

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Daniel Gonçalves

**Autômatos Celulares Aplicados na Modelagem
da Dinâmica de Pedestres em Ambientes com
Obstáculos Transponíveis e Fogo**

Uberlândia, Brasil

2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Daniel Gonçalves

**Autômatos Celulares Aplicados na Modelagem da
Dinâmica de Pedestres em Ambientes com Obstáculos
Transponíveis e Fogo**

Trabalho de conclusão de curso apresentado
à Faculdade de Computação da Universidade
Federal de Uberlândia, como parte dos requi-
sitos exigidos para a obtenção do título de
Bacharel em Ciência da Computação.

Orientador: Luiz Gustavo Almeida Martins

Universidade Federal de Uberlândia – UFU

Faculdade de Computação

Bacharelado em Ciência da Computação

Uberlândia, Brasil

2025

Daniel Gonçalves

Autômatos Celulares Aplicados na Modelagem da Dinâmica de Pedestres em Ambientes com Obstáculos Transponíveis e Fogo

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Faculdade de Computação da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação.

Trabalho aprovado. Uberlândia, Brasil, 07 de novembro de 2025:

**Prof. Dr. Luiz Gustavo Almeida
Martins**
Orientador

Prof. Dr. Daniel Duarte Abdala
Membro da banca

Prof. Dr. Humberto Luiz Razente
Membro da banca

Uberlândia, Brasil
2025

Agradecimentos

Agradeço ao meu professor orientador, Luiz Gustavo Almeida Martins, por ter aceitado me guiar neste fim de jornada e pela paciência demonstrada durante todo o processo de confecção deste trabalho.

Agradeço, de forma especial, à professora Gina Maira Barbosa de Oliveira (*in memoriam*), por todo o conhecimento compartilhado e pela oportunidade de trabalhar novamente com o tema deste trabalho por meio de uma Iniciação Científica.

Agradeço ao doutorando e colega Eduardo Cassiano, por ter atuado como guia durante minha Iniciação Científica.

Agradeço ao Instituto TIM e a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) pelo apoio financeiro concedido durante minha graduação, fundamental para minha permanência na Universidade.

Agradeço ao Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e a OBMEP por todas as portas abertas ao longo dos anos.

Agradeço à Universidade Federal de Uberlândia (UFU), por meio de seu Programa de Excelência em Pesquisa (PEP), pelo apoio financeiro concedido para a realização da minha Iniciação Científica.

Agradeço à Faculdade de Computação e a todos os professores que contribuíram para minha formação, pelo tempo e esforço dedicados.

Agradeço à minha namorada, Jamilly, pelo apoio, carinho e incentivo constantes durante toda esta trajetória.

Agradeço à minha irmã, Juliana, e a meu cunhado, César, por todo o apoio durante os meus anos de graduação.

Agradeço aos meus pais, Lúcia e Gaspar, por todo o amor, apoio e por sempre acreditarem em meu potencial.

Agradeço a todos os colegas e amigos com que compartilhei esses anos de faculdade, pelas risadas, pelos momentos descontraídos e pelo companheirismo nas atividades acadêmicas.

Por fim, agradeço a todas as pessoas que, de alguma forma, me incentivaram a completar este trabalho.

“Antes tarde do que nunca”
(Ditado popular)

Resumo

Este trabalho apresenta um modelo baseado em autômatos celulares probabilísticos usado para representar a dinâmica de movimentação de pessoas (pedestres) por ambientes internos durante a ocorrência de incêndios. O modelo desenvolvido estende um trabalho da literatura, adotando cálculos alternativos para o piso estático e novas funcionalidades, como a inclusão de obstáculos intransponíveis e transponíveis, além de introduzir a propagação de focos de incêndio e sua influência na movimentação das pessoas pelo ambiente. O objetivo é aumentar o realismo das simulações de evacuação por meio da incorporação dessas características ao modelo original. Os resultados indicam que a adoção de cálculos alternativos para o piso estático possibilitou a introdução bem-sucedida de obstáculos no modelo. Além disso, a presença de obstáculos transponíveis contribuiu para a melhora da eficiência das simulações em determinadas configurações de ambiente, especialmente na presença de fogo, quando os pedestres tendem a evitar as regiões próximas às chamas. De modo geral, as extensões implementadas ampliaram a capacidade do modelo de representar comportamentos complexos de pedestres, preservando, ao mesmo tempo, a simplicidade inerente aos autômatos celulares.

Palavras-chave: autômatos celulares, dinâmica de pedestres, obstáculos transponíveis, evacuação de áreas com incêndio.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Geometrias das células em ACs bidimensionais	19
Figura 2 – Vizinhanças em um AC unidimensional em função do raio de alcance	19
Figura 3 – Vizinhanças de raio 1 em um AC bidimensional	19
Figura 4 – Vizinhanças de raio 1 em um AC tridimensional	20
Figura 5 – Exemplo de uma regra de transição probabilística	21
Figura 6 – Evolução da queima de uma célula	21
Figura 7 – Representação binária da regra 90	22
Figura 8 – Evolução de um AC elementar a partir da aplicação da regra 90 por oito passos de tempo	22
Figura 9 – Evolução temporal de um <i>glider</i> no Jogo da Vida	23
Figura 10 – Ambientes de Kirchner	33
Figura 11 – Representação gráfica do piso estático para os ambientes de Kirchner	33
Figura 12 – Exemplo do aumento do piso dinâmico de uma célula após a movimen- tação de um pedestre	34
Figura 13 – Exemplo dos processos de decaimento e difusão.	35
Figura 14 – Campo de piso dinâmico em diferentes estágios de uma evacuação	35
Figura 15 – Exemplo de resolução de conflito entre pedestres.	37
Figura 16 – Mapa de calor do piso estático obtido pela métrica original para o ambiente com saídas concentradas	38
Figura 17 – Movimentação de pedestres em diferentes momentos sobre o ambiente com saídas concentradas	38
Figura 18 – Mapa de calor do piso estático obtido pela métrica original para o ambiente com saídas dispersas	39
Figura 19 – Movimentação de pedestres em diferentes momentos sobre o ambiente com saídas dispersas.	39
Figura 20 – Ambiente com barreira na saída	41
Figura 21 – Mapa de calor dos pisos estáticos gerados pelo método alternativo.	42
Figura 22 – Movimento de pedestres em um ambiente com barreira na saída consi- derando o método alternativo.	42
Figura 23 – Processo de cálculo em camadas do piso estático de Varas	44
Figura 24 – Mapa de calor dos pisos estáticos gerados para um ambiente com bar- reira na saída	44
Figura 25 – Movimentação de pedestres em um ambiente com barreira na saída, considerando o piso invertido de Varas	45

Figura 26 – Mapa de calor dos pisos estáticos gerados pelo piso invertido de Alizadeh, em diferentes passos de uma simulação do ambiente com barreira na saída	47
Figura 27 – Movimentação dos pedestres em um ambiente com obstáculos, considerando o piso invertido de Alizadeh	47
Figura 28 – Movimentação de um pedestre em ambientes com obstáculos intransponíveis e transponíveis	48
Figura 29 – Valores de ξ das células nos diferentes instantes representados no ambiente com obstáculos transponíveis	49
Figura 30 – Movimentação de um pedestre pelo ambiente com obstáculos transponíveis considerando diferentes valores de θ	50
Figura 31 – Propagação do fogo a cada 15 passos de tempo	51
Figura 32 – Ambiente com um foco de incêndio próximo à saída, com destaque para células arriscadas e perigosas	52
Figura 33 – Campo de piso de fogo	52
Figura 34 – Mapa de calor do piso estático calculado pelo <i>MIS</i> para o ambiente com saídas dispersas	55
Figura 35 – Mapa de calor 2D do canto superior esquerdo do piso estático calculado pelo <i>MIS</i> para o ambiente com saídas dispersas	55
Figura 36 – Movimentação de pedestres em diferentes instantes no ambiente com saídas dispersas, considerando o piso estático calculado pelo <i>MIS</i> . . .	56
Figura 37 – Mapa de calor do piso estático calculado pelo <i>MIS</i> para o ambiente com saídas concentradas	56
Figura 38 – Movimentação de pedestres em diferentes instantes no ambiente com saídas concentradas, considerando o piso estático calculado pelo <i>MIS</i> .	57
Figura 39 – Mapa de calor do piso estático calculado pelo <i>MA</i> para o ambiente com saídas dispersas	57
Figura 40 – Movimentação de pedestres em diferentes instantes no ambiente com saídas dispersas, considerando piso estático calculado pelo <i>MA</i>	58
Figura 41 – Mapa de calor do piso estático pelo <i>MA</i> para o ambiente com saídas concentradas	58
Figura 42 – Movimentação de pedestres em diferentes instantes no ambiente com saídas concentradas, considerando piso estático calculado pelo <i>MA</i> . .	58
Figura 43 – Ambientes usados nas simulações do modelo envolvendo cenários com obstáculos intransponíveis	59
Figura 44 – Movimentações dos pedestres na sala sem obstáculos e com multidão por meio de Kirchner-PIV e Kirchner-PIA	60
Figura 45 – Mapas de calor dos pisos estáticos usados nos modelos que tratam obstáculos	61

Figura 46 – Tempo médio de evacuação nas simulações com o ambiente de multidão em função do parâmetro k_D	62
Figura 47 – Movimentações dos pedestres pelo ambiente de restaurante com distribuição irregular de pessoas	63
Figura 48 – Mapas de calor dos pisos estáticos usados nos modelos que tratam obstáculos para o restaurante com distribuição irregular de pedestres	63
Figura 49 – Tempo médio de evacuação nas simulações com o ambiente restaurante com distribuição irregular de pedestres em função do parâmetro k_D	64
Figura 50 – Movimentações dos pedestres pelo ambiente de restaurante com distribuição uniforme de pedestres	64
Figura 51 – Mapas de calor do PIV (a) e do PIA (b) em $t = 0$, para o Ambiente Restaurante Uniforme de Alizadeh	65
Figura 52 – Tempo médio de evacuação nas simulações com o ambiente restaurante com distribuição uniforme de pedestres em função do parâmetro k_D	65
Figura 53 – Tempo médio de evacuação nas simulações com o ambiente com saídas concentradas em função do parâmetro k_D	66
Figura 54 – Ambientes utilizados para a análise da dinâmica de evacuação com obstáculos transponíveis	67
Figura 55 – Tempo médio de evacuação do restaurante com obstáculos transponíveis em função dos valores de τ e θ	68
Figura 56 – Movimentação de pedestres no ambiente restaurante em relação ao tipo de obstáculos	69
Figura 57 – Tempo médio de evacuação do ambiente sala de aula, considerando diferentes valores para os parâmetros τ e θ	69
Figura 58 – Tempo médio de evacuação do ambiente laboratório de computação, considerando diferentes valores para os parâmetros τ e θ	70
Figura 59 – Movimentação de pedestres pelo ambiente do laboratório com obstáculos intransponíveis (cenário <i>OFF</i>)	71
Figura 60 – Movimentação de pedestres pelo ambiente do laboratório com obstáculos transponíveis com $\tau = 0, 1$ e diferentes valores de θ	72
Figura 61 – Movimentação de pedestres pelo ambiente do laboratório com obstáculos transponíveis	73
Figura 62 – Tempo médio de evacuação do ambiente anfiteatro, considerando diferentes valores para os parâmetros τ e θ	74
Figura 63 – Movimentação de pedestres no ambiente anfiteatro apenas com obstáculos intransponíveis	74
Figura 64 – Movimentação de pedestres pelo ambiente de anfiteatro	75
Figura 65 – Movimentação de pedestres pelo laboratório sem a presença de fogo	76

Figura 66 – Movimentação de pedestres pelo ambiente do laboratório durante um incêndio	77
Figura 67 – Média de óbitos no ambiente laboratório	78
Figura 68 – Momento em que o fogo se expande e bloqueia a passagem dos pedestres no ambiente de laboratório apenas com obstáculos intransponíveis . . .	78
Figura 69 – Movimentação de pedestres pelo ambiente do anfiteatro sem a presença de fogo.	79
Figura 70 – Movimentação de pedestres pelo ambiente anfiteatro durante um incêndio	79

Lista de abreviaturas e siglas

AC	Autômato Celular
MIS	Método da Inversão Simples
MA	Método Alternativo
PIV	Piso Invertido de Varas
PIA	Piso Invertido de Alizadeh
ABOT	Adaptação Básica dos Obstáculos Transponíveis
AEOT	Adaptação Estendida dos Obstáculos Transponíveis

Lista de símbolos

c_{ij}	Célula na linha i e coluna j
t	Passo de tempo
k_E	Parâmetro de sensibilidade do piso estático
k_D	Parâmetro de sensibilidade do piso dinâmico
k_F	Parâmetro de sensibilidade do piso de fogo
δ	Taxa de decaimento do piso dinâmico
α	Taxa de difusão do piso dinâmico
ξ	Ocupação por obstáculo
θ	Cooldown de ultrapassagem para obstáculos transponíveis
τ	Taxa de transponibilidade de obstáculos transponíveis
z	Taxa de ultrapassagem para obstáculos transponíveis
λ	Valor de soma para as diagonais do Piso de Varas
$\alpha_{Alizadeh}$	Coefficiente de Escape de Multidões
v	Velocidade de propagação do fogo
γ	Distância máxima de influência do campo de piso de fogo
σ	Distância máxima onde o valor de α_{Fire} é considerado como 0,5
α_{Fire}	Parâmetro de ajuste para k_F

Sumário

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Objetivos	15
1.2	Justificativa	15
1.3	Estrutura do Documento	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1	Autômatos Celulares	17
2.1.1	Definições e Conceitos Básicos	18
2.1.1.1	Conjunto de estados	18
2.1.1.2	Espaço celular	18
2.1.1.3	Tipos de vizinhança	18
2.1.1.4	Regras de transição	19
2.1.2	Autômatos Unidimensionais	21
2.1.3	Autômatos Bidimensionais	22
2.2	Dinâmica de Pedestres	23
2.2.1	Pedestres e Multidões	24
2.2.2	Comportamento dos Pedestres	24
2.2.3	Características dos Modelos	25
2.2.3.1	Granularidade	25
2.2.3.2	Características quantitativas	25
2.2.3.3	Dinâmica do modelo	26
2.2.3.4	Interação entre pedestres	26
2.2.3.5	Fidelidade	26
2.2.4	Principais Abordagens para Dinâmica de Pedestres	26
2.3	Trabalhos Correlatos	28
2.3.1	Autômatos Celulares Aplicados na Dinâmica de Pedestres	28
2.3.2	Autômatos Celulares Aplicados na Dinâmica de Pedestres sob Incêndio	30
3	DESENVOLVIMENTO	31
3.1	Modelo de Referência	31
3.1.1	Princípios Básicos do Modelo	31
3.1.2	Campo de Piso Estático	32
3.1.3	Campo de Piso Dinâmico	33
3.1.4	Regra de Transição	35
3.1.5	Resolução de Conflitos	36
3.2	Adaptações e Alterações Realizadas	37

3.2.1	Problemas com o Cálculo do Piso Estático de Kirchner	37
3.2.1.1	Método da inversão simples	39
3.2.1.2	Método alternativo	40
3.2.2	Obstáculos Intransponíveis	41
3.2.2.1	Piso invertido de Varas	43
3.2.2.2	Piso invertido de Alizadeh	45
3.2.3	Obstáculos Transponíveis	47
3.2.4	Propagação de Focos de Incêndio	50
4	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	54
4.1	Considerações Iniciais	54
4.2	Análise do Impacto dos Cálculos de Piso Estático na Movimentação de Pedestres	54
4.3	Análise da Dinâmica de Evacuação em Ambientes com Obstáculos Intransponíveis	59
4.4	Análise da Dinâmica de Evacuação em Ambientes com Obstáculos Transponíveis	66
4.5	O Efeito do Fogo	76
5	CONCLUSÕES	80
	REFERÊNCIAS	83
	APÊNDICES	87
	APÊNDICE A – REPOSITÓRIOS	88

1 Introdução

A modelagem da dinâmica de pedestres, em situações normais ou emergenciais, tem atraído crescente atenção de pesquisadores nas últimas décadas. Estudos empíricos realizados desde a década de 1960, por meio de observação direta, análise de fotografias e *time-lapses*, forneceram resultados que apesar de úteis, tinham aplicação limitada na previsão da movimentação de pedestres em ambientes com arquiteturas incomuns (HELBING et al., 2001; PAULS, 1984).

Nesse contexto, a modelagem e simulação da dinâmica coletiva de pedestres surge como uma alternativa mais acessível e eficaz para o estudo da dinâmica populacional. Essa abordagem permite identificar possíveis problemas na arquitetura de edificações, além da elaboração de soluções para mitigá-los, visto que compreender o fluxo de pedestres é fundamental para aprimorar a segurança e funcionalidade de locais públicos (IZQUIERDO et al., 2009). Aspectos estruturais como a presença de obstáculos, a largura e a localização das saídas impactam significativamente o fluxo de pessoas (VARAS et al., 2007).

Diversas técnicas vêm sendo utilizadas para modelar o comportamento de pedestres. Uma das primeiras classes de modelos a ganhar notoriedade foram os baseados em forças sociais, nos quais os indivíduos são influenciados por forças exercidas pelo ambiente e pelos demais pedestres (HELBING; JOHANSSON, 2011). Outras técnicas, como os modelos de dinâmica de fluidos e Autômatos Celulares (AC), são exemplos de abordagens que têm se mostrado relevantes.

Em particular, o uso de autômatos celulares permite representar comportamentos complexos de multidões a partir de regras locais simples, além de possibilitar o paralelismo durante sua execução, dada a natureza multiagente dos ACs (WOLFRAM, 1983). Este trabalho apresenta uma versão estendida do modelo de [Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#), que emprega ACs probabilísticos para o estudo do comportamento coletivo. Diversos ajustes foram realizados a fim de incorporar características presentes em outros modelos da literatura, dentre os quais destaca-se a adaptação dos pisos estáticos de [Varas et al. \(2007\)](#) e [Alizadeh \(2011\)](#) com o intuito de incluir obstáculos intransponíveis, a incorporação do conceito de obstáculos transponíveis proposto por [Silva et al. \(2025\)](#) e a modelagem da dinâmica de pedestres sob incêndio inspirada em [Zheng et al. \(2011\)](#).

A partir dos experimentos, observa-se que o modelo desenvolvido é capaz de representar alguns comportamentos esperados em situações de perigo (ex: incêndio), tais como: as pessoas evitando as áreas com fogo e buscando rotas alternativas, contornando obstáculos intransponíveis quando necessário e atravessando obstáculos transponíveis quando possível. Os resultados mostram, entretanto, que o comportamento dos pedestres depende

fortemente dos parâmetros utilizados, de modo que combinações inadequadas podem gerar situações incoerentes com a realidade, por exemplo, quando os pedestres ignoram o avanço das chamas em sua direção em favor de atravessar obstáculos transponíveis ou permanecem presos mesmo havendo rotas alternativas livres. De forma geral, as simulações indicam que o modelo final oferece maior realismo e flexibilidade, permitindo a análise de uma variedade maior de cenários, onde diferentes tipos de obstáculos e fogo estão presentes.

1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo de dinâmica populacional baseado em ACs, de modo a representar o comportamento da movimentação de pessoas por ambientes com obstáculos durante a ocorrência de incêndios. Para alcançar esse objetivo, os seguintes objetivos específicos foram definidos:

- Estudar modelos de ACs relevantes para a dinâmica de pedestres.
- Implementar o modelo de [Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#), de modo a utilizar sua representação probabilística da movimentação de pedestres e o uso de pisos que incorporam tanto o conhecimento do ambiente pelos indivíduos quanto a interação entre eles.
- Integrar estratégias disponíveis na literatura para incorporar dinâmicas de desvio ou transposição de obstáculos e ajustar o comportamento dos movimentos em decorrência de incêndios.
- Avaliar o comportamento do modelo desenvolvido a fim de verificar a efetividade das alterações em reproduzir os comportamentos esperados.

1.2 Justificativa

A aglomeração de indivíduos em diversos ambientes, como transporte público, instalações de ensino, eventos artísticos e culturais ou manifestações, é um fenômeno recorrente. Em determinadas circunstâncias, até mesmo um simples fluxo de entrada e saída de pessoas em instalações pode resultar em acidentes ([PAULS, 1984](#)). Essas concentrações de pessoas, quando associadas a situações emergenciais, como a propagação de focos de incêndio, apresentam grande potencial de causar tumultos e, consequentemente, vítimas, sejam feridos ou mortos.

Neste contexto, torna-se importante analisar a dinâmica de pedestres em situações adversas por meio de modelos computacionais que ofereçam uma alternativa mais acessível aos estudos empíricos. A contínua evolução desses modelos permite aumentar sua

fidelidade em relação ao comportamento real dos pedestres, contribuindo com ferramentas para a avaliação de riscos e melhoria da segurança predial.

O uso de ACs para modelar a dinâmica de pedestres, além de possibilitar a representação de comportamentos complexos por meio de regras simples, apresenta maior eficiência computacional quando comparado a outras classes de modelos. Esse aspecto contribui para sua ampla adoção, especialmente em aplicações embarcadas.

1.3 Estrutura do Documento

O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma:

- Capítulo 2: introduz os conceitos básicos de autômatos celulares e dinâmica de pedestres, além de apresentar uma revisão dos trabalhos correlatos.
- Capítulo 3: apresenta o modelo base e detalha as adaptações implementadas a fim de incorporar novas características na dinâmica de pedestre modelada.
- Capítulo 4: descreve as simulações e análises realizadas, com o objetivo de avaliar cada uma das alterações realizadas.
- Capítulo 5: apresenta as principais conclusões do trabalho e sugestões para pesquisas futuras.

2 Fundamentação Teórica

Este capítulo apresenta os conceitos fundamentais que sustentam este trabalho. Nas seções a seguir, o conceito e fundamentos dos autômatos celulares, os aspectos centrais da dinâmica de pedestres e os trabalhos correlatos são abordados.

2.1 Autômatos Celulares

Autômatos Celulares (ACs) são sistemas computacionais formados por células (agentes) organizadas em uma estrutura espacial, denominada espaço celular ou reticulado. Embora cada célula seja individualmente simples, o reticulado de um AC é capaz de gerar comportamentos coletivos complexos (NEUMANN, 1966; WOLFRAM, 1984). Tal complexidade emerge da aplicação de um conjunto de regras sobre as vizinhanças locais das células, cujas interações produzem padrões globais. A capacidade desses sistemas de gerar padrões complexos, frequentemente observados na natureza, tem despertado o interesse de pesquisadores de diversas áreas ao longo das últimas décadas (LIMA, 2012).

Os ACs foram originalmente estudados por Stanislaw Ulam e John Von Neumann no início da década de 1950. Inspirados em sistemas biológicos, ambos buscavam criar sistemas artificiais capazes de se auto-reproduzir. Destes estudos resultaram cinco diferentes modelos de auto-reprodução, incluindo um modelo de AC constituído por células contendo um autômato de 29 estados (NEUMANN, 1966).

Posteriormente, na década de 1970, John Conway propôs um dos mais conhecidos modelos de ACs, o *Game of Life* (BERLEKAMP; CONWAY; GUY, 1982). Esse modelo consiste em um AC bidimensional com regras de transição simples, o qual simula um ambiente em que as células podem permanecer vivas, morrer ou ressuscitar, dependendo das condições de sua vizinhança (WOLFRAM, 1983). Apesar de sua notoriedade, foi com a publicação do livro *A New Kind of Science*, de Stephen Wolfram (WOLFRAM, 2002), que os ACs ficaram amplamente conhecidos e passaram a ser estudados em diversos campos científicos.

Devido ao fato dos ACs serem suficientemente simples para permitirem análises matemáticas detalhadas, ao mesmo tempo que geram padrões de comportamento complexos capazes de exibir uma ampla variedade de fenômenos, eles têm sido amplamente utilizados na modelagem de diversos sistemas físicos, químicos e biológicos (WOLFRAM, 1983). Entre as aplicações, destaca-se a simulação da propagação de incêndios (TINOCO et al., 2022), o controle de robôs (LIMA, 2017), a criptografia (LIMA, 2012) e a evacuação de pedestres (KIRCHNER; SCHADSCHNEIDER, 2002).

2.1.1 Definições e Conceitos Básicos

Autômatos Celulares são modelos computacionais dinâmicos e discretos no tempo, no espaço e no estado do reticulado, o qual é dividido em células que podem assumir um estado dentre um conjunto finito de valores discretos (WOLFRAM, 1983). As células têm seus estados modificados (geralmente de forma síncrona, isto é, todas em simultâneo) a cada passo de tempo (unidade temporal discreta que representa a atualização do AC) de acordo com um conjunto de regras de transição que consideram o estado da própria célula e de suas vizinhas (regra local). Ao aplicar essas regras de transição por t passos de tempo, é possível obter a evolução espaço-temporal do AC (LIMA, 2012).

O projeto de um AC envolve a definição de quatro elementos principais: conjunto de estados, espaço celular (dimensionalidade do reticulado e a geometria das células), o tipo de vizinhança e as regras de transição (BHATTACHARJEE et al., 2020; LIMA, 2017). A seguir, são abordados com mais profundidade cada um desses elementos.

2.1.1.1 Conjunto de estados

O conjunto de estados é um conjunto finito que determina os valores que cada célula do reticulado pode assumir em qualquer instante durante a evolução de um AC (BHATTACHARJEE et al., 2020). Por exemplo, no Jogo da Vida de Conway, o conjunto de estados é composto por apenas dois valores: células vivas (1) e células mortas (0).

2.1.1.2 Espaço celular

A dimensionalidade espacial de um AC está relacionada à forma como as células estão organizadas e distribuídas no espaço. Um AC pode ser unidimensional (1D), bidimensional (2D) ou até mesmo n -dimensional (nD). Os ACs unidimensionais e bidimensionais são os mais estudados na literatura, enquanto modelos tridimensionais costumam ser empregados em modelagens mais complexas (MACHADO, 2022).

A geometria ou formato das células do reticulado é fortemente dependente pela dimensionalidade do AC. Em ACs bidimensionais, a escolha da geometria influencia diretamente na estrutura da vizinhança que pode ser adotada, sendo importante que a soma dos ângulos externos no ponto de contato entre células não ultrapasse 360° , a fim de evitar sobreposição (LIMA, 2017). Na Figura 1, são apresentadas três geometrias comumente utilizadas na literatura, sendo a quadrangular a mais recorrente.

2.1.1.3 Tipos de vizinhança

A vizinhança de um AC corresponde à região do reticulado em torno de uma célula específica (célula central) que influencia diretamente a determinação de seu estado no passo de tempo seguinte ($t + 1$). Em ACs unidimensionais, essa região normalmente

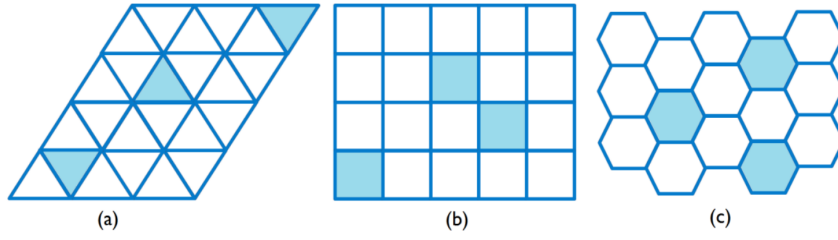


Figura 1 – Geometrias mais utilizadas em ACs bidimensionais: (a) triangular, (b) quadrangular e (c) hexagonal. Fonte: retirada de [Lima \(2017\)](#).

inclui a própria célula e as células adjacentes dentro de um raio de alcance r . A Figura 2 ilustra a vizinhança em um AC unidimensional, considerando dois valores distintos de raio ($r = 1$ e $r = 2$). Em ambos os casos, a célula central (alvo) é destacada em azul, enquanto sua vizinhas são evidenciadas em amarelo.

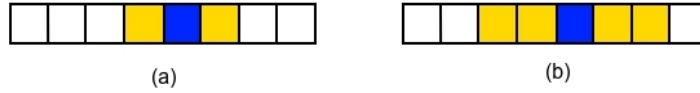


Figura 2 – Vizinhanças em um AC unidimensional em função do raio de alcance: (a) raio 1 e (b) raio 2. Fonte: adaptada de ([BHATTACHARJEE et al., 2020](#)).

Já em ACs bidimensionais, as vizinhanças mais utilizadas são as de von Neumann e de Moore. A vizinhança de von Neumann considera apenas as células nas direções horizontal e vertical enquanto a vizinhança de Moore também inclui as células nas diagonais. A Figura 3 exemplifica ambas as vizinhanças em um AC bidimensional, considerando o raio de alcance 1.

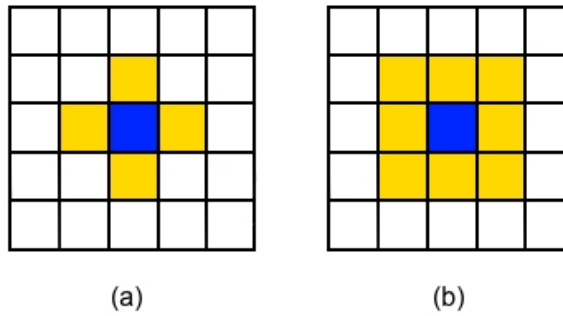


Figura 3 – Vizinhanças de raio 1 em um AC bidimensional: (a) vizinhança de von Neumann e (b) vizinhança de Moore. Fonte: ([BHATTACHARJEE et al., 2020](#)).

Essas vizinhanças podem ser extendidas e empregadas em ACs tridimensionais, como ilustrado na Figura 4.

2.1.1.4 Regras de transição

As regras de transição determinam a evolução espaço-temporal de um AC. A partir do estado inicial do reticulado, seja ele pré-estabelecido ou gerado probabilisticamente,

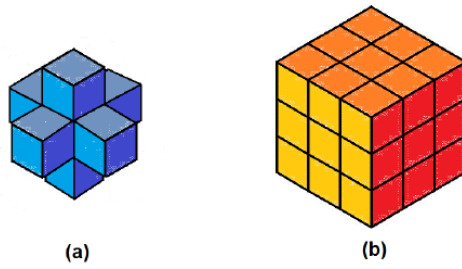


Figura 4 – Vizinhanças de raio 1 em um AC tridimensional: (a) vizinhança de von Neumann e (b) vizinhança de Moore. Fonte: adaptado de Lima (2012).

sua aplicação altera os estados das células no passo de tempo t para algum outro estado no passo de tempo $t + 1$. De acordo com a maneira como determinam o próximo estado da célula central, essas regras podem ser classificadas em: determinísticas, probabilísticas e temporais (LIMA, 2017).

No modelo de regras determinísticas, cada configuração possível da vizinhança (estados das células central e vizinhas) é mapeada para um único estado, o qual é assumido pela célula central que está sendo atualizada no passo de tempo $t + 1$. Ou seja, o próximo estado da célula é unicamente determinado pelos estados das células em sua vizinhança (LIMA, 2017). Na Seção 2.1.2 é apresentado um exemplo AC unidimensional baseado na chamada *Regra 90*, a qual é determinística, pois o próximo estado de todas as células é definido exclusivamente pelas diferentes vizinhanças possíveis.

Na abordagem de regras estocásticas ou probabilísticas, o próximo estado de uma célula não depende unicamente dos estados de suas vizinhas, mas também de uma distribuição de probabilidade que define a chance de a célula assumir cada um dos estados possíveis no passo de tempo seguinte. Esse tipo de regra permite que o AC represente fenômenos de natureza estocástica, introduzindo incertezas e aleatoriedade, o que pode gerar comportamentos complexos e imprevisíveis, não observáveis em modelos puramente determinísticos (FERREIRA, 2023).

O exemplo mais simples deste tipo de regra é um AC onde as células podem assumir dois estados (células binárias) e o estado no passo de tempo $t + 1$ é determinado pelo sorteio de um número aleatório $1 \leq k \leq 100$, sem considerar o estado atual das células vizinhas. A Figura 5 ilustra esse processo, onde as células podem assumir os estados ■ e ■. Se $k \leq 50$, então a célula central mantém seu valor atual; caso contrário, muda para o outro estado.

No modelo de regras temporais, o estado de uma célula depende diretamente do número de iterações transcorridas. A partir de uma função temporal, é possível determinar o estado de uma célula após t passos de tempo, sem levar em consideração o estado de suas vizinhas (LIMA, 2017). Essa abordagem costuma ser empregada na modelagem de queima de uma área em incêndios florestais (TINOCO et al., 2022; FERREIRA, 2023).

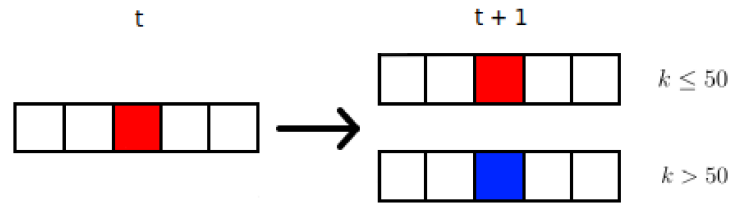


Figura 5 – Exemplo de uma regra de transição probabilística, em que o próximo estado da célula depende exclusivamente do sorteio aleatório de um número k . Fonte: adaptado de (LIMA, 2017).

Por exemplo, no modelo apresentado em (TINOCO et al., 2022), após uma célula com vegetação saudável entrar em combustão, são necessários 16 passos de tempo para que a célula percorra todos os estados intermediários de queima até chegar no estado de ‘cinzas’, independentemente do estado das células vizinhas. A Figura 6 ilustra a evolução temporal do processo de queima no modelo, em que t_{fogo} representa o instante em que a célula iniciou sua queima.

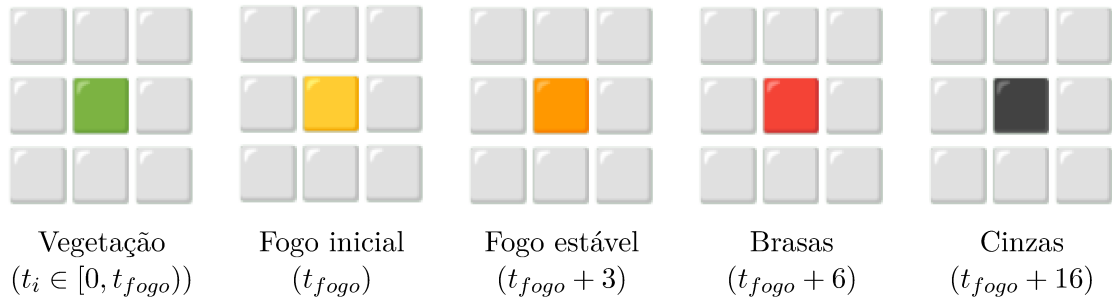


Figura 6 – Evolução dos estágios de queima em um modelo de propagação de incêndios florestais. Fonte: adaptado de (TINOCO et al., 2022).

2.1.2 Autômatos Unidimensionais

De forma geral, os Autômatos Unidimensionais consistem em um reticulado linear de células, onde, a cada passo de tempo, o estado de cada célula é atualizado com base no seu próprio valor e no das células vizinhas de ambos os lados (esquerda e direita) (WOLFRAM, 1983).

Em trabalhos envolvendo ACs unidimensionais, é comum o uso da sua versão elementar, amplamente estudada por Wolfram (1983). Nesse modelo, cada célula pode assumir um estado binário (0 ou 1) e a vizinhança é formada pela própria célula e suas vizinhas imediatas à esquerda e à direita ($r = 1$). Para esse tipo de vizinhança, existem $2^{2r+1} = 2^3$ configurações possíveis.

A Figura 7 exemplifica um dos possíveis conjuntos de regras locais, a chamada *Regra 90*. Como pode ser observado na figura, essa regra de transição define um valor

1 1 1	1 1 0	1 0 1	1 0 0	0 1 1	0 1 0	0 0 1	0 0 0
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
0	1	0	1	1	0	1	0

Figura 7 – Exemplo de regra de transição de um AC elementar (regra 90). Fonte: autor.

determinístico para o próximo estado da célula central para cada possível configuração de vizinhança. Como existem 8 configurações de vizinhança, podem ser definidas $2^8 = 256$ regras de transição diferentes para um AC unidimensional elementar com vizinhança de 3 células de raio 1 (WOLFRAM, 1983). Cada regra pode ser representada por 8 bits, que corresponde às saídas das possíveis configurações. Por exemplo, no caso da *Regra 90*, esse número é 01011010 em binário (base 2), que corresponde ao número 90 em decimal (base 10).

A Figura 8 mostra a aplicação da *Regra 90* em um reticulado inicial (t_0) de 15 células, sendo que apenas a célula mais central está no estado 1. Neste exemplo, a evolução do AC é mostrada por 8 passos de tempo e considera que as células das bordas estão conectadas entre si, de modo a completar suas respectivas vizinhanças (regra de contorno). Uma forma alternativa de interpretar esta regra é considerar que, no próximo passo de tempo, uma célula assume o estado 1 apenas se suas células vizinhas não forem iguais. Por exemplo, no instante t_0 a célula central, apesar de estar no estado 1, tem duas vizinhas no estado 0 e, portanto, muda seu estado para 0 no instante t_1 . Já sua vizinha à direita tem vizinhas com valores distintos (0 à esquerda e 1 à direita) e, por isso, assume o estado 1 no instante t_1 .

t_0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
t_1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
t_2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
t_3	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
t_4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
t_5	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
t_6	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
t_7	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
t_8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Figura 8 – Evolução de um AC elementar a partir da aplicação da regra 90 por oito passos de tempo. Fonte: autor.

2.1.3 Autômatos Bidimensionais

Os ACs bidimensionais são dispostos em um espaço planar, normalmente representados por meio de uma grade. Eles são amplamente utilizados na literatura, especialmente na representação de padrões gráficos, pois se assemelham a imagens pixelizadas (LIMA; LIMA, 2014). O *Game of Life*, descrito anteriormente, é o AC bidimensional mais conhe-

cido. Além dele, diversos modelos de dinâmica de pedestres utilizam essa classe de AC, incluindo aqueles empregados neste trabalho.

A Figura 9 mostra a evolução temporal de um padrão no Jogo da Vida, conhecido como *glider*. Com o passar dos passos de tempo, fica evidente o deslocamento diagonal do padrão pelo reticulado, gerado pelas regras locais de nascimento, sobrevivência e morte das células.

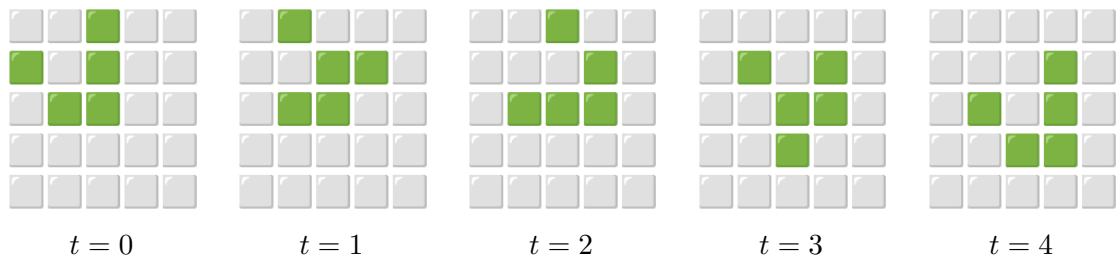


Figura 9 – Evolução temporal de um *glider* no Jogo da Vida. Fonte: adaptado de (FERREIRA, 2023).

2.2 Dinâmica de Pedestres

A dinâmica de pedestres tem sido objeto de estudo desde a década de 1960, quando análises empíricas, baseadas em observação direta, fotografias e filmes em *time-lapse*, constituíam a principal forma de investigação. Inicialmente, essas pesquisas tinham como objetivo o desenvolvimento de elementos de *design* e o planejamento de diretrizes para instalações de pedestres, com diversos modelos de simulação sendo propostos para atender a essas demandas (HELBING et al., 2001). Embora a observação de exercícios reais de evacuação forneça dados relevantes, tais experimentos são caros, demorados e potencialmente perigosos, tornando-os inviáveis como método padrão para análise de movimentação de pedestres (SCHADSCHNEIDER et al., 2011).

Como alternativa mais viável, a partir da década de 1970, diversas estratégias de modelagem populacional começaram a ser empregadas, visando reproduzir fenômenos observados na movimentação de multidões, apoiar o planejamento de infraestruturas e aumentar a segurança (BELOTTI, 2020). O interesse pela dinâmica de pedestres é multidisciplinar, envolvendo pesquisadores de áreas como engenharia de tráfego, física, psicologia, matemática, sociologia, computação, entre outros (DONG et al., 2020). Por esse motivo, os estudos nessa área podem ser aplicados de formas diversas, incluindo a gestão de multidões, o projeto de espaços públicos, a criação de ambientes virtuais e a concepção de ambientes inteligentes (ZHAN et al., 2008).

2.2.1 Pedestres e Multidões

Os termos pedestre e multidão são conceitos centrais na análise da dinâmica populacional e, apesar de recorrentes no cotidiano, seus usos informais não correspondem necessariamente ao sentido acadêmico. Em contextos informais, o termo pedestre refere-se a pessoas que se deslocam a pé em ambientes externos, usualmente no trânsito. Segundo o dicionário [Priberam \(2025\)](#), pedestre é aquele "que anda ou está de pé", conferindo ao termo um sentido mais amplo ([DAMAZO, 2024](#)).

Já o termo multidão, em contextos informais, pode ser entendido como um grupo de pessoas altamente aglomeradas de forma caótica. Na realidade, contudo, as multidões podem se apresentar de maneiras diversas, com objetivos e motivações distintos ([KLÜPFEL, 2009](#)).

2.2.2 Comportamento dos Pedestres

Segundo [Schadschneider et al. \(2011\)](#), a modelagem da dinâmica de pedestres deve levar em consideração três níveis distintos de comportamento: estratégico, tático e operacional. No nível estratégico, os pedestres decidem quais atividades executar e em qual ordem. No nível tático, são tomadas decisões de curto prazo com base nas decisões estratégicas. Por fim, no nível operacional, ocorrem decisões imediatas. Os aspectos estratégicos e táticos do comportamento dos pedestres geralmente não são considerados em simulações, cujo foco costuma permanecer no nível operacional.

Como resultado das decisões que os pedestres tomam considerando todos os níveis de comportamento, diversos fenômenos emergem da dinâmica coletiva. Alguns exemplos incluem:

- **Seguir a multidão:** pedestres tendem a se mover junto a outros, buscando segurança ou orientação.
- **Reunião e comportamento de parentesco:** pedestres procuram se reunir em grupos para localizar saídas ou aliviar ansiedade; em casos de parentesco, podem ocorrer ações de retrocesso, retornando a locais potencialmente perigosos em busca de familiares ou objetos importantes.
- **Arqueamento:** quando muitos pedestres tentam acessar uma saída, forma-se uma aglomeração em formato de arco ao redor da mesma.
- **Mais rápido é mais lento:** fenômeno paradoxal em que aumentar a velocidade de movimento dos pedestres pode resultar em evacuação mais lenta ([LIMA, 2017](#)).

2.2.3 Características dos Modelos

Modelos de dinâmica de pedestres apresentam diversas características que devem ser levadas em consideração em sua modelagem:

2.2.3.1 Granularidade

A granularidade se refere à escala da população usada no modelo, podendo ser categorizada em microscópica, macroscópica e mesoscópica.

Os modelos de granularidade microscópica, amplamente utilizados na literatura, caracterizam-se por tratar cada pedestre como uma entidade individual e independente, capaz de tomar suas próprias decisões com base em um conjunto de regras pré-estabelecidas (BELOTTI, 2020). São utilizados no estudo de fenômenos que emergem do comportamento individual dos pedestres e de suas interações com outros membros da multidão (LIMA, 2017; DONG et al., 2020). Ao considerar pedestres de forma individual, é possível modelar sua heterogeneidade e padrões de comportamento, permitindo a incorporação de aspectos mais realistas (BELOTTI, 2020). Aspectos como o ambiente, a população e a sequência de eventos são tratados em detalhe (KLÜPFEL, 2009). Nessa categoria, alguns exemplos incluem os modelos de autômatos celulares, *lattice gas* e força social (DONG et al., 2020).

Na granularidade macroscópica, a população ou multidão é a unidade básica, sendo considerada como um grupo homogêneo e unido, onde os indivíduos não podem ser diferenciados (SCHADSCHNEIDER et al., 2011). Modelos desse tipo reproduzem as características gerais do comportamento do fluxo de pedestres, geralmente ignorando as interações individuais (DONG et al., 2020). Exemplos incluem modelos de regressão, escolha de rota e de gases cinéticos (ZHENG; ZHONG; LIU, 2009).

A granularidade mesoscópica incorpora características microscópicas e macroscópicas, considerando a multidão como uma massa homogênea enquanto mantém certas características individuais dos pedestres ou forças internas nas multidões. Modelos de gases cinéticos e baseados em agentes são exemplos da aplicação dessa granularidade (ZHAN et al., 2008).

2.2.3.2 Características quantitativas

Espaço, tempo e estado (ex: a velocidade dos pedestres) são as variáveis fundamentais na descrição de qualquer modelo de dinâmica de pedestres. Cada uma dessas variáveis pode ser discreta ou contínua, e todas as combinações entre elas são possíveis. Por exemplo, em modelos de ACs, todas as variáveis são discretas: o espaço delimitado por células, o tempo avança em passos discretos e os pedestres podem assumir um número

finito de estados. Em contraste, em modelos de dinâmica de fluidos, todas as variáveis são contínuas (SCHADSCHNEIDER et al., 2011).

2.2.3.3 Dinâmica do modelo

A dinâmica dos pedestres em um modelo pode ser determinística ou estocástica. Na dinâmica determinística, o comportamento em um instante t é completamente determinado pelo estado atual do sistema. Já na dinâmica estocástica, o comportamento é regido por probabilidades, de modo que os pedestres podem reagir de maneiras diferentes diante de uma mesma situação. A simples introdução de mecanismos estocásticos em um modelo de dinâmica de pedestres, como feito por Varas et al. (2007) com a inclusão de pânico e resolução aleatória de conflitos, pode gerar comportamentos coletivos complexos (SCHADSCHNEIDER et al., 2011).

2.2.3.4 Interação entre pedestres

A interação entre os pedestres pode ser modelada de duas formas principais: baseada em regras ou baseada em forças. Na abordagem baseada em regras, os pedestres tomam decisões considerando seus próprios estados, os estados de seus vizinhos e seus objetivos individuais. Já na abordagem baseada em força, as decisões são influenciadas por forças percebidas pelos pedestres, que podem ser exercidas por outros indivíduos ou pelo ambiente. Modelos de autômatos celulares geralmente se enquadram na categoria baseada em regras, como exemplificado por Varas et al. (2007) e Alizadeh (2011). Por outro lado, modelos de forças sociais utilizam a abordagem baseada em forças, como demonstrado por Helbing, Farkas e Vicsek (2000). Para outros tipos de modelo, pode não ser possível classificá-los em apenas uma categoria, com ambas as abordagens sendo combinadas (SCHADSCHNEIDER et al., 2011).

2.2.3.5 Fidelidade

A fidelidade de um modelo refere-se ao grau de realismo que ele apresenta. Modelos de alta fidelidade buscam capturar o máximo possível da complexidade dos fatores que influenciam a movimentação dos pedestres. Por outro lado, modelos de baixa fidelidade tratam os pedestres como entidades simplificadas, por exemplo, como partículas sujeitas a determinadas forças (SCHADSCHNEIDER et al., 2011).

2.2.4 Principais Abordagens para Dinâmica de Pedestres

Diversas abordagens para a simulação da dinâmica populacional surgiram ao longo das últimas décadas, cada uma com características, vantagens e limitações próprias. Segundo Zheng, Zhong e Liu (2009), os modelos de evacuação podem ser categorizados em

sete abordagens principais: autômatos celulares, *lattice gas*, forças sociais, dinâmica de fluidos, baseados em agentes, teoria dos jogos e experimentos com animais.

Dentro dessas abordagens, os ACs têm sido amplamente aplicados no estudo da dinâmica populacional. Esses modelos podem ser classificados em duas categorias: modelos baseados em interações entre o ambiente e os pedestres; e modelos baseados na interação entre pedestres. Na primeira categoria, elementos do ambiente, como largura das saídas e obstáculos, impactam diretamente no movimento dos pedestres. Na segunda, são estudados efeitos de fricção e o comportamento bidirecional da multidão (ZHENG; ZHONG; LIU, 2009).

Os modelos de *Lattice Gas* constituem uma classe especial de ACs, popularizados na segunda metade da década de 1980, principalmente por Wolfram (1983). Nessa abordagem, o pedestre é tratado como uma partícula que se movimenta sobre uma grade, permanecendo nas interseções das linhas. Essa abordagem é muito utilizada no estudo das características de multidões em diferentes estruturas, por meio de análises de probabilidade e estatísticas (DONG et al., 2020; ZHENG; ZHONG; LIU, 2009).

Por sua vez, nos modelos de força social, os pedestres são influenciados por diferentes tipos de forças que buscam representar matematicamente o comportamento coletivo. Essas forças incluem aquelas associadas aos desejos e objetivos dos pedestres, e às interações com outros agentes e com o ambiente. De modo geral, elas podem ser classificadas em quatro categorias: força de relaxamento, força de repulsão entre agentes, força de repulsão com as bordas do sistema e força de atração entre agentes, sendo todas formalizadas por meio de equações diferenciais (BELOTTI, 2020; DONG et al., 2020).

Modelos baseados em dinâmica de fluidos, a movimentação dos pedestres é tratada como a de um fluido, pois multidões apresentam propriedades similares. Essa abordagem usa equações diferenciais parciais para descrever a evolução temporal da densidade e da velocidade de uma multidão (LIMA, 2017).

Os modelos baseados em agentes representam cada pedestre como um agente virtual, cujo comportamento é determinado por regras individuais e influenciado pelo seu estado, percepção do ambiente e interação com outros agentes. Diferentemente de modelos como os ACs, cujas regras são aplicadas de forma uniforme a todas as células, os ABMs permitem que indivíduos sigam regras diferentes, capturando de forma mais precisa a heterogeneidade da população. Embora exijam maior capacidade computacional, esses modelos oferecem maior flexibilidade e realismo na representação do comportamento coletivo (ZHENG; ZHONG; LIU, 2009; GOLDSTONE; JANSSEN, 2005).

A teoria dos jogos é um ramo da matemática voltado ao estudo da lógica por trás da tomada de decisões em interações sociais. Nos modelos baseados nessa teoria, assume-se que os pedestres agem de forma totalmente racional, buscando maximizar seus ganhos

(sair o mais rápido possível) por meio de determinadas ações, como a escolha de uma rota específica. Ao final de cada etapa da simulação, o ganho de cada indivíduo depende não apenas de suas escolhas, mas também das decisões tomadas pelos demais agentes. A situação de interação, composta pelo conjunto dos participantes, pelas opções disponíveis a cada agente e pelos respectivos benefícios, é denominado de jogo (LO et al., 2006).

Por fim, a experimentação com animais constitui uma alternativa aos experimentos de evacuação em situações de pânico envolvendo humanos, os quais são de difícil execução devido a restrições éticas e legais. Além disso, apesar dos diversos estudos conduzidos por meio de simulações numéricas, as dinâmicas de evacuação sob condições de pânico ainda não são totalmente compreendidas (SALOMA et al., 2003).

No estudo conduzido por Saloma et al. (2003), ratos foram utilizados em experimentos nos quais tentavam escapar de uma piscina de água para uma plataforma seca, com o objetivo de observar seu comportamento em situações de pânico. De forma semelhante, Altshuler et al. (2005) realizaram experimentos com formigas, investigando as diferenças no processo de evacuação de um ambiente fechado com duas saídas, tanto em condições normais quanto em situações de pânico — estas últimas simuladas por meio da introdução de um inseticida. Os resultados mostraram que, sob pânico, as formigas tendem a concentrar-se em uma única saída, enquanto em situações normais utilizam ambas as saídas de maneira equilibrada. Esses achados estão em concordância com as previsões teóricas sobre o comportamento humano em evacuações (HELBING; FARKAS; VICSEK, 2000; ZHENG; ZHONG; LIU, 2009).

2.3 Trabalhos Correlatos

Nesta seção, são apresentados alguns dos trabalhos mais relevantes que utilizam Autômatos Celulares (ACs) na modelagem da dinâmica de pedestres em ambientes fechados (indoor), tanto em situações normais quanto em cenários de incêndio.

2.3.1 Autômatos Celulares Aplicados na Dinâmica de Pedestres

Diversos modelos de ACs para dinâmica de pedestres foram propostos nas últimas décadas, sendo amplamente aplicados à simulação de evacuações em diferentes tipos de ambientes, com ou sem a presença de obstáculos. Varas et al. (2007) desenvolveu um modelo bidimensional de ACs para simular a evacuação de pedestres em ambientes com obstáculos intransponíveis, com foco especial em salas de aula. Nesse modelo, é construído um campo de piso estático, no qual cada célula recebe um valor correspondente à sua distância em relação às saídas, onde quanto menor o valor, mais próxima à célula está da saída. Dessa forma, os pedestres são direcionados naturalmente em direção às saídas ao se moverem por células com valores decrescentes. Embora o modelo seja essen-

cialmente determinístico, os autores introduziram um grau de indeterminação por meio de um parâmetro de pânico, que confere aos pedestres uma pequena probabilidade de permanecerem imóveis, e pela resolução aleatória de conflitos de movimentação, quando múltiplos pedestres tentam ocupar a mesma célula. Nos experimentos, foram simuladas evacuações em salas de aula com e sem mesas, variando-se a largura e a posição das saídas. Os resultados indicaram que o aumento da largura das saídas reduz significativamente o tempo de evacuação até um determinado limite, além de mostrar que a disposição dos obstáculos pode gerar gargalos locais, comprometendo a eficiência da evacuação.

Considerando o modelo anterior como referência, [Alizadeh \(2011\)](#) propôs uma extensão à abordagem baseada em campo de piso, introduzindo o que denominou de campo de piso dinâmico. Nesse novo modelo, a presença dos pedestres também influencia os valores do campo de piso ao longo do tempo. Assim, quando ocorre acúmulo de pedestres próximos a uma determinada saída, os valores das células nesta região aumentam, tornando aquele caminho menos atrativo e incentivando parte dos indivíduos a tomar rotas alternativas. Essa modificação torna o modelo mais realista, pois captura o comportamento adaptativo dos pedestres. A aplicação do modelo em uma sala sem obstáculos e em restaurantes com obstáculos, demonstrou que o piso dinâmico favorece uma distribuição mais equilibrada dos pedestres entre as saídas, reduzindo os congestionamentos formados próximos a elas, o que resulta em menores tempos de evacuação quando comparado com o modelo puramente estático de [Varas et al. \(2007\)](#).

Em uma linha distinta, o modelo proposto por [Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#) adota uma abordagem biônica baseada na quimiotaxia, buscando descrever as interações entre pedestres a partir de mecanismos inspirados nos feromônios de alguns insetos. Nesse modelo, cada pedestre avalia as células de sua vizinhança com base em seu conhecimento sobre o ambiente e a posição das saídas, bem como na movimentação dos outros pedestres. A partir dessa combinação, são calculadas probabilidades para as células em sua vizinhança, as quais determinam, de forma estocástica, o movimento de cada pedestre. A aplicação do modelo em uma sala vazia, com uma ou duas saídas, demonstrou que diferentes configurações dos parâmetros permitem simular desde comportamentos cooperativos até situações de pânico. Além disso, o equilíbrio entre o nível de conhecimento do ambiente e da movimentação dos outros pedestres é um fator decisivo para o tempo total de evacuação. Dado que esse modelo foi utilizado como base para a nossa implementação, uma descrição mais detalhada de seu funcionamento é apresentada na Seção 3.1.

O modelo de [Silva et al. \(2025\)](#) se baseia no trabalho de [Varas et al. \(2007\)](#) e introduz, além de algumas melhorias, o conceito de obstáculo transponível. Problemas do modelo original relacionados à movimentação dos pedestres, condicionada à liberação da célula de menor valor da vizinhança e à possibilidade de pedestres atravessarem diagonalmente entre obstáculos foram corrigidos. A nova categoria de obstáculos permite que

os pedestres os atravessarem, e os experimentos realizados demonstraram que sua presença contribui para a redução do tempo total de evacuação. Mais detalhes sobre este modelo são apresentados na Seção 3.2.3.

2.3.2 Autômatos Celulares Aplicados na Dinâmica de Pedestres sob Incêndio

O modelo proposto por [Zheng et al. \(2011\)](#) baseia-se no trabalho de [Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#), expandindo-o para incluir a influência do fogo no cálculo das probabilidades de movimentação dos pedestres. Nesse modelo, a introdução do piso de fogo permite determinar a área de influência das chamas nas células próximas, de modo que os pedestres tendem a evitá-las. Em paralelo, ocorre uma simples propagação radial dos focos de incêndio. Entre os resultados apresentados, destaca-se que focos de incêndio localizados no centro da sala aceleram uma evacuação, uma vez que os pedestres evitam permanecer próximos às chamas. Por outro lado, focos iniciados próximos às saídas tendem a inutilizá-las, obrigando os pedestres a buscar rotas alternativas. Além disso, quanto mais rápido o fogo se espalha, mais difícil se torna a evacuação, aumentando o número de pedestres que não conseguem escapar.

Partindo deste modelo, [Zheng et al. \(2017\)](#) propôs uma extensão ao incluir um campo de piso associado à propagação da fumaça, permitindo analisar sua influência sobre a movimentação dos pedestres. Nesse modelo, a fumaça se espalha de cima para baixo no ambiente, obrigando os pedestres a adotarem três posturas durante a movimentação: em pé, curvados e agachados. A partir das simulações numéricas realizadas, os autores concluíram que a evacuação é altamente dependente da localização do fogo e da velocidade de propagação do incêndio e da fumaça.

Por fim, [Zhang et al. \(2022\)](#) apresenta um modelo de AC para a dinâmica de pedestres em um túnel com focos de incêndio. O fogo é modelado usando princípios da dinâmica de fluidos e funciona simultaneamente como obstáculo e força repulsora para os pedestres. Além disso, com base em princípios da teoria dos jogos, os conflitos entre pedestres são resolvidos de modo que os indivíduos possam cooperar ou competir para se movimentar. O modelo foi aplicado considerando diferentes localizações das saídas e variações na densidade populacional. Os resultados indicaram alta frequência de conflitos entre pedestres e mostraram que saídas únicas, mesmo que mais largas, resultam em piores tempos de evacuação. Ademais, a presença do fogo influencia significativamente na redução da eficiência da evacuação.

3 Desenvolvimento

Este capítulo apresenta o modelo de referência utilizado neste trabalho, descrevendo sua estrutura, funcionamento e os cálculos dos campos de piso, bem como as extensões implementadas para ampliar sua aplicabilidade. Na Seção 3.1, o modelo é detalhado, enquanto na Seção 3.2 são apresentados os cálculos alternativos do piso estático, a incorporação de obstáculos intransponíveis e transponíveis, e a inclusão da propagação de incêndio.

3.1 Modelo de Referência

O modelo de [Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#) é um dos primeiros trabalhos de ACs aplicados à dinâmica populacional seguindo os princípios estabelecidos por [Burstedde et al. \(2001\)](#), o qual estudou a movimentação de pedestres em direções opostas. Com base nesse trabalho, Kirchner analisou a dinâmica populacional em ambientes amplos e sem obstáculos, desconsiderando a presença de componentes que limitam a movimentação dos pedestres. Portanto, ao contrário dos modelos de [Varas et al. \(2007\)](#), [Alizadeh \(2011\)](#) e [Silva et al. \(2025\)](#), o modelo de Kirchner não contempla nem suporta a presença de obstáculos internos de forma nativa.

3.1.1 Princípios Básicos do Modelo

O ambiente é discretizado em pequenas células de mesmo tamanho, que podem assumir os estados de vazia, ocupada por um pedestre ou ocupada por um obstáculo (as paredes que limitam o ambiente). A cada passo de tempo ($t \rightarrow t+1$), um pedestre pode se movimentar de sua célula atual para alguma das células vizinhas não ocupadas, de acordo com uma série de probabilidades, conhecidas como probabilidades de transição, determinadas pela interação dos pedestres com dois campos de piso: estático e dinâmico. Esses campos são construídos de modo que as transições de probabilidade levem os pedestres para regiões do ambiente com valores mais altos de piso. O piso estático será detalhado na Seção 3.1.2 e o piso dinâmico na Seção 3.1.3.

Os autores consideraram a vizinhança de von Neumann em seu modelo, permitindo que o pedestre se mova apenas nas direções horizontal e vertical. As probabilidades de transição para as diagonais, por sua vez, são nulas.

Na literatura de ACs na dinâmica populacional, é comum estabelecer o tamanho das células como um quadrado de área $0,4 \times 0,4 \text{ m}^2$, aproximadamente o espaço ocupado por um pedestre em situações de alta densidade, segundo o trabalho empírico de ([WEID-](#)

MANN, 1992). Além disso, a velocidade média de um pedestre foi calculada como sendo aproximadamente $1,3 \text{ m/s}$, o que implica que um passo de tempo leva aproximadamente $0,3 \text{ s}$ (BURSTEDDE et al., 2001).

3.1.2 Campo de Piso Estático

O piso estático (E) é calculado uma única vez no início de uma simulação e permanece inalterado até sua conclusão. Por meio dele, é possível especificar áreas de alto interesse para os pedestres, como saídas de emergência ou janelas. No trabalho em questão, o piso estático descreve a distância mais curta até alguma saída, sendo calculado por meio de uma métrica aplicada a cada célula do reticulado, de modo que os valores aumentem de forma inversamente proporcional em relação à distância para uma saída, ou seja, quanto mais próxima de uma saída uma célula estiver, maior será seu valor.

A métrica utilizada para o cálculo dos valores de E das células nas posições (i, j) no modelo de Kirchner é detalhada no Anexo A do artigo Kirchner e Schadschneider (2002) e funciona da seguinte maneira: o reticulado representando o ambiente deve ser cercado de células intransponíveis, com exceção de algumas células correspondentes às saídas, localizadas nas posições $\{(i_{T_1}, j_{T_1}), \dots, (i_{T_l}, j_{T_l}), \dots, (i_{T_k}, j_{T_k})\}$, onde k é o número de células que representam saídas e $1 \leq l \leq k$. A saída dos pedestres do ambiente só é permitida através dessas células. O valor para cada uma das células é então determinado por meio da métrica na Equação 3.1, baseada na distância euclidiana:

$$E_{ij} = \min_{(i_{T_s}, j_{T_s})} \left\{ \max_{(i_l, j_l)} \left\{ \sqrt{(i_{T_s} - i_l)^2 + (j_{T_s} - j_l)^2} \right\} - \sqrt{(i_{T_s} - i)^2 + (j_{T_s} - j)^2} \right\} \quad (3.1)$$

Como se observa na equação, a força de E_{ij} depende da distância mais curta para uma saída. O termo $\max_{(i_l, j_l)} \left\{ \sqrt{(i_{T_s} - i_l)^2 + (j_{T_s} - j_l)^2} \right\}$, em que (i_l, j_l) percorre todas as células do reticulado, representa a maior distância de qualquer célula para a saída em (i_{T_s}, j_{T_s}) . Esse valor atua como fator de normalização, de modo que as células mais próximas das saídas recebam valores de campo mais elevados.

A Figura 10 ilustra dois ambientes utilizados por Kirchner e Schadschneider (2002) como exemplos da aplicação dessa métrica. Em cada ambiente, os quadrados laranja representavam obstáculos intransponíveis (por exemplo, paredes), os quadrados cinza claros correspondem a células vazias e os quadrados verdes indicam saídas. O ambiente da Figura 10a, referido como ambiente com saídas concentradas, é uma sala fechada de 33×33 células (desconsiderando as paredes) com uma saída de 5 células de diâmetro localizada ao centro da parede esquerda. Já o ambiente da Figura 10b, denominado ambiente com saídas dispersas, é uma sala fechada de 30×60 células com dois pares de saídas, de uma célula de diâmetro cada, localizadas nas extremidades das paredes laterais.

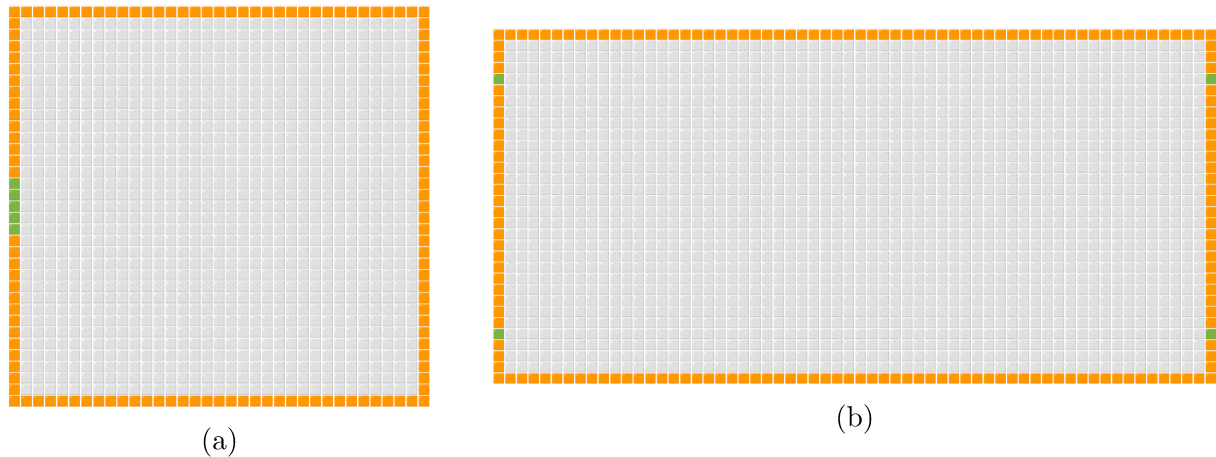


Figura 10 – Ambientes adaptados de [Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#), sendo: (a) ambiente com saídas concentradas e (b) ambiente com saídas dispersas.

O piso estático obtido por Kirchner a partir desses ambientes é apresentado na Figura 11. No caso do ambiente com saídas concentradas (Figura 11a), as células com valores mais elevados concentram-se próximas à saída, diminuindo gradualmente em direção ao lado oposto do ambiente. Já no ambiente com saídas dispersas (Figura 11b), os valores se distribuem ao redor de cada saída, reduzindo-se em direção ao centro da sala. Esse gradiente de valores é o que orienta o movimento dos pedestres em direção às saídas durante uma simulação.

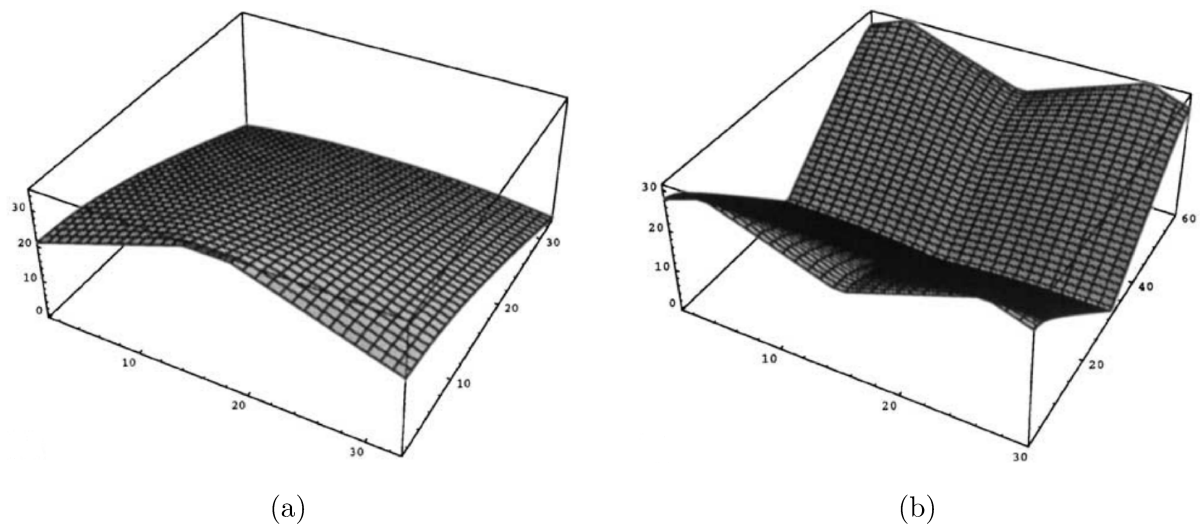


Figura 11 – Representação gráfica do piso estático para os ambientes de Kirchner. Fonte: [Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#).

3.1.3 Campo de Piso Dinâmico

O campo de piso dinâmico é inspirado no processo de quimiotaxia, utilizado por alguns insetos para criar rastros com feromônios e guiar outros indivíduos a locais de interesse, geralmente associados à presença de comida ([BURSTEDDE et al., 2001](#)). Baseando-

se nesse fenômeno, o campo dinâmico consiste no depósito de partículas discretas pelos pedestres ao se movimentarem. Essa abordagem permite transformar interações de longo alcance (por exemplo, seguir pessoas se movimentando em uma direção específica) em interações locais, possibilitando dinâmicas mais complexas. Nesse contexto, os pedestres têm maior probabilidade de se deslocar para células com concentrações mais elevadas de partículas, modelando um efeito de atração entre os indivíduos.

No começo das simulações, todas as células (i, j) do campo dinâmico estão zeradas, ou seja, $D_{ij} = 0$. Sempre que um pedestre se movimenta de uma célula para outra, o valor de D da célula de origem é acrescido em uma unidade, ou seja, $D_{ij} \rightarrow D_{ij} + 1$. A Figura 12 ilustra o acréscimo de uma unidade na célula original do pedestre (representado pelo quadrado azul ■) após sua movimentação para uma célula vizinha.

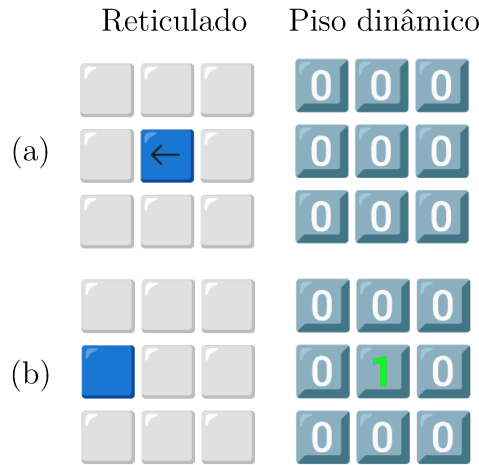


Figura 12 – Dinâmica do piso dinâmico após a movimentação de um pedestre de sua posição original (a) para sua nova posição (b). Fonte: autor.

Após todas as movimentações dos pedestres em um determinado passo de tempo, as partículas do campo de piso dinâmico sofrem dois processos consecutivos: decaimento e difusão. O decaimento consiste na remoção de partículas com uma probabilidade controlada pelo parâmetro $\delta \in [0, 1]$, como ilustrado na Figura 13a. Em seguida, ocorre a difusão, na qual as partículas se deslocam de suas células originais para as células vizinhas, com probabilidade determinada pelo parâmetro $\alpha \in [0, 1]$, conforme exemplificado na Figura 13b.

A Figura 14 ilustra a evolução do campo de piso dinâmico durante uma evacuação no ambiente da Figura 10a. No estágio inicial da evacuação, mostrado na Figura 14a, as partículas estão espalhadas por todo o ambiente. À medida que a evacuação progride, como na Figura 14b, observa-se uma maior concentração de partículas nas proximidades da saída à esquerda. Por fim, no estágio final da evacuação, representado na Figura 14c, restam poucas partículas nas proximidades da saída.

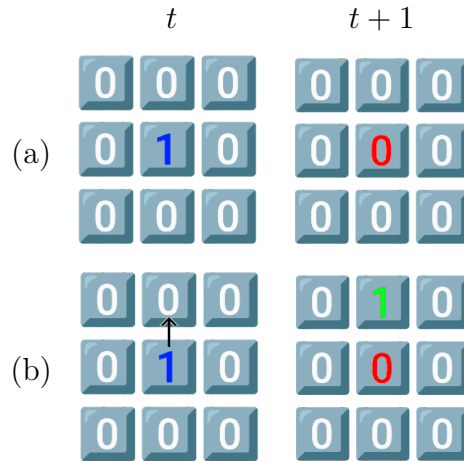


Figura 13 – Processo de decaimento (a) e de difusão (b) de uma partícula do campo de piso dinâmico. Fonte: autor.

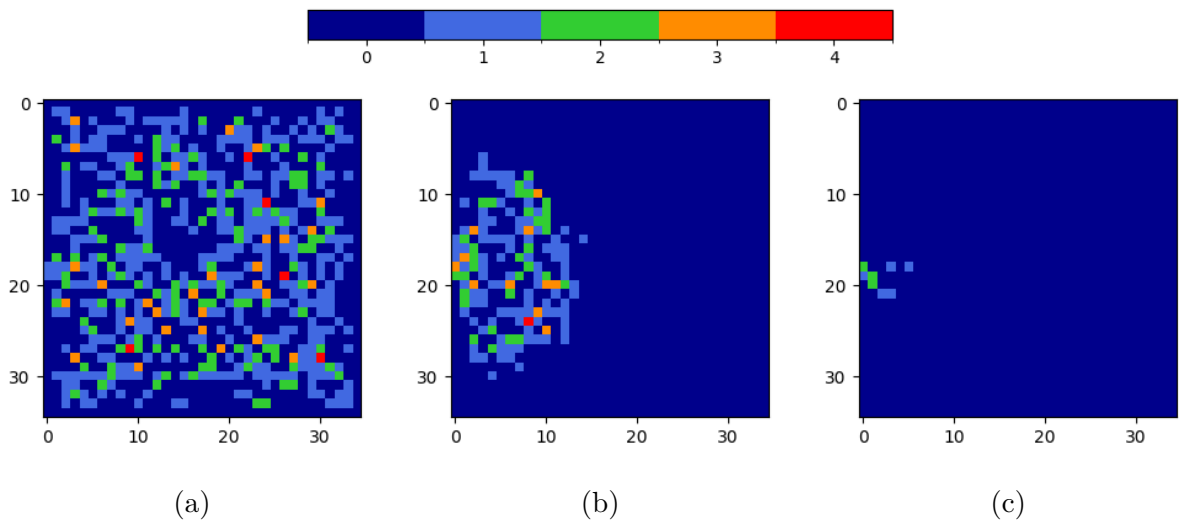


Figura 14 – Campo de piso dinâmico em diferentes estágios de uma evacuação: (a) estágio inicial, (b) estágio intermediário e (c) estágio final. Fonte: adaptada de [Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#).

3.1.4 Regra de Transição

No início da simulação, o piso estático é calculado de acordo com o descrito na Seção 3.1.2 e permanece inalterado ao longo de toda a execução. As regras de atualização do modelo, incluindo aquelas que descrevem a interação dos pedestres com o piso dinâmico, são detalhadas a seguir:

1. O piso dinâmico é atualizado de acordo com os processos de difusão e decaimento, descritas na Seção 3.1.3.
2. Para cada pedestre, as probabilidades de transição p_{ij} são calculadas para todas as células de sua vizinhança. Essas probabilidades consideram tanto a ocupação local por outros pedestres e obstáculos, quanto os dois campos de piso. Cada campo de

piso é ponderado por um parâmetro de sensibilidade: $k_E \in [0, \infty[$ para o piso estático e $k_D \in [0, \infty[$ para o piso dinâmico. A fórmula utilizada é:

$$p_{ij} = N \exp(k_D D_{ij}) \exp(k_E E_{ij}) (1 - n_{ij}) \xi_{ij} \quad (3.2)$$

onde:

$$\text{ocupação por pedestre: } n_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{sem pedestre} \\ 1, & \text{com pedestre} \end{cases}$$

$$\text{ocupação por obstáculo: } \xi_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{para células proibidas: paredes} \\ 1, & \text{para células livres} \end{cases}$$

$$\text{normalização: } N = \left[\sum_{(i,j)} \exp(k_D D_{ij}) \exp(k_E E_{ij}) (1 - n_{ij}) \xi_{ij} \right]^{-1}$$

3. Com base nas probabilidades de transição calculadas, cada pedestre seleciona uma célula alvo para tentar se movimentar.
4. Caso dois ou mais pedestres tentem ocupar a mesma célula, o conflito é resolvido por um método probabilístico, permitindo que apenas um complete a movimentação.
5. Após a movimentação, o valor do piso dinâmico é incrementado para a célula de origem de cada pedestre.

3.1.5 Resolução de Conflitos

[Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#) não exemplificam um método probabilístico para a resolução do conflito entre pedestres, limitando-se a recomendar o procedimento utilizado em [Burstedde et al. \(2001\)](#). Nesse método, a resolução de conflitos se baseia em uma matriz de preferências, que define a direção de movimentação preferencial de cada pedestre. Como o presente modelo não incorpora essa matriz, optou-se por não utilizar essa abordagem.

Em vez disso, adotou-se o método de resolução de conflito utilizado por [Varas et al. \(2007\)](#), caracterizado pelo uso de um teste probabilístico em que todos os pedestres envolvidos no conflito possuem a mesma chance de sucesso. Após a execução do teste, apenas um pedestre se movimenta, enquanto todos os demais permanecem parados. A Figura 15 exemplifica a resolução de um conflito onde dois pedestres tentam se movimentar para a célula central de um reticulado 3×3 , sendo que o pedestre da direita vence o teste probabilístico e realiza o movimento, enquanto o outro pedestre permanece parado.

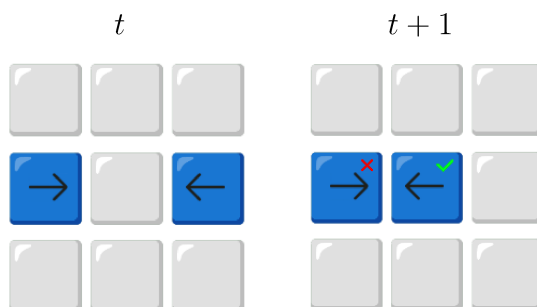


Figura 15 – Conflito entre dois pedestres e sua resolução segundo o método de [Varas et al. \(2007\)](#). Fonte: autor.

Optou-se por esse método simples e pouco realista, uma vez que o foco deste trabalho está na análise dos impactos da introdução de diferentes tipos de obstáculos na dinâmica de pedestres. Essa escolha reduz a complexidade do modelo e permite concentrar a atenção no objetivo central do estudo. Para representar de forma mais fiel a resolução real de conflitos, em que podem ocorrer situações nas quais nenhum pedestre se move para a célula em disputa ou em que os pedestres impedidos de se deslocar buscam outras alternativas, seria necessário empregar métodos mais sofisticados.

3.2 Adaptações e Alterações Realizadas

Foram incorporados detalhes de [Burstedde et al. \(2001\)](#) e de [Schadschneider, Kirchner e Nishinari \(2002\)](#) durante a implementação do modelo de modo a reproduzir fielmente os resultados do artigo original.

Do trabalho de [Burstedde et al. \(2001\)](#) foi adotado um ajuste no processo de decaimento, aplicando a operação apenas a partículas que tenham sido depositadas a mais de um turno. Já do trabalho de [Schadschneider, Kirchner e Nishinari \(2002\)](#) foi incorporado o comportamento em que pedestres ignoram partículas dinâmicas recém-depositadas, evitando que se confundam com seu próprio rastro.

A seguir, serão apresentadas as alterações e adaptações mais profundas realizadas sobre o modelo.

3.2.1 Problemas com o Cálculo do Piso Estático de Kirchner

Ao longo do artigo de [Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#), são utilizadas salas semelhantes ao ambiente com saídas concentradas. Embora o número de saídas e a distância entre elas varie, elas permanecem sempre dispostas na mesma parede. Nesses casos, a implementação da métrica apresentada na Seção 3.1.2 funciona adequadamente, como exemplificado na Figura 16, que ilustra o piso estático correspondente ao ambiente da Figura 10a, gerado a partir do cálculo original.

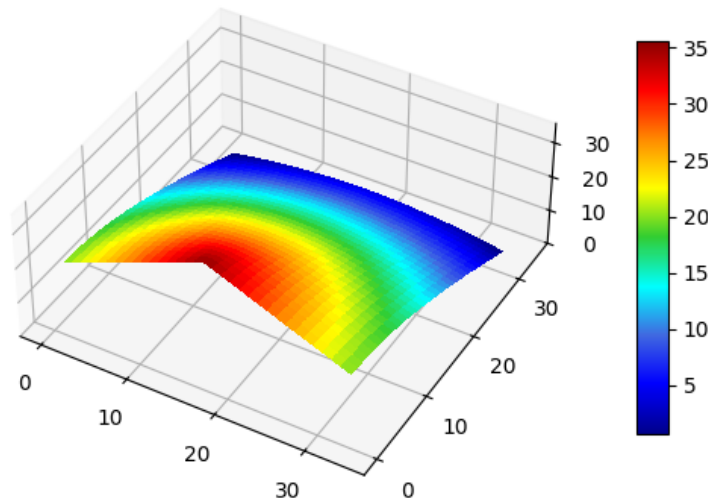


Figura 16 – Mapa de calor do piso estático obtido com a métrica original, correspondente ao ambiente com saídas concentradas. Fonte: autor.

Embora o piso estático da Figura 16 não seja idêntico ao da Figura 11a, o aumento dos valores em direção à saída, característica essencial para o funcionamento correto do modelo, está presente. A Figura 17 ilustra diferentes estágios da movimentação de pedestres considerando esse piso estático, mostrando como eles vão gradualmente saindo do ambiente.

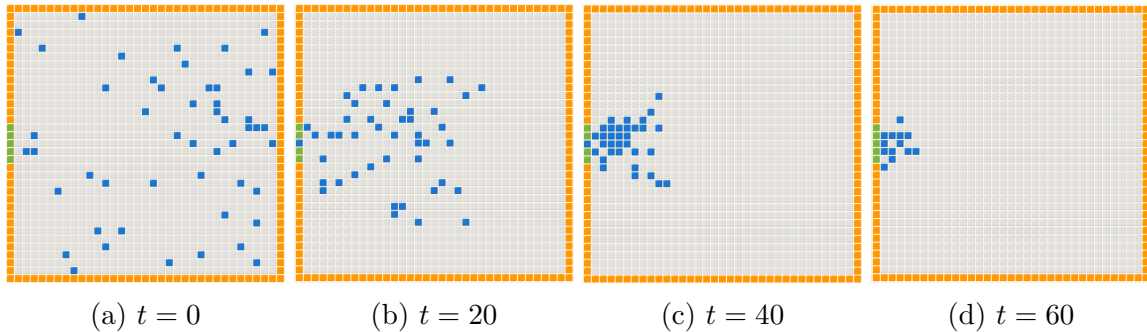


Figura 17 – Simulação da movimentação de pedestres em diferentes momentos, considerando o piso estático obtido a partir do cálculo original. Fonte: autor.

Por outro lado, o piso estático obtido para o ambiente com saídas dispersas, mostrado na Figura 18, difere consideravelmente daquele apresentado na Figura 11b. Nesse piso, os valores das células aumentam em direção ao centro do ambiente, enquanto que, no original, as células próximas a cada uma das saídas possuem os valores mais elevados, e o centro apresenta valores próximos a zero. Tal discrepância contraria a característica fundamental do modelo de Kirchner, que requer o crescimento dos valores das células em direção às saídas.

A Figura 19 ilustra o comportamento dos pedestres sobre esse piso estático em quatro estágios distintos de uma simulação. Ao invés de se dirigirem às quatro saídas localizadas nas paredes direita e esquerda, os pedestres tendem a se mover em direção

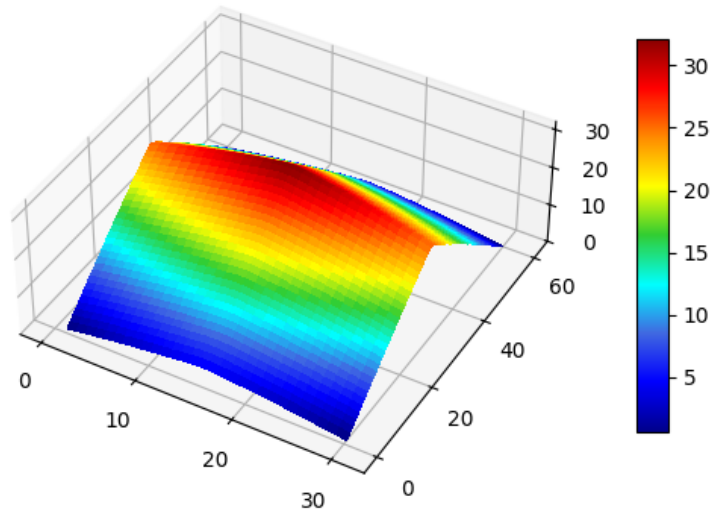


Figura 18 – Mapa de calor do piso estático obtido com a métrica original, correspondente ao ambiente com saídas dispersas. Fonte: autor.

ao centro da sala, formando uma concentração de indivíduos. Após alcançar esse estado (Figura 19d), os pedestres permanecem nele indefinidamente.

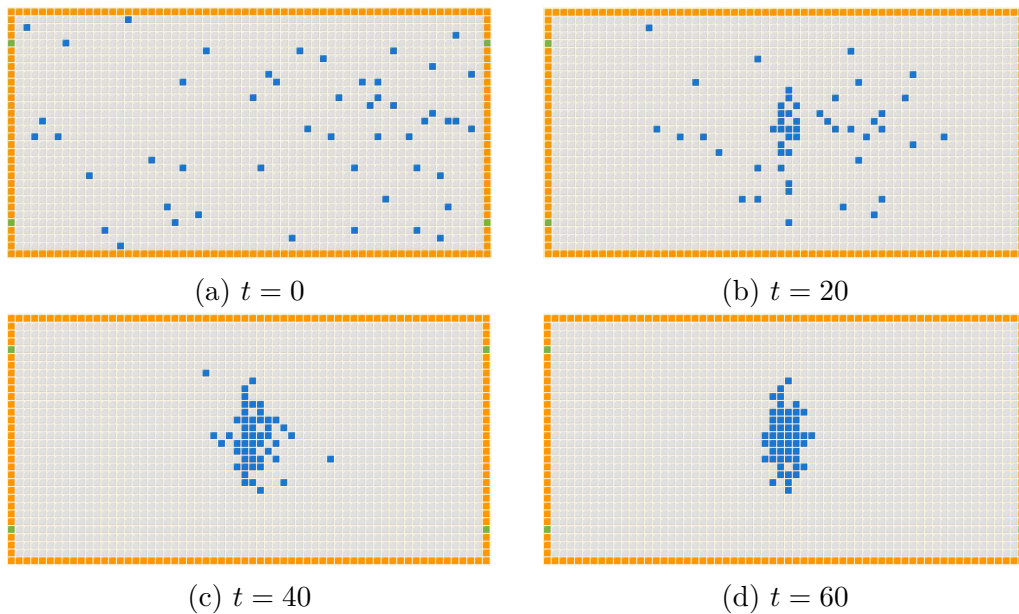


Figura 19 – Movimentação dos pedestres em diferentes passos da tempo, considerando o piso estático obtido a partir do cálculo original. Fonte: autor.

3.2.1.1 Método da inversão simples

Uma alternativa simples para viabilizar a aplicação do modelo de Kirchner em ambientes com saídas em lados opostos é realizar uma simples inversão dos valores do piso estático. Essa forma de cálculo, denominada de Método da Inversão Simples (*MIS*), é calculada por:

$$MIS_{ij} = V_{maior} - v_{ij} \quad (3.3)$$

sendo, v_{ij} o valor do piso da célula c_{ij} obtido a partir do cálculo original; e V_{maior} o maior valor de piso estático presente no reticulado, ou seja:

$$V_{maior} = \max_{(i_l, j_l)} \{v_{i_l, j_l}\} \quad (3.4)$$

Após a aplicação do *MIS*, os valores do piso estático são invertidos, de modo que as células que originalmente possuíam os maiores valores passam a ter os menores, e vice-versa. Nos ambientes semelhantes ao ambiente com saídas concentradas, a aplicação do *MIS* gera um problema semelhante ao observado na Figura 18, com as células próximas às saídas recebendo valores baixos.

3.2.1.2 Método alternativo

Como nem o cálculo de piso original, nem o *MIS* solucionam os problemas para ambos os ambientes, torna-se necessária a elaboração de um novo cálculo que seja mais genérico e possa ser aplicado a qualquer tipo de cenário.

Kirchner e Schadschneider (2002) descrevem o cálculo de piso original afirmando que “[...] a força do piso estático depende da distância mais curta para uma saída”¹. Além disso, o termo $\max_{(i_l, j_l)} \left\{ \sqrt{(i_{Ts} - i_l)^2 + (j_{Ts} - j_l)^2} \right\}$ é utilizado para normalizar os valores do piso, garantindo que estes aumentem à medida que a distância para uma saída diminui.

Com base nesses dois princípios, o Método Alternativo (*MA*) foi concebido. O piso estático para uma célula c_{ij} é calculado a partir da seguinte equação:

$$MA_{ij} = MAX - MA_{ij}^1 \quad (3.5)$$

onde,

$$MA_{ij}^1 = \min_{(i_{Ts}, j_{Ts})} \left\{ \sqrt{(i_{Ts} - i)^2 + (j_{Ts} - j)^2} \right\} \quad (3.6)$$

$$MAX = \max_{(i_l, j_l)} \{MA_{i_l, j_l}^1\} \quad (3.7)$$

A Equação 3.6 calcula a menor distância entre a célula c_{ij} e todas as saídas, seguindo o primeiro princípio descrito anteriormente. A Equação 3.7 determina a maior

¹ “[...] the strength of the static Floor field depends on the shortest distance to an exit.” (tradução própria)

dessas distâncias, funcionando como fator de normalização e garantindo que os valores do piso aumentem em direção às saídas, mantendo o princípio do termo do cálculo original.

Na Seção 4.2 será apresentada uma análise detalhada dos pisos estáticos obtidos, bem como do comportamento dos pedestres sobre eles. Conforme discutido, o Método Alternativo será utilizado no modelo implementado neste trabalho..

3.2.2 Obstáculos Intransponíveis

A presença de objetos que funcionam como obstáculos para pedestres é comum na maioria dos ambientes, tornando essencial a consideração desse aspecto em um modelo de dinâmica populacional. Tanto o cálculo original do piso estático proposto por Kirchner, quanto os métodos apresentados na Seção anterior desconsideram a existência de obstáculos, devido ao uso da distância euclidiana como componente fundamental em todos os cálculos. Essa medida determina apenas a distância direta entre duas células, sem levar em conta quaisquer objetos que possam estar entre elas.

A Figura 20 apresenta o ambiente com saídas concentradas (Figura 10a), com a adição de uma parede de obstáculos intransponíveis à frente da única saída, sendo este cenário denominado ambiente com barreira na saída.

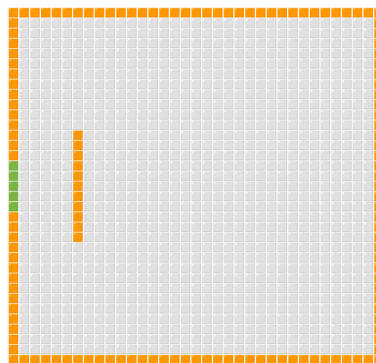


Figura 20 – Ambiente com barreira na saída. Fonte: autor.

Conforme ilustrado na Figura 21, a aplicação do método alternativo no ambiente com saídas concentradas (Figura 21a) e no ambiente com barreira na saída (Figura 21b), não gera qualquer diferença nos valores atribuídos para as células.

A Figura 22 ilustra o comportamento dos pedestres durante uma evacuação no ambiente com piso estático da Figura 21b. Observa-se que os pedestres se dirigem normalmente para a saída, mas acabam ficando presos atrás da parede de obstáculos, permanecendo nessa posição por um longo período. Apenas devido à natureza probabilística do modelo alguns pedestres conseguem eventualmente contornar a barreira e alcançar a saída, o que depende puramente do acaso.

De modo a evitar esse tipo de comportamento, o qual não corresponde com a realidade, é fundamental que o cálculo do piso seja ajustado para considerar a presença

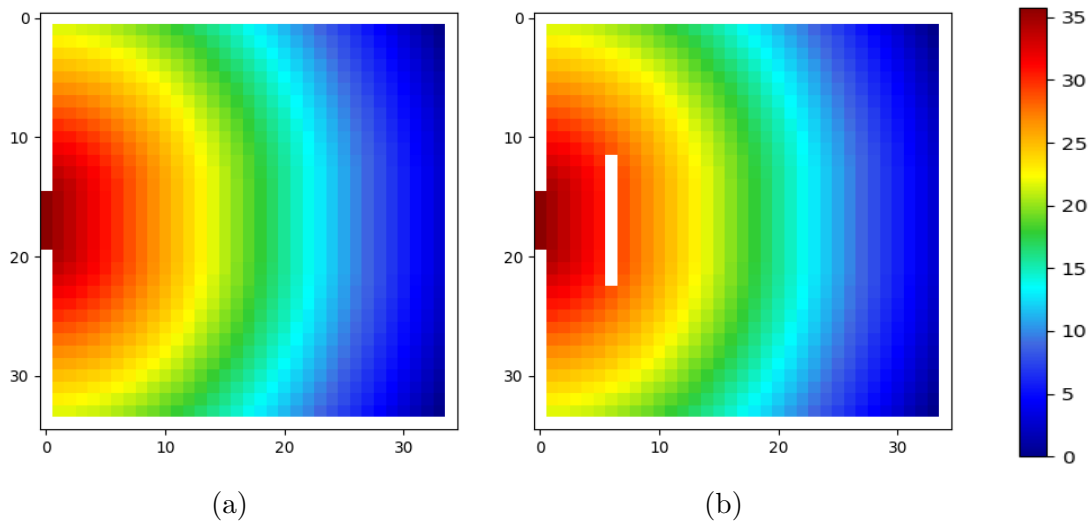


Figura 21 – Mapa de calor dos pisos estáticos gerados pelo método alternativo no ambiente com saídas concentradas (a) e no ambiente com barreira na saída (b). Fonte: autor.

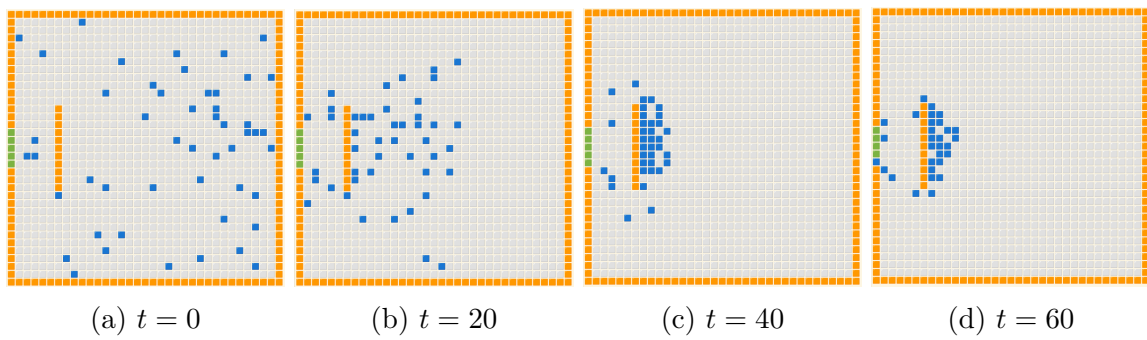


Figura 22 – Movimento de pedestres em um ambiente com barreira na saída, considerando o piso estático calculado pelo método alternativo. Fonte: autor.

de obstáculos. Os modelos propostos por [Varas et al. \(2007\)](#) e [Alizadeh \(2011\)](#), brevemente explicados na Seção 2.3, empregam pisos estáticos que levam em conta obstáculos intransponíveis. Ao contrário do modelo de Kirchner que adota a vizinhança de von Neumann, esses modelos utilizam a vizinhança de Moore, o que permite que os pedestres se desloquem também nas direções diagonais. Para adequar o modelo implementado às modificações propostas e representar de forma mais realista o movimento dos pedestres, a vizinhança de Moore será adotada nas demais extensões.

A seguir, são apresentados os cálculos de piso dos modelos de Varas e Alizadeh, bem como as adaptações necessárias para integrá-los ao modelo de Kirchner. Nos pisos adaptados, também é permitida a movimentação diagonal, conforme previsto nos modelos originais, assim como a difusão diagonal das partículas dinâmicas.

3.2.2.1 Piso invertido de Varas

O piso estático do modelo de Varas é calculado de forma iterativa, em camadas, de modo que as células de cada nova camada têm como base os valores atribuídos na camada anterior. Essa abordagem é conhecida como difusão de distância (NAMETALA; MARTINS; OLIVEIRA, 2020) e possibilita que a presença dos obstáculos é incorporada ao piso. Os passos necessários para o cálculo são descritos a seguir:

1. As células correspondentes às saídas recebem o valor 1.
2. Todas as células adjacentes (camada seguinte) às células com valores definidos na camada anterior recebem valores de acordo com as seguintes regras:
 - a) Se uma célula tiver valor N , as células na vertical e na horizontal recebem o valor $N + 1$. Já as células nas diagonais recebem valores de $N + \lambda$, com $\lambda > 1$. Neste trabalho, é mantido o valor adotado por Varas et al. (2007), de $\lambda = \frac{3}{2}$.
 - b) Em caso de conflitos na atribuição de valores a uma mesma célula, o menor valor prevalece.
3. O passo 2 é repetido até que todas as células do reticulado estejam preenchidas e não haja mais conflitos de valores.

A Figura 23 ilustra a aplicação das regras descritas sobre o recorte de um ambiente contendo uma única saída, posicionada atrás de uma parede com três células de comprimento, representadas por células brancas. Observa-se que o processo de cálculo é realizado camada após camada, iniciando-se pela saída com valor 1.0 e propagando-se ao redor da parede de obstáculos até que todas as células adjacentes recebem seus respectivos valores. Com base nesse piso e na regra de movimentação do modelo de Varas, na qual os pedestres se deslocam para a célula de menor valor em sua vizinhança, um pedestre é capaz de contornar a parede de obstáculos e alcançar a saída sem dificuldade.

Conforme demonstrado na Figura 23, no piso estático de Varas as células próximas às saídas apresentam os menores valores, ou seja, o oposto do que ocorre no piso estático do modelo de Kirchner. Essa característica faz com que os pedestres se acumulem na parede oposta à saída. Para torná-lo compatível com o modelo implementado, as seguintes regras, que serão referidas como cálculo estendido, devem ser aplicadas após o cálculo base:

5. Determina-se o maior valor de piso (desconsiderando paredes e obstáculos), denotado por MAX^{Varas} .
6. O valor do piso estático de cada célula c_{ij} deve ser recalculado, como segue:

$$P'_{ij} = MAX^{Varas} - P_{ij} + 1 \quad (3.8)$$

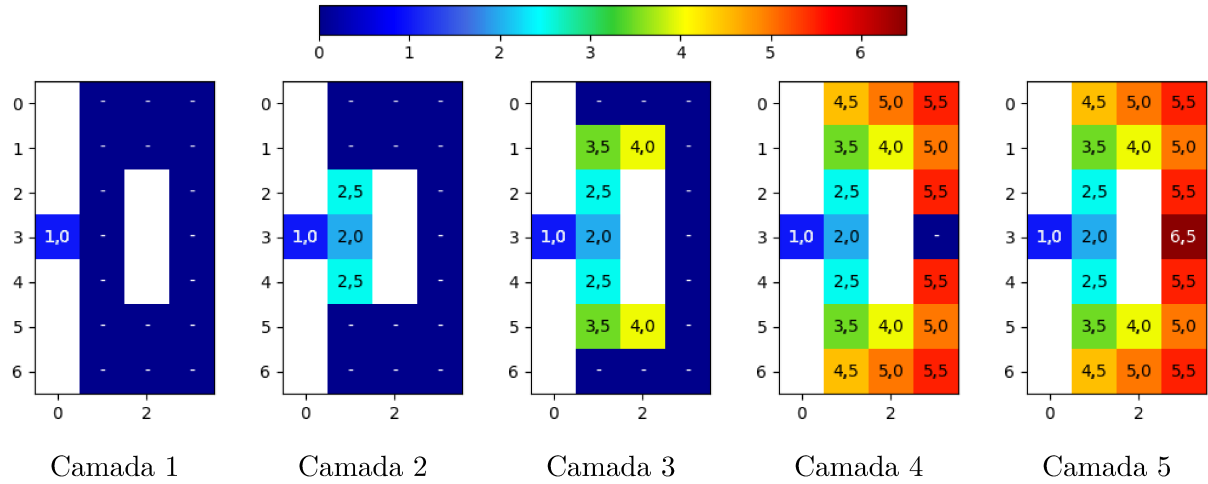


Figura 23 – Processo de cálculo em camadas do piso estático de Varas. Fonte: autor.

7. As células correspondentes a obstáculos ou paredes devem receber valores negativos.

A Equação 3.8 é responsável por inverter os valores das células do reticulado, tornando-o compatível com o Modelo de Kirchner². O cálculo base, combinado ao cálculo estendido, será referido como Piso Invertido de Varas (PIV). A Figura 24a apresenta o piso gerado pelo cálculo base, aplicado ao ambiente com barreira na saída, enquanto que a Figura 24b mostra o piso para o mesmo ambiente, calculado a partir do PIV, no qual os valores do piso estático passam a seguir os requisitos do Modelo de Kirchner.

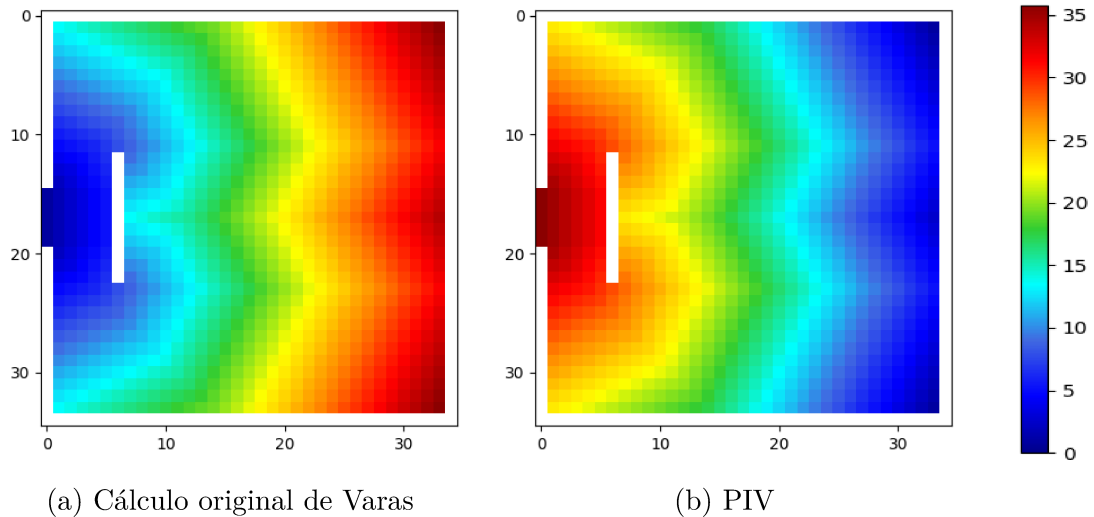


Figura 24 – Mapa de calor dos pisos estáticos gerados para um ambiente com barreira na saída, considerando o cálculo base de Varas (a) e o piso invertido de Varas (b). Fonte: autor.

Já a Figura 25 apresenta diferentes etapas da movimentação dos pedestres sobre o piso estático mostrado na Figura 24b. Em contraste com o comportamento observado

² A adição de +1 é necessária porque as saídas originalmente recebem o valor 1.

na Figura 17, os pedestres conseguem identificar a presença dos obstáculos posicionados diante da saída e se organizam de modo a contorná-los adequadamente.

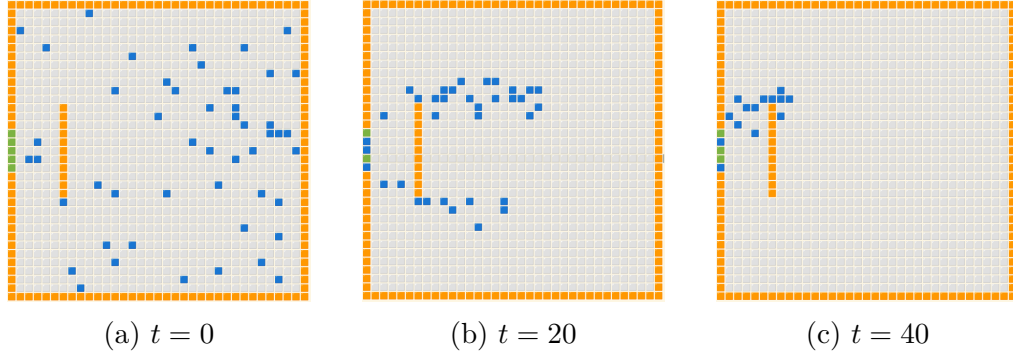


Figura 25 – Movimentação de pedestres em um ambiente com barreira na saída, considerando o piso invertido de Varas. Fonte: autor.

O uso do PIV no modelo de Kirchner será indicado como Kirchner-PIV.

3.2.2.2 Piso invertido de Alizadeh

O piso proposto por Alizadeh (2011) é obtido por meio do cálculo individual associado a cada saída e a combinação dos valores resultantes ao final do processo. Para cada saída, dois pesos são definidos: o peso estático, determinado conforme o cálculo de Varas et al. (2007), e o peso dinâmico, baseado na posição dos pedestres em relação às células e às saídas.

O peso de uma célula c_{ij} em relação a uma saída A , no passo de tempo t , denotado por $W_t^A(c_{ij})$, é determinado por:

$$W_t^A(c_{ij}) = \underbrace{W_{static}^A(c_{ij})}_{\text{Peso Estático}} + \alpha_{Alizadeh} \underbrace{T_t^A(c_{ij})}_{\text{Peso Dinâmico}} \quad (3.9)$$

sendo,

- $W_{static}^A(c_{ij})$: o valor do piso estático da célula c_{ij} em relação à saída A , calculado conforme o cálculo base de Varas.
- $\alpha_{Alizadeh}$: coeficiente de escape de multidões, que controla a influência do piso dinâmico na movimentação dos pedestres. Para $\alpha_{Alizadeh} = 0$, o piso dinâmico é ignorado, resultando em uma dinâmica de movimentação similar ao modelo de Varas. Neste trabalho, adotou-se $\alpha_{Alizadeh} = 1$, que é o mesmo valor utilizado em Alizadeh (2011), propiciando que alguns pedestres optem por utilizar saídas mais distantes a fim de evitar grandes aglomerações.

- $T_t^A(c_{ij})$: o valor do piso dinâmico, que corresponde ao número de pedestres mais próximos da célula c_{ij} em relação à saída A no passo de tempo t . O cálculo desse termo é dado por³ :

$$T_t^A(c_{ij}) = \frac{|L_t^A(c_{ij})| + |E_t^A(c_{ij})|}{d_A} \quad (3.10)$$

Considerando V_t como o conjunto de células ocupadas por um pedestre no passo de tempo t , os conjuntos $L_t^A(c_{ij})$ e $E_t^A(c_{ij})$ são definidos como:

$$L_t^A(c_{ij}) = \{y \mid W_{static}^A(y) < W_{static}^A(c_{ij}) \text{ e } y \in V_t\} \quad (3.11)$$

$$E_t^A(c_{ij}) = \{y \mid W_{static}^A(y) = W_{static}^A(c_{ij}) \text{ e } y \in V_t\} \quad (3.12)$$

Por fim, o denominador d_A representa a largura da saída A .

Conforme definido nas Equações 3.11 e 3.12, $L_t^A(c_{ij})$ e $E_t^A(c_{ij})$ são os conjuntos das células ocupadas por pedestres com piso estático inferior e igual, respectivamente, com relação a uma célula c_{ij} . Dessa forma, os termos $|L_t^A(c_{ij})|$ e $|E_t^A(c_{ij})|$ indicam, respectivamente, o número de células ocupadas com piso menor e igual ao da célula c_{ij} .

Após a aplicação da Equação 3.9 sobre todas as saídas do ambiente, o peso final de cada célula c_{ij} é o menor peso considerando todas as saídas do ambiente, ou seja:

$$W_t(c_{ij}) = \min \{W_t^A(c_{ij}) \mid A \text{ é uma saída do ambiente}\} \quad (3.13)$$

Por se basear no piso estático de Varas, no Modelo de Alizadeh, os pedestres também preferem se movimentar para células com campos de piso menores. Por esse motivo, é necessário a aplicação de uma inversão, similar a usada no cálculo do PIV (Equação 3.8), em todas as células do reticulado. O piso resultante será referido como Piso Invertido de Alizadeh (PIA).

A Figura 26 apresenta o mapa de calor (*heatmap*) dos pisos estáticos gerados a partir do PIA em três momentos distintos de uma simulação ($t = 0, 20$ e 40) do ambiente com barreira na saída. Observa-se que os pesos atribuídos às células próximas à saída diminuem progressivamente à medida que os pedestres vão deixando o ambiente, conforme exemplificado na Figura 27.

O uso do PIA no modelo de Kirchner será indicado como Kirchner-PIA.

³ A fórmula original inclui a fração $\frac{1}{2}$ no segundo termo, a qual foi removida, pois os resultados experimentais obtidos diferem dos apresentados por Alizadeh (2011).

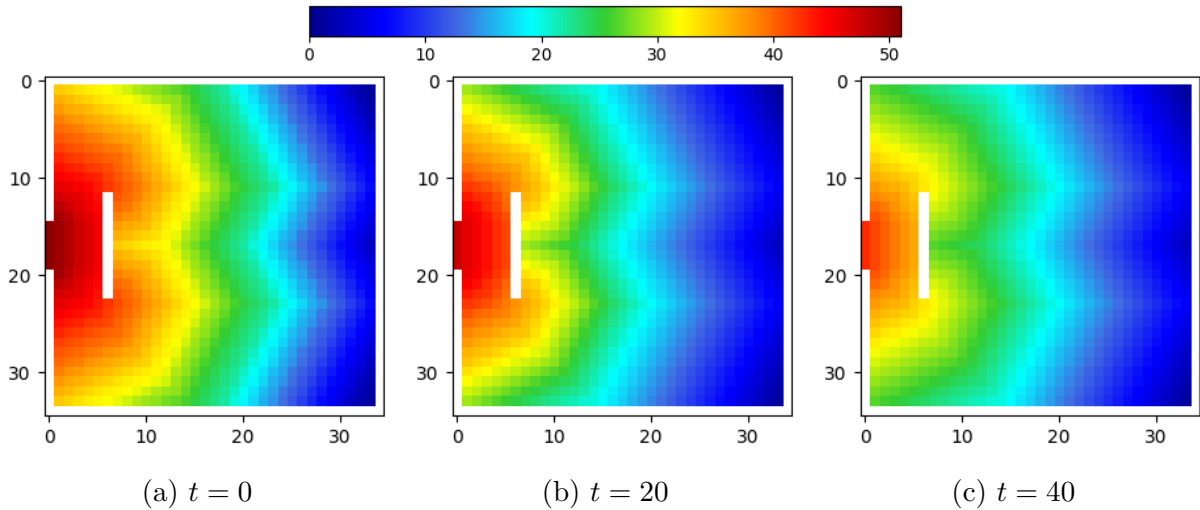


Figura 26 – Mapa de calor dos pisos estáticos gerados pelo piso invertido de Alizadeh, em diferentes passos de uma simulação do ambiente com barreira na saída. Fonte: autor.

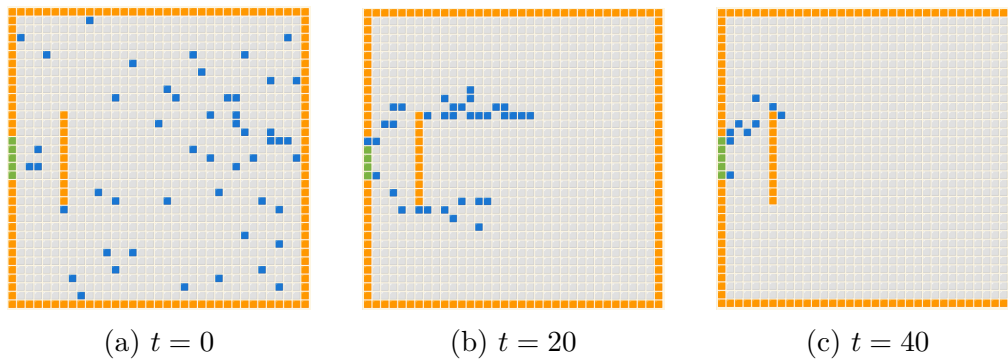


Figura 27 – Movimentação dos pedestres em um ambiente com obstáculos, considerando o piso invertido de Alizadeh. Fonte: autor.

3.2.3 Obstáculos Transponíveis


Os obstáculos incorporados ao modelo de Kirchner por meio do uso de um dos pisos invertidos são indistinguíveis das paredes que delimitam os ambientes, no sentido de que bloqueiam totalmente a movimentação através deles. Dessa forma, objetos como mesas e cadeiras, que podem ser atravessados por pedestres, não são representados de maneira adequada.

O modelo proposto por [Silva et al. \(2025\)](#), introduz uma nova classe de obstáculos, denominados *obstáculos transponíveis*. A ideia fundamental dessa nova classe é permitir a representação de objetos que, embora dificultem a movimentação, ainda podem ser atravessados pelos pedestres. Esse modelo estende as regras de cálculo de piso e movimentação de pedestres do modelo de Varas, incorporando novas regras para a introdução dos obstáculos transponíveis:

1. Durante o cálculo do piso estático, os obstáculos transponíveis são ignorados, de

modo que as células que ocupam recebem valores normalmente.

2. A movimentação para uma célula com um obstáculo transponível está condicionada ao sucesso de um teste probabilístico baseado na taxa de ultrapassagem z . Caso o teste seja bem-sucedido, o pedestre se desloca para a célula com o obstáculo; caso contrário, permanece em sua posição atual.

A Figura 28 exemplifica a movimentação de um pedestre em dois ambientes: um com obstáculos intransponíveis (Figura 28a) e outro com obstáculos transponíveis (Figura 28b). Nessa figura, e em todo este trabalho, os obstáculos transponíveis são representados por quadrados com borda laranja e fundo branco . Observa-se que, na presença de obstáculos intransponíveis, o pedestre é obrigado a percorrer um caminho mais longo, contornando-os. Por outro lado, na presença de obstáculos transponíveis, o pedestre é capaz de atravessá-los, escapando do ambiente de forma mais ágil.

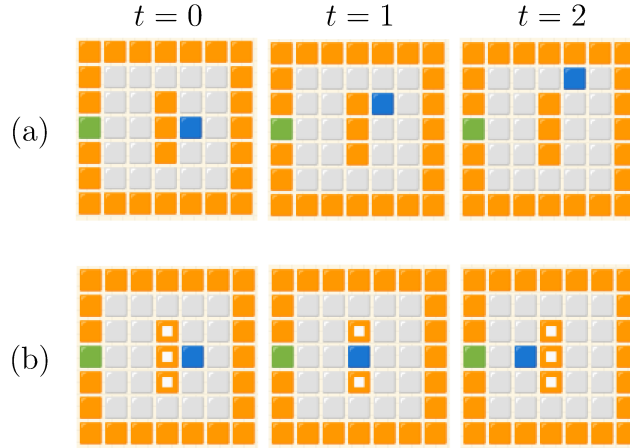


Figura 28 – Movimentação de um pedestre em ambientes com obstáculos intransponíveis (a) e transponíveis (b). Fonte: adaptada de [Silva et al. \(2025\)](#).

Como o modelo de Silva é uma extensão do modelo de Varas, a definição de obstáculo transponível apresentado acima, assim como as regras associadas, são compatíveis tanto com o PIV quanto com o PIA. Para integrar de forma mais consistente esse novo conceito ao modelo de Kirchner, as seguintes regras também devem ser aplicadas:

3. Quando o pedestre estiver sobre um obstáculo transponível, o valor de ξ , que representa a ocupação por obstáculo, é assumido como 1 (célula livre).
4. Para células contendo obstáculos transponíveis que não estejam ocupadas por pedestres, ξ é definido pela taxa de transponibilidade $\tau \in (0, 1)$, a qual indica a facilidade com que o obstáculo pode ser atravessado.
5. A taxa de ultrapassagem z assume o mesmo valor da taxa de transponibilidade τ para um determinado obstáculo transponível.

A Figura 29 apresenta os valores de ξ para o cenário ilustrado na Figura 28b. Conforme observado na Figura 29a, os valores de ξ para todas as células com obstáculos transponíveis é de $\tau = 0,5$. Já na Figura 29b, dado que o pedestre se deslocou para a célula com o obstáculo transponível central, seu valor de ξ passa a ser 1. Por fim, na figura 29c, o valor de ξ da célula ocupada pelo pedestre no instante $t = 1$ volta a ser 0,5.

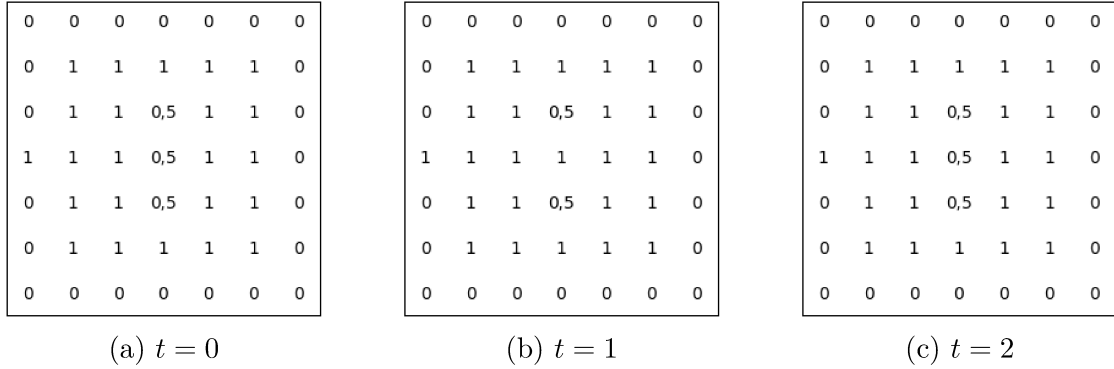


Figura 29 – Valores de ξ das células nos diferentes instantes representados no ambiente com obstáculos transponíveis da Figura 28b considerando $\tau = 0,5$. Fonte: autor.

O conjunto das regras definidas até o momento será referido como *Adaptação Básica dos Obstáculos Transponíveis* (ABOT). Um dos problemas evidentes do modelo proposto por Silva et al. (2025) e, consequentemente, da ABOT, é o fato do pedestre, após falhar no teste de ultrapassagem, continuar tentando atravessar o obstáculo. Essa situação faz com que o pedestre permaneça parado até obter sucesso, sobretudo quando z é elevado, o que não condiz com a realidade. Para mitigar esse problema, foi adicionada a seguinte regra:

6. Após um pedestre ser mal-sucedido em um teste de ultrapassagem e permanecer parado, um período de recuperação (*cooldown*) de θ passos de tempo é iniciado. Durante esse intervalo, o pedestre considera todos os obstáculos como intransponíveis.

A Figura 30 ilustra a movimentação de um pedestre em um ambiente contendo uma fileira de obstáculos transponíveis bloqueando o caminho até a saída, considerando dois valores de θ . Na Figura 30a, em que $\theta = 0$, ao falhar no teste de ultrapassagem em $t = 1$, o pedestre permanece parado nesse instante (representado pelo quadrado preto ■) e, já no passo $t = 2$, tem permissão para realizar o teste novamente, obtendo sucesso e deslocando-se para a célula do obstáculo. Por outro lado, na Figura 30b, onde $\theta > 0$, após falhar no teste e permanecer parado da mesma forma que no cenário anterior, o pedestre não pode realizar um novo teste e passa a contornar os obstáculos.

Em virtude da Regra 6, torna-se necessário calcular o piso estático considerando os obstáculos transponíveis de duas formas: normalmente e tratando-s como intransponíveis.

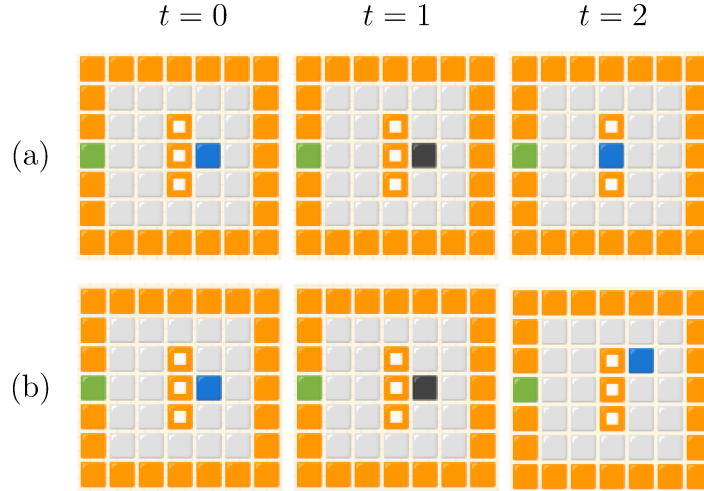


Figura 30 – Movimentação de um pedestre pelo ambiente com obstáculos transponíveis considerando ou não um período de recuperação: (a) sem *cooldown* ($\theta = 0$); e (b) com *cooldown* ($\theta > 0$).Fonte: autor.

Essa nova abordagem é denominada *Adaptação Estendida dos Obstáculos Transponíveis* (AEOT).

Além da transposição de obstáculos, também foi incorporado o mecanismo proposto por [Silva et al. \(2025\)](#) para impedir a movimentação de pedestres através de obstáculos dispostos na diagonal. Durante o cálculo do piso de Varas, células diagonalmente adjacentes a uma célula já processada são ignoradas quando os vizinhos que ambas compartilham são obstáculos.

3.2.4 Propagação de Focos de Incêndio

A evacuação de ambientes contendo obstáculos de qualquer tipo é geralmente considerada de baixo risco imediato aos pedestres, pois todos tendem a escapar sem maiores problemas. O mesmo não ocorre em situações com presença de fogo, uma vez que ele possui alta capacidade de bloquear saídas, dificultar a evacuação e causar óbitos. [Zheng et al. \(2011\)](#) aborda essa questão ao propor um modelo que inclui a propagação de incêndios e sua influência na movimentação dos pedestres, fortemente baseado em [Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#). Neste trabalho, será utilizada uma versão simplificada desse modelo, em que o piso estático e a interação dos pedestres com os obstáculos intransponíveis e transponíveis seguirão os mecanismos estabelecidos em Kirchner-PIA, enquanto o piso dinâmico de Kirchner será preservado. A vizinhança de Moore de raio 1, adotada em Kirchner-PIA, também será utilizada nessa nova versão do modelo.

No início de uma evacuação, o ambiente pode conter um número arbitrário de células em chamas, representadas neste trabalho por quadrados vermelhos ■, que se expandem para as células vizinhas a uma velocidade de v m/s. Considerando que o comprimento de uma célula seja de a metros e que um passo de tempo compreenda b segundos,

o fogo se propaga a cada $\frac{a/v}{b}$ passos de tempo. A Figura 31 ilustra a propagação de um incêndio, segundo o modelo apresentado em (ZHENG et al., 2011), a partir de um único foco iniciado na célula mais ao centro do reticulado. Como pode ser observado, todas as células na vizinhança de Moore se incendiam a cada expansão (15 passos de tempo), considerando $v = 0,1 \text{ m/s}$, $a = 0,4 \text{ m}$ e $b = 4/15 \text{ s}$. Obstáculos transponíveis e pedestres, quando atingidos pela propagação do fogo, são incendiados, sendo que os pedestres sofrem óbito nesse caso.

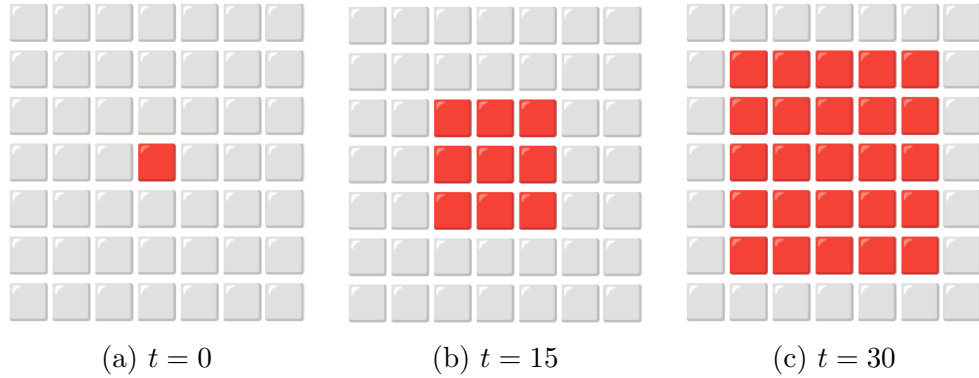


Figura 31 – Propagação do fogo a cada 15 passos de tempo. Fonte: autor.

Células em chamas são vistas pelos pedestres como obstáculos intransponíveis, inibindo a movimentação em sua direção. As células adjacentes ao fogo podem ser classificadas em dois tipos: perigosas e arriscadas. As células perigosas estão muito próximas do fogo e não oferecem nenhuma vantagem para o pedestre e, portanto, também são evitadas. Na prática, a probabilidade de transição para essas células é zero. Por outro lado, as células arriscadas também estão próximas ao fogo, mas estão posicionadas de forma a oferecer alguma vantagem durante a movimentação dos pedestres. Células localizadas entre um foco e um obstáculo intransponível recebem essa classificação. A Figura 32 exemplifica ambas as categorias. As células adjacentes ao fogo que também estão próximas a obstáculos intransponíveis e à saída são classificadas como células arriscadas, representadas por quadrados amarelos , enquanto as células perigosas são representadas por quadrados marrons . A importância dessas duas categorias de células próximas ao fogo será discutida a seguir.

Essas categorias de células referem-se apenas àquelas adjacentes ao fogo, contudo, a influência do fogo se estende além dessas células. Essa influência é incorporada por meio do campo de piso de fogo, no qual os valores são definidos de forma inversamente proporcional à distância da borda do fogo. O valor do piso de fogo para a célula c_{ij} é dado pela Equação 3.14:

$$F_{ij} = \frac{1/d(i, j)}{\sum_i \sum_j 1/d(i, j)} \quad (3.14)$$

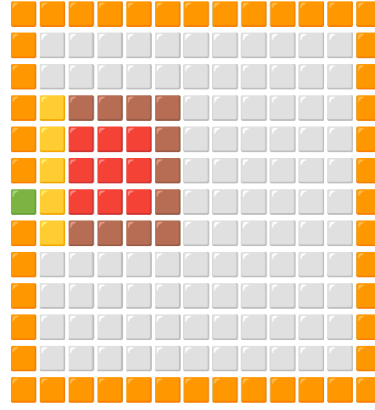


Figura 32 – Ambiente com um foco de incêndio próximo à saída, onde as células arriscadas são destacadas em amarelo, enquanto as células perigosas são destacadas em marrom. Fonte: autor.

A distância da célula c_{ij} em relação ao fogo ($d(i, j)$) é calculada utilizando a métrica de Manhattan, escolhida por considerar tanto a presença de obstáculos intransponíveis no ambiente quanto a expansão radial do fogo. Quanto maior for essa distância, menor será sua influência no processo decisório do pedestre, até o ponto em que deixa de ser considerada durante a movimentação. Esse comportamento é modelado atribuindo-se o valor 0 a F_{ij} sempre que $d(i, j) > \gamma$. A Figura 33 ilustra os diferentes níveis de influência do fogo de acordo com a distância em relação ao foco de incêndio. As células para as quais $d(i, j) > 4$ receberam valor 0, visto que $\gamma = 4$ foi utilizado.

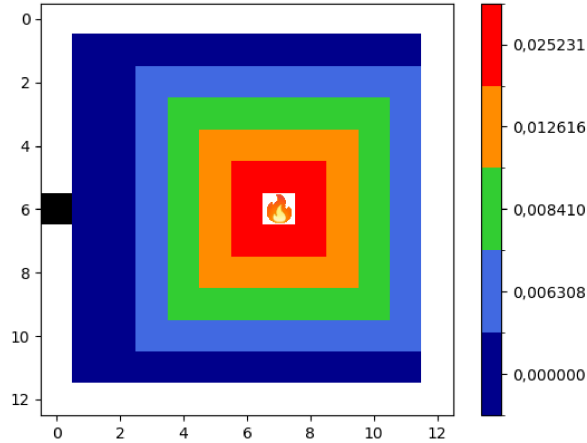


Figura 33 – Campo de piso de fogo em um reticulado de 13×13 , considerando um foco de incêndio na célula $(6, 7)$ e $\gamma = 4$. Fonte: autor.

O piso de fogo é incorporado na Equação 3.2 de forma a incluir a influência negativa do fogo nas probabilidades de transição dos pedestres, como segue:

$$p_{ij} = N \frac{\exp(k_D D_{ij}) \exp(k_E E_{ij})}{\exp(k_F \alpha_{Fire} F_{ij})} (1 - n_{ij}) \xi_{ij} \quad (3.15)$$

Além do termo F_{ij} , os parâmetros k_F e α_{Fire} são utilizados para ajustar a influência do fogo. O parâmetro k_F atua como um fator de escala positivo, amplificando ou atenuando o efeito de F_{ij} . Já α_{Fire} modela o comportamento de tomada de decisões arriscadas pelos pedestres, quando eles se encontram próximos à saída. Se a distância entre uma célula e a saída, medida pela métrica de Manhattan, for menor que um valor σ , o valor de α_{Fire} será 0,5, caso contrário, $\alpha_{Fire} = 1$. O parâmetro σ representa a distância máxima em relação a uma saída, na qual o fogo exerce menor influência sobre as probabilidades de transição, refletindo a tendência dos pedestres de priorizar a evacuação mesmo sob risco.

A Equação 3.15 é utilizada em todas as situações, com uma única exceção: as células arriscadas. Por representarem uma oportunidade de rota "mais promissora" para os pedestres, nessas células adota-se a fórmula original (Equação 3.2), desconsiderando-se a influência do fogo.

Outros elementos presentes no trabalho de Zheng et al. (2011), como o cálculo normalizado dos pisos estático e dinâmico, a remoção das saídas consumidas pelas chamas, a consideração de apenas saídas visíveis aos pedestres (cuja visão não está obstruída pelo fogo) no cálculo do piso estático, o efeito de inércia sobre os pedestres, a heterogeneidade de pedestres em relação à sua velocidade de movimento e a possibilidade de todos os pedestres falharem em uma resolução de conflitos, foram desconsiderados a fim de manter a simplicidade do modelo proposto.

4 Simulações e Resultados

Este capítulo apresenta as simulações realizadas e os resultados obtidos a partir das adições ao modelo de [Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#). Na primeira seção, destacam-se informações gerais pertinentes a todos os experimentos. Na segunda seção, verifica-se como a movimentação dos pedestres durante as simulações é influenciada pelas formas alternativas de cálculo do piso estático de Kirchner. Na terceira seção, comparam-se as dinâmicas de evacuação obtidas a partir dos cálculos de piso estático PIV e PIA. Na quarta seção, analisa-se a movimentação dos pedestres em ambientes com obstáculos transponíveis. Por fim, na quinta seção, valida-se a capacidade do modelo implementado de representar a dinâmica de pedestres em ambientes com obstáculos (transponíveis e intransponíveis) e fogo.

4.1 Considerações Iniciais

O modelo original de Kirchner, assim como suas versões modificadas neste trabalho, envolvem diversos parâmetros. Nos experimentos realizados neste capítulo, os parâmetros α , δ , k_S e K_D assumem valores intermediários, conforme os resultados apresentados por [Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#). Os valores adotados são: $\alpha = 0,3$, $\delta = 0,3$, $k_S = 2$ e $k_D = 1$.

Os ambientes utilizados para avaliar cada uma das extensões são apresentados no início das respectivas seções. Nas simulações em que os pedestres não tenham suas localizações previamente definidas no ambiente (posições fixas), uma população de 50 pedestres é distribuída aleatoriamente. Ademais, os cenários analisados neste trabalho representam apenas uma pequena fração das situações possíveis na realidade, sendo que cenários mais complexos não foram considerados devido à limitação de tempo para o desenvolvimento da pesquisa.

Para os experimentos cujos resultados foram apresentados na forma de gráfico de linhas, cada ponto do gráfico foi obtido a partir da média de 1000 simulações realizadas para cada conjunto de parâmetros.

4.2 Análise do Impacto dos Cálculos de Piso Estático na Movimentação de Pedestres

Esta seção tem como objetivo analisar os efeitos das duas abordagens alternativas propostas para o cálculo do piso estático no modelo de Kirchner, em comparação com os

resultados obtidos a partir da métrica originalmente apresentada pelos autores.

Ao aplicar o *MIS* ao ambiente com saídas dispersas, o piso estático gerado corresponde ao exibido na Figura 39. Observa-se que os valores das células aumentam em direção às saídas, atendendo ao requisito necessário para o correto funcionamento do modelo.

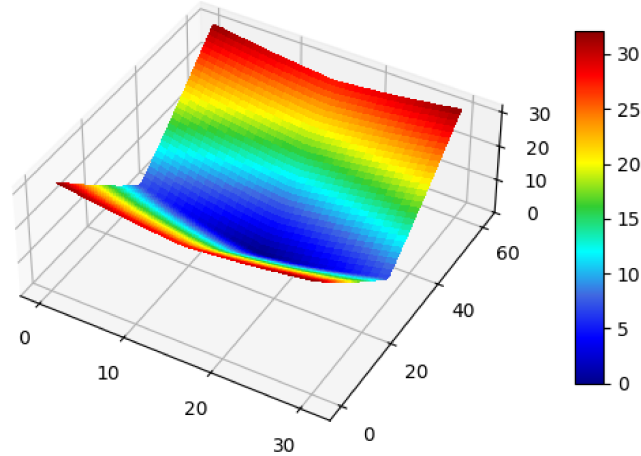


Figura 34 – Mapa de calor do piso estático calculado pelo *MIS* para o ambiente com saídas dispersas. Fonte: autor.

Embora compatível com o modelo, os valores das células localizadas nos cantos próximos às saídas podem ser iguais ou até maiores que os valores atribuídos às próprias saídas, como ilustrado na Figura 35. Como pode ser observado, o canto superior esquerdo do piso anterior é exibido, com as células em branco representando as paredes. A célula na posição (1, 1) e suas adjacentes apresentam valores muito próximos da célula de saída, localizada em (4, 0).

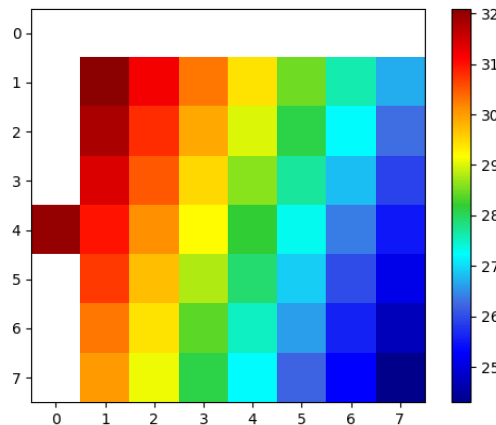


Figura 35 – Mapa de calor 2D do canto superior esquerdo do piso estático calculado pelo *MIS* para o ambiente com saídas dispersas. Fonte: autor.

As consequências dessa ocorrência podem ser observadas na Figura 36, que ilustra a movimentação de pedestres considerando este piso estático em quatro instantes distintos.

Embora os pedestres se dirijam normalmente às saídas, como esperado, eles tendem a se concentrar brevemente nos cantos próximos às saídas, um comportamento atípico para indivíduos tentando abandonar um ambiente. Um fenômeno semelhante é observado com os pedestres localizados na região entre as duas portas da direita, conforme mostrado nas Figuras 36c e 36d.

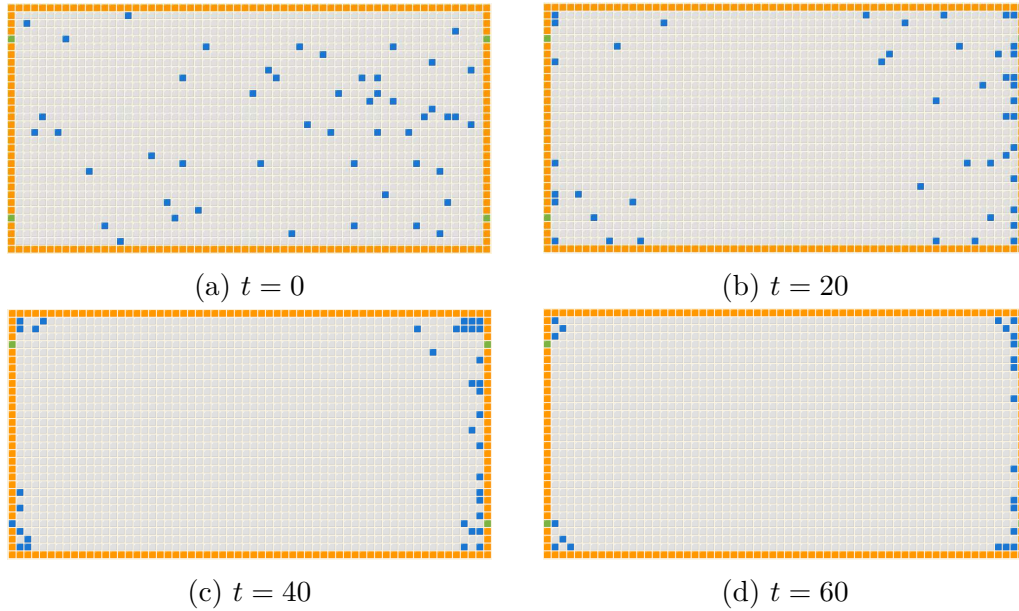


Figura 36 – Movimentação de pedestres em diferentes instantes no ambiente com saídas dispersas, considerando o piso estático calculado pelo *MIS*. Fonte: autor.

Apesar desses problemas, o *MIS* quando aplicado nesse ambiente permite o funcionamento do modelo, o que não ocorre para o ambiente com saídas concentradas. Como ilustrado na Figura 37, as células próximas às saídas recebem valores próximos de zero, enquanto as células no lado oposto apresentam os maiores valores.

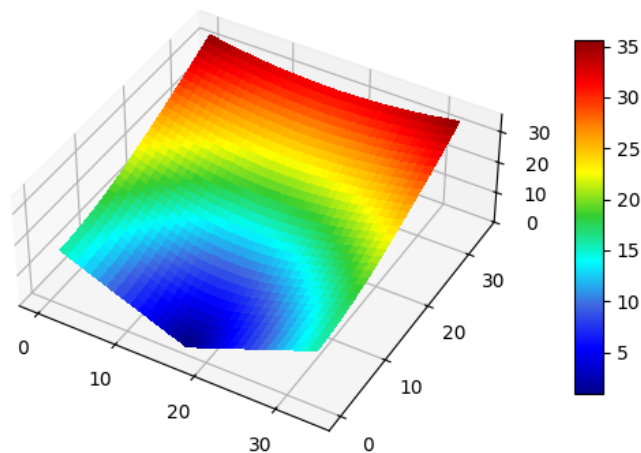


Figura 37 – Mapa de calor do piso estático calculado pelo *MIS* para o ambiente com saídas concentradas. Fonte: autor.

Quando esse piso estático é aplicado ao modelo de Kirchner, os pedestres tendem

a se deslocar para o lado do ambiente sem saídas, como ilustrado na Figura 38. Esse comportamento é semelhante ao exibido na Figura 19, na medida em que os pedestres se direcionam à região mais distante de qualquer saída.

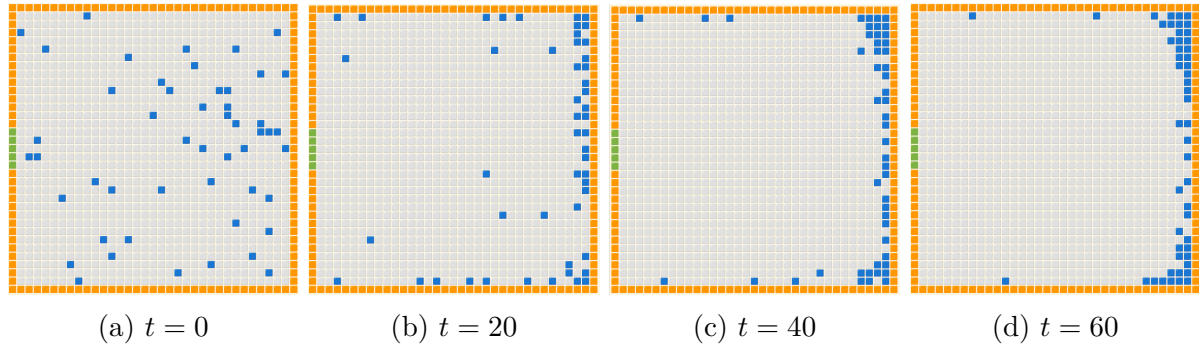


Figura 38 – Movimentação de pedestres em diferentes instantes no ambiente com saídas concentradas, considerando o piso estático calculado pelo *MIS*. Fonte: autor.

O *MA*, por sua vez, não apresenta os problemas observados na métrica original nem no *MIS*. A Figura 39 mostra o piso estático obtido para o ambiente com saídas dispersas usando essa forma de cálculo. Nesse piso, os valores das células aumentam em direção às saídas, com a formação de “picos” (maiores valores) próximos a elas, o que impede a concentração de pedestres nos cantos do ambiente, como observado na Figura 36.

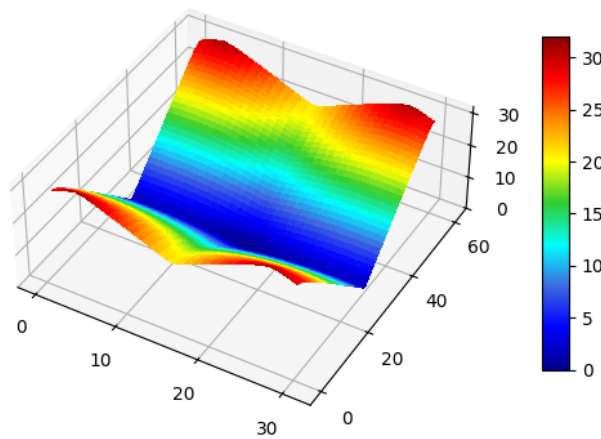


Figura 39 – Mapa de calor do piso estático calculado pelo *MA* para o ambiente com saídas dispersas. Fonte: autor.

A movimentação de pedestres sobre esse piso é apresentada na Figura 40. Observa-se que o deslocamento em direção às saídas ocorre de forma mais fluida, sem que os pedestres se concentrem nos cantos da sala ou na região entre as saídas.

Por fim, a aplicação do *MA* no ambiente com saídas concentradas, mostrado na Figura 41, é coerente com as exigências do modelo, visto que o campo de piso aumenta em direção à saída. A movimentação dos pedestres sobre esse piso, conforme ilustrado na Figura 42, ocorre adequadamente em direção às saídas.

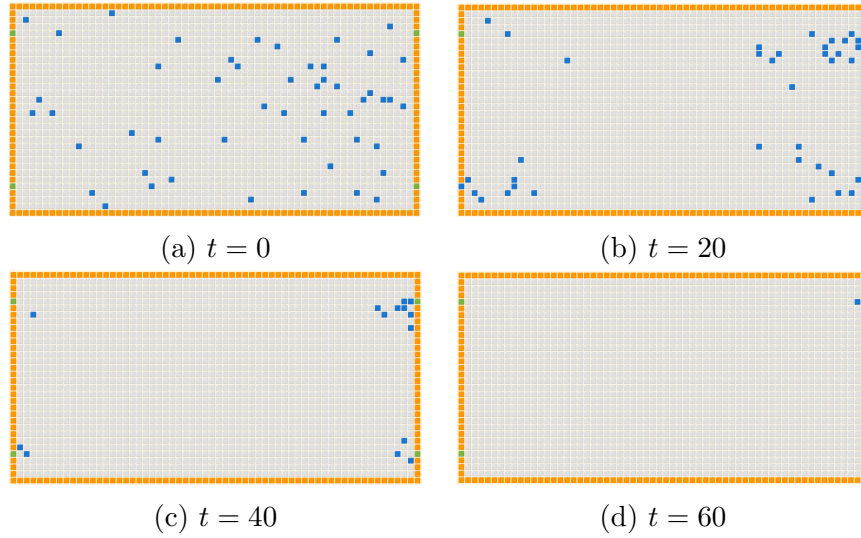


Figura 40 – Movimentação de pedestres em diferentes instantes no ambiente com saídas dispersas, considerando piso estático calculado pelo *MA*. Fonte: autor.

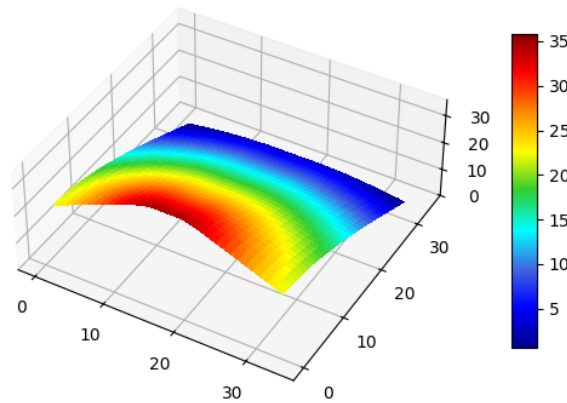


Figura 41 – Mapa de calor do piso estático pelo *MA* para o ambiente com saídas concentradas. Fonte: autor.

Considerando que tanto a métrica original como o *MIS* apresentam falhas na geração de um piso estático adequado em pelo menos um dos ambientes, enquanto o *MA* produz pisos consistentes em todos os casos, esse último será adotado nos demais experimentos sempre que o modelo original de Kirchner for utilizado.

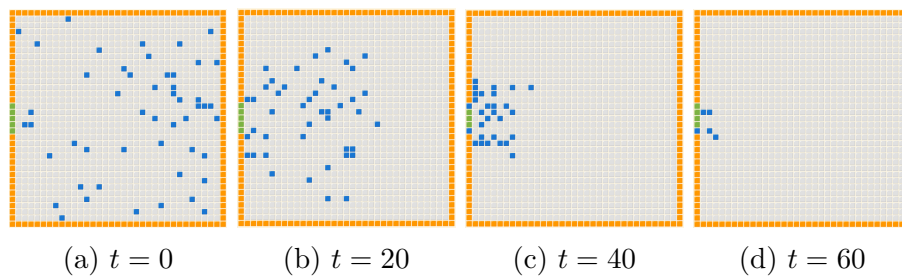


Figura 42 – Movimentação de pedestres em diferentes instantes no ambiente com saídas concentradas, considerando piso estático calculado pelo *MA*. Fonte: autor.

4.3 Análise da Dinâmica de Evacuação em Ambientes com Obstáculos Intransponíveis

Conforme demonstrado nas Figuras 25 e 27, o cálculo de piso usando o PIV e o PIA, respectivamente, tornam o modelo de Kirchner compatível com obstáculos. Nesta seção, Kirchner-PIV e Kirchner-PIA são aplicados a diferentes ambientes e as dinâmicas resultantes comparadas quanto à eficiência da evacuação e ao comportamento dos pedestres. Os principais ambientes utilizados nas simulações dos modelos são apresentados na Figura 43.

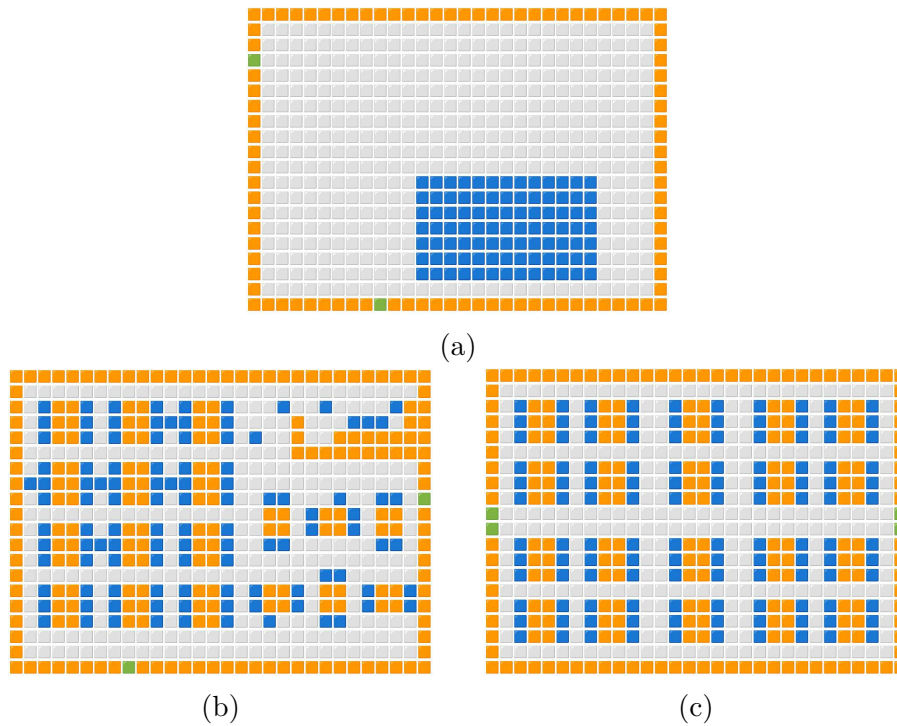


Figura 43 – Ambientes usados nas simulações do modelo envolvendo cenários com obstáculos intransponíveis: (a) sala sem obstáculos e com multidão; (b) restaurante com distribuição irregular de pedestres; e (c) restaurante com distribuição uniforme de pedestres. Fonte: adaptado de Alizadeh (2011).

Esses três ambientes são compostos por um reticulado de 20×30 células, representando os seguintes cenários:

- Sala sem obstáculos e com multidão (Figura 43a): possui duas saídas, localizadas nas posições (3, 0) e (19, 9), e uma aglomeração de 91 pedestres próxima a segunda saída. Esse ambiente foi utilizado por Alizadeh (2011) para comparar o comportamento do piso estático proposto pelo autor com o por Varas et al. (2007).
- Restaurante com distribuição irregular de pedestres (Figura 43b): contém duas saídas, localizadas nas posições (19, 8) e (8, 29), e 110 pedestres posicionados em seu

interior, distribuídos principalmente ao redor das mesas. Esse ambiente foi empregado por Alizadeh (2011) como um dos principais ambientes analisados em seu trabalho.

- Restaurante com distribuição uniforme de pedestres (Figura 43c): é uma variação do ambiente anterior, que visa representar um cenário onde os pedestres se distribuem de forma uniforme pelo ambiente. Um total de 120 pedestres são posicionados ao redor as mesas, com duas saídas duplas localizadas no centro de cada uma das paredes laterais.

A Figura 44 apresenta a movimentação dos pedestres no ambiente sem obstáculos, em três instantes distintos, para as abordagens Kirchner-PIV (Figura 44a) e Kirchner-PIA (Figura 44b). Na primeira abordagem, todos os pedestres se dirigem para a saída mais próxima, localizada em $(19, 9)$, enquanto, no modelo Kirchner-PIA, eles, se dividem entre as duas saídas do ambiente. Além disso, a adoção do piso dinâmico possibilita que pedestres troquem de saída, caso isso se torne mais vantajoso, como pode ser notado no passo $t = 45$ da Figura 44b, que mostra um pedestre se deslocando da saída inferior $(19, 9)$, onde está a maior concentração das pessoas, dificultando a evacuação, para a saída superior $(3, 0)$. O comportamento observado na segunda abordagem é coerente com o apresentado em (ALIZADEH, 2011).

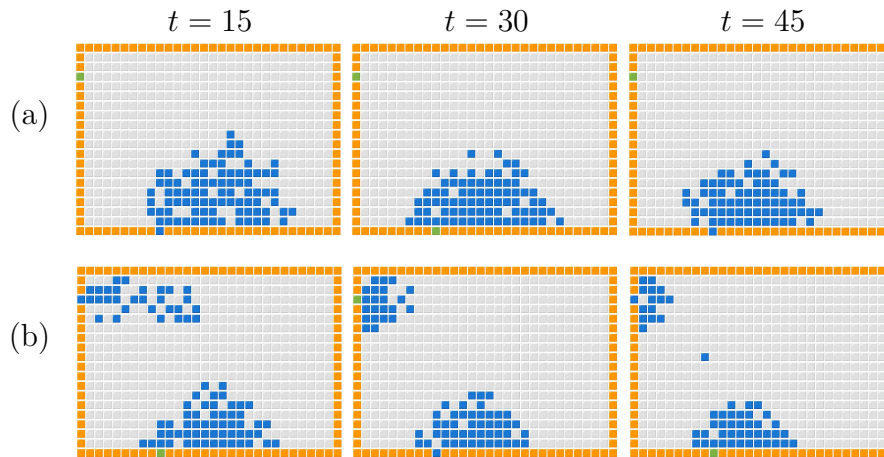


Figura 44 – Movimentações dos pedestres na sala sem obstáculos e com multidão, utilizando as abordagens Kirchner-PIV (a) e Kirchner-PIA (b). Fonte: autor.

Esse comportamento distinto entre as duas abordagens pode ser compreendido a partir da análise de seus respectivos pisos estáticos. A Figura 45 apresenta o mapa de calor dos pisos estáticos do PIV e do PIA. Como o cálculo do PIA envolve um componente dinâmico (piso dinâmico), para esse modelo é mostrado o mapa de calor em dois momentos distintos da simulação ($t = 0$ e $t = 45$). O fenômeno observado no PIA, em que os pedestres se dividem entre as saídas, pode ser explicado pela diferença entre os mapas ilustrados nas Figuras 45a e 45b. O piso calculado pelo PIV apresenta uma separação clara entre as

saídas (região em amarelo), com uma região de "atração" maior para as células próximas a saída inferior, considerando o posicionamento da multidão no ambiente. Com isso, todos os pedestres se dirigem para a saída inferior, pois os valores das células próximas a eles aumentam em direção a essa saída. Já no cálculo inicial do PIA (Figura 45b), as áreas de atração das saídas são menores, separadas por uma região com valores mais homogêneos (vermelho claro). Dessa forma, alguns pedestres encontram-se em regiões do reticulado cujos valores aumentam em direção a ambas as saídas. Já o comportamento de troca de saída é explicado pelo piso estático do PIA no instante $t = 45$ (Figura 45c), que considera a influência da concentração das pessoas (piso dinâmico), provocando a redução da influência da saída inferior e o aumento do alcance da saída superior.

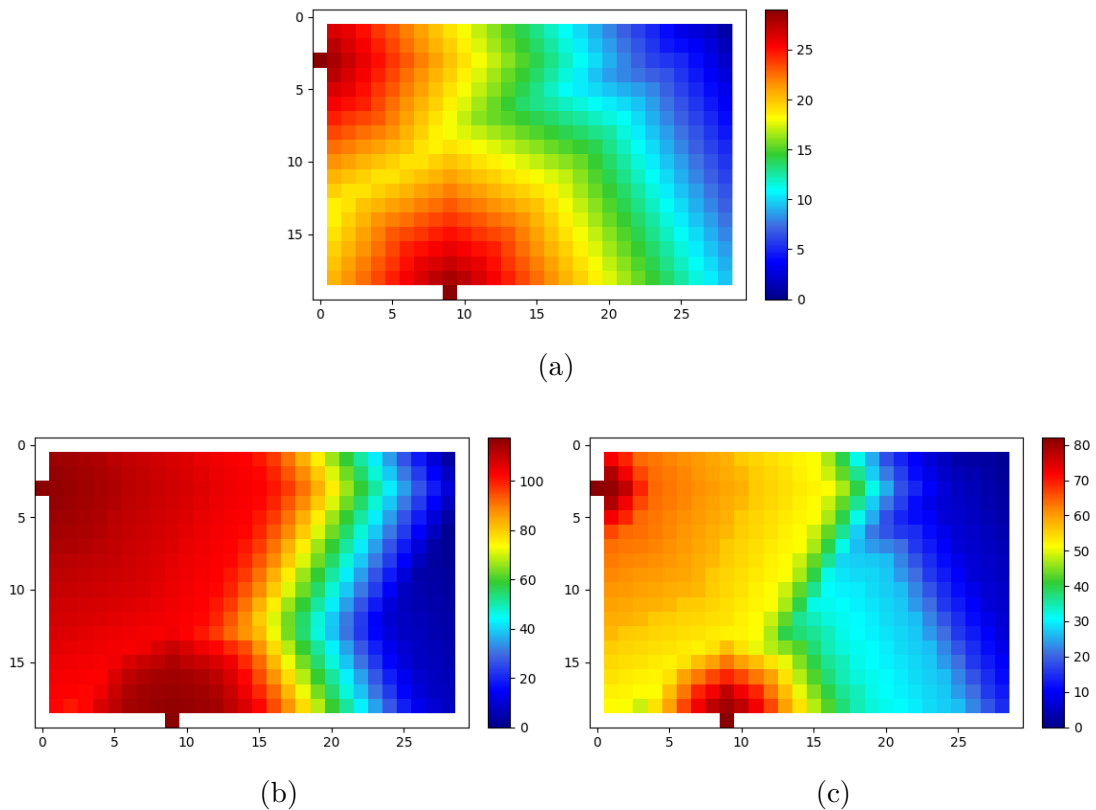


Figura 45 – Mapas de calor dos pisos estáticos usados nos modelos que tratam obstáculos para a sala sem obstáculos e com multidão: (a) modelo Kichner-PIV; (b) modelo Kichner-PIA ($t = 0$); e (c) modelo Kichner-PIA ($t = 45$). Fonte: autor.

O gráfico de linhas da Figura 46 mostra o tempo médio de evacuação conforme a variação de k_D (sensibilidade para o piso dinâmico), evidenciando o impacto de ambos pisos no tempo médio de evacuação. A diferença entre as médias das duas abordagens mantém-se em torno de 60 passos conforme o valor de k_D aumenta, com o PIA apresentando consistentemente as menores médias. Além disso, o gráfico demonstra que valores mais elevados de k_D impactam de forma distinta cada piso: o PIV mostra-se mais sensível a esse aumento do que o PIA. Esse comportamento pode ser explicado pelo fato de que

os valores das células no PIA são, em geral, maiores do que no PIV e, considerando que o cálculo das probabilidades utiliza uma função exponencial, o efeito do piso dinâmico sobre o PIA é proporcionalmente menor.

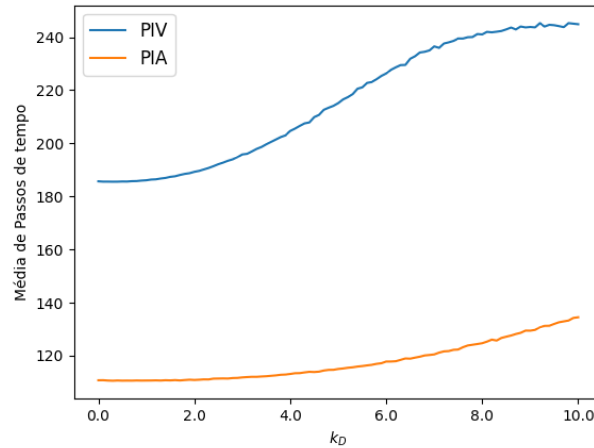


Figura 46 – Tempo médio de evacuação nas simulações com o ambiente de multidão em função do parâmetro k_D . Fonte: autor.

Ambientes com a presença de obstáculos, como o restaurante com distribuição irregular de pedestres, apresentam comportamentos semelhantes. A Figura 47 mostra a movimentação dos pedestres nesse ambiente considerando ambas as abordagens. No modelo que adota o PIV no cálculo do piso estático (Figura 47a), os pedestres dividem-se de forma não uniforme entre as duas saídas, sobrecarregando a saída inferior, enquanto a saída à direita, em $t = 45$, possui poucos pedestres. Por outro lado, no modelo baseado no PIA, os pedestres distribuem-se de maneira mais equilibrada desde o início da evacuação, de modo que, em $t = 45$, há uma quantidade aproximadamente equivalente de pedestres em ambas as saídas. Ademais, nesse mesmo instante, é possível observar um pedestre mudando de saída, semelhante ao registrado na sala sem obstáculos e com multidão.

Assim como no ambiente anterior, esse comportamento pode ser compreendido por meio da análise do mapa de calor dos pisos estáticos gerados a partir de cada abordagem (PIV e PIA), apresentados na Figura 48. No piso calculado pelo PIV, a zona de influência é ligeiramente maior para a saída inferior, como mostrado na Figura 48a, atraindo a maioria dos pedestres e gerando uma maior aglomeração em torno dessa saída. Como pode ser observado na Figura 48b, o piso calculado pelo PIA no instante $t = 0$ possibilita que os pedestres se dividam de forma uniforme entre as saídas, dado o maior alcance da influência da saída da direita e, conseqüentemente, fazendo com que mais pedestres estejam na área em que os valores crescem para essa saída. Já no instante $t = 45$, o piso dinâmico do PIA promove a regressão da influência das saídas, com um campo de atração ligeiramente maior para a saída da direita, formando a condição propícia para a troca de pedestres da saída inferior (de maior aglomeração) para ela.

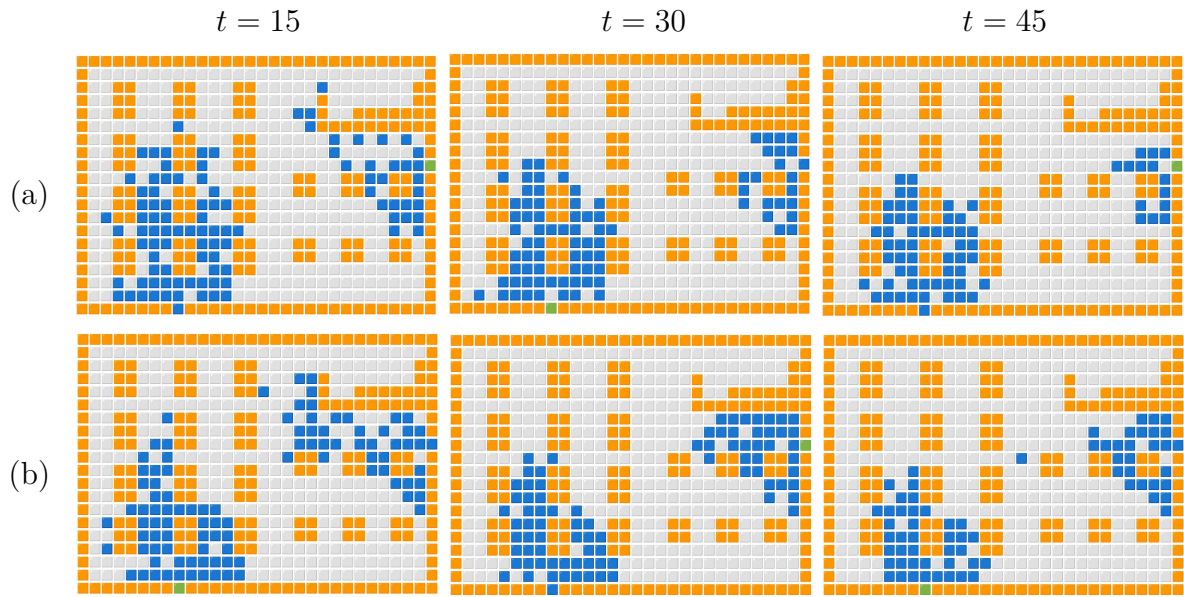


Figura 47 – Movimentações dos pedestres pelo ambiente de restaurante com distribuição irregular de pessoas: (a) modelo baseado no PIV; e (b) modelo baseado no PIA. Fonte: autor.

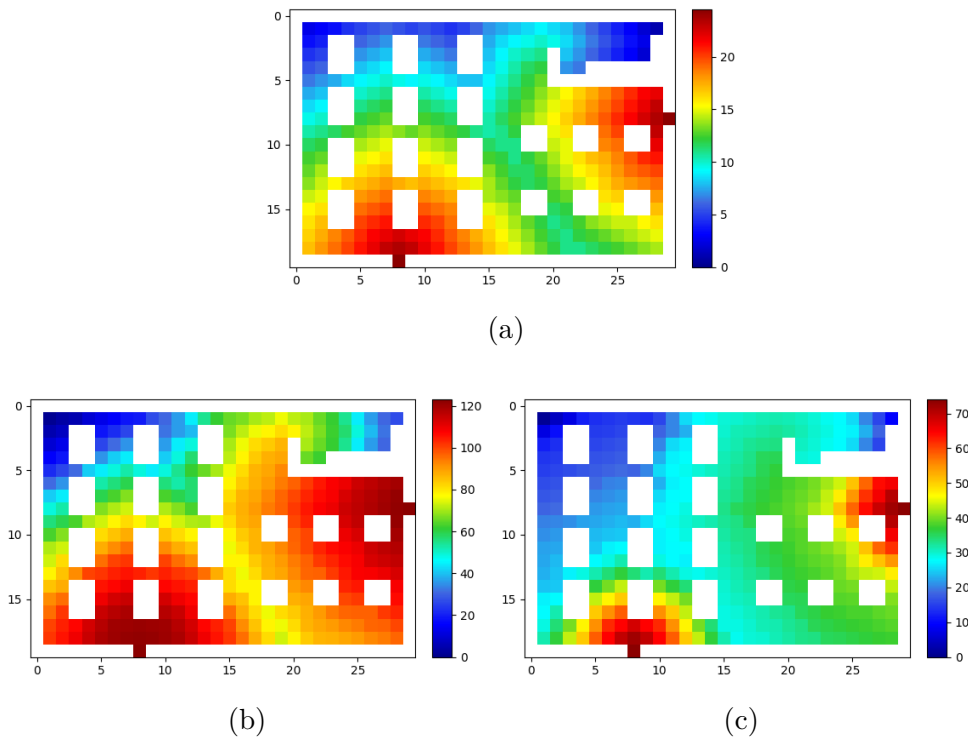


Figura 48 – Mapas de calor dos pisos estáticos usados nos modelos que tratam obstáculos para o restaurante com distribuição irregular de pedestres: (a) modelo Kichner-PIV; (b) modelo Kichner-PIA ($t = 0$); e (c) modelo Kichner-PIA ($t = 45$). Fonte: autor.

A Figura 49 mostra a variação do tempo médio de evacuação do restaurante nos modelos Kirchner-PIV e Kirchner-PIA, em função do valor do parâmetro k_D . Nota-se uma

diferença considerável entre as médias das duas abordagens, sendo o modelo baseado no PIA menos sensível ao aumento de k_D .

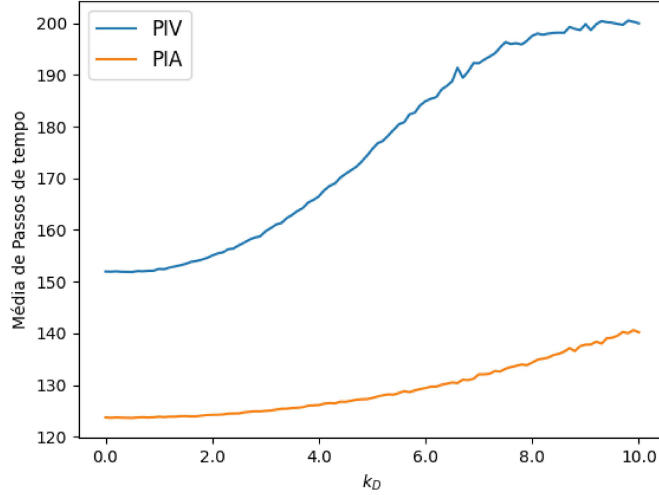


Figura 49 – Tempo médio de evacuação nas simulações com o ambiente restaurante com distribuição irregular de pedestres em função do parâmetro k_D . Fonte: autor.

Essa vantagem do PIA sobre o PIV não se mantém quando os pedestres estão distribuídos de forma uniforme no ambiente, como ocorre no último ambiente avaliado (restaurante com distribuição uniforme). A Figura 50 apresenta a movimentação dos pedestres pelo ambiente para ambas as abordagens. Pode-se notar que o comportamento dos pedestres é bastante semelhante nos dois pisos, com divisão uniforme entre as saídas e sem ocorrência de troca de saída durante a evacuação.

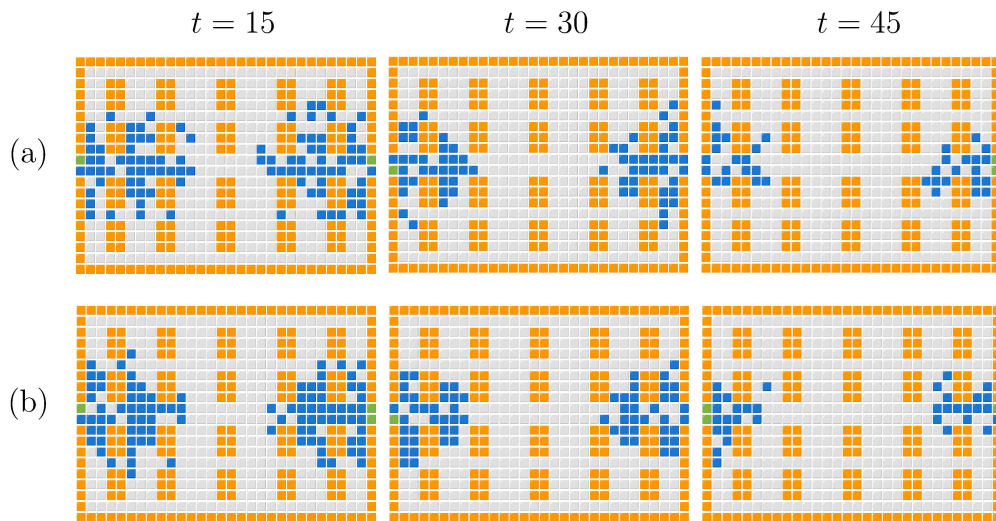


Figura 50 – Movimentações dos pedestres pelo ambiente de restaurante com distribuição uniforme de pedestres: (a) modelo baseado no PIV; e (b) modelo baseado no PIA. Fonte: autor.

Esse comportamento é explicado pelos pisos estáticos de ambas abordagens em $t = 0$ terem as áreas de influência das saídas iguais, apesar dos valores de piso mais elevados no PIA, conforme a Figura 51. Por esse motivo, os pedestres se dividem de forma igual já no começo da simulação e permanecem assim durante seu decorrer.

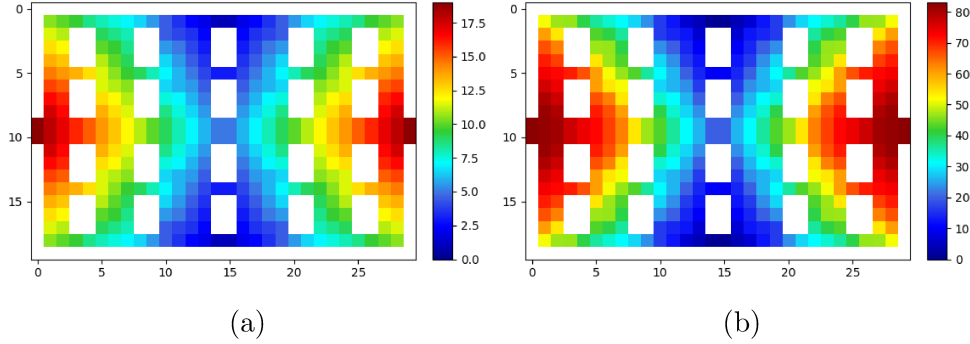


Figura 51 – Mapas de calor dos pisos estáticos usados nos modelos que tratam obstáculos para o restaurante com distribuição uniforme de pedestres: (a) modelo Kirchner-PIV; e (b) modelo Kirchner-PIA ($t = 0$). Fonte: autor.

A Figura 52 mostra a evolução das médias do tempo de evacuação das duas abordagens em relação ao valor de k_D . Apesar da divisão uniforme dos pedestres entre as saídas, os tempos médios de evacuação de ambas as abordagens permanecem próximos apenas para valores de $k_D \approx 0$, se distanciando a medida que o valor do parâmetro aumenta. Assim como no ambiente anterior, o PIV é mais sensível ao aumento do valor de k_D do que o PIA, cujo piso próximo às saídas possui valores mais elevados, tornando o piso estático predominante.

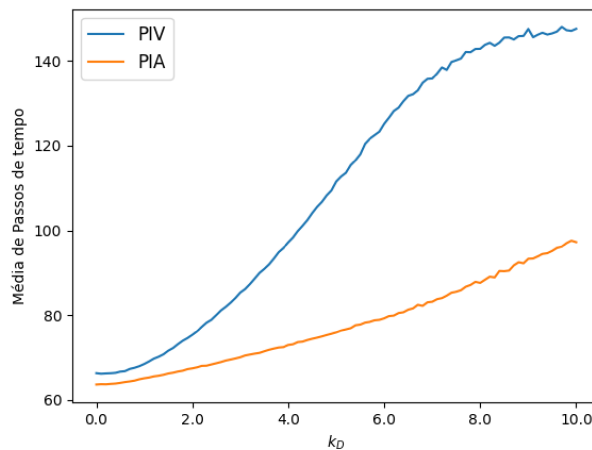


Figura 52 – Tempo médio de evacuação nas simulações com o ambiente restaurante com distribuição uniforme de pedestres em função do parâmetro k_D . Fonte: autor.

O impacto dos valores maiores do piso estático no PIA torna-se ainda mais evidente em cenários com uma única saída, como no ambiente com saídas concentradas. Conforme pode ser observado na Figura 53, mesmo com apenas uma saída, que anula a influência do

piso dinâmico de Alizadeh, o PIA apresenta médias menores e menos sensíveis ao aumento de k_D em comparação ao PIV.

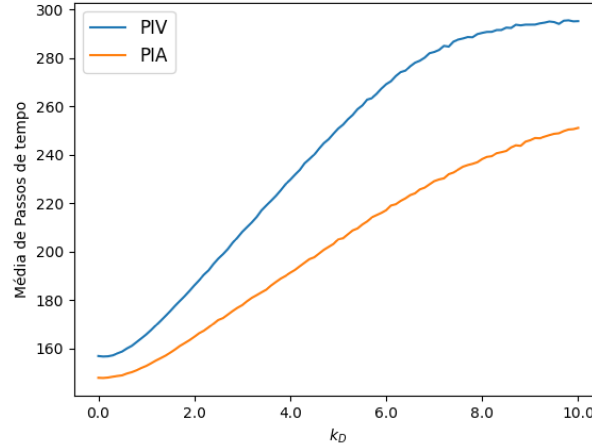


Figura 53 – Tempo médio de evacuação nas simulações com o ambiente com saídas concentradas em função do parâmetro k_D . Fonte: autor.

Conforme demonstrado nas análises dos ambientes, o PIA é capaz de representar um comportamento de movimentação mais complexo que o PIV, especialmente quanto à capacidade dos pedestres de optar por saídas menos congestionadas. Por essa razão, a abordagem Kirchner-PIA será adotada no restante deste trabalho.

4.4 Análise da Dinâmica de Evacuação em Ambientes com Obstáculos Transponíveis

Para analisar o impacto dos obstáculos transponíveis na movimentação dos pedestres, avaliou-se a dinâmica de evacuação simulada pelo modelo para os ambientes apresentados na Figura 54. O ambiente da Figura 54a representa um restaurante, com as mesas representando os obstáculos transponíveis. Esse ambiente foi adaptado do ambiente homônimo da Figura 43b (ALIZADEH, 2011), que originalmente contém apenas obstáculos intransponíveis. Os ambientes das Figuras 54b e 54c representam, respectivamente, uma sala de aula do bloco 5R e um laboratório de computação do bloco 1B da UFU. Ambos os ambientes foram retirados de Silva et al. (2025). Por fim, o anfiteatro (Figura 54d) foi inspirado no anfiteatro AB do Bloco 5R da UFU.

O ambiente da sala de aula (Figura 54b) é formado por um reticulado de 17×20 células, com uma única saída no canto superior esquerdo em $(0, 1)$, e é ocupado por 49 pedestres (células em azul): 48 estudantes posicionados atrás de obstáculos unitários que representam as mesas (carteiras); e o professor, localizado atrás de uma mesa maior. Já o o ambiente do laboratório de computação (Figura 54c) é composto por um reticulado de

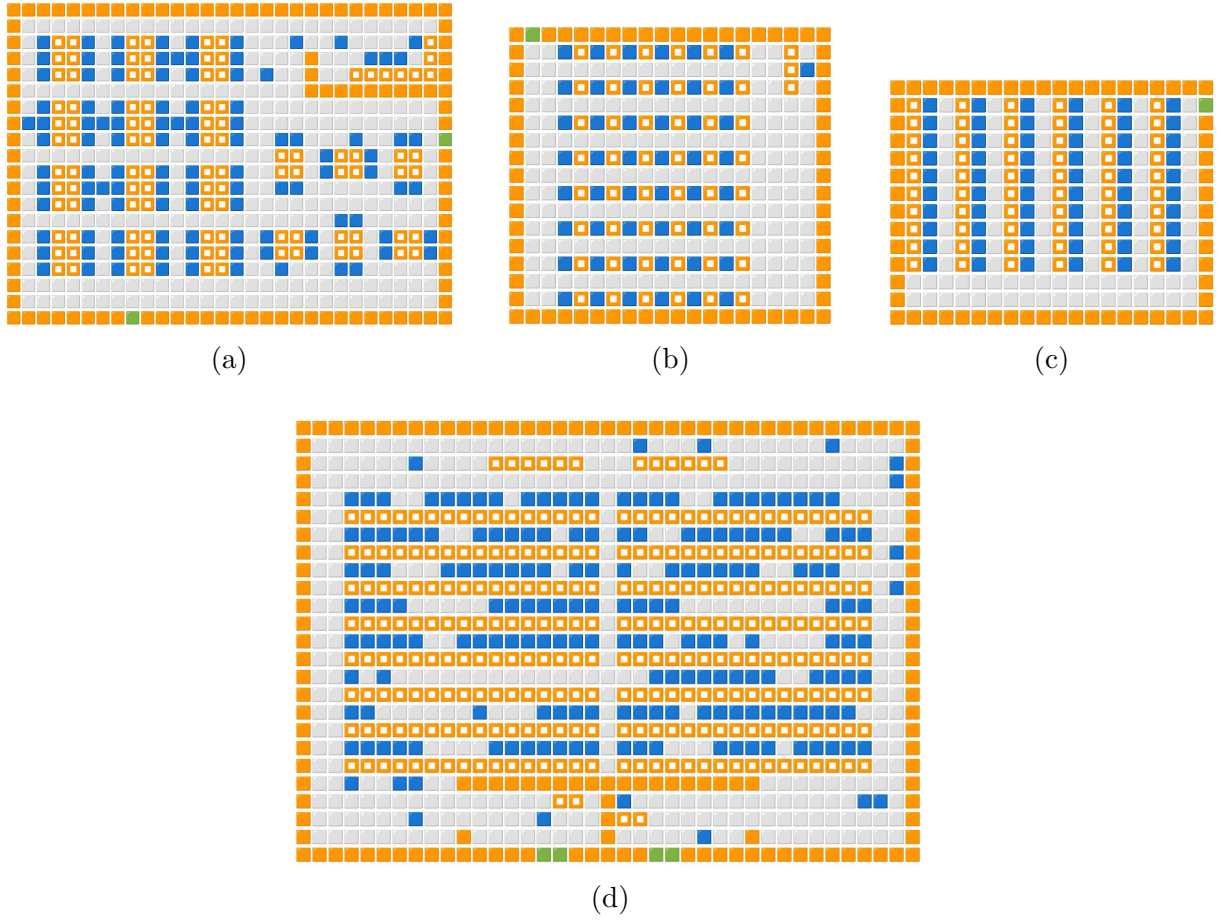


Figura 54 – Ambientes utilizados para a análise da dinâmica de evacuação com obstáculos transponíveis: (a) restaurante; (b) sala de aula; (c) laboratório de computação; e (d) anfiteatro. Fonte: autor.

14×20 células, possui uma única saída localizada no canto superior direito em $(1, 19)$ e é preenchido por seis fileiras verticais, cada uma com 10 obstáculos transponíveis representando bancadas, onde 60 pedestres estão distribuídos de forma uniforme.

O restaurante com obstáculos transponíveis é semelhante àquele utilizado no experimento anterior, sendo que as mesas e alguns obstáculos da parte superior direita foram substituídos por obstáculos transponíveis. Por fim, o anfiteatro é composto por um reticulado de 25×39 células, com obstáculos transponíveis representando as fileiras de cadeiras e algumas mesas, e 190 pedestres distribuídos ao longo dos assentos e pelo ambiente, de modo que a maior concentração de pessoas esteja entre as fileiras.

Conforme apresentado na Seção 3.2.3, a integração desses obstáculos no modelo de Kirchner-PIA é gerenciado por dois parâmetros: probabilidade de transposição dos obstáculos (τ) e tempo de espera para execução de uma transposição após uma falha (θ). De modo a avaliar o impacto desses parâmetros na dinâmica de movimentação de ambientes com obstáculos transponíveis, comparou-se os tempos médios de evacuação (em passos de tempo) obtidos a partir de diferentes configurações de valores ($\tau \in (0, 1; 0, 3; 0, 5; 0, 7; 0, 9)$)

e $\theta \in [0, 30]$) em cada um dos ambientes analisados, com pedestres que entrem em *cool-down* sendo representados por um quadrado roxo (■).. Além disso, os diferentes valores de τ serão confrontados com o cenário em que todos os obstáculos são considerados intransponíveis, referido como *OFF*.

A Figura 55 apresenta os tempos médios de evacuação do ambiente restaurante transponível, considerando os valores dos parâmetros. Como pode ser observado, o uso de obstáculos transponíveis em substituição aos intransponíveis para as mesas acarreta uma melhora muito pequena nas médias de tempo de evacuação. Apesar dessa limitação, nota-se que as médias de evacuação diminuem conforme o valor de τ aumenta, o que é uma consequência da menor quantidade de falhas durante as tentativas de travessia pelos obstáculos. Por outro lado, o aumento de θ provoca um leve acréscimo nos valores, explicado pelo tempo maior em que os pedestres permanecem impedidos de atravessar os obstáculos transponíveis após uma tentativa sem sucesso.

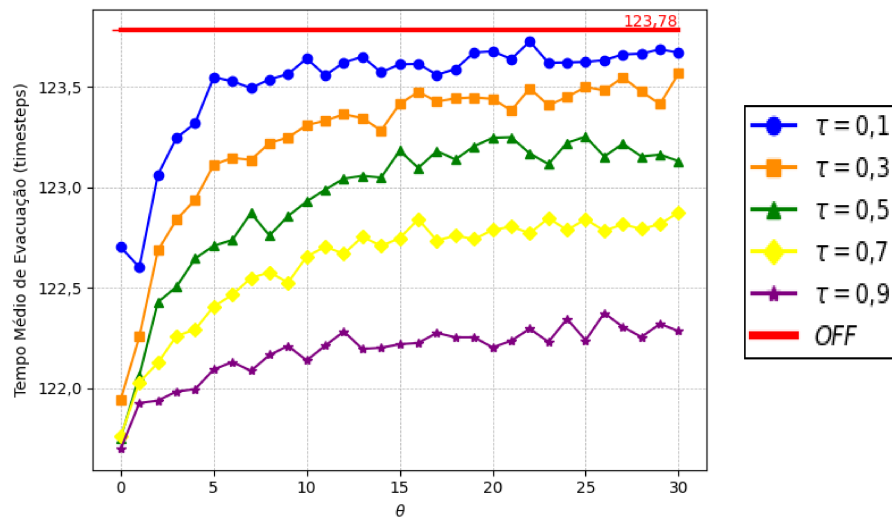


Figura 55 – Tempo médio de evacuação do restaurante com obstáculos transponíveis em função dos valores de τ e θ . Fonte: autor.

A melhoria diminuta na eficiência de evacuação é explicado pelo fato das saídas permitirem uma vazão bastante limitada de pedestres e pelo posicionamento das mesas, que não atrapalham consideravelmente a movimentação das pessoas em direção às saídas, já que existem corredores ao redor. A Figura 56 apresenta a movimentação dos pedestres neste ambiente no cenário *OFF* (Figura 56a) e com $\tau = 0,9$ e $\theta = 0$ (Figura 56b), parâmetros que proporcionam o melhor tempo médio de evacuação.. Como pode ser verificado, não ocorrem grandes diferenças no fluxo de pedestre ao longo da evacuação, e já no instante $t = 70$, quando poucos pedestres estão presentes no ambiente, os obstáculos deixam de interferir na movimentação.

Um comportamento mais extremo ocorre com o ambiente sala de aula, onde os

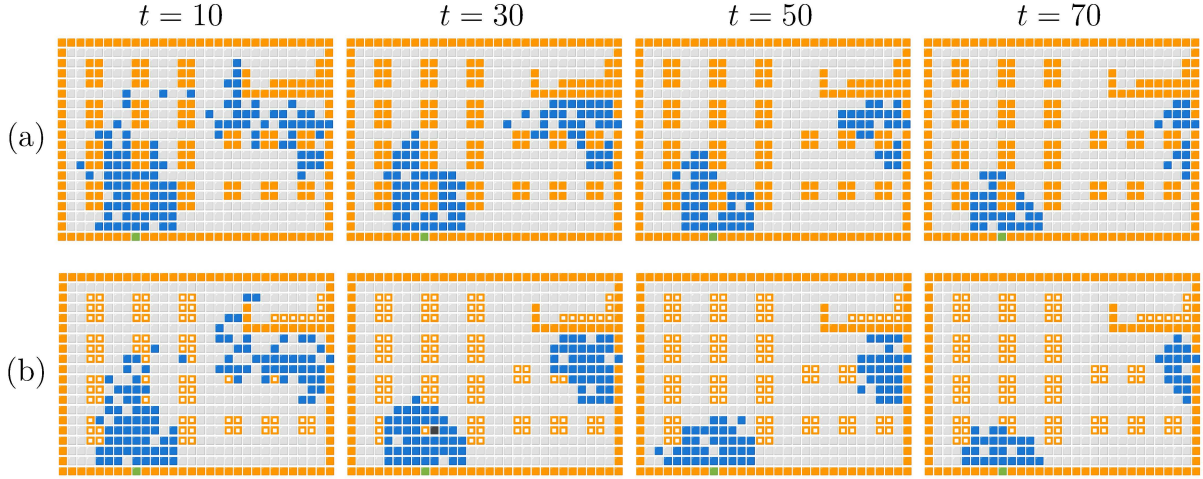


Figura 56 – Movimentação de pedestres no ambiente restaurante em relação ao tipo de obstáculos: (a) obstáculos intransponíveis (cenário *OFF*); e (b) obstáculos transponíveis (cenário com $\tau = 0,9$ e $\theta = 0$). Fonte: autor.

obstáculos transponíveis ocupam apenas uma célula. Conforme a Figura 57, que apresenta a variação dos tempos médios de evacuação para este ambiente, os valores alcançados nos cenários com obstáculos transponíveis não apresenta diferença significativa em relação ao cenário que considera apenas obstáculos intransponíveis (*OFF*).

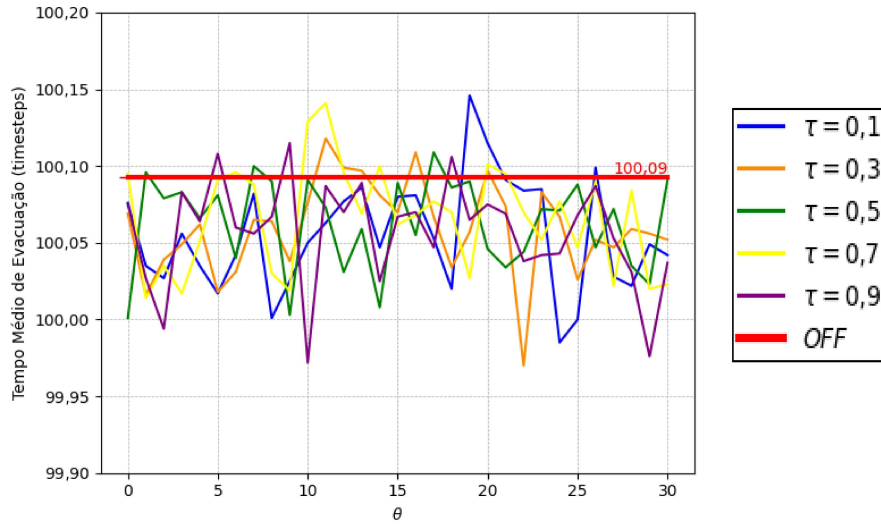
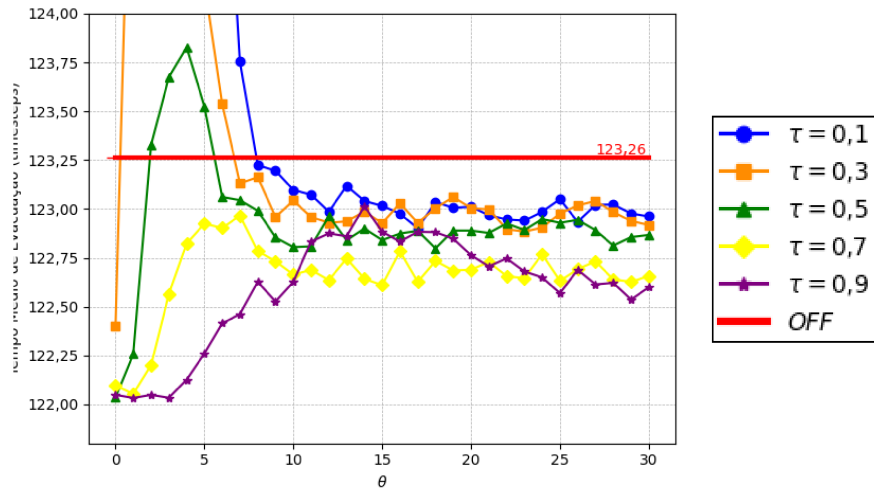


Figura 57 – Tempo médio de evacuação do ambiente sala de aula, considerando diferentes valores para os parâmetros τ e θ . Fonte: autor.

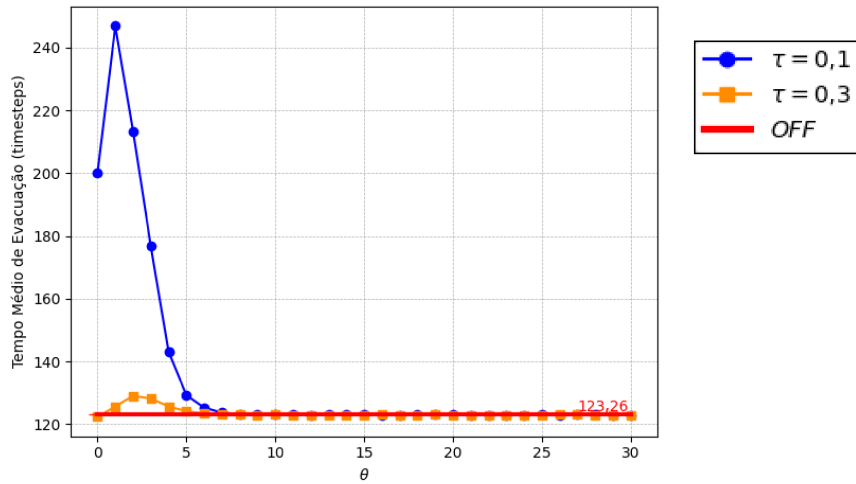
A baixa variabilidade nos tempos médios de evacuação, mesmo com a variação dos parâmetros associados aos obstáculos transponíveis, está relacionada à forma como eles estão distribuídos no reticulado. No cenário *OFF*, os pedestres conseguem contornar os obstáculos intransponíveis com facilidade, tornando a travessia desses obstáculos, quando transponíveis, não tão vantajosa.

Por outro lado, no ambiente de laboratório, o posicionamento das bancadas faz

com que os pedestres precisem de um maior número de passos de tempo para contorná-los, tornando o impacto dos obstáculos transponíveis mais relevantes. A Figura 58 apresenta o tempo médio de evacuação para esse ambiente. Devido aos altos valores obtidos para $\tau = 0,1$ e $\tau = 0,3$, quando $0 < \theta < 10$, as curvas são exibidas em dois gráficos distintos. A Figura 58b detalha os valores elevados alcançados a partir dessas configurações, enquanto que a Figura 58a exibe o restante das médias.



(a)



(b)

Figura 58 – Tempo médio de evacuação do ambiente laboratório de computação, considerando diferentes valores para os parâmetros τ e θ . Fonte: autor.

Conforme apresentado nos gráficos, para valores de $\theta \geq 10$, as médias de evacuação tendem a se estabilizar e apresentam poucas variações, enquanto para valores menores ocorre uma variação mais acentuada. Como mencionado anteriormente, a distribuição dos obstáculos desempenha um papel fundamental nesse comportamento. Para compreender a ocorrência de médias tão elevadas, é necessário analisar em detalhe a movimentação dos pedestres. A Figura 59 apresenta a movimentação dos pedestres pelo ambiente, considerando um cenário apenas com obstáculos intransponíveis (*OFF*). Nessa configuração,

como não é possível atravessar os obstáculos, os indivíduos são obrigados a se deslocar até a parte inferior do laboratório, resultando em uma expressiva aglomeração ao longo desse percurso.

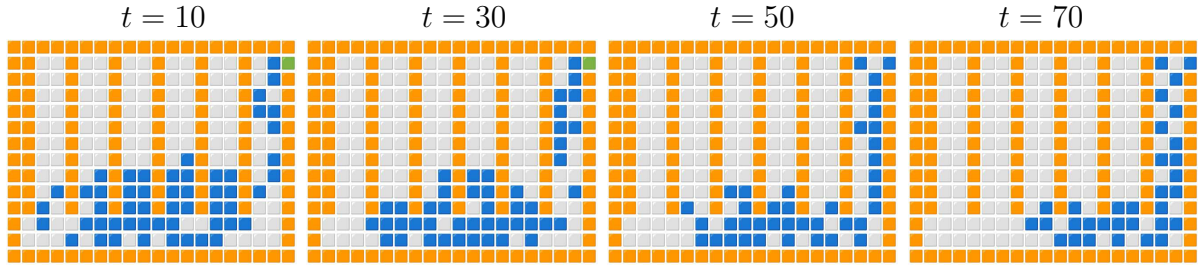


Figura 59 – Movimentação de pedestres pelo ambiente do laboratório com obstáculos intransponíveis (cenário *OFF*). Fonte: autor.

Em contraste, a Figura 60 mostra a movimentação dos pedestres pelo ambiente de laboratório com obstáculos transponíveis, com $\tau = 0, 1$ e diferentes valores de θ . No caso de $\theta = 0$ (Figura 60a), observa-se que os pedestres não seguem o trajeto adotado no cenário *OFF*, mas tentam, continuamente, atravessar os obstáculos em direção à saída. Como resultado, em $t = 70$, a saída encontra-se praticamente vazia, enquanto os pedestres permanecem retidos atrás dos obstáculos. Conforme discutido na Seção 3.2.3, esse tipo de ocorrência representa um dos principais problemas do ABOT. Por outro lado, para $\theta = 1$, ilustrado na Figura 60b, ao mesmo tempo que os pedestres permanecem estagnados devido às falhas contínuas nas tentativas de travessia dos obstáculos transponíveis, o valor reduzido de θ não é suficiente para que cheguem até a parte inferior do ambiente. Isso faz com que se afastem da saída sem conseguir alcançar uma rota melhor, levando esse conjunto de parâmetros a apresentar a média de evacuação mais elevada. Já nas Figuras 60c e 60d, correspondentes a $\theta = 5$ e $\theta = 10$, os pedestres continuam tentando atravessar os obstáculos, mas também buscam contornar as bancadas (como no cenário *OFF*), quando falham na tentativa de atravessá-las. Essa combinação de estratégias resulta em tempos médios ligeiramente menores em comparação com os cenários anteriores.

Em contrapartida, para valores maiores de τ , o comportamento dos pedestres quando θ é próximo a zero apresenta diferença. A Figura 61 mostra a movimentação dos pedestres para $\tau = 0, 7$ e diferentes valores de θ . Devido à alta taxa de transponibilidade, quando $\theta = 0$, os pedestres não ficam presos atrás dos obstáculos enquanto a saída está vazia, conforme ilustrado na Figura 61a. Já quando θ é mais elevado, como nas Figuras 61b e 61c, os pedestres se concentram mais próximos à saída, tanto no corredor livre como atrás dos obstáculos.

Por fim, o anfiteatro é o ambiente que apresenta alguns dos comportamentos mais diferenciados. De forma semelhante ao laboratório, os tempos médios de evacuação do ambiente, exibido na Figura 62, precisaram ser exibidos em dois gráficos para propiciar a visualização adequada das curvas para todos os valores de τ . Como pode ser observado

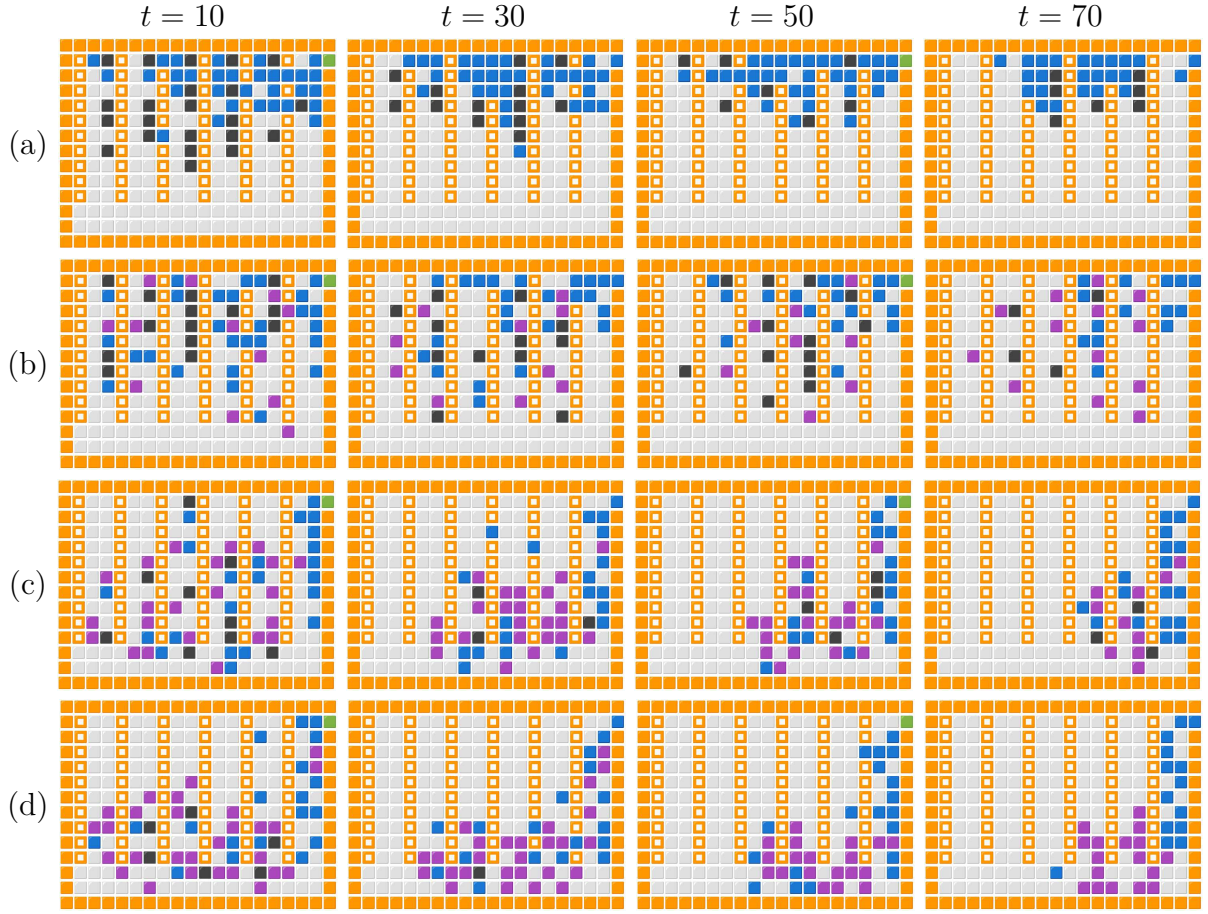


Figura 60 – Movimentação de pedestres pelo ambiente do laboratório com obstáculos transponíveis com $\tau = 0, 1$ e diferentes valores de θ : (a) 0; (b) 1 (b); (c) 5; e (d) 10. Fonte: autor.

na Figura 62b, os valores médios para $\tau = 0, 1$, com $\theta \leq 5$ são mais elevados que a média do cenário *OFF*. Além disso, para valores baixos de θ , as médias em geral são maiores que para valores mais elevados.

A Figura 63 ilustra a dinâmica de movimentação pelo ambiente apenas com obstáculos intransponíveis (cenário *OFF*). Nota-se que o comportamento dos pedestres consiste em percorrer o espaço vazio entre as fileiras até os corredores laterais e, em seguida, seguir em direção às saídas localizadas na parte inferior do ambiente.

A Figura 64 apresenta a movimentação dos pedestres no ambiente considerando algumas combinações notáveis de τ e θ . A Figura 64a mostra o cenário com $\tau = 0, 1$ e $\theta = 0$, correspondente ao ABOT com uma taxa de transponibilidade muito baixa. Neste cenário, observa-se que os pedestres tentam continuamente atravessar os obstáculos transponíveis, ainda que com baixo sucesso, comportamento que não condiz com a realidade. Como consequência, ocorre um acúmulo anormal de pedestre entre as fileiras de cadeiras, mesmo quando os corredores laterais estão totalmente livres. Esse é mais um problema decorrente do ABOT.

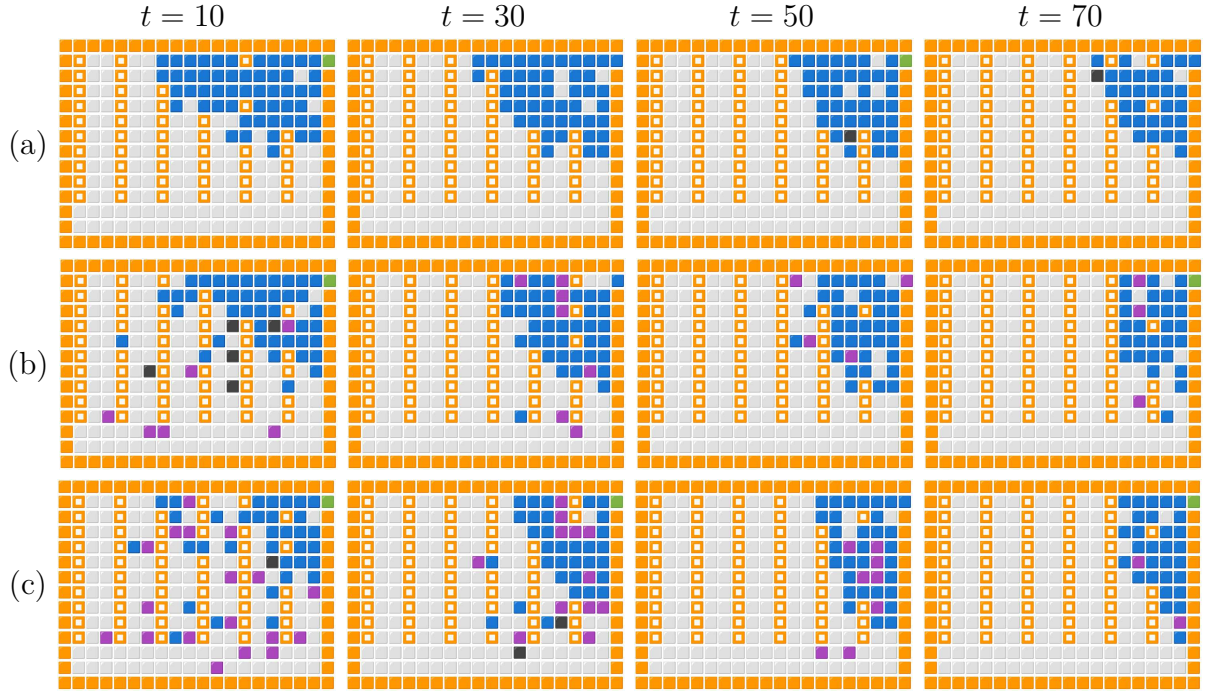
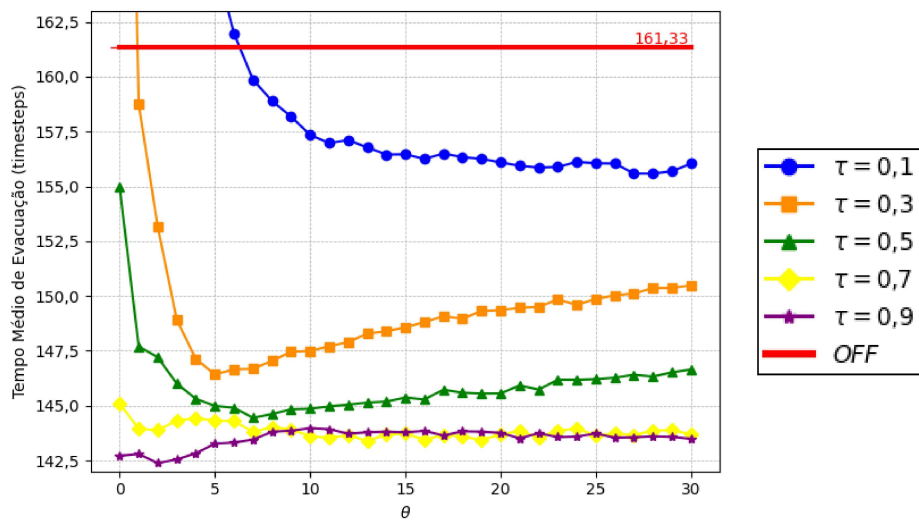


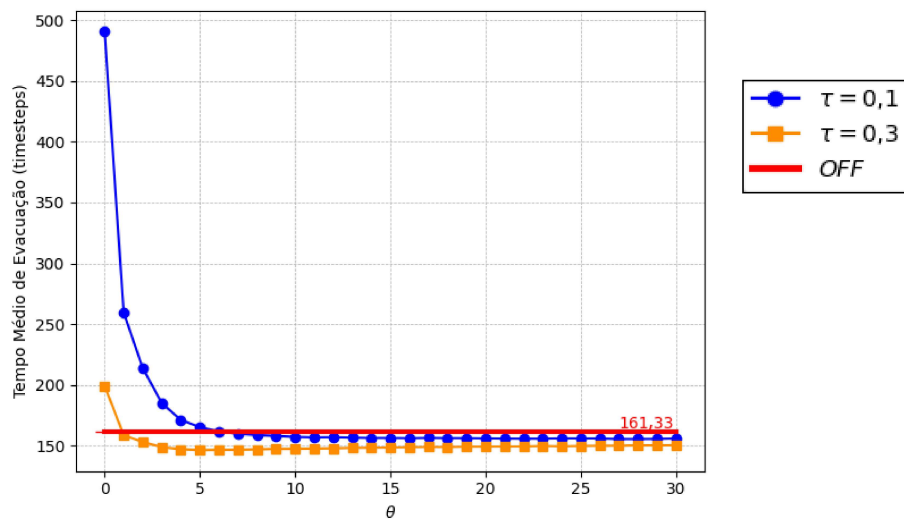
Figura 61 – Movimentação de pedestres pelo ambiente do laboratório com obstáculos transponíveis, considerando $\tau = 0, 7$ e diferentes valores de θ : (a) 0; (b) 5; e (c) 10. Fonte: autor.

Conforme o gráfico da Figura 62, para $\tau = 0, 1$, o tempo médio de evacuação começa a se estabilizar por volta de $\theta = 10$. A Figura 64b ilustra a movimentação dos pedestres com esses parâmetros. Diferentemente do comportamento observado quando $\theta = 0$, os pedestres mostraram uma maior preferência em seguir o fluxo exibido no cenário *OFF*, embora alguns consigam ocasionalmente superar os obstáculos.

A medida que τ aumenta, o fluxo de pedestres nos corredores laterais diminui, enquanto um número maior de indivíduos consegue superar todos os obstáculos transponíveis e alcançar a saída sem precisar contornar as fileiras de cadeiras. As Figuras 64c, 64d e 64e apresentam a movimentação de pedestres considerando $\theta = 5$ e τ de 0, 3, 0, 5 e 0, 7, respectivamente. Como pode ser observado, a preferência em atravessar os obstáculos fica maior a medida que τ aumenta, reduzindo a movimentação em direção aos corredores laterais e aumentando a concentração de pessoas nas regiões centrais das fileiras, devido sua menor distância em relação às saídas.



(a)



(b)

Figura 62 – Tempo médio de evacuação do ambiente anfiteatro, considerando diferentes valores para os parâmetros τ e θ . Fonte: autor.

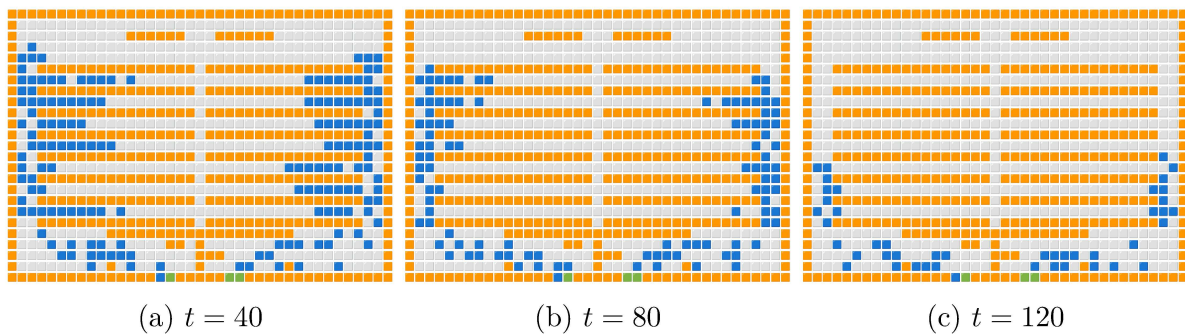


Figura 63 – Movimentação de pedestres no ambiente anfiteatro apenas com obstáculos intransponíveis. Fonte: autor.

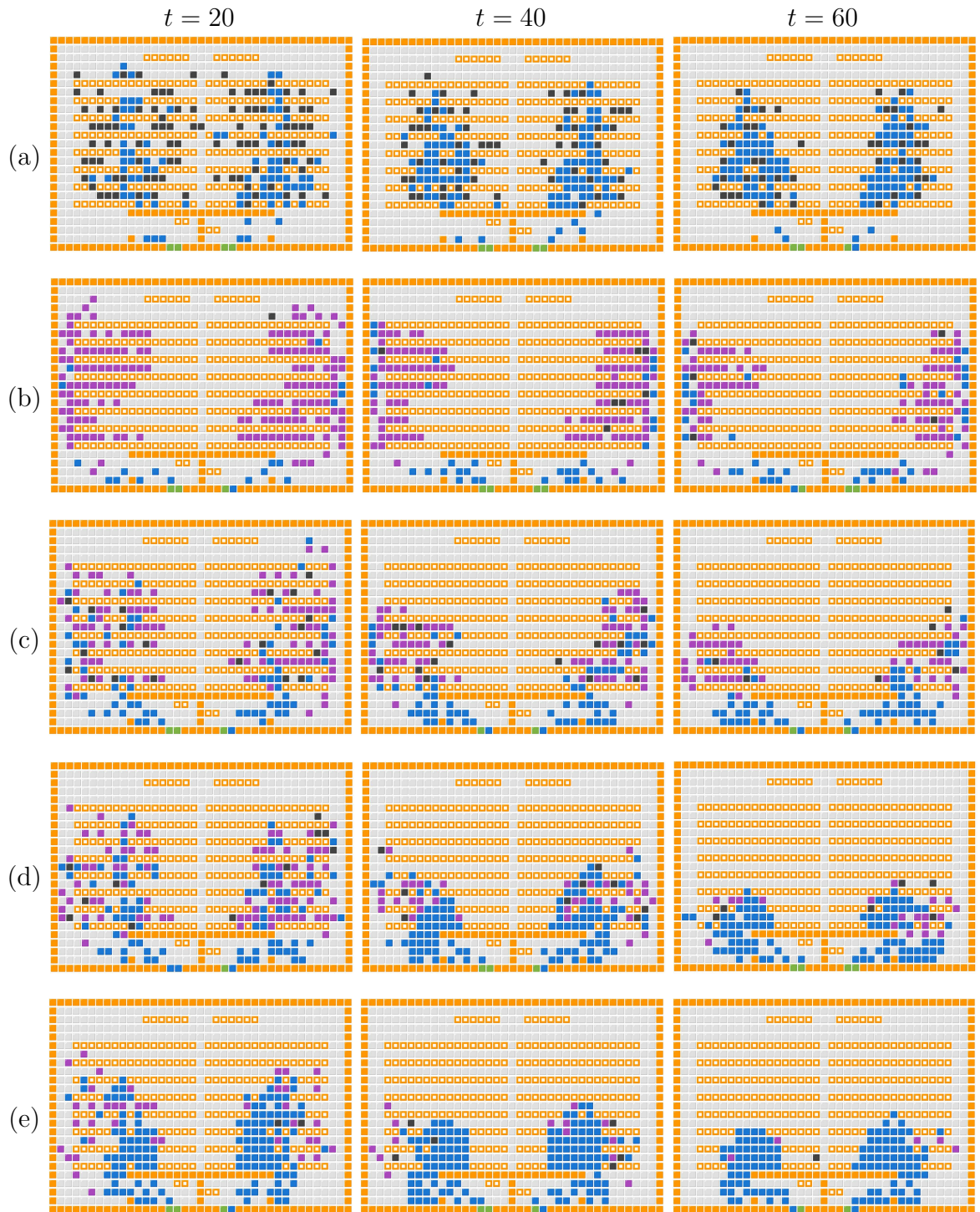


Figura 64 – Movimentação de pedestres pelo ambiente de anfiteatro em função da configuração dos parâmetros do transponibilidade dos obstáculos:: (a) $\tau = 0.$, e $\theta = 0$, (b) $\tau = 0.1$ e $\theta = 10$, (c) $\tau = 0,3$ e $\theta = 5$, (d) $\tau = 0,5$ e $\theta = 5$, (e) $\tau = 0,7$ e $\theta = 5$. Fonte: autor.

4.5 O Efeito do Fogo

De modo a avaliar o efeito do fogo na movimentação de pedestres, o modelo foi aplicado aos ambientes do laboratório e anfiteatro, com e sem sem obstáculos transponíveis. Durante este experimento, os parâmetros $\tau = 0,5$ e $\theta = 5$ foram empregados nas simulações que envolvem obstáculos transponíveis, pois produzem um comportamento equilibrado na movimentação dos pedestres entre contornar ou tentar transpor os obstáculos.

Os cenários avaliados consideravam um único foco de incêndio, variando apenas sua localização inicial. Nessas simulações, manteve-se a mesma configuração dos parâmetros de controle do fogo e da sua influência na movimentação dos pedestres empregada em (ZHENG et al., 2011), a saber: $\sigma = 6$, $\gamma = 8$, $k_F = 600$ e $v = 0,1$ m/s. Nessa velocidade de propagação, o fogo se expande a cada 15 passos de tempo.

A Figura 65 mostra a movimentação dos pedestres pelo ambiente do laboratório sem a presença de fogo, enquanto a Figura 66 mostra como essa dinâmica é modificada a partir da presença de focos de incêndio em diferentes pontos do ambiente.

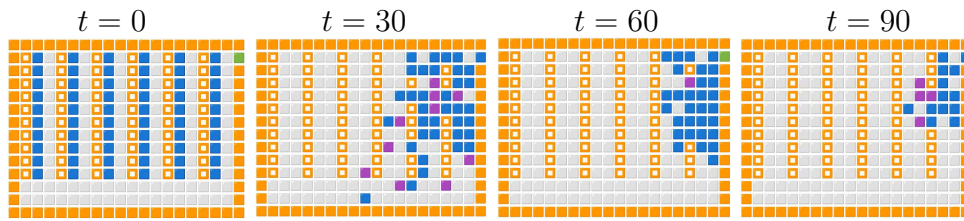


Figura 65 – Movimentação de pedestres pelo laboratório sem a presença de fogo.

Ao comparar as dinâmicas de movimentação dos pedestres pelos cenários com e sem fogo, observa-se que focos de incêndio localizados no lado oposto da saída (mais distantes) não influenciam significativamente na dinâmica de evacuação, como mostrado nas Figuras 66a e 66d. Por outro lado, quando os focos iniciais estão mais próximos das saídas, os pedestres tendem a se movimentar de modo a evitar o fogo, como ilustrado nas Figuras 66b e 66c, em que, em $t = 90$, todos os pedestres estão localizados atrás da bancada mais próxima da saída. De forma semelhante, nos cenários das Figuras 66e e 66f os pedestres evitaram, ou ficaram impossibilitados, de se movimentar próximos ao corredor inferior, concentrando-se na parte superior do ambiente, próxima à saída.

Nos cenários simulados, nem todos os pedestres conseguem escapar do fogo, seja por não serem rápidos o suficiente, por estarem posicionados em locais desfavoráveis quando o fogo começou ou por ficarem impossibilitados de se movimentar devido à presença de outros pedestres. A Figura 67 apresenta a média de pedestres que vieram a óbito nas simulações com o ambiente de laboratório de acordo com o posicionamento dos focos iniciais e considerando o ambiente com e sem obstáculos transponíveis.

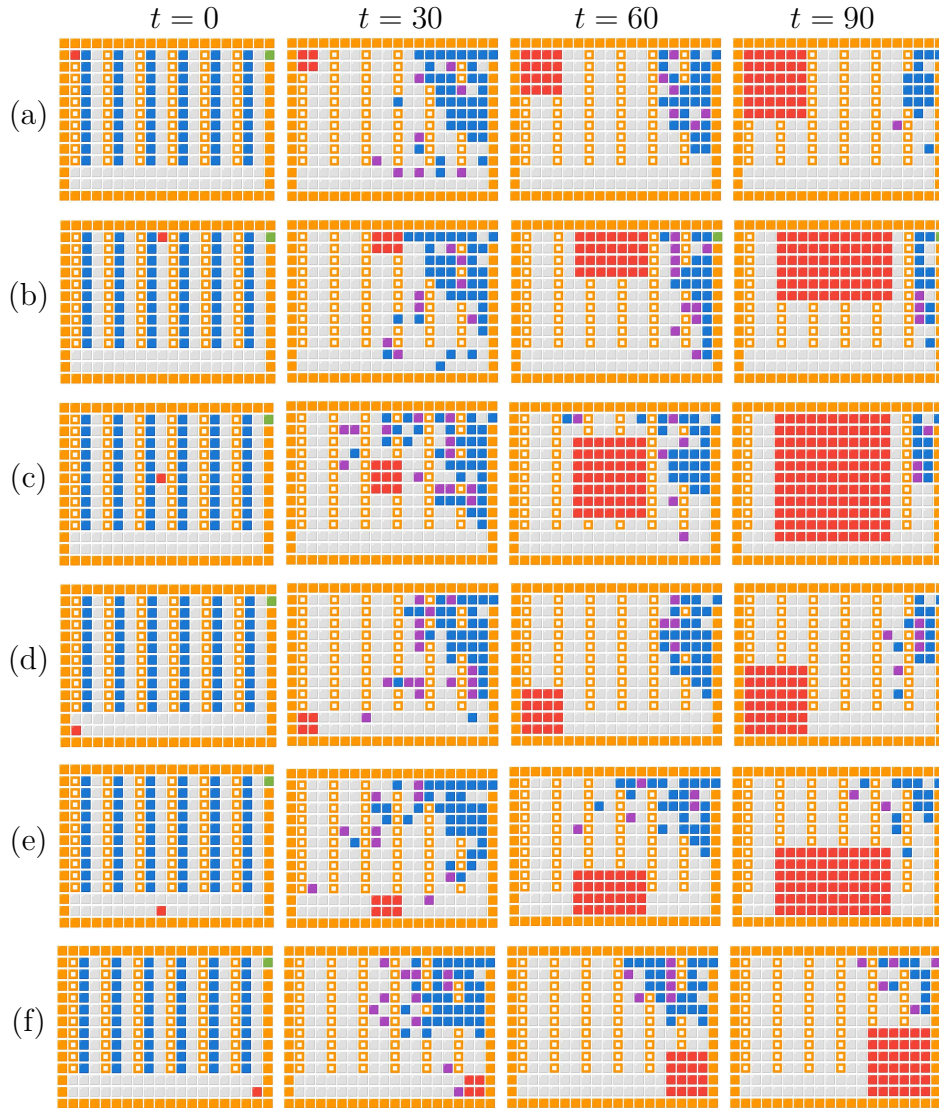


Figura 66 – Movimentação de pedestres pelo ambiente do laboratório durante um incêndio, de acordo com a posição inicial do fogo: (a) (1,1); (b) (1,9); (c) (6,9); (d) (12,1); (e) (12,9); e (f) (12,18). Fonte: autor.

Conforme observado na Figura 67a, os focos iniciados nas células (1,1) ou (12,1) são aqueles que causam o menor número de óbitos (em média, menos de uma morte por simulação), justamente por estarem localizados no lado oposto da saída e, consequentemente, não causando sua obstrução. Já a maior média ocorreu quando o fogo começa no meio dos pedestres (célula (6,9)), prendendo alguns indivíduos entre as fileiras que, na impossibilidade de atravessar os obstáculos, são alcançados pelas chamas. Por outro lado, focos iniciados no corredor localizado na parte inferior do ambiente ocasionaram um número intermediário de casualidades, pois ao mesmo tempo que bloqueiam a rota livre dos pedestres, os mesmos podem escapar ao atravessar os obstáculos. Dessa forma, apenas os pedestres que falharam repetidamente em atravessar os obstáculos, acabam sendo pegos pelo fogo.

No cenário apenas com obstáculos intransponíveis (Figura 67b), as médias dos

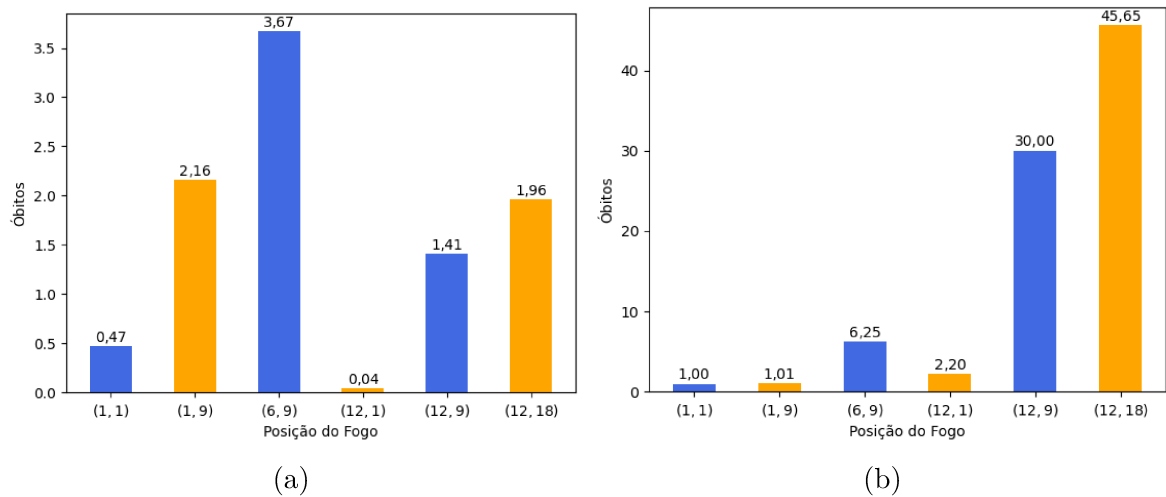


Figura 67 – Média de óbitos no ambiente laboratório de acordo com a posição inicial do foco de incêndio: (a) obstáculos transponíveis; e (b) obstáculos intransponíveis. Fonte: autor.

óbitos são, em geral, mais elevadas do que quando obstáculos transponíveis são considerados. Em especial, nas simulações com incêndios iniciados no meio e no fim do corredor inferior, mais precisamente em (12, 9) e (12, 18), apresentam um aumento significativo no número de mortes. Isso ocorre porque, à medida que o fogo se expande, ele bloqueia a única passagem em direção à saída, como exemplificado na Figura 68.

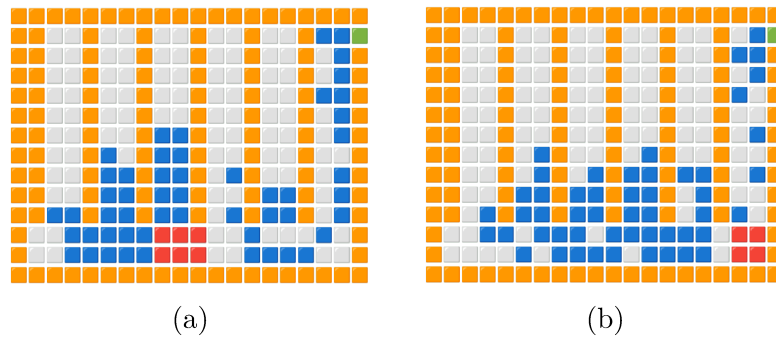


Figura 68 – Momento em que o fogo se expande e bloqueia a passagem dos pedestres no ambiente de laboratório apenas com obstáculos intransponíveis: (a) fogo inicial na célula (12, 9); e (b) fogo inicial na célula (12, 18). Fonte: autor.

A Figura 69 mostra a movimentação dos pedestres pelo anfiteatro sem a presença de focos de incêndio, enquanto a Figura 70 mostra as mudanças nessa dinâmica, provocada pela ocorrência de fogo em diferentes posições do ambiente.

De maneira semelhante ao ocorrido no ambiente do laboratório, incêndios iniciados longe das saídas têm pouca interferência no comportamento da evacuação, como mostrado na Figura 70a. Por outro lado, quando o incêndio inicia próximo às saídas ou em áreas onde os pedestres tendem a se aglomerar, a presença do fogo é o suficiente para provocar o afastamento das pessoas. Em outras palavras, conforme ilustrado nas Figuras 70b até 70e, a possibilidade de alcançar uma saída, especialmente por meio da travessia de obstáculos

transponíveis, mostrou-se mais atrativa para os pedestres do que rotas mais longas e seguras.

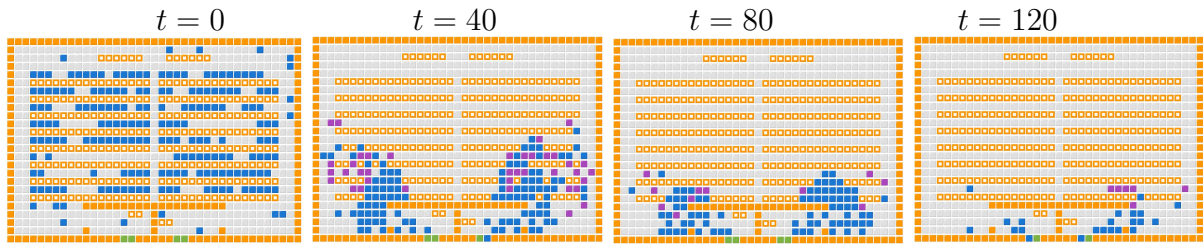


Figura 69 – Movimentação de pedestres pelo ambiente do anfiteatro sem a presença de fogo.

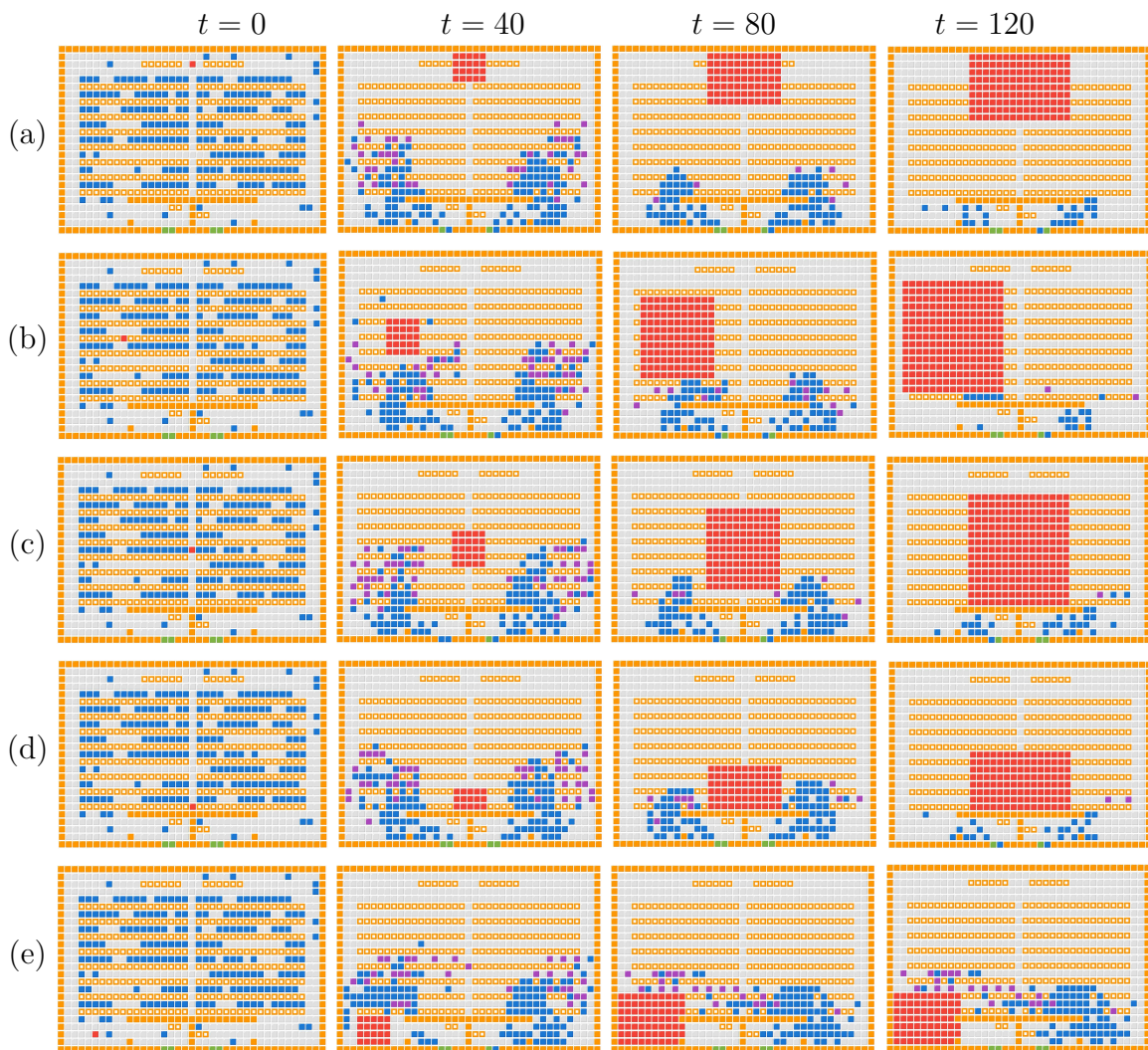


Figura 70 – Movimentação de pedestres pelo ambiente anfiteatro durante um incêndio, de acordo com a posição inicial do fogo: (a) (2, 19); (b) (11, 9); (c) (11, 19); (d) (19, 19); e (e) (22, 5). Fonte: autor.

5 Conclusões

Este trabalho teve como objetivo principal o desenvolvimento de um modelo de dinâmica populacional baseado em ACs capaz de representar o comportamento de pedestres em ambientes com tipos variados de obstáculos e na presença de incêndios. À partir do modelo base de [Kirchner e Schadschneider \(2002\)](#), cálculos alternativos para o piso estático original foram propostos de modo a contornar problemas identificados durante a implementação.

Em seguida, o modelo foi estendido com a inclusão dos obstáculos intransponíveis, realizada por meio da adaptação dos pisos estáticos propostos por [Varas et al. \(2007\)](#) e [Alizadeh \(2011\)](#), originalmente concebidos para isso. Também foi incorporado o conceito de obstáculos transponíveis proposto por [Silva et al. \(2025\)](#), envolvendo melhorias na dinâmica de interação dos pedestres com esses obstáculos.

Por fim, a dinâmica de incêndio foi incorporada ao modelo já estendido, a partir de uma simplificação do modelo de [Zheng et al. \(2011\)](#), tornando o modelo capaz de representar cenários com a presença de focos de incêndio e a influência do fogo na movimentação dos pedestres pelo ambiente.

A partir das simulações realizadas, foi possível verificar que o método alternativo (MA) proposto neste trabalho foi capaz de calcular corretamente o piso estático para todos os ambientes investigados, sendo também a única forma de cálculo que reproduz fielmente os exemplos apresentados no trabalho original.

As extensões desenvolvidas ampliaram significativamente as capacidades do modelo. A introdução de obstáculos intransponíveis possibilitou a simulação de ambientes mais complexos e realistas. Nesse sentido, a adoção de um novo cálculo de piso baseado no trabalho de [Alizadeh \(2011\)](#), denominado piso invertido de Alizadeh (PIA), promove uma distribuição mais uniforme dos pedestres entre as diferentes saídas, assim como a ocorrência do fenômeno de troca de saída pelos pedestres. Resultados experimentais demonstraram que, em especial no PIA, os valores atribuídos às células se tornam substancialmente mais elevados, o que aumenta a influência do piso estático nas probabilidades de transição e, conseqüentemente, reduz o impacto do piso dinâmico. Entretanto, tal situação é contornada pela adoção de valores mais elevados para o parâmetro k_D (> 10), que controla a sensibilidade do piso dinâmico. Com esses valores, a influência do piso dinâmico passa a compensar, em certa medida, a influência mais intensa do piso estático.

Nos experimentos com obstáculos transponíveis, foram observados comportamentos distintos, dependendo da configuração dos obstáculos (formato, tamanho e disposição em relação à saída) em cada ambiente. Em ambientes compostos por obstáculos me-

nores, como salas de aula e restaurantes, o impacto sobre o tempo total de evacuação mostrou-se limitado, embora ainda ligeiramente inferior ao observado em situações com apenas obstáculos intransponíveis. Por outro lado, em ambientes com obstáculos maiores ou mais extensos, o impacto no tempo final de evacuação é significativo. Em especial, para determinadas combinações de parâmetros, sobretudo valores baixos para a probabilidade de transposição dos obstáculos (τ) e para o tempo de espera para execução de uma transposição após uma falha (θ), o tempo de evacuação aumenta consideravelmente, ultrapassando a média dos cenários com obstáculos intransponíveis. Esse comportamento é causado pela baixa eficiência dos pedestres em atravessar os obstáculos, devido ao baixo valor atribuído a τ ; combinada com sua insistência em tentar atravessar os obstáculos e ignorar rotas alternativas, consequência do valor baixo de θ .

Com a introdução do fogo no modelo, observou-se que, em geral, os pedestres evitam aproximar-se dos focos de incêndio e buscam se mover de modo a escapar de sua propagação. Esse comportamento, entretanto, desaparece na presença de obstáculos transponíveis no caminho. Em muitas situações, ao insistirem em atravessar esses obstáculos, os pedestres acabam ficando muito próximos das chamas, sendo alcançados por elas ou dificultando a movimentação de outros indivíduos. Apesar disso, a combinação de obstáculos transponíveis com o fogo pode favorecer a evacuação em situações nas quais os pedestres estão encurralados pelas chamas, tornando a travessia dos obstáculos a única rota e fuga.

Por meio dessas alterações, entende-se que o modelo desenvolvido neste trabalho aprimora as capacidades do modelo original. Ao incorporar suporte a obstáculos, transponíveis ou não, além de modelar a propagação de fogo e sua influência na movimentação dos pedestres, o modelo final é capaz de simular, com maior realismo, diferentes cenários de evacuação em ambientes com e sem a ocorrência de incêndios.

Embora o modelo implementado atenda aos objetivos originalmente definidos, ao longo da pesquisa observou-se algumas limitações e pontos que podem ser melhorados. Nesse sentido, sugere-se que trabalhos futuros investiguem o uso de métodos probabilísticos para determinar dinamicamente os valores adotados pelos parâmetros de configuração do comportamento dos indivíduos, como o tempo de *cooldown* e a probabilidade de travessia pelos obstáculos, de modo a refletir fatores como impaciência, dificuldade de transposição de obstáculos e mudança de comportamento em função da proximidade do fogo. Também, recomenda-se a introdução de heterogeneidade nos pedestres quanto à sua capacidade de atravessar obstáculos transponíveis. Outra evolução natural é a implementação de um esquema aprimorado de propagação do incêndio, controlado por um modelo mais complexo, no qual diferentes células de obstáculos transponíveis queimem e propaguem o fogo de forma não uniforme.

Ressalta-se que todas as versões do modelo e as ferramentas desenvolvidas neste

trabalho estão disponibilizadas nos repositórios indicados no Anexo [A](#).

Referências

- ALIZADEH, R. A dynamic cellular automaton model for evacuation process with obstacles. **Safety Science**, v. 49, p. 315–323, 2011. Citado 11 vezes nas páginas 14, 26, 29, 31, 42, 45, 46, 59, 60, 66 e 80.
- ALTSHULER, E.; RAMOS, O.; NÚÑEZ, Y.; FERNÁNDEZ, J.; BATISTA-LEYVA, A. J.; NODA, C. Symmetry breaking in escaping ants. **Am. Nat.**, University of Chicago Press, v. 166, n. 6, p. 643–649, dez. 2005. Citado na página 28.
- BELOTTI, M. C. T. D. **Simulação da dinâmica de multidões baseada no modelo de forças sociais**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo — Escola Politécnica, São Paulo, 2020. DOI: <<https://doi.org/10.11606/D.3.2020.tde-19072021-084725>>. Citado 3 vezes nas páginas 23, 25 e 27.
- BERLEKAMP, E. R.; CONWAY, J. H.; GUY, R. K. **Winning Ways for Your Mathematical Plays, Volume 2: Games in Particular**. London and New York: Academic Press, 1982. Citado na página 17.
- BHATTACHARJEE, K.; NASKAR, N.; ROY, S.; DAS, S. A survey of cellular automata: types, dynamics, non-uniformity and applications. **Nat. Comput.**, Springer Science and Business Media LLC, v. 19, n. 2, p. 433–461, jun. 2020. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.
- BURSTEDDE, C.; KLAUCK, K.; SCHADSCHNEIDER, A.; ZITTARTZ, J. Simulation of pedestrian dynamics using a two-dimensional cellular automaton. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 295, p. 507–525, 2001. Citado 5 vezes nas páginas 31, 32, 33, 36 e 37.
- DAMAZO, G. S. **Modelo baseado em autômatos celulares para simulação de dinâmica coletiva de pedestres em ambientes internos**. 2024. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciência da Computação) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2024. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/41926>>. Citado na página 24.
- DONG, H.; ZHOU, M.; WANG, Q.; YANG, X.; WANG, F. Y. State-of-the-art pedestrian and evacuation dynamics. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 21, 2020. ISSN 15580016. <https://sci-hub.se/10.1109/TITS.2019.2915014>. Citado 3 vezes nas páginas 23, 25 e 27.
- FERREIRA, M. E. d. A. **Ajuste evolutivo de parâmetros de autômatos celulares probabilísticos em modelos de propagação de incêndios**. 180 p. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação)) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, mar. 2023. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/38738>>. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 23.
- GOLDSTONE, R. L.; JANSSEN, M. A. Computational models of collective behavior. **Trends Cogn. Sci.**, Elsevier BV, v. 9, n. 9, p. 424–430, set. 2005. Citado na página 27.

HELBING, D.; FARKAS, I.; VICSEK, T. Simulating dynamical features of escape panic. **Nature**, Springer Science and Business Media LLC, v. 407, n. 6803, p. 487–490, set. 2000. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.

HELBING, D.; JOHANSSON, A. Pedestrian, crowd and evacuation dynamics. In: MEYERS, R. A. (Ed.). **Extreme Environmental Events: Complexity in Forecasting and Early Warning**. New York, NY: Springer, 2011. p. 697–716. Citado na página 14.

HELBING, D.; MOLNÁR, P.; FARKAS, I. J.; BOLAY, K. Self-organizing pedestrian movement. **Environ. Plann. B Plann. Des.**, SAGE Publications, v. 28, n. 3, p. 361–383, jun. 2001. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 23.

IZQUIERDO, J.; MONTALVO, I.; PÉREZ, R.; FUERTES, V. S. Forecasting pedestrian evacuation times by using swarm intelligence. **Physica A**, Elsevier BV, v. 388, n. 7, p. 1213–1220, abr. 2009. Citado na página 14.

KIRCHNER, A.; SCHADSCHNEIDER, A. Simulation of evacuation processes using a bionics-inspired cellular automaton model for pedestrian dynamics. **Physica A**, Elsevier BV, v. 312, n. 1-2, p. 260–276, set. 2002. Citado 15 vezes nas páginas 14, 15, 17, 29, 30, 31, 32, 33, 35, 36, 37, 40, 50, 54 e 80.

KLÜPFEL, H. Crowd dynamics phenomena, methodology, and simulation. In: **Pedestrian Behavior**. [S.l.]: Emerald Group Publishing Limited, 2009. p. 215–244. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 25.

LIMA, D.; LIMA, H. Autômatos celulares estocásticos bidimensionais aplicados à simulação de propagação de incêndios em florestas homogêneas. In: **Anais do V Workshop de Computação Aplicada a Gestão do Meio Ambiente e Recursos Naturais**. Porto Alegre, RS, Brasil: SBC, 2014. p. 15–24. ISSN 2595-6124. Disponível em: <<https://sol.sbc.org.br/index.php/wcama/article/view/10907>>. Citado na página 22.

LIMA, D. A. **Modelo criptográfico baseado em autômatos celulares tridimensionais híbridos**. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2012. DOI: <<https://doi.org/10.14393/ufu.di.2012.341>>. Citado 3 vezes nas páginas 17, 18 e 20.

LIMA, D. A. **Autômatos celulares e sistemas bio-inspirados aplicados ao controle inteligente de robôs**. Tese (Doutorado em Ciência da Computação) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2017. DOI: <<http://dx.doi.org/10.14393/ufu.te.2018.26>>. Citado 8 vezes nas páginas 17, 18, 19, 20, 21, 24, 25 e 27.

LO, S. M.; HUANG, H. C.; WANG, P.; YUEN, K. K. A game theory based exit selection model for evacuation. **Fire Saf. J.**, Elsevier BV, v. 41, n. 5, p. 364–369, jul. 2006. Citado na página 28.

MACHADO, M. M. **Simulação do processo de evacuação de pedestres no restaurante universitário da Universidade Federal de Catalão via Autômatos Celulares**. Catalão, GO: [s.n.], 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Ciência da Computação). Disponível em: <https://prod.ufcat.edu.br:1337/uploads/Matheus_Matos_Machado_74226bfa93.pdf>. Citado na página 18.

NAMETALA, S. C. S.; MARTINS, L. G. A.; OLIVEIRA, G. M. B. A new distance diffusion algorithm for a path-planning model based on cellular automata. In: **2020 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)**. [S.l.]: IEEE, 2020. Citado na página 43.

NEUMANN, J. von. **Theory of Self-Reproducing Automata**. Champaign, IL: University of Illinois Press, 1966. Citado na página 17.

PAULS, J. The movement of people in buildings and design solutions for means of egress. **Fire Technol.**, Springer Science and Business Media LLC, v. 20, n. 1, p. 27–47, fev. 1984. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 15.

Priberam. **Dicionário Priberam da Língua Portuguesa**. 2025. Acesso em: 27 maio 2025. Disponível em: <<https://dicionario.priberam.org>>. Citado na página 24.

SALOMA, C.; PEREZ, G. J.; TAPANG, G.; LIM, M.; PALMES-SALOMA, C. Self-organized queuing and scale-free behavior in real escape panic. **Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.**, Proceedings of the National Academy of Sciences, v. 100, n. 21, p. 11947–11952, out. 2003. Citado na página 28.

SCHADSCHNEIDER, A.; KIRCHNER, A.; NISHINARI, K. CA approach to collective phenomena in pedestrian dynamics. In: **Cellular Automata: 5th International Conference on Cellular Automata for Research and Industry (ACRI 2002), Geneva, Switzerland, October 9–11, 2002, Proceedings**. Berlin, Heidelberg: Springer, 2002. (Lecture Notes in Computer Science, v. 2493), p. 239–248. Citado na página 37.

SCHADSCHNEIDER, A.; KLINGSCH, W.; KLÜPFEL, H.; KRETZ, T.; ROGSCH, C.; SEYFRIED, A. Evacuation dynamics: Empirical results, modeling and applications. In: **Extreme Environmental Events: Complexity in Forecasting and Early Warning**. New York, NY: Springer New York, 2011. p. 517–550. Citado 4 vezes nas páginas 23, 24, 25 e 26.

SILVA, E.; DAMAZO, G.; OLIVEIRA, G.; MARTINS, L. Cellular automata-based model for simulation of collective pedestrian dynamics in indoor environments with surmountable obstacles. In: **Proceedings of the 17th International Conference on Agents and Artificial Intelligence**. [S.l.]: SCITEPRESS - Science and Technology Publications, 2025. p. 463–471. Citado 9 vezes nas páginas 14, 29, 31, 47, 48, 49, 50, 66 e 80.

TINOCO, C. R.; FERREIRA, H. F.; MARTINS, L. G. A.; OLIVEIRA, G. M. B. Wildfire simulation model based on cellular automata and stochastic rules. In: **Cellular Automata: 14th International Conference on Cellular Automata for Research and Industry (ACRI 2022), Salamanca, Spain, September 12–15, 2022, Proceedings**. Cham: Springer, 2022, (Lecture Notes in Computer Science, v. 13402). p. 246–256. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-031-14926-9_22>. Citado 3 vezes nas páginas 17, 20 e 21.

VARAS, A.; CORNEJO, M.; MAINEMER, D.; TOLEDO, B.; ROGAN, J.; MUÑOZ, V.; VALDIVIA, J. Cellular automaton model for evacuation process with obstacles. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 382, p. 631–642, 2007. Citado 12 vezes nas páginas 14, 26, 28, 29, 31, 36, 37, 42, 43, 45, 59 e 80.

- WEIDMANN, U. **Transporttechnik der Fußgänger**. Zürich: ETH Zürich, Institut für Verkehrsplanung, Transporttechnik, Straßen- und Eisenbahnbau (IVT), 1992. v. 80. (Schriftenreihe des IVT, v. 80). Citado na página 32.
- WOLFRAM, S. Statistical mechanics of cellular automata. **Reviews of Modern Physics**, American Physical Society (APS), v. 55, n. 3, p. 601–644, jul. 1983. Citado 6 vezes nas páginas 14, 17, 18, 21, 22 e 27.
- _____. Cellular automata as models of complexity. **Nature**, Springer Science and Business Media LLC, v. 311, n. 5985, p. 419–424, out. 1984. Citado na página 17.
- _____. **A New Kind of Science**. Champaign, IL: Wolfram Media, 2002. ISBN 1579550088. Disponível em: <<https://www.wolframscience.com>>. Citado na página 17.
- ZHAN, B.; MONEKOSSO, D. N.; REMAGNINO, P.; VELASTIN, S. A.; XU, L.-Q. Crowd analysis: a survey. **Mach. Vis. Appl.**, Springer Science and Business Media LLC, v. 19, n. 5-6, p. 345–357, out. 2008. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 25.
- ZHANG, Y.; LI, W.; RUI, Y.; WANG, S.; ZHU, H.; YAN, Z. A modified cellular automaton model of pedestrian evacuation in a tunnel fire. **Tunn. Undergr. Space Technol.**, Elsevier BV, v. 130, n. 104673, p. 104673, dez. 2022. Citado na página 30.
- ZHENG, X.; ZHONG, T.; LIU, M. Modeling crowd evacuation of a building based on seven methodological approaches. **Build. Environ.**, Elsevier BV, v. 44, n. 3, p. 437–445, mar. 2009. Citado 4 vezes nas páginas 25, 26, 27 e 28.
- ZHENG, Y.; JIA, B.; LI, X. G.; ZHU, N. Evacuation dynamics with fire spreading based on cellular automaton. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 390, 2011. ISSN 03784371. <https://sci-hub.se/https://doi.org/10.1016/j.physa.2011.04.011>. Citado 7 vezes nas páginas 14, 30, 50, 51, 53, 76 e 80.
- ZHENG, Y.; JIA, B.; LI, X.-G.; JIANG, R. Evacuation dynamics considering pedestrians' movement behavior change with fire and smoke spreading. **Saf. Sci.**, Elsevier BV, v. 92, p. 180–189, fev. 2017. Citado na página 30.

Apêndices

APÊNDICE A – Repositórios

Os repositórios com o código desenvolvido durante este trabalho são:

- **Varas-Model**: implementação do modelo de Varas.
<<https://github.com/DanielGoncalves416/Varas-Model>>
- **Alizadeh-Model**: implementação do modelo de Alizadeh.
<<https://github.com/DanielGoncalves416/Alizadeh-Model>>
- **Kirchner-Model**: implementação do modelo base de Kirchner, incluindo todas as modificações realizadas (inclusão de incêndios realizada na *branch fire*).
<<https://github.com/DanielGoncalves416/Kirchner-Model>>
- **Zheng-2011-Model**: implementação incompleta do modelo de Zheng.
<<https://github.com/DanielGoncalves416/Zheng-2011-Model>>
- **CellularAutomatonExperimentPlotter**: programa utilizado para gerar todos os gráficos deste trabalho.
<<https://github.com/DanielGoncalves416/CellularAutomatonExperimentPlotter>>