UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA EAD

AMILTON FERREIRA DE JESUS

A MATEMÁTICA DO ANTIGO EGITO

ARAXÁ

2025

AMILTON FERREIRA DE JESUS

A MATEMÁTICA DO ANTIGO EGITO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado Instituto de Matemática e Estatística da UFU - Universidade Federal de Uberlândia como requisito parcial para a obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Mario Henrique de Castro

ARAXÁ
2025

AMILTON FERREIRA DE JESUS

A MATEMÁTICA DO ANTIGO EGITO

Este exemplar correspondente à redação final do trabalho de conclusão de curso submetido à Universidade Federal de Uberlândia, tendo sido aprovado, em 19/12/2024, pela seguinte banca examinadora:

____

Prof. Dr. Douglas Marin

____

Prof. Dr. Juliano Gonçalves Oler

____

Prof. Dr. Mario Henrique de Castro

DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado a Deus, meus Pais e todos os meus amigos que direta ou indiretamente me ajudaram durante esses quatro anos acadêmicos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela minha vida, pela saúde que tem me concedido para enfrentar os desafios ao longo da caminhada, fazendo-me forte mesmo diante das adversidades que foram inúmeras.

Agradeço aos meus pais, Augustinho e Elizabete pelo incentivo que depositaram em mim, com a certeza de que irei melhorar a cada dia.

Agradeço ao meu orientador, Professor Dr. Mario Henrique de Castro, que aceitou o meu pedido de conduzir o projeto de Trabalho de Conclusão de Curso.

Agradeço a todos os professores do Curso de Licenciatura em Matemática - EaD da Universidade Federal de Uberlândia pela excelência no ensino.

Agradeço à Professora Me. Márcia Helena do Prado pelos seus ensinamentos e pelos livros que me presenteou.

Agradeço também à Professora Sheila Rodrigues pelo incentivo e pelo apoio no decorrer dos anos acadêmicos.

EPÍGRAFE

"A matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o universo."

(Galileu Galilei)

RESUMO

Este trabalho analisa a matemática do Antigo Egito, desenvolvida aproximadamente entre 3000 e 300 a.C., com ênfase em seus fundamentos numéricos, procedimentos operatórios e aplicações práticas no contexto histórico dessa civilização. Examina-se o sistema de numeração egípcio de base decimal e caráter não posicional, estruturado por meio de símbolos hieroglíficos e, posteriormente, hieráticos, utilizados no registro de quantidades e na resolução de problemas administrativos, econômicos, agrícolas e construtivos. São discutidas as principais operações matemáticas praticadas pelos escribas, tais como adição, subtração, multiplicação e divisão, destacando-se o uso predominante das frações unitárias, característica distintiva da aritmética egípcia. Analisa-se também o método da falsa posição como procedimento para a resolução de problemas envolvendo quantidades desconhecidas, evidenciando um raciocínio proporcional eficiente, ainda que desprovido de notação algébrica formal. O estudo demonstra que, embora diferentes dos métodos matemáticos contemporâneos, os procedimentos egípcios apresentavam elevado grau de sofisticação e adequação às necessidades práticas da época. Além disso, evidencia-se o papel central da matemática no desenvolvimento da agricultura, da administração estatal e das grandes construções monumentais. Por fim, o trabalho discute o potencial pedagógico da matemática do Antigo Egito como recurso didático no ensino dessa disciplina, contribuindo para a compreensão do conhecimento matemático como um conhecimento histórico, dinâmico e construído por diferentes civilizações ao longo do tempo.

Palavras-chave: Matemática do Antigo Egito; Sistema numérico egípcio; Frações unitárias; Método da falsa posição.

ABSTRACT

This study analyzes the mathematics of Ancient Egypt, developed approximately between 3000 and 300 BC, emphasizing its numerical foundations, operational methods, and practical applications within its historical context. The Egyptian decimal and non-positional number system is examined, focusing on the use of hieroglyphic and later hieratic symbols employed to record quantities and solve administrative, economic, agricultural, and architectural problems. The main mathematical operations practiced by Egyptian scribes—addition, subtraction, multiplication, and division—are discussed, with particular emphasis on the predominant use of unit fractions, a distinctive feature of Egyptian arithmetic. The method of false position is also analyzed as a procedure for solving problems involving unknown quantities, revealing an efficient proportional reasoning despite the absence of formal algebraic notation. The study demonstrates that, although different from modern mathematical approaches, Egyptian methods exhibited a high degree of sophistication and were well suited to the practical demands of their time. Furthermore, the central role of mathematics in the development of agriculture, state administration, and monumental constructions is highlighted. Finally, the study discusses the pedagogical potential of Ancient Egyptian mathematics as a teaching resource in contemporary mathematics education, contributing to an understanding of mathematics as a historical, dynamic body of knowledge constructed by different civilizations throughout human history.

Keywords: Ancient Egyptian mathematics; Egyptian number system; Unit fractions; Method of false position.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

A história da matemática do antigo Egito é fascinante e intrinsecamente ligada à vida cotidiana de uma das civilizações mais duradouras da humanidade. Longe de ser um estudo puramente abstrato, a matemática egípcia desenvolveu-se de forma prática, impulsionada pelas demandas de uma sociedade complexa que dependia crucialmente das terras às margens do Rio Nilo, a fonte de vida para os camponeses, que constituíam a maior parte da população. Suas margens, ao recuarem após as inundações anuais, depositavam uma camada de lodo fértil nas margens, que funcionava como fertilizante natural. No entanto, as enchentes também apagavam as marcações dos campos de plantação, exigindo conhecimentos geométricos para que os agrimensores pudessem remarcá-los com precisão.

> "O regime do Nilo, cujas enchentes coincidiam com o período mais quente do ano (julho-outubro), beneficiava o vale com uma grande quantidade de lodo fértil, trazido desde a Etiópia, o que permitia a renovação anual do solo. Ao mesmo tempo, e desde o fim do último Período Glacial, o clima mais temperado favoreceu o crescimento da fauna e flora locais, que serviram de meio de subsistência para uma crescente população, inicialmente caçadora-coletora," (AUGUSTO CARLOS P. R. Vol 1, 2ª edição 2012, p. 67).

A agricultura foi a base da sobrevivência e do desenvolvimento da civilização egípcia. O Rio Nilo possibilitou o cultivo de produtos essenciais como trigo, cevada, linho, legumes e frutas. Graças à agricultura, o Egito pôde sustentar uma população numerosa e organizar trabalhos coletivos nas áreas agricultáveis. "A agricultura se desenvolveu rapidamente no vale do Nilo, graças às fertilidades do solo, às novas técnicas agrícolas (irrigação, arado puxado por dois bois) e as boas colheitas (três ao ano)", (AUGUSTO CARLOS P. R. Vol.1, 2ª edição, 2012, p. 68).

Além da geometria e da administração, a gestão de recursos e a cobrança de impostos exigiam um sistema numérico capaz de realizar procedimentos aritméticos eficientes. Esse sistema era aplicado pelos escribas, que registravam e executavam os procedimentos exaustivamente, tornando-se guardiões do conhecimento local da época. Através de suas aplicações, aperfeiçoaram o sistema de numeração decimal com representações simbólicas hieroglíficas e hieráticas, permitindo realizar somas, subtrações, multiplicações e divisões por meio de técnicas de agrupamento e duplicação. Os escribas resolviam problemas de divisão de um todo em partes distintas usando frações unitárias, além de questões que hoje conhecemos como equações lineares, usando uma técnica hoje conhecida como método da falsa posição.

O sistema numérico egípcio era decimal e não posicional. Os números eram representados por símbolos específicos para unidades, dezenas, centenas, milhares e, em um instante inicial, milhões, permitindo a execução de cálculos básicos. A adição e a subtração eram diretas, baseadas na contagem e agrupamento de símbolos por um processo visual em que os escribas simplesmente agrupavam ou removiam os símbolos correspondentes. A multiplicação utilizava um método engenhoso de duplicação sucessiva até alcançar uma quantidade suficiente para determinar o produto. A divisão seguia o mesmo princípio, porém em sentido inverso: para dividir, questionava-se quantas vezes o divisor cabia no dividendo. O processo envolvia duplicar o divisor até a última duplicação antes de ultrapassar o dividendo e então somar os múltiplos do divisor que totalizavam o dividendo, revelando o quociente.

Os egípcios lidavam de forma peculiar com as frações. Com exceção de $\frac{2}{3}$, trabalhavam apenas com frações unitárias (de numerador 1), como $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$. Frações mais complexas eram expressas como soma de frações unitárias distintas. “A fração $\frac{3}{5}$ para nós uma fração irredutível, era pensada pelos escribas egípcios como redutível à soma de três frações unitárias $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}$”, (BOYER, MERZBACH, 3ª edição 2018, p. 31).

Assim como as frações, a geometria era crucial na sociedade egípcia antiga, especialmente para os agrimensores que precisavam remarcar com precisão as áreas de terra após as inundações do rio Nilo. Também era vital para a economia, a administração e para a engenharia empregada nas construções de monumentos, como pirâmides e templos. Os escribas sabiam calcular áreas retangulares, triangulares e, de forma surpreendente, possuíam uma fórmula satisfatória para a área do círculo, correspondendo a uma aproximação de π (pi) por 3,16.

> “Que o número $4\left(\frac{8}{9}\right)^2$ é aproximado a 3.16049827, o que desempenhava papel comparável a nossa constante π, parecendo ser confirmado pela regra egípcia para calcular a circunferência do círculo, segundo o qual a razão da área de um círculo para a circunferência é igual à da área do quadrado circunscrito para seu perímetro,” (BOYER; MERZBACH, 3ª edição, 2018, p. 34).

Mesmo sem o uso de ferramentas algébricas, que ainda não existiam, os egípcios resolviam problemas com valores desconhecidos através do método da falsa posição (ou falsa suposição). Nesse método intuitivo, os escribas assumiam um valor arbitrário para a incógnita, resolviam o problema com base nessa suposição e comparavam o resultado obtido com o valor desejado. A partir da diferença, calculavam um fator de correção para ajustar a suposição inicial e chegar à resposta correta.

> "Considere a equação $ax = b$. Uma maneira de resolvê-la até recentemente, usando somente aritmética, antes dos procedimentos algébricos se tornarem praticamente universais para resolver problema desse tipo, era a seguinte: Escolha um valor arbitrário x_0 e calcule então o valor de ax_0, que chamaremos de b_0. Na prática, x_0 é escolhido a fim de facilitar as contas," (ROQUE, T,; BOSCO, J. P. p. 32).

As resoluções matemáticas do antigo Egito foram registradas em papiros, como os de Rhind, Moscou e Berlim, que revelam um sistema prático e eficaz, perfeitamente adequado à época e à sociedade em que se desenvolveu.

O texto a seguir está configurado dessa forma: No Capítulo 1, apresenta-se uma breve contextualização historiográfica acerca do surgimento da matemática na pré-história, discutindo-se evidências arqueológicas que sugerem práticas matemáticas anteriores à escrita formal. O Capítulo 2 examina a principal documentação matemática do Egito Antigo, com destaque para os Papiros de Rhind, Moscou e Berlim, analisando seu conteúdo, contexto histórico e relevância para a compreensão do conhecimento matemático egípcio. No Capítulo 3, são estudados os sistemas numéricos hieroglífico e hierático, enfatizando suas características aditivas, não posicionais e suas aplicações em registros administrativos e monumentais. O Capítulo 4 dedica-se às operações numéricas praticadas no Egito Antigo, como adição, subtração, multiplicação e divisão, evidenciando os métodos de duplicação e decomposição utilizados pelos escribas. O Capítulo 5 aborda o uso das frações unitárias, elemento central da aritmética egípcia, discutindo suas representações e aplicações práticas. No Capítulo 6, analisa-se o método da falsa posição, empregado na resolução de problemas do tipo Aha, destacando o raciocínio proporcional subjacente a esse procedimento. O Capítulo 7 trata da geometria no Egito Antigo, explorando cálculos de áreas, volumes e aplicações arquitetônicas e agrimensoriais. Por fim, o Capítulo 8 discute o potencial pedagógico da matemática egípcia, apresentando possibilidades de sua utilização como recurso didático no ensino de matemática contemporâneo.

1. CONSIDERAÇÕES HISTORIOGRÁFICAS SOBRE A MATEMÁTICA NA PRÉ-HISTÓRIA

Antes de falarmos sobre a história da Matemática no antigo Egito, vamos tratar rapidamente de como a Matemática pode ter surgido e ter-se desenvolvido ao longo do tempo enquanto a humanidade evoluía.

> "É razoável admitir que a espécie humana, mesmo nas épocas mais primitivas, tinha algum senso numérico, pelo menos ao ponto de reconhecer mais e menos quando se acrescentavam ou retiravam alguns objetos de uma coleção pequena, pois há estudos que mostram que alguns animais são dotados desse senso." (EVES, HOWARD, 5ª edição, 2011, p, 25).

A cultura de um grupo é o conjunto de todas as suas atividades: como falam, o que comem, como se vestem e, mais importante para nós, como fazem matemática. Um grupo de pessoas pode ter uma linguagem escrita. Isso leva à criação de registros escritos. A História é o estudo dos registros escritos dos acontecimentos. Dizemos que uma cultura é pré-histórica quando não possui linguagem escrita.

Outra distinção importante a de um grupo vive em um local permanente ou se se desloca regularmente. Uma civilização é uma cultura composta por pessoas que vivem em locais permanentes, como vilarejos ou cidades. Esse termo costuma ser contrastado com barbárie, mas esse era apenas um termo pejorativo usado pelos gregos para se referirem a quem não falava grego. O verdadeiro contraste da civilização é a cultura nômade, ou seja, a cultura de pessoas que se deslocam constantemente.

Embora o foco principal deste estudo seja a História da Matemática no antigo Egito, que depende dos registros escritos deixados, começaremos com uma breve visão geral da pré-história da Matemática. Quando não há registros escritos, só podemos inferir a existência da Matemática a partir de artefatos arqueológicos. A forma mais natural de registrar uma quantidade é usar marcas de contagem, ou seja, fazer uma marca para cada item contado. Se as marcas forem feitas em uma superfície durável, o objeto pode sobreviver tempo suficiente para ser descoberto futuramente.

> "É provável que a maneira mais antiga de contar se baseasse em algum método de registro simples, empregando o princípio da correspondência biunívoca. Para uma contagem de carneiros por exemplos, podia se dobrar um dedo para cada animal. Podia-se também contar fazendo-se nós numa corda. Então, talvez mais tarde tenha-se desenvolvido um arranjo de sons vocais para registrar verbalmente número de objetos de um grupo pequeno." (EVES, HOWARD, 5ª edição, 2011, p. 25).

O objeto mais antigo conhecido, possivelmente matemático, é o osso de Lebombo, descoberto em uma caverna na África do Sul durante escavações no início da década de 1970.

O osso data de aproximadamente 40.000 a.C. e possui 29 entalhes. Como há entre 29 e 30 dias entre luas cheias, supõe-se que possa ter sido usado como um calendário lunar. O osso está quebrado, portanto não se sabe se havia mais entalhes na parte desconhecida. De fato, como se trata de um elemento pré-histórico, não existe um “manual de instruções” escrito sobre seu uso. Mesmo que tivesse apenas 29 entalhes, o fato de poder ter sido usado para um propósito não significa que tenha sido usado para isso.

De forma semelhante, em 1937, uma escavação na atual República Tcheca encontrou um osso de lobo com entalhes. Esse osso data de cerca de 30.000 a.C. e apresenta dois grupos de marcas: um com 30 e outro com 25, separados por dois entalhes mais longos. Como o intervalo entre luas cheias é de aproximadamente 30 dias, supõe-se também que possa ter sido usado para registrar o tempo. Outra vez, não há manual, então não há como ter certeza.

Em 1950, exploradores belgas encontraram o osso de Ishango, na atual República Democrática do Congo. Ele data de cerca de 18.000 a.C. e, como os outros, possui várias séries de entalhes gravados. Também não se sabe com certeza para que servia, mas os entalhes sugerem ter havido algum tipo de raciocínio matemático em sua confecção. O osso de Ishango possui três conjuntos de entalhes:

- de um lado: 3, 6, 4, 8, 10, 5, 5 e 7 entalhes;
- do outro: 11, 13, 17, 19 e 11, 21, 19, 9 entalhes.

Figura 1: Osso Ishango

Fonte: Duas vistas do osso Ishango (EVES, HOWARD, 5° edição 2011, p. 25).

Como não há registro escrito, não se sabe por que o osso foi marcado dessa forma. Mas, ao contrário dos ossos de Lebombo e do lobo tcheco, parece haver uma organização numérica mais complexa.

Entretanto, embora qualquer interpretação do osso de Ishango seja puramente especulativa, ele é considerado o artefato mais antigo a sugerir relações matemáticas, sendo, portanto, a evidência mais antiga conhecida de atividade matemática.

> "O conceito de número e o processo de contar desenvolveram-se tão antes dos primeiros registros históricos (há evidências arqueológicas de que o homem, já há uns 50.000, era capaz de contar) que a maneira como ocorreram é largamente conjectural." (EVES, HOWARD, 5° edição 2011, p. 26).

Enquanto a matemática na pré-história é interpretada historiograficamente através de vestígios arqueológico – como os entalhes dos ossos de Lebombo, osso de lobo, e osso de Ishango, que sugere a contagem de ciclos e quantidades através de oral e prática. Enquanto a documentação egípcia, especialmente os Papiros de Rhind, papiros de Moscou e o Papiro de Berlim representa o grande salto qualitativo dessa trajetória. Elas não são apenas registros de quantidades, mas manuais de instrução.

2. A DOCUMENTAÇÃO MATEMÁTICA EGÍPCIA: OS PAPIROS RHIND, DE MOSCOU E DE BERLIM

Os egípcios inventaram um primitivo material de escrita parecido com o papel, o papiro, que por volta do ano 650 a.C. já havia sido introduzido na Grécia. Esse material era feito de um junco aquático chamado *papu*. Os talos desse junco eram cortados em longas e delgadas tiras que eram colocadas lado a lado para formar uma folha. Outra camada de tiras era colocada por cima e a peça era então embebida em água, após o que era prensada e posta a secar ao sol. Devido a uma goma natural da planta, as camadas mantinham-se unidas. Após a secagem as folhas eram preparadas para a escrita mediante um laborioso processo de alisamento feito com um objeto redondo e rígido. O papiro era demasiado valioso para ser usado abundantemente como simples papel rascunho (EVES, pg. 38, 2011).

Os escribas eram os guardiões desse conhecimento matemático, registrando seus cálculos e problemas nos papiros. Infelizmente para nós, poucos desses papiros sobreviveram às intempéries e ao tempo. Os três principais documentos matemáticos remanescentes do antigo Egito são: o Papiro Rhind, o Papiro de Moscou e o Papiro de Berlim.

Esses três documentos arqueológicos são testemunhos valiosos da matemática do antigo Egito, mostrando que essa civilização possuía um conhecimento prático e, em alguns casos, teórico da matemática que era essencial para a vida cotidiana e para o desenvolvimento daquela sociedade.

2.1 PAPIRO RHIND

Em 1858, o antiquário escocês Henry Rhind comprou um rolo de Papiro em Luxor, no Egito, com cerca de 0,3 m de altura e 5m de comprimento. Exceto por uns poucos fragmentos que estão no Brooklyn Museum, este Papiro está agora no British Museum. Também é conhecido por papiro de Ahmes, como homenagem ao escriba que copiou, por volta de 1650 a.C. O escriba conta que o material provém de um protótipo do Reino do Meio, de cerca de 2000 a 1800 a.C.

Redigido na escrita hierática, esse documento se tornou a principal fonte de nossos conhecimentos a respeito da matemática do Egito antigo (BOYER; MERZBACH, pg. 30, 2012). Com dezenas de problemas matemáticos e soluções detalhadas, abrangendo aritmética, álgebra, geometria e até mesmo noções básicas de trigonometria, suas técnicas de aplicação em problemas do cotidiano, como divisão de pães, medição de terra e construções, mostram como era praticada a matemática no início da história humana, naquela região da África.

Figura 2. Fragmento do papiro Rhind.

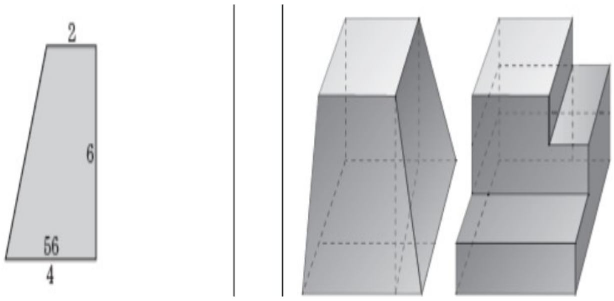
Fonte: BOYER; MERZBACH, 2012.

O papiro é provavelmente um livro didático de matemática, usado para aprender a resolver problemas matemáticos específicos, por meio de exemplos apropriados. O texto inclui oitenta e quatro (84) problemas com tabelas de divisões, multiplicações e tratamento de frações, além de problemas de geometria, incluindo cálculos de volumes e áreas. O escriba Ahmes datou o papiro no ano 33 de Apófis, o penúltimo rei da 15ª Dinastia dos Hicsos. O outro lado do Papiro menciona "ano 11" sem o nome do rei, mas com uma referência à captura da cidade de Heliópolis. (https://www.britishmuseum.org/collection/object/Y_EA10057, 06/04/2025, 13:55) o que permite estimar a data de sua escrita.

2.2 PAPIRO DE MOSCOU

O Papiro de Moscou, embora menor do que o de Rhind, é outro tesouro da matemática egípcia antiga. Este papiro se destaca por apresentar alguns exemplos mais complexos e abstratos em comparação com o anterior, incluindo problemas geométricos notáveis, como a medição do volume de um tronco de pirâmide. Curiosamente, não há vestígios de cálculos do volume de uma pirâmide.

Figura 3: Base de uma Pirâmide



Fonte: BOYER; MERZBACH, 2012.

Este papiro também é conhecido como papiro de *Golenishchev*. Foi comprado em 1893 e está agora no *Pushkin Museum of Fine Arts*, em Moscou. Tem cerca de 15 m de comprimento, mas apenas um quarto da largura do papiro de *Rhind*. Ele foi escrito com menos cuidados que o trabalho de Ahmes, por um escriba desconhecido, em cerca de 1890 a.C., contendo 25 exemplos, a maioria deles com problemas práticos do cotidiano (BOYER; MERZBACH, pg, 30, 2012).

Figura 4: Papiro de Moscou

Fonte: https://www.matematicaefacil.com.br (08/04/2024, 09:47h).

2.3 PAPIRO DE BERLIM

Este Papiro não é tão extenso quanto os primeiros, mas é tão importante quanto, pois mostra que os egípcios não usavam a matemática apenas de forma prática. Foi encontrado e adquirido em Luxor, em 1850 e, atualmente, se encontra no Museu *Staatliche*, em Berlim. Seus poucos problemas demonstram um interesse por relações numéricas mais abstratas, indo além do uso puramente utilitário da matemática. Diferentemente de muitos problemas no Papiro de Rhind, que tratam de divisões de pão ou medidas de campos (embora o Rhind também tenha problemas mais abstratos), o Papiro de Berlim contém problemas que podem ser interpretados como a solução de equações de segundo grau (quadráticas) ou sistemas de equações.

Um problema notável (Problema 1) no Papiro de Berlim questiona sobre um quadrado de área 100, que é igual à soma das áreas de dois quadrados menores, sendo o lado de um deles $\frac{3}{4}\ ou\ \frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ do lado do outro. A resolução envolve um método semelhante ao nosso sistema de equações, com a solução final sendo lados de comprimento 6 e 8, o que forma um triângulo retângulo com hipotenusa 10, antecipando princípios pitagóricos e problemas de equivalência de áreas, apreciados na Grécia antiga.

Figura 5: Papiro de Berlim

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki (07/04/2025 14:54h).

Outros materiais, um pouco mais antigos, são duas tábuas de madeira de Akhmim de cerca de 2.000 a.C. e um rolo de couro contendo uma lista de frações. (BOYER; MERZBACH, pg. 30, 2012).

3. OS SISTEMAS NUMÉRICOS HIEROGLÍFICO E HIERÁTICO DO EGITO ANTIGO

Os sistemas numéricos do antigo Egito foram desenvolvidos por volta de 3000 a.C. como ferramentas práticas para ajudar a resolver questões relacionadas a necessidades cotidianas. Diferentemente do nosso sistema decimal posicional, os egípcios utilizavam um sistema aditivo não posicional, em que o valor de uma quantidade era determinado pela soma das unidades representadas por seus símbolos, independentemente de sua ordem. “A ordem da disposição dos símbolos não era importante; de modo geral, a escrita se fazia da direita para a esquerda e do alto para baixo”. (AUGUSTO CARLOS P. R. Vol 1, 2ª edição, 2012, p. 73).

Os egípcios antigos desenvolveram dois sistemas distintos de representação numérica, empregados conforme o tipo de suporte material utilizado:

- um sistema na escrita com hieróglífos, usado em inscrições permanentes em pedras ou em monumentos; e
- um sistema na escrita hierática, uma forma cursiva usada em papiros e registros administrativos.

Esses dois sistemas constituem alguns dos mais antigos exemplos conhecidos de notação aditiva, isto é, de um tipo de sistema numérico no qual o valor de um número é determinado pela soma dos valores dos símbolos que o compõem.

Nas superfícies duráveis, como pedra ou madeira, os egípcios utilizavam a escrita hieroglífica, em que cada símbolo numérico correspondia a uma potência de dez. De acordo com Boyer & Merzbach (2012), os principais símbolos e seus valores eram:

Figura 6: Hieróglifos para representar 1 e potências de 10 até 1000000.

Numeração decimal	Hieróglifo	Significado
1		Traço vertical
10		Asa, semelhante a uma ferradura
100		Corda enrolada
1 000		Flor de lótus
10 000		Dedo levantado, ligeiramente inclinado
100 000		Girino
1 000 000		Homem ajoelhado levantando os braços

Fonte: IFRAH, 1994**.**

Não existia um símbolo para o zero. A representação numérica iniciava-se pelo símbolo de maior valor daquela quantidade, pois possuía hieróglifos específicos para unidades, dezenas, centenas, milhares e milhões. Os símbolos tinham as seguintes representações: um traço vertical para uma unidade (1); uma ferradura ou arco para dez (10); uma corda enrolada para cem (100); uma flor de lótus para mil (1.000); um dedo apontado para dez mil (10.000); um girino ou peixe para cem mil (100.000); e um homem ajoelhado com os braços levantados para um milhão (1.000.000). Para representar um número, os egípcios repetiam esses símbolos quantas vezes fossem necessárias, substituindo agrupamentos de dez símbolos iguais pelo símbolo de valor superior (por exemplo, dez traços verticais (IIIIIIIII) eram substituídos por uma ferradura (∩) simbolizando uma dezena).

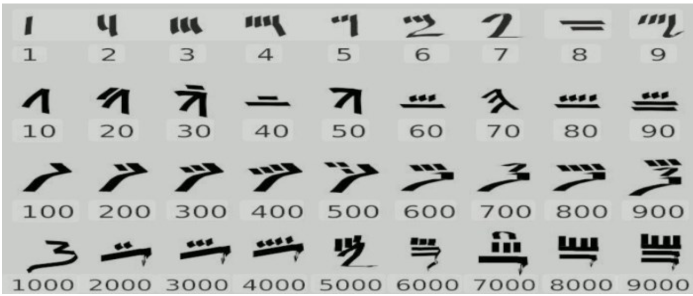
> "A convenção para escrever e ler os números é simples: os números maiores vêm escritos na frente dos menores e se há mais de uma linha de números, devemos começar de cima. Sendo assim, para escrevermos um número basta escrevermos seguindo esta convenção, todos os símbolos, e a soma fornece o número desejado," (EVES, HOWARD, 5ª edição, 2011, p. 26).

Os números eram formados pela repetição dos símbolos correspondentes a cada potência de dez. Por exemplo, a combinação de quatro traços verticais, duas laçadas e três espirais representaria o número 324. Esse princípio aditivo é documentado em várias inscrições funerárias e monumentais do Império Médio (c. 2050–1650 a.C.), em especial em estelas comemorativas. A durabilidade da pedra permitiu que tais registros se conservassem por milênios, oferecendo evidências diretas da prática matemática e administrativa do Egito faraônico.

Em suportes menos duráveis, como papiros, ostraca e fragmentos de cerâmica, os escribas egípcios utilizavam o sistema hierático, uma escrita cursiva derivada dos hieróglifos formais. Essa notação manteve o caráter aditivo, mas introduziu formas mais simplificadas e rápidas de escrita, adequadas para registros comerciais, fiscais e contábeis.

O número 348, por exemplo, podia ser escrito por meio de três símbolos correspondendo a 8 unidades, 4 dezenas e 3 centenas, respeitando o princípio aditivo. Os numerais hieráticos apresentavam conjuntos convencionais de sinais para representar as dezenas, centenas e milhares. Por exemplo:

Figura 7: Números egípcios no sistema hierático.



Fonte: Museo Informática às 15:59h

Enquanto os hieróglifos eram a escrita formal, a escrita hierática representava uma versão mais prática e cursiva, desenvolvida para as necessidades do dia a dia. Os símbolos hieráticos eram simplificações e abstrações dos hieróglifos, tornando a escrita e a leitura mais rápidas. Suas formas eram mais arredondadas, assemelhando-se a uma caligrafia, na qual todos os números entre 1 e 9 tinham seu próprio símbolo, assim como cada múltiplo de dez (10 a 90), cada múltiplo de cem (100 a 900) e assim por diante. Era uma escrita mais rápida e conveniente, essencial para documentos administrativos.

> "O sistema de numeração egípcia é prático para escrever números muito grandes. Por exemplo, como você escreveria, no sistema egípcio, o número 1×10^{255}. Quantos deuses seriam necessários? Qual a característica de nosso sistema de numeração que permite vencer esta dificuldade?" (ROQUE, T.; BOSCO, J. T. p. 26).

Essa formalização desempenhou um papel crucial nas operações matemáticas, pois com desenvolvimento do sistema decimal aditivo, os valores eram obtidos pela soma e duplicação dos símbolos, usados quase sem restrições, independentemente da posição na representação da quantidade. "Assim, qualquer número se expressava pelo uso desses símbolos aditivamente, repetindo-se cada um deles o número necessário de vezes," (EVES, HOWARD, 5° edição 2011, p. 31).

> "O sistema, pelo menos tão antigo quanto as pirâmides, datado de cerca de 5000 anos atrás, baseava-se na escala de dez. usando um esquema interativo simples e símbolos diferentes para a primeira meia dúzia de potências, números maiores que um milhão foram entalhados em pedras, madeiras e outros materiais," (EVES, HOWARD, 5ª edição 2011, p. 30).

Os símbolos hieráticos eram uma forma simplificada da escrita hieroglífica, criada para facilitar a escrita rápida em atividades do dia a dia, como textos literários, religiosos e até mesmo em cálculos matemáticos, sendo fundamental para a administração do Estado egípcio e para a transmissão do conhecimento.

Os escribas utilizavam os símbolos hieráticos para registrar problemas, cálculos e soluções em papiros, como os famosos Papiros de Rhind, Moscou e Berlim. Embora não houvesse o conceito de valor posicional, os símbolos hieráticos facilitavam a escrita e a leitura em documentos, devido à sua clareza e simplicidade comparadas, à complexidade dos hieróglifos, permitindo uma melhor compreensão e concentração nos problemas e em suas resoluções.

> "A escrita hierática mais cursiva usada por Ahmes era mais bem adaptada ao uso de pena e tinta sobre folhas de papiros preparadas. A numeração contínua decimal, mas o tedioso princípio repetitivo da numeração hieroglífica foi substituído pela introdução de sinais especiais ou cifras para representar dígitos e múltiplos de potências de dez," (BOYER; MERZBACH, 3ª edição 2018).

A comparação entre o sistema de numeração do antigo Egito (Hieroglífico e Hierático) revela um contraste profundo entre a simplicidade visual e a eficiência operacional. Enquanto o sistema moderno é otimizado para cálculos rápidos e abstratos, o sistema egípcio brilha como uma ferramenta concreta e visual.

A evolução do sistema numérico egípcio reflete sua importância desde os primórdios do conhecimento científico até o desenvolvimento e a melhoria da vida das pessoas. A relação entre matemática e tecnologia não é apenas de suporte, mas de interação que impulsiona e molda nosso presente e futuro. "Com o avanço das tecnologias digitais, novas formas de representar e processar números continuarão a surgir, transformando a maneira como interagimos com a informação numérica no cotidiano", (BAZHUNI et al., 2023).

4. OPERAÇÕES NUMÉRICAS NO ANTIGO EGITO

Apesar de diferirem dos métodos atuais, os procedimentos matemáticos egípcios eram eficazes e desempenhavam um papel fundamental no crescimento da civilização egípcia. A geometria, embora prática, foi essencial para as grandes realizações arquitetônicas, agrícolas, financeiras e administrativas. Era uma atividade focada na resolução de problemas cotidianos, que surgiam com o crescimento da sociedade. As cheias anuais do Nilo foram um ponto crucial para a evolução dos cálculos geométricos, pois após as enchentes era necessário redividir as áreas de plantio. Através da geometria prática, os agrimensores, conhecidos como "esticadores de corda", usavam uma corda com nós para recuperar as divisas das áreas pertencentes a cada camponês, desenvolvendo o conceito de fração para lidar com valores que não representavam a totalidade de algo, além de técnicas para calcular e restaurar áreas e fronteiras, garantindo a distribuição das terras cultiváveis e a cobrança equivalente de impostos. Isso envolvia cálculos de áreas de retângulos, triângulos, trapézios e círculos.

> "Ahmes justifica seu método para achar a área sugerindo que o triângulo isósceles pode ser pensado como dois triângulos retângulos, um dos quais pode ser deslocado de modo que os dois juntos formem um retângulo. O trapézio isósceles é tratado de modo semelhante no problema 52, em que a base maior de um trapézio é 6, a menor é 4 e a distância entre eles é 20. Tomando 1/2 da soma das bases "de modo a fazer um retângulo", Ahmes multiplica isso por 20 para achar a área," (BOYER; MERZBACH, 3ª edição 2018, p. 33).

Para a soma e a subtração, os escribas não tinham uma fórmula específica; eles agrupavam e removiam os símbolos que representavam as quantidades desejadas. Por exemplo, para somar duas quantidades, agrupavam os símbolos correspondentes a cada valor. Se houvesse dez símbolos iguais na soma, eles os trocavam por um símbolo de valor superior (por exemplo, dez traços verticais (IIIIIIIII) eram trocados por uma ferradura (∩)). A subtração seguia a mesma lógica, porém de forma inversa, removendo os símbolos correspondentes ao valor a ser subtraído. Se houvesse um símbolo valendo dez e precisassem subtrair três, trocavam o símbolo de dez por dez símbolos de uma unidade e removiam três, restando sete unidades (IIIIIII). "Na forma hieroglífica, o número vinte e oito era ∩∩$^{\text{IIII}}_{\text{IIII}}$, mas em hierático é simplesmente =∧. Observe que o símbolo = para o dígito menor oito (ou dois quatro) aparece à esquerda em vez de à direita," (BOYER; MERZBACH, 3° edição 2018, p. 31).

Soma: 20 + 5 = 25 → ∩∩ + IIIII = ∩∩IIIII

Subtração: 20 - 5 = 15 → ∩∩ - IIIII = ∩IIIII

Para a multiplicação e a divisão, não era usada a tabuada. Eles utilizavam um método bastante simples e eficiente: a duplicação sucessiva e soma. Para multiplicar dois números, digamos $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$**,** eles criavam tabelas, onde a primeira coluna começava com o número 1 e era dobrado sucessivamente, (1, 2, 4, 8, ...), enquanto a segunda coluna começava com o número ***a*** que também era dobrado sucessivamente, acompanhando a primeira coluna, (a, $2a$, $4a$, $8a$, ...). O objetivo era encontrar na primeira coluna os números que, somados, equivalessem a ***a***. Então, na segunda coluna, somavam-se os números correspondentes a esses valores da primeira coluna, obtendo o produto $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$. "Assim, a multiplicação e a divisão eram em geral efetuadas por uma sucessão de duplicações com base no fato de que todo número pode ser representado por uma soma de potências de 2". (EVES, HOWARD, 5ª edição 2011, p. 72).

5. FRAÇÕES UNITÁRIAS

A operação de divisão no Egito Antigo, quando não resultava em valores inteiros, conduzia naturalmente ao uso das frações unitárias, isto é, frações cujo numerador é igual a 1.

> Por que os egípcios podem ter se restringido a frações deste tipo? Será que esta representação é mesmo uma limitação da matemática egípcia? Será que o sistema egípcio possui alguma razão de ser? A resposta é sim e um dos sentidos desta representação está ligado justamente ao procedimento de divisão. (Roque e Pitombeira, 2019, p. 27).

Os egípcios concebiam a fração como o resultado da partilha de uma unidade em partes iguais. Assim, dividir um todo em três partes iguais resultava em uma fração unitária, equivalente a um terço, e o mesmo raciocínio se aplicava a um quarto, um quinto, um sexto, e assim por diante.

As frações não unitárias eram representadas como somas de frações unitárias distintas, um método que reforça o caráter aditivo do pensamento numérico egípcio. Por exemplo, em vez de escrever $\frac{3}{4}$, o escriba representava $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$.

Nas inscrições hieroglíficas, os egípcios representavam as frações unitárias com um símbolo elíptico (○) colocado sobre o número. Esse sinal indicava "parte de", o que hoje associamos às frações unitárias. Assim, o número 10 com o símbolo sobreposto representava $\frac{1}{10}$. Já na escrita hierática, empregada em papiros administrativos, o mesmo efeito era obtido por meio de um ponto sobre o primeiro algarismo. (EVES, HOWARD, 5ª edição 2011, p. 75).

Nas representações modernas, essa convenção costuma ser transcrita por meio de uma linha sobre o denominador, como em $\overline{3}$ para $\frac{1}{3}$. As únicas exceções a essa regra geral de uso de frações unitárias eram as frações $\frac{2}{3}$ e, ocasionalmente, $\frac{3}{4}$, que possuíam símbolos próprios.

Um exemplo de aplicação de fração unitária fundamental para a administração egípcia é o problema 24 do Papiro de Rhind que divide 6 pães entre 10 pessoas.

Fração unitária: $\frac{6}{10} = \frac{3}{5} \rightarrow$ Então ficava $\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{1}{10} \rightarrow$ Resultado: $\frac{6}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$.

6. PROBLEMAS DE AHA (O MÉTODO DA FALSA POSIÇÃO) E O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

Entre os métodos mais notáveis da matemática do Egito Antigo está o procedimento conhecido pelos escribas para resolver os problemas conhecidos por AHA, termo egípcio traduzido por pilha, acúmulo, número ou quantidade. Esse método, amplamente documentado no Papiro de Rhind é conhecido como AHA, corresponde ao que hoje chamamos de método da falsa posição simples, uma forma primitiva de resolução de equações lineares.

> "A palavra "aha" é traduzida por "número" ou "quantidade", e esses problemas eram procedimentos para encontrar uma quantidade desconhecida quando é dada uma relação com um resultado conhecido. A solução seria obtida, atualmente, pela resolução de uma equação linear, mas veremos que a técnica egípcia era bem distinta da nossa" (Roque, Tatiana, 2012, p. 39)

O método AHA exemplifica o caráter algorítmico e empírico do pensamento matemático egípcio: em vez de recorrer a manipulações simbólicas, o escriba operava por proporcionalidade e verificação prática, ajustando um valor suposto até obter o resultado desejado. No Papiro Rhind, o escriba Ahmes apresenta uma série de problemas do tipo:

"Um número e sua sétima parte somam 19. Qual é o número?"

Esse tipo de questão era resolvido por um processo iterativo de suposição e ajuste. Primeiro, o escriba fazia um palpite inicial, ou uma "posição falsa", e calculava o resultado que esse palpite produziria. Em seguida, comparava o valor obtido com o valor desejado e ajustava-o proporcionalmente**.** O procedimento para resolver o problema 24 do Papiro Rhind, ("um número e sua sétima parte somam 19. Qual é o número?") seria o seguinte:

Escolha um número inicial, por exemplo **7**, e calcule sua sétima parte:

$$7 + \frac{1}{7}(7) = 8.$$

$$\frac{1}{7} \times 7 = 1 \rightarrow 1 + 7 = 8$$

O total obtido é 8, mas o problema exige 19.

1. O raciocínio seguinte é: por quanto devo multiplicar 8 para obter 19?

$$\frac{19}{8} = 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}.$$

2. Multiplicando o número inicial (7) por esse fator proporcional, o escriba obtém:

$$7 \times \left(2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = 16 + \frac{5}{8} = 16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}.$$

Logo, o número procurado é $16\,\frac{5}{8}$, e sua sétima parte é $2\,\frac{3}{8}$, cuja soma resulta em 19, conforme o enunciado.

Outros exemplos do mesmo tipo de problema são os seguintes:

a) Um número e sua metade somam 16.

1. Supõe-se um número inicial, por exemplo 8. A metade é 4, logo

$$8 + 4 = 12.$$

2. O resultado desejado é 16, que é $\frac{16}{12} = 1 + \frac{1}{3}$ vezes o valor obtido.
3. Multiplicando o palpite (8) por esse fator:

$$8 \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 10 + \frac{2}{3} \rightarrow 10 + \frac{2}{3} = 10 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}.$$

O número procurado é $10\,\frac{2}{3}$, pois $10\,\frac{2}{3} + 5\,\frac{1}{3} = 16$.

b) Um número, sua metade e seu terço somam 13.

1. Supõe-se o número 6:

$$6 + 3 + 2 = 11.$$

2. O resultado desejado é 13, que é $\frac{13}{11} = 1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$ veze o valor obtido.
3. Multiplicando o palpite (6) por esse fator:

$$6 \times \left(1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{66}\right) = 7 + \frac{1}{11} + \frac{1}{33}.$$

O número procurado é aproximadamente $\mathbf{7}\,\frac{2}{3}$, em conformidade com o resultado desejado.

7. A GEOMETRIA NO EGITO ANTIGO

O estudo da geometria egípcia tem como principal fonte o Papiro Rhind, em cuja parte final encontram-se diversos problemas geométricos. Esses registros, transcritos pelo escriba Ahmes, ilustram como os egípcios calculavam áreas, volumes e medidas de terras, ainda que o vocabulário e o contexto dificultem a interpretação moderna dos termos.

A geometria teve grande importância no desenvolvimento egípcio. Através de cálculos geométricos, a civilização realizou feitos arquitetônicos, agrícolas, financeiros e administrativos. Como disciplina prática e eficaz, permitiu que os egípcios calculassem os ângulos das pirâmides, garantindo a correção de suas inclinações, assim como os limites dos campos de plantio, com tamanhos corretos para divisões e distribuições justas, além de cálculos para cobrança de impostos. “Na construção de pirâmides era essencial manter uma inclinação constante das faces e pode ter sido essa preocupação que levou os egípcios a introduzir um conceito equivalente ao de cotangente de um ângulo” (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 36).

Os problemas são relativamente claros em termos aritméticos, mas provocam dificuldades de interpretação lexical, isto é, na tradução e no sentido preciso dos termos utilizados no idioma egípcio antigo. Um exemplo clássico descreve o cálculo da “área” de um triângulo com base de 4 *khet* e “meert” de 10 *khet*. O escriba procede tomando metade da base (2) e multiplicando por 10, obtendo 20. Se lermos “meert” como altura, o procedimento coincide com a fórmula moderna $A = \frac{1}{2}$ bh. Todavia, a figura que acompanha o problema sugere que o termo “meert” poderia designar o lado do triângulo isósceles.

> “A área do triângulo isósceles, cujos lados medem 10 *khets* (unidade de medida de comprimento [...]) e a base 4 *khets*, está tomada erroneamente como 20 khets quadrados, ou a metade do produto da base por um dos lados” (Cajori, Florian, 2007, p. 34)

De acordo com Boyer & Merzbach, Ahmes justifica seu método para achar a área sugerindo que o triângulo isósceles pode ser pensado como dois triângulos retângulos, um dos quais pode ser deslocado de modo que os dois juntos formem um retângulo. Problemas relativos a figuras truncadas (trapézios) aparecem na mesma linha: somam-se as bases, divide-se por dois e multiplica-se pela “meert”.

> “O trapézio isósceles é tratado de modo semelhante [...], em que a base maior de um trapézio é 6, a menor é 4 e a distância entre elas é 20. Tomando 1/2 da soma das bases, “de modo a fazer um retângulo”, Ahmes multiplica isso por 20 para achar a área.” (BOYER; MERZBACH, 3ª edição 2018, p. 33)

O Papiro Rhind também contém uma fórmula que computa a "área" de um círculo a partir do diâmetro $\mathrm{D} = 9$ (unidades de *khet*), mediante a operação: retirar um nono do diâmetro (ficando 8) e elevar ao quadrado, obtendo $8^2 = 64$. Em termos modernos, isso equivale a $\mathrm{A} = (8/9 \cdot \mathrm{D})^2 = \frac{256}{81}\mathrm{D}^2$; comparado a $\mathrm{A} = \pi r^2 = \frac{\pi}{4}\mathrm{D}^2$, resulta em uma aproximação de $\pi \approx 256/81 \approx 3{,}1605$. Muitas fontes afirmam que os egípcios "aproximaram π por 3,16", mas é necessário cautela: o conceito de π como razão circunferência/diâmetro não aparece expressamente na matemática egípcia.

> "[...] mas novamente, não há sinal de que Ahmes soubesse que as áreas de seu círculo e seu quadrado não eram exatamente iguais" (BOYER; MERZBACH, 3ª edição 2018, p. 33)

Também a alegação de que os egípcios utilizavam uma corda com 12 nós para formar triângulos 3-4-5 e assim estabelecer ângulos retos é difundida em textos populares, mas frágil em termos de evidência direta. Cajori (2007, p.35) toma o devido cuidado com as palavras, apenas sugerindo que os geômetras egípcios poderiam estar familiarizados com as propriedades dos triângulos retângulos. Roque (2012, p.41) é ainda mais cautelosa ao tratar do conhecimento dos egípcios como "geometria", para diferenciá-las da geometria atual e não incorrer no tão comum anacronismo ao qual se recorre quando se estuda história.

8. A MATEMÁTICA DO ANTIGO EGITO EM SALA DE AULA

Trabalhar a matemática do antigo Egito em sala de aula pode ir além do ensino de conceitos matemáticos de forma diferente e engajadora, promovendo o pensamento crítico e a apreciação da história da matemática. Mostrar como uma civilização desenvolveu ferramentas para resolver problemas práticos, como medir áreas de terra após as inundações do Nilo, usando cordas e formas diferentes de contar pode ser uma oportunidade para os alunos compreenderem que a matemática nem sempre foi com a conhecemos agora e que sua construção está enraizada na evolução humana e em nosso passado.

Pode-se iniciar apresentando o sistema de numeração egípcio, não posicional, e as operações aritméticas. Os alunos podem resolver exercícios usando símbolos hieroglíficos e, posteriormente, comparar com o sistema indo-arábico. A apresentação referenciada poderia mostrar nosso sistema numérico posicional como uma tecnologia superior que facilita os processos matemáticos e não o contrário.

Por fim, discute-se a importância dos métodos matemáticos egípcios para a evolução da matemática atual, avaliando a facilidade das resoluções modernas em comparação com as egípcias.

8.1 Algumas sugestões de uso da matemática do antigo Egito em sala de aula

Exemplo 1. João foi sorteado, em sua turma, para realizar uma viagem às pirâmides do Egito. Entretanto, ao chegar ao local, acabou se perdendo do grupo. Todavia, devido ao grande número de alunos que se perdiam na região, os responsáveis por esse tipo de expedição espalharam pistas contendo problemas matemáticos do antigo Egito. Assim, ao sentar-se à sombra de uma pirâmide, João avistou a ponta de um pergaminho. Ao retirá-lo, percebeu que havia nele problemas matemáticos que o ajudariam a retornar ao caminho correto da trilha. Um deles dizia: “Para encontrar a saída, você precisa dar 25 passos à direita, repetindo 62 vezes.” Quantos passos João deverá dar até encontrar o caminho certo? Realize a multiplicação utilizando o método egípcio.

Exemplo 2. Maria era egípcia e possuía uma padaria. Certo dia, José, um proprietário de terras, solicitou 600 pães para serem divididos entre 20 famílias que trabalhavam para ele. Assim, pediu que Maria separasse os pães em sacos, de acordo com a quantidade que cada família deveria receber. Utilizando o método de divisão egípcio, quantos pães Maria deve colocar em cada saco?

Exemplo 3. Multiplique, pelo método egípcio, 27 por 15, isto é, tome 15 vezes o número 27.

Exemplo 4. Divida 19 por 8, isto é, determine por qual número se deve multiplicar 8 para obter 19.

Exemplo 5. Multiplique utilizando o método egípcio 7 por 5, isto é, tome 5 vezes o número 7.

Estas atividades são sugeridas para todas as séries do ensino fundamental, tendo como objetivo principal enriquecer o aprendizado usando técnicas antigas de conhecimentos matemáticos e históricos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUGUSTO, C. P. R. História da Ciência da Antiguidade ao Renascimento Científico Vol.1, 2ª edição 2012.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. História da matemática. São Paulo: Blucher, 3ª edição 2012.

BAZHUNI, R. F. et al. A Formação Continuada de Professores e o uso das Novas Tecnologias Digitais para o Ensino da Matemática na Educação Infantil. **Revista Educação e Cultura Contemporânea**, v. 20, p. 10648-10648, 2023.

CAJORI, F. Uma História da Matemática, Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2007.

EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

IFRAH, G. Os Números: história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 1994.

Museo Informàtica. Universitat Politècnica de València. Edificios 1G, 1E, 1F. Acesso em 13/6/2025 às 15:59h. <http://museo.inf.upv.es/en/blog/2021/04/14/el-Sistema-egipcio/>

OLIVEIRA, R. R. A Matemática no Egito. Acesso em 15/5/2025 às 17:13h. <https://editora.pucrs.br/anais/erematsul/comunicacoes/38VINICIUSCARVALHOBECK.pd>

ROQUE, T.; de CARVALHO, J. B. P. Tópicos de História da Matemática. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2019. (Série PROFMAT).

ROQUE, T. História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, A. G.; FREIRE. D. F.; PEREIRA, A. C. C.; Explorando as operações aritmética no Egito por meio da história da matemática. Acesso em 15/5/2025 às 17:19h <file:///C:/Users/Positivo/Downloads/12944-Article-170742-1-10-20210304.pdf,> publicado: 04/03/2021.