

# ESTADO LIMITE DE VIBRAÇÕES EXCESSIVAS CAUSADAS POR AÇÕES DINÂMICAS EM PAVIMENTOS DE CONCRETO ARMADO

Gabriel Henrique de Oliveira (1); Gerson Moacyr Sisniegas Alva (2)

*(1) Graduando, Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Civil*

*(2) Professor Doutor, Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Civil*

## RESUMO

Usualmente, os pavimentos de estruturas de concreto armado são dimensionados para o Estado Limite Último, fazendo-se posterior verificação do Estado Limite de Serviço com limitação de flechas e da abertura de fissuras. Entretanto, em edifícios comerciais, as forças dinâmicas induzidas por pessoas (andar, pular, correr, dançar, fazer ginástica) podem causar vibrações que causam desconforto para os usuários. Tal fato é mais acentuado quanto mais flexível for o pavimento e, evidentemente, depende do tipo de ocupação da estrutura (atividade humana). Dessa forma, a verificação do Estado Limite de Serviço de Vibrações Excessivas (ELS-VE) via análise dinâmica pode se tornar necessária. O objetivo central deste trabalho foi averiguar a necessidade dessa verificação do ELS-VE em diferentes tipos de pavimentos. Foram analisados os critérios de frequência natural presente no item 23.3 da ABNT NBR 6118 (2023), e o critério de aceleração de pico presente na literatura internacional proposto por BACHMANN (1995) e MURRAY et al. (2016). Os resultados obtidos para as lajes consideradas confirmam a necessidade de verificar o ELS-VE em pavimentos com grandes cargas variáveis como é o caso de academias, porém em pavimentos com pequenas cargas variáveis como em escritórios estes critérios se mostraram menos críticos que o critério de deformação excessiva.

**Palavras-chave:** Vibrações Excessivas, Estado Limite de Serviço, Análise Dinâmica, Pavimentos de concreto.

## 1 INTRODUÇÃO

Normalmente, os pavimentos de estruturas de concreto armado são projetados considerando o Estado Limite Último. Posteriormente, realiza-se uma verificação do Estado Limite de Serviço, levando em conta restrições de flechas e abertura de fissuras. No entanto, em edifícios comerciais, as forças dinâmicas geradas por atividades humanas, como andar, pular, correr, dançar e fazer ginástica, podem resultar em vibrações que causam desconforto aos usuários. Esse efeito é mais pronunciado em pavimentos mais flexíveis e varia conforme o tipo de ocupação da estrutura.

Nos últimos anos, segundo BACHMANN e AMMANN (1987), observou-se um aumento significativo nos desafios de engenharia relacionados às vibrações em pisos de estruturas de concreto armado, especialmente quando sujeitos a excitações dinâmicas causadas pelas atividades humanas supracitadas.

O surgimento crescente desse tipo de desafio ocorre principalmente porque grande parte dos projetistas negligencia as ações dinâmicas que afetam essas estruturas, e também, segundo ALMEIDA *et al.* (2005), devido à disseminação do concreto protendido, das lajes pré-moldadas e a adoção de uma arquitetura mais arrojada que culmina em vãos maiores e estruturas mais esbeltas, o que, por conseguinte, as torna menos rígidas. Essas características implicam em uma não-linearidade geométrica agravada, no aumento da fissuração nas estruturas de concreto e, por conseguinte, em uma não-linearidade física mais evidente, que leva a uma maior sensibilidade às vibrações.

Para prevenir o comportamento inadequado de uma estrutura sob a influência de ações dinâmicas, é aconselhável evitar que a frequência de excitação se aproxime da frequência natural do elemento em análise. Dessa forma, busca-se afastar a estrutura do fenômeno da ressonância.

Outra forma de se assegurar o conforto humano em edificações é limitar a aceleração de pico do pavimento. Esta aceleração de pico consiste na máxima aceleração vertical experimentada por um pavimento submetido a atividades humanas. É possível reduzir a aceleração de pico aumentando a rigidez do pavimento.

Portanto, a verificação do Estado Limite de Serviço de Vibrações Excessivas (ELS-VE) por meio de análise dinâmica se faz necessária. A ABNT NBR 6118 (2023), em seu item 23.3, apresenta um procedimento para essa verificação através de uma análise dinâmica simplificada. Além disso, na literatura internacional, existem procedimentos mais detalhados e refinados para a avaliação de vibrações em pavimentos, como os propostos por BACHMANN (1995) e MURRAY *et al.* (2016).

Assim, foram utilizados os seguintes critérios para realizar a verificação do Estado Limite de Serviço de Vibrações Excessivas (ELS-VE):

- i) Flechas totais;
- ii) Flechas devido às cargas variáveis;
- iii) Frequência natural;
- iv) Aceleração de pico.

Dessa forma, o objetivo central deste artigo consiste em investigar e analisar, por meio de simulações numéricas, a verificação do Estado Limite de Serviço de Vibrações Excessivas (ELS-VE) geradas por ações dinâmicas em pavimentos de concreto armado.

A fim de verificar a aceleração de pico foram realizadas simulações numéricas e computacionais, a simulação computacional foi executada com o auxílio do software computacional Ansys Mechanical APDL 2023.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 Vibrações em pavimentos causadas por atividades humanas**

O avanço da construção civil e o desenvolvimento de concretos com crescente resistência à compressão possibilitam a construção de edifícios e elementos estruturais cada vez mais esbeltos. Este fato, entretanto, implica em uma menor rigidez da estrutura e conseqüentemente em uma frequência natural de vibrações que se aproxima da frequência de excitação, ocasionando o efeito de ressonância. Em ressonância a amplitude do movimento tende a ser maior (MURRAY, *et al.*, 2016).

Segundo Gonçalves *et al.* (2010), outro fator que aumenta consideravelmente o número de problemas de engenharia associados à vibração é o fato da maioria dos engenheiros desconsiderarem as ações dinâmicas que atuam sobre a estrutura ao realizar o dimensionamento.

Dentre as causas de vibrações em pavimentos de concreto armado observou-se segundo Junges (2010) um aumento significativo nos problemas de engenharia relacionados à vibração de pisos de concreto quando sujeitos a vibrações dinâmicas causadas por pessoas. Estas vibrações podem ser causadas por diferentes atividades realizadas por seres humanos, como por exemplo caminhar, correr ou praticar atividades rítmicas.

Mast (2001) divide as atividades humanas que podem causar vibrações excessivas em dois grupos, sendo o primeiro as atividades de caminhar. Segundo Mast (2001), nestas atividades, mesmo que mais de uma pessoa esteja caminhando em um pavimento, os passos dessas pessoas normalmente não serão sincronizados. O segundo grupo é chamado de atividades rítmicas, que contemplam espectadores em eventos esportivos, ginástica, shows, entre outros eventos de entretenimento. Geralmente, nestas atividades, a vibração é causada por várias pessoas se movendo em conjunto, de forma aproximadamente sincronizada. Devido a essa sincronização, as forças geradas por este tipo de atividade são mais potentes do que as geradas em uma caminhada.

Segundo Murray (2016), os carregamentos devidos às atividades rítmicas possuem uma característica aproximadamente periódica. Sendo assim, é possível simular estas ações numericamente utilizando uma série de Fourier.

## **2.2 Verificação do Estado Limite de Vibrações Excessivas**

### **2.2.1 Método do ajuste das frequências naturais do pavimento**

A ABNT NBR 6118 (2023) estabelece o método de verificação do estado limite de vibrações excessivas através do cálculo da frequência natural da estrutura ( $f_n$ ). Para evitar a ressonância, a frequência natural da estrutura deve distanciar da frequência crítica ( $f_{crit}$ ) atendendo a seguinte condição:

$$f_n > 1,2 f_{crit} \quad (1)$$

A frequência crítica é determinada de acordo com a destinação da edificação. Os valores de  $f_{crit}$  estão definidos na tabela 23.1 da norma, reproduzida na Tabela 1:

**Tabela 1 – Frequência crítica para vibrações verticais para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação de pessoas**

| <b>Caso</b>                                      | <b>f<sub>crit</sub><br/>HZ</b> |
|--|--------------------------------|
| Ginásio de esportes e academias de ginástica     | 8,0                            |
| Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas | 7,0                            |
| Passarelas de pedestres ou ciclistas             | 4,5                            |
| Escritórios                                      | 4,0                            |
| Salas de concerto com cadeiras fixas             | 3,5                            |

Fonte: Adaptado de ABNT (2023)

Aalami (2013) descreve o processo analítico para determinação da frequência natural em lajes retangulares isoladas através das seguintes Equações 2 e 3:

$$f_n = \frac{c}{a^2} \varphi \quad (2)$$

Onde:

$$c = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{g}{q} \quad (3)$$

$f_n$  = frequência natural da laje;

$a$  = maior dimensão da laje;

$E$  = módulo de elasticidade dinâmico;

$h$  = espessura da laje;

$\nu$  = coeficiente de Poisson;

$g$  = aceleração da gravidade;

$q$  = peso por unidade de área da laje.

Segundo Aalami (2013) o valor de  $\varphi$  depende das vinculações da laje. Para lajes com os quatro lados apoiados o valor de  $\varphi$  pode ser calculado da seguinte maneira:

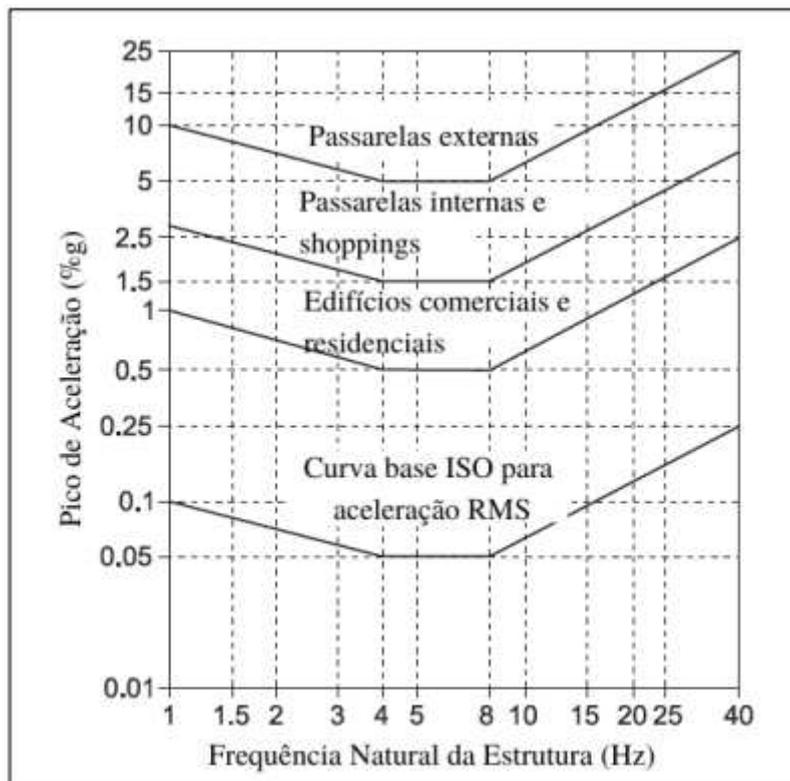
$$\varphi = 1,57(1 + \gamma^2) \quad (4)$$

### 2.2.2 Cálculo analítico simplificado da aceleração máxima do pavimento

O AISC Design Guide 11 (MURRAY et al., 2016) estabelece critérios e parâmetros para a verificação do efeito de vibração causado por atividades humanas em pisos. A análise do American Institute of Steel Construction (AISC) é realizada através da verificação do pico de aceleração do elemento estrutural.

Além de estabelecer os critérios para calcular o pico de aceleração, o AISC Design Guide também fornece os limites aceitáveis de aceleração, para que o usuário não sinta desconforto. Estes limites variam de acordo com o ambiente em questão, bem como em função da frequência natural da estrutura, como mostra a Figura 1:

Figura 1 – Valores limites de tolerância de aceleração de pico recomendados



Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

Segundo MURRAY et al. (2016) para que o conforto humano seja garantido é necessário que o pico de aceleração previsto seja menor ou igual ao limite de tolerância estabelecido.

O AISC Design Guide define dois critérios de cálculo da aceleração de pico distintos, que dependem do tipo de atividade realizada no ambiente em questão, entre as quais estão as atividades as de caminhar e de atividades rítmicas.

### 2.2.2.1 Atividades de caminhar

O critério recomendado para atividades de caminhar é válido em pavimentos de baixa frequência que, segundo Murray (2016), são pavimentos nos quais a frequência natural seja menor que 9 Hz. O cálculo da aceleração de pico para o critério de caminhar é apresentado pelo AISC Design Guide através da seguinte formula:

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_0 e^{-0,35fn}}{\beta W} \leq \frac{a_0}{g} \quad (5)$$

Onde:

$\frac{a_0}{g}$  = Limite de tolerância de vibração expressa como uma razão da aceleração da gravidade;

$\frac{a_p}{g}$  = Razão entre a aceleração de pico e a aceleração da gravidade;

$P_0$  = Força constante de excitação = 800 N;

$W$  = Peso efetivo do pavimento;

$e$  = Base do logaritmo natural = 2,718;

$fn$  = Frequência natural fundamental do pavimento, em Hz;

$\beta$  = Taxa de amortecimento modal.

Novamente, para que o critério seja atendido a razão entre a aceleração de pico e a aceleração da gravidade  $\left(\frac{a_p}{g}\right)$  calculada, deve ser menor que o limite de tolerância  $\left(\frac{a_0}{g}\right)$ .

### 2.2.2.2 Atividades rítmicas

Segundo MURRAY *et al.* (2016), as atividades rítmicas têm maior capacidade de gerar problemas de vibração expressivos em estruturas. Alguns exemplos são: eventos esportivos, dança e atividade física aeróbica. O AISC Design Guide 11 (MURRAY *et al.*, 2016) estabelece a seguinte expressão como critério e parâmetro para a verificação do efeito causado por atividades humanas na vibração de estruturas de concreto armado em atividades rítmicas:

$$\frac{a_p}{g} = \frac{(\sum a_{p,i}^{1,5})^{1/1,5}}{g} \leq \frac{a_0}{g} \quad (6)$$

Onde:

$\frac{a_0}{g}$  = Limite de tolerância de vibração expressa como uma razão da aceleração da gravidade;

$\frac{a_p}{g}$  = Razão entre a aceleração de pico e a aceleração da gravidade;

$$\frac{a_{p,i}}{g} = \frac{1,3\alpha_i w_p / w_t}{\sqrt{\left[\left(\frac{f_n}{if_{step}}\right)^2 - 1\right]^2 + \left(\frac{2\beta f_n}{if_{step}}\right)^2}} \quad (7)$$

$f_n$  = Frequência natural do pavimento;

$f_{step}$  = Frequência de excitação;

$i$  = Número do harmônico;

$\beta$  = Taxa de amortecimento modal;

$w_p$  = Peso por unidade de área dos participantes;

$w_t$  = Peso total atuante na estrutura por unidade de área;

$\alpha_i$  = Coeficiente de ação dinâmica para o harmônico.

Os parâmetros utilizados por essa equação podem ser estimados de acordo com a Tabela 2-proposta pelo AISC Design Guide 11:

**Tabela 2 – Parâmetros dinâmicos de carregamento para atividades rítmicas**

| Harmônico    | Frequência de excitação<br>$f_{step}$ (Hz) | Peso dos participantes<br>$w_p$ (kN/m <sup>2</sup> ) | Coefficiente dinâmico<br>$\alpha_i$ |
|--------------|--|--|-------------------------------------|
| 1º Harmônico | 2,0-2,75                                   | 0,2  | 1,5                                 |
| 2º Harmônico | 4,0-5,50                                   | 0,2  | 0,6                                 |
| 3º Harmônico | 6,0-8,25                                   | 0,2  | 0,1                                 |

Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

É possível notar que os valores para a frequência de excitação são estimados dentro de um intervalo. Para que seja analisada a situação mais crítica é importante que um dos harmônicos coincida com a frequência natural do pavimento quando possível. Isso acontece porque quando a frequência natural é a mesma de um dos harmônicos ocorre o fenômeno da ressonância. Fazendo assim é possível analisar a situação mais crítica para a estrutura.

### 3 EXEMPLOS NUMÉRICOS

#### 3.1 Métodos simplificados

Neste tópico será apresentado o processo analítico de simulação numérica de lajes isoladas. A análise será feita com um exemplo de laje maciça e um exemplo de laje nervurada. Ambas as análises serão realizadas considerando o uso da estrutura para escritórios e academias de ginástica, ou seja, atividades de caminhar e atividades rítmicas, respectivamente.

A verificação de vibrações excessivas será feita de duas maneiras:

- v) Por meio da comparação da frequência natural da estrutura com a frequência crítica dada na Tabela 23.1 da ABNT NBR 6118 (2023);
- vi) Por meio da comparação da aceleração máxima em resposta no domínio do tempo com as acelerações limites de conforto humano.

O exemplo de laje maciça adotado consiste em uma laje quadrada com 6 metros de vão em ambos os lados. Serão analisadas diversas espessuras de laje, a fim de encontrar a espessura mínima que atenda a todos os critérios.

O exemplo de laje nervurada consiste em uma laje quadrada com 7,2 metros de vão em ambos os lados. Nesta laje será analisada uma laje com a seção transversal descrita na Tabela 3:

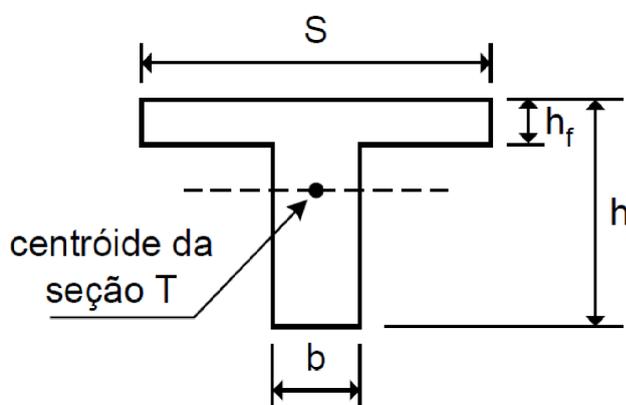
Tabela 3 – Seção transversal da laje nervurada

| Dimensão                                    | Valor (m) |
|---|-----------|
| Espessura da mesa ( $h_f$ )                 | 0,07      |
| Altura da laje ( $h$ )                      | 0,37      |
| Espaçamento entre eixos de nervuras ( $S$ ) | 0,90      |
| Largura da nervura ( $b$ )                  | 0,15      |

Fonte: Autor (2024)

A Figura 2 exemplifica as dimensões apresentadas na Tabela 3 em seção genérica de uma laje nervurada:

Figura 2 – Nervura de uma laje genérica



Fonte: Autor (2024)

### 3.1.1 Cálculo de flechas

Um dos requisitos presentes na ABNT NBR 6118 (2023) em regime de serviço (ELS) é o estado-limite de deformação excessivas. Para que o conforto seja garantido, a norma estabelece limites que devem ser atendidos quanto a deformação em cada elemento estrutural. Para a aceitabilidade sensorial visual, a flecha total não deve ser maior que o menor vão do elemento dividido por 250. Além disso, para vibrações sentidas em pisos, a norma recomenda que a flecha devida às cargas variáveis não deve ser maior que o menor vão do elemento dividido por 350.

Em todas as lajes calculadas, foi considerado concreto com  $f_{ck}$  igual a 25 MPa, módulo de elasticidade ( $E_c$ ) de 33600 MPa e densidade do concreto ( $\gamma_c$ ) de 25 kN/m<sup>3</sup>. De acordo com a ABNT NBR 6120 (2019), a carga variável mínima recomendada para

escritórios é de 2 kN/m<sup>2</sup>; neste trabalho foi considerada uma carga de 2,5 kN/m<sup>2</sup>. Já para academias de ginástica, a carga variável adotada foi de 5 kN/m<sup>2</sup> como recomendado pela ABNT NBR 6120 (2019).

A carga permanente foi calculada como o peso próprio da laje acrescido de 1 kN/m<sup>2</sup> referente ao peso do contrapiso e revestimento do piso.

Para os cálculos da laje nervurada, foram adotados o método de rigidez equivalente e o de massa equivalente. Estes métodos têm a função de simplificar a análise de lajes nervuradas, encontrando, para o primeiro método, uma laje maciça que possua rigidez equivalente a laje nervurada em questão e no segundo método uma laje maciça que possua massa equivalente à laje nervurada.

O método de massa equivalente consiste em igualar a massa da laje nervurada com a massa da laje maciça equivalente. A partir desta igualdade é possível isolar a espessura equivalente chegando-se na Equação 8:

$$h_{eq} = h - \frac{(h-h_f)(S-b)^2}{S^2} \quad (8)$$

Onde:

$h_{eq}$  = espessura equivalente da laje maciça;

$h$  = altura total da laje nervurada;

$h_f$  = espessura da mesa;

$S$  = espaçamento entre o eixo das nervuras;

$b$  = largura da nervura.

O método da rigidez equivalente é descrito por Araújo (2006), onde o autor recomenda a utilização da expressão de rigidez média representada pela Equação 9:

$$h_{eq} = \left[ (1 - \zeta)h^3 + \zeta h_f^3 \right]^{1/3} \quad (9)$$

Onde:

$h_{eq}$  = espessura equivalente da laje maciça;

$h$  = altura total da laje nervurada;

$h_f$  = espessura da mesa.

$\zeta$  = parâmetro de cálculo

O parâmetro  $\zeta$  é descrito pela seguinte formula:

$$\zeta = \frac{(S_x - b_x)(S_y - b_y)}{S_x S_y} \quad (10)$$

Onde:

$S_x$  = Espaçamento entre eixos de nervuras no eixo x;

$S_y$  = Espaçamento entre eixos de nervuras no eixo y;

$b_x$  = Largura da nervura em x;

$b_y$  = Largura da nervura em y;

A partir das Equações 8 e 9, o valor das espessuras equivalentes calculadas de acordo com o método da massa equivalente e da rigidez equivalente foram de 16,16 centímetros e 25,05 centímetros respectivamente. A espessura equivalente calculada em termos de rigidez é utilizada para calcular a rigidez da laje, já a espessura equivalente em massa é utilizada para a obtenção do peso da laje por unidade de área.

O primeiro passo para calcular as flechas nas lajes maciças é a obtenção dos momentos fletores atuantes no pavimento. A obtenção desses esforços se deu através das tabelas descritas por PINHEIRO (2007). Em seguida a armação da laje foi dimensionada de acordo com a ABNT NBR 6118 (2023).

Foram calculadas as flechas totais e as flechas devido às cargas variáveis de acordo com o método descrito na seção 17.3 da ABNT NBR 6118 (2023), considerando-se os efeitos da fissuração e os efeitos diferidos no tempo. Para o cálculo da flecha total é necessário estabelecer o valor da variação do coeficiente  $\xi$  que depende da idade do concreto em que se deseja medir a flecha na estrutura ( $t$ ) e da idade do concreto no dia em que a carga foi aplicada ( $t_0$ ). Como se deseja medir a flecha total o valor de  $t$  considerado tende ao infinito. Por sua vez, o valor de  $t_0$  adotado foi de 0,5 meses (considerando que as escoras da laje serão

retiradas após o 14º dia). Assim, de acordo com a tabela 17.1 da ABNT NBR 6118 (2023) o valor de  $\Delta\xi$  é de 1,54.

Desta forma foi possível obter os valores de flechas totais para a laje submetida as atividades de caminhar e para a laje submetida a atividades rítmicas. As flechas devidas as atividades de caminhar estão representadas na Tabela 4:

Tabela 4 – Flechas totais para atividade de caminhar

| <b>Espessura da laje (cm)</b> | <b>Flecha total (cm)</b> |
|-------------------------------|--------------------------|
| 9                             | 4,53                     |
| 10                            | 2,42                     |
| 11                            | 1,61                     |
| 25,05 (laje nervurada)        | 0,88                     |

Fonte: Autor (2024)

Para a laje maciça, o limite de deslocamento é de 2,4 centímetros. Desta forma, a menor espessura de laje para garantir o conforto visual segundo o critério de deformação excessiva é a de 11 centímetros. Já para a laje nervurada o deslocamento limite é de 2,88 centímetros, portanto a laje analisada satisfaz o critério de flechas da ABNT NBR 6118 (2023).

Para as flechas devidas as atividades rítmicas foram obtidas os resultados da Tabela 5:

Tabela 5 – Flechas totais para atividades rítmicas

| <b>Espessura da laje (cm)</b> | <b>Flecha total (cm)</b> |
|-------------------------------|--------------------------|
| 10                            | 4,62                     |
| 11                            | 2,64                     |
| 12                            | 1,57                     |
| 13                            | 1,28                     |
| 14                            | 1,07                     |
| 15                            | 0,9                      |
| 25,05 (laje nervurada)        | 1,02                     |

Fonte: Autor (2024)

Como o limite de deslocamento é de 2,4 centímetros para a laje maciça, a menor espessura de laje para garantir o conforto visual é a de 12 centímetros. Na laje nervurada o critério de flechas da ABNT NBR 6118 (2023) é satisfeito, uma vez que o deslocamento limite é de 2,88 centímetros.

Foram calculadas também as flechas devidas apenas as cargas variáveis de utilização em ambas as lajes. Na Tabela 6 estão representadas as flechas obtidas para a laje submetida a atividade de caminhar:

Tabela 6 – Flechas: cargas variáveis para atividade de caminhar

| <b>Espessura da laje (cm)</b> | <b>Flecha total (cm)</b> |
|-------------------------------|--------------------------|
| 9                             | 1,08                     |
| 10                            | 0,55                     |
| 11                            | 0,35                     |
| 25,05 (laje nervurada)        | 0,15                     |

Fonte: Autor (2024)

Para a laje maciça, o limite de deslocamento é de 1,71 centímetros, portanto, todas as lajes analisadas satisfazem o critério de flechas devido as cargas variáveis de utilização. Já para a laje nervurada o limite de deslocamento de 2,06 centímetros, portanto a laje analisada satisfaz o critério de flechas da ABNT NBR 6118 (2023). Em seguida, de forma análoga foram calculadas as flechas devidas as atividades rítmicas representadas na Tabela 7:

Tabela 7 – Flechas cargas variáveis para atividades rítmicas

| <b>Espessura da laje (cm)</b> | <b>Flecha total (cm)</b> |
|-------------------------------|--------------------------|
| 10                            | 1,72                     |
| 11                            | 0,93                     |
| 12                            | 0,53                     |
| 13                            | 0,42                     |
| 14                            | 0,34                     |
| 15                            | 0,27                     |

25,05 (laje nervurada)

0,30

Fonte: Autor (2024)

Para a laje maciça o limite de deslocamento é de 1,71 centímetros, sendo assim a menor espessura de laje para garantir o conforto segundo o critério de deformação excessiva devido a cargas variáveis de utilização é a de 11 centímetros. Já para a laje nervurada, o deslocamento limite é de 2,06 centímetros; portanto a laje analisada satisfaz o critério de flechas da ABNT NBR 6118 (2023).

Sendo assim, no caso de atividades de caminhar, a espessura mínima que atende tanto ao critério visual quanto à flecha devido às cargas variáveis é 11 centímetros. Já no caso de atividades rítmicas, a espessura mínima que atende tanto ao critério visual quanto à flecha devido às cargas variáveis é 12 centímetros.

### 3.1.2 Frequência natural

Após a verificação do estado-limite de deformação foi realizada a análise do estado-limite de vibrações excessivas presente na ABNT NBR 6118 (2023). Para isso foi calculada a frequência natural das lajes isoladas de acordo com as Equações 2 e 3. As frequências naturais das lajes submetidas aos esforços de caminhar estão descritas na Tabela 8:

Tabela 8 – Frequência natural para atividade de caminhar

| <b>Espessura da laje (cm)</b> | <b>Frequência natural (Hz)</b> |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 9                             | 4,97                           |
| 10                            | 6,83                           |
| 11                            | 8,39                           |
| 25,05 (laje nervurada)        | 11,48                          |

Fonte: Autor (2024)

Segundo a Tabela 1 da ABNT NBR 6118:2023, a frequência crítica para atividades de caminhar (escritório) é de 4,0 Hz. Portanto, a frequência natural mínima para que a laje atenda ao critério de vibração excessiva de acordo com a equação 1 é de 4,8 Hz. Sendo assim, todas as espessuras de laje analisadas satisfazem a este critério.

Em seguida foram calculadas as frequências naturais das lajes submetidas a atividade rítmicas. Os resultados obtidos estão representados na Tabela 9:

Tabela 9 – Frequência natural para atividades rítmicas

| <b>Espessura da laje (cm)</b> | <b>Frequência natural (Hz)</b> |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 10                            | 4,79                           |
| 11                            | 6,37                           |
| 12                            | 8,28                           |
| 13                            | 9,17                           |
| 14                            | 10,1                           |
| 15                            | 11                             |
| 25,05 (laje nervurada)        | 10,35                          |

Fonte: Autor (2024)

Segundo a Tabela 1 da ABNT NBR 6118:2023, a frequência crítica para atividades rítmicas (ginásio de esportes e academias de ginástica) é de 8,0 Hz. Portanto, a frequência natural mínima para que a laje atenda ao critério de vibração excessiva de acordo com a Equação 1 é de 9,6 Hz. Sendo assim, apenas as lajes maciças de 14 e 15 centímetros de espessura satisfazem a este critério. A laje nervurada atende ao critério de estado-limite de vibrações excessivas.

### 3.1.3 Aceleração de pico

Foi realizada a comparação da aceleração de pico do pavimento com as acelerações limites para o conforto humano. As acelerações de pico foram calculadas de acordo com as Equações 5 e 6. Para as lajes submetidas a atividade de caminhar foi adotado para a taxa de amortecimento modal ( $\beta$ ) o valor de 0,03. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 10.

Tabela 10 – Aceleração de pico para atividade de caminhar

| <b>Espessura da laje (cm)</b> | <b>Aceleração de pico (m/s<sup>2</sup>)</b> |
|-------------------------------|---|
| 9                             | 0,099                                       |
| 10                            | 0,049                                       |
| 11                            | 0,030                                       |
| 25,05 (laje nervurada)        | 0,033                                       |

Fonte: Autor (2024)

A partir da Figura 1 é possível obter a aceleração limite para o caso de atividade de caminhar. Esta aceleração é de 0,5% da aceleração da gravidade. Ou seja, a aceleração limite é de 0,05m/s<sup>2</sup>.

Sendo assim as lajes maciças de 10 e 11 centímetros de espessura e a laje nervurada analisada atendem ao critério de conforto de aceleração de pico.

Para as lajes submetidas aos esforços devido a atividades rítmicas foram definidos os valores de  $f_{step}$  para cada harmônico. Estes valores foram definidos de forma que um dos harmônicos esteja o mais próximo possível da frequência natural do pavimento. Os valores de  $f_{step}$  definidos estão representados na Tabela 11:

Tabela 11 – Valores de  $f_{step}$  adotados

| Espessura da laje (cm) | Frequência natural (Hz) | $f_{step}$ | $2 \times f_{step}$ | $3 \times f_{step}$ |
|------------------------|-------------------------|------------|---------------------|---------------------|
| 10                     | 4,79                    | 2,39       | 4,79                | 7,19                |
| 11                     | 6,37                    | 2,12       | 4,24                | 6,37                |
| 12                     | 8,28                    | 2,75       | 5,5                 | 8,25                |
| 13                     | 9,17                    | 2,75       | 5,5                 | 8,25                |
| 14                     | 10,1                    | 2,75       | 5,5                 | 8,25                |
| 15                     | 11                      | 2,75       | 5,5                 | 8,25                |
| 25,05 (laje nervurada) | 10,35                   | 2,75       | 5,5                 | 8,25                |

Fonte: Autor (2024)

A partir da laje de 11 centímetros de espessura a frequência natural das lajes analisadas são maiores que o limite superior recomendado para o valor de  $f_{step}$  do 3º harmônico. Nestes casos foram utilizados os valores que causaram a maior aceleração de pico para cada laje. Para as atividades rítmicas foi adotado o valor de 0,06 para a taxa de amortecimento modal ( $\beta$ ). Com os valores de  $f_{step}$  definidos foi possível calcular a aceleração de pico para as lajes submetidas as atividades rítmicas conforme a Tabela 12:

Tabela 12 – Aceleração de pico para atividades rítmicas

| <b>Espessura da laje (cm)</b> | <b>Aceleração de pico (m/s<sup>2</sup>)</b> |
|-------------------------------|---|
| 10                            | 4,44  |
| 11                            | 0,96  |
| 12                            | 0,95  |
| 13                            | 0,53  |
| 14                            | 0,35  |
| 15                            | 0,26  |
| 25,05 (laje nervurada)        | 0,32  |

Fonte: Autor (2024)

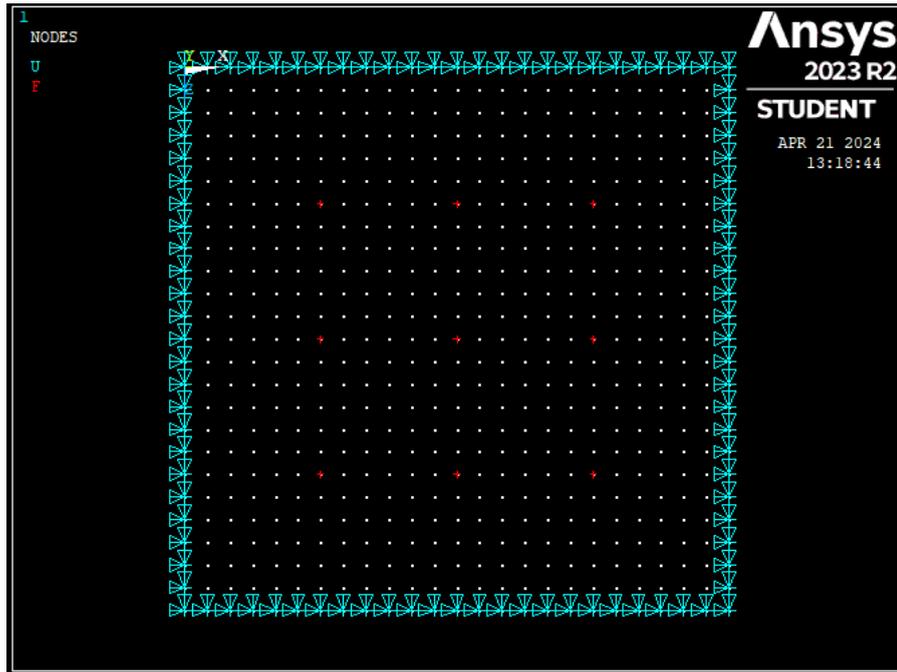
A aceleração limite para atividades rítmicas conforme a Figura 1 é de 5% da aceleração da gravidade, ou seja 0,5 m/s<sup>2</sup>. Dentre as lajes maciças apenas as lajes de 14 e 15 centímetros de espessura atenderam ao critério de aceleração limite. Novamente a laje nervurada atendeu a este critério.

### 3.2 Análise dinâmica

Foi realizada uma análise dinâmica das lajes maciças a fim de comparar as diferenças entre os resultados obtidos com os métodos analíticos. Para isso foi utilizado o programa computacional Ansys Mechanical APDL 2023.

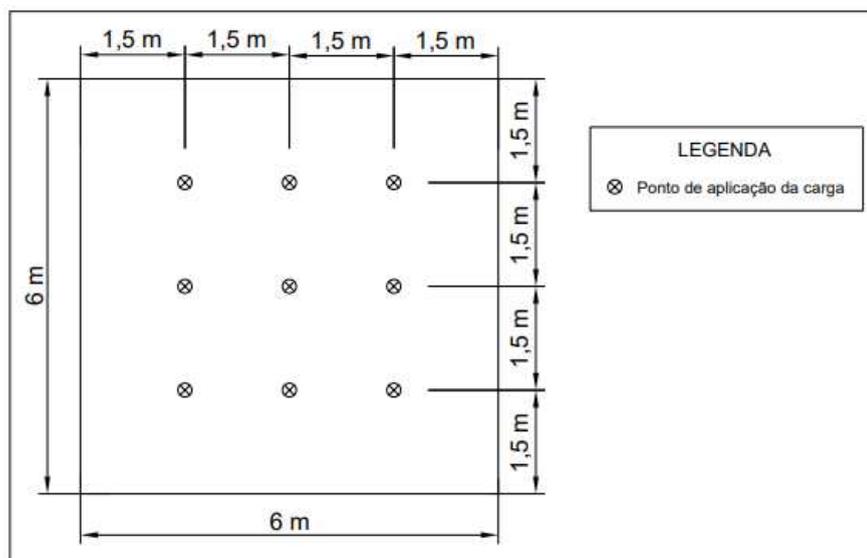
Na simulação foi modelada uma laje quadrada com lados simplesmente apoiados de 6 metros. Foi considerada uma ocupação de 0,25 pessoas por metro quadrado, ou seja, nove pessoas. A posição das pessoas (e suas respectivas forças dinâmicas) foi distribuída pontualmente no centro da laje e em oito pontos espaçados do centro por 1,5 metros para se obter a situação mais crítica como demonstrado nas Figuras 3 e 4, onde em vermelho (Figura 3) estão os pontos de aplicação da força.

Figura 3: Pontos de aplicação das forças dinâmicas na laje – modelo ANSYS



Fonte: Autor (2024)

Figura 4: Pontos de aplicação das forças dinâmicas na laje - distâncias



Fonte: Autor (2024)

Foi realizada a simulação para as lajes de 12 e 14 centímetros de espessura.

Para simular uma carga dinâmica foi utilizada uma série de Fourier descrita por Silva (2014), que por sua vez utilizou a formulação proposta por Murray et al. (MURRAY et al., 2003), representada na expressão:

$$F(t) = P + P \left[ \sum_{i=1}^n \alpha_i \cos(2\pi i f_{step} t + \phi_i) \right] \quad (11)$$

Onde:

$F(t)$  = representação matemática para o carregamento no tempo;

$P$  = peso da pessoa (N)

$n$  = número de harmônicos considerados para representar a atividade humana;

$\phi_i$  = ângulo de fase entre o  $i$ -ésimo e o primeiro harmônico;

$\alpha_i$  = coeficiente dinâmico do  $i$ -ésimo harmônico da frequência da força;

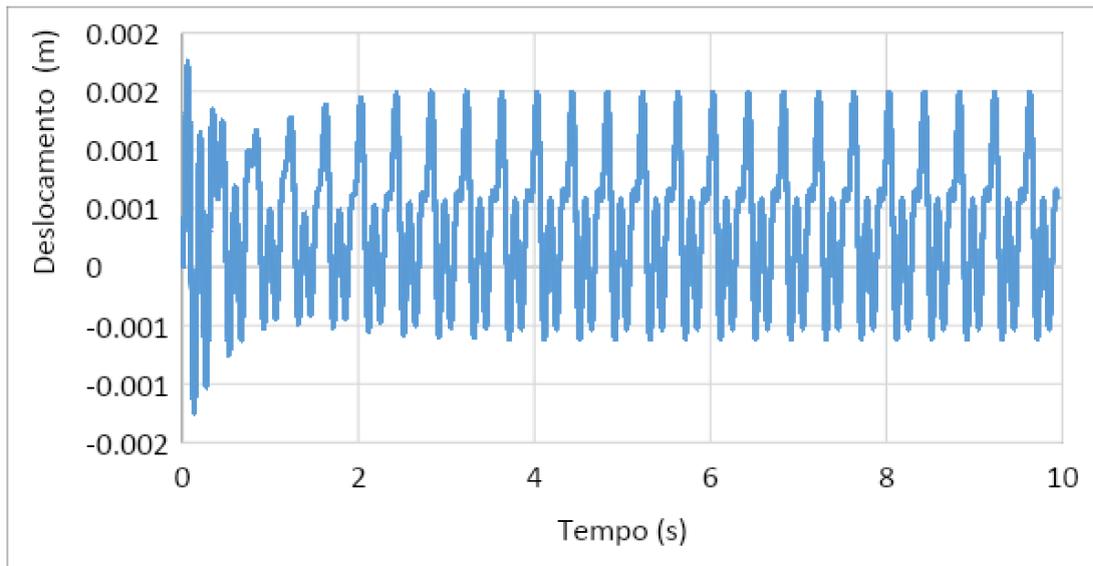
$i$  = número do  $i$ -ésimo harmônico da frequência da força;

$f_{step}$  = frequência do passo da atividade humana (Hz).

Os parâmetros utilizados nesta fórmula são os mesmos estimados na Tabela 2. De forma semelhante ao realizado na análise simplificada, a frequência do passo ( $f_{step}$ ) também foi ajustada nesta fórmula para que um dos harmônicos coincida com a frequência natural de cada laje. Portanto, os valores de  $f_{step}$  utilizados são os mesmos descritos na Tabela 11. O valor da taxa de amortecimento modal ( $\beta$ ) também foi o mesmo utilizado na simulação numérica: 0,06.

A partir desses dados de entrada, a simulação computacional foi realizada, e como resultado foi obtida o deslocamento no ponto central da laje em função do tempo. A Figura 5 demonstra o deslocamento em função do tempo obtida para a laje de 12 centímetros de espessura:

Figura 5 – Deslocamento no ponto central da laje no decorrer do tempo

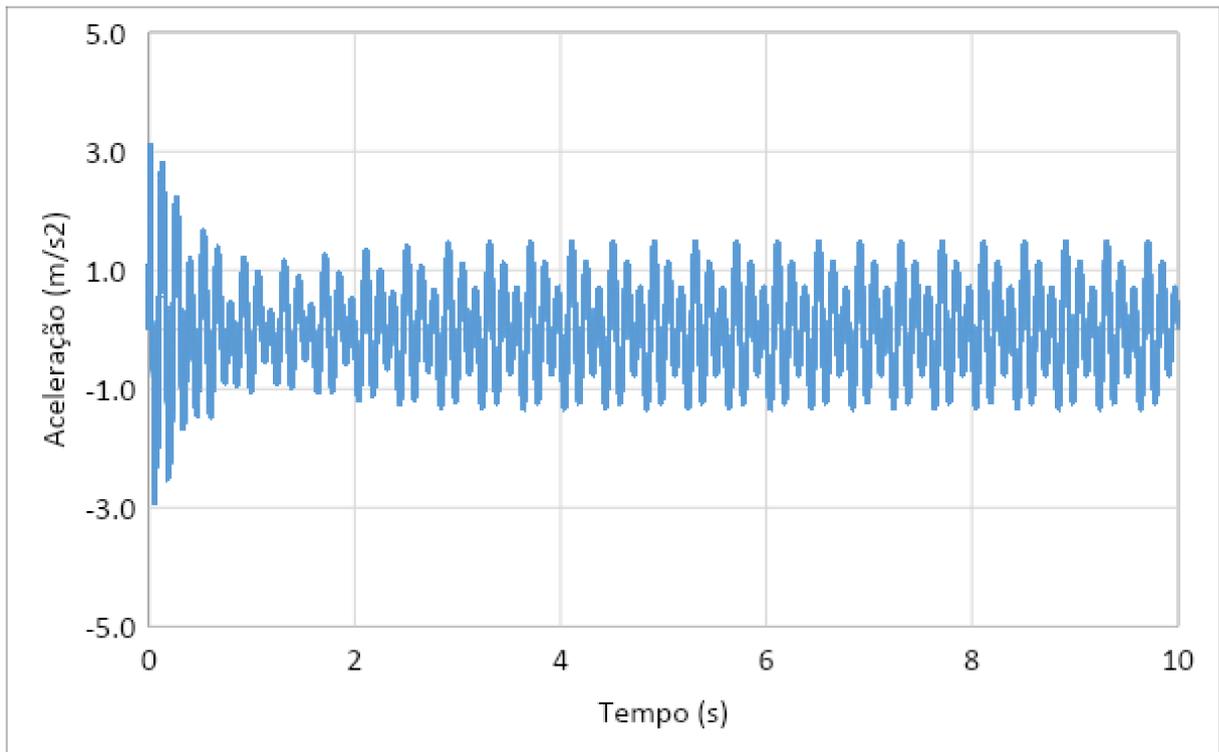


Fonte: Autor (2024)

Analisando o gráfico da Figura 5 é possível observar que nos primeiros três segundos após a aplicação da carga dinâmica o deslocamento da laje varia de forma não uniforme (regime transiente). Após os primeiros três segundos da simulação o deslocamento começa seguir um padrão, entrando assim no regime permanente.

A partir dos resultados de deslocamento em função do tempo é possível calcular a aceleração em função do tempo (método da diferença finita central). Consequentemente, é possível obter a aceleração de pico da laje no período. A Figura 6 demonstra a aceleração em função do tempo obtida para a laje de 12 centímetros de espessura:

Figura 6 –Aceleração no ponto central da laje no decorrer do tempo



Fonte: Autor (2024)

Os valores de aceleração de pico obtidos para as lajes de 12 e 14 centímetros estão representados na Tabela 13:

Tabela 13 – Aceleração de pico para atividades rítmicas

| <b>Espessura da laje (cm)</b> | <b>Aceleração de pico (m/s<sup>2</sup>)</b> |
|-------------------------------|---|
| 12                            | 1,46  |
| 14                            | 0,43  |

Fonte: Autor (2024)

Os valores obtidos são próximos dos calculados analiticamente, porém, em ambos os casos o valor obtido na simulação foi maior que o valor calculado analiticamente. Como calculado anteriormente, a aceleração de pico limite para atividades rítmicas é de 0,5 m/s<sup>2</sup>, portanto, apenas a laje de 14 centímetros de espessura atende ao critério de aceleração de pico.

### 3.3 Resumo dos resultados

A partir dos resultados obtidos, foram montadas as Tabelas 14 e 15 as quais apresentam se o critério analisado foi atendido ou não segundo as espessuras testadas:

Tabela 14: Resultados das diferentes espessuras testadas segundo os diferentes critérios:  
atividades de caminhar

| Critério /<br>Espessura         | Flechas<br>totais | Flechas cargas<br>variáveis | Frequência<br>natural | Aceleração de<br>pico |
|---------------------------------|-------------------|-----------------------------|-----------------------|-----------------------|
| h = 9cm                         | Não atendido      | Atendido                    | Atendido              | Não atendido          |
| h = 10cm                        | Não atendido      | Atendido                    | Atendido              | Atendido              |
| h = 11cm                        | Atendido          | Atendido                    | Atendido              | Atendido              |
| h = 25,05cm<br>(laje nervurada) | Atendido          | Atendido                    | Atendido              | Atendido              |

Tabela 15: Resultados das diferentes espessuras testadas segundo os diferentes critérios:  
atividades rítmicas

| Critério /<br>Espessura      | Flechas<br>totais | Flechas cargas<br>variáveis | Frequência<br>natural | Aceleração de<br>pico |
|------------------------------|-------------------|-----------------------------|-----------------------|-----------------------|
| h = 10cm                     | Não atendido      | Não atendido                | Não atendido          | Não atendido          |
| h = 11cm                     | Não atendido      | Atendido                    | Não atendido          | Não atendido          |
| h = 12cm                     | Atendido          | Atendido                    | Não atendido          | Não atendido          |
| h = 13cm                     | Atendido          | Atendido                    | Não atendido          | Não atendido          |
| h = 14cm                     | Atendido          | Atendido                    | Atendido              | Atendido              |
| h = 15cm                     | Atendido          | Atendido                    | Atendido              | Atendido              |
| h = 25,05cm (laje nervurada) | Atendido          | Atendido                    | Atendido              | Atendido              |

## 5 CONCLUSÃO

O objetivo principal deste trabalho foi demonstrar a verificação do Estado Limite de Serviço de Vibrações Excessivas (ELS-VE) geradas por ações dinâmicas em pavimentos de concreto armado. Com a análise realizada foi possível avaliar a importância dos efeitos

dinâmicos na verificação do ELS-VE a partir da comparação entre os resultados obtidos nas simulações numéricas e da análise estática usual.

Foi possível concluir que, para o caso analisado de laje maciça, quando se trata de pequenas cargas variáveis, o critério de deformação excessiva é suficiente para garantir o conforto (visual) no pavimento. Já quando as cargas variáveis são maiores e com maior frequência crítica - como é o caso em atividades rítmicas - é necessário verificar o estado limite de vibrações excessivas para garantir o conforto (à vibrações) da estrutura. Ou seja, nem sempre os critérios-estáticos de verificações de flechas no Estado Limite de Serviço são suficientes para garantir o conforto humano associados à vibrações.

A simulação computacional (análise dinâmica de vibração forçada) forneceu valores diferentes de aceleração de pico dos obtidos analiticamente. Porém, em ambas as análises, a laje maciça de 12 centímetros de espessura não atendeu ao critério de aceleração de pico. E novamente, em ambas as análises, a laje de 14 centímetros atendeu ao critério de aceleração de pico para atividades rítmicas.

## 6 REFERÊNCIAS

AALAMI, F. 2013. **Vibration of concrete floors - Evaluation, acceptance and control**. Anais do 55º Congresso Brasileiro do Concreto. Gramado, 2013.

ALMEIDA, S.; NOBREGA, P. G. B. HANAI, J. B. **Critérios de Vibração para Estruturas de Piso de Concreto Pré-moldado**. 1º Encontro nacional de pesquisa- projeto-produção em concreto pré-moldado. Anais. São Carlos: 2005

ARAÚJO, J.M. **A rigidez equivalente das lajes nervuradas de concreto armado**. Revista: Teoria e Prática na Engenharia Civil, n.8, p.1-9. 2006.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.

BACHMANN, H.; AMMANN, W. J. **Vibrations in structures induced by man and machines**. 3. ed. International Association for Bridge and Structural Engineering, 1987.

BACHMANN, H.; AMMANN, W. J.; DEISCHL, F.; EISENMANN, J.; FLOEGL, I.; HIRSCH, G. H.; KLEIN, G. K.; LANDE, G. J.; MAHREHOLTZ, O.; NATKE, H. G.; NUSSBAUMER, H.; PRETLOVE, A. J.; RAINER, J. H.; SAEMANN, E.U.; STEINBEISSER, L. **Vibration problems in structures**. Practical guidelines. Birkhauser. 1995.

GONÇALVES, G. S.; CUNHA, F. R.; FILHO, G. S.; SILVA, J. G. S.; LIMA, L. R. O. **Análise de Conforto Humano sobre Edifícios de Concreto Armado Submetidos a Atividades Humanas Rítmicas**. Anais do 52º Congresso Brasileiro do Concreto - CBC2010 - 2CBC0134, Rio de Janeiro, p. 1-13, out. 2010.

MAST, R.F. **Vibration of precast prestressed concrete floors**. PCI Journal, nov-dec/2001. p. 76-86.

MURRAY, T. M.; ALLEN, D. E.; UNGAR, E. E.; DAVIS, D. B. **Vibrations of Steel-Framed Structural Systems Due to Human Activity**. 2. ed. [ S.l. ]. AISC, 2016. 130 p.

MURRAY, T. M. ALLEN, D.E. UNGAR, E.E. **Floor Vibrations Due to Human Activity**, Steel Design Guide Series, American Institute of Steel Construction, AISC, 2003.

PINHEIRO, Libânio M. **Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios**. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2007.