

**VITOR EDUARDO PEREIRA**

**MODELAGEM COMPUTACIONAL DE ESCOAMENTOS  
EM TURBINAS FRANCIS USANDO A PLATAFORMA  
OPENFOAM**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2025

**VITOR EDUARDO PEREIRA**

**MODELAGEM COMPUTACIONAL DE ESCOAMENTOS  
EM TURBINAS FRANCIS USANDO A PLATAFORMA  
OPENFOAM**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

Coorientador: Dr. Franco Barbi

**Uberlândia - MG**

**2025**

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU  
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

P436  
2025     Pereira, Vitor Eduardo, 2003-  
          Modelagem Computacional de Escoamentos em Turbinas  
          Francis Usando a Plataforma OpenFOAM [recurso eletrônico] / Vitor  
          Eduardo Pereira. - 2025.

Orientador: Aristeu da Silveira Neto.

Coorientador: Franco Barbi.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade  
Federal de Uberlândia, Graduação em Engenharia Mecânica.

Modo de acesso: Internet.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica. I. Silveira Neto, Aristeu da ,1955-,  
(Orient.). II. Barbi, Franco,1986-, (Coorient.). III. Universidade  
Federal de Uberlândia. Graduação em Engenharia Mecânica. IV.  
Título.

CDU: 621

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091

Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074

**VITOR EDUARDO PEREIRA**

**COMPUTATIONAL MODELING OF FLOWS IN FRANCIS  
TURBINES USING THE OPENFOAM PLATFORM**

Final Paper submitted to the Faculty of Mechanical Engineering from Federal University of Uberlândia in partial fulfillment of the requirements for the degree of Mechanical Engineer.

Advisor: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

Co-advisor: Dr. Franco Barbi

**Uberlândia - MG**

**2025**

*Dedico esse trabalho a José Ferreira Neto, meu eterno Vovô.*

# AGRADECIMENTOS

---

---

Agradeço a Deus por todas as bênçãos concedidas ao longo da minha vida, que tornaram possível cada passo da minha trajetória.

À minha família, em especial aos meus pais, Andreia e Cergio, que sempre fizeram tudo ao seu alcance por mim. Graças ao amor, apoio e dedicação deles, a realização desta graduação se tornou possível.

Aos meus irmãos, Bianca e Carlos, bem como meu sobrinho Otávio, que sempre me apoiaram e estiveram ao meu lado, garantindo que minha vida fosse mais leve, alegre e especial.

Aos meus orientadores Professor Aristeu e Franco, pela paciência, dedicação, orientação e apoio. A realização deste trabalho só foi possível graças ao apoio de ambos, além de todo o aprendizado transmitido na área da Mecânica dos Fluidos.

A todos os professores que fizeram parte da minha jornada, em especial os professores Hércio (Corinthiano), Aldemir, Jean, Elie, Mário Luiz, Rafaela e João Cícero, por todo aprendizado ensinado, não somente acadêmico mas, também, no âmbito profissional e pessoal.

Aos meus amigos da 108, Felipe Duarte, Felipe Marino, Gabriel, Geovanna, Giovanna, Guilherme, João Marcelo, Luana, Luan Pimenta, Lucas e Pedro Mundim, pelas risadas, conversas, apoio e ajuda nos momentos necessários.

Aos amigos que fiz ao longo do curso Abel, Felipe Godinho, Fernanda, Francisco, Gustavo, Luan Pova, Ruan, Saraiva e Vitor Santos, novamente pelos momentos de descontração e apoio ao longo do curso.

Ao MFLab e toda sua equipe, em especial Bruno, Lucas Meira, Saulo e Thiago, pelos momentos de estudo, trabalho e pelas brincadeiras que tornaram o ambiente sempre ameno e menos estressante.

Ao LAMAU, e aos amigos que fiz lá Eduardo, Guilherme Queiroz, Hebert, Henrique A., Jefferson, João Vitor, Lucas Beraldo, Luís, Samuel, Sarah, Verônica, e a todos da equipe, pela colaboração, troca de conhecimentos e companheirismo

E, finalmente, a todos que, de alguma forma, fizeram parte da minha jornada, contribuindo direta ou indiretamente para que eu chegasse até aqui. Meu sincero agradecimento.

*“Não importa o quanto você tente,  
você sozinho não pode mudar o mundo.  
Mas este é o lado bonito dele.”  
(L (Death Note))*

# RESUMO

PEREIRA, V.E. **Modelagem Computacional de Escoamentos em Turbinas Francis Usando a Plataforma OpenFOAM**. 2025. 60 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG, 2025.

Neste trabalho apresenta-se a modelagem e simulações computacionais de escoamentos incompressíveis turbulento em uma turbina Francis de geometria real, baseada na unidade da Usina Hidrelétrica Foz do Chapecó, utilizando o software OpenFOAM. É desenvolvido um modelo físico representativo da máquina, formulado o modelo matemático-diferencial a partir das equações de Navier-Stokes na forma URANS com modelo de turbulência  $k-\epsilon$ . A partir das simulações, analisam-se qualitativamente os campos de pressão e de velocidade, verificando-se comportamento coerente com o esperado para turbinas Francis e com resultados de referência da literatura. Em seguida, são avaliadas duas abordagens para a estimativa da potência no eixo: uma baseada na Primeira Lei da Termodinâmica, utilizando grandezas médias em seções de entrada e saída, e outra a partir do momento no rotor calculado pela função *forces* do OpenFOAM. Obtêm-se potências de aproximadamente 170,61 MW e 107 MW, respectivamente, valores inferiores à potência de projeto da unidade (212 MW), o que é discutido à luz das simplificações geométricas, das condições de contorno adotadas e das limitações do modelo de turbulência. Os resultados demonstram o potencial da Dinâmica dos Fluidos Computacional como ferramenta de análise em turbinas hidráulicas, ao mesmo tempo em que evidenciam a importância de uma modelagem cuidadosa para a obtenção de previsões quantitativas mais próximas do comportamento real.

**Palavras-chave:** Turbina Francis; CFD; OpenFOAM; URANS  $k-\epsilon$ ; potência hidráulica.



# ABSTRACT

PEREIRA, V.E. **Computational Modeling of Flows in Francis Turbines Using the OpenFOAM Platform**. 2025. 60 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG, 2025.

This work presents the modeling and numerical simulation of incompressible turbulent flow in a Francis turbine with a real geometry, based on the unit installed at the Foz do Chapecó Hydropower Plant, using the OpenFOAM software. A representative physical model of the machine is developed, the mathematical model is formulated from the Navier–Stokes equations in the URANS form with the  $k$ – $\varepsilon$  turbulence model. From the simulations, pressure and velocity fields are qualitatively analyzed, showing behavior consistent with that expected for Francis turbines and with reference results from the literature. Then, two approaches are used to estimate the shaft power: one based on the First Law of Thermodynamics, using averaged quantities at the inlet and outlet sections, and another based on the rotor moment computed by the forces function of OpenFOAM. Powers of approximately 170.61 MW and 107 MW are obtained, respectively, both lower than the design power of the unit (212 MW), which is discussed in terms of geometric simplifications, boundary conditions and turbulence modeling limitations. The results demonstrate the potential of Computational Fluid Dynamics as an analysis tool for hydraulic turbines, while highlighting the importance of careful modeling to achieve quantitative predictions closer to the real behavior.

**Keywords:** Francis turbine; CFD; OpenFOAM; URANS  $k$ – $\varepsilon$ ; hydraulic power.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

---

Figura 1 – Participação das principais fontes de transformação energética na matriz elétrica brasileira no ano de 2024. . . . .	16
Figura 2 – Esquema típico de uma turbina Pelton, com jatos incidindo sobre as conchas na periferia do rotor. . . . .	17
Figura 3 – Esquema típico de uma turbina Kaplan com fluxo axial, destacando o distribuidor e o rotor de pás orientáveis. . . . .	18
Figura 4 – Esquema de uma turbina Francis, destacando caracol, distribuidor, rotor e tubo de sucção. Fonte: (ASAFF; OLIVEIRA; NEGRI, 2008) . . . . .	19
Figura 5 – Linhas de corrente de velocidade em uma vista em corte da turbina Francis. . . . .	20
Figura 6 – Domínio físico da turbina Francis estudada. . . . .	21
Figura 7 – Domínio da turbina Francis com destaque para as regiões: distribuidor, rotor e região de saída/coletor. . . . .	22
Figura 8 – Balanço de massa no elemento. . . . .	31
Figura 9 – Método diferenças centradas. . . . .	32
Figura 10 – Método upwind . . . . .	34
Figura 11 – Fluxograma do algoritmo PIMPLE. . . . .	37
Figura 12 – Esquema de um ciclo em V multigrid, mostrando os operadores de restrição ( $R^1, R^2$ ) e prolongamento ( $P^2, P^1$ ) entre os diferentes níveis de malha. . . . .	41
Figura 13 – Malha da turbina, visualização no Paraview. . . . .	44
Figura 14 – Malha do rotor, visualização no Paraview. . . . .	45
Figura 15 – Região de interface entre as malhas: vista geral (a) e interface isolada (b). . . . .	45
Figura 16 – Regiões de entrada, saída e interface, visualização no Paraview. . . . .	47
Figura 17 – Distribuição da pressão ao longo da vista em corte. . . . .	50
Figura 18 – Distribuição de pressão na turbina. . . . .	50
Figura 19 – Distribuição da velocidade ao longo da vista em corte. . . . .	51
Figura 20 – Evolução temporal da potência no eixo obtida a partir do momento calculado pela função <i>forces</i> . . . . .	54

# LISTA DE TABELAS

---

Tabela 1 – Configuração dos solvers lineares no <i>fvSolution</i> . . . . .	43
Tabela 2 – Condições de contorno por região e variável. . . . .	48

---

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

---

<i>ANEEL</i>	Agência Nacional de Energia Elétrica
<i>CFD</i>	Computational Fluid Dynamics
<i>ENA</i>	Energia Natural Afluente
<i>MVF</i>	Método dos Volumes Finitos
<i>OpenFOAM</i>	Open Field Operation and Manipulation
<i>RANS</i>	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
<i>SALOME</i>	Software SALOME
<i>SIS</i>	Sistema Interligado Nacional
<i>UHE</i>	Usina Hidrelétrica
<i>URANS</i>	Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes

# LISTA DE SÍMBOLOS

---

---

$Q$  — Vazão volumétrica

$p$  — Pressão (normalizada)

$\rho$  — Massa específica do fluido

$\nu$  — Viscosidade cinemática

$\mu$  — Viscosidade dinâmica

$\mathbf{V}$  — Vetor velocidade

$u, v, w$  — Componentes da velocidade nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$

$k$  — Energia cinética turbulenta

$\varepsilon$  — Taxa de dissipação da energia turbulenta

$\nu_t$  — Viscosidade turbulenta cinemática

$\Omega$  — Domínio de escoamento

$g$  — Aceleração da gravidade

$M$  — Momento em relação ao eixo de rotação

$\omega$  — Velocidade angular do rotor

$W$  — Potência no eixo

$Z$  — Cota geométrica

$t$  — Tempo

$\Delta t$  — Passo de tempo numérico

$Re$  — Número de Reynolds

# SUMÁRIO

---

1	INTRODUÇÃO . . . . .	15
1.1	Matriz elétrica brasileira e o papel da hidroeletricidade . . . . .	15
1.2	Turbinas hidráulicas na transformação energética hidrelétrica . . . . .	16
1.3	Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) . . . . .	19
2	MODELO FÍSICO . . . . .	21
2.1	Descrição das regiões do domínio . . . . .	22
2.2	Hipóteses físicas e propriedades do fluido . . . . .	23
2.3	Grandezas de interesse . . . . .	23
3	MODELO MATEMÁTICO-DIFERENCIAL . . . . .	24
3.1	Equação da Continuidade . . . . .	24
3.2	Balanco da Quantidade de Movimento Linear . . . . .	25
3.3	Modelo URANS e o Modelo $k-\varepsilon$ . . . . .	26
3.3.1	<i>Filtragem e Decomposição de Reynolds</i> . . . . .	26
3.3.2	<i>O Problema do Termo de Correlação de Velocidades</i> . . . . .	27
3.3.3	<i>Hipótese de Boussinesq</i> . . . . .	27
3.3.4	<i>Modelo <math>k-\varepsilon</math></i> . . . . .	28
4	MODELO MATEMÁTICO-DISCRETO . . . . .	29
4.1	O Método dos Volumes Finitos (MVF) . . . . .	29
4.2	Discretização dos Termos . . . . .	31
4.2.1	<i>Discretização Temporal</i> . . . . .	31
4.2.2	<i>Discretização dos Termos Advectivos</i> . . . . .	32
4.2.3	<i>Discretização dos Termos Difusivos</i> . . . . .	33
4.2.4	<i>Discretização do Gradiente</i> . . . . .	34
4.3	Acoplamento Pressão-Velocidade . . . . .	34
4.3.1	<i>Algoritmo PIMPLE</i> . . . . .	35
4.3.2	<i>Estrutura do algoritmo</i> . . . . .	36
5	MODELO NUMÉRICO-COMPUTACIONAL . . . . .	40
5.1	Sistemas lineares provenientes da discretização . . . . .	40
5.1.1	<i>Método multigrid GAMG</i> . . . . .	40
5.1.2	<i>Smoothers: DICGaussSeidel e symGaussSeidel</i> . . . . .	42

5.1.3	<i>Solver smoothSolver</i> . . . . .	42
5.1.4	<i>Associação solver–variável e critérios de convergência</i> . . . . .	42
5.2	Domínio computacional e malhas . . . . .	43
5.2.1	<i>Geração de geometria e malha no SALOME</i> . . . . .	43
5.2.2	<i>Malha estacionária, malha rotativa e interfaces</i> . . . . .	44
5.2.3	<i>Malha dinâmica e interfaces não conformes no OpenFOAM 12</i> . . .	45
5.3	Condições de Contorno . . . . .	47
6	RESULTADOS . . . . .	49
6.1	Campos de Pressão e de Velocidade . . . . .	49
6.2	Cálculo da Potência pela 1 <sup>a</sup> Lei da Termodinâmica . . . . .	51
6.2.1	<i>Cálculo da potência por meio do recurso Forces</i> . . . . .	52
6.2.2	<i>Funcionamento da função forces do OpenFOAM</i> . . . . .	52
6.2.2.1	<i>Forças de pressão e viscosas.</i> . . . .	52
6.2.2.2	<i>Forma discreta usada pelo OpenFOAM.</i> . . . .	53
6.2.2.3	<i>Momento calculado pelo forces.</i> . . . .	53
6.2.2.4	<i>Resumo do funcionamento.</i> . . . .	53
6.3	Análise dos Resultados . . . . .	54
7	CONCLUSÃO . . . . .	56
	REFERÊNCIAS . . . . .	58

---

# INTRODUÇÃO

---

## 1.1 Matriz elétrica brasileira e o papel da hidroeletricidade

A energia elétrica é um insumo essencial para o desenvolvimento econômico e social, influenciando diretamente a produção industrial, a prestação de serviços e a qualidade de vida da população. No Brasil, o setor elétrico é historicamente caracterizado por uma forte dependência da fonte hídrica, o que diferencia a matriz elétrica brasileira daquela observada em outras grandes economias, mais intensivas em combustíveis fósseis.(SILVA; OLIVEIRA, 2020)

De forma geral, a matriz elétrica brasileira apresenta elevada participação de fontes renováveis, com destaque para as usinas hidrelétricas, que ainda respondem pela maior parte da capacidade instalada e da energia captada e transformada no Sistema Interligado Nacional, embora essa participação venha gradualmente diminuindo com a inserção de outras fontes, como eólica, solar fotovoltaica e biomassa (SILVA; OLIVEIRA, 2020; EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA, 2025). Essa predominância da hidroeletricidade decorre da abundância de recursos hídricos, da existência de grandes bacias hidrográficas com elevado potencial de queda e vazão e de políticas públicas que, ao longo de várias décadas, priorizaram a implantação de grandes aproveitamentos hidrelétricos como estratégia central de expansão da oferta elétrica.

Por outro lado, a forte dependência da geração hidrelétrica torna o sistema elétrico brasileiro vulnerável à variabilidade hidrológica. Estudos apontam alterações significativas nos regimes de afluições às principais usinas hidrelétricas do país, com indícios de não estacionariedade associada à mudanças no uso do solo e possíveis efeitos das mudanças climáticas, o que tem implicações para a segurança de suprimento e para o planejamento da operação (SOUZA; MARTINS, 2002; SILVA; COSTA, 2021). Episódios de crise hídrica, com redução acentuada dos níveis dos reservatórios, evidenciam a necessidade de diversificação da matriz e de melhoria da eficiência na utilização dos recursos hídricos já aproveitados (SILVA; COSTA, 2021; SOUZA;

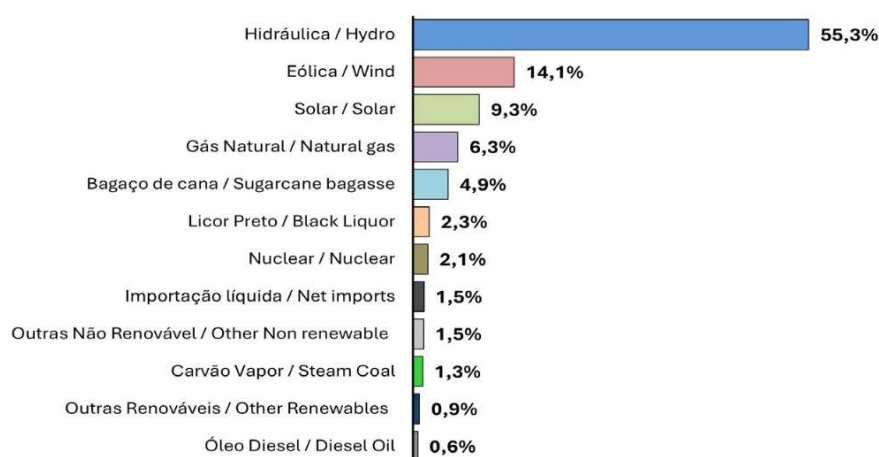


FERREIRA, 2015).

Nesse contexto, embora a participação relativa da hidroeletricidade tenda a diminuir com o crescimento de outras fontes renováveis, como a energia eólica e a solar fotovoltaica, as usinas hidrelétricas continuarão exercendo papel estruturante na matriz elétrica brasileira, seja como fonte principal de transformação, seja como tecnologia flexível capaz de compensar a variabilidade de outras fontes intermitentes (SOUZA; ALVES, 2025).

A operação eficiente dessas usinas, com ênfase na melhoria do desempenho hidráulico das turbinas e na redução de perdas, torna-se, assim, fundamental para a segurança energética, para a moderação de custos e para o aproveitamento sustentável dos recursos hídricos disponíveis. A Fig. 1 ilustra, de forma sintética, a participação dos principais meios de transformação energética na matriz elétrica brasileira em anos recentes e destaca a relevância da hidroeletricidade nesse contexto.

Figura 1 – Participação das principais fontes de transformação energética na matriz elétrica brasileira no ano de 2024.



Fonte: EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA (2025).

## 1.2 Turbinas hidráulicas na transformação energética hidrelétrica

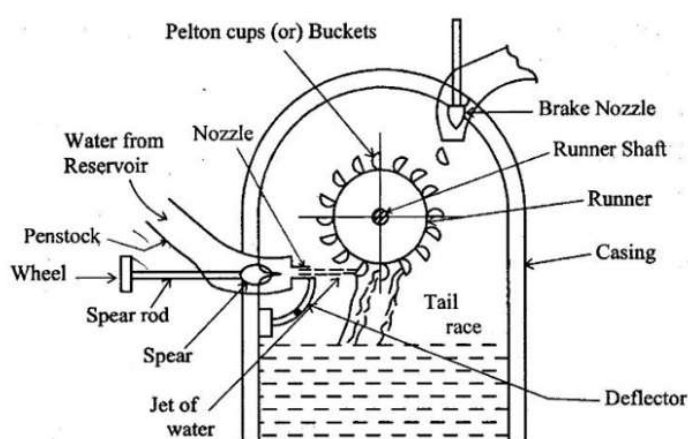
Nas usinas hidrelétricas, a conversão da energia hidráulica em energia mecânica ocorre por meio de turbinas hidráulicas, que transferem a energia do escoamento para um eixo acoplado a um "gerador elétrico". Diferentes tipos de turbinas são empregados em função das características

do aproveitamento (queda líquida disponível, vazão, queda bruta e restrições de operação), sendo comum classificá-las em turbinas de ação e turbinas de reação (NECHLEBA, 1957).

As turbinas hidráulicas podem ser classificadas em turbinas de ação e turbinas de reação conforme o mecanismo de conversão de energia do fluido. Nas turbinas de ação, toda a energia hidráulica é previamente convertida em energia cinética, e o trabalho mecânico é obtido exclusivamente pela variação da quantidade de movimento do jato ao incidir sobre as pás, não ocorrendo variação significativa de pressão no rotor, que opera à pressão aproximadamente atmosférica. Já nas turbinas de reação, a conversão de energia ocorre tanto pela variação da velocidade quanto pela variação de pressão do escoamento ao longo do rotor, o qual permanece totalmente submerso, caracterizando um escoamento confinado e a necessidade do uso de tubo de sucção para recuperação de energia, sendo esse tipo de turbina amplamente aplicado em situações de quedas baixas a médias e grandes vazões.

As turbinas Pelton são turbinas de ação típicas para altas quedas e baixas vazões. Nelas, a maior parte da conversão de energia ocorre na forma de interação entre jatos livres de água e conchas (cavidades) usinadas na periferia do rotor. A energia de pressão é convertida quase integralmente em energia cinética antes de atingir o rotor, e a variação de quantidade de movimento do jato ao incidir nas conchas gera o torque no eixo (SARAVANAMUTTOO; ROGERS; COHEN, 2009). Esse tipo de turbina é amplamente utilizado em usinas de alta queda, frequentemente em regiões montanhosas. A Fig. 2 apresenta um esquema típico de funcionamento desse tipo de turbina.

Figura 2 – Esquema típico de uma turbina Pelton, com jatos incidindo sobre as conchas na periferia do rotor.

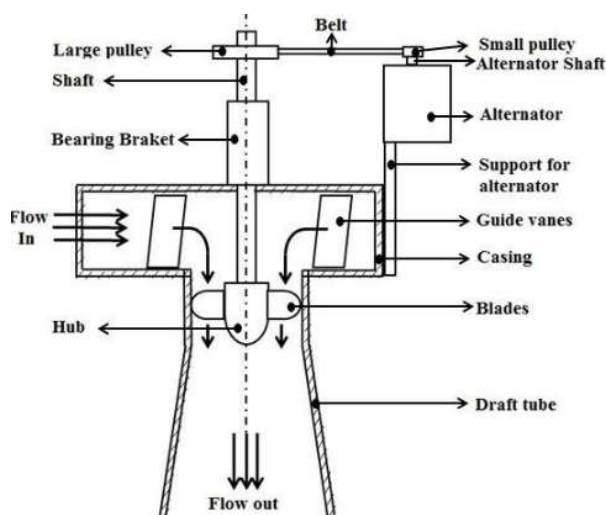


Fonte: Poriyaan (2021).

As turbinas Kaplan, por sua vez, são turbinas de reação de escoamento axial, adequadas a baixas quedas e altas vazões. O escoamento atravessa um distribuidor dotado de diretrizes ajustáveis e, em seguida, um rotor de pás orientáveis, de forma que tanto o ângulo das direciona-

doras quanto o das pás possa ser ajustado para diferentes vazões e quedas, mantendo elevado rendimento em ampla faixa operacional (NECHLEBA, 1957). São comumente empregadas em grandes rios de planície, com desníveis relativamente pequenos. A Fig. 3 mostra um esquema típico de funcionamento desse tipo de turbina.

Figura 3 – Esquema típico de uma turbina Kaplan com fluxo axial, destacando o distribuidor e o rotor de pás orientáveis.



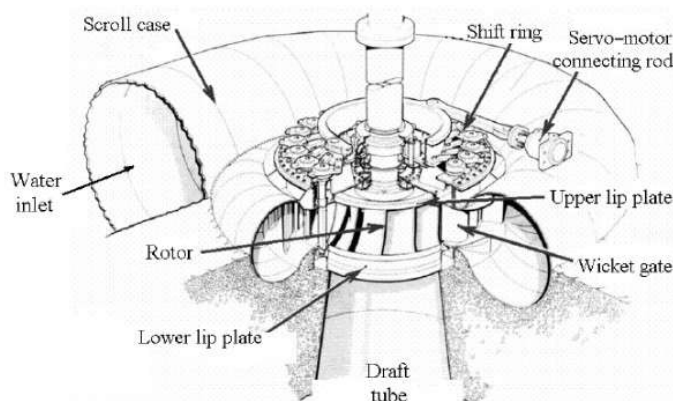
Fonte: Rehman e Khan (2019).

Entre esses extremos, as turbinas Francis ocupam posição intermediária e correspondem a um dos tipos mais utilizados em usinas hidrelétricas de médio e grande porte. Trata-se de turbinas de reação de escoamento misto, nas quais o escoamento entra no distribuidor com componente predominantemente radial, atravessa o rotor sofrendo forte curvatura e variação de velocidade e deixa a máquina com componente axial significativa (GANDHI, 2014). Essa configuração confere às turbinas Francis grande flexibilidade de aplicação em faixas intermediárias de queda e vazão, o que explica sua ampla difusão em empreendimentos de grande porte no Brasil e no mundo. A Fig. 4 apresenta um esquema do escoamento em uma turbina Francis típica.

Do ponto de vista hidráulico, as turbinas Francis apresentam escoamento tridimensional complexo, com forte interação entre distribuidor, rotor e tubo de sucção, presença de gradientes acentuados de pressão e de velocidade e possibilidade de ocorrência de separação de escoamento e cavitação em determinadas condições operativas (GANDHI, 2014). A compreensão detalhada desses escoamentos é essencial para o projeto e a otimização de turbinas mais eficientes, bem como para a mitigação de fenômenos indesejáveis que podem afetar a vida útil e a confiabilidade dos equipamentos.

Figura 4 – Esquema de uma turbina Francis, destacando caracol, distribuidor, rotor e tubo de sucção.

Fonte: (ASAFF; OLIVEIRA; NEGRI, 2008)



Fonte: Asaff, Oliveira e Negri (2008).

### 1.3 Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD)

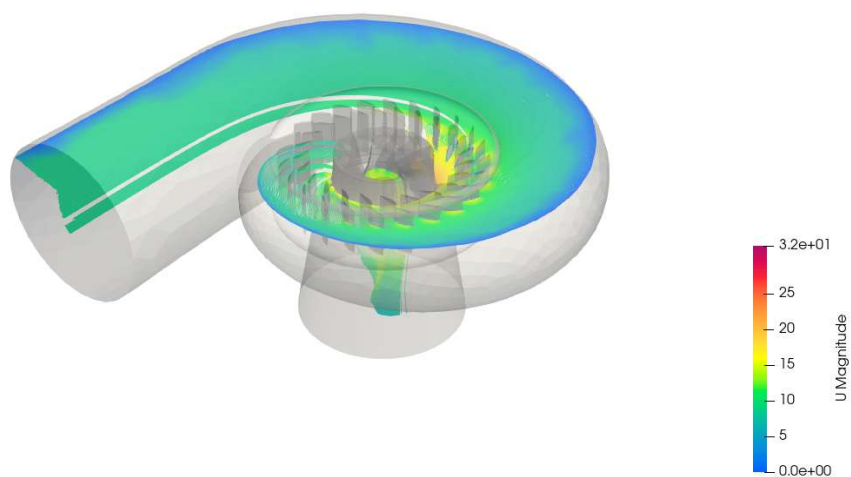
A Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD, do inglês *Computational Fluid Dynamics*) consiste no uso de métodos numéricos e recursos de computação para obter soluções aproximadas das equações que descrevem o escoamento de fluidos.(VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007) Em vez de buscar soluções analíticas, normalmente inviáveis em geometrias reais, o domínio de escoamento é discretizado em uma malha de volumes de controle, sobre os quais se impõem as equações de balanço de massa e de quantidade de movimento. Esse procedimento transforma as equações diferenciais parciais de Navier–Stokes em sistemas de equações algébricas que podem ser resolvidos iterativamente em computador.(VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007; FERZIGER; PERIĆ, 2002)

No contexto de turbomáquinas hidráulicas, como as turbinas Francis, a CFD permite analisar escoamentos tridimensionais complexos, com variações acentuadas de velocidade e pressão, forte curvatura de trajetórias e presença de fenômenos como separação e recirculação. Por meio de simulações numéricas é possível visualizar campos de velocidade e de pressão em detalhes, avaliar a influência de diferentes condições de operação (vazão, queda, posição do distribuidor), investigar o comportamento do escoamento entre as pás do rotor e no tubo de sucção, bem como estimar grandezas integradas de interesse, como torque no eixo e potência hidráulica convertida.(STOESSEL, 2014)

Neste trabalho, o CFD é utilizado como ferramenta principal para estudar o escoamento incompressível turbulento em uma turbina Francis representativa, com o objetivo de analisar a distribuição de velocidade e de pressão no interior da máquina e de estimar a potência entregue ao eixo por diferentes métodos de pós-processamento. A Fig. 5 ilustra um exemplo de resultado

numérico típico, na forma de linhas de corrente de velocidade em um plano de corte da turbina.

Figura 5 – Linhas de corrente de velocidade em uma vista em corte da turbina Francis.



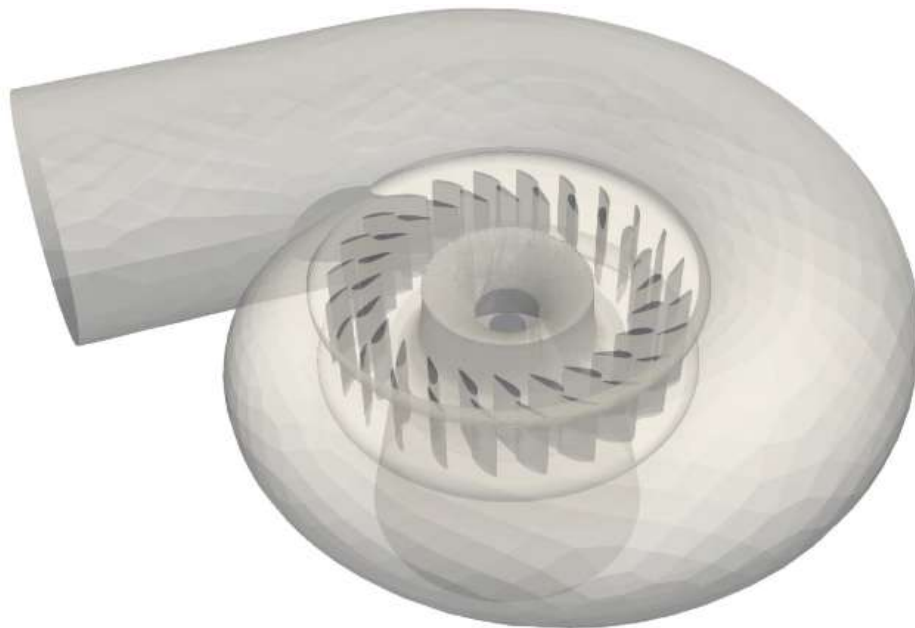
Fonte: Elaborada pelo autor.

## MODELO FÍSICO

---

O modelo físico considerado neste trabalho representa o escoamento de água em uma turbina Francis de geometria real, baseada na unidade instalada na Usina Hidrelétrica Foz do Chapecó, típica de empreendimentos de médio a grande porte no Brasil. O domínio computacional inclui as principais regiões hidráulicas da máquina: duto de entrada, distribuidor, rotor e região de saída/coletor. A Fig. 6 apresenta uma visão geral da turbina estudada e das regiões consideradas no modelo.

Figura 6 – Domínio físico da turbina Francis estudada.

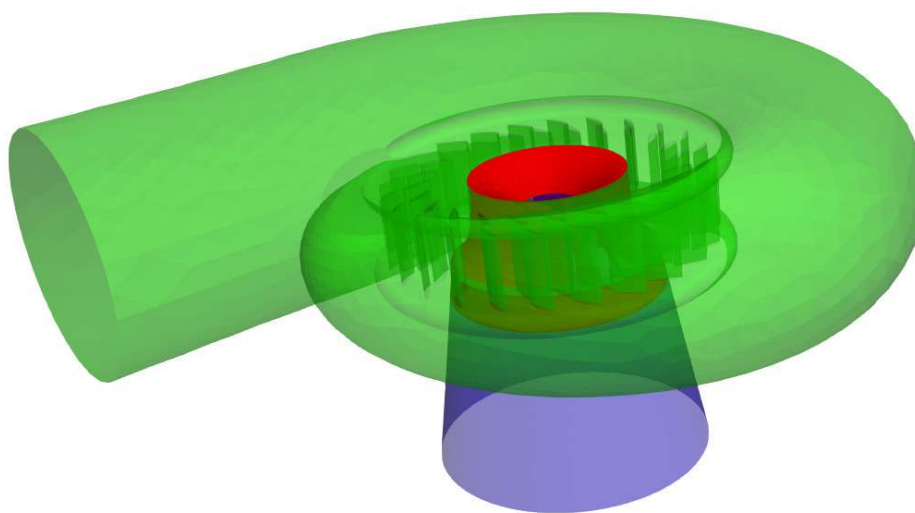


Fonte: Elaborada pelo autor.

## 2.1 Descrição das regiões do domínio

O domínio de escoamento é subdividido em três regiões principais, conforme indicado esquematicamente na Fig. 7.

Figura 7 – Domínio da turbina Francis com destaque para as regiões: distribuidor, rotor e região de saída/coletor.



Fonte: Elaborada pelo autor.

O distribuidor, ilustrado em verde na Fig. 7, corresponde ao conduto que conduz a água desde o conduto forçado até a carcaça em espiral (caracol). Nessa região, a velocidade média é aproximadamente uniforme e a pressão varia conforme a carga disponível na usina. No modelo computacional, a entrada é representada por uma seção de vazão prescrita de  $Q = 483 \text{ m}^3/\text{s}$ , resultando em velocidade média de aproximadamente  $8,78 \text{ m/s}$ , devido a área de entrada ser dada por  $55,0 \text{ m}^2$ .

O distribuidor ainda contempla a região composta pelas pás fixas responsáveis por direcionar o escoamento que chega ao rotor. As diretrizes do distribuidor ajustam o ângulo de incidência da água sobre as pás móveis, influenciando diretamente a velocidade do fluido na região do rotor e o rendimento da turbina. No modelo físico adotado, as pás do distribuidor desviam o escoamento de uma direção predominantemente radial para uma direção adequada à entrada nos canais do rotor, mantendo-se na posição nominal correspondente à condição de operação de projeto.

O rotor é a região central da turbina, onde se localizam as pás móveis acopladas ao eixo. É nesse componente que ocorre a principal conversão de energia hidráulica em energia mecânica. No modelo numérico, o rotor é representado por uma zona de malha rotativa submetida

a movimento de corpo rígido com rotação imposta de 90 rpm, conforme especificado no capítulo de modelo numérico-computacional. As forças hidrodinâmicas atuando nas pás do rotor são posteriormente integradas para obtenção do torque e da potência mecânica, grandezas discutidas nas seções de resultados. Uma importante simplificação no modelo é que as pás não possuem espessura significativa, ou seja são consideravelmente mais finas que as reais. No domínio mostrado na Fig. 7, o rotor está indicado em vermelho.

A região de saída/coletor, envolve o tubo de sucção e a região de saída, onde o escoamento deixa a turbina e é conduzido ao canal de fuga. Nessa região ocorre a recuperação parcial de pressão, e a condição de contorno adotada é a de pressão constante igual a zero, representando um nível de referência para a descarga. Gradientes nulos de velocidade são impostos na direção normal à seção de saída. Essa região pode ser visualizada em azul na Fig. 7.

## 2.2 Hipóteses físicas e propriedades do fluido

O escoamento é modelado como incompressível, newtoniano e monofásico, considerando-se a água líquida como fluido de trabalho, com massa específica constante  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  e viscosidade cinemática  $\nu = 1,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ . O escoamento é assumido isotérmico e adiabático, isto é, não se considera transferência de energia térmica significativa entre o fluido e as paredes da turbina (WHITE, 2002).

A cavitação não é modelada neste trabalho; assim, assume-se que a pressão local se mantém acima da pressão de vapor da água em todas as regiões do domínio (TRIVEDI; CERVANTES; DAHLHAUG, 2013). Essa hipótese é compatível com o objetivo principal do estudo, que é a análise do campo de escoamento e a estimativa da potência mecânica entregue ao eixo em condições de operação nominal (STOESSEL, 2014).

## 2.3 Grandezas de interesse

As principais grandezas de interesse no modelo físico são: os campos de velocidade e de pressão no interior do domínio, a distribuição de esforços nas pás do rotor e a potência mecânica associada ao torque no eixo.

A potência nominal de aproximadamente 212 MW corresponde ao valor de projeto da unidade de referência da Usina Hidrelétrica Foz do Chapecó, adotado neste trabalho como base de comparação para os resultados computacionais. A estimativa da potência a partir da Primeira Lei da Termodinâmica e por meio da integração das forças no rotor, via utilitário *forces* (implementado como um *functionObject* no OpenFOAM, isto é, um recurso que permite calcular e registrar automaticamente grandezas adicionais durante a simulação, como forças e momentos no rotor), é detalhada nos capítulos posteriores.



## MODELO MATEMÁTICO-DIFERENCIAL

A modelagem de um problema físico matematicamente, tem por objetivo de escrever em termos matemáticos um problema físico, mantendo seu significado. Existe uma certa dificuldade em relação a execução disso, uma vez que fazer uma modelagem exata pode ser inviável. Nesse sentido, são adotadas uma série de hipóteses simplificadoras na modelagem (SILVEIRA-NETO, 2020). Dessa forma, por meio da adoção de simplificações se é possível representar, com relativa proximidade, resultados dos mais diversos fenômenos físicos, possibilitando análises e conclusões relevantes.

Diversos autores contribuíram para o desenvolvimento das equações fundamentais que descrevem o comportamento dos fluidos (WHITE, 2002). Com base nesses princípios e nas hipóteses assumidas no capítulo anterior, é possível formular o problema de escoamento e resolvê-lo computacionalmente. No presente trabalho adota-se a hipótese de escoamento incompressível, isotérmico e turbulento, sendo as equações que modelam o fenômeno apresentadas a seguir.

### 3.1 Equação da Continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (3.1)$$

Essa é a equação da continuidade, que resulta do balanço de massa para um volume de controle. Nessa equação,  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  é a variação da massa específica em função do tempo contida em uma partícula de fluido,  $\vec{V}$  é o vetor velocidade,  $\rho$  a massa específica e o operador  $\nabla \cdot$  é o divergente, que é uma operação vetorial, portanto, a segunda parcela da soma  $\nabla \cdot (\rho \vec{V})$  é o fluxo líquido advectivo de massa (SILVEIRA-NETO, 2020).

No entanto, uma vez que no presente trabalho o escoamento é considerado incompressível, têm-se que a equação da continuidade passa a ser dada pela Equação 3.2

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.2)$$

Que indica que o campo de velocidade deve ser solenoidal, isto é, a massa de fluido que entra em um volume de controle é exatamente igual ao que sai, garantindo o balanço de massa (WHITE, 2002).

## 3.2 Balanço da Quantidade de Movimento Linear

A particularização do teorema do Transporte de Reynolds para a 2ª Lei de Newton resulta nas equações diferenciais, dadas pelas Eqs. 3.3, 3.4 e 3.5 (WHITE, 2002):

$$\rho \vec{g} - \vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}} = \rho \frac{D\vec{V}}{dt} \quad (3.3)$$

Essa é a equação que descreve o balanço de quantidade de movimento linear, podendo ser entendida como a taxa de variação de quantidade de movimento linear de uma dada partícula, é igual a resultante das forças que agem sobre essa partícula (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). O desenvolvimento da Eq. 3.3, bem como da Eq. 3.1 pode ser visto de maneira completa em Silveira-Neto (2020), White (2002).

As parcelas da Eq. 3.3 podem ser expressas como sendo  $\rho \vec{g}$ , força devida à gravidade,  $\vec{\nabla} p$ , força devida ao gradiente de pressão,  $\vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}}$  a força viscosa, o tensor  $\bar{\bar{\tau}}$  que é dado pela Eq. 3.4 e, por fim a parcela  $\rho \frac{D\vec{V}}{dt}$  é o produto da massa específica pela aceleração total, resultando na força, esse termo é expresso pela Eq. 3.5.

$$\bar{\bar{\tau}} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\frac{D\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \quad (3.5)$$

É válido destacar que os termos  $u$ ,  $v$  e  $w$  são as componentes de  $\vec{V}$  nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente.

Tendo isso em vista, e sendo o fluido utilizado nesse trabalho um fluido newtoniano, as tensões viscosas serão proporcionais às taxas de deformação e ao coeficiente de viscosidade. Assim, para escoamentos incompressíveis as componentes são dadas pela Eq. 3.6.

$$\bar{\tau} = \begin{bmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Substituindo Eq. 3.4 na 3.3 resultando então nas chamadas equações de Navier-Stokes, representadas, em sua forma simplificada, pela Eq. 3.7.

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot (\vec{V} \vec{V}) = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot (\nu \vec{\nabla} \vec{V}) \quad (3.7)$$

Sendo  $\nu = \mu/\rho$  é a viscosidade cinemática.

Essas são as chamadas equações de Navier-Stokes. São equações diferenciais parciais de segunda ordem. Elas possuem quatro incógnitas, a pressão e as 3 componentes da velocidade, dessa forma, devendo ser combinada à continuidade para que seja possível a sua solução. Para isso, condições de contorno adequadas deverão ser estabelecidas (WHITE, 2002).

### 3.3 Modelo URANS e o Modelo $k - \varepsilon$

As equações de Navier–Stokes são, em princípio, suficientes para modelagem de escoamentos em qualquer regime, seja ele laminar ou turbulento, para qualquer valor do Número de Reynolds, que é um adimensional que indica a relação entre as forças inerciais e forças viscosas em um fluido. No entanto, isso se torna um problema para elevados números de Reynolds, pois se terá um maior espectro de estrutura turbilhonares e estruturas de Kolmogorov cada vez menores, o que exige malhas extremamente refinadas e passos de tempo muito pequenos para que todas as estruturas sejam resolvidas, resultando em custo computacional proibitivo para a maioria das aplicações de engenharia (SILVEIRA-NETO, 2020).

#### 3.3.1 Filtragem e Decomposição de Reynolds

Para contornar essa limitação, aplicam-se operações de filtragem (ou de média) às equações de Navier–Stokes, separando o campo instantâneo de uma variável genérica  $\phi(\vec{x}, t)$  em uma parte média e uma flutuação, conforme a Eq. 3.8:

$$\phi(\vec{x}, t) = \bar{\phi}(\vec{x}, t) + \phi'(\vec{x}, t) \quad (3.8)$$

Onde  $\bar{\phi}$  representa o valor médio (ou filtrado) e  $\phi'$  a flutuação em torno desse valor.

Aplicando essa decomposição às equações de continuidade e de balanço de quantidade de movimento linear, obtêm-se as formas filtradas, dadas pelas Eqs. 3.9 e 3.10:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} + \frac{\bar{f}_i}{\rho} \quad (3.10)$$

Nessa formulação, o termo gravitacional foi incorporado ao termo fonte  $\bar{f}_i$ .

### 3.3.2 O Problema do Termo de Correlação de Velocidades

A dificuldade surge pela presença do termo  $\bar{u}_i \bar{u}_j$  na Eq. 3.10, que não pode ser diretamente determinado a partir das variáveis médias. Substituindo a decomposição de Reynolds  $u_i = \bar{u}_i + u'_i$  e  $u_j = \bar{u}_j + u'_j$  nesse termo, obtém-se:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{u'_i u'_j} \quad (3.11)$$

Os termos mistos são nulos após a média, restando:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} + \overline{u'_i u'_j} \quad (3.12)$$

Substituindo de volta na Eq. 3.10, obtém-se:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right) + \frac{\bar{f}_i}{\rho} \quad (3.13)$$

O novo termo  $-\rho \overline{u'_i u'_j}$  é denominado *tensor de Reynolds* e representa o transporte de quantidade de movimento linear devido às flutuações turbulentas. Sua presença gera o chamado *problema de fechamento* das equações de URANS (*Unsteady Reynolds-Averaged Navier–Stokes*), pois introduz seis incógnitas adicionais sem equações correspondentes.

### 3.3.3 Hipótese de Boussinesq

Para fechar o sistema, emprega-se a hipótese de Boussinesq, que assume que o tensor de Reynolds pode ser relacionado ao gradiente da velocidade média de forma análoga ao comportamento viscoso molecular:

$$-\overline{u'_i u'_j} = \frac{\mu_t}{\rho} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3.14)$$

Onde:

- $\mu_t$  é a viscosidade dinâmica turbulenta;
- $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$  é a energia cinética turbulenta;
- $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker.

Substituindo a Eq. 3.14 na Eq. 3.13, obtêm-se as equações de RANS, que são a base dos modelos de turbulência do tipo URANS.

### 3.3.4 Modelo $k - \varepsilon$

O modelo de fechamento a duas equações,  $k - \varepsilon$ , é amplamente utilizado para calcular a viscosidade turbulenta  $\mu_t$  em termos de variáveis de transporte da turbulência. Segundo Versteeg e Malalasekera (2007), define-se:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.15)$$

As equações de balanço para  $k$  e  $\varepsilon$  são dadas por:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k \bar{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon \bar{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.17)$$

onde:

- $P_k = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$  é a taxa de transformação de energia cinética turbulenta do escoamento médio para a turbulência;
- $C_\mu, C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$  são constantes empíricas.

Os valores típicos utilizados são:

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{1\varepsilon} = 1.44, \quad C_{2\varepsilon} = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

O modelo URANS é uma extensão direta da formulação RANS, mantendo os termos não estacionários nas equações diferenciais. Isso permite capturar parcialmente as variações temporais das grandes estruturas turbulentas, preservando o caráter médio estatístico da turbulência.

---

## MODELO MATEMÁTICO-DISCRETO

---

Nesta seção, é apresentado o processo de discretização das equações diferenciais que modelam o fenômeno (apresentadas no Capítulo 3) que descrevem o escoamento tridimensional, transiente e turbulento na turbina Francis. A formulação discreta das equações diferenciais que descrevem o escoamento de fluidos é uma etapa fundamental da CFD. É através dela que as equações de balanço, expressas na forma diferencial, são transformadas em um conjunto finito de equações algébricas, possibilitando sua solução numérica por métodos iterativos. Essa etapa constitui o elo entre o modelo físico-matemático e sua representação computacional, sendo determinante para a precisão, estabilidade e eficiência da computação (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007; MALISKA, 2023).

No presente trabalho, a discretização foi realizada segundo o Método dos Volumes Finitos (MVF), amplamente adotado simulações CFD por garantir os balanços local e global das grandezas físicas em cada volume de controle (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Essa característica o torna particularmente adequado para o estudo de turbomáquinas hidráulicas, como a turbina Francis deste projeto, nas quais os gradientes de pressão e de velocidade apresentam variações tridimensionais.

### 4.1 O Método dos Volumes Finitos (MVF)

O MVF é amplamente utilizado em CFD devido à sua característica fundamental de atender os balanços das propriedades físicas, tais como massa, quantidade de movimento linear e energia, em cada volume de controle e em todo o domínio de simulação.

Para a obtenção das equações aproximadas do método se dispõe de duas alternativas, podendo ser via o balanço da propriedade de interesse nos volumes elementares, ou a partir da equação diferencial na forma em que os fluxos estão dentro do sinal da derivada, ou seja, sua forma divergente, e assim integrar sobre o volume elementar, no espaço e no tempo.

No contexto da equação de continuidade, parte-se de sua forma diferencial em divergente para um escoamento bidimensional em regime permanente, dado pela Eq. 4.1.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (4.1)$$

Integrando a Eq. (4.1) sobre um volume de controle genérico bidimensional, limitado nas direções  $x$  e  $y$  pelos planos  $w$  (west),  $e$  (east),  $s$  (south) e  $n$  (north), obtém-se a Eq. 4.2.

$$\int_s^n \int_w^e \left[ \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right] dx dy = 0 \quad (4.2)$$

Aplicando o Teorema da Divergência em duas dimensões, a integral de volume é convertida em integrais de fluxo nas faces do volume de controle. Assim, resultando na Eq. 4.3.

$$\int_s^n [\rho u|_e - \rho u|_w] dy + \int_w^e [\rho v|_n - \rho v|_s] dx = 0 \quad (4.3)$$

Para se obter uma forma discreta, as integrais são aproximadas assumindo que o fluxo mássico em cada face pode ser representado por seu valor médio no centro da face multiplicado pela área da face. No caso bidimensional, as áreas das faces leste e oeste são  $\Delta y$ , enquanto as áreas das faces norte e sul são  $\Delta x$ . Assim, chega-se à expressão dada pela Eq. 4.4.

$$\rho u \Delta y|_e - \rho u \Delta y|_w + \rho v \Delta x|_n - \rho v \Delta x|_s = 0 \quad (4.4)$$

Que constitui a forma discreta da equação de continuidade para o volume de controle  $P$ .

Figura 8 ilustra um volume de controle bidimensional genérico, com as faces identificadas pelos índices  $n$ ,  $s$ ,  $e$  e  $o$ , o que auxilia na visualização das grandezas presentes na Eq. (4.4).

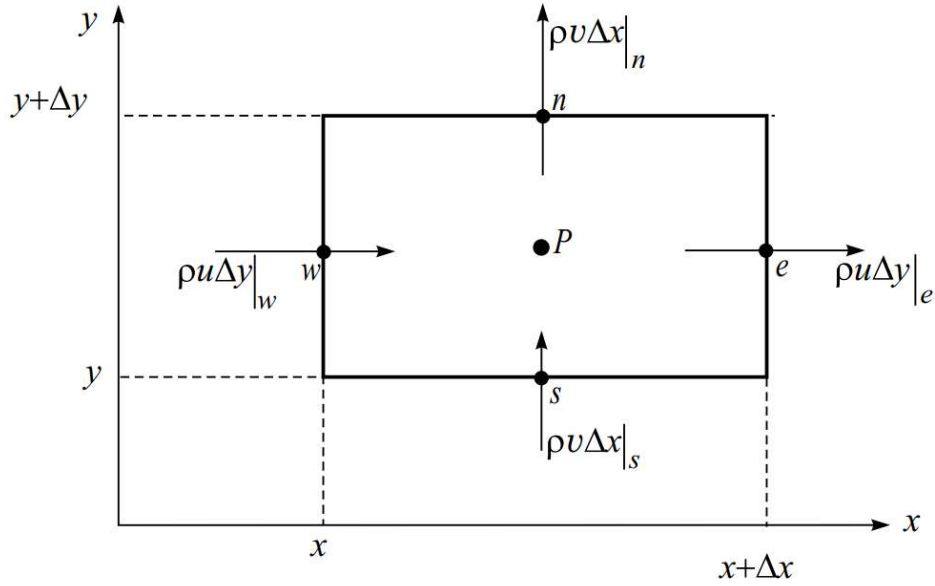
Alternativamente, é possível chegar diretamente à Eq. (4.4) realizando o balanço de massa no volume de controle finito mostrado na Figura 8, isto é, impondo que a soma algébrica dos fluxos mássicos pelas faces seja nula, têm-se a Eq. 4.5.

$$\rho u \Delta y|_e - \rho u \Delta y|_w + \rho v \Delta x|_n - \rho v \Delta x|_s = 0 \quad (4.5)$$

Dessa forma, observa-se que tanto o caminho que parte da forma diferencial em divergente e integra sobre o volume de controle, quanto o caminho que realiza diretamente o balanço de massa no volume finito, conduzem à mesma forma discreta da equação de continuidade.

O OpenFOAM implementa essa formulação de modo generalizado, permitindo que cada termo diferencial seja tratado de forma independente e configurável através dos arquivos de controle `fvSchemes` e `fvSolution`. Essa estrutura modular possibilita ao usuário selecionar esquemas de discretização de diferentes ordens de precisão, ajustando o balanço entre estabilidade

Figura 8 – Balanço de massa no elemento.



Fonte: Maliska (2023).

e acurácia numérica de acordo com a complexidade do escoamento modelado (OpenFOAM Foundation, 2024).

Em resumo, o Método dos Volumes Finitos constitui a base numérica que viabiliza a resolução computacional das equações de balanço do escoamento tridimensional turbulento na turbina Francis, garantindo a o modelo físico e a consistência matemática em todo o domínio computacional.

## 4.2 Discretização dos Termos

As escolhas dos métodos de discretização são definidas no dicionário system/fvSchemes e determinam a precisão e estabilidade da simulação, o software OpenFOAM dispõe de uma grande liberdade para que o usuário escolha como cada discretização será feita.

### 4.2.1 Discretização Temporal

O termo transiente, responsável pela variação temporal das propriedades dentro de cada volume de controle, é discretizado utilizando o esquema backward.

O esquema backward corresponde à formulação de Euler, que utiliza os valores da variável nos instantes de tempo atual ( $n$ ) e anteriores ( $n-1$ ) e ( $n-2$ ), para o caso de discretização de segunda ordem. A discretização temporal da derivada é expressa pela Eq. 4.6 (OpenFOAM



Foundation, 2024).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi_n) = \frac{1}{\Delta t} \left( \frac{3}{2}\phi_n - 2\phi_{n-1} + \frac{1}{2}\phi_{n-2} \right) \quad (4.6)$$

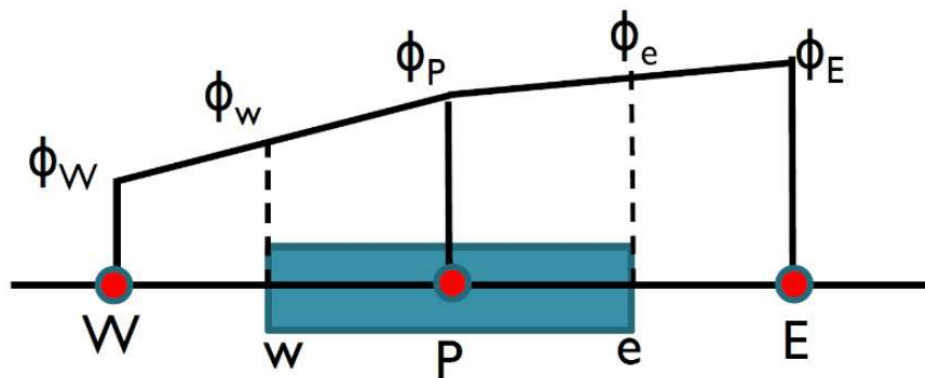
Na Eq. 4.6  $\Delta t$  representa o passo de tempo. Essa é uma formulação de segunda ordem e transiente. A escolha deste esquema justifica-se, por ser um esquema de segunda ordem temporal, garantindo maior precisão na evolução temporal das variáveis, reduzindo o erro de truncamento em comparação com esquemas de primeira ordem.

### 4.2.2 Discretização dos Termos Advectivos

Os termos advectivos presentes nas equações de balanço de quantidade de movimento linear são não lineares. Sendo necessária a sua discretização e utilização de modelos de interpolação, para uma ilustração simplificada dos métodos será considerado um domínio unidimensional.

Um dos métodos utilizados é o das diferenças centradas, em que se é feita uma interpolação linear entre o nó P e os nós vizinhos. Em caso de os volumes serem de mesma dimensão o valor da propriedade  $\phi$  na interface desejada será a média entre os valores de cada centro, caso contrário será uma média ponderada em função da distância (MIRANDA, 2019). A Fig. 9 ilustra esse processo.

Figura 9 – Método diferenças centradas.



Fonte: Miranda (2019).

Na imagem é possível ver que a informação  $\phi$  na posição  $e$ , por exemplo é obtida por meio da interpolação linear das informações na posição  $P$  e  $E$ .

O esquema de diferenças centradas apresenta uma limitação fundamental em problemas fortemente convectivos, pois não leva em conta a direção do escoamento. Nesse esquema, o valor da propriedade  $\phi$  em uma face é obtido a partir da média entre os valores nodais adjacentes, de modo que, por exemplo, a face localizada a oeste é influenciada simultaneamente por  $\phi_P$  e  $\phi_W$ , independentemente de qual nó está a montante. Em escoamentos fortemente advectivos de oeste para leste, isso é indesejável, pois o valor na face deveria ser predominantemente influenciado pelo nó  $W$ , que está a montante, e não pelo nó  $P$ , que está a jusante (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Além disso, o esquema de diferenças centradas não é *bounded*, ou seja, não garante que as variáveis calculadas permaneçam dentro de limites fisicamente admissíveis, podendo resultar em valores não físicos, e também, possui comportamento predominantemente dispersivo, o que favorece o aparecimento de oscilações numéricas em regiões com elevadas velocidades ou quando a malha não é suficientemente refinada (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Essas características tornam o método mais suscetível a instabilidades em escoamentos com altas velocidades e malhas relativamente grosseiras, ao passo que esquemas *upwind*, tendem a ser mais robustos e estáveis nessas condições (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Para contornar essa deficiência, emprega-se o esquema *upwind*, também conhecido como esquema da “célula doadora”. Esse método incorpora explicitamente a direção do escoamento ao determinar o valor transportado para a face, de modo que a propriedade  $\phi$  na face é tomada igual ao valor no nó a montante. Como por exemplo, para a face  $w$  em um escoamento unidimensional com velocidade positiva, tem-se que o valor da propriedade  $\phi$  será igual ao seu valor no nó  $W$ , como ilustra a Fig. 10.

Dessa forma, para esse sentido da velocidade, esse método pode ser descrito por meio do sistema expresso pela Eq. 4.7. É trivial as equações para o outro sentido.

$$\begin{cases} \phi_w = \phi_W \\ \phi_e = \phi_P \end{cases} \quad (4.7)$$

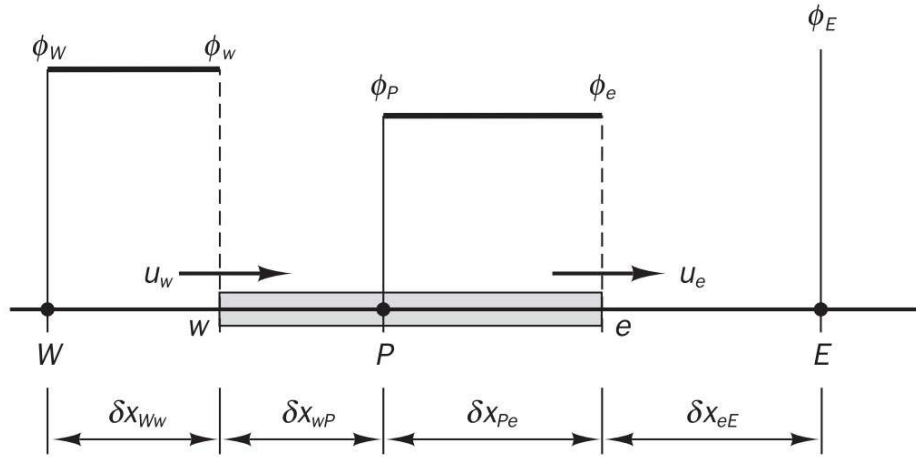
Tendo isso em vista, para esse trabalho o método escolhido será o *upwind*.

### 4.2.3 Discretização dos Termos Difusivos

Para o fluxo difusivo faz-se necessário o conhecimento do gradiente da variável na face. É então aplicado o esquema de Gauss e feita uma interpolação linear dos termos. Dessa forma, para realizar isso é escolhido no OpenFOAM o esquema *Gauss linear limited corrected 0.33*, assim:

- *Gauss linear*: Calcula o gradiente na face usando os valores dos centros das células (precisão de segunda ordem).

Figura 10 – Método upwind



Fonte: Versteeg e Malalasekera (2007).

- **corrected**: Adiciona um termo explícito de correção para a não-ortogonalidade, melhorando a precisão em malhas curvas.
- **limited 0.33**: Limita a contribuição do termo de correção a 33% (0.33) do valor total. Isso é um balanço entre precisão (uma correção completa, '1.0', seria instável) e estabilidade (nenhuma correção, '0.0', seria impreciso). Para a malha de uma turbina Francis, esta correção é fundamental.

#### 4.2.4 Discretização do Gradiente

O cálculo do gradiente ( $\nabla\phi$ ) é crucial. Para esse trabalho se utilizou a interpolação linear para encontrar os valores da variável de interesse nas faces a partir dos centros, e então aplica o Teorema de Gauss para encontrar o gradiente no centro da célula (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

### 4.3 Acoplamento Pressão–Velocidade

Em escoamentos incompressíveis, não há uma equação de balanço escrita diretamente para a pressão. Em vez disso, o campo de pressão ajusta-se de modo a garantir que o campo de velocidade satisfaça a equação de continuidade  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$  (FORTUNA, 2012; FERZIGER; PERIĆ, 2002). Do ponto de vista matemático, a pressão pode ser interpretada como um multiplicador de

Lagrange associado à imposição da incompressibilidade, isto é, ela surge justamente da exigência de que o escoamento permaneça divergente nulo (FORTUNA, 2012).

Isso cria um problema de acoplamento pressão–velocidade: o campo de velocidades deve satisfazer simultaneamente as equações de balanço de quantidade de movimento linear e a continuidade, mas a pressão só é conhecida após a solução conjunta do sistema. Métodos numéricos baseados em volumes finitos tratam esse acoplamento construindo, a partir das equações discretizadas, uma equação para a pressão (ou correção de pressão) que força o balanço de massa em cada volume de controle (FORTUNA, 2012; FERZIGER; PERIĆ, 2002).

Esquemas clássicos como SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) e PISO (*Pressure Implicit with Splitting of Operators*) resolvem esse acoplamento de maneiras distintas: o SIMPLE é formulado como um processo iterativo para problemas estacionários, enquanto o PISO é voltado a simulações transientes, realizando múltiplas correções de pressão dentro de cada passo de tempo (FERZIGER; PERIĆ, 2002; MIRANDA, 2019). O algoritmo PIMPLE (*merged PISO–SIMPLE*), utilizado no OpenFOAM, combina essas duas abordagens em um único procedimento, permitindo tratar tanto escoamentos transientes quanto pseudo-transientes com um mesmo esquema de acoplamento pressão–velocidade. (MIRANDA, 2019; GREENSHIELDS; WELLER, 2022)

A seguir, descreve-se em mais detalhes a formulação conceitual do PIMPLE, destacando sua motivação, o esquema lógico do algoritmo e o passo a passo de execução dentro de cada passo de tempo numérico.

### 4.3.1 Algoritmo PIMPLE

O algoritmo PIMPLE é um esquema de acoplamento pressão–velocidade amplamente utilizado em casos do OpenFOAM para a solução das equações de Navier–Stokes discretizadas pelo método dos volumes finitos. Ele combina características dos métodos PISO e SIMPLE, permitindo que sejam simulados problemas transientes e pseudo-transientes rumo ao regime permanente (JASAK, 1996; FERZIGER; PERIĆ, 2002; GREENSHIELDS; WELLER, 2022).

De forma geral, o PISO é mais adequado a simulações explicitamente transientes, pois realiza múltiplas correções de pressão dentro de cada passo de tempo, garantindo um bom acoplamento pressão–velocidade, porém com limitações de estabilidade quanto ao tamanho do passo de tempo. Já o SIMPLE, por sua vez, é formulado como um método iterativo estacionário, sendo bastante robusto para problemas em regime permanente, mas menos conveniente quando se deseja manter rigorosamente a natureza transiente do escoamento (FERZIGER; PERIĆ, 2002; VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

O PIMPLE surge como uma combinação desses dois métodos, onde em cada passo de tempo é introduzido um laço iterativo externo, semelhante ao SIMPLE, dentro do qual são realizadas uma ou mais correções de pressão no estilo PISO. Esse arranjo permite ajustar, de

forma relativamente independente, o número de iterações internas e o número de correções de pressão, além da aplicação de fatores de sub-relaxação. Dessa maneira, o usuário pode configurar o algoritmo de modo mais orientado a simulações transientes (com poucas iterações internas e maior fidelidade temporal) ou mais orientado a simulações estacionárias via pseudo-transiente (com mais iterações internas e maior ênfase na convergência a cada passo) (JASAK, 1996; GREENSHIELDS; WELLER, 2022).

Uma vantagem importante do PIMPLE é a flexibilidade numérica, o mesmo algoritmo, com pequenas mudanças de configuração, pode ser utilizado tanto para escoamentos transientes quanto para a obtenção de soluções em regime permanente. Em particular, o uso de um passo de tempo físico relativamente grande, combinado com sub-relaxação adequada e um número suficiente de iterações internas, permite explorar a robustez típica do SIMPLE, sem abrir mão da estrutura de correção de pressão do PISO. Isso explica a adoção disseminada do PIMPLE em ambientes de simulação baseados em volumes finitos, como o OpenFOAM, especialmente em problemas de engenharia mecânica envolvendo escoamentos incompressíveis ou fracamente compressíveis em geometria complexa (FERZIGER; PERIĆ, 2002; GREENSHIELDS; WELLER, 2022).

### 4.3.2 Estrutura do algoritmo

A Figura 11 apresenta o fluxograma conceitual do algoritmo PIMPLE, destacando os três níveis hierárquicos de iteração: o laço de tempo, o laço externo PIMPLE e o sub-laço de correções de pressão.

O funcionamento do algoritmo PIMPLE pode ser organizado em um conjunto de etapas, diretamente associadas ao fluxograma da Figura 11:

#### 1. Inicialização e laço de tempo

No início da simulação definem-se os campos iniciais de velocidade  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t_0)$ , pressão  $p(\mathbf{x}, t_0)$  e, quando relevante, temperatura  $T(\mathbf{x}, t_0)$  ou outros escalares transportados. Também se escolhem o passo de tempo  $\Delta t$  e o tempo final  $t_{\text{end}}$ . A partir daí, avança-se no tempo em um laço externo, atualizando a solução de  $t^n$  para  $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ .

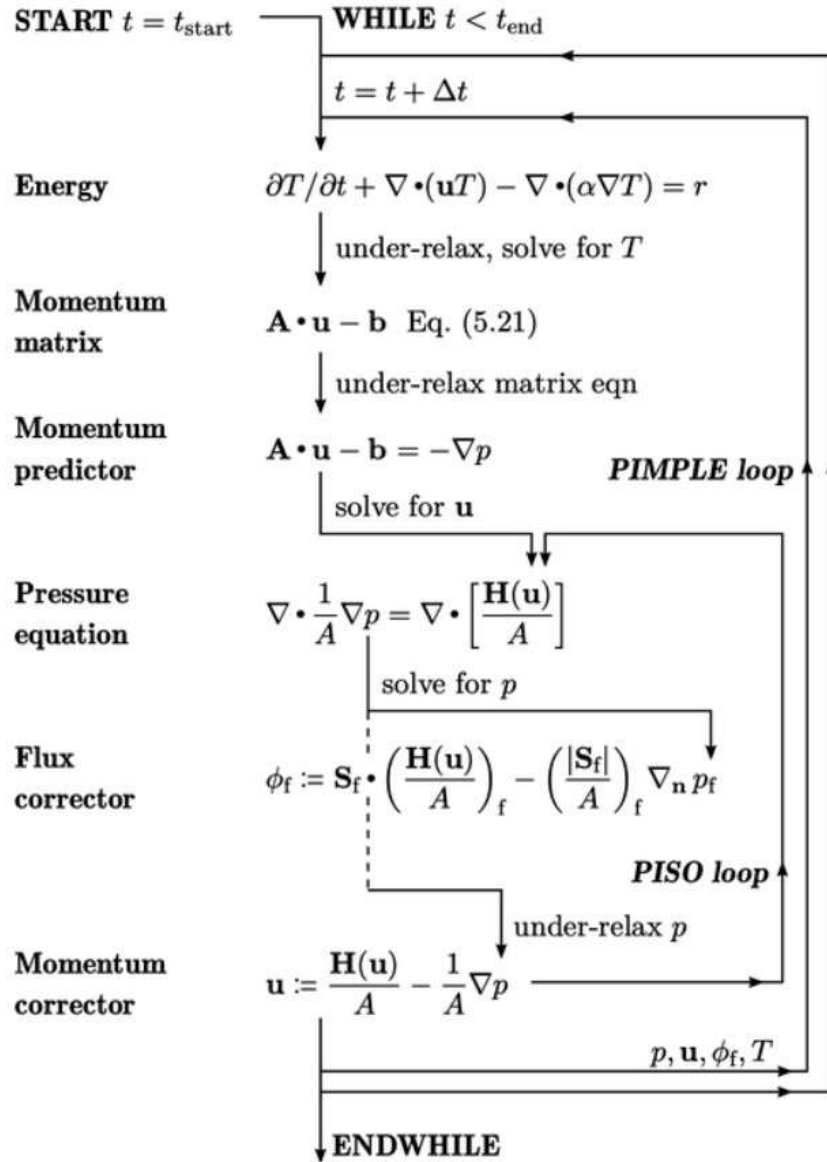
#### 2. Equação de balanço de quantidade de movimento linear e definição de $\mathbf{A}$ , $\mathbf{b}$ e $\mathbf{H}(\mathbf{u})$

Uma vez realizada a discretização por volumes finitos, a equação de quantidade de movimento linear incompressível pode ser escrita, em forma compacta, como mostra a Eq. 4.8.

$$\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b} = -\nabla p \quad (4.8)$$

Na Eq. 4.8 o termo  $\mathbf{A}$  é a matriz de coeficientes da equação de momento (diagonal principal e vizinhança) e  $\mathbf{b}$  reúne os termos conhecidos na iteração atual (termos fontes, termos explícitos, entre outros).

Figura 11 – Fluxograma do algoritmo PIMPLE.



Fonte: Greenshields e Weller (2022).

Para simplificar a notação, introduz-se o operador  $\mathbf{H}(\mathbf{u})$  definido pela Eq. 4.9.

$$\mathbf{H}(\mathbf{u}) = -(\mathbf{A}^* \mathbf{u} - \mathbf{b}) \quad (4.9)$$

Na Eq. 4.9 é importante notar que aparece uma matriz  $\mathbf{A}^*$ , essa matriz é uma decomposição de  $\mathbf{A}$  no entanto sem a diagonal principal. Desse modo, a equação de balanço de quantidade de movimento linear assume a forma dada pela Eq. 4.10.

$$\mathbf{A}_d \mathbf{u} = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p \quad (4.10)$$

Na Eq. 4.10 a matriz  $\mathbf{A}_d$  é o que restou após retirar a matriz  $\mathbf{A}^*$ , ou seja, é a matriz somente com a diagonal principal. Nesse contexto,  $\mathbf{H}(\mathbf{u})$  agrega todos os termos da equação de

balanço de quantidade de movimento linear que não envolvem diretamente o gradiente de pressão, avaliados com os campos conhecidos da iteração corrente. Em formulações por volumes finitos, essa quantidade é construída a partir dos fluxos de face e das fontes conhecidas, de forma que apenas a velocidade em cada célula permaneça implícita na matriz  $\mathbf{A_d}$ . Uma importante observação é que na Fig. 11 a matriz  $\mathbf{A_d}$  também é chamada de  $\mathbf{A}$ , no entanto não está em negrito.

### 3. Sub-relaxação da quantidade de movimento linear

Para aumentar a estabilidade numérica, especialmente em problemas fortemente não lineares, aplica-se sub-relaxação ao campo de velocidade. A cada iteração, o incremento calculado para  $\mathbf{u}$  é atenuado por um fator  $\omega_u$ , de modo que a atualização efetiva obedece a

$$\mathbf{u}^{\text{novo}} \leftarrow \mathbf{u}^{\text{antigo}} + \omega_u (\mathbf{u}^{\text{corrigido}} - \mathbf{u}^{\text{antigo}}), \quad (4.11)$$

em que  $\mathbf{u}^{\text{corrigido}}$  é a solução obtida da equação de momento antes da aplicação da sub-relaxação. Quando  $\omega_u = 1$ , não há sub-relaxação; valores  $\omega_u < 1$  amortecem as mudanças em  $\mathbf{u}$ , aumentando a robustez às custas de mais iterações.

### 4. Preditor de quantidade de movimento linear (início do laço PIMPLE)

Fixando um campo de pressão provisório  $p^*$ , resolve-se a equação de predição de velocidade conforme Eq. 4.12.

$$\mathbf{A} \mathbf{u}^* = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p^*, \quad (4.12)$$

Obtendo-se a velocidade predita  $\mathbf{u}^*$ .

Essa velocidade geralmente não respeita  $\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0$ , o que motiva as etapas subsequentes de correção de pressão e fluxos dentro do laço PIMPLE.

### 5. Construção da equação de pressão

A partir da forma discretizada da equação de quantidade de movimento dada pela Eq. 4.10, pode-se escrever a velocidade em função do gradiente de pressão como mostra a Eq. 4.13 (GREENSHIELDS; WELLER, 2022).

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{\mathbf{A_d}} - \frac{1}{\mathbf{A_d}} \nabla p \quad (4.13)$$

Substituindo essa expressão na equação de continuidade incompressível,  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ , obtém-se uma equação de Poisson para a pressão:

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\mathbf{A_d}} \nabla p \right) = \nabla \cdot \left( \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{\mathbf{A_d}} \right), \quad (4.14)$$

que corresponde, ao bloco *pressure equation* da Figura 11. Em formulações por volumes finitos, essa equação é escrita em termos dos fluxos de face e dos coeficientes das células, dando origem à chamada *equação de pressão* utilizada nas correções de pressão e de fluxos dentro do laço PIMPLE.

### 6. Sub-laço tipo PISO: correção de pressão e fluxos

Em cada correção do sub-laço tipo PISO, resolve-se a equação de pressão para obter um campo atualizado  $p$ , o qual é então utilizado para corrigir os fluxos de face. De forma esquemática, pode-se escrever

$$p \leftarrow p + \delta p, \quad (4.15)$$

$$\phi_f \leftarrow \phi_f + \delta \phi_f(\delta p), \quad (4.16)$$

em que  $\delta p$  representa o incremento de pressão obtido na solução da equação de pressão e  $\delta \phi_f(\delta p)$  é a correção correspondente nos fluxos volumétricos (ou de massa) em cada face, em função do novo gradiente de pressão. Esse processo de “resolver a equação de pressão  $\rightarrow$  corrigir pressão e fluxos” é repetido algumas vezes dentro do sub-laço PISO, reduzindo progressivamente o erro de divergência em cada passo de tempo.

### 7. Correção final da quantidade de movimento linear com $\mathbf{H}(\mathbf{u})$

Com os fluxos e a pressão atualizados, a velocidade é atualizada conforme Eq. (4.17):

$$\mathbf{u}^{\text{novo}} = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{\mathbf{A}_d} - \frac{1}{\mathbf{A}_d} \nabla p^{\text{novo}}, \quad (4.17)$$

Onde  $\mathbf{H}(\mathbf{u})/\mathbf{A}_d$  representa, de maneira simbólica, a contribuição de todos os termos não relacionados ao gradiente de pressão (advecção, difusão e fontes), divididos pelos coeficientes de  $\mathbf{A}_d$ . Na prática, essa operação é realizada célula a célula usando os coeficientes já montados na etapa da quantidade de movimento linear.

### 8. Convergência do laço PIMPLE e avanço no tempo

Ao final de cada iteração PIMPLE avaliam-se critérios internos de convergência, como a redução dos resíduos das equações ou a variação relativa dos campos entre iterações sucessivas. Se os critérios não forem atendidos, o laço PIMPLE se repete: retorna-se à etapa de predição da quantidade de movimento linear usando os campos já atualizados de  $p$ ,  $\mathbf{u}$  e  $\phi_f$ . Quando a convergência interna é alcançada, os campos para  $t^{n+1}$  são aceitos e o laço de tempo avança para o próximo passo.

Em resumo,  $\mathbf{H}(\mathbf{u})$  deve ser entendido como o operador que agrega todos os termos conhecidos da equação de quantidade de movimento linear em uma dada iteração, enquanto a matriz  $\mathbf{A}$  fornece os coeficientes implícitos dessa equação, a matriz posteriormente é separada em duas, uma contendo os termos da diagonal principal e a outra os demais termos. A sub-relaxação atua diretamente sobre as atualizações dos campos  $\mathbf{u}$  e  $p$ , limitando cada incremento a uma fração controlada do valor corrigido, o que aumenta a robustez do acoplamento pressão-velocidade em simulações transientes ou fortemente não lineares.



## MODELO NUMÉRICO-COMPUTACIONAL

---

### 5.1 Sistemas lineares provenientes da discretização

A discretização das equações de balanço, com as quais é possível modelar o problema pelo método dos volumes finitos conduz, para cada variável escalar ou vetorial, a um sistema linear da forma

$$\mathbf{A} \boldsymbol{\phi} = \mathbf{b}, \quad (5.1)$$

em que  $\mathbf{A}$  é uma matriz esparsa resultante da discretização dos termos advectivos, difusivos e, quando aplicável, dos termos transientes,  $\boldsymbol{\phi}$  é o vetor de incógnitas (por exemplo,  $p$ , um componente de velocidade  $\mathbf{U}$  (também chamado de  $\vec{V}$ ,  $k$  ou  $\varepsilon$ ) e  $\mathbf{b}$  é o vetor de termos fonte conhecidos (FERZIGER; PERIĆ, 2002; MOUKALLED; MANGANI; DARWISH, 2016).

No OpenFOAM, esses sistemas são resolvidos iterativamente, utilizando diferentes solvers e *smoothers*, que são recursos do software, de acordo com as propriedades de  $\mathbf{A}$  (simetria, definição positiva, grau de diagonal-dominância) e com o papel físico de cada variável (JASAK, 1996; GREENSHIELDS; WELLER, 2022). A seguir descrevem-se os métodos adotados neste trabalho.

#### 5.1.1 Método multigrid GAMG

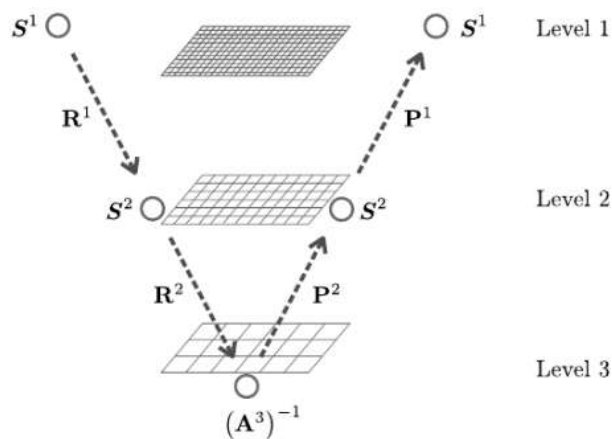
Para a variável pressão, o sistema  $\mathbf{A}_p \mathbf{p} = \mathbf{b}_p$  é resolvido com o solver GAMG (*Geometric-Algebraic MultiGrid*), um método multigrid algebraico implementado no OpenFOAM (GREENSHIELDS; WELLER, 2022). A ideia básica do multigrid é atacar os erros de alta e baixa frequência em escalas de malha diferentes: métodos iterativos clássicos (como Jacobi e Gauss–Seidel) reduzem eficientemente componentes de erro de alta frequência, mas são lentos para erros de baixa frequência (MOUKALLED; MANGANI; DARWISH, 2016). O multigrid constrói uma hierarquia de malhas ou níveis (da malha fina para malhas progressivamente mais grossas), resolvendo o sistema em cada nível e transferindo correções entre eles.

De forma esquemática, um ciclo multigrid aplicado ao sistema  $\mathbf{A}_p \mathbf{p} = \mathbf{b}_p$  pode ser descrito como:

1. aplicar algumas iterações de suavização (*smoothing*) no nível mais fino, reduzindo principalmente os componentes de erro de alta frequência;
2. restringir ( $R^1$ ) o resíduo para um nível de malha mais grosso, transferindo os erros de baixa frequência para esse nível;
3. resolver (ou aproximar) o problema no nível grosso, obtendo uma correção para a solução nesse nível;
4. prolongar ( $P^1$ ) a correção obtida no nível grosso de volta ao nível mais fino, distribuindo-a sobre os graus de liberdade da malha original;
5. aplicar novamente suavização no nível fino, se necessário, para eliminar os erros de alta frequência remanescentes.

A Figura 12 ilustra esse processo em um ciclo em V, em que as operações de restrição ( $R^1, R^2$ ) levam o problema para níveis de malha progressivamente mais grossos e as operações de prolongamento ( $P^2, P^1$ ) trazem de volta as correções para o nível fino.

Figura 12 – Esquema de um ciclo em V multigrid, mostrando os operadores de restrição ( $R^1, R^2$ ) e prolongamento ( $P^2, P^1$ ) entre os diferentes níveis de malha.



Fonte: Verdugo e Wall (2016).

O GAMG constrói essa hierarquia a partir da própria matriz  $\mathbf{A}_p$  por procedimentos puramente algébricos (*algebraic multigrid*), sem exigir informações geométricas explícitas da malha (MOUKALLED; MANGANI; DARWISH, 2016). No presente trabalho, o GAMG foi configurado com suavizador *DICGaussSeidel*, tolerância absoluta de  $10^{-5}$  e tolerância relativa de  $10^{-3}$  para a pressão intermediária ( $p$ ), e tolerância mais rigorosa ( $10^{-6}$ ,  $relTol = 0$ ) para a pressão final ( $p_{Final}$ ), conforme o arquivo *fvSolution*.

### 5.1.2 Smoothers: *DICGaussSeidel* e *symGaussSeidel*

Os *smoothers* são operadores de suavização aplicados dentro dos solvers iterativos para reduzir componentes de erro de alta frequência no resíduo (MOUKALLED; MANGANI; DARWISH, 2016). Neste trabalho foram utilizados:

- **DICGaussSeidel**: combina a decomposição incompleta da matriz (Diagonal Incomplete Cholesky, DIC) com o método de Gauss–Seidel, atuando como pré-condicionador e suavizador eficiente para sistemas simétricos e definidos positivos, como o proveniente da equação de pressão. Esse *smoother* é particularmente adequado quando acoplado ao GAMG.
- **symGaussSeidel**: variação simétrica do método de Gauss–Seidel, em que a varredura nas linhas da matriz é feita em duas direções (frente e ré), o que melhora as propriedades de convergência em relação ao Gauss–Seidel simples, especialmente para matrizes não estritamente simétricas (FERZIGER; PERIĆ, 2002).

A escolha de *DICGaussSeidel* para a pressão e *symGaussSeidel* para as variáveis de quantidade de movimento linear segue recomendações da documentação do OpenFOAM e de estudos de validação em escoamentos incompressíveis (JASAK, 1996; GREENSHIELDS; WELLER, 2022).

### 5.1.3 Solver *smoothSolver*

Para as variáveis de velocidade e turbulência, os sistemas lineares  $\mathbf{A}_\phi \boldsymbol{\phi} = \mathbf{b}_\phi$  são resolvidos com o *smoothSolver*, um solver iterativo genérico que pode empregar esquemas do tipo Gauss–Seidel, gradiente conjugado ou variações destes, sempre associado a um *smoother* adequado (GREENSHIELDS; WELLER, 2022). Nos casos considerados, as matrizes associadas a  $\mathbf{U}$ ,  $k$  e  $\varepsilon$  são tipicamente diagonais-dominantes e menos rígidas que a matriz da pressão, o que torna o *smoothSolver* apropriado e computacionalmente eficiente para essas variáveis.

No arquivo *fvSolution* adotou-se *smoothSolver* com suavizador *symGaussSeidel*, para a solução dos sistemas lineares associados aos campos de velocidade  $\mathbf{U}$ ,  $k$  e  $\varepsilon$ . Nas iterações internas, foram empregadas tolerância absoluta de  $10^{-6}$  e tolerância relativa de  $10^{-1}$ , nas iterações internas, enquanto nas iterações finais (*(U|k|epsilon)Final*) utilizou-se tolerância absoluta de  $10^{-6}$  com *relTol* = 0.

### 5.1.4 Associação solver–variável e critérios de convergência

A Tabela 1 resume a associação entre variáveis, solvers, *smoothers* e critérios de convergência adotados no *fvSolution*.

Tabela 1 – Configuração dos solvers lineares no *fvSolution*.

Variável	Solver	Smoother	Tolerância	relTol
$p$	GAMG	DICGaussSeidel	$10^{-5}$	$10^{-3}$
$p_{Final}$	GAMG	DICGaussSeidel	$10^{-6}$	0
$p_{corr.*}$	GAMG	DICGaussSeidel	$10^{-2}$	0
MeshPhi	smoothSolver	symGaussSeidel	$10^{-2}$	0
$U, k, \varepsilon$	smoothSolver	symGaussSeidel	$10^{-6}$	$10^{-1}$
$U, k, \varepsilon$ (final)	smoothSolver	symGaussSeidel	$10^{-6}$	0

Essa configuração explora a robustez do GAMG para a pressão, a eficiência do *smoothSolver* para as variáveis de quantidade de movimento linear e turbulência e o uso de tolerâncias mais rigorosas nas etapas finais de cada passo de tempo. Na Tabela 1, a coluna *Tolerância* indica o valor absoluto do resíduo alvo para cada sistema linear, enquanto *relTol* especifica o critério de parada relativo, isto é, a fração do resíduo inicial abaixo da qual o solver pode ser interrompido. Valores de *relTol* iguais a zero implicam que o critério de convergência é controlado apenas pela tolerância absoluta, o que é desejável nas soluções finais de cada passo de tempo, em consonância com o esquema de acoplamento PIMPLE discutido na Seção 4.3.

## 5.2 Domínio computacional e malhas

O domínio computacional é composto por duas regiões principais: uma região rotativa, associada ao rotor, e uma região estática em que estão as demais regiões, coletor, distribuidor, entre outras. A região estacionária é discretizada por uma malha estrutural estática, enquanto a região do rotor é discretizada por uma malha rotativa, movimentada ao longo do tempo por meio de um modelo de malha dinâmica (*dynamic mesh*) no OpenFOAM 12. Essas duas regiões são acopladas por interfaces não conformes, nas quais a comunicação de fluxos é tratada por meio de condições de contorno do tipo *nonConformalCyclic*.

### 5.2.1 Geração de geometria e malha no SALOME

A geometria tridimensional do domínio e a geração da malha foram realizadas no *software* SALOME, uma plataforma livre de pré-processamento que permite a criação de modelos CAD, definição de domínios e geração de malhas compatíveis com ferramentas de CFD (SALOME Project, 2024).

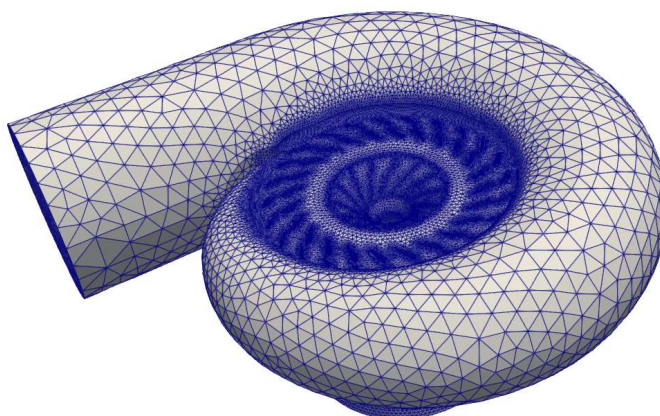
No SALOME, o domínio foi particionado em volumes correspondentes às regiões estacionária (distribuidor e coletor) e rotativa (rotor), definindo-se zonas de malha (*cell zones*) compatíveis com a posterior definição da região rotativa no OpenFOAM. As superfícies que compõem as interfaces entre o rotor e as regiões estacionárias foram explicitamente nomeadas, de forma a serem exportadas como *patches* distintos no arquivo *polyMesh/boundary*, permitindo a posterior associação às condições de contorno *nonConformalCyclic* do OpenFOAM 12.

Além da divisão em regiões estacionária e rotativa, é importante destacar que a malha foi construída predominantemente com elementos tetraédricos no volume e com uma camada de elementos prismáticos nas superfícies próximas às paredes do rotor. Esses prismas são alongados na direção normal às paredes, formando camadas bem finas destinadas a descrever a camada limite turbulenta com maior resolução e a manter valores de  $y^+$  em faixa adequada ao modelo de turbulência empregado.

### 5.2.2 Malha estacionária, malha rotativa e interfaces

A malha do domínio estacionário abrange quase que a turbina em sua totalidade, desde a região de entrada até a saída, sendo a única exceção a região do rotor. Essa malha permanece fixa durante toda a simulação, e será nela que grandes parte das condições de contorno são implementadas, a Fig. 13

Figura 13 – Malha da turbina, visualização no Paraview.

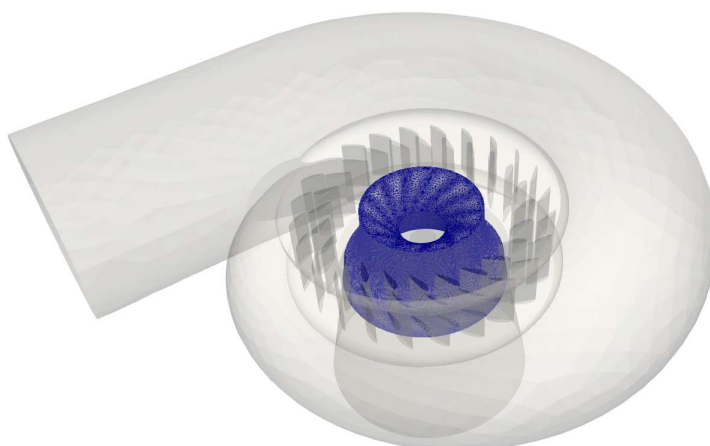


Fonte: Elaborada pelo autor.

A região em que compreendida pelo rotor é uma malha dinâmica com rotação imposta. Para melhor captar os efeitos da turbina foi feita implementação dessa condição, por meio de um recurso do software chamado de *dynamicMeshDict*. Uma representação gráfica da malha dessa região pode ser visualizada na Fig. 14.

Por fim outra região que vale destacar é a região de interface entre ambas as malhas, essa região é definida em duas regiões uma na entrada do rotor e outra na saída, cada uma delas é compostas por duas faces coincidentes as quais são posteriormente associados a condições de contorno não conformes do tipo *nonConformalCyclic*. Dessa forma, mesmo que as malhas das duas regiões não possuam coincidência nodal nas superfícies de contato, é possível garantir a transferência consistente de fluxos de massa, de quantidade de movimento e de energia entre

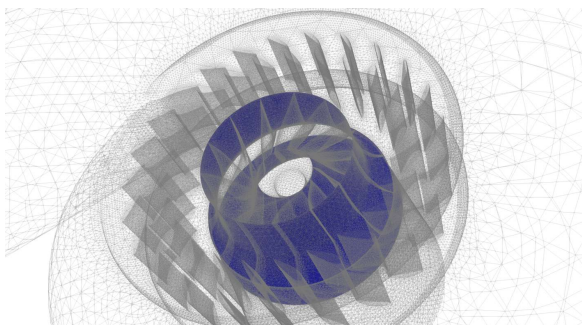
Figura 14 – Malha do rotor, visualização no Paraview.



Fonte: Elaborada pelo autor.

elas. Uma representação dessa região pode ser vista na Fig. 15, que mostra a vista geral e um detalhe ampliado da interface.

Figura 15 – Região de interface entre as malhas: vista geral (a) e interface isolada (b).



(a) Vista geral da região de interface.



(b) Interface destacada em detalhe.

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.2.3 Malha dinâmica e interfaces não conformes no OpenFOAM 12

A movimentação da malha na região do rotor foi implementada por meio do mecanismo de malha dinâmica do OpenFOAM 12, configurado no arquivo `constant/dynamicMeshDict`.

Nesse dicionário, se é definido algumas condições, a opção *motionSolver solidBody* indica que a zona de células escolhidas, que no caso irá contemplar a região onde se localiza o

rotor, se movimenta como um corpo rígido, de acordo com uma outra função, a *rotatingMotion*. O eixo de rotação é definido pelo vetor *axis* (0 1 0) e o ponto de origem pelo vetor *origin* (0 0 0), indicando basicamente que o rotor gira na direção y em torno do seu eixo central. A velocidade angular é especificada por meio de uma tabela *omega*, permitindo prescrever, em função do tempo, a rotação da região do rotor, que para esse caso foi de 90 RPM, é válido destacar que na montagem de caso ao inserir esse parâmetro na função ele deve ser colocado em rad/s.

A conexão entre a malha móvel do rotor e a malha estacionária do distribuidor e do coletor é realizada por meio de *patches* do tipo *nonConformalCyclic*, definidos no arquivo *constant/polyMesh/boundary*. Por exemplo, os trechos:

```
nonConformalCyclic_on_rotor_inlet
{
    type                nonConformalCyclic;
    neighbourPatch      nonConformalCyclic_on_distr_outlet;
    originalPatch       rotor_inlet;
    matchTolerance      0.0001;
}

nonConformalCyclic_on_distr_outlet
{
    type                nonConformalCyclic;
    neighbourPatch      nonConformalCyclic_on_rotor_inlet;
    originalPatch       distr_outlet;
    matchTolerance      0.0001;
}
```

indicam que os *patches* originais *rotor\_inlet* e *distr\_outlet* formam um par de interface não conforme. A opção *matchTolerance* controla a tolerância geométrica empregada pelo OpenFOAM para associar as faces de um lado às faces do lado oposto da interface.

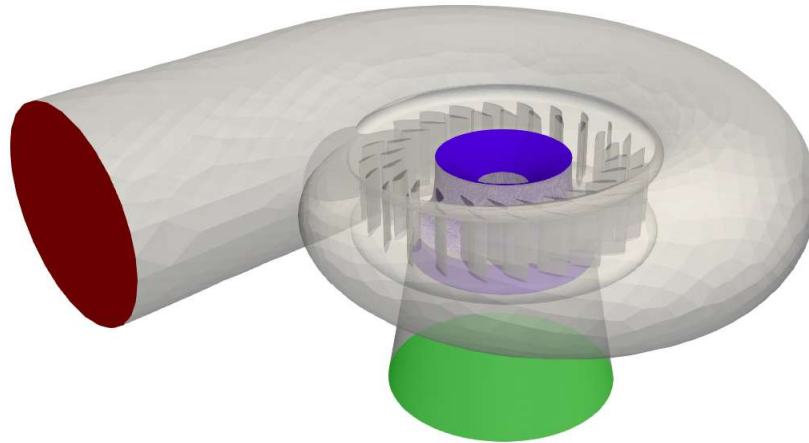
De forma semelhante, são definidas interfaces não conformes entre *rotor\_outlet* e *inlet\_outlet\_region*. A presença dos *patches* auxiliares do tipo *nonConformalError* permite ao OpenFOAM registrar eventuais inconsistências na montagem dessas interfaces durante o pré-processamento.

A combinação do movimento de corpo rígido da zona *rotorZone* com o tratamento de interfaces não conformes via *nonConformalCyclic* permite representar, de forma consistente, o escoamento através da interface entre a região estacionária (distribuidor/coletor) e a região rotativa (rotor), sem a necessidade de reconstrução da malha a cada passo de tempo.

### 5.3 Condições de Contorno

As condições de contorno exercem papel fundamental na correta modelagem computacional do problema físico. A Figura 16 apresenta as principais regiões do domínio onde foram impostas as condições de entrada, saída e interfaces entre as regiões estacionária e rotativa.

Figura 16 – Regiões de entrada, saída e interface, visualização no Paraview.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na região de entrada (destacada em vermelho na Figura 16) é imposta uma vazão volumétrica de água de  $Q = 483 \text{ m}^3/\text{s}$ . No OpenFOAM, essa condição é implementada por meio de uma condição de contorno no campo de velocidade, equivalente à prescrição de um perfil uniforme ao longo de toda a seção de entrada, resultando em uma velocidade média de aproximadamente  $u_{\text{in}} = 8,78 \text{ m/s}$ . Para a pressão cinemática, a condição de contorno adotada é de gradiente nulo, ou seja,  $\nabla p = 0$  nessa superfície, permitindo que o campo de pressão seja determinado pelo escoamento interno e pela condição de saída. Os termos do modelo de turbulência  $k$  e  $\varepsilon$  são prescritos como valores fixos iguais ao campo interno (valor da célula adjacente), enquanto a viscosidade turbulenta cinemática  $\nu_t$  é do tipo *calculated*, ou seja, não é imposta como condição de contorno, sendo determinada pelo modelo de fechamento turbulento, com valor inicial nulo.

Na região de saída (em verde na Figura 16) a pressão é especificada como valor fixo de referência,  $p = 0$ , representando a descarga livre para algum reservatório. Para a velocidade, adota-se uma condição do tipo *inletOutlet*, que se comporta como condição gradiente nulo quando o escoamento é dirigido para fora do domínio e como condição de entrada com valor zero em caso de eventual recirculação. As variáveis de turbulência  $k$  e  $\varepsilon$  utilizam também condições do tipo *inletOutlet*, tomando o valor interno como referência, enquanto  $\nu_t$  é tratada como *calculated* na saída.



As regiões em azul na Figura 16 correspondem às interfaces entre a malha estacionária (distribuidor/coletor) e a malha rotativa (rotor). Do ponto de vista dos campos de pressão, de velocidade e variáveis de turbulência, essas superfícies são modeladas com condição de gradiente nulo ( $\nabla p = 0$ ,  $\nabla \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} = 0$ ,  $\nabla k \cdot \mathbf{n} = 0$ ,  $\nabla \varepsilon \cdot \mathbf{n} = 0$  e  $\nabla v_t \cdot \mathbf{n} = 0$ ). O acoplamento geométrico e de fluxos através dessas interfaces é realizado pelas condições não conformes do tipo `nonConformalCyclic`, definidas na malha, de forma que a transferência de massa, quantidade de movimento e energia entre as regiões estacionária e rotativa seja tratada pelo próprio esquema de interpolação da interface, sem impor valores adicionais nos campos.

As superfícies sólidas que formam as paredes do distribuidor, do coletor e das pás do rotor são tratadas com condição de não deslizamento para a velocidade, o que implica  $\mathbf{U} = \mathbf{0}$  nas paredes estacionárias e velocidade igual à velocidade local da parede nas regiões em movimento, modeladas por condições consistentes com o movimento de corpo rígido imposto à malha. Para a pressão, adota-se gradiente nulo em todas as paredes, o que é compatível com a condição de impermeabilidade. No que diz respeito às variáveis de turbulência, utilizam-se funções de parede padrão do modelo  $k$ - $\varepsilon$ : `kqRWallFunction` para  $k$ , `epsilonWallFunction` para  $\varepsilon$  e `nutkWallFunction` para  $v_t$ , permitindo representar o comportamento da camada limite turbulenta junto às paredes sem necessidade de resolver explicitamente a subcamada viscosa.

De forma a sintetizar as condições de contorno adotadas para cada região do domínio e para cada variável resolvida, apresenta-se a Tabela 2. Nela são reunidos, de maneira compacta, os tipos de condição impostos para a pressão, a velocidade, as variáveis de turbulência  $k$  e  $\varepsilon$  e a viscosidade turbulenta cinemática  $v_t$  nas superfícies de entrada, saída, interfaces entre região estacionária e rotativa e paredes. Essa organização facilita a visualização conjunta do modelo de contorno empregado e sua relação com a física do escoamento na turbina.

Tabela 2 – Condições de contorno por região e variável.

Região	$p$ (cin.)	$\mathbf{U}$	$k$ , $\varepsilon$	$v_t$
Entrada	grad. nulo	vazão volum.	valor fixo (= interno)	calculated (=0)
Saída	fixo $p = 0$	inletOutlet	inletOutlet (= interno)	calculated
Interfaces	grad. nulo	grad. nulo	grad. nulo	grad. nulo
Paredes fixas	grad. nulo	no-slip	funções de parede	nutkWallFunction
Paredes rotativas	grad. nulo	vel. da parede	funções de parede	nutkWallFunction

---

## RESULTADOS

---

Tendo então feito as simulações com as condições de contorno citadas e adotando os métodos de discretização, de resolução de sistemas lineares citados acima, foram obtidos importantes resultados à respeito do campo de pressão e velocidade, o que permitiu uma importante análise detalhada do escoamento na turbina Francis. A partir dos resultados foram então realizados dois cálculos a fim de estimar a potência no eixo: um baseado na Primeira Lei da Termodinâmica e outro utilizando a biblioteca *forces*, função nativa do OpenFOAM.

### 6.1 Campos de Pressão e de Velocidade

Antes de partir para o cálculo da potência é válida a análise dos campos de pressão e de velocidade a fim de verificar se o escoamento apresenta comportamento coerente com o esperado para turbinas Francis.

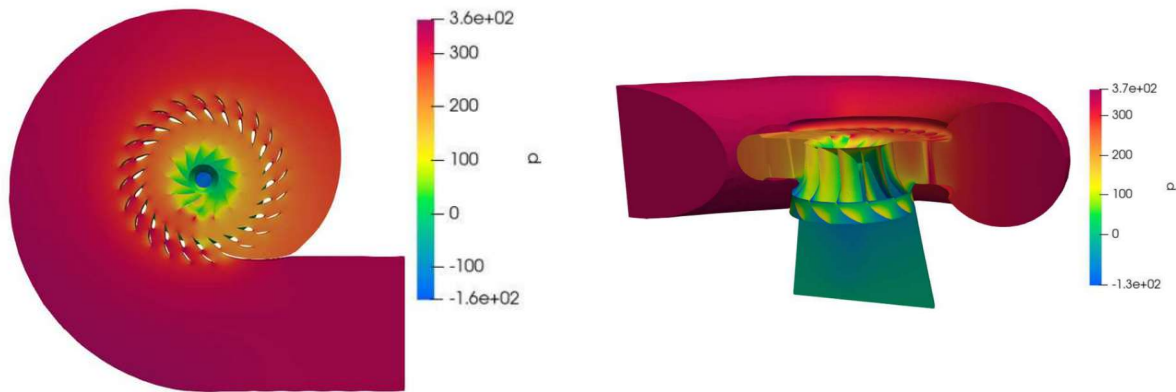
A princípio pode-se visualizar o comportamento do campo de pressão, a Fig. 17 ilustra a distribuição da pressão ao longo do domínio da turbina.

Observa-se uma região de baixa pressão na vizinhança do rotor, bem como uma redução global de pressão entre a região de entrada e a região de saída, associada à perda de carga ao longo da máquina. Esse comportamento é coerente com resultados numéricos reportados na literatura para turbinas Francis operando próximas ao ponto de projeto (STOESSEL, 2014) como ilustrado na Fig. 18.

Dessa forma, pode-se dizer que qualitativamente, no que diz respeito ao campo de pressão, a turbina está comportando conforme o esperado.

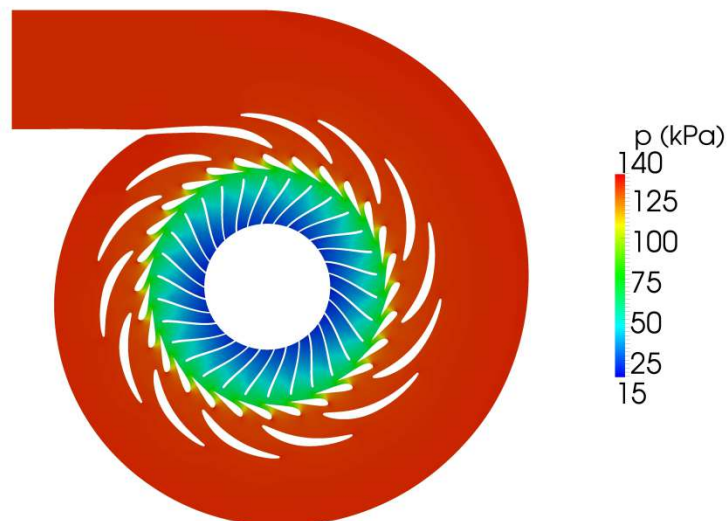
Para a velocidade espera-se que o fluido acelere até chegar a região do rotor e logo em seguida reduza sua velocidade. É possível a verificação desse comportamento na Fig. 19, que mostra o módulo da velocidade em planos de corte representativos.

Figura 17 – Distribuição da pressão ao longo da vista em corte.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 18 – Distribuição de pressão na turbina.



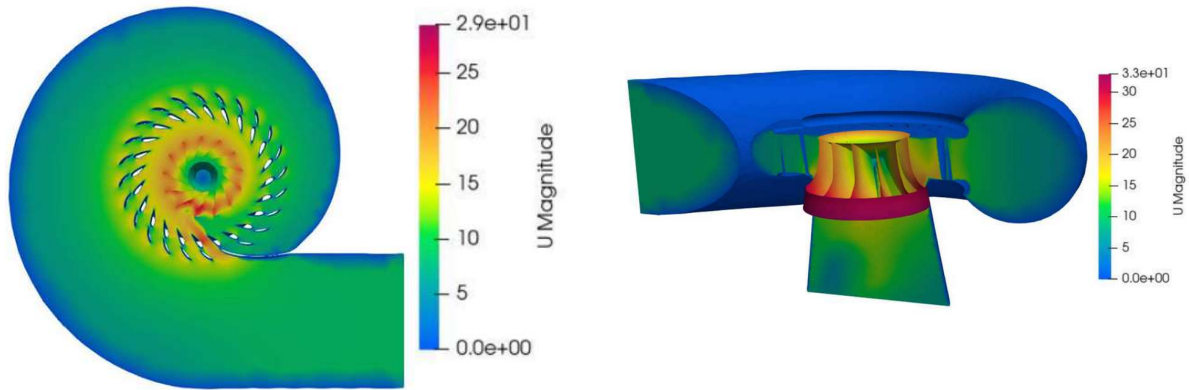
Fonte: Stoessel (2014).

Além da análise qualitativa dos campos, foram extraídos, por meio de utilitários do OpenFOAM, valores médios de pressão e de módulo de velocidade nas seções de entrada e saída da turbina. Os resultados obtidos foram:

- Entrada:  $p/\rho = 343,96 \text{ m}^2/\text{s}^2$  e  $V_{\text{méd}} = 8,78 \text{ m/s}$ ;
- Saída:  $p/\rho = 0 \text{ m}^2/\text{s}^2$  e  $V_{\text{méd}} = 7,65 \text{ m/s}$ .

Esses valores serão utilizados, na seção seguinte, para o cálculo da diferença de carga total entre entrada e saída e, consequentemente, para a estimativa da potência hidráulica pela Primeira Lei da Termodinâmica.

Figura 19 – Distribuição da velocidade ao longo da vista em corte.



Fonte: Elaborada pelo autor.

## 6.2 Cálculo da Potência pela 1ª Lei da Termodinâmica

No solver utilizado, que é destinado a escoamentos incompressíveis, permite trabalhar fazendo uso de uma pressão modificada, que é também normalizada pela massa específica. E dessa forma, no intuito de se obter a pressão normal, faz-se necessário adicionar a ela a altura de coluna de água dessa forma, a pressão na saída é dada então pela Eq. 6.1.

$$\frac{p_2}{\rho} = p_{\text{saída}} + gh = 0 + 9,81 \cdot 8,344 = 81,85 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad (6.1)$$

Tendo isso em vista, foi feito o cálculo da potência, ou seja o trabalho que o sistema irá exercer. A 1ª Lei da Termodinâmica para um volume de controle é dada pela Eq. 6.2.

$$\delta E = \delta Q - \delta W \quad (6.2)$$

Ou seja a variação da energia é um resultado da diferença entre a troca de energia na forma de calor e de trabalho. A variação da energia pode ser descrita pela Eq. 6.3

$$e_2 - e_1 = h_2 - h_1 + \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} + gZ_2 - gZ_1 \quad (6.3)$$

Note que os índices 1 e 2 indicam entrada e saída, respectivamente. Além disso, a entalpia pode ser escrita por meio da Eq. 6.4.

$$h = u + \frac{p}{\rho} \quad (6.4)$$

Dado que o sistema é isotérmico, pode-se então dizer que  $u_1 \approx u_2$ , uma vez que a energia interna varia mais sensivelmente com a variação da pressão. Dessa forma, chega-se a Eq. 6.5

$$e_2 - e_1 = \left(u_2 + \frac{p_2}{\rho}\right) - \left(u_1 + \frac{p_1}{\rho}\right) + \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} + gZ_2 - gZ_1 = \delta Q - \delta W \quad (6.5)$$

Adotando a simplificação da energia interna proposta e sabendo que o sistema é adiabático, ou seja,  $\delta Q = 0$ , a Eq. 6.5 pode ser simplificada novamente, resultando na Eq. 6.6.

$$\frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} + gZ_2 - gZ_1 = -\delta W \quad (6.6)$$

Dessa forma, obterá-se-a o trabalho exercido pela turbina, fazendo o produto pela vazão mássica obtém-se a potência, assim chega-se a Eq. 6.7.

$$\dot{W} = -\dot{m} \left( \frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} + gZ_2 - gZ_1 \right) \quad (6.7)$$

Substituindo-se na Eq. (6.7) os valores médios de pressão e velocidade obtidos nas seções de entrada e saída, bem como as cotas geométricas consideradas para o escoamento, resulta em uma potência no eixo de aproximadamente  $\dot{W} = 170,61$  MW, valor que será comparado, na seção seguinte, com a potência estimada por meio da biblioteca *forces* do OpenFOAM.

### 6.2.1 Cálculo da potência por meio do recurso Forces

Uma vez feita via 1ª Lei da Termodinâmica, partiu-se para utilização do recursos Forces, uma biblioteca do OpenFOAM, que realiza o cálculo do somatório das forças aplicadas a uma face, bem como o momento realizado em torno de um eixo, dessa forma permitindo que se estimasse a potência.

### 6.2.2 Funcionamento da função forces do OpenFOAM

A função *forces* do OpenFOAM calcula as forças e momentos aplicados pelo escoamento sobre uma superfície definida pelo usuário. O cálculo é feito pela integração das contribuições de pressão e tensões viscosas sobre todas as faces do *patch* especificado.

#### 6.2.2.1 Forças de pressão e viscosas.

A força total  $\mathbf{F}$  sobre uma superfície  $S$  é dada por:

$$\mathbf{F} = \int_S (-p \mathbf{n} + \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}) dS, \quad (6.8)$$

onde  $p$  é a pressão,  $\mathbf{n}$  é a normal unitária da superfície, e  $\boldsymbol{\tau}$  é o tensor de tensões viscosas.

Para um fluido newtoniano, o tensor viscoso é:

$$\boldsymbol{\tau} = \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T), \quad (6.9)$$

sendo  $\mu$  a viscosidade dinâmica e  $\mathbf{u}$  o campo de velocidades.

Assim, as forças são divididas em:

$$\mathbf{F}_p = - \int_S p \mathbf{n} dS, \quad (6.10)$$

$$\mathbf{F}_v = \int_S (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}) dS, \quad (6.11)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_v. \quad (6.12)$$

#### 6.2.2.2 Forma discreta usada pelo OpenFOAM.

Como o método é baseado em volumes finitos, as integrais são aproximadas por somas sobre as faces  $f$  do *patch*:

$$\mathbf{F}_p \approx - \sum_f p_f \mathbf{n}_f A_f, \quad (6.13)$$

$$\mathbf{F}_v \approx \sum_f (\boldsymbol{\tau}_f \cdot \mathbf{n}_f) A_f, \quad (6.14)$$

$$\mathbf{F} \approx \sum_f [-p_f \mathbf{n}_f + (\boldsymbol{\tau}_f \cdot \mathbf{n}_f)] A_f. \quad (6.15)$$

#### 6.2.2.3 Momento calculado pelo forces.

O momento em relação a um ponto de referência  $\mathbf{r}_0$  (CofR) é:

$$\mathbf{M} = \int_S (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \times (-p \mathbf{n} + \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}) dS. \quad (6.16)$$

Na forma discreta:

$$\mathbf{M} \approx \sum_f (\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_0) \times [-p_f \mathbf{n}_f + (\boldsymbol{\tau}_f \cdot \mathbf{n}_f)] A_f. \quad (6.17)$$

#### 6.2.2.4 Resumo do funcionamento.

Em síntese, o forces:

- lê os campos de pressão  $p$  e velocidade  $\mathbf{u}$ ;
- interpola esses valores para as faces do *patch*;
- calcula pressão e tensões viscosas em cada face;
- integra numericamente as contribuições para obter  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{M}$ .

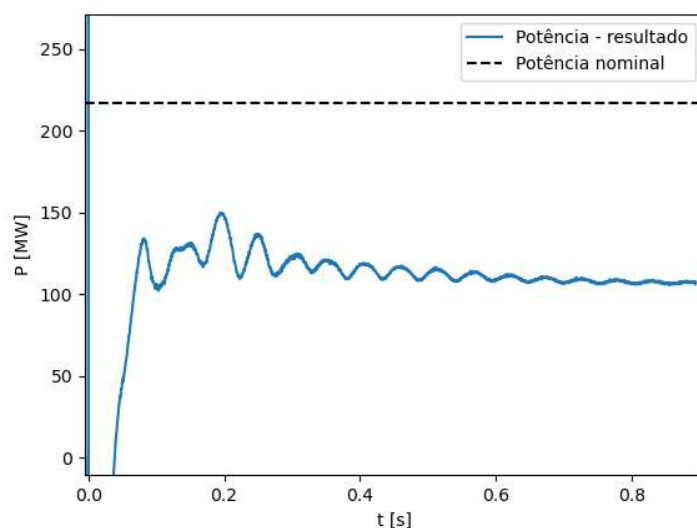
Esse cálculo permite obter forças, momentos e coeficientes aerodinâmicos diretamente durante a simulação.

Assim, uma vez possuindo os valores de momento, e sabendo a velocidade de rotação imposta pelo rotor, é possível estimar a potência por meio da Eq. 6.18.

$$\dot{W} = \sum M \omega \quad (6.18)$$

Para melhorar ilustra como a potência foi variando até se chegar ao regime permanente foi feito um gráfico já com a potência em MW que pode ser visualizado na Fig. 20.

Figura 20 – Evolução temporal da potência no eixo obtida a partir do momento calculado pela função *forces*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Dessa forma, obteve-se uma potência de cerca de 107 MW.

### 6.3 Análise dos Resultados

Tendo em vista os resultados obtidos nas seções anteriores, observa-se uma discrepância significativa entre a potência de projeto da unidade (212 MW) e os valores calculados computacionalmente: cerca de 170,61 MW pelo balanço de energia (Primeira Lei da Termodinâmica) e aproximadamente 107 MW a partir do momento no rotor calculado pela função *forces*. Nesta seção discutem-se possíveis causas para essas diferenças, à luz das simplificações adotadas no modelo físico e numérico.

Em primeiro lugar, o modelo geométrico utilizado, embora baseado em uma turbina real (UHE Foz do Chapecó), apresenta simplificações em relação à geometria completa da unidade, especialmente em detalhes construtivos do distribuidor, do rotor e do tubo de sucção. Pequenas variações na geometria podem afetar de forma sensível a distribuição de escoamento nos canais entre pás, alterando o campo de pressões e, conseqüentemente, o torque resultante no eixo.

Em segundo lugar, a rotação do rotor foi imposta como condição de contorno (90 rpm), em vez de resultar de um acoplamento dinâmico entre torque hidráulico e carga mecânica do gerador. Isso significa que a potência hidráulica disponível é aquela compatível com a queda de carga efetivamente reproduzida pela simulação, que por sua vez depende das condições de

contorno de pressão e velocidade adotadas. Qualquer desvio entre essas condições e os valores reais de operação da unidade implica uma diferença direta na potência obtida.

Outro fator relevante é a modelagem da turbulência. O uso do modelo URANS  $k-\varepsilon$  padrão, embora amplamente empregado em aplicações de engenharia, representa a turbulência de forma média e pode não capturar adequadamente estruturas tridimensionais complexas presentes no escoamento de turbinas Francis, especialmente em regiões de forte curvatura e no tubo de sucção. Isso afeta a previsão das perdas por mistura e, em última instância, o balanço de energia entre entrada e saída.

Adicionalmente, diferenças entre os dois métodos de estimação de potência devem ser destacadas. O valor de 170,61 MW, obtido pela Primeira Lei, baseia-se em médias de pressão e velocidade em seções bem definidas de entrada e saída, representando uma estimativa global da potência hidráulica transferida ao escoamento. Já o valor de 107 MW resulta da integração local das forças de pressão e viscosas sobre as superfícies do rotor, fornecendo diretamente o torque mecânico no eixo.

Por fim, é importante ressaltar que, apesar das discrepâncias em relação à potência de projeto, os campos de pressão e velocidade obtidos apresentam comportamento qualitativamente compatível com resultados de referência da literatura para turbinas Francis, indicando que o escoamento global foi representado de forma coerente. Dessa forma, os valores de potência estimados devem ser interpretados como uma aproximação sujeita às simplificações de geometria, condições de contorno e modelagem numérica adotadas, e não como uma reprodução exata do desempenho da unidade real. Mas ainda se há espaço para aprimoramento através de estudos de refinamento de malha, testes com outros modelos de turbulência (uma alternativa seria o modelo  $k-\omega SST$ ), além de uso de outros esquemas, por exemplo, foi usado o upwind para este trabalho, poderia se aumentar a ordem desse método visando melhorias nos resultados.



---

## CONCLUSÃO

---

O presente trabalho teve como objetivo investigar o escoamento incompressível turbulento em uma turbina Francis de geometria real, associada à UHE Foz do Chapecó, utilizando o software OpenFOAM, e avaliar diferentes formas de estimar a potência entregue ao eixo a partir dos resultados numéricos. Para isso, foi desenvolvido um modelo físico representativo da turbina, formulado o modelo matemático-diferencial com base nas equações de Navier-Stokes em sua forma URANS com modelo de turbulência  $k-\epsilon$ , e implementado o modelo numérico-computacional via método dos volumes finitos.

A análise qualitativa dos campos de pressão e velocidade mostrou que o escoamento obtido é coerente com o comportamento esperado para turbinas Francis operando próximas ao ponto de projeto, apresentando aceleração do escoamento na região do rotor, recuperação de pressão no tubo de sucção e distribuições de pressão consistentes com resultados de referência da literatura. Esse fato indica que, apesar das simplificações adotadas, o modelo numérico foi capaz de reproduzir de forma plausível as principais características hidráulicas da máquina.

Do ponto de vista quantitativo, foram avaliadas duas abordagens para estimativa da potência. A partir da Primeira Lei da Termodinâmica, usando médias de pressão e velocidade nas seções de entrada e saída, obteve-se uma potência da ordem de 170,61 MW. Já por meio da integração do momento no rotor utilizando a função *forces*, a potência estimada foi de aproximadamente 107 MW. Ambos os valores ficaram abaixo da potência nominal de projeto da unidade (212 MW), refletindo as limitações inerentes à representação geométrica, às condições de contorno e ao modelo de turbulência empregados.

As principais fontes prováveis dessa discrepância incluem: simplificações na geometria do domínio em relação à máquina real; imposição da rotação do rotor em vez de um acoplamento dinâmico com a carga do gerador; incertezas nas condições de contorno de pressão e vazão; e limitações do modelo URANS  $k-\epsilon$  na captura de estruturas tridimensionais e perdas locais complexas, especialmente no tubo de sucção. Ainda assim, o estudo cumpriu o objetivo de

demonstrar a aplicação de CFD em turbinas Francis e de comparar metodologias distintas de cálculo de potência a partir de resultados numéricos.

Como perspectivas para trabalhos futuros, sugerem-se: o refinamento da geometria do modelo, aproximando-a ainda mais da turbina real; a realização de uma interação fluido-estrutura, a fim de eliminar a necessidade de imposição da rotação; a adoção de modelos de turbulência mais avançados (como SST  $k-\omega$  ou abordagens híbridas RANS–LES); e a calibração das condições de contorno com base em dados operacionais ou experimentais da unidade. Tais aprimoramentos tendem a reduzir as incertezas na estimativa de potência e a tornar a simulação numérica uma ferramenta ainda mais confiável para análise e otimização de turbinas hidráulicas.

## REFERÊNCIAS

---

ASAFF, Y. E.; OLIVEIRA, L. G. d.; NEGRI, V. J. D. Applicability of servo-pneumatic positioning systems for high loads. In: **Bath/ASME Symposium on Fluid Power and Motion Control (FPMC'08)**. Bath, UK: University of Bath, 2008. p. 219–232. 10–12 September 2008. Citado nas páginas 9 e 19.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. **Balanco Energético Nacional 2025: ano base 2024**. Rio de Janeiro: EPE, 2025. Citado nas páginas 15 e 16.

FERZIGER, J. H.; PERIĆ, M. **Computational Methods for Fluid Dynamics**. 3rd. ed. Berlin: Springer, 2002. ISBN 978-3-540-42074-3. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-3-642-56026-2>>. Citado nas páginas 19, 34, 35, 36, 40 e 42.

FORTUNA, A. de O. **Técnicas computacionais para a Dinâmica dos FLuidos**. [S.l.]: Editora da Universidade de São Paulo, 2012. Citado nas páginas 34 e 35.

GANDHI, B. K. **Hydraulic Turbines: Design, Erosion and Cavitation**. [S.l.]: CRC Press, 2014. Citado na página 18.

GREENSHIELDS, C.; WELLER, H. **Notes on Computational Fluid Dynamics: General Principles**. Reading, UK: CFD Direct Ltd, 2022. Citado nas páginas 35, 36, 37, 38, 40 e 42.

JASAK, H. **Error Analysis and Estimation for the Finite Volume Method with Applications to Fluid Flows**. Tese (Doutorado) — Imperial College London, 1996. Citado nas páginas 35, 36, 40 e 42.

MALISKA, C. R. **Fundamentals of Computational Fluid Dynamics**. [S.l.]: Springer, 2023. Citado nas páginas 29 e 31.

MIRANDA, L. P. B. **SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS VISCOPLÁSTICOS COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR ATRAVÉS DO SOFTWARE OPENFOAM**. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019. Citado nas páginas 32 e 35.

MOUKALLED, F.; MANGANI, L.; DARWISH, M. **The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab**. [S.l.]: Springer International Publishing, 2016. v. 113. (Fluid Mechanics and Its Applications, v. 113). ISBN 978-3-319-16874-6. Citado nas páginas 40, 41 e 42.

NECHLEBA, V. M. D. C. **Hydraulic Turbines: Their Design and Equipment**. [S.l.]: Constable & Company, 1957. Citado nas páginas 17 e 18.

OpenFOAM Foundation. **OpenFOAM v12 User Guide**. London, 2024. Acesso em: 29 out. 2025. Disponível em: <<https://www.openfoam.com/documentation/user-guide>>. Citado nas páginas 31 e 32.

PORIYAAN. **Impulse Turbine: Pelton Wheel (or) Pelton Turbine**. 2021. *Material didático de Mecânica*. Acesso em: 07 dez. 2025. Disponível em: <<https://mech.poriyaan.in/topic/impulse-turbine--pelton-wheel--or--pelton-turbine-30992/>>. Citado na página 17.

REHMAN, W. u.; KHAN, F. U. Modeling and simulation of kaplan turbine. **International Journal of Scientific & Engineering Research**, v. 10, n. 9, p. 1–8, 2019. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/335892608\\_Modeling\\_and\\_Simulation\\_of\\_Kaplan\\_Turbine](https://www.researchgate.net/publication/335892608_Modeling_and_Simulation_of_Kaplan_Turbine)>. Citado na página 18.

SALOME Project. **SALOME Platform: Open-Source Integration Platform for Numerical Simulation**. 2024. <<https://www.salome-platform.org/>>. Acesso em: 8 dez. 2025. Citado na página 43.

SARAVANAMUTTOO, H. I. H.; ROGERS, G. F. C.; COHEN, H. **Gas Turbine Theory**. 6. ed. [S.l.]: Pearson, 2009. Citado na página 17.

SILVA, M. R. da; COSTA, J. A. Investigação da correlação entre os dados do ena para a produção de energia brasileira como fator relevante de análise da crise hídrica. **Revista ANAP Brasil**, 2021. Acesso em: 07 dez. 2025. Disponível em: <<https://zenodo.org/record/5759697/files/v.1,%20n.7,%202021-87-106.pdf>>. Citado nas páginas 15 e 16.

SILVA, R. F. A. da; OLIVEIRA, R. R. de. Matriz elétrica brasileira: uma análise na distribuição de geração da matriz elétrica. **Boletim do Instituto Federal Fluminense**, 2020. Acesso em: 07 dez. 2025. Disponível em: <<http://essentiaeditora.iff.edu.br/index.php/boletim/article/view/15538>>. Citado na página 15.

SILVEIRA-NETO, A. d. **Escoamentos turbulentos: análise física e modelagem teórica**. [S.l.]: Composer, 2020. Citado nas páginas 24, 25 e 26.

SOUZA, A. C. A. de; MARTINS, E. M. Estacionariedade das afluências às usinas hidrelétricas brasileiras. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, 2002. Acesso em: 07 dez. 2025. Disponível em: <<https://abr.h.s3.sa-east-1.amazonaws.com/Sumarios/2/381ff22518f217e6c1851429e4d7fdbaf4ff364c1f4d16bd53e0aa350fa27541.pdf>>. Citado na página 15.

SOUZA, C. R.; FERREIRA, M. T. P. Matriz energética elétrica brasileira: considerações sobre as fontes que a compõem em uma noção ampla de sustentabilidade. **Revista Direito da Cidade**, 2015. Acesso em: 07 dez. 2025. Disponível em: <<https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/rdc/article/download/16970/13013>>. Citado nas páginas 15 e 16.

SOUZA, L. F. B. de; ALVES, L. A. M. Análise da sustentabilidade das fontes de geração de energia elétrica no brasil: um estudo comparativo com base em indicadores. **Revista Brasileira de Energia**, 2025. Acesso em: 07 dez. 2025. Disponível em: <<https://sbpe.org.br/index.php/rbe/article/view/938>>. Citado na página 16.

STOESSEL, L. **Numerical simulations of the flow in the Francis-99 turbine: Steady and unsteady simulations at different operating points**. Dissertação (Master's thesis) — Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, May 2014. Citado nas páginas 19, 23, 49 e 50.

TRIVEDI, C.; CERVANTES, M. J.; DAHLHAUG, O. G. Numerical techniques applied to hydraulic turbines: A review of methods for francis and kaplan turbines. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 21, p. 426–446, 2013. Citado na página 23.

VERDUGO, F.; WALL, W. A. Unified computational framework for the efficient solution of n-field coupled problems with monolithic schemes. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 310, p. 335–366, 2016. Citado na página 41.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method**. [S.l.]: Pearson Education Limited, 2007. Citado nas páginas 19, 25, 28, 29, 33, 34 e 35.

WHITE, F. **Mecânica dos Fluidos**. [S.l.]: McGraw-Hill, 2002. Citado nas páginas 23, 24, 25 e 26.