

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**BALANCEAMENTO DE MÁQUINAS ROTATIVAS SEM O USO DE
MASSAS DE TESTE ATRAVÉS DE REDES NEURAIIS ARTIFICIAIS**

Raimundo Vicente Pereira Neto

Uberlândia - MG

2025

Raimundo Vicente Pereira Neto

**BALANCEAMENTO DE MÁQUINAS ROTATIVAS SEM O USO DE
MASSAS DE TESTE ATRAVÉS DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do grau de **Doutor em Engenharia Mecânica**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.
Linha de pesquisa: Dinâmica de Sistemas Mecânicos.

Orientador: Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavallini Jr.

Co-orientador: Prof. Dr. Arinan Dourado

Uberlândia - MG

2025

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

P436
2025 Pereira Neto, Raimundo Vicente, 1992-
BALANCEAMENTO DE MÁQUINAS ROTATIVAS SEM O USO DE
MASSAS DE TESTE ATRAVÉS DE REDES NEURAIIS ARTIFICIAIS
[recurso eletrônico] / Raimundo Vicente Pereira Neto. - 2025.

Orientador: Aldemir Aparecido Cavallini Junior.
Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-
graduação em Engenharia Mecânica.

Modo de acesso: Internet.

Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.te.2025.373>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Engenharia mecânica. I. Cavallini Junior, Aldemir Aparecido ,
1983-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-
graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 621

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091

Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica

Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1M, Sala 212 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-
MG, CEP 38400-902

Telefone: (34) 3239-4282 - www.posmecanicaufu.com.br - secposmec@mecanica.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Mecânica				
Defesa de:	Tese de Doutorado Acadêmico, nº 403, PPGEM				
Data:	15/07/2025	Hora de início:	09:00	Hora de encerramento:	11:25
Matrícula do Discente:	12123EMC009				
Nome do Discente:	Raimundo Vicente Pereira Neto				
Título do Trabalho:	Balanceamento de máquinas rotativas sem o uso de massas de teste através de redes neurais artificiais				
Área de concentração:	Mecânica dos Sólidos e Vibrações				
Linha de pesquisa:	Dinâmica de Sistemas Mecânicos				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Inteligência artificial aplicada na criação de modelos representativos de mancais hidrodinâmicos, selos anulares e máquinas rotativas (ROSS - Digital Twin) (Termo de cooperação técnica PT-200.20.00169)				

Reuniu-se presencialmente e por videoconferência a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, assim composta: Prof. Dra. Marcela Rodrigues Machado - UNB; Prof. Dr. Marcus Antonio Viana Duarte - UFU; Prof. Dr. Valder Steffen Junior - UFU; Prof. Dr. Arinan de Piemonte Dourado - UofL (coorientador) e Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavallini Junior - UFU; orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos, o presidente da mesa, Dr. Aldemir Aparecido Cavallini Junior, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir, o senhor presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir o candidato. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o candidato:

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar, foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Aldemir Aparecido Cavalini Junior, Professor(a) do Magistério Superior**, em 15/07/2025, às 11:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Valder Steffen Junior, Professor(a) do Magistério Superior**, em 15/07/2025, às 11:26, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Arinan De Piemonte Dourado, Usuário Externo**, em 15/07/2025, às 13:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcus Antonio Viana Duarte, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/07/2025, às 08:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcela Rodrigues Machado, Usuário Externo**, em 22/07/2025, às 09:28, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **6509794** e o código CRC **938B80CD**.

*Dedico este trabalho à minha família, em especial aos meus pais, José Vicente Pereira e
Gildete Batista Pereira
e à minha esposa, Heluise Karoliny Firmino Campos
com todo o meu amor!*

"A gravidade explica os movimentos dos planetas, mas não pode explicar quem colocou os planetas em movimento. Deus governa todas as coisas e sabe tudo que é ou que pode ser feito."
(Sir Isaac Newton)

Agradecimentos

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, pela força, perseverança e clareza mental concedidas ao longo desta jornada. Sua presença constante foi fundamental para superar os desafios e alcançar a conclusão deste trabalho.

À minha família, especialmente aos meus pais, José Vicente Pereira e Gildete Batista Pereira, pelo amor incondicional, pelos ensinamentos, pelo apoio em todos os momentos e por serem exemplos vivos de dedicação e honestidade ao longo da minha vida. Este caminho trilhado também é fruto do legado que vocês me deixaram.

Ao meu maior apoio nos últimos anos, minha esposa Heluise Karoliny Firmino Campos, pela paciência, compreensão, incentivo contínuo e pela presença constante nos momentos mais difíceis. Este feito não seria possível sem o seu amor e fortalecimento emocional. Este título também é seu.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavallini Junior, e ao coorientador, Prof. Dr. Arinan Dourado, pela valiosa orientação, pelo conhecimento compartilhado, pela disponibilidade e pelas importantes contribuições ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Sua experiência e sabedoria foram pilares fundamentais na construção deste estudo.

Aos colegas e amigos do Laboratório de Mecânica de Estruturas “Prof. José Eduardo Tanús Reis”, em especial a Leonardo e Stanley, pelo companheirismo, apoio técnico, trocas de conhecimento e pelos momentos significativos compartilhados durante esta trajetória acadêmica. O ambiente colaborativo e acolhedor do laboratório foi essencial para meu crescimento profissional e pessoal.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, pelo apoio e pela oportunidade de desenvolver este trabalho durante o curso de doutorado.

À Fundação de Apoio Universitário (FAU) e à Petrobras, pelo financiamento e pela concessão da bolsa de estudos que viabilizaram esta pesquisa.

Aos demais órgãos de fomento — Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e

Tecnológico (CNPq), Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia (INCT), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) — pelo suporte por meio de recursos e infraestrutura essenciais para a realização deste estudo.

PEREIRA NETO R. V., **BALANCEAMENTO DE MÁQUINAS ROTATIVAS SEM O USO DE MASSAS DE TESTE ATRAVÉS DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS**. 2025. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil.

Resumo

Dentre as falhas mais comuns em máquinas rotativas, o desbalanceamento destaca-se como a mais frequentemente encontrada. Ele caracteriza-se pela distribuição irregular da massa ao longo do eixo de rotação e é inerente a esse tipo de equipamento, seja por imperfeições nos processos de fabricação e montagem, seja pelo desgaste decorrente do uso prolongado. Assim, para garantir a segurança operacional e aumentar a vida útil do equipamento, a aplicação periódica do procedimento de balanceamento torna-se necessário. Ao longo do tempo, diversas metodologias de balanceamento foram desenvolvidas, destacando-se o Método do Coeficiente de Influência (CI), amplamente utilizado na indústria. No entanto, com o aumento da demanda por máquinas mais eficientes, a parada de máquina, necessária para a realização do balanceamento pelo CI passou a ser considerada um inconveniente. Nesse contexto, esta Tese apresenta duas metodologias para o balanceamento de rotores sem a utilização de massas de teste. A primeira metodologia, baseada em modelo, utiliza um modelo em elementos finitos do rotor para gerar dados de treino de uma RNA. Essa abordagem é validada numericamente e experimentalmente, sendo também analisada a pertinência da representatividade do modelo do rotor frente às estimativas fornecidas pelo modelo neural. A segunda metodologia, baseada em dados, emprega uma nova abordagem de Aumento de Dados (AD), desenvolvida especificamente para gerar amostras virtuais a partir de um conjunto reduzido de dados experimentais. Os resultados mostram que a primeira metodologia revelou-se robusta sob variações significativas aos parâmetros considerados incertos no modelo, mantendo, em média, uma redução de 50% das amplitudes de vibração nos três estudos de caso realizados. Já na segunda metodologia, foram realizados dois estudos de caso. No primeiro, sendo utilizadas cinco amostras experimentais, apresentou uma redução média de 60% das amplitudes de vibração. No segundo estudo, foram utilizadas apenas duas amostras experimentais, obtendo-se uma redução média de aproximadamente 70% em todas as condições analisadas. Portanto, ambas as metodologias mostram-se soluções viáveis para o balanceamento de máquinas rotativas sem o uso de massas de teste — sendo a primeira indicada quando se dispõe de um modelo numérico do rotor, e a segunda, quando não há modelo

disponível e um limitação de dados experimentais.

Palavras-chave: Redes Neurais Artificiais. Máquinas rotativas. Desbalanceamento sem massa de teste. Aprendizado de máquina.

Abstract

Among the most common faults in rotating machines, imbalance stands out as the most frequently encountered. It is characterized by an uneven distribution of mass along the axis of rotation and is inherent to this type of equipment, whether due to imperfections in manufacturing and assembly processes or wear caused by prolonged use. Thus, to ensure operational safety and extend equipment lifespan, the periodic application of balancing procedures becomes necessary.

Over time, several balancing methodologies have been developed, with the Influence Coefficient (IC) method being widely adopted in industry. However, with increasing demand for more efficient machines, the machine downtime required to perform balancing using the IC method has become increasingly inconvenient.

In this context, this Thesis presents two methodologies for rotor balancing without the use of trial masses. The first, model-based methodology employs a finite element model of the rotor to generate training data for an Artificial Neural Network (ANN). This approach is validated numerically and experimentally, and the adequacy of the rotor model representation is analyzed in comparison with the estimates provided by the neural model.

The second, data-based methodology introduces a novel Data Augmentation (DA) approach, specifically developed to generate virtual samples from a limited set of experimental data. The results show that the first methodology proved robust under significant variations in parameters considered uncertain in the model, achieving an average reduction of 50% in vibration amplitudes across three case studies. Regarding the second methodology, two case studies were conducted. In the first, five experimental samples were used, resulting in an average reduction of 60% in vibration amplitudes. In the second study, only two experimental samples were employed, yielding an average reduction of approximately 70% across all tested conditions.

Therefore, both methodologies prove to be viable solutions for balancing rotating machinery without the use of trial masses — the first being recommended when a numerical model of the rotor is available, and the second when no such model exists and there is a limited amount of experimental data

Keywords: Artificial Neural Networks. Rotating machines. Unbalance without test mass. Machine Learning.

Sumário

Lista de Figuras	xx
Lista de Tabelas	xxii
Lista de Símbolos	xxiii
1 Introdução	1
1.1 Aspectos Inovadores	3
1.2 Organização da Tese	5
2 Revisão Bibliográfica	6
2.1 Balanceamento Baseado em Sinais	6
2.2 Balanceamento Baseado em Modelos	7
2.3 Balanceamento Sem o Uso de Massas de Teste	9
2.4 Balanceamento de Rotor no Contexto do LMEst	10
2.4.1 Artigos Publicados em Congressos Nacionais e Internacionais	10
2.4.2 Artigos Publicados em Periódicos Internacionais	12
2.4.3 Dissertações e Teses	13
3 Fundamentos da Dinâmica de Máquinas Rotativas	15
3.1 Modelo Matemático do Rotor	15
3.1.1 Elemento de Disco	17
3.1.2 Elemento de Eixo	18
3.1.3 Cálculo da Energia Cinética do Rotor	19
3.1.4 Cálculo da Energia de Deformação do Rotor	22
3.1.5 Elemento de Mancal	27
3.1.6 Desbalanceamento	28
3.1.7 Solução Geral do Modelo do Rotor	30

3.1.7.1	Método Pseudo-Modal	30
4	Fundamentos das Redes Neurais Artificiais	34
4.1	<i>Perceptrons</i>	35
4.1.1	<i>Multilayer Perceptron</i> (MLP)	36
4.1.2	Funções de Ativação	37
4.1.3	Treinamento e Aprendizado	38
4.1.4	Avaliação de Modelos	43
5	Bancada Experimental	46
5.1	Composição da Bancada de Testes	46
5.2	Ajuste de Modelo do Rotor	49
6	Balanceamento Sem Massas de Teste	55
6.1	Balanceamento Baseado em Modelo	55
6.1.1	Geração de Dados	57
6.1.2	Processamento dos Dados	58
6.1.3	Extração de Atributos	59
6.1.4	Otimização e Avaliação da RNA	61
6.2	Balanceamento Baseado em Dados: Aumento de Dados	65
6.2.1	Aumento de Dados: Com variação da força	71
7	Resultados e Discussões	74
7.1	Balanceamento Baseado em Modelo	74
7.1.1	Validação Numérica	77
7.1.2	Validação Experimental	78
7.1.2.1	Estudo de Caso #1	79
7.1.2.2	Estudo de Caso #2	85
7.1.2.3	Estudo de Caso #3	92
7.2	Balanceamento Baseado em Dados	99
7.2.1	Aumento de Dados: sem variação da força	99
7.2.2	Aumento de Dados: com variação da força	103
8	Considerações Finais	108
8.1	Perspectivas de Trabalhos Futuros	109

Lista de Figuras

3.1	Representação dos sistemas inercial e não-inercial.	16
3.2	Relação entre os ângulos do sistema inercial e não-inercial.	16
3.3	Elemento de Eixo.	19
3.4	Coordenadas do centro geométrico C e de um ponto qualquer B no eixo do rotor.	23
3.5	Configuração do mancal.	27
3.6	Representação esquemática da massa de desbalanceamento no rotor.	28
4.1	Representação do Perceptron.	35
4.2	Representação do <i>Perceptron</i> com entradas ponderadas.	36
4.3	Representação de uma Rede Multilayer Perceptron.	37
5.1	Máquina rotativa instrumentada no laboratório LMEst.	47
5.2	Conjunto para a aquisição das respostas de vibração do rotor.	48
5.3	Modelagem da bancada experimental do Laboratório LMEst usando o ROSS.	50
5.4	Comparação entre as FRFs numéricas e experimentais na direção vertical.	52
5.5	Comparação entre as FRFs numéricas e experimentais na direção horizontal.	53
5.6	Diagrama de Campbell para a bancada de teste do LMEst.	54
6.1	Fluxograma da metodologia de balanceamento baseado em modelo.	56
6.2	Modelo em elementos finitos da bancada do LMEst.	57
6.3	Distribuição normal das massas e posição angular de desbalanceamento #14 e #25.	58
6.4	Distribuição das respostas de vibração #8 #28.	58
6.5	Comparação entre o histórico do treinamento em coordenadas polares e cartesianas.	60
6.6	Previsão da RNA com os dados em coordenadas polar.	61
6.7	Previsão da RNA com os dados em coordenadas retangular.	61
6.8	aumento de dados aplicado às forças de desbalanceamento.	66
6.9	Fluxograma da metodologia de balanceamento via RNA com aumento de dados.	68

6.10	Predição do desbalanceamento com o AD (1ª iteração).	69
6.11	Predição do desbalanceamento com o AD (2ª iteração).	69
6.12	Predição do desbalanceamento com o AD (5ª iteração).	70
6.13	Evolução na erro em função do número de iterações.	70
6.14	Variação da resposta de vibração devido o desbalanceamento residual.	71
6.15	Distribuição das forças de desbalanceamento em coordenadas retangulares #14 e #25.	73
6.16	Distribuição das respostas de vibração em coordenadas retangulares #8 e #28. .	73
7.1	Modelo em elementos finitos da bancada do LMEst.	74
7.2	Distribuição uniforme das forças de desbalanceamento #14 e #25.	75
7.3	Distribuição das respostas de vibração #8 e #28.	75
7.4	Histograma do erro da primeira condição de desbalanceamento [u.m.] — Média, — Mediana.	77
7.5	Histograma do erro da primeira condição experimental [u.m.] — Média, — Mediana.	79
7.6	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (1ª condição). — Expe- rimental, — Simulado.	81
7.7	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (1ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	81
7.8	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (2ª condição). — Expe- rimental, — Simulado.	81
7.9	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (2ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	82
7.10	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (3ª condição). — Expe- rimental, — Simulado.	82
7.11	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (3ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	82
7.12	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (4ª condição). — Expe- rimental, — Simulado.	83
7.13	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (4ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	83

7.14	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (5ª condição). — Experimental, — Simulado.	83
7.15	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (5ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	84
7.16	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (6ª condição). — Experimental, — Simulado.	84
7.17	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (6ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	84
7.18	Distribuição uniforme dos coeficientes de rigidez e de amortecimento dos mancais para uma variação de 75%.	85
7.19	Distribuição das respostas de vibração #8 e #28.	86
7.20	Histograma do erro da primeira condição experimental [u.m.]. — Média, — Mediana.	86
7.21	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (1ª condição). — Experimental, — Simulado.	88
7.22	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (1ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	88
7.23	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (2ª condição). — Experimental, — Simulado.	88
7.24	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (2ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	89
7.25	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (3ª condição). — Experimental, — Simulado.	89
7.26	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (3ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	89
7.27	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (4ª condição). — Experimental, — Simulado.	90
7.28	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (4ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	90
7.29	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (5ª condição). — Experimental, — Simulado.	90

7.30	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (5ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	91
7.31	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (6ª condição). — Expe- rimental, — Simulado.	91
7.32	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (6ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	91
7.33	Distribuição uniforme dos coeficientes de rigidez e de amortecimento dos man- cais para uma variação de 95%.	92
7.34	Distribuição das respostas de vibração #8 e #28.	93
7.35	Histograma do erro da primeira condição experimental [u.m.]. — Média, — Mediana.	93
7.36	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (1ª condição). — Expe- rimental, — Simulado.	95
7.37	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (1ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	95
7.38	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (2ª condição). — Expe- rimental, — Simulado.	95
7.39	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (2ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	96
7.40	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (3ª condição). — Expe- rimental, — Simulado.	96
7.41	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (3ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	96
7.42	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (4ª condição). — Expe- rimental, — Simulado.	97
7.43	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (4ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	97
7.44	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (5ª condição). — Expe- rimental, — Simulado.	97
7.45	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (5ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	98

7.46	Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (6ª condição). — Experimental, — Simulado.	98
7.47	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (6ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.	98
7.48	Histograma do erro da primeira condição experimental [u.m.]. — Média, — Mediana.	100
7.49	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (1ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.	101
7.50	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento(2ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.	101
7.51	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento(3ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.	102
7.52	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (4ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.	102
7.53	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (5ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.	102
7.54	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (6ª condição). — Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.	103
7.55	Histograma do erro da primeira condição experimental [u.m.]. — Média, — Mediana.	104
7.56	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (1ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.	105
7.57	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (2ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.	105
7.58	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (3ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.	105
7.59	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (4ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.	106
7.60	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (5ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.	106
7.61	Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (6ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.	106

Lista de Tabelas

4.1	Funções de ativação em redes neurais artificiais.	38
5.1	Sensibilidade dos proxímetros.	48
5.2	Variáveis de projeto e seus respectivos valores viáveis.	51
6.1	Arquitetura da RNA.	60
6.2	Banco de dados numérico usado na criação das amostras virtuais da RNA. . . .	68
6.3	Condição de desbalanceamento original.	73
7.1	Variáveis de projeto para a busca aleatória.	76
7.2	Arquitetura da rede neural escolhida e seus hiperparâmetros	76
7.3	Desbalanceamentos impostos e estimados pela RNA: estudo de caso numérico.	77
7.4	Comparação entre as amplitudes de vibração, antes e depois, de aplicar as correções estimadas pela RNA.	78
7.5	Desbalanceamentos impostos e estimados pela RNA: modelo do rotor ajustado.	80
7.6	Comparação entre as amplitudes de vibração, antes e depois, de aplicar as correções estimadas pela RNA.	80
7.7	Condições de desbalanceamento impostas e estimadas pela RNA: variação de 75% nos coeficientes dos mancais.	87
7.8	Comparação das amplitudes de vibração antes e depois de aplicar a condição estimada pela RNA: variação de 75% nos coeficientes dos mancais.	87
7.9	Condições de desbalanceamento impostas e estimadas pela RNA: variação de 95% nos mancais.	94
7.10	Comparação das amplitudes de vibração antes e depois de aplicar a condição estimada pela RNA: variação de 95% nos coeficientes dos mancais.	94
7.11	Banco de dados experimental usado na criação das amostras virtuais da RNA. .	99
7.12	Comparação entre os desbalanceamentos impostos e os estimados pela RNA. .	100

7.13	Amplitudes de vibração antes e depois de aplicar as condições estimadas pela RNA.	101
7.14	Banco de dados usado na estimativa das condições de desbalanceamento, considerando o desbalanceamento residual.	103
7.15	Comparação entre os desbalanceamentos impostos e os estimados pela RNA, considerando o desbalanceamento residual.	104
7.16	Comparação das amplitudes de vibração antes e depois de aplicar a condição estimada pela RNA, considerando o desbalanceamento residual.	104

Lista de Símbolos

Abreviaturas

C_m	Matriz de Amortecimento Modal
$c_{xx}, c_{yy}, c_{yx}, c_{xy}$	Coefficientes de Amortecimento dos Mancais
D_D	Efeito Giroscópio
E	Módulo de Elasticidade
F_0	Força Axial
I_D	Momento de Inercia do Disco
K_{Dt}	Rigidez Devido ao Regime Transiente
K_m	Matriz de Rigidez Modal
$k_{xx}, k_{yy}, k_{yx}, k_{xy}$	Coefficientes de Rigidez dos Mancais
m_D	Matriz de Massa do Disco
M_m	Matriz de Massa Modal
m_u	Massa de Desbalanceamento
N_1, N_2	Polinômios de Hermite
Q_i	Forças Generalizadas
q_i	Coordenadas Generalizadas
T_D	Matriz de Energia Cinética do Disco
DA	<i>Data augmentation</i>

CI	Coeficiente de Influência
CNNs	Redes Neurais Convolucionais
DBR	Desbalanceamento Residual
FEMEC	Faculdade de Engenharia Mecânica
FKA	Filtro de Kalman Aumentado
FRF	Função Resposta em Frequência
GD	Gradiente Descendente
I	Momento Polar de Inercia
LMEst	Laboratório de Mecânica de Estruturas
LSTM	Long Short-Term Memory
MAE	Erro Médio Absoluto
MEF	Método dos Elementos Finitos
MLP	Multilayer Perceptron
MMT	Método da Matriz de Transferência
MPVM	Método de Vetores de Pontos de Medição
MRMP	Razão Modal entre Pontos de Medição
MSE	Erro Quadrático Médio
MT	Massas de Teste
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
RMM	Response Matching Method
RMS	Root Mean Square
RMSE	Raiz do Erro Quadrático Médio
RNA	Redes Neurais Artificiais

RNNs	Redes Neurais Recorrentes
S	Área da Seção Transversal do Eixo
SGD	Gradiente Descendente Estocástico
T	Energia Cinética
TCBM	Transient Characteristic-Basead Balancing Method
U	Energia Potencial
u.m.	Unidade da Estimativa do Modelo Neural $\left[\frac{\text{KN}}{(\text{rad/s})^2 \cdot \text{m}} \right]$
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
UTLB	Usina Termelétrica Jorge Lacerda

Símbolos Grego

δW	Trabalho Virtual
η	Coordenada Modal
Ω	Velocidade de Rotação do Rotor
ω_i	Frequências Naturais
ϕ	Rotação em Relação ao Plano xz
ψ	Rotação em Relação ao Plano XY
ρ	Densidade
Θ	Matriz Modal
θ	Rotação em Relação ao Plano y_1z_1
ζ_i	Coefficiente de Amortecimento Modal
σ	Tensão Unitária
ε	Deformação Unitária

Capítulo 1

Introdução

Desde seu surgimento, as máquinas rotativas têm desempenhado um papel fundamental em diversos setores industriais, consolidando-se como elementos indispensáveis para o desenvolvimento tecnológico e econômico. Na geração de energia, por exemplo, turbinas hidráulicas, eólicas e a vapor constituem pilares dos sistemas de produção de eletricidade, convertendo diferentes formas de energia — cinética, térmica ou potencial — em energia elétrica de maneira eficiente e escalável ([UICKER; PENNOCK; SHIGLEY, 2010](#)).

No setor de transporte, essas máquinas também se destacam ao impulsionar veículos terrestres, marítimos e aéreos por meio de motores de combustão interna, motores elétricos e turbinas a jato, garantindo mobilidade global e sustentando complexas cadeias logísticas ([LI, 2022](#); [GARCIA-SANZ; HOUPIS, 2012](#)).

Apesar da sua relevância, as máquinas rotativas estão sujeitas a falhas que podem comprometer sua operação, segurança e eficiência. Essas falhas geralmente resultam de fatores como manutenção inadequada, erros no processo de montagem ou fabricação, condições operacionais impróprias ou desgaste natural decorrente do uso prolongado.

Entre as diversas falhas encontradas, o desbalanceamento destaca-se como uma das mais comuns. Ele ocorre quando há uma distribuição irregular de massa ao longo do eixo de rotação, gerando forças centrífugas responsáveis por vibrações excessivas. Essas vibrações provocam desgaste prematuro de componentes críticos, como mancais, rolamentos e o próprio eixo, além de reduzir a eficiência operacional da máquina.

Além disso, o desbalanceamento pode causar danos estruturais, comprometer a segurança operacional e, em casos extremos, levar a falhas catastróficas, representando riscos tanto para os operadores quanto para o ambiente industrial ([MICHALSKI; de Melo; de Souza, 2025](#)). Diante

disso, o balanceamento periódico torna-se uma prática essencial, visando alinhar o centro de massa da máquina ao seu eixo de rotação, minimizando as forças centrífugas indesejadas.

A realização sistemática do balanceamento contribui significativamente para a extensão da vida útil dos componentes, melhoria na eficiência energética, redução de riscos à segurança e prevenção de interrupções não planejadas nos processos produtivos.

Ao longo do tempo, foram desenvolvidas diversas técnicas de balanceamento, que podem ser classificadas em duas categorias principais: métodos baseados em modelos matemáticos, como o balanceamento modal, e métodos baseados em dados, como o método dos coeficientes de influência.

O balanceamento modal fundamenta-se na premissa de que o deslocamento de um rotor devido ao desbalanceamento pode ser representado como a superposição de seus modos de vibração. O procedimento é realizado modo a modo, iniciando pelo primeiro modo de vibração. Em cada etapa, determina-se o desbalanceamento modal residual, composto pelo desbalanceamento inicial somado aos efeitos das correções realizadas nos modos anteriores. Isso é feito interpretando a resposta do rotor próximo às suas velocidades críticas. Embora eficaz, esse método depende de modelos precisos, especialmente dos coeficientes dos mancais, bem como da aplicação de massas de teste.

Já o método dos coeficientes de influência baseia-se na sensibilidade do rotor à aplicação de massas de teste em planos pré-definidos. Mede-se a resposta de vibração em pontos específicos (planos de medição) para identificar como o sistema reage a perturbações em diferentes posições. A partir desses dados, são calculadas as massas de correção necessárias. Apesar de sua eficiência, esse método também requer massas de teste e pressupõe uma relação linear entre força de desbalanceamento e resposta de vibração.

Tais limitações tornam essas técnicas pouco viáveis em certos setores industriais, como o petrolífero, onde frequentemente não se dispõe de modelos suficientemente representativos e paradas para coleta de dados devem ser evitadas. Nesse contexto, têm surgido novas metodologias de balanceamento sem o uso de massas de teste, tais como:

O método FKA, que integra modelo matemático do rotor e dados experimentais para estimar forças de desbalanceamento ([SANCHES; Cavallini jr.; Steffen Jr, 2024](#)), ([SOUSA et al., 2023](#)); Métodos de otimização, que tratam o balanceamento como um problema inverso, onde a função objetivo corresponde às respostas de vibração e as variáveis de projeto são as próprias forças de desbalanceamento ([CARVALHO et al., 2017](#)), ([YANG et al., 2024](#)); Técnicas baseadas em Redes

Neurais Artificiais (RNA), utilizadas para identificar e estimar as forças de desbalanceamento (LIU; ZHANG; CHEN, 2023), (GARPELLI et al., 2023).

Embora promissoras, essas abordagens ainda dependem de modelos representativos do rotor, exigindo ajustes prévios antes de sua aplicação. No entanto, na prática, a dinâmica das máquinas reais muda ao longo do tempo devido ao desgaste, alterações ambientais e modificações operacionais, o que pode invalidar os modelos iniciais, prejudicando a eficácia e a precisão dos métodos mencionados.

Diante disso, esta Tese de Doutorado busca superar as limitações dos métodos tradicionais ao propor duas novas metodologias de balanceamento sem o uso de massas de teste, com base na aplicação de Redes Neurais Artificiais (RNA). A primeira metodologia é classificada como baseada em modelo, pois utiliza um modelo matemático do rotor para a geração dos dados de treinamento da rede neural. Já a segunda metodologia é baseada em dados, apresentando uma nova abordagem de Aumento de Dados, na qual amostras virtuais são geradas a partir de um pequeno conjunto de dados reais. Essa estratégia elimina a dependência de modelos matemáticos e reduz a necessidade de grandes volumes de dados durante o treinamento da RNA. Assim, ambas as propostas buscam oferecer soluções mais robustas, flexíveis e adaptáveis para o diagnóstico e correção de desbalanceamentos em máquinas rotativas, contribuindo para a melhoria contínua da confiabilidade e da eficiência operacional em ambientes industriais.

Para a validação das técnicas desenvolvidas, foi utilizada uma bancada de testes localizada no LMEst. O modelo desse sistema passou por um processo de ajuste, em que os coeficientes dos mancais foram escolhidos como variáveis de projeto, haja vista sua influência no comportamento dinâmico do sistema e impossibilidade de medi-los diretamente. Para a metodologia baseada em modelo, foi investigada a influência da representatividade do modelo perante a efetividade do balanceamento estimado. Enquanto na baseada em dados, sua efetividade foi comparada com os resultados obtidos pelo CI, para as mesmas condições de desbalanceamento.

1.1 Aspectos Inovadores

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito do projeto **INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL APLICADA NA CRIAÇÃO DE MODELOS REPRESENTATIVOS DE MANCAIS HIDRODINÂMICOS, SELOS ANULARES E MÁQUINAS ROTATIVAS (ROSS - DIGITAL TWIN)**, cujo escopo incluía a criação de metodologias inovadoras para o balanceamento de

rotores flexíveis sem o uso de massas de teste.

Neste contexto, o objetivo central desta Tese de Doutorado é desenvolver e validar abordagens baseadas em Redes Neurais Artificiais (RNAs) para estimar forças de desbalanceamento em rotores, eliminando a necessidade de procedimentos experimentais tradicionais que dependem da inserção de massas de teste.

A principal contribuição deste estudo reside na proposição de duas metodologias distintas para o balanceamento de rotores flexíveis: uma baseada em modelo e outra baseada em dados. Ambas utilizam RNAs para identificar as forças de desbalanceamento, diferindo, porém, quanto à estratégia de geração dos dados de treinamento e à aplicabilidade prática.

- **Metodologia Baseada em Modelo:** A primeira abordagem emprega um modelo numérico do rotor, construído por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), para gerar os dados de treinamento. Esses dados são utilizados para treinar uma RNA capaz de aprender a relação entre as respostas de vibração medidas e as respectivas forças de desbalanceamento. A eficácia dessa metodologia é elevada quando o modelo numérico representa com precisão o sistema real. No entanto, sua performance tende a degradar-se quando o modelo não consegue capturar adequadamente o comportamento dinâmico do rotor em operação.
- **Metodologia Baseada em Dados com Aumento de Dados:** A segunda abordagem busca superar uma das principais limitações do uso de RNAs: a necessidade de grandes volumes de dados de treinamento. Para isso, foi desenvolvida uma técnica inovadora de Aumento de Dados, capaz de gerar artificialmente um grande número de amostras virtuais a partir de um conjunto inicial reduzido de medições reais. Esse método dispensa o uso de modelos matemáticos e mostra-se particularmente eficaz em cenários nos quais o modelo do sistema é desconhecido ou insuficiente. Além disso, a acurácia alcançada por essa abordagem revelou-se superior à da metodologia baseada em modelo sob as mesmas condições experimentais.

Uma característica marcante deste trabalho é a possibilidade de integração entre as duas abordagens propostas. Os resultados obtidos pela metodologia baseada em modelo podem ser utilizados como fonte de dados de treinamento para a abordagem baseada em dados, criando um ciclo complementar que combina as vantagens de ambas. Essa integração aumenta a robustez e amplia o espectro de aplicação das metodologias desenvolvidas, tornando-as viáveis para uma diversidade maior de cenários práticos.

1.2 Organização da Tese

Além deste capítulo introdutório, esta contribuição inclui outros sete capítulos, além das referências bibliográficas, que são brevemente descritos a seguir.

O **Capítulo II** traz uma revisão bibliográfica sobre as principais técnicas de balanceamento, divididas em metodologias baseadas em modelo, sinais e sem o uso de massas de teste, além de destacar as contribuições do LMEst nesse campo.

O **Capítulo III** estabelece a fundamentação teórica necessária para a análise de máquinas rotativas. Neste capítulo, detalha-se o desenvolvimento da equação diferencial que descreve a dinâmica desses sistemas e apresenta-se a formulação das matrizes elementares através do Método dos Elementos Finitos (MEF), essencial para a modelagem de sistemas rotativos.

O **Capítulo IV** dedica-se aos fundamentos das Redes Neurais Artificiais (RNAs). A exposição abrange os aspectos práticos de sua implementação, incluindo os diferentes tipos de arquiteturas, as funções de ativação mais comuns, os algoritmos utilizados para o treinamento das redes e as métricas e métodos empregados na avaliação de seu desempenho.

O **Capítulo V** detalha a configuração experimental utilizada nesta pesquisa. O capítulo inicia com a descrição da bancada de testes e dos procedimentos experimentais ajuste adotados. Posteriormente, são apresentados e analisados os resultados referentes à otimização dos coeficientes de amortecimento e rigidez dos mancais.

O **Capítulo VI** apresenta o desenvolvimento de duas metodologias de balanceamento sem massas de teste. A primeira é baseada em modelos, utilizando dados de treino gerados pelo modelo do rotor. A segunda introduz uma nova abordagem de Aumento de Dados para a geração das amostras de treino, a partir de um pequeno conjunto de amostras experimentais.

O **Capítulo VII** apresenta as validações das metodologias desenvolvidas. Inicialmente, com a metodologia baseada em modelo do rotor, apresentando os resultados numéricos e experimentais, por seguinte a segunda parte deste capítulo apresenta a validação experimental da metodologia baseada em dados.

O **Capítulo VIII**, por fim, apresenta as principais conclusões a respeito das metodologias desenvolvidas, destacando suas vantagens e desvantagens, e as perspectivas futuras para novos trabalhos.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Balanceamento Baseado em Sinais

Os métodos de balanceamento baseados em sinais, utilizam respostas de vibração para identificar e minimizar desbalanceamento de sistemas rotativos. Por meio de sensores, os sinais são analisados para extrair frequência, amplitude e fase do desbalanceamento. A seguir apresentam-se algumas das contribuições mais pertinentes sobre essa metodologia.

[Thearle \(1934\)](#) propôs do método dos coeficientes de influência (CI), que introduziu o conceito como uma abordagem sistemática para relacionar forças de desbalanceamento aplicadas em planos específicos às respostas de vibração medidas em pontos estratégicos do rotor.

[Goodman \(1964a\)](#) aprimorou o método com um procedimento computacional baseado em mínimos quadrados para determinar massas de correção em sistemas multiplano e multi-velocidade. Seu método consiste em duas etapas: minimização da vibração residual RMS em pontos-chave da fundação e aplicação de mínimos quadrados ponderados para reduzir a amplitude máxima residual.

A validação experimental do CI foi realizada por [Lund e Tonnesen \(1972\)](#), que conduziram um estudo detalhado utilizando um rotor de teste com cinco planos de balanceamento. Os autores demonstraram que o método é válido e preciso, com desvios médios de 13,5% entre as massas estimadas e as inseridas.

[Tessarzik, Badgley e Anderson \(1972\)](#) também validaram o método dos coeficientes de influência em pontos específicos de velocidade para o balanceamento de rotores flexíveis. O estudo demonstrou que o método é eficaz e prático, permitindo a passagem segura por todas as velocidades críticas após um número razoável de rodadas de balanceamento. Este trabalho

complementa o estudo de [Lund e Tonnesen \(1972\)](#) ao mostrar como o método pode ser implementado em cenários desafiadores, como rotores com múltiplas velocidades críticas e baixo amortecimento.

Trabalhos mais recentes expandiram ainda mais a aplicação do CI tradicional. [Edwards, Lees e Friswell \(2000\)](#) propuseram uma abordagem que utiliza coeficientes de influência em velocidades críticas específicas, enfatizando a importância de medir as respostas de vibração nessas velocidades para garantir um balanceamento mais preciso.

[Deepthikumar, Sekhar e Srikanthan \(2014\)](#) apresentaram uma metodologia inovadora para o balanceamento de rotores flexíveis com curvatura utilizando o método da matriz de transferência (TMM). A metodologia proposta permite estimar a correção de massa em uma única rodada de teste e usando um único plano de balanceamento, reduzindo assim o tempo necessário para o balanceamento de rotores flexíveis.

[Untaroiu, Allaire e Foiles \(2008\)](#) apresentaram uma metodologia para identificar a posição de desbalanceamento em rotores flexíveis utilizando um sistema de medição óptica não invasivo. O estudo propõe o uso de sensores ópticos para medir as deflexões radiais do rotor durante a operação, permitindo a detecção precisa da localização do desbalanceamento. A metodologia foi validada experimentalmente, demonstrando sua capacidade de identificar corretamente o desbalanceamento.

Apesar dos trabalhos citados apresentam eficácia quanto mitigação da amplitude de vibração, todos eles dependem de massas de teste, logo, necessidade de para de máquina.

2.2 Balanceamento Baseado em Modelos

Uma das primeiras contribuições foi apresentada por [Bishop e Gladwell \(1959\)](#), que investigaram a dinâmica de sistemas rotativos flexíveis sujeitos a desbalanceamentos. Eles enfatizaram que o balanceamento de rotores flexíveis é um processo intrinsecamente complexo, exigindo uma compreensão detalhada da dinâmica do rotor e o uso de técnicas apropriadas.

[Lindley e Bishop \(1963\)](#) propuseram uma abordagem inovadora: o balanceamento modal. Essa técnica utiliza a análise das formas modais de vibração dos rotores flexíveis para identificar configurações de deformação específicas que o rotor pode assumir. Ao aplicar massas corretivas em locais estratégicos, o método otimiza o processo de balanceamento, superando as limitações dos métodos tradicionais.

[Parkinson \(1965\)](#) expandiu a discussão ao investigar como a assimetria dos mancais afeta o comportamento dinâmico de eixos rotativos, especialmente em sistemas operando em altas velocidades. O autor introduziu uma técnica de análise modal iterativa para o balanceamento, que corrige modos de vibração sucessivos.

[Parkinson \(1973\)](#) explorou o balanceamento modal de rotores flexíveis apoiados em mancais rígidos e flexíveis. Embora a ortogonalidade das formas modais não seja garantida nesses sistemas, o autor demonstrou que a independência linear das formas modais é suficiente para aplicar o método modal.

[Xu e Qu \(2001\)](#) apresentaram um novo método prático de balanceamento modal utilizando o coeficiente MRMP (razão modal entre pontos de medição). Essa abordagem permite balancear rotores flexíveis operando entre as duas primeiras velocidades críticas sem a necessidade de massas de teste ortogonais.

Outra contribuição relevante foi feita por [Sinha, Friswell e Lees \(2002\)](#), que propuseram uma técnica para estimar simultaneamente o estado de desbalanceamento (amplitude e fase) e o modelo da fundação flexível de um turbogerador a partir de dados de vibração medidos durante o processo de *run-down*.

[Deepthikumar, Sekhar e Srikanthan \(2013\)](#) apresentaram o método de balanceamento modal para rotores flexíveis com distribuição contínua de desbalanceamento e curvatura. O método utiliza uma função polinomial para modelar a excentricidade distribuída ao longo do eixo, permitindo estimar o desbalanceamento com base em medições de resposta vibratória abaixo da velocidade crítica. A correção modal é calculada considerando um único plano de balanceamento, simplificando o processo e evitando múltiplas tentativas.

Finalmente, [Saxena et al. \(2024\)](#) introduziram o *Response Matching Method* (RMM), um novo método de balanceamento de rotores flexíveis que supera as limitações dos métodos tradicionais. O RMM ajusta iterativamente a resposta de um modelo de elementos finitos (FEM) para corresponder à resposta experimental em três velocidades distintas abaixo da primeira velocidade crítica de flexão. O método estima iterativamente massas de desbalanceamento e momentos, reduzindo as amplitudes residuais nas velocidades críticas.

Embora os métodos baseados em modelos diminuam a dependência de massas de teste, a necessidade de ajuste de modelos matemáticos representativos torna-se um inconveniente difícil contornar, em casos práticos tornam-se inviáveis.

2.3 Balanceamento Sem o Uso de Massas de Teste

Os métodos tradicionais de balanceamento frequentemente dependem do uso de massas de teste para identificar e corrigir desbalanceamentos em máquinas rotativas. No entanto, essa abordagem pode ser inviável ou indesejável em cenários onde múltiplos ensaios experimentais ou intervenções físicas são impraticáveis.

Essa limitação motivou o desenvolvimento de métodos inovadores que dispensam o uso de massas de teste, utilizando medições operacionais ou modelos matemáticos para determinar diretamente as forças de desbalanceamento. Esses métodos reduzem tempo, custos e intervenções no sistema.

Um dos primeiros avanços significativos foi apresentado por [Xu, Qu e Sun \(2000\)](#), que combinaram algoritmos genéticos com a técnica da *Holospectrum* para balancear rotores flexíveis sem massas de teste. O método otimiza as massas corretivas mesmo quando as localizações de desbalanceamento são desconhecidas, eliminando a necessidade de múltiplas paradas.

Outro avanço notável foi proposto por [Bin et al. \(2014\)](#), que introduziram um método de balanceamento dinâmico virtual para sistemas multi-rotor. Utilizando um modelo de elementos finitos e uma matriz de coeficientes de influência ponderados, o método permite balanceamento simultâneo em vários planos, reduzindo vibrações significativamente. No entanto, a precisão do modelo é crítica, especialmente em geometrias complexas.

[El-Shafei, El-Kabbany e Younan \(2002\)](#) apresentaram um método baseado em medições de vibração complexas e modos calculados a partir de um modelo ajustado. Este método elimina a necessidade de múltiplas paradas e demonstrou reduções eficazes nas amplitudes de vibração, com níveis abaixo de $60\ \mu\text{m}$ na primeira velocidade crítica.

Mais recentemente, [Wang et al. \(2017\)](#) propuseram o Método de Vetores de Pontos de Medição (MPVM), que utiliza medições em quatro seções transversais específicas do rotor para identificar e corrigir desbalanceamentos sem excitações externas. Embora eficaz para mancais de rolamento, o método enfrenta limitações em mancais de filme de óleo devido à variação de seus coeficientes com a velocidade.

[Zhao et al. \(2021\)](#) introduziram o *Transient Characteristic-Based Balancing Method* (TCBM), que combina identificação de carga dinâmica com características modais para calcular forças de desbalanceamento. Simulações e experimentos validaram sua eficácia, com reduções de mais de 90% nas deflexões máximas dos rotores.

Nos últimos anos, tecnologias emergentes como inteligência artificial e sensores avançados

ampliaram as possibilidades do balanceamento sem massas de teste. [Chen, Zhang e Wang \(2018\)](#) utilizaram aprendizado de máquina para prever e corrigir desbalanceamentos, enquanto [Li, Liu e Zhao \(2020\)](#) exploraram sensores sem fio e redes neurais para monitorar e ajustar sistemas em tempo real, maximizando eficiência e segurança.

Finalmente, [Liu, Zhang e Chen \(2023\)](#) propuseram um método híbrido que combina modelagem física com aprendizado supervisionado. Esta abordagem supera limitações de métodos puramente baseados em dados ou modelos, oferecendo soluções robustas e adaptativas para sistemas complexos.

Apesar de dispensar a necessidade de massas de teste para aplicação dessas técnicas, ainda há a necessidade de ajuste prévio do modelo da máquina rotativa. Além disso, em alguns trabalhos, assume-se uma relação linear entre a resposta de vibração e a força de desbalanceamento, o que pode inviabilizar a aplicação da metodologia em rotores suportados por mancais hidrodinâmicos.

2.4 Balanceamento de Rotor no Contexto do LMEst

O Laboratório de Mecânica de Estruturas José Eduardo Tannús Reis (LMEst), vinculado à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia (FEMEC-UFU), tem se consolidado como um centro de excelência no avanço de pesquisas em dinâmica de máquinas rotativas. Entre suas principais contribuições, destacam-se os estudos e o desenvolvimento de metodologias inovadoras, com ênfase no balanceamento de rotores flexíveis. A seguir, são apresentados os trabalhos publicados em congressos nacionais e internacionais, periódicos internacionais, além das dissertações e teses desenvolvidas ao longo da história do grupo de pesquisa.

2.4.1 Artigos Publicados em Congressos Nacionais e Internacionais

Nesse campo, a trajetória do LMEst começou com a pesquisa de [Lacerda e Steffen Jr. \(1991b\)](#), que racionalizou o Método dos Coeficientes de Influência (CI), estabelecendo bases para técnicas mais eficientes de balanceamento. Em seguida, [Lacerda e Steffen Jr. \(1991a\)](#) aprimoraram o CI ao incorporar informações modais, aumentando a precisão no balanceamento de rotores flexíveis.

[Lacerda e Steffen Jr. \(1992\)](#) propuseram um método de balanceamento baseado em otimização, integrando critérios matemáticos robustos para minimizar vibrações residuais. Mais

tarde, [Saldarriaga e Steffen Jr. \(2003\)](#), [Saldarriaga e Steffen Jr. \(2006\)](#) introduziram uma abordagem inovadora de balanceamento sem massas de teste, baseada em algoritmos de otimização aplicação de RNA's.

[Cavalini Jr., Koroishi e Melo \(2007\)](#), propuseram uma metodologia para identificar forças de excitação originadas pelo desbalanceamento em eixos rotativos. Posteriormente, [Steffen Jr et al. \(2010\)](#) demonstraram a aplicação de um método de balanceamento baseado em modelos matemáticos e técnicas de otimização, em conjunto com o Método dos Coeficientes de Influência, para o balanceamento do Ventilador de Tiragem Induzida da Usina UTLB. Ainda em 2010, [Cavalini Jr., Morais e Koroishi E. H. \(2010\)](#) apresentaram outra metodologia de balanceamento, também fundamentada em um modelo matemático do sistema.

Em 2011, o LMEST continuou a pesquisa com o desenvolvimento de uma metodologia de balanceamento baseada no modelo matemático do rotor e técnicas de otimização, conforme descrito por [Steffen Jr et al. \(2011b\)](#). Nesse mesmo ano, essa abordagem foi ampliada para a aplicação em rotores montados sobre mancais hidrodinâmicos [Steffen Jr et al. \(2011a\)](#), destacando a flexibilidade e eficácia das soluções desenvolvidas pelo laboratório.

[Dos Santos et al. \(2012\)](#) investigaram e propuseram uma metodologia de balanceamento sem massas de teste, baseada na modelagem do rotor. Por seguinte, [Rende et al. \(2015b\)](#), [Rende et al. \(2015a\)](#) também sugeriu duas novas metodologias de balanceamento, uma delas utilizando modelos matemáticos e a outra dispensando a medição de fase da resposta de vibração .

[Silva, Cavalini jr e Steffen Jr \(2016\)](#) apresentaram uma metodologia alternativa de balanceamento, com o objetivo de superar limitações de métodos tradicionais. A técnica envolve a identificação inicial do modelo da máquina, seguida da determinação do desbalanceamento por meio de um problema inverso resolvido por otimização.

[Carvalho et al. \(2017\)](#) validaram experimentalmente uma abordagem de balanceamento que emprega um modelo matemático representativo do sistema. A metodologia de balanceamento considera parâmetros incertos do rotor e utiliza uma técnica de otimização mono-objetivo, modelando a incerteza como um campo Gaussiano e aplicando simulações de Monte Carlo.

[Carvalho et al. \(2019\)](#) propuseram uma metodologia alternativa para superar as limitações de tempo dos métodos tradicionais. Esta técnica faz uso de um modelo substituto Kriging, desenvolvido a partir de respostas de vibração simuladas por Monte Carlo. A validação numérica, realizada em um rotor flexível com discos rígidos e rolamentos, demonstrou a eficácia do modelo proposto.

[Martins et al. \(2019\)](#) aplicaram o algoritmo de Filtro de Kalman Aumentado a um sistema massa-mola-amortecedor com múltiplos graus de liberdade, permitindo a estimativa simultânea de forças de entrada e variáveis de estado a partir de um número reduzido de medições, superando limitações comuns em medições diretas.

[Sousa et al. \(2023\)](#) apresentaram uma nova abordagem de balanceamento utilizando respostas de vibração. A metodologia emprega um modelo substituto Kriging para prever a massa de correção e sua posição angular, com base nas amplitudes de vibração e suas fases associadas.

[Pereira Neto et al. \(2023\)](#) propuseram uma abordagem inovadora que elimina a necessidade de massas de teste, utilizando redes neurais profundas treinadas com dados operacionais limitados. O estudo demonstrou que, mesmo com dados reduzidos, é possível alcançar uma significativa redução das amplitudes de vibração.

[Neto et al. \(2023\)](#), uma comparação entre as abordagens baseadas em Redes Neurais Artificiais e Filtro de Kalman Aumentado (FKA) mostrou que, embora ambas as metodologias tenham apresentado resultados satisfatórios, a RNA se destacou pela menor complexidade computacional e pela ausência de modelos detalhados do rotor.

2.4.2 Artigos Publicados em Periódicos Internacionais

[Lacerda e Steffen Jr. \(1996\)](#) propuseram uma melhoria no método dos coeficientes de influência para o balanceamento de rotores flexíveis. A principal vantagem foi a redução no número de medições experimentais necessárias em comparação com o método tradicional, além de apresentar critérios para escolher de forma otimizada os planos de medição e balanceamento.

[Saldarriaga et al. \(2009\)](#) apresentaram uma metodologia inovadora utilizando redes neurais artificiais (RNA's) para o balanceamento de rotores altamente flexíveis. A principal vantagem dessa abordagem é sua capacidade de modelar relações não lineares entre as forças de excitação e as respostas de vibração, permitindo um balanceamento mais preciso em condições desafiadoras.

Em uma abordagem complementar, [Saldarriaga et al. \(2011\)](#) propuseram o uso de técnicas de otimização pseudo-aleatórias, como algoritmos genéticos, para identificar as características do modelo do sistema e estimar a distribuição de desbalanceamento, sem a necessidade de massas de teste.

Outra contribuição relevante foi apresentada por [Morais et al. \(2014\)](#), que introduziu uma abordagem baseada em otimização heurística, como o algoritmo de enxame de partículas (PSO), para lidar com sistemas rotativos que apresentam não linearidades localizadas.

[Carvalho et al. \(2018\)](#) exploraram o uso da lógica fuzzy para otimizar o processo de balanceamento, focando na redução do desbalanceamento residual em sistemas rotativos. A técnica se destaca por sua capacidade de lidar com incertezas e não linearidades características dos sistemas dinâmicos industriais, oferecendo uma solução adaptativa e robusta.

A validação experimental dessas abordagens foi posteriormente detalhada por [Carvalho et al. \(2019\)](#), que apresentou uma metodologia robusta baseada em modelos dinâmicos integrados a técnicas de controle. Os resultados experimentais demonstraram que a abordagem é capaz de reduzir significativamente o desbalanceamento, mesmo em condições adversas, como variações nos parâmetros operacionais e ruídos nas medições.

Mais recentemente, [Sanches, Cavallini jr. e Steffen Jr \(2024\)](#) propuseram uma técnica inovadora utilizando o Filtro de Kalman Aumentado (FKA) para o balanceamento de rotores. A metodologia elimina a necessidade de massas de teste, integrando medições de vibração e um modelo dinâmico estendido do rotor para estimar simultaneamente os parâmetros de desbalanceamento e as respostas dinâmicas.

2.4.3 Dissertações e Teses

Os trabalhos de [Lacerda \(1996\)](#) e [Saldarriaga \(2002\)](#), orientados pelo professor Valder Steffen Junior, contribuíram significativamente para o balanceamento de máquinas rotativas.

[Lacerda \(1996\)](#), em sua tese *Balanceamento de Rotores Flexíveis Usando o Método dos Coeficientes de Influência*, aplicou o método dos coeficientes de influência combinado com estratégias de seleção de planos de medição e correção, visando reduzir o número de testes experimentais. O modelo dinâmico foi obtido por meio do método dos elementos finitos, resultando em um processo mais eficiente para rotores flexíveis.

[Saldarriaga \(2002\)](#), no estudo intitulado *Balanceamento de Rotores Flexíveis sem Usar Massas de Teste*, propôs duas abordagens inovadoras: uma baseada na superposição modal, dispensando informações sobre os mancais, e outra utilizando otimização com Algoritmos Genéticos e Redes Neurais Artificiais. Ambas demonstraram eficácia em cenários industriais onde métodos tradicionais apresentam limitações.

Por outro lado, os trabalhos de [Carvalho \(2016\)](#), [Carvalho \(2022\)](#) e [Cabral \(2023\)](#), orientados pelo professor Aldemir Aparecido Cavallini Junior, trouxeram novas perspectivas ao campo.

[Carvalho \(2016\)](#), em *Balanceamento robusto de máquinas rotativas com eixos flexíveis*, desenvolveu uma abordagem baseada em modelagem matemática e otimização, capaz de lidar

com incertezas nas condições operacionais, garantindo maior confiabilidade industrial.

Carvalho (2022), em sua tese *Balanceamento de Máquinas Rotativas com Eixos Flexíveis Utilizando Metamodelos Kriging*, introduziu uma técnica eficiente com uso de metamodelos para identificação de desbalanceamentos, reduzindo custos computacionais e aumentando a precisão.

Cabral (2023), em *Balanceamento de máquinas rotativas utilizando redes neurais*, apresentou uma metodologia inovadora com aplicação de inteligência artificial, eliminando a necessidade de massas de teste e permitindo previsões mais ágeis e precisas do comportamento do rotor.

Embora distintos em abordagem e contexto temporal, esses estudos refletem o avanço contínuo nas técnicas de balanceamento de máquinas rotativas, evidenciando a sinergia entre teoria, simulação e prática. Apesar da eficácia demonstrada por diversas metodologias propostas, algumas limitações ainda persistem. As abordagens baseadas em modelos exigem que o modelo do sistema esteja precisamente calibrado, o que pode ser difícil em ambientes industriais reais. Já os métodos que dependem de bancos de dados, ainda que modestos, demandam um número significativo de amostras para garantir precisão, o que pode inviabilizar sua aplicação em sistemas com restrições operacionais. Por outro lado, as estratégias baseadas em otimização frequentemente assumem uma relação linear entre a força de desbalanceamento e a resposta de vibração, hipótese que nem sempre se sustenta em sistemas com não linearidades significativas.

Diante dessas lacunas, o presente trabalho tem como objetivo propor uma nova metodologia de balanceamento que supere tais limitações. O foco está no desenvolvimento de uma abordagem robusta, aplicável a uma ampla variedade de cenários e condições operacionais, sem a necessidade do uso de massas de teste — um diferencial que pode simplificar significativamente o processo e ampliar sua viabilidade prática.

Capítulo 3

Fundamentos da Dinâmica de Máquinas Rotativas

3.1 Modelo Matemático do Rotor

Para modelar de forma eficiente sistemas rotativos, considera-se três subsistemas: (i) componentes definidos pela geometria (eixo, acoplamentos e discos); (ii) variáveis dependentes da velocidade e do estado (deslocamentos, velocidades e acelerações); e (iii) efeito giroscópico, incluindo a aceleração de *Coriolis*.

Com base nesse modelo, os parâmetros desconhecidos podem ser estimados por meio de técnicas de otimização, detalhadas posteriormente. Após a identificação paramétrica, é possível calcular as respostas às forças de desbalanceamento, bem como determinar as frequências naturais e modos de vibração.

A modelagem foi realizada pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), conforme descrito por [Lalanne e Ferraris \(1998\)](#), sendo apresentada na [Eq. 3.1](#) a equação de Lagrange associada ao sistema.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad (3.1)$$

Onde T , representa a energia cinética, U a energia potencial ou energia de deformação, q_i , são as coordenadas generalizadas independentes e Q_i são as forças generalizadas correspondentes a cada q_i .

O processo inicia-se com a descrição dos componentes básicos do rotor, que incluem os

elementos de eixo, os discos e os mancais. Para quantificar as energias cinética, de deformação e o trabalho virtual, definem-se dois sistemas de referência. O primeiro é o sistema de referência inercial, fixo, denominado R_{inercial} (X, Y, Z), e o segundo é o sistema não inercial, $R_{\text{não inercial}}$ (x, y, z), cuja origem está no centro do disco (Fig. 3.1).

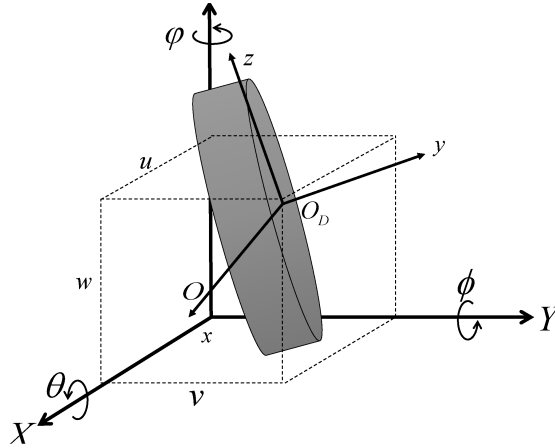


Figura 3.1: Representação dos sistemas inercial e não-inercial.

Para determinar as energias cinéticas dos componentes, é necessário calcular, entre outras grandezas, os momentos de inércia. Nesse caso, é conveniente trabalhar com o sistema de referência não-inercial. Isso ocorre porque, nesse sistema, não há rotação, o que torna os momentos de inércia constantes.

A relação entre os sistemas de referência R_{inercial} (X, Y, Z) e $R_{\text{não inercial}}$ (x, y, z) é estabelecida por meio dos ângulos de Euler, que definem as rotações entre os dois sistemas nos seguintes planos: ψ (em relação ao plano XY), θ (em relação ao plano y_1z_1) e ϕ (em relação ao plano xz), conforme ilustrado na Fig. 3.2.

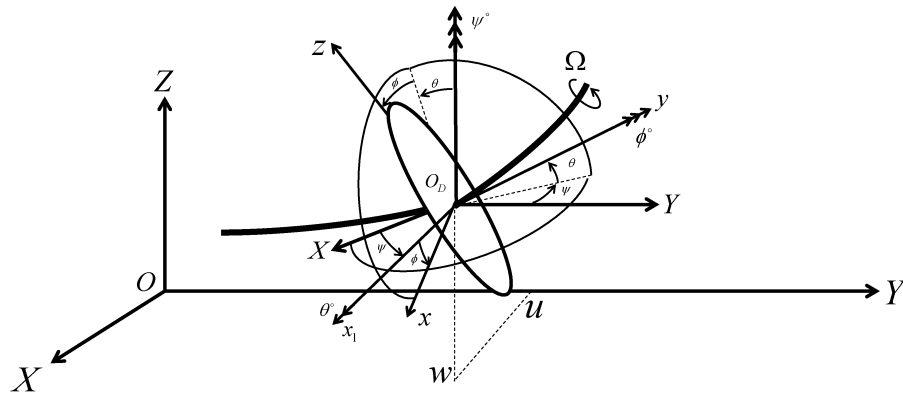


Figura 3.2: Relação entre os ângulos do sistema inercial e não-inercial.

Dessa forma, pode-se definir a matriz de transformação das coordenadas entre os sistemas inercial e não-inercial., $R_{inercial} (X, Y, Z)$ e $R_{nãoinercial} (x, y, z)$, respectivamente (Eq. 3.2).

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi \cdot \cos\phi - \sin\psi \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi & \sin\psi \cdot \cos\phi + \cos\psi \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi & \cos\psi \cdot \sin\phi \\ -\sin\psi \cdot \sin\theta & \cos\psi \cdot \cos\theta & \sin\theta \\ \cos\psi \cdot \sin\phi + \sin\psi \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi & \sin\psi \cdot \sin\phi - \cos\psi \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi & \cos\theta \cdot \cos\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Desse modo, pode-se determinar o vetor de velocidade instantânea de rotação no sistema de coordenadas em relação ao sistema não-inercial, expresso pela Eq. 3.3.

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\phi}\cos\theta\sin\phi + \dot{\theta}\cos\phi \\ \dot{\phi} + \dot{\psi}\sin\theta \\ \dot{\phi}\cos\theta\cos\phi + \dot{\theta}\sin\phi \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

3.1.1 Elemento de Disco

Uma vez que, no presente modelo, o disco é considerado como sendo rígido e, dessa forma, como não há deformações, só há a necessidade de calcular a energia cinética, expressa pela Eq. 3.4.

$$T_D = \frac{1}{2}m_D(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2}(I_{Dx} \cdot \omega_x^2 + I_{Dy} \cdot \omega_y^2 + I_{Dz} \cdot \omega_z^2) \quad (3.4)$$

Onde m_D representa a massa do disco, u e w representam as coordenadas generalizadas em relação ao sistema de coordenadas inercial na direção de X e Z , respectivamente (Fig. 3.2). Além disso, no modelo em questão, o disco é considerado simétrico, ou seja, $I_{Dx} = I_{Dz}$, e com ângulos θ e ϕ como sendo pequenos. Além disso, considera-se que o sistema opera em regime permanente, ou seja, $\dot{\phi} = \Omega$. Dessa forma, substituindo a Eq. 3.3 na Eq. 3.4, obtém-se:

$$T_D = \frac{1}{2}m_D(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2}I_D(\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) + \frac{1}{2}I_{Dy}(\Omega^2 + 2\Omega\dot{\phi}\theta) \quad (3.5)$$

Vale ressaltar que $I_{Dy} \cdot \Omega^2$ não tem influência nas equações de Lagrange, enquanto $I_{Dy} \cdot \Omega \cdot \dot{\phi} \cdot \theta$ representa o chamado efeito giroscópico. O elemento de disco considerado possui quatro graus de liberdade (gdl), sendo dois de deslocamentos (u e w) e dois de rotações (θ e φ). Assim, define-se o vetor de coordenadas generalizadas \mathbf{q}_D do centro do disco como:

$$q_D = \begin{bmatrix} u & w & \theta & \varphi \end{bmatrix}^T \quad (3.6)$$

Ao aplicar a equação de Lagrange na Eq. 3.5, que define a energia cinética do disco em relação ao vetor de coordenadas generalizadas \mathbf{q}_D , chega-se a:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{q}_D} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial q_D} = M_D \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \Omega D_D \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \dot{\Omega} K_{Dt} \begin{bmatrix} u \\ w \\ \theta \\ \varphi \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Onde M_D , D_D e K_{Dt} são as matrizes de massa, de efeito giroscópico e de rigidez do disco devido ao regime transiente, respectivamente. Essas matrizes são dadas por:

$$M_D = \begin{bmatrix} m_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_D \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$D_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$K_{Dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

3.1.2 Elemento de Eixo

O elemento de eixo é considerado como sendo um elemento de viga de seção transversal circular. Neste caso, são considerados os efeitos de cisalhamento da teoria de *Timoshenko* e os efeitos de inércia de rotação na seção transversal, provenientes da teoria de *Rayleigh*, conforme ilustrado pela Fig. 3.3.

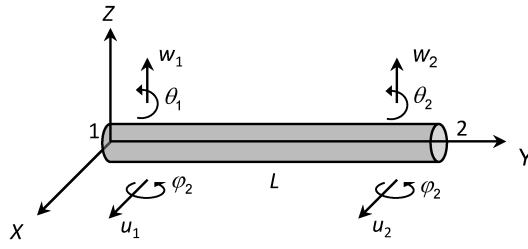


Figura 3.3: Elemento de Eixo.

Dessa forma, as energias cinéticas e de deformação podem ser calculadas aplicando as Equações de Lagrange.

3.1.3 Cálculo da Energia Cinética do Rotor

Por se tratar de geometrias semelhantes, pode-se determinar a energia cinética de um elemento de eixo adotando os mesmos procedimentos utilizados na determinação de um elemento de disco (Eq. 3.5). Dessa forma, para um elemento de comprimento L , a energia cinética pode ser definida da seguinte maneira:

$$T = \frac{\rho L}{2} \int_0^L [\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2] dy + \frac{\rho S}{2} \int_0^L [\dot{u}^2 + \dot{w}^2] dy - 2\rho I \Omega \int_0^L \dot{\psi} \theta dy + \rho I L \Omega^2 \quad (3.11)$$

Onde ρ representa a densidade do material que constitui o elemento, S representa a seção transversal do elemento de eixo e I representa o momento de inércia da seção transversal. Portanto, utilizando o método de elementos finitos, assume-se que o elemento de eixo possui 4 graus de liberdade, sendo dois de deslocamento (u e w) e dois de rotação (θ e φ), conforme apresentado na Fig.3.3. Desse modo, pode-se escrever o vetor de coordenadas nodais, a partir dos glds do elementos de eixo usando a Eq. 3.12.

$$q = \begin{bmatrix} u_1 & w_1 & \theta_1 & \varphi_1 & u_2 & w_2 & \theta_2 & \varphi_2 \end{bmatrix}^T \quad (3.12)$$

o qual inclui os deslocamentos q_u e q_w , correspondendo aos movimentos nas direções X e Z, respectivamente.

$$q_u = \begin{bmatrix} u_1 & \varphi_1 & u_2 & \varphi_2 \end{bmatrix}^T \quad (3.13)$$

$$q_w = \begin{bmatrix} w_1 & \theta_1 & w_2 & \theta_2 \end{bmatrix}^T \quad (3.14)$$

O elemento finito é construído a partir das seguintes relações:

$$u = N_1 q_u \quad (3.15)$$

$$w = N_2 q_w \quad (3.16)$$

Onde $N_1 = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{bmatrix}$ e $N_2 = \begin{bmatrix} c_5 & c_6 & c_7 & c_8 \end{bmatrix}$ são vetores formados por coeficientes de equações polinomiais de terceira ordem (hipótese considerada), conhecidos como polinômios de Hermite, (IMBERT, 1979). Tais polinômios descrevem os deslocamentos nodais nos planos XY e ZY, respectivamente, onde $c_i (i=1,2,\dots,8)$ são os coeficientes correspondentes.

Estas funções de interpolação são obtidas resolvendo o sistema linear formado quando são aplicadas as condições de contorno do problema sobre as Eqs. 3.15 e 3.16. Os coeficientes das funções de interpolação são então determinados, resultando nas equações de deslocamento e rotação ao longo do comprimento da eixo.

$$N_1(y) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3} & -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} & \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3} & \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$N_2(y) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3} & y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} & \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3} & -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

A formulação da energia cinética do eixo é uma extensão da formulação realizada para o disco (Eq. 3.5). Portanto, para o elemento de eixo com comprimento L , utilizando as Eqs. 3.17 e 3.18, as expressões da energia cinética são dadas por:

$$T_S = \frac{\rho S}{2} \int_0^L [\dot{q}_u^T N_1^T N_1 \dot{q}_u + \dot{q}_w^T N_2^T N_2 \dot{q}_w] dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L [\dot{q}_u^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \dot{q}_u + \dot{q}_w^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \dot{q}_w] dy - 2\rho I_Y \Omega \int_0^L \dot{q}_u^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} q_w dy + \rho I_Y L \Omega^2 \quad (3.19)$$

Onde ρ é a massa por unidade de volume, S é a área da seção transversal do eixo, I é o momento de inércia em relação às coordenadas X ou Z ($I = I_x = I_z$) e I_Y é o momento de inércia de área da seção transversal do eixo em relação à coordenada Y . Na Eq. 3.18, a primeira integral representa a energia do eixo em flexão, a segunda integral retrata o efeito secundário da inércia de rotação (*Rayleigh*) e a última integral representa o efeito giroscópio. O último termo é constante e não tem influência nas equações.

Substituindo as Eqs. 3.17 e 3.18 na Eq. 3.19, chega-se em:

$$T_S = \frac{1}{2} \dot{q}_u^T M_1 \dot{q}_u + \frac{1}{2} \dot{q}_w^T M_2 \dot{q}_w + \frac{1}{2} \dot{q}_u^T M_3 \dot{q}_u + \frac{1}{2} \dot{q}_w^T M_4 \dot{q}_w + \Omega \dot{q}_u^T M_5 q_w + \rho I_Y L \Omega^2 \quad (3.20)$$

Onde as matrizes M_1 e M_2 são as matrizes clássicas de massa, M_3 e M_4 dão a influência do efeito secundário da inércia de rotação e M_5 é o efeito giroscópico. A aplicação da equação de Lagrange na Eq. 3.20 leva à:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_S}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T_S}{\partial q} = (M_S + M_T) \ddot{q} + \Omega D_S \dot{q} + \dot{\Omega} K_{st} q \quad (3.21)$$

Onde a soma das matrizes M_S e M_T resultam na matriz de massa M . Contudo, as matrizes elementares formuladas a partir da energia cinética do eixo são apresentadas a seguir (LALANNE; FERRARIS, 1998).

$$M_S = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ & & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ & & & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ & & & & 156 & 0 & 0 & 22L \\ & & & & & 156 & -22L & 0 \\ & & & & & & 4L^2 & 0 \\ SIM. & & & & & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$M_T = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ & & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ & & & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ & & & & 36 & 0 & 0 & 3L \\ & & & & & 36 & -3L & 0 \\ & & & & & & 4L^2 & 0 \\ SIM. & & & & & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$D_S = \frac{\rho I_Y}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ & & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ & & & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ & & & & 0 & -36 & 3L & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 3L \\ & & & & & & 0 & -4L^2 \\ SIM. & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$K_{St} = \frac{\rho I_Y}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

3.1.4 Cálculo da Energia de Deformação do Rotor

Para o cálculo da energia de deformação, é necessário determinar a matriz de rigidez no elemento de eixo. Para isso, define-se a energia potencial do eixo submetido à tensão, conforme expresso pela Eq. 3.26.

$$U = \frac{1}{2} \int_{\tau} \varepsilon^T \sigma d\tau \quad (3.26)$$

Em que ε representa a deformação unitária e σ , a tensão a qual o elemento do eixo está submetido. Além disso, a tensão e a deformação estão relacionadas por uma constante de proporcionalidade, módulo de elasticidade, E , mais especificamente, a relação conhecida como Lei de Hooke (TIMOSHENKO; GERE, 1994).

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3.27)$$

Por seguinte, procede-se com a substituição da Eq. 3.27. na Eq. 3.26, de modo a obter-se:

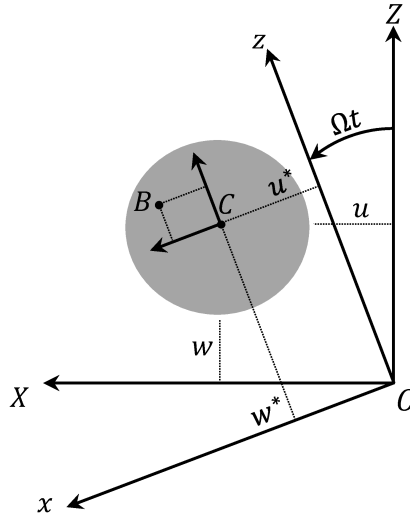


Figura 3.4: Coordenadas do centro geométrico C e de um ponto qualquer B no eixo do rotor.

$$U = \frac{E}{2} \int_{\tau} \varepsilon^2 \sigma d\tau \quad (3.28)$$

Para o caso da deformação unitária, considera-se um ponto B localizado na seção transversal do eixo, conforme apresentado pela Fig. 3.4

De modo, que pode-se definir a deformação conforme apresentado por [Lalanne e Ferraris \(1998\)](#).

$$\varepsilon = -x \frac{\partial^2 u^*}{\partial^2 y} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial^2 y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \quad (3.29)$$

Em que u^* e w^* são definidos como os deslocamentos geométricos nas direções X e Y , respectivamente. Além disso, a Eq. 3.29 também pode ser definida em duas parcelas, sendo uma linear e uma não-linear, conforme expressa a seguir.

$$\varepsilon = \varepsilon_{linear} + \varepsilon_{nãolinear} \quad (3.30)$$

Por seguinte, substituindo a Eq. 3.30 na Eq. 3.28, obtém-se a seguinte expressão:

$$U = \frac{E}{2} \int_{\tau} (\varepsilon_{linear}^2 + 2\varepsilon_{nãolinear}\varepsilon_{linear} + \varepsilon_{nãolinear}^2) d\tau \quad (3.31)$$

Observa-se que, devido à simetria da seção transversal do elemento de eixo, pode-se eliminar o segundo termo da Eq. 3.31, conforme a seguir.

$$\int_{\tau} (\varepsilon_{linear} \varepsilon_{n\tilde{a}olinear}) d\tau = 0 \quad (3.32)$$

Além disso, desprezando os termos não-lineares de segunda ordem na Eq. 3.31, e substituindo na Eq. 3.29, obtém-se:

$$U = \int_0^L \int_S \left(-x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y} \right)^2 dS dy \quad (3.33)$$

Após algumas manipulações matemáticas na Eq. 3.33, obtém-se a seguinte expressão:

$$U = \int_0^L \int_S \left[x^2 \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right) + z^2 \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right) + 2xz \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right] dS dy \quad (3.34)$$

Em virtude da simetria, o terceiro termo da Eq. 3.34, pode ser desconsiderado. Além disso, observa-se também que os momentos de inércia de área da seção transversal em relação aos eixos X e Z , respectivamente, podem ser representados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} I_x &= \int_S z^2 ds \\ I_z &= \int_S x^2 ds \end{aligned} \quad (3.35)$$

De modo que, introduzindo as Eq. 3.35 na Eq. 3.34 (Energia de deformação), obtém-se:

$$U = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (3.36)$$

Vale ressaltar também que, caso o eixo esteja submetido a uma força axial, F_0 , haverá uma contribuição adicional para a energia potencial, conforme a seguir:

$$U_1 = \int_0^L \frac{F_0}{2} (\varepsilon_{linear} + \varepsilon_{n\tilde{a}olinear}) d\tau \quad (3.37)$$

Em virtude da simetria da seção transversal do eixo em relação aos eixos X e Z , faz com que o primeiro termo da Eq. 3.37 seja nulo. Por seguinte, substituindo-se os termos não-lineares, $\varepsilon_{n\tilde{a}olinear}$ na Eq. 3.37, obtém-se:

$$U_1 = \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (3.38)$$

Somando-se as Eqs. 3.38 e 3.36, obtém-se a energia total da deformação.

$$U_s = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (3.39)$$

Assim, as coordenadas do sistema não-inercial, $R_{\text{não linear}}(x, y, z)$, podem ser escritas em função de u, w , conforme a seguir:

$$\begin{aligned} u^* &= u \cos \Omega t - w \sin \Omega t \\ w^* &= u \sin \Omega t + w \cos \Omega t \end{aligned} \quad (3.40)$$

Em virtude da simetria da seção transversal do eixo em relação a x e z , os momentos de inércias são iguais, ou seja, $I_x = I_z$. Além disso, substituindo as Eqs. 3.40, de modo que a Eq. 3.39, têm-se.

$$U_s = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (3.41)$$

Além disso, considerando-se que não há forças axial, obtém-se:

$$U_s = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (3.42)$$

Por seguinte, substituindo as Eqs. 3.15 e 3.16, na Eq. 3.42, obtém-se:

$$\begin{aligned} U_s &= \frac{EI}{2} \int_0^L \left[q_u^T \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} q_u + q_w^T \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} q_w \right] dy + \\ &\quad \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[q_u^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1^T}{dy} q_u + q_w^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2^T}{dy} q_w \right] dy \end{aligned} \quad (3.43)$$

Após a realização da integração da Eq. 3.43, obtém-se:

$$U_s = \frac{1}{2} \left(q_u^T K_1 q_u + q_w^T K_2 q_w + q_u^T K_3 q_u + q_w^T K_4 q_w \right) \quad (3.44)$$

em que K_1 e K_2 são as matrizes convencionais de rigidez, e K_3 e K_4 são as matrizes relacionadas às forças axiais, de modo que, elas podem ser definidas da seguinte forma:

$$K_1 = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \right] dy \quad K_2 = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \right] dy \quad (3.45)$$

$$K_3 = \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \right] dy \quad K_4 = \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \right] dy \quad (3.46)$$

Aplicando as equações de Lagrange a Eq. 3.44, obtém-se:

$$\frac{\partial U_s}{\partial q} = (K_c + K_F)q \quad (3.47)$$

em que K_c é definida como sendo a matriz de rigidez convencional obtida a partir de K_1 e K_2 , já K_F é definida como sendo a matriz de rigidez devido às forças axiais, as quais estão relacionadas com K_3 e K_4 . De modo que, as expressões que definem K_c e K_F são definidas da seguinte forma:

$$K_c = \frac{EI}{(1+a)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ & & (4+a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-a)L^2 & 0 \\ & & & (2-a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 \\ & & & & 12 & 0 & 0 & 6L \\ & & & & & 12 & -6L & 0 \\ & & & & & & (4+a)L^2 & 0 \\ & & & & & & & (4+a)L^2 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

SIM.

$$K_F = \frac{F_0}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ & & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ & & & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ & & & & 36 & 0 & 0 & 3L \\ & & & & & 36 & -3L & 0 \\ & & & & & & 4L^2 & 0 \\ & & & & & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

SIM.

em que $a = \frac{12EI}{GS_r L^2}$ e $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, sendo que ν define o modulo de *Poisson*, S_r é a área da seção transversal do elemento de eixo, e por fim, G é o módulo transversal de elasticidade do material.

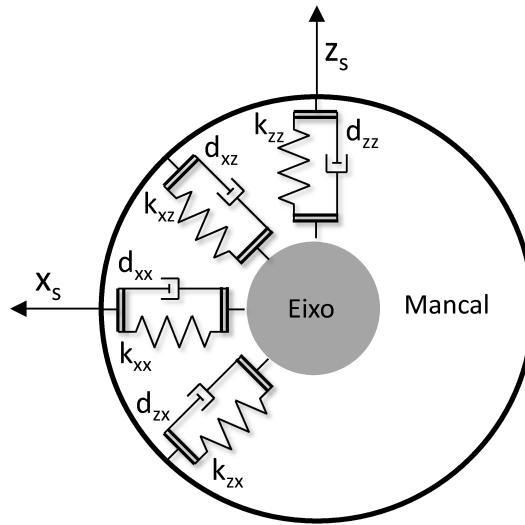


Figura 3.5: Configuração do mancal.

3.1.5 Elemento de Mancal

Com a finalidade de realizar o cálculo das matrizes de amortecimento e rigidez dos mancais de rolamento. Assume-se os mancais como sendo elementos rígidos que não sofrem nenhuma rotação. Para o cálculo dos coeficientes de amortecimento e rigidez, foi utilizado o princípio do trabalho virtual, conforme a seguir:

$$\delta W = -k_{xx}u\delta u - k_{xz}w\delta u - k_{zz}w\delta w - k_{zx}u\delta w - c_{xx}\dot{u}\delta u - c_{xz}\dot{w}\delta u - c_{zz}\dot{w}\delta w - c_{zx}\dot{u}\delta w \quad (3.50)$$

A Fig. 3.5 apresenta, esquematicamente, a seção transversal do mancal; vale ressaltar que nesse componente, tanto os coeficientes de rigidez quanto os de amortecimento cruzados são considerados nulos.

Pode-se reescrever as forças de sustentação na forma matricial, conforme a seguir:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \quad (3.51)$$

Como o modelo em questão apresenta 4 graus de liberdade, a Eq. 3.51 pode ser reescrita em função do vetor de coordenadas generalizadas, (LALANNE; FERRARIS, 1998).

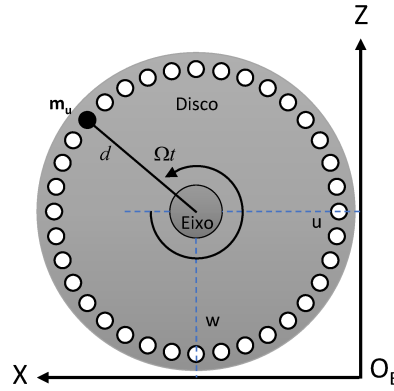


Figura 3.6: Representação esquemática da massa de desbalanceamento no rotor.

$$\begin{pmatrix} F_u \\ F_\theta \\ F_w \\ F_\psi \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \end{Bmatrix} \quad (3.52)$$

3.1.6 Desbalanceamento

Nas máquinas rotativas, o desbalanceamento é caracterizado por uma distribuição irregular de inércia ao longo do eixo do rotor, o que faz com que os seus centros, geométrico e de massa, não sejam coincidentes. Para modelá-lo, assume-se a presença de uma massa concentrada, aqui denominada m_u , localizada a uma distância d do centro geométrico do disco/eixo. Este modelo possui 4 graus de liberdade, e presume-se que a massa permanece somente no plano xz , de modo que sua posição em relação ao eixo y pode ser considerada constante (ver Fig. 3.6).

Como dito no início do capítulo, a massa de desbalanceamento é assumida como sendo rígida, portanto, somente a energia cinética deve ser calculada (Eq. 3.52).

$$\{T_u\} = \frac{1}{2} \{V^T\} \{M_u\} \{V\} \quad (3.53)$$

Em que $\{V\}$ representa o vetor de velocidade da massa de desbalanceamento, $\{M_u\}$. Para

defini-lo, inicialmente pode-se determinar o vetor de deslocamento, conforme a seguir:

$$\{D_{mu}\} = \begin{Bmatrix} u + d\sin(\Omega t) \\ P(y) \\ w + d\cos(\Omega t) \end{Bmatrix} \quad (3.54)$$

Em que $P(y)$ representa a posição do disco ao longo do eixo do rotor. Para se determinar a velocidade, basta proceder com a derivada da Eq. 3.54, conforme apresentado a seguir.

$$\{V\} = \frac{d\{D_{mu}\}}{dt} = \begin{Bmatrix} \dot{u} + d\Omega\cos(\omega t) \\ 0 \\ \dot{w} + d\Omega\sin(\omega t) \end{Bmatrix} \quad (3.55)$$

Substituindo a Eq. 3.55 na Eq. 3.53, obtém-se a energia cinética da massa de desbalanceamento.

$$T_u = \frac{m_u}{2} \left(\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \Omega^2 d + 2\Omega d\dot{u}\cos(\Omega t) - \Omega^2 d + 2\Omega d\dot{w}\sin(\Omega t) \right) \quad (3.56)$$

Onde o termo $\Omega^2 d^2$ é constante e não tem influência nas equações. Assim, a expressão da energia cinética pode ser escrita como:

$$T_u \approx m_u \Omega d \left[\dot{u}\sin(\Omega t) - \dot{w}\cos(\Omega t) \right] \quad (3.57)$$

Aplicando a equação de Lagrange na Eq. 3.57, chega-se à:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_u}{\partial \dot{u}} \right) - \frac{\partial T_u}{\partial u} = -m_u d \dot{\Omega} \sin(\Omega t) - m_u d \Omega^2 \cos(\Omega t) \quad (3.58)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_u}{\partial \dot{w}} \right) - \frac{\partial T_u}{\partial w} = -m_u d \dot{\Omega} \cos(\Omega t) - m_u d \Omega^2 \sin(\Omega t) \quad (3.59)$$

Portanto, as forças de desbalanceamento F_u a serem aplicadas nas direções X e Z em um nó do modelo matemático constituído de elementos de eixo são, respectivamente, F_{uX} e F_{uZ} , como mostrado a seguir.

$$F_{uX} = -m_u d \dot{\Omega} \sin(\Omega t) - m_u d \Omega^2 \cos(\Omega t) \quad (3.60)$$

$$F_{uZ} = -m_u d \dot{\Omega} \cos(\Omega t) + m_u d \Omega^2 \sin(\Omega t) \quad (3.61)$$

Observa-se que existem outras forças atuando no rotor, além das forças de desbalanceamento, tais como forças assíncronas, harmônicas, axiais, entre outras. No entanto, neste trabalho, consideraremos apenas as forças de desbalanceamento.

3.1.7 Solução Geral do Modelo do Rotor

A obtenção da solução geral do modelo é determinada a partir do conhecimento das matrizes elementares de massa, rigidez, amortecimento e efeito giroscópio. A partir destas, pode-se construir um sistema equações global, capaz de simular o comportamento dinâmico do rotor, conforme expresso a seguir:

$$M \ddot{q} + [D + \Omega D_g] \dot{q} + [K + \dot{\Omega} K_{st}] q = W + F_u + F_m \quad (3.62)$$

Uma vez determinada a Eq. 3.62, é possível obter tanto as frequências naturais (*autovalores*) como também os modos de vibrar (*autovetores*) como funções da velocidade de rotação do sistema. Vale ressaltar que também é possível observar outros fenômenos, tais como, zonas de estabilidade e resposta ao desbalanceamento, por exemplo.

Para a solução do sistema, é conveniente mudar a sua base, do sistema físico, para o modal. Sabe-se, porém, que em sistema não-rotativos esse procedimento desacopla as equação, de modo que não é necessário resolver todas as equações do sistema (Eq. 3.62) simultaneamente. Todavia, no caso de sistemas rotativos, o efeito giroscópio acopla as direções, de modo que, nem a transformação modal é capaz de desacoplar. Outro aspecto importante dessa transformação é o fato de que não é necessário solucionar o sistema para todos os modos, por exemplo, em sistemas reais, quando não há aplicação de forças externas ao sistema, os primeiros modos são os mais pertinentes, já quando temos forças harmônicas aplicadas ao sistema, os modos cuja frequência está próxima da força de excitação são os mais importantes. Com isso em mente, utiliza-se do método pseudo-modal para solucionar o problema em questão e aproveitar as vantagens da transformação modal.

3.1.7.1 Método Pseudo-Modal

Como descarta os efeitos causados pela matriz giroscópica, esse método aparenta uma redução significativa no tempo resolução do sistema, além de obter resultados similares ao

método direto. Semelhante á transformação modal convencional, o procedimento inicia-se com a construção da base modal, conforme apresentado a seguir:

$$[M] \ddot{q} + [K^*] q = 0 \quad (3.63)$$

Por seguinte, soluciona-se o problema de autovalor da Eq. 3.63, por meio da qual pode-se obter a matriz modal, em que pode ser representada por:

$$\Theta = [\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4 \cdots \Theta_n] \quad (3.64)$$

A partir da qual pode-se introduzir a seguinte transformação, $q = \Theta \eta$, a qual relaciona os deslocamentos no sistema físico com o modal por meio da matriz modal. Por seguinte, basta substituir essa transformação na Eq. 3.62, pre-multiplicar pela transposta de Θ , conforme apresentada a seguir,

$$[\Theta]^T [M] [\Theta] \ddot{q} + [\Theta]^T [D + \Omega D_g] [\Theta] \dot{q} + [\Theta]^T [K + \dot{\Omega} K_{st}] [\Theta] q = [\Theta]^T [W + F_u + F_m] \quad (3.65)$$

Ou, de modo simplificado, têm-se:

$$[\Theta]^T [M] [\Theta] \ddot{q} + [\Theta]^T [C] [\Theta] \dot{q} + [\Theta]^T [K] [\Theta] q = [\Theta]^T [F] \quad (3.66)$$

Como, normalmente, a matriz de amortecimento não pode ser diagonalizada pela transformação modal, opta-se por introduzir o amortecimento modal na Eq. 3.66, a qual pode ser obtida da seguinte forma:

$$c_i = 2\zeta_i \sqrt{\Theta_i^T [M] \Theta_i \Theta_i^T [K] \Theta_i} \quad (3.67)$$

onde os valores de c_i compõem os elementos da transformação modal, $[\Theta]^T [C] [\Theta]$, em que os valores de amortecimento modal, ζ_i , variam de acordo com o tipo de sistema analisado. Por seguinte, substituiu-se a matriz de amortecimento modal, gerada pela Eq. 3.67, na Eq. 3.66, de modo que para o caso homogêneo a obter-se:

$$[\Theta]^T [M] [\Theta] \ddot{q} + [\Theta]^T [C] [\Theta] \dot{q} + [\Theta]^T [K] [\Theta] q = [0] \quad (3.68)$$

Para o sistema em questão, propõem-se solução na forma, $q = Qe^{\varphi t}$. Substituindo-a e suas

derivadas na Eq. 3.68, obtém-se:

$$\left(\varphi^2 \cdot M_m + \varphi \cdot C_m + K_m \right) \cdot Q = 0 \quad (3.69)$$

Onde M_m , C_m e K_m representam as matrizes de massa, amortecimento e rigidez modais, respectivamente, em que elas são definidas da seguinte forma:

$$M_m = \Theta^T [M] \Theta = \begin{bmatrix} \Theta_1^T [M] \Theta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Theta_2^T [M] \Theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_n^T [M] \Theta_n \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

$$K_m = \Theta^T [K] \Theta = \begin{bmatrix} \Theta_1^T [K] \Theta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Theta_2^T [K] \Theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_n^T [K] \Theta_n \end{bmatrix} + \Theta^T [K - K^*] \Theta \quad (3.71)$$

$$C_m = \Theta^T [C] \Theta = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_n \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

A Eq. 3.69 pode ainda ser escrita na forma de espaço de estados, conforme a seguir:

$$\begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_m^{-1} \cdot M_m & -K_m^{-1} \cdot C_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi Q \\ Q \end{bmatrix} = \frac{1}{\varphi} \begin{bmatrix} \varphi Q \\ Q \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

De modo que pela obtenção dos autovalores e autovetores da Eq. 3.73, observa-se que elas são quantidades complexas, as quais podem ser representada da seguinte forma.

$$\lambda = \left(-\frac{\zeta_i \cdot \omega_i}{\sqrt{1 - \zeta_i^2}} \right)_{\mathbb{R}} \pm (i \cdot \omega_i)_{\mathbb{I}} \quad (3.74)$$

Em que ζ_i representa os coeficientes de amortecimento modal e $i \cdot \omega_i$ as frequências naturais. Observa-se que se λ é maior do que 1 o sistema torna-se instável. De modo que por meio desta equação é possível obter as velocidades críticas e a construção do diagrama de *Campbell* da

máquina rotativa. Além disso, para o caso de desbalanceamento, a Eq. 3.66 assume a seguinte forma:

$$[\Theta]^T [M] [\Theta] \ddot{q} + [\Theta]^T [C] [\Theta] \dot{q} + [\Theta]^T [K] [\Theta] q = [F_{1u} \text{sen}(\Omega t) + F_{2u} \text{cos}(\Omega t)] \quad (3.75)$$

em que $F_{1u} \text{sen}(\Omega t) = [\Theta]^T f_{1u}$ e $F_{2u} \text{sen}(\Omega t) = [\Theta]^T f_{2u}$. Devido às características da Eq. 3.75, sabe-se que a sua solução tem a forma de uma soma de harmônicos, conforme a seguir:

$$q = q_1 \text{sen}(\Omega t) + q_2 \text{cos}(\Omega t) \quad (3.76)$$

Em que as parcelas representadas por q_1 e q_2 podem ser determinadas pela resolução da seguinte equação característica.

$$\begin{bmatrix} K_m - M_m \Omega^2 & -\Omega C_m \\ \Omega C_m & K_m - M_m \Omega^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

Por meio da resolução da Eq. 3.77 é possível obter os deslocamentos para em função da velocidade de rotação. Os deslocamentos são determinados pela combinação linear de q_1 e q_2 , ponderados pelas funções seno e cosseno, respectivamente, conforme a seguir.

$$q = \Theta \{q_1(\Omega) \text{sen}(\Omega t) + q_2(\Omega) \text{cos}(\Omega t)\} \quad (3.78)$$

Capítulo 4

Fundamentos das Redes Neurais Artificiais

As Redes Neurais Artificiais (RNA) são sistemas computacionais inspirados no cérebro humano, amplamente utilizadas em reconhecimento de padrões, previsão e controle de sistemas complexos. Sua evolução ao longo do século XX foi marcada por avanços teóricos e tecnológicos.

A história das RNA começou em 1943, quando Warren McCulloch e Walter Pitts propuseram um modelo simples de rede neural baseado em circuitos elétricos ([MCCULLOCH; PITTS, 1943](#)). Em 1949, Donald Hebb introduziu a ideia de que conexões neurais se fortalecem com o uso contínuo, um conceito fundamental para o aprendizado ([HEBB, 2005](#)). No entanto, nos anos 1950, tentativas iniciais de simular redes neurais fracassaram devido a limitações tecnológicas ([NILSSON, 2009](#)).

Bernard Widrow e Marcian Hoff ([1960](#)) avançaram com os modelos *ADALINE* e *MADALINE*, aplicados a problemas práticos como redução de ecos em linhas telefônicas, introduzindo uma regra de aprendizado para ajustar pesos e minimizar erros ([WIDROW et al., 1960](#)). Apesar disso, obstáculos teóricos e promessas exageradas reduziram o interesse pelas RNA nas décadas seguintes.

Avanços pontuais, como as redes independentes de Kohonen e Anderson e a primeira rede multicamada não supervisionada, mantiveram a pesquisa viva ([KOHONEN; ANDERSON, 1972](#)).

A década de 1980 revitalizou as RNAs, [Hopfield \(1982\)](#) apresentou um modelo com conexões bidirecionais entre neurônios artificiais, enquanto [Reilly e Cooper \(1982\)](#) propuseram redes híbridas multicamadas para resolver tarefas complexas. Hoje, as RNAs têm aplicações amplas, desde reconhecimento de imagens até controle de sistemas mecânicos complexos. Seu futuro

depende de avanços no hardware e de novas abordagens para superar limitações atuais.

4.1 Perceptrons

Proposto em 1943 por Warren McCulloch e Walter Pitts, o primeiro modelo de rede neural foi concebido para funcionar com um dispositivo binário, visando facilitar a resolução de problemas complexos envolvendo circuitos elétricos, e estabelecendo as bases para o estudo de redes neurais e sistemas computacionais inspirados no funcionamento do cérebro (MCCULLOCH; PITTS, 1943).

Como demonstrado pela Fig. 4.1, o *perceptron* realiza um somatório com as entradas binárias ($x_1 + x_2 + x_3 \dots x_n$), o que resulta em uma saída também binária.

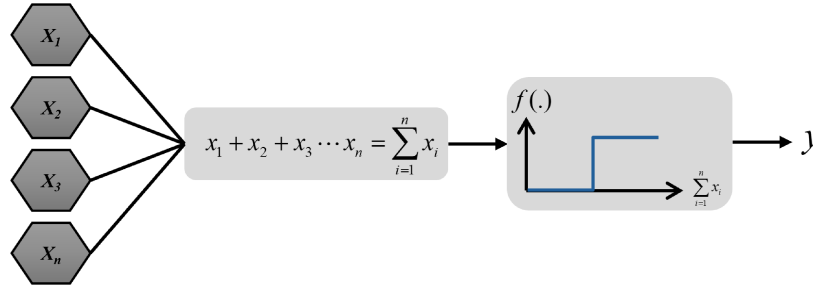


Figura 4.1: Representação do Perceptron.

Inspirado pelo trabalho de Warren McCulloch e Walter Pitts, Frank Rosenblatt, deu um passo adiante, propôs uma regra simples para computar a saída do *Perceptron*, ele introduziu os **pesos**, os quais são números reais que demonstram a importância de cada entrada (x_i) para a saída (y).

Desse modo, o valor da saída do perceptron, 0 ou 1, é determinado se a soma ponderada $\sum_{i=1}^n w_i \times x_i$, for maior ou menor que um *threshold* predeterminado. O valor do *threshold* indica a facilidade de se obter o valor 1 na saída do perceptron, posteriormente, esse valor foi denominado de *bias*, b . Matematicamente, pode ser expresso pela Eq. 4.1 e representado pela Fig. 4.2.

$$output = \begin{cases} 0 & \text{se } \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq -b \\ 1 & \text{se } \sum_{i=1}^n w_i x_i > -b \end{cases} \quad (4.1)$$

O *bias* é configurado para ajustar a resposta da função de ativação, assegurando que os resultados obtidos estejam alinhados com os valores esperados. Por sua vez, os *pesos* ou *pesos sinápticos*, também chamados de *coeficientes de ponderação*, são inicialmente definidos de forma aleatória e, em seguida, ajustados ao longo do processo de aprendizado da rede neural.

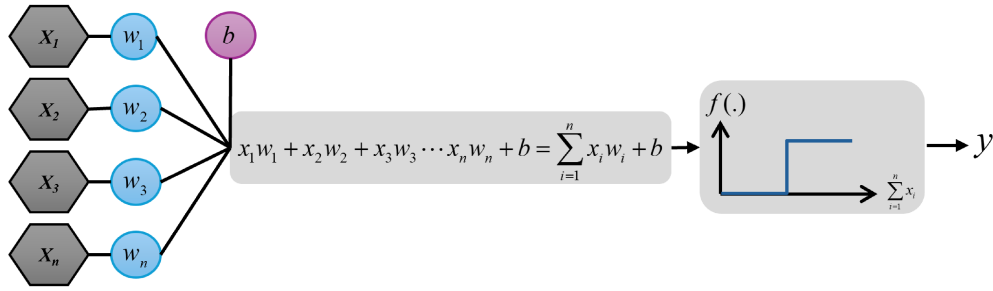


Figura 4.2: Representação do *Perceptron* com entradas ponderadas.

O treinamento do modelo *Perceptron* adota uma abordagem supervisionada, o que implica que as classes correspondentes às amostras de entrada são previamente conhecidas. Nesse contexto, o aprendizado é focado exclusivamente no refinamento dos pesos sinápticos da rede. O processo de treinamento ocorre de forma *feedforward*, ou seja, cada amostra de entrada percorre a rede uma única vez durante a fase de ajuste.

A ampliação das capacidades do neurônio artificial, por meio da introdução de novos elementos em sua estrutura e do refinamento do método de treinamento das redes neurais, permitiu que o *Perceptron* pudesse processar não apenas valores binários, mas também valores contínuos e entre valores positivos e negativos. Essa evolução ampliou significativamente o alcance de aplicações do *Perceptron*, tornando-o mais versátil e capaz de lidar com problemas mais variados, ainda que limitado a classificações linearmente separáveis.

4.1.1 *Multilayer Perceptron* (MLP)

Já a *Multilayer Perceptron* (MLP), reconhecida como uma evolução do modelo *Perceptron*, destacou-se como a primeira arquitetura neural a ser expandida para n camadas de neurônios, permitindo a resolução de problemas mais complexos e de maior dimensionalidade.

A MLP é composta por várias unidades de processamento do tipo *Perceptron*, distribuídas em camadas: uma camada de entrada, pelo menos uma camada oculta e uma camada de saída.

A inclusão de camadas ocultas, juntamente com funções de ativação não lineares, é o que possibilita à MLP realizar classificações que não seguem separações lineares, tornando-a uma ferramenta fundamental para a inteligência artificial. A Fig. 4.3 apresenta uma rede *Multilayer Perceptron*.

O treinamento da MLP baseia-se no algoritmo de retropropagação de erros (*backpropagation*), um método supervisionado que utiliza gradientes para ajustar os pesos sinápticos das conexões entre os neurônios. Durante o processo de aprendizado, a rede minimiza uma função

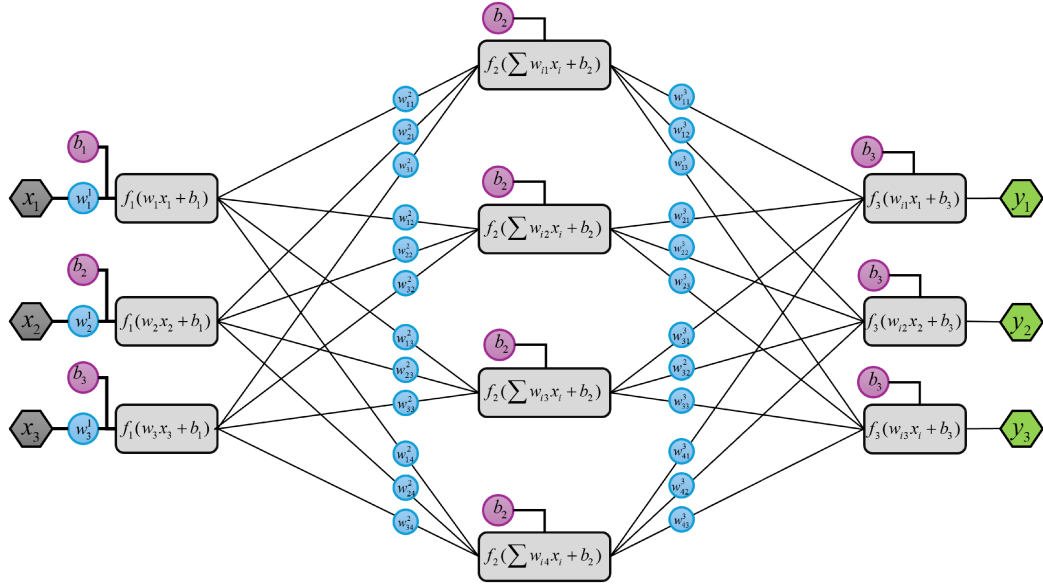


Figura 4.3: Representação de uma Rede Multilayer Perceptron.

de erro calculada a partir da diferença entre as saídas previstas e as saídas desejadas, ajustando iterativamente os pesos até alcançar um desempenho aceitável.

Este mecanismo, aliado à capacidade de generalização proporcionada pela presença de múltiplas camadas, fez com que a MLP se tornasse amplamente utilizada em tarefas como reconhecimento de padrões, previsão de séries temporais, processamento de linguagem natural e sistemas de controle.

A arquitetura MLP marcou um divisor de águas no campo das redes neurais, ao inaugurar a era das redes multicamadas, pavimentando o caminho para modelos mais sofisticados que compõem o campo do aprendizado profundo (*Deep Learning*).

4.1.2 Funções de Ativação

Em essência, as funções de ativação são elementos que inferem a importância de cada neurônio, ou seja, ela decide se a informação deve ser passada adiante ou não. Inicialmente idealizada por [McCulloch e Pitts \(1943\)](#), a primeira função de ativação consistia unicamente da *função degrau*, como visto anteriormente, quando o valor da somatória dos pesos ponderados atingiam um determinado valor (*threshold*), esse neurônio era ativado ou não. Como as primeiras aplicações deram-se na solução de circuitos eletrônicos, esse tipo de função de ativação pode ser utilizada apropriadamente.

Entretanto, com o advento do algoritmo de aprendizagem (*backpropagation*) a função de ativação deveria ser derivável, logo, deu espaço para o surgimento de novas funções de ativação,

sendo aplicáveis aos mais diversos tipos de problema (HAMMERSTROM, 1993a; HAMMERSTROM, 1993b).

Pode-se também defini-las como transformações do somatório ponderado das entradas de cada neurônio (Fig. 4.3). Essas funções são classificadas em lineares e não-lineares, sendo as primeiras utilizadas normalmente em problemas de regressão e classificação, enquanto as últimas são aplicadas a problemas mais complexos.

A ativação ou inibição de um neurônio artificial resulta em um valor que é propagado para as entradas de outros neurônios ou diretamente para a saída da rede neural, desempenhando um papel fundamental no processamento de informações (LEDERER, 2021; GUSTINELI, 2022; PARHI; NOWAK, 2019).

Diversas funções de ativação são amplamente discutidas na literatura devido à sua relevância para a aprendizagem e desempenho das redes neurais. Entre elas, destacam-se: Linear, Degrau, Sigmoide, Tangente Hiperbólica, ReLU, Leaky ReLU, Softmax e Swish, sumarizadas na Tab. 4.1.

Tabela 4.1: Funções de ativação em redes neurais artificiais.

Nome da Função	Expressão Matemática	Pesquisador(es)
Linear	$f(x) = x$	Rosenblatt (1958)
Degrau (Step)	$\begin{cases} 1, & \text{se } x \geq 0 \\ 0, & \text{se } x < 0 \end{cases}$	McCulloch e Pitts (1943)
Sigmoide	$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$	Werbos (1974)
Tangente Hiperbólica	$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$	-
ReLU	$f(x) = \max(0, x)$	Nair e Hinton (2010)
Leaky ReLU	$\begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ \alpha x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$	Maas, Hannun e Ng (2013)
Softmax	$f(x_i) = \frac{e^{x_i}}{\sum_j e^{x_j}}$	Bridle (1990)
Swish	$f(x) = x \cdot \text{sigmoid}(x)$	Ramachandran, Zoph e Le (2017)

4.1.3 Treinamento e Aprendizado

O treinamento das RNAs é um processo matematicamente elaborado que envolve o ajuste iterativo dos parâmetros, como os pesos e os bias, com o objetivo de reduzir ao mínimo a

diferença entre as saídas geradas pela rede e os valores desejados. A seguir, são detalhadas as principais etapas desse processo, acompanhadas das equações relevantes e das abordagens matemáticas que sustentam o aprendizado da RNA.

1. **Estrutura de uma Rede Neural:** Uma rede neural é composta por camadas de neurônios, que incluem uma camada de entrada, uma ou mais camadas ocultas e uma camada de saída (Fig. 4.3). Cada camada é composta por neurônios que realizam uma soma ponderada das entradas recebidas e aplicam uma função de ativação para gerar uma saída. A entrada $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ para um neurônio l na camada L é processada da seguinte forma:

$$z_l = \sum_{i=1}^n w_{li}x_i + b_l \quad (4.2)$$

onde:

w_{li} são os pesos conectando a camada anterior à camada l ,

b_l é o viés (bias),

z_l é a soma ponderada das entradas para o neurônio l .

A saída y_l do neurônio é dada pela aplicação de uma função de ativação $f(z_l)$:

$$y_l = f(z_l) = f\left(\sum_{i=1}^n w_{li}x_i + b_l\right) \quad (4.3)$$

Esse processo é repetido para cada camada da rede até que a camada de saída seja atingida. A saída final \hat{y} da rede é gerada na camada de saída e depende das saídas das camadas anteriores, sendo dada por:

$$\hat{y} = f_L\left(\sum_{i=1}^{n_L} w_{Li}y_i + b_L\right) \quad (4.4)$$

onde y_i são as saídas da camada anterior e f_L é a função de ativação da camada de saída.

2. **Função de Custo e Erro:** A função de custo, ou função de perda, é usada para medir a discrepância entre as previsões da rede (\hat{y}) e os valores reais (y). Uma das funções de custo mais comuns é o **Erro Quadrático Médio** (MSE) para problemas de regressão, dada por:

$$J(\mathbf{w}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2m} \sum_{k=1}^m (\hat{y}_k - y_k)^2 \quad (4.5)$$

onde:

m é o número de amostras no conjunto de dados,

\hat{y}_k é a predição da rede para a amostra k ,

y_k é o valor real para a amostra k .

A escolha do fator de $\frac{1}{2}$ tem a finalidade de simplificar os cálculos dos gradientes durante a retropropagação, já que a derivada de $(\hat{y}_k - y_k)^2$ é $2(\hat{y}_k - y_k)$.

3. **Retropropagação (Backpropagation):** A retropropagação é o algoritmo usado para calcular o gradiente da função de custo em relação aos pesos e bias, permitindo que a rede neural se ajuste e minimize o erro. A retropropagação baseia-se na **regra da cadeia** para calcular os gradientes de cada camada da rede, de modo eficiente.

- **Gradiente da Função de Custo em Relação ao Peso**

Para calcular a atualização de um peso w_{li} entre a camada $l - 1$ e a camada l , primeiro precisamos calcular o gradiente da função de custo em relação à saída y_l de cada neurônio l :

$$\frac{\partial J}{\partial y_l} = \hat{y}_l - y_l \quad (4.6)$$

Agora, aplicamos a **regra da cadeia** para propagar o erro para trás, calculando o gradiente de J em relação ao peso w_{li} . Usamos a derivada da função de ativação $f(z_l)$ para isso:

$$\frac{\partial J}{\partial w_{li}} = \frac{\partial J}{\partial y_l} \cdot \frac{\partial y_l}{\partial z_l} \cdot \frac{\partial z_l}{\partial w_{li}} \quad (4.7)$$

Onde:

$\frac{\partial J}{\partial y_l}$ é o erro da saída do neurônio l ,

$\frac{\partial y_l}{\partial z_l} = f'(z_l)$ é a derivada da função de ativação em relação à sua entrada z_l ,

$\frac{\partial z_l}{\partial w_{li}} = x_i$ é a entrada do neurônio l vindo da camada anterior.

Portanto, o gradiente final para w_{li} será:

$$\frac{\partial J}{\partial w_{li}} = (\hat{y}_l - y_l) \cdot f'(z_l) \cdot x_i \quad (4.8)$$

A atualização dos pesos w_{li} é feita pela **regra do gradiente descendente**:

$$w_{li}^{new} = w_{li} - \eta \cdot \frac{\partial J}{\partial w_{li}} \quad (4.9)$$

onde η é a taxa de aprendizado, controlando o tamanho do passo de atualização.

- **Propagação de Erro para Camadas Anteriores**

Este processo de retropropagação do erro é repetido para todas as camadas da rede, começando pela camada de saída e indo para as camadas anteriores, calculando o gradiente para cada peso em cada camada. Para a camada $l - 1$, o gradiente da função de custo em relação ao peso $w_{l-1,i}$ é dado por:

$$\frac{\partial J}{\partial w_{l-1,i}} = \left(\sum_{k=1}^{n_l} \frac{\partial J}{\partial y_l} w_{lk} \right) f'(z_{l-1}) x_i \quad (4.10)$$

Essa atualização continua até que todos os pesos sejam ajustados, passando por todas as camadas da rede.

4. Algoritmos de Otimização: Embora o Gradiente Descendente (GD) seja o método básico para otimização, ele pode ser ineficiente e propenso a ficar preso em mínimos locais. Para melhorar a convergência, diversos algoritmos de otimização foram desenvolvidos:

- **Gradiente Descendente Estocástico (SGD)**

No SGD, o gradiente é calculado e os pesos são atualizados após cada exemplo ou pequeno lote de amostras, ao invés de calcular o gradiente para todo o conjunto de dados. Isso permite que a rede se atualize mais rapidamente, mas pode introduzir um comportamento mais "ruidoso" no processo de aprendizado:

$$w_{li}^{new} = w_{li} - \eta \cdot \frac{\partial J_i}{\partial w_{li}} \quad (4.11)$$

onde J_i é a função de custo para a amostra i .

- **Adam (Adaptive Moment Estimation)**

Adam é um algoritmo de otimização que adapta as taxas de aprendizado para cada parâmetro individualmente, usando estimativas de momentos de primeira e segunda

ordem. A fórmula de atualização para Adam é dada por:

$$\hat{m}_t = \beta_1 \hat{m}_{t-1} + (1 - \beta_1) g_t \quad (4.12)$$

$$\hat{v}_t = \beta_2 \hat{v}_{t-1} + (1 - \beta_2) g_t^2 \quad (4.13)$$

$$w_{li}^{new} = w_{li} - \frac{\eta \hat{m}_t}{\sqrt{\hat{v}_t} + \epsilon} \quad (4.14)$$

onde:

\hat{m}_t é a média móvel do gradiente,

\hat{v}_t é a média móvel do quadrado do gradiente,

g_t é o gradiente do erro em relação ao parâmetro,

β_1 e β_2 são os parâmetros de decaimento para os momentos de primeiro e segundo ordens,

ϵ é um pequeno valor para evitar divisão por zero.

O **Adam** combina as vantagens de outros métodos, como o Momentum e o RMSprop, e tem se mostrado eficaz em muitas aplicações de aprendizado profundo.

5. Generalização e *Overfitting*: Uma das questões mais desafiadoras no treinamento de redes neurais é o *overfitting* (sobreajuste), onde o modelo aprende muito bem os detalhes dos dados de treinamento, mas falha em generalizar para novos dados. Técnicas como *dropout* e *early stopping* são usadas para mitigar o *overfitting*.

- **Dropout** : consiste em "desligar" aleatoriamente neurônios durante o treinamento, forçando a rede a aprender representações mais robustas.
- **Early Stopping** : interrompe o treinamento quando a performance no conjunto de validação começa a deteriorar.

O treinamento de redes neurais é um processo complexo que envolve a propagação de dados através das camadas da rede, o cálculo do erro e a retropropagação do erro para ajustar os pesos de forma a minimizar a função de custo. O uso de algoritmos de otimização avançados, como o Adam, e técnicas de regularização ajudam a melhorar a eficiência e a capacidade de generalização da rede.

4.1.4 Avaliação de Modelos

A avaliação de modelos neurais é uma etapa essencial para garantir a eficácia e a generalização de redes neurais em tarefas do mundo real. Ela envolve uma análise detalhada do desempenho do modelo em dados não vistos, fornecendo métricas quantitativas e qualitativas que ajudam a compreender se o modelo está realmente aprendendo as representações corretas dos dados e se ele pode ser utilizado com confiança em novos dados.

1. Divisão dos Dados: Treinamento, Validação e Teste

Uma prática comum para avaliar modelos neurais é dividir o conjunto de dados em três partes: treinamento, validação e teste. Cada uma dessas partes tem um papel distinto no processo de treinamento e avaliação do modelo:

- **Conjunto de Treinamento:** É a parte dos dados usada para treinar o modelo. O modelo ajusta seus pesos e parâmetros com base nos exemplos presentes nesse conjunto. A função de custo é minimizada em relação aos dados de treinamento.
- **Conjunto de Validação:** Após o treinamento inicial, o modelo é avaliado em dados de validação, que não foram usados durante o treinamento. O objetivo é ajustar hiperparâmetros como a taxa de aprendizado, o número de camadas e neurônios, e evitar o *overfitting*. O conjunto de validação fornece uma medida intermediária de como o modelo está se comportando em dados não vistos.
- **Conjunto de Teste:** Este conjunto é utilizado para avaliar o modelo final, após o treinamento e ajuste de hiperparâmetros. Ele é crucial para estimar o desempenho do modelo em dados reais e nunca deve ser usado durante o treinamento ou validação.

2. Métricas de Avaliação

As métricas de avaliação são usadas para quantificar o desempenho do modelo e fornecer informações relevantes sobre a qualidade das previsões. A escolha das métricas depende do tipo de tarefa realizada pelo modelo. Em problemas de regressão, as métricas mais comuns são descritas a seguir.

- **Erro Médio Absoluto (MAE):** Mede a média dos erros absolutos entre as previsões e os valores reais. É uma métrica intuitiva e simples, que penaliza igualmente todos

os erros, independentemente de sua magnitude, a qual é expressa por:

$$MAE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |\hat{y}_i - y_i| \quad (4.15)$$

Onde \hat{y}_i são as previsões do modelo e y_i são os valores reais.

- **Erro Quadrático Médio (MSE):** Mede a média dos quadrados dos erros. A penalização de grandes erros é mais acentuada, pois o erro é elevado ao quadrado. Essa característica é útil quando erros grandes são mais críticos, sendo representada por:

$$MSE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\hat{y}_i - y_i)^2 \quad (4.16)$$

- **Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE):** Como o MSE penaliza fortemente os grandes erros, a fórmula de RMSE pode ser interpretada como uma medida da dispersão dos erros com unidades equivalentes às dos dados de entrada:

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (4.17)$$

3. Validação Cruzada

A validação cruzada é uma técnica que visa avaliar o desempenho do modelo de forma mais robusta e reduzir a dependência de uma única divisão dos dados em treinamento e teste. A validação cruzada divide o conjunto de dados em k subconjuntos (ou "folds").

O modelo é treinado $k - 1$ vezes, usando $k - 1$ folds, e testado no fold restante. O processo é repetido para cada fold, e o desempenho final é a média das métricas de cada iteração. A validação cruzada é particularmente útil quando o conjunto de dados é pequeno, ajudando a obter uma estimativa mais confiável do desempenho do modelo.

4. Ajuste de Hiperparâmetros

A avaliação também inclui o ajuste de hiperparâmetros, que são parâmetros definidos antes do treinamento, como a taxa de aprendizado, o número de camadas e neurônios, e o tipo de função de ativação. A escolha correta desses parâmetros pode ter um impacto significativo no desempenho do modelo.

- **Busca em Grade (Grid Search):** Testa todas as combinações possíveis de hiperparâmetros dentro de uma grade predefinida, permitindo encontrar a combinação que

maximiza a performance.

- **Busca Aleatória (*Random Search*):** Seleciona combinações de hiperparâmetros aleatoriamente dentro de um espaço definido. Frequentemente mais eficiente que a Busca em Grade, especialmente quando alguns hiperparâmetros são mais importantes que outros.
- **Otimização Bayesiana:** Utiliza métodos probabilísticos para selecionar combinações de hiperparâmetros, tentando encontrar as melhores configurações de forma mais eficiente que a busca em grade ou aleatória, aprendendo com as avaliações anteriores.

A avaliação de modelos neurais é um processo multifacetado que não apenas mede a precisão das previsões do modelo, mas também fornece uma visão crítica sobre sua capacidade de generalização e a necessidade de ajustes nos hiperparâmetros. Além de escolher as métricas apropriadas para cada tipo de tarefa, é fundamental usar técnicas robustas, como validação cruzada e regularização, para garantir que o modelo aprenda de maneira eficiente e evite problemas como *overfitting* e *underfitting*.

Capítulo 5

Bancada Experimental

5.1 Composição da Bancada de Testes

A [Fig. 5.1](#) ilustra a bancada experimental utilizada para validar as metodologias de balanceamento propostas nesta Tese. Observa-se que essa bancada foi originalmente desenvolvida e projetada por [Cavallini Junior \(2013\)](#), porém será empregada em uma configuração distinta daquela inicialmente concebida.

A estrutura da bancada é montada sobre um perfil modular de alumínio, identificado por ⑩, dotado de guias longitudinais. Essa arquitetura modular proporciona flexibilidade na montagem e desmontagem dos componentes, tais como mancais, discos, motor, acoplamentos e suportes dos sensores.

Ademais, as guias longitudinais permitem ajustes precisos no alinhamento e posicionamento dos elementos constitutivos do sistema, viabilizando alterações rápidas e eficientes na localização dos mancais, discos e sensores, conforme exigido pelas condições experimentais.

O conjunto rotativo é formado por um eixo flexível — identificado por ⑦ — com diâmetro de 17 mm, fabricado em aço 1045, com acabamento retificado na classe *h7*. Esse eixo é apoiado por dois mancais de rolamento autocompensadores — ④ e ⑧. Cabe destacar que o mancal ④ é de natureza híbrida, possuindo também funcionalidade de atuador eletromagnético, característica esta que não foi utilizada no escopo deste trabalho.

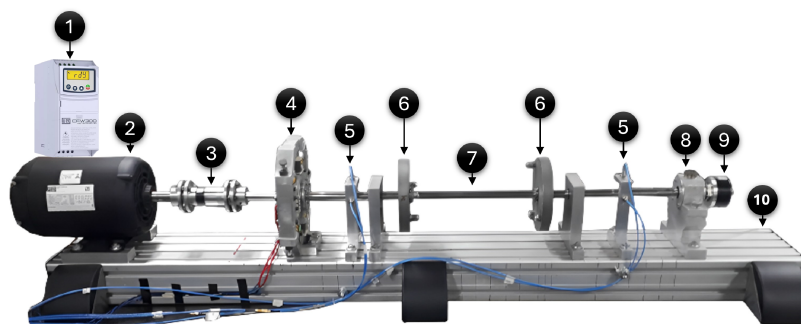


Figura 5.1: Máquina rotativa instrumentada no laboratório LMest.

No que se refere ao acionamento do rotor, é empregado um motor elétrico de corrente contínua com potência nominal de 0,5 CV, modelo *BN90M* da *Varimont*® — identificado por ②. O controle da velocidade angular é realizado por meio de um controlador PID — ① —, capaz de manter uma precisão de ± 1 rev/min, garantindo elevada estabilidade rotacional durante a operação do sistema.

O motor não é fixado diretamente ao perfil estrutural de alumínio. Em vez disso, utiliza dois suportes deslizantes guiados, conforme ilustrado na Fig. 5.1, os quais são acoplados às guias longitudinais do perfil. Essa configuração assegura o alinhamento correto do motor, mesmo sob condições dinâmicas ou fora do regime permanente.

A transmissão do movimento rotacional entre o motor e o rotor é realizada por meio de um acoplamento elástico tipo *Lami-Torq*, modelo *GTG 402-100* — ③ —, projetado pela empresa *Acoplast* especificamente para essa aplicação. Confeccionado em liga de alumínio, esse acoplamento atenua os efeitos de desalinhamento e vibrações entre os eixos conectados. Cada parte do acoplamento, fixada nos respectivos eixos, possui massa de 0,149 kg, valor considerado no modelo numérico desenvolvido pelo Método dos Elementos Finitos (MEF).

A posição angular e a velocidade de rotação do rotor são monitoradas por um encoder incremental — modelo *CSS58C-6* da *Suprasonic*® — identificado por ⑨. Este sensor, montado na extremidade livre do eixo, lado oposto ao motor, fornece resolução de 1 ou 720 pulsos/revolução, permitindo medições precisas e sincronização confiável dos dados coletados. Os sinais provenientes do encoder são utilizados como gatilho (*trigger*) para a aquisição de dados dos sensores.

O sistema foi concebido para comportar até quatro discos rígidos ao longo do eixo. Todavia, neste trabalho, foram utilizados apenas dois discos — ⑥. Fabricados em aço 1020, possuem diâmetro de 150 mm, espessura de 20 mm e massa média de 2,650 kg cada. Após usinagem de alta precisão, os discos foram submetidos a processo de galvanização visando maior durabilidade e resistência à corrosão.

Além disso, os discos dispõem de furos roscados do tipo *M3*, espaçados a cada 10° e localizados a 68 mm do centro, possibilitando a inserção de massas para balanceamento ou indução de desbalanceamento. A fixação ao eixo é feita por meio de buchas cônicas — modelo *BH304* da *BLG* —, garantindo ajuste preciso e segurança operacional.

Os mancais do sistema — ④ e ⑧ — incorporam rolamentos autocompensadores de esferas de carreira dupla, modelo *FAG 1204-K-TVH-C3*, com anel interno cônico. Estes rolamentos são montados sobre as mesmas buchas cônicas utilizadas nos discos. Para seu adequado posicionamento axial, as caixas dos mancais foram projetadas com barreiras internas, evitando deslocamentos indesejáveis e promovendo alinhamento estável.

Assim como o motor, os mancais também são montados sobre bases móveis, o que facilita ajustes finos durante a montagem e operação do sistema.

Para a medição precisa das vibrações do rotor, são empregados quatro sensores de proximidade do tipo capacitivo — modelos *SKF CMSS 65-002-00-12-10* e *CMSS 665* —, cada um acompanhado de seus respectivos *drivers*, conforme mostrado na Fig. 5.2. Os sensores possuem faixa linear de operação compreendida entre 0 e 2 mm, tendo sido calibrados previamente antes da integração ao sistema. A Tab. 5.1 apresenta os sensores utilizados juntamente com suas respectivas sensibilidades.



Figura 5.2: Conjunto para a aquisição das respostas de vibração do rotor.

Tabela 5.1: Sensibilidade dos proximímetros.

Sensor	Sensibilidade	Unidade
8x	-8,64475	V/mm
8y	-8,6994	V/mm
28x	-8,98015	V/mm
28y	-8,68655	V/mm

Durante os testes, os sensores podem ser posicionados estrategicamente em diferentes planos ortogonais ao longo do eixo, abrangendo tanto a direção vertical quanto a horizontal. Isso possibilita a coleta das respostas de vibração em várias seções do eixo do rotor. Essa escolha foi

motivada pela simplicidade na leitura dos dados e pela compatibilidade com as sensibilidades de aquisição dos sensores.

Nos experimentos de validação das metodologias de balanceamento, os pares de sensores ⑤ foram posicionados em diferentes pontos ao longo do rotor, visando coletar as órbitas de vibração em regiões específicas. Para assegurar um posicionamento estável e preciso, foi projetado um suporte de alumínio robusto e personalizado. Este suporte foi firmemente fixado à base de alumínio utilizando guias e parafusos, garantindo a estabilidade necessária para medições confiáveis. A [Fig. 5.1](#) apresenta detalhes do suporte construído.

Após a instrumentação e caracterização detalhada dos componentes da máquina rotativa, o próximo passo foi a modelagem numérica do rotor por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF). Essa modelagem e a análise dinâmica de sistemas rotativos desempenham papel essencial para compreender o comportamento vibratório de máquinas industriais críticas.

Para simular numericamente a bancada experimental de rotor, foi utilizada a biblioteca ROSS (*Rotordynamic Open-Source Software*), uma ferramenta computacional desenvolvida em Python e baseada na abordagem de elementos finitos para análise rotodinâmica. A ROSS permite representar com precisão os principais componentes do sistema rotativo — como eixos, discos e mancais — e realizar análises modais, calcular velocidades críticas, obter respostas ao desbalanceamento e gerar diagramas de Campbell.

A escolha pela ROSS fundamenta-se em suas características de ser uma solução *open-source*, flexível e altamente integrável ao ecossistema científico do Python, promovendo reprodutibilidade, transparência metodológica e possibilidade de personalização para fins de pesquisa. Sua arquitetura orientada a objetos também facilita a implementação e validação de modelos numéricos compatíveis com os dados experimentais obtidos na bancada física ([TIMBÓ; MARTINS GABRIEL BACHMANN, 2020](#)).

5.2 Ajuste de Modelo do Rotor

No processo de modelagem, o eixo flexível, de comprimento de 1000 mm, foi discretizado em 37 elementos, conforme ilustrado na [Fig. 5.3](#). Para essa discretização, consideraram-se as seguintes propriedades mecânicas do material: módulo de elasticidade $E = 210,98$ GPa, densidade $\rho = 7850$ kg/m³ e coeficiente de *Poisson* $\nu = 0,29$.

Conforme descrito anteriormente, o modelo é composto por dois discos rígidos, denominados

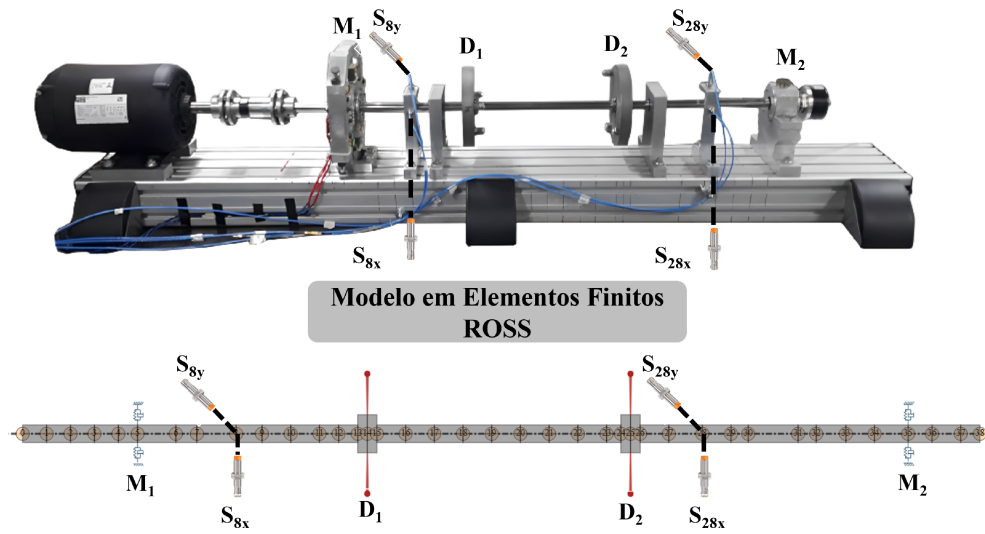


Figura 5.3: Modelagem da bancada experimental do Laboratório LMest usando o ROSS.

D_1 e D_2 , posicionados nos nós #14 e #25, respectivamente. Adicionalmente, o sistema inclui dois mancais de rolamento, identificados como M_1 e M_2 , localizados nos nós #5 e #35.

Além disso, visando uma representação mais fiel da bancada experimental, o acoplamento presente entre os nós #0 e #1 foi modelado adequadamente, incorporando sua contribuição à massa e à rigidez do sistema. Para simular uma possível condição de monitoramento, os sensores de proximidade foram posicionados nos nós #8 e #28, que servem como referências para as medições.

Para assegurar que o modelo numérico seja representativo da máquina em estudo, ajustes nos parâmetros de rigidez e amortecimento relacionados ao problema se mostraram necessários. Assim, foram conduzidos testes preliminares na bancada do rotor, enquanto o sistema estava em repouso, com o objetivo de obter as Funções de Resposta em Frequência (FRFs). Para isso, impactos foram aplicados aos discos D_1 e D_2 separadamente.

Os sinais das resposta foram medidos utilizando dois sensores posicionados na mesma direção do impacto, resultando em um total de oito Funções de Resposta em Frequência (FRFs). Vale destacar que a aquisição dos sinais foi realizada com o auxílio de um analisador de sinais *Agilent®*, cobrindo uma faixa de frequência de 0 a 100 Hz.

Isto posto, os coeficientes de rigidez k_{xx} e k_{yy} e de amortecimento c_{xx} e c_{yy} provenientes dos mancais, foram considerados desconhecidos. Adicionalmente, o efeito do acoplamento *Lami-Torq* também foi levado em conta. Além de adicionar massa ao modelo, o acoplamento introduz uma certa rigidez torcional (representada por K_{rot}) nos nós #0 e #1 em ambas as direções (θ e

φ). Como resultado, o ajuste do modelo matemático é baseado em onze variáveis de projeto, que são apresentadas na Tab. 5.2, juntamente com seus limites superiores e inferiores de busca, e seus respectivos valores viáveis.

Para realizar o ajuste mencionado, o método DE (*Differential Evolution*) foi escolhido devido à sua simplicidade e eficiência. Neste caso, a função objetivo utilizada é definida pela diferença entre as FRFs teóricas, obtidas a partir da solução da equação do movimento (Eq. 3.62) no domínio da frequência, e as FRFs experimentais, obtidas por meio do ensaio de impacto, nas regiões das frequências naturais amortecidas.

O processo de otimização foi conduzido com uma população de 120 indivíduos, utilizando taxas de mutação e recombinação de 0,8. A função objetivo empregada nessa otimização é apresentada na Eq. 5.1,

$$ED_{FO} = \sum_{i=1}^n \frac{\|FRF_{exp,i} - FRF_{mod,i}\|}{\|FRF_{exp,i}\|} \quad (5.1)$$

Tabela 5.2: Variáveis de projeto e seus respectivos valores viáveis.

	Variáveis de Projeto	Espaço das Variáveis de Projeto			Unidade
		Limite Inferior	Limite Superior	Valor Ótimo	
Mancal M_1	k_{xx}	5×10^5	5×10^9	$5,42132 \times 10^5$	N/m
	k_{yy}	5×10^5	1×10^9	$1,545597 \times 10^6$	N/m
	c_{xx}	0	200	33,37769	Ns/m
	c_{yy}	0	200	107,9132	Ns/m
Mancal M_2	k_{xx}	5×10^5	1×10^9	$1,545597 \times 10^6$	N/m
	k_{yy}	5×10^5	1×10^9	$4,05132 \times 10^6$	N/m
	c_{xx}	0	200	2,923775	Ns/m
	c_{yy}	0	200	139,2289	Ns/m
Amortecimento	λ	0	5	0,7587876	-
proporcional	β	0	1×10^{-5}	$4,31026 \times 10^{-6}$	-
Rigidez de Rotação	K_{rot}	0	1×10^3	621,2362909485	N/rad

em que n representa o número de FRFs utilizadas no processo, que nesse caso, são oito, sendo quatro na direção horizontal e quatro na direção vertical. A Fig. 5.4 apresenta os gráficos comparativos entre as FRFs experimentais e àquelas obtidas pelo modelo matemático na direção

vertical. Já a Fig. 5.5 apresenta os gráficos comparativos entre as FRFs experimentais e àquelas obtidas pelo modelo matemático na direção horizontal.

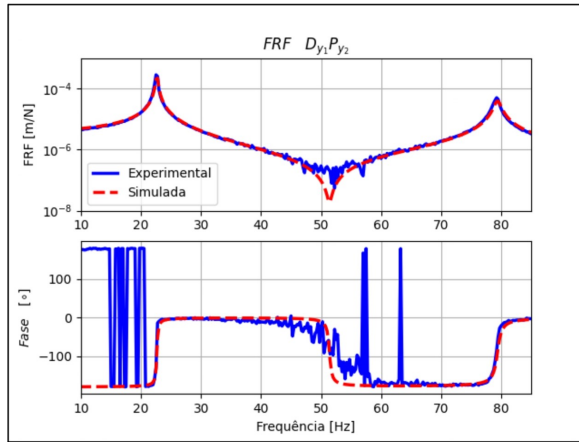
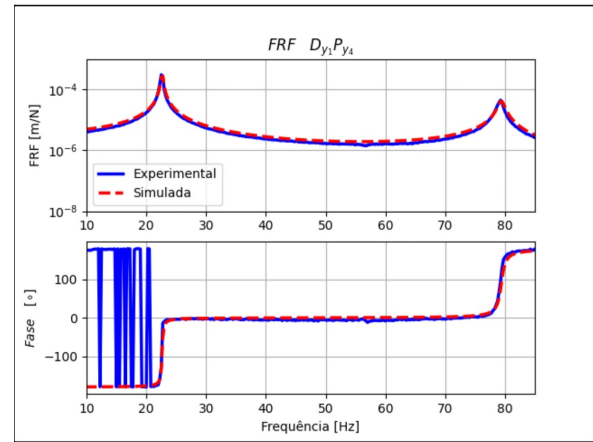
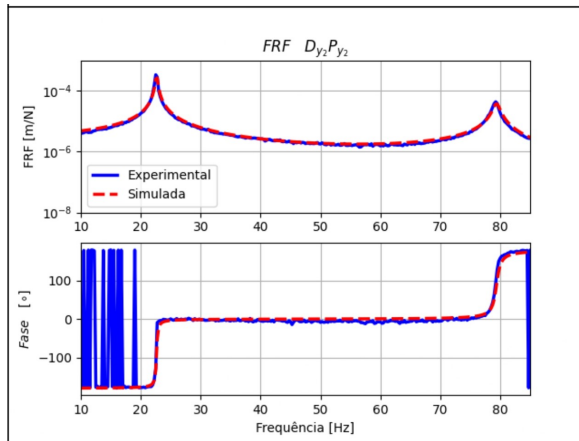
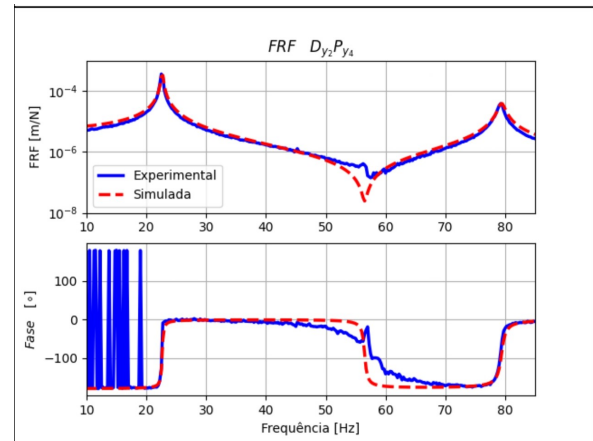
(a) Diagrama de BODE D_1/S_{8y} (b) Diagrama de BODE D_1/S_{28y} (c) Diagrama de BODE D_2/S_{8y} (d) Diagrama de BODE D_2/S_{28y}

Figura 5.4: Comparação entre as FRFs numéricas e experimentais na direção vertical.

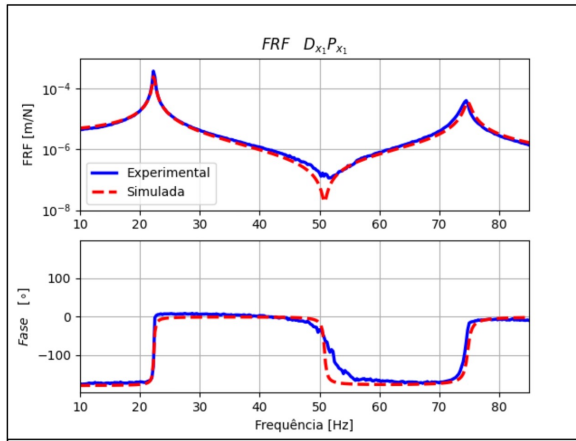
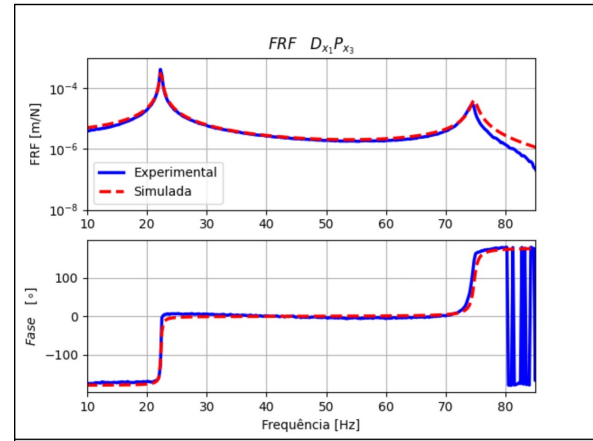
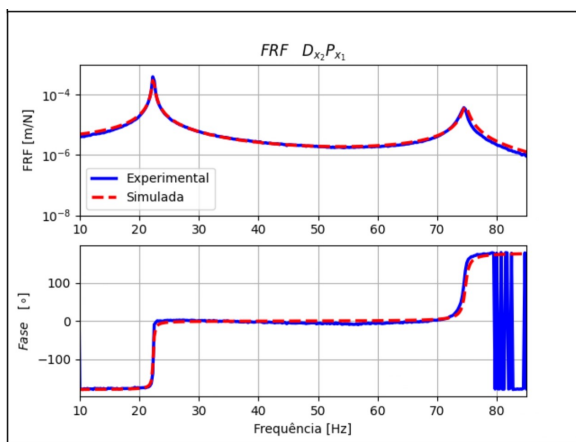
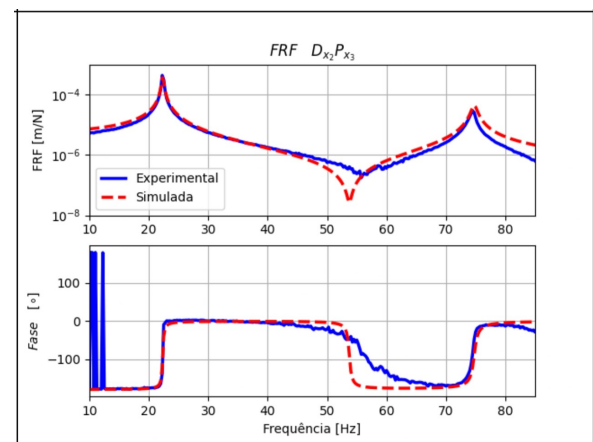
(a) Diagrama de BODE D_1/S_{8x} (b) Diagrama de BODE D_1/S_{28x} (c) Diagrama de BODE D_2/S_{8x} (d) Diagrama de BODE D_2/S_{28x}

Figura 5.5: Comparação entre as FRFs numéricas e experimentais na direção horizontal.

Como pode ser visto, as curvas geradas a partir do modelo numérico são muito próximas das FRFs experimentais, o que indica que o modelo ajustado pode ser considerado suficientemente representativo da máquina em estudo.

Além disso, ao analisar os dados apresentados na Tab. 5.2, nota-se que a rigidez obtida para os rolamentos aponta a assimetria do rotor utilizado, pois os valores de rigidez nas direções x e y são consideravelmente distintos para ambos os mancais. Adicionalmente, vale ressaltar que, durante o processo de ajuste dos parâmetros, o efeito giroscópico não foi levado em consideração, pois as FRFs utilizadas foram obtidas na condição estática do rotor, ou seja, com o mesmo parado.

Uma vez concluído a etapa de ajuste do modelo, visando complementar a caracterização do comportamento do rotor em diferentes velocidades de rotação, foi construído o diagrama de Campbell (ver Fig. 5.6).

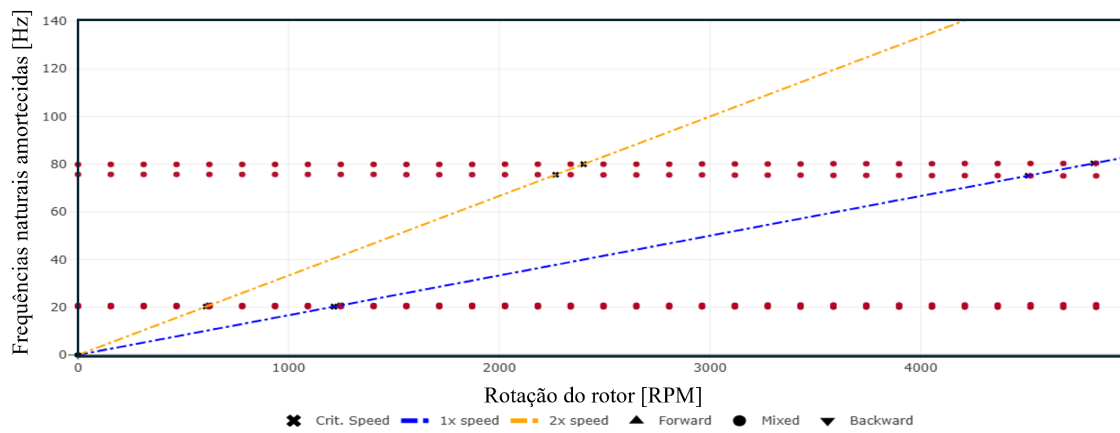


Figura 5.6: Diagrama de Campbell para a bancada de teste do LMEst.

A partir da análise das Figs. 5.4, 5.5, 5.6, identificou-se as velocidades críticas do rotor, sendo a primeira ocorrendo na velocidade de 1350 RPM ou 22,5 Hz, de modo que, com a finalidade de garantir segurança na operação, a validação das metodologias desenvolvidas foram realizadas abaixo da primeira crítica, em 840 RPM.

Capítulo 6

Balanceamento Sem Massas de Teste

6.1 Balanceamento Baseado em Modelo

A [Fig. 6.1](#) ilustra o fluxograma da metodologia proposta para o balanceamento sem massas de teste utilizando Redes Neurais Artificiais (RNA) com os dados de treino gerados pelo MEF do rotor. Conforme observado, a metodologia foi estruturada em quatro fases principais, descritas a seguir: **a)** Geração dos dados, **b)** Processamento dos dados, **c)** Extração de atributos e **d)** Otimização e avaliação do modelo neural.

Na primeira fase (**Geração dos dados**), as condições de desbalanceamento são determinadas por meio de simulações utilizando o modelo de elementos finitos do rotor. Nesse processo, são geradas as respostas de vibração associadas às forças de desbalanceamento correspondentes.

O objetivo central da metodologia proposta é treinar a RNA para compreender e modelar a relação entre essas variáveis, permitindo assim a previsão precisa das condições de desbalanceamento a partir das respostas de vibração desconhecidas.

Na segunda fase (**Processamento dos dados**), as condições de desbalanceamento, representadas pelas respostas de vibração e forças de desbalanceamento, são convertidas do domínio do tempo para o domínio da frequência. Esse processamento tem como principal objetivo eliminar interferências indesejadas, como alguma inconsistência na modelagem do rotor.

Além disso, essa etapa permite a extração precisa da amplitude e da fase dos sinais na frequência de rotação do rotor, garantindo que os dados utilizados sejam mais representativos e confiáveis para as próximas fases da metodologia.

Na terceira fase (**Extração de atributos**), as condições de desbalanceamento, inicialmente representadas em coordenadas polares (amplitude e fase), são convertidas para coordenadas

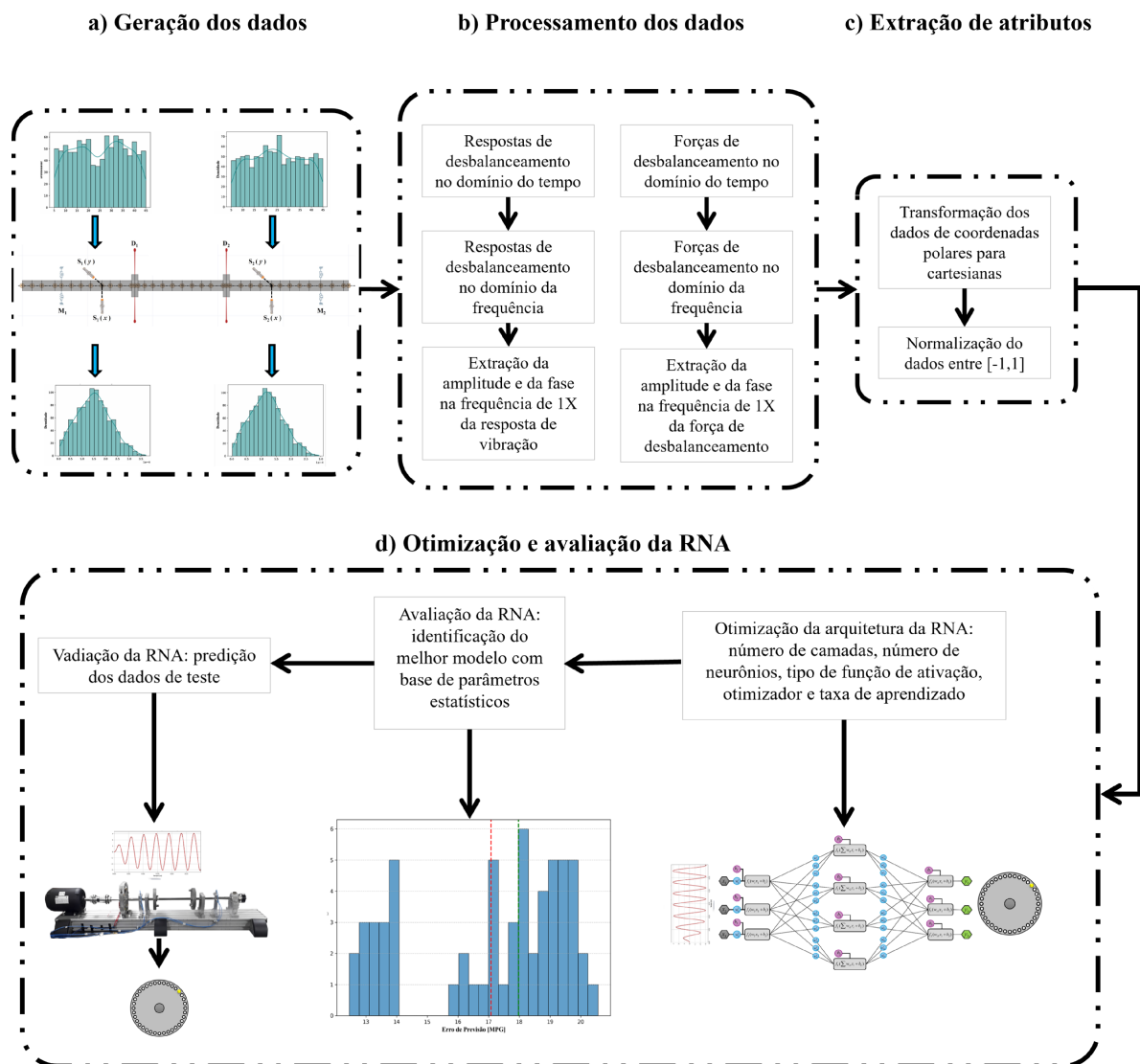


Figura 6.1: Fluxograma da metodologia de balanceamento baseado em modelo.

cartesianas. Esse procedimento é adotado devido à sua eficácia em melhorar a correlação entre as respostas de vibração e as forças de desbalanceamento, facilitando o aprendizado da RNA.

Além disso, nesta fase, os dados são divididos em três conjuntos: treino, validação e teste. Por fim, são normalizados para o intervalo $[-1, 1]$, assegurando que as variáveis estejam na mesma escala e contribuam de forma equilibrada para o treinamento da rede.

Na quarta fase (**Otimização e Avaliação da RNA**), é definida a arquitetura da rede neural a ser utilizada. Isso inclui a determinação do número de camadas, o número de neurônios em cada camada, os tipos de funções de ativação, o otimizador e a taxa de aprendizado. Após a definição da arquitetura, o modelo é avaliado com base em parâmetros estatísticos, como média, mediana, desvio padrão e intervalo de confiança, para identificar o modelo que melhor representa os dados

e a relação entre as variáveis.

Por fim, uma vez escolhida a arquitetura e o modelo neural mais adequados, inicia-se a etapa de validação e teste, onde a eficiência da previsão da RNA é verificada em relação aos dados de teste, previamente selecionados na fase de tratamento dos dados. Essa etapa é fundamental para garantir que o modelo seja capaz de generalizar e oferecer previsões precisas e confiáveis.

6.1.1 Geração de Dados

Para a geração dos dados de treino, validação e, nos casos numéricos, de teste, utilizou-se o modelo de elementos finitos do rotor ajustado (ver [Tab.5.2](#)), conforme detalhado na seção anterior. A geração de dados fundamenta-se em parâmetros de desbalanceamento descritos por distribuições uniformes de massas e posição angular das forças de desbalanceamento. Essas distribuições são delimitadas por valores mínimos e máximos, garantindo que os dados simulados permaneçam dentro de uma faixa plausível e representativa do comportamento real do sistema.

Como exemplo, considera-se o rotor ilustrado na [Fig. 6.2](#). Nesta figura, destacam-se em azul os planos de medição, responsáveis pela coleta das respostas de vibração, e em vermelho os planos de desbalanceamento.

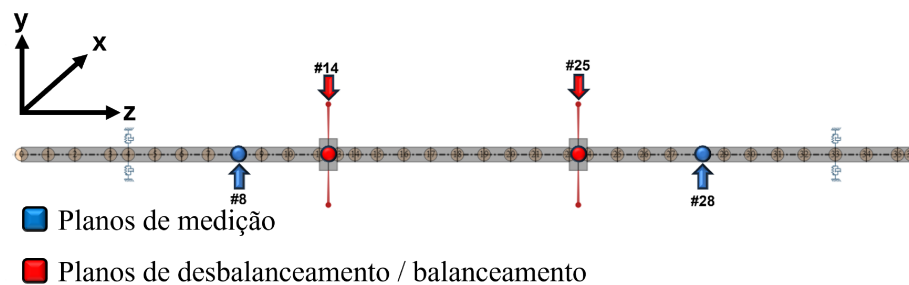
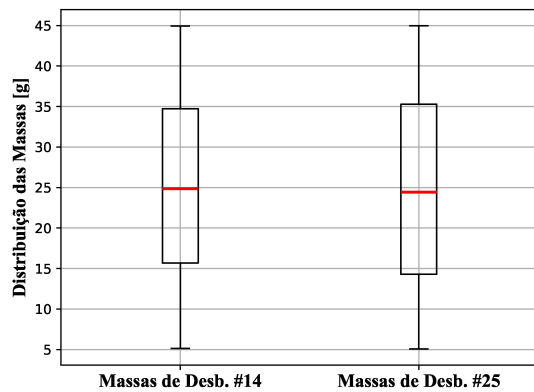
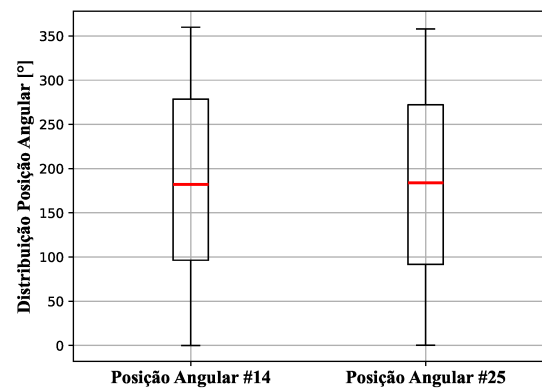


Figura 6.2: Modelo em elementos finitos da bancada do LMEst.

A [Fig. 6.3](#) ilustra a distribuição uniforme das forças de desbalanceamento nos planos #14 e #25. Para essa simulação, foram geradas 1.300 amostras, com as massas variando entre 5 e 45 [g]. As posições angulares correspondentes a essas massas estão distribuídas uniformemente no intervalo de 0 a 360 [°], abrangendo ambos os planos de desbalanceamento. Essa abordagem garante uma amostragem equilibrada e abrangente, permitindo a análise de cenários diversos e representativos do comportamento dinâmico do sistema.



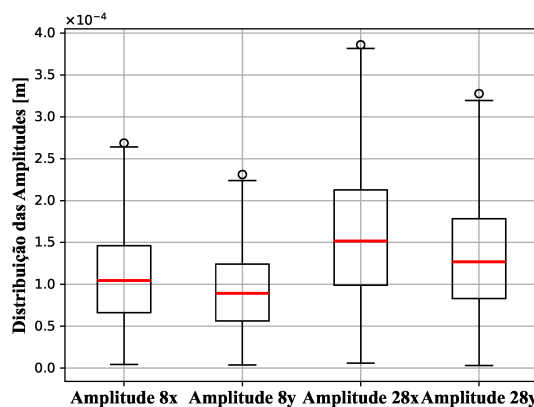
(a) Massas de desbalanceamento [g] #14.



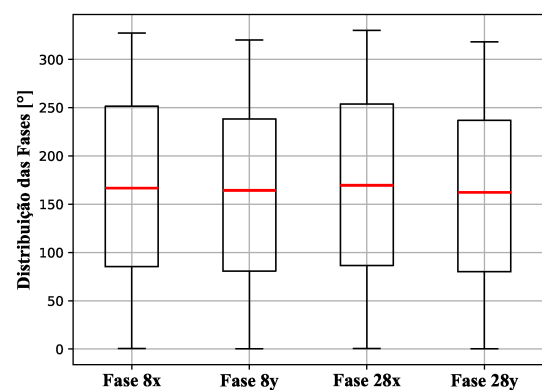
(b) Posições angulares [°] #25.

Figura 6.3: Distribuição normal das massas e posição angular de desbalanceamento #14 e #25.

Em resposta às entradas aplicadas nos planos de desbalanceamento, analisam-se os efeitos nos nós #8 e #28, conforme ilustrado nas Fig. 6.4. Nota-se que, embora as fases das forças de desbalanceamento apresentem uma distribuição uniforme, as amplitudes das vibrações resultantes exibem uma distribuição não uniforme. Esse comportamento reflete a complexidade dinâmica do sistema, influenciada pela interação entre os parâmetros estruturais do rotor e os efeitos do desbalanceamento aplicado.



(a) Amplitude das respostas de vibração [m].



(b) Fases das respostas de vibração [°].

Figura 6.4: Distribuição das respostas de vibração #8 #28.

6.1.2 Processamento dos Dados

Os dados utilizados nesta análise são provenientes de um modelo de elementos finitos (MEF) aplicado a um rotor. No entanto, os sinais de resposta de vibração podem conter componentes em múltiplas frequências, decorrentes de fatores como o processo de integração, a convergência do modelo ou parâmetros inadequadamente ajustados do rotor.

Para mitigar o problema de múltiplas frequências nos sinais e isolar exclusivamente o efeito do desbalanceamento, é realizada a reconstrução do sinal considerando apenas a frequência de 1X. Esse tratamento possibilita a obtenção de um sinal mais representativo e adequado à análise do comportamento desejado.

Após esse processamento, extraem-se, das respostas de vibração, os parâmetros de amplitude e fase. Por outro lado, das forças de desbalanceamento, são determinadas a magnitude (massa de desbalanceamento) e a posição angular associada.

A [Fig. 6.3](#) ilustra uma distribuição uniforme das massas de desbalanceamento e das posições angulares nos planos de desbalanceamento. Já as [Figs. 6.4](#) apresentam, respectivamente, as distribuições das amplitudes de vibração e das fases correspondentes, evidenciando os efeitos do desbalanceamento no sistema.

6.1.3 Extração de Atributos

A metodologia proposta tem como objetivo estabelecer uma relação entre as respostas de vibração e as forças de desbalanceamento, permitindo prever as forças de desbalanceamento a partir das respostas de vibração do sistema.

No entanto, estudos prévios revelaram que as redes neurais artificiais (RNAs) apresentam dificuldade em aprender essa relação quando os dados estão representados em coordenadas polares. Por outro lado, verificou-se que o desempenho do aprendizado melhora significativamente ao utilizar coordenadas retangulares para representar tanto as respostas de vibração quanto as forças de desbalanceamento.

Esse procedimento facilita a convergência do modelo neural e melhora a capacidade de generalização da RNA, tornando-a mais eficaz na predição dos parâmetros desejados.

Com o objetivo de melhor ilustrar o que foi descrito acima, apresenta-se a seguir um breve estudo de caso, no qual será utilizada a mesma arquitetura e hiperparâmetros. O foco será avaliar a influência da mudança na representação dos dados, de polar para cartesiano.

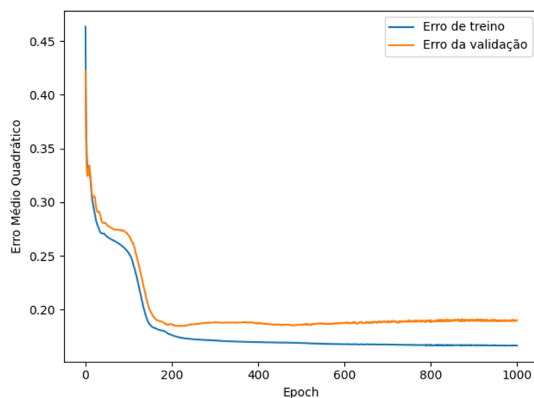
Utilizando o modelo matemático da bancada de teste do LMEst, foram geradas de forma aleatória 1000 condições de desbalanceamento, sendo 700 amostras destinadas ao treinamento e 300 ao teste RNA. Para este estudo, foi adotada a arquitetura apresentada na [Tab. 6.1](#).

Tabela 6.1: Arquitetura da RNA.

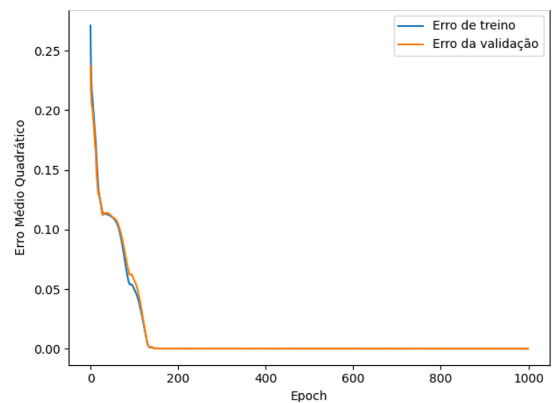
Layer	#Input	#1	#2	#Output
Neurônios	4	10	10	4
Função de ativação	Linear	Sigmoid	Tanh	Linear

Com o objetivo de garantir que o modelo neural inicie com os mesmos pesos no processo de treinamento, foi utilizada a função `tf.random.set_seed()` da biblioteca `tensorflow`.

A Fig. 6.5 apresenta uma comparação da evolução do erro em função do número de épocas para duas condições: (a) com os dados de treino representados em coordenadas polares e (b) com os dados de treino representados em coordenadas cartesianas.



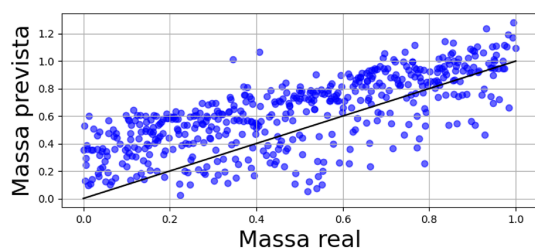
(a) Histórico do treinamento em coordenadas polares.



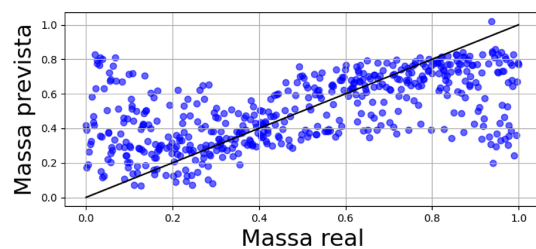
(b) Histórico do treinamento em coordenadas cartesianas.

Figura 6.5: Comparação entre o histórico do treinamento em coordenadas polares e cartesianas.

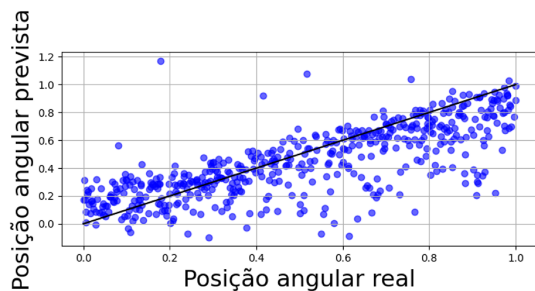
Uma análise simples da Fig. 6.5 revela que, para os mesmos parâmetros de projeto, a RNA não apresentou um aprendizado adequado quando os dados foram representados em coordenadas polares. Isso pode ser confirmado ao comparar os dados previstos pela RNA com os dados de teste, como ilustrado nas Figs. 6.6 e 6.7.



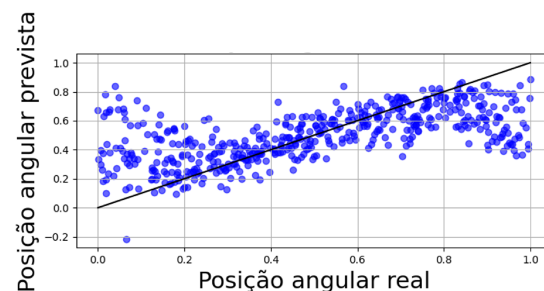
(a) Previsão de massas #14.



(b) Previsão de massas #25.

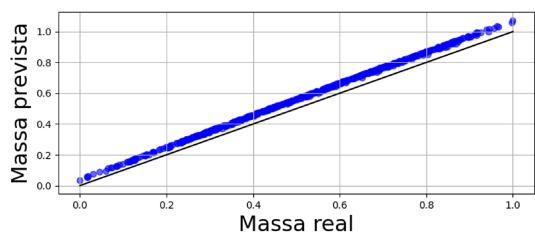


(c) Previsão das posições angulares #14.

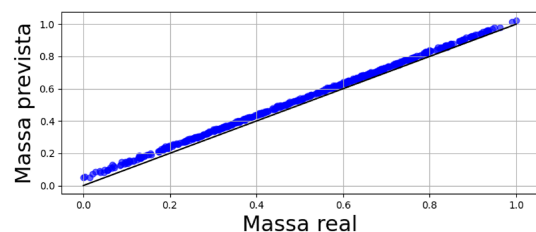


(d) Previsão das posições angulares #25.

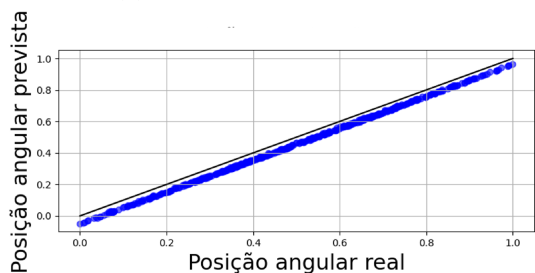
Figura 6.6: Previsão da RNA com os dados em coordenadas polar.



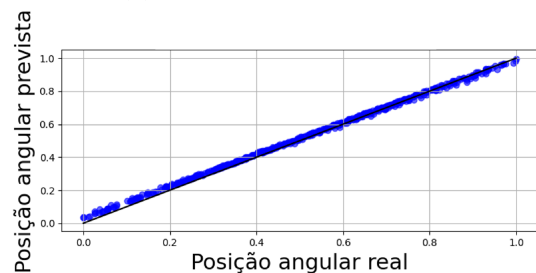
(a) Previsão de massas #14.



(b) Previsão de massas #25.



(c) Previsão das posições angulares #14.



(d) Previsão das posições angulares #25.

Figura 6.7: Previsão da RNA com os dados em coordenadas retangular.

6.1.4 Otimização e Avaliação da RNA

Para realizar a otimização do modelo neural, foi empregado o método de busca aleatória, utilizando a função **RandomSearch** da biblioteca **keras_tuner**.

O **RandomSearch** é uma técnica de otimização que explora aleatoriamente o espaço de hiperparâmetros definidos pelo usuário, avaliando diferentes combinações ao longo de várias

iterações (BERGSTRA; BENGIO, 2012).

A ideia central por trás do **RandomSearch** é a exploração do espaço de hiperparâmetros \mathcal{H} , onde cada ponto $\mathbf{h} = (h_1, h_2, \dots, h_n)$ é um conjunto de valores para os hiperparâmetros, tais como número de neurônios, funções de ativação, otimizadores e taxa de aprendizado.

O algoritmo seleciona um subconjunto aleatório desses pontos dentro de um espaço de busca predefinido e avalia o desempenho do modelo para cada combinação (FLOREA; ANDONIE, 2020).

Seja $\mathcal{H}_i = [h_i^{\min}, h_i^{\max}]$ o intervalo de valores possíveis para o i -ésimo hiperparâmetro. O RandomSearch realiza amostragem aleatória dos hiperparâmetros h_1, h_2, \dots, h_n de acordo com suas distribuições de probabilidade especificadas. Em cada iteração t , o algoritmo seleciona uma combinação aleatória de valores para $\mathbf{h}^{(t)} = (h_1^{(t)}, h_2^{(t)}, \dots, h_n^{(t)})$, e o desempenho da RNA é avaliado de acordo com uma função de custo \mathcal{L} , geralmente a função de erro médio quadrático (MSE). O desempenho $\mathbf{P}(h^{(t)})$ de uma determinada combinação é dado por:

$$\mathbf{P}(h^{(t)}) = \mathcal{L}(X_{val}, Y_{val}, h^{(t)}) \quad (6.1)$$

Onde X_{val} e Y_{val} são os dados de validação, e \mathcal{L} é a função de custo associada ao modelo treinado com os hiperparâmetros $\mathbf{h}^{(t)}$. A cada iteração, o algoritmo seleciona uma nova combinação de $\mathbf{h}^{(t)}$, e o processo é repetido até que o número de iterações predefinido seja alcançado ou um critério de parada seja satisfeito (SERQUEIRA; GONZÁLEZ; BEZERRA, 2020).

Ao contrário do GridSearch, que avalia todas as combinações possíveis de um conjunto de valores discretos para cada hiperparâmetro, o RandomSearch amostra aleatoriamente os valores de \mathbf{h} , o que torna o processo mais eficiente. Para um conjunto de m hiperparâmetros, e um total de T iterações, a combinação ótima dos hiperparâmetros \mathbf{h}^* será aquela que minimiza a função de custo \mathcal{L} :

$$\mathbf{h}^* = \arg \min_{\mathbf{h} \in \mathcal{H}} \mathcal{L}(X_{test}, Y_{test}, \mathbf{h}) \quad (6.2)$$

Onde X_{test} e Y_{test} são os dados de teste utilizados para avaliar o desempenho final do modelo (NAVON; BRONSTEIN, 2022). A escolha do **RandomSearch** se deve à sua eficiência em explorar grandes espaços de busca de forma mais rápida do que métodos exaustivos, como o **GridSearch**, especialmente quando o número de hiperparâmetros é grande (BERGSTRA; BENGIO, 2012). Isso se deve ao fato de que nem todos os hiperparâmetros têm o mesmo

impacto no desempenho do modelo, e o **RandomSearch** pode encontrar boas soluções mesmo em espaços de busca vastos.

No contexto deste trabalho, as variáveis de projeto otimizadas incluem o número de neurônios por camada ($N_{neurônios}$), a função de ativação (f_{ativao}), os otimizadores (**opt**) e a taxa de aprendizado (α). Essas variáveis de projeto são expressas de forma a serem amostradas dentro de um intervalo de valores possível durante a busca aleatória. O número de neurônios por camada e a função de ativação definem a capacidade e a complexidade do modelo, enquanto os otimizadores e a taxa de aprendizado controlam o processo de treinamento, influenciando a convergência e a precisão do modelo.

A busca pelo conjunto ideal de hiperparâmetros visa encontrar a configuração \mathbf{h}^* que minimize a função de erro \mathcal{L} e maximize a acurácia do modelo nos dados de teste. Esse processo é essencial para garantir que a RNA seja treinada de forma eficiente, melhorando sua capacidade de generalização e seu desempenho em condições não vistas.

Após a otimização dos hiperparâmetros e a seleção do melhor modelo, é crucial realizar uma avaliação completa do desempenho do modelo, utilizando métricas estatísticas que forneçam uma visão holística sobre sua precisão e confiabilidade. Para isso, podemos recorrer a medidas como média, moda, mediana, desvio padrão, além de outras métricas de dispersão e tendência central, que são fundamentais para entender como o modelo se comporta em diferentes cenários.

- **Média dos Erros**

A média dos erros (ou erro médio) é uma métrica básica, mas fundamental, para entender o desempenho global do modelo. Ela oferece uma visão geral de como o modelo está se comportando em relação aos valores esperados. Quando calculamos a média dos erros, estamos basicamente verificando se o modelo tende a superestimar ou subestimar os resultados.

Um valor médio de erro próximo de zero indica que o modelo está, em média, prevendo corretamente, embora isso não seja suficiente para afirmar que o modelo é robusto. Em contextos de desequilíbrio entre as classes ou dados com distribuições assimétricas, a média pode ser enganosa, já que ela não leva em consideração a dispersão dos erros em relação aos valores extremos.

- **Moda e Mediana**

Enquanto a média nos dá a tendência geral, a moda e a mediana são úteis para entender a

centralização dos erros em torno de um valor específico, especialmente em distribuições assimétricas. A moda é a medida que indica o valor mais frequente no conjunto de erros. Embora não seja muito usada para erros contínuos, a moda pode ser útil para identificar padrões ou "picos" nos erros.

Já a mediana, ao contrário da média, é resistente a valores extremos, pois representa o valor central de um conjunto de dados ordenados. A mediana é uma excelente métrica quando o erro dos dados segue uma distribuição assimétrica ou quando há outliers que podem distorcer a média. Se a mediana dos erros for próxima de zero, isso sugere que o modelo está realizando boas previsões na maioria dos casos, sem grandes desvios.

- **Desvio Padrão**

O desvio padrão é uma das métricas mais importantes para avaliar a variabilidade dos erros de um modelo. Ele nos diz o quão dispersos estão os erros em relação à média. Um desvio padrão baixo significa que os erros são relativamente consistentes e próximos da média, o que indica que o modelo é estável e previsível.

Por outro lado, um desvio padrão alto sugere que o modelo está tendo um desempenho inconsistente, com grandes variações nos erros, o que pode indicar problemas de generalização.

- **Validação Cruzada e Estatísticas de Desempenho**

Além das métricas de erro simples, a validação cruzada pode ser uma técnica útil para validar a consistência do modelo em diferentes subconjuntos dos dados. Isso pode ajudar a identificar se o modelo está sofrendo de overfitting (ajuste excessivo aos dados de treinamento) ou underfitting (não conseguindo aprender o suficiente dos dados).

O desempenho do modelo em cada divisão da validação cruzada pode ser analisado utilizando as métricas estatísticas mencionadas, como média e desvio padrão, para avaliar sua capacidade de generalizar para dados não vistos. A média dos erros nas diferentes divisões pode indicar a robustez do modelo, enquanto o desvio padrão ajudará a entender sua estabilidade.

6.2 Balanceamento Baseado em Dados: Aumento de Dados

Apesar da grande versatilidade das redes neurais artificiais, uma de suas limitações é a necessidade de uma quantidade substancial de amostras de treino para que suas estimativas apresentem elevada acurácia. Essa exigência pode dificultar sua aplicação em sistemas reais, onde, frequentemente, o número de amostras disponíveis é bastante limitado.

Para superar essa limitação, uma alternativa é a utilização de um modelo matemático representativo do sistema em questão. Desde que o modelo seja fiel à máquina real, a abordagem descrita na seção anterior pode ser suficiente para estimar as forças de desbalanceamento com relativa precisão. No entanto, em ambientes industriais, tanto o ajuste do modelo quanto a parada da máquina devem ser evitados, tornando essa alternativa pouco eficiente, uma vez que depende da representatividade do modelo.

Uma abordagem complementar para lidar com a limitação da escassez de dados é o aumento de dados. Essa técnica envolve a geração de novas amostras de treino a partir das amostras existentes.

Ele pode aumentar significativamente a diversidade do conjunto de dados, permitindo que a rede neural aprenda características mais robustas e generalizáveis. No entanto, essa metodologia também apresenta desvantagens, como a possibilidade de introduzir ruído excessivo ou distorções que não representam o comportamento real do sistema, o que pode comprometer o desempenho em situações práticas.

Por isso, é essencial aplicar o aumento de dados de maneira cuidadosa e criteriosa, assegurando que as transformações realizadas mantenham a relevância e a representatividade dos dados originais. Embora essa metodologia seja normalmente aplicada a imagens, uma inovação deste trabalho é o desenvolvimento de uma nova abordagem de aumento de dados voltada para as condições de desbalanceamento, ou seja, aplicada às respostas de vibração e às forças de desbalanceamento.

A ideia central dessa metodologia é criar novas amostras de treino da RNA, pela variação da posição angular da força de desbalanceamento e da fase da resposta de vibração, assumindo que essas variáveis estão relacionadas de forma linear, ou seja, uma variação de δ na posição angular da força de desbalanceamento, resultará em uma variação de δ na fase da resposta de vibração.

Para que tanto a força de desbalanceamento quanto a resposta de vibração apresentem maior variabilidade entre seus dados, essas variáveis que, normalmente são representadas em coordenadas polares, passam a ser representadas em coordenadas cartesianas, ou seja, a variação

da posição angular e da fase, resultará na variação das componentes horizontal e vertical da força de desbalanceamento e da resposta de vibração, respectivamente. Desse modo, pode-se criar novas amostras sem a necessidade de um modelo matemático do rotor.

A Fig. 6.8 ilustra a ideia central da metodologia desenvolvida, aplicada à força de desbalanceamento. Contudo, um raciocínio semelhante pode ser estendido às respostas de vibração.

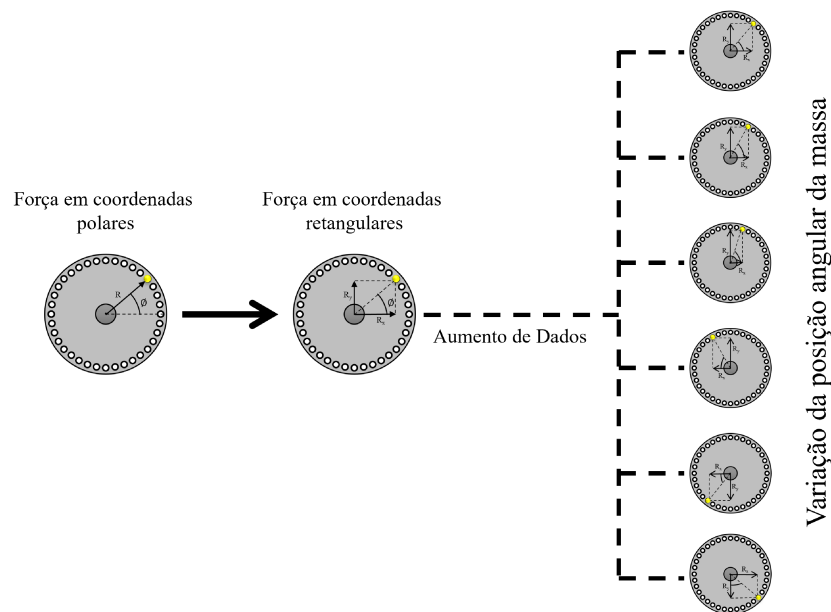


Figura 6.8: aumento de dados aplicado às forças de desbalanceamento.

O balanceamento de rotores flexíveis pode ser realizado por diferentes métodos, cada um com características e limitações bem definidas. O *método do coeficiente de influência*, amplamente descrito por (GOODMAN, 1964b), baseia-se na relação linear entre o desbalanceamento e a resposta de vibração, utilizando massas de teste para calcular coeficientes que relacionam as forças de desbalanceamento às respostas de vibração medidas.

A *análise modal*, como detalhado por (LI; ZHENG; LIU, 2013), foca nos modos de vibração do rotor, determinando correções específicas para cada modo dominante. Embora seja uma abordagem precisa, exige uma modelagem detalhada do sistema, tornando-a menos prática para rotores fora das frequências naturais predominantes.

Por outro lado, a *abordagem unificada*, discutida por (DARLOW; SMALLEY; PARKINSON, 1981), trata o rotor como um sistema dinâmico completo, considerando tanto as frequências críticas quanto os modos de vibração. Essa abordagem é vantajosa em cenários complexos, onde múltiplos modos interagem de maneira dinâmica. No entanto, demanda uma modelagem detalhada e elevado custo computacional, o que pode aumentar o tempo de execução e exigir conhecimento técnico mais aprofundado sobre os parâmetros dinâmicos do sistema. Além disso,

como característica comum desses métodos, há a necessidade de um número significativo de massas de teste.

A Fig. 6.9 ilustra o segundo método de balanceamento sem massas de teste proposto. Inicialmente –①– coleta-se a condição de desbalanceamento conhecida por meio de uma massa de teste e sua resposta de vibração correspondente. Em seguida –②– esses dados passam por um processo de tratamento e processamento de sinais, em que o sinal é reconstituído e extraído suas respectivas fases e amplitudes. Posteriormente –③–, as componentes retangulares tanto da resposta de vibração quanto da força de desbalanceamento são armazenadas para uso posterior.

Na etapa seguinte –④– aplica-se a técnica de aumento de dados, gerando um conjunto ampliado de amostras virtuais. Esse conjunto é utilizado no treinamento do modelo neural –⑤–. Nas etapas –⑥ e ⑦–, a partir de uma condição de desbalanceamento desconhecida, estima-se a força de desbalanceamento correspondente. Em seguida –⑧ e ⑨– essa condição é avaliada experimentalmente em uma máquina real. Caso o resultado seja satisfatório –⑩–, ou seja, caso a força estimada pela RNA diminua as amplitudes de vibrações da máquina, o método é encerrado –⑪–. Caso contrário –⑫–, a condição (força prevista e resposta de vibração associada) é adicionada ao banco de dados –⑬–, retornando-se à etapa –③–, reiniciando o ciclo com uma nova condição de desbalanceamento. O processo se repete até que o balanceamento estimado seja satisfatório.

Observa-se que, à medida que novas condições conhecidas são adicionadas ao banco de dados –③–, maior será a variabilidade dos dados de treino gerados pela técnica de aumento de dados –④–, resultando em maior robustez na previsão realizada pela rede neural artificial (RNA).

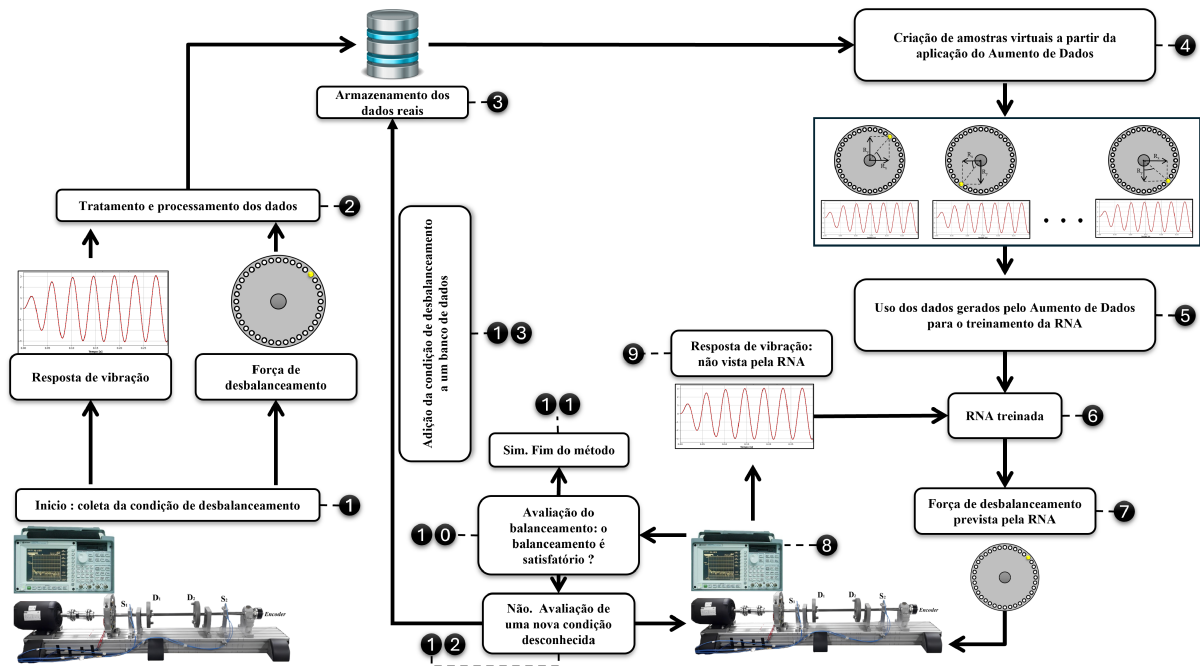


Figura 6.9: Fluxograma da metodologia de balanceamento via RNA com aumento de dados.

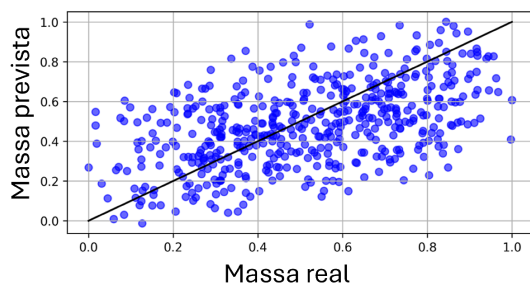
Com o objetivo de ilustrar de forma mais clara o processo descrito, apresenta-se a seguir um estudo de caso numérico. Com base no modelo do rotor (ver Fig. 6.2), foram geradas aleatoriamente 500 amostras de desbalanceamento, compreendendo tanto as forças quanto as respostas de vibração. Aleatoriamente também, foram selecionadas cinco condições destinadas ao treinamento do modelo neural, conforme detalhado na Tab. 6.2. As demais amostras foram reservadas para a etapa de teste do modelo neural.

Tabela 6.2: Banco de dados numérico usado na criação das amostras virtuais da RNA.

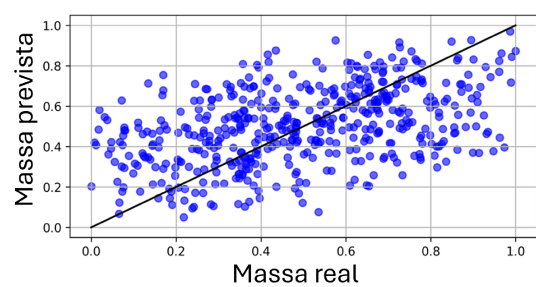
	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	S_{8x} [μm]	F_{8x} [°]	S_{8y} [μm]	F_{8y} [°]	S_{28x} [μm]	F_{28x} [°]	S_{28y} [μm]	F_{28y} [°]
MT1	17,58 \angle 216,62	17,31 \angle 126,53	113,91	172,69	108,56	-5,46	112,62	168,36	106,59	-10,07
MT2	18,58 \angle 327,03	17,23 \angle 54,03	125,61	1,32	119,29	-176,45	122,29	5,55	118,02	-172,11
MT3	16,09 \angle 342,19	20,40 \angle 30,17	161,87	9,46	154,31	-168,43	163,89	11,38	158,58	-166,52
MT4	18,64 \angle 283,06	17,93 \angle 267,97	178,06	-86,13	169,56	95,74	175,60	-86,77	169,39	95,14
MT5	16,19 \angle 215,24	14,40 \angle 306,36	82,56	-133,66	78,61	68,58	79,54	-109,02	76,67	73,02

Nesse estudo de caso, foi determinado que cada amostra "real" geraria 360 amostras virtuais, como a geração de amostra baseia-se na variação da posição angular da força e da fase da resposta de vibração, a ideia é gerar uma distribuição que englobe todo o círculo trigonométrico, desse modo, gerando maior variabilidade para a rede neural e evitando valores redundantes. Para esse estudo de caso, foi escolhida a mesma arquitetura neural apresentada na seção anterior (ver Tab. 6.1). Nesse sentido, as Figs. de 6.10 a 6.12 apresentam uma comparação entre as forças de

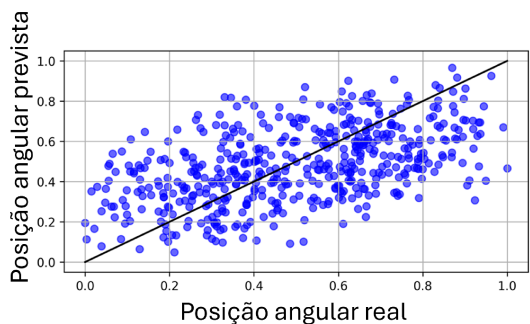
desbalanceamento gerado pelo modelo do rotor e prevista pela rede neural, a cada iteração.



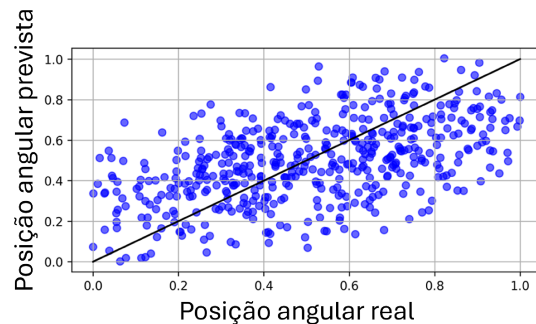
(a) Previsão de massas #14.



(b) Previsão de massas #25.

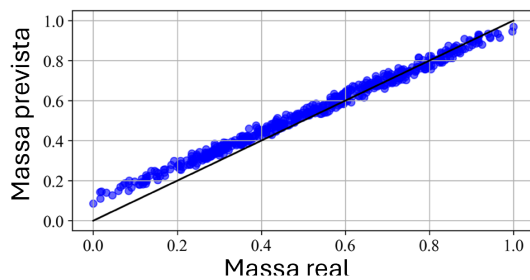


(c) Previsão das posições angulares #14.

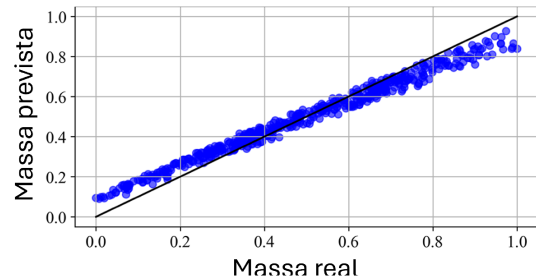


(d) Previsão das posições angulares #25.

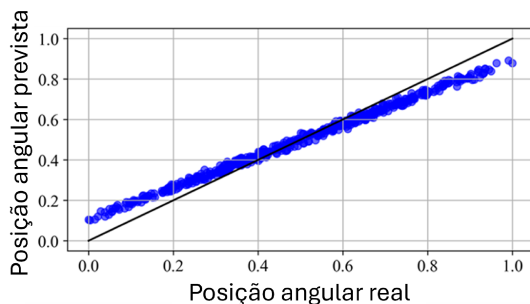
Figura 6.10: Predição do desbalanceamento com o AD (1ª iteração).



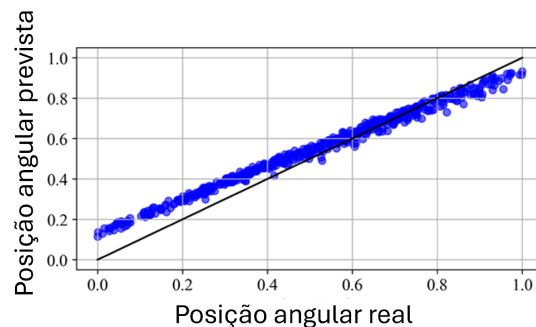
(a) Previsão de massas #14.



(b) Previsão de massas #25.

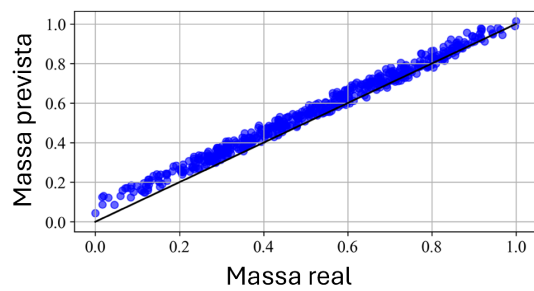


(c) Previsão das posições angulares #14.

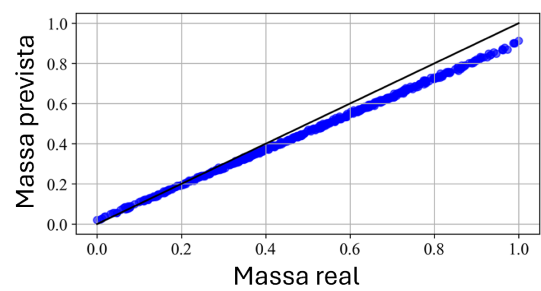


(d) Previsão das posições angulares #25.

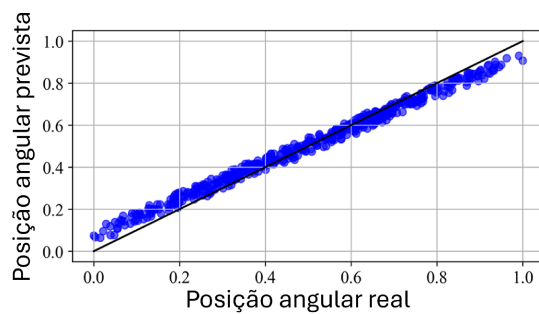
Figura 6.11: Predição do desbalanceamento com o AD (2ª iteração).



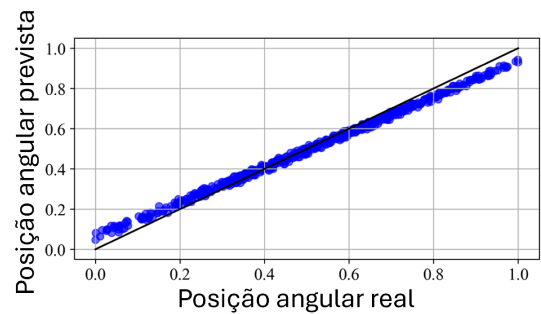
(a) Previsão de massas #14.



(b) Previsão de massas #25.



(c) Previsão das posições angulares #14.



(d) Previsão das posições angulares #25.

Figura 6.12: Predição do desbalanceamento com o AD (5ª iteração).

E a Fig. 6.13 traz uma evolução da norma do erro em função do número de iteração.

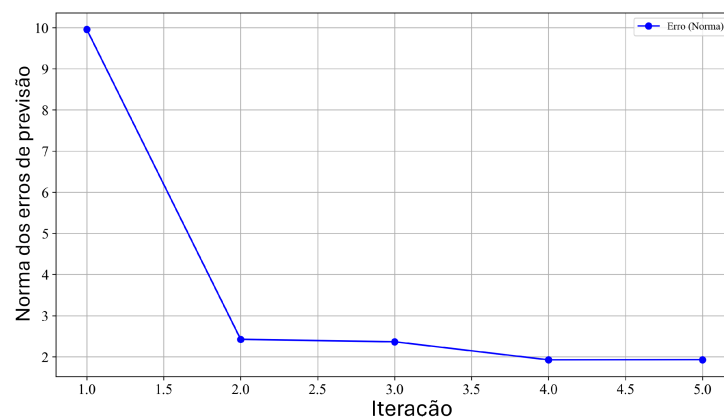


Figura 6.13: Evolução na erro em função do número de iterações.

Pela análise das figuras acima, nota-se que à medida que se eleva a variabilidade das amostras de treino, por meio da aplicação do AD, o modelo neural apresenta uma evolução em seu aprendizado, de modo que com apenas cinco amostras "reais", o modelo apresentou um resultado satisfatório, mitigando dessa forma uma das principais limitações na aplicação de uma RNA, que é a necessidade de uma grande quantidade de amostras para realizar o treino.

6.2.1 Aumento de Dados: Com variação da força

No caso anterior, a ideia central consistia em estabelecer uma relação direta entre as respostas de vibração e a força de desbalanceamento. Entretanto, como a metodologia é aplicada a um sistema real, a resposta de vibração associada a uma massa de teste conhecida também é influenciada pelo desbalanceamento residual. Esse fator introduz um erro sistemático na modelagem, afetando negativamente a capacidade preditiva do modelo neural, que, ao invés de aprender a relação direta entre força e resposta de vibração, acaba relacionando força com a soma da resposta de vibração e do desbalanceamento residual.

Para contornar esse inconveniente, basta realizar uma subtração vetorial entre a resposta de vibração medida durante a condição de teste e a resposta associada ao desbalanceamento residual. Essa correção resulta em uma maior acurácia nas estimativas fornecidas pelo modelo neural, reduzindo, consequentemente, o número de condições experimentais necessárias para o treinamento da rede.

A Fig. 6.14 ilustra esse conceito: em a), apresenta-se a resposta de vibração resultante da combinação entre a massa de teste e o desbalanceamento residual; após a subtração vetorial entre essas respostas, obtém-se o resultado mostrado em b), que representa exclusivamente a resposta de vibração devido à massa de teste. A Eq. 6.3 descreve vetorialmente as forças de desbalanceamento original (desconhecidas) e as respostas de vibração associadas ao desbalanceamento residual.

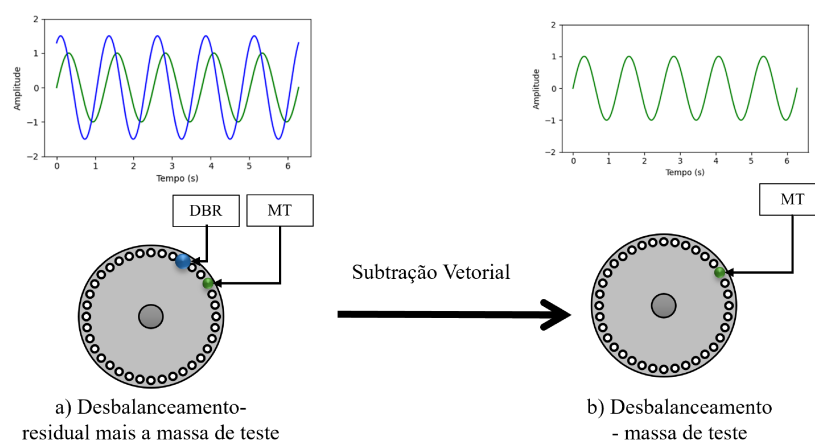


Figura 6.14: Variação da resposta de vibração devido o desbalanceamento residual.

$$\mathbf{F}_{DBR} = \begin{bmatrix} F_{dx} \\ F_{dy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_d r \omega^2 \cos(\omega t) \\ m_d r \omega^2 \sin(\omega t) \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{X}_{DBR} = \begin{bmatrix} X_x \\ X_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{DBR} \cos(\omega t + \phi) \\ X_{DBR} \sin(\omega t + \phi) \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Ao adicionar-se a massa de teste, isso provoca uma variação na força e na resposta de vibração, conforme representada pela Eq. 6.4.

$$\mathbf{F}_{DBR+MT} = \begin{bmatrix} F_{dx} \\ F_{dy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (m_d + m_t) r \omega^2 \cos(\omega t) \\ (m_d + m_t) r \omega^2 \sin(\omega t) \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{X}_{DBR+MT} = \begin{bmatrix} X_x \\ X_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{DBR+MT} \cos(\omega t + \phi) \\ X_{DBR+MT} \sin(\omega t + \phi) \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Visto que nessa metodologia, a RNA deve relacionar a variação da resposta de vibração com a variação da força de desbalanceamento, basta subtrair vetorialmente o conjunto de Eq. 6.3 do conjunto de Eqs. 6.4, resultando em nas Eqs. 6.5 e 6.6, observa-se que, nesse caso, o foco é relacionar a resposta de vibração e a força devido a inserção da massa de teste. Ressalta-se que os demais procedimento para aplicação da metodologia de balanceamento sem massa de teste é idêntico ao descrito na seção anterior.

$$\Delta \mathbf{F} = \mathbf{F}_{DBR+MT} - \mathbf{F}_{DBR} = \begin{bmatrix} F_{dx}^{DBR+MT} - F_{dx}^{DBR} \\ F_{dy}^{DBR+MT} - F_{dy}^{DBR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_t r \omega^2 \cos(\omega t) \\ m_t r \omega^2 \sin(\omega t) \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

$$\Delta \mathbf{X} = \mathbf{X}_{DBR+MT} - \mathbf{X}_{DBR} = \begin{bmatrix} (X_{DBR+MT} - X_{DBR}) \cos(\omega t + \phi) \\ (X_{DBR+MT} - X_{DBR}) \sin(\omega t + \phi) \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Além disso, uma das principais preocupações ao aplicar a técnica de DA é verificar se as variáveis geradas artificialmente apresentam comportamento estatístico semelhante ao observado nos dados obtidos por meio do modelo matemático ou de ensaios experimentais. Uma forma de avaliar essa similaridade consiste em comparar as distribuições estatísticas das amostras geradas pelo DA, verificando se estas se encontram dentro da variabilidade esperada do modelo original ou dos dados coletados experimentalmente.

Nesse contexto, apresenta-se a seguir uma comparação entre as distribuição das amostras obtidas pelo modelo do rotor e pelo AD. Supondo, inicialmente que tenha-se a seguinte condição de desbalanceamento apresentada na Tab. 6.3.

Tabela 6.3: Condição de desbalanceamento original.

	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	S_{8x} [μm]	F_{8x} [°]	S_{8y} [μm]	F_{8y} [°]	S_{28x} [μm]	F_{28x} [°]	S_{28y} [μm]	F_{28y} [°]
MT1	31,15 \angle 216,62	24,49 \angle 126,53	113,91	172,69	108,56	-5,46	112,62	168,36	106,59	-10,07

A partir dela, aplicou-se o *AD*, gerando 60 amostras virtuais, ou seja, forças de desbalanceamento e respostas de vibração. Em seguida as forças geradas pelo *DA*, serviram como entrada do modelo do rotor. Nesse sentido, a Fig. 6.15 ilustra essa comparação, exibindo as distribuições das forças de desbalanceamento geradas pelo modelo do rotor e pela aplicação do *AD*.

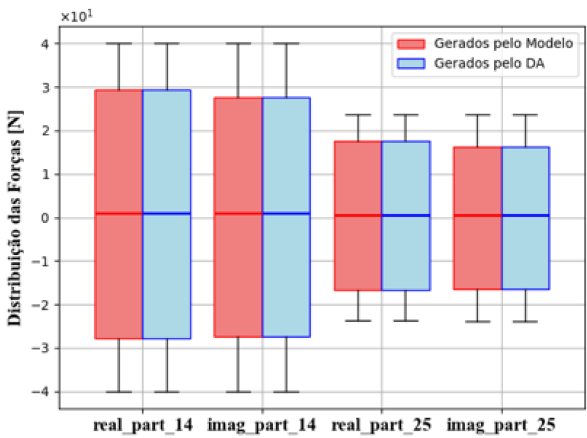


Figura 6.15: Distribuição das forças de desbalanceamento em coordenadas retangulares #14 e #25.

Enquanto a Fig. 6.16 compara as respostas de vibração geradas de ambos os modelos (modelo do rotor e *AD*).

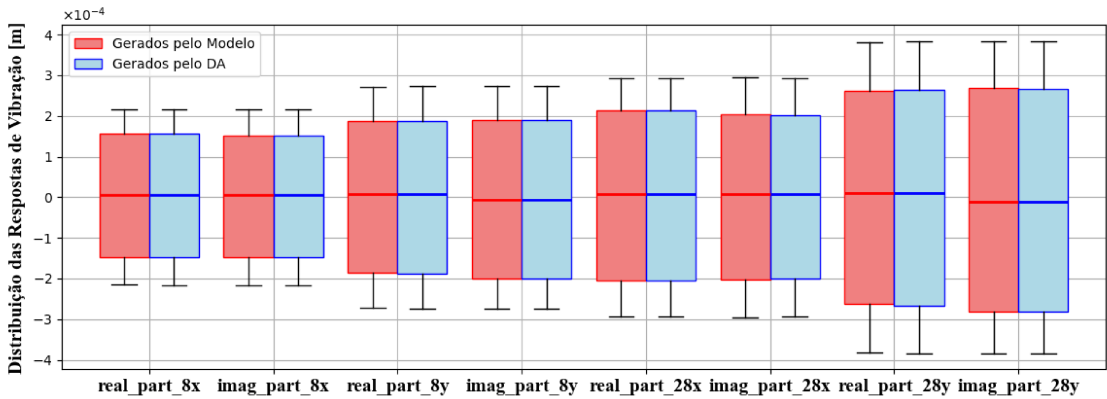


Figura 6.16: Distribuição das respostas de vibração em coordenadas retangulares #8 e #28.

A análise das Figs. 6.15, 6.16 indica que, sob condições idênticas de desbalanceamento, o *AD* é capaz de produzir respostas de vibração próximas às geradas pelo modelo do rotor.

Capítulo 7

Resultados e Discussões

7.1 Balanceamento Baseado em Modelo

Na validação da metodologia proposta, a geração das amostras seguiu o procedimento descrito na [Seção 6.1](#). Para cada estudo de caso, foram geradas 1000 amostras numéricas considerando massas de desbalanceamento variáveis entre 5 e 45 [g], e posições angulares entre 0 e 360 [°], em cada plano de desbalanceamento. A [Fig. 7.1](#) ilustra o modelo do rotor em MEF, destacando os planos de desbalanceamento (#14 e #25) e os planos de medição (#8 e #28) utilizado nas simulações.

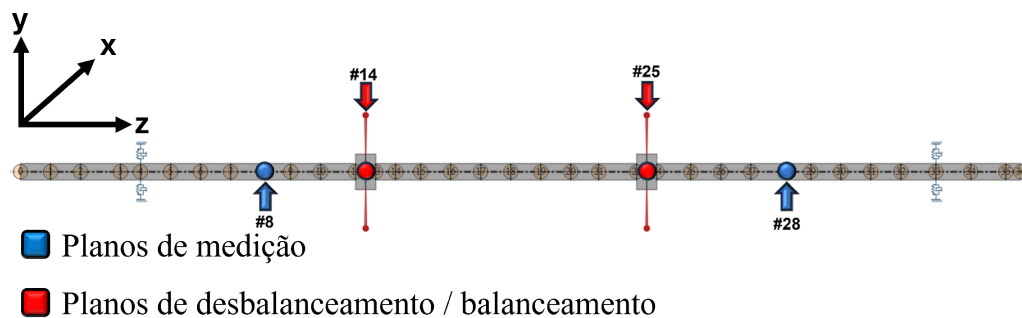
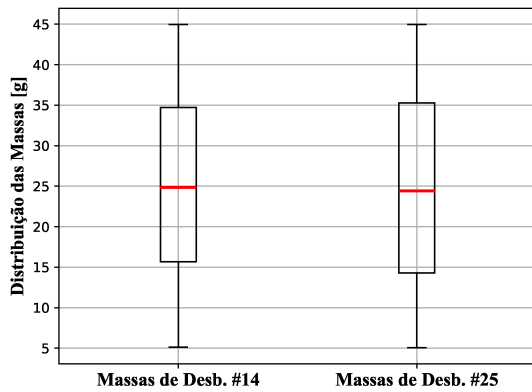


Figura 7.1: Modelo em elementos finitos da bancada do LMEst.

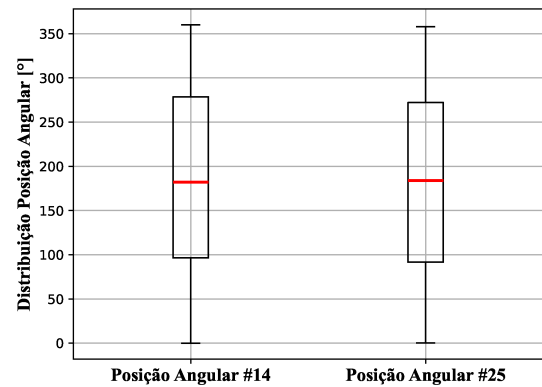
Essas amostras foram, então, divididas em dois grupos: o primeiro destinado ao treinamento, contendo 700 amostras, e o segundo destinado à validação, com 300 amostras. Já as condições de teste do modelo neural dependem do tipo de análise — numérica ou experimental — a ser realizada.

A [Fig. 7.2](#) apresenta a distribuição da força de desbalanceamento, representada pelas

magnitudes das massas e suas respectivas posições angulares.



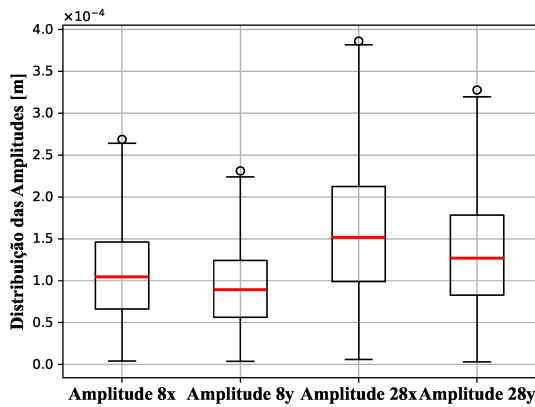
(a) Massas de desbalanceamento [g] #14.



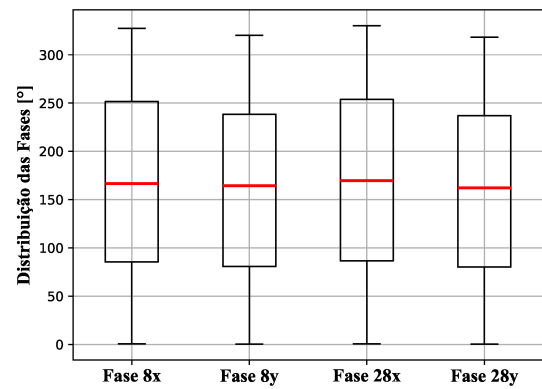
(b) Posições angulares [°] #25.

Figura 7.2: Distribuição uniforme das forças de desbalanceamento #14 e #25.

Já as Figs. 7.3 apresentam a distribuição das respostas de vibração representadas pelas amplitudes e suas respectivas fases em 1X.



(a) Amplitude das respostas de vibração.



(b) Fases das respostas de vibração.

Figura 7.3: Distribuição das respostas de vibração #8 e #28.

Para a escolha da arquitetura da RNA, optou-se por utilizar a função **RandomSearch** da biblioteca **keras_tuner**, como parte do processo de otimização. A Tab. 7.1 apresenta as variáveis de projeto e o espaço de busca.

Tabela 7.1: Variáveis de projeto para a busca aleatória.

Variável de Projeto	Espaço de Busca
Número de unidades na camada densa	4 a 20 (em intervalos de 2)
Taxa de aprendizado	1×10^{-4} a 1×10^{-2} (log)
Número máximo de tentativas	10
Número de execuções por tentativa	6
Objetivo da busca	Acurácia de validação (val_mse)
Modelo utilizado	Rede neural com camada densa
Número de épocas para treino	3000
Otimizadores	Adam, SGD, RMSprop, Nadam, Adadelta, Adagrad, Lion
Funções de ativação	ReLU, Sigmoid, Tanh, Softmax, LeakyReLU, ELU, Swish

Já a [Tab. 7.2](#) apresenta a arquitetura obtida e os valores viáveis dos hiperparâmetros.

Tabela 7.2: Arquitetura da rede neural escolhida e seus hiperparâmetros

Camada	Tipo	Unidades/Neurônios	Função de Ativação
1	Input	8	Linear
2	Densa	16	Sigmoid
3	Densa	10	LeakyReLU
4	Output	4	Linear

Hiperparâmetro	Valor viável
Otimizador	Adam
Taxa de aprendizado	$9,1050 \times 10^{-4}$
Epochs	3000
Loss Function	MSE

Para avaliar a robustez e a capacidade de generalização do modelo neural, foi empregado, para cada estudo de caso, o método de validação cruzada (*cross-validation*) com 5 *folds* (partições). Nessa abordagem, os dados foram divididos em cinco subconjuntos, sendo que, em cada iteração, quatro *folds* foram utilizados para treinamento e um *fold* foi reservado para validação. Esse processo foi repetido cinco vezes, garantindo que cada *fold* fosse usado uma vez como conjunto de validação.

O objetivo principal da validação cruzada foi identificar possíveis problemas de *overfitting* e fornecer uma estimativa mais confiável do desempenho do modelo em dados não vistos. Ao final das cinco iterações, os resultados foram consolidados calculando-se a média e o desvio padrão do Erro Quadrático Médio (MSE) obtido nos conjuntos de validação.

7.1.1 Validação Numérica

A validação numérica foi realizada com o objetivo de demonstrar a eficácia do método no cenário ideal, em que o modelo do rotor representa fielmente a máquina real. Conforme descrito na Seção 6.1, os dados de treino e validação foram gerados, e a rede neural foi ajustada, treinada e testada. Ressalta-se que as amostras foram obtidas considerando a velocidade de rotação do rotor igual a 14 Hz. A Fig. 7.4 ilustra a distribuição do erro de predição da RNA para a primeira condição de desbalanceamento analisada.

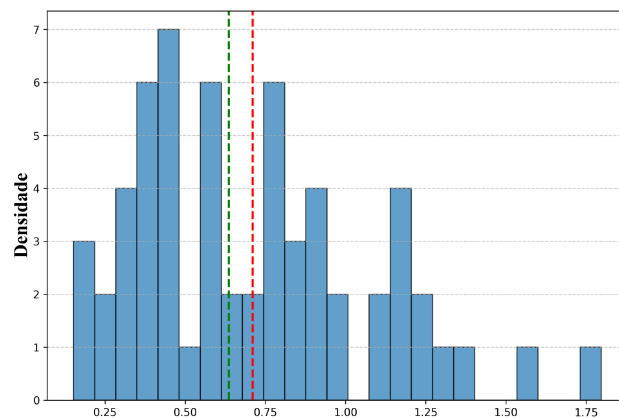


Figura 7.4: Histograma do erro da primeira condição de desbalanceamento [u.m.] — Média, — Mediana.

Enquanto a Tab. 7.3 apresenta uma comparação entre as condições de desbalanceamento impostas e previstas pela RNA, além de alguns parâmetros estatísticos.

Tabela 7.3: Desbalanceamentos impostos e estimados pela RNA: estudo de caso numérico.

Condições de desbalanceamento	Desbalanceamento imposto		Desbalanceamento previsto pela RNA		Média	Mediana	Desvio-Padrão	Intervalo de Confiança (95%)
	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	[u.m.]	[u.m.]	[u.m.]	[u.m. _{min} - u.m. _{max}]
1º	26 \angle 310	15 \angle 230	26,50 \angle 309,46	14,83 \angle 228,93	0,71	0,64	0,37	[0,64 - 0,80]
2º	21 \angle 90	30 \angle 180	20,12 \angle 88,20	30,32 \angle 178,44	1,46	1,41	0,67	[1,29 - 1,62]
3º	14 \angle 280	10 \angle 220	13,77 \angle 281,09	10,26 \angle 225,05	1,10	0,98	0,53	[0,97 - 1,24]
4º	18 \angle 0	21 \angle 40	18,45 \angle 1,25	20,87 \angle 39,43	0,74	0,66	0,31	[0,66 - 0,82]
5º	30 \angle 130	12 \angle 240	31,19 \angle 130,41	12,95 \angle 239,91	1,56	1,54	0,90	[1,34 - 1,79]
6º	16 \angle 60	20 \angle 220	15,90 \angle 56,42	20,20 \angle 217,55	1,41	1,38	0,68	[1,24 - 1,58]

Já a Tab. 7.4 apresenta uma entre as amplitudes de vibração antes e depois da aplicação da massa corretiva, estimada pelo modelo neural, bem como o percentual de redução de cada condição.

Tabela 7.4: Comparação entre as amplitudes de vibração, antes e depois, de aplicar as correções estimadas pela RNA.

Condições de desbalanceamento	Antes do balanceamento				Depois do balanceamento				Redução da amplitude de vibração				Média da redução [%]
	S_{8x} [μm]	S_{8y} [μm]	S_{28x} [μm]	S_{28y} [μm]	S_{8x} [μm]	S_{8y} [μm]	S_{28x} [μm]	S_{28y} [μm]	S_{8x} [%]	S_{8y} [%]	S_{28x} [%]	S_{28y} [%]	
1°	111,79	138,84	147,83	191,18	4,32	5,50	6,05	7,88	96,14	96,03	95,90	95,87	95,99
2°	120,15	154,65	184,09	235,12	6,61	8,36	8,80	0,12	94,50	94,59	95,22	99,95	96,07
3°	71,47	90,80	100,11	129,19	4,36	5,61	6,83	8,66	93,90	93,82	93,18	93,30	93,55
4°	124,30	159,34	179,39	232,55	3,27	4,17	4,53	5,93	97,37	97,38	97,47	97,45	97,42
5°	103,70	128,77	124,44	166,56	7,48	9,42	0,10	0,13	92,78	92,68	99,92	99,92	96,33
6°	21,61	29,86	51,73	61,47	2,10	2,71	3,64	4,46	90,28	90,93	92,96	92,74	91,73

A análise das [Tabs. 7.3 e 7.4](#) revela que a RNA conseguiu estimar os desbalanceamentos com elevada acurácia em todas as condições avaliadas. Isso é confirmado pelos baixos valores dos parâmetros estatísticos residuais e pela expressiva redução nas amplitudes de vibração após a aplicação das massas corretivas previstas pela rede neural.

Esse desempenho era esperado, considerando que se trata de um estudo numérico, no qual tanto os dados de treino quanto os de teste foram gerados pelo mesmo modelo do rotor. Como ilustrado na [Fig. 7.3](#), os dados de teste estão bem distribuídos dentro da região coberta pelos dados de treino, o que indica boa capacidade de generalização da RNA nesse domínio. Outro fator que contribui para esse resultado é a ausência de não linearidades no modelo, além de a modelagem ter considerado exclusivamente o desbalanceamento como fonte de excitação.

7.1.2 Validação Experimental

Já a validação experimental foi conduzida com o objetivo de avaliar a representatividade do modelo numérico do rotor em relação às estimativas geradas pelo modelo neural. Com essa finalidade, os coeficientes dos mancais foram variados aleatoriamente, seguindo uma distribuição uniforme.

Mais especificamente, foram gerados 1000 conjuntos distintos de coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais, resultando na configuração de 1000 máquinas virtuais diferentes, cada uma submetida a condições de desbalanceamento únicas. A variação proposital dos parâmetros visa simular situações reais, considerando que tanto os coeficientes dos mancais quanto o desbalanceamento não permanecem constantes ao longo da vida útil do equipamento.

Nesse contexto, foram conduzidos três estudos de caso. No primeiro, as amostras utilizadas no treinamento foram geradas mantendo-se os coeficientes dos mancais inalterados. Nos demais casos, tais coeficientes foram modificados com base em fatores de variação de 75% e 95%, respectivamente, em relação aos valores obtidos no ajuste inicial do modelo do rotor ([Tab. 5.2](#)).

É importante destacar que, em todos os cenários analisados, as condições de desbalanceamento (massa e posição angular) foram mantidas idênticas. O que varia entre os casos são as respostas de vibração, decorrentes das alterações nos coeficientes dos mancais.

Adicionalmente, cabe ressaltar que o rotor real apresentava inicialmente um desbalanceamento em uma velocidade de 14 Hz. Foi aplicado o CI para o balanceamento do rotor, obtendo-se um desbalanceamento residual médio de $9,43\mu\text{m}$. Dessa forma, nessa condição, o rotor é considerado balanceado para os propósitos deste estudo.

7.1.2.1 Estudo de Caso #1

Neste estudo de caso, não foram realizadas alterações nos coeficientes dos mancais. Dessa forma, as respostas de vibração permaneceram idênticas às distribuições apresentadas na Fig. 7.3. A investigação da influência dos dados de treinamento nas estimativas do modelo neural foi conduzida por meio de validação cruzada ($\text{MSE}=4,6758 \times 10^{-5} \pm 5,5465 \times 10^{-5}$), evidenciando convergência nas estimativas geradas pela rede neural, bem como a ausência de *overfitting*.

Posteriormente, o modelo foi avaliado quanto à inicialização aleatória dos pesos. Para isso, ele foi submetido a 60 rodadas de treinamento utilizando os mesmos dados de treino. A Fig. 7.5 ilustra a distribuição do erro de predição da RNA para a primeira condição experimental. Ressalta-se que, neste e nos demais estudos de caso, optou-se por selecionar o modelo cujo erro corresponde à mediana do vetor de erros, devido à sua robustez e representatividade geral.

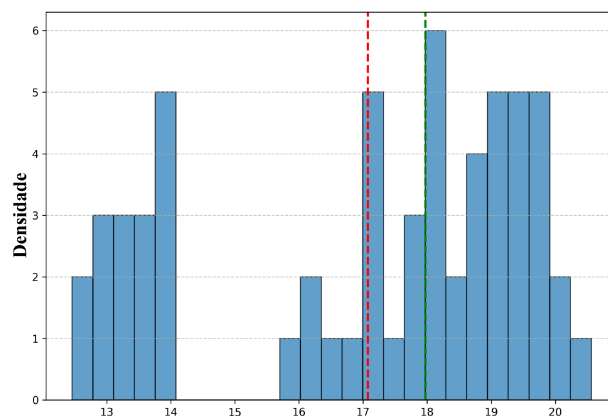


Figura 7.5: Histograma do erro da primeira condição experimental [u.m.]. — Média, — Mediana.

Com base nessa distribuição, calculam-se importantes parâmetros estatísticos — tais como média, mediana, desvio-padrão e intervalo de confiança — relativos às previsões do modelo neural. Nesse contexto, a Tab. 7.5 apresenta uma comparação entre as condições impostas à

bancada de teste, as estimativas fornecidas pela RNA e os respectivos parâmetros estatísticos obtidos para todas as condições experimentais.

Tabela 7.5: Desbalanceamentos impostos e estimados pela RNA: modelo do rotor ajustado.

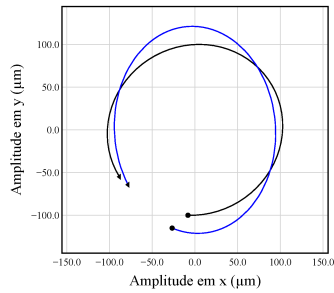
Condições de desbalanceamento	Desbalanceamento imposto		Desbalanceamento previsto pela RNA		Média	Mediana	Desvio-Padrão	Intervalo de Confiança (95%)
	D_1 [g] $\angle\theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle\theta_2$ [°]	D_1 [g] $\angle\theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle\theta_2$ [°]	[u.m.]	[u.m.]	[u.m.]	[u.m. _{min} - u.m. _{max}]
1°	26 \angle 310	15 \angle 230	10, 18 \angle 298, 24	22, 77 \angle 234, 17	17,08	17,98	2,50	[16,44 - 17,71]
2°	21 \angle 90	30 \angle 180	20, 25 \angle 6, 62	42, 96 \angle 149, 67	37,11	36,50	6,07	[35,57 - 38,64]
3°	14 \angle 280	10 \angle 220	16, 00 \angle 249, 63	13, 80 \angle 228, 44	9,63	9,10	2,52	[8,99 - 10,27]
4°	18 \angle 0	21 \angle 40	3, 72 \angle 28, 33	22, 22 \angle 2, 69	20,92	20,31	2,20	[20,37 - 21,48]
5°	30 \angle 130	12 \angle 240	32, 24 \angle 95, 86	21, 62 \angle 217, 95	21,36	21,70	2,59	[20,71 - 22,02]
6°	16 \angle 60	20 \angle 220	26, 00 \angle 23, 01	28, 99 \angle 184, 15	23,09	23,84	1,76	[22,64 - 23,53]

Para avaliar a efetividade do balanceamento previsto pelo modelo neural, a [Tab. 7.6](#) apresenta uma comparação entre as amplitudes de vibração antes e depois de aplicar o balanceamento estimado pela RNA, bem como a redução percentual para cada condição imposta.

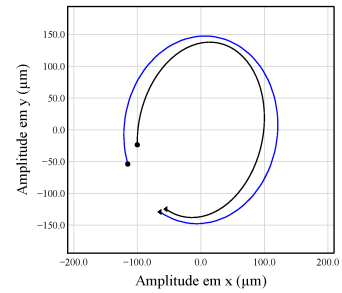
Tabela 7.6: Comparação entre as amplitudes de vibração, antes e depois, de aplicar as correções estimadas pela RNA.

Condições de desbalanceamento	Antes do balanceamento				Depois do balanceamento				Redução da amplitude de vibração				Média da redução
	S_{8x} [μ m]	S_{8y} [μ m]	S_{28x} [μ m]	S_{28y} [μ m]	S_{8x} [μ m]	S_{8y} [μ m]	S_{28x} [μ m]	S_{28y} [μ m]	S_{8x} [%]	S_{8y} [%]	S_{28x} [%]	S_{28y} [%]	[%]
1°	100,55	100,52	138,39	138,08	29,19	30,57	52,08	52,02	70,97	72,32	62,34	62,12	66,93
2°	134,87	117,23	197,78	161,50	76,68	53,60	97,92	78,08	43,12	54,27	50,49	51,66	49,89
3°	82,03	62,69	117,79	95,96	41,69	33,70	29,32	28,85	49,17	46,23	75,11	69,93	60,11
4°	117,30	111,90	163,88	161,85	46,77	31,39	68,16	58,43	60,12	71,94	58,41	63,90	63,59
5°	112,42	98,43	129,54	105,73	43,80	28,35	55,06	36,65	61,07	71,20	57,49	65,33	63,77
6°	47,15	29,85	73,68	55,47	36,51	24,68	38,73	24,11	21,62	17,29	47,43	56,52	35,71

As [Figs. 7.6, 7.8, 7.10, 7.12, 7.14 e 7.16](#) ilustram a comparação entre as respostas ao desbalanceamento decorrentes das condições impostas e previstas pelo modelo do rotor, com base nas estimativas fornecidas pela rede neural. Por sua vez, as [Figs. 7.7, 7.9, 7.11, 7.13, 7.15 e 7.17](#) apresentam a comparação entre as respostas de vibração antes e após a aplicação das massas corretivas estimadas pelo modelo neural.

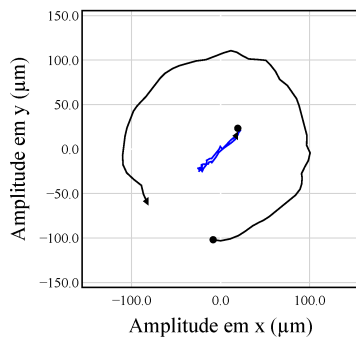


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

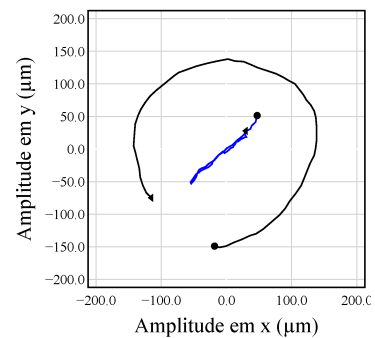


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.6: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (1ª condição). — Experimental, — Simulado.

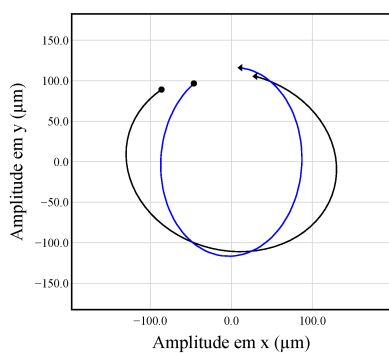


(a) Órbitas experimentais #8.

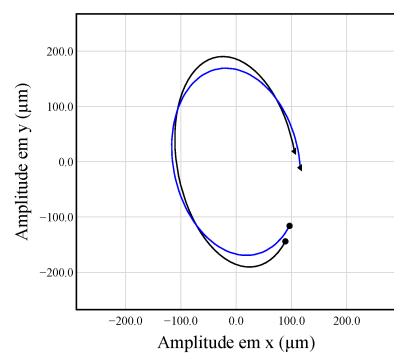


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.7: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (1ª condição). — Desbalanceado, — Balanceado.

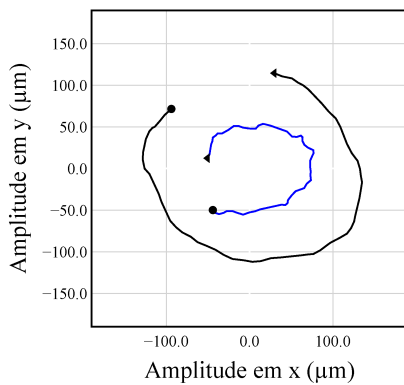


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

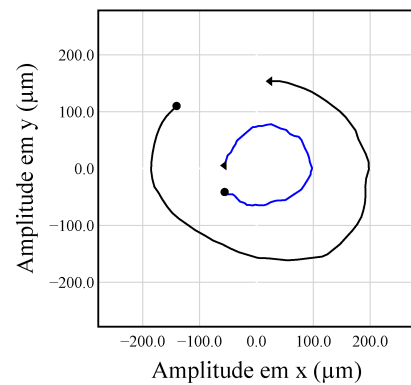


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.8: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (2ª condição). — Experimental, — Simulado.

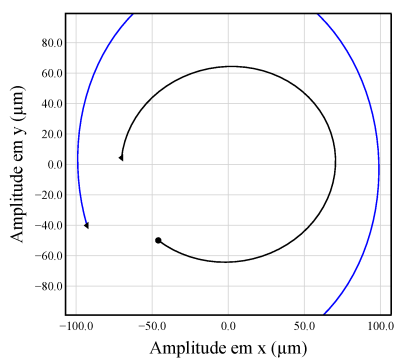


(a) Órbitas experimentais #8.

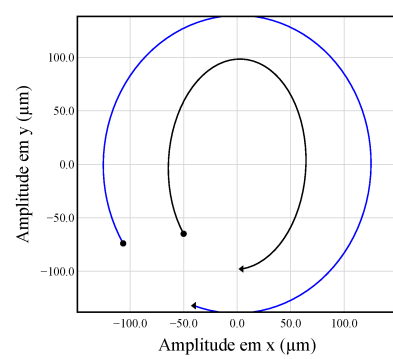


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.9: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (2ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.

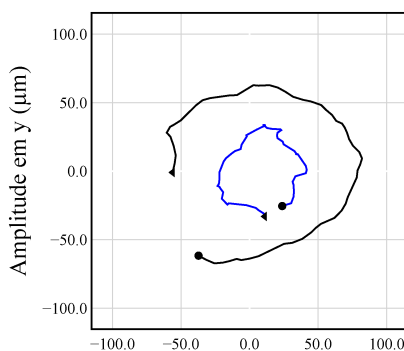


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

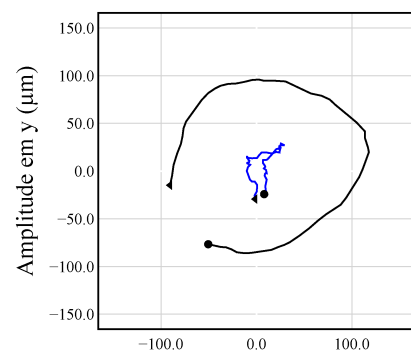


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.10: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (3ª condição). — Experimental, — Simulado.

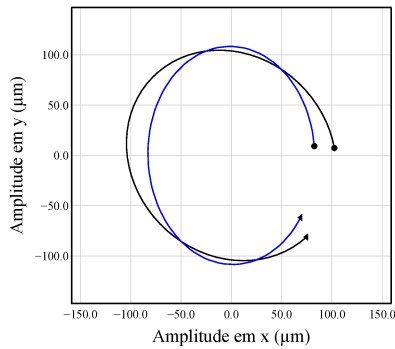


(a) Órbitas experimentais #8.

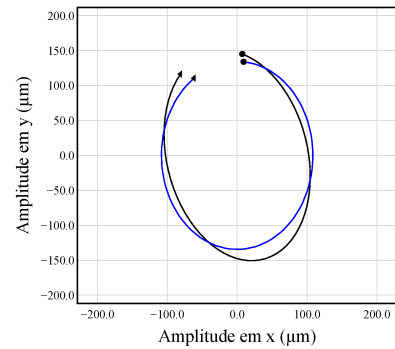


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.11: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (3ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.

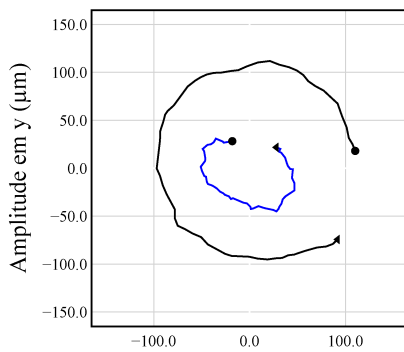


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

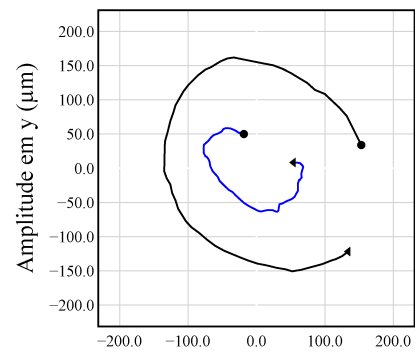


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.12: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (4ª condição). — Experi-
mental, — Simulado.

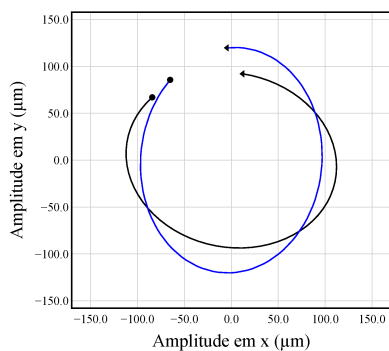


(a) Órbitas experimentais #8.

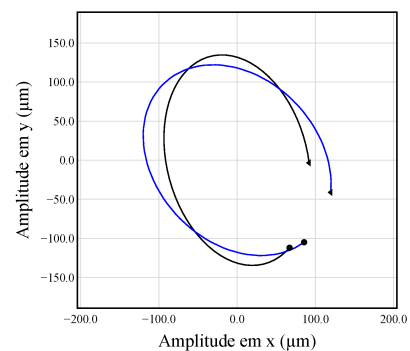


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.13: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (4ª condição). —
Desbalanceado, — Balanceado.

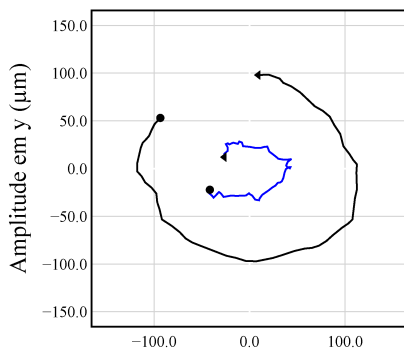


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

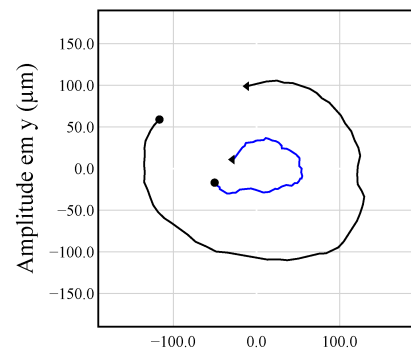


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.14: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (5ª condição). — Experi-
mental, — Simulado.

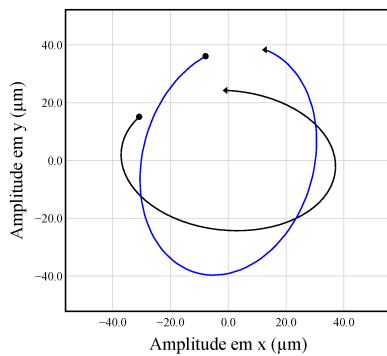


(a) Órbitas experimentais #8.

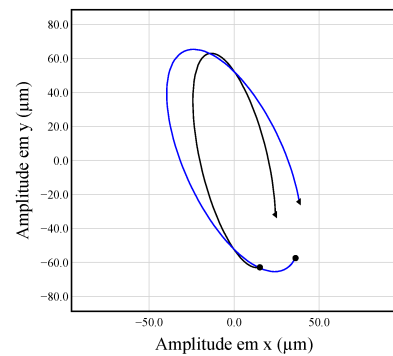


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.15: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (5ª condição). — Desbalanceado, — Balanceado.

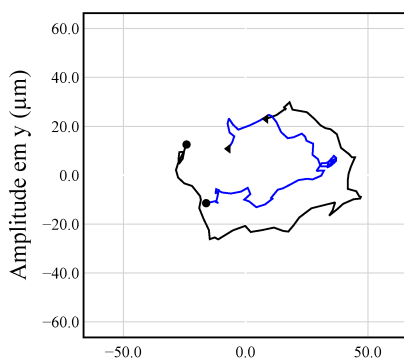


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

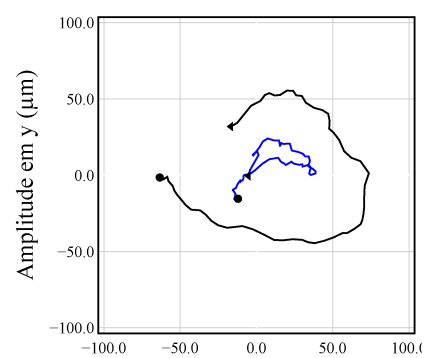


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.16: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (6ª condição). — Experimental, — Simulado.



(a) Órbitas experimentais #8.



(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.17: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (6ª condição). — Desbalanceado, — Balanceado.

A análise das figuras apresentadas revela que, apesar de ter sido ajustado, o modelo numérico

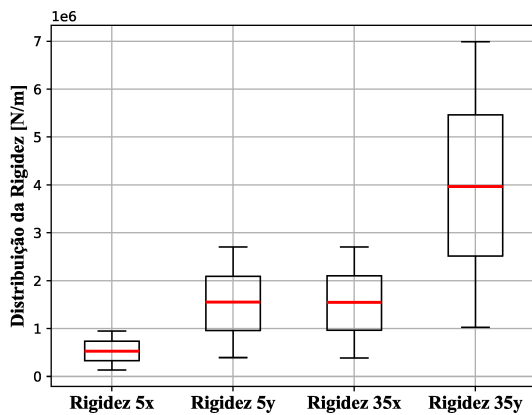
do rotor não é capaz de replicar integralmente o comportamento dinâmico da máquina real. Essa discrepância pode ser atribuída a diversos fatores, dentre os quais se destacam: o efeito giroscópico — considerando que a calibração foi realizada com o rotor em repouso —, a presença de não linearidades na relação entre a força de desbalanceamento e a resposta de vibração correspondente, bem como possíveis desalinhamentos e a existência de um desbalanceamento residual.

Essa diferença torna-se evidente ao comparar as [Tabs. 7.4 e 7.6](#), onde forças de desbalanceamento idênticas resultam em amplitudes de vibração distintas, tanto no modelo numérico quanto na bancada experimental. Apesar dessas discrepâncias, a aplicação do modelo neural demonstrou eficácia significativa, promovendo uma redução média de 50% nas amplitudes de vibração em todos os casos analisados.

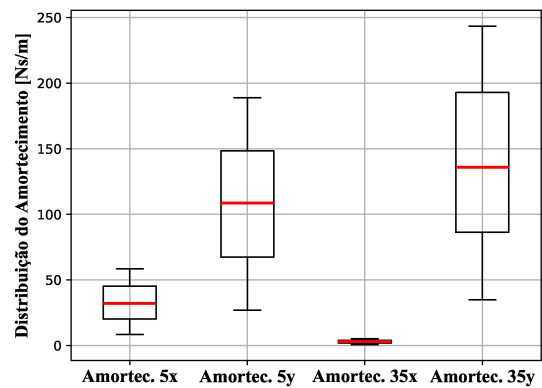
Ainda mais relevante é o resultado obtido no terceiro caso, no qual, mesmo diante de uma divergência significativa entre o desbalanceamento real e o simulado, observou-se uma redução de 60,11% nas amplitudes de vibração.

7.1.2.2 Estudo de Caso #2

No segundo estudo de caso, os dados de treino do modelo neural foram gerados considerando uma variação de 75% aos coeficientes dos mancais do rotor. A [Fig. 7.18](#) apresenta as distribuições uniforme desse coeficientes.



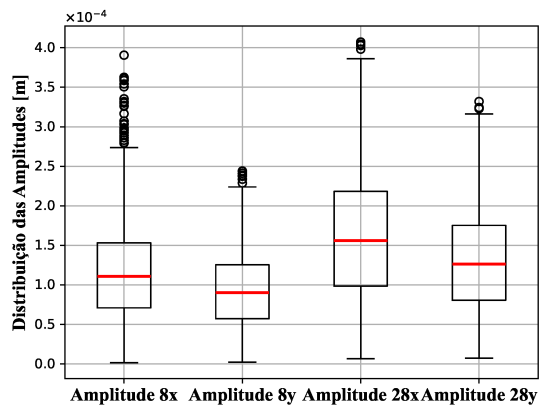
(a) Coeficientes de rigidez $\left[\frac{N}{m}\right]$.



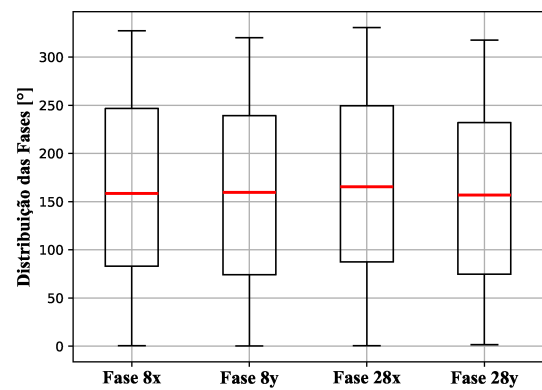
(b) Coeficientes de amortecimento $\left[\frac{Ns}{m}\right]$.

Figura 7.18: Distribuição uniforme dos coeficientes de rigidez e de amortecimento dos mancais para uma variação de 75%.

Já a [Fig. 7.19](#) apresentam a distribuição das respostas de vibração em 1X resultante dessa variação.



(a) Amplitude das respostas de vibração.



(b) Fases das respostas de vibração.

Figura 7.19: Distribuição das respostas de vibração #8 e #28.

Nesse caso, a validação cruzada resultou em $MSE = 6,3756 \times 10^{-3} \pm 4,3698 \times 10^{-4}$, evidenciando ausência de *overfitting*. A reprodutibilidade do modelo neural foi avaliada pela distribuição do erro da estimativa da RNA (ver Fig. 7.20, primeira condição experimental).

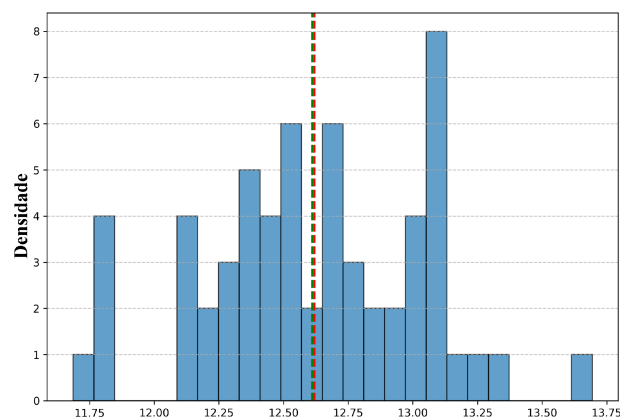


Figura 7.20: Histograma do erro da primeira condição experimental [u.m.]. — Média, — Mediana.

Nesse contexto, a Tab. 7.7 apresenta as condições de desbalanceamento impostas experimentalmente na bancada de teste, juntamente com as estimativas obtidas pela RNA, bem como os parâmetros estatísticos associados a cada condição avaliada.

Tabela 7.7: Condições de desbalanceamento impostas e estimadas pela RNA: variação de 75% nos coeficientes dos mancais.

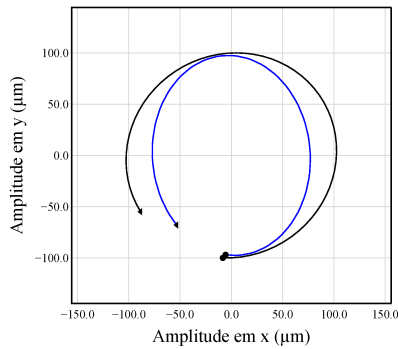
Condições de desbalanceamento	Desbalanceamento imposto		Desbalanceamento previsto pela RNA		Média	Mediana	Desvio-Padrão	Intervalo de Confiança (95%)
	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	[u.m.]	[u.m.]	[u.m.]	[u.m. _{min} - u.m. _{max}]
1°	26 \angle 310	15 \angle 230	13,51 \angle 305,15	15,48 \angle 229,75	12,62	12,61	0,42	[12,51 - 12,73]
2°	21 \angle 90	30 \angle 180	9,40 \angle 12,21	33,84 \angle 147,55	28,23	27,96	1,70	[27,80 - 28,66]
3°	14 \angle 280	10 \angle 220	3,7 \angle 288,43	12,25 \angle 224,31	10,81	10,63	0,94	[10,58 - 11,05]
4°	18 \angle 0	21 \angle 40	8,11 \angle 317,50	20,29 \angle 21,45	14,76	14,82	0,55	[14,62 - 14,90]
5°	30 \angle 130	12 \angle 240	21,72 \angle 83,18	15,80 \angle 195,45	24,48	24,56	1,12	[24,20 - 24,77]
6°	16 \angle 60	20 \angle 220	19,31 \angle 39,37	21,80 \angle 204,26	9,29	9,31	0,62	[9,13 - 9,45]

A [Tab. 7.8](#), por sua vez, apresenta uma comparação da efetividade do balanceamento obtido com base nas estimativas do modelo neural, considerando cada condição experimental avaliada.

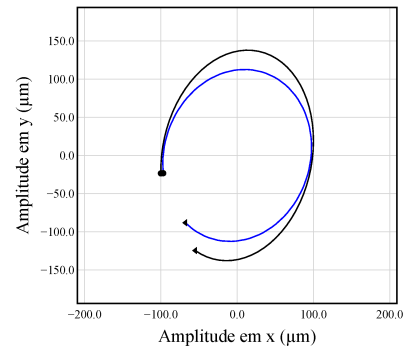
Tabela 7.8: Comparação das amplitudes de vibração antes e depois de aplicar a condição estimada pela RNA: variação de 75% nos coeficientes dos mancais.

Condições de desbalanceamento	Antes do balanceamento				Depois do balanceamento				Redução da amplitude de vibração				Média da redução
	S_{8x} [μ m]	S_{8y} [μ m]	S_{28x} [μ m]	S_{28y} [μ m]	S_{8x} [μ m]	S_{8y} [μ m]	S_{28x} [μ m]	S_{28y} [μ m]	S_{8x} [%]	S_{8y} [%]	S_{28x} [%]	S_{28y} [%]	[%]
1°	100,55	100,52	138,39	138,08	43,34	41,18	85,57	45,86	57,68	62,73	40,82	68,28	57,38
2°	134,87	117,23	197,78	161,50	60,22	56,02	78,95	55,43	56,47	52,21	60,25	66,80	58,93
3°	82,03	62,69	117,79	95,96	44,89	30,71	61,65	49,55	45,82	55,46	47,89	51,66	50,21
4°	117,30	111,90	163,88	161,85	91,69	87,51	84,55	95,83	24,38	22,45	49,82	45,81	35,62
5°	112,42	98,43	129,54	105,73	73,40	54,92	84,05	47,23	36,28	44,20	35,44	56,53	43,11
6°	47,15	29,85	73,68	55,47	26,33	25,08	55,25	37,41	47,04	27,99	28,23	33,90	34,29

As [Figs. 7.21, 7.23, 7.25, 7.27, 7.29 e 7.31](#) ilustram a comparação entre as respostas ao desbalanceamento obtidas nas condições impostas experimentalmente e aquelas previstas pelo modelo do rotor, com base nas estimativas fornecidas pela rede neural. Já as [Figs. 7.22, 7.24, 7.26, 7.28, 7.30 e 7.32](#) apresentam a comparação entre as respostas de vibração antes e após a aplicação das massas corretivas estimadas pelo modelo neural, evidenciando a eficácia da técnica proposta no balanceamento do rotor sem massas de teste.

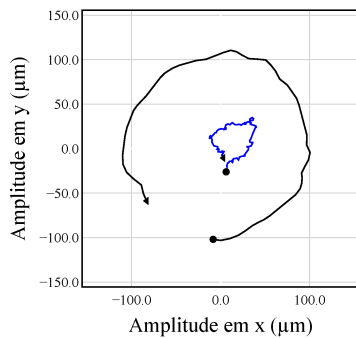


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

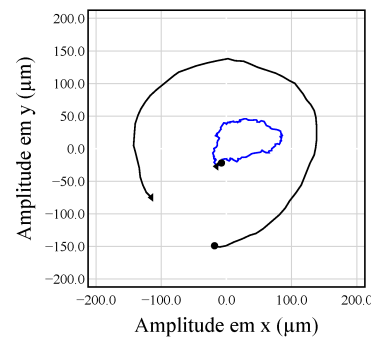


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.21: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (1ª condição). — Experimental, — Simulado.

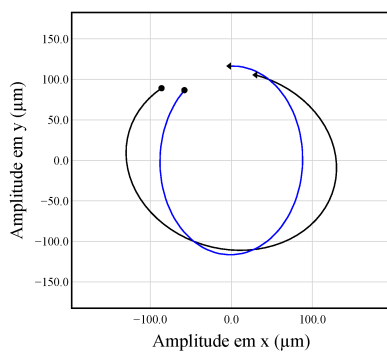


(a) Órbitas experimentais #8.

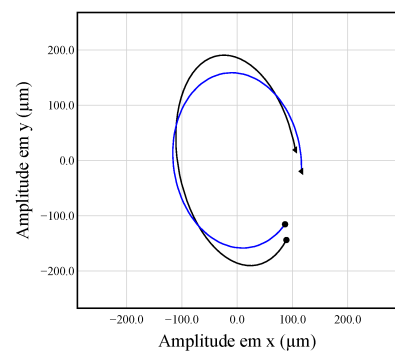


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.22: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (1ª condição). — Desbalanceado, — Balanceado.

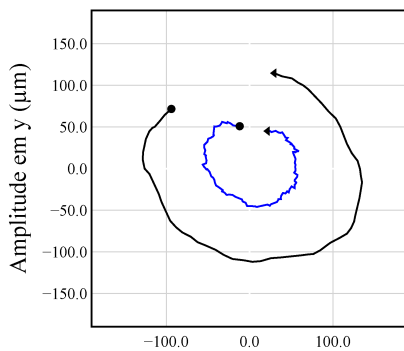


(a) Órbita experimental e simulada #8.

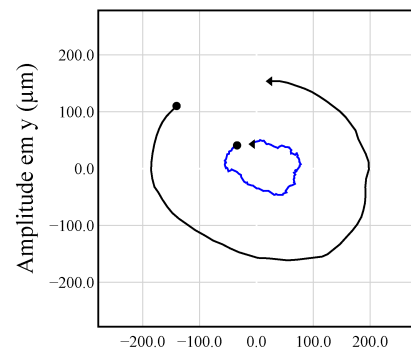


(b) Órbita experimental e simulada #28.

Figura 7.23: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (2ª condição). — Experimental, — Simulado.

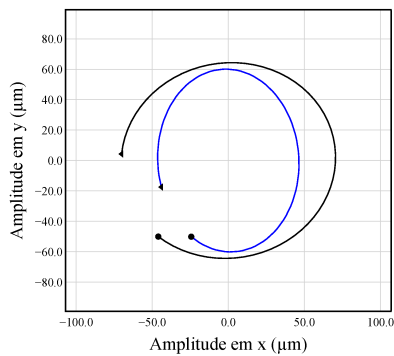


(a) Órbitas experimentais #8.

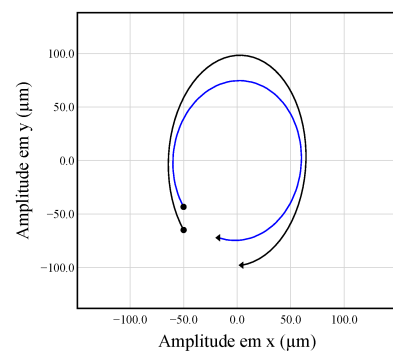


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.24: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (2ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.

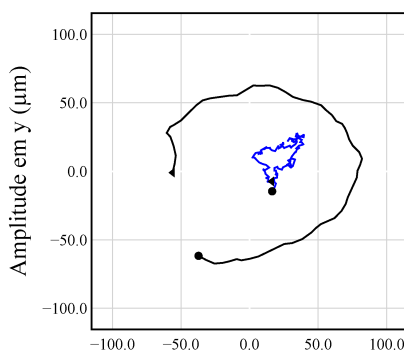


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

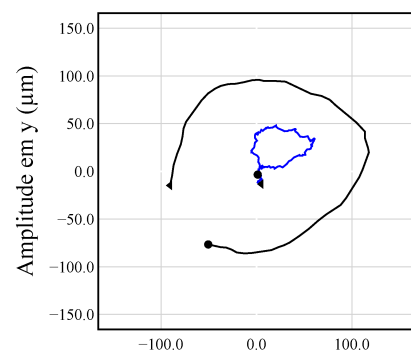


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.25: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (3ª condição). — Experimental, — Simulado.

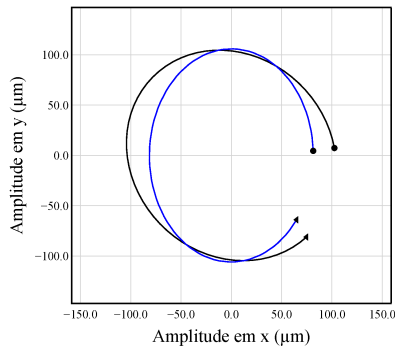


(a) Órbitas experimentais #8.

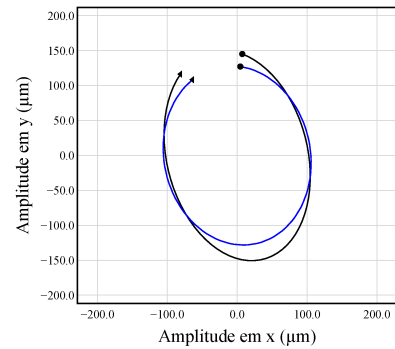


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.26: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (3ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.

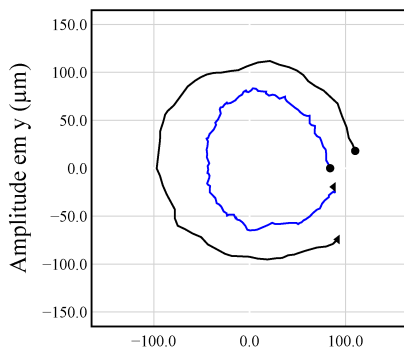


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

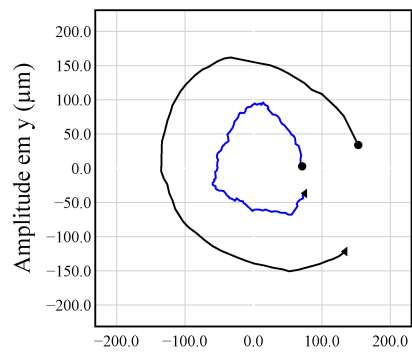


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.27: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (4ª condição). — Experi-
mental, — Simulado.

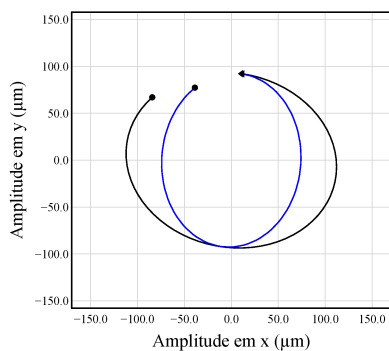


(a) Órbitas experimentais #8.

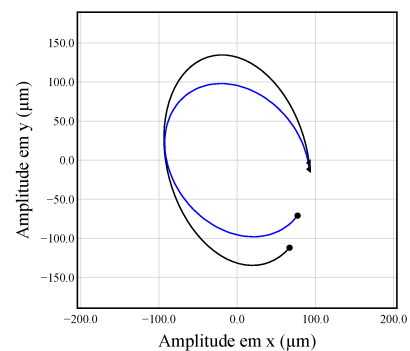


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.28: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (4ª condição). —
Desbalanceado, — Balanceado.

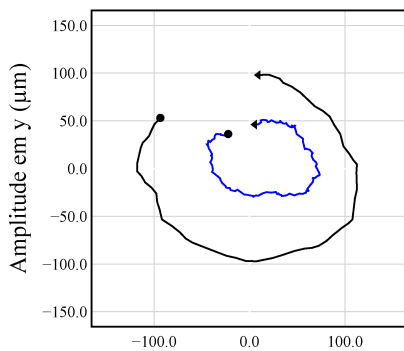


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

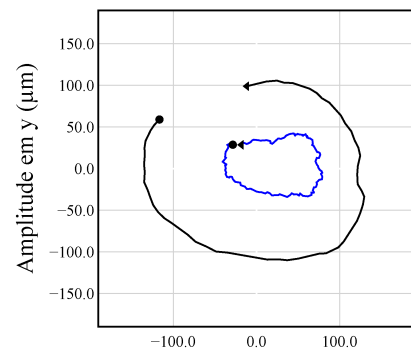


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.29: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (5ª condição). — Experi-
mental, — Simulado.

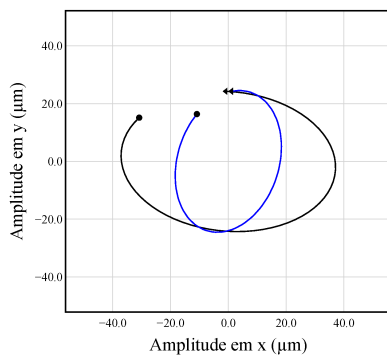


(a) Órbitas experimentais #8.

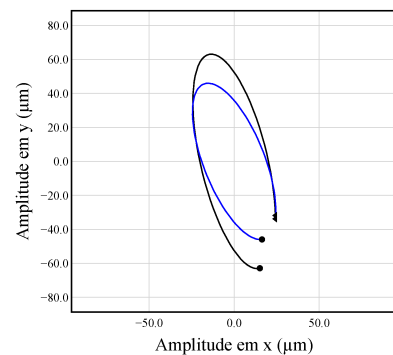


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.30: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (5ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.

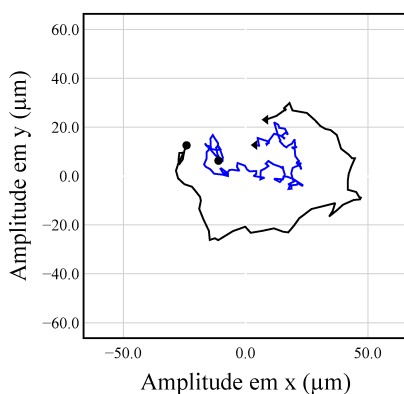


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

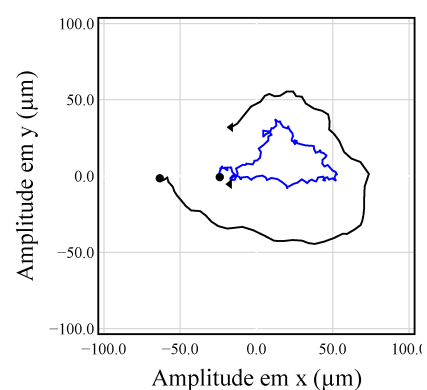


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.31: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (6ª condição). — Experimental, — Simulado.



(a) Órbitas experimentais #8.



(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.32: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (6ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.

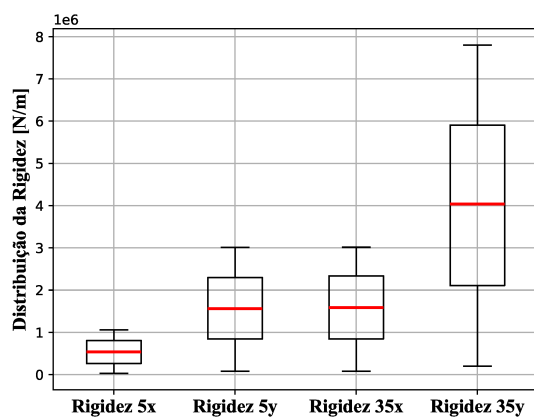
Nesse caso, as reduções obtidas são semelhantes às do primeiro estudo de caso, da ordem de

50%, indicando que, apesar das variações significativas nos coeficientes dos mancais, o impacto sobre as estimativas do modelo neural é relativamente pequeno. Isso sugere que outros fatores também contribuem para a redução da precisão do modelo.

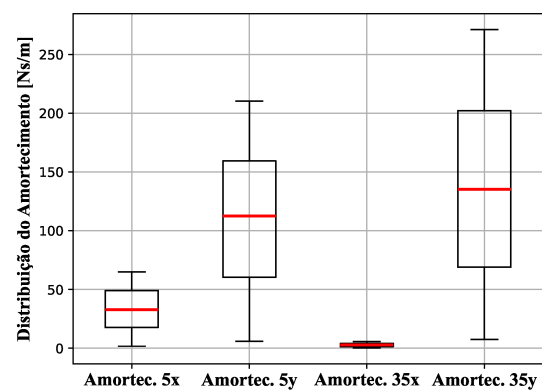
De fato, ao analisar a distribuição dos dados de treino considerando essas variações nos mancais (ver Fig. 7.19), observa-se que os dados de teste estão inseridos dentro dessa região. Dessa forma, caso apenas essa variabilidade fosse considerada, seria razoável esperar uma redução média próxima àquela obtida no estudo de caso numérico, cerca de 95%, o que, na prática, não foi verificado.

7.1.2.3 Estudo de Caso #3

Para a última condição, os dados de treino usados pela RNA foram gerados com uma variação de 95% nos coeficientes dos mancais, a Fig. 7.33 apresenta as distribuições normal desse coeficientes.



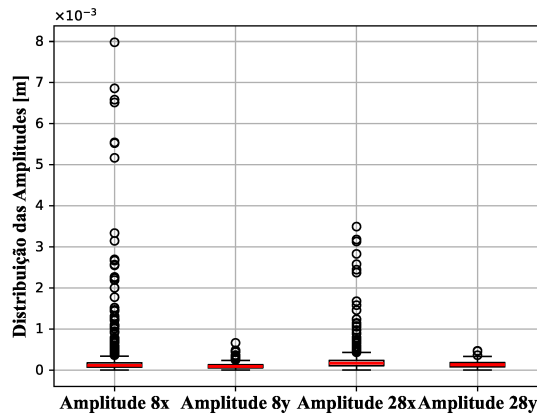
(a) Coeficientes de rigidez $\left[\frac{N}{m}\right]$.



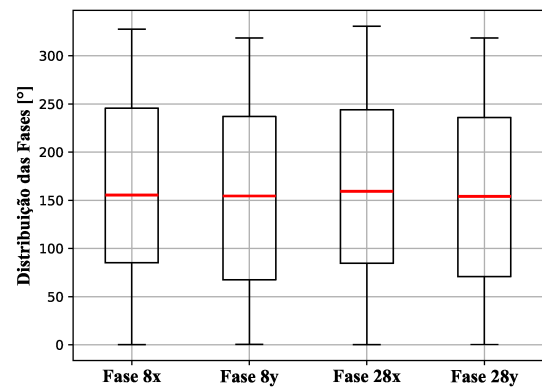
(b) Coeficientes de amortecimento $\left[\frac{Ns}{m}\right]$.

Figura 7.33: Distribuição uniforme dos coeficientes de rigidez e de amortecimento dos mancais para uma variação de 95%.

Nesse sentido, a Fig. 7.34 apresenta a distribuição das respostas de vibração em 1X em virtude dessa variação.



(a) Amplitude das respostas de vibração.



(b) Fases das respostas de vibração.

Figura 7.34: Distribuição das respostas de vibração #8 e #28.

Assim como nos casos anteriores, o modelo foi avaliado quanto à influência dos dados de treino por meio da validação cruzada, $MSE = 2,6403 \times 10^{-2} \pm 4,8562 \times 10^{-3}$, indicando ausência de *overfitting*. Além disso, foi investigada a influência dos pesos iniciais na performance do modelo (Fig. 7.35).

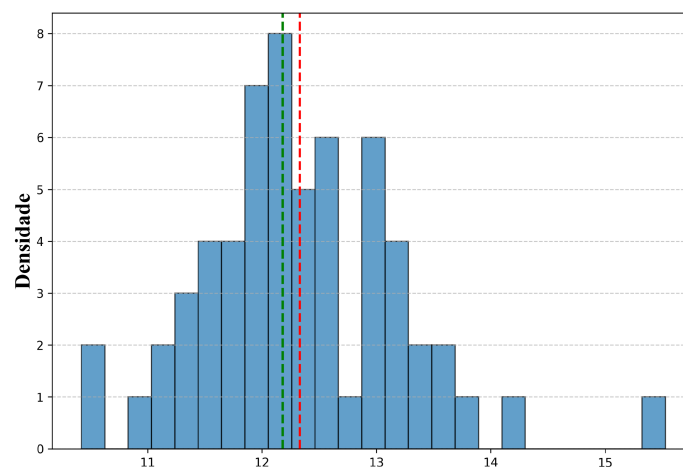


Figura 7.35: Histograma do erro da primeira condição experimental [u.m.]. — Média, — Mediana.

Nesse sentido, a Tab. 7.9 apresenta as condições impostas na bancada de teste e as estimativas da RNA, além dos parâmetros estatísticos para cada condição de desbalanceamento imposta.

Tabela 7.9: Condições de desbalanceamento impostas e estimadas pela RNA: variação de 95% nos mancais.

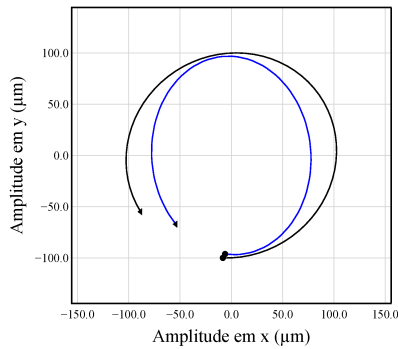
Condições de desbalanceamento	Desbalanceamento imposto		Desbalanceamento previsto pela RNA		Média	Mediana	Desvio-Padrão	Intervalo de Confiança (95%)
	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	[u.m.]	[u.m.]	[u.m.]	[u.m. _{min} - u.m. _{max}]
1°	26 \angle 310	15 \angle 230	18,39 \angle 291,04	10,35 \angle 210,74	12,33	12,18	0,9	[12,10 - 12,56]
2°	21 \angle 90	30 \angle 180	12,64 \angle 62,13	22,19 \angle 160,14	16,62	16,50	1,09	[16,34 - 16,90]
3°	14 \angle 280	10 \angle 220	7,25 \angle 243,83	8,16 \angle 217,99	9,42	9,43	0,85	[9,21 - 9,64]
4°	18 \angle 0	21 \angle 40	8,28 \angle 340,11	7,59 \angle 7,59	15,54	15,51	0,69	[15,37 - 15,72]
5°	30 \angle 130	12 \angle 240	27,23 \angle 108,49	11,31 \angle 249,0	11,20	11,24	0,71	[11,02 - 11,38]
6°	16 \angle 60	20 \angle 220	16,64 \angle 53,15	16,92 \angle 215,58	3,96	3,97	0,37	[3,87 - 4,06]

E a Tab. 7.10 avalia a efetividade do balanceamento por meio de uma comparação entre as amplitudes de vibração, antes e depois de aplicar a correção estimada pelo modelo neural, além da redução percentual da amplitude de vibração.

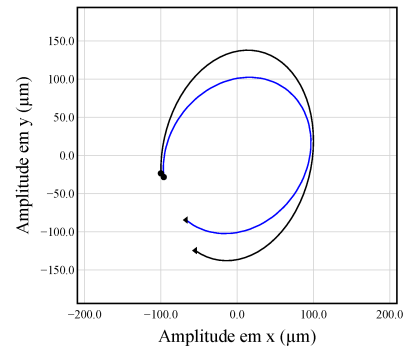
Tabela 7.10: Comparação das amplitudes de vibração antes e depois de aplicar a condição estimada pela RNA: variação de 95% nos coeficientes dos mancais.

Condições de desbalanceamento	Antes do balanceamento				Depois do balanceamento				Redução da amplitude de vibração				Média da redução
	S_{8x} [μ m]	S_{8y} [μ m]	S_{28x} [μ m]	S_{28y} [μ m]	S_{8x} [μ m]	S_{8y} [μ m]	S_{28x} [μ m]	S_{28y} [μ m]	S_{8x} [%]	S_{8y} [%]	S_{28x} [%]	S_{28y} [%]	[%]
1°	100,55	100,52	138,39	138,08	31,72	42,56	82,59	55,17	69,18	61,49	42,88	61,49	58,76
2°	134,87	117,23	197,78	161,50	97,86	62,46	84,95	73,38	29,25	46,72	57,29	56,05	47,34
3°	82,03	62,69	117,79	95,96	17,78	28,09	45,05	35,75	78,53	59,29	61,92	65,12	66,23
4°	117,30	111,90	163,88	161,85	115,78	87,03	102,97	120,08	4,53	22,87	38,88	32,09	24,59
5°	112,42	98,43	129,54	105,73	44,13	34,54	50,71	36,18	61,68	64,91	61,05	66,71	63,59
6°	47,15	29,85	73,68	55,47	22,09	26,17	28,86	23,97	55,59	24,86	62,52	57,64	56,10

As Figs. 7.36, 7.38, 7.40, 7.42, 7.44 e 7.46 mostram a comparação entre as respostas ao desbalanceamento obtidas experimentalmente e as previstas pelo modelo do rotor, com base nas estimativas geradas pela rede neural. Por sua vez, as Figs. 7.37, 7.39, 7.41, 7.43, 7.45 e 7.47 ilustram a comparação entre as respostas de vibração antes e após a aplicação das massas corretivas determinadas pelo modelo neural.

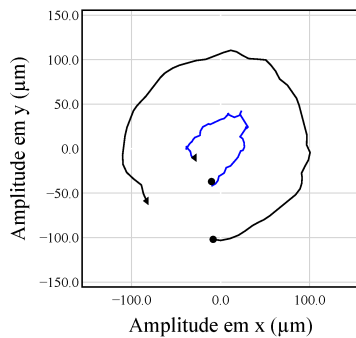


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

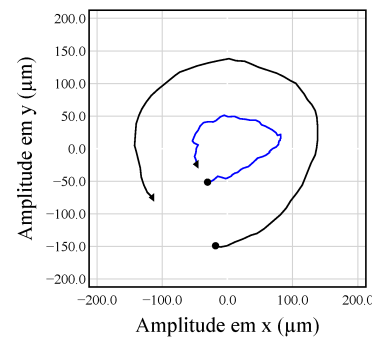


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.36: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (1ª condição). — Experimental, — Simulado.

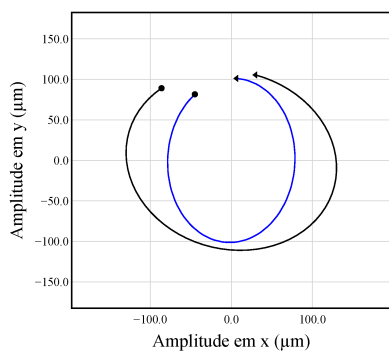


(a) Órbitas experimentais #8.

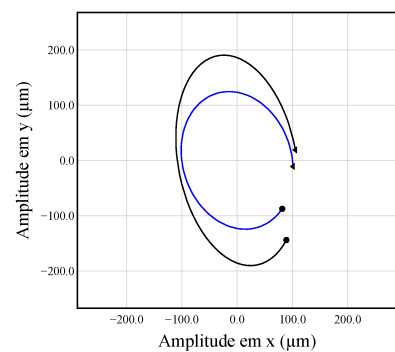


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.37: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (1ª condição). — Desbalanceado, — Balanceado.

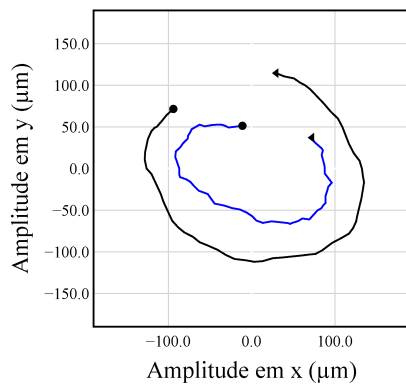


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

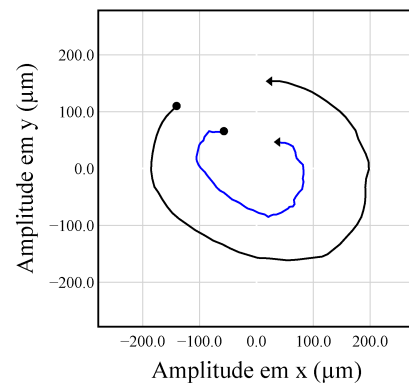


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.38: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (2ª condição). — Experimental, — Simulado.

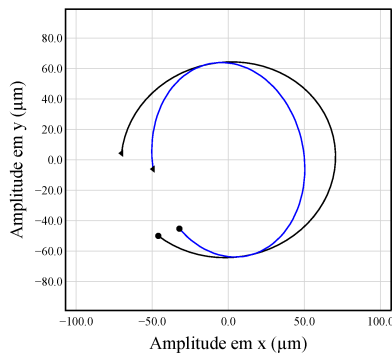


(a) Órbitas experimentais #8.

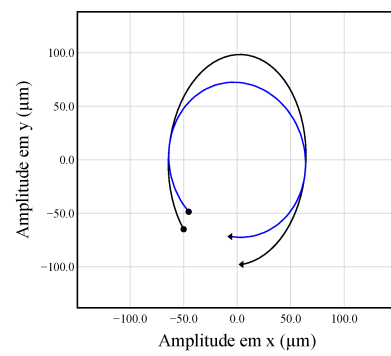


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.39: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (2ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.

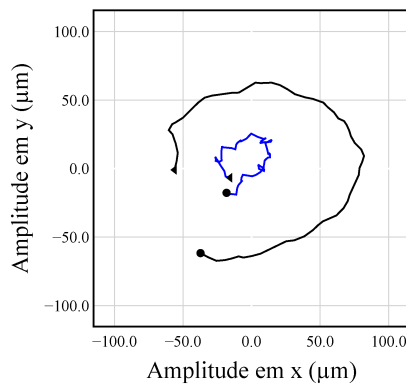


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

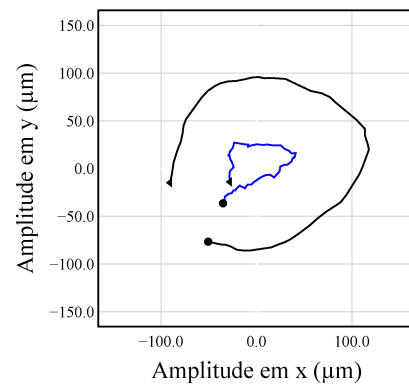


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.40: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (3ª condição). — Experimental, — Simulado.

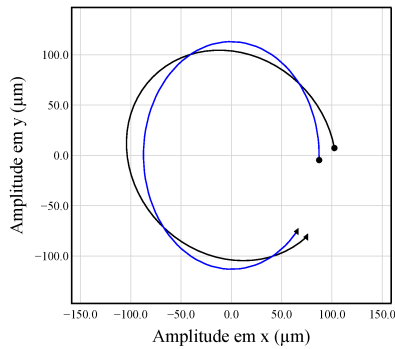


(a) Órbitas experimentais #8.

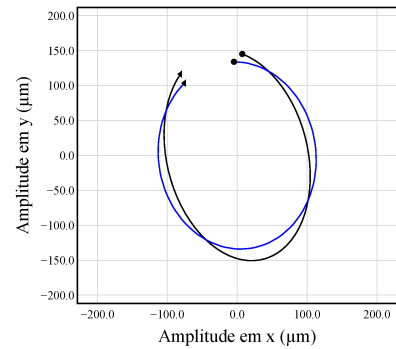


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.41: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (3ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.

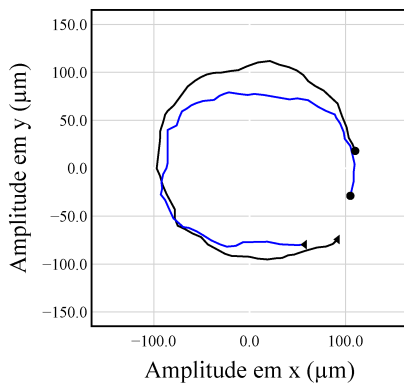


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

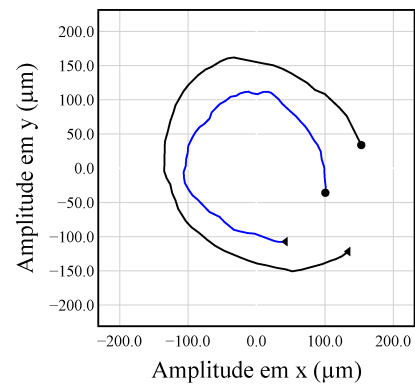


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.42: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (4ª condição). — Experi-
mental, — Simulado.

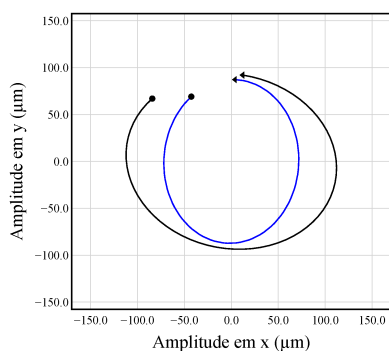


(a) Órbitas experimentais #8.

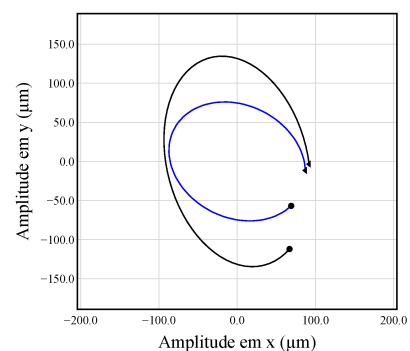


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.43: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (4ª condição). —
Desbalanceado, — Balanceado.

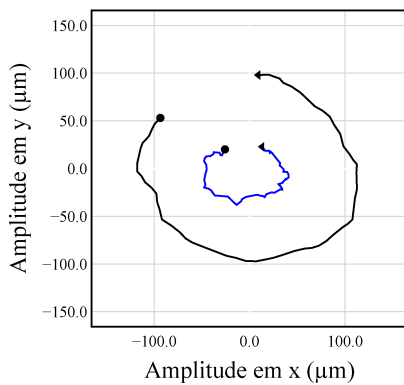


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

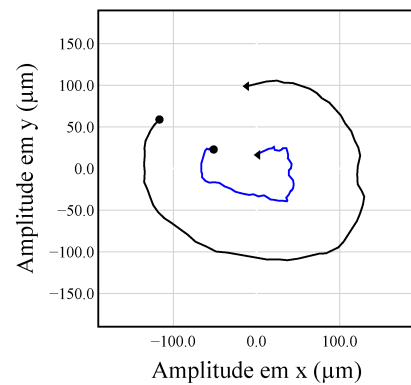


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.44: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (5ª condição). — Experi-
mental, — Simulado.

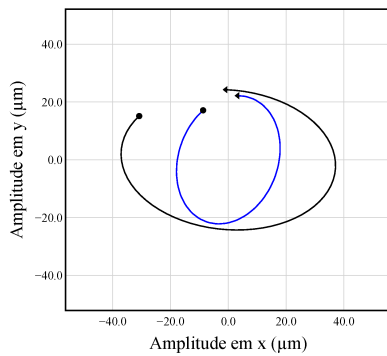


(a) Órbitas experimentais #8.

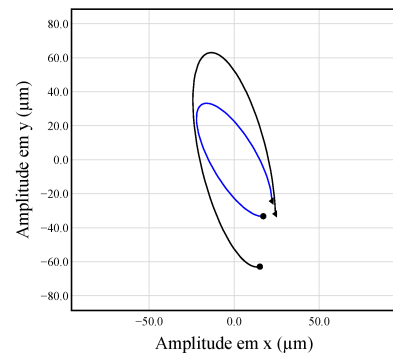


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.45: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (5ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.

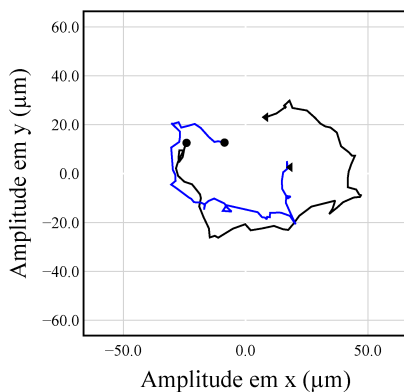


(a) Órbitas experimental e simulada #8.

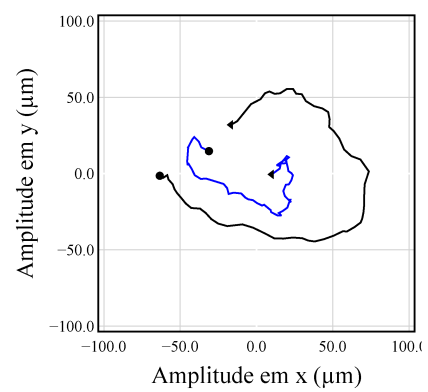


(b) Órbitas experimental e simulada #28.

Figura 7.46: Comparação entre as órbitas experimentais e simuladas (6ª condição). — Experimental, — Simulado.



(a) Órbitas experimentais #8.



(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.47: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (6ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado.

Ao comparar as distribuições das respostas de vibração (ver [Figs. 7.3, 7.19 e 7.34](#)), é possível observar o impacto da variação dos coeficientes dos mancais sobre essas respostas. No último caso, em que a variação atingiu 95 %, notou-se maior dispersão dos dados e uma maior presença de *outliers*. Apesar disso, o modelo neural demonstrou capacidade de estimar as forças de desbalanceamento com razoável precisão, resultando em um balanceamento médio de cerca de 50 %. Esse desempenho assemelha-se ao obtido nos estudos de caso anteriores, evidenciando que a metodologia proposta é robusta mesmo diante de significativas alterações nos coeficientes dos mancais.

7.2 Balanceamento Baseado em Dados

A seguir, apresenta-se a validação experimental da segunda metodologia de balanceamento sem massas de teste, baseada em dados. A avaliação foi conduzida em duas situações distintas: na primeira, não foram consideradas as variações nas respostas de vibração decorrentes do desbalanceamento residual ([Seção 6.2](#)); na segunda, essas variações foram incorporadas à análise ([Seção 6.2.1](#)).

7.2.1 Aumento de Dados: sem variação da força

A [Tab. 7.11](#) apresenta o banco de dados experimental necessário para a geração das amostras virtuais. Nesse caso, cada amostra experimental gerou 300 amostras virtuais; assim, um banco contendo 5 amostras experimentais resulta em um total de 1500 amostras virtuais.

A investigação da presença de *overfitting*, por meio de *cross-validation*, resultou em $MSE = 1,4560 \times 10^{-5} \pm 3,6330 \times 10^{-5}$, indicando a ausência da necessidade de reajuste do modelo neural. Além disso, destaca-se que, nesse estudo de caso e no seguinte, foi utilizada a mesma arquitetura neural obtida pelo processo de otimização descrito na seção anterior (ver [Tab. 7.2](#)).

Tabela 7.11: Banco de dados experimental usado na criação das amostras virtuais da RNA.

	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	S_{8x} [μm]	F_{8x} [°]	S_{8y} [μm]	F_{8y} [°]	S_{28x} [μm]	F_{28x} [°]	S_{28y} [μm]	F_{28y} [°]
MT1	7 \angle 10	8 \angle 120	28,7	-135,6	29,8	121,8	28,8	-127,8	35,6	118,7
MT2	10 \angle 110	12 \angle 230	25,3	-62,3	25,3	-163,4	43,3	-35,6	29,3	-149,7
MT3	11 \angle 170	9 \angle 280	20,3	-30,1	20,3	-121,4	44,3	-1,50	27,4	-97,4
MT4	18 \angle 300	20 \angle 20	62,4	127,8	63,4	35,6	91,3	120,1	96,1	34,6
MT5	22 \angle 40	21 \angle 90	95,4	-153,2	95,4	110,2	121,7	-153,2	126,4	105,4

Para testar o modelo neural, utilizaram-se as mesmas condições de desbalanceamento descritas na seção anterior. Com o objetivo de avaliar a reprodutibilidade do modelo, ele foi executado 60 vezes com as mesmas amostras de treinamento (Fig. 7.48). A Tab. 7.12, por sua vez, apresenta uma comparação entre os valores de desbalanceamento impostos e aqueles estimados pelo modelo, além de incluir parâmetros estatísticos relevantes.

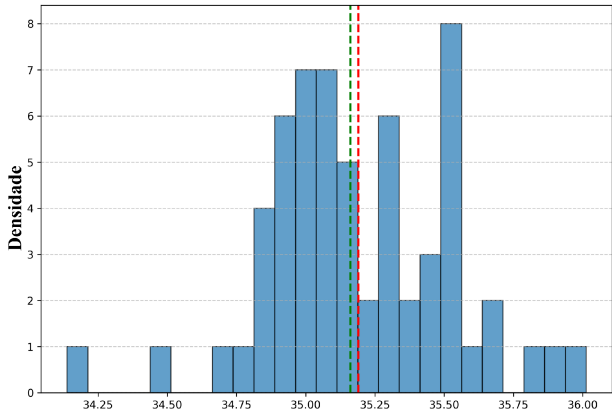


Figura 7.48: Histograma do erro da primeira condição experimental [u.m.]. — Média, — Mediana.

Após a realização dos testes de reprodutibilidade para cada condição de desbalanceamento experimental, foi selecionado o modelo cuja magnitude de erro correspondia à mediana da distribuição. Isso ocorreu porque esse modelo apresenta maior potencial de generalização, por representar o comportamento típico do conjunto.

Tabela 7.12: Comparação entre os desbalanceamentos impostos e os estimados pela RNA.

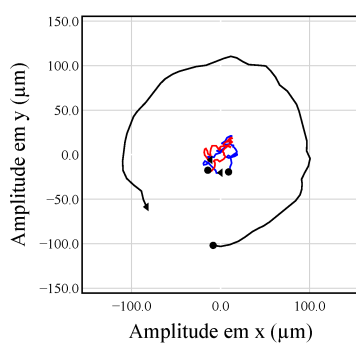
Condições de desbalanceamento	Desbalanceamento imposto		Desbalanceamento previsto pela RNA		Média	Mediana	Desvio-Padrão	Intervalo de Confiança (95%)
	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	[u.m.]	[u.m.]	[u.m.]	[u.m. _{min} - u.m. _{max}]
1°	26 \angle 310	15 \angle 230	16,08 \angle 235,12	19,39 \angle 311,93	35,19	35,16	0,34	[35,10 - 35,28]
2°	21 \angle 90	30 \angle 180	22,97 \angle 96,82	31,83 \angle 196,08	9,55	9,52	0,32	[9,47 - 9,63]
3°	14 \angle 280	10 \angle 220	8,66 \angle 342,70	22,47 \angle 214,12	22,95	22,94	0,22	[22,89 - 23,00]
4°	18 \angle 0	21 \angle 40	18,22 \angle 333,54	27,49 \angle 50,20	2,73	2,71	0,33	[2,64 - 2,81]
5°	30 \angle 130	12 \angle 240	29,08 \angle 108,98	25,45 \angle 226,04	20,27	20,26	0,30	[20,19 - 20,35]
6°	16 \angle 60	20 \angle 220	19,30 \angle 91,13	23,17 \angle 249,08	14,88	14,86	0,29	[14,81 - 14,95]

Nesse sentido, a Tab. 7.13 compara as amplitudes de vibração, antes e após a aplicação das massas corretivas estimadas pelo modelo neural.

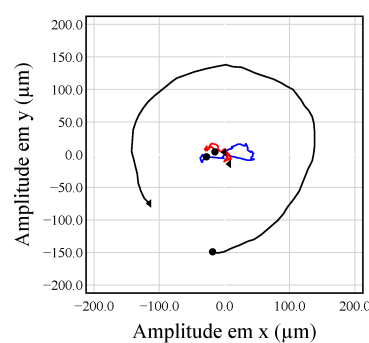
Tabela 7.13: Amplitudes de vibração antes e depois de aplicar as condições estimadas pela RNA.

Condições de desbalanceamento	Antes do balanceamento				Depois do balanceamento				Redução da amplitude de vibração				Média da redução [%]
	S_{8x} [μm]	S_{8y} [μm]	S_{28x} [μm]	S_{28y} [μm]	S_{8x} [μm]	S_{8y} [μm]	S_{28x} [μm]	S_{28y} [μm]	S_{8x} [%]	S_{8y} [%]	S_{28x} [%]	S_{28y} [%]	
1º	100,55	100,52	138,39	138,08	26,19	28,66	53,40	24,88	74,54	74,06	63,07	82,79	73,62
2º	134,87	117,23	197,78	161,50	59,75	63,94	68,66	107,8	56,80	45,45	65,43	35,51	50,80
3º	82,03	62,69	117,79	95,96	26,28	27,97	51,11	53,66	67,63	59,44	56,80	47,65	57,88
4º	117,30	111,90	163,88	161,85	18,31	28,14	27,67	24,71	84,90	75,06	83,59	86,03	82,41
5º	112,42	98,43	129,54	105,73	35,04	34,67	40,13	46,41	69,58	64,78	69,17	57,28	65,20
6º	47,15	29,85	73,68	55,47	33,39	28,73	53,73	33,23	31,82	17,51	30,20	41,27	30,20

E as Figs. de 7.49 a 7.54 apresentam uma comparação entre as órbitas, antes e depois do balanceamento pelo AD e pelo CI, para cada condição experimental.

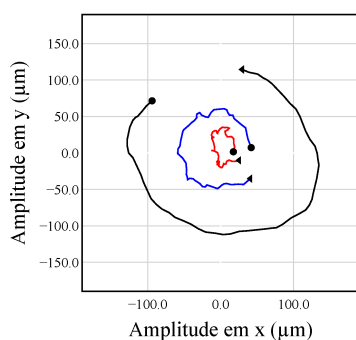


(a) Órbitas experimentais #8.

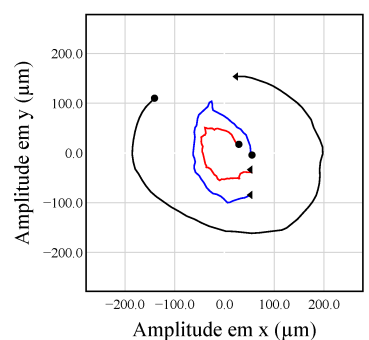


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.49: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (1ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.

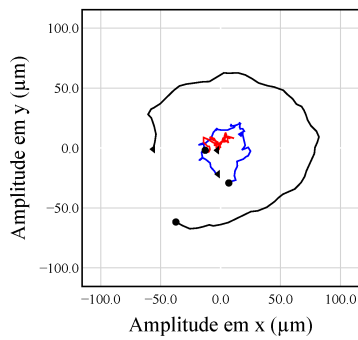


(a) Órbitas experimentais #8.

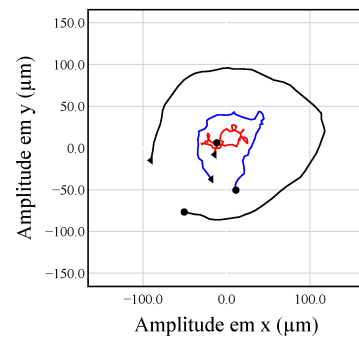


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.50: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (2ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.

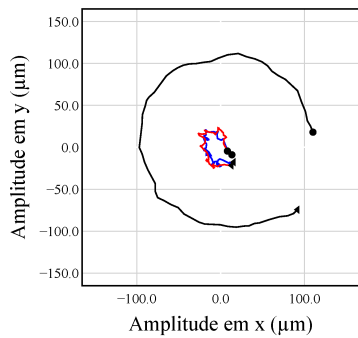


(a) Órbitas experimentais #8.

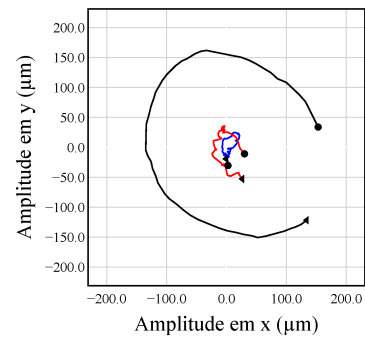


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.51: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (3ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.

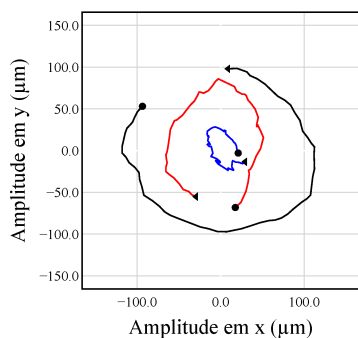


(a) Órbitas experimentais #8.

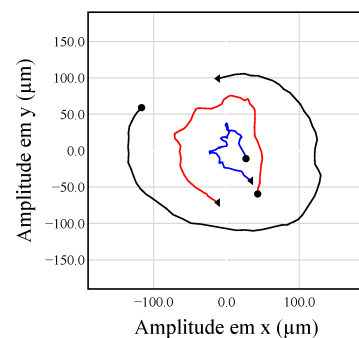


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.52: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (4ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.



(a) Órbitas experimentais #8.



(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.53: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (5ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.

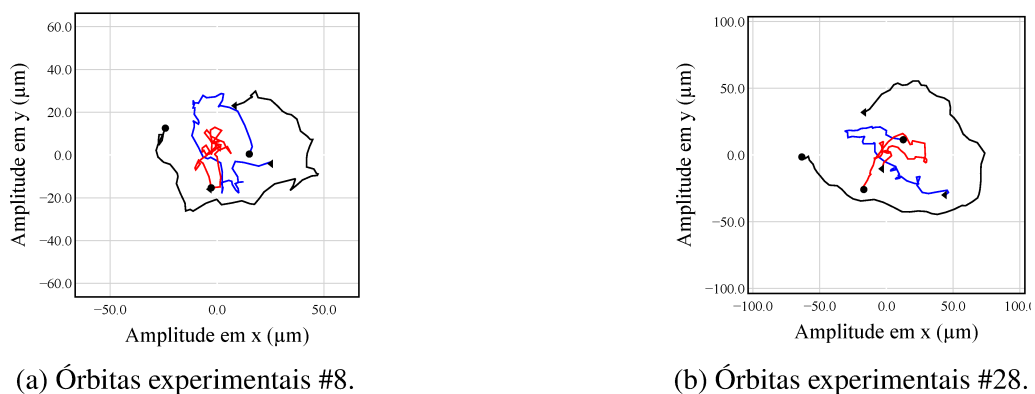


Figura 7.54: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (6ª condição). — Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.

Observa-se pela Tab. 7.13 e pelas Figs. de 7.49 a 7.54 a efetividade do balanceamento em todas as condições testadas, com uma redução média de 60,01 % na amplitude de vibração do rotor. Embora tenha apresentado balanceamento satisfatório, este mostrou-se inferior ao do CI em quase todas as condições avaliadas, exceto na 5ª condição.

7.2.2 Aumento de Dados: com variação da força

Nesse estudo de caso, a variação na resposta de vibração, causada pelo desbalanceamento residual foi levada em consideração na geração dos dados de treino do modelo neural. Para a geração das amostras virtuais foram utilizadas apenas duas condições experimentais (a 1ª e a 5ª condições do banco de dados original, resultando em 600 amostras virtuais), além do próprio desbalanceamento residual (ver Tab. 7.14).

Tabela 7.14: Banco de dados usado na estimativa das condições de desbalanceamento, considerando o desbalanceamento residual.

	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	S_{8x} [μm]	F_{8x} [°]	S_{8y} [μm]	F_{8y} [°]	S_{28x} [μm]	F_{28x} [°]	S_{28y} [μm]	F_{28y} [°]
BDR	-	-	10,6	-108,4	11,8	126,7	6,7	-40,0	8,6	95,6
MT1	7 \angle 10	8 \angle 120	28,7	-135,6	29,8	121,8	28,8	-127,8	35,6	118,7
MT5	22 \angle 40	21 \angle 90	95,4	-153,2	95,4	110,2	121,7	-153,2	126,4	105,4

Assim como nos casos anteriores, o modelo neural também foi avaliado quando a sua reprodutibilidade (ver Fig. 7.55 para primeira condição experimental), além da análise de *cross-validation* ($MSE = 7,8297 \times 10^{-6} \pm 1,8587 \times 10^{-6}$). Nesse sentido, a Tab. 7.15 compara os desbalanceamentos impostos com os estimados pelo modelo neural, bem como seus respectivos parâmetros estatísticos para cada condição.

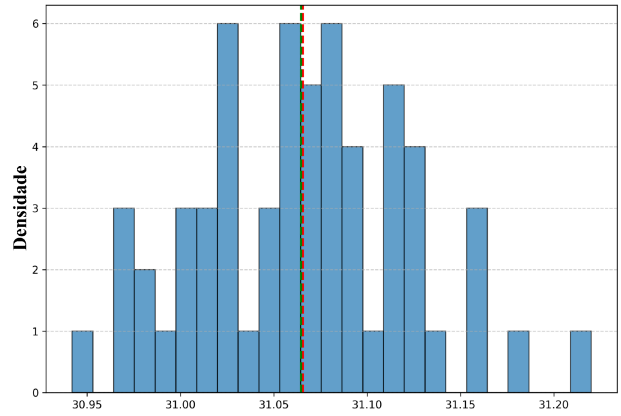


Figura 7.55: Histograma do erro da primeira condição experimental [u.m.]. — Média, — Mediana.

Tabela 7.15: Comparação entre os desbalanceamentos impostos e os estimados pela RNA, considerando o desbalanceamento residual.

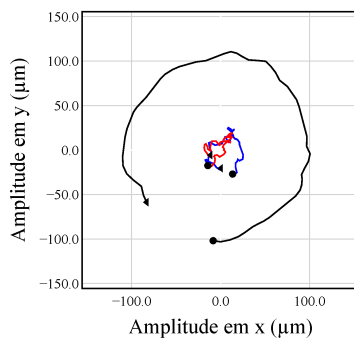
Condições de desbalanceamento	Desbalanceamento imposto		Desbalanceamento previsto pela RNA		Média	Mediana	Desvio-Padrão	Intervalo de Confiança (95%)
	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	D_1 [g] $\angle \theta_1$ [°]	D_2 [g] $\angle \theta_2$ [°]	[u.m.]	[u.m.]	[u.m.]	[u.m. _{min} - u.m. _{max}]
1º	26 \angle 310	15 \angle 230	17,30 \angle 235,12	18,39 \angle 313,02	31,07	31,06	0,06	[31,05 - 31,08]
2º	21 \angle 90	30 \angle 180	21,72 \angle 123,63	21,40 \angle 175,17	15,22	15,23	0,07	[15,20 - 15,23]
3º	14 \angle 280	10 \angle 220	11,97 \angle 198,23	14,19 \angle 282,69	21,52	21,50	0,09	[21,50 - 21,54]
4º	18 \angle 0	21 \angle 40	21,49 \angle 3,44	21,72 \angle 48,73	4,99	4,97	0,08	[4,97 - 5,01]
5º	30 \angle 130	12 \angle 240	17,42 \angle 121,78	18,45 \angle 182,42	20,41	20,41	0,06	[20,39 - 20,42]
6º	16 \angle 60	20 \angle 220	19,30 \angle 91,13	23,17 \angle 249,08	15,02	15,01	0,15	[14,99 - 15,06]

A Tab. 7.16 compara as máximas amplitudes de vibração, antes e depois da aplicação das massas corretivas estimadas pelo modelo neural, bem como, sua redução percentual.

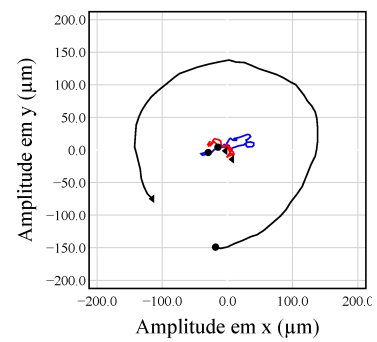
Tabela 7.16: Comparação das amplitudes de vibração antes e depois de aplicar a condição estimada pela RNA, considerando o desbalanceamento residual.

Condições de desbalanceamento	Antes do balanceamento				Depois do balanceamento				Redução da amplitude de vibração				Média da redução
	S_{8x} [μ m]	S_{8y} [μ m]	S_{28x} [μ m]	S_{28y} [μ m]	S_{8x} [μ m]	S_{8y} [μ m]	S_{28x} [μ m]	S_{28y} [μ m]	S_{8x} [%]	S_{8y} [%]	S_{28x} [%]	S_{28y} [%]	[%]
1º	100,55	100,52	138,39	138,08	27,17	25,49	44,78	24,78	73,68	73,58	69,03	82,86	74,77
2º	134,87	117,23	197,78	161,50	36,96	41,05	56,06	38,41	73,28	64,98	71,78	77,00	71,76
3º	82,03	62,69	117,79	95,96	25,84	24,05	22,89	32,95	68,81	65,17	80,65	67,85	70,62
4º	117,30	111,90	163,88	161,85	11,39	24,42	41,79	12,57	90,60	78,36	75,19	93,06	84,30
5º	112,42	98,43	129,54	105,73	13,30	23,30	28,85	32,14	88,46	76,63	77,83	70,42	78,34
6º	47,15	29,85	73,68	55,47	28,46	25,05	28,53	35,05	42,77	28,07	62,94	38,06	42,96

E as Figs. de 7.56 a 7.61 apresentam um comparação entre as órbitas, antes de depois do balanceamento, estimado pelo AD, e pelo CI, para cada condição experimental.

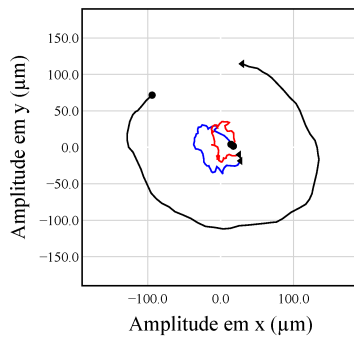


(a) Órbitas experimentais #8.

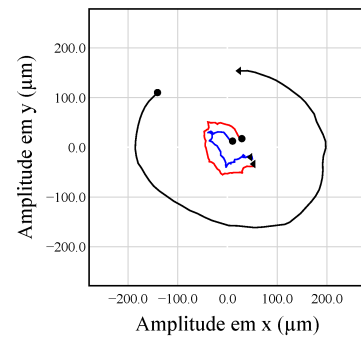


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.56: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (1ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.

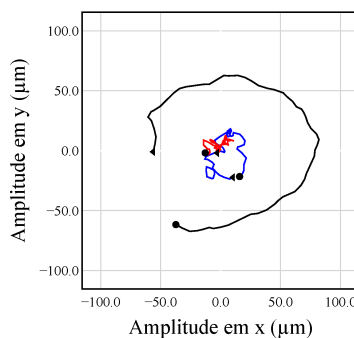


(a) Órbitas experimentais #8.

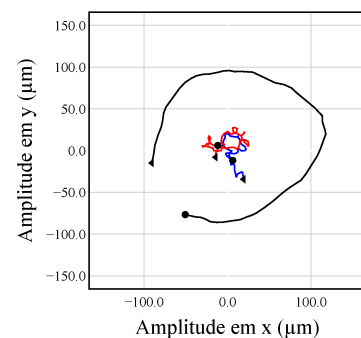


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.57: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (2ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.

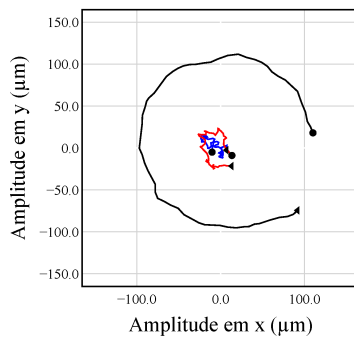


(a) Órbitas experimentais #8.

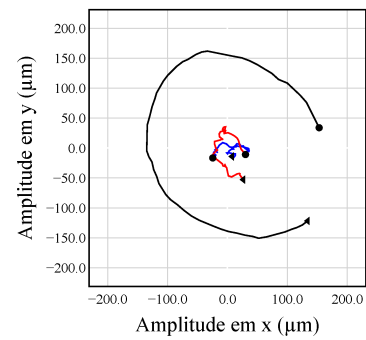


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.58: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (3ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.

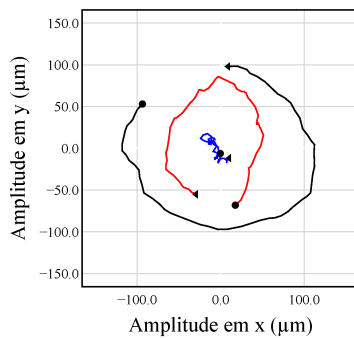


(a) Órbitas experimentais #8.

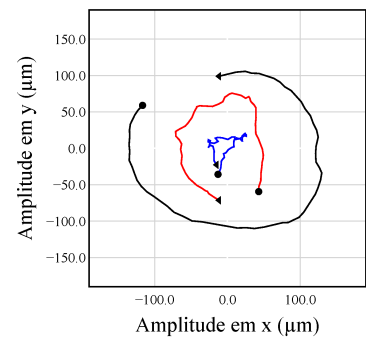


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.59: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (4ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.

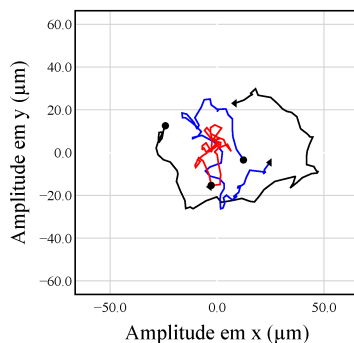


(a) Órbitas experimentais #8.

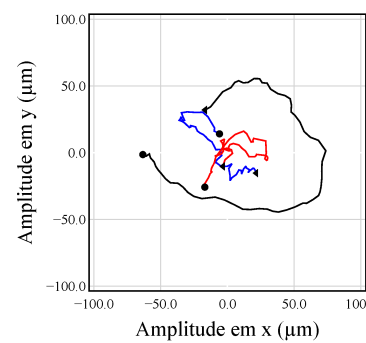


(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.60: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (5ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.



(a) Órbitas experimentais #8.



(b) Órbitas experimentais #28.

Figura 7.61: Comparação entre as órbitas antes e depois do balanceamento (6ª condição).— Desbalanceado, — Balanceado AD, — Balanceado CI.

A análise da Tab. 7.16 e das Figs. de 7.56 a 7.61 demonstra a efetividade do processo de balanceamento em todas as condições testadas, resultando em uma redução média de 70,52% na

amplitude de vibração do rotor. Além disso, observou-se que a metodologia proposta apresentou desempenho comparável ao do CI em todas as situações avaliadas, destacando-se especialmente na quinta condição, na qual o balanceamento pelo (AD) proporcionou uma maior redução na amplitude de vibração em comparação com o método tradicional.

Contudo, é importante ressaltar que, com uma escolha adequada das massas de teste, o balanceamento obtido pelo CI poderia ser equivalente ao alcançado nas demais condições. Outro aspecto relevante é o aumento da eficiência na redução da amplitude de vibração quando se elimina a influência do desbalanceamento residual. A abordagem aqui proposta também apresenta uma vantagem adicional: requer um número significativamente menor de amostras experimentais — apenas duas condições foram necessárias, enquanto no estudo anterior eram utilizadas cinco condições distintas para a geração das amostras de treino.

Ao comparar as metodologias baseadas em modelos matemáticos com aquelas baseadas na análise de dados, verifica-se uma maior efetividade desta última. Isso se deve ao fato de que a metodologia baseada em sinais não depende de modelos teóricos, mas sim dos dados experimentais para capturar o comportamento dinâmico do rotor. Assim, o modelo neural mostrou-se mais assertivo em relação à metodologia baseada em modelo. Embora essa última seja robusta frente a variações nos coeficientes dos mancais, sua eficácia depende diretamente da representatividade do modelo numérico do rotor.

Capítulo 8

Considerações Finais

Nesta Tese de Doutorado, foram desenvolvidas duas metodologias inovadoras para o balanceamento de rotores flexíveis sem a utilização de massas de teste. A primeira abordagem, denominada metodologia baseada em modelo, emprega um modelo numérico do rotor — construído por meio do Método dos Elementos Finitos — para gerar os dados de treinamento e validação da Rede Neural Artificial (RNA), enquanto os dados de teste são obtidos experimentalmente a partir de ensaios em uma bancada real.

A robustez dessa metodologia foi avaliada frente à incerteza nos parâmetros dos mancais, considerando variações nos coeficientes de rigidez e amortecimento em três cenários distintos: rotor nominal, e variações de 75% e 95%. Os resultados indicaram impacto relativamente baixo dessas incertezas na efetividade do balanceamento, com redução média de vibração da ordem de 50% em todos os casos analisados. Essa consistência pode ser atribuída à baixa dispersão dos erros obtidos no processo de *cross-validation*, evidenciando a capacidade da RNA em manter desempenho estável mesmo sob diferentes níveis de incerteza paramétrica.

Na segunda metodologia, baseada em dados, os dados de treinamento foram gerados por meio de técnicas de aumento de dados, exploradas em duas configurações distintas. Na primeira abordagem, cinco condições experimentais de desbalanceamento foram utilizadas como base para a geração de 1500 amostras sintéticas, excluindo o desbalanceamento residual. Com isso, obteve-se uma redução média de aproximadamente 60% nas amplitudes de vibração.

Na segunda estratégia, apenas duas condições reais foram empregadas para gerar um total de 600 amostras virtuais. Nesse caso, a redução média atingiu cerca de 70%, demonstrando maior eficiência. Esse desempenho superior justifica-se pelo fato de que, ao eliminar a influência do desbalanceamento residual, a RNA consegue estabelecer uma relação mais precisa entre força

de desbalanceamento e resposta vibratória, dispensando a necessidade de múltiplas condições experimentais para a realização do balanceamento.

Ambas as metodologias mostraram-se viáveis para a aplicação pretendida. A abordagem baseada em modelo revela-se particularmente adequada quando se dispõe de um modelo razoavelmente representativo do sistema real, mesmo na presença de incertezas nos parâmetros dos mancais. Já a metodologia baseada em dados destaca-se em situações onde não há disponibilidade de um modelo físico confiável, mas existe um pequeno conjunto de medições experimentais. Além disso, esta última mostrou maior eficácia, o que pode ser explicado pela limitação natural dos modelos físicos em capturar integralmente o comportamento dinâmico real do rotor, mesmo após ajustes.

8.1 Perspectivas de Trabalhos Futuros

Ambas as metodologias foram validadas em uma bancada experimental com mancais de rolamento, nos quais a relação entre as forças de desbalanceamento e as respostas de vibração tipicamente apresenta pouca não linearidade. Portanto, recomenda-se que essas metodologias sejam também validadas em uma bancada com mancais hidrodinâmicos, ambiente no qual os efeitos não lineares são mais pronunciados.

O Aumento de Dados, conforme desenvolvido, baseou-se na variação da fase da resposta de vibração e da posição angular da força de desbalanceamento. Logo, essa abordagem necessitou de pelo menos duas condições de teste distintas para gerar os dados necessários ao balanceamento. Considerando que, em muitas situações práticas, tanto um modelo preciso do rotor quanto múltiplas condições de desbalanceamento conhecidas são informações escassas, torna-se relevante investigar outras formas de geração de amostras virtuais. Tais formas poderiam incluir, por exemplo, a variação da velocidade de rotação durante a *run-up* ou *run-down* do equipamento.

Referências Bibliográficas

BERGSTRA, J.; BENGIO, Y. Random search for hyper-parameter optimization. **Journal of Machine Learning Research**, v. 13, p. 281–305, 2012. Disponível em: <<https://www.jmlr.org/papers/volume13/bergstra12a/bergstra12a.pdf>>.

BIN, G.; LI, X.; WU, J.; GAO, J. Virtual dynamic balancing method without trial weights for multi-rotor series shafting based on finite element model analysis. **Journal of Renewable and Sustainable Energy**, AIP Publishing, v. 6, n. 4, p. 042014, 2014.

BISHOP, R.; GLADWELL, G. The vibration and balancing of an unbalanced flexible rotor. **Archive: Journal of Mechanical Engineering Science 1959-1982 (vols 1-23)**, v. 1, p. 66–77, 1959. Disponível em: <<https://www.semanticscholar.org/paper/a521f761e02d7f4bfab59a0d2687533cd939d69f>>.

BRIDLE, J. S. Probabilistic interpretation of feedforward classification network outputs, with relationships to statistical pattern recognition. In: **Neurocomputing**. [S.l.]: Springer, 1990. p. 227–236.

CABRAL, L. D. d. S. **Balanceamento de máquinas rotativas utilizando redes neurais**. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)) — Universidade Federal de Uberlândia, 2023.

CARVALHO, V.; DOURADO, A.; JR, A. C.; JR, V. S. Experimental validation of robust model based balancing approach. In: . [S.l.: s.n.], 2017.

CARVALHO, V.; SICCHIERI, L.; SOUSA, M. F.; JR, A. C.; JR, V. S. Balancing of rotating machines using a kriging meta-model. In: . [S.l.: s.n.], 2019.

CARVALHO, V. N. **Balanceamento robusto de máquinas rotativas com eixos flexíveis**. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)) — Universidade Federal de Uberlândia, 2016.

CARVALHO, V. N. **Balanceamento de Máquinas Rotativas com Eixos Flexíveis utilizando Metamodelos Kriging**. Tese (Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica)) — Universidade Federal de Uberlândia, 2022.

CARVALHO, V. N.; DOURADO, A. D. P.; RENDE, B. R.; CAVALINI, J. A. A.; STEFFEN, J. V. Experimental validation of a robust model-based balancing approach. **Journal of Vibration and Control**, v. 25, n. 2, p. 423–434, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1077546318783552>>.

CARVALHO, V. N.; RENDE, B. R. F.; SILVA, A. D. G.; JR, A. A. C.; JR, V. S. Robust balancing approach for rotating machines based on fuzzy logic. **Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of the ASME**, v. 140, p. 051018, 2018.

Cavalini Jr., A. A.; KOROISHI, E. H.; MELO, G. P. Identificação de forças de excitação resultantes do desbalanceamento de um eixo rotativo. In: **X Encontro de Modelagem Computacional**. Nova Friburgo - RJ: [s.n.], 2007. CD-ROM.

Cavalini Jr., A. A.; MORAIS, T. S.; KOROISHI E. H., S. V. Balanceamento de um rotor flexível utilizando um método baseado no modelo matemático do sistema. In: **20º POSMEC - Simpósio do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UFU**. Uberlândia - MG: CDROM, 2010.

Cavallini Junior, A. A. **Deteccão e identificação de trincas transversais incipientes em eixos horizontais flexíveis de máquinas rotativas**. Tese (Tese (Doutorado)) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2013. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

CHEN, X.; ZHANG, Y.; WANG, L. Machine learning-based rotor balancing without trial weights. **Journal of Vibration and Control**, SAGE Publications, v. 24, n. 15, p. 3456–3468, 2018.

DARLOW, M. S.; SMALLEY, A. J.; PARKINSON, A. G. Demonstration of a unified approach to the balancing of flexible rotors. **Journal of Engineering for Power**, v. 103, n. 1, p. 101–107, 01 1981. ISSN 0022-0825.

DEEPTHIKUMAR, M. B.; SEKHAR, A. S.; SRIKANTHAN, M. R. Modal balancing of flexible rotors with bow and distributed unbalance. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 332, n. 23, p. 6216–6233, 2013.

DEEPTHIKUMAR, M. B.; SEKHAR, A. S.; SRIKANTHAN, M. R. Balancing of flexible rotor with bow using transfer matrix method. **Journal of Vibration and Control**, SAGE Publications, v. 20, n. 2, p. 225–240, 2014. Disponível em: <<http://jvc.sagepub.com/content/20/2/225>>.

Dos Santos, M. B.; Lé pore Neto, F. P.; MAHFOUD, J.; Cavalini Junior, A. A.; Steffen Jr, V.; TORRES, L. A. M.; OLIVEIRA, C. A. Balanceamento de rotores flexíveis sem utilizar massas de teste com base no modelo do sistema. In: **Encontro Nacional de Máquinas Rotativas**. Angra dos Reis - RJ: CD ROM, 2012.

EDWARDS, S.; LEES, A. W.; FRISWELL, M. I. Experimental identification of excitation and support parameters of a flexible rotor-bearings-foundation system from a single run-down. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 232, n. 5, p. 963–992, 2000.

EL-SHA FEI, A.; EL-KABBANY, A. S.; YOUNAN, A. A. Rotor balancing without trial weights. In: ASME. **ASME Turbo Expo 2002: Power for Land, Sea, and Air**. Amsterdam, The Netherlands, 2002. p. GT2002–30633.

FLOREA, A.-C.; ANDONIE, R. Weighted random search for hyperparameter optimization. **arXiv preprint arXiv:2004.01628**, 2020. Disponível em: <<https://arxiv.org/pdf/2004.01628.pdf>>.

GARCIA-SANZ, M.; HOUPIS, C. H. **Wind Energy Systems: Control Engineering Design**. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2012. ISBN 978-1439856576.

GARPELLI, L. N.; ALVES, D. S.; CAVALCA, K. L.; CASTRO, H. F. d. Physics-guided neural networks applied in rotor unbalance problems. **Structural Health Monitoring**, v. 22, n. 6, p. 4117–4130, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/14759217231163081>>.

GOODMAN, T. P. A least-squares method for computing balance corrections. **Journal of Engineering for Industry**, v. 86, n. 3, p. 273–277, 08 1964. ISSN 0022-0817. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.3670532>>.

GOODMAN, T. P. A least-squares method for computing balance corrections. **Journal of Engineering for Industry**, 1964.

GUSTINELI, M. A survey on recently proposed activation functions for deep learning. **arXiv preprint arXiv:2204.02921**, 2022. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/2204.02921>>.

HAMMERSTROM, D. Neural networks at work. **IEEE Spectrum**, v. 30, n. 6, p. 26–32, 1993.

HAMMERSTROM, D. Working with neural networks. **IEEE Spectrum**, v. 30, n. 7, p. 46–53, 1993.

HEBB, D. O. **The organization of behavior: A neuropsychological theory**. [S.l.]: Psychology press, 2005.

HOPFIELD, J. J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. **Proceedings of the national academy of sciences**, National Acad Sciences, v. 79, n. 8, p. 2554–2558, 1982.

IMBERT, J.-F. **Analyse des structures par éléments finis**. [S.l.: s.n.], 1979.

KOHONEN, T.; ANDERSON, C. H. Self-organizing processes: A systematic study. **Journal of Theoretical Biology**, v. 35, n. 3, p. 451–471, 1972.

LACERDA, H. B. **Balanceamento de Rotores Flexíveis Usando o Método dos Coeficientes de Influência**. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 1996. Valder Steffen Jr.

LACERDA, H. B.; Steffen Jr., V. Improving the influence coefficients method for the balancing of flexible rotors using modal information. In: **Proc. of the 11th Brazilian Congress of Mechanical Engineering**. São Paulo: 11th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, 1991. p. xx–xx.

LACERDA, H. B.; Steffen Jr., V. Racionalização do método dos coeficientes de influência aplicado ao balanceamento de rotores. In: **IV International Symposium on Dynamics Problems of Mechanics - DINAME**. Pouso Alto: Anais do IV International Symposium on Dynamics Problems of Mechanics - DINAME, 1991. p. xx–xx.

LACERDA, H. B.; Steffen Jr., V. Using optimization for balancing flexible rotors. In: **Proc. of the 10th International Modal Analysis Conference - IMAC**. San Diego, CA: 10th International Modal Analysis Conference - IMAC, 1992. p. xx–xx.

LACERDA, H. B.; Steffen Jr., V. On the balancing of flexible rotors. **The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis**, United States, v. 11, p. 96–105, 1996.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics Prediction in Engineering**. [S.l.]: John Wiley e Sons, 1998.

LEDERER, J. Activation functions in artificial neural networks: A systematic overview. **arXiv preprint arXiv:2101.09957**, 2021. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/2101.09957>>.

LI, H.; LIU, J.; ZHAO, W. Wireless sensor networks and artificial neural networks for real-time rotor balancing. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Elsevier, v. 135, p. 106402, 2020.

LI, X.; ZHENG, L.; LIU, Z. Balancing of flexible rotors without trial weights based on finite element modal analysis. **Journal of Vibration and Control**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 19, n. 3, p. 461–470, 2013.

LI, Y. **Rotating Machines**. [S.l.]: IntechOpen, 2022.

LINDLEY, A.; BISHOP, R. Some recent research on the balancing of large flexible rotors. 1963. Disponível em: <<https://www.semanticscholar.org/paper/c5b8a4a4482c5070d6309260a94a50110d3b1b15>>.

LIU, Y.; ZHANG, H.; CHEN, X. Hybrid physics-informed machine learning for flexible rotor balancing. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Elsevier, v. 180, p. 109432, 2023.

LUND, J. W.; TONNESEN, J. Analysis and experiments on multi-plane balancing of a flexible rotor. **Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME**, v. 94, n. 1, p. 233–242, February 1972.

MAAS, A. L.; HANNUN, A. Y.; NG, A. Y. Rectifier nonlinearities improve neural network acoustic models. In: **Proceedings of the 30th International Conference on Machine Learning (ICML)**. [S.l.: s.n.], 2013.

MARTINS, L.; JR, A. C.; JR, V. S.; MOLINA, F. L.; BRICEÑO, R. Álvarez; OLIVEIRA, L. de. Force estimation using the augmented kalman filter algorithm. In: . [S.l.: s.n.], 2019.

MCCULLOCH, W. S.; PITTS, W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. **The bulletin of mathematical biophysics**, Springer, v. 5, p. 115–133, 1943.

MICHALSKI, M. A. de C.; de Melo, I. S.; de Souza, G. F. M. Dynamic unbalance identification in steady-state rotating machinery: A hybrid methodology integrating physical and data-driven techniques. **Journal of Sound and Vibration**, v. 597, p. 118817, 2025. ISSN 0022-460X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X24005790>>.

MORAIS, T.; Der Hagopian, J.; STEFFEN, V.; MAHFOUD, J. Optimization of unbalance distribution in rotating machinery with localized non linearity. **Mechanism and Machine Theory**, v. 72, p. 60–70, 2014. ISSN 0094-114X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X13001882>>.

NAIR, V.; HINTON, G. E. Rectified linear units improve restricted boltzmann machines. In: **Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning (ICML-10)**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 807–814.

NAVON, D.; BRONSTEIN, A. M. Random search hyper-parameter tuning: Expected improvement estimation and the corresponding lower bound. **arXiv preprint arXiv:2208.08170**, 2022. Disponível em: <<https://arxiv.org/pdf/2208.08170.pdf>>.

NETO, R.; REZENDE, S.; CABRAL, L.; JR, A. C.; DOURADO, A.; JR, V. S. Comparative study of artificial neural networks and augmented kalman filter models applied to balancing of flexible rotors without test mass. In: . [S.l.: s.n.], 2023. p. 10.

NILSSON, N. J. **The Quest for Artificial Intelligence: A History of Ideas and Achievements**. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.

PARHI, R.; NOWAK, R. D. The role of neural network activation functions. **arXiv preprint arXiv:1910.02333**, 2019. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1910.02333>>.

PARKINSON, A. G. The vibration and balancing of shafts rotating in asymmetric bearings. **Journal of Sound and Vibration**, v. 2, p. 477–501, 1965. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:120604246>>.

PARKINSON, A. G. Balancing of flexible shafts rotating in massive flexible bearings. **Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 15, n. 6, p. 430–438, 1973.

Pereira Neto, R. V.; CABRAL, L. D. S.; DOURADO, A. D.; AP., C. A.; V., S. Adapting deep neural networks for rotating machine balancing without employment of trial weights. In: XIX INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DYNAMIC PROBLEMS OF MECHANICS. **DINAME 2023**. Pirenópolis, Go, 2023.

RAMACHANDRAN, P.; ZOPH, B.; LE, Q. V. Searching for activation functions. **arXiv preprint arXiv:1710.05941**, 2017. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1710.05941>>.

REILLY, W. S.; COOPER, L. N. A hybrid network for pattern classification. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, v. 12, n. 12, p. 1214–1220, 1982.

RENDE, B. R. F.; OLIVEIRA, D. D.; Costa Jr, F. L.; Cavalini Junior, A. A.; Steffen Jr, V. Técnicas de balanceamento de máquinas rotativas sem a medição da fase. In: **Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica**. Campos dos Goytacazes - RJ: CREEM 2015, 2015.

RENDE, B. R. F.; SILVA, A. D. G.; Cavalini Junior, A. A.; Steffen Jr, V. Balanceamento robusto de máquinas rotativas baseado no modelo matemático. In: **I Workshop em Matemática Industrial, Modelagem e Otimização**. Catalão - GO: WMiMO 2015, 2015.

ROSENBLATT, F. The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. **Psychological Review**, v. 65, n. 6, p. 386, 1958.

SALDARRIAGA, M. R. V. **Balanceamento de Rotores Flexíveis sem usar Massas de Teste**. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2002. Valder Steffen Jr.

SALDARRIAGA, M. R. V.; Steffen Jr., V. Balancing of flexible rotors without trial weights, by using optimization techniques. In: **Proc. of the 17th International Congress of Mechanical Engineering**. São Paulo: 17th International Congress of Mechanical Engineering, 2003. p. xx–xx.

SALDARRIAGA, M. R. V.; Steffen Jr., V. Balancing of flexible machines without trial weights using optimization techniques. In: **Proc. of the 7th International Conference on Rotor Dynamics**. Viena, Áustria: IFToMM, 2006. p. 1–10. 7th International Conference on Rotor Dynamics.

SALDARRIAGA, M. V.; MAHFOUD, J.; JR, V. S.; HAGOPIAN, J. D. Adaptive balancing of highly flexible rotors by using artificial neural networks. **Smart structures and systems**, v. 5, n. 5, p. 507–515, 2009.

- SALDARRIAGA, M. V.; STEFFEN, J. V.; HAGOPIAN, J. D.; MAHFOUD, J. On the balancing of flexible rotating machines by using an inverse problem approach. **Journal of Vibration and Control**, v. 17, n. 7, p. 1021–1033, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1077546310370669>>.
- SANCHES, F. D.; Cavallini jr., A. A.; Steffen Jr, V. Theoretical and experimental applications of a rotor balancing technique without using trial weights based on augmented kalman filter. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 208, p. 111066, 2024. ISSN 0888-3270. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327023009743>>.
- SAXENA, S.; SHAIK, K.; KUMAR, M. B. D.; PATIL, A. S. Development of flexible rotor balancing procedure using response matching technique. **Journal of Vibration Engineering & Technologies**, Springer, v. 12, p. 9041–9049, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s42417-024-01574-y>>.
- SERQUEIRA, M.; GONZÁLEZ, P.; BEZERRA, E. A population-based hybrid approach to hyperparameter optimization for neural networks. **arXiv preprint arXiv:2011.11062**, 2020. Disponível em: <<https://arxiv.org/pdf/2011.11062.pdf>>.
- SILVA, A. D. G.; Cavalini jr, A. A.; Steffen Jr, V. Model based robust balancing approach for rotating machines. In: ATAMTURKTUR, S.; SCHOENHERR, T.; MOAVENI, B.; PAPADIMITRIOU, C. (Ed.). **Model Validation and Uncertainty Quantification, Volume 3**. Cham: Springer International Publishing, 2016. p. 243–251. ISBN 978-3-319-29754-5.
- SINHA, J. K.; FRISWELL, M. I.; LEES, A. W. The identification of the unbalance and the foundation model of a flexible rotating machine from a single run-down. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 16, n. 2-3, p. 255–271, 2002. Disponível em: <<http://www.idealibrary.com>>.
- SOUSA, M. F.; CARVALHO, V.; SICCHIERI, L.; JR, A. C.; JR, V. S. Balancing of a rotating machine using the kriging approach. In: . [S.l.: s.n.], 2023. p. 20–60.
- Steffen Jr, V.; SANTOS, M. B.; NETO, F. L.; MORAIS, T. S.; JUNIOR, A. A. C. **Balanceamento do Ventilador de Tiragem Induzida da Usina UTLB: Método baseado no Modelo Matemático e Otimização e Método dos Coeficientes de Influência**. Uberlândia, MG, 2010.
- Steffen Jr, V.; SANTOS, M. B.; NETO, F. L.; JUNIOR, A. A. C. **Balanceamento de Rotores Hidrodinâmicos: Método dos Coeficientes de Influência e Método baseado no Modelo Matemático e Otimização**. Uberlândia, MG, 2011.
- Steffen Jr, V.; SANTOS, M. B.; NETO, F. L.; JUNIOR, A. A. C. **Balanceamento de Rotores: Método baseado no Modelo Matemático e Otimização**. Uberlândia, MG, 2011.
- TESSARZIK, J. M.; BADGLEY, R. H.; ANDERSON, W. J. Flexible rotor balancing by the exact point-speed influence coefficient method. **Journal of Engineering for Industry**, v. 94, n. 1, p. 148–158, 02 1972. ISSN 0022-0817. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.3428104>>.
- THEARLE, E. L. Dynamic balancing of rotating machinery in the field. **Transactions of the ASME**, v. 56, p. 745–753, 1934.
- TIMBÓ, R.; MARTINS GABRIEL BACHMANN, F. R. J. M. J. V. T. G. R. R. Ross - rotordynamic open source software. **Journal of Open Source Software**, The Open Journal, v. 5, n. 48, p. 2120, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.21105/joss.02120>>.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. E. **Mecânica dos Sólidos**. [S.l.]: LTC editora, 1994.

UICKER, J. J.; PENNOCK, G. R.; SHIGLEY, J. E. **Theory of Machines and Mechanisms**. 4th. ed. New York, NY, USA: Oxford University Press, 2010. ISBN 978-0195371239.

UNTAROIU, C. D.; ALLAIRE, P. E.; FOILES, W. C. Balancing of flexible rotors using convex optimization techniques: Optimum min-max lmi influence coefficient balancing. **Journal of Vibration and Acoustics**, American Society of Mechanical Engineers, v. 130, n. 2, p. 021006, 2008.

WANG, A.; CHENG, X.; MENG, G.; XIA, Y.; WU, L.; WANG, Z. Dynamic analysis and numerical experiments for balancing of the continuous single-disc and single-span rotor-bearing system. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Elsevier, v. 86, p. 151–176, 2017. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S088832701630468X>>.

WERBOS, P. J. **Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences**. Tese (Doutorado) — Harvard University, 1974.

WIDROW, B. et al. **Adaptive "adaline" Neuron Using Chemical "memistors"**. [S.l.: s.n.], 1960.

XU, B.; QU, L. A new practical modal method for rotor balancing. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 215, n. 3, p. 179–189, 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.1243/0954406011521488>>.

XU, B.; QU, L.; SUN, R. The optimization technique-based balancing of flexible rotors without test runs. **Journal of Sound and Vibration**, v. 238, n. 5, p. 877–892, 2000. Disponível em: <<http://www.idealibrary.com>>.

YANG, F.; YAO, J.; JIAO, S.; SCARPA, F.; LI, Y. Balancing multiple speeds flexible rotors without trial weights using multi-objective optimization. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 46, n. 8, p. 493, 2024. ISSN 1806-3691. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40430-024-05065-9>>.

ZHAO, S.; REN, X.; DENG, W.; LU, K.; YANG, Y.; FU, C. A transient characteristic-based balancing method of rotor system without trial weights. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Elsevier, v. 148, p. 107117, 2021.