os eixos estavam saindo dos trilhos feitos para sua movimentação.
Peças que representam a área	Mesmo criando peças o modelo ainda não contemplava muitos polinômios apenas coeficientes naturais ou múltiplos de $\frac{1}{4}$.

Com relação ao segundo artefato impresso o controle das variáveis já estava melhor, porém ainda existiam problemas nesse modelo 3D. Perante essa situação foi feito um terceiro versão do artefato.

5.3. Terceiro artefato

O terceiro artefato foi modelado da mesma maneira que os últimos. Com relação ao artefato, os eixos foram refeitos para maior fluidez e foi feito uma peça para evitar que os eixos saiam dos trilhos. Com relação às peças que representam a área do polinômio, as peças que representam $\frac{1}{4}$ de área das maiores não foram impressas tendo em vista que eram muito pequenas e poderiam gerar possíveis dificuldades durante a montagem do retângulo. Em contrapartida, foi elaborado outro tipo de peça para que o artefato conseguisse contemplar mais polinômios.

Além das peças que representam os números positivos foram criadas três peças de mesmo tamanho, porém com uma textura diferente, essa tem suas “áreas negativas” (figura 14), ou seja, um dos lados dos retângulos representava uma “medida negativa” (figura 15). Assim o modelo vai contemplar todos os polinômios de coeficientes inteiros.

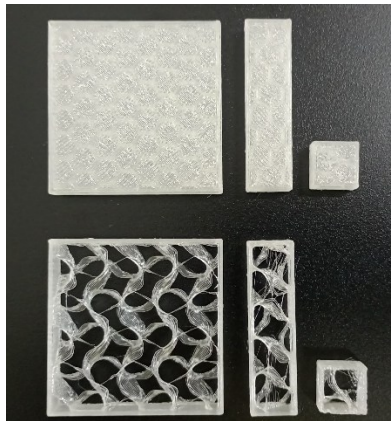


Figura 14 - Peças negativas e positivas

A escolha de que lado da peça é negativo deve ser feito de acordo com o outro lado para que a área seja “negativa” e as dimensões das peças sejam compatíveis entre si no retângulo. Por exemplo, o polinômio $P(x) = x^2 - 2x$ é representado da seguinte maneira:

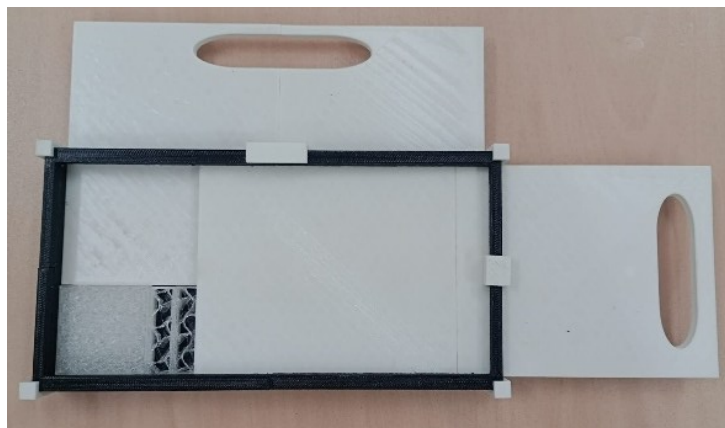


Figura 15 - Polinômio $x^2 - 2x$ representado no artefato

Assim temos duas possíveis fatorações: $P(x) = (x)(x - 2)$ ou $P(x) = (-x)(-x + 2)$. Com relação a primeira interpretação temos:

$$P(x) = (x)(x - 2) = x \cdot x - 2 \cdot x = x^2 - 2x = x^2 - x - x$$

Já na segunda interpretação, ao considerarmos a medida do quadrado como $-x$ temos:

$$P(x) = (-x)(-x + 2) = (-x).(-x) + 2.(-x) = x^2 - 2x = x^2 - x - x$$

Aqui temos que tomar cuidado para que as medidas sejam compatíveis com os retângulos que estão ao lado, logo a medida de lado 1 deve ser positiva.

Entretanto, mesmo abordando números inteiros, o artefato funciona apenas com polinômios fatoráveis ou decomponíveis em $\mathbb{Z}$, ou seja, polinômios que podem ser fatorados em produtos de polinômios também com coeficientes inteiros. A figura 11 mostra o terceiro artefato⁴ que foi impresso.

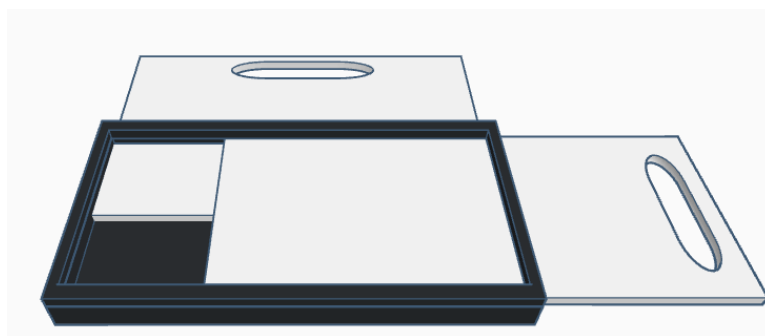


Figura 16 - Terceiro artefato impresso

Após a elaboração do artefato, foram sintetizados dois roteiros (apêndice 1 e apêndice 2) para aplicação a participantes com deficiência visual. Esses roteiros foram elaborados por meio de observações das interações do modelo SAI para pesquisas internas, feitas durante a manipulação do artefato pelo pesquisador. Cada roteiro foi aplicado durante um encontro com os participantes com cerca de uma hora, totalizando dois encontros. O objetivo desses roteiros foi investigar a gênese instrumental desse artefato, identificando possíveis problemas e sugerindo melhorias.

Embora o processo seja semelhante ao realizado anteriormente, agora, com os participantes, as informações sobre problemas e melhorias tiveram maior relevância, pois o artefato foi especificamente desenvolvido para esse público. Nos roteiros, os participantes poderiam dar *feedbacks* sobre diversos aspectos, como as texturas das peças, dificuldades de manuseio e a percepção geral do material. O intuito não era ensinar os participantes a fatorar polinômios, mas sim avaliar a eficácia do instrumento

⁴ <https://drive.google.com/drive/folders/1hHasp1r65e0kgJUS9tHcLobsY2o5XG0U?usp=sharing>

como ferramenta para a fatoração de polinômios, especialmente em seu uso por pessoas com deficiência visual.

Antes da aplicação dos roteiros, os participantes voluntários assinaram um termo de consentimento (apêndice 3) aceitando a gravação do processo e o uso das informações coletadas para a pesquisa, em que seus dados pessoais não seriam expostos. Para assinar os termos foi feito, na impressora 3D, um guia de assinatura que delimita a área que a pessoa tem para assinar um documento, além disso foi disponibilizado tinta para o uso da digital caso a pessoa não soubesse escrever.

Para identificar os participantes e manter o anonimato, decidimos chamá-los de participante 1 e participante 2. Vale destacar que o participante 1 possuía maior sensibilidade tátil que o outro participante. Além disso ambos tinham baixa visão e com relação a escolaridade ambos terminaram a educação básica.

6. Discussão dos resultados

O primeiro roteiro teve foco no *feedback* sensorial e na percepção das formas. Antes de apresentar o artefato foi explicado como funciona a impressão 3D para eles, mostrando algumas peças para que fossem se familiarizando com as texturas das impressões. Durante esse primeiro encontro ficaram perceptíveis as relações estabelecidas pelo modelo SAI (Henriques, 2021) entre o estudante, o objeto e o instrumento. A figura 18 mostra como o modelo SAI foi aplicado na pesquisa externa.

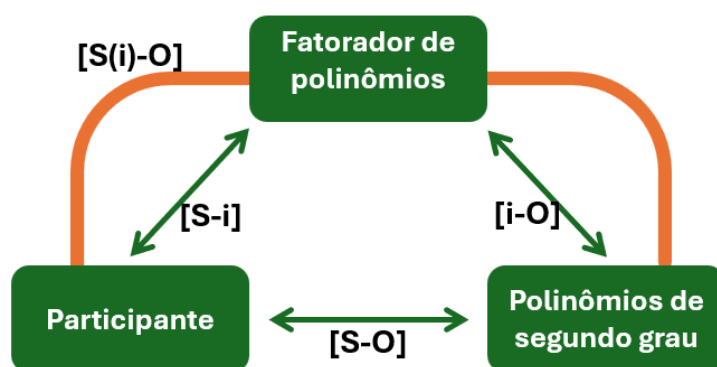


Figura 17 - Modelo SAI pesquisa externa

A primeira relação perceptível foi a interação entre o sujeito participante (sujeito) e os polinômios de segundo grau (objeto), representada por [S-O]. Nesse

momento, os participantes relataram que sempre tiveram dificuldades com a Matemática e que raramente tiveram acesso a materiais manipulativos durante as aulas. Destacaram ainda que, ao estudarem conteúdos como equações e polinômios, enfrentavam obstáculos relacionados ao tempo disponível e à necessidade de apoio para repetir os procedimentos diversas vezes, até que conseguissem resolvê-los com autonomia.

Em seguida foi apresentado aos participantes o artefato para fatoração polinômios de segundo grau. Na realização desse primeiro roteiro, havia apenas um artefato impresso, de modo que as manipulações foram realizadas por um participante de cada vez. Eles manipularam o artefato puxando os eixos e reconhecendo suas texturas.

Logo após, foram apresentadas as peças que representam a área dos polinômios. Nessa interação, representada por [S-i], a textura das peças foi perceptível para o participante 1, mas, para o outro, a distinção entre as peças negativas e positivas não estava tão evidente. Diante disso, foram oferecidas duas opções de textura (figura 14) para que eles escolhessem a mais perceptível ao tato e o segundo participante declarou que a primeira textura é mais perceptível ao tato dele.

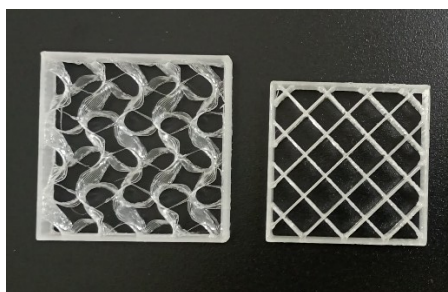


Figura 18 – Texturas das peças

Após a escolha, eles conseguiram diferenciar as áreas das peças sem dificuldades e não encontraram obstáculos na manipulação. Nesse momento, os participantes já compreendiam a possibilidade de representar um polinômio por meio das peças adaptando o problema ao artefato. Posteriormente foi proposto aos participantes que montassem um retângulo no artefato utilizando qualquer número de peças. O participante 1 conseguiu montar o retângulo sem dificuldades, conseguindo identificar a diferença de textura entre as peças e o artefato delimitando o retângulo.

Já o participante 2 montou o retângulo com dificuldade sendo auxiliado pelos pesquisadores. Nesse momento o artefato descolou algumas partes mostrando a necessidade de reforçar as ligações entre peças que compõe o artefato, porém isso não prejudicou a realização do roteiro. Após isso, o participante 2 conseguiu identificar a diferença de textura entre as peças e o artefato delimitando o retângulo.

O quadro a seguir mostra os resultados obtidos da pesquisa externa realizada com os participantes.

Quadro 3 – Pesquisa Externa do terceiro artefato	
Variáveis	Descrição
Peça de área 1	Mudança de tamanho
Peça de lado x	Mudança de tamanho
Resistencia do artefato	Algumas peças do artefato descolaram durante o manuseio

Durante a montagem do retângulo a peça que representa o quadrado de área 1 foi colocado na orientação errada algumas vezes mostrando que seria necessário alterar as dimensões das peças para que a peça se assemelhasse menos a um cubo e ficasse mais perceptível qual a face da peça tem que ficar para cima. Além disso, foi necessário mudar o tamanho de x nas peças, pois durante a montagem do retângulo o lado com medida x podia ser confundido por um lado de medida 3, para isso o tamanho de 33mm foi mudado para 43mm. Já o lado de tamanho 1 foi mudado de 10mm para 13mm. Outra variável foi descolamento de algumas peças do artefato, perante isso foi elaborado algumas peças para deixar o artefato mais resistente. Essas foram coladas para reforçar o artefato.

Com base na análise e feedback dos participantes 1 e 2 foi concluída a primeira gênese instrumental do artefato transformando a nova versão do artefato de fato em um instrumento. Em seguida foram elaboradas as novas peças para melhoria e foi impresso um novo instrumento igual para a realização do segundo roteiro. A imagem a seguir mostra o instrumento⁵ com as melhorias desenvolvidas:

⁵ <https://drive.google.com/drive/folders/18ZNFuzr-277gmuzaLP8oifyahl28FS9S?usp=sharing>

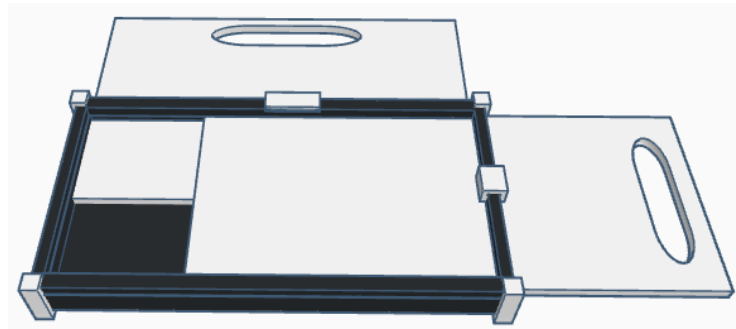


Figura 19 – Instrumento final

A realização do segundo roteiro foi feita com os mesmos participantes do primeiro roteiro. De início foram apresentados os novos instrumentos e foi lembrado a área de cada peça. Logo após foi proposto a eles montarem o polinômio $P(x) = x^2 - 2x + 1$ utilizando as peças e o instrumento. Aqui ficou clara a relação dos polinômios de segundo grau com o instrumento, representada por [i-O], em que os participantes atribuíram ao instrumento a possibilidade de agir sobre os polinômios e construíram as propriedades funcionais que permitiu a realização dessa ação. Os participantes inicialmente escolheram as peças que representavam o polinômio sem dificuldades, em seguida, na montagem do retângulo, os participantes se depararam com algumas dificuldades. A figura 21 mostra a primeira montagem de ambos os participantes.



Figura 20 – Montagem do retângulo feita pelos participantes

Após montar dessa maneira foi feito o questionamento se a figura formada era um retângulo, nesse momento ambos os participantes repararam que havia um espaço não preenchido dentro da área delimitada pelos eixos o que significava que não haviam formado um retângulo. Assim os participantes continuaram tentando novas maneiras de encaixar as peças tentando formar um retângulo. Nesse momento houve um pouco de

dificuldade por parte do participante 2, porém após um tempo ambos conseguiram montar o retângulo como na figura a seguir.

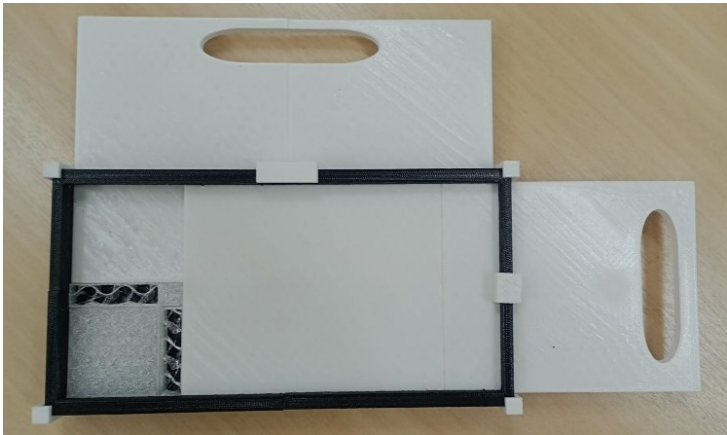


Figura 21 – Segunda montagem do polinômio feita pelos participantes

Após a montagem do retângulo os participantes foram questionados sobre a medida dos lados desse retângulo e, depois de um tempo sentindo o retângulo, ambos conseguiram definir as medidas dos lados do retângulo $(x - 1)$ e $(x - 1)$. Nesse momento ficou perceptível a interação dos participantes com o objeto e com o instrumento, interação representada por [S(i)-O]. Após isso foi explicado aos participantes que se multiplicar as medidas dos lados do retângulo em busca de sua área, a expressão encontrada será o polinômio do início. Um detalhe importante que ajudou muito nesse momento do segundo roteiro foi relembrar que as peças com textura áspera tinham a mesma medida de área que as lisas, porém de valor negativo. Assim os participantes só precisavam lembrar da medida de três peças e saber que as demais seriam negativas. Agora se considerarmos o modelo SAI em 3D de Henriques (2021) e adaptarmos para essa pesquisa teremos as seguintes interações entre os participantes, os polinômios de segundo grau, o pesquisador e o instrumento:

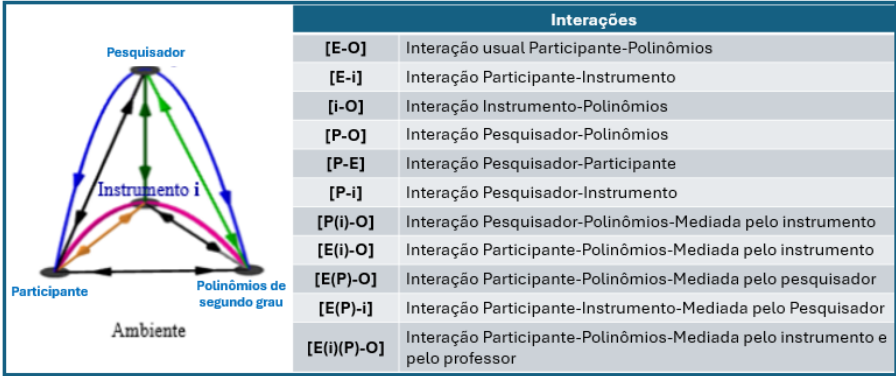


Figura 22 - Modelo SAI 3D estendido adaptado a pesquisa

Durante a pesquisa interna abordamos as interações: pesquisador-polinômios (P-O), pesquisador-instrumento (P-i), instrumento-polinômios (i-O) e pesquisador-polinômios-mediado pelo instrumento (P(i)-O). Diante disso, foram elaborados os quadros com as variáveis que influenciavam o artefato. Já na pesquisa externa até então abordamos as interações: participante-polinômio (E-O), participante-instrumento (E-i), instrumento-polinômio (i-O) e participante-polinômio-mediada pelo instrumento (E(i)-O). O estudo dessas interações durante os roteiros foi ideal para investigar a gênese instrumental. Logo faltaram evidenciar apenas quatro interações até aqui: pesquisador-participante (P-E), participante-polinômio-mediada pelo pesquisador (E(P)-O), participante-instrumento-mediada pelo pesquisador (E(P)-i) e participante-polinômio-mediada pelo instrumento e pelo pesquisador (E(i)(P)-O). Essas aconteceram de maneira contínua durante a aplicação dos roteiros por meio de diálogos, observações e mediações da parte do pesquisador em busca de conseguir mais informações relevantes para a gênese instrumental.

Ao fim do segundo encontro os participantes foram questionados sobre a eficácia do material e se todo o processo tinha feito sentido para eles e as respostas foram positivas. Ambos os participantes entenderam o processo de fatoração por meio do instrumento e comentaram que materiais desse tipo seriam de grande ajuda no processo de ensino de pessoas com deficiência visual.

Uma possível extensão da aplicação do instrumento, que não foi abordada nos roteiros, seria na resolução de equações do segundo grau a partir da fatoração. Por exemplo, a equação $x^2 + 3x + 2 = 0$ pode ser fatorada no instrumento da seguinte maneira:

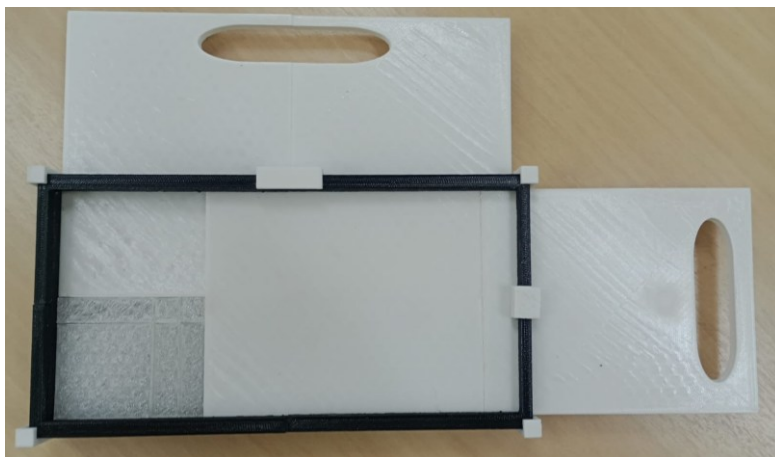


Figura 23 - Polinômio x^2+3x+2 representado no instrumento

Assim temos que a equação pode ser reescrita como $(x + 1)(x + 2) = 0$, logo temos que para x satisfazer a equação $x + 1 = 0$ ou $x + 2 = 0$ e, com isso, concluímos que as raízes da equação são $x = -1$ e $x = -2$. No entanto, essa abordagem também possui limitações, já que nem todas as equações do segundo grau podem ser resolvidas por fatoração direta, assim como o instrumento não contempla todos os tipos de polinômios.

7. Considerações finais

Este trabalho teve como objetivo desenvolver, analisar e validar um instrumento didático tátil, fundamentado na Abordagem Instrumental, para o ensino da fatoração de polinômios do segundo grau a estudantes com deficiência visual, investigando suas potencialidades e limitações no processo de ensino-aprendizagem da álgebra no contexto da educação inclusiva. A escolha desse objetivo baseou-se nas dificuldades frequentemente associadas à disciplina de Matemática, especialmente devido à forte presença de representações visuais e simbólicas, que tendem a dificultar o processo de ensino-aprendizagem para pessoas com deficiência visual.

Durante o desenvolvimento do trabalho, foram elaborados quatro versões do artefato utilizando uma impressora 3D, sendo cada um deles testado e aprimorado ao longo das etapas da pesquisa. Nas fases finais, o artefato foi testado com pessoas com deficiência visual, como parte da gênese instrumental. Nesse processo, os *feedbacks*, os conhecimentos prévios, as experiências anteriores e as habilidades dos alunos, aliados ao uso do artefato, desempenharam um papel fundamental na construção do

instrumento. Esses elementos constituem pilares essenciais no processo de gênese instrumental, o qual se caracteriza por sua complexidade e por envolver uma estreita relação entre as características do artefato e as atividades desenvolvidas pelo sujeito. A gênese instrumental, portanto, não ocorre de forma isolada, mas é resultado de uma interação dinâmica entre o indivíduo e o meio, mediada pelo uso intencional e progressivo do artefato, que se transforma em instrumento a partir da apropriação e ressignificação promovida pela ação do sujeito.

O instrumento final demonstrou-se funcional, permitindo a construção do conhecimento por meio da manipulação tátil, o que facilita o ensino da fatoração de polinômios nesse contexto inclusivo. No entanto, vale destacar que o material apresenta limitações, uma vez que abrange apenas polinômios com coeficientes inteiros e que sejam fatoráveis (ou decomponíveis) em $\mathbb{Z}$, ou seja, polinômios que podem ser fatorados em produtos de polinômios também com coeficientes inteiros. Nesse sentido, considerando a infinidade de polinômios existentes, o recurso abrange apenas um subconjunto limitado de casos. Para abranger todos os coeficientes reais, seria necessário dispor de uma quantidade infinita de peças, o que torna inviável a construção de um instrumento com tal abrangência.

Devido às limitações de tempo para a realização de um trabalho de conclusão de curso, não foi possível explorar a resolução de equações de segundo grau, muito menos elaborar artefatos que dessem conta de uma gama maior de polinômios. Porém isso pode ser um elemento que possa fomentar futuras pesquisas.

8. Referências

- FERREIRA, A. L. et al. O ensino da matemática para portadores de deficiência visual. IBILCE/UNESP. Disponível em: <https://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/o-ensino-da-matematica-para-pessoas-com-deficiencia-visual---daniel.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2025.
- GIL, A. C. et al. Como elaborar projetos de pesquisa. São Paulo: Atlas, 2002. Disponível em: https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/150/o/Anexo_C1_como_elaborar_projeto_de_pesquisa_-_antonio_carlos_gil.pdf. Acesso em: 15 mar. 2025.
- HENRIQUES, A. Saberes universitários e as suas relações na educação básica: uma análise institucional em torno do cálculo diferencial e integral e das geometrias. Ibicaí: Via Litterarum, 2019.

HENRIQUES, Afonso. Abordagem instrumental e aplicações. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, São Paulo, v. 23, n. 3, p. 247–280, 2021. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/56144/38390>. Acesso em: 15 mar. 2025.

MENDES, E. G. A radicalização do debate sobre inclusão escolar no Brasil. *Revista Brasileira de Educação*, Rio de Janeiro, v. 11, n. 33, set./dez. 2006. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbedu/a/KgF8xDrQfyy5GwyLzGhJ67m/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 15 mar. 2025.

RABARDEL, P. *Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin, 1995. Disponível em: <https://s61aea3b7b43ac080.jimcontent.com/download/version/1589991217/module/14427122135/name/Hommes%20et%20technologie%20Rabardel1995.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2025.

VÉRILLON, P. La problématique de l'enseignement: un cadre pour penser l'enseignement du graphisme. *Revue GRAF & TEC*, v. 0, n. 0, 1996. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/388136580_Mediation_des_simulateurs_pour_l'apprentissage_de_l'activite_de_diagnostic_en_automobile. Acesso em: 15 mar. 2025.

9. Apêndice 1

Roteiro 1: Exploração e Análise Sensorial (Foco no Feedback Sensorial e na Percepção das Formas)

Objetivo: Avaliar como o aluno percebe o material tátil, a facilidade de manipulação das peças e sua compreensão inicial das representações de áreas.

1º Momento: Introdução e Exploração das Peças

- **Objetivo:** Familiarizar o aluno com o material e as peças, sem a pressão de entender a fatoração.

Ação:

- Apresente todas as peças ao aluno, uma de cada vez, e peça para ele explorar as formas e texturas.
- Pergunte ao aluno "Você consegue perceber a diferença entre as peças de diferentes tamanhos e texturas?"

Perguntas:

- "A textura das peças é perceptível para você? Há alguma peça que seja mais difícil de identificar ao toque?"
- "Você consegue perceber claramente a diferença de área entre o quadrado e o retângulo?"
- "Alguma das peças é difícil de manusear ou se encaixa de maneira estranha?"

2º Momento: Montagem do retângulo

- **Objetivo:** Verificar se o aluno consegue usar as peças para formar um retângulo.

Ação:

- Peça para ele tentar montar o retângulo com as peças, organizando as peças da maneira que achar mais adequada.

Perguntas:

- "Foi fácil entender como organizar as peças? Você encontrou alguma dificuldade ao tentar formar o retângulo?"

3º Momento: Sugestões e Encerramento

- **Objetivo:** Refletir sobre o processo de montagem e avaliar a percepção geral do aluno sobre o material.

Ação:

- Após a montagem do retângulo pergunte sobre qualquer ajuste que ele sugeriria para o material.

Perguntas:

- "Depois de montar o retângulo, você percebeu algum problema na forma ou no encaixe das peças?"
- "Há algum ajuste que você sugeriria em termos de texturas?"

10. Apêndice 2

Roteiro 2: Análise Estrutural e Resolução de Polinômios (Foco no Processo de Resolução e Feedback sobre a Compreensão da Fatoração)

Objetivo: Testar a eficácia do material para ajudar o aluno a entender e realizar a fatoração de polinômios por meio da manipulação das peças.

1º Momento: Apresentação do Polinômio e Introdução ao Processo

- **Objetivo:** Preparar o aluno para a atividade prática, explicando a proposta do material.

Ação:

- Apresente ao aluno um polinômio de grau 2 simples, como $x^2 - 2x + 1$
- Explique que ele precisará usar as peças para tentar representar o polinômio e entender sua fatoração.

Perguntas:

- "O material está claro para você até agora?"
- "Você compreende como cada peça pode representar uma parte do polinômio? "

2º Momento: Comparação com a Solução

- **Objetivo:** Verificar se o aluno conseguiu identificar os fatores corretamente e avaliar a clareza da interpretação do material.

Ação:

- Deixe o aluno trabalhar sozinho para montar as peças do polinômio $x^2 - 2x + 1$
- Apresente as soluções do polinômio fatorado: $(-x + 1)^2$ ou $(x - 1)^2$

- Pergunte ao aluno se ele conseguiu perceber que o retângulo formado com as peças representa essa fatoração.

Perguntas:

- "Agora que você conhece a solução, você consegue ver como o retângulo formado pelas peças corresponde aos fatores $(-x + 1)^2$ ou $(x - 1)^2$?
- "A relação entre as peças e os fatores está clara ou você encontrou alguma dificuldade?"

3º Momento: Reflexão Final sobre a Experiência

- **Objetivo:** Refletir sobre a eficácia do material no processo de fatoração e coletar sugestões de melhorias.

Ação:

- Pergunte ao aluno sobre como ele percebeu o processo de fatoração usando as peças.

Perguntas:

- "Você acha que o material facilita o entendimento da fatoração de polinômios?"
- "Houve algum momento em que o material não ajudou a entender a solução?"
- "Você sugeriria alguma alteração no formato das peças para melhorar o processo de aprendizado?"

11. Apêndice 3

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, _____, portador(a) do RG nº _____, declaro que fui informado(a) de maneira clara sobre a participação na pesquisa que tem como objetivo avaliar a eficácia de um material tátil para fatoração de polinômios de segundo grau, voltado para pessoas com deficiência visual.

Compreendi que minha participação consistirá na interação com o material por meio de atividades orientadas por roteiros específicos, fornecendo feedback sobre aspectos como texturas, manipulação das peças e compreensão dos conceitos representados.

Autorizo que a aplicação do roteiro seja gravada em áudio e/ou vídeo para fins de análise da pesquisa. Além disso, autorizo a utilização de recortes dessas gravações para compor o material de estudo, com a garantia de que minha identidade será preservada e minhas informações pessoais permanecerão anônimas.

Fui informado(a) de que minha participação é voluntária e que posso desistir a qualquer momento, sem qualquer prejuízo ou necessidade de justificativa. Também fui esclarecido(a) de que os dados obtidos serão utilizados exclusivamente para fins acadêmicos e científicos.

Por estar de acordo com os termos acima, firmo o presente documento.

Assinatura do(a) participante

Local e Data