Universidade Federal de Uberlândia

Instituto de Ciâncias Exatas e Naturais do Pontal

Curso de Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso

Um estudo sobre a otimização no beneficiamento de grãos

por

Dayane Alves de Oliveira

Bacharel em Matemática - Ituiutaba - MG

Orientadora: Profa. Milena Almeida Leite Brandão

Ituiutaba

2024

Um estudo sobre a otimização no beneficiamento de grãos

Este exemplar corresponde à redação final da Monografia devidamente corrigida e defendida por **Dayane Alves de Oliveira** e aprovada pela comissão julgadora.

Ituiutaba, 30 de outubro de 2024.

Profa. Dra. Milena A. L. Brandão

Banca examinadora:

Profa. Dra Milena Almeida Leite Brandão (orientadora)

Prof. Dr José Laércio Dorício.

Prof. Dr Moisés Rodrigues Cirilo do Monte

Monografia apresentada ao Instituto de Ciências Naturais e Exatas do Pontal, UFU como requisito parcial para obtenção do título de **Bacharel em Matemática**.

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

O48 2024

Oliveira, Dayane Alves de, 1999-
Um estudo sobre a otimização no beneficiamento de grãos [recurso eletrônico] / Dayane Alves de Oliveira. - 2024.

Orientadora: Milena Almeida Leite Brandão.
Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Uberlândia, Graduação em Matemática.
Modo de acesso: Internet.
Inclui bibliografia.

1. Matemática. I. Brandão, Milena Almeida Leite ,1985-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Graduação em Matemática. III. Título.

CDU: 51

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074

À minha Orientadora

Milena

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço à Deus, que me deu paciência e sabedoria para chegar até aqui, foi um caminho longo e cheio de desafios.

Agradeço a minha mãe, Simone Aparecida Alves por me criar da melhor forma possível, me ensinar que devo correr atrás do meus objetivos e ser o maior exemplo de coragem que tenho em minha vida.

Agradeço minha irmã Nayara Cristina Alves de Oliveira por ser meu alicerce e suporte, sem ela eu não seria quem sou hoje. Agradeço meu cunhado Renê Aparecido Santos que também já foi discente do curso e que por diversas vezes me ajudou dentro e fora da graduação.

Agradeço à minha família que sempre esteve comigo, Cleonice, Luiz Filippe, Bianca e minha avó Nivia.

Um agradecimento muito especial ao meu sobrinho Isaac Gabriel que em tão pouco tempo de vida me mostrou o quão forte podemos ser independente da dificuldade.

Dedico também à minha orientadora Professora Doutora Milena Almeida Leite Brandão que em tão pouco tempo cuidou de mim e do meu trabalho da melhor maneira possível.

Por fim agradeço a banca examinadora Prof. Dr. José Laércio Dorício e Prof. Dr. Moisés Rodrigues Cirilo do Monte por aceitarem examinar o meu trabalho, o Prof. Dr. Carlos Eduardo Petronilho Boiago e a Profa. Dr Vanda Maria Luchesi que juntamente à minha orientadora guiou meus passos em meu trabalho de conclusão de curso e todo o corpo docente do curso de matemática.

RESUMO

O trabalho tem como objetivo principal estudar a otimização de processos do beneficiamento de sementes através da programação linear. Ao longo do desenvolvimentos são estudados conceitos, definições e métodos de solução. A otimização visa aumentar a eficiência da produção, reduzir custos e melhorar a produtividade agrícola, considerando a relevância do setor agrícola no Brasil.

O estudo é dividido em várias etapas, incluindo uma revisão sobre a programação linear e o método SIMPLEX, a explicação do processo de beneficiamento de grãos, que envolve recepção, pré-limpeza, secagem, classificação e armazenamento, e a apresentação de uma proposta de modelagem matemática para otimizar os custos desse processo. O modelo foi implementado no MATLAB, onde foi aplicado a um cenário real, utilizando dados de uma fábrica de beneficiamento em São Paulo. O objetivo foi calcular a solução de menor custo dentro de um horizonte de planejamento de 30 dias, levando em consideração a capacidade de beneficiamento e o limite de armazenamento.

O resultado do trabalho demonstrou que a programação linear pode ser eficaz nas otimizações de custos no setor agrícola, fornecendo uma solução otimizada para a minimização dos custos de produção de grãos.

ABSTRACT

The main objective of this work is to study the optimization of seed processing through linear programming. Throughout its development, concepts, definitions, and solution methods are studied. The optimization aims to increase production efficiency, reduce costs, and improve agricultural productivity, considering the relevance of the agricultural sector in Brazil.

The study is divided into several stages, including a review of linear programming and the SIMPLEX method, an explanation of the grain processing process—which involves reception, pre-cleaning, drying, classification, and storage—and the presentation of a mathematical modeling proposal to optimize the costs of this process. The model was implemented in MATLAB and applied to a real scenario using data from a processing plant in São Paulo. The goal was to calculate the lowest-cost solution within a 30-day planning horizon, considering the processing capacity and storage limits.

The results of the study demonstrated that linear programming can be effective in cost optimization in the agricultural sector, providing an optimized solution for minimizing grain production costs.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Conteúdo

1 Introdução

O Brasil atualmente está entre os principais produtores de grãos do mundo, tendo como principais: a soja, o milho, o arroz, o feijão e o trigo. A expansão do agronegócio tem sido marcante na sociedade brasileira, caracterizando-se por cadeias produtivas cada vez mais integradas e pelo uso intensivo de capital nos diversos segmentos que o compõe. Considerando-se alguns aspectos da agricultura, tais como: a elevada participação no PIB, manutenção do saldo positivo da balança comercial e a contribuição para o controle da inflação, evidencia-se sua importância para o desempenho da economia brasileira [1].

Este trabalho estudará a otimização no beneficiamento de grãos, que são os processos que o grão passa desde a recepção da matéria prima até sua destinação final que é a embalagem e distribuição. Mas por que estudar sobre esse tema? A resposta é simples, a agricultura no Brasil é uma das principais atividades exercidas hoje em dia e a otimização tem impacto diretamente na economia, sustentabilidade, aumento da produtividade agrícola, segurança alimentar, qualidade de vida, avanço tecnológico entre outros. Fernando Mendes Lamas, pesquisador da Embrapa diz em [1], que 25% do PIB brasileiro vem da agricultura, que vem ganhando mais espaço na economia, gerando assim mais empregos e renda. Para Amanda Gaban, Felipe Morelli, Marlon Brisola e Patricia Guarnieri em [2], o agronegócio é responsável por manter o Brasil com o saldo positivo na economia e que tem grande responsabilidade no desenvolvimento do país.

Este estudo visa encontrar uma modelagem que possamos ter uma solução ótima para áreas do processo de beneficiamento de grãos, como por exemplo a redução de custo, tendo como base a dissertação de Rogério de Ávila Ribeiro Junqueira [3], que em sua pesquisa propõe um modelo de programação linear a fim de minimizar os custos fiscais, de produção e de transportes de uma certa empresa. Será realizado um estudo em cima dos dados de custos apenas da produção deste trabalho e posteriormente uma aplicação em software para obter uma solução ótima.

Para o desenvolvimento do trabalho estudaremos Programação Linear (PL), tendo como o principal método de solução o SIMPLEX, que é um método de iterações sucessivas até que se encontre uma solução ótima do problema proposto. Usaremos também o MATLAB para resolução de um modelo proposto ao longo do trabalho. No desenvolvimento serão apresentados definições, exemplos e aplicações do método em situações propostas no tema, e por fim, uma aplicação do material usado como base.

Os primeiros indícios de programação linear são de 1758, quando os economistas escreviam sistemas econômicos através da matemática. O primeiro matemático a estudar de fato o tema foi o francês Joseph Fourier, que para encontrar um ponto mínimo de um poliedro, propôs uma resolução através de de uma sequência de redução de vértices, que foi fundamental para o desenvolvimento do SIMPLEX em 1947 por George Dantzig [8]. Outros estudiosos também foram importantes na história da programação linear, como por exemplo Leonid Kantorovich, um matemático economista criador do "Método dos transportes", que consistia em resolver problemas de programação linear relacionados com transporte e atribuição, nos quais o objetivo é encontrar uma alocação ótima de recursos.[9] Nos anos finais da década de 1930, George Joseph Stigler abordou a questão da dieta ótima com o objetivo de atender as preocupações do exército dos Estados Unidos. O problema da dieta é usado até os dias de hoje para desenvolvimento de outras dietas e pesquisas científicas.

A escolha do tema "otimização do beneficiamento de sementes"se deu pela afinidade que a graduanda teve com o curso de Introdução à Programação Linear (IPL) e pelo seu trabalho em uma fábrica que beneficia sementes de milho, onde aprendeu bastante sobre beneficiamento de grãos e também viu oportunidades de melhorias dadas pela grande perda de material diariamente que afetava a parte econâmica da empresa. Pensando nisso, a discente teve a ideia de tentar aplicar alguma área de conhecimento de seu curso na sua realidade do trabalho, surgindo assim a ideia do TCC.

Em conclusão, o trabalho será importante porque com ele haverá possibilidade de encontrarmos modelos capazes de melhorar a eficiência na produção de grãos em relação ao custo de produção considerando a importância da agricultura para a economia do Brasil, e também para o enriquecimento do conhecimento de programação linear da discente.

2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é estudar detalhadamente programação Linear (PL), como aplicá-la em problemas de produção em fábricas de beneficiamento de grãos e versar métodos para a solução de tais problemas. Exemplificaremos problemas de PL utilizando o método SIMPLEX e também recorreremos ao software MATLAB para aplicação em problemas.

Os objetivos específicos serão:

- Estudar e resolver problemas de Programação Linear através do SIMPLEX.

- Analisar trabalhos de outros autores que envolvam Programação Linear e Beneficiamento de grãos.

- Implementar problemas de Programação Linear e Beneficiamento de grãos no MATLAB.

3 Estrutura dos Tópicos Apresentados

O presente trabalho está dividido da seguinte maneira:

- No capítulo 1 (Programação Linear e SIMPLEX) serão apresentados conceitos, definições, métodos de resolução e exemplos de Programação Linear. Para construção do capítulo, utilizaremos como referencial teórico a referência [4]

- No capítulo 2 (Beneficiamneto de grãos) faremos uma análise da Dissertação de Rogério de Ávila Ribeiro Junqueira forrmado pela Univerdidade Federal de São Carlos em Engenharia de Produção, que em seu trabalho desempenhou um planejamento de produção e de logística para empresas produtoras de milho através da otimização. Utilizando as seguintes referências [3], [5], [6] e [7]

- No capítulo 3 (SIMPLEX no MATLAB) iremos abordar um exemplo relacionado ao tema do trabalho com soluções encontradas pelo software MATLAB.

4 Programação Linear

Para introduzirmos conceitos e definições de programação linear e SIMPLEX utilizaremos como referencial teórico o livro Programação Linear: Uma abordagem prática [4].

Define-se Programação Linear como uma classe de problemas de otimização em que tem como objetivo encontrar a solução ótima de um determinado problema através de uma função objetivo linear sujeita a restrições lineares e variáveis não negativas. A função objetivo é convexa e as restrições definem um conjunto convexo, garantindo que qualquer ótimo local será também um ótimo global, isso se dá pelo fato das variáveis serem não negativas. Vale destacar que a Programação Linear é uma das técnicas mais usadas quando se trata de otimização, sendo para minimização de um problema ou maximização. Um problema de programação linear é apresentado da forma:

Minimize: $f(x_1, x_2, ..., x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$
Sujeito a:

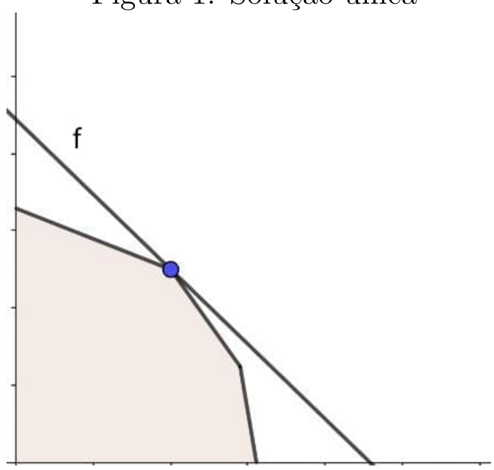
$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n &\leq b_m \end{aligned}$$

com $x_i \geq 0,\ i = 1, \cdots, n$.

A função objetivo linear, juntamente com as restrições lineares, resulta em pontos extremos localizados nas fronteiras da região viável, especificamente nos pontos de interseção de algumas dessas restrições, o que facilita a identificação das soluções. As possíveis soluções serão representadas por figuras, onde a área delimitada pelas restrições estará sombreada, e as curvas da função objetivo serão indicadas por linhas pontilhadas.

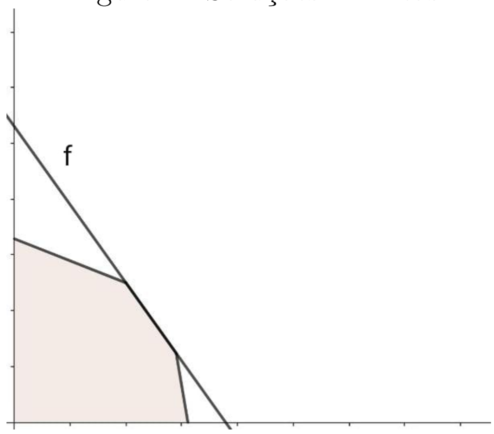
A Figura 1 ilustra um problema com uma única solução, localizada no vértice de interseção de duas restrições, onde a função objetivo atinge seu menor valor.

Figura 1: Solução única



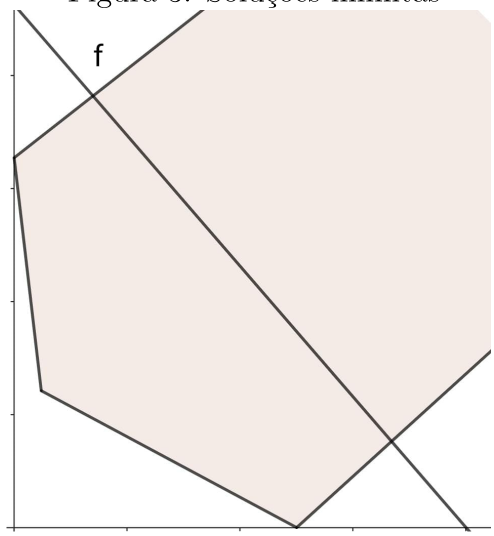
Na Figura 2, temos um caso de soluções infinitas, onde qualquer ponto situado ao longo de um lado do polígono, correspondente a uma restrição, resulta no menor valor da função objetivo.

Figura 2: Soluções infinitas



Já a Figura 3 representa um conjunto de soluções ilimitado, onde a função objetivo pode continuar a melhorar indefinidamente.

Figura 3: Soluções infinitas



5 Solução gráfica de problemas de programação linear com duas variáveis.

O método gráfico apresenta os conceitos fundamentais para desenvolver a técnica algébrica aplicada a duas ou mais variáveis. Para achar a solução ótima deveremos primeiro encontrar a região factível, ou seja, o espaço das soluções que é delimitado pelas curvas geradas pelas restrições em dois eixos sendo as variáveis não negativas, também representaremos as curvas de f constantes. O menor valor de f, cuja curva cruza a região factível, ocorre quando esta tangencia a região factível em um ponto situado na fronteira e na interseção de duas restrições.

Exemplo .1. *Considere o problema:*

Minimize: $f(x) = -x_1 + x_2$

Sujeito a:

$$-2x_1 + x_2 \leq 2 \quad \text{(A)}$$
$$x_1 - 3x_2 \leq 2 \quad \text{(B)}$$
$$x_1 + x_2 \leq 4 \quad \text{(C)}$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Agora, para se obter a solução gráfica desse problema de duas variáveis seguiremos os seguintes passos:

Passo 1 *Inicialmente iremos determinar o espaço onde estão as soluções, para isso usaremos as retrições, estudaremos uma restrição por vez igualando a zero e determinaremos a reta associada à ela (onde corta o eixo). Por exemplo, usando a restrição (A) faremos o seguinte:*

Considere a equação $-2x_1 + x_2 = 2$

$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 2$

$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = -2/2 = -1$

Restrição (B): Considere a equação $x_1 - 3x_2 = 2$

$x_1 = -1 \Rightarrow x_2 = (2+1)/-3 = -1$

$x_2 = -0 \Rightarrow x_1 = 2$

Restrição (C): Considere a equação $x_1 + x_2 = 4$

$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 4$

$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 4$

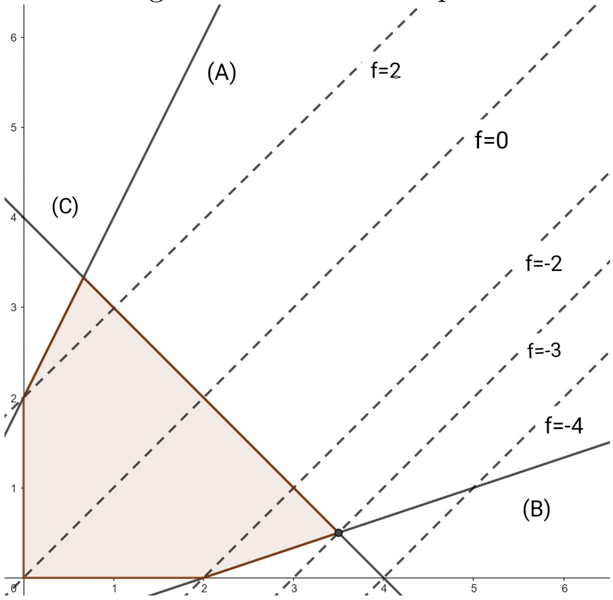
Temos que a reta corta o eixo x_1 *em -1 e o eixo* x_2 *em 2. Como trata-se de uma restrição* $(\leq)$*, o espaço que procuramos é abaixo da reta* $-2x_1 + x_2 \leq 2$*. Para encontrar a região factível é necessário repetir o procedimento com todas as restrições.*

Passo 2 *Para determinarmos a solução ótima plotaremos as curvas de nível da função objetivo (linhas pontilhadas) atribuindo valores diferentes e em seguida encontrar o ponto (vértice) do espaço de soluções de menor valor.*

Note que na região factível há cinco vértices, sendo o menor deles correspondente ao mánimo. A solução ótima á aquela que a curva de nível tangencia a região delimitada pelas restrições.

Os valores que procuramos são $x_1 = 3,5$, $x_2 = 0,5$ *e* $f = -3$

Figura 4: Gráfico exemplo 1



6 Desenvolvimento do método SIMPLEX

No método simplex são utilizadas variáveis de folga, que são variáveis adicionais introduzidas nas restrições a fim de tornar restrições de desigualdades em restrições de igualdade. Veremos a seguir como elas serão introduzidas.

Dada uma desigualdade

$$\sum_{i}^{r} a_{ji}x_i \leq b_j, \quad \text{com} \quad (b_j \geq 0).$$

$i = 1, 2, \ldots, r \quad$ e $\quad j = 1, 2, \ldots, n.$

Introduzindo a variável de folga $(s_j \geq 0)$, a restrição ficará da seguinte forma:

$$\sum_{i}^{r} a_{ji}x_i + s_j = b_j$$

Dizemos que a j-ésima restrição está no limite quando a variável de folga for igual a zero, caso $s > 0$ a restrição é inativa. Podemos expressar algumas restrições por:

$$\sum_{i}^{r} a_{ji}x_i \geq b_j, \quad \text{com} \quad (b_j \geq 0)$$

Neste caso iremos subtrair uma variável de folga não negativa

$$\sum_{i}^{r} a_{ji}x_i - s_j = b_j$$

Exemplo .2. *Considere o problema do Exemplo .1:*

Minimize: $f(x) = -x_1 + x_2$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 &\geq -2 \quad (A) \\ -x_1 + 3x_2 &\geq -2 \quad (B) \\ -x_1 - x_2 &\geq -4 \quad (C) \\ x_1 \geq 0, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Passo 1 *Faça a conversão das restrições para que o lado direito de cada uma delas seja positivo.*

$$\begin{aligned} -2x_1 + x_2 &\leq 2 \\ x_1 - 3x_2 &\leq 2 \\ x_1 + x_2 &\leq 4 \end{aligned}$$

Passo 2 *Agora introduziremos as variáveis de folga $x_3 \geq 0$, $x_4 \geq 0$ e $x_5 \geq 0$ e vamos também converter as desigualdades em igualdades.*

$$\begin{aligned} -2x_1 + x_2 + x_3 &= 2 \\ x_1 - 3x_2 + x_4 &= 2 \\ x_1 + x_2 + x_5 &= 4 \end{aligned}$$

Observe que as variáveis (incluindo as de folga) precisam ser não negativas. O problema de otimização agora exige encontrar os valores de $x_i, (i = 1, ..., 5)$ que minimizem $f(\boldsymbol{x}) = -x_1 + x_2$. Essa minimização deve ser realizada sujeita às cinco restrições de não negatividade e três restrições de igualdade, resultando em dois graus de liberdade, ou seja, duas variáveis podem ser ajustadas independentemente, enquanto as outras são determinadas pelas restrições de igualdade ou mantidas nulas no caso de serem não básicas. No quadro Simplex, isso significa que a solução ótima será alcançada ajustando essas duas variáveis dentro das restrições para minimizar a função objetivo.

Passo 3 *Nesse passo definiremos uma solução básica, para isso usaremos um vértice ou um canto da região factível. Sejam n = o número total de variáveis e m = número total de equações. No conjunto há três equações e cinco incógnitas, o que significa que não existe uma única solução.*

Se atribuirmos valores para duas variáveis, digamos que x_1 tenha valor zero, então passamos a ter um conjunto de três equações que podem ser resolvidas para determinar os valores das outras variáveis.

Chamamos esse processo de identificar e definir os valores do subconjunto das cinco variáveis de formulação da solução básica. A solução básica (ou solução factível, quando *as variáveis são não negativas) é a solução de* $\boldsymbol{x}$ *obtida ao resolver as m variáveis em termos de (n - m) variáveis restantes igualadas a zero. As m variáveis não nulas são chamadas de variáveis básicas, enquanto as (n - m) variáveis restantes são chamadas de variáveis não básicas.*

Supondo, inicialmente, que x_1 *e* x_2 *sejam zeros (variáveis não básicas), o vetor* $\boldsymbol{x} = (x_3, x_4, x_5)$ *será o de variáveis básicas. Esse ponto corresponde à origem do sistema de coordenadas (figura 4) e é um dos vértices do poliedro. Para calcular* $x_1 = x_2 = 0$ *e f(x), escreveremos as restrições e a função objetivo na seguinte maneira:*

$$
\begin{aligned}
x_3 - 2x_1 + x_2 &= 2\\
x_4 + x_1 - 3x_2 &= 2\\
x_5 + x_1 + x_2 &= 4\\
f + x_1 - x_2 &= 0
\end{aligned}
$$

e obteremos $x_3 = 2$*,* $x_5 = 4$ *e* $f = 0$*. Repare que o lado direito de todas as restrições é positivo.*

Passo 4 *Seleção das variáveis básicas e não básicas*

Analisar os coeficientes nos termos de f para identificar qual variável reduz mais rapidamente o valor da função objetivo ao ser incrementada a partir de zero. Essa variável será a nova variável básica, e uma variável básica atual passará a ser não básica. Se incrementarmos x_1 *a partir de zero na função objetivo (passo 3), f diminui, se incrementarmos* x_2*, f aumenta, o que não é ideal. Em* $f(x) = -x_1 + x_2$ *(função objetivo) tem-se que:* $\frac{\partial f}{\partial x_1} = -1$ *e* $\frac{\partial f}{\partial x_2} = 1$.

A melhor nova variável básica a ser escolhida é aquela que na função objetivo tem o maior coeficiente positivo.

Assim que x_1 *se torna diferente de zero, ela deixa de ser uma variável não básica e passa a ser uma variável básica. Ao mesmo tempo, uma das variáveis básicas atuais deve ser transformada em uma variável não básica, ou seja, ser igualada a zero. Preservando* x_2 *como a variável não básica igual a 0 nas equações* $x_3 - 2x_1 + x_2 = 2$ *e* $x_5 + x_1 + x_2 = 4$ *do passo 3, e analisando o impacto da variação de* x_1 *em cada uma das restrições que precisam ser atendidas, obtém-se:*

a) Quando x_1 *for incrementado,* x_3 *deve ser positivo, para satisfazer a restrição de* *não negatividade.*

b) Pode-se incrementar x_1 *até 2,0 na equação* $x_4 + x_1 - 3x_2 = 2$ *(passo 3) sem que* x_4 *se torne negativo.*

c) Pode-se incrementar x_1 *até 4,0 na equação* $x_5 + x_1 + x_2 = 4$ *(passo 3) sem que* x_5 *se torne negativo.*

Passo 5 *Analogamente desenvolveremos um conjunto de equações com as variáveis não básicas sendo* $x_2 = x_4 = 0$ *e* (x_1, x_3, x_5) *o vetor de variáveis básicas. Faremos isso substituindo* x_1 *em função de* x_2 *e* x_4 *nas equações do passo 4:*

$$x_4 + x_1 - 3x_2 = 2 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 2 - x_4 + 3x_2$$

Substituindo x_1 *nas demais equações, tem-se:*

$$\begin{aligned} x_3 - 2x_1 + x_2 = 2 \Rightarrow x_3 = 2 + 2x_1 - x_2 &= 6 - 2x_4 + 5x_2 \\ x_5 + x_1 + x_2 = 4 \Rightarrow x_5 = 4 - x_1 - x_2 &= 2 + x_4 - 4x_2 \\ f + x_1 - x_2 = 0 \Rightarrow f = -x_1 + x_2 &= -2 + x_4 - 2x_2 \end{aligned}$$

Se repararmos o valor da função objetivo diminuiu de $f = 0$ *foi para* $f = -2$ *e o ponto é outro vértice. Ao final das iterações, um vértice passou para o outro com valor menor da função objetivo.*

Reescrevendo a equação do passo anterior temos:

$$\begin{aligned} x_3 + 2x_4 - 5x_2 &= 6 \\ x_1 + x_4 - 3x_2 &= 2 \\ x_5 - x_4 + 4x_2 &= 2 \\ f - x_4 + 2x_2 &= -2 \end{aligned}$$

Para transformar as equações e a função objetivo em notação matricial $Ax = b$ *podemos usar a relação de Gauss-Jordan (denotando as variáveis básicas por* B *e não básicas por* NB *). Considere as esquações do passo 4:*

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Em seguida incorporamos o vetor dos membros da direita da matirz anterior

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & -3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Localize a coluna dos coeficientes que correspondem à nova variável básica, essa será a coluna pivô. A linha pivô será aquela em que os coeficintes correspondem á restrição limitante.

Agora devemos temos que normalizar a linha pivô, isso que dizer que o elemento pivô tenha valor um. Nesse exemplo o pivô já tem valor um, mas caso contrário poderíamos dividir a linha pivô pelo valor do elemento pivô. Faremos as segintes operações para zerar os demais elementos da linha pivô.

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & -3 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Aplicando as operações de linha:

$$R_1 \leftarrow R_1 + 2R_2$$
$$R_3 \leftarrow R_3 - R_2$$
$$R_4 \leftarrow R_4 + R_2$$

A matriz resultante é:

$$\begin{bmatrix} 0 & -5 & 1 & 2 & 0 & 6 \\ 1 & -3 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Essas operações podem ser organizadas em um formato chamado tableau, conforme ilustrado na Tabela 1, onde as variáveis e coeficientes são dispostos de maneira estruturada da seguinte forma:

Tabela 1: Quadro Simplex - parte 1

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	f	b
x_3	0	-5	1	2	0	0	6
x_1	1	-3	0	1	0	0	2
x_2	0	4	0	-1	1	0	2
	0	2	0	-1	0	1	-2

As variáveis à esquerda são as variáveis básicas.

Passo 6 *Melhorando a função objetivo:*

Para dar continuidade no método, examinaremos a função objetivo novamente. No quadro anterior o termo $2x_2$ *indica que podemos melhorar a função objetivo em* x_2*. O coeficiente de maior valor na última linha é +2, então devemos determinar a restrição limitante. Dividiremos o valor da coluna* b_j *pelo valor da coluna* x_2*,* a_{j2}*, temos:*

$$\begin{bmatrix} \frac{6}{-5} \\ \frac{2}{-3} \\ \frac{2}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,2 \\ -0,6667 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

Isso indica a menor razão positiva é dada pela terceira restrição. A variável de folga x_5 *da terceira restrição será transformada em zero. Para diminuirmos a função* f *iremos eliminar* x_2 *e substituir por* x_5*.*

Tabela 2: Quadro Simplex - parte 2

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	f	b
x_3	0	-5	1	2	0	0	6
x_1	1	-3	0	1	0	0	2
x_2	0	4	0	-1	1	0	2
	0	2	0	-1	0	1	-2

Na Tabela 2, a coluna pivô pode ser transformada em:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pela redução de Gauss-Jordan temos:

Tabela 3: Quadro Simplex - parte 3

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	f	b
	0	-5	1	2	0	0	6
	1	-3	0	1	0	0	2
	0	1	0	-0,25	0,25	0	0,5
	0	2	0	-1	0	1	-2

Tabela 4: Quadro Simplex - parte 4

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	f	b
	0	0	1	0,75	1,25	0	8,5
	1	0	0	0,25	0,75	0	3,5
	0	1	0	-0,25	0,25	0	0,5
	0	0	0	-0,5	-0,5	1	-3

O novo tableau fica da seguinte forma:

Tabela 5: Quadro Simplex - parte 5

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	f	b
x_3	0	0	1	0,75	1,25	0	8,5
x_1	1	0	0	0,25	0,75	0	3,5
x_2	0	1	0	-0,25	0,25	0	0,5
	0	0	0	-0,5	-0,5	1	-3

As equações resultantes são:

$$x_3 + 0,75x_4 + 1,25x_2 = 8,5$$
$$x_1 + 0,25x_4 + 0,75x_2 = 3,5$$
$$x_2 - 0,25x_4 + 0,25x_5 = 0,5$$
$$f - 0,5x_4 - 0,5x_5 = -3$$

Observando o quadro na Tabela 5, a função objetivo diminuiu para -3, e examinando a equação de f, não é possível realizar nenhuma mudança em x_4 ou em x_5 que tenha algum efeito à função objetivo, portanto não conseguimos melhorar ainda mais, isso quer dizer que encontramos a solução ótima.

Das equações anteriores encontramos a solução ótima das variáveis básicas:

$$x_3 = 8,5,\ x_1 = 3,5 \ e \ x_2 = 0,5,$$

e, as variáveis não básicas são:

$$x_4 = 0 \ e \ x_5 = 0.$$

Substituindo os valores encontrados na função objetivo temos:

$$f = -x_1 + x_2 = -(3,5) + (0,5) = -3.$$

Usaremos agora um `tool box` *do software MATLAB para a resolução desse problema.*

A função `linprog` *do MATLAB é usada para resolver problemas de otimização linear da forma:*

$$minimizar\ f^T x$$

sujeito a:

$$Ax \leq b, \quad A_{eq}x = b_{eq}, \quad lb \leq x \leq ub,$$

onde f é o vetor de coeficientes da função objetivo, x é o vetor de variáveis de decisão, e A, b, A_{eq}, b_{eq}, lb, e ub definem as restrições.

A função `linprog` oferece vários métodos para resolver problemas de programação linear:

1. ***Método de Pontos Interiores (Interior-Point)**: Esse é o método padrão nas versões recentes do MATLAB e é adequado para problemas de grande escala. Ele utiliza uma abordagem iterativa baseada na exploração do interior do espaço viável, convergindo para uma solução ótima através de trajetórias que evitam os limites das restrições até o final do processo.*

2. ***Simplex Dual (Dual-Simplex)**: Uma implementação do método Simplex, que é mais eficiente para problemas com muitas variáveis de decisão, mas poucas restrições ativas. Ele explora vértices do espaço viável em vez de pontos internos e é adequado para problemas médios.*

3. ***Simplex Primal (Simplex)**: Esse é o método Simplex tradicional, que examina vértices no espaço de soluções viáveis. É mais lento para grandes problemas, mas ainda é útil em alguns casos menores.*

Como Funciona

1. ***Definição das restrições e da função objetivo**: O usuário define os parâmetros do problema, incluindo as restrições de desigualdade e igualdade, os limites das variáveis, e o vetor de coeficientes da função objetivo.*

2. ***Escolha do Método**: O MATLAB, por padrão, escolhe o método de Pontos Interiores para problemas grandes e o Simplex Dual para problemas menores. O usuário pode definir o método através de `optimoptions`.*

3. ***Processo Iterativo**: Com o método de Pontos Interiores, `linprog` explora o interior do espaço viável; com o Simplex, ele percorre os vértices das soluções. Em ambos os casos, o algoritmo itera até atingir uma solução ótima ou o limite de iterações.*

A linha de código

[x, fval] = linprog(f, A, b, [], [], lb, [], options);

usa a função ***`linprog`*** *do MATLAB para resolver um problema de programação linear com:*

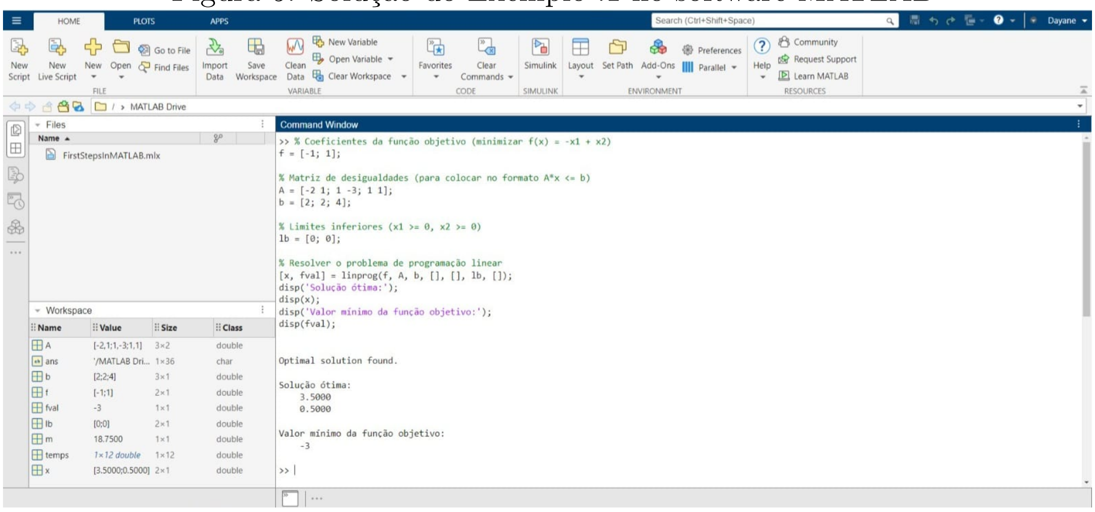
- ***`f`****: vetor de coeficientes da função objetivo a ser minimizada,*
- ***`A`*** *e* ***`b`****: matriz e vetor que definem as restrições de desigualdade (ou seja, $Ax \leq b$),*
- ***`[]`****: espaços reservados para restrições de igualdade (****`Aeq`*** *e* ***`beq`****), que não estão sendo usadas neste caso,*
- ***`lb`****: limites inferiores para as variáveis de decisão (ex.: $[0, 0, \dots]$ para garantir não-negatividade),*
- ***`options`****: especifica o método de resolução e configurações adicionais para* ***`linprog`*** *(como* ***`interior-point`*** *para problemas grandes).*

A saída é:

- ***`x`****: vetor solução ótima (valores das variáveis que minimizam a função objetivo),*
- ***`fval`****: valor mínimo da função objetivo com os valores ótimos de* ***`x`****.*

A Figura 5 apresenta a solução do Exemplo .1 no software MATLAB.

Figura 5: Solução do Exemplo .1 no software MATLAB



7 Beneficiamento de grãos e modelagem

Começaremos esse capítulo com a seguinte pergunta: o que é beneficiamento de grãos? Bom, respondendo de uma forma direta, é o processo pelo qual os grãos de milho, soja, feijão, trigo e entre outros passam até serem preparados para o comércio.

Na próxima seção iremos abordar esse tema relacionando-o com a programação linar. Inicialmente entenderemos um pouco mais sobre os processos de uma UBS (Unidade Beneficiadora de Sementes), em seguida faremos uma análise do capítulo 5 da dissertação Planejamento da produção e da logística para empresas produtoras de semente de milho do aluno de pós graduação em engenharia de produção da Universidade Federal de São Carlos, Rogério de Ávila Ribeiro Junqueira [3] , no qual é apresentado um modelo que visa otimizar os custos de transporte e produção de uma empresa de grãos. As próximas seções terão como base as referências [3] , [5] , [6] e [7].

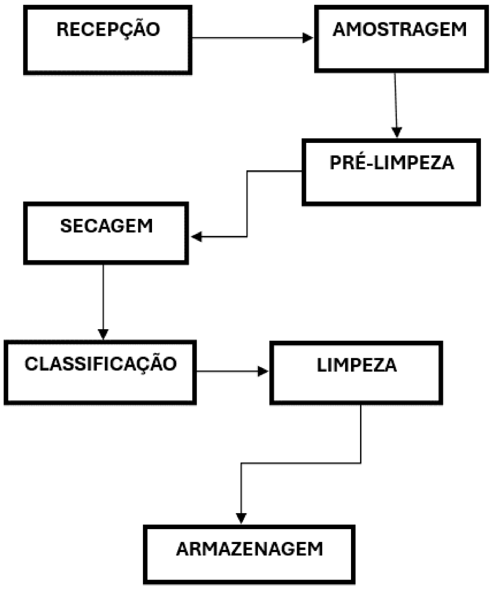
8 Beneficiamento de grãos

Sendo uma das últimas etapas da produção de grãos, o beneficiamento é de suma importância, pois é nesse processo que são retiradas todas as impurezas dos grãos, tal como palhas, colmos, grãos ardidos (infectados por fungos ou perfuradas por carunchos), grãos quebrados, resto de culturas entre outras que podem afetar a qualidade do material. Além da melhora da qualidade fisiológica, como consequência tem-se também a padronização de lotes de grãos de mesmo tamanho e aumento da longevidade das sementes. Como isso ocorre será explicado nos próximos parágrafos, onde serão detalhados todos os processos que envolvem o beneficiamento.

As etapas do beneficiamento são: recepção, amostragem, pré limpeza, secagem, secagem, classificação, limpeza e armazenamento, como exemplificado na Figura 6. É válido salientar que esses são os processos fundamentais, ou seja, aqueles que devem estar presentes em geral nas beneficiadoras, mas isso não significa que são os únicos, pois cada grão tem suas peculiaridades, como por exemplo o milho, que passa pelo etapa de separação dos grãos da espiga, e para que isso aconteça passa pelo processo de debulha, que é desnecessário no beneficiamento da soja.

Discorreremos agora sobre cada uma das etapas fundamentais.

Figura 6: Fluxograma do beneficiamento de sementes



8.1 Recepção

A recepção é a primeira etapa no beneficiamento, nesse processo os grãos ficam armazenados em uma moega e nela são recolhidas amostras para determinar a umidade, temperatura e grau de impurezas, posteriormente é feita uma pré-limpeza do material que ao final do processo será encaminhado à secagem. No caso do milho, a recepção também é a etapa que é retirada as palhas das espigas.

8.2 Amostragem

Essa é a parte de coleta para análises de condições do material, deve ser relizada em diferentes pontos e em diferentes profundidades. Essa etapa tem como objetivo avaliar os grãos e determiar o melhor tramento. Com as amostras retiradas é possível determinar o grau de umidade, impurezas, ataque de insetos, temperatura, entre outros.

8.3 Pré-limpeza

Esse processo geralmente é realizado utilizando grandes peneiras com furos de diferentes diâmetros, onde são retiradas maior pate das impurezas tais como restos de plantas e objetos estranhos. No beneficiamento de sementes de milho, esse processo ocorre durante a recepção, onde as espigas são transportadas por esteiras até as máquinas de despalha que são responsáveis por retirar as palhas e também descartar as impurezas que vieram junto ao material do campo.

8.4 Secagem

Nesse processo é retirada a umidade dos grãos, ou seja, a água presente no material para que não germine e nem deteriore durante o armazenamento. A umidade varia de acordo com cada grão e também pode ser estabelecida por meio da amostragem. Para o alcance da umidade ideal, a secagem pode ser feita utilizando ar natural ou ar artificial aquecido por meio de máquinas.

8.5 Classificação

Para que o lote esteja padronizado com sementes de mesmo tamanho e formato, é importante que passe pela classificação. Assim como na etapa de pré-limpeza, nesse processo também são utilizadas peneiras, mas agora, para separar grãos de diferentes tamanhos, o que ajuda na semeadura no campo.

8.6 Limpeza

Após a classificação das sementes, essas passam por um novo processo de limpeza por meio de mesas densimétricas que separam os grãos podres e danificados a partir da densidade do material e vibração das mesas, as sementes mais leves geralmente têm menos qualidade. Nesse processo as impurezas remanescentes dos processos anteriores são também são retiradas.

8.7 Armazenagem

Nesse último processo, os grãos ficam em grandes reservatórios, geralmente conhecidos como silos com grades capacidades. O material fica guardado até o momento do ensaque. é importante ressaltar que esses silos sejam limpos, arejados onde a umidade e a temperatura sejam preservadas, e o mais importante, que não haja presença de insetos, roedores ou fungos.

Como dito anteriormente, essas são as etapas que geralmente estão presentes nos processos de beneficiamnto de grãos e não devem ser executadas necessariamente na ordem citada, isso depende da necessidade de cada material, podendo haver processos adicionais para cada tipo de grão.

9 Uma proposta de modelagem

No estudo realizado por Rogério de Ávila Ribeiro Junqueira [3] é feita uma modelagem com intuito de otimizar os custos de todo o processo, desde a plantação até a parte de logística do material de uma certa empresa, mas nesse trabalho o foco será apenas a parte do beneficiamento. O objetivo do estudo de Rogério é reduzir os custos de produção, armazenamento e logística atendendendo à capacidade de produção e demanda de colheita.

O modelo apresentado por ele foi estudado em um contexto real de uma safra inteira, onde pôde estudar diferentes cenários e parâmetros para por fim apresentar uma modelagem de maximização que atenda a todas eventualidades que possa haver durante o processo.

Índices:

h = híbrido

j = UBS's (Unidade de Beneficiamento de sementes)

t = período de comercialização

m = tipo de colheita

i = região de produção agrícola

k = regiões de demanda

jp = distância entre UBS's ou distância entre recebimento e envio

Cb_j = custo de beneficiamento na UBS

$Y_{h,j,jp,t}$ = quantidade do híbrido h, preparada na UBS j e transportada para ser beneficiada na UBS jp no período t.

$X_{h,i,j,m,1}$ = quantidade do híbrido h, colhida com o tipo de colheita m no campo i, transportada para a UBS j e nela preparada no período t.

$EGSeco_{h,t,j}$ = quantidade do híbrido h, armazeada como grãos secos na UBS j e no período t.

- Função objetivo

$$\text{Beneficiamento} = \sum_{h}\sum_{j}\sum_{jp}\sum_{t} Cb_j Y_{h,j,jp,t} \tag{1}$$

Sujeito às seguintes restrições:

1. Restrições do balanceamento de fluxo entre secagem e beneficiamento

$$\sum_{i}\sum_{m} X_{h,i,j,m,t} + EGSeco_{h,j,t-1} = \sum_{j}\sum_{p} Y_{h,j,jp,t} + EGSeco_{h,j,t} \tag{2}$$

para h=1,...,H, j=1,...,J, t=2,...,T

$$\sum_{i}\sum_{m} X_{h,i,j,m,1} + EGSeco0_{h,j} = \sum_{j}\sum_{p} Y_{h,j,jp,1} + EGSeco_{h,j,1} \tag{3}$$

para h=1,...,H, j=1,...,J

2. Limitação de capacidade de preparo:

$$\sum_{j}\sum_{m} X_{h,j,m,t} \leq CapPrep_{j,m} \cdot NDias \tag{4}$$

para j = 1,...,J, m = 1,...,M, t = 1,...,T

3. Limitação de capacidade de beneficiamento:

$$\sum_{j}\sum_{p} Y_{h,j,p,t} \leq CapBen_j \cdot NDias \tag{5}$$

para j = 1,...,J, p = 1,...,P, t = 1,...,T

4. Capacidade de armazenamento em silo:

$$\sum_{h} EGSeco_{h,j,t} \leq CapSilo_j \tag{6}$$

para j = 1,...,J, t = 1,...,T

5. Capacidade de armazenamento em depósito:

$$EPFinal_{h,j,t} \leq CapDep_j \tag{7}$$

para j = 1,..,J, t = 1,...,T

6. Restrições de não negatividade

$$X_{h,i,j,m,t} \geq 0 \quad \text{para } h = 1, ..., H, i = 1, ..., I, j = 1, ..., J, m = 1, ..., M, t = 1, ..., T \tag{8}$$

$$Y_{h,j,jp,t} \geq 0 \quad \text{para } h = 1, ..., H, j = 1, ..., J, jp = 1, ..., J, t = 1, ..., T \tag{9}$$

$$EGSeco_{h,j,t} \geq 0 \quad \text{para } h = 1, ..., H, j = 1, ..., J, t = 1, ..., T \tag{10}$$

A Equação 2 assegura que em cada UBS será processado ou armazenado para o próximo período apenas o que foi preparado no período atual ou o que já estava estocado em grãos secos no período anterior e foi transferido para o período atual. Já a Equação 3 representa um caso específico de 2 para o primeiro período, onde o estoque do período anterior é o estoque inicial (não o do período imediatamente anterior), funcionando como um parâmetro de entrada e não como uma variável.

A Equação 4 assegura que a matéria-prima, seja em grãos ou em espigas, não ultrapasse o limite de capacidade da UBS no período. A Equação 5 tem uma função semelhante à da Equação 4, mas se aplica à capacidade de beneficiamento. As Equações 6 e 7 garantem que os estoques de grãos secos e produtos acabados que serão transferidos para o próximo período não excederão os limites de capacidade de armazenamento.

As Equações 8, 9 e 10 estabelecem que as variáveis de decisão X, Y e EGSeco devem ser não-negativas.

10 Aplicação no MATLAB

Nesta sessão, utilizaremos os valores também mencionados na dissertação de Junqueira [3]. Para facilitar o estudo, elaboramos a Tabela 6 com os principais valores de cada índice, que serão posteriormente substituídos nas equações. O cenário analisado será o do estado de São Paulo, e os cálculos da função objetivo e das restrições serão baseados nos valores associados a essa região. Cada etapa será explicada detalhadamente para garantir o entendimento do leitor. Em seguida, os cálculos serão realizados no software MATLAB, proporcionando uma solução ótima para a minimização dos custos de produção de sementes de milho.

10.1 Principais valores

A Tabela 6 apresenta os principais índices e variáveis utilizados no processo de beneficiamento e comercialização de sementes de milho híbrido. Ela abrange informações, como os tipos de híbridos, as Unidades Beneficiadoras de Sementes (UBS), períodos de comercialização, tipos de colheita e as regiões agrícolas e de demanda. Além disso, são fornecidos dados detalhados sobre a capacidade de beneficiamento e armazenagem nas UBS, os custos associados e os níveis de estoque inicial de sementes, bem como a demanda por período e região. Esses índices são fundamentais para a otimização e planejamento do processo logístico de produção e distribuição.

10.2 Minimização dos Custos de Beneficiamento em São Paulo

O algoritmo proposto neste trabalho tem como objetivo minimizar o custo de beneficiamento de grãos na Unidade de Beneficiamento de São Paulo ao longo de um período de 30 dias, utilizando um modelo de programação linear. A resolução do problema foi realizada por meio da função `linprog`, que otimiza uma função linear sujeita a restrições de desigualdade e igualdade. Embora seja possível calcular diferentes cenários apenas modificando os valores sugeridos na Tabela 6, nesta aplicação serão utilizados os valores referentes à capacidade de preparo em grãos e à capacidade de armazenamento em silos.

Tabela 6: Valores associados aos principais índices

Índice	**Descrição**	**Exemplo de Valores**
h = híbrido	Tipos de híbridos de milho	Prod1, Prod2, Prod3, Prod4
j = UBS	Unidades de Beneficiamento de Sementes	UBS_SP, UBS_MG, UBS_GO
	Capacidade de beneficiamento	UBS_SP: 20.000 sc/dia, UBS_GO: 15.000 sc/dia
t = período	Período de comercialização	Per1 = 30 dias, Per2 = 31 dias
m = tipo de colheita	Tipos de colheita	Espiga, Grão
	Taxa de preparo da UBS por tipo de colheita	UBS_SP: 1615 sc/dia (espiga), 2067 sc/dia (grão)
i = região agrícola	Regiões de produção agrícola	RA_SP, RA_MG, RA_GO
k = regiões de demanda	Regiões de demanda	RD_SP, RD_GO, RD_MT
Cbj = custo de beneficiamento	Custo de beneficiamento na UBS	UBS_SP: R$ 1,00/sc, UBS_MG = R$ 0, UBS_GO = R$ 0
Dem(h,k,t) = demanda	Demanda por região e período	RD_SP: 10.500 sc (Per1), 9.500 sc (Per2); RD_GO: 3.000 sc (Per1), 5.000 sc (Per2), 10.000 sc (Per3)
EGSeco0(h,j) = estoque inicial	Estoque inicial de híbridos por UBS	Prod1 (UBS_SP): 10.000 sc, Prod3 (UBS_GO): 15.000 sc
Capacidade de silos e depósitos	Capacidade de armazenagem em UBS	Silos: 68.000 sc; Depósitos: 120.000 sc

10.3 Definição dos Parâmetros

Os principais parâmetros do problema são:

- **Capacidade de beneficiamento**: A UBS de São Paulo pode beneficiar até 20.000

sacas de grãos por dia.

- **Capacidade de armazenamento em silos**: O silo da UBS de São Paulo pode armazenar até 68.000 sacas de grãos.
- **Custo de beneficiamento**: O custo de beneficiamento é de R$1,00 por saca processada.
- **Período de comercialização**: O horizonte de planejamento considerado é de 30 dias.
- **Estoque inicial**: No início do período, há 10.000 sacas de híbridos armazenadas na UBS de São Paulo.

10.4 Variáveis de Decisão

As variáveis de decisão representam a quantidade de híbridos processados ao longo dos dias na UBS:

$$X_{h,j,t} \quad \text{(quantidade de híbridos } h \text{ processados na UBS } j \text{ no período } t\text{)}$$

No exemplo proposto, consideramos 1 tipo de híbrido (genérico) ($H = 1$) e o período de comercialização de 30 dias ($T = 30$).

10.5 Função Objetivo

A função objetivo é obtida minimizando o custo total de beneficiamento durante o período de 30 dias. O custo total é dado pela soma do custo de beneficiamento de cada híbrido processado em cada dia:

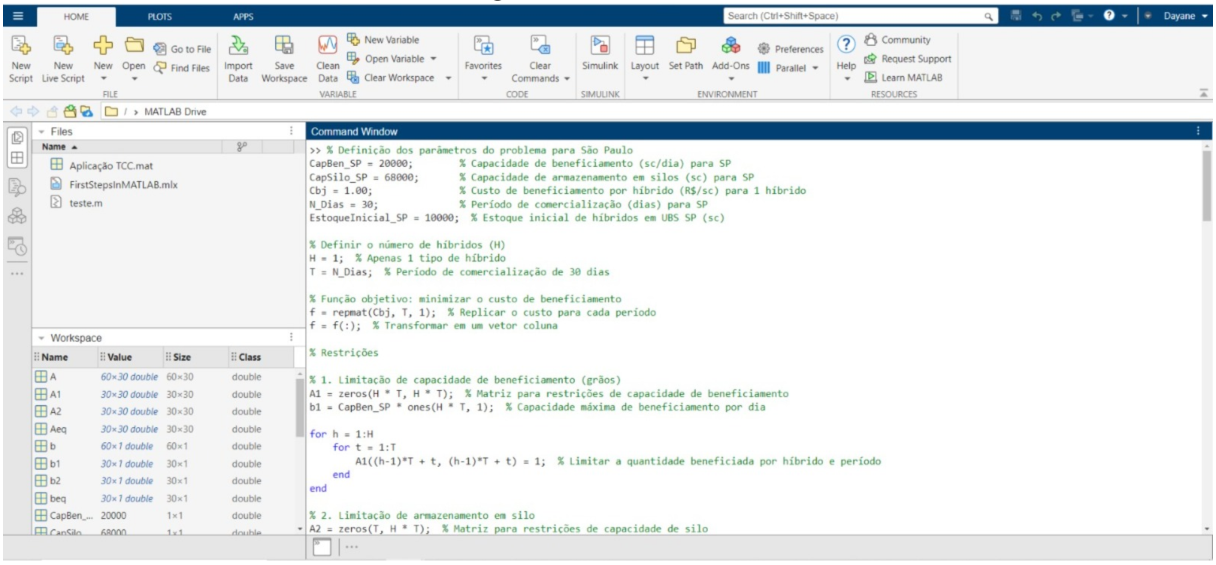
$$\text{Minimizar} \sum_{h=1}^{H} \sum_{t=1}^{T} C_{b,j} \cdot X_{h,j,t}$$

ou seja

$$\text{Minimizar} \sum_{h} X_{h,\text{SP},30} \cdot 1,00$$

onde $C_{b,j}$ é o custo de beneficiamento por saca. A Figura 7 mostra a inserção desses dados no Matlab.

Figura 7: Parâmetros



10.6 Restrições

As restrições do problema estão representadas nas Figuras 8 e 9 e são descritas da seguinte forma:

1. **Capacidade de beneficiamento**: A quantidade de grãos beneficiados em São Paulo por dia não pode exceder 20.000 sacas. Essa restrição é aplicada para cada híbrido e cada dia.

2. **Capacidade de armazenamento em silo**: A quantidade total de grãos armazenada no silo da UBS de São Paulo não pode exceder 68.000 sacas. Esta restrição é aplicada diariamente.

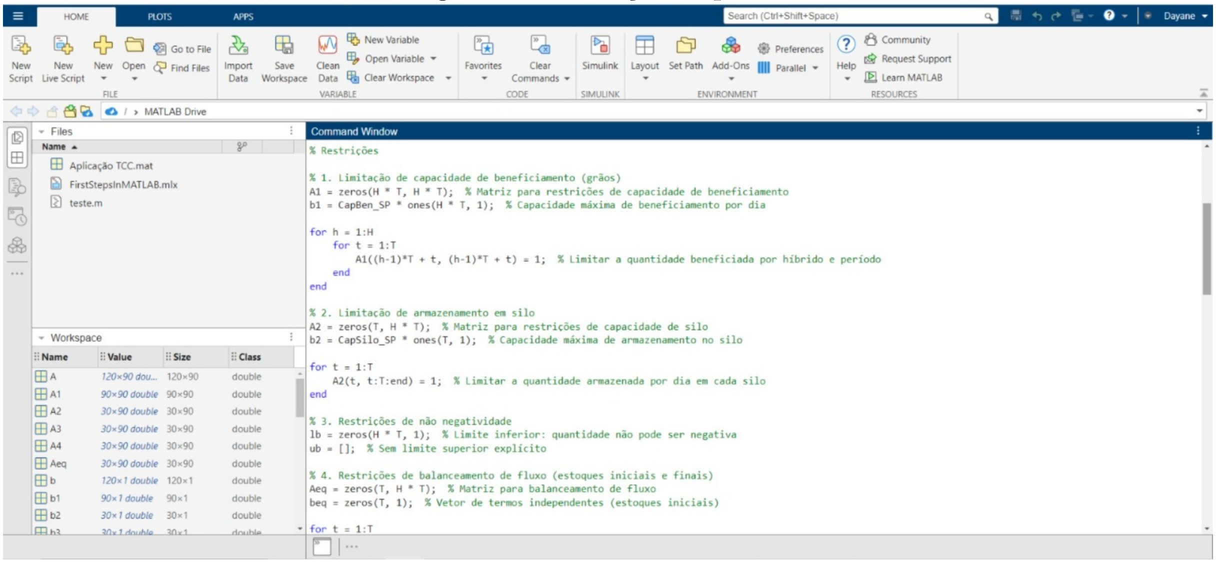
3. **Não negatividade**: A quantidade de híbridos processada em qualquer dia não pode ser negativa.

4. **Balanceamento de fluxo**: Considera-se o estoque inicial de híbridos no primeiro período e o fluxo de grãos ao longo dos 30 dias. Isso garante que os grãos armazenados e processados sejam contabilizados corretamente ao longo do tempo.

$$\sum_{p=1}^{P} Y_{h,\mathrm{SP},jp,t} \leq 20.000 \cdot N_{\mathrm{Dias}}$$

$$\sum_{h=1}^{H} EGSeco_{h,\mathrm{SP},t} \leq 68.000$$

Figura 8: Restrições - parte 1



10.7 Resolução do Problema

O problema foi resolvido utilizando a função `linprog`, que minimiza a função objetivo sob as restrições impostas. A solução encontrada pode ser vista nas Figuras 10 e 11. O resultado do algoritmo nos fornece as seguintes informações:

- **Custo total de beneficiamento**: O valor total mínimo a ser gasto no processamento dos grãos durante os 30 dias.

- **Valores ótimos das variáveis de decisão**: Quantidades de híbridos processados a cada dia, para cada tipo de híbrido.

- **Status da solução**: O algoritmo retorna um indicador (*exitflag*) que informa se a solução foi encontrada com sucesso ou se ocorreram problemas durante a otimização.

Figura 9: Restrições - parte 2

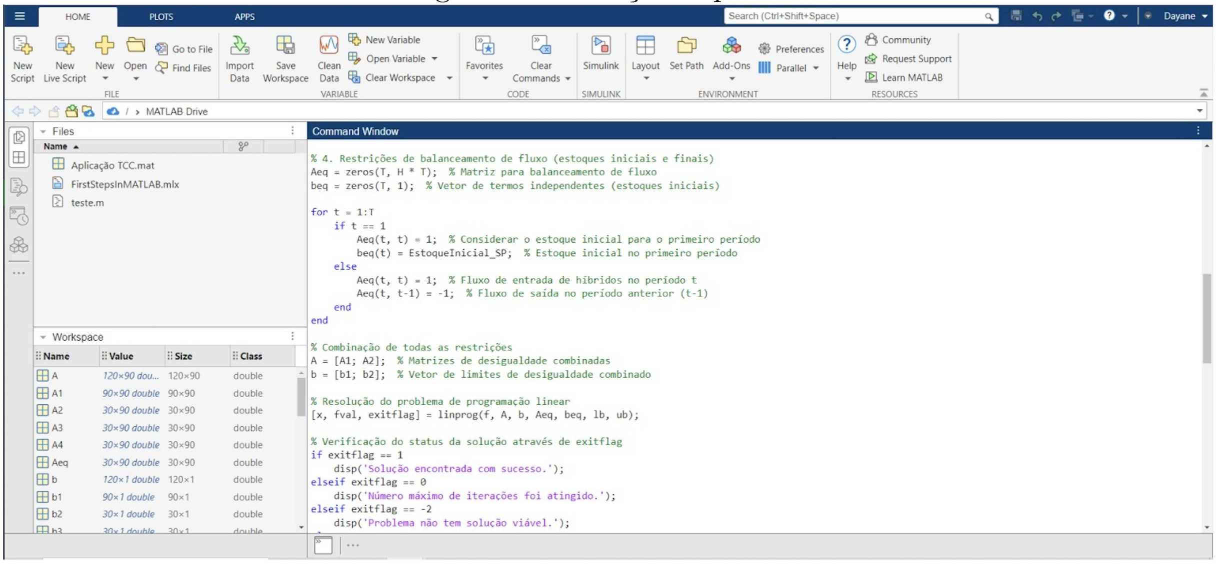
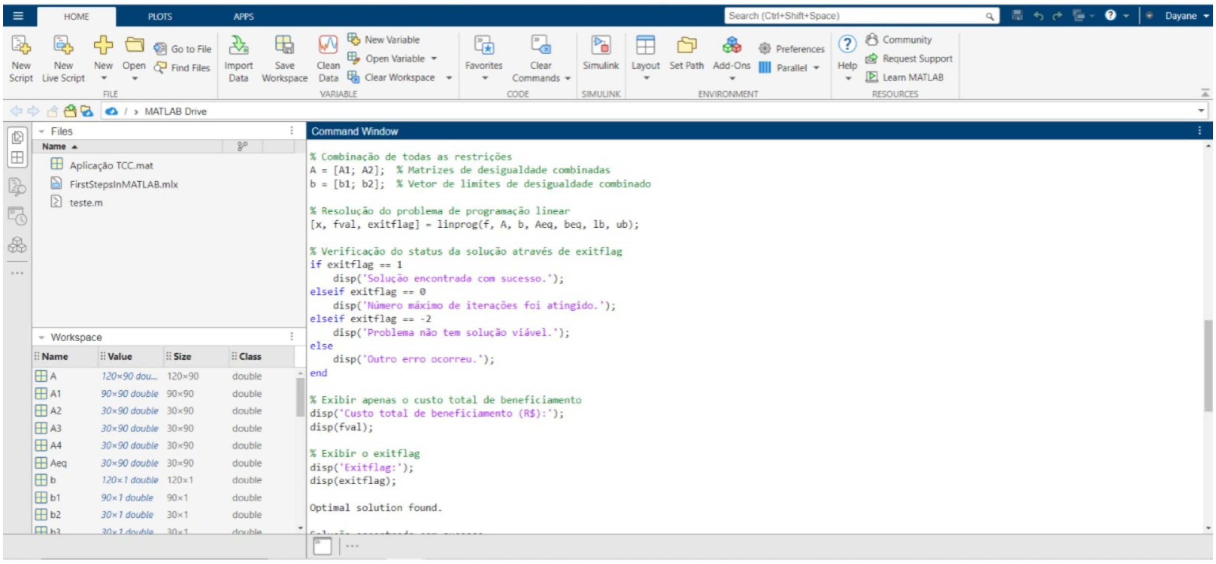


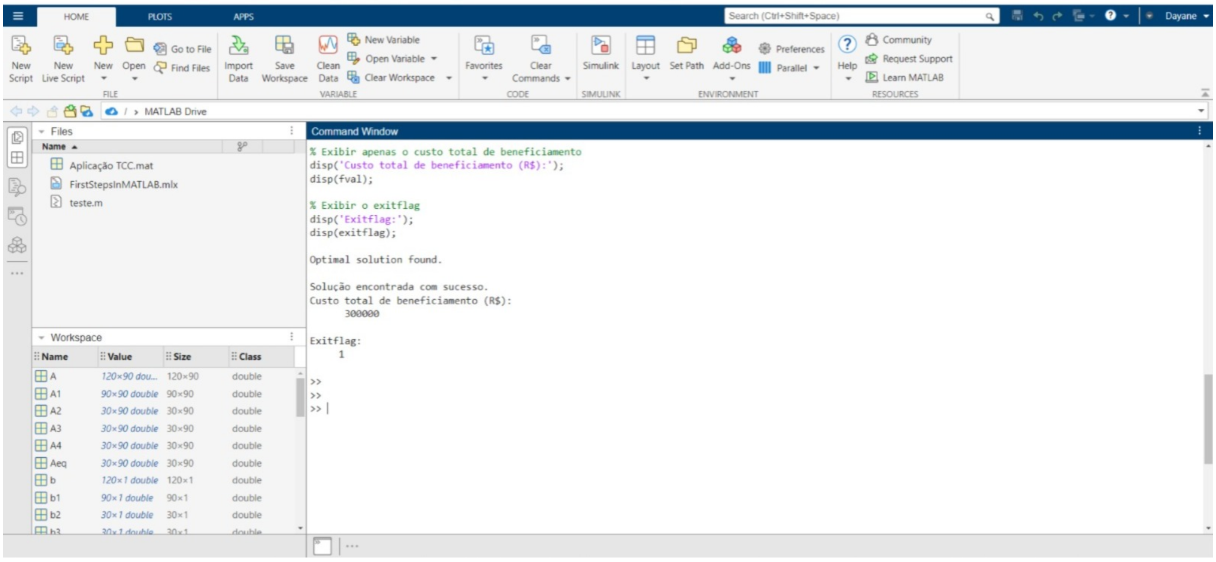
Figura 10: Resolução - parte 1



O Matlab forneceu uma solução otimizada que minimiza o custo total de beneficiamento de grãos na UBS de São Paulo, respeitando as restrições de capacidade de beneficiamento e armazenamento, além de manter o balanceamento do fluxo de grãos ao longo dos 30 dias de planejamento.

A solução ótima calculada pelo MATLAB sugere que o custo mínimo de produção ao longo do período proposto e com os parâmetros escolhidos seja de R$ 30000,00.

Figura 11: Resolução - parte 2



10.8 Vetor Solução

O vetor solução x, obtido através da execução do código para o caso de apenas 1 híbrido, corresponde às quantidades processadas por dia ao longo dos 30 dias. O vetor x terá a seguinte forma:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{30} \end{bmatrix}$$

Neste vetor, cada elemento x_t representa a quantidade de grãos do único híbrido processada no dia t. Como temos apenas 1 híbrido e o período de comercialização é de 30 dias, o vetor solução terá 30 variáveis.

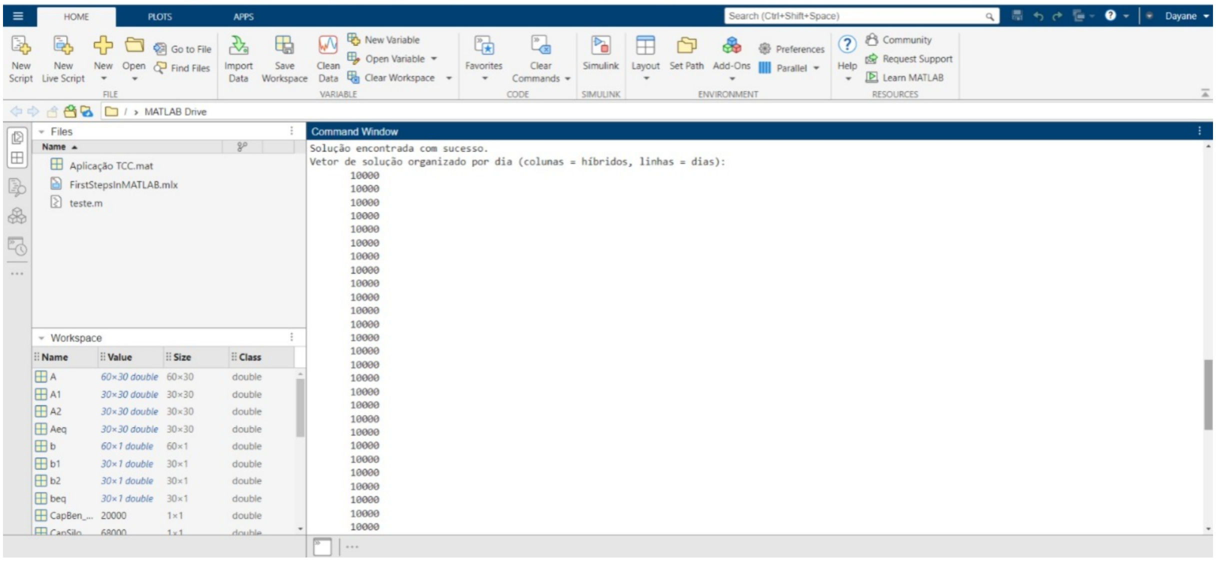
10.9 Interpretação dos Elementos do Vetor

- **Primeiros 30 elementos**: Quantidade do híbrido processada ao longo dos 30 dias.

Cada valor de x_t deve respeitar as restrições do problema, como a capacidade máxima de beneficiamento, a capacidade de armazenamento nos silos e o fluxo de estoque ao longo do tempo.

Se os valores do vetor x forem constantes ou próximos entre si, isso indica que as restrições de capacidade e fluxo de estoque foram aplicadas uniformemente, resultando em uma quantidade processada estável ao longo dos dias. Caso haja variação nos valores de x_t, isso indica que as condições de capacidade, custo ou estoque influenciaram de maneira diferente as quantidades processadas ao longo do tempo.

Figura 12: Vetor solução



11 Conclusão

Este trabalho mostrou a aplicação da programação linear na otimização dos custos de beneficiamento de sementes de milho em uma unidade de São Paulo. Através do uso do método Simplex e da ferramenta MATLAB, foi possível encontrar uma solução ótima para minimizar os custos de produção dentro das restrições definidas. Além disso, o estudo evidenciou que a programação linear pode ser uma ferramenta poderosa para aumentar a eficiência em diferentes etapas da cadeia de produção agrícola, não apenas em termos de custo, mas também em produtividade e sustentabilidade.

A aplicação da modelagem matemática neste cenário abre espaço para novas investigações, especialmente em áreas como a integração de outras variáveis econômicas e logísticas, como o transporte e a demanda por produtos em diferentes mercados. Além disso, o estudo oferece uma base para a implementação prática em outras regiões agrícolas do Brasil.

Por fim, este trabalho reforça a importância de ferramentas matemáticas na tomada de decisão em contextos reais, especialmente em setores cruciais como o agronegócio, onde a otimização dos processos pode gerar impactos econômicos significativos e sustentar o crescimento do país em um ambiente de desafios globais.

12 Anexo - Algoritmo no MATLAB

CapBen_SP = 20000; % Capacidade de beneficiamento (sc/dia) para SP
CapSilo_SP = 68000; % Capacidade de armazenamento em silos (sc) para SP
Cbj = [1.00, 1.20, 1.10]; % Custo de beneficiamento por híbrido (R$/sc) para 3 híbridos
N_Dias = 30; % Período de comercialização (dias) para SP
EstoqueInicial_SP = 10000; % Estoque inicial de híbridos em UBS SP (sc)

% Definir o número de híbridos (H)

H = 1; % Exemplo com 1 tipo de híbrido
T = N_Dias; % Período de comercialização de 30 dias

% Função objetivo: minimizar o custo de beneficiamento

f = repmat(Cbj, T, 1); % Replicar os custos para cada período
f = f(:); % Transformar em um vetor coluna

% Restrições

% 1. Limitação de capacidade de beneficiamento (grãos)

A1 = zeros(H * T, H * T); % Matriz para restrições de capacidade de beneficiamento
b1 = CapBen_SP * ones(H * T, 1); % Capacidade máxima de beneficiamento por dia

% Laço para preencher a matriz A1:

for h = 1:H

for t = 1:T

A1((h-1)*T + t, (h-1)*T + t) = 1; % Limitar a quantidade beneficiada por híbrido e período end

end

% 2. Limitação de armazenamento em silo

A2 = zeros(T, H * T); % Matriz para restrições de capacidade de silo
b2 = CapSilo_SP * ones(T, 1); % Capacidade máxima de armazenamento no silo

% Laço para preencher a matriz A2:

for t = 1:T A2(t, t:T:end) = 1; % Limitar a quantidade armazenada por dia em cada silo
end

% 3. Restrições de não negatividade

lb = zeros(H * T, 1); % Limite inferior: quantidade não pode ser negativa
ub = []; % Sem limite superior explícito

% 4. Restrições de balanceamento de fluxo (estoques iniciais e finais)

Aeq = zeros(T, H * T); % Matriz para balanceamento de fluxo
beq = zeros(T, 1); % Vetor de termos independentes (estoques iniciais)

% Laço para preencher a matriz Aeq: for t = 1:T

if t == 1

Aeq(t, t) = 1; % Considerar o estoque inicial para o primeiro período
beq(t) = EstoqueInicial_SP; % Estoque inicial no primeiro período
else Aeq(t, t) = 1; % Fluxo de entrada de híbridos no período t
Aeq(t, t-1) = -1; % Fluxo de saída no período anterior (t-1)
end

end

% Combinação de todas as restrições A = [A1; A2]; % Matrizes de desigualdade combinadas
b = [b1; b2]; % Vetor de limites de desigualdade combinado

% Resolução do problema de programação linear

[x, fval, exitflag] = linprog(f, A, b, Aeq, beq, lb, ub);

% Verificação do status da solução através de exitflag

if exitflag == 1

disp('Solução encontrada com sucesso.');

elseif exitflag == 0

disp('Número máximo de iterações foi atingido.');

elseif exitflag == -2

disp('Problema não tem solução viável.');

else

disp('Outro erro ocorreu.');

end

% Exibir o vetor de solução (quantidade de híbridos processados por dia e híbrido)

x_hibrido = reshape(x, T, H); % Organiza os valores por híbrido (colunas) e dias (linhas)
disp('Vetor de solução organizado por híbrido e dia (colunas = híbridos, linhas = dias):');

disp(x_hibrido);

% Exibir o custo total de beneficiamento disp('Custo total de beneficiamento (R$):'); disp(fval);

% Exibir o exitflag

disp('Exitflag:');

disp(exitflag);

13 Referências

LAMAS, F. M. **A produção brasileira de grãos: salto quantitativo.** Disponível em: https://www.embrapa.br/busca-de-noticias/-/noticia/84709032/artigo---a-producao-brasileira-de-graos--salto-quantitativo. Acesso em: 02 jun. 2024.

SILVA, J.; OLIVEIRA, M. **Estudo sobre Cálculo Numérico**. Gepec, v. 10, n. 1, p. 154-167, 2023. Disponível em: https://e-revista.unioeste.br/index.php/gepec/article/view/15407/11649. Acesso em: 02 jun. 2024.

JUNQUEIRA, Rogério de Ávila Ribeiro. **Planejamento da produção e da logística para empresas produtoras de sementes de milho**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2006.

KWONG, W. H. **Programação Linear: Uma Abordagem Prática.** São Carlos: [EdUFSCar], [2013].

AEGRO. **Beneficiamento de Grãos: Entenda como funciona e sua importância.** Blog Aegro, 2023. Disponível em: https://blog.aegro.com.br/beneficiamento-de-graos. Acesso em: 13 set. 2024.

TERRA MAGNA. **Beneficiamento de Grãos: O que é, como funciona e sua importância.** Blog Terra Magna, 2023. Disponível em: https://terramagna.com.br/blog/beneficiamento-de-graos. Acesso em: 13 set. 2024.

SANTA HELENA SEMENTES. **Beneficiamento de Sementes: Entenda o processo e sua importância.** Santa Dica, 2023. Disponível em: https://santahelenasementes.com.br/santadica/sementes/beneficiamento-de-sementes. Acesso em: 16 set. 2024.

DANTZIG, George B. **Linear programming**. Operations Research, v. 50, n. 1, p. 42–47, 2002. Disponível em: https://pubsonline.informs.org/doi/pdf/10.1287/opre.50.1.42.17798. Acesso em: 25 set. 2024.

SCHNEIDER, Paula. **Método de planejamento da produção considerando restrições financeiras**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/handle/10183/32384. Acesso em: 25 set. 2024.