



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
QUÍMICA**



LAYTON CARLOS MANOEL DOS SANTOS

**ESCOAMENTOS ROTACIONAIS EM DIFERENTES VELOCIDADES:
UMA ANÁLISE FLUIDODINÂMICA**

UBERLÂNDIA

2024

LAYTON CARLOS MANOEL DOS SANTOS

**ESCOAMENTOS ROTACIONAIS EM DIFERENTES VELOCIDADES:
UMA ANÁLISE FLUIDODINÂMICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Federal de Uberlândia, como
parte dos requisitos para a obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Química.

Orientadora: Profa. Dra. Yanne Novais
Kyriakidis

UBERLÂNDIA

2024

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de expressar minha gratidão a Deus, cuja presença constante em minha vida tem sido uma fonte inesgotável de força e encorajamento. Sou profundamente grato à minha família, especialmente à minha mãe, Estela Quintino, e à minha tia, Lazara dos Santos, e irmãos, Laysson e Luciano, cujo apoio incondicional foi fundamental para o meu progresso acadêmico. Também desejo prestar homenagem ao meu falecido pai, Francisco Manoel dos Santos, cuja crença em mim e palavras de incentivo sempre me impulsionaram a perseverar.

Gostaria de expressar minha profunda gratidão à minha orientadora, Professora Dra. Yanne Novais Kyriakidis, cujas aulas ministradas ao longo do curso e apoio na realização deste trabalho foram fundamentais para o meu crescimento acadêmico e profissional.

Desejo expressar meu sincero agradecimento à Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Química, pela oportunidade de enfrentar desafios significativos ao longo do curso. Esses desafios foram essenciais para minha formação acadêmica e pessoal, moldando quem sou hoje e fazendo uma diferença substancial em minha vida.

Durante esta jornada, tive a honra de fazer muitas amizades, mas gostaria de expressar minha gratidão em especial a dois amigos que tornaram essa jornada desafiadora muito mais divertida: Kaoander Antonio e Luís Gabriel Otonelli. Sua presença e apoio foram inestimáveis. Também quero agradecer a outro amigo, Lucas Matheus Lopes, cujo incentivo constante, mesmo fora do ambiente acadêmico, foi fundamental para o meu crescimento pessoal e acadêmico.

Por fim, gostaria de expressar minha sincera gratidão à Banca Examinadora por dedicar seu tempo e expertise na avaliação deste trabalho.

RESUMO

O estudo da Mecânica dos Fluidos é essencial em todas as engenharias, fornecendo bases fundamentais para compreender o comportamento dos fluidos em diferentes contextos. A introdução da Fluidodinâmica Computacional (CFD) revolucionou o estudo dos fluidos na tecnologia, permitindo simulações precisas e detalhadas de fenômenos complexos em uma ampla gama de aplicações. Além de avançar a pesquisa e o desenvolvimento industrial, a utilização de CFD também é altamente benéfica para fins didáticos, proporcionando aos estudantes uma oportunidade única de explorar e compreender conceitos abstratos de forma prática e interativa, preparando-os para desafios futuros na engenharia. Assim, este estudo realizou uma análise tridimensional de Fluidodinâmica Computacional em um cenário específico de escoamento laminar, caracterizado por um fluxo confinado com movimento angular, e preenchido por um fluido newtoniano isotérmico e incompressível. Foi realizado o estudo de 3 casos, com diferentes sentidos e velocidades de rotação das paredes, para o caso 1 e 2, e mudança da geometria no caso 3. O primeiro caso se tratou de uma geometria anular com as paredes externa e interna rotacionando no sentido horário, porém com velocidades de 0,5 rad/s e 0,25 rad/s, respectivamente. O segundo caso consistiu na mesma geometria e possui a mesma configuração do caso anterior, mudando apenas o sentido de rotação da parede interna, ou seja, no sentido anti-horário. Por fim, o terceiro caso em que a geometria é simplesmente um cilindro comum com a parede externa rotacionando no sentido horário a uma velocidade de 0,5 rad/s. Após a simulação dos casos, a obtenção dos resultados simulados e analíticos e a comparação destes resultados, constatou-se que a simulação foi bem-sucedida em termos de valores de magnitude da velocidade tangencial, com o maior desvio sendo 1,037%, para o caso 3, ou seja, um desvio médio aceitável. Concluiu-se assim que a utilização do CFD é de grande valia para ajudar na melhor visualização dos estudos de caso apresentados nas aulas de Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Fluidos.

Palavras-chave: CFD, Mecânica dos Fluidos, Engenharia, Fenômenos de Transporte, Estudo de Caso.

ABSTRACT

The study of Fluid Mechanics is essential in all engineering fields, providing fundamental foundations for understanding the behavior of fluids in different contexts. The introduction of Computational Fluid Dynamics (CFD) has revolutionized the study of fluids in technology, allowing for precise and detailed simulations of complex phenomena across a wide range of applications. In addition to advancing research and industrial development, the use of CFD is also highly beneficial for educational purposes, offering students a unique opportunity to explore and understand abstract concepts in a practical and interactive manner, preparing them for future engineering challenges. Thus, this study conducted a three-dimensional Computational Fluid Dynamics analysis in a specific scenario of laminar flow, characterized by a confined flow with angular movement and filled with an isothermal and incompressible Newtonian fluid. Three cases were studied, with different directions and rotation speeds of the walls for cases 1 and 2, and a change in geometry in case 3. The first case involved an annular geometry with the outer and inner walls rotating clockwise, but with speeds of 0.5 rad/s and 0.25 rad/s, respectively. The second case consisted of the same geometry and configuration as the previous case, with the only difference being the direction of rotation of the inner wall, which was counterclockwise. Finally, the third case involved a simple cylinder with the outer wall rotating clockwise at a speed of 0.5 rad/s. After simulating the cases, obtaining simulated and analytical results, and comparing these results, it was found that the simulation was successful in terms of tangential velocity magnitude values, with the largest deviation being 1.037% in case 3, which is an acceptable average deviation. It was thus concluded that the use of CFD is of great value in enhancing the visualization of case studies presented in Transport Phenomena and Fluid Mechanics classes.

Keywords: CFD, Fluid Mechanics, Engineering, Transport Phenomena, Case Study

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Linhas de corrente simuladas ao redor de um carro obtidas usando o Ansys Fluent.	10
Figura 2 - Viscosímetro de Couette.	10
Figura 3 - Estudos de caso analisados neste trabalho.	11
Figura 4 - Linhas de trajetória dentro de um ciclone separador.	19
Figura 5 - Distribuição de temperaturas em um trocador de calor obtido através do CFD.	19
Figura 6 - Conexão entre os 3 principais elementos de uma análise CFD.	20
Figura 7 - Exemplo de malha estruturada no espaço bidimensional.....	22
Figura 8 - Exemplo de uma malha que apresenta elementos desestruturados.	23
Figura 9 - Exemplo de malha híbrida.....	24
Figura 10 - Workbench Fluent.....	28
Figura 11 - Representação do viscosímetro de Couette.....	29
Figura 12 - Geometria desenvolvida para os Casos 1 e 2.....	30
Figura 13 - Geometria desenvolvida para o Caso 3.	30
Figura 14 - Configuração da quantidade de divisões angulares para a malha inicial dos Casos 1 e 2.....	31
Figura 15 - Configuração da quantidade de divisões radiais para a malha inicial dos Casos 1 e 2.....	32
Figura 16 - Configuração da quantidade de divisões axiais para a malha inicial dos Casos 1 e 2.....	32
Figura 17 - Estruturação resultante das configurações da malha inicial.	32
Figura 18 - Configuração dos contornos da geometria dos Casos 1 e 2.	33
Figura 19 - Configuração da quantidade de divisões angulares para a malha inicial do Caso 3.	34
Figura 20 - Configuração da quantidade de divisões radiais para a malha inicial do Caso 3. .	34
Figura 21 - Configuração da quantidade de divisões axiais para a malha inicial do Caso 3. .	35
Figura 22 - Setup da malha inicial do Caso 3.....	35
Figura 23 - Configuração dos contornos da geometria do Caso 3.....	36
Figura 24 - Região de retirada dos resultados de módulo de velocidade Casos 1 e 2.....	41
Figura 25 - Região de retirada dos resultados de velocidade para o Caso 3.....	43

Figura 26 – Quantidade de elementos versus desvio médio para o Caso 1.....	44
Figura 27 – Quantidade de elementos versus desvio médio para o Caso 2.....	44
Figura 28 - Quantidade de elementos versus desvio médio para o Caso 3.	45
Figura 29 - Representação dos vetores de velocidade tangencial para o Caso 1.	46
Figura 30 – Contornos de velocidade para o Caso 1.....	48
Figura 31 - Módulo da velocidade em relação à posição radial para o Caso 1.....	48
Figura 32 - Perfil analítico da velocidade tangencial caso 1.....	49
Figura 33 - Representação dos vetores de velocidade tangencial para o Caso 2.	50
Figura 34 - Contornos de velocidade para o Caso 2.....	52
Figura 35 – Módulo da velocidade em relação à posição radial para o Caso 2.	52
Figura 36 - Perfil analítico da velocidade tangencial caso 2.....	53
Figura 37 - Representação dos vetores de velocidade tangencial para o Caso 3.	54
Figura 38 - Contornos de velocidade para o Caso 3.....	56
Figura 39 - Módulo da velocidade em relação à posição radial para o Caso 3.....	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Constantes de integração e velocidade circunferencial para cada caso estudado. ...	17
Tabela 2 - Resumo condições de contorno para cada caso.	38
Tabela 3 - Especificações das malhas testadas nos Casos 1 e 2.	40
Tabela 4 - Especificações das malhas testadas no Caso 3.....	40
Tabela 5 - Desvios médios em relação à solução analítica para o Caso 1.....	41
Tabela 6 - Desvios médios em relação à solução analítica para o Caso 2.....	42
Tabela 7 - Desvios médios em relação à solução analítica para o caso 3.....	43
Tabela 8 – Comparação das velocidades analíticas e simuladas para o Caso 1.....	47
Tabela 9 - Comparação das velocidades analíticas e simuladas para o Caso 2.....	51
Tabela 10 - Comparação das velocidades analíticas e simuladas para o Caso 3.....	55

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	13
2.1	Equações de transporte de momento.....	13
2.2	Fluidodinâmica Computacional.....	18
2.3	Métodos e etapas para a simulação e análise CFD.....	20
2.3.1	Pré-processamento.....	20
2.3.2	Processamento (<i>Solver</i>).....	24
2.3.3	Pós-processamento.....	27
3	METODOLOGIA	28
3.1	Definição e criação da geometria.....	28
3.2	Criação da malha.....	30
3.2.1	Configuração das malhas casos 1 e 2.....	31
3.2.2	Configuração da malha do caso 3.....	33
3.3	Configuração do problema.....	36
3.4	Teste de independência das malhas.....	39
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	45
4.1	Perfil de velocidade caso 1.....	46
4.2	Perfil de velocidades caso 2.....	50
4.3	Perfil de velocidades caso 3.....	54
5	CONCLUSÃO	57
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	58

1 INTRODUÇÃO

Desde os primórdios da civilização, povos antigos perceberam a importância dos fluidos em sua vida cotidiana, seja na irrigação de campos agrícolas, no transporte de água para o abastecimento de comunidades ou na exploração de ventos para propulsionar embarcações. Uma contribuição muito significativa dentro do estudo dos fluidos foi a de Daniel Bernoulli, um matemático suíço do século XVIII.

A equação de Bernoulli é provavelmente a equação mais famosa e utilizada em toda mecânica dos fluidos. É sempre interessante usá-la porque é uma equação algébrica relativamente simples que relaciona energias de pressão, cinética e potencial por unidade de volume de um fluido (FOX et al.,2011).

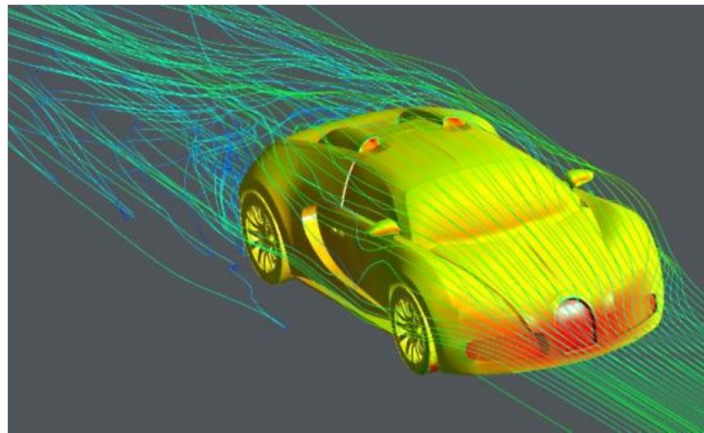
Apesar de ser uma equação muito interessante de se usar é necessário destacar que tem suas limitações e só deve ser utilizada para casos de regime estacionário, escoamento incompressível (densidade constante), fluxo livre de atrito e ao longo de um canal. Frente a estas limitações se faz interessante o uso das equações de Navier-Stokes.

Estas são equações foram desenvolvidas por Claude-Louis Navier e George Gabriel Stokes no século XIX. Essas equações são um conjunto mais abrangente de Equações Diferenciais Parciais (EDP's) que modelam o comportamento de fluidos sendo limitada a fluidos newtonianos e incompressíveis (FOX et al.,2011).

Infelizmente, este conjunto de equações dificilmente possui solução analítica, exceto para os casos mais simples (escoamentos unidirecionais, isotérmicos, incompressíveis e em regime estacionário). Entretanto, nos últimos anos ferramentas de Fluidodinâmica Computacional (CFD) vêm sendo desenvolvidas e aprimoradas para resolver numericamente as equações de Navier-Stokes, a fim de estudar e analisar justamente os casos mais complicados (FOX et al.,2011).

Hoje o CFD é empregado em uma gama de aplicações e amplamente usado em vários ramos. A título de exemplo, o CFD é usado para estudar as linhas de corrente ao redor de veículos, como mostrado na Figura 1, Dessa forma é possível entender como a forma de um veículo é capaz de influenciar a sua performance.

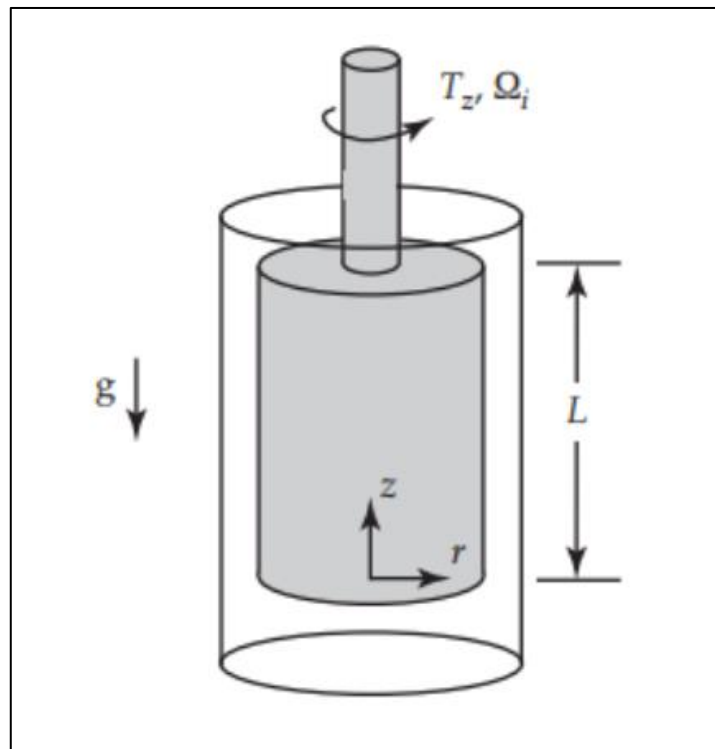
Figura 1 – Linhas de corrente simuladas ao redor de um carro obtidas usando o software *Ansys Fluent*.



Fonte: Slagter, 2023.

A viscosidade é uma das propriedades físicas mais importantes para a predição do comportamento dos fluidos. No ensino e na pesquisa, um dos dispositivos mais utilizados para a determinação da viscosidade dinâmica é o viscosímetro de Couette, mostrado na Figura 2.

Figura 2 - Viscosímetro de Couette.



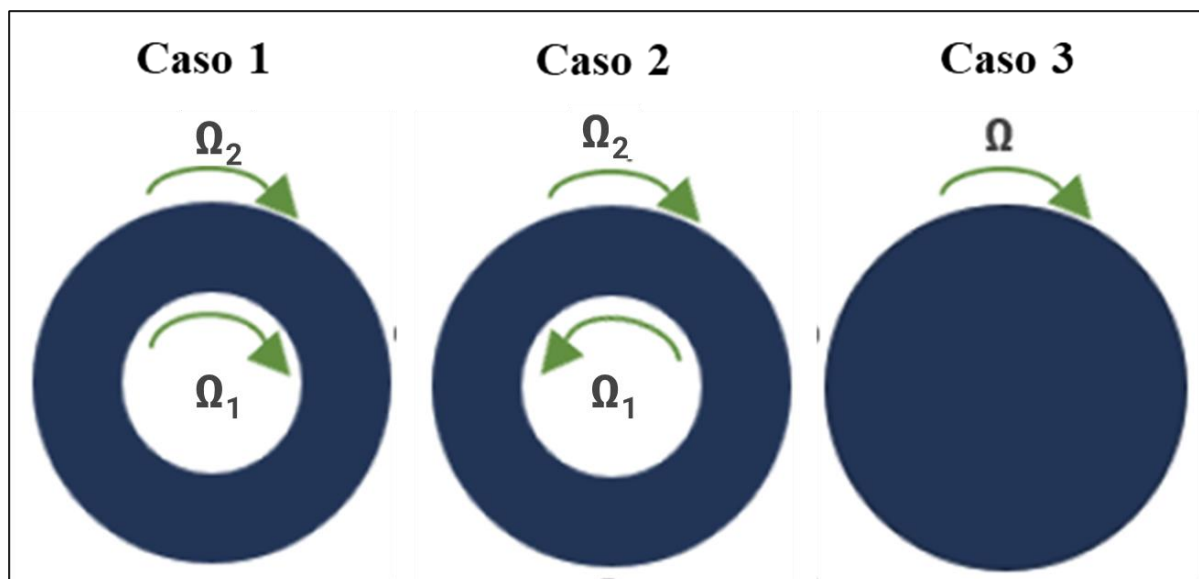
Fonte: Bird et al., 2014.

Este dispositivo simples, composto por dois cilindros concêntricos, um interno e outro externo, com um fluido contido no espaço anular entre eles, tem sido um modelo clássico usado por diversos autores em obras didáticas para entender os princípios da viscosidade e do escoamento laminar. Sua simplicidade o torna um bom caso de estudo para estudantes que desejam aprofundar um pouco mais seus conhecimentos em fluidodinâmica e a proposição de modificações no arranjo clássico do equipamento pode tornar o aprendizado mais efetivo.

Tendo em vista a ampla utilização deste exemplo para o ensino, a possibilidade de variação das configurações e a carência de elementos gráficos que facilitem o entendimento do escoamento de fluidos por parte dos estudantes, este trabalho teve como objetivo a exploração dos benefícios de se utilizar a técnica de CFD como uma ferramenta para elucidar de forma gráfica os perfis de velocidade tridimensional de um líquido newtoniano isotrópico de massa específica constante em escoamento isotérmico e rotacional, comparando-os à solução analítica das equações de Navier-Stokes, a fim de se ganhar percepções profundas sobre o comportamento dos fluidos e, ao mesmo tempo, aprimorar o ensino e a pesquisa na área da fluidodinâmica.

Neste trabalho foram realizados três estudos de caso de escoamentos rotacionais, com as variações de configuração ilustradas na Figura 3.

Figura 3 - Estudos de caso analisados neste trabalho.



Fonte: Autoria própria.

Cada caso é descrito a seguir:

- **Caso 1:** Parede interna e parede externa, ambas, rotacionando no sentido horário, porém com velocidades angulares diferentes.
- **Caso 2:** Parede externa rotacionando no sentido horário e parede interna rotacionando no sentido anti-horário e velocidades angulares distintas.
- **Caso 3:** Um cilindro oco, no qual o líquido preenche todo o volume e a parede rotaciona com certa velocidade angular no sentido horário.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Quando se é mencionado o estudo dos fenômenos de transporte estão incluídos três tópicos rigorosamente relacionados: a dinâmica dos fluidos e as transferências de calor e massa. A dinâmica dos fluidos envolve o transporte de momento, seja ele linear ou angular. A transferência de massa lida com o transporte de energia e, finalmente, o transporte de massa de várias espécies químicas. Estes três fenômenos frequentemente ocorrem simultaneamente e interferem entre si em problemas da vida real (BIRD et al.,2014).

No âmbito dos estudos de caso contidos neste trabalho, que tem como objetivo oferecer recursos visuais de problemas resolvidos algebricamente em sala de aula, é importante desenvolver os equacionamentos necessários e, assim, obter os resultados analíticos a fim de verificar os resultados obtidos via CFD.

2.1 Equações de transporte de momento

Para resolver os casos propostos neste trabalho, iniciou-se utilizando a equação da continuidade (Equação 1) em coordenadas cilíndricas, a qual está presente no apêndice B na seção B.4 do livro publicado pelos autores Bird et al. (2014).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

Como pretendeu-se estudar o comportamento de um líquido em estado estacionário, a massa no volume de controle é constante, logo o termo de derivada parcial da densidade em relação ao tempo é zero. A única componente de velocidade presente nos casos apresentados é a circunferencial (escoamento exclusivamente rotacional), logo as outras componentes (axial e radial) de velocidade são nulas. Considerando que o fluido seja isotrópico, ou seja, suas propriedades físicas são mantidas constantes ao longo do volume de controle. Dessa forma, considera-se que sua massa específica possa ser considerada constante. Levando em consideração essas hipóteses, a Equação 1 pode ser resumida como apresentado pela Equação 2.

$$\frac{\partial(v_\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (2)$$

Observando esta equação, conclui-se que a velocidade não varia ao longo da direção circunferencial, o que realmente é coerente, haja vista a simetria do sistema.

Partindo para a equação do movimento na componente angular em termos da tensão, presente na seção B.5 do apêndice B da referência Bird et al. (2014), tem-se a equação 3.

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_\theta v_r}{r} \right) \\ = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} - \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \tau_{\theta\theta} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{z\theta} + \frac{\tau_{\theta r} - \tau_{r\theta}}{r} \right] \\ + \rho g_\theta \end{aligned} \quad (3)$$

A velocidade circunferencial varia unicamente com o raio, haja vista a Equação 2 e considerando os dutos suficientemente longos (comprimento muito maior do que o raio da tubulação), logo as derivadas parciais em relação às outras componentes serão nulas. Considerando as tubulações posicionadas na vertical, não há gradiente de pressão na direção angular e a componente da aceleração da gravidade nessa direção também é zero. Já as tensões, seguindo a lei de Newton da viscosidade, são representadas pelas Equações 4, 5 e 6 (BIRD et al., 2014).

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = -\mu \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] \quad (4)$$

$$\tau_{\theta\theta} = -\mu \left[2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right) \right] + \left(\frac{2}{3} \mu - \kappa \right) (\nabla \cdot v) \quad (5)$$

$$\tau_{z\theta} = -\mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right] \quad (6)$$

Como se trata de um caso em que há simetria na geometria, a tensão na componente do raio em relação ao ângulo é igual à tensão na componente do ângulo em relação ao raio. Outro ponto importante é o divergente do vetor velocidade ($\nabla \cdot v$), dado pela Equação 7 (BIRD et al., 2015).

$$\nabla \cdot v = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (7)$$

Como só há velocidade na componente circunferencial e esta não depende do ângulo, mas apenas do raio, pode-se observar que o divergente do vetor velocidade ($\nabla \cdot v$) é igual a zero.

Tendo em vista todos estes fatores, as tensões resultantes no sistema são dadas pelas Equações 8, 9 e 10.

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = -\mu r \frac{d}{dr} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \quad (8)$$

$$\tau_{\theta\theta} = 0 \quad (9)$$

$$\tau_{z\theta} = 0 \quad (10)$$

Substituindo as Equações 8, 9 e 10 na Equação 3 e levando-se em consideração as hipóteses anteriormente explicitadas, obtém-se a Equação 11.

$$0 = - \left[\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \tau_{r\theta}) \right] \quad (11)$$

Aplicando a integração indefinida na Equação 11, tem-se a Equação 12.

$$\frac{C_1}{r^2} = \tau_{r\theta} \quad (12)$$

Igualando a Equação 12 à Equação 8, é possível descrever a deformação do fluido em termos do diferencial da velocidade circunferencial, como apresentado na Equação 13.

$$\frac{C_1}{-\mu r^3} dr = d \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \quad (13)$$

Integrando indefinidamente ambos os lados da Equação 13, obtém-se a Equação 14.

$$v_\theta = \frac{C_1}{2\mu r} + C_2 r \quad (14)$$

A Equação 14 é a solução geral para escoamentos laminares, rotacionais, isotérmicos, incompressíveis e permanentes em cilindros infinitos. Para obter a solução particular para cada um dos casos apresentados no objetivo deste trabalho, faz-se necessária a aplicação das condições de contorno para cada caso em específico. Considerando R_1 o raio interno, Ω_1 a velocidade angular aplicada no cilindro interno, R_2 o raio externo, Ω_2 a velocidade angular

aplicada no cilindro externo, R o raio da tubulação sem espaço anular, Ω a velocidade angular aplicada na parede da tubulação sem espaço anular, tem-se as seguintes condições de contorno para cada caso:

Caso 1 (Equações 15 e 16):

$$v_{\theta}|_{r=R_1} = -\Omega_1 R_1 \quad (15)$$

$$v_{\theta}|_{r=R_2} = -\Omega_2 R_2 \quad (16)$$

Caso 2 (Equações 17 e 18):

$$v_{\theta}|_{r=R_1} = \Omega_1 R_1 \quad (17)$$

$$v_{\theta}|_{r=R_2} = -\Omega_2 R_2 \quad (18)$$

Caso 3 (Equações 19 e 20):

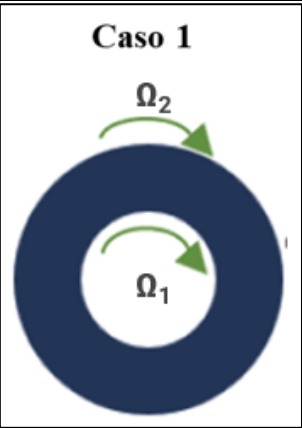
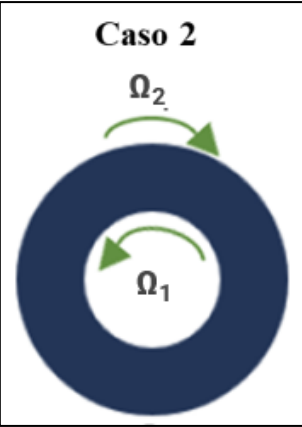
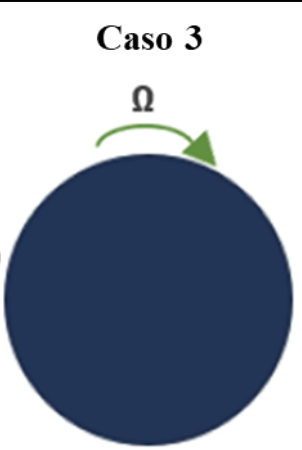
$$v_{\theta}|_{r=R} = -\Omega R \quad (19)$$

$$\left. \frac{dv_{\theta}}{dr} \right|_{r=0} = 0 \quad (20)$$

Por conveniência matemática, define-se κ como sendo a razão do raio interno (R_1) com o raio externo (R_2), e com isso, o domínio do eixo radial se torna $\kappa R \leq r \leq R$, sendo agora, com essa definição, R_1 denominado κR e R_2 denominado R .

Após aplicadas tais condições de contorno, na Tabela 1 são mostradas, de maneira organizada, as constantes C_1 e C_2 , bem como a velocidade na componente circunferencial, obtidas algebricamente, a partir da resolução do sistema de equações em cada caso.

Tabela 1 - Constantes de integração e velocidade circunferencial para cada caso estudado.

Caso	C_1	C_2	v_θ
<p>Caso 1</p> 	$2\mu R^2(\Omega_1 - \Omega_2) \frac{\kappa^2}{1 - \kappa^2}$	$\Omega_1 - \frac{(\Omega_1 - \Omega_2)}{1 - \kappa^2}$	$\frac{\Omega_1 - \Omega_2}{1 - \kappa^2} \left(\frac{\kappa^2 R^2}{r} - r \right) + \Omega_1 r$
<p>Caso 2</p> 	$2\mu R^2(\Omega_1 - \Omega_2) \frac{\kappa^2}{1 - \kappa^2}$	$\Omega_1 - \frac{(\Omega_1 - \Omega_2)}{1 - \kappa^2}$	$\frac{\Omega_1 - \Omega_2}{1 - \kappa^2} \left(\frac{\kappa^2 R^2}{r} - r \right) + \Omega_1 r$
<p>Caso 3</p> 	0	Ω	Ωr

Para além da determinação de expressões algébricas que descrevem o escoamento de fluidos, a apresentação de resultados na forma gráfica também é interessante no contexto educacional e uma ferramenta poderosa que possibilita esses resultados é a Fluidodinâmica Computacional (CFD).

2.2 Fluidodinâmica Computacional

A história da Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) teve início nos primeiros anos da década de 1970, tornando-se uma fusão de física, matemática numérica e ciência da computação, direcionada para a simulação de fluxos de fluidos (BLAZEK, 2005). Para solucionar numericamente casos mais complexos é necessário um alto poder de processamento de dados e, por isso, este surgimento coincidiu com o avanço dos *mainframes*, que são computadores de alto desempenho são utilizados para processamento de dados em larga escala. Nos tempos atuais, *mainframes* como o z13 da IBM possuem capacidade de suportar até 4 TB de memória RAM, o que é uma capacidade extremamente alta (LARDINOIS, 2024). O avanço deste tipo de computador foi essencial para impulsionar o desenvolvimento inicial da CFD.

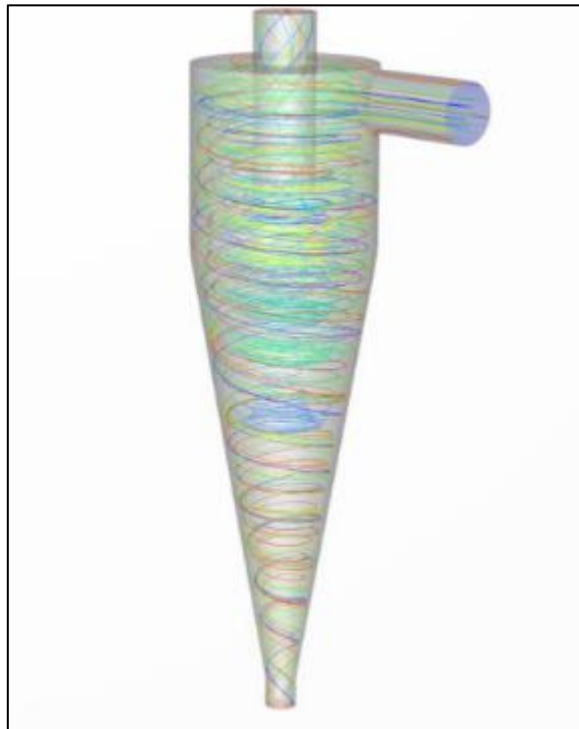
Por volta da metade da década de 1980, a atenção começou a se voltar para simulações mais desafiadoras, particularmente fluxos viscosos governados pelas equações de Navier-Stokes. Nesse contexto, surgiram diversos modelos de turbulência, com destaque para simulações diretas e simulações de grandes escalas (LES) (BLAZEK, 2005).

Atualmente, as metodologias de CFD são rotineiramente aplicadas em design de aeronaves, turbomáquinas, automóveis, navios, meteorologia, oceanografia, biologia, recuperação de petróleo e arquitetura. O uso da CFD expandiu-se para diversas disciplinas, como evidenciado pelo seu emprego na solução das equações de Maxwell e em aeroacústica (BLAZEK, 2005).

Os casos de uso nos quais a Fluidodinâmica Computacional (CFD) pode ser aplicada são quase ilimitados, e exemplos de aplicações no campo da Engenharia Química incluem processos de separação (Figura 4), mistura, sistemas de transferência de calor (Figura 5), entre outros.

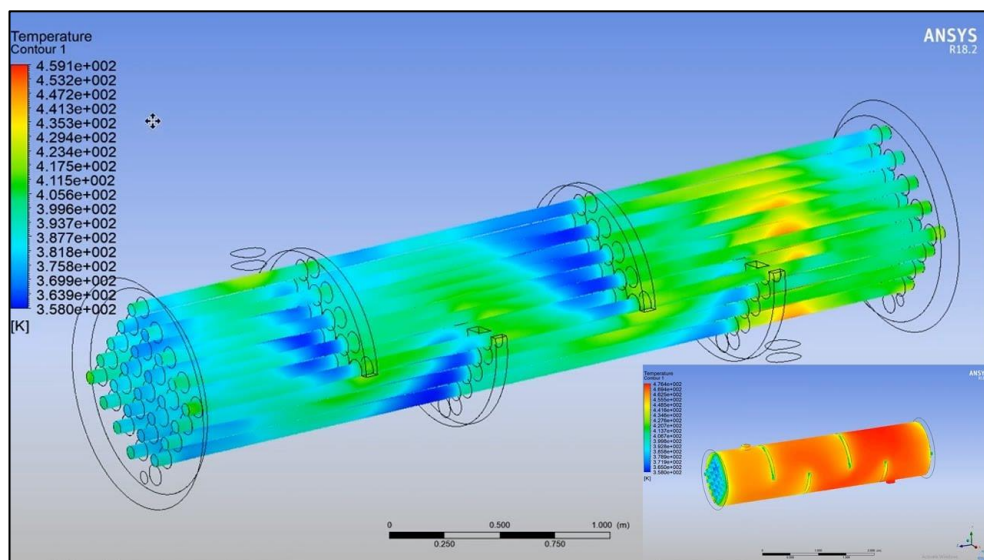
Dito isso, segue-se uma revisão sobre os principais passos a serem seguidos para o desenvolvimento de uma solução em CFD.

Figura 4 - Linhas de trajetória dentro de um ciclone separador.



Fonte: Simulation Example - Cyclone Separator.

Figura 5 - Distribuição de temperaturas em um trocador de calor obtido através do CFD.

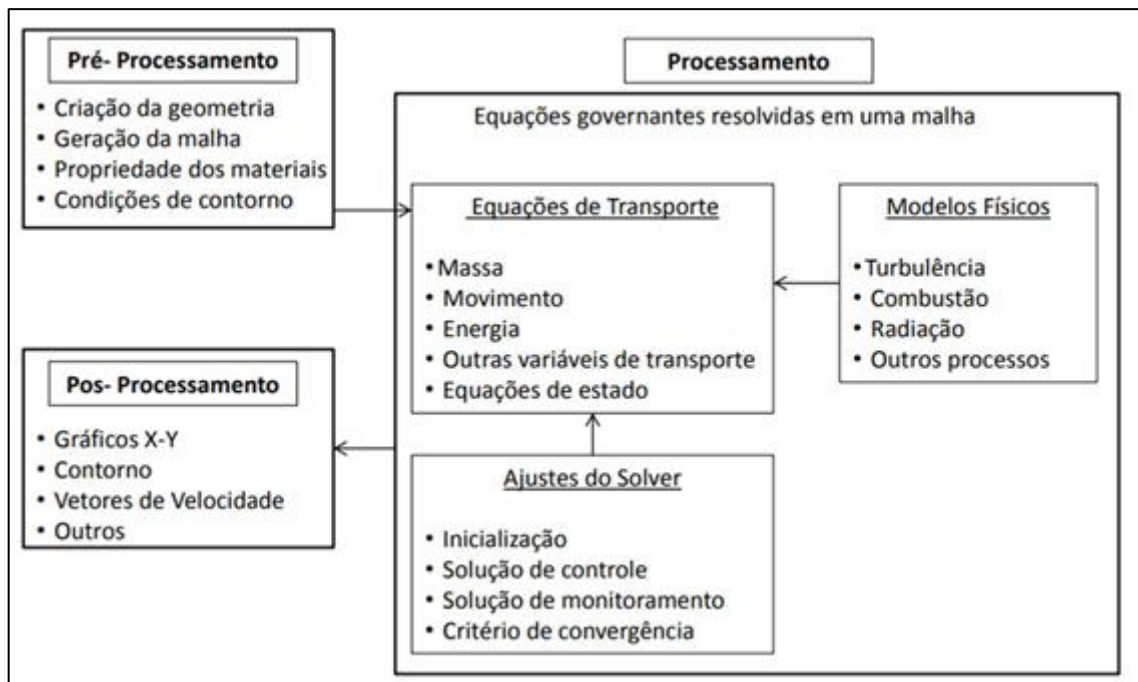


Fonte: Ansys Fluent Project # 29: CFD Analysis of Shell and Tube Heat Exchanger.

2.3 Métodos e etapas para a simulação e análise CFD

Para realizar simulações CFD é necessário seguir, basicamente e independentemente do *software* utilizado, 3 etapas, que são, pré-processamento, processamento e o pós-processamento. A Figura 6 exemplifica bem as etapas para uma simulação CFD bem-sucedida.

Figura 6 - Conexão entre os 3 principais elementos de uma análise CFD.



Fonte: IGOR, 2021.

Neste próximo subcapítulo, é explorado mais detalhadamente o papel crucial do pré-processamento na condução de uma simulação CFD bem-sucedida.

2.3.1 Pré-processamento

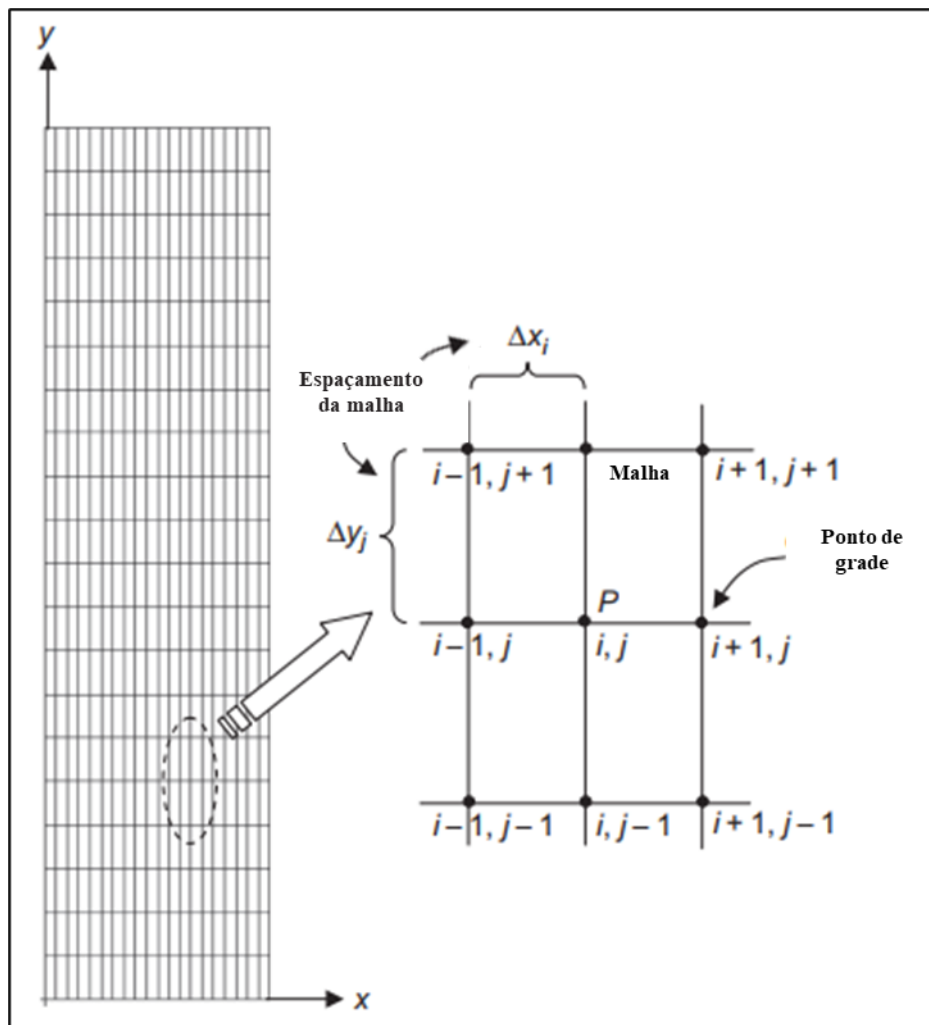
O passo inicial e necessário para análises de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) envolve a definição e a criação da geometria da região de análise, que serve como o domínio computacional para cálculos subsequentes. A geometria criada deve ser capaz de capturar todos os aspectos relevantes do problema de fluxo, incluindo as condições de contorno adequadas para simular o comportamento do fluido nas fronteiras do domínio computacional (TU, YEOH E LIU, 2018).

A precisão e a qualidade da geometria definida têm um impacto significativo na precisão e confiabilidade dos resultados obtidos por meio das simulações. Assim, a etapa inicial de criação da geometria desempenha um papel fundamental no processo de análise de CFD, pois estabelece as bases para as etapas subsequentes de pré-processamento, solução e pós-processamento (TU, YEOH E LIU, 2018).

A segunda etapa do pré-processamento é a geração da malha, que é uma questão numérica importante, onde a malha específica para um determinado problema de fluxo pode determinar o sucesso ou o fracasso na obtenção de uma solução computacional. A malha deve ser suficientemente refinada para fornecer uma resolução adequada na captura das características importantes do fluxo e das estruturas geométricas relevantes. Além disso, a qualidade da malha tem implicações significativas na convergência e estabilidade da simulação numérica, bem como na precisão do resultado computacional. Três tipos comuns de malhas utilizadas são: malhas estruturadas, malhas desestruturadas e malhas híbridas (TU, YEOH E LIU, 2018).

Na malha estruturada, os pontos da grade são distribuídos uniformemente no espaço, resultando em uma grade regular e organizada, como mostra a Figura 7. Uma das principais vantagens das malhas estruturadas é a sua simplicidade de implementação e a facilidade de endereçamento dos pontos da grade. Além disso, elas permitem uma distribuição uniforme ou não uniforme dos pontos da grade, possibilitando a resolução adequada das equações de transporte nas diferentes regiões do domínio (TU, YEOH E LIU, 2018).

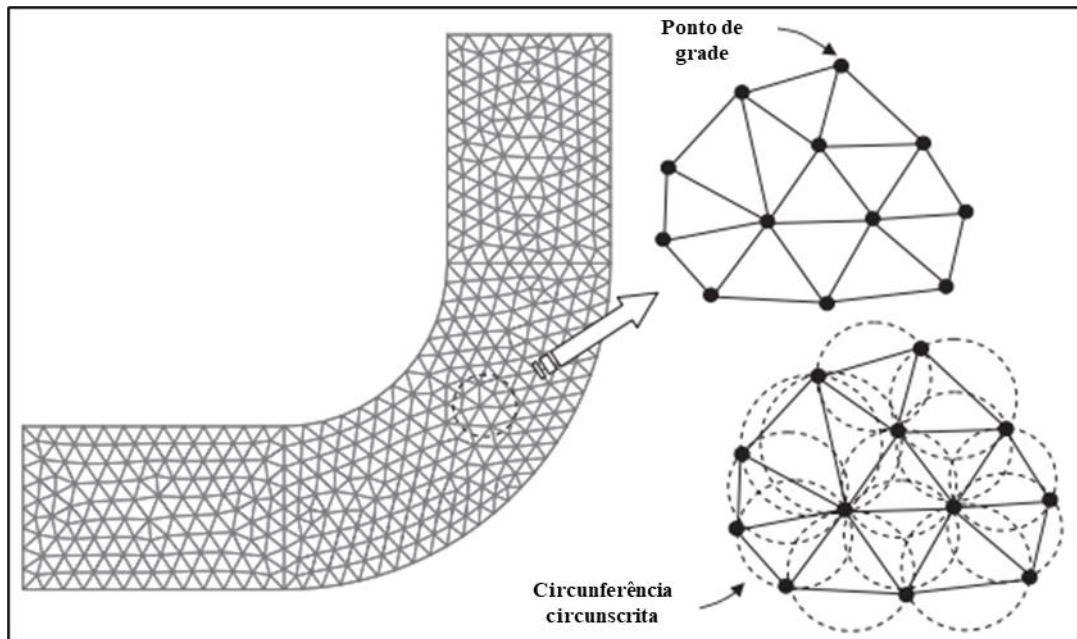
Figura 7 - Exemplo de malha estruturada no espaço bidimensional.



Fonte: Adaptado de: Jiyuan Tu, Guan-Heng Yeoh, Chaoqun Liu. Computational Fluid Dynamics: A Practical Approach. 3rd Edition. Elsevier. 2018

Uma alternativa à utilização de malhas estruturadas é o emprego de malhas desestruturadas, que oferecem maior flexibilidade na resolução de geometrias complexas. Essas malhas podem ser construídas de forma a preencher regiões internas de geometrias irregulares, como mostrado na Figura 8. Ao contrário das malhas estruturadas, as malhas desestruturadas não possuem uma regularidade na disposição dos elementos, o que permite uma adaptação mais precisa às fronteiras curvas e outras áreas de interesse no domínio. A flexibilidade das malhas desestruturadas é particularmente útil para resolver regiões com gradientes elevados, onde células adicionais podem ser inseridas conforme necessário (TU, YEOH E LIU, 2018).

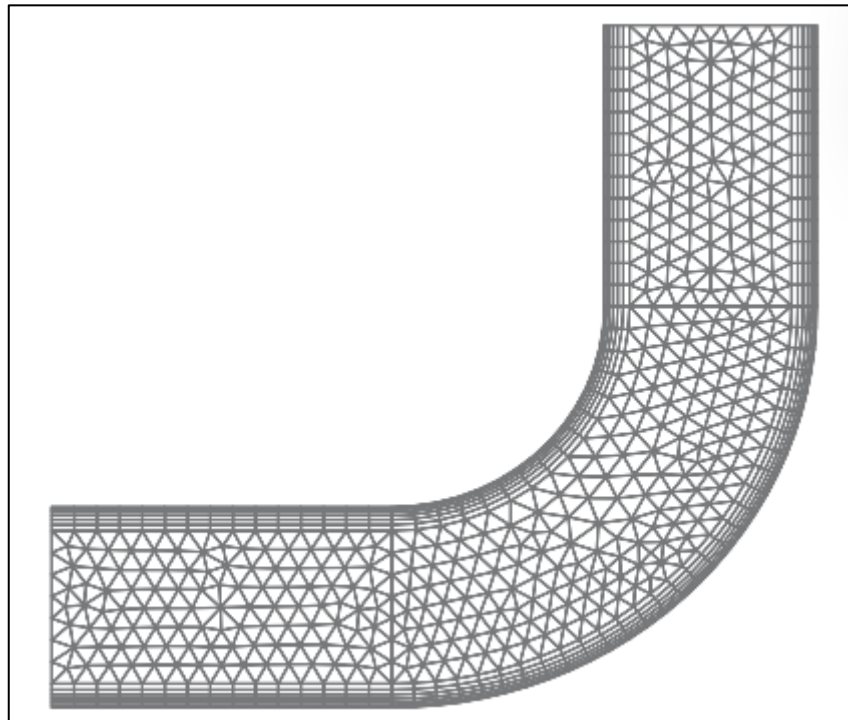
Figura 8 - Exemplo de uma malha que apresenta elementos desestruturados.



Fonte: Adaptado de: Jiyuan Tu, Guan-Heng Yeoh, Chaoqun Liu. Computational Fluid Dynamics: A Practical Approach. 3rd Edition. Elsevier. 2018

Já o uso de malhas híbridas, que combinam diferentes tipos de elementos, como triângulos e quadriláteros em duas dimensões ou tetraedros, hexaedros, prismas e pirâmides em três dimensões, proporciona máxima flexibilidade na correspondência entre as células da malha e as superfícies de fronteira, além de permitir a alocação de células de diversos tipos em outras partes das regiões complexas de escoamento. Como prática comum, a qualidade da malha geralmente é aprimorada pela colocação de elementos quadriláteros ou hexaedros para resolver camadas limite próximas a superfícies sólidas, enquanto elementos triangulares ou tetraédricos, ou células poliédricas, são gerados para o restante do domínio de escoamento. Isso geralmente resulta em soluções precisas e melhor convergência para os métodos de solução numérica. Um exemplo disso é ilustrado na Figura 9, onde uma malha consistindo em elementos quadriláteros é usada próximo às paredes, enquanto elementos triangulares são empregados para o restante do domínio de escoamento (TU, YEOH E LIU, 2018).

Figura 9 - Exemplo de malha híbrida



Fonte: Jiyuan Tu, Guan-Heng Yeoh, Chaoqun Liu. Computational Fluid Dynamics: A Practical Approach. 3rd Edition. Elsevier. 2018

2.3.2 Processamento (*Solver*)

A fase de configuração do Solver engloba dois processos pré-requisitos dentro do solucionador de CFD, que são inicialização e controle da solução. Primeiramente, os fenômenos físicos subjacentes em fluxos de fluido reais, geralmente complexos e não lineares, exigem que os principais fenômenos sejam resolvidos por meio de uma abordagem iterativa (TU, YEOH E LIU, 2018).

O procedimento iterativo geralmente envolve a inicialização de todos os valores discretos das propriedades do fluxo, como velocidade, pressão, temperatura e outros parâmetros de transporte de interesse, antes de calcular uma solução. Teoricamente, as condições iniciais podem ser arbitrárias, porém, na prática, há certas vantagens em impor condições iniciais inteligentes (TU, YEOH E LIU, 2018).

Condições iniciais adequadas são cruciais para o procedimento iterativo, e duas razões pelas quais o usuário de CFD deve selecionar adequadamente as condições iniciais são: se as condições iniciais estiverem próximas à solução final de estado estável, o procedimento iterativo convergirá mais rapidamente e resultará em menor tempo computacional; se as

condições iniciais estiverem distantes da realidade, os cálculos exigirão mais esforços computacionais para atingir a convergência desejada, e condições iniciais impróprias podem levar ao mau comportamento do procedimento iterativo, possivelmente causando divergência (TU, YEOH E LIU, 2018).

Em segundo lugar, o ajuste de parâmetros apropriados no controle da solução geralmente envolve a especificação de esquemas de discretização (interpolação) apropriados e a seleção de solucionadores iterativos adequados. Quase todos os códigos comerciais bem estabelecidos e amplamente validados adotam o método de volumes finitos (FVM) como sua técnica padrão de solução numérica.

As formas algébricas das equações que governam o fluxo de fluido nesses códigos são geralmente aproximadas pela aplicação de aproximações do tipo diferenças finitas a uma célula de volume finito no espaço. Em cada face do volume celular, os fluxos superficiais das variáveis de transporte necessárias podem ser determinados por diferentes esquemas de interpolação. Alguns dos esquemas de interpolação comuns são os esquemas *Upwind* e *QUICK* (TU, YEOH E LIU, 2018).

O esquema de diferenciação *Upwind*, ou esquema de diferenciação de célula doadora, leva em consideração a direção do fluxo ao determinar o valor em uma face da célula, e pode ser dividido em *Upwind* de primeira e segunda ordem (VERSTEEG E MALALASEKERA, 2007).

O esquema de primeira ordem é relativamente simples e direto. Ele determina o valor de uma variável em uma face da célula com base no valor no nó mais próximo do fluxo. Por outro lado, o esquema de diferenciação *Upwind* de segunda ordem busca melhorar a precisão, levando em consideração não apenas o nó imediatamente a montante, mas também os nós vizinhos (VERSTEEG E MALALASEKERA, 2007).

Uma grande desvantagem desse esquema é que ele produz resultados errôneos quando o fluxo não está alinhado com as linhas da grade. Isso faz com que as distribuições das propriedades transportadas sejam difundidas em tais problemas, resultando em um erro com aparência de difusão, conhecido como difusão falsa (VERSTEEG E MALALASEKERA, 2007).

O esquema de interpolação *QUICK* (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics), proposto por Leonard (1979), utiliza uma interpolação quadrática ponderada a

montante de três pontos para os valores das faces das células. Esse esquema é conservativo, pois utiliza perfis quadráticos consistentes para calcular os valores das faces das células, sempre realizando a interpolação quadrática entre dois nós de delimitação e um nó a montante (VERSTEEG E MALALASEKERA, 2007).

Procedimentos de solução como SIMPLE, SIMPLEC ou algoritmo PISO são populares em muitos códigos comerciais, e o método é direcionado para garantir uma ligação correta entre a pressão e a velocidade, que predominantemente representa a conservação de massa dentro do domínio de escoamento (VERSTEEG E MALALASEKERA, 2007).

O procedimento SIMPLE, onde o acrônimo significa Método Semi-Implicito para Equações Pressão-Vinculadas. O algoritmo foi originalmente proposto por Patankar e Spalding (1972) e é essencialmente um procedimento de "chute e corrija" para o cálculo da pressão na disposição de grade escalonada introduzida anteriormente (VERSTEEG E MALALASEKERA, 2007).

O algoritmo SIMPLEC (SIMPLE-Consistente) de Van Doormal e Raithby (1984) segue os mesmos passos que o algoritmo SIMPLE, com a diferença de que as equações de momento são manipuladas de forma que as equações de correção de velocidade do SIMPLEC omitam termos menos significativos do que os do SIMPLE (VERSTEEG E MALALASEKERA, 2007).

E por fim, o algoritmo PISO, que significa Pressão Implícita com Divisão de Operadores, de Issa (1986), é um procedimento de cálculo de pressão-velocidade desenvolvido originalmente para cálculos não iterativos de fluxos compressíveis não-estacionários. Ele foi adaptado com sucesso para a solução iterativa de problemas estacionários. O PISO envolve um passo de predição e dois passos de correção e pode ser visto como uma extensão do SIMPLE, com um passo adicional de correção para aprimorá-lo (VERSTEEG E MALALASEKERA, 2007).

Com todas essas configurações estabelecidas, a última etapa do processamento envolve as operações de interligação de três processos pré-requisitos: monitoramento da solução, cálculo CFD e verificação de convergência. Dois aspectos que caracterizam uma solução computacional CFD bem-sucedida são a convergência do processo iterativo e a independência da malha (TU, YEOH E LIU, 2018).

A convergência geralmente pode ser avaliada acompanhando progressivamente os desequilíbrios que são acentuados pelo avanço dos cálculos numéricos das equações algébricas em cada etapa de iteração (TU, YEOH E LIU, 2018).

Quanto ao teste de independência de malha, a única maneira de eliminar erros devido à grosseria de uma grade é realizar este estudo, que é um procedimento de refinamento sucessivo de uma grade inicialmente grossa até que determinados resultados-chave não mudem. Em seguida, a simulação é considerada independente da grade (TU, YEOH E LIU, 2018).

2.3.3 Pós-processamento

A fluidodinâmica tem a reputação de gerar imagens gráficas vívidas e possui a habilidade de apresentar os resultados computacionais de forma eficaz é uma ferramenta de design inestimável. Os códigos comerciais de CFD, como ANSYS CFX, ANSYS FLUENT e STAR-CD, frequentemente incorporam impressionantes ferramentas de visualização dentro de suas interfaces gráficas de usuário amigáveis para permitir que os usuários visualizem graficamente os resultados de um cálculo de CFD ao final de uma simulação computacional (TU, YEOH E LIU, 2018).

Assim como no pré-processamento, uma enorme quantidade de trabalho de desenvolvimento tem ocorrido recentemente no campo de pós-processamento. Devido à crescente popularidade das estações de trabalho de engenharia, muitas das quais possuem capacidades gráficas excepcionais, os principais pacotes de CFD agora estão equipados com ferramentas versáteis de visualização de dados (TU, YEOH E LIU, 2018). Estas incluem:

- Visualização da geometria do domínio e da grade
- Gráficos de vetores
- Gráficos de contorno em linha e sombreados
- Gráficos de superfície 2D e 3D
- Rastreamento de partículas
- Manipulação da visualização (translação, rotação, escalonamento etc.)
- Saída em PostScript colorido

Esta grande quantidade de recursos para gerar visualizações poderosas são de extrema importância para explicitar as soluções trabalhadas ao longo de todas as etapas apresentadas.

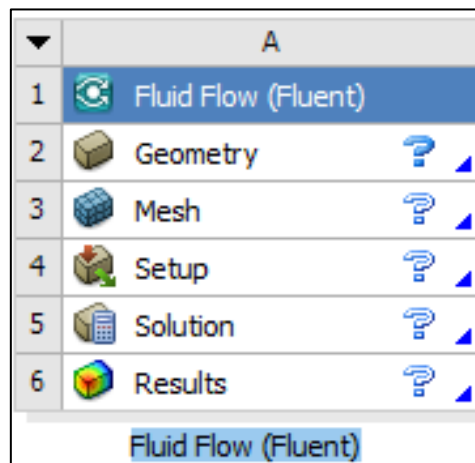
3 METODOLOGIA

A metodologia utilizada no estudo da fluidodinâmica dos 3 casos abordados neste trabalho segue as mesmas etapas de pré-processamento, processamento e pós-processamento citadas nas seções anteriores. Sabe-se que no mercado existem diversos *softwares* de fluidodinâmica computacional, alguns mais complexos que outros e versões pagas e gratuitas.

No âmbito deste trabalho, em que se busca explorar os benefícios das análises CFD voltados para o aprendizado, é interessante que a metodologia abordada não seja de alta complexidade, e ainda, que seja uma alternativa gratuita para quem esteja interessado em reproduzir os casos. Tendo em vista estas intenções, um *software* que atende estas necessidades é a versão acadêmica de estudante do pacote ANSYS.

Para todas as etapas até chegar no objetivo do trabalho, foi utilizada a funcionalidade *Workbench* do *software* *Fluent*, apresentado na Figura 10, que oferece ferramentas para desde a criação da malha desejada até a análise dos resultados.

Figura 10 - *Workbench* *Fluent*.



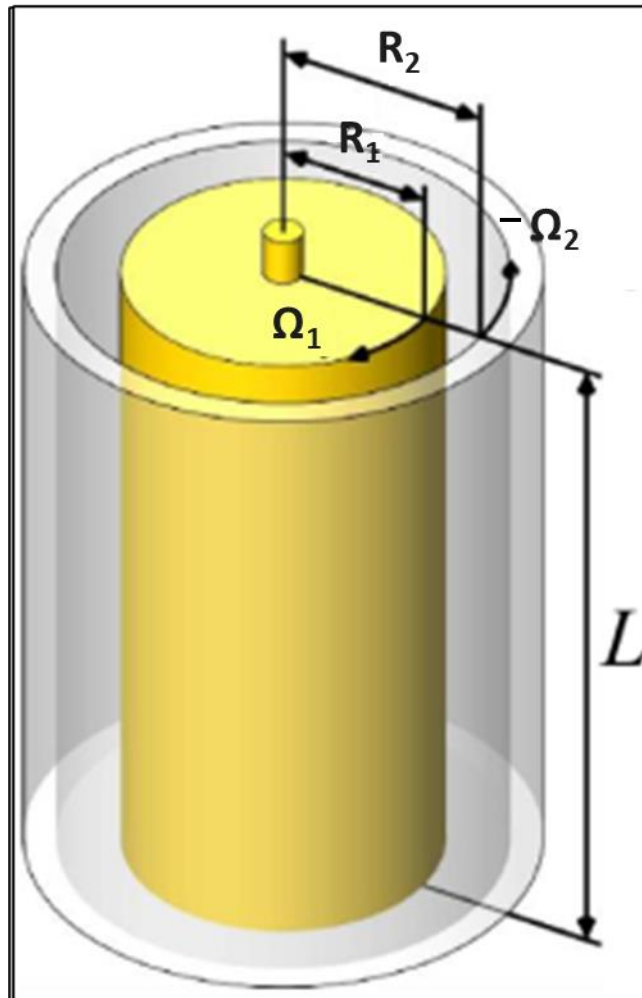
Fonte: Autoria própria

3.1 Definição e criação da geometria

Nos dois primeiros casos abordados neste estudo, a geometria adotada é semelhante àquela do viscosímetro de Couette, caracterizada por uma região cilíndrica anular na qual o fluido é contido entre os raios interno (R_1) e externo (R_2), conforme ilustrado na Figura 11. Já

o terceiro caso analisado consiste na ausência do cilindro interno, com a parede do duto em rotação.

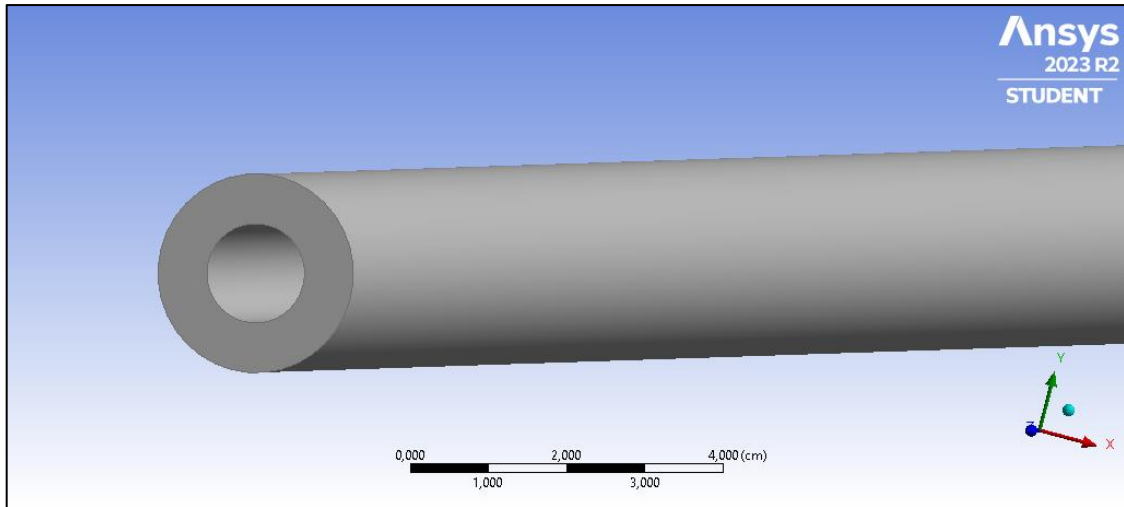
Figura 11 - Representação do viscosímetro de Couette.



Fonte: Adaptado de: Schematic of the Taylor-Couette system. Disponível em: <https://www.researchgate.net/figure/Schematic-of-the-Taylor-Couette-system-The-systemconsists-of-two-coaxial-cylinders_fig1_236263992>. Acesso em: 11/03/2024

A criação dessas geometrias foi realizada utilizando a aplicação *DesignModeler*, integrada ao *Workbench* do *Fluent*. Para os dois primeiros casos, foi construída uma região anular com diâmetro externo de 2,54 cm, diâmetro interno de 1,27 cm e comprimento de 100 cm, como ilustrado na Figura 12.

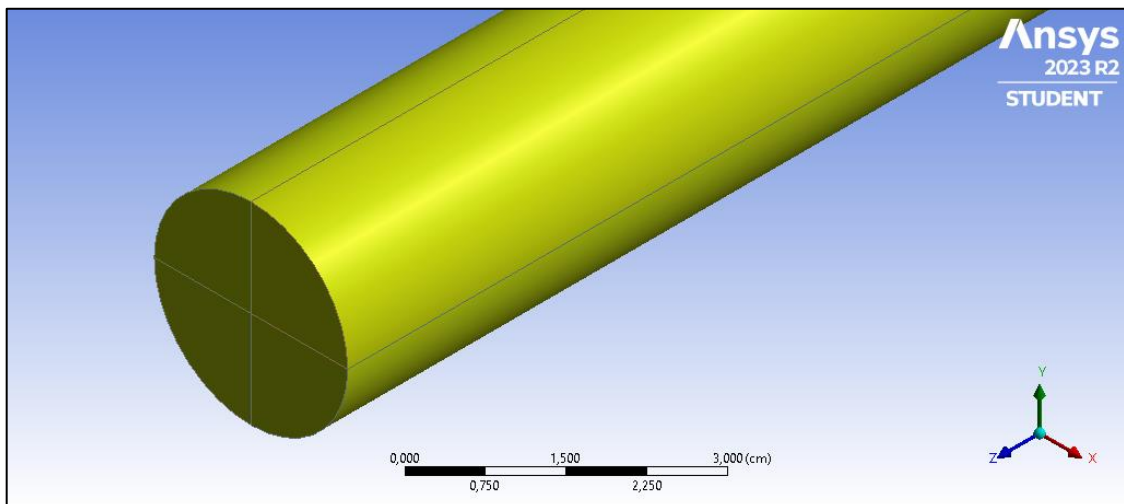
Figura 12 - Geometria desenvolvida para os Casos 1 e 2.



Fonte: Autoria própria.

No entanto, para o Caso 3, que envolve essencialmente uma região cilíndrica de 2,54 cm de raio e 100 cm de comprimento, a mesma aplicação foi empregada, porém, foi necessário traçar dois planos, um horizontal e outro vertical, para dividir o volume de controle em quatro regiões distintas, conforme exemplificado na Figura 13.

Figura 13 - Geometria desenvolvida para o Caso 3.



Fonte: Autoria própria.

3.2 Criação da malha

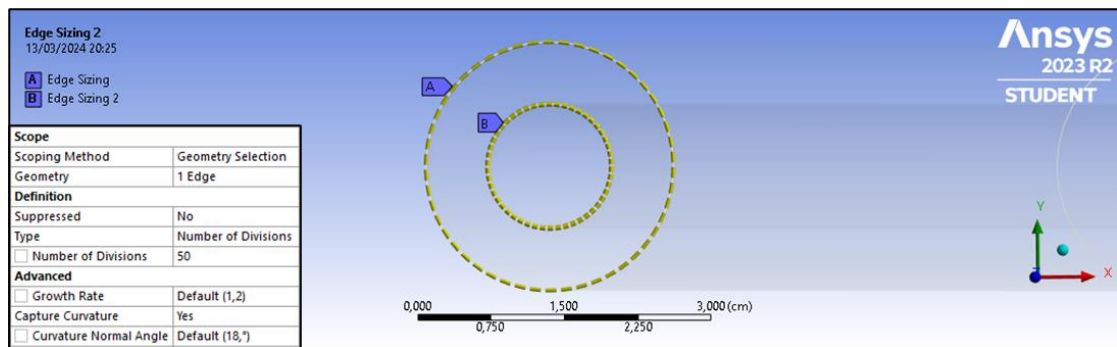
Com a geometria definida, o próximo passo crucial é a discretização do volume de controle, que desempenha um papel fundamental na precisão e na eficácia da simulação. A

malha foi gerada utilizando a ferramenta de criação de malhas do *Workbench* do *Fluent*, denominada *Meshing*, conforme ilustrado na Figura 10.

3.2.1 Configuração das malhas para os Casos 1 e 2

A fim de criar uma malha estruturada, foram configurados alguns parâmetros importantes. Inicialmente, ajustou-se a quantidade de divisões angulares das paredes interna e externa utilizando a funcionalidade *Edge Sizing*. Começou-se com 50 divisões e, posteriormente, variou-se esse número para as demais malhas, aumentando-o para alcançar um maior número de elementos, conforme ilustrado na Figura 14.

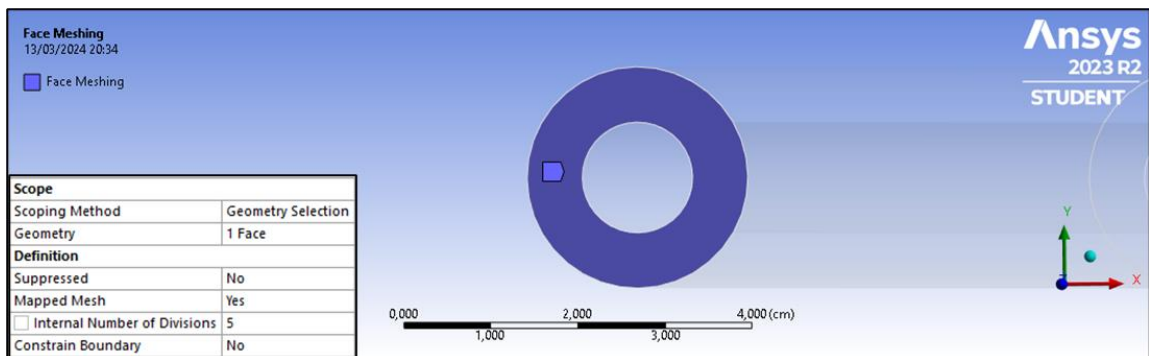
Figura 14 - Configuração da quantidade de divisões angulares para a malha inicial dos Casos 1 e 2.



Fonte: Autoria própria.

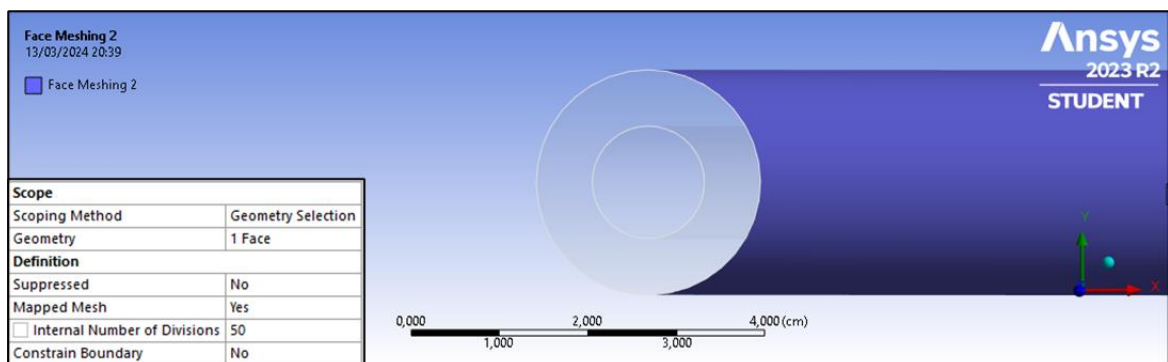
Além disso, foi definida a quantidade de divisões ao longo da direção radial (eixo X), conforme mostrado na Figura 15, e ao longo da direção axial (eixo Z), conforme apresentado na Figura 16. Ambas as divisões foram realizadas utilizando a funcionalidade *Face Meshing*, começando com 5 divisões radiais e 50 axiais.

Figura 15 - Configuração da quantidade de divisões radiais para a malha inicial dos Casos 1 e 2.



Fonte: Autoria própria.

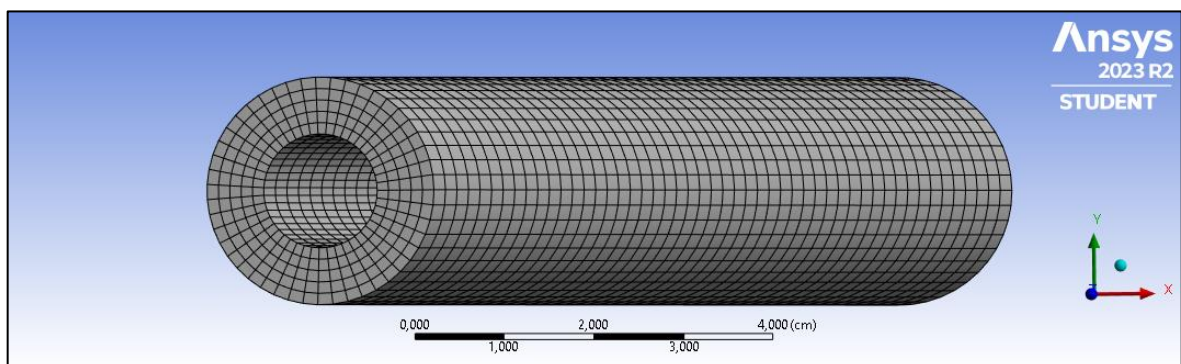
Figura 16 - Configuração da quantidade de divisões axiais para a malha inicial dos Casos 1 e 2.



Fonte: Autoria própria.

Após todas essas configurações, a malha inicial resultante para os Casos 1 e 2, com a quantidade total de elementos igual a 11750, é apresentada na Figura 17.

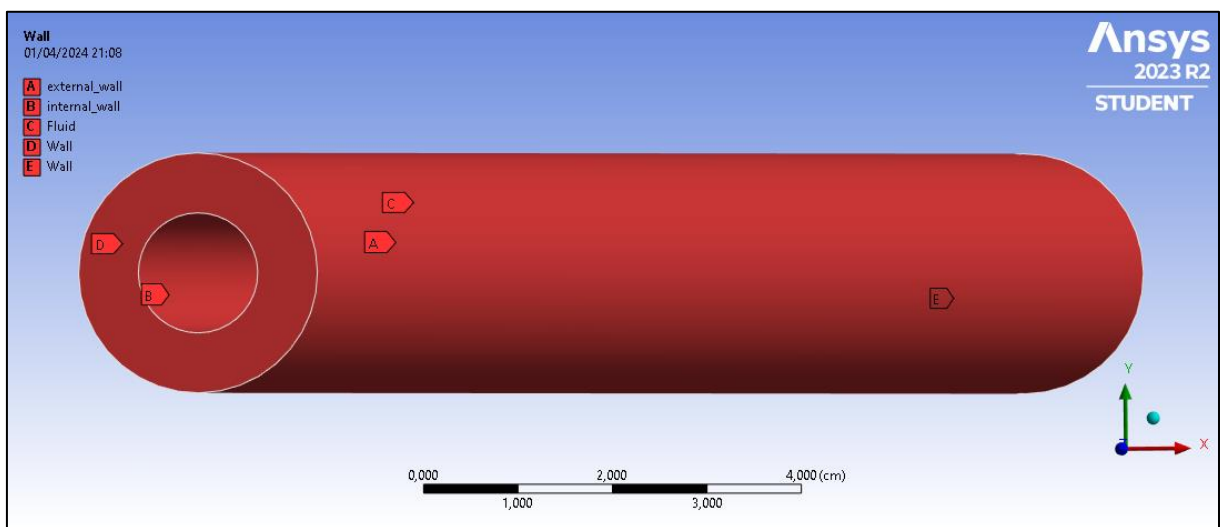
Figura 17 - Estruturação resultante das configurações da malha inicial.



Fonte: Autoria própria.

Ainda utilizando a aplicação *Meshing* do *Workbench*, se fez necessário a nomeação dos contornos da geometria, por meio da ferramenta *Named Selection*, para ser possível a configuração das condições de contorno na etapa posterior. Os nomes dados às regiões, como mostrado na Figura 18, foram *External Wall*, *Internal Wall*, *Fluid* e *Wall*, para denominar, respectivamente, a região da parede externa, interna, o volume de fluido como um todo e ambas as paredes perpendiculares ao eixo axial.

Figura 18 - Configuração dos contornos da geometria dos Casos 1 e 2.

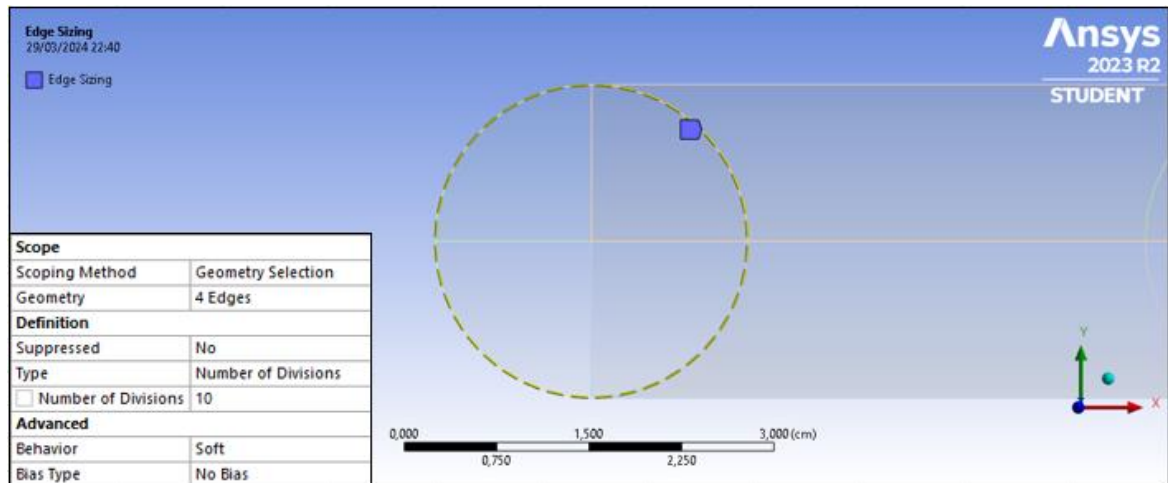


Fonte: Autoria própria.

3.2.2 Configuração da malha para o Caso 3

Para o Caso 3, em que foi necessário dividir a geometria em quatro partes, iniciou-se configurando a malha da seguinte maneira: definiu-se a quantidade de divisões angulares do cilindro utilizando a funcionalidade *Edge Sizing*, começando com 10 divisões em cada arco da face frontal do cilindro, totalizando 40 divisões angulares. Posteriormente, essas divisões foram ajustadas para as demais malhas, aumentando-as para alcançar um maior número de elementos, conforme ilustrado na Figura 19.

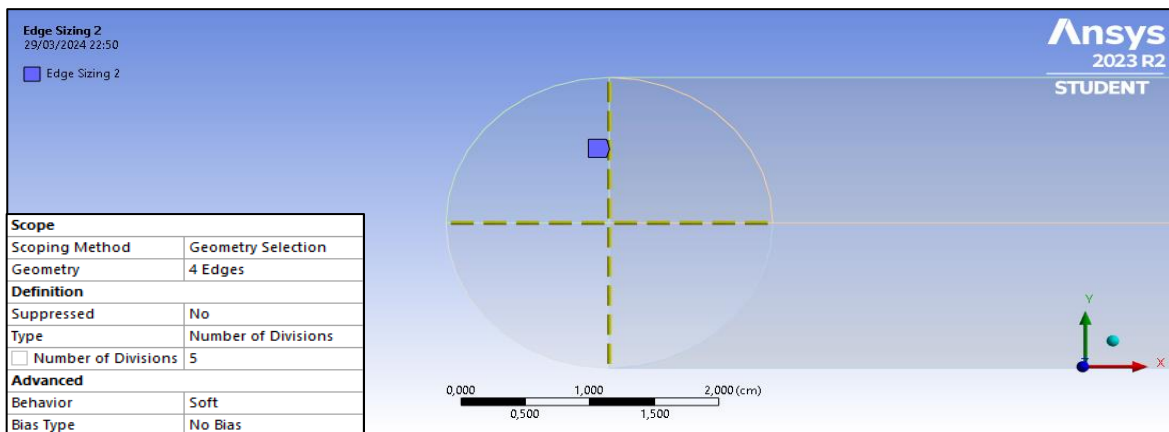
Figura 19 - Configuração da quantidade de divisões angulares para a malha inicial do Caso 3



Fonte: Autoria própria.

Em seguida, determinou-se a quantidade de divisões ao longo da direção radial (eixo X), conforme mostrado na Figura 20, utilizando a funcionalidade *Sizing Mesh*, inicialmente adotando 5 divisões radiais.

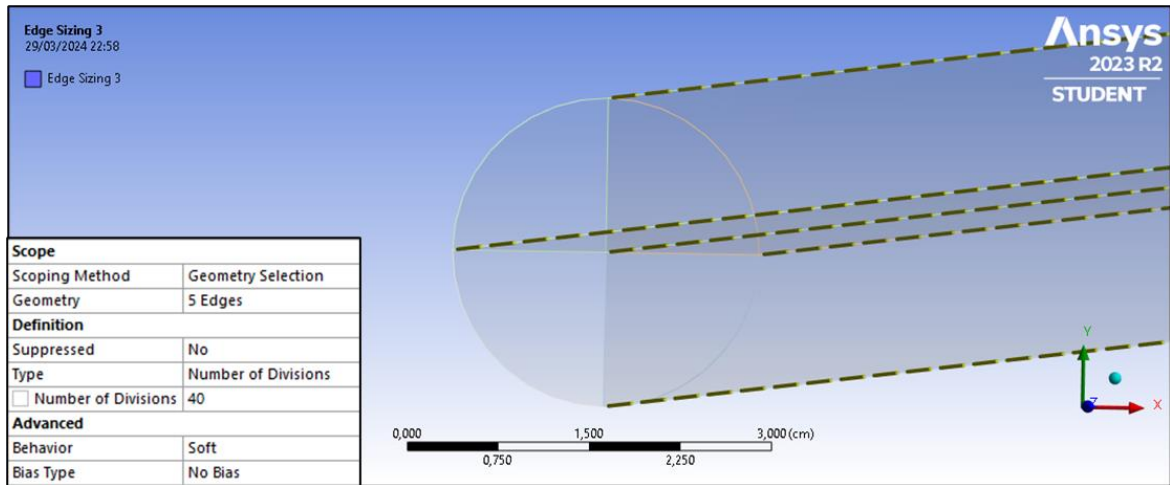
Figura 20 - Configuração da quantidade de divisões radiais para a malha inicial do Caso 3.



Fonte: Autoria própria.

Além disso, definiu-se a quantidade de divisões ao longo da direção axial (eixo Z), conforme apresentado na Figura 21, também utilizando a funcionalidade *Sizing Mesh*, começando com 40 divisões.

Figura 21 - Configuração da quantidade de divisões axiais para a malha inicial do Caso 3.

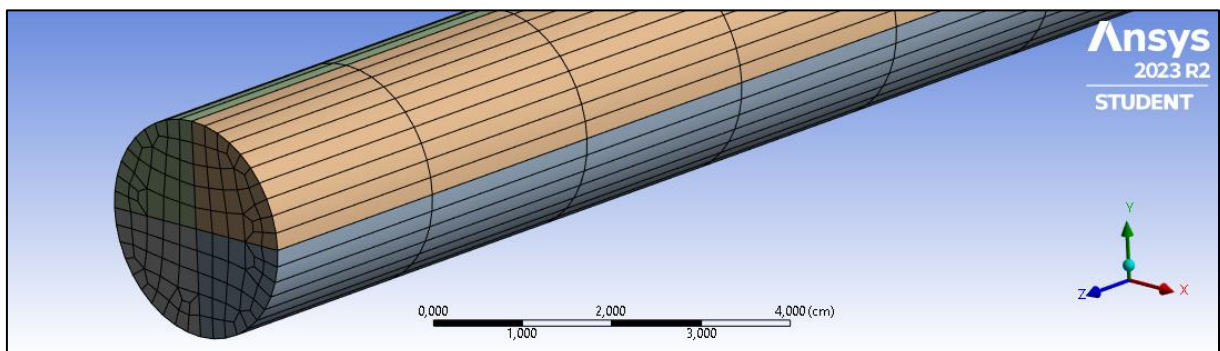


Fonte: Autoria própria.

Por fim, configurou-se a funcionalidade *Method* para todo o volume, estabelecendo-o como *MultiZone* para permitir decomposições automáticas da geometria em regiões estruturadas e desestruturadas, quando necessário.

Com todas essas configurações realizadas na aplicação *Meshing*, a malha resultante, contendo 4480 elementos, é apresentada na Figura 22.

Figura 22 - *Setup* da malha inicial do Caso 3.

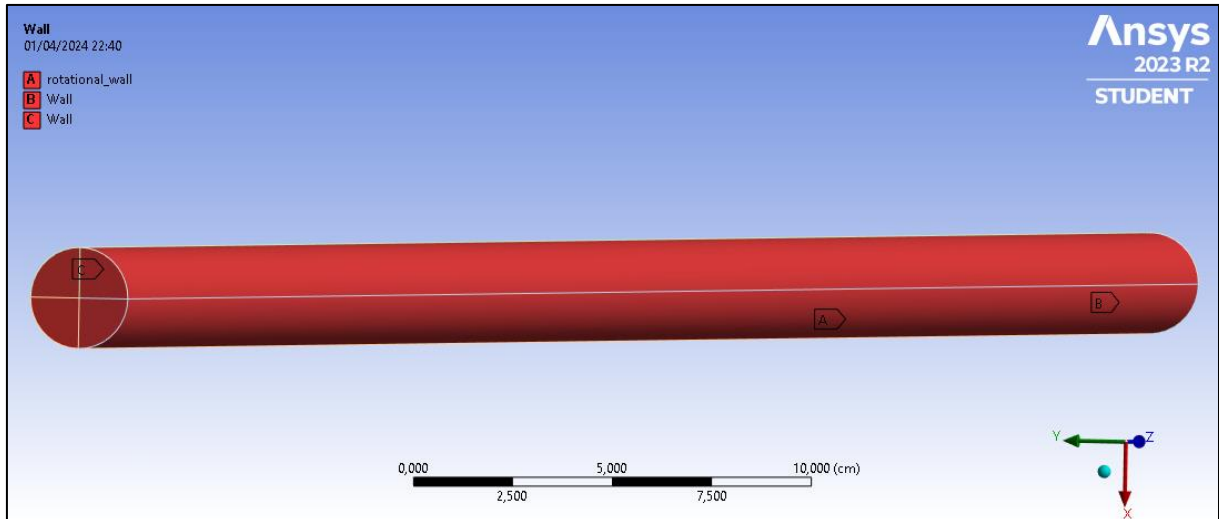


Fonte: Autoria Própria.

Outro aspecto relevante a se considerar, e que é possível observar na Figura 22, é que, neste caso, a malha adotada foi híbrida, o que implica na presença de células desestruturadas. Essa característica da malha tende a gerar indicadores de qualidade inferiores em comparação com malhas estruturadas. Como consequência, a qualidade dos resultados pode ser ligeiramente comprometida devido a essa complexidade adicional da malha.

Após a conclusão da configuração da malha, seguindo a mesma abordagem adotada nos Casos 1 e 2, foram designados os contornos do caso 3. As paredes perpendiculares ao eixo Z foram nomeadas como *Wall*, enquanto a parede do cilindro recebeu a denominação de *Rotational Wall*, conforme exemplificado na Figura 23.

Figura 23 - Configuração dos contornos da geometria do Caso 3.



Fonte: Autoria própria.

3.3 Configuração do problema

Para a configuração das condições da simulação, foi usada a aplicação *Setup* do *Workbench* do *Fluent*. Ao abrir essa aplicação, uma primeira janela denominada *Fluent Launcher* é aberta para que sejam definidas opções como, a precisão do *Solver*, na qual foi escolhida a opção *Double Precision*, que em vez de usar 32 bits para os números decimais utiliza 64 bits, e, conseqüentemente, aumenta a precisão do resultado, porém aumenta o tempo de processamento. Outro parâmetro escolhido foi o parâmetro *Solver Processes*, que nada mais é do que a quantidade de núcleos do processador que serão usados para processar as iterações, e que no caso do computador utilizado neste trabalho, foram usados 2 núcleos.

Após essas definições, uma nova janela se abre, dando início à introdução das condições do problema. Na aba *General*, foram selecionados o tipo de *Solver* baseado na pressão, a formulação da velocidade absoluta, o regime da simulação estacionário e os efeitos da gravidade foram desconsiderados.

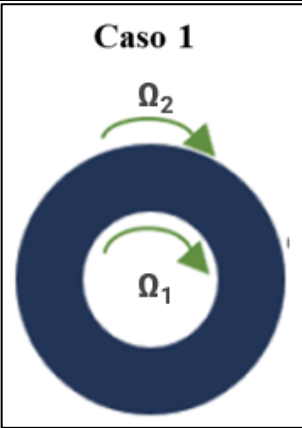
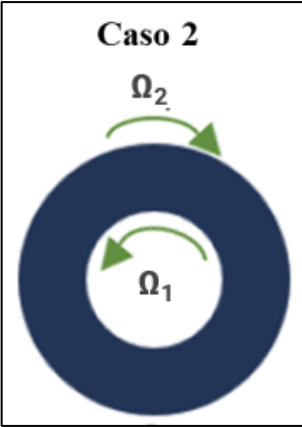
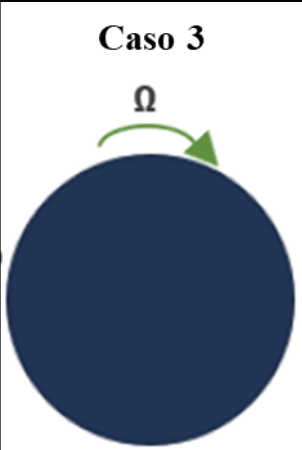
Partindo para os modelos empregados neste trabalho, o modelo de viscosidade escolhido foi o laminar, uma vez que o número de Reynolds na parede do cilindro de maior raio é igual a 80,2591, valor este obtido através da equação de Reynolds, o que sugere um escoamento laminar e não turbulento (CHHABRA e RICHARDSON, 1999).

Na definição dos materiais se faz necessário a busca na base de dados do fluido utilizado, que no caso foi escolhida a água à 20 °C, com densidade igual 998,2 kg/m³ e viscosidade 0,001003 kg/(m·s) (FOX et al.,2011). Estando o fluido e suas propriedades disponíveis para a utilização, é necessário à sua atribuição às condições da região do fluido.

Para a configuração das condições de contorno do Caso 1, foram definidas para as regiões da parede externa e interna, na aba *Momentum*, a opção *Moving Wall*, em relação a célula adjacente e o tipo de movimento rotacional, com as velocidades de 0,5 rad/s e 0,25 rad/s respectivamente, ambas no sentido horário. E para as paredes limitantes do volume perpendiculares ao eixo Z a opção *Stationary Wall*.

Para o Caso 2, foram repetidas as mesmas configurações do Caso 1, mudando apenas que a parede interna possui a rotação no sentido anti-horário. Já para o Caso 3 a mesma velocidade e sentido foi mantida para a parede externa (0,5 rad/s no sentido horário). A Tabela 2 mostra um resumo das condições de contorno citadas acima.

Tabela 2 - Resumo condições de contorno para cada caso.

Caso	Ω_1 (rad/s)	Ω_2 (rad/s)
<p>Caso 1</p> 	-0,25	-0,5
<p>Caso 2</p> 	0,25	-0,5
<p>Caso 3</p> 	Não aplicável	-0,5

Outro passo essencial para o *Setup* do problema é a configuração da parte *Solution*, que consiste na definição dos métodos, onde o esquema SIMPLE foi o escolhido. Na discretização espacial os métodos utilizados para o gradiente, pressão e momento foram, respectivamente, *Least Squares Cell Based*, PRESTO! e QUICK. E a opção *Pseudo Time Method* foi mantida em *Off*. De acordo com o trabalho realizado por SOUZA, Igor (2021), tal *Setup* mostrou bons

resultados para escoamentos de fluido newtoniano e incompressível em regiões cilíndricas com rotação das paredes.

Para a parte da definição dos controles foram mantidos os valores padrões para os fatores de relaxação, sendo o da pressão igual a 0,3, o da densidade igual a 1,0, o das forças de corpo 1,0 e o do momento 0,7. Os resíduos utilizados foram $1 \cdot 10^{-6}$ casos 1 e 2 e $1 \cdot 10^{-5}$ para o Caso 3, pois a utilização do resíduo com o mesmo valor dos casos anteriores levou a desvios médios levemente piores e uma maior quantidade de iterações até a solução.

Um passo anterior ao início do processo iterativo para a obtenção dos cálculos foi a inicialização, onde foi escolhida o método de inicialização padrão, computando os valores para a parede externa e definindo as estimativas iniciais como 0,00635 m/s, que é o valor da velocidade obtida analiticamente referente à essa parede.

3.4 Teste de independência das malhas

Finalizados todos os passos anteriores necessários para iniciar a simulação, em seguida realizou-se o teste de independência de malha para cada caso. O propósito desta investigação é examinar como a estrutura da malha afeta os resultados obtidos. Nesta etapa, diversas configurações de malha foram avaliadas em relação à tendência dos resultados do perfil de velocidade, comparando-os com os valores obtidos de maneira analítica na mesma posição radial.

Este estudo foi conduzido para cada um dos casos, sendo o primeiro a rotação do cilindro externo e interno em movimento anti-horário e com velocidades distintas, o segundo com rotação do cilindro externo e interno com movimentos angulares em diferentes sentidos e diferentes velocidades, e o terceiro caso, que consiste apenas em um cilindro comum, com rotação do cilindro externo.

Para os dois primeiros casos, em que as geometrias são idênticas, foram testadas para ambos os casos a mesma quantidade de elementos hexaédricos, que estão apresentadas na Tabela 3. Já para o Caso 3, as malhas testadas foram as que estão apresentadas na Tabela 4.

Tabela 3 - Especificações das malhas testadas nos Casos 1 e 2.

	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4	Malha 5	Malha 6	Malha 7	Malha 8
Divisões angulares	50	75	100	125	150	150	150	160
Divisões radiais	5	8	10	16	20	22	24	26
Divisões axiais	50	75	100	100	100	100	110	110
Número de células resultante	11750	39000	86000	161600	230000	253000	303600	357500

Fonte: Autoria própria.

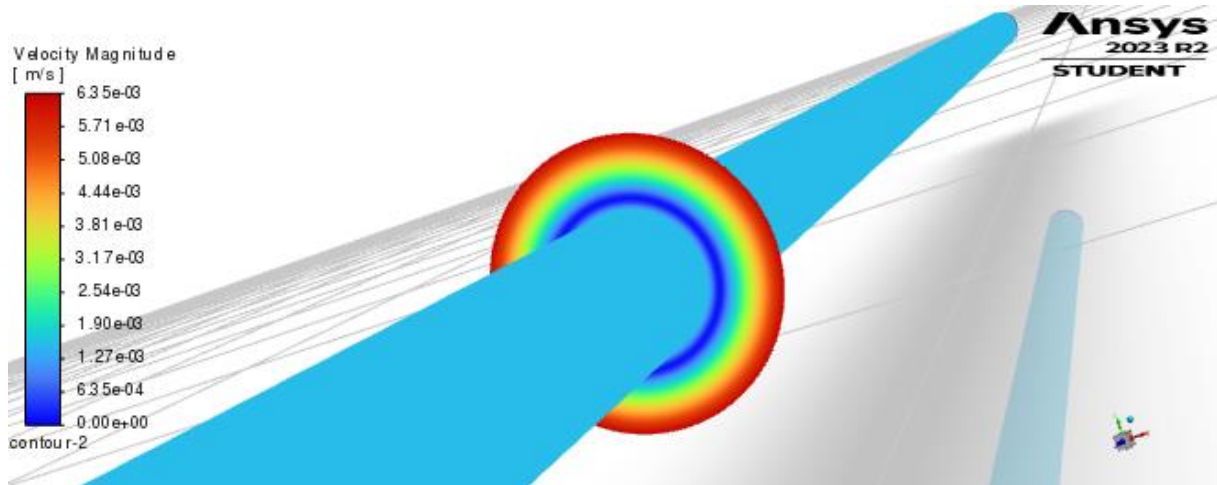
Tabela 4 - Especificações das malhas testadas no Caso 3.

	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4	Malha 5	Malha 6	Malha 7	Malha 8
Divisões angulares	40	80	100	120	120	160	160	160
Divisões radiais	5	10	15	17	19	22	20	22
Divisões axiais	40	80	120	150	200	200	200	200
Número de células resultante	4480	36160	92160	152400	225600	280000	313600	372800

Fonte: Autoria própria.

A partir da simulação de cada uma das malhas em cada um dos casos, foram obtidos os valores em módulo da velocidade ao longo do eixo radial (Eixo X), extraídos na metade da geometria para evitar os efeitos de parede das extremidades e por ser uma região que possui um escoamento plenamente estabelecido, como mostra o exemplo para os Casos 1 e 2 na Figura 24.

Figura 24 - Região de retirada dos resultados de módulo de velocidade Casos 1 e 2.



Fonte: Autoria própria.

A partir da simulação de todas as malhas, foi possível organizar os valores obtidos para o Caso 1 na Tabela 5, que apresenta os valores de quantidade de células, o número de pontos obtidos ao longo do eixo X (direção radial) e o desvio médio da velocidade em relação aos resultados obtidos de maneira analítica.

Tabela 5 - Desvios médios em relação à solução analítica para o Caso 1.

Malha	Número de células (mil)	Número de pontos	Desvio médio
1	11,75	6	0,812%
2	39,00	10	0,438%
3	86,00	11	0,256%
4	161,60	18	0,118%
5	230,00	23	0,051%
6	253,00	23	0,048%
7	303,60	25	0,046%
8	357,50	28	0,051%

Fonte: Autoria própria.

Observando a Tabela 5 é possível perceber que, de fato, o aumento da quantidade total de elementos da malha faz com que os resultados fiquem mais próximos aos resultados obtidos analiticamente até o ponto em que aumentar mais a quantidade de elementos não produz grandes variações nos resultados. Como é possível perceber a partir da análise da 5, a malha

que apresentou menor desvio médio foi a sétima malha, com aproximadamente 300 mil elementos, e com isso essa foi a malha utilizada para os estudos deste trabalho para o Caso 1.

De maneira análoga, foram seguidos os mesmos passos e obtida a Tabela 6 que apresenta os resultados referentes ao Caso 2.

Tabela 6 - Desvios médios em relação à solução analítica para o Caso 2.

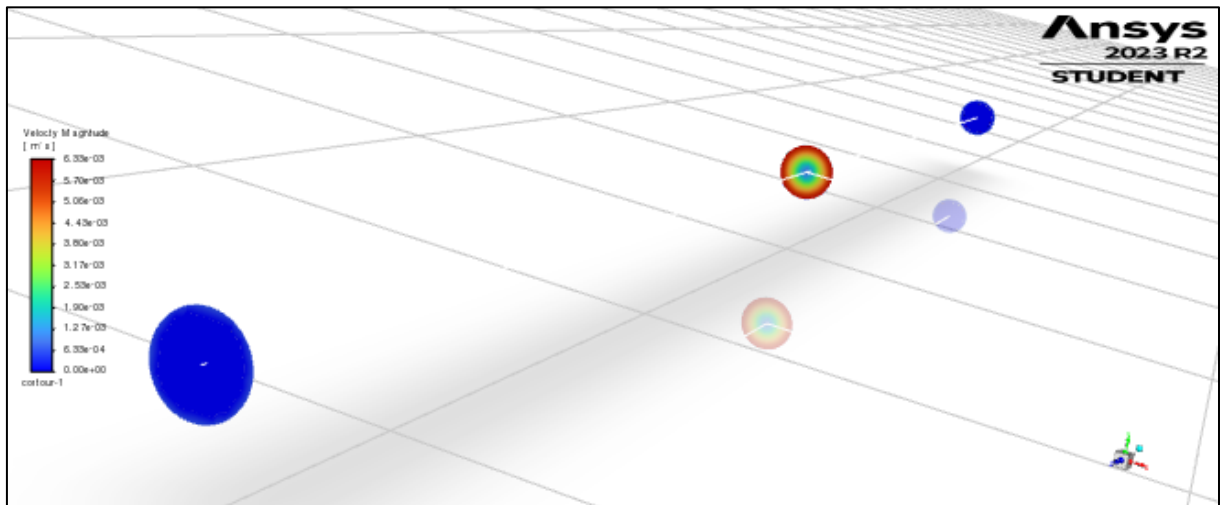
Malha	Número de células (mil)	Número de pontos	Desvio médio
1	11,75	6	1,840%
2	39,00	10	1,717%
3	86,00	11	1,445%
4	161,60	18	1,023%
5	230,00	23	0,541%
6	253,00	23	0,541%
7	303,60	25	0,534%
8	357,50	28	0,397%

Fonte: Autoria própria.

Para este caso, onde a parede interna rotaciona a uma velocidade de 0,25 rad/s no sentido anti-horário e a parede externa à uma velocidade de 0,5 rad/s no sentido horário, há um ponto em que a velocidade é nula, quando o raio é igual a 0,0073 m. E o desvio médio para as regiões muito próximas a essa posição apresentou em todas as malhas um resultado muito alto. Na literatura da estatística descritiva, esse comportamento é comumente classificado como *outlier*, ou seja, um dado muito discrepante (REIS, 2002). Sendo assim, no âmbito deste trabalho, esse ponto não foi considerado nas análises.

Por fim, no Caso 3 foram repetidos os mesmos passos anteriores, porém, como se trata de uma geometria diferente, a região onde os dados foram coletados é um círculo completo, como mostrado na Figura 25.

Figura 25 - Região de retirada dos resultados de velocidade para o Caso 3.



Fonte: Autoria própria.

Por fim, após a conclusão da simulação de todas as malhas, os valores obtidos para o Caso 3 foram organizados na Tabela 7. Esta Tabela, assim como as anteriores, apresenta a quantidade de células ou elementos, o número de pontos ao longo do eixo X (direção radial), e o desvio médio em relação aos resultados de velocidade obtidos de forma analítica.

Tabela 7 - Desvios médios em relação à solução analítica para o caso 3

Malha	Número de células (mil)	Número de pontos	Desvio médio
1	4,48	6	3,06%
2	36,16	11	1,78%
3	92,16	16	1,18%
4	152,40	18	1,04%
5	225,60	20	1,08%
6	280,00	24	1,26%
7	313,60	21	1,25%
8	372,80	25	1,45%

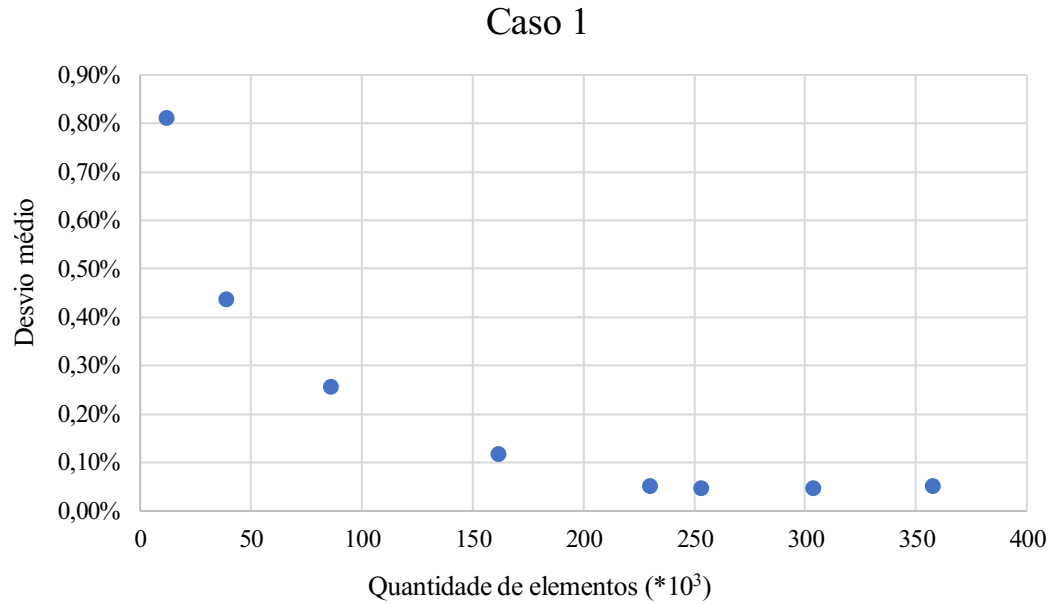
Fonte: Autoria própria.

Observando a Tabela 7, percebe-se que, no geral, com o aumento da quantidade de elementos houve uma diminuição nos valores de desvios até chegar em um desvio ótimo e, então, com o refino da malha, os desvios aumentaram novamente.

Utilizando os dados das tabelas acima, foram construídos gráficos para a melhor visualização de como a quantidade de elementos da malha influencia nos resultados simulados

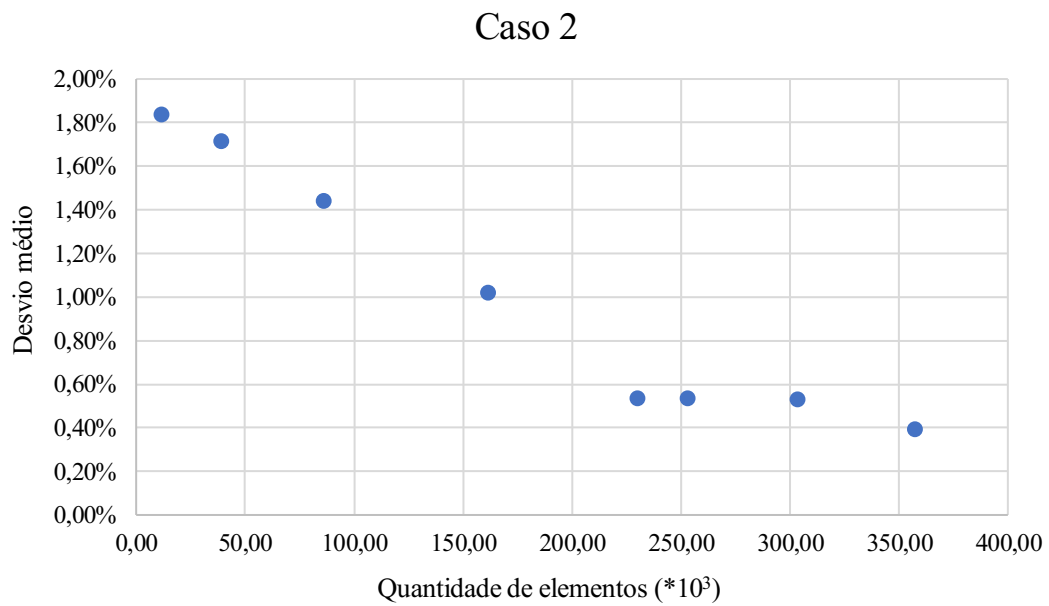
até atingir a independência da malha. As Figura 26, 27 e 28 mostram, respectivamente, os gráficos para os Casos 1, 2 e 3.

Figura 26 – Quantidade de elementos *versus* desvio médio para o Caso 1.

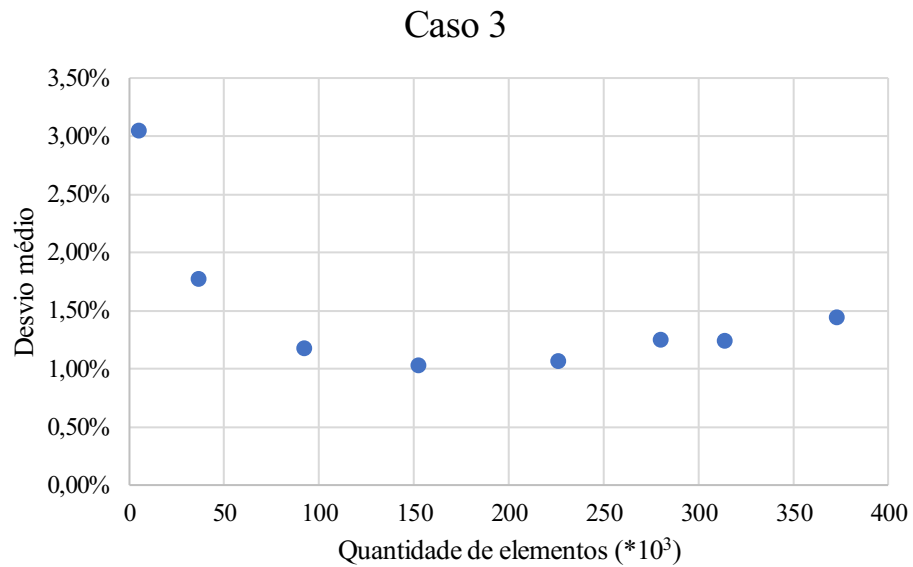


Fonte: Autoria própria.

Figura 27 – Quantidade de elementos *versus* desvio médio para o Caso 2.



Fonte: Autoria própria.

Figura 28 - Quantidade de elementos *versus* desvio médio para o Caso 3.

Fonte: Autoria própria.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

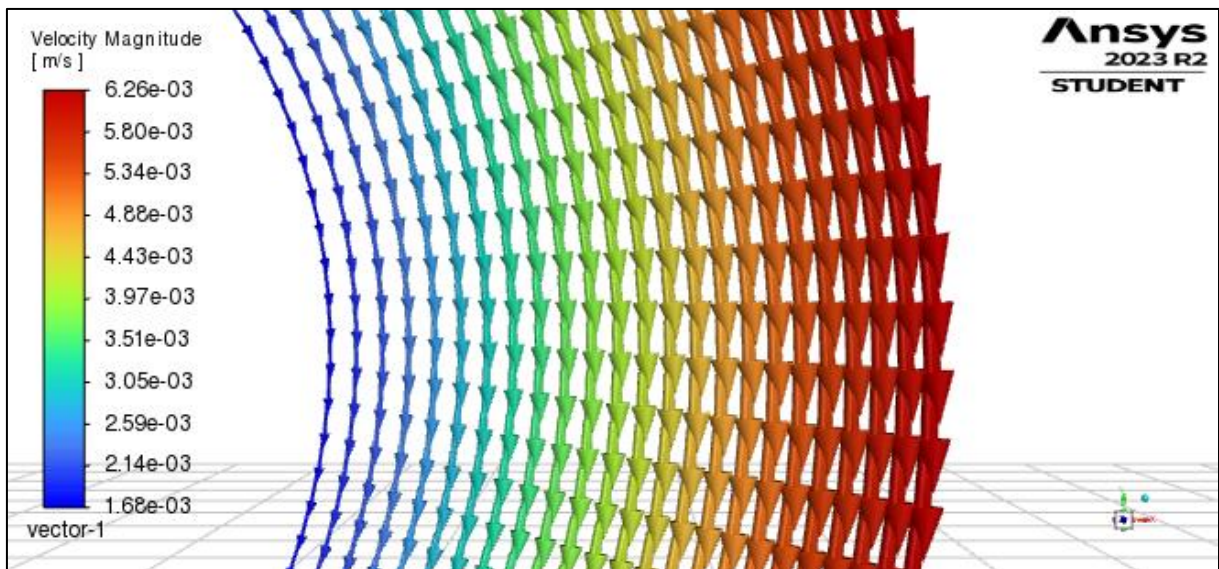
Em relação à análise dos resultados obtidos nesta pesquisa, serão abordados os três casos de interesse previamente mencionados. O primeiro, em que a parede interna e a externa rotacionam em sentidos iguais e velocidades diferentes; o segundo, onde a parede interna e a externa rotacionam com sentidos e velocidades diferentes e o terceiro, em que consiste apenas na parede externa do cilindro rotacionando no sentido horário.

Cada caso foi submetido a uma análise comparativa entre os resultados das simulações e os obtidos pela solução analítica do problema. O objetivo principal foi avaliar se os perfis de velocidade simulados condiziam com os perfis obtidos pela simplificação algébrica das equações de transporte para cada caso, ou seja, comparar a solução numérica com a solução analítica, fornecendo assim confiabilidade para as análises de pós-processamento realizadas pelo *software* para entregar gráficos de contornos de velocidade que possam ser usados por estudantes de fenômenos de transporte ou mecânica dos fluidos.

4.1 Perfil de velocidade para o Caso 1

Para confirmar a precisão das condições de contorno definidas durante a fase de pré-processamento do primeiro caso, utilizamos a aba de *Results*, ainda na aplicação de *Setup* do *Workbench*, que oferece várias ferramentas de criação de gráficos, incluindo o gráfico de vetores do *Fluent*. Verificou-se que a simulação representou com precisão o fenômeno físico em relação ao sentido de rotação. Na Figura 29, pode-se observar que o fluxo geral apresenta uma rotação no sentido horário. Além disso, a diferença no tamanho dos vetores é notável, sendo o dobro maior para a parede externa, conforme especificado nas condições de contorno para sua rotação.

Figura 29 - Representação dos vetores de velocidade tangencial para o Caso 1.



Fonte: Autoria própria.

Ao utilizar a configuração de malha 7, que possui 303,6 mil elementos e que foi a escolhida para analisar o caso, foi possível identificar 25 pontos distribuídos ao longo da direção radial do cilindro (eixo X), conforme apresentado na Tabela 8. Os dados contidos nessas tabelas foram obtidos através da ferramenta *XY Plot*. Para garantir que o escoamento resultante estivesse plenamente desenvolvido, foi criada uma linha transversal (plano XY) na região central do cilindro. Isso possibilitou a coleta de dados sobre a magnitude da velocidade em relação à posição radial da seção transversal.

Tabela 8 – Comparação das velocidades analíticas e simuladas para o Caso 1.

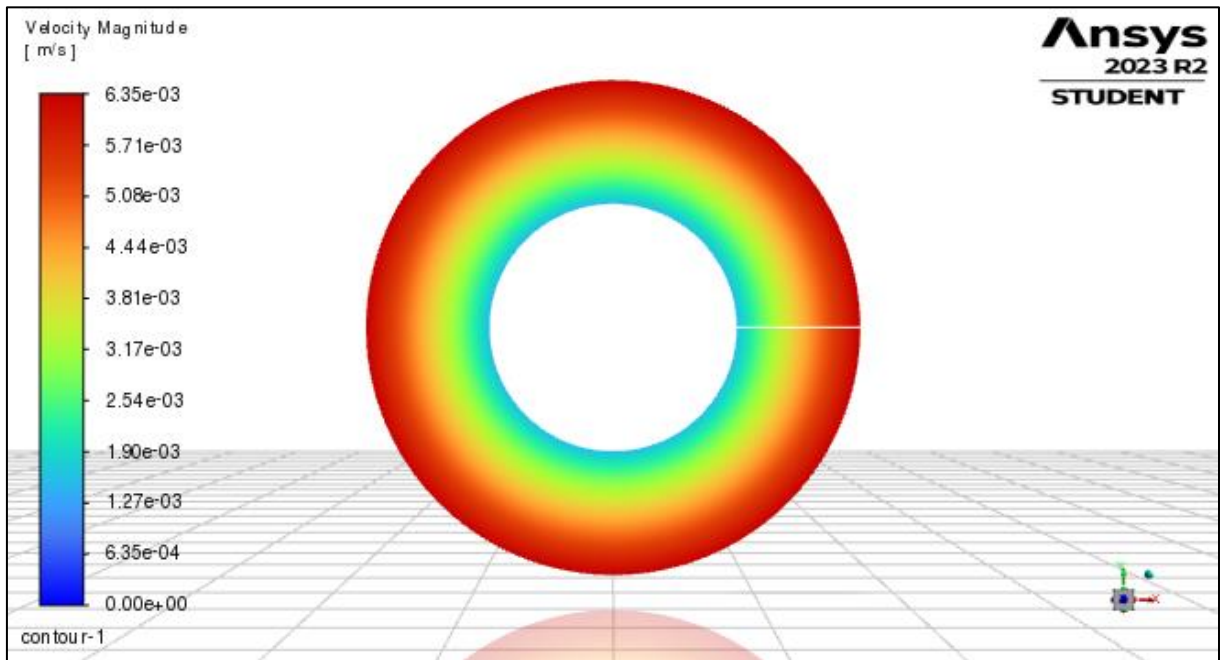
Posição radial (m)	Velocidade analítica (m/s)	Velocidade Simulada (m/s)	Desvio
0,006350	0,001588	0,001587	0,037%
0,006615	0,001827	0,001831	0,255%
0,006879	0,002059	0,002063	0,179%
0,007144	0,002286	0,002288	0,120%
0,007408	0,002507	0,002509	0,076%
0,007673	0,002724	0,002725	0,042%
0,007938	0,002937	0,002937	0,017%
0,008202	0,003146	0,003146	0,002%
0,008467	0,003351	0,003351	0,015%
0,008731	0,003554	0,003553	0,024%
0,008996	0,003753	0,003752	0,029%
0,009260	0,003950	0,003949	0,031%
0,009525	0,004145	0,004144	0,030%
0,009790	0,004338	0,004336	0,027%
0,010054	0,004528	0,004527	0,023%
0,010319	0,004717	0,004716	0,016%
0,010583	0,004904	0,004903	0,009%
0,010848	0,005089	0,005089	0,001%
0,011113	0,005273	0,005273	0,008%
0,011377	0,005455	0,005456	0,017%
0,011642	0,005636	0,005638	0,026%
0,011906	0,005816	0,005818	0,035%
0,012171	0,005995	0,005998	0,045%
0,012435	0,006173	0,006177	0,055%
0,012700	0,006350	0,006348	0,037%
Desvio médio			0,046%

Fonte: Autoria própria.

Observando a Tabela 8, é possível perceber que a simulação do Caso 1 apresentou resultados muito próximos em relação aos obtidos analiticamente, por meio da equação obtida para o Caso 1, contida na Tabela 1. Em resumo, o desvio médio foi de 0,046% e o ponto que apresentou o maior desvio (0,255%) foi o de raio 0,006615 m, sendo considerado um desvio baixo.

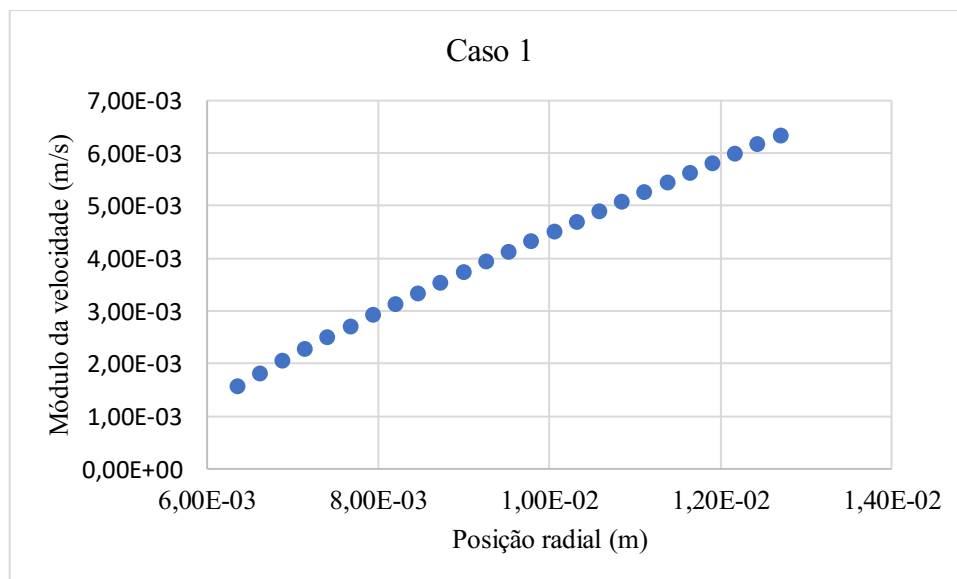
Para uma melhor visualização do comportamento da velocidade, foram utilizadas a visualização *Countours* e novamente a ferramenta *XY Plot*, para gerar tais visualizações das Figura 30 e Figura 31, respectivamente.

Figura 30 – Contornos de velocidade para o Caso 1.



Fonte: Autoria própria.

Figura 31 - Módulo da velocidade em relação à posição radial para o Caso 1.



Fonte: Autoria própria.

Ao analisar a Figura 31, é evidente que a velocidade tangencial aumenta de forma quase linear conforme a posição radial varia. A menor velocidade tangencial ocorre na posição mais interna, com um raio de 0,00635 m (parede interna), registrando 0,001587 m/s na simulação e 0,001588 m/s no cálculo analítico. Por outro lado, a maior velocidade tangencial ocorre na

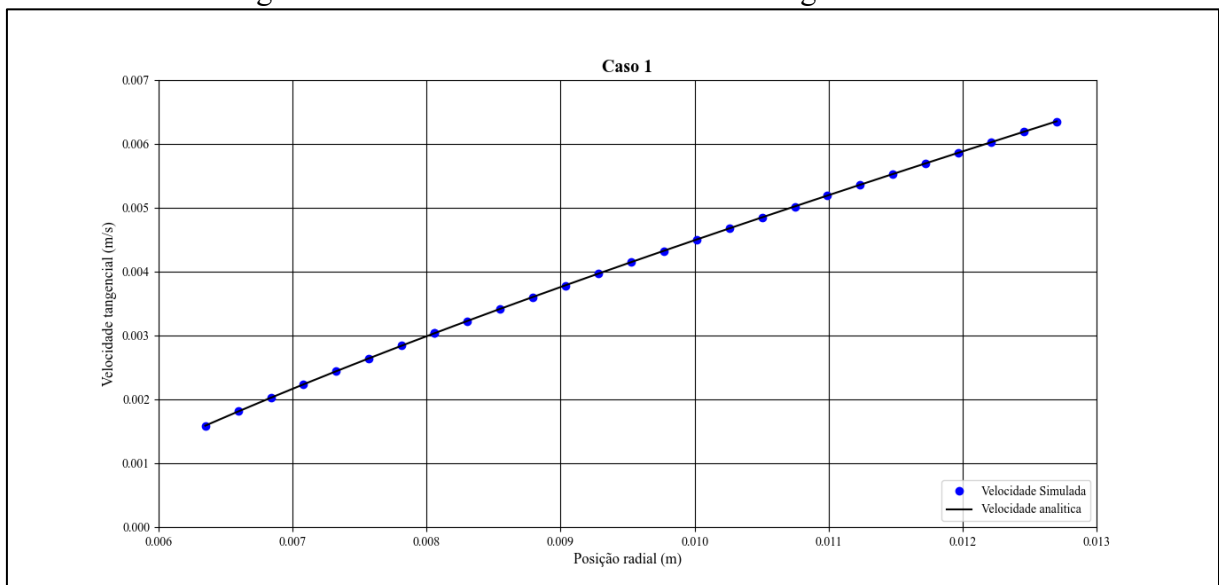
posição mais externa, com um raio de 0,0127 m (parede externa), alcançando 0,006348 m/s na simulação e 0,006350 m/s no resultado analítico.

Retomando a equação de velocidade tangencial contida na Tabela 1 para o Caso 1 e substituindo os valores numéricos e usando módulo para verificar só a magnitude, tem-se a Equação 21.

$$|v_{\theta}| = \left| \frac{1,3441 * 10^{-5} (m^2/s)}{r} - \frac{0,5833}{s} r \right| \quad (21)$$

Observando a Equação 21 é possível perceber que ela não é linear, porém o seu termo não linear possui um coeficiente muito pequeno, o que faz o comportamento de uma reta ser bem mais notório. A Figura 32 foi criada para comparar o perfil analítico com a Figura 31.

Figura 32 - Perfil analítico da velocidade tangencial Caso 1



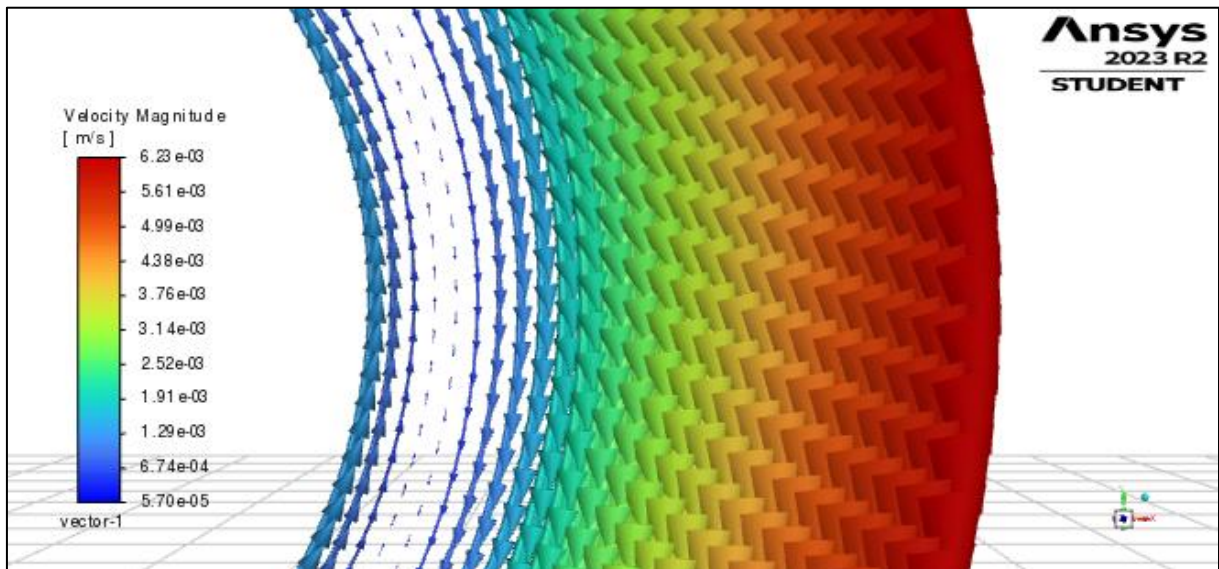
Fonte: Autoria própria

Observando a imagem acima é possível verificar que dentro do intervalo de posição da região anular, 0,00635 m e 0,0127 m, realmente o perfil analítico se apresenta quase de forma linear, assim como o resultado obtido na simulação.

4.2 Perfil de velocidades para o Caso 2

De maneira análoga ao caso anterior, primeiramente, foi analisado, no plano transversal exatamente na metade do comprimento da tubulação, o sentido dos vetores de velocidade tangencial ao longo do raio. Observando a Figura 33 é possível verificar que, de fato, os vetores próximos à parede interna, que está rotacionando a 0,25 rad/s no sentido anti-horário estão de acordo com o esperado, diminuindo gradualmente até chegar à região de mudança de sentido da rotação, a qual os resultados analíticos indicam ser na posição radial igual a 0,0073 m, e então a velocidade começa a aumentar no sentido oposto (horário).

Figura 33 - Representação dos vetores de velocidade tangencial para o Caso 2.



Fonte: Autoria própria.

Ao utilizar a configuração de malha 8, que possui 357,5 mil elementos e que foi a escolhida para analisar o caso, foi possível identificar 28 pontos distribuídos ao longo da direção radial do cilindro (eixo X), conforme apresentado na Tabela 9. Os dados contidos nessa tabela foram obtidos de maneira análoga ao caso anterior.

Tabela 9 - Comparação das velocidades analíticas e simuladas para o Caso 2.

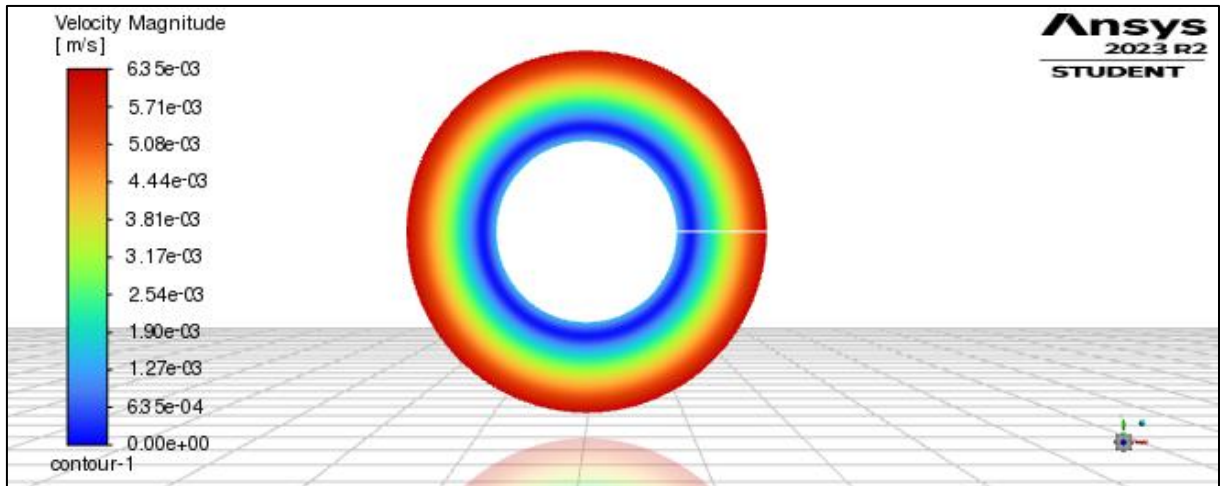
Posição radial (m)	Velocidade analítica (m/s)	Velocidade Simulada (m/s)	Desvio
0,006350	0,001588	0,001587	0,031%
0,006594	0,001169	0,001158	0,951%
0,006838	0,000768	0,000758	1,294%
0,007083	0,000381	0,000372	2,322%
0,007327	0,000008	0,000183	2141,124%
0,007571	0,000353	0,000360	1,977%
0,007815	0,000702	0,000708	0,879%
0,008060	0,001042	0,001047	0,522%
0,008060	0,001042	0,001047	0,522%
0,008304	0,001372	0,001377	0,351%
0,008548	0,001694	0,001698	0,253%
0,008792	0,002008	0,002012	0,192%
0,009037	0,002315	0,002319	0,151%
0,009281	0,002616	0,002619	0,123%
0,009525	0,002910	0,002913	0,105%
0,009769	0,003199	0,003202	0,092%
0,010014	0,003483	0,003486	0,083%
0,010258	0,003762	0,003765	0,079%
0,010502	0,004037	0,004040	0,078%
0,010746	0,004307	0,004311	0,075%
0,010990	0,004574	0,004577	0,077%
0,011235	0,004837	0,004841	0,080%
0,011479	0,005096	0,005101	0,083%
0,011723	0,005353	0,005357	0,085%
0,011967	0,005606	0,005611	0,089%
0,012212	0,005857	0,005862	0,093%
0,012456	0,006105	0,006111	0,097%
0,012700	0,006350	0,006348	0,032%
Desvio médio			0,397%

Fonte: Autoria própria.

Observando a tabela acima, é possível perceber a presença de um ponto cujo desvio apresentou um valor exorbitante, que é justamente próximo ao ponto onde a velocidade tangencial muda de sentido. Esse ponto, por ser considerado um *outlier*, foi desconsiderado no cálculo de desvio médio, pois não representa a realidade. Apesar deste ponto que mostra uma limitação da configuração utilizada, os outros resultados de velocidade simulada apresentaram baixos desvios, o que resultou em um desvio médio de 0,397%, um valor aceitável.

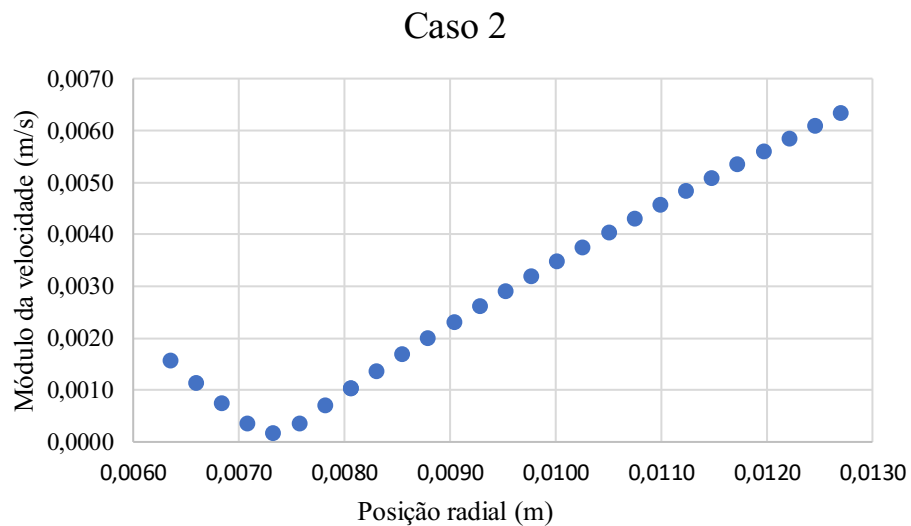
Assim como para o Caso 1, para uma melhor visualização do comportamento da velocidade, foram utilizadas a visualização *Contours* e novamente a ferramenta *XY Plot*, para gerar tais visualizações das Figura 34 e Figura 35, respectivamente.

Figura 34 - Contornos de velocidade para o Caso 2.



Fonte: Autoria própria.

Figura 35 – Módulo da velocidade em relação à posição radial para o Caso 2.



Fonte: Autoria própria.

Ao examinar a Figura 34, observa-se um padrão decrescente da velocidade desde a parede interna (0,006350 m), onde a velocidade é de 0,001587 m/s na simulação e 0,001588 m/s no cálculo analítico. Esse padrão segue até atingir o ponto de menor velocidade, em

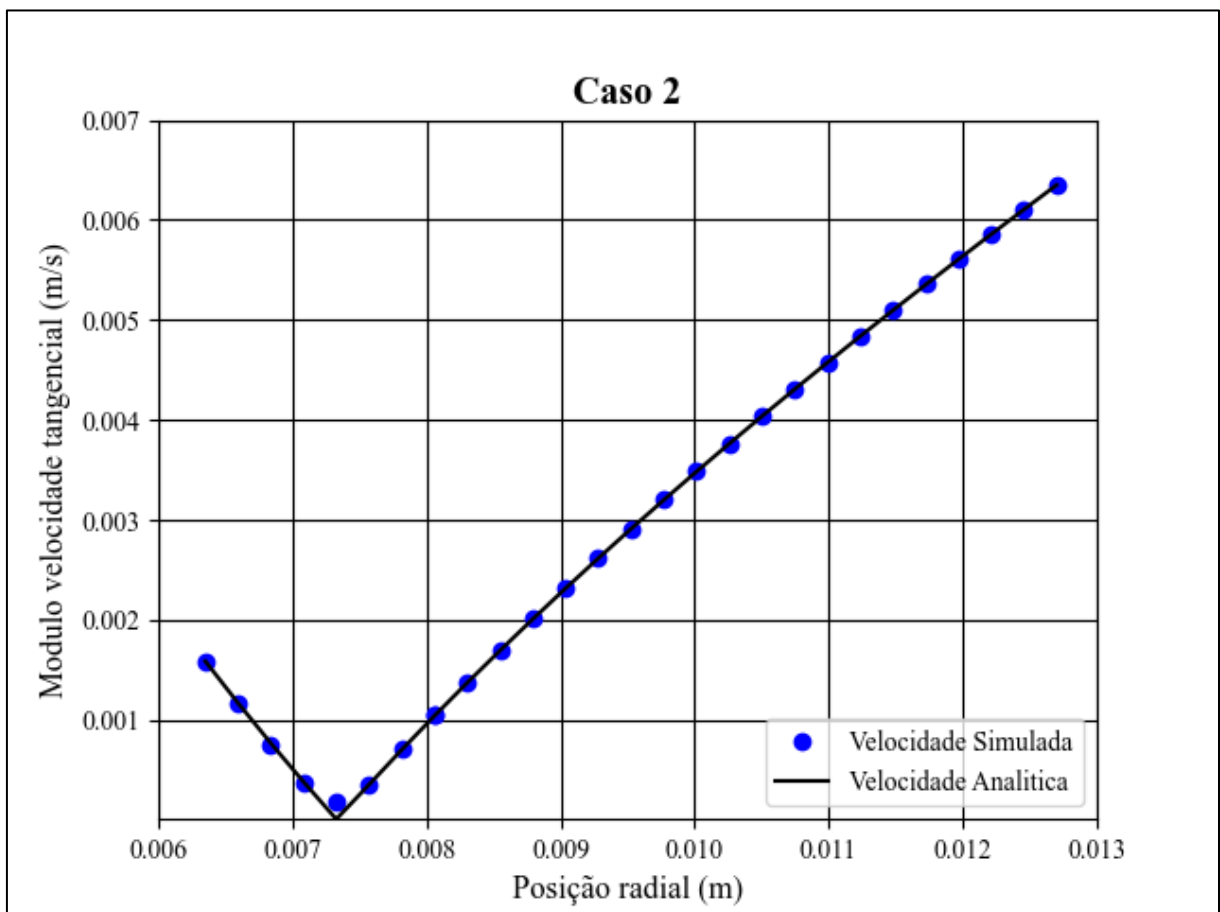
0,007327 m na simulação, onde, segundo o resultado analítico, a posição radial de mudança de sentido é 0,007332 m. Após esse ponto, a velocidade torna-se ascendente até alcançar seu valor máximo na parede externa (0,0127 m), registrando 0,006348 m/s na simulação e 0,006350 m/s no cálculo analítico. Esses resultados estão em conformidade com as expectativas dos resultados analíticos.

Retomando a equação de velocidade tangencial contida na Tabela 1, desta vez, para o caso 2 e substituindo os valores numéricos e usando módulo para verificar só a magnitude, tem-se a Equação 22.

$$|v_{\theta}| = \left| \frac{4,0323 * 10^{-5} (m^2/s)}{r} - \frac{0,75}{s} r \right| \quad (22)$$

A Figura 36 mostra o perfil analítico da velocidade tangencial para este caso, plotado usando a biblioteca *Python Matplotlib*.

Figura 36 - Perfil analítico da velocidade tangencial caso 2



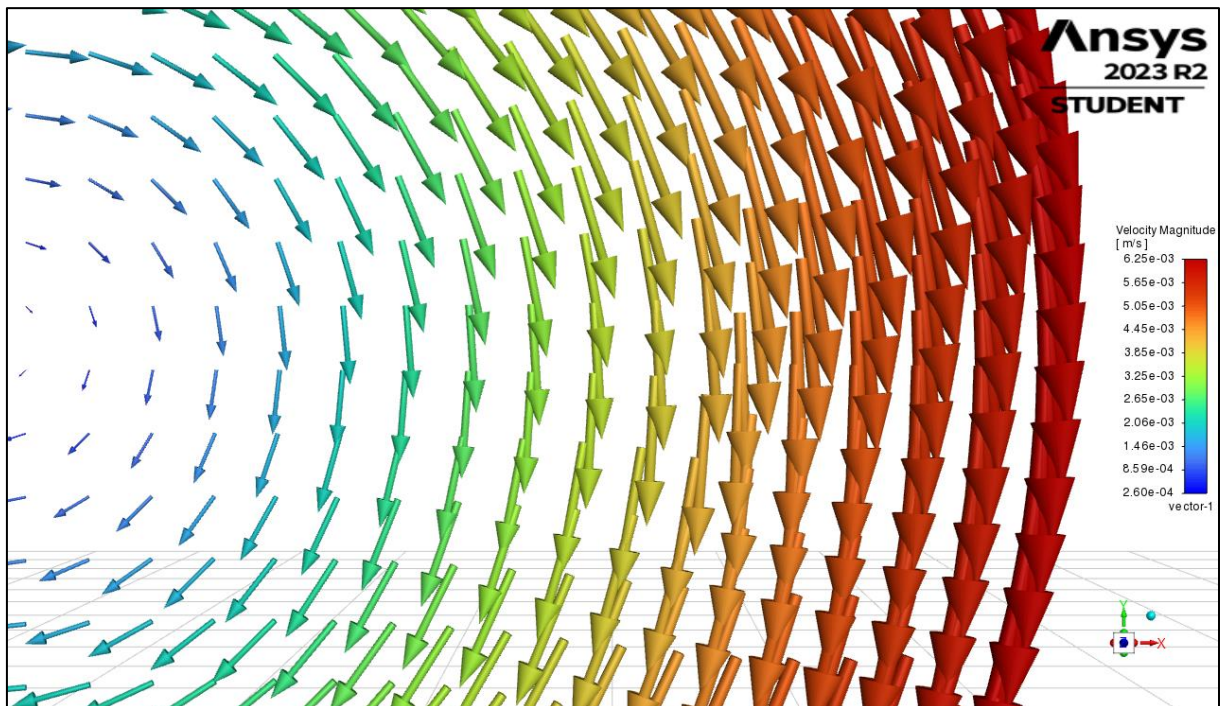
Fonte: Autoria própria

Comparando a Figura 36 com a Figura 35, é possível concluir que o perfil apresentado pela simulação é bem condizente com o perfil apresentado pela equação analítica.

4.3 Perfil de velocidades para o Caso 3

Assim como nos casos anteriores, primeiramente, foi analisado, no plano transversal na posição média do comprimento, o sentido dos vetores de velocidade tangencial ao longo do raio. Observando a Figura 37 foi possível verificar que o sentido da rotação dos vetores está plausível com a rotação da parede externa. Também foi possível observar que bem próximo do centro os vetores são pequenos e há o aumento gradual dos vetores de velocidade com o incremento da posição radial, sendo que apresentam maior tamanho próximo à parede.

Figura 37 - Representação dos vetores de velocidade tangencial para o Caso 3.



Fonte: Autoria própria.

Ao utilizar a configuração de malha 4, que possui 152,40 mil elementos e que foi a escolhida para analisar o caso, foi possível identificar 18 pontos distribuídos ao longo da direção radial do cilindro (eixo X), conforme apresentado na Tabela 10. Os dados contidos nessas tabelas foram obtidos de maneira análoga aos casos anteriores.

Tabela 10 - Comparação das velocidades analíticas e simuladas para o Caso 3.

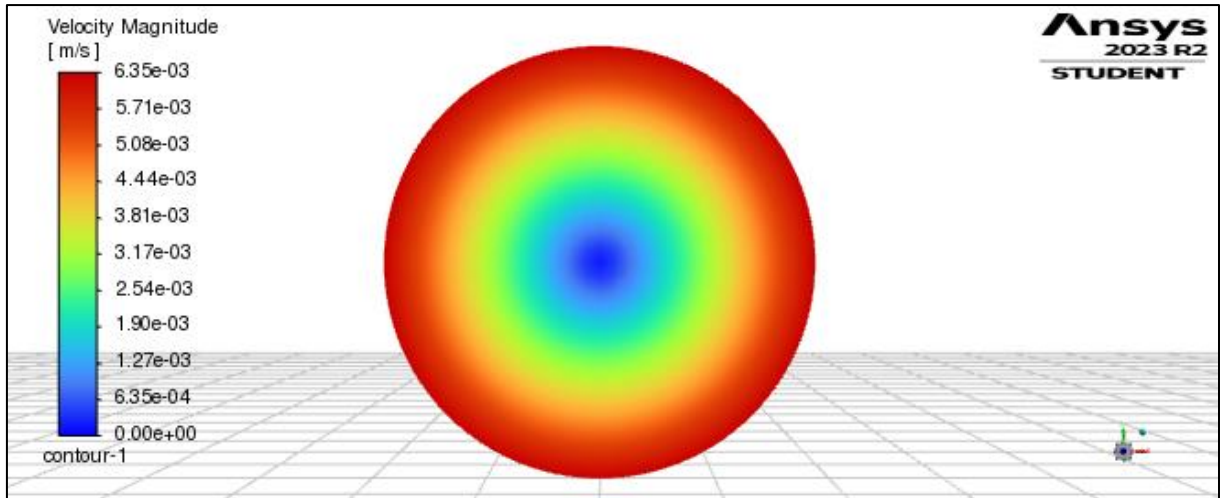
Posição radial (m)	Velocidade analítica (m/s)	Velocidade Simulada (m/s)	Desvio
0,000000	0,000000	0,000262	0,026%
0,000747	0,000374	0,000423	13,370%
0,001494	0,000747	0,000765	2,370%
0,002241	0,001121	0,001127	0,577%
0,002988	0,001494	0,001494	0,001%
0,003735	0,001868	0,001863	0,229%
0,004482	0,002241	0,002234	0,321%
0,005229	0,002615	0,002606	0,344%
0,005976	0,002988	0,002979	0,323%
0,006724	0,003362	0,003353	0,259%
0,007471	0,003735	0,003730	0,155%
0,008218	0,004109	0,004102	0,165%
0,008965	0,004482	0,004471	0,250%
0,009712	0,004856	0,004849	0,150%
0,010459	0,005229	0,005226	0,056%
0,011206	0,005603	0,005603	0,006%
0,011953	0,005976	0,005978	0,029%
0,012700	0,006350	0,006348	0,034%
Desvio médio			1,037%

Fonte: Autoria própria.

Ao analisar a tabela acima é possível perceber somente um ponto em que o desvio se mostrou maior (13,370%) do que os demais, mas no geral este resultado não impactou significativamente o desvio médio.

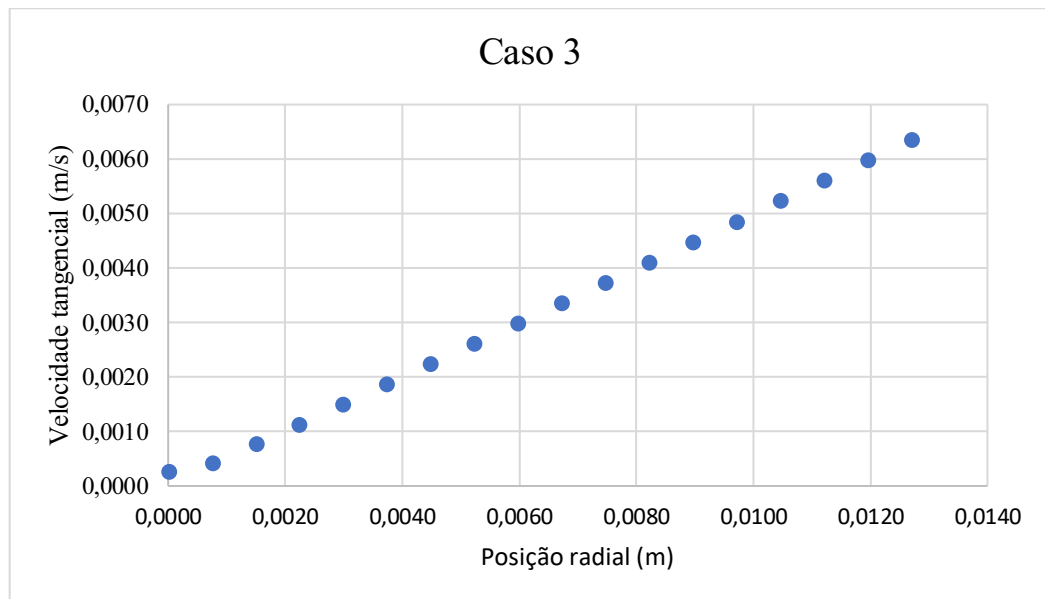
Assim como para o Caso 2, para uma melhor visualização do comportamento da velocidade, foram utilizadas a visualização *Countours* e novamente a ferramenta *XY Plot*, para gerar tais visualizações das Figura 38 e Figura 39, respectivamente.

Figura 38 - Contornos de velocidade para o Caso 3.



Fonte: Autoria própria.

Figura 39 - Módulo da velocidade em relação à posição radial para o Caso 3.



Fonte: Autoria própria.

Observando a Figura 39 foi possível verificar um comportamento quase linear. Retomando a equação de velocidade tangencial para o caso 3, presente na Tabela 1, e substituindo o valor numérico de velocidade angular (0,5 rad/s), obteve-se a equação 23.

$$|v_{\theta}| = |0,5r| \quad (23)$$

Realizando o ajuste linear dos pontos experimentais obteve-se a equação 24.

$$|v_{\theta}| = |0,4922r + 6 \cdot 10^{-5}| \quad (24)$$

Comparando as duas equações é possível perceber que a reta obtida através do ajuste dos pontos experimentais, com um valor de R^2 igual a 0,9992, possui o coeficiente angular bem próximo ao da equação analítica e é quase uma reta perfeita, e, portanto, pode-se dizer que os resultados da simulação são bem-sucedidos em representar os cálculos analíticos.

5 CONCLUSÃO

Foi possível comparar perfis de velocidade estimados numericamente, via fluidodinâmica computacional (CFD), com perfis obtidos analiticamente, por simplificação algébrica das equações de transporte, aplicadas as devidas condições de contorno, para três casos distintos de escoamentos rotacionais, unidirecionais, estacionários, laminares, isotérmicos e incompressíveis. Os desvios médios entre as soluções numéricas e analíticas foram:

- Para o Caso 1 (cilindros concêntricos rotacionando no mesmo sentido, com velocidades angulares distintas): 0,046%.
- Para o Caso 2 (cilindros concêntricos rotacionando em sentidos opostos, com velocidades angulares distintas): 0,397%.
- Para o Caso 3 (tubulação de seção reta circular com parede rotacionando): 1,037%.

Tendo em vista esses resultados, é perceptível que os desvios médios apresentados foram geralmente baixos. O Caso 1, em particular, exibiu o menor desvio, enquanto os Casos 2 e 3 mostraram desvios ligeiramente mais elevados, mas que ainda assim poderiam ser menores do que desvios encontrados em experimentos práticos. Essa disparidade entre os Casos pode ser atribuída à presença da região de mudança de sentido da velocidade tangencial, onde a velocidade se aproxima de zero. Nas configurações utilizadas, essa região específica mostrou-se desafiadora para produzir resultados precisos, resultando em desvios significativos de até 2141,12%, mas que representam apenas um único ponto de velocidade nos resultados, o que não interferiu na análise geral.

Além disso, para todos os casos foi possível extrair gráficos de contornos e de perfis de velocidade simulados, o que cumpriu com o objetivo deste trabalho de subsidiar material didático para outros estudantes de graduação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ansys Fluent Project # 29: CFD Analysis of Shell and Tube Heat Exchanger. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=jwdNeW690MI>>. Acesso em: 11 fev. 2024.

BIRD, Robert. et al. Introductory Transport Phenomena. 1st Edition. Wiley. 2014

BLAZEK, J. Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications. 3rd Edition. Elsevier. 2005

CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. (1999), Non-Newtonian Flow in the Process Industries: Fundamentals and Engineering Applications, Oxford: Butterworth-Heinemann.

FOX, R.W.; Mc DONALD, A.T. Introduction to Fluid Mechanincs. 8th edition. Wiley. 2011.

SOUZA, IGOR. Estudo fluidodinâmico em regime laminar de escoamentos em uma região anular cilíndrica com movimento angular. 2021

Jiyuan Tu, Guan-Heng Yeoh, Chaoqun Liu. Computational Fluid Dynamics: A Practical Approach. 3rd Edition. Elsevier. 2018.

LARDINOIS, Frederic, IBM Launches New Mainframe With Focus On Security And Hybrid Cloud. 2016. Disponível em: <<https://techcrunch.com/2016/02/15/ibm-launches-new-mainframe-with-focus-on-security-and-hybrid-cloud/>>. Acesso em: 04 fev. 2024.

REIS, E.A., REIS I.A. Análise Descritiva de Dados. Relatório Técnico do Departamento de Estatística da UFMG (2002).

Simulation Example - Cyclone Separator. Disponível em: <<https://courses.ansys.com/index.php/courses/fluid-kinematics/lessons/simulation-examples-homework-and-quizzes-2/topic/simulation-example-cyclone-separator/>>. Acesso em: 11 fev. 2024.

SLAGTER, Wim, Accelerating Fluids Engineering Simulations up to 18x Faster. 2023. Disponível em: <<https://www.ansys.com/blog/accelerate-fluent-simulations-with-amd-epyc-on-ansys-gateway-powered-by-aws>>. Acesso em: 16 dez. 2023.

VERSTEEG, H, K; MALALASEKERA, W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. 2nd Edition, Pearson. 2007.