



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



**MARCOS VINÍCIOS SILVESTRE**

**CFD APLICADO AO ESCOAMENTO ROTACIONAL LAMINAR E ISOTÉRMICO  
PARA FLUIDOS DE BINGHAM EM REGIÃO ANULAR**

**UBERLÂNDIA**

**2023**

**MARCOS VINÍCIOS SILVESTRE**

**CFD APLICADO AO ESCOAMENTO ROTACIONAL LAMINAR E ISOTÉRMICO  
PARA FLUIDOS DE BINGHAM EM REGIÃO ANULAR**

Monografia de graduação apresentada à Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários para a aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso do curso de Engenharia Química.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Yanne Novais Kyriakidis

**UBERLÂNDIA**

**2023**

## AGRADECIMENTOS

Agradeço do fundo do meu coração a todas as pessoas que tornaram possível a realização deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Este projeto representou uma jornada significativa na minha vida acadêmica, e não teria sido possível sem o apoio e contribuição de muitos.

Primeiramente, quero expressar minha sincera gratidão a Deus, por ter sobrevivido a esse ano cheio de oportunidades e trabalho. Sem a sua graça e bênçãos, esta jornada não teria sido possível. Agradeço a Deus por me conceder força, paciência e motivação ao longo deste percurso desafiador e me fazer chegar aonde cheguei, que este TCC seja apenas o primeiro passo de muitos outros.

Também, gostaria de agradecer à minha orientadora, Yanne Novais Kyriakidis, por seu apoio e sabedoria ao longo deste processo. Seus *insights* e *feedbacks* foram inestimáveis e fundamentais para a realização deste trabalho.

Ademais, estender meus agradecimentos aos meus amigos Jayc Castro e Vinícius Silva, que me apoiaram de várias maneiras durante esta jornada, vocês foram essenciais para minha formação como pessoa e profissional, como também, não posso deixar de mencionar a contribuição dos meus amigos e tutores do PET-EQ, cujo suporte foi fundamental para o meu desenvolvimento além dos cadernos.

Por fim, quero agradecer à minha família de não ter poupado investimento intelectual e assim, dedico este TCC à minha fonte de inspiração e motivação, meu pai João Silvestre, que sempre acreditou em mim e me incentivou a perseguir meus sonhos e objetivos, antes mesmo de eu considerá-los realizáveis.

## RESUMO

A mecânica dos fluidos é uma ciência fundamental na engenharia, pois fornece os princípios e as técnicas necessários para projetar sistemas e dispositivos fluidodinâmicos que funcionem de maneira eficaz, segura e eficiente em uma ampla gama de aplicações. Ela desempenha um papel crítico na engenharia moderna, contribuindo para o progresso tecnológico e o desenvolvimento de soluções inovadoras. Dessa maneira, o presente trabalho teve o objetivo de estudar o escoamento laminar de fluidos de Bingham em região anular, em que temos a parede interna rotacionando e a externa estacionária e assim, observar o comportamento desses fluidos com diferentes tensões críticas de cisalhamento e diferentes viscosidades aparentes. Assim, foi analisado o comportamento dos fluidos por meio de simulações fluidodinâmicas computacionais (CFD) utilizando os *softwares* GAMBIT e Ansys Fluent Student para criar a geometria, malha e realizar as simulações, o que permitiu uma comparação entre os perfis de velocidade tangencial ao longo da região anular com a solução algébrica obtida através das Equações de Transporte. Os resultados obtidos tanto via CFD quanto solução analítica mostraram-se próximos, com desvio médio de no máximo 2,63% para a velocidade tangencial, considerando essas duas abordagens. Em suma, notou-se que os fluidos que possuem o mesmo número de Bingham se comportam de maneira semelhante em relação ao escoamento viscoso quando submetidos a forças cisalhantes, apresentando assim o mesmo perfil de velocidade. Desse modo, quanto maior a tensão crítica de cisalhamento, maior será a resistência do fluido ao escoamento, em que o aumento na tensão crítica de cisalhamento do fluido de Bingham se torna mais pronunciado à medida que se afasta da parede interna, devido à dissipação de força que ocorre até atingir a parede externa, onde a velocidade tangencial tende a zero. Por fim, o estudo revelou resultados favoráveis na simulação do caso, demonstrando uma concordância notável quando comparado com as soluções algébricas.

**Palavras-chave:** Fluido de Bingham, escoamento anular, tensão crítica de cisalhamento, viscosidade aparente, simulação CFD.

## ABSTRACT

Fluid mechanics is a fundamental science in engineering, as it provides the principles and techniques needed to design fluid dynamic systems and devices that work effectively, safely and efficiently in a wide range of applications. It plays a critical role in modern engineering, contributing to technological progress and the development of innovative solutions. The aim of this work was to study the laminar flow of Bingham fluids in an annular region, where the inner wall is rotating and the outer wall is stationary, and to observe the behavior of these fluids with different critical shear stresses and different apparent viscosities. Thus, the behavior of the fluids was analyzed by means of computational fluid dynamics (CFD) simulations using the GAMBIT and Ansys Fluent Student software to create the geometry, mesh and perform the simulations, which allowed a comparison between the tangential velocity profiles along the annular region with the algebraic solution obtained through the Transport Equations. The results obtained both via CFD and analytical solution were close, with an average deviation of no more than 2.63% for the tangential velocity, considering these two approaches. In short, it was noted that fluids with the same Bingham number behave in a similar way in relation to viscous flow when subjected to shear forces, thus presenting the same velocity profile. Thus, the higher the critical shear stress, the greater the fluid's resistance to flow, where the increase in the critical shear stress of the Bingham fluid becomes more pronounced as it moves away from the inner wall, due to the dissipation of force that occurs until it reaches the outer wall, where the tangential velocity tends to zero. Finally, the study revealed favorable results in the simulation of the case, showing remarkable agreement when compared to the algebraic solutions.

**Keywords:** Bingham fluid, annular flow, critical shear stress, apparent viscosity, CFD simulation.

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $L$  – Comprimento do cilindro (m)
- $D_2$  – Diâmetro do cilindro externo (m)
- $D_1$  – Diâmetro do cilindro interno (m)
- $\delta$  – Espaço anular (m)
- $g$  – Gravidade ( $m/s^2$ )
- $m$  – Índice de consistência ( $Pa \cdot s^n$ )
- $n$  – Índice de potência (-)
- $\rho$  – Massa específica ( $kg/m^3$ )
- $Re$  – Número de Reynolds (-)
- $Ta$  – Número de Taylor (-)
- $\theta$  – Posição angular (rad)
- $z$  – Posição axial (m)
- $r$  – Posição radial (m)
- $P$  – Pressão (Pa)
- $R$  – Raio externo (m)
- $k$  – Relação entre o raio externo e interno (-)
- $\dot{\gamma}_c$  – Taxa de cisalhamento crítica ( $s^{-1}$ )
- $\dot{\gamma}$  – Taxa de deformação ( $s^{-1}$ )
- $t$  – Tempo (s)
- $\tau_0$  – Tensão crítica de cisalhamento (Pa)
- $\tau$  – Tensão viscosa (Pa)
- $v_\theta$  – Velocidade angular do fluido (rad/s)
- $\Omega$  – Velocidade angular do cilindro interno (rad/s)

$v_z$  – Velocidade axial (m/s)

$V$  – Velocidade escalar (m/s)

$v_r$  – Velocidade radial (rad/s)

$\eta_0$  – Viscosidade aparente (Pa·s)

$\eta$  – Viscosidade dinâmica (Pa·s)

## SUMÁRIO

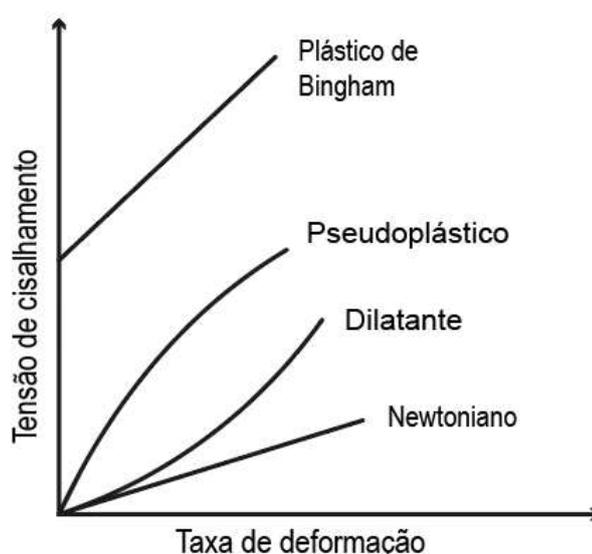
1	Introdução .....	8
1.1	Objetivos .....	11
2	Revisão Bibliográfica.....	12
2.1	Formulação do Problema para a Solução Algébrica .....	12
2.2	Escoamento de Taylor-Couette.....	16
2.3	Equações e Modelos para Fluidos de Bingham .....	18
3	Metodologia.....	20
3.1	Etapa de Pré-Processamento .....	20
3.1.1	Geometria .....	20
3.1.2	Malha .....	20
3.1.3	Condições de Contorno .....	22
3.2	Etapa de Processamento .....	22
3.3	Etapa de Pós-Processamento.....	24
3.4	Teste de Independência de Malha .....	24
4	Resultados e Discussão.....	26
5	Conclusão .....	34
5.1	Sugestões para Trabalhos Futuros .....	34
	<b>Referências</b> .....	<b>36</b>
	APENDICE A – Perfil de Velocidade para a Malha de 500 Mil Elementos.....	38

## 1 Introdução

A mecânica dos fluidos é uma ciência que caracteriza o comportamento de líquidos e gases tanto em repouso quanto em movimento, e esta definição de um fluido pode ser facilmente entendida quando se compara ao estado sólido da matéria. Ao se aplicar uma tensão de cisalhamento, um fluido irá se deformar de forma contínua e irreversível, diferentemente do que ocorre com um sólido, no qual não irá se deformar continuamente com o tempo (FOX *et al.*, 2003). Deste modo, os fluidos podem ser definidos conforme seu comportamento frente a uma tensão cisalhante, os quais são comumente classificados como fluidos newtonianos e não-newtonianos.

Para condições de temperatura, pressão e concentração constantes, os fluidos newtonianos, tais como água, ar e gasolina, possuem sua taxa de deformação linearmente proporcional à tensão cisalhante, enquanto nos fluidos não-newtonianos a tensão de cisalhamento não é diretamente proporcional à taxa de deformação, podendo ser classificados segundo suas propriedades reológicas (ÇENGEL e CIMBALA, 2012). Na Figura 1 mostra-se o comportamento reológico do fluido newtoniano e de fluidos não newtonianos independentes do tempo.

Figura 1 – Diagrama reológico esquemático dos fluidos.



Fonte: Adaptado de Fox *et al.* (2003).

Perante o exposto, o foco do presente estudo é voltado para a análise de uma categoria de fluido não-newtoniano denominada fluido de Bingham, ou fluido plástico

ideal. Este tipo de fluido possui propriedades reológicas independente do tempo de aplicação da tensão de cisalhamento, comportando-se como sólido em condições de repouso e passando a escoar somente quando a tensão aplicada supera uma tensão crítica característica do fluido (MUNSON *et al.*, 2004). Exemplificando, pode-se citar certos fluidos de poços de perfuração (DA SILVA *et al.*, 2019), algumas suspensões de argila, lama de perfuração e cremes dentais (FOX *et al.*, 2003), maionese, polpa de tomate, concreto (CASTRO *et al.*, 2011), entre outros.

Com esta perspectiva, verifica-se que os fluidos não-newtonianos apresentam um comportamento complexo, porém de grande importância para o desenvolvimento tecnológico em setores como a indústria petrolífera, farmacêutica e de cosméticos, alimentícia e civil (DA SILVA *et al.*, 2019). Apesar disso, não se encontram facilmente na literatura materiais didáticos e ilustrativos que explicitam o comportamento de tais fluidos.

Dessa forma, neste trabalho exploram-se diferentes fluidos de Bingham, investigando suas propriedades e comportamentos. Portanto, o objetivo da pesquisa foi analisar a influência da tensão crítica de cisalhamento e viscosidade aparente dos fluidos em escoamento laminar, permanente e isotérmico, contidos em uma região anular, no qual tem-se a parede interna rotacionando e a parede externa estacionária.

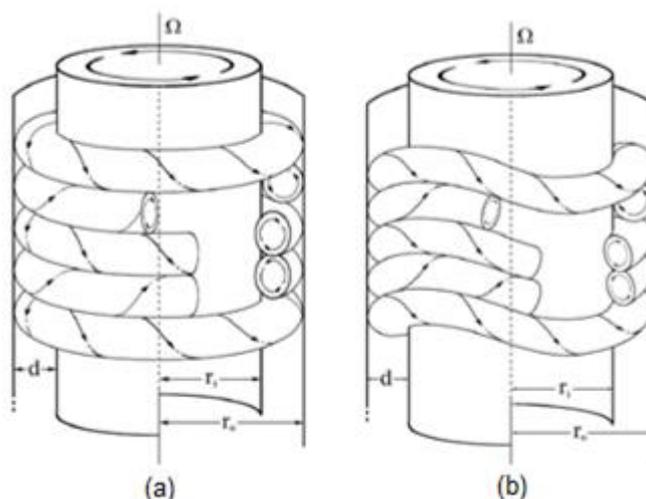
No decorrer deste estudo, exploram-se as características desses fluidos utilizando os princípios matemáticos que governam o sistema, tanto algebricamente como também em simulações fluidodinâmicas computacionais (CFD) para auxiliar no entendimento físico do problema. Além disso, abordam-se questões fundamentais relacionadas ao seu comportamento e às técnicas empregadas para sua análise, contribuindo para a compreensão e aplicação dos fluidos de Bingham em diversos campos, demonstrando a sua relevância e a necessidade de investigações aprofundadas.

Sabe-se que o regime de escoamento de um fluido depende principalmente das forças inerciais e das forças viscosas, relação apresentada pelo Número de Reynolds, o qual definirá o comportamento de um fluido em escoamento, sendo este laminar, de transição ou turbulento. Porém, um escoamento entre dois cilindros concêntricos com um fluido em movimento angular é mais bem caracterizado pelo

escoamento de Taylor-Couette, definido pela taxa de rotação dos dois cilindros, o tipo de fluido utilizado e a razão entre os raios dos cilindros (GOMES, 2018).

Dessa forma, é possível observar conforme mostrado na Figura 2, os vórtices de Taylor laminares e turbulentos. É possível também relacionar o adimensional de Taylor com o Número de Reynolds, a fim de se obter uma região de estabilidade para fins de comparação entre o resultado analítico e computacional.

Figura 2 – Vórtices de Taylor (a) laminar e (b) turbulento.



Fonte: Mike Minbiole e Richard M. Lueptow (2000).

É sabido que a geometria tem uma influência significativa no escoamento de fluidos, podendo afetar seu comportamento. Dessa forma, ela será de suma importância para determinar as condições de contorno e discretizar o domínio, como também na escolha de equações que melhor descrevem o sistema.

Neste trabalho foi considerado o escoamento entre cilindros rotativos, em que há uma série de aplicações práticas utilizando fluidos com tensão de cisalhamento inicial. Como exemplo citam-se: poços de perfuração de petróleo, em que a broca é presa a um cilindro interno que gira rapidamente no poço perfurado; processos de fabricação de papel, em que as fibras são fracionadas em telas de pressão nas quais a suspensão flui axialmente no espaço anular entre um cilindro giratório interno e uma parede porosa externa; e trocadores de calor rotativos, em que o fluido escoar entre cilindros rotativos (LANDRY et al., 2006).

Além disso, as técnicas de análise via CFD são de suma importância nas previsões de engenharia que envolvem escoamento de fluidos, auxiliando na

investigação fenomenológica e somando ao modelo teórico e resultados experimentais, evitando gastos desnecessários com medições ou determinações de projetos reais (FORTUNA, 2000). Desse modo, ao criar a geometria, estabelecer a malha e, posteriormente, realizar a simulação, é possível obter soluções numéricas e apresentar resultados visuais que simplificam a compreensão do escoamento, enriquecendo assim o aspecto didático da literatura.

## 1.1 Objetivos

Posto isto, este trabalho teve como objetivo analisar o comportamento de fluidos de Bingham em escoamento laminar rotativo entre dois cilindros concêntricos. Para isso, teve-se como objetivos específicos:

- estudar o comportamento de fluidos de Bingham com diversas tensões críticas de cisalhamento e diferentes viscosidades aparentes;
- determinar a solução algébrica do problema, a partir da simplificação das Equações da Continuidade e da Quantidade de Movimento;
- estimar soluções numéricas via Fluidodinâmica Computacional (CFD), de modo a visualizar o efeito da tensão crítica de cisalhamento e da viscosidade aparente no escoamento dos fluidos de Bingham;
- comparar os perfis de velocidade obtidos via CFD com aqueles obtidos de forma algébrica;
- prover recursos visuais que possam facilitar o entendimento do escoamento de um fluido não-newtoniano, de modo a agregar informações didáticas à literatura.

## 2 Revisão Bibliográfica

Os Fenômenos de Transporte tratam do estudo sistemático dos fenômenos físicos que envolvem a transferência de quantidade de movimento, energia e massa. Desta maneira, o conhecimento da natureza física de cada transporte permite o desenvolvimento de equações matemáticas específicas para a resolução de problemas.

A modelagem de problemas na engenharia pode ser abordada tanto experimentalmente quanto teoricamente. Na primeira abordagem, é definido o problema e são identificadas as variáveis importantes, são feitas hipóteses e aproximações razoáveis e aplicadas as leis físicas relevantes para a sua resolução. Na segunda, o problema é resolvido usando técnicas de solução apropriadas e condições iniciais e de fronteiras (ÇENGEL e CIMBALA, 2012).

Com o advento do computador digital, pôde-se empregar técnicas computacionais para se obter a solução numérica das equações de Navier-Stokes, que são equações diferenciais que descrevem o escoamento de fluidos (FORTUNA, 2000). Apesar disso, o uso de métodos numéricos por meio de pacotes de aplicativos de engenharia não implica que as análises experimentais e teóricas sejam postas de lado, mas sim que as simulações sejam utilizadas como um complemento para se obter informações sobre o escoamento.

### 2.1 Formulação do Problema para a Solução Algébrica

Com a finalidade de descrever um escoamento rotacional laminar para um fluido de Bingham em região anular, ponderam-se as hipóteses pertinentes para a resolução do problema, utilizou-se da Equação da Continuidade e então aplicaram-se as condições na Equação do Movimento. As hipóteses adotadas, descritas pelas Equações (1) a (10), são apresentadas a seguir.

Desconsideração da influência da gravidade:

$$g = 0 \quad (1)$$

Por se tratar de uma análise em estado estacionário, as derivadas parciais em relação ao tempo são nulas:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_{\theta}}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

Velocidade radial nula devido ao fato de os tubos serem maciços:

$$v_r = 0 \quad (4)$$

Velocidade axial nula porque as tampas do cilindro estão vedadas:

$$v_z = 0 \quad (5)$$

A análise é feita longe das extremidades do cilindro, assim a derivada parcial da velocidade angular em relação à longitude é nula:

$$\frac{\partial v_{\theta}}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

Por não haver gradiente de pressão na direção circunferencial, a derivada parcial da pressão em relação ao ângulo é nula:

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad (7)$$

Devido à força tensora estar sendo aplicada tangencialmente, ou seja, na área perpendicular ao raio, o gradiente de velocidade angular ocorre apenas na direção radial, portanto, os tensores  $\tau_{\theta\theta}$  e  $\tau_{z\theta}$  são nulos:

$$\tau_{\theta\theta} = 0 \quad (8)$$

$$\tau_{z\theta} = 0 \quad (9)$$

$$\tau_{\theta r} - \tau_{r\theta} = 0 \quad (10)$$

A posição radial pode ser expressa em termos de uma porcentagem do raio externo  $R$ , sendo  $k$  a relação entre os raios interno e externo, definido como 0,5 para o caso em estudo, apresentados na Equação (11) e (12)

$$kR \leq r \leq R \quad (11)$$

$$k = \frac{R_{interno}}{R_{externo}} = 0,5 \quad (12)$$

Desenvolveu-se a Equação da Continuidade em coordenadas cilíndricas, descrita pela Equação (13) com as hipóteses mencionadas acima, obtendo-se deste jeito, as Equações (14) e (15).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} (\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (15)$$

Logo, fica perceptível que a velocidade angular não varia em relação à posição circunferencial, dependendo apenas da posição radial devido à simetria de rotação em torno do eixo central.

Agora, para o problema em questão, pode-se simplificar a Equação do Movimento em coordenadas cilíndricas, expressa na Equação (16), com as condições pertinentes, para então obter as Equações (17) e (18).

$$\rho \left[ \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r} \right] = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} - \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{\tau_{\theta r} - \tau_{r\theta}}{r} \right] + \rho g \quad (16)$$

$$-\frac{1}{r^2} \frac{dr^2 \tau_{r\theta}}{dr} = 0 \quad (17)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{C_1}{r^2} \quad (18)$$

Por definição, a lei constitutiva em coordenadas cartesianas que descreve a deformação de um fluido de Bingham é dada pela Equação (19), em que  $\tau_0$  é a tensão crítica de cisalhamento do fluido:

$$\begin{cases} \tau = \tau_0 + \eta_0 \frac{dv_x}{dy} & \text{para } \tau \geq \tau_0 \\ \frac{dv_x}{dy} = 0 & \text{para } \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (19)$$

Para coordenadas cilíndricas, o tensor é representado pela Equação (20):

$$\begin{cases} \tau_{r\theta} = \tau_0 + \eta_0 r \frac{d}{dr} \left( -\frac{v_\theta}{r} \right) & \text{para } \tau \geq \tau_0 \\ v_\theta = 0 & \text{para } \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (20)$$

Deste modo, igualando-se a Equação (18) e (20), pelo desenvolvimento da Equação (21) tem-se a Equação (22), que demonstra como a velocidade angular varia em relação ao raio, a qual será fundamental para o estudo de caso deste trabalho.

$$\tau_0 - \eta_0 r \frac{d}{dr} \left( \frac{v_\theta}{r} \right) = \frac{\mathbb{C}_1}{r^2} \quad (21)$$

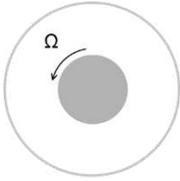
$$v_\theta = \frac{\mathbb{C}_1}{2\eta_0 r} + \frac{r\tau_0 \ln|r|}{\eta_0} + r\mathbb{C}_2 \quad (22)$$

Percebe-se que, para esse sistema, a solução algébrica está atrelada às constantes  $\mathbb{C}_1$  e  $\mathbb{C}_2$ , as quais são obtidas para o caso em análise por meio das condições de contorno (CC) relativas às paredes dos cilindros.

Sabe-se que a relação entre a velocidade escalar ( $V$ ) e velocidade angular ( $\Omega$ ) é dada em função da posição radial, conforme mostrado na Equação (23). Com isso, tem-se o Quadro 1, em que se especificam as condições de contorno de velocidade escalar aplicadas às paredes interna e externa deste estudo de caso, respectivamente representadas por CC1 e CC2.

$$V = \Omega r \quad (23)$$

Quadro 1 – Condições de contorno impostas para o caso em estudo.

Caso	CC1	CC2
	$V(r = kR) = \Omega kR$	$V(r = R) = 0$

Fonte: O Autor (2023).

Desta forma, aplicando-se as condições de contorno do Quadro 1 na Equação (22), são obtidas as constantes  $\mathbb{C}_1$  e  $\mathbb{C}_2$  descritas no Quadro 2, que serão utilizadas posteriormente para representar o caso em análise.

Quadro 2 – Constantes determinadas para o estudo de caso.

$C_1$	$C_2$
$(\Omega\eta_0 - \tau_0 \ln k ) \left( \frac{-2k^2 R^2}{k^2 - 1} \right)$	$\left( \Omega - \frac{\tau_0}{\eta_0} \ln k  \right) \left( \frac{k^2}{k^2 - 1} \right) - \frac{\tau_0}{\eta_0} \ln R $

Fonte: O Autor (2023).

Assim sendo, a equação geral pode ser desenvolvida para que represente o caso estudado conforme pode ser verificado na Equação (24), na qual a solução algébrica demonstra como a velocidade angular varia com a posição radial.

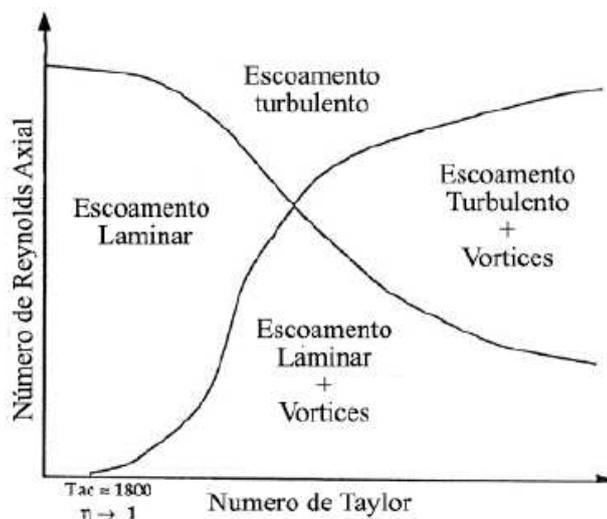
$$v_\theta = \left( \Omega - \frac{\tau_0}{\eta_0} \ln k \right) \left[ \frac{k^2(r^2 - R^2)}{r(k^2 - 1)} \right] + \frac{\tau_0}{\eta_0} r \ln \left| \frac{r}{R} \right| \quad (24)$$

## 2.2 Escoamento de Taylor-Couette

No escoamento de Taylor-Couette, o fluido flui entre dois cilindros concêntricos que giram de maneira independente. Na maioria dos estudos sobre o escoamento de Taylor-Couette, a configuração envolve o cilindro interno em rotação, enquanto o cilindro externo permanece estacionário (GOMES, 2018). Em determinados casos, ocorre a formação de vórtices e, desta maneira, as principais categorias de regime de escoamento compreendem os fluxos laminar e turbulento, com ou sem a presença dos vórtices de Taylor.

Em geral, entende-se que em casos de escoamentos nos quais os vórtices de Taylor não se formam, os padrões de fluxo se aproximam daqueles observados em dutos com velocidade radial (FÉNOT *et al.*, 2011). Portanto, é possível estabelecer uma relação entre o número de Reynolds Axial com o número de Taylor, conforme ilustrado na Figura 3 a seguir.

Figura 3 – Relação entre o número de Reynolds e Taylor.



Fonte: Adaptado de Fénót *et al* (2011).

O número de Taylor, um parâmetro adimensional, quantifica a relação entre as forças centrífugas e as forças viscosas presentes no escoamento. Como foi demonstrado por Kádár e Balan (2012), pode-se definir o adimensional de Taylor pela Equação (25) abaixo, em que  $\delta$  representa a largura do espaço anular e  $\Omega$  a velocidade angular do cilindro interno.

$$Ta = \frac{\rho^2 k R \Omega^2 \delta^3}{\eta^2} \quad (25)$$

Sendo assim, o número de Taylor é frequentemente preferido ao número de Reynolds, apresentado na Equação (26), devido à sua interpretação, o qual representa melhor o escoamento (FÉNÓT *et al.*, 2011).

$$Re = \frac{\rho \Omega k R \delta}{\eta} \quad (26)$$

Por fim, diferentes regimes de fluxo são identificados com base no número crítico de Taylor, que é alcançado quando o rotor atinge uma velocidade crítica, levando à desestruturação do fluxo laminar e à formação dos vórtices de Taylor. Ressalta-se que, esses vórtices surgem de maneira periódica, contribuindo para a mistura e circulação do fluido. (FÉNÓT *et al.*, 2011).

Os fluxos de Taylor-Couette são comumente identificados em diversas aplicações de engenharia, como a lubrificação de mancais, resfriamento de máquinas rotativas, purificação de águas residuais industriais e a perfuração de poços de

petróleo. Um dos desafios mais significativos nas operações de perfuração é a limpeza do furo, e isso se torna evidente devido à formação de vórtices de Taylor em condições típicas de rotação de perfuração. Esses vórtices desempenham um papel essencial no levantamento da lama, que geralmente apresenta uma tensão de escoamento (JENG e ZHU, 2010).

### 2.3 Equações e Modelos para Fluidos de Bingham

A relação entre tensão de cisalhamento e gradiente de velocidade para fluidos newtonianos pode ser expressa pela Equação (27) em coordenadas cartesianas, porém, os três modelos mais comumente utilizados para fluidos de Bingham são os modelos de Bingham, Casson e Herschel-Bulkley (BIRD *et al.*, 2002).

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy} \quad (27)$$

Dessa forma, optou-se por utilizar o modelo de Herschel-Bulkley, como é mostrado em Bird *et al.* (2002), que descreve os fluidos viscoplásticos conforme a Equação (28). Os fluidos viscoplásticos, como o fluido de Bingham, possuem uma característica de comportamento viscoso apenas quando uma certa tensão crítica de cisalhamento é excedida.

$$\begin{cases} \tau_{yx} = \pm\tau_0 - m \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n-1} \frac{dv_x}{dy} & \text{para } \tau_{yx} \geq \tau_0 \\ \frac{dv_x}{dy} = 0 & \text{para } \tau_{yx} < \tau_0 \end{cases} \quad (28)$$

Assim, aplicando-se para o índice de potência ( $n$ ) um valor unitário e considerando o índice de consistência ( $m$ ) como a viscosidade aparente ( $\eta_0$ ) do fluido, obtém-se o modelo de Bingham descrito pela Equação (29). Portanto, empregou-se tal modelo para descrever o caso em estudo, resultando na obtenção da Equação (20) em coordenadas cilíndricas, desenvolvida anteriormente.

$$\begin{cases} \tau_{yx} = \pm\tau_0 - \eta_0 \frac{dv_x}{dy} & \text{para } \tau_{yx} \geq \tau_0 \\ \frac{dv_x}{dy} = 0 & \text{para } \tau_{yx} < \tau_0 \end{cases} \quad (29)$$

Ao considerar o conceito de um material que parece ter um comportamento sólido ou líquido, dependendo das circunstâncias, foi introduzido na mecânica dos fluidos o número de Bingham, um número adimensional utilizado para caracterizar o comportamento de fluidos viscoplásticos, que é definido como o quociente entre a tensão de cisalhamento inicial necessária para fazer o fluido começar a fluir e a viscosidade do fluido após o início do fluxo.

O número de Bingham foi introduzido em 1922, por Eugene Bingham, um engenheiro químico, que, a partir da publicação do livro *Fluidity and Plasticity* (McGraw Hill, New York, 1922) marcou o início da sua pesquisa sobre o comportamento de fluidos viscoplásticos e a introdução do número de Bingham, apesar de uma discussão sobre o assunto ter sido realizada pelo referido autor em 1916 (COUSSOT, 2017).

Deste modo, como destacado por Landry *et al.* (2006), o número de Bingham ( $B$ ) pode ser definido conforme a Equação (30), para o caso em que temos o escoamento entre dois cilindros concêntricos infinitamente longos que giram independentemente com velocidades angulares, sendo adotado por definição a velocidade angular do cilindro interno maior que zero.

$$B = \frac{\tau_0(R_2 - R_1)}{\eta_0 R_1 \Omega_1} \quad (30)$$

### 3 Metodologia

Para a análise do fenômeno físico em estudo via Fluidodinâmica Computacional (CFD), foi utilizado o *software* GAMBIT para a criação da geometria e da malha computacional. Então recorreu-se ao *software* Ansys Fluent Student para a obtenção das soluções numéricas representativas do escoamento. Por fim, interpretaram-se das simulações obtidas a fim de analisar e comparar a solução numérica com a obtida pela simplificação algébrica da Equação do Movimento. Comumente, uma análise em CFD pode ser fragmentada em três etapas conforme descritas a seguir.

#### 3.1 Etapa de Pré-Processamento

Nessa etapa deve-se modelar a física do problema para que seja tratado computacionalmente; portanto foi criada a geometria, gerada a malha computacional e foram aplicadas as condições de contorno para o sistema, sendo mais bem explicados na sequência.

##### 3.1.1 Geometria

Para definir o domínio do problema, criou-se uma região cilíndrica anular pelo *software* GAMBIT capaz de confinar um fluido em escoamento. As dimensões estabelecidas para os cilindros concêntricos foram de 1,27 cm ( $\frac{1}{2}$  in) e 2,54 cm (1 in), respectivamente para o diâmetro do cilindro interno ( $D_1$ ) e externo ( $D_2$ ), tal valor foi escolhido justamente por atender uma vasta aplicação de projetos e equipamentos. O comprimento ( $L$ ) utilizado para os tubos foi de 25 cm para que não houvesse perturbações nos perfis de velocidade pelas extremidades estáticas do domínio em análise (SOUSA, 2021).

##### 3.1.2 Malha

Em uma análise numérica, o domínio do problema deve ser discretizado, isto é, dividido em volumes menores, nos quais a solução será obtida posteriormente. A esse conjunto de elementos discretos, dá-se o nome de malha. A malha computacional foi desenvolvida por meio do *software* GAMBIT em que se optou por

utilizar uma malha estruturada composta por elementos hexaédricos, devido à simplicidade da geometria utilizada, em três dimensões.

Para cada uma das malhas criadas foram utilizados diferentes valores nos parâmetros a fim de se obter a quantidade de células ou elementos desejados. Foi aplicado *Interval Count* para a aresta interna e externa em uma das faces do cilindro, sendo que este parâmetro representa a quantidade de pontos em torno das bordas da geometria. Além do mais, tanto na face quanto no comprimento, definiu-se o *Proj Intervals*, em que para a face representa a subdivisão entre o raio interno e externo e para o comprimento a quantidade de intervalos de uma borda a outra.

Os valores dos parâmetros da malha foram escolhidos com a finalidade de se manter as divisões proporcionais entre a face e comprimento e em ambos os casos se utilizou a malha do tipo *Quad Map*. Por fim, no volume aplicou-se uma malha do tipo *Hex/Wedge*, abrangendo toda a geometria, resultando na quantidade de células criadas conforme se observa no Quadro 3 abaixo. A visualização da geometria e da malha computacional construídas no *software* GAMBIT podem ser observadas na Figura 4 abaixo.

Quadro 3 – Parâmetros das malhas utilizadas.

Malha	Elementos	<i>Interval Count</i>	<i>Proj Intervals</i> Face	<i>Proj Intervals</i> Comprimento
1	$5 \cdot 10^5$	100	20	250
2	$7 \cdot 10^5$	100	25	280
3	$9 \cdot 10^5$	100	30	300

Fonte: O Autor (2023).

Figura 4 – Malha computacional gerada para o volume de controle.



Fonte: O Autor (2023).

### 3.1.3 Condições de Contorno

As condições de contorno são inseridas com o intuito de especificar o problema que será tratado. Como a simulação foi baseada no escoamento de um fluido em região anular, como condição de contorno definiram-se: paredes externas estacionárias e não porosas; e parede do cilindro interno rotacionando em torno do eixo axial, não havendo entrada ou saída de fluido.

### 3.2 Etapa de Processamento

Definido o volume de controle do sistema em análise, este foi exportado para o *software* Ansys Fluent Student para que as simulações fossem feitas, dessa forma, para a execução do *software* foi escolhida a dimensão 3D e a opção de dupla precisão para a solução numérica do problema.

A simulação foi realizada em regime estacionário e foram desprezados os efeitos da gravidade, com o perfil de velocidade sendo gerado por meio do valor absoluto da pressão. A fim de se manter o escoamento em regime laminar e estável, a velocidade angular aplicada na parede interna foi de 0,5 rad/s, de forma a evitar o surgimento de vórtices de Taylor, e a parede externa mantida estacionária. Além disso, optou-se por utilizar uma parede lisa, ou seja, sem rugosidade.

Para os fluidos analisados manteve-se a densidade constante no valor de referência da água a 20°C, ou seja, 998,2 kg·m<sup>-3</sup>. Além disso, utilizou-se o índice de potência ( $n$ ) igual a 1 para caracterizar o fluido de Bingham através do modelo de Herschel-Bulkley, variando-se a tensão crítica de cisalhamento e a viscosidade aparente dos fluidos, conforme dados da Tabela 1.

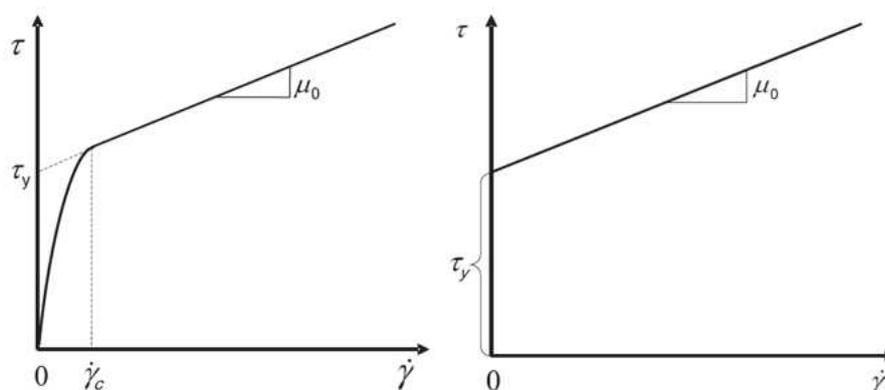
Tabela 1 – Propriedades dos fluidos de Bingham analisados.

Fluido	Viscosidade Aparente $\eta_0$ (Pa.s)	Tensão Crítica $\tau_0$ (Pa)	Número de Bingham ( $B$ )
1	$1,003 \cdot 10^{-3}$	$5,0150 \cdot 10^{-4}$	1,0
2	$1,003 \cdot 10^{-3}$	$5,5165 \cdot 10^{-4}$	1,1
3	$1,003 \cdot 10^{-3}$	$6,0180 \cdot 10^{-4}$	1,2
4	$9,118273 \cdot 10^{-4}$	$5,0150 \cdot 10^{-4}$	1,1
5	$8,357999 \cdot 10^{-4}$	$5,0150 \cdot 10^{-4}$	1,2

Fonte: O Autor (2023).

Com a finalidade de replicar o comportamento de um fluido de Bingham ideal, deve-se observar que a taxa de cisalhamento crítica ( $\dot{\gamma}_c$ ) depende crucialmente da tensão crítica de cisalhamento ( $\tau_0$ ) para garantir a estabilidade da simulação (GAO e FOURIE, 2015), sendo esta relação mais bem ilustrada na Figura 5. Assim recomenda-se utilizar a faixa de  $10^{-2}$  a  $10^{-3}$  s<sup>-1</sup> para esse parâmetro, adotando-se o último valor para as simulações deste trabalho.

Figura 5 – Relação da taxa de cisalhamento crítica e tensão crítica de cisalhamento para fluido de Bingham.



Fonte: GAO e FOURIE. (2015).

As configurações dos métodos de soluções mais adequados foram selecionadas conforme indicados no Quadro 4, garantindo assim, o menor valor de resíduo (ANSYS FLUENT, 2022).

Quadro 4 – Configurações dos métodos de soluções.

Acoplamento Pressão-Velocidade		SIMPLE
Discretização no Espaço	Gradiente	<i>Least Squares Cell Based</i>
	Pressão	PRESTO!
	Momento	QUICK

Fonte: O Autor (2023).

Por fim, em um estudo computacional é fundamental buscar uma solução numérica independente da malha, por conseguinte, testaram-se diferentes configurações com o objetivo de encontrar, dentro de um critério de tolerância, uma solução que não alteraria os resultados obtidos, com um critério de convergência de  $10^{-7}$  para as variáveis dos casos em estudo.

### 3.3 Etapa de Pós-Processamento

Terminada a etapa de processamento, foi feita a verificação dos resultados numéricos simulados, buscando interpretar os resultados obtidos em relação à física do problema e por comparação com resultados analíticos.

### 3.4 Teste de Independência de Malha

A análise de independência de malha visa avaliar como a malha afeta os resultados obtidos. Nesta etapa, examinaram-se as três malhas geradas quanto à tendência dos resultados do perfil de velocidade, comparando-os com os valores obtidos por meio da equação algébrica na mesma posição radial. Isso permitiu compreender a relação entre a velocidade simulada e o número de elementos usados na simulação.

Desta forma, foram simuladas as malhas hexaédricas apresentadas no Quadro 3 para investigar a influência da quantidade de elementos das malhas nos resultados obtidos. Os desvios médios são apresentados no Quadro 5, sendo 21, 26 e 34 pares de velocidade tangencial e posição radial gerados respectivamente para a malha 1, 2 e 3 para cada um dos fluidos simulados.

Então, optou-se por utilizar a malha 1 de 500 mil elementos para a análise dos resultados, pois não houve variação significativa nos desvios médios apresentados nas outras malhas, facilitando a convergência da simulação.

Quadro 5 – Comparação entre os desvios médios dos fluidos para as malhas simuladas.

Fluido	Malha		
	Malha 1 5·10 <sup>5</sup> elementos	Malha 2 7·10 <sup>5</sup> elementos	Malha 3 9·10 <sup>5</sup> elementos
1	0,96%	0,93%	0,97%
2 e 4	1,25%	1,10%	1,00%
3 e 5	2,63%	2,19%	1,80%

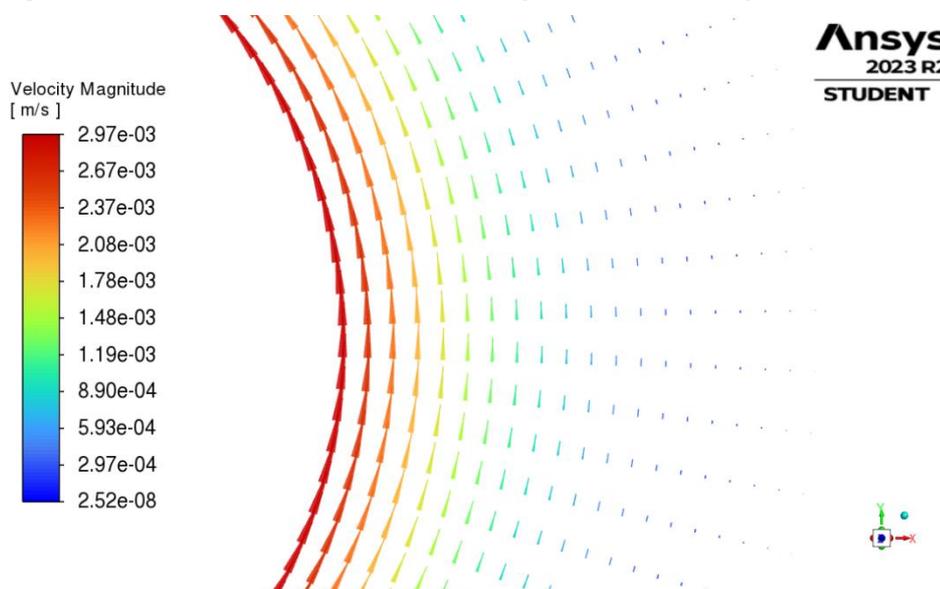
Fonte: O Autor (2023).

## 4 Resultados e Discussão

A aplicação Ansys Fluent, disponível no software Ansys Student 2023 R2, foi utilizada para as simulações, cujos resultados foram comparados com aqueles obtidos pela solução algébrica, a fim de verificar se a simulação fluidodinâmica representa o fenômeno físico em estudo para as hipóteses impostas para o problema. Dessa forma, são feitas comparações de perfil de velocidade tangencial a fim de verificar o comportamento do fluido de Bingham em uma região anular.

Como método de verificar a validade das condições de contorno estabelecidas para o caso, utilizou-se a ferramenta de gráficos de vetores para avaliar a direção da velocidade tangencial no cenário. Nesse contexto, tornou-se evidente que, em relação à direção de rotação, a simulação conseguiu representar adequadamente o fenômeno físico, pois, conforme se observa na Figura 6, o vetor velocidade não teve alteração na direção, sendo que seu valor foi diminuindo quanto maior a posição radial.

Figura 6 – Perfil de velocidade na seção transversal para o fluido 1.



Fonte: O Autor (2023).

Era previsível que esse fenômeno ocorresse, uma vez que o torque no fluido é maior nas proximidades da parede interna e diminui próximo à parede externa. Nessas regiões, a velocidade tangencial se aproxima de zero, uma condição observada em todos os fluidos analisados, e exemplificado pelo fluido 1.

Comparando-se os resultados obtidos entre a solução algébrica e a simulação, percebe-se que o desvio vai aumentando conforme distancia-se do raio interno do cilindro sendo os resultados em cada ponto obtido contidos no Apêndice A e apresentados os desvios médios para cada fluido na Tabela 2. Assim dizendo, ao considerar as configurações dos métodos de solução adotadas, a simulação reflete com maior precisão o comportamento do fluido nas imediações do raio interno.

Tabela 2 – Número de Bingham e desvio médio dos fluidos simulados.

Fluido	Número de Bingham	Desvio Médio (%)
Newtoniano	0	0,87
1	1,0	0,96
2 e 4	1,1	1,25
3 e 5	1,2	2,63

Fonte: O Autor (2023).

Pode-se observar que para os fluidos em que os valores do número de Bingham foram iguais, os desvios médios se mantiveram idênticos, ou seja, para relações em que a proporção entre  $\tau_0$  e  $\eta_0$  se mantém a mesma, mantendo constantes as outras variáveis citadas anteriormente, obter-se-ão os mesmos valores de velocidades para um determinado raio da região anular.

Tal fato pode ser reparado analisando a solução algébrica para o caso descrito na Equação (24), juntamente com a Equação (30), que representa o número de Bingham. Em ambas as equações pode-se observar que, mantida a relação proporcional entre o limite de tensão e a viscosidade aparente, o número de Bingham será o mesmo, assim como o perfil de velocidade obtido para o caso. Dessa forma, para as discussões subsequentes, considerar-se-ão apenas os fluidos 1, 2 e 3, constatando-se na Tabela 3 os dados dos perfis de velocidade de cada um deles.

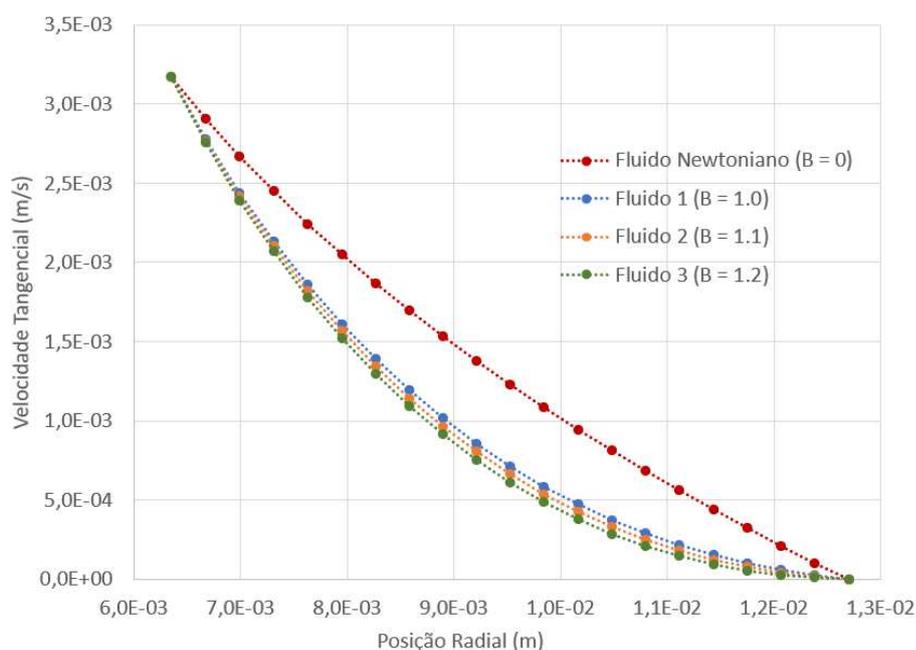
A fim de ilustrar os resultados obtidos, apresenta-se na Figura 7 uma comparação entre os perfis de velocidade simulados para os fluidos, levando em consideração apenas as posições radiais positivas, sendo as posições radiais negativas um espelho das positivas.

Tabela 3 – Perfil de velocidade simulada dos fluidos.

Posição Radial (m)	Newtoniano V Simulada (m/s)	Fluido 1 V Simulada (m/s)	Fluido 2 e 4 V Simulada (m/s)	Fluido 3 e 5 V Simulada (m/s)
6,35E-03	3,17E-03	3,17E-03	3,17E-03	3,17E-03
6,67E-03	2,91E-03	2,78E-03	2,77E-03	2,75E-03
6,99E-03	2,67E-03	2,44E-03	2,42E-03	2,39E-03
7,31E-03	2,45E-03	2,13E-03	2,10E-03	2,07E-03
7,63E-03	2,24E-03	1,86E-03	1,82E-03	1,78E-03
7,95E-03	2,05E-03	1,61E-03	1,57E-03	1,52E-03
8,26E-03	1,87E-03	1,39E-03	1,34E-03	1,30E-03
8,58E-03	1,70E-03	1,19E-03	1,14E-03	1,09E-03
8,89E-03	1,53E-03	1,02E-03	9,65E-04	9,13E-04
9,21E-03	1,38E-03	8,56E-04	8,04E-04	7,52E-04
9,53E-03	1,23E-03	7,13E-04	6,62E-04	6,11E-04
9,84E-03	1,08E-03	5,86E-04	5,36E-04	4,87E-04
1,02E-02	9,46E-04	4,74E-04	4,26E-04	3,79E-04
1,05E-02	8,13E-04	3,75E-04	3,31E-04	2,87E-04
1,08E-02	6,85E-04	2,89E-04	2,49E-04	2,10E-04
1,11E-02	5,61E-04	2,15E-04	1,80E-04	1,45E-04
1,14E-02	4,41E-04	1,52E-04	1,23E-04	9,41E-05
1,17E-02	3,25E-04	9,93E-05	7,70E-05	5,51E-05
1,21E-02	2,12E-04	5,75E-05	4,25E-05	2,80E-05
1,24E-02	1,02E-04	2,50E-05	1,78E-05	1,09E-05
1,27E-02	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Fonte: O Autor (2023).

Figura 7 – Velocidade tangencial dos fluidos em função da posição radial.



Fonte: O Autor (2023).

Neste contexto, pode-se observar que à medida que se aumenta o número de Bingham, para uma mesma posição radial, a velocidade tangencial é menor, ou seja, a resistência ao escoamento do fluido aumenta proporcionalmente ao raio. O torque imposto ao fluido pela parede interna rotacionando se manteve o constante; logo, era de se esperar uma queda na velocidade tangencial, na mesma posição radial, para fluidos com maior tensão crítica de cisalhamento, com o referido parâmetro descrito na Tabela 4 para cada fluido.

Tabela 4 – Tensão crítica dos fluidos.

Fluido	Tensão Crítica $\tau_0$ (Pa)
Newtoniano	0
1	$5,0150 \cdot 10^{-4}$
2 e 4	$5,5165 \cdot 10^{-4}$
3 e 5	$6,0180 \cdot 10^{-4}$

Fonte: O Autor (2023).

Ademais, comparando-se o perfil de velocidade dos fluidos em relação ao fluido newtoniano, nota-se a influência do limite de tensão conforme o fluido se distancia da parede interna, podendo-se constatar tais diferenças pela Tabela 5. Em outras palavras, para as hipóteses e condições utilizadas, os fluidos começam a ter um comportamento diferente na velocidade tangencial conforme se distanciam da parede interna, e tendem a zero em direção à parede externa (estacionária).

A interpretação do número de Bingham é que ele representa a resistência inicial do fluido ao fluxo, ou seja, quanto maior o número de Bingham, maior é a resistência inicial do fluido, o que significa que o fluido é mais rígido e requer uma força maior para iniciar o fluxo.

A principal diferença entre os fluidos analisados está na resposta ao aplicar uma força para que comece a fluir. Assim, constata-se que quanto maior a tensão limite de escoamento menor a velocidade tangencial para uma mesma posição radial, devido à dissipação da força ao se distanciar da parede interna.

Tabela 5 – Diferença no perfil de velocidade dos fluidos quando comparados ao fluido newtoniano.

Posição Radial (m)	Fluido 1 Diferença (%)	Fluido 2 e 4 Diferença (%)	Fluido 3 e 5 Diferença (%)
6,35E-03	0,00	0,00	0,00
6,67E-03	4,38	4,82	5,26
6,99E-03	8,67	9,54	10,41
7,31E-03	12,92	14,21	15,50
7,63E-03	17,17	18,89	20,60
7,95E-03	21,40	23,54	25,68
8,26E-03	25,53	28,08	30,63
8,58E-03	29,63	32,60	35,56
8,89E-03	33,72	37,10	40,46
9,21E-03	37,81	41,60	45,38
9,53E-03	41,88	46,07	50,25
9,84E-03	45,92	50,52	55,10
1,02E-02	49,93	54,94	59,91
1,05E-02	53,92	59,32	64,69
1,08E-02	57,87	63,66	69,42
1,11E-02	61,79	67,97	74,10
1,14E-02	65,67	72,22	78,69
1,17E-02	69,45	76,32	83,04
1,21E-02	72,92	79,99	86,79
1,24E-02	75,52	82,65	89,37
1,27E-02	0,00	0,00	0,00

Fonte: O Autor (2023).

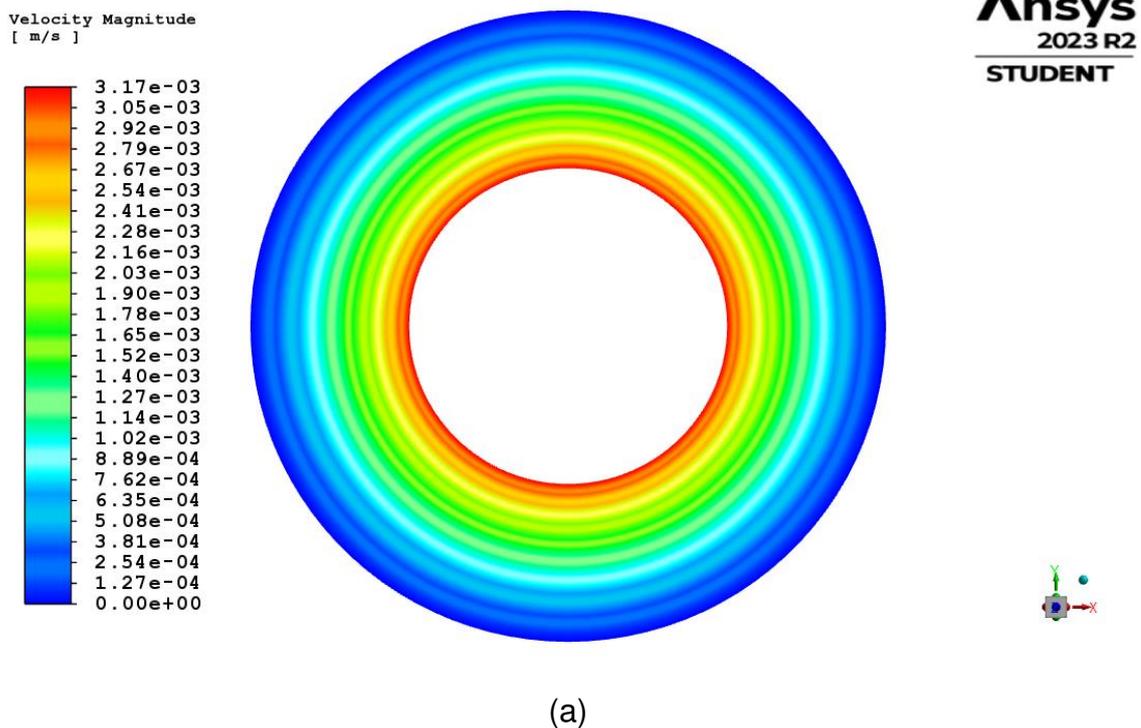
A modificação na tensão crítica nos fluidos de Bingham impacta significativamente os perfis de velocidade dos fluidos, já que é a quantidade mínima de tensão de cisalhamento necessária para iniciar o escoamento plástico do fluido. Na sequência discutem-se os efeitos observados conforme se altera a tensão limite de escoamento dos fluidos.

Com o aumento na tensão crítica de cisalhamento ( $\uparrow \tau_0$ ), o fluido requer mais força para começar a se deformar e fluir, ou seja, resultará em velocidades mais baixas ao longo da região anular, para uma velocidade angular constante do cilindro interno. Nesse caso, antes do início do escoamento plástico haverá uma região maior de deformação elástica, que é um comportamento observado quando se remove a força atuando sobre o fluido e este retorna à sua forma original, diferentemente da deformação plástica, em que não há recuperação da forma original.

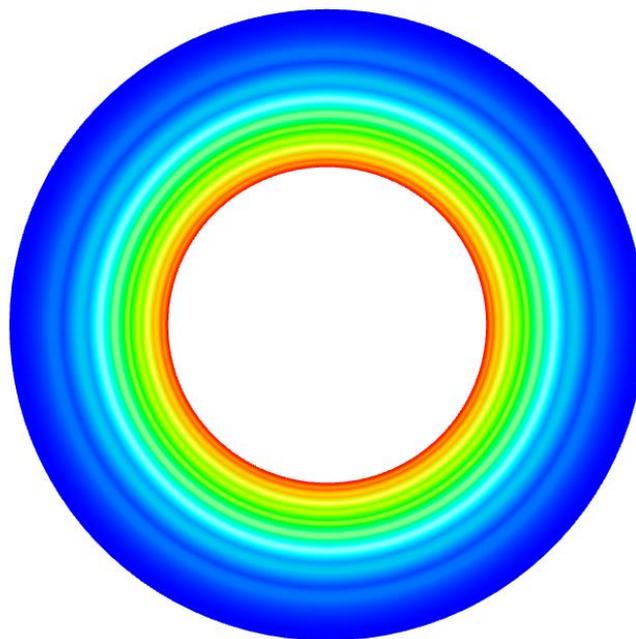
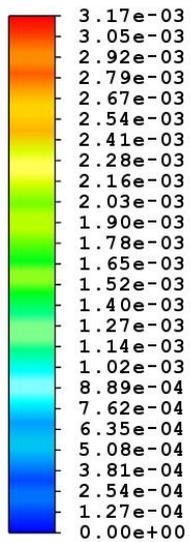
Com uma diminuição na tensão crítica ( $\downarrow \tau_0$ ), o fluido é mais propenso a começar a se deformar e fluir mesmo com forças menores, resultando em velocidades mais altas, pois o fluido inicia mais facilmente o escoamento plástico, atingindo mais rapidamente a viscosidade aparente, em que ele começa a fluir de forma contínua.

Além disso, ao analisar os fluidos por meio dos gráficos de contorno obtido ao seccionar o cilindro ao meio, como mostrado na Figura 8, é evidente que o fluido newtoniano apresenta uma região menor na qual a velocidade tangencial se aproxima de zero, indicada por uma área menor em azul. À medida que o número de Bingham aumenta, observa-se que essa área com valores mais baixos de velocidade tende a se expandir devido à maior tensão crítica de cisalhamento do fluido.

Figura 8 – Gráfico de contorno para os fluidos. (a) Fluido newtoniano; (b) Fluido 1; (c) Fluido 2 e 4; (d) Fluido 3 e 5.



Velocity Magnitude  
[ m/s ]

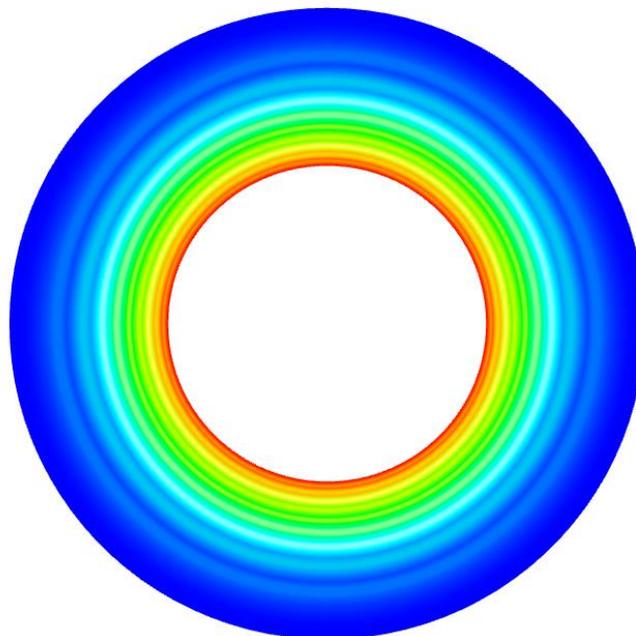
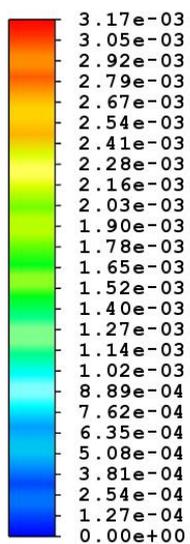


**Ansys**  
2023 R2  
STUDENT



(b)

Velocity Magnitude  
[ m/s ]

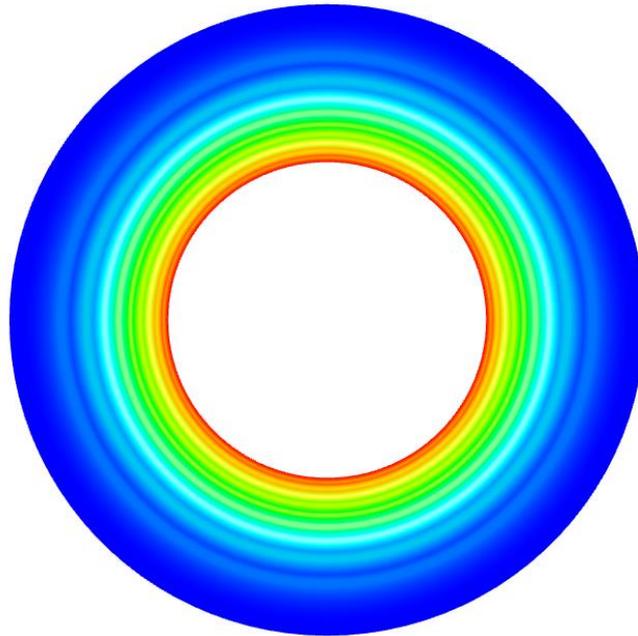
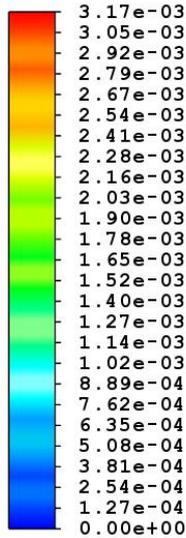


**Ansys**  
2023 R2  
STUDENT



(c)

Velocity Magnitude  
[ m/s ]



**Ansys**  
2023 R2  
STUDENT



(d)

Dessa forma, a análise comparativa entre o fluido de Bingham e o fluido newtoniano revelou diferenças marcantes em seus comportamentos reológicos. A observação numérica ou gráfica evidenciou que, conforme o número de Bingham aumenta, a região de baixa velocidade tangencial expande-se, refletindo a influência da maior tensão crítica de cisalhamento do fluido de Bingham. Essas distinções ressaltam a importância de compreender as propriedades específicas de cada tipo de fluido, oferecendo informações valiosas para serem aplicadas de maneira prática em diversas áreas industriais.

## 5 Conclusão

Por meio da análise comparativa entre os resultados numéricos obtidos por meio da fluidodinâmica computacional (CFD) e os resultados obtidos por abordagens analíticas, assim como pela interpretação dos gráficos e dos perfis de velocidade, pôde-se identificar a influência da tensão crítica de cisalhamento no escoamento anular para o caso com a parede interna rotacionando e a externa estacionária. Notou-se uma coerência, com apenas pequenas discrepâncias entre os resultados obtidos por métodos numéricos e analíticos, não excedendo um desvio médio de 2,63% para os fluidos.

Notou-se que nos casos analisados, fluidos com uma maior resistência ao fluxo são aqueles com uma maior tensão crítica de cisalhamento ou um número de Bingham mais alto. Essa diferença se torna mais visível à medida que se distancia da parede interna, devido à dissipação gradual de força que ocorre até alcançar a parede externa, onde a velocidade tangencial se reduz consideravelmente, tendendo a zero.

Em resumo, a tensão crítica de cisalhamento em fluidos de Bingham é uma medida crucial que afeta diretamente a capacidade do fluido de iniciar o escoamento em resposta a uma força de cisalhamento aplicada, e isso, por sua vez, influencia a velocidade do escoamento.

Reparou-se que os fluidos que tiveram o mesmo número de Bingham apresentaram escoamento idêntico, ou seja, alterando-se de forma proporcional a viscosidade aparente e o limite de tensão, espera-se o mesmo perfil de velocidade, estando desta maneira, em concordância com a solução analítica e a simulação.

### 5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

A partir das conclusões e análises apresentadas neste estudo, identificaram-se possíveis direções para futuras pesquisas relacionadas ao tema abordado.

- analisar o escoamento de um fluido de Bingham em região anular para o caso em que a parede externa esteja rotacionando e a interna estacionária, como também ambas rotacionando no mesmo sentido rotacional ou não;

- construção de uma malha mais refinada ou desacoplada próximo à parede externa para evitar altos desvios de velocidade tangencial, como também *softwares* mais recentes para a construção da malha computacional;
- estudar o comportamento do fluido de Bingham em região anular para o caso em que há a rotação de um corpo sólido, plugue parcial e sem plugue, conforme os parâmetros definidos para o fluido e para a velocidade angular das paredes do cilindro.

## Referências

- ANSYS, Inc. (2022), Ansys Fluent User's Guide Release 2022 R1. Southpointe, 2600 Ansys Drive. Canonsburg, PA 15317.
- BIRD, R.B; STEWART, W.E; LIGHTFOOT, E.N. Transport Phenomena. 2nd Edition, John Wiley & Sons, New York, 2002.
- CASTRO, A.L; LIBORIO, J.B.L.; PANDOLFELLI, V.C. Reologia de concretos de alto desempenho aplicados na construção civil: revisão. Cerâmica, [s.l.], v. 57, n. 341, p.63-75, mar. 2011. FapUNIFESP (SciELO).
- ÇENGEL, Y.A; CIMBALA, J.M. Mecânica dos Fluidos: Fundamentos e Aplicações. AMGH Editora, 2012.
- COUSSOT, P. Bingham's heritage. Rheologica Acta, 2017, 56 (3), pp. 163-176. DOI: 10.1007/s00397-016-0983-y. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01784850>.
- DA SILVA, C.M; E SILVA JUNIOR, T.L; PINTO JUNIOR, I.M. Caracterização reológica de fluidos não newtonianos e sua aplicabilidade na indústria. Caderno De Graduação - Ciências Exatas e Tecnológicas - UNIT - ALAGOAS, 5(2), 2019.
- FÉNOT, M; BERTIN, Y; DORIGNAC, E; LALIZEL, G. A review of heat transfer between concentric rotating cylinders with or without axial flow. International journal of thermal sciences, Elsevier Masson, v. 50, n. 7, p. 1138-1155, Jul 2011. ISSN 1290-0729.
- FORTUNA, A.O. Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2000.
- FOX, R.W; MCDONALD, A.T; PRITCHARD, P.J. Introdução à Mecânica dos Fluidos, 6ª edição. LTC Editora, 2003.
- GAO, J; FOURIE, A. Spread is better: An investigation of the mini-slump test. Minerals Engineering, v. 71, p. 120-132, 2015.
- GOMES, M.B. Análise numérica do escoamento de Taylor-Couette. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Federal da Grande Dourados, Dourados, MS, 2018.

JENG, J; ZHU, K. Numerical simulation of Taylor Couette flow of Bingham fluids. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, v. 165, n. 19-20, p. 1161-1170, 2010.

KÁDÁR, R; BALAN, C. Transient dynamics of the wavy regime in Taylor–Couette geometry. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, Elsevier Masson, v. 31, p. 158-167, Jan 2012. ISSN 0997-7546.

LANDRY, M; FRIGAARD, I; MARTINEZ, D. Stability and instability of Taylor-Couette flows of a Bingham fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006.

MUNSON, B.R; YOUNG, D.F; OKIISHI, T.H. *Fundamentos da Mecânica dos Fluidos*. 4ª edição. Editora Blucher, 2004.

SOUSA, I.M.M.S. Estudo fluidodinâmico em regime laminar de escoamentos em uma região anular cilíndrica com movimento angular. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Federal Uberlândia, Uberlândia, MG, 2021.

## APENDICE A – Perfil de Velocidade para a Malha de 500 Mil Elementos

Tabela A-1 – Fluido Newtoniano: Comparação do perfil de velocidade tangencial simulado e obtido analiticamente.

Posição Radial (m)	V Simulada (m/s)	V Analítica (m/s)	Desvio (%)
6,35E-03	3,17E-03	3,18E-03	0,05
6,67E-03	2,91E-03	2,92E-03	0,40
6,99E-03	2,67E-03	2,68E-03	0,40
7,31E-03	2,45E-03	2,46E-03	0,41
7,63E-03	2,24E-03	2,25E-03	0,42
7,95E-03	2,05E-03	2,06E-03	0,43
8,26E-03	1,87E-03	1,88E-03	0,45
8,58E-03	1,70E-03	1,70E-03	0,47
8,89E-03	1,53E-03	1,54E-03	0,49
9,21E-03	1,38E-03	1,38E-03	0,52
9,53E-03	1,23E-03	1,23E-03	0,56
9,84E-03	1,08E-03	1,09E-03	0,60
1,02E-02	9,46E-04	9,52E-04	0,66
1,05E-02	8,13E-04	8,19E-04	0,74
1,08E-02	6,85E-04	6,91E-04	0,84
1,11E-02	5,61E-04	5,67E-04	0,99
1,14E-02	4,41E-04	4,47E-04	1,21
1,17E-02	3,25E-04	3,30E-04	1,59
1,21E-02	2,12E-04	2,17E-04	2,35
1,24E-02	1,02E-04	1,07E-04	4,67
1,27E-02	0,00E+00	0,00E+00	0,00

Fonte: O Autor (2023).

Tabela A-2 – Fluido 1: Comparação do perfil de velocidade tangencial simulado e obtido analiticamente.

Posição Radial (m)	V Simulada (m/s)	V Analítica (m/s)	Desvio (%)
6,35E-03	3,17E-03	3,18E-03	0,06
6,67E-03	2,78E-03	2,79E-03	0,52
6,99E-03	2,44E-03	2,45E-03	0,58
7,31E-03	2,13E-03	2,15E-03	0,60
7,63E-03	1,86E-03	1,87E-03	0,63
7,95E-03	1,61E-03	1,62E-03	0,66
8,26E-03	1,39E-03	1,40E-03	0,69
8,58E-03	1,19E-03	1,20E-03	0,73
8,89E-03	1,02E-03	1,02E-03	0,79
9,21E-03	8,56E-04	8,64E-04	0,85
9,53E-03	7,13E-04	7,20E-04	0,92
9,84E-03	5,86E-04	5,92E-04	1,01
1,02E-02	4,74E-04	4,79E-04	1,12
1,05E-02	3,75E-04	3,80E-04	1,25
1,08E-02	2,89E-04	2,93E-04	1,42
1,11E-02	2,15E-04	2,18E-04	1,63
1,14E-02	1,52E-04	1,54E-04	1,90
1,17E-02	9,93E-05	1,01E-04	2,11
1,21E-02	5,75E-05	5,84E-05	1,63
1,24E-02	2,50E-05	2,48E-05	1,11
1,27E-02	0,00E+00	0,00E+00	0,00

Fonte: O Autor (2023).

Tabela A-3 – Fluido 2 e 4: Comparação do perfil de velocidade tangencial simulado e obtido analiticamente.

Posição Radial (m)	V Simulada (m/s)	V Analítica (m/s)	Desvio (%)
6,35E-03	3,17E-03	3,18E-03	0,06
6,67E-03	2,77E-03	2,78E-03	0,54
6,99E-03	2,42E-03	2,43E-03	0,60
7,31E-03	2,10E-03	2,12E-03	0,62
7,63E-03	1,82E-03	1,83E-03	0,65
7,95E-03	1,57E-03	1,58E-03	0,69
8,26E-03	1,34E-03	1,35E-03	0,73
8,58E-03	1,14E-03	1,15E-03	0,78
8,89E-03	9,65E-04	9,73E-04	0,84
9,21E-03	8,04E-04	8,12E-04	0,92
9,53E-03	6,62E-04	6,69E-04	1,01
9,84E-03	5,36E-04	5,42E-04	1,11
1,02E-02	4,26E-04	4,32E-04	1,24
1,05E-02	3,31E-04	3,36E-04	1,40
1,08E-02	2,49E-04	2,53E-04	1,59
1,11E-02	1,80E-04	1,83E-04	1,83
1,14E-02	1,23E-04	1,25E-04	2,09
1,17E-02	7,70E-05	7,86E-05	2,01
1,21E-02	4,25E-05	4,25E-05	0,14
1,24E-02	1,78E-05	1,65E-05	7,48
1,27E-02	0,00E+00	0,00E+00	0,00

Fonte: O Autor (2023).

Tabela A-4 – Fluido 3 e 5: Comparação do perfil de velocidade tangencial simulado e obtido analiticamente.

Posição Radial (m)	V Simulada (m/s)	V Analítica (m/s)	Desvio (%)
6,35E-03	3,17E-03	3,18E-03	0,06
6,67E-03	2,75E-03	2,77E-03	0,55
6,99E-03	2,39E-03	2,41E-03	0,62
7,31E-03	2,07E-03	2,08E-03	0,65
7,63E-03	1,78E-03	1,79E-03	0,68
7,95E-03	1,52E-03	1,53E-03	0,72
8,26E-03	1,30E-03	1,31E-03	0,76
8,58E-03	1,09E-03	1,10E-03	0,82
8,89E-03	9,13E-04	9,21E-04	0,89
9,21E-03	7,52E-04	7,60E-04	0,97
9,53E-03	6,11E-04	6,17E-04	1,07
9,84E-03	4,87E-04	4,92E-04	1,19
1,02E-02	3,79E-04	3,84E-04	1,33
1,05E-02	2,87E-04	2,92E-04	1,50
1,08E-02	2,10E-04	2,13E-04	1,71
1,11E-02	1,45E-04	1,48E-04	1,94
1,14E-02	9,41E-05	9,60E-05	2,01
1,17E-02	5,51E-05	5,57E-05	0,95
1,21E-02	2,80E-05	2,66E-05	5,26
1,24E-02	1,09E-05	8,26E-06	31,54
1,27E-02	0,00E+00	0,00E+00	0,00

Fonte: O Autor (2023).