



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Rodrigo Coelho De Souza Zanqueta

**ESTUDO DE AMORTECEDORES DE VIBRAÇÃO PARA UM  
HELICÓPTERO EM RESSONÂNCIA DE SOLO**

Uberlândia

2024

Rodrigo Coelho De Souza Zanqueta

**ESTUDO DE AMORTECEDORES DE VIBRAÇÃO PARA UM  
HELICÓPTERO EM RESSONÂNCIA DE SOLO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade  
Federal de Uberlândia como parte dos requisitos para  
obtenção do título de Bacharel em Engenharia  
Aeronáutica. *VERSÃO REVISADA*

Orientador :Prof. Dr. Tobias Souza Morais

Uberlândia  
2024



### ATA DE DEFESA - GRADUAÇÃO

Curso de Graduação em:	ENGENHARIA AERONÁUTICA				
Defesa de:	PROJETO DE CONCLUSÃO DE CURSO - FEMEC43100				
Data:	04/06/2024	Hora de início:	16:00	Hora de encerramento:	17:51
Matrícula do Discente:	11821EAR021				
Nome do Discente:	RODRIGO COELHO DE SOUZA ZANQUETA				
Título do Trabalho:	Estudo de Amortecedores de Vibração para um Helicóptero em Ressonância de Solo				
A carga horária curricular foi cumprida integralmente?	( X ) Sim ( ) Não				

Reuniu-se remotamente por meio da plataforma digital Google Meet, a Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica, assim composta: Prof. Higor Luis Silva, FEMEC/UFU, Prof. Giuliano Gardolinski Venson, FEMEC/UFU e Prof. Tobias Souza Morais, FEMEC/UFU, orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos, o presidente da mesa, Prof. Tobias Souza Morais, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao discente a palavra, para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do curso.

A seguir o(a) senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado, Nota: 80

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Tobias Souza Morais, Professor(a) do Magistério Superior**, em 04/06/2024, às 17:53, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Higor Luis Silva, Professor(a) do Magistério Superior**, em 04/06/2024, às 17:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Giuliano Gardolinski Venson, Professor(a) do Magistério Superior**, em 18/06/2024, às 15:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://www.sei.ufu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **5450491** e o código CRC **925B6619**.

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU  
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

Z33  
2024

Zanqueta, Rodrigo Coelho de Souza, 2000-  
Estudo de Amortecedores de Vibração para um  
Helicóptero em Ressonância de Solo [recurso eletrônico]  
/ Rodrigo Coelho de Souza Zanqueta. - 2024.

Orientador: Tobias Souza Morais.  
Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -  
Universidade Federal de Uberlândia, Graduação em  
Engenharia Aeronáutica.

Modo de acesso: Internet.  
Inclui bibliografia.  
Inclui ilustrações.

1. Aeronáutica. I. Morais, Tobias Souza, 1981-,  
(Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia.  
Graduação em Engenharia Aeronáutica. III. Título.

CDU: 629.7

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091  
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074

À minha família e a  
todos que de alguma forma me  
ajudaram a ser quem eu sou.

# AGRADECIMENTOS

Deixo aqui registrado meu enorme agradecimento a todos aqueles que me apoiaram de alguma forma na conclusão da minha faculdade, gostaria de agradecer em especial aos meus pais e aos avós paternos. Também gostaria de agradecer a todos os professores que, de fato, foram os responsáveis por moldar o profissional que sou hoje, em especial gostaria de destacar o trabalho do professor Giuliano Gardolinski Venson por sua incansável dedicação ao curso de Engenharia Aeronáutica. Por fim gostaria de agradecer ao Prof. Tobias Souza Moraes pela paciência e pelos conselhos.

Um especial agradecimento a Equipe de Propulsão e Tecnologia Aeroespacial (EPTA), onde pude ter um dos primeiros contatos com a engenharia na prática assim como presenciar e ver em primeira mão os desafios que permeiam o desenvolvimento de um projeto de engenharia.

Também não poderia de agradecer a empresa Macjee pela oportunidade de estágio oferecida a mim.

"If a man is in need of rescue  
an airplane can come in and throw flowers  
on him, and that's just about all.  
But a direct lift aircraft could come in  
and save his life"  
(Igor Sikorsky)

# RESUMO

ZANQUETA, R.C.S. **Estudo de modelos de amortecimento para um helicóptero em ressonância de solo**. 2024. 59 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Aeronáutica)-Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG, 2024

Os helicópteros caracterizam-se por serem aeronaves de asas rotativas cuja sustentação provém da rotação das pás. Dentre os movimentos que a pá descreve durante o seu movimento rotacional, o Avanço e Atraso ( *Lead-Lag* ), caracteriza-se como o mais importante desses movimentos para este trabalho . Esse tipo de movimento das pás, sob certas circunstâncias, pode causar um desbalanceamento dinâmico no rotor principal, de forma que o rotor passe a excitar a fuselagem. Caso essa frequência de excitação seja igual a frequência natural da fuselagem, a aeronave pode vir a entrar uma condição de ressonância de solo e por consequência o comprometimento estrutural da aeronave. Esse tipo de efeito, em um caso particular, ocorre quando a aeronave encontra-se em solo apoiada em seu trem de pouso daí o nome de ressonância de solo. Algumas características construtivas da aeronave, como o tipo de rotor principal, podem expor a aeronave a uma maior probabilidade de ocorrência desse fenômeno. Felizmente existem alguns tipos de amortecedores de vibração que podem ser implementados para modificar a frequência natural da fuselagem e assim evitar a ocorrência do efeito de ressonância de solo. Este trabalho tem a intenção de comparar alguns modelos de amortecimento propostos como o Amortecedor Linear, NES ( *Non Linear Energy Sink* ) e o TVNES ( *Time Variable Non Linear Energy Sink* ), no que refere-se ao comportamento das amplitudes das vibrações após a implementação desses modelos.

**Palavras Chave:** Ressonância, Ressonância de solo, NES, Amortecedor Dinâmico de Vibração, TVNES, Helicópteros

# ABSTRACT

ZANQUETA, R.C.S. **Study of vibration dampers for a helicopter in ground resonance.** 2024. 59 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Aeronáutica)-Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG, 2024

Helicopters are characterized as rotary-wing aircraft whose lift comes from blade's rotation. Among the movements that the blade describes during its rotational motion, the Lead-Lag is characterized as the most important of these movements for this work. This type of blade movement, under certain circumstances, can cause a dynamic imbalance in the main rotor, causing the rotor to excite the fuselage. If this excitation matches the fuselage's natural frequency, the aircraft may enter a ground resonance condition and consequently compromise the aircraft's structural integrity. This type of effect, in a particular case, occurs when the aircraft is on the ground supported by its landing gear, hence the name ground resonance. Some constructive characteristics of the aircraft, such as the type of main rotor, may expose the aircraft to a higher probability of occurrence of this phenomenon. Fortunately, there are some types of vibration dampers that can be implemented to modify the natural frequency of the fuselage and thus avoid the occurrence of the ground resonance effect. This work intends to compare some proposed damping models such as the Linear Damper, NES (Non-Linear Energy Sink), and TVNES (Time Variable Non-Linear Energy Sink), regarding the behavior of vibration amplitudes after the implementation of these models.

**Keywords:** Ressonance, Ground Ressonance, Dynamic Damper, NES, TVNES, Helicopters.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Reprodução do dispositivo proposto por Davinci. . . . .	12
Figura 2 – Primeiros modelos funcionais Helicópteros . . . . .	13
Figura 3 – Frota mundial de helicópteros. . . . .	13
Figura 4 – Gráficos obtidos para $\omega = 4.8Hz$ , sendo $\omega$ a frequência de rotação do rotor principal . . . . .	15
Figura 5 – Utilização do NES e ressonância de solo. . . . .	16
Figura 6 – Modelo sistema variante no tempo. . . . .	17
Figura 7 – TVNES proposto. . . . .	17
Figura 8 – Resultados obtidos para o aumento da velocidade de rotação de $m_1$ . . . . .	18
Figura 9 – Principais componentes helicóptero. . . . .	19
Figura 10 – Eixos de movimentação da pá do rotor principal. . . . .	19
Figura 11 – Movimento de " <i>Flapping</i> " da pá . . . . .	20
Figura 12 – Movimento de <i>Lead Lag</i> da pá . . . . .	21
Figura 13 – Representação simplificada de um rotor principal com a <i>Swashplate</i> e <i>Mixing Lever</i> . . . . .	22
Figura 14 – Representação de um rotor articulado . . . . .	23
Figura 15 – Representação de um rotor semirrígido . . . . .	24
Figura 16 – Efeito do rebaixamento das pás . . . . .	25
Figura 17 – Ilustração do <i>Pre Conning Angle</i> . . . . .	25
Figura 18 – Representação simplificada do rotor e das <i>Fly Bars</i> . . . . .	26
Figura 19 – Rotor do Helicóptero MBB Bo 105, um dos pioneiros na utilização desses rotores . . . . .	27
Figura 20 – Detalho do rotor principal do Helicóptero MD 900. . . . .	28
Figura 21 – Representação de uma condição desejada e indesejada de posicionamento do CG equivalente das pás . . . . .	31
Figura 22 – Representação do comportamento normal do CG das pás e do comportamento que pode levar a ressonância de solo . . . . .	31
Figura 23 – Rotor Articulado do Boeing CH47F <i>Chinook</i> contendo os amortecedores do tipo viscoso. . . . .	33
Figura 24 – Rotor Articulado do Schweizer S300 . . . . .	34
Figura 25 – Rotor articulado e a amortecedor por fricção do Saunders Roe Skeeter AOP.12 . . . . .	35
Figura 26 – Amortecedor com fluido Magneto Reológico . . . . .	36
Figura 27 – Modelo adotado para captar a dinâmica da fuselagem e do rotor . . . . .	37
Figura 28 – Representação do <i>hub</i> do rotor e de uma pá . . . . .	38
Figura 29 – Modelo dinâmico do Amortecedor Linear . . . . .	40
Figura 30 – Modelo dinâmico do NES . . . . .	40

Figura 31 – Modelo dinâmico do TVNES . . . . .	41
Figura 32 – Resposta da fuselagem do helicóptero sem nenhum amortecedor de vibração . . . . .	45
Figura 33 – Resposta para os diferentes amortecimentos e $\lambda_\delta = 0,045$ N-s/m e $\lambda_\delta = 0,03$ N-s/m respectivamente . . . . .	46
Figura 34 – Resposta para os diferentes amortecimentos . . . . .	47
Figura 35 – Dados obtidos para o ADV variante no tempo . . . . .	49
Figura 36 – Resposta para as diferentes velocidades de rotação da massa $m_1$ . . . .	50

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros das pás e fuselagem utilizados na simulação . . . . .	43
Tabela 2 – Tabela para resposta da fuselagem sem nenhum amortecedor de vibração	45
Tabela 3 – Tabela para oscilação da fuselagem do helicóptero com os amortecedores de vibração implementados e $\lambda_\delta = 0,045$ N-s/m . . . . .	46
Tabela 4 – Tabela para oscilação da fuselagem do helicóptero com os amortecedores de vibração implementados e $\lambda_\delta = 0,030$ N-s/m . . . . .	46
Tabela 5 – Tabela para oscilação da fuselagem do helicóptero com os amortecedores de vibração implementados e $\lambda_\delta = 0,015$ N-s/m . . . . .	47
Tabela 6 – Tabela para oscilação da fuselagem do helicóptero com os amortecedores de vibração implementados e $\lambda_\delta = 0,0005$ N-s/m . . . . .	47
Tabela 7 – Tabela para resposta da fuselagem com o ADV variante no tempo e velocidade de rotação das massas $m_1$ de 1 rad/s . . . . .	50
Tabela 8 – Tabela para diferentes velocidades de rotação da massa $m_1$ . . . . .	51

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADV	Amortecedor Dinâmico de Vibração
CG	Centro de Gravidade
CTOL	Conventional Take-Off And Landing
MBB	Messerschmitt-Bölkow-Blohm
MD	McDonnell Douglas
NES	Non Linear Energy Sink
RPM	Rotação por minuto
TVNES	Time Variable Non Linear Energy Sink

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\omega$	Velocidade Angular
$\Omega$	Velocidade Angular do rotor principal
$x(t)$	Deslocamento fuselagem
$m_f$	Massa fuselagem
$k_f$	Rigidez equivalente fuselagem
$c_f$	Amortecimento equivalente fuselagem
$\phi_k(t)$	Ângulo do movimento de Avanço e Atraso da pá
$\theta_k(t)$	Ângulo percorrido pelas pás do rotor principal
$m_b$	Massa da pá
$k_b$	Rigidez equivalente da pá
$c_b$	Amortecimento equivalente da pá
$q_n$	Coordenadas generalizadas
$Q_n$	Trabalho virtual
$L$	Lagrangiana
$T$	Energia cinética
$U$	Energia potencial
$F\delta$	Trabalho forças não conservativas
$k_{ADV}$	Rigidez equivalente ADV
$c_{ADV}$	Amortecimento equivalente ADV
$m_{ADV}$	Massa oscilante ADV
$k_{NES}$	Rigidez equivalente NES
$c_{NES}$	Amortecimento equivalente NES
$m_{NES}$	Massa oscilante NES
$h(t)$	Deslocamento da massa oscilante com relação a fuselagem
$w_{rt}$	Frequência de rotação conjunto de massas $m_1$
$\lambda_\delta$	Taxa de amortecimento movimento de Avanço e Atraso por unidade de momento de inércia
$\ddot{x}(t)$	Aceleração do movimento da fuselagem no eixo x
$\dot{x}(t)$	Velocidade do movimento da fuselagem no eixo x
$\dot{\phi}_k(t)$	Velocidade do movimento de Avanço e Atraso das pás
$\ddot{\phi}_k(t)$	Aceleração do movimento de Avanço e Atraso das pás
$x(t)$	Deslocamento no eixo x da fuselagem
$\dot{x}(t)$	Velocidade no eixo x da fuselagem
$\dot{\theta}_k(t)$	Velocidade de rotação das pás do rotor principal
$\Omega_\delta$	Frequência natural angular de oscilação das pás no eixo de Avanço e Atraso
$\Omega_\delta$	Coefficiente de acoplamento entre as pás do rotor principal e a fuselagem do helicóptero

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>12</b>
1.1	OBJETIVO GERAL . . . . .	14
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS . . . . .	14
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA . . . . .</b>	<b>15</b>
2.1	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA . . . . .	18
2.2	TIPOS DE ROTORES . . . . .	22
2.3	DEFINIÇÃO DO EFEITO DE RESSONÂNCIA EM SOLO . . . . .	29
2.4	AMORTECEDORES DE VIBRAÇÃO . . . . .	32
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA . . . . .</b>	<b>37</b>
3.1	MODELAGEM MATEMÁTICA . . . . .	37
3.2	MODELO PARA O AMORTECEDOR LINEAR DE VIBRAÇÃO . . . . .	39
3.3	MODELO PARA O NES . . . . .	40
3.4	TIME VARIABLE NES . . . . .	41
3.5	ACOPLAMENTO DO ADV, NES E TVNES AO MODELO DA FUSELAGEM . . . . .	42
3.6	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL . . . . .	42
3.7	PROGRAMA MAIN . . . . .	43
3.8	FUNÇÃO QUE DESCREVE A DINÂMICA DO SISTEMA . . . . .	44
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO . . . . .</b>	<b>45</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>52</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>53</b>
	<b>APÊNDICE A – Equacionamento . . . . .</b>	<b>57</b>
	<b>APÊNDICE B – Fluxogramas . . . . .</b>	<b>58</b>

# 1 INTRODUÇÃO

As origens do helicóptero remontam de finais do século 15 com a concepção do polímata Leonardo Da Vinci de um aparato, construído com linho engomado, madeira e arames e denominado "Parafuso Helicoidal Aéreo"(Figura1). Apesar desse invento ter surgido em um momento em que os estudos sobre aerodinâmica ainda eram muito rudimentares ele pode ser denominado como um dos primeiros aparatos que lembravam vagamente um helicóptero moderno e que assim como esse último também realizava pousos e decolagens na vertical. Segundo Da Vinci o dispositivo poderia, se bem construído, "perfurar"o ar com sua espiral e a partir disso conseguiria empuxo para ganhar altitude.

Figura 1 – Reprodução do dispositivo proposto por Davinci.

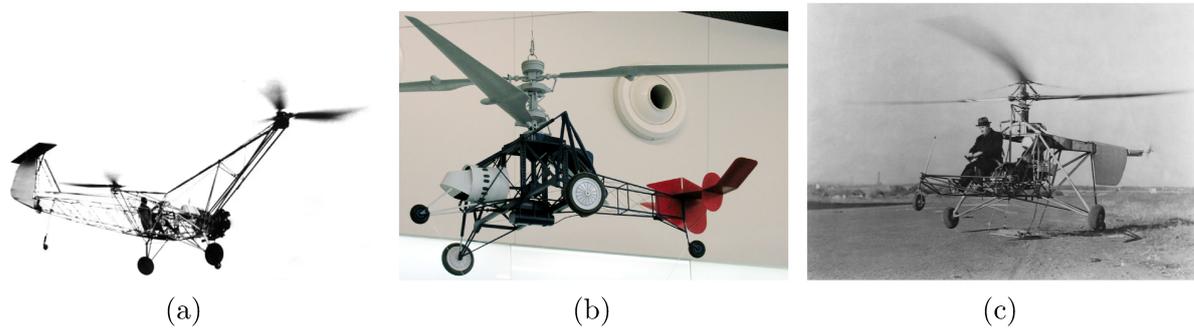


Fonte: Hubschraubermuseum, Bückeburg (2013).

Propulsionado por tração braçal humana, como demonstra a figura, esse dispositivo nunca chegou a ser construído e testado, a exceção de algumas réplicas não funcionais dispostas em museus ao redor do globo.

Por volta do início do século 20 dispositivos mais elaborados, funcionais e semelhantes aos helicópteros atuais foram construídos. Os principais nomes que encabeçaram esses novos desenvolvimentos foram Igor Sikorsky, Henrich Focke e Louis Breguét . Tais máquinas tinham em comum com os helicópteros atuais o fato de o seu controle de atitude ser efetuado por meio da deflexão das hélices e que ficavam ligadas a algum tipo de propulsão. A Figura 2 demonstra as diferentes configurações de rotores dessas aeronaves

Figura 2 – Modelos de Focke (a), Breguét(b) e Sikorsky(c) .

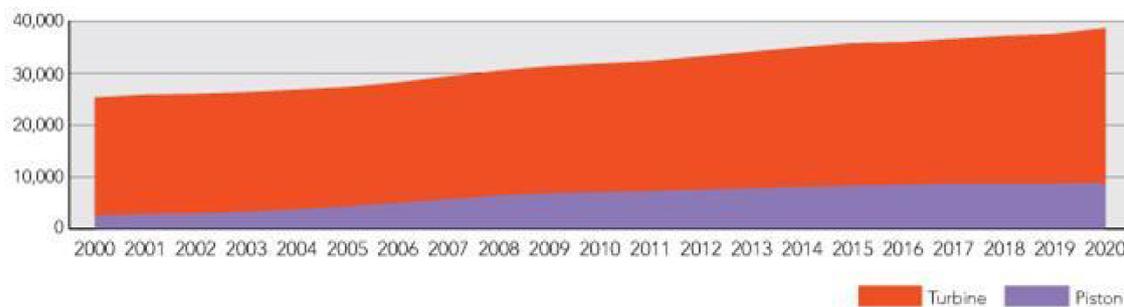


Fonte: (a)Unknown (1936) ,(b)Hubschraubermuseum (2019),(c)Unknown (1939)

Se no passado os helicópteros eram restritos a apenas alguns modelos de aeronaves e aplicações bem restritas, atualmente os helicópteros são de amplo uso. Desde o transporte de passageiros até o socorro aeromédico, valem-se da versatilidade dessa máquina e de um dos mais importantes e valiosas características dessa máquina, que é o pouso e decolagem vertical, sem a necessidade de percorrer uma pista para realizar a decolagem.

De acordo com os dados de 2020 da Figura 3 a frota atual de helicópteros é estimada em pelo menos 50.000 unidades.

Figura 3 – Frota mundial de helicópteros.



Fonte: FlightGlobal (2020).

Segundo algumas estimativas a frota mundial de helicópteros deve crescer por volta de 14% a 19% na próxima década (IBA, 2023). Frente a essa grande quantidade no número de aeronaves realizando diversas decolagens e pousos um dos efeitos que uma aeronave desse tipo pode experimentar é a ressonância em solo. Tal efeito caracteriza-se por infringir ao aparelho uma vibração extremamente intensa levando a severa degradação da controlabilidade da aeronave. Alguns autores como Huang e Zhou (2019) sugeriram algumas formas de alterar essa condição de ressonância com a utilização de dispositivos como o TVNES de forma a mitigar o a ressonância de solo. Também outros autores, como Coelho *et al.* (2019) e Bergeot, Bellizzi e Cochelin (2016) puderam verificar que

o Amortecedor Linear e o NES ,respectivamente, como formas de diminuir as oscilações da fuselagem. O presente trabalho tem a intenção de avaliar a capacidade desses três dispositivos em mitigar a ressonância em solo, ou ao menos diminuir as amplitudes de vibração da fuselagem do helicóptero.

## 1.1 OBJETIVO GERAL

Esse trabalho tem a intenção de comparar diferentes modelos de amortecedores de vibração visando a diminuição da amplitude de vibração da fuselagem, através da implementação, para um helicóptero em condição de ressonância de solo, dos seguintes tipos: Amortecedor Dinâmico de Vibração, NES e TVNES.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

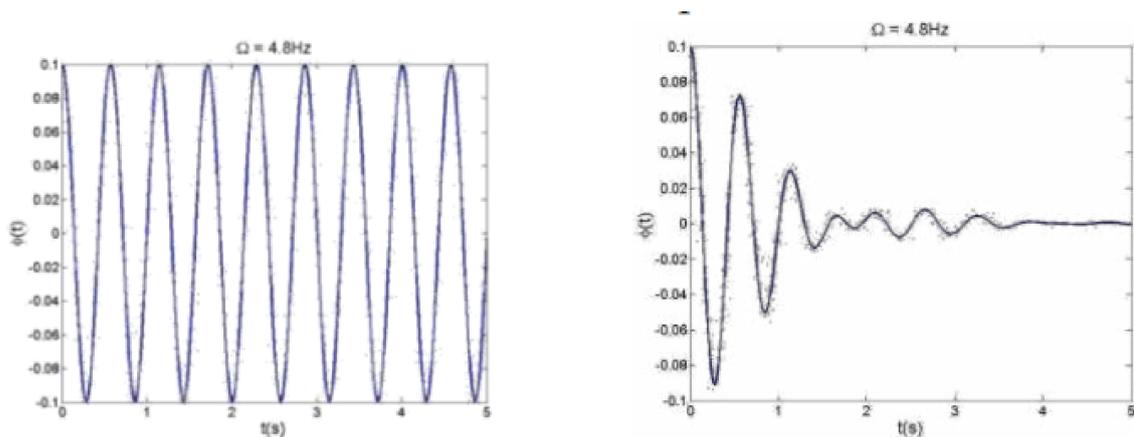
- Analisar a amplitude da fuselagem para diferentes valores de amortecimento das pás do rotor principal.
- Comparar a capacidade dos diferentes modelos de amortecimentos em diminuir as amplitudes de vibração da fuselagem do helicóptero.
- Avaliar a influência da velocidade de rotação das massas rotativas do TVNES na amplitude das vibrações da fuselagem para o helicóptero em condição de ressonância de solo.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um dos primeiros artigos a respeito do efeito de ressonância em solo é creditado a Coleman e Feingold (1957) tal trabalho caracteriza-se por ser um dos primeiros a propor uma teoria que pudesse prever a ocorrência do efeito de ressonância de solo. Através da transformada de Coleman é possível transformar as equações que descrevem a dinâmica das pás e da fuselagem de coordenadas móveis para coordenadas fixas. Essa troca ocorre afim de seja possível analisar a estabilidade do sistema dinâmico do helicóptero e identificar as frequências de rotação do rotor principal em que ocorre a ressonância de solo através da análise dos autovalores do sistema dinâmico (SOUZA, 2018).

A utilização bem sucedida de um amortecedor de vibração para a diminuição das amplitudes de oscilação da fuselagem foi possível ser observada em Coelho *et al.* (2019), como demonstra a Figura 4:

Figura 4 – Gráficos obtidos para  $\omega = 4.8Hz$ , sendo  $\omega$  a frequência de rotação do rotor principal .

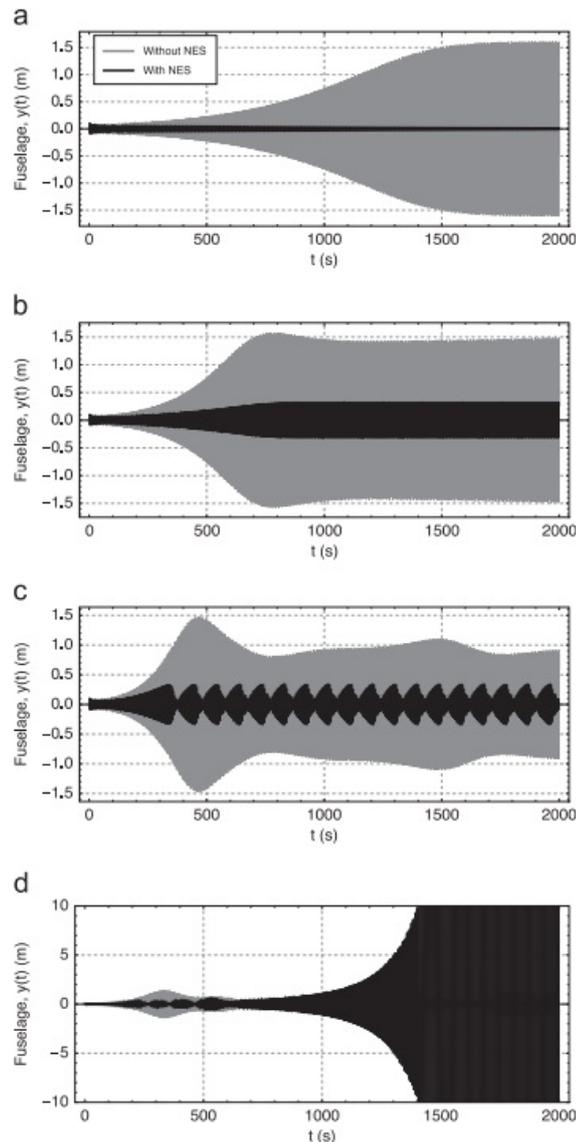


Fonte: Coelho *et al.* (2019).

No primeiro gráfico acima o helicóptero encontra-se na condição de ressonância de solo sem nenhum amortecedor de vibração implementado e no segundo gráfico é demonstrado a resposta para uma condição em que foi implementado o ADV (Amortecedor Dinâmico de Vibração). O modelo de ADV utilizado é caracterizado por ser do tipo passivo, de forma que ele funciona de forma autônoma, e não possui nenhum sistema de controle. De acordo com Del Claro (2016) os ADV'S são capazes de reduzir ou eliminar a vibração de uma estrutura para uma frequência específica para qual o sistema estrutura + ADV foi projetado. Um outro modelo de amortecimento muito semelhante o ADV, o NES, que diferente do primeiro utiliza uma mola não linear, tem a capacidade de estabilizar um sistema que apresente instabilidades em amplo espectro de frequências (SOUZA, 2018).

No artigo de Bergeot, Bellizzi e Cochelin (2016) (Figura 5) é possível observar a utilização do NES de forma a obter tanto a supressão total do efeito de Ressonância em solo quanto a diminuição da amplitude da fuselagem.

Figura 5 – Utilização do NES e ressonância de solo.



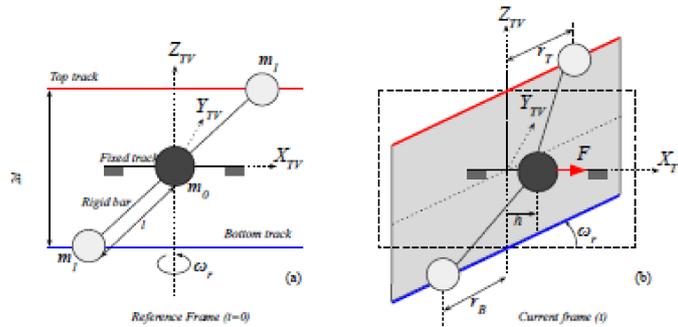
Fonte: Bergeot, Bellizzi e Cochelin (2016).

Importante observar que nos gráficos abaixo, conforme vai-se diminuindo o amortecimento das pás ( da figura A para a D), menor vai sendo a capacidade do NES de suprimir totalmente o efeito de ressonância de solo.

O TVNES tem uma configuração semelhante ao NES. Um aspecto em que os dois são idênticos é o fato de o seu funcionamento basear-se na utilização de uma mola não linear e um amortecedor. Eles se diferenciam no fato de que atrelado a massa oscilante do TVNES, existe um par de massas que rotacionam ao redor dessa massa oscilante, de forma

que essa velocidade de rotação pode ser alterada e dessa forma tem-se um absorvedor de vibração que possui mais um parâmetro que pode ser modificado a fim de que seja obtido de forma satisfatória a atenuação das vibrações de uma estrutura. Morais *et al.* (2023) propõem um modelo de absorvedor de vibração baseado em um sistema variante no tempo. O referido sistema foi proposto por Huang e Zhou (2019) (Figura 6) e é constituído por uma massa central na qual é acoplada duas massas menores que se ligam nessa massa maior através de uma barra de um determinado comprimento. Essas massas menores rotacionam com uma determinada velocidade que pode ser modificada.

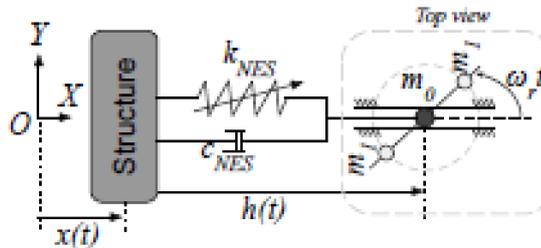
Figura 6 – Modelo sistema variante no tempo.



Fonte: Huang e Zhou (2019).

Morais *et al.* (2023) propõem um absorvedor de vibração denominado TVNES, que constitui-se de um NES, que tem a sua massa original substituída pelo referido sistema variante no tempo e, o amortecedor e a mola não linear mantidos como demonstra a Figura 7:

Figura 7 – TVNES proposto.

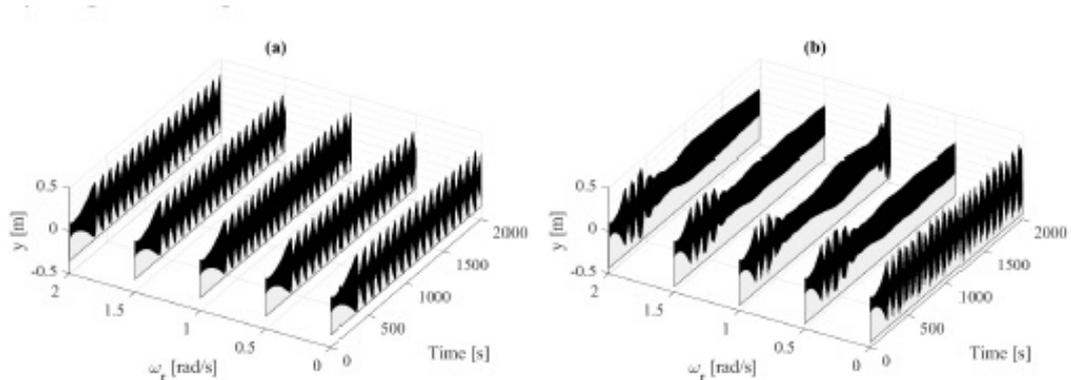


Fonte: Morais *et al.* (2023).

Na imagem acima tem-se que  $h(t)$  representa a translação horizontal da massa  $m_0$  em relação a estrutura a qual o TVNES está acoplado e  $x_t$  refere-se a translação horizontal

da estrutura em relação ao referencial O. As duas barras horizontais que confinam a esfera  $m_0$ , denotam que a massa  $m_0$  tem-se seu movimento restringido apenas a translação horizontal. Morais *et al.* (2023) ainda avalia o velocidade de rotação do par de massas  $m_1$ , de forma a verificar o efeito dessa variável na diminuição da amplitude de vibração da fuselagem.

Figura 8 – Resultados obtidos para o aumento da velocidade de rotação de  $m_1$ .



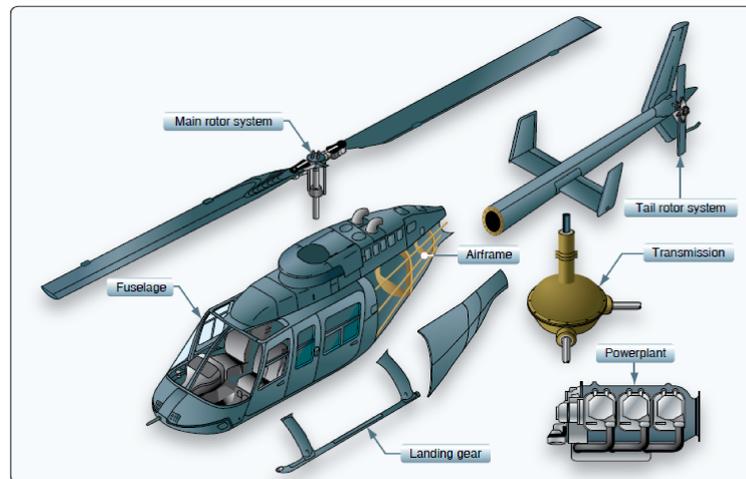
Fonte: Morais *et al.* (2023)

Na Figura 8(b) as pás do rotor principal possuem um amortecimento menor do que em 8(a) e portanto pode-se verificar que o aumento da velocidade de rotação da massa rotativa provoca um efeito mais perceptível na redução das amplitudes da fuselagem para menores valores de amortecimento da fuselagem.

## 2.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Um helicóptero caracteriza-se por ser uma aeronave de pouso e decolagem vertical e que possui, de forma mais comum, uma configuração baseada em um rotor principal, que tem como função principal gerar sustentação para a aeronave, assim como ser responsável pela força propulsiva para aeronave conseguir deslocar-se para frente em voo e também controlar a atitude e posição do helicóptero (LEISHMAN, 2016). O rotor de cauda tem como principal função contrabalancear o torque no sentido de giro da hélice do rotor principal, assim como ser responsável pelo movimento de *yaw*. A Figura 9 demonstra uma configuração comum dos helicópteros atuais.

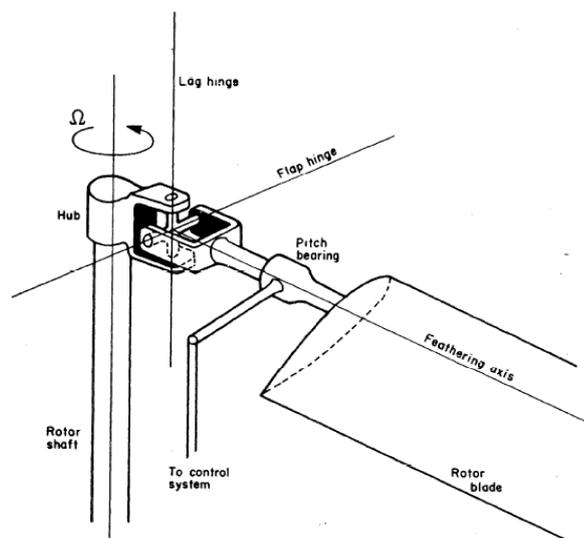
Figura 9 – Principais componentes helicóptero.



Fonte: Administration (2021).

Dentre as principais estruturas que compõem um helicóptero, o rotor principal é a estrutura que mais interessa a esse trabalho, pelo fato de que o efeito de ressonância de solo é influenciado, de forma mais determinante pelo movimento de Avanço e Atraso das pás, sendo elas conectadas ao rotor principal. Esse tipo de conexão, como será visto mais a frente, é fator que influencia na ocorrência desse fenômeno. A Figura 10 demonstra uma representação simplificada de um rotor principal de um helicóptero, assim como os principais eixos de movimento das hélices. No desenho abaixo apenas uma pá do rotor está sendo representada.

Figura 10 – Eixos de movimentação da pá do rotor principal.



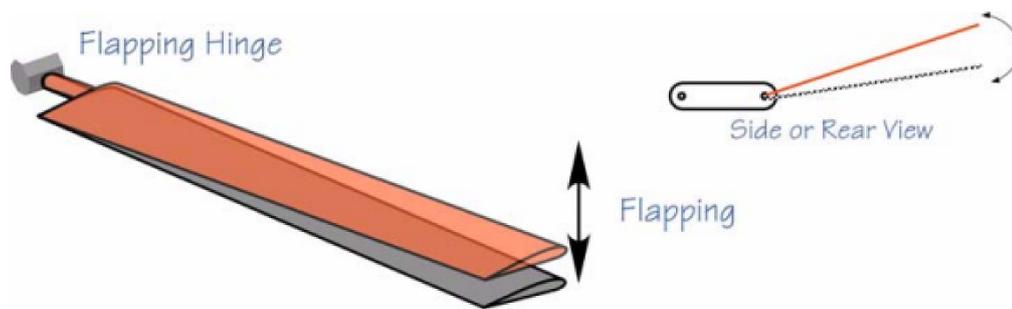
Fonte: Johnson (1994).

As pás do rotor principal estão sujeitas a três tipos de movimentos:

- Movimento de Batimento (*Flapping*)
- Movimento de Avanço e Atraso (*Lead Lag*)
- Movimento de Mudança de passo (*Pitch*)

O movimento de Batimento caracteriza-se por ser uma oscilação, no plano vertical, que ocorre ao redor da "*Flap Hinge*", como demonstra a Figura 11. Para helicópteros que não possuem essa articulação em seu rotor principal, esse movimento também ocorre. Nos rotores rígidos, que apresentam essa característica, a diferença reside no fato de que as cargas estruturais nas pás desses tipos de rotores são maiores do que para os rotores com articulações e assim necessitam de um design que resista a essas cargas (ADMINISTRATION, 2021).

Figura 11 – Movimento de "*Flapping*" da pá

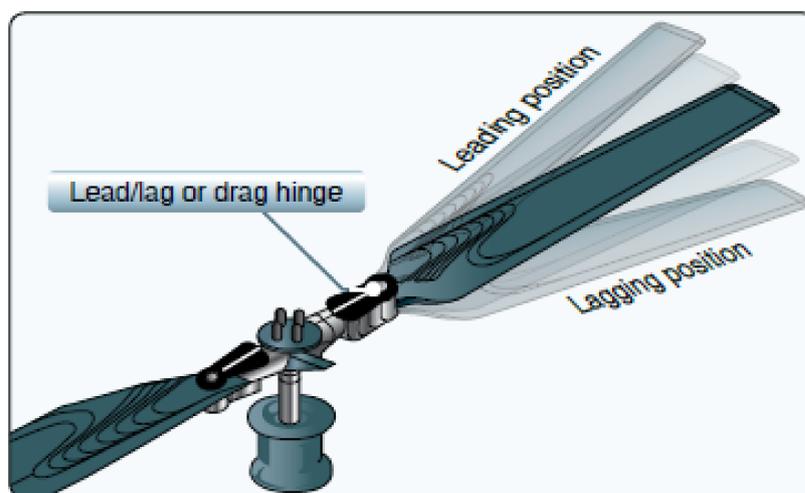


Fonte: Coyle (2009).

O movimento de Avanço e Atraso, ou *Dragging* e também denominado *Lead-Lag*, caracteriza-se por ser uma oscilação que tem como centro de rotação o eixo de *Lag Hinge* ou *Drag Hinge*, como mostrado na Figura 12. Tais oscilações ocorrem de forma alternada sendo que a pá pode estar em uma posição de avanço em relação a sua posição de repouso, com velocidade de rotação igual a zero, ou em atraso com relação a essa mesma posição. A presença do movimento de Avanço e Atraso ocorre haja vista que, de forma alternada, a pá do rotor principal encontra-se no sentido a favor do escoamento incidente em alguns momentos e em outros contra o mesmo. Dessa forma quando a pá encontra-se a favor do escoamento isso gera uma maior sustentação relativa com relação a pá e portanto a ponta da pá irá oscilar de forma ascendente, graças a maior sustentação gerada. Esse movimento de ascensão da pá fará com o CG fique mais próximo do centro do eixo principal do rotor e portanto através da teoria da conservação do momento angular a velocidade da pá terá que aumentar para conservar o seu momento angular e assim essa pá está em um movimento de avanço com relação a sua posição com o rotor em repouso. Por outro lado quando a pá encontra-se deslocando-se a favor do escoamento a pá produzirá menor sustentação e assim ela oscilará de forma descendente, o que causará um maior afastamento

da pá com relação ao eixo principal do rotor e assim para conservar o seu movimento angular a pá terá que reduzir a sua velocidade, e assim pá fica "atrasada" com relação a sua posição quando ela está em repouso. Em momentos em que a aeronave encontra-se pairando, esse movimento de Avanço e Atraso ocorrerá de forma mais comedida em vista de que essa diferença na velocidade do escoamento em cada um dos momentos de avanço e atraso estará condicionada a velocidade e ao sentido de incidência dos ventos com relação a aeronave.

Figura 12 – Movimento de *Lead Lag* da pá



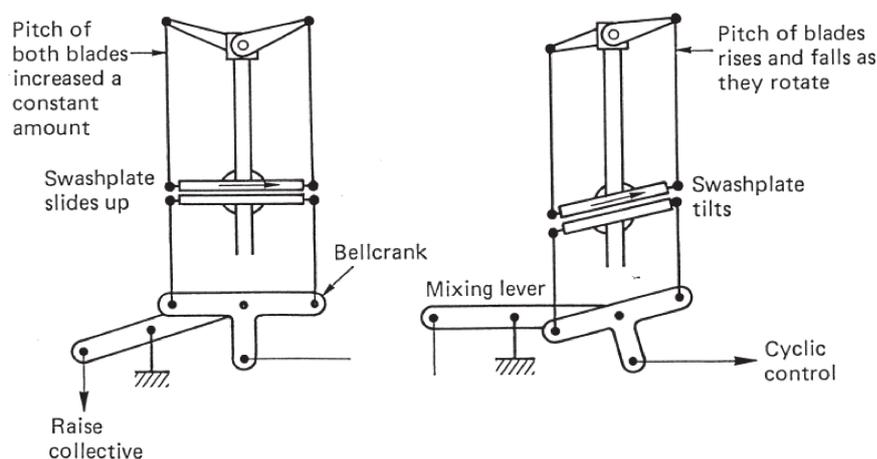
Fonte: Administration (2021).

Esse tipo de movimento também pode ocorrer em rotores rígidos, não necessitando haver uma articulação para tal.

O movimento de mudança de passo ou também chamado de *Pitch* ou *feathering*, configura-se como uma rotação da hélice em torno do eixo de *Pitch Bearing*, da figura 10. de forma a aumentar o ângulo de ataque das pás da hélice com relação ao escoamento incidente sobre elas. Essa rotação pode ser utilizada tanto para aumentar quanto para diminuir o ângulo de ataque das pás, a depender dos comandos dado pelo piloto da aeronave através das manoplas de comando, combinado e direcional. Usualmente essas manoplas de comando não estão ligadas diretamente ao mecanismo de controle de passo, de forma que existem duas estruturas, o prato oscilante (*Swashplate*) e o misturador (*Mixing Lever*)(Figura 13). A função da *Swashplate* é adequar os comandos do piloto a velocidade de rotação do rotor principal, por meio de rolamentos que existem entre a parte estática e a rotacional dessa peça e a função do misturador é concatenar os movimentos do combinado e direcional, de forma a possibilitar a utilização simultânea desses dois comandos. Por fim o movimento de *pitch* é o único presente em todos os tipos de rotores,

pelo fato desse movimento ser fundamental para o controle do helicóptero, sendo o único dos três acima citados a ser controlado pelo piloto da aeronave.

Figura 13 – Representação simplificada de um rotor principal com a *Swashplate* e *Mixing Lever*



Fonte: Watkinson (2003).

## 2.2 TIPOS DE ROTORES

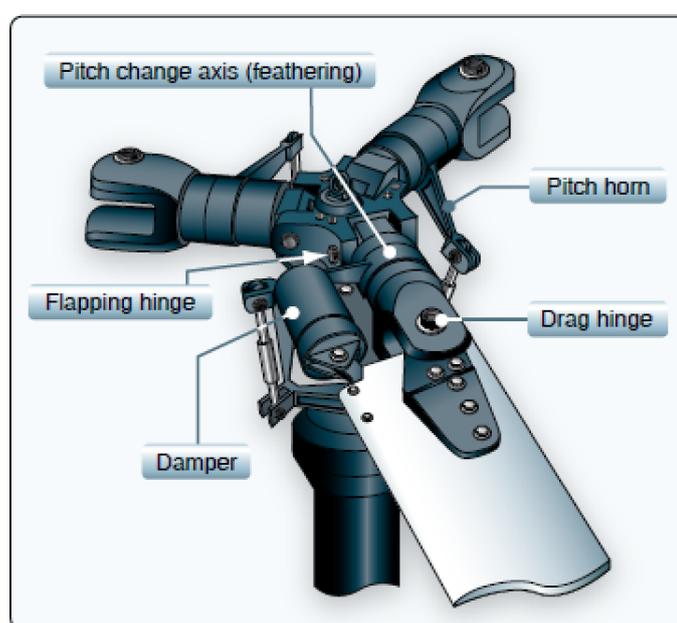
Os rotores de helicóptero podem ser divididos da seguinte forma:

- Rotores Articulados
- Rotores Semirrígidos
- Rotores Rígidos

Os rotores articulados caracterizam-se por serem compostos de 3 articulações que permitem que as pás do rotor principal movam-se de forma independente nos eixos do movimento de *Flapping*, *Pitch* e *Lead-Lag*, como demonstrado na Figura 10. A utilização desse tipo de rotor ocorreu principalmente nos primórdios do desenvolvimento do helicóptero, sendo que atualmente a utilização desse tipo de rotor é menos comum e restrita a aeronaves com aplicações específicas como o Boeing CH-47 *Chinook*. As vantagens apresentadas por esse tipo de rotor são uma maior confiabilidade e robustez (LEISHMAN, 2016) uma vez que ele configura-se como uma aplicação clássica para lidar com os esforços provenientes da rotação das pás durante a operação do helicóptero. Algumas fontes como Watkinson (2003) ainda citam que esse tipo de rotor proporciona um voo mais confortável já que ele possibilita a ocorrência de respostas mais suaves da aeronave aos comandos do piloto em face do maior amortecimento provocado pelos mecanismos das articulações. As desvantagens desse tipo de rotor residem na sua maior complexidade do ponto vista mecânico, devido a presença das várias articulações em cada pá e também a um maior arrasto aerodinâmico devido a maior área molhada que essa estrutura possui

em virtude dessa maior complexidade. Em consequência da maior quantidade de peças e dessa complexidade também derivam outros problemas como a maior dificuldade da realização das manutenções (há a necessidade de lubrificação periódica e inspeções nas articulações) assim como um maior custo de operação da aeronave (ADMINISTRATION, 2021). Por fim as aeronaves equipadas com esse tipo estão mais suscetíveis ao efeito de ressonância de solo (ADMINISTRATION, 2021), devido a presença da articulação de *Lag*, que pode ser visualizada na Figura 14.

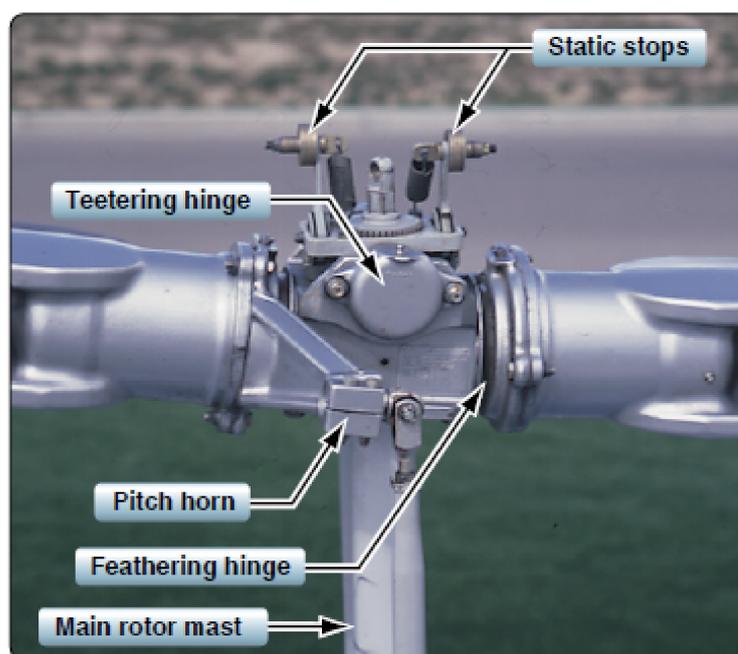
Figura 14 – Representação de um rotor articulado



Fonte: Administration (2021).

Em linhas gerais os rotores semirrígidos ou semiarticulados (Figura 15), ou *teetering rotors*, são rotores caracterizados por terem uma articulação para controle do passo da hélice e ao invés de terem uma articulação em cada hélice dedicada para o movimento de batimento, esse tipo de rotor tem suas pás ligadas de forma rígida a cabeça do rotor (*rotor hub*) e essa estrutura, por sua vez, é ligada ao eixo do rotor, de forma a permitir o movimento de batimento da pás, de forma semelhante a uma gangorra. Por consequência as pás realizam o movimento de batimento de forma conjunta e dependente, de modo quando uma pá flexiona-se para cima a outra flexiona-se para baixo (ADMINISTRATION, 2021).

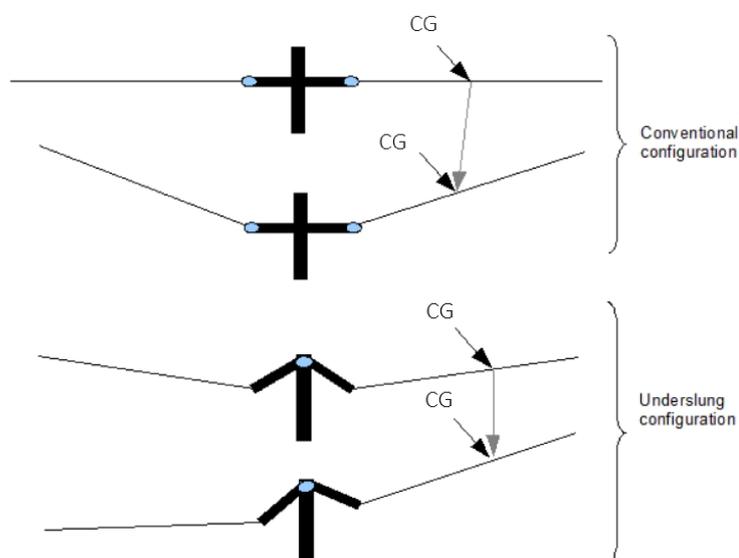
Figura 15 – Representação de um rotor semirrígido



Fonte: Administration (2021).

Helicópteros equipados com o tipo de rotor demonstrado na Figura 15, são mais vulneráveis ao choque de alguma das partes das pás com o eixo do rotor (ADMINISTRATION, 2021), ou até mesmo com alguma das partes da fuselagem. Esse efeito é nomeado na literatura em língua inglesa, como *Mast Bumping* e ocorre devido a peculiaridade de as pás desse tipo de rotor realizarem um movimento similar a uma gangorra. De acordo com Anapédia (2024) um outro fator que pode contribuir para a ocorrência desse fenômeno é a aplicação inapropriada dos comandos pelo piloto de forma a impor a aeronave uma condição de voo que resulte em acelerações menores que 0,5G na aeronave. A fim de que seja evitado esse efeito que pode comprometer a integridade estrutural da aeronave alguns limitadores de curso (denominados *Static stops* na Figura 15) são utilizados para prevenir o choque das pás com qualquer outra parte da aeronave. Algumas variações desse tipo de rotor apresentam o centro de gravidade da pá levemente abaixo ou então a na mesma altura que a extremidade do rotor principal, como demonstra a Figura 16.

Figura 16 – Efeito do rebaixamento das pás



Fonte: HeliStart (2007).

Essa peculiaridade no posicionamento das pás aliada com o *pre-conne angle* (que pode ser visualizado na Figura 17) das pás faz com que o efeito de *Lead-Lag* seja reduzido (ADMINISTRATION, 2021) somado a isso essa geometria faz com exista um balanceamento geométrico do rotor como um todo de modo que o centro de gravidade CG de cada uma das pás permanece a uma mesma distância da cabeça do rotor, mesmo ocorrendo o movimento de batimento das pás. Esse balanceamento geométrico garante um auto alinhamento e balanceamento das forças nas pás (COYLE, 2009) durante a rotação do rotor principal.

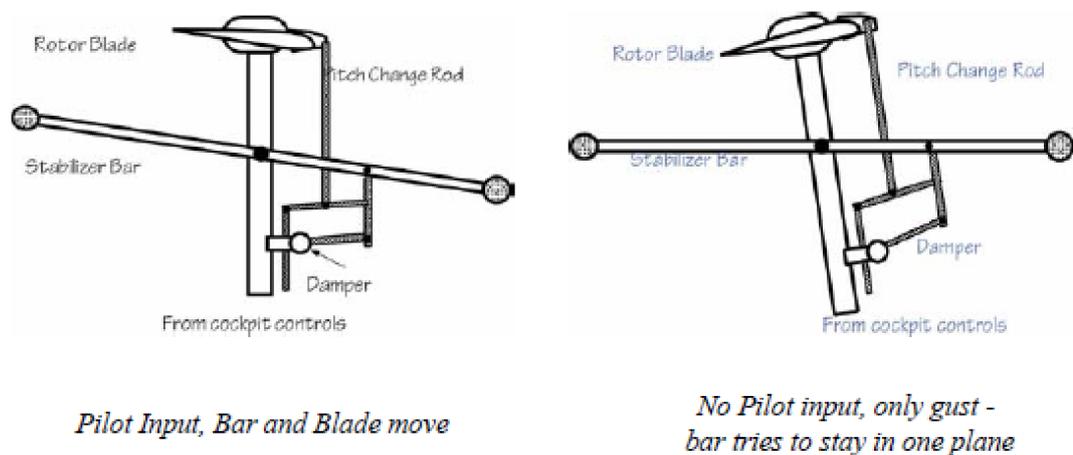
Figura 17 – Ilustração do *Pre Conning Angle*

Fonte: Coyle (2009).

Um aparato singular que alguns rotores semirrígidos apresentam é a presença das barras estabilizadores ou também chamadas *fly bars/stabilizers bars* (Figura 18). Tal dispositivo se faz presente apenas em helicópteros de rotores semirrígidos e se caracteriza por estar sempre alinhado com as pás do rotor principal, tal alinhamento existe devido a

conexão mecânica das barras estabilizadoras a *swashplate*, portanto quando o piloto age sobre os comandos do helicóptero a própria *swashplate* transmite esse movimento tanto a *fly bar* quanto as pás. A principal função das *fly bars* é auxiliar na controlabilidade da aeronave, uma vez que ao usufruírem do efeito giroscópico e não serem afetadas significativamente pelas forças aerodinâmicas devido ao seu formato, tendem a permanecer no mesmo plano de rotação e dessa forma auxiliam as pás a não modificarem o seu ângulo de *pitch* quando elas sofrem cargas de rajada (COYLE, 2009).

Figura 18 – Representação simplificada do rotor e das *Fly Bars*



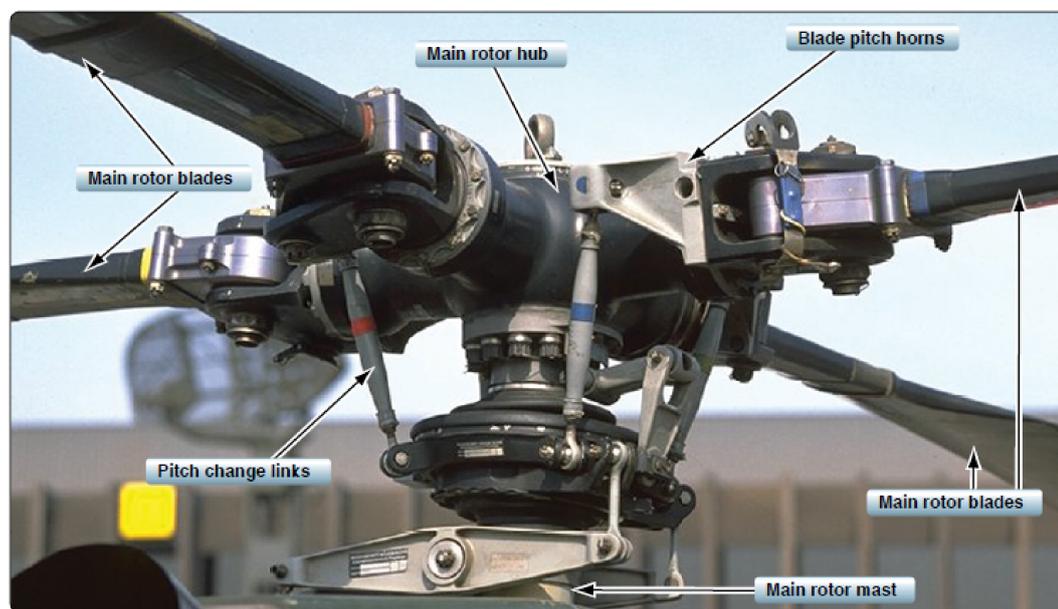
Fonte: Coyle (2009).

As vantagens desse tipo de rotor são representadas pela facilidade de manutenção, pela menor quantidade de peças móveis que o rotor articulado, além de uma facilidade maior de acomodação em hangares das aeronaves que utilizam esse tipo de rotor, já que normalmente esse tipo de rotor contém duas pás (COYLE, 2009).

As desvantagens desse tipo de rotor são a menor precisão nos comandos do que se comparado com os rotores articulados, assim como uma maior vibração na cabine por conta da ausência da articulação de *Lag*.

Os rotores rígidos (Figura 19) caracterizam-se por não apresentarem as articulações para os eixos de batimento e de *Lag*, contendo apenas as articulações para controle de passo das pás do rotor principal. Essa ausência de articulações torna esse sistema mais complexo do que os anteriores do ponto de vista de materiais a serem utilizados nas pás do rotor e para a cabeça do rotor. Devido a ausência das articulações as cargas provenientes dos efeitos de *Lead-Lag* e *Flapping* terão que ser dissipadas tanto na conexões da cabeça do rotor com as pás quanto pela própria estrutura das pás e também pela estrutura da cabeça do rotor.

Figura 19 – Rotor do Helicóptero MBB Bo 105, um dos pioneiros na utilização desses rotores



Fonte: Administration (2021).

Na Figura 19, que ilustra a cabeça do rotor principal, essa estrutura é feita de uma peça única de titânio. Tanto o fato dela ser construída em uma peça inteira usinada e a utilização de Titânio ilustram a complexidade dos materiais utilizados para a construção de um rotor rígido. As pás, por sua vez, são feitas de fibra de vidro com matriz reforçada e também contribuem para a qualificação da complexidade dos materiais utilizados nesse tipo de rotor (ADMINISTRATION, 2021).

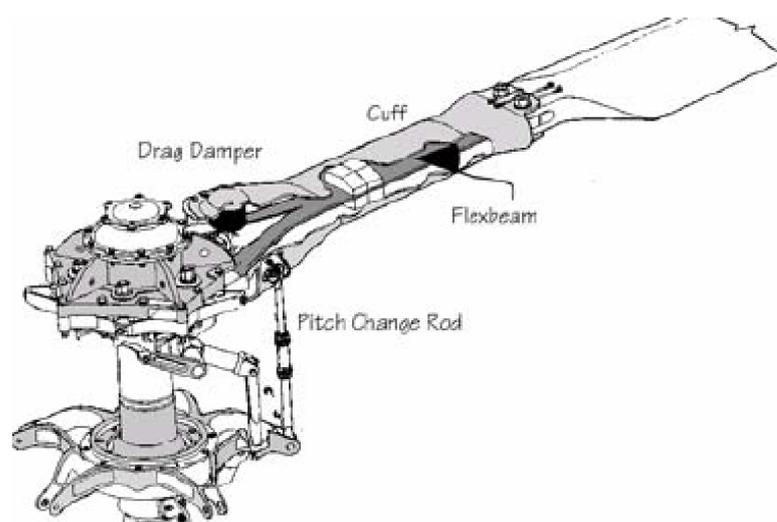
A maior facilidade de manutenção desse tipo de rotor, devido a menor quantidade de peças existentes aliado a uma construção mais simples, constituem algumas vantagens da utilização desse tipo de rotor. Por consequência dessa menor quantidade de peças esse tipo de rotor destaca-se por sua confiabilidade, quando bem projetado. Em consequência dessa característica tais rotores também apresentam menor arrasto aerodinâmico e menor peso (LEISHMAN, 2016). Algumas fontes como Administration (2021) e Leishman (2016) destacam também a melhor manobrabilidade provida por esse rotor as aeronaves que o utilizam. Tal característica se dá graças a maior rigidez do conjunto rotor e pás de forma a gerar uma reação mais direta aos comandos do piloto. A eliminação do efeito de *Mast Dumping*, que ocorrem principalmente nos rotores semirrígidos, ocorre graças a essa maior rigidez desse rotor.

As desvantagens da utilização desse tipo de rotor caracterizam-se pela maior dificuldade no desenvolvimento desse tipo sistema, devido as cargas sofridas pelas pás em voo, o que irá requerer materiais mais resistentes a fadiga, mas que sejam leves, e por

consequência com maior custo. Outra desvantagem é o maior desconforto para os ocupantes da cabine, principalmente na presença de rajadas que causam vibrações elevadas nesse compartimento da aeronave. Por fim, segundo Watkinson (2003) os rotores rígidos são mais suscetíveis aos feitos de ressonância em voo ou *air resonance*, que caracteriza-se por ser um efeito semelhante a ressonância de solo, entretanto esse primeiro ocorre com a aeronave em voo. As razões para essa maior disposição devem-se a maior rigidez equivalente dessa estrutura, o que por consequência gera altas frequências de oscilação. Essas oscilações, por sua vez, podem excitar a fuselagem e caso essa frequência de oscilação seja ressonante com a do rotor, essa condição de instabilidade desse sistema pode surgir.

Os rotores sem articulações, ou *bearingless* (Figura 20), constituem-se de uma variação dos rotores rígidos que não contém a articulação para controle de passo. Em virtude dessa característica as pás e a cabeça do rotor principal estarão sujeitas aos esforços provenientes dos movimentos de Avanço e Atraso, Batimento e de alteração do passo das pás.

Figura 20 – Detalho do rotor principal do Helicóptero MD 900.



Fonte: Coyle (2009).

De forma diferente dos outros rotores o movimento de alteração do passo da pá se dá através da torção de uma haste flexível que seja capaz de suportar carregamentos cíclicos de flexão e torção. Usualmente são fabricadas de algum material compósito como fibra de carbono. O movimento de mudança do passo ocorre através de uma haste que replica os comandos do piloto. Como demonstrado na figura 20, também é possível inferir através da mesma a presença de um amortecedor, cuja função é evitar a ocorrência de o efeito de ressonância em voo, algo característico desse tipo de rotor que possui uma

rigidez equivalente maior que a dos semirrígidos e articulados.

### 2.3 DEFINIÇÃO DO EFEITO DE RESSONÂNCIA EM SOLO

A frequência natural caracteriza-se por ser a frequência em que um sistema continua a vibrar por si próprio sem a ação de forças externas. De forma que, usualmente o número de frequências naturais de um corpo será igual ao número de graus de liberdade que ele possui (RAO, 2009).

A ressonância, por sua vez, pode ser definida como uma condição em que um sistema sofre oscilações perigosamente grandes (RAO, 2009), e que ocorre quando a frequência de excitação de uma força externa coincide com uma das frequências naturais de vibração do sistema mecânico. O fenômeno de ressonância constitui-se de uma condição que deseja-se evitar, na maior parte dos casos, em vista do risco de colapso estrutural que essa condição pode infligir em uma estrutura. Um dos episódios mais famosos envolvendo esse efeito foi a destruição da ponte Tacoma Narrows localizada em Washington, Estados Unidos Da América, em 7 de Novembro de 1940. A força que excitou a ponte a vibrar com frequência igual da uma de suas frequências naturais, proveio dos carregamentos de vento que infligiam na ponte nesse fatídico dia.

Na operação de helicópteros o efeito de ressonância pode ocorrer quando a aeronave encontra-se no solo e apoiada sobre o seu trem de pouso e também quando a aeronave encontra-se em voo. O primeiro tipo denomina-se Ressonância de solo (*Ground Resonance*) e o segundo tipo Ressonância em Voo (*Air Resonance*).

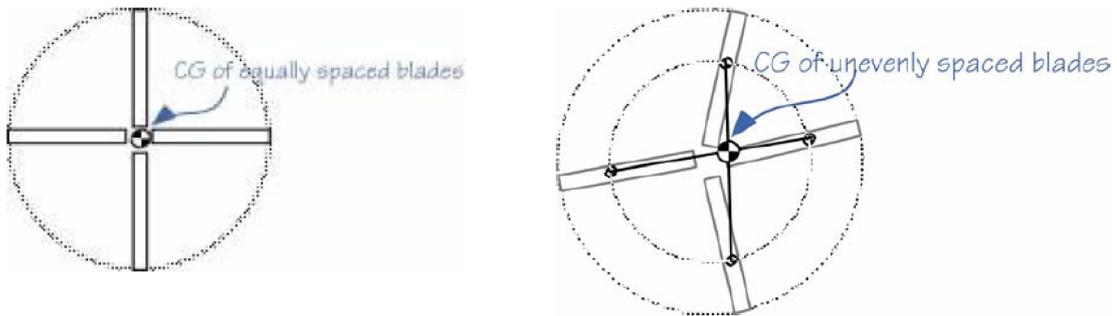
A condição de ressonância de solo ocorre quando a oscilação das pás, para determinadas velocidades de rotação do rotor principal, no plano do movimento de Avanço e Atraso geram um desbalanceamento dinâmico do rotor, de forma que esse rotor desbalanceado passa a excitar a fuselagem. Quando essa frequência de oscilação torna-se a mesma que a frequência natural da fuselagem (ADMINISTRATION, 2021) e estando a aeronave apoiada sobre o seu trem de pouso, o efeito de ressonância de solo passa a ocorrer. Oscilações provenientes da fuselagem também podem excitar o movimento de Avanço e Atraso de tal forma que esse movimento gere um desbalanceamento no rotor e assim ele passa também a excitar a própria fuselagem, que por sua vez devolve uma parte dessa energia excitando esse movimento nas pás de forma cíclica. Helicópteros que possuem rotores articulados, usualmente, estão mais sujeitos a ocorrência desse fenômeno em comparação a helicópteros que tenham rotores semirrígidos ou rígidos. Coyle (2009) divide a possibilidade de ocorrência de tal fenômeno em 3 momentos:

- Partida do motor
- Decolagem e pousos
- Toque e arremetida

Durante a partida do rotor as pás podem estar um ângulo no eixo do movimento de

*Lead-Lag* que faça com que CG resultante das pás do rotor fique consideravelmente afastado do eixo do rotor principal (COYLE, 2009). Nessa condição (Figura 21) e considerando o funcionamento apropriado da aeronave o CG resultante descreverá uma espiral decrescente, entretanto caso ocorra alguma anomalia em algum dos amortecedores de vibração que controlam o movimento de avanço-atraso ou alguma resposta anormal do trem de pouso conforme a velocidade das pás forem aumentando e por consequência a força centrífuga essa excentricidade do CG (Figura 22), será movida a uma distância cada vez maior com relação ao eixo principal do rotor em função da ação dessa força, de forma a descrever uma espiral crescente e assim o rotor, sofrerá um desbalanceamento dinâmico e conforme for aumentado a sua rotação, começará a excitar a fuselagem em um largo espectro de frequências. Fatalmente algumas coincidirão com a frequência natural da fuselagem caracterizando assim a ressonância e podendo causar o colapso estrutural da aeronave (COYLE, 2009). Nessa última condição o sucesso em evitar o colapso estrutural da aeronave dependerá do piloto em perceber alguns indícios do acontecimento do efeito de ressonância de solo durante a partida do motor. Alguns desses indícios são a presença de uma tendência de rolagem lateral da aeronave, associado a súbitos solavancos para frente e para trás. De acordo com Administration (2021) uma vez que o piloto tenha notado essa condição perigosa, de forma precoce e portanto com baixo RPM do rotor, uma medida efetiva a ser tomada por ele é diminuir a rotação do motor da aeronave através do coletivo e colocar as pás do rotor no menor ângulo de ataque possível, de forma semelhante ao "embandeiramento" das hélices de uma aeronave CTOL (*Conventional Take-Off And Landing*) á hélice, em adição a isso (COYLE, 2009) sugere ainda aplicar o freio do rotor principal. Tal procedimento é eficaz visto que cessaria de forma quase imediata a vibração, entretanto poderia causar danos sistema propulsivo e de transmissão de potência. Caso o piloto perceba esse fenômeno de maneira tardia (COYLE, 2009) sugere que o piloto decole afim de que seja eliminado o contato com o solo e dessa forma a frequência natural da fuselagem seja modificada e a aeronave consiga sair desse início da condição de ressonância. No entanto caso as oscilações do helicóptero já tiverem deteriorado significativamente a controlabilidade esse procedimento não será eficaz podendo levar ao agravamento da situação.

Figura 21 – Representação de uma condição desejada e indesejada de posicionamento do CG equivalente das pás



Fonte: Coyle (2009).

Algumas maneiras de se evitar essa condição de ressonância em solo durante o acionamento do rotor é a utilização de amortecedores de vibração tanto na trem de pouso quanto na cabeça do rotor. Coyle (2009) descreve um procedimento que caracteriza-se por ser uma inspeção pré voo em que aplica-se o freio do rotor e checa-se manualmente para cada uma das pás se os seus respectivos amortecedores de *Lead-Lag* estão funcionando, através da movimentação manual das pás.

Figura 22 – Representação do comportamento normal do CG das pás e do comportamento que pode levar a ressonância de solo



Fonte: Coyle (2009).

Durante os processos tanto de pouso quanto de decolagem, em que o peso da aeronave fica em parte sendo suportado pela força de sustentação proveniente da rotação das pás do rotor principal e outra parte sendo suportada pelas rodas do trem de pouso (ou então por parte dos Skids), pode ocorrer um momento em que os amortecedores das rodas estão totalmente estendidos e assim incapazes de prover qualquer amortecimento ao helicóptero. Somado a isso, caso o piloto realize um movimento lateral com o cíclico, poderá ocorrer uma situação que propicia a ressonância de solo (COYLE, 2009).

Durante a ocorrência de um evento de toque e arremetida, pode ocorrer, em semelhança ao primeiro caso, uma excentricidade na posição do CG resultante das pás. A

diferença é que a origem desse ausência de coincidência do CG resultante das pás com o eixo do rotor principal é um movimento de contato brusco de um dos lados do trem de pouso de forma que ocorra um movimento semelhante ao de *porpoising*, de forma alternada ou não com cada um dos lados do trem de pouso (COYLE, 2009). Essa força proveniente do choque com o solo pode vir a fazer com que as pás do rotor principal fiquem espaçadas de modo desigual e por consequência o CG resultante das pás fique excessivamente excêntrico do eixo do rotor principal. Daí até a ocorrência do fenômeno de ressonância, decorre-se uma situação semelhante a primeira condição. A vibração do rotor começa aumentar e a fuselagem começa a ser excitada pelo rotor até a ocorrência da ressonância entre as frequências naturais do rotor e da fuselagem. Segundo Coyle (2009) um procedimento a ser adotado para sair dessa condição seria abortar o pouso e não realizar nenhum comando de rolagem com o cíclico. O autor também estabelece que situações em que ocorre contato com o solo e os amortecedores das rodas do trem de pouso estão totalmente estendidos, caracteriza-se como uma condição propícia para a ocorrência de ressonância de solo.

## 2.4 AMORTECEDORES DE VIBRAÇÃO

Nos parágrafos anteriores foram citadas algumas medidas que os pilotos poderiam tomar a fim de que fosse corrigida ou evitada. Durante os anos de desenvolvimento do helicóptero os engenheiros desenvolveram alguns absorvedores de vibração a fim de que fosse evitada o fenômeno de ressonância de solo. Em linhas gerais alguns desses mecanismos podem ser divididos em:

- Amortecedores viscosos
- Amortecedores do tipo elastômero
- Amortecedores por fricção

Os amortecedores viscosos (Figura 23) caracterizam-se por serem o tipo mais utilizado dentre os amortecedores. Isso deve-se a efetividade de funcionamento, grande conhecimento a cerca da dinâmica do amortecedor tendo em vista a sua ampla utilização em várias outras aplicações. Uma das desvantagens desse tipo de amortecedor são a maior necessidade de manutenção deles em virtude de vazamentos do fluido que encontra-se em seu interior. Segundo Bauchau, Weddingen e Agarwal (2010) os referidos amortecedores ainda podem apresentar redução na sua capacidade de amortecimento devido a falha de vedação dos retentores internos sem apresentar vazamentos externos visíveis.

Figura 23 – Rotor Articulado do Boeing CH47F *Chinook* contendo os amortecedores do tipo viscoso.



Fonte: Adaptado de Domke (2011).

Alguns projetos mais recentes de rotores articulados utilizam-se de amortecedores que contêm um fluido magneto-reológico. De maneira sintética esse tipo de amortecedor, é capaz de modificar a viscosidade do fluido que encontra-se em seu interior, por consequência é possível alterar o amortecimento do amortecedor. Essas modificações são possíveis de serem revertidas, assim como podem ser modificadas de maneira precisa através de um campo magnético produzido pelo próprio amortecedor, criando assim um sistema que é passível de ser controlado de forma semiativa e adequado a cada regime de voo do helicóptero.

Os amortecedores do tipo elastômero (Figura 23) destacam-se por serem os mais simples dentre os três tipos, graças ao fato de possuírem poucas partes móveis. Durante o seu funcionamento eles caracterizam-se por não permitirem a ocorrência de grandes oscilações nas pás, de forma que eles alteram a frequência de oscilação das mesmas. As principais desvantagens desse tipo de amortecedor consiste-se da influência da temperatura no funcionamento desses dispositivos devido a eles se basearem na utilização de borrachas e também tem a sua capacidade de amortecimento comprometida devido ao seu repetido ciclo de funcionamento (BAUCHAU; WEDDINGEN; AGARWAL, 2010).

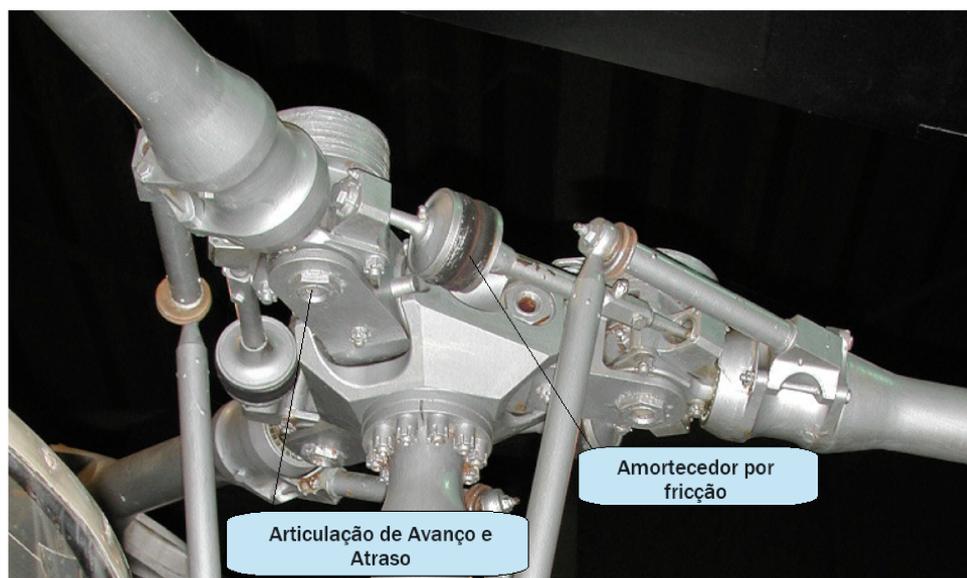
Figura 24 – Rotor Articulado do Schweizer S300



Fonte: Adaptado de Domke (2007).

Os amortecedores por fricção (Figura 25) baseiam-se no atrito entre duas partes móveis do dispositivo para realizar a dissipação de energia. Um dos inconvenientes da utilização desse tipo de amortecedor reside na necessidade de superar o atrito estático entre essas duas partes para que tenha-se o movimento da haste do amortecedor e exista alguma capacidade de amortecimento. Tal requisito condicionante para o funcionamento do amortecedor pode ser um problema durante a partida do rotor principal, uma vez que nesse momento pode não haver força suficiente para que o amortecedor provenha algum amortecimento, assim poderiam surgir esforços mecânicos nas pás de forma a comprometer a sua estrutura. Outra desvantagem dos amortecedores por fricção é o calor gerado pelo atrito entre as partes móveis. Caso seja gerado calor excessivo danos irreversíveis podem ocorrer no amortecedor e comprometer o seu funcionamento. A utilização dos amortecedores do tipo de fricção, não são tão comuns nos modelos atuais de helicópteros, sendo restritos a modelos mais antigos.

Figura 25 – Rotor articulado e a amortecedor por fricção do Saunders Roe Skeeter AOP.12



Fonte: Adaptado de Domke (2005).

Nos primórdios das asas rotativas ainda existiam alguns mecanismos primitivos que baseavam-se na utilização de cabos de aço para controle do movimento de Avanço e Atraso de forma que a posição de cada pá fique fixa em relação as outras. Apesar do ponto de vista construtivo esse sistema ser simples, esses cabos requeriam horas exaustivas de manutenção, além disso tais peças ficavam sob influência direta das intempéries do tempo, além do grande peso adicionado aos rotores das aeronaves, em comparação com mecanismos mais modernos como os amortecimentos baseados em elastômeros e os baseados em amortecedores viscosos.

Os amortecedores dinâmicos ainda podem ser divididos com relação ao seu tipo de controle em:

- Amortecedores Passivos
- Amortecedores Ativos
- Amortecedores Semiativos

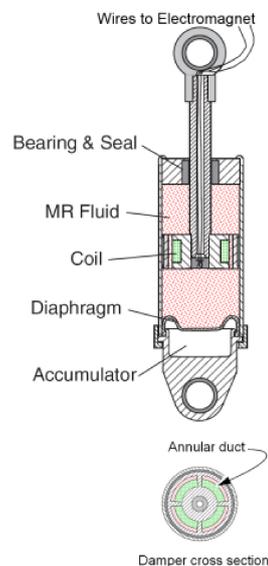
Os amortecedores passivos caracterizam-se por não serem passíveis de modificarem a sua dinâmica durante o seu funcionamento e também não requerem a presença de forças externas, ou algum tipo de mecanismo de *feedback* para funcionarem. Usualmente são utilizados em faixas estreitas do espectro de frequência (DEL CLARO, 2016). A notória vantagem da utilização dos amortecedores passivos deve-se a sua simplicidade que auxiliam tanto na manutenção quanto na longevidade de utilização desses equipamentos.

Os Amortecedores ativos contrastam-se com os passivos. Os ativos inserem uma força fora de fase para cancelar as perturbações provenientes do sistema em que o amortecedor ativo está implementado (NEMIR; LIN; OSEGUEDA, 1994). Para o correto

funcionamento desse tipo de amortecedor de vibração é mandatório que exista um sistema de controle em malha fechada, de forma que essa força inserida no sistema seja passível de ser controlada e modificada a partir do comportamento da estrutura em que o amortecedor de vibração está implementado. As desvantagens desse tipo dos amortecedores ativos residem na sua maior complexidade, assim como na necessidade de uma força externa para o seu funcionamento. No entanto com esse tipo de amortecedor é possível realizar o controlar em uma ampla faixa de frequência.

Os amortecedores Semiativos, por sua vez, caracterizam-se por poderem ter as suas características físicas (BAUCHAU; WEDDINGEN; AGARWAL, 2010) alteradas durante o seu funcionamento, através de uma malha de controle que capta o comportamento da estrutura a qual está ligada esse tipo de amortecedor e modifica os parâmetros dele de acordo com a resposta desejada. Devido a essa capacidade de alterar a sua dinâmica de funcionamento esse tipo de amortecedor pode ser utilizado em uma amplo espectro de frequências. Os amortecedores que baseiam-se em fluidos magneto-reológicos (Figura 26), configuram-se um exemplo desse tipo de amortecedor.

Figura 26 – Amortecedor com fluido Magneto Reológico



Fonte: Corp (2024).

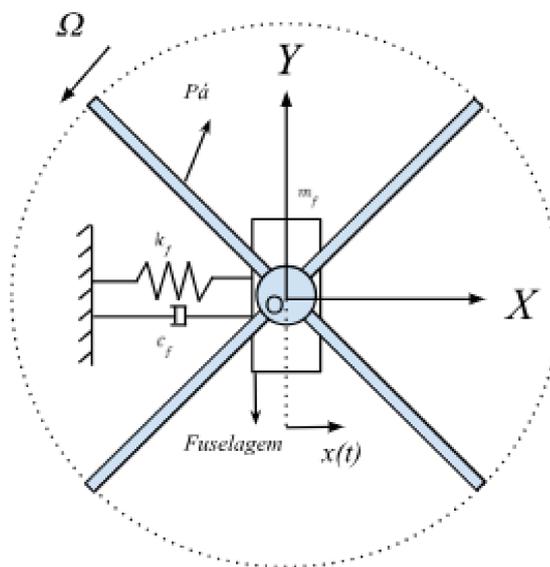
Apesar de assemelharem-se externamente muito aos amortecedores tradicionais os amortecedores do tipo da Figura 26, possuem, de forma a diferenciá-los deles, em seu interior o fluido magneto-reológico, que possui a capacidade de modificar a sua viscosidade assim como a presença de fios para a produção do campo magnético que age sobre esse fluido.

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

Para avaliar os efeitos entre o ADV, NES e TV-NES, esses dispositivos foram considerados como sendo fixados à fuselagem. A metodologia utilizada abaixo foi baseada no trabalho de Sanches (2011). A Figura 27 a seguir demonstra como o modelo da fuselagem e das pás comporta-se:

Figura 27 – Modelo adotado para captar a dinâmica da fuselagem e do rotor

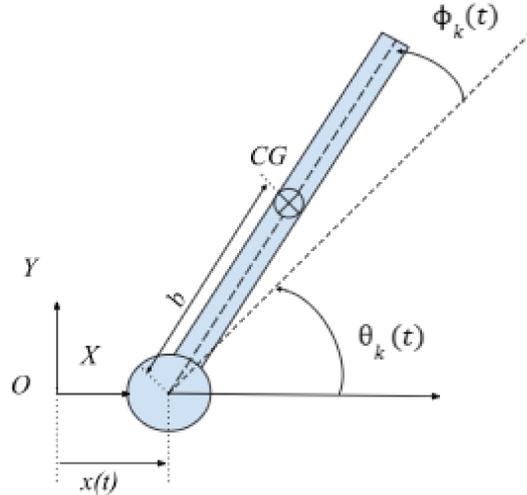


Fonte: Próprio autor.

As suposições adotadas para capturar o efeito de ressonância de solo no modelo deste trabalho podem ser descritas da seguinte forma: as lâminas apresentam quatro pás que giram à velocidade constante  $\Omega$ , a origem do sistema de referência XYZ é considerada localizada no centro de massa da fuselagem em repouso. A fuselagem é considerada como um corpo rígido e o seu movimento, que varia com o tempo, é restrito ao eixo x, sendo representado por  $x(t)$  e a junção com pá é considerada rígida. Portanto a partir dessa restrição de movimentação apenas nesse eixo o referido modelo simula apenas vibrações que ocorrem no eixo x. Nesse modelo o trem de pouso foi considerado como parte integrante da fuselagem. A massa da fuselagem é representada por  $m_f$ , a rigidez da fuselagem é dada por uma mola de rigidez  $k_f$  e o amortecimento por um amortecedor de amortecimento  $c_f$ . O centro de massa da pá é localizado a uma distância B da cabeça do rotor principal e o eixo do motor que rotaciona as pás é considerado rígido. O acoplamento da pá no *rotor hub* é considerado sem massa, e realizado de certa forma que permite apenas movimentos de oscilação no plano de rotação do rotor principal, isto é permite apenas a ocorrência do

movimento de Avanço e Atraso pelas pás. Tais oscilações são representadas por  $\phi_k(t)$  e  $\theta_k(t)$  representa o deslocamento angular de cada pá. Um modelo mais detalhado das pás é demonstrado na Figura 28.

Figura 28 – Representação do *hub* do rotor e de uma pá



Fonte: Próprio autor.

As pás são consideradas rígidas e com massa  $m_b$  e com rigidez torcional  $k_b$  e amortecimento  $c_b$ . No modelo da figura 28 as forças aerodinâmicas que agem na pá são desconsideradas. O eixo de rotação do rotor principal executa um movimento de translação na direção crescente do eixo  $x$  no sistema de referência XYZ. A posição do centro de massa para uma pá genérica  $k$  no sistema XYZ é determinada pelas Equações 1 e 2:

$$x_k(t) = x(t) + b \cos(\theta_k(t) + \phi_k(t)) \quad (1)$$

$$y_k(t) = b \sin(\theta_k(t) + \phi_k(t)) \quad (2)$$

O termo  $\phi_k(t)$  Representa o ângulo de *Lead-Lag* de cada pá e  $\theta_k(t)$  representa o ângulo entre a posição atual da pá e a posição de equilíbrio da pá determinada por:  $\theta_k(t) = \Omega t - (\pi/2)(k - 1)$ , onde  $k$  é a posição de cada pá. O sistema analisado possui 5 graus de liberdade e afim de que seja obtido as equações que regem o movimento das pás aplica-se o método de Lagrange nesse sistema definido pela Equação 3:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_n} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_n} = Q_n \quad (3)$$

Na equação acima  $q_n$  refere-se as coordenadas generalizadas,  $Q_n$  refere-se ao trabalho virtual e  $L$  a função lagrangiana. Ambos são definidos respectivamente como:

$$Q_n = \frac{\partial F\delta}{\partial q_n} \quad (4)$$

$$L = T - U \quad (5)$$

Onde  $T$  é a energia cinética do sistema,  $U$  é a energia potencial do sistema e  $F\delta$  é o trabalho das forças não conservativas.

As equações a seguir foram obtidas a partir da aplicação do método de Lagrange no conjunto fuselagem e pás:

$$(m_f + 4m_b) \ddot{x}(t) + c_f \dot{x}(t) + k_f x(t) + M_b \sum_{i=1}^4 \left\{ \begin{array}{l} \cos(\theta_i(t) + \phi_i(t)) \ddot{\phi}(t) + \\ \sin(\theta_i(t) + \phi_i(t)) (\Omega + \dot{\phi}_i(t))^2 \end{array} \right\} = 0 \quad (6)$$

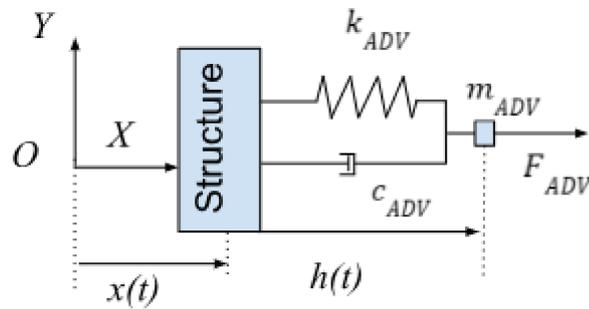
$$I_b \ddot{\phi}_k(t) + c_b \dot{\phi}_k(t) + k_b \phi_k(t) + M_b \left\{ \begin{array}{l} \cos(\theta_k(t) + \phi_k(t)) \ddot{\phi}(t) + \\ \sin(\theta_k(t) + \phi_k(t)) (\Omega + \dot{\phi}_k(t))^2 \end{array} \right\} = 0, k = 1, 4 \quad (7)$$

A Equação 6 representa o comportamento dinâmico do conjunto da fuselagem e das 4 pás, nessa equação tem-se que  $i$  é o número de pás acopladas ao rotor principal. A Equação 7, por sua vez representa o comportamento dinâmico de cada uma das pás. Essa equação está escrita de forma sintética, de forma que  $k$  é o número de pás ligadas ao rotor principal e  $M_b$  representa o produto de  $b$  por  $m_b$ .

### 3.2 MODELO PARA O AMORTECEDOR LINEAR DE VIBRAÇÃO

O Amortecedor Linear de Vibração, também denominado nesse trabalho como Amortecedor Linear ou então Amortecedor Dinâmico de Vibração (ADV), caracteriza-se por ser um modelo de amortecedor passivo e do tipo elastômero e assim composto de um tipo de borracha e por partes metálicas. A sua descrição se dá através da Figura 29:

Figura 29 – Modelo dinâmico do Amortecedor Linear



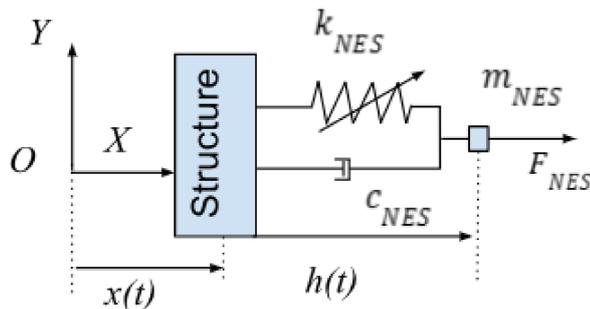
Fonte: Próprio autor.

Tanto na Figura 29, quanto na Equação 8,  $k_{ADV}$  refere-se a rigidez do amortecedor linear,  $c_{ADV}$  ao amortecimento do mesmo e  $m_{ADV}$  refere-se a massa do corpo oscilante. A equação que rege a força resultante na massa  $m_{ADV}$  é determinada por:

$$F_{ADV} = -k_{ADV}(h - x) - c_{ADV}(\dot{h} - \dot{x}) \quad (8)$$

### 3.3 MODELO PARA O NES

Figura 30 – Modelo dinâmico do NES



Fonte: Próprio autor.

O modelo de NES utilizado neste trabalho considera um valor constante de massa e a interação entre a massa e a estrutura do helicóptero ocorre através de um amortecedor e uma mola de rigidez não linear. De forma semelhante ao amortecedor anterior ele também é um dispositivo passivo e do tipo elastômero. A força resultante na massa  $m_{NES}$  é dada pela seguinte equação:

$$F_{NES} = -k_{NES}(h - x)^3 - c_{NES}(\dot{h} - \dot{x}) \quad (9)$$

Na Equação 9 e na Figura 30,  $k_{NES}$ ,  $c_{NES}$  e  $m_{NES}$  referem-se a massa do amortecedor, amortecimento não linear, e massa do corpo oscilante, respectivamente.

### 3.4 TIME VARIABLE NES

De acordo com *Morais et al. (2023)* o modelo dinâmico para o TVNES pode ser descrito pela Figura 31. A massa  $m_0$  tem a sua movimentação restrita a direção do eixo  $X_{TV}$ . Ambas as massas  $m_1$  e  $m_0$  são conectadas por barras rígidas e que podem ter o valor de suas massas desprezados. O par de massa  $m_1$  rotaciona ao redor do eixo  $Z_{TV}$  da Figura 6 e com velocidade angular  $w_r$  e tem o seu movimento restrito pelas barras de cima e de baixo. *Huang e Zhou (2019)* obteve uma expressão analítica para a força  $F$ , que age no conjunto de massas  $m_0$  e  $m_1$ , e o deslocamento  $h(t)$ , dado por:

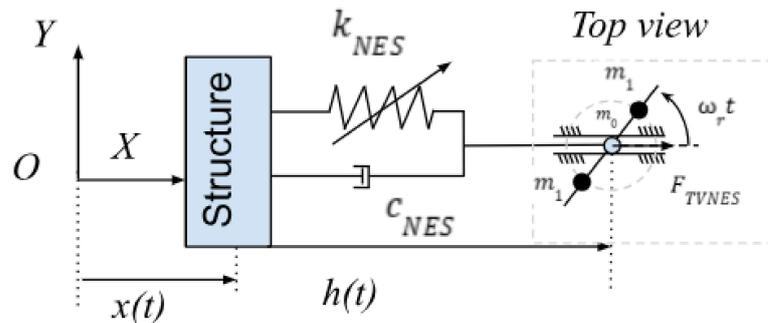
$$F_{TVNES} = (m_0 + 2m_1 \cos^2(\omega_r t)) \ddot{h}(t) - 4m_1 \omega_r \cos(\omega_r t) \dot{h}(t) \quad (10)$$

Outra forma de representar a Equação 10 é valendo-se da segunda lei de Newton, expressa da seguinte forma  $F = \frac{dP}{dt}$ , e utilizando-se o conceito de massa efetiva pode-se expressar  $P$  da seguinte forma  $P = m_{eff} \dot{h}_t$ , assim é possível obter a Equação 11:

$$m_{eff}(t) = m_0 + 2m_1 \cos^2(\omega_r t) \quad (11)$$

Através da análise da equação acima é possível estabelecer uma condição de máxima força quando  $F = m_0 + 2m_1$  e mínima força quando  $F = m_0$ . Ainda assim é possível estabelecer a dependência da intensidade da força  $F$  com  $\omega_r t$ . A Figura 31 ilustra o TVNES conectado a estrutura do helicóptero.

Figura 31 – Modelo dinâmico do TVNES



Como pode ser visto na Figura 31 o TVNES é similar ao NES, ambos são do tipo elastômero, porém ao invés de apenas uma massa oscilante, como no NES, o TVNES tem um par de massas rotativas acopladas a uma massa oscilante. A rotação do par de massas  $m_1$  necessita de uma força externa para funcionar corretamente. Como é possível modificar o valor da rotação das massas durante o seu funcionamento esse dispositivo qualifica-se como um amortecedor semiativo. Nesse trabalho, entretanto não será explorada essa possibilidade de funcionamento, visto que o objetivo será investigar se a alteração da velocidade de rotação das massas  $m_0$  resultará em alguma melhora nos resultados obtidos. O  $k_{nes}$  representa a rigidez não linear cúbica da mola e  $c_{nes}$  representa o amortecimento linear.

### 3.5 ACOPLAMENTO DO ADV, NES E TVNES AO MODELO DA FUSELAGEM

Tanto o TVNES quanto o NES possuem o mesmo comportamento quando  $F = m_0 + 2m_1$  e  $w_r = 0$  e dessa forma é apresentado abaixo o modelo matemático do TVNES acoplado a fuselagem.

$$(m_f + 4m_b) \ddot{x}(t) + c_f \dot{x}(t) + M_b \sum_1^4 \left\{ \begin{array}{l} \cos(\theta_i(t) + \phi_i(t)) \ddot{\phi}_i(t) \\ \sin(\theta_i(t) + \phi_i(t)) (\Omega + \dot{\phi}_i(t))^2 \end{array} \right\} + k_{nes} (x(t) - h(t))^3 + c_{nes} (\dot{x}(t) - \dot{h}(t)) = 0 \quad (12)$$

$$I_b \ddot{\phi}_k(t) + c_b \dot{\phi}_k(t) + k_b \phi_k(t) + M_b \left\{ \begin{array}{l} \cos(\theta_k(t) + \phi_k(t)) \ddot{\phi}(t) \\ \sin(\theta_k(t) + \phi_k(t)) (\Omega + \dot{\phi}_k(t))^2 \end{array} \right\} = 0, k = 1, 4; \quad (13)$$

$$(m_0 + 2m_1 \cos^2(w_r t)) \ddot{h}(t) - 4m_1 w_r \cos(w_r t) \sin(w_r t) \dot{h}(t) + k_{NES} (h(t) - x(t))^3 + c_{NES} (\dot{h}(t) - \dot{x}(t)) = 0 \quad (14)$$

Nas equações acima, a Equação 12 descreve a dinâmica de funcionamento da fuselagem acoplada ao TVNES. A equação 13 descreve a dinâmica particular de cada uma das pás. Por fim a Equação 14 define a dinâmica do conjunto de massas rotativas  $m_1$  e da massa  $m_0$ . Para o NES as equações 12 e 13 permanecem iguais e a Equação 14 é substituída pela Equação 15.

$$m_{NES} \ddot{h}(t) + k_{NES} (h(t) - x(t))^3 + c_{NES} (\dot{h}(t) - \dot{x}(t)) = 0 \quad (15)$$

Para o amortecedor linear a Equação 13 permanece a mesma. As Equações 12 e 14, por sua vez, são substituídas pelas Equações 16 e 17 respectivamente.

$$(m_f + 4m_b) \ddot{x}(t) + c_f \dot{x}(t) + M_b \sum_1^4 \left\{ \begin{array}{l} \cos(\theta_i(t) + \phi_i(t)) \ddot{\phi}_i(t) \\ \sin(\theta_i(t) + \phi_i(t)) (\Omega + \dot{\phi}_i(t))^2 \end{array} \right\} + k_{ADV} (x(t) - h(t)) + c_{ADV} (\dot{x}(t) - \dot{h}(t)) = 0 \quad (16)$$

$$m_{ADV} \ddot{h}(t) + k_{ADV} (h(t) - x(t)) + c_{ADV} (\dot{h}(t) - \dot{x}(t)) = 0 \quad (17)$$

### 3.6 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Neste trabalho as equações acima foram implementadas em um algoritmo em Matlab, que representa o conjunto helicóptero e modelo de amortecimento, em condição de

ressonância de solo. Visando uma melhor comparação da efetividade em diminuir a amplitude das vibrações da fuselagem utilizou-se algumas medidas estatísticas, nomeadamente, Skewness, Variância, Kurtosis, valor RMS e amplitude pico-a-pico máxima. A partir do algoritmo implementado foi-se simulado os seguintes casos:

- Modelo da fuselagem sem nenhum modelo de amortecimento, para diferentes amortecimento das pás do rotor principal ( $\lambda_\delta$ ).
- Modelo da fuselagem com o ADV, NES e TVNES implementados, para diferentes amortecimento das pás do rotor principal ( $\lambda_\delta$ ).
- Modelo da fuselagem com o ADV acoplado com o TV implementado, para diferentes amortecimento das pás do rotor principal ( $\lambda_\delta$ ).
- Modelo da fuselagem com o TVNES implementado, para diferentes velocidades de rotação das massas  $m_1$ .

Tabela 1 – Parâmetros das pás e fuselagem utilizados na simulação

Parâmetro	Valor
Massa Fuselagem (Kg)	396
Massa Pá (Kg)	1
Comprimento pá (m)	10
Amortecimento pá (N-s/m)	4, 5
Amortecimento Fuselagem (N-s/m)	8
Massa - $m_1$ (Kg)	2
Massa - $m_0$ (Kg)	15
Massa ADV - $m_{ADV}$ (Kg)	17, 5
Frequência de rotação - $m_1$ (rad/s)	1
Amortecimento NES, TVNES e ADV (N-s/m)	4
Rigidez da mola NES, TVNES e ADV (N/m)	40
Massa NES - $m_{NES}$ (Kg)	17, 5
Rigidez pás (N/m)	400
Rigidez fuselagem (N/m)	400

Fonte: Próprio autor.

### 3.7 PROGRAMA MAIN

No algoritmo as derivadas das variáveis de estado:  $\ddot{x}(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ ,  $\dot{\phi}_k(t)$ ,  $\ddot{\phi}_k(t)$  são utilizadas pelo ODE113 para calcular a dinâmica do sistema para cada passo de tempo. A partir dessas derivadas o solver retornará  $x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ ,  $\theta_k(t)$ ,  $\dot{\theta}_k(t)$ . Essas por sua vez, serão utilizadas, na rotina que descreve a dinâmica do sistema, para o cálculo das derivadas

das variáveis de estado  $\ddot{x}(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ ,  $\dot{\phi}_k(t)$ ,  $\ddot{\phi}_k(t)$  da próxima interação. Esse processo será definido dessa forma cíclica, para cada interação de tempo, até alcançar-se o tempo limite de simulação determinado pelo usuário.

### 3.8 FUNÇÃO QUE DESCREVE A DINÂMICA DO SISTEMA

Na implementação da rotina que descreve a dinâmica do sistema, a equação 6 é implementada de forma a isolar-se  $\ddot{x}(t)$  no lado esquerdo da equação e calculado o seu valor em cada passo e de tempo e depois  $\ddot{\phi}$  é definido, como demonstrado pela equação 17, de forma interativa até que seja atingido o critério de parada.

Na implementação do algoritmo o parâmetro  $\ddot{\phi}$  (aceleração do movimento de Avanço e Atraso) é definido como :

$$\ddot{\phi}(t) = - \left( \lambda_{\delta} \dot{\phi}(t) + \Omega_{\delta}^2 \phi(t) + S_c \ddot{y}(t) \cos(\theta(t) + \phi(t)) \right) \quad (18)$$

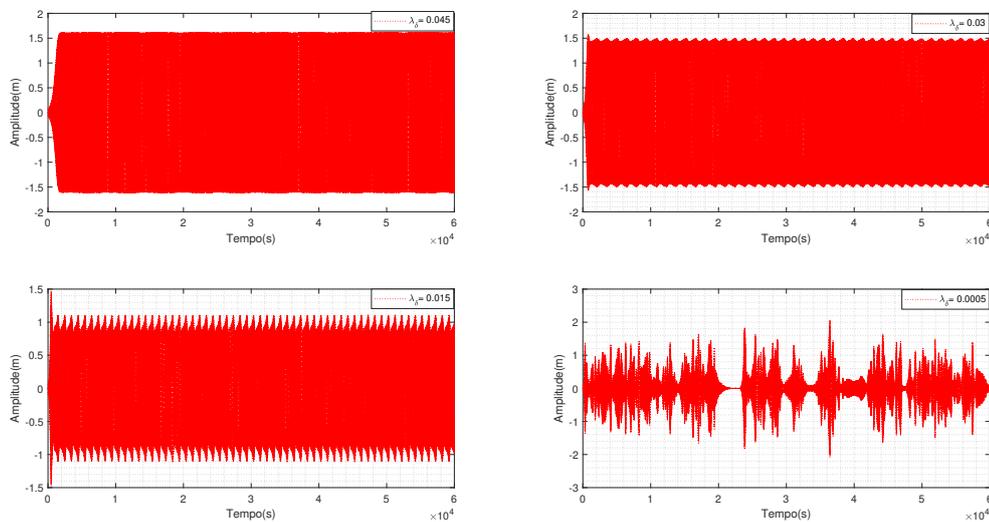
- $\Omega_{\delta}$  (rad/s) é frequência natural angular de oscilação das pás no eixo de Avanço e Atraso.
- $\lambda_{\delta}$  (1/s) determina unidade de taxa de amortecimento movimento de Avanço e Atraso por unidade de momento de inércia.
- $\Omega_{\delta}$  é o coeficiente de acoplamento entre as pás do rotor principal e a fuselagem do helicóptero.

Tal critério é especificado no código como sendo um valor inserido pelo usuário. O critério é atingido quando o valor do erro entre a interação atual e da anterior é menor que o valor desse critério de parada. A partir daí é gerado o vetor  $dx$  que determina a derivada de cada uma das variáveis de estado com relação ao tempo. Esse vetor por sua vez é utilizado pelo solucionador do MATLAB, nesse caso ODE 113, para atualizar o estado do sistema para cada passo de tempo. Por fim a ODE 113 retorna um vetor  $x$ , que caracteriza o sistema para cada interação de tempo. Esse último ocorrerá até que seja atingido o tempo de simulação especificado pelo usuário.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Primeiramente foi-se gerado resposta para a condição do helicóptero em condição de ressonância de solo (Figura 32), para diferentes valores de amortecimento das pás, em todos os casos o tempo de simulação utilizado foi de 60000 segundos, o tempo elevado justifica-se para conseguir atingir a fase estacionária da resposta da fuselagem. Os valores de amortecimentos utilizado para as pás foram:  $\lambda_\delta = 0,045$  N-s/m,  $\lambda_\delta = 0,03$  N-s/m,  $\lambda_\delta = 0,015$  N-s/m,  $\lambda_\delta = 0,0005$  N-s/m.

Figura 32 – Resposta da fuselagem do helicóptero sem nenhum amortecedor de vibração



Fonte: Próprio autor.

Tabela 2 – Tabela para resposta da fuselagem sem nenhum amortecedor de vibração

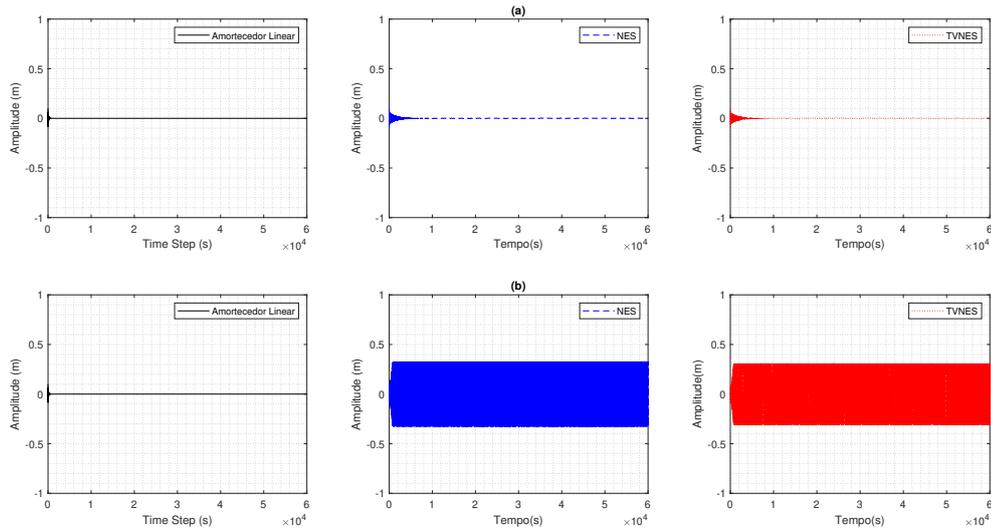
Grandeza	$\lambda_\delta$ (N-s/m)			
	0,045	0,030	0,015	0,0005
Valor RMS (m)	1,13	1,03	0,69	0,45
Skewness	-1,6e-05	2,2e-05	-4,0e-05	8,1e-06
Variância (m <sup>2</sup> )	1,28	1,06	0,47	0,20
Amplitude Pico-a-Pico (m)	3,24	3,16	2,95	4,15
Kurtosis	1,53	1,51	1,54	4,17

Fonte: Próprio autor.

As figuras abaixo demonstram a comparação da resposta da fuselagem para diferentes valores de amortecimento das pás e a velocidade de rotação do par de massas  $m_1$  foi de 1 rad/s nas respostas da fuselagem obtidas nas Figuras 33 e 34. A simulação foi efetuada para

um tempo igual a simulação anterior, ademais todos os outros parâmetros da simulação foram mantidos e a dinâmica dos amortecedores foi implementada no modelo. Os valores de amortecimentos foram variados de forma igual ao primeiro caso, expresso pela Figura 32.

Figura 33 – Resposta para os diferentes amortecimentos e  $\lambda_\delta = 0,045$  N-s/m e  $\lambda_\delta = 0,03$  N-s/m respectivamente



Fonte: Próprio Autor.

Tabela 3 – Tabela para oscilação da fuselagem do helicóptero com os amortecedores de vibração implementados e  $\lambda_\delta = 0,045$  N-s/m

Grandeza	ADV	NES	TVNES
Valor RMS (m)	0,0019	0,0052	0,0052
Skewness	0,16	0,0050	0,0049
Variância (m <sup>2</sup> )	3,6e-06	2,7e-05	2,7e-05
Amplitude Pico-a-Pico (m)	0,19	0,20	0,20
Kurtosis	796,12	62,07	61,75

Fonte: Próprio autor.

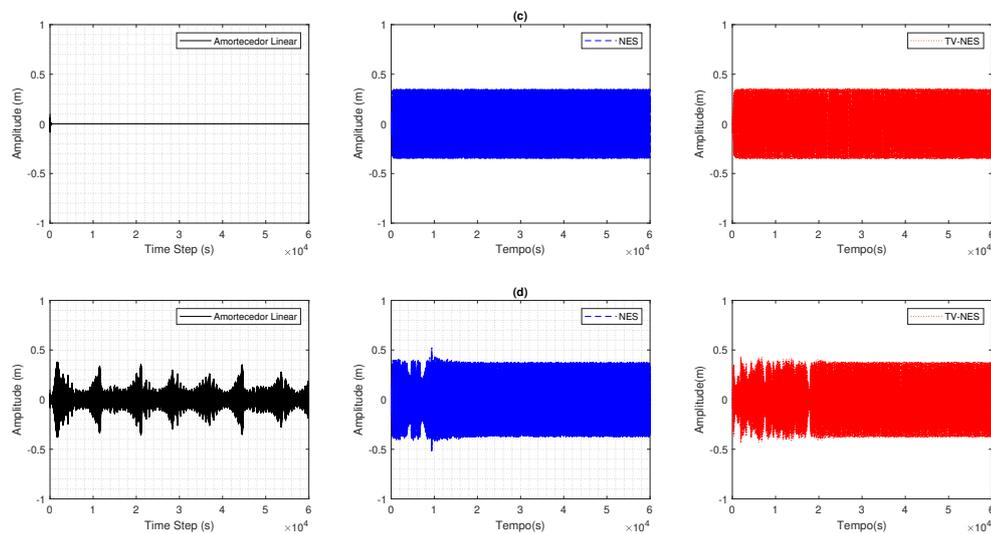
Tabela 4 – Tabela para oscilação da fuselagem do helicóptero com os amortecedores de vibração implementados e  $\lambda_\delta = 0,030$  N-s/m

Grandeza	ADV	NES	TVNES
Valor RMS (m)	0,0019	0,23	0,22
Skewness	0,16	-3,5e-05	1,8e-06
Variância (m <sup>2</sup> )	3,7e-06	0,052	0,047
Amplitude Pico-a-Pico (m)	0,19	0,65	0,64
Kourtosis	828,60	1,51	1,52

Fonte: Próprio autor.

No grupo de imagens (a) o amortecimento utilizado para as pás foi de  $\lambda_\delta = 0,015$  N-s/m e para o conjunto (b)  $\lambda_\delta = 0,0005$  N-s/m.

Figura 34 – Resposta para os diferentes amortecimentos



Fonte: Próprio autor.

Tabela 5 – Tabela para oscilação da fuselagem do helicóptero com os amortecedores de vibração implementados e  $\lambda_\delta = 0,015$  N-s/m

Grandeza	ADV	NES	TVNES
Valor RMS (m)	0,0019	0,18	0,18
Skewness	0,17	-1,3e-05	5,6e-06
Variância (m <sup>2</sup> )	3,5e-06	0,031	0,034
Amplitude Pico-a-Pico (m)	0,19	0,70	0,70
Kourtosis	864,68	2,11	1,89

Fonte: Próprio autor.

Tabela 6 – Tabela para oscilação da fuselagem do helicóptero com os amortecedores de vibração implementados e  $\lambda_\delta = 0,0005$  N-s/m

Grandeza	ADV	NES	TVNES
Valor RMS (m)	0,094	0,18	0,18
Skewness	1,1e-05	-1,8e-07	-3,1e-05
Variância (m <sup>2</sup> )	0,0088	0,031	0,034
Amplitude Pico-a-Pico (m)	0,76	1,04	0,88
Kourtosis	4,00	2,19	1,99

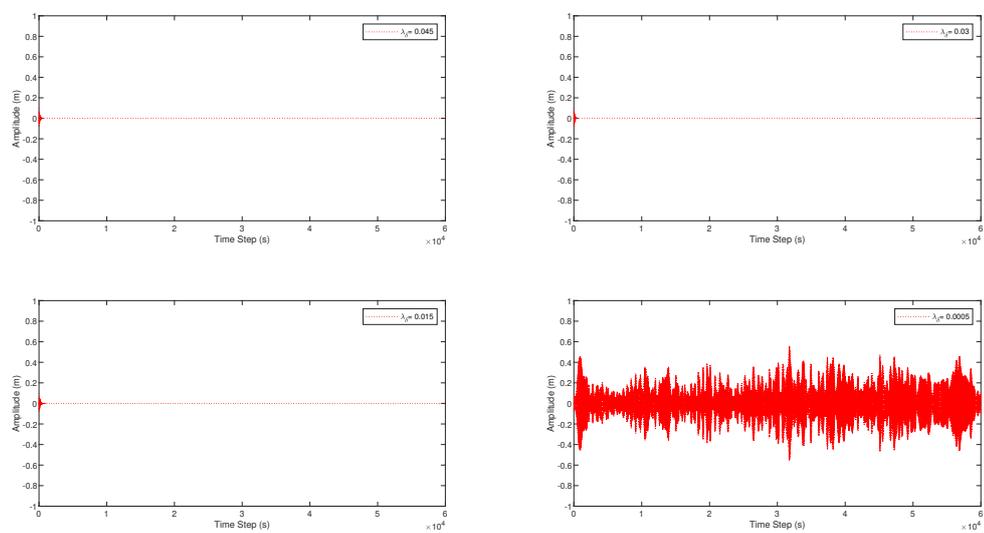
Fonte: Próprio autor.

No grupo de imagens (c) o amortecimento utilizado para as pás foi de  $\lambda_\delta = 0,015$  N-s/m e para o conjunto (d)  $\lambda_\delta = 0,0005$  N-s/m.

Através das imagens acima é possível perceber que o ADV propiciou uma diminuição maior da amplitude pico-a-pico de vibração da fuselagem, em comparação ao TVNES e do NES. Essa diferença na diminuição da amplitude de vibração fica mais evidente para os valores de amortecimento  $\lambda_\delta = 0,030$  N-s/m e  $\lambda_\delta = 0,015$  N-s/m, mas também pode ser observado para o valor de  $\lambda_\delta = 0,045$  N-s/m. De modo geral a partir dos resultados é possível notar uma menor amplitude pico-a-pico de vibração da fuselagem quando o ADV é implementado, o que é ratificado pelos valores RMS do ADV nas Tabelas de 3 a 6. Para menores valores de amortecimento a capacidade de diminuição das amplitudes da fuselagem para todos os amortecedores de vibração é severamente afetada.

Neste trabalho também foi avaliado o ADV acoplado com a massa oscilante  $m_0$  e com as massas rotativas  $m_1$ , criando assim um ADV Variante no Tempo (Figura 35). Nos resultados mostrados abaixo o valor da velocidade de rotação das massas  $m_1$  foi de 1 rad/s. Os valores do amortecimento  $\lambda_\delta$  foram variados de forma igual ao do caso anterior e os demais parâmetros foram mantidos iguais aos dos dois casos anteriores. A motivação dessa análise se deu graças a maior capacidade de redução nas amplitudes pico-a-pico da fuselagem apresentada pelo Amortecedor Dinâmico de Vibração na Figura 34.

Figura 35 – Dados obtidos para o ADV variante no tempo



Fonte: Próprio autor.

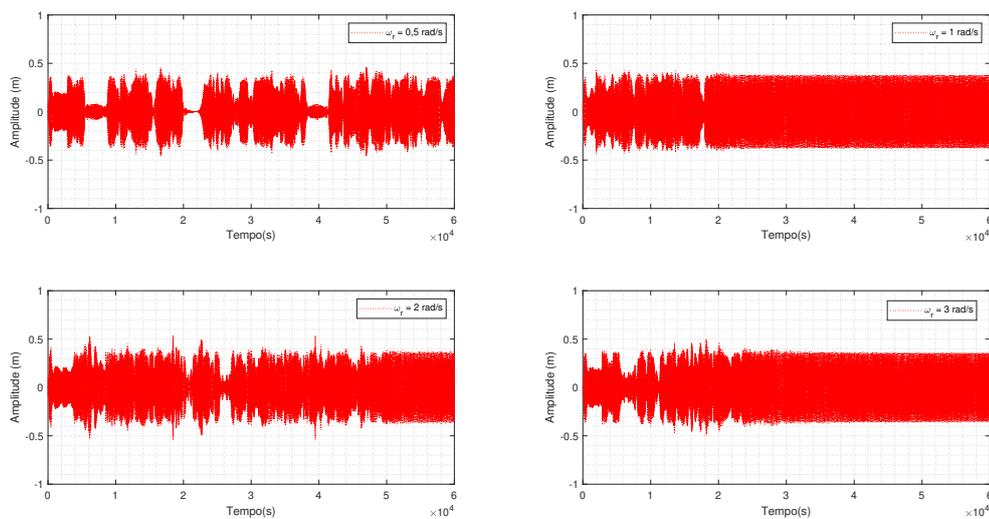
Tabela 7 – Tabela para resposta da fuselagem com o ADV variante no tempo e velocidade de rotação das massas  $m_1$  de 1 rad/s

Grandeza	$\lambda_\delta$ (N-s/m)			
	0,045	0,030	0,015	0,0005
Valor RMS (m)	0,0021	0,0022	0,0023	0,14
Skewness	0,14	0,13	0,11	-2,3e-05
Variância (m <sup>2</sup> )	4,5e-06	4,6e-06	5,4e-06	0,021
Amplitude Pico-a-Pico (m)	0,19	0,19	0,19	1,12
Kurtosis	594,50	580,73	487,52	3,15

Fonte: Próprio autor.

Comparando a resposta da amplitude da fuselagem do TVNES com a mola cúbica e do ADV Variante no Tempo, pode-se perceber a diminuição da amplitude pico-a-pico da fuselagem quando o segundo é implementado, notadamente essa maior efetividade pode ser vista para os valores de  $\lambda_\delta = 0,030$  N-s/m e  $\lambda_\delta = 0,015$  N-s/m, em virtude de um menor valor RMS par ambos os valores de amortecimento. Também foi avaliado neste trabalho a influência da velocidade de rotação da massa rotativa para o TVNES (Figura 36). Foi-se utilizado  $\lambda_\delta = 0.0005$  N-s/m e os demais parâmetros iguais aos dos 3 casos anteriores. A variação da velocidade de rotação foi de acordo com Morais *et al.* (2023):

Figura 36 – Resposta para as diferentes velocidades de rotação da massa  $m_1$



Fonte: Próprio autor.

Tabela 8 – Tabela para diferentes velocidades de rotação da massa  $m_1$ 

Grandeza	Velocidade de rotação de $m_1$ (Rad/s)			
	0,5	1	2	3
Valor RMS (m)	0,15	0,18	0,17	0,17
Skewness	-0,0010	-3,1e-05	2,1e-05	6,6e-05
Variância (m <sup>2</sup> )	0,023	0,034	0,029	0,030
Amplitude Pico-a-Pico (m)	0,92	0,87	1,09	1,0019
Kourtosis	2,52	2,00	2,23	2,15

Fonte: Próprio autor.

Através dos gráficos é possível observar que o aumento da velocidade da massa rotativa causou uma maior homogeneidade da resposta, o que é notável quando compara-se o valor do Skewness, que vai aproximando de 0 conforme vai aumentando-se a velocidade de rotação e também pode ser observado uma menor quantidade de vales, de forma a também indicar maior homogeneidade da resposta.

## 5 CONCLUSÃO

No respectivo trabalho foi possível avaliar de forma teórica a capacidade de atenuação das vibrações da fuselagem de um helicóptero que encontra-se em ressonância de solo através de alguns modelos de amortecimento. Através dos resultados foi possível notar que o Amortecedor Linear foi o amortecedor de vibração que obteve as maiores reduções na amplitude de vibração da fuselagem quando em comparação ao NES e ao TVNES. Entretanto pode-se concluir que para qualquer modelo de amortecimento utilizado, torna-se menor a capacidade de atenuação das oscilações, quando o amortecimento das pás vai tornando-se cada vez menor. Também foi possível observar uma resposta mais homogênea da amplitude de vibração da fuselagem quando a velocidade de rotação das massas  $m_1$  foi aumentada. Dessa forma pode-se concluir que a utilização de um Amortecedor Linear configura-se como uma alternativa a ser considerada para mitigação do efeito de ressonância de solo.

Para trabalhos futuros deve-se, comparar os resultados obtidos neste trabalho com os obtidos de uma bancada de teste que represente em escala reduzida o comportamento das pás e da fuselagem do helicóptero. Também pode-se investigar algum tipo de implementação de amortecedor semiativo baseado no Amortecedor Linear Variante no tempo. Poderia, por exemplo, utilizar-se no lugar das massa  $m_1$  pequenos aerofólios com uma massa conhecida e que poderiam ter o seu ângulo de ataque alterado, de forma a produzir ora quantidade maior, ora quantidade menor de sustentação e alterando assim a força peso das massas  $m_1$ . Pode-se também desenvolver um dispositivo que controle a velocidade de rotação dessas massas, de forma a evitar a ocorrência do efeito de ressonância de solo.

## REFERÊNCIAS

ADMINISTRATION, Federal Aviation. **Helicopter Flying Handbook:**

**FAA-H-8083-21B.** [*S.l.*]: Skyhorse, 2021. ISBN 9781510767218.

ANACPÉDIA. **Underslug.** [*S.l.*: *s.n.*], 2024. [Online; accessed April 29, 2024]. Disponível em: <https://www2.anac.gov.br/anacpedia/ing-por/tr3242.htm>.

BAUCHAU, Olivier; WEDDINGEN, Yannick; AGARWAL, Sandeep. Semiactive Coulomb Friction Lead-Lag Dampers. **Journal of the American Helicopter Society**, v. 55, p. 12005–1, jan. 2010.

BERGEOT, B.; BELLIZZI, S.; COCHELIN, B. Analysis of steady-state response regimes of a helicopter ground resonance model including a non-linear energy sink attachment. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 78, p. 72–89, 2016. ISSN 0020-7462.

COELHO, JF; SANCHES, L; GOURC, E; MICHON, G. Absorbeurs dynamiques de vibration pour le contrôle de la résonance sol des hélicoptères., 2019.

COLEMAN, Robert P; FEINGOLD, Arnold M. **Theory of self-excited mechanical oscillations of helicopter rotors with hinged blades.** [*S.l.*], 1957.

CORP, Lord. **Magneto Rheological.** [*S.l.*: *s.n.*], 2024. [Online; accessed April 02, 2024]. Disponível em: <http://www.lord.com/products-and-solutions/magneto-rheological-%28mr%29.xml>.

COYLE, S. **Cyclic and Collective.** [*S.l.*]: Eagle Eye Solutions, 2009. ISBN 9780557090662.

DEL CLARO, Vergilio Torezan Silingardi. **Concepção e avaliação numérica e experimental de um absorvedor dinâmico de vibrações termicamente**

**sintonizável**. Fev. 2016. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal De Uberlândia. eprint: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2016.91>.

DOMKE, Burkhard. **CH47 Main Rotor Head**. [S.l.: s.n.], 2011. [Online; accessed March 26, 2024]. Disponível em: <https://b-domke.de/AviationImages/Rotorhead/38267.html>.

DOMKE, Burkhard. **Main rotor head and swashplate assembly**. [S.l.: s.n.], 2007. [Online; accessed May 6, 2024]. Disponível em: <https://b-domke.de/AviationImages/Rotorhead/15908.html>.

DOMKE, Burkhard. **Saunders Roe Skeeter AOP.12**. [S.l.: s.n.], 2005. [Online; accessed March 29, 2024]. Disponível em: <https://www.b-domke.de/AviationImages/Rotorhead/9768.html>.

FLIGHTGLOBAL. **The global helicopter market in numbers**. 2020. Disponível em: <https://www.flightglobal.com/helicopters/the-global-helicopter-market-in-numbers/141414.article>. Acesso em: 27 fev. 2024.

HELISTART. **Underslung Rotor Design**. [S.l.: s.n.], 2007. [Online; accessed March 20, 2024]. Disponível em: <http://www.helistart.com/underslungrotordesign.aspx>.

HUANG, Jiahui; ZHOU, Xiaoming. A time-varying mass metamaterial for non-reciprocal wave propagation. **International Journal of Solids and Structures**, v. 164, p. 25–36, 2019. ISSN 0020-7683.

HUBSCHRAUBERMUSEUM, Bückeberg. **Model of the "Gyroplane Laboratoire" in scale of 1 : 1**. [S.l.: s.n.], 2019. [Online; accessed Fevereiro 27, 2024]. Disponível em: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:ModellBreguetDorandGyroplaneLaboratoireHubMus1zu11.jpg>.

HUBSCHRAUBERMUSEUM, BÜCKEBURG. **Helix von Leonardo da Vinci**.

[*S.l.*: *s.n.*], 2013. [Online; accessed Fevereiro 26, 2024]. Disponível em:

[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:DaVinci_Helix_Hubschraubermuseum_Bueckeberg.jpg)

[DaVinci\\_Helix\\_Hubschraubermuseum\\_Bueckeberg.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:DaVinci_Helix_Hubschraubermuseum_Bueckeberg.jpg).

IBA. **IBA Forecasts Positive Outlook For Helicopter Market**. 2023. Disponível em: <https://www.iba.aero/news/iba-forecasts-positive-outlook-for-helicopter-market/>.

Acesso em: 27 fev. 2024.

JOHNSON, W. **Helicopter Theory**. [*S.l.*]: Dover Publications, 1994. (Dover Books on Aeronautical Engineering Series). ISBN 9780486682303.

LEISHMAN, J.G. **Principles of Helicopter Aerodynamics**. [*S.l.*]: Cambridge University Press, 2016. (Cambridge Aerospace Series). ISBN 9781107013353.

MORAIS, Tobias; BORGES DA SILVA REIS, César Augusto; SANCHES, Leonardo; MICHON, Guilhem. Evaluation of a time-varying mass nonlinear energy sink on the helicopter ground resonance problem. *In*.

NEMIR, David C.; LIN, Yingjie; OSEGUEDA, Roberto A. Semiactive Motion Control Using Variable Stiffness. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, n. 4, p. 1291–1306, 1994. eprint: <https://ascelibrary.org/doi/pdf/10.1061/%28ASCE%290733-9445%281994%29120%3A4%281291%29>.

RAO, S.S. **Vibrações Mecânicas**. [*S.l.*]: Pearson Prentice Hall, 2009. ISBN 9788576052005.

SANCHES, L. **Helicopter Ground Resonance: Dynamical Modeling, Parametric Robustness Analysis and Experimental Validation**. 2011. Tese (Doutorado) – Ph. D. Thesis, ISAE.

SOUZA, Lucas Vieira Dias. **Aplicação do Nonlinear Energy Sink (NES) no controle passivo da instabilidade em helicóptero com anisotropia**. Jun. 2018.

Diss. (Mestrado) – Universidade Federal De Uberlândia. eprint:

<http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2018.1159>.

UNKNOWN, Author. **FW 61**. [*S.l.: s.n.*], 1936. [Online; accessed Fevereiro 27, 2024].

Disponível em: [https://www.aviastar.org/helicopters\\_eng/flettner\\_kolibri.php](https://www.aviastar.org/helicopters_eng/flettner_kolibri.php).

UNKNOWN, Author. **VS-300 First Flight**. [*S.l.: s.n.*], 1939. [Online; accessed Fevereiro 27, 2024]. Disponível em:

[https://www.aviastar.org/helicopters\\_eng/flettner\\_kolibri.php](https://www.aviastar.org/helicopters_eng/flettner_kolibri.php).

WATKINSON, J. **Art of the Helicopter**. [*S.l.*]: Elsevier Science, 2003. ISBN 9780080472034.

## APÊNDICE A – Equacionamento

A seguir é demonstrado de forma mais detalhada a obtenção das Equações 6 e 7.  
Para a fuselagem tem-se: Para a Energia cinética tem-se

$$T = \frac{1}{2} (m_f) (\dot{x}(t))^2 + \sum_{k=1}^4 \frac{1}{2} (m_{b_k}) \left( \dot{x}(t) - b \left( \sin(\theta_k(t) + \phi_k(t)) \left( \dot{\theta}_k(t) + \dot{\phi}_k(t) \right) \right) \right)^2 \quad (19)$$

Para a energia potencial tem-se:

$$U = \frac{1}{2} k_f (x(t))^2 \quad (20)$$

Para as forças não conservativas tem-se:

$$Q_n = -c_f (\dot{x}(t) \delta x) \quad (21)$$

Assim tem-se o lagrangiano:

$$L = T - U = \frac{1}{2} (m_f) (\dot{x}(t))^2 + \sum_{k=1}^4 \frac{1}{2} (m_{b_k}) (\dot{x}_k)^2 - \frac{1}{2} k_f (x(t))^2 \quad (22)$$

Para a energia cinética de cada uma das pás:

$$T = \frac{1}{2} m_{b_k} (\dot{\phi}_k)^2 + \frac{1}{2} (m_{b_k}) (\dot{x}_k)^2 \quad (23)$$

Para a energia potencial tem-se:

$$U = \frac{1}{2} I_{b_k} (\dot{\phi}_k)^2 \quad (24)$$

Para as forças não conservativas tem-se:

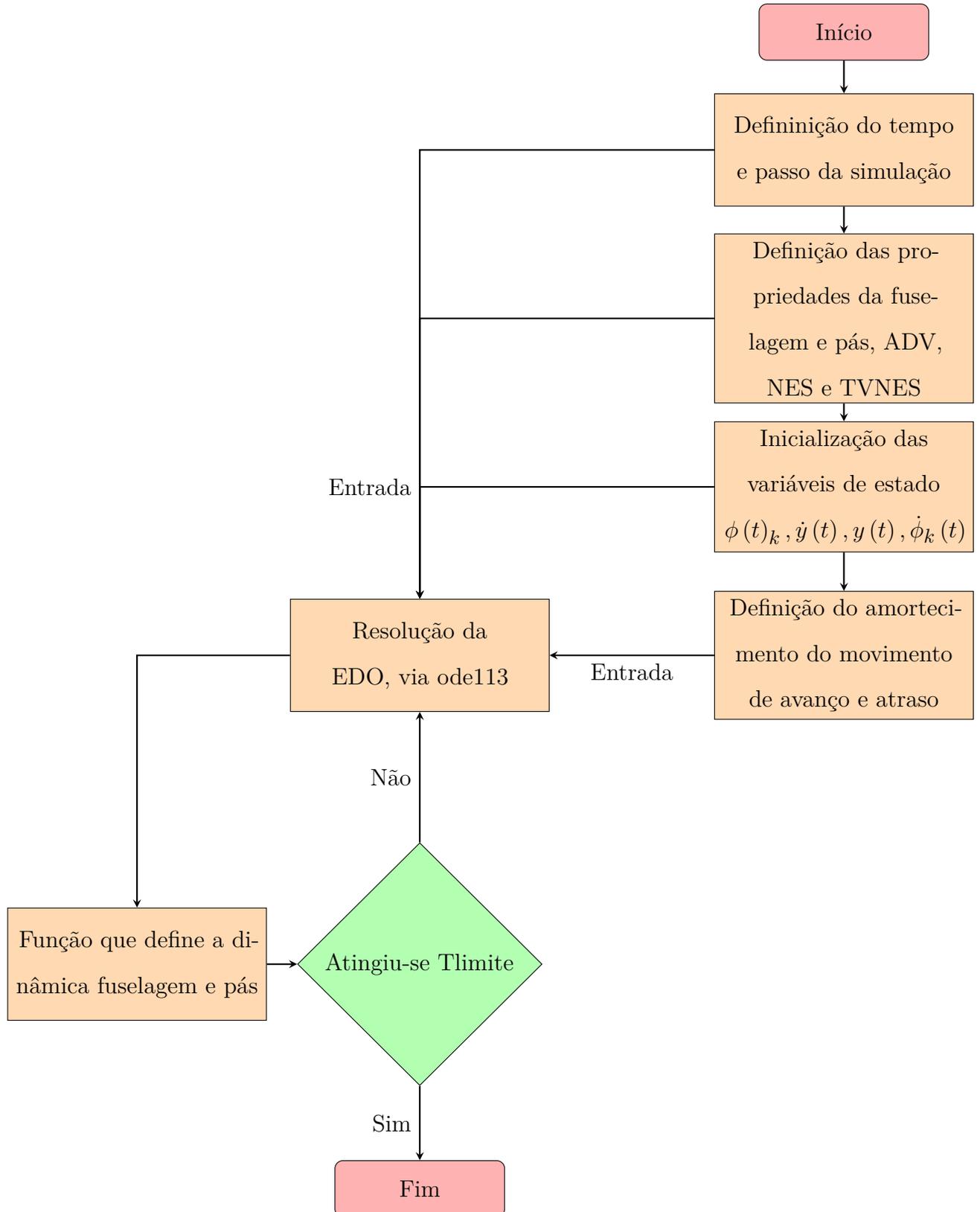
$$Q_n = -c_{b_k} (\dot{\phi}_k(t)) \delta \phi \quad (25)$$

Assim tem-se o lagrangiano para cada uma das pás:

$$L = T - V = \frac{1}{2} m_{b_k} (\dot{\phi}_k)^2 + \frac{1}{2} (m_{b_k}) (\dot{x}_k)^2 - \frac{1}{2} I_{b_k} (\dot{\phi}_k)^2 \quad (26)$$

## APÊNDICE B – Fluxogramas

O diagrama abaixo demonstra o funcionamento da rotina Main do código desenvolvido.



O diagrama abaixo demonstra o funcionamento da função que descreve a dinâmica do conjunto fuselagem e pá.

