

**GUTEMBERGY FERREIRA DINIZ**

**METODOLOGIA DE PROJETO ÓTIMO-ROBUSTO DE  
SISTEMAS AEROELETROMECÂNICOS COM  
*HARVESTERS* PIEZOCERÂMICOS E CIRCUITOS  
MULTIMODAIS PARA AMORTECIMENTO PASSIVO E  
SUPRESSÃO DE *FLUTTER***



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**2024**

**GUTEMBERGY FERREIRA DINIZ**

**METODOLOGIA DE PROJETO ÓTIMO-ROBUSTO DE SISTEMAS  
AEROELETROMECAÑICOS COM *HARVESTERS* PIEZOCERÂMICOS E  
CIRCUITOS MULTIMODAIS PARA AMORTECIMENTO PASSIVO E  
SUPRESSÃO DE *FLUTTER***

**Tese** apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do título de **DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Mecânica dos sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Marcos Gonçalves de Lima.

Coorientador: Prof. Dr. Nouredine Bouhaddi.

**UBERLÂNDIA - MG**

**2024**

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU  
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

D585  
2024

Diniz, Gutemberg Ferreira, 1990-  
Metodologia de projeto ótimo-robusto de sistemas  
aeroeletromecânicos com harvesters piezocerâmicos e  
circuitos multimodais para amortecimento passivo e  
supressão de flutter [recurso eletrônico] / Gutemberg  
Ferreira Diniz. - 2024.

Orientador: Antônio Marcos Gonçalves de Lima.

Coorientador: Nouredine Bouhaddi.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia,  
Pós-graduação em Engenharia Mecânica.

Modo de acesso: Internet.

Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.te.2024.541>

Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica. I. Lima, Antônio Marcos  
Gonçalves de, 1975-, (Orient.). II. Bouhaddi,  
Nouredine, 1961-, (Coorient.). III. Universidade  
Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia  
Mecânica. IV. Título.

CDU: 621

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091  
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
Mecânica

Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1M, Sala 212 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-  
MG, CEP 38400-902

Telefone: (34) 3239-4282 - www.posmecanicaufu.com.br - secposmec@mecanica.ufu.br



## ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Mecânica				
Defesa de:	Tese de Doutorado, nº 386, PPGEM				
Data:	31/07/2024	Hora de início:	09:00	Hora de encerramento:	12h07
Matrícula do Discente:	11923EMC004				
Nome do Discente:	Gutemberg Ferreira Diniz				
Título do Trabalho:	Metodologia de projeto ótimo-robusto de sistemas aeroeletromecânicos com harvesters piezocerâmicos e circuitos multimodais para amortecimento passivo e supressão de flutter				
Área de concentração:	Mecânica dos Sólidos e Vibrações				
Linha de pesquisa:	Dinâmica de Sistemas Mecânica				
Projeto de Pesquisa de vinculação:					

Reuniu-se por videoconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, assim composta: Prof. Dr. Roberto Gil Annes da Silva - ITA; Prof. Dr. Marcelo Areias Trindade - USP-São Carlos; Prof. Dr. Francisco José de Souza - UFU; Prof. Dr. Fran Sergio Lobato - UFU e Prof. Dr. Antônio Marcos Gonçalves de Lima - UFU, orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Dr. Antônio Marcos Gonçalves de Lima, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir o candidato. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o candidato:

**Aprovado.**

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Antonio Marcos Gonçalves de Lima, Professor(a) do Magistério Superior**, em 31/07/2024, às 12:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Fran Sergio Lobato, Professor(a) do Magistério Superior**, em 31/07/2024, às 12:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Francisco José de Souza, Professor(a) do Magistério Superior**, em 31/07/2024, às 12:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **ROBERTO Gil Annes da SILVA, Usuário Externo**, em 31/07/2024, às 12:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Areias Trindade, Usuário Externo**, em 31/07/2024, às 12:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://www.sei.ufu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **5533788** e o código CRC **70F717F1**.

*Dedico esta tese aos meus pais Ascêndimo e Terezinha; e à minha companheira Vanessa. Dedico também aos que se foram desta vida ao longo deste trabalho: minha querida avó Margarida; e meus tios José Russo e Valdevino Felipe.*

## AGRADECIMENTOS

A quantidade de pessoas envolvidas para chegar até aqui é grande. Foram diversas pessoas ao longo da vida, bem antes mesmo desta empreitada específica, que atuaram diretamente ou indiretamente para que eu trilhasse esse caminho. Nomear todas seria um tanto quanto trabalhoso e até injusto. Sendo assim, pontuarei os agradecimentos sem esquecer de todos que, de alguma forma, me encorajaram a seguir, mas evidenciando todos que efetivamente estiveram comigo nesses últimos cinco anos.

A Deus, sutil e engenhoso em todos os detalhes.

À toda minha família que me deu forças mesmo sem saber. Em especial à minha querida avó, Lourdes, por todo amor e incentivo desde a graduação; à minha mãe (e maior incentivadora), Terezinha, e meu pai, Ascêndimo, pilares da minha formação como pessoa. Aos meus queridos irmãos Rênia, Handenbergy, Kauenbergy e Thaianne, sempre os melhores em brincadeiras, conversas, resenhas e fofocas. Obrigado por tudo, jamais chegaria onde cheguei sem ter os pensamentos em vocês.

À minha digníssima companheira de vida Vanessa Nunes. A labuta na engenharia me deu a oportunidade de conhecer esse exemplo (em tudo) de pessoa que, ainda bem, compartilha a vida comigo desde então. Obrigado por todo amor, carinho, compreensão, lições, conselhos e puxões de orelhas. O mundo será pequeno para nossa jornada.

Aos meus grandes amigos de longa data Ramon Rudá, Vinicius Mafra e Eric Mateus, por todos os momentos de descontração, debates, conversação de vários “nadas” e também por toda ajuda no concurso realizado nesse período. Ao meu amigo (grande mala) Prince, que levei (não a contragosto e nem sem aviso) para o LMEst, por todo apoio para a realização desta tese e resenha compartilhada. Todos conseguindo conviver comigo há mais de uma década.

A todos os amigos que conheci no LMEst, por toda convivência, cafés e ajudas. Em especial aos colegas Denner e Lorrane, que me deram muitas dicas e ferramentas específicas para minha pesquisa. Aos meus amigos nordestinos Marcelo (Marcdelf6 para os íntimos) e Erivaldo, e ao goiano João Pedro, todos filhos do mesmo orientador, que também me ajudaram efetivamente no desenvolvimento, entendimento, mudanças, testes e demais aperreios relacionados aos códigos e métodos utilizados nesta tese. Também agradecer aos colegas Leonardo Cabral, Leonardo Sicchieri e Raimundo, pelas ajudas nas rodadas finais. Ao meu amigo de longa data Herick Talles, por todo auxílio na parte elétrica. Sem essa rede de apoio seria muito mais pesado.

Ao meu orientador Antônio Marcos (Toninho) por todos ensinamentos, paciência, opor-

tunidades dadas e compreensão para com os momentos de grande mudança da minha vida ao longo do doutorado. Ao meu coorientador Nourredine, pela atenção, ajuda e compreensão. A todos mestres da UFU que contribuíram para minha formação de doutorado. A todos os meus mestres pregressos, do fundamental ao ensino superior, responsáveis pela minha formação e, de alguma forma, pelo meu ingresso na carreira docente.

Às instituições nacionais de fomento, nomeadamente a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) que fomentou este trabalho. Meu agradecimento se estende às demais instituições de fomento, públicas ou privadas, por propiciarem alguma dignidade aos estudantes e pesquisadores brasileiros.

Aos citados e esquecidos, o meu sincero muito obrigado!



*“Caminhei sem saber pra onde eu ia, mas cheguei a algum lugar . . . Se tu queres ser alguém na vida, no mundo, debes afirmar os teus passos, deixar marcas do teu pé gravadas de forma indelével para que todos digam: por aqui passou alguém!”*

*Paulina Chiziane*

DINIZ, G. F. **Metodologia de projeto ótimo-robusto de sistemas aeroeletromecânicos com harvesters piezocerâmicos e circuitos multimodais para amortecimento passivo e supressão de flutter** 2024. 99 f. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

## Resumo

O advento de estruturas cada vez mais leves e flexíveis, bem como a possibilidade do aumento de velocidade de operação na indústria aeronáutica, trouxe consigo a necessidade de controle mais rigoroso de vibrações e/ou fenômenos de instabilidade que podem gerar falhas catastróficas. Nesse sentido, torna-se necessário a utilização de estratégias eficientes de controle desses fenômenos, tendo em vista as demandas cada vez mais rigorosas de segurança e confiabilidade principalmente na indústria aeronáutica. Portanto, estudos voltados ao desenvolvimento de técnicas de controle aplicadas a estruturas compósitas que hospedam materiais inteligentes se mostram cada vez mais aplicadas no âmbito da dinâmica das estruturas aeronáuticas. A aplicação de materiais inteligentes ao controle de vibrações despertou a possibilidade de, conjuntamente, aproveitando características de materiais que acoplam o domínio elétrico, realizar a recuperação de energia de sistemas sujeitos a vibrações indesejáveis. O fenômeno de *flutter* é o mais complexo de se prever com precisão e menos investigado em estruturas compósitas sujeitas a fluxos de regime subsônico. No que tange a aplicação de técnicas para o controle de *flutter*, a literatura aberta possui maior densidade de trabalhos voltados às técnicas ativas. A utilização de circuitos multimodais como estratégia passiva de controle de *flutter* subsônico é uma lacuna de estudo, principalmente no que se refere às estruturas compósitas. Atrelado a isso, a possibilidade simultânea de recuperação de energia de sistemas aeroelásticos compósitos do ponto de vista ótimo não é explorado. Com base nisso, esta tese apresenta uma técnica de controle passivo para instabilidade de *flutter* subsônico, estruturada no emprego de circuito multimodal com aplicação em estruturas compósitas. A modelagem em elementos finitos combinou a teoria de primeira ordem via camada equivalente, junto ao *Doublet Lattice* para a modelagem do carregamento aerodinâmico e a teoria da camada discreta para modelagem do potencial elétrico. A configuração com aplicação parcial do piezocerâmico apresentou ganho total de aproximadamente 14,7% em fronteira de *flutter* quando se emprega uma técnica de otimização multiobjetivo dos parâmetros do circuito via algoritmo genético. A otimização multiobjetivo robusta proposta neste trabalho foi aplicada através do uso de rede neural artificial. Observou-se maior vulnerabilidade para com o objetivo de potência *harvesting*, dado mesmo nível de perturbação das variáveis de projeto. A robustez do sistema para com a velocidade de *flutter* foi comprovada através dos envelopes de diagramas de velocidade e amortecimento, demonstrando a potencialidade da metodologia proposta para aplicações práticas de interesse industrial.

---

*Palavras-chave: Estruturas inteligentes. Flutter. Circuitos shunts multimodais. Otimização multi-objetivo robusta. Harvesting.*

DINIZ, G. F. **A robust-optimal design methodology for aeroelectromechanical systems with multimode hybrid shunted piezoceramics harvester for passive damping and subsonic flutter suppression.** 2024. 99 f. Dr. Thesis, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

### Abstract

The advent of increasingly lighter and more flexible structures and the possibility of higher operational speeds in the aerospace industry have required more stringent control of vibrations and instability phenomena that can lead to catastrophic failures. Consequently, efficient strategies to control these phenomena are essential given the ever-stricter safety and reliability demands, particularly in the aerospace industry. Therefore, studies focused on developing control techniques for composite structures incorporating smart materials are becoming increasingly prevalent in aerospace structural dynamics. The application of smart materials for vibration control has also opened the possibility of energy harvesting from systems subject to unwanted vibrations, given their coupling properties with the electrical domain. The flutter instability is the most complex to predict accurately and the least investigated in composite structures subjected to subsonic flow regimes. Regarding the application of techniques for flutter control, the open literature has a higher density of work focused on active techniques. Using multimodal circuits as a passive strategy for subsonic flutter control is an understudied area, especially concerning composite structures. Additionally, the simultaneous possibility of optimally harvesting energy from composite aeroelastic systems remains unexplored. Based on this, this thesis presents a passive control technique for subsonic flutter instability using a multimodal circuit applied to composite structures. The finite element modeling integrates first-order theory via equivalent layer, the Doublet Lattice Method for aerodynamic loading, and the discrete layer theory for modeling the electric potential. The configuration with partial application of piezoceramic showed a total gain of approximately 14,7% in the flutter boundary when using a multi-objective optimization technique of the circuit parameters via genetic algorithm. The robust multi-objective optimization proposed in this work was applied using an artificial neural network. Greater vulnerability was observed with regard to the harvesting power objective, given the same level of disturbance of the design variables. The system's robustness to flutter speed was demonstrated through velocity and damping diagram envelopes, showcasing the potential of the methodology proposed here for practical industrial applications.

---

*Keywords: Smart structures. Flutter. Multimodal shunt circuits. Robust multi-objective optimization. Energy harvesting.*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Estrutura de concreto reforçada com camada inteligente sob carga de terremoto	3
Figura 1.2 – Amostra de junta rebitada sobreposta com faixas piezoelétricas	3
Figura 1.3 – Triângulo de Collar	4
Figura 2.1 – Ilustração das hipóteses de Kirchhoff em uma placa	13
Figura 2.2 – Ilustração da placa segundo a FSDT	15
Figura 2.3 – Comparativo de deflexão máxima	16
Figura 2.4 – Elemento finito da família <i>Serendipity</i>	19
Figura 2.5 – Ilustração do elemento finito para placa composta laminada inteligente	22
Figura 2.6 – Representação dos potenciais elétricos de um laminado genérico	26
Figura 2.7 – Ilustração dos potenciais elétricos nodais de uma camada de laminado	27
Figura 2.8 – Ilustração de uso do circuito <i>shunt</i>	29
Figura 2.9 – Circuito <i>shunt</i> multimodal para controle de dois modos	31
Figura 2.10 – Circuito <i>shunt</i> multimodal modificado	32
Figura 3.1 – Superfície sustentadora discretizada em painéis	35
Figura 4.1 – Malhas estrutural e aerodinâmica	43
Figura 4.2 – Diagrama $V-g$ para análise de estabilidade	45
Figura 4.3 – Fluxograma do método pk	47
Figura 5.1 – Noção de dominância e indiferença	53
Figura 5.2 – Ilustração do conjunto Pareto-ótimo e a respectiva fronteira	54
Figura 5.3 – <i>Ranking</i> de soluções não-dominadas	56
Figura 5.4 – Fluxograma NSGA-II	57
Figura 5.5 – Ilustração de soluções ótima e ótima-robusta	58
Figura 5.6 – Ilustração da sensibilidade de soluções ótima e ótima-robusta	58
Figura 6.1 – Ilustração da asa laminada	61
Figura 6.2 – Diagramas $V-f$ e $V-g$ da análise aeroelástica isotrópica	63
Figura 6.3 – Diagramas $V-f$ e $V-g$ da estrutura laminada	64
Figura 6.4 – Formas modais da estrutura laminada obtidas pelo Aerosolver	65
Figura 6.5 – Formas modais da estrutura laminada obtidas pelo Ansys®	65
Figura 6.6 – Representação esquemática das condições de circuito aberto e fechado	67
Figura 6.7 – Mapas de energia de deformação dos modos 1 a) e 2 b) do laminado	68
Figura 6.8 – Configuração C1 de aplicação parcial de PZT	69
Figura 6.9 – Nível de energia relativo do modo de torção para o laminado	69
Figura 6.10 – Configuração C5 de aplicação parcial de PZT	70
Figura 6.11 – Diagramas $V-f$ e $V-g$ com o comparativo da estrutura sem e com o <i>shunt</i> multimodal	71
Figura 6.12 – Fluxograma de funcionamento do Aerosolver com otimizador	72
Figura 6.13 – Frente de Pareto do POMD	74
Figura 6.14 – Diagramas $V-g$ para as condições sem <i>shunt</i> , com <i>shunt</i> paralelo e <i>shunt</i> otimizado	75

Figura 6.15—Ilustração de uma rede de neurônios PMC . . . . .	76
Figura 6.16—Regressões para o objetivo $f_1$ no treino a) e no teste b) . . . . .	77
Figura 6.17—Regressões para o objetivo $f_2$ no treino a) e no teste b) . . . . .	77
Figura 6.18—Frentes de Pareto do POMD e POMR obtidas via RNA . . . . .	78
Figura 6.19—Frente de Pareto para o POMR: vulnerabilidade da velocidade de <i>flutter</i> . . .	79
Figura 6.20—Frente de Pareto para o POMR: vulnerabilidade da potência . . . . .	79
Figura 6.21—Envelopes dos diagramas $V-g$ para as soluções ótima e ótima robusta . . . .	80

## LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 – Propriedades físicas dos materiais . . . . .	61
Tabela 6.2 – Influência da discretização nas frequências naturais da estrutura . . . . .	62
Tabela 6.3 – Comparativo das frequências naturais do laminado referência . . . . .	62
Tabela 6.4 – Validação isotrópica . . . . .	63
Tabela 6.5 – Velocidades de <i>flutter</i> do laminado . . . . .	64
Tabela 6.6 – Comparativo das frequências naturais do laminado . . . . .	65
Tabela 6.7 – Influência da direção das fibras e o fenômeno de <i>flutter</i> . . . . .	66
Tabela 6.8 – Condições OC e SC da estrutura . . . . .	67
Tabela 6.9 – Variação da resistência e a velocidade crítica de <i>flutter</i> . . . . .	67
Tabela 6.10 – Ganhos de massa e velocidade de <i>flutter</i> para as configurações parciais . . . . .	70
Tabela 6.11 – Parâmetros ótimos segundo Hagood e von Flotow (1991) . . . . .	71
Tabela 6.12 – Faixa de variação dos parâmetros de projeto . . . . .	73
Tabela 6.13 – Parâmetros NSGA-II . . . . .	73
Tabela 6.14 – Comparativo das configurações de circuito <i>shunt</i> . . . . .	74
Tabela 6.15 – Erro médio quadrático da RNA treinada . . . . .	76
Tabela 6.16 – Variáveis de projeto dos pontos de melhor compromisso determinístico e robusto . . . . .	78

## LISTA DE ABREVIações

PZT	Materiais piezoelétricos
SHM	<i>Structural Health Monitoring</i>
PVEH	<i>Piezoelectric Vibration Energy Harvesting</i>
MEF	Método dos elementos finitos
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
FGM	<i>Functionally Graded Materials</i>
DLM	<i>Doublet Lattice Method</i>
MFC	<i>Macro Fiber Composite</i>
LMEst	Laboratório de Mecânica das Estruturas
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
HMRSPH	<i>Hybrid Multimodal Resonant Shunted Piezoceramics Harvester</i>
ESL	<i>Equivalent Singular Layer</i> (Camada Equivalente Única)
LW	<i>Layerwise Theory</i> (Teoria das Camadas Discretas)
CLT	<i>Classical Laminated Theory</i> (Teoria Clássica dos Laminados)
FSDT	<i>First-order Shear Deformation Theory</i> (Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem)
HSDT	<i>High-order Shear Deformation Theory</i> (Teoria da Deformação Cisalhante de Ordem Superior)
TSDT	<i>Third-order Shear Deformation Theory</i> (Teoria da Deformação Cisalhante de Terceira Ordem)
PVDF	Piezoelétricos poliméricos como o polifluoreto de vinilideno
VLM	<i>Vortex Lattice Method</i>
GAM	Matriz aerodinâmica generalizada

VEH	<i>Vibration-based Energy Harvesting system</i>
FRF	Função de Resposta em Frequência
POMO	Problemas de Otimização Multiobjetivo
NSGA	<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm</i>
POMD	Problema de Otimização Multiobjetivo Determinístico
AG	Algoritmos genéticos
VEGA	<i>Vector Evaluated Genetic Algorithm</i>
MOGA	<i>Multi-objective Genetic Algorithm</i>
NSGA	<i>Nondominated Sorting Genetic Algorithm</i>
NPGA	<i>Niched Pareto Genetic Algorithm</i>
SPEA	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm</i>
PESA	<i>Pareto Envelope-based Selection Algorithm</i>
MOMGA	<i>Multiobjective Optimization with Messy Genetic Algorithm</i>
CD	<i>Crowding distance</i>
POMR	Problema de otimização multiobjetivo robusto
OC, SC	Condições de circuito aberto e circuito fechado, respectivamente
MSE	<i>Modal Strain Energy</i>
RNA	Rede Neural Artificial
PMC	<i>Perceptron</i> multicamada



## LISTA DE SÍMBOLOS

$(x, y, z)$	Sistema de coordenadas
$\varepsilon_{xx}$	Deformação normal na direção $x$
$\varepsilon_{yy}$	Deformação normal na direção $y$
$\varepsilon_{zz}$	Deformação normal na direção $z$
$\varepsilon_{xy}, \gamma_{xy}$	Deformações transversais no plano $xy$
$\varepsilon_{xz}, \gamma_{xz}$	Deformações transversais no plano $xz$
$\varepsilon_{yz}, \gamma_{yz}$	Deformações transversais no plano $yz$
$u, v, w$	Deslocamentos em $x, y$ e $z$
$u_0, v_0, w_0$	Deslocamentos do plano médio em $x, y$ e $z$
$\phi_x, \phi_y$	Rotações de uma normal transversal sobre os eixos $x$ e $y$
$k$	Fator de correção de cisalhamento
$\theta_{x/y}, \lambda_{x/y}$	Funções dependentes das coordenadas $x$ e $y$ , cujas não apresentam significado físico evidente, mas podem ser vistas como rotações de ordem superior (Teoria HSDT)
<b>U</b>	Campo de deslocamentos mecânicos
<b>A</b>	Matriz com parâmetros $z$
<b>u</b>	Vetor de graus de liberdade mecânicos
$\varepsilon$	Vetor de deformações
<b>D</b>	Matriz de operadores diferenciais
$(\xi, \eta, \zeta)$	Sistema de coordenadas local. Utilizado para o elemento finito quanto para formulação aerodinâmica
$e$	Referência a um elemento finito genérico
$n_{ne}$	Número de nós de um elemento finito $e$

$\mathbf{u}_e$	Vetor de deslocamento nodal do elemento $e$
$\mathbf{N}$	Matriz de funções de forma
$N_i$	Função de forma do $i$ -ésimo nó
$\mathbf{J}$	Matriz Jacobiana
$\mathbf{B}$	Matriz que correlaciona deformações e deslocamentos nodais total
$n$	Número de camadas
$\rho_k$	Densidade da $k$ -ésima camada do laminado
$\theta_k$	Orientação das fibras da $k$ -ésima camada do laminado
$K_e$	Energia cinética
$\rho$	Densidade do material ou do ar de forma genérica
$V_e$	Volume do elemento finito
$U_e$	Energia potencial de deformação
$\boldsymbol{\sigma}$	Vetor de tensões principais
$\mathbf{M}_{uu}^e$	Matriz de massa elementar
$\sigma_i, \varepsilon_i$	Tensões e deformações principais, com $i = 1 \dots 6$
$\mathbf{C}$	Tensor de rigidez do material
$\mathbf{T}$	Matriz de transformação de coordenadas para propriedades mecânicas
$c, s$	Cosseno e seno do ângulo $\theta_k$
$\mathbf{K}_{uu}^e$	Matriz de rigidez mecânica elementar
$\mathbf{M}_{uu}$	Matriz de massa global
$\mathbf{K}_{uu}$	Matriz de rigidez mecânica global
$\cup$	Símbolo que indica a montagem da global
$\mathbf{u}_g$	Vetor global de graus de liberdade mecânicos
$\mathbf{F}_g$	Vetor de carregamentos externos generalizados
$D_i, E_i$	Deslocamentos e Campos elétricos, com $i = 1 \dots 3$
$\mathbf{D}, \mathbf{E}$	Vetores de deslocamento elétrico e campo elétrico
$\mathbf{e}$	Matriz de rigidez piezoelétrica
$\boldsymbol{\chi}^e$	Matriz de constantes dielétricas obtidas para deformação mecânica constante

$\mathbf{Q}$	Matriz de transformação de coordenadas para propriedades elétricas
$\nabla$	Operador diferencial nabra
$\varphi$	Potencial elétrico
$L_j$	Funções de camadas da $j$ -ésima interface
$\varphi^{(n)}$	Função potencial elétrico da $n$ -ésima camada
$\varphi_n$	Função potencial elétrico da $n$ -ésima interface
$L_{ni}, L_{ns}$	Funções <i>layerwise</i> das interfaces inferior e superior da camada genérica $n$
$\varphi_k$	Vetor potencial elétrico de todas as interfaces
$\varphi_{ij}$	Potencial elétrico nodal do $j$ -ésimo nó da respectiva $i$ -ésima interface
$\varphi_e$	Vetor potencial elétrico nodais
$\mathbf{N}_\varphi$	Matriz de funções de forma elétricas
$\mathbf{B}_\varphi$	Matriz que correlaciona campo elétrico e potenciais nodais
$\mathbf{K}_{u\phi}^e, \mathbf{K}_{\phi u}^e$	Matrizes de rigidez eletromecânicas elementares
$\mathbf{K}_{\phi\phi}^e$	Matriz de rigidez elétrica elementar
$\mathbf{Q}_g$	Vetor de fluxo de cargas elétricas generalizado
$\varphi$	Vetor de graus de liberdade elétricos
$Z$	Impedância elétrica. Subíndices são usados para indicar componente elétrico
$\omega$	Frequência de excitação
$\mathbf{L}$	Matriz que permite selecionar os potenciais elétricos
$\omega_i$	Frequência referente ao $i$ -ésimo ramo de controle
$\bar{L}_i, \bar{C}_i$	Indutor e Capacitor do $i$ -ésimo circuito de bloqueio
$\omega_n$	Frequência natural do modo a ser controlado
$C_{PZT}$	Capacitância da pastilha piezoelétrica
$K_{ij}$	Fator de acoplamento eletromecânico generalizado
$R_{OTIM}^{paralelo}$	Valor de resistência ótima para o circuito paralelo
$L_{OTIM}^{paralelo}$	Valor de indutância ótima para o circuito paralelo
$\omega_{OC}, \omega_{SC}$	Frequências de ressonância estrutural quando os terminais do PZT estão abertos e em curto-circuito

$R_i, L_i$	Resistor e indutor referentes ao amortecimento do $i$ -ésimo modo
$R'_2, L'_2$	Resistor e indutor para controle do segundo modo, após a adição do circuito de bloqueio
$R, L, C$	Resistor, indutor e capacitor
$c_{pn}, (c_{pn})_s$	Corda do painel, corda do painel emissor
$e_{pn}$	Envergadura do painel
$\phi, \bar{\phi}, \tilde{\phi}$	Potencial velocidade, componente estacionária e componente não-estacionária
$M_\infty$	Número de Mach
$U_\infty$	Velocidade do escoamento na região afastada das perturbações ( <i>far field condition</i> )
$a_\infty$	Velocidade do som
$\Psi$	Potencial de aceleração de Prandtl. Subscritos de especificidade foram utilizados
$\gamma$	Variável de integração na direção da corda
$\vec{N}_s$	Vetor que separa a fonte e o sumidouro na definição de dipolo
$A_\Psi$	Intensidade do dipolo
$\beta_\infty$	Fator de Prandtl-Glauert
$R_h$	Raio hiperbólico
$\bar{w}$	Velocidade normal induzida, também denominada <i>normalwash</i>
$\Delta p$	Diferencial de pressão gerado pela linha de dipolo em determinado ponto
$\bar{w}_N$	Velocidade normal induzida normalizada pela velocidade de escoamento livre. O símbolo $(\bar{w}_N)_r$ refere-se a um painel receptor
$K$	Função <i>kernel</i>
$(x_0, y_0, z_0)$	Sistema de coordenadas relativo
$\Delta c_p$	Coefficiente de pressão. O símbolo $(\Delta c_p)_s$ refere-se ao coeficiente de pressão de um painel emissor
$\bar{w}_N$	Vetor do conjunto de velocidades <i>normalwash</i> dos painéis
$D_d$	Matriz de fatores <i>downwash</i> . Os subscritos $E$ e $NE$ indicam as componentes estacionária e não-estacionária da matriz
$\Delta c_p$	Vetor de coeficientes de pressão

<b>AIC</b>	Matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos ( <i>Aerodynamics Influence Coefficients Matrix</i> )
$k_r$	Frequência reduzida
$b$	Semi-corda de uma superfície sustentadora
$h(x, y, t)$	Função que descreve uma superfície sustentadora
$\mathbf{V}, V$	Vetor velocidade e a velocidade de forma genérica
$h_m, h_t$	Função da deformação do plano médio e Envelope de espessura de uma superfície sustentadora
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	Vetores unitários das direções $x, y$ e $z$
$u_p, v_p, w_p$	Pequenas perturbações no escoamento livre
$a_{jk}$	Constantes do polinômio de deformação do plano médio
$X, Y$	coordenadas no ponto de aproximação
$n_x, n_y$	Ordem dos polinômios de deformação nas direções $x$ e $y$
$\mathbf{D}_R, \mathbf{D}_I$	Matrizes de amplitude de inclinação e magnitude dos deslocamentos $h$
$q_\infty$	Pressão dinâmica
<b>S</b>	Matriz de áreas dos painéis
$\mathbf{T}_{as}$	Matriz de interpolação dos deslocamentos estruturais ao ponto de controle
$\mathbf{a}_{ij}$	Vetor das constantes de interpolação das formas modais $a_{ij}$
$q, \mathbf{q}$	Coordenadas modais. Vetor de coordenadas modais
$\Phi$	Matriz modal
$\mathbf{K}_T$	Matriz de rigidez completa
$\mathbf{M}_q, \mathbf{C}_q, \mathbf{K}_q$	Matrizes de massa, amortecimento e rigidez em coordenadas modais
$\mathbf{Q}_a$	Matriz aerodinâmica generalizada.
$g$	Coeficiente de amortecimento estrutural
$\mathbf{Q}_a^R, \mathbf{Q}_a^I$	Matrizes de rigidez e amortecimento modal aerodinâmicas. Os índices <b>R</b> e <b>I</b> indicam que são a parte real e imaginária da GAM, respectivamente
$p$	Autovalor do problema aeroelástico
<b>I</b>	Matriz identidade
$\Re, \Im$	Referência às partes real e imaginária de um número complexo, respectivamente

$\hat{\mathbf{Q}}_a$	Matriz GAM aproximada via Roger
$\mathbf{A}_m$	Matrizes de aproximação de Roger, com $m = 0, 1, \dots, 6$
$\lambda_p$	Estados aerodinâmicos
$\gamma_p$	Atraso aerodinâmico associado ao estado $\lambda_p$
$N_p$	Número do estados aerodinâmicos
$\mathbf{DDP}(\omega)$	Função de resposta em frequência de voltagem por unidade de força
$P$	Potência aparente dissipada de um circuito
$V_p, I_p$	Tensão e corrente de pico
$\mathbf{x}$	Vetor das $n$ variáveis de projeto de um POMO
$\mathbf{X}, \mathbf{Y}$	Espaço de soluções e objetivos factíveis
$\mathbf{g}(\mathbf{x})$	Vetor das funções de restrição do POMO
$\mathbf{y}$	Vetor de objetivos a serem otimizados
$P^*$	Conjunto de soluções Pareto-ótimas
$\mathbf{PF}^*$	Fronteira (ou frente) de Pareto
$f^r, f^v(\mathbf{x})$	Função de robustez, função de vulnerabilidade
$\sigma_f, \mu_f$	Desvio padrão e média de uma função objetivo ( $f(\mathbf{x})$ )
$V_f, f_f$	Velocidade e frequência, em Hz, de <i>flutter</i> . Subíndices $f$ e $t$ agregados na frequência, indicam os modos de flexão e torção, respectivamente.
$e_{est}$	Indicador de eficiência estrutural
$D_{dNE}$	Contribuição não-estacionária de cada painel
$P(\bar{\eta})$	Aproximação de pressão ao longo da linha de dipolos
$\bar{\eta}$	Coordenada ao longo da envergadura do painel
$e_{ph}$	Meia envergadura do painel
$r$	Raio cilíndrico utilizado no cálculo da matriz de <i>downwash</i>
$\Gamma_s$	Ângulo de diedro do painel emissor. Subscritos $s$ e $r$ indicam a referência aos painéis emissor e receptor, respectivamente
$\Lambda_s$	Ângulo de enflechamento do painel emissor

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	Estado da arte	5
1.1.1	<i>Estudos de flutter em estruturas compósitas</i>	5
1.1.2	<i>Controle passivo via circuitos shunt e harvesting</i>	7
1.2	Objetivos	10
1.3	Organização da tese	10
<b>2</b>	<b>MODELAGEM POR ELEMENTOS FINITOS DO PROBLEMA ELETROMECHANICO</b>	<b>12</b>
2.1	Teorias de laminados compósitos	12
2.1.1	<i>Teoria Clássica dos Laminados - CLT</i>	13
2.1.2	<i>Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem - FSDT</i>	14
2.1.3	<i>Teoria de ordens superiores - HSDT</i>	16
2.2	Formulação do problema mecânico	18
2.2.1	<i>Discretização dos deslocamentos mecânicos</i>	19
2.2.2	<i>Matrizes elementares</i>	21
2.3	Formulação do problema eletromecânico	24
2.3.1	<i>Discretização do potencial elétrico</i>	25
2.3.2	<i>Matrizes de rigidez eletromecânicas elementares</i>	28
2.4	Inclusão do circuito elétrico shunt	29
2.4.1	<i>Formulação dos circuitos shunt</i>	30
2.4.2	<i>Circuitos shunt multimodais</i>	30
<b>3</b>	<b>MODELAGEM AERODINÂMICA</b>	<b>34</b>
3.1	Formulação do método DLM	34
3.1.1	<i>Potencial aerodinâmico linearizado e a solução elementar</i>	35
3.1.2	<i>Distribuição de pressão</i>	37
3.1.3	<i>Avaliação da matriz dos coeficientes de influência aerodinâmicos</i>	38
3.1.4	<i>Cálculo do normalwash</i>	39
<b>4</b>	<b>MODELAGEM DO PROBLEMA AEROELETROELÁSTICO</b>	<b>42</b>
4.1	Acoplamento entre os modelos estrutural e aerodinâmico	42
4.2	Estabilidade e predição do flutter	45
4.2.1	<i>O método pk</i>	46
4.2.2	<i>Aproximação da matriz GAM</i>	47
4.3	<i>Energy harvesting</i>	48
4.3.1	<i>Potência de harvesting</i>	50
<b>5</b>	<b>PROJETO ÓTIMO ROBUSTO</b>	<b>52</b>
5.1	Formulação de um problema de otimização multiobjetivo determinístico (POMD)	52

5.1.1	<i>Algoritmos genéticos (AG)</i>	55
5.1.1.1	<i>NSGA-II</i>	55
5.2	Formulação de um problema de otimização multiobjetivo robusto (POMR)	56
5.2.1	<i>Robustez e aplicação em POMO</i>	57
<b>6</b>	<b>SIMULAÇÕES NUMÉRICAS</b>	<b>60</b>
6.1	Características e parâmetros de simulação	60
6.1.1	<i>Estrutura da asa e parâmetros de escoamento</i>	60
6.1.2	<i>Discretização e verificação estrutural</i>	62
6.2	Validação comparativa de estabilidade	63
6.3	Análise de estabilidade	64
6.3.1	<i>Influência da direção das fibras</i>	65
6.4	Inserção de uma camada de PZT	66
6.4.1	<i>Aplicação parcial de PZT</i>	68
6.5	Inclusão do circuito <i>shunt</i> multimodal	71
6.6	Problema de otimização multiobjetivo	72
6.6.1	<i>Problema determinístico - POMD</i>	72
6.6.2	<i>Problema robusto - POMR</i>	74
6.6.2.1	<i>Avaliação da robustez das soluções determinística e robusta</i>	78
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>81</b>
7.1	Sugestões de trabalhos futuros	82
	<b>Referências</b>	<b>84</b>
	<b>APÊNDICE A</b>	<b>97</b>



# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

O avanço tecnológico tem permitido projetos de engenharia considerados cada vez mais ousados. No âmbito das engenharias mecânica e aeronáutica, projetos de veículos e aeronaves envolvem estruturas cada vez mais leves, flexíveis, resistentes e capazes de operar sob altas velocidades. Como resultado, é de se esperar que problemas de vibrações e, no caso específico de estruturas aeronáuticas, problemas de instabilidades ocorram com mais frequência. Vibrações indesejáveis podem ser induzidas por efeitos operacionais ou ambientais e podem causar fadiga, desgaste, ruído e desconforto aos passageiros e/ou usuários e, em algumas situações, levar a catástrofes. Nesse sentido, as demandas internacionais em termos de confiabilidade, segurança, qualidade, conforto e atendimento às normas ambientais têm sido fatores determinantes nesses projetos, que tem motivado os pesquisadores e industriais investigarem em técnicas cada vez mais eficientes do controle de vibrações (Wright; Kidner, 2004; Gripp; Rade, 2018), com destaque ao uso dos materiais denominados inteligentes.

De maneira geral, as técnicas de controle de vibrações são classificadas como ativas, passivas ou híbridas. Das aplicações de controle ativo no âmbito da engenharia mecânica pode-se citar aplicações em suspensão veicular (Jin et al., 2022), usinagem de ultra precisão (Aggogeri; Merlo; Pellegrini, 2021), controle de *risers* (Lou et al., 2021), entre outras. As técnicas de controle passivo são fundamentadas no emprego de materiais ou dispositivos absorvedores de energia, tais como os materiais viscoelásticos (Lima, 2007), absorvedores dinâmicos de vibrações (Acar; Yilmaz, 2013) e materiais piezoelétricos (PZT's) associados a circuitos elétricos *shunt* (Ribeiro; Lima, 2021), objeto de estudo desta tese. As técnicas que combinam metodologias ativas e passivas, denominadas híbridas, são amplamente utilizadas em sistemas estruturais, conforme discutido em Hiramoto, Matsuoka e Sunakoda (2016).

A escolha da técnica a ser utilizada depende de características específicas do problema em análise. No entanto, as técnicas passivas apresentam vantagens por não necessitarem de uma fonte de energia externa, como no caso das técnicas ativas. Nessa linha, a aplicação de materiais piezoelétricos para o controle de vibrações apresentam vantagens, uma vez que estes são materiais de baixo custo, são eficientes em uma ampla faixa de frequência de operação, simplicidade de manuseio e implementação, e versatilidade de formas. Além disso, podem ser encontrados em uma ampla gama de características mecânicas, desde cerâmicas muito rígidas até polímeros flexíveis e leves (Gripp; Rade, 2018).

Os materiais piezoelétricos representam a classe de materiais inteligentes mais estudados na literatura aberta, com diversas aplicações práticas em que atuam como sensores, atuadores e transdutores, nas mais diversas áreas da engenharia. Estes acoplam os domínios físicos mecânico e elétrico sob uma via dupla, ou seja, apresentam respostas elétricas advindas de estímulos mecânicos e vice-versa (Leo, 2007). A resposta elétrica advinda de um estímulo mecânico é chamada de efeito direto piezoelétrico e foi descoberto pelos irmãos Curie em 1880. Por outro lado, a detecção de deformações mecânicas quando da aplicação de diferença de potencial define o efeito inverso. Essas características permitiram o surgimento das estruturas inteligentes, capazes de realizar sensoriamento, atuação e controle de forma autônoma. Neste sentido, a possibilidade de combinar as características dos materiais inteligentes com as mecânicas de outros materiais, como os compósitos, permitiu a construção de estruturas leves e resistentes de interesse aeronáutico e aeroespacial, a exemplo da estrutura de interesse desta tese.

No contexto da dinâmica das estruturas, PZT's são principalmente aplicados para controle, monitoramento de saúde estrutural (*Structural Health Monitoring* - SHM) e composição de sistemas com recuperação de energia ou *harvesting*. As aplicações em controle envolvem a supressão ou amortecimento de vibrações indesejadas que podem causar falha. O trabalho de Ribeiro e Lima (2021) apresenta o controle de vibrações e do fenômeno de *flutter* supersônico em estruturas compósitas como placas planas. Na engenharia civil, o material piezoelétrico é utilizado para controlar estruturas sob carregamentos sísmicos (Karegar; Bidgoli; Mazaheri, 2021), como ilustra a Fig. 1.1. Outra aplicação dos PZT's em engenharia civil, pode-se citar o monitoramento de dano de estruturas de concreto armado, onde os mesmos são colados na armação (Jiang et al., 2021). O trabalho de Ihn e Chang (2008) mostra a aplicação de SHM em painéis de interesse aeronáutico. Os autores monitoraram a saúde estrutural em juntas de painéis metálicos e compósitos, visando detectar rachaduras e descolamentos em fuselagens, por exemplo. A Fig. 1.2 mostra o aparato e uma ilustração da disposição de elementos PZT's utilizados como atuadores, entre duas fileiras de rebites, e como sensores, perfazendo 18 caminhos de diagnóstico.

No que diz respeito ao *harvesting*, diversas estratégias e dispositivos têm sido propostos, visando captar energias de fontes ambientais disponíveis e convertê-las em energia elétrica (Cook Chennault; Thambi; Sastry, 2008). Em particular, o *harvesting* a partir de vibrações é especialmente atraente, pois as fontes de vibração ocorrem amplamente em um grande número de cenários técnicos e contextos físicos, dos quais a utilização da piezoelectricidade é destaque. Varias aplicações utilizam PZT's para *harvesting* de vibrações, ou simplesmente PVEH (*Piezoelectric Vibration Energy Harvesting*), das quais pode-se citar aplicações de engenharia civil em pontes (Ali; Friswell; Adhikari, 2011) e estradas (Wang; Jasim; Chen, 2018), biomédicas (Karami; Inman, 2012), e sistemas aeroelásticos e aeroespaciais (De Marqui Junior et al., 2010; Anton; Erturk; Inman, 2012) de interesse desta tese.

Estruturas aeroespaciais modernas são também nichos perfeitos para aplicação de técnicas passivas combinadas ao aproveitamento de energia de vibração, tendo em vista as demandas de leveza, flexibilidade e, portanto, maiores amplitudes de vibração. Além disso, no que concerne o projeto, as exigências de segurança demandam análises cada vez mais refina-

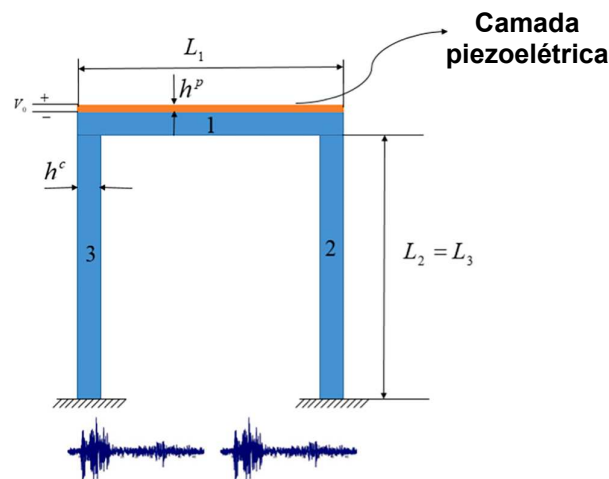


Figura 1.1 – Estrutura de concreto reforçada com camada inteligente sob carga de terremoto (extraída e traduzida de Karegar; Bidgoli; Mazaheri, 2021).

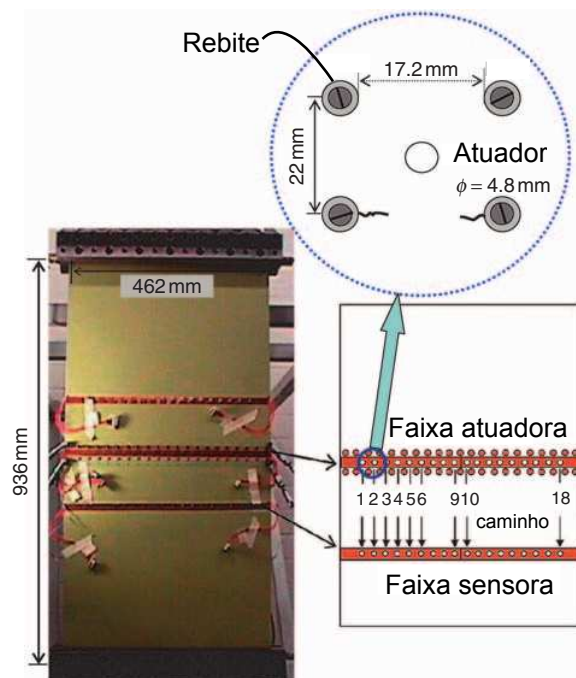


Figura 1.2 – Amostra de junta rebitada sobreposta com faixas piezoelétricas (adaptada de Ihn; Chang, 2008).

das com vistas à estabilidade dinâmica e fenômenos aeroelásticos. A estabilidade dinâmica de estruturas aeroespaciais está ligada à interação entre as forças aerodinâmicas, elásticas e de inércia, como ilustrado pelo triângulo de Collar (Fig. 1.3), que define o campo de estudo nomeado aeroelasticidade (Wright; Cooper, 2015).

A aeroelasticidade dinâmica concentra-se em estudar os efeitos oscilatórios provenientes das interações aeroelásticas, sendo o fenômeno de *flutter* o mais importante e mais difícil de ser previsto com exatidão. Essa instabilidade dinâmica se manifesta em determinada veloci-

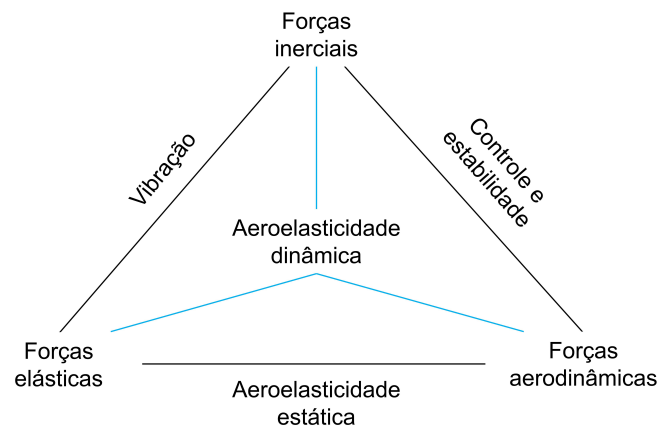


Figura 1.3 – Triângulo de Collar (adaptada de Wright; Cooper, 2015).

dade, na qual qualquer pequena perturbação acidental, resulta no crescimento exponencial da amplitude de vibração da estrutura e, conseqüentemente, a falha estrutural catastrófica (Fung, 1993; Kuo, 2011). O *flutter* não é uma instabilidade exclusiva de aeronaves, tendo em vista o clássico exemplo da ponte de Tacoma Narrows nos anos 1940, mas, no que diz respeito ao projeto de aeronaves, deve ser previsto ainda na fase de concepção para que se evite retrabalho nas fases de certificação da aeronave.

Os problemas de instabilidade aeroelástica como o *flutter*, acentuaram-se com o advento de aeronaves cada vez mais leves e velozes que surgiram a partir da segunda guerra mundial. No entanto, somente no pós guerra, com o advento de computadores mais robustos, foi possível realizar análises mais complexas através da aplicação do Método dos Elementos Finitos (MEF) em várias configurações estruturais, bem como utilização de métodos aerodinâmicos mais refinados (Garrick; Reed, 1981). A abordagem acoplada dos modelos estruturais e aerodinâmicos, ainda hoje, é bastante empregada através de técnicas computacionais fluidodinâmicas (CFD).

Os estudos referentes ao *flutter* têm se concentrado em melhorias quanto a predição, principalmente no regime transônico, ou no controle via técnicas ativas ou passivas. O campo das técnicas ativas, denominado aeroservoelasticidade, tem tido avanços relativos a eletrônicas e sistemas digitais empregados. Do outro lado, abordagens passivas envolvem técnicas de construção, utilização de materiais compósitos, materiais viscoelásticos, materiais funcionalmente de propriedades variáveis (*Functionally Graded Materials* - FGM), bem como o desenvolvimento de estratégias empregando estruturas inteligentes, combinando PZT's e circuitos dissipadores (Gupta; Talha, 2015; Cunha Filho et al., 2016; Leao et al., 2016; Borges, 2019; Ribeiro; Lima, 2021).

Diante das técnicas utilizadas para controle do *flutter*, a modelagem dos carregamentos aerodinâmicos não-estacionários, de grande importância para análises de estabilidade em estruturas flexíveis, é também um obstáculo a ser superado. Isso porque, as técnicas CFD empregadas em análises fluido-estrutura de um modo geral, apesar de mais precisas, são muito mais custosas computacionalmente e, portanto mais restritas para análises de projeto aerodinâmicos envolvendo o emprego de técnicas de otimização, por exemplo, como as de

interesse deste trabalho. Sendo assim, análises aeroelásticas recorrem a métodos mais simples para modelagem não-estacionária, como o *Doublet Lattice Method* (DLM), ainda muito utilizado pelas indústrias aeronáuticas e aeroespaciais (Blair, 1992; Borges, 2019), e será também empregado nesta tese.

## 1.1 Estado da arte

Esta seção apresenta o estado da arte de trabalhos recentes relacionados a aeroelasticidade de painéis finos com vistas ao fenômeno de *flutter*, a aplicação de circuitos *shunt* como técnica de controle passivo, bem como trabalhos relevantes sobre *harvesting* relacionados a sistemas aeroelásticos.

### 1.1.1 Estudos de flutter em estruturas compósitas

Os relatos de ocorrência de fenômeno similar ao *flutter* em aeronaves data da primeira guerra mundial, quando o biplano Handley Page 0/400 experimentou oscilações violentas antissimétricas da fuselagem e cauda (Garrick; Reed, 1981). O *flutter* de painéis foi detectado pela primeira vez na década de 1950 em análises de foguetes V-2 que falharam, por causas desconhecidas, na segunda guerra. A mesma falha ocorreu em operações de voo do X-15, nos testes em túnel de vento durante o desenvolvimento do X-20, nos Titan II e III, e no S-IVB (Dowell, 1972).

Estudos sobre formas de predição do *flutter* e refinamento de modelos aerodinâmicos foram realizados pós década de 50. No entanto, somente em meados da década de 1980, o interesse quanto ao estudo de *flutter* se intensificou, dado desenvolvimento e aplicação dos materiais compósitos na indústria aeronáutica. A motivação para aplicação destes foi o aumento da eficiência de estruturas aeronáuticas, como redução de peso, aumento de carga transportável, alcance da aeronave e manobras de voo (Shirk; Hertz; Weisshaar, 1986). Além disso, os materiais compósitos permitiram o enrijecimento estrutural direcional como técnica de melhorias (controle) de *flutter*, definindo o termo *aeroelastic tailoring*. Ou seja, técnica que se aproveita da anisotropia dos materiais compósitos para obter melhorias aeroelásticas, principalmente em instabilidades de *flutter* e divergência (Hollowell; Dugundji, 1984).

No que diz respeito ao estudo de *flutter* em placas compósitas, um dos primeiros trabalhos encontrados na literatura aberta é o de Hollowell e Dugundji (1984), onde os autores investigaram, analítica e experimentalmente, o *flutter* e divergência de asas retangulares não enflechadas, simuladas por placas em balanço de grafite/époxi. Os autores utilizaram o método de Rayleigh-Ritz para modelar a deformação da asa e o diagrama velocidade do fluxo *versus* amortecimento (conhecido como diagrama  $V-g$ ) para identificar o *flutter*. Os testes experimentais comprovaram a variação da resposta aeroelástica, proveniente da mudança de rigidez direcional obtida pela variação de direção das fibras do compósito estudado.

Analisando as bases de dados das últimas duas décadas, observa-se uma pequena quantidade de trabalhos envolvendo *flutter* subsônico em placas (asas) compósitas. Majid e

Basri (2008) estudou uma asa compósita laminada em vidro/epóxi (quasi-isotrópico), idealizada como uma placa fina em balanço, a qual foi testada experimentalmente e os resultados comparados com os obtidos pelo modelo implementado no código comercial Nastran. Os autores concluíram que a estrutura está sujeita a oscilações de ciclo limite, o que indica a ocorrência de não linearidades do sistema. O trabalho de Stanford, Jutte e Wu (2014) analisou o *flutter* subsônico e tensão aeroelástica estática em placas laminadas de grafite/epóxi *tow sterred*, ou seja, laminados em que a fibra possui caminhos curvilíneos dentro de cada lâmina constituinte. Os autores utilizaram algoritmos genéticos para obter a fronteira de Pareto de tensão e *flutter*, e concluíram que as placas *tow sterred* apresentaram pouco ganho ( $\leq 2\%$ ) no que diz respeito ao *flutter*, mas melhoras na tensão da ordem de 24%.

Com o avanço das maiores velocidades e, portanto, regimes transônico e supersônico, uma grande gama de trabalho da última década se dedicou a análise de *flutter* nesses regimes. Scarth et al. (2014) estudaram a estabilidade de asas laminadas sujeitas a incertezas na orientação em regime supersônico. Os autores utilizaram o modelo de placas de Kirchhoff e a teoria de Rayleigh-Ritz acoplada com a teoria de faixas modificada para modelagem aerodinâmica. Nezami e Gholami (2016) aplicaram uma técnica ativa para o controle de *flutter* supersônico em painéis de honeycomb, em que o algoritmo genético foi aplicado para encontrar as melhores posições de sensores e atuadores PZT's. O trabalho de Cunha Filho et al. (2016) fez uso de materiais viscoelásticos como técnica passiva para o controle de *flutter* supersônico. Outros trabalhos realizaram análises de *flutter* em placas e cascas através da aplicação de materiais com memória de forma combinadas a análises térmicas e não-linearidades, sempre em regime supersônico (Donadon; de Faria, 2016; Samadpour; Asadi; Wang, 2016).

Mais recentemente, trabalhos voltados ao regime subsônico, de interesse desta tese, podem ser consultados. Swain et al. (2019) estudaram a dinâmica aeroelástica de placas compósitas reforçadas com nanotubos de carbono, em que a teoria de primeira ordem foi utilizada para modelagem de deslocamento e o carregamento aerodinâmico gerado via Nastran. Varun, Mondal e Mahato (2022) estudaram o efeito de delaminação de um laminado inteligente no desempenho de *flutter* exposta a um ambiente higrotérmico, em que variações de temperatura e umidade foram analisadas. O trabalho mais recente encontrado sobre *flutter* em placas compósitas é o de Duan et al. (2024), em que placas laminadas compostas com atuadores *Macro Fiber Composite* (MFC) embutidos são analisadas do ponto de vista aeroelástico. Neste trabalho, a influência da voltagem aplicada ao controlador, bem como umidade e temperatura são avaliadas quanto ao comportamento aeroelástico. Os autores utilizam a teoria de grandes deflexões e um modelo subsônico baseado na equação de Bernoulli. Os autores demonstram que a velocidade de *flutter* é significativamente deteriorada pelo ambiente higrotérmico, mas pode ser fortalecida pela ação do controlador.

A grande maioria dos trabalhos apresentados utiliza técnicas ativas para supressão do *flutter* de forma geral e quase sempre fazem uso do acoplamento entre o modelo estrutural e códigos comerciais que realizam a modelagem aerodinâmica. Mais especificamente no que tange a utilização de PZT's para o controle de vibrações e de *flutter*, pode-se citar alguns trabalhos das últimas duas décadas. Dentre estes, alguns pesquisadores propuseram o uso de materiais piezoelétricos para o controle de *flutter*. Moon e Hwang (2005) apresentaram uma

estratégia de controle ativo de *flutter* supersônico em painéis compósitos usando atuadores piezoelétricos, posicionados otimamente via algoritmo genético e a teoria do pistão quasi-estacionária. Raja et al. (2006) empregaram atuadores piezoelétricos multicamadas para aumentar a velocidade crítica de *flutter* em superfícies sustentadoras sob regime subsônico, utilizando o Nastran para a obtenção do carregamento aerodinâmico. Otiefy e Negm (2010) estudaram a capacidade de atuadores piezoelétricos auto-sensíveis para suprimir o *flutter* de uma asa caixão em regime transônico. Song e Li (2012) analisaram as propriedades e os limites do *flutter* supersônico em placas compósitas laminadas usando algoritmos ativos com sensores e atuadores piezoelétricos. Mais recentemente, Kuriakose e Sreehari (2021) estudaram como o dano piora o comportamento aeroelástico com vistas ao *flutter* e como, de forma ativa, atuadores PZT's podem agir de forma a recuperar as características reduzidas.

A utilização de circuitos *shunt* atrelados a elementos piezoelétricos para o controle passivo é a estratégia adotada nesta tese, bem como a utilização desse aparato para recuperação de energia ou *harvesting*. Dessa forma, a subseção seguinte traz um breve levantamento bibliográfico de publicações científicas relacionadas ao controle passivo pelo emprego de elementos piezoelétricos combinados com circuitos *shunt* e alguns envolvendo *harvesting*.

### 1.1.2 Controle passivo via circuitos *shunt* e *harvesting*

Circuitos *shunt* passivos fazem uso de elementos, como resistores, capacitores ou indutores. Estes podem ser aplicados para controle de vibração monomodal ou multimodal a depender do projeto do circuito utilizado. O primeiro trabalho publicado descrevendo a utilização de PZT's combinado com circuitos *shunt* foi o de Forward (1979), onde o aparato foi utilizado para o controle de um modo de vibrar de uma viga em balanço sujeita a flexão. O trabalho mais citado, no entanto, é o de Hagood e von Flotow (1991), em que os autores desenvolvem a teoria pertinente dos *shunts* resistivos e ressonantes (indutor e resistor em série). Os autores mostraram, experimentalmente, que a utilização do circuito resistivo gera um comportamento vibratório semelhante ao comportamento dos materiais viscoelásticos, já na topologia ressonante, o comportamento vibratório se assemelha ao de um absorvedor dinâmico de vibrações amortecido. Esses trabalhos despertaram o interesse de muitos autores, que se dedicaram ao aprimoramento da técnica de *shunt* através de novas propostas de topologias de circuito, como capacitiva e chaveado (Lesieutre, 1998), desenvolvimento de expressões ótimas para os parâmetros do *shunt*, expansão ao controle multimodal e estudo de sistemas adaptativos.

Um autor relevante para o desenvolvimento da temática de circuitos *shunt* foi Shu-yau Wu. Em 1996, Wu contesta a formulação em série do circuito ressonante proposta por Hagood e von Flotow (1991), argumentando não ser adequada para altos valores de resistência (Wu, 1996). Ainda neste trabalho, o autor desenvolve a formulação dos circuitos *shunt* ressonante paralelo e apresenta resultados experimentais de uma estrutura tipo viga. No ano seguinte, Wu testa o circuito ressonante paralelo em uma placa compósita visando o controle do primeiro modo (Wu; Bicos, 1997). Em outro trabalho, Wu apresenta a formulação para o controle multimodal através da aplicação dos denominados ramos de bloqueio (Wu, 1998), diferente da

forma proposta inicialmente por Hollkamp (1994).

Vários trabalhos que utilizam circuitos ressonantes, principalmente para estruturas com baixas frequências naturais, relatam os elevados valores requeridos de indutância, o que prejudica a aplicação prática nos casos em que a massa é determinante. Alguns autores propuseram utilizar capacitores associados ao circuito ressonante como maneira de reduzir a indutância (Fleming; Behrens; Moheimani, 2002; Park; Inman, 2003). No entanto, uma maneira mais difundida é o uso de indutores sintéticos, os quais consistem de circuitos eletrônicos baseados em amplificadores operacionais capazes de simular o comportamento de indutores reais. Os principais indutores sintéticos utilizados são os de Riordan e Antoniou (Zambolini Vicente, 2019). Viana e Steffen Júnior (2006) investigaram esses dois tipos de indutores no controle de vibração de uma viga dotada de circuitos *shunts* ressonantes série e paralelo. Mais recentemente, Dekemele, Torre e Loccufier (2021) propuseram um indutor sintético de alta tensão mais adequado às estruturas mecânicas flexíveis, análises experimentais e numéricas foram realizadas e comprovaram a adequação do indutor para amortecimento de vibrações.

No início dos anos 2000, uma nova configuração de circuito *shunt* baseada no conceito de capacitância negativa começou a ser estudada. A ideia dessa estratégia consiste em anular a capacitância do PZT e maximizar a energia de dissipação através do resistor. A capacitância negativa é criada de forma similar aos indutores sintéticos. Um trabalho deste ano, Wang, Yao e Liu (2024), aplicou a capacitância negativa para controle de vibração de uma placa sob regime subsônico e concluiu que a técnica é capaz de melhorar ainda mais o amortecimento de vibração da estrutura.

A aplicação de circuitos *shunt* multimodais é a de interesse desta tese. Além do trabalho de Viana e Steffen Júnior (2006) já mencionado, alguns outros trabalhos de relevância dos últimos vinte anos cabem destaque. Trindade e Maio (2008) investigaram o desempenho de um controlador passivo multimodal de vibrações, baseado em circuitos resistivos, aplicado a uma viga sanduíche. Cheng, Wang e Oh (2009) aplicaram um *shunt* eletromagnético para supressão de vibrações de estruturas flexíveis. No trabalho de Goldstein (2011) um método de projeto e autoadaptação de *shunts* piezoelétricos multimodais é apresentado. Berardengo, Manzoni e Conti (2017) propuseram um modelo de *shunt* piezoelétrico multimodal passivo baseado desigualdades matriciais, em que visam encontrar a impedância ótima para o controle de vibração.

No que se refere a aplicação de *shunts* piezoelétricos multimodais em aplicações aero-elásticas, algumas pesquisas realizadas no Laboratório de Mecânica das Estruturas (LMEst), sediado na Universidade Federal de Uberlândia (UFU), se destacam. Zambolini Vicente, Silva e Lima (2015) utilizaram PZTs acoplados a circuitos *shunt* e técnicas de otimização para controlar a vibração de vigas compósitas. No trabalho de Leao et al. (2016) os autores fizeram uma análise do comportamento aeroelástico de placas compósitas inteligentes acopladas a circuitos *shunt* multimodais, com vistas aos limites ao *flutter* supersônico. Por fim, Ribeiro e Lima (2021) propuseram uma ferramenta robusta de controle passivo de vibração em painéis compósitos sob regime supersônico de escoamento. Os autores utilizaram pastilhas piezocerâmicas ligadas a circuitos ressonantes, um modelo em elementos finitos estocásticos e modelaram as incertezas



das variáveis que mais influenciam na eficiência do dispositivo amortecedor.

Vários estudos quanto ao *harvesting* podem ser consultados na literatura, sendo aqueles que apresentam relação com problemas aeroelásticos de interesse dessa tese, mais especificamente, com vistas ao *flutter* em que os dispositivos são nomeados de *flutter-style harvester*. Uma investigação inicial quanto ao *harvesting* via fluxo de ar é o trabalho de Tan e Panda (2007), que emprega uma viga com PZT sujeita a um fluxo transversal. Os autores não avaliaram o fenômeno de *flutter*, mas mostraram a influência de um circuito resistivo e em qual velocidade se obtém a melhor potência.

De Marqui Junior, Erturk e Inman (2009) também apresentam certo pioneirismo quanto a modelagem de *harvesting* em sistemas aeroelásticos. Nesse trabalho, os autores apresentam um modelo em elementos finitos eletromecanicamente acoplado para prever a potência elétrica de saída de placas piezoelétricas. No ano seguinte, Akaydin, Elvin e Andreopoulos (2010) investigaram experimentalmente a eficiência de *harvesting* de uma viga com camada piezoelétrica polimérica submetida a um escoamento longitudinal turbulento. Um ano mais tarde, De Marqui Junior et al. (2010) apresentam uma modelagem denominada piezoaerolástica no domínio da frequência aplicada a uma placa em balanço e piezocerâmicas embutidas para *harvesting*. Similarmente ao que é utilizado nesta tese, os autores utilizaram modelagem aerodinâmica não-estacionária via DLM e o método pk, embora, no que diz respeito ao circuito utilizado, tenham analisado circuitos resistivos e ressonantes sem aplicação de otimização de parâmetros. No mesmo ano, Sousa et al. (2011) exploraram as não-linearidades combinadas de um sistema aeroelástico de seção típica para análise de *harvesting*. Ainda nesse sentido, o trabalho de Dias, De Marqui Junior e Erturk (2013) propôs um projeto de *harvester* baseado em aerofólio com transdução piezoelétrica e indução eletromagnética para *harvesting* e dois anos depois, estendeu o modelo para três graus de liberdade (Dias; De Marqui Junior; Erturk, 2015).

Mais recentemente, Kameyama e Makihara (2017) estudaram o *harvesting* no ponto de *flutter* de uma estrutura laminada contendo elemento piezoelétrico na raiz da viga em balanço. Silva e De Marqui Junior (2017) apresentaram o conceito de controle ativo autoalimentado para oscilações de base e aeroelásticas através de PZT's explorando os efeitos de sensor e atuador. Os autores utilizaram placa e duas camadas de PZT's na raiz da asa para investigar, numérica e experimentalmente, onde foi demonstrado eficiência para amortecimento de vibrações. Tang e Dowell (2018) desenvolveram um novo modelo não linear para um sistema piezoaerolástico, em que os autores investigaram estruturas laminadas com PZT's sob fluxos de guinadas modelados via teoria de *Vortex*. Já Abdehvand, Roknizadeh e Mohammad-Sedighi (2021) apresentam um novo modelo contínuo para melhorar o *harvesting* das vibrações induzidas via *flutter* em uma estrutura composta de aerofólio ligado a uma viga elástica recoberta por material magneto-eleto-elástico. Neste, os autores utilizam o método p e a teoria de Peter para resolução do problema de *flutter* e modelagem aerodinâmica, respectivamente.

De acordo com a revisão apresentada, a maioria dos trabalhos que envolvem *harvesting* e/ou controle de *flutter* via utilização de circuitos *shunts* e transdutores piezoelétricos, fazem uso de circuitos mais monomodais simples (resistivo ou ressonante) com análises mais focadas em obter o comportamento da potência em relação a um parâmetro do circuito. Pouco se encontra

na literatura trabalhos que envolvem *flutter-style harvester* com aplicação de circuitos passivos multimodais, como o apresentado por Ribeiro e Lima (2021) voltado ao regime supersônico. Além disso, algumas modelagens apresentadas estão no domínio do tempo, tornando-as mais custosas e não fazem uso de modelagens abertas e mais robustas do carregamento aerodinâmico. As aplicações de coleta de energia padrão e de amortecimento de vibrações, embora as principais funções sejam coleta de energia e dissipação de energia, respectivamente, estas podem ser comparadas em termos de capacidade de amortecimento (Lesieutre; Ottman; Hofmann, 2004). Referindo-se à comparação entre as duas aplicações, nota-se que é possível que as duas funções possam coexistir em uma determinada condição e ambas afetem o amortecimento estrutural. Dessa forma, a proposta deste trabalho está ligada ao projeto de um sistema híbrido (*Hybrid Resonant Multimodal Shunted Piezoceramics Harvester - HRMSPH*) dedicado a realizar, simultaneamente, a supressão do *flutter* subsônico em painéis compósitos e *harvesting*.

## 1.2 Objetivos

A presente tese faz parte do grupo de pesquisas do LMEst, o qual, entre outros ramos, analisa a instabilidade e controle de sistemas aeroelásticos sujeitos a regime de fluxo subsônico. Nesse sentido, esta tese tem como foco principal o projeto ótimo-robusto de uma técnica de controle e supressão do fenômeno do *flutter*, com vistas à recuperação de energia de sistemas aeroelásticos dotados de piezocerâmicos acoplados a circuito elétrico *shunt* multimodal. Para tal, alguns objetivos específicos se fazem necessários:

- Realizar a modelagem aeroeletromecânica do problema acoplado, empregando MEF para modelo estrutural e DLM para o aerodinâmico;
- Inserir circuito elétrico de controle multimodal ao modelo;
- Propor modificações do método pk para resolver o problema aeroeletroelástico resultante;
- Propor uma estratégia ótima-robusta do *Hybrid Multimodal Resonant Shunted Piezoceramics Harvester* (HMRSPH) para otimizar simultaneamente a supressão do *flutter* e a potência de *harvesting*.

## 1.3 Organização da tese

Além deste capítulo introdutório esta tese possui mais seis capítulos. O Capítulo II aborda a teoria envolvida na modelagem eletromecânica de estruturas compósitas, partindo da exposição das teorias de modelagem compósita, passando pelas características do problema em elementos finitos, pelo acoplamento ao domínio elétrico e finalizando na inserção do circuito *shunt* ao modelo.

No Capítulo III, é apresentado de forma sumarizada o método DLM, apresentando as particularidades matemáticas para utilização deste na modelagem do carregamento aerodinâmico não-estacionário. O acoplamento dos modelos eletromecânico e aerodinâmico é apresentado no Capítulo IV, em que o desenvolvimento do método pk é explanado com vistas à análise de estabilidade de *flutter*. Além disso, são apresentados os conceitos referentes ao *harvesting*, principalmente no que diz respeito ao cálculo de potência obtida.

O Capítulo V apresenta os conceitos pertinentes à formulação de problemas de otimização multiobjetivo determinístico, definição de dominância de Pareto e a inserção da robustez. O conceito de ótimo-robusto inclui a análise das funções de vulnerabilidade referente a cada objetivo do problema. O Capítulo também aborda o algoritmo genético NSGA II, utilizado para as análises de otimização realizadas.

O Capítulo VI apresenta o detalhamento e resultados obtidos das simulações numéricas realizadas e, por fim, o Capítulo VII traz as conclusões gerais e sugestões para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO II

### MODELAGEM POR ELEMENTOS FINITOS DO PROBLEMA ELETROMECHANICO

O contexto no qual está inserido este trabalho advém de uma série de outras pesquisas envolvendo estruturas compósitas laminadas contendo materiais inteligentes para aplicação aeronáutica, visando o controle de vibrações e/ou de fenômenos aeroelásticos. Nesse sentido, este capítulo abordará os principais conceitos sobre as teorias que são utilizadas para a modelagem em elementos finitos de estruturas compósitas, conforme os trabalhos de referência do grupo de pesquisa do LMEst (Faria, 2006; Silva, 2014; Ribeiro, 2019). Será apresentada a formulação do acoplamento eletromecânico proveniente da camada piezoelétrica segundo a abordagem apresentada por Chee (2000). Por fim, é feita a inclusão do circuito *shunt* à modelagem estrutural.

#### 2.1 Teorias de laminados compósitos

A modelagem de laminados, seja placas ou cascas, baseia-se em premissas cinemáticas sobre os campos de deformações e deslocamentos. Há uma variedade de teorias utilizadas que advém de extensões das formulações de placas ou cascas homogêneas e isotrópicas. Basicamente, essas teorias são baseadas na Camada Equivalente Única (*Equivalent Singular Layer* - ESL), na elasticidade tridimensional e de modelos múltiplos. As teorias ESL são derivações da teoria da elasticidade tridimensional com hipóteses que reduzem o problema para o plano. Já as teorias tridimensionais tratam cada lâmina do compósito como um sólido tridimensional (Reddy, 2003).

As teorias da categoria ESL assumem campos de deslocamento ou de tensão como sendo uma combinação linear de funções desconhecidas e da espessura. A ESL contém as teorias denominadas Clássica dos Laminados (*Classical Laminated Theory* - CLT) e as de deformação cisalhante, conhecidas como Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (*First-order Shear Deformation Theory* - FSDT) e Teoria da Deformação Cisalhante de Ordem Superior (*High-order Shear Deformation Theory* - HSDT). Nas teorias tridimensionais estão as modelagens clássicas e as teorias de camadas (*Layerwise Theory* - LW) (Reddy, 2006).

As categorias ESL e LW, evidenciadas como principais categorias na literatura, diferem no que diz respeito à continuidade do campo de deslocamento dos laminados. As teorias LW

assumem que o campo de deslocamento possui apenas continuidade  $C^0$  ao longo da espessura. Ou seja, as derivadas dos deslocamentos podem ser descontínuas ao longo da espessura do laminado. Dessa forma, análises de efeitos locais em materiais compósitos, tais como mecanismo de delaminação entre camadas, ruptura de fibras e efeitos de borda, requerem o uso da teoria LW. De outra forma, análises de desempenho global, como determinação de frequências naturais, modos de vibrar e deslocamentos, podem ser realizadas via teorias ESL (Reddy, 2003).

Determinados problemas utilizam uma combinação das teorias ESL e LW para aproximar grandezas diferentes do mesmo problema, simplificando-o (Viana; Steffen Júnior, 2006; Zambolini Vicente, 2014; Ribeiro; Lima, 2021). Essa combinação é o que se chama de teoria Mista, sendo muito utilizada para a modelagem de laminados inteligentes, ou seja, que possuem atuadores e/ou sensores piezoelétricos. Nestes casos, faz-se uso de uma ESL para aproximação dos campos de deslocamento mecânico e da LW para aproximar os potenciais elétricos. A estrutura objeto de estudo desta tese é um laminado inteligente submetido a um carregamento aerodinâmico, cuja teoria, mais detalhada nos capítulos posteriores, requer os deslocamentos e frequências naturais da estrutura. Dessa forma, a aplicação de uma combinação de alguma teoria ESL com uma LW se mostra uma boa opção.

### 2.1.1 Teoria Clássica dos Laminados - CLT

A CLT é a teoria mais simples das que compõem a categoria ESL e é uma extensão da teoria de placas de Kirchhoff para placas laminadas, mantendo as mesmas hipóteses para formulação do campo de deslocamento e deformação (Mendonça, 2019). As hipóteses de Kirchhoff referem-se às linhas normais transversais das placas em flexão, informando que estas são retas e permanecem retas após a deformação, que são inextensíveis e que permanecem perpendiculares à superfície de referência, como ilustra a Fig. 2.1.

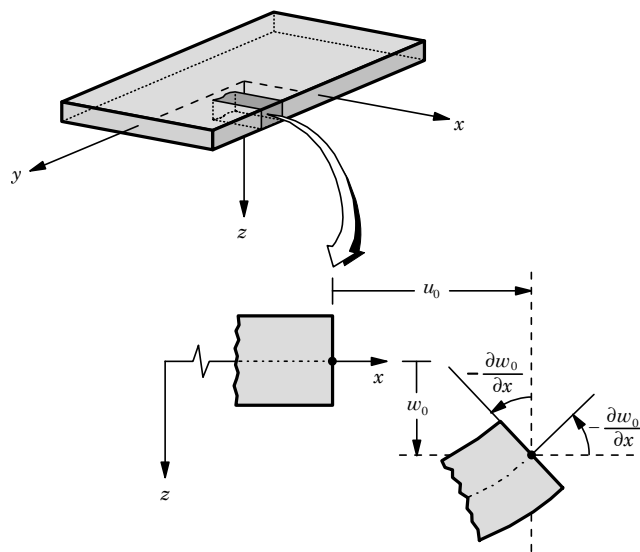


Figura 2.1 – Ilustração das hipóteses de Kirchhoff em uma placa (extraída de Reddy, 2003).

As hipóteses sobre as normais transversais possuem consequências para a definição do campo de deslocamento e, conseqüentemente, deformação. De forma geral, as hipóteses implicam no deslocamento transversal independente da coordenada de espessura e em deformações normal ( $\varepsilon_{zz}$ ) e transversais de cisalhamento ( $\varepsilon_{xz}$  e  $\varepsilon_{yz}$ ) nulas.

O caso dos laminados ainda requer duas hipóteses adicionais. A primeira que o laminado possui lâminas perfeitamente coladas e, portanto, não deslizam ou descolam. A segunda é sobre a camada de resina que é considerada infinitesimalmente fina e não deformável por cisalhamento, implicando assim em deslocamentos contínuos através das lâminas. Dessa forma, define-se o campo de deslocamentos da CLT como sendo (Mendonça, 2019; Reddy, 2003):

$$u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y, t) \quad (2.1a)$$

$$v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y, t) \quad (2.1b)$$

$$w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \quad (2.1c)$$

onde  $u_0$ ,  $v_0$  e  $w_0$  são as componentes de deslocamentos de um ponto do plano médio do laminado ao longo das direções coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. Os termos  $\frac{\partial w_0}{\partial x}$  e  $\frac{\partial w_0}{\partial y}$  representam as inclinações da normal à superfície média num ponto  $(x, y)$  da superfície de referência.

A CLT tem sido usada na análise de tensões e deslocamentos de placas compostas carregadas mecânica e termicamente. No entanto, algumas limitações devem ser ponderadas quando da aplicação desta. De forma geral, as limitações envolvem a predição de tensão interlaminar, efeito de borda nos casos isotrópicos e problemas quanto a um dos principais modos de falhas dos laminados, a delaminação. Além disso, a CLT também considera uma distribuição linear de deslocamento ao longo da espessura, fazendo com que seja mais precisa para laminados finos e, assim, o erro da CLT aumenta a medida que a relação espessura/largura da placa composta laminada aumenta (Mendonça, 2019).

### 2.1.2 Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem - FSDT

A limitação quanto à modelagem da deformação transversal da teoria CLT traz a necessidade de avaliar a utilização de outras teorias que consigam aproximar as tensões interlaminares. É nesse sentido que surgiram as teorias de deformação cisalhante. A teoria de primeira ordem FSDT, também denominada teoria de Reissner-Mindlin, ou ainda teoria dos laminados semi-espessos, considera a existência de cisalhamento transversal constante ao longo da espessura (Reddy, 2003).

A FSDT foi postulada de modo a obedecer a hipótese de placa semi-espessa de Mindlin/Reissner, que considera que uma reta normal à superfície de referência indeformada (normais transversais definidas anteriormente) permanecem retas e inextensíveis após a deformação, porém não necessariamente normais à superfície de referência deformada, o que

permite, até certo grau, a aproximação do cisalhamento transversal (Mendonça, 2019). A Fig. 2.2 ilustra, para o plano, o conceito da hipótese de Mindlin/Reissner.

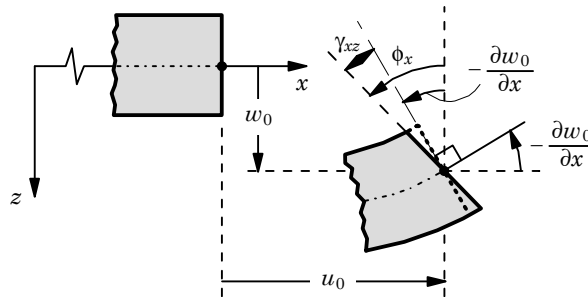


Figura 2.2 – Ilustração da placa segundo a FSDT (adaptada de Reddy, 2003).

Pode-se entender, de outra forma, que a formulação da FSDT é um relaxamento da terceira hipótese de Kirchhoff mantendo a inextensibilidade, o que permite escrever o campo de deslocamento da seguinte forma (Reddy, 2003):

$$u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \quad (2.2a)$$

$$v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \quad (2.2b)$$

$$w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \quad (2.2c)$$

onde  $u_0$ ,  $v_0$  e  $w_0$  são os mesmos deslocamentos da CLT, e os termos  $\phi_x$  e  $\phi_y$  representam rotações de uma normal transversal sobre os eixos  $x$  e  $y$ , ou seja,  $\frac{\partial u}{\partial z} = \phi_x$  e  $\frac{\partial v}{\partial z} = \phi_y$ .

O campo de deslocamento da FSDT supõe, intrinsecamente, constância da deformação de cisalhamento (e portanto, tensão de cisalhamento constante) ao longo da espessura da placa, o que não condiz com a realidade. Em placas homogêneas, a distribuição de tensão segue um padrão parabólico e em compósitos laminados varia, pelo menos, quadraticamente através da espessura de cada lâmina. Sendo assim, uma forma de corrigir essa distorção é a aplicação de fatores de correção de cisalhamento ( $k$ ) (Reddy, 2003; Mendonça, 2019).

Trabalhos datados a partir de 1940 já faziam análises em placas isotrópicas homogêneas, sujeitas a carregamentos estático ou dinâmico para levantamento dos fatores de correção (Reissner, 1945; Mindlin; Deresiewicz, 1953). Este é essencial para melhorar a precisão na obtenção dos deslocamentos de placas via FSDT. Para placas homogêneas, existem duas formulações básicas, nomeadamente método de Timoshenko e método de Reissner. Ambas as formulações dependem de uma estimativa prévia acurada das tensões de cisalhamento. Essa estimativa parte da equação de equilíbrio e, como já citado, mostra a distribuição parabólica da tensão cisalhante ao longo da coordenada de espessura do laminado (Mendonça, 2019).

O método de Timoshenko considera o laminado como sendo monolâmina e faz uma equivalência com a estimativa no ponto máximo de tensão, resultando em um fator de correção de 2/3. O segundo método é uma extensão do método de placas isotrópicas de Reissner para placas laminadas homogêneas em que o fator de correção é obtido a partir de expressões

derivadas da energia total de deformação e vale  $5/6 = 0,83333$  (Mendonça, 2019). Esse último, não difere muito obtido dinamicamente por Mindlin e Deresiewicz (1953) de  $\pi^2/12 \approx 0,822467$ .

Vale pontuar uma questão envolvendo a utilização do fator  $k$  para a estrutura de estudo desta tese. As teorias dispostas se referem a placas homogêneas e não laminadas. No entanto, a aplicação da teoria mista faz da estrutura laminada, pelo menos no que diz respeito aos deslocamentos mecânicos, uma única lâmina homogênea, permitindo assim a aplicação dos métodos supracitados. A escolha de qual fator utilizar depende da natureza do problema. No entanto, Whitney (1987) faz algumas análises comparativas e recomenda o fator  $k = 5/6$ . A Fig. 2.3 mostra uma dessas análises que faz o comparativo dos deslocamentos obtidos via CLT, FSDT com diferentes  $k$  e a solução exata da elasticidade para flexão cilíndricas em placas com diferentes razões de aspecto.

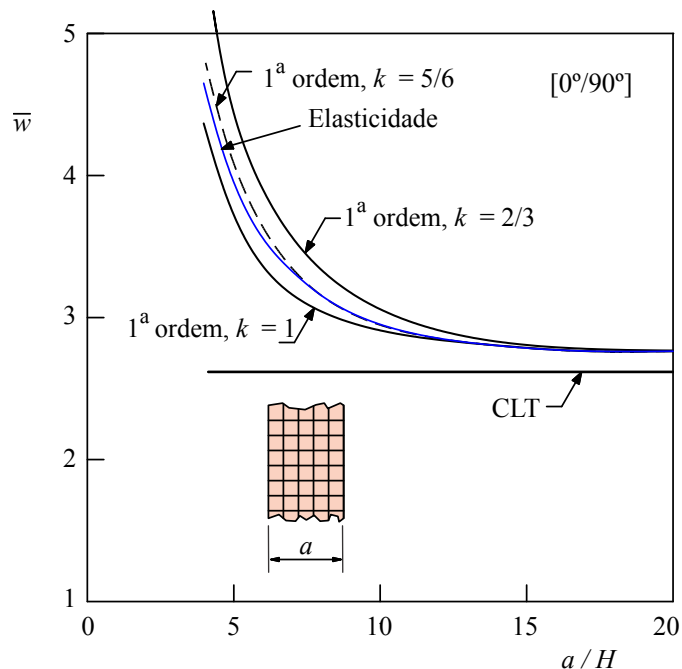


Figura 2.3 – Comparativo de deflexão máxima (adaptado de Mendonça, 2019).

A aplicação da FSDT para casos laminados discretos, ou seja, considerando cada camada independente não são triviais. Esses fatores dependem não só dos parâmetros de laminação e geométricos, mas do tipo de carregamento e das condições de contorno. A complexidade é ainda maior quando para laminados sujeitos a carregamentos dinâmicos, onde há presença de forças de inércia e a necessidade de dois fatores para cada direção ortogonal (Reddy, 2003). Toda a formulação para obtenção dos fatores placas laminadas ortotrópicas pode ser consultada em Mendonça (2019).

### 2.1.3 Teoria de ordens superiores - HSDT

As teorias de ordem superior são assim chamadas por acrescentarem mais termos polinomiais desconhecidos à formulação de seus campos. Essas teorias podem representar



melhor a cinemática do problema, não necessitando de fatores de correção e ainda são mais precisas na representação da distribuição de tensão interlaminar. No entanto, envolvem termos de difícil interpretação física e requerem alto esforço computacional, uma vez que crescem o número de funções desconhecidas (Reddy, 2003; Faria, 2006).

A teoria original de terceira ordem (*Third-order Shear Deformation Theory* - TSDT) é mais conhecida como HSDT, sendo proposta por J. N. Reddy e data de 1987 (Reddy, 2003). Essa teoria possui as mesmas hipóteses da FSDT, com exceção sobre a retidão e normalidade de normais transversais após deformação. Para tal, os deslocamentos são expandidos como funções cúbicas do tipo:

$$u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) + z^2\theta_x(x, y, t) + z^3\lambda_x(x, y, t) \quad (2.3a)$$

$$v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) + z^2\theta_y(x, y, t) + z^3\lambda_y(x, y, t) \quad (2.3b)$$

$$w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \quad (2.3c)$$

onde é possível observar a presença de nove parâmetros desconhecidos. Reddy (2003) mostra uma formulação com determinadas condições que consegue reduzir o número de parâmetros dependentes para cinco.

Muitas teorias de ordem superior foram desenvolvidas nos últimos 40 anos, a saber: teoria de Touratier (1991) (distribuição de deformação transversal como uma função senoidal), Soldatos (1992) (teoria de deformação por cisalhamento hiperbólico), Karama, Afaq e Mistou (2003) (variação exponencial para a deformação transversal) e Shi (2007) que, assim como Reddy, propôs uma variação parabólica para deformação por cisalhamento transversal. Mais recente, a tese de Kolvik (2012) apresenta análises com uma abordagem unificada das teorias apresentadas por Reddy e Shi.

O trabalho de Faria (2006) realizou a modelagem em elementos finitos da HSDT para placas compostas dotadas de sensores e atuadores piezoelétricos. Nas simulações numéricas, a modelagem mostrou-se eficiente quanto a previsão de deflexões quando comparada aos resultados analíticos clássicos apresentados na literatura.

No entanto, a aplicação destas, como já mencionado, é de maior interesse para previsões acuradas de tensões interlaminares de laminados espessos, o que não representa o interesse desta tese. O fato das teorias ESL apresentarem maior simplicidade e baixo custo computacional, além de precisão suficiente para análises globais, fazem destas a melhor escolha para o objeto de estudo desta tese. Devido ao destaque da FSDT quanto a previsão dos deslocamentos sem aumento demasiado no custo de modelagem, bem como a natureza global da modelagem do problema desta tese, esta será a teoria utilizada para a modelagem dos deslocamentos mecânicos.

## 2.2 Formulação do problema mecânico

Exposta a parte relativa à teoria que envolve a modelagem de placas compostas laminadas, bem como a melhor escolha para o problema proposto, será desenvolvida nesta seção a formulação em elementos finitos para modelagem mecânica do compósito multicamadas baseando-se na teoria FSDT. O objetivo é equacionar as matrizes de massa e rigidez a nível elementar, mediante as particularidade do elemento finito escolhido e da teoria de deslocamentos. A formulação matricial é obtida via energia cinética e de deformação para o elemento, e depois extrapolada para o nível global da discretização.

A obtenção das matrizes de massa e rigidez, explanadas posteriormente, requer a definição dos campos de deslocamento e de deformação em suas respectivas formas matriciais. Dessa forma, toma-se o campo de deslocamentos da FSDT por:

$$\mathbf{U}(x, y, z, t) = \mathbf{A}(z)\mathbf{u}(x, y, t) \quad (2.4)$$

com:

$$\mathbf{U}(x, y, z, t) = \{u(x, y, z, t) \quad v(x, y, z, t) \quad w(x, y, z, t)\}^T \quad (2.5a)$$

$$\mathbf{A}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5b)$$

$$\mathbf{u}(x, y, t) = \{u_0(x, y, t) \quad v_0(x, y, t) \quad w_0(x, y, t) \quad \phi_x(x, y, t) \quad \phi_y(x, y, t)\}^T \quad (2.5c)$$

onde os termos são os mesmos já apresentados no desenvolvimento da FSDT e servirão para definir as relações com deformações.

As relações deformação-deslocamento partem de hipóteses simplificadoras do tensor de deformação Green-Lagrange. Assumindo que os gradientes de deslocamento são da mesma ordem das deformações, e que as deformações e rotações são pequenas (deformações menores que 5% e 5°), define-se as seguintes relações (Reddy, 2003; Mendonça, 2019):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), & \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), & \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Aplicando as Eq. 2.2 nas relações da Eq. 2.6 acima e tomando as relações  $\varepsilon_{xy} = \gamma_{xy}/2$ ,  $\varepsilon_{xz} = \gamma_{xz}/2$  e  $\varepsilon_{yz} = \gamma_{yz}/2$ , obtém-se o campo de deformação:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & z \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & z \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 1 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & z \frac{\partial}{\partial y} & z \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0(x, y, t) \\ v_0(x, y, t) \\ w_0(x, y, t) \\ \phi_x(x, y, t) \\ \phi_y(x, y, t) \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

em notação matricial:

$$\varepsilon(x, y, z, t) = \mathbf{D}(z)\mathbf{u}(x, y, t) \quad (2.8)$$

onde  $\varepsilon$  é o vetor de deformações e  $\mathbf{D}(z)$  é uma matriz de operadores diferenciais. A notação do campo de deformações pode ainda ser colocada de modo a separar os efeitos de membrana (relativo ao plano médio) e flexão (Ribeiro, 2019; Mendonça, 2019).

### 2.2.1 Discretização dos deslocamentos mecânicos

A construção do modelo em elementos finitos baseou-se em elementos retangulares planos da família *Serendipity*, a qual faz parte dos elementos Lagrangeanos com oito nós (Reddy, 2006). Além disso, foi adotado o sentido anti-horário (positivo de  $z$ ) para disposição dos nós e um sistema de coordenadas locais ( $\xi, \eta, \zeta$ ). A Fig. 2.4 ilustra o elemento finito em perspectiva tridimensional, os sistemas de coordenadas, a disposição dos nós e suas coordenadas locais, e a representação dos graus de liberdade em um dos nós.

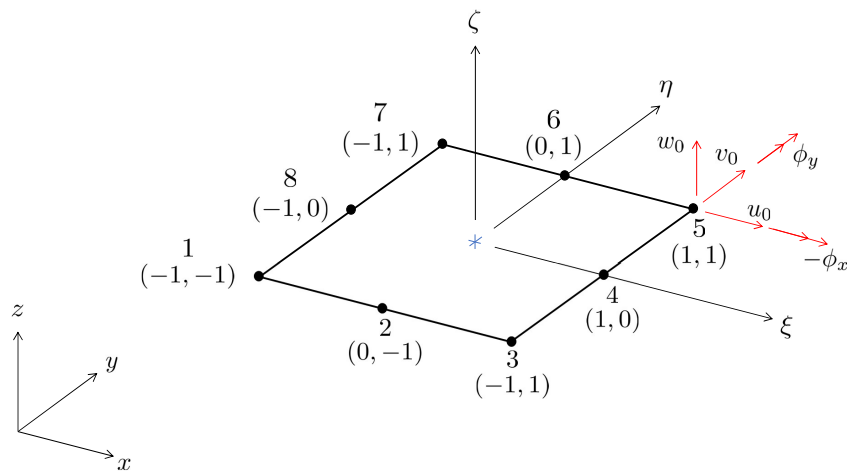


Figura 2.4 – Elemento finito da família *Serendipity*.

O sistema de coordenadas locais permite maior clareza quando se está analisando o elemento finito numa combinação nodal. Dessa forma, é conveniente descrever o deslocamento

do elemento “e” como sendo uma combinação dos deslocamentos dos nós ( $n_{ne}$ ) que o compõe, ou seja:

$$\mathbf{u}(\xi, \eta, t) = \mathbf{N}(\xi, \eta)\mathbf{u}_e(t) \quad (2.9)$$

onde, de forma genérica,  $\mathbf{u}_e(t) = \{u_{0_i} \ v_{0_i} \ w_{0_i} \ \phi_{x_i} \ \phi_{y_i}\}^T$  é o vetor de deslocamento nodal do elemento, com  $i = 1 \dots n_{ne}$ , e, portanto, dimensão  $5n_{ne} \times 1$ ; e  $\mathbf{N}(\xi, \eta)$  é a matriz que representa o conjunto das  $n_{ne}$  funções de forma do elemento “e” e possui dimensão de  $5 \times 5n_{ne}$ . As funções de forma  $N_i(\xi, \eta)$  que compõem a matriz  $\mathbf{N}(\xi, \eta)$  são associadas a cada nó e, para o elemento *Serendipity*, são definidas por:

$$\begin{aligned} N_1(\xi, \eta) &= -\frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta)(1 + \xi + \eta) \\ N_2(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}(1 - \xi)(1 + \xi)(1 - \eta) \\ N_3(\xi, \eta) &= -\frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta)(1 - \xi + \eta) \\ N_4(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}(1 + \xi)(1 + \eta)(1 - \eta) \\ N_5(\xi, \eta) &= -\frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta)(1 - \xi - \eta) \\ N_6(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}(1 - \xi)(1 + \xi)(1 + \eta) \\ N_7(\xi, \eta) &= -\frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta)(1 + \xi - \eta) \\ N_8(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}(1 - \xi)(1 + \eta)(1 - \eta) \end{aligned} \quad (2.10)$$

A análise em coordenadas nodais proporciona uma configuração para representação simples e clara das características do elemento. No entanto, quando se faz a análise das deformações, as derivadas parciais de  $u$  e  $v$  devem ser tomadas em coordenadas globais  $x$  e  $y$ . A relação de transformação entre as derivadas parciais das coordenadas locais para as globais se dá através da matriz Jacobiana ( $\mathbf{J}$ ), como mostra a Eq. 2.11 (Chandrupatla; Belegundu, 2015).

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

No entanto, a Eq. 2.11 evidencia a necessidade de definir uma relação entre os sistemas de coordenadas para que se possa escrever a matriz  $\mathbf{J}$  em função das coordenadas globais de cada nó, ou seja:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2} [\xi(x_4 - x_8) + x_8 + x_4] \\ y &= \frac{1}{2} [\eta(y_6 - y_2) + y_6 + y_2] \end{aligned} \quad (2.12)$$

Dessa forma, é possível reescrever  $\mathbf{J}$  como sendo:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (x_4 - x_8) & 0 \\ 0 & (y_6 - y_2) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

onde os termos  $(x_4 - x_8)$  e  $(y_6 - y_2)$  representam a largura e altura do elemento finito, respectivamente. Como será visto mais adiante, o uso dessas relações será útil para se obter a matriz de rigidez elementar, principalmente a expressão  $dx dy = \det(\mathbf{J}) d\xi d\eta$  (Chandrupatla; Belegundu, 2015).

Diante do exposto, é possível escrever os campos de deslocamento e de deformação sob coordenadas locais combinando as Eqs. 2.4 e 2.8 com a Eq. 2.9 e obtendo:

$$\mathbf{U}(\xi, \eta, z, t) = \mathbf{A}(z)\mathbf{N}(\xi, \eta)\mathbf{u}_e(t) \quad (2.14)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\xi, \eta, z, t) = \mathbf{D}(z)\mathbf{N}(\xi, \eta)\mathbf{u}_e(t) = \mathbf{B}(\xi, \eta, z)\mathbf{u}_e(t) \quad (2.15)$$

### 2.2.2 Matrizes elementares

A matemática apresentada na seção anterior é de nível elementar laminar, ou seja, um elemento finito de uma única camada. O laminado de várias camadas será tomado como monolâmina para predição do campo de deslocamentos. Dessa forma, os efeitos da quantidade de camadas ( $n$ ), do material ( $\rho_k$ ) e da direção das fibras ( $\theta_k$ ) em cada camada devem estar contidos na formulação das matrizes. O elemento finito multicamada com representação desses efeitos, sentido de numeração e camada piezoelétrica está ilustrado na Fig. 2.5.

A obtenção das matrizes elementares partem da aplicação das equações dos campos de deslocamento e deformação nas expressões das energias cinética ( $K_e$ ) e de deformação ( $U_e$ ) a nível elementar, a saber:

$$K_e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho \dot{\mathbf{U}}^T \dot{\mathbf{U}} dV_e \quad (2.16)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV_e \quad (2.17)$$

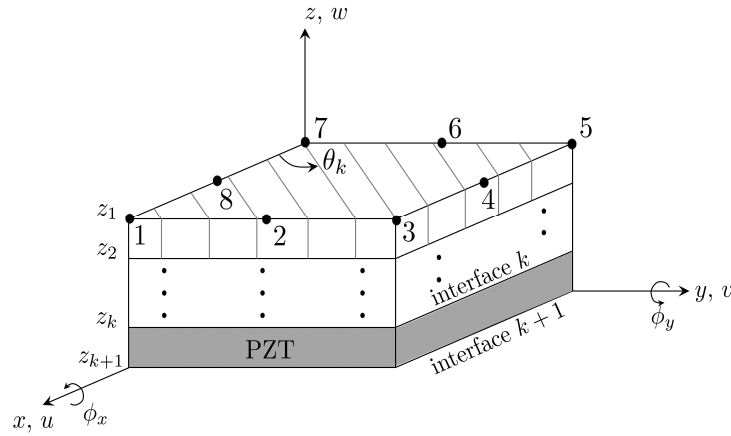


Figura 2.5 – Ilustração do elemento finito para placa composta laminada inteligente.

onde  $\rho$  é a densidade do material,  $\dot{\mathbf{U}}$  é a derivada no tempo do vetor  $\mathbf{U}$ ,  $V_e$  o volume do elemento finito e  $\sigma$  o vetor de tensões principais definido mais adiante.

A aplicação da Eq. 2.14 na Eq. 2.16, tomando as derivadas e as propriedades matriciais, resulta em:

$$K_e = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}_e(t)^T \underbrace{\int_{V_e} \rho \mathbf{N}(\xi, \eta)^T \mathbf{A}(z)^T \mathbf{A}(z) \mathbf{N}(\xi, \eta) dV_e}_{\mathbf{M}_{uu}^e} \dot{\mathbf{u}}_e(t) \quad (2.18)$$

onde  $\mathbf{M}_{uu}^e$  é a matriz de massa elementar para uma única camada. Tomando agora o laminado genérico de  $n$  camadas e expansão do volume em coordenadas locais, é possível escrever a matriz elementar de massa como:

$$\mathbf{M}_{uu}^e = \sum_{k=1}^n \int_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \int_{\eta=-1}^{\eta=1} \int_{\xi=-1}^{\xi=1} \rho_k \mathbf{N}(\xi, \eta)^T \mathbf{A}(z)^T \mathbf{A}(z) \mathbf{N}(\xi, \eta) \det(\mathbf{J}) d\xi d\eta dz \quad (2.19)$$

Para obter a expressão da matriz de rigidez elementar se faz necessário definir a relação tensão-deformação para materiais ortotrópicos, que são objeto de estudo desta tese. Materiais ortotrópicos possuem uma tríplice simetria entre planos ortogonais de propriedades, resultando na lei de Hooke ( $\sigma = \mathbf{C}\epsilon$ ) conforme a Eq. 2.20 (Mendonça, 2019):

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

onde os elementos  $C_{ij}$ , com  $i$  e  $j = 1 \dots 6$ , são os elementos do tensor de rigidez  $\mathbf{C}$  do material, os quais podem ser calculados através dos coeficientes de poisson e módulos elásticos do material (Reddy, 2003; Mendonça, 2019).

O fato de estruturas laminadas possuírem várias camadas empilhadas, cada uma com orientação específica ( $\theta_k$ ), faz com que a adoção de um sistema de coordenadas para cada lamina seja inexecuível. Sendo assim, utiliza-se um sistema de coordenadas global único que, em geral, não corresponde com o sistema principal de nenhuma das lâminas. Dessa forma, dada a variada disposição de camadas ao longo do eixo  $z$  do laminado, o ajuste do tensor  $\mathbf{C}$  para adequação ao sistema global de coordenadas é feito através da matriz de transformação  $\mathbf{T}$ , dada por:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 0 & 0 & 0 & -2sc \\ s^2 & c^2 & 0 & 0 & 0 & 2sc \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & c & 0 \\ sc & -sc & 0 & 0 & 0 & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

onde  $c = \cos(\theta_k)$  e  $s = \sin(\theta_k)$ , com  $\theta_k$  medido conforme mostra a Fig. 2.5.

Aplicando a relação matricial tensão-deformação e a Eq. 2.15 na Eq. 2.17, obtém-se:

$$U_e = \frac{1}{2} \mathbf{u}_e(t)^T \underbrace{\int_{V_e} \mathbf{B}(\xi, \eta, z)^T \mathbf{C} \mathbf{B}(\xi, \eta, z) dV_e}_{\mathbf{K}_{uu}^e} \mathbf{u}_e(t) \quad (2.22)$$

onde  $\mathbf{K}_{uu}^e$  é a matriz de rigidez mecânica elementar considerando uma lâmina, tal qual mostrado para matriz de massa. Expandindo para as  $n$  camadas de um laminado e considerando a variação de rigidez lâmina a lâmina, tem-se:

$$\mathbf{K}_{uu}^e = \sum_{k=1}^n \int_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \int_{\eta=-1}^{\eta=1} \int_{\xi=-1}^{\xi=1} \mathbf{B}(\xi, \eta, z)^T \mathbf{T} \mathbf{C} \mathbf{T}^T \mathbf{B}(\xi, \eta, z) \det(\mathbf{J}) d\xi d\eta dz \quad (2.23)$$

Determinadas as matrizes elementares para cada elemento finito da malha, a equação do movimento matricial em nível global pode ser obtida. Para tal, as matrizes globais são construídas via procedimento padrão de montagem em elementos finitos, que se dá através da conectividade de nós. Dessa forma, a equação global para a estrutura compósita, desconsiderando o amortecimento estrutural e no domínio do tempo, possui a seguinte forma:

$$\mathbf{M}_{uu} \ddot{\mathbf{u}}_g(t) + \mathbf{K}_{uu} \mathbf{u}_g(t) = \mathbf{F}_g(t) \quad (2.24)$$

onde:  $\mathbf{M}_{uu} = \bigcup_{e=1}^{nelem} \mathbf{M}_{uu}^e$  e  $\mathbf{K}_{uu} = \bigcup_{e=1}^{nelem} \mathbf{K}_{uu}^e$  são as matrizes globais de massa e rigidez do sistema mecânico, respectivamente. O símbolo  $\bigcup$  indica a montagem da matriz,  $nelem$  o número de elementos da discretização,  $\mathbf{u}_g$  é o vetor global de graus de liberdade mecânicos e  $\mathbf{F}_g$  é o vetor de carregamentos externos generalizados.

### 2.3 Formulação do problema eletromecânico

O problema de acoplamento eletromecânico surge da inserção da camada de material piezoelétrico ao laminado, tornando-o inteligente. Geralmente, considera-se uma estrutura inteligente aquela que possui sensores e atuadores com capacidade de sentir e realizar ações corretivas. Essas estruturas possuem parte passiva, que suporta o carregamento mecânico, e parte ativa, responsável pelo sensoriamento e atuação (Faria, 2006; Mendonça, 2019).

Os materiais piezoelétricos são conhecidos por apresentarem acoplamento entre os domínios físicos mecânico e elétrico, bem como a capacidade de transitar nos dois sentidos, definindo os efeitos direto e inverso (Leo, 2007). Sinteticamente, o primeiro material piezoelétrico foi produzido na década de 1950 através da cerâmica titanato zirconato de chumbo (PZT). Esse material apresenta módulo elástico semelhante ao do alumínio, capacidade de desenvolver deformações elásticas de 0,1% e capacidade de trabalhar em larga banda de frequência. Além disso, os cerâmicos PZT são os materiais piezoelétricos mais facilmente encontrados no mercado (Mendonça, 2019).

Além dos cerâmicos, desde 1969, há também materiais piezoelétricos poliméricos como o polifluoreto de vinilideno (PVDF). Estes possuem baixa densidade e maior flexibilidade, são utilizados como filmes finos e mais adequados para aplicações em que se comportam como sensores. Como desvantagens, os piezopolímeros apresentam difícil polarização e baixa constante dielétrica, o que dificulta a construção de circuitos de detecção (Faria, 2006).

O problema proposto nesta tese utilizará camada de piezocerâmica, nominada daqui para frente apenas de PZT, como constituinte do laminado inteligente. Neste caso, será tomada a polarização ao longo do eixo  $z$  e que as deformações mecânicas induzidas estão nas direções  $x$  e  $y$ . As relações constitutivas para os materiais piezoelétricos podem ser encontradas em trabalhos dos mais clássicos aos mais recentes. Para o caso piezoelástico ortotrópico, a relação constitutiva eletromecânica é dada por (Tiersten, 1969; Chee, 2000; Faria, 2006; Ribeiro, 2019):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{32} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 & 0 & -e_{24} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 & -e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & \chi_{11}^e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 & 0 & \chi_{22}^e & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \chi_{33}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

ou de forma matricial condensada:

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & -\mathbf{e}^T \\ \mathbf{e} & \boldsymbol{\chi}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{E} \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$



onde:  $\mathbf{D}$  [C/m<sup>2</sup>] representa o vetor de deslocamentos elétrico;  $\mathbf{C}$  [N/m<sup>2</sup>] é a matriz de elasticidade do material piezoelétrico obtida a campo elétrico constante;  $\mathbf{e}$  [N/(V m)], ou, de forma equivalente, em [C/m<sup>2</sup>], é a matriz de rigidez piezoelétrica;  $\chi^e$  [F/m] é a matriz de constantes dielétricas obtidas para deformação mecânica constante; e  $\mathbf{E}$  é o vetor campo elétrico em [V/m] ou [N/C].

Assim como para o caso mecânico apresentado na seção anterior, o equacionamento exposto deve incluir a transformação de coordenadas para o sistema global. No entanto, as propriedades elétricas advindas da inclusão do PZT são transformadas através de uma outra matriz, dada por:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} c & -s & 0 \\ -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

com  $c$  e  $s$  possuindo o mesmo significado da matriz de transformação mecânica  $\mathbf{T}$ .

A transformação da relação constitutiva geral pode ser realizada aplicando as transformações de coordenadas termo a termo, do sistema local (subscrito  $l$ ) para o global (subscrito  $g$ ), segundo as Eq's. 2.28.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_g &= \mathbf{T}\boldsymbol{\sigma}_l \\ \boldsymbol{\varepsilon}_g &= (\mathbf{T}^{-1})^T \boldsymbol{\varepsilon}_l \\ \mathbf{D}_g &= \mathbf{Q}\mathbf{D}_l \\ \mathbf{E}_g &= \mathbf{Q}\mathbf{E}_l \end{aligned} \quad (2.28)$$

e assim, reescrever a relação constitutiva no sistema de coordenadas global como:

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix}_g = \begin{bmatrix} \mathbf{TCT}^T & -\mathbf{T}\mathbf{e}^T\mathbf{Q}^{-1} \\ \mathbf{Q}\mathbf{e}\mathbf{T}^T & \mathbf{Q}\chi^e\mathbf{Q}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{E} \end{Bmatrix}_g \quad (2.29)$$

### 2.3.1 Discretização do potencial elétrico

A discretização do potencial elétrico desenvolvido no laminado será feito via teoria LW. Neste caso, é preciso definir o potencial elétrico em termos do campo elétrico. Essa relação é apresentada na literatura clássica como uma relação constitutiva elétrica entre o vetor campo elétrico ( $\mathbf{E}$ ) e a função escalar potencial eletrostático ( $\varphi$ ), dado segundo a Eq. 2.30 (Tiersten, 1969).

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi \quad (2.30)$$

onde  $\varphi$  [V] representa o potencial elétrico de uma superfície e  $\nabla$  é o operador diferencial nabra.

A teoria a ser utilizada é a teoria LW, conhecida como teoria da camada discreta, e baseia-se na técnica de separação de variáveis, onde a coordenada de espessura da casca  $z$  é desacoplada das coordenadas da superfície de referência  $x - y$ . Em termos gerais, a teoria extrapola determinada variável de interface para o nível de espessura ou camada através de funções lineares, conforme a Eq. 2.31 (Chee, 2000):

$$\varphi(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^{n+1} L_j(z) \varphi_j(x, y, t) \quad (2.31)$$

onde  $L_j(z)$  são as denominadas funções de camadas (*layerwise functions*) e  $\varphi_j(x, y, t)$  são as funções da variável da  $j$ -ésima interface, potencial elétrico no caso em questão, ambas indo até o número de interfaces ( $n$  camadas mais um).

Dado um laminado genérico de  $n$  camadas como ilustra na Fig. 2.6, a função potencial elétrico da  $n$ -ésima camada ( $\varphi_{(n)}$ ) é uma combinação das duas funções potencial elétrico referentes às interfaces inferior ( $\varphi_n$ ) e superior ( $\varphi_{n+1}$ ) e é dada por:

$$\varphi_{(n)}(x, y, z, t) = L_{ni}(z) \varphi_n(x, y, t) + L_{ns}(z) \varphi_{n+1}(x, y, t) \quad (2.32)$$

onde  $L_{ni}(z)$  e  $L_{ns}(z)$  são as funções *layerwise* referentes às interfaces inferior e superior da camada  $n$ , respectivamente e são dados por:

$$\begin{aligned} L_{ni}(z) &= \frac{z - z_{n+1}}{z_n - z_{n+1}} \\ L_{ns}(z) &= \frac{z - z_n}{z_{n+1} - z_n} \end{aligned} \quad (2.33)$$

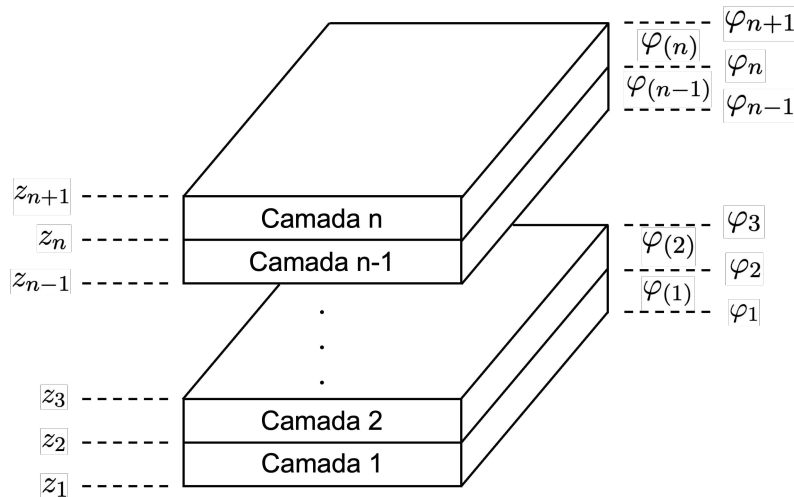


Figura 2.6 – Representação dos potenciais elétricos de um laminado genérico.

O potencial elétrico da Eq. 2.32 pode ser posto de forma matricial geral para uma camada  $k$  qualquer como sendo:

$$\varphi_{(k)}(x, y, z, t) = [\dots L_{ki}(z) \ L_{ks}(z) \dots]_{1 \times (n+1)} \boldsymbol{\varphi}_k(x, y, t) \quad (2.34)$$

onde  $\varphi_k(x, y, t)$  é o vetor de potenciais elétricos das interfaces e possui ordem  $(n + 1) \times 1$ .

Assim como para o caso mecânico, a discretização elétrica faz uso dos elementos finitos *Serendipity*. No entanto, agora para cada  $n$  camadas de laminado, há  $n + 1$  interfaces de elementos finitos, as quais possuem oito nós com um grau de liberdade elétrico cada. Este, refere-se ao potencial elétrico nodal ( $\varphi_{ij}$ ), com  $i$  representando a  $i$ -ésima interface e  $j$  o nó referente. A Fig. 2.7 ilustra a discretização elétrica para a primeira camada de um laminado genérico.

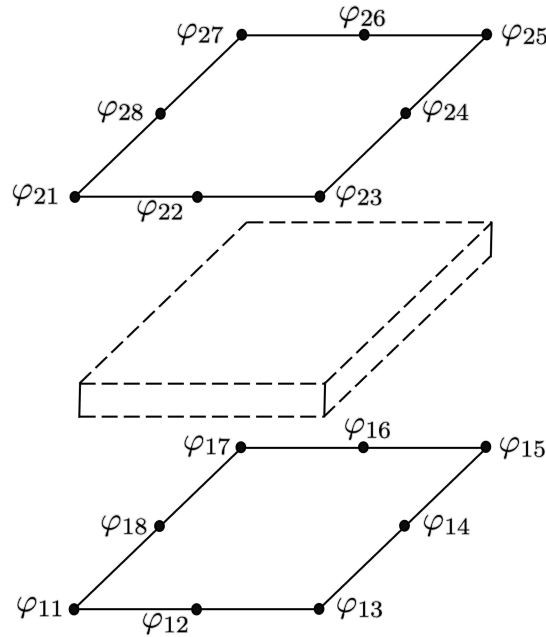


Figura 2.7 – Ilustração dos potenciais elétricos nodais de uma camada de laminado.

Dessa forma, é possível aproximar o potencial elétrico das  $n + 1$  interfaces a partir dos potenciais nodais e das funções de forma, matematicamente:

$$\varphi_k(\xi, \eta, t) = \mathbf{N}(\xi, \eta)\varphi_e(t) \tag{2.35}$$

onde  $\varphi_e$  é o vetor de potenciais nodais de ordem  $8(n + 1) \times 1$ .

A Eq. 2.35 expressa o potencial elétrico em termos das interfaces. No entanto, devido a natureza discreta da formulação em camadas do problema, é mais conveniente definir o potencial, em termos de funções de forma, da  $k$ -ésima camada de um elemento  $e$  qualquer, para posterior definição do campo elétrico. Combinando a Eq. 2.34 com a Eq. 2.35, obtém-se (Saravanos; Heyliger, 1995):

$$\varphi_{(k)}(\xi, \eta, z, t) = [\dots L_{ki}(z) L_{ks}(z) \dots] \mathbf{N}(\xi, \eta) \left\{ \begin{array}{c} \varphi_{11}(t) \\ \vdots \\ \varphi_{(n+1)1}(t) \\ \vdots \\ \varphi_{(n+1)8}(t) \end{array} \right\} \tag{2.36}$$

ou ainda:

$$\varphi_{(k)}(\xi, \eta, z, t) = [\mathbf{N}_\varphi(\xi, \eta, z)]_{1 \times 8(n+1)} \left\{ \varphi_e(t)_{8(n+1) \times 1} \right\} = \mathbf{N}_\varphi(\xi, \eta, z) \varphi_e(t) \quad (2.37)$$

onde  $\mathbf{N}_\varphi(\xi, \eta, z)$  é a matriz de funções de forma elétricas.

A aplicação da Eq. 2.37 na definição de campo elétrico apresentada no início desta seção, resulta no campo elétrico em coordenadas locais para uma camada elementar qualquer, conforme a Eq. 2.38:

$$\mathbf{E}_{(k)}(\xi, \eta, z, t) = -\nabla \varphi_{(k)}(\xi, \eta, z, t) = -\nabla \mathbf{N}_\varphi(\xi, \eta, z) \varphi_e(t) = -\mathbf{B}_\varphi(\xi, \eta, z) \varphi_e(t) \quad (2.38)$$

onde  $\mathbf{B}_\varphi$  contém as derivadas das funções de forma. Essas relações podem ser consultadas no trabalho de Faria (2006).

### 2.3.2 Matrizes de rigidez eletromecânicas elementares

O caso acoplado eletromecânico inclui parcelas mecânicas e elétricas elementares na formulação da energia de deformação, a qual pode ser calculada segundo a Eq. 2.39 a seguir.

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{V_e} (\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{E}^T \mathbf{D}) dV_e \quad (2.39)$$

A aplicação das relações constitutivas da Eq. 2.29 na expressão de energia de deformação da Eq. 2.39 resulta em:

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \left[ \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{T} \mathbf{C} \mathbf{T}^T \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{T} \mathbf{e}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{E} - \mathbf{E}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} \mathbf{T}^T \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{E}^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\chi}^e \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{E} \right] dV_e \quad (2.40)$$

onde cada um dos termos entre chaves gera matrizes de rigidez do problema eletromecânico acoplado.

A primeira integral da Eq. 2.40 resulta na matriz de rigidez mecânica ( $\mathbf{K}_{uu}^e$ ) tal qual aquela da Eq. 2.23. As demais integrais geram as matrizes eletromecânicas cruzadas ( $\mathbf{K}_{u\phi}^e$  e  $\mathbf{K}_{\phi u}^e$ ) e a matriz puramente elétrica ( $\mathbf{K}_{\phi\phi}^e$ ), e são calculadas por:

$$\mathbf{K}_{u\phi}^e = \sum_{k=1}^n \int_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \int_{\eta=-1}^{\eta=1} \int_{\xi=-1}^{\xi=1} \mathbf{B}(\xi, \eta, z)^T \mathbf{T} \mathbf{e}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{B}_\varphi(\xi, \eta, z) \det(\mathbf{J}) d\xi d\eta dz \quad (2.41a)$$

$$\mathbf{K}_{\phi u}^e = \sum_{k=1}^n \int_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \int_{\eta=-1}^{\eta=1} \int_{\xi=-1}^{\xi=1} \mathbf{B}_\varphi(\xi, \eta, z)^T \mathbf{Q} \mathbf{e} \mathbf{T}^T \mathbf{B}(\xi, \eta, z) \det(\mathbf{J}) d\xi d\eta dz \quad (2.41b)$$

$$\mathbf{K}_{\phi\phi}^e = \sum_{k=1}^n \int_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \int_{\eta=-1}^{\eta=1} \int_{\xi=-1}^{\xi=1} \mathbf{B}_\varphi(\xi, \eta, z)^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\chi}^e \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{B}_\varphi(\xi, \eta, z) \det(\mathbf{J}) d\xi d\eta dz \quad (2.41c)$$

De posse de todas as matrizes elementares do problema acoplado, pode-se montar as matrizes globais via conectividade e escrever a equação global do sistema eletromecânico como segue:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_g(t) \\ \ddot{\boldsymbol{\varphi}}_g(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{\phi u} & \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_g(t) \\ \boldsymbol{\varphi}_g(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_g(t) \\ \mathbf{Q}_g(t) \end{Bmatrix} \quad (2.42)$$

onde o subscrito  $g$  informa a natureza global do equacionamento,  $\boldsymbol{\varphi}$  é o vetor de graus de liberdade elétricos e  $\mathbf{Q}_g$  é o vetor de fluxo de cargas elétricas generalizado.

## 2.4 Inclusão do circuito elétrico *shunt*

A capacidade de conversão de energia mecânica em elétrica dos materiais piezoelétricos permite a inclusão de circuitos elétricos que possam dissipar essa energia, caracterizando uma técnica de controle passivo. A técnica de inclusão de circuitos dissipadores, nomeados *shunt*, apresenta características desejáveis para aplicações aeroelásticas, uma vez que não introduz alto amortecimento à estrutura e possui facilidade de aplicação (Ribeiro, 2019).

A utilização da combinação de piezoelétricos colados à estruturas e circuitos *shunt* como uma técnica de controle de vibrações em sistemas mecânicos data da década de 90 no trabalho de Hagood e von Flotow (1991). Basicamente, um circuito externo com determinada impedância ( $Z$ ) é ligado ao piezoelétrico e sintonizado para absorção de energia de determinado modo de vibrar. Um exemplo de arranjo típico de utilização dessa técnica de amortecimento é ilustrado na Fig. 2.8 (Caruso, 2001).

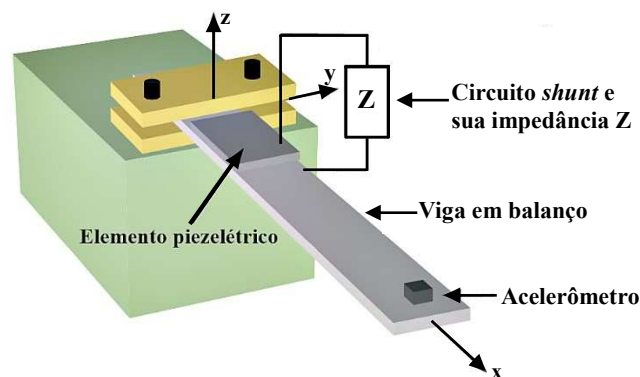


Figura 2.8 – Ilustração de uso do circuito *shunt* (adaptada de Caruso, 2001).

Os circuitos *shunt* podem ser monomodais, quando utilizados para amortecimento de um único modo específico, ou multimodais, para o amortecimento de vários modos. Alguns autores propuseram, inicialmente, a utilização de vários elementos piezoelétricos tanto quanto o número de modos a serem amortecidos (Viana; Steffen Júnior, 2006). No entanto, no contexto de aplicações práticas de engenharia, tais como as indústrias automotiva e aeronáutica, o peso adicional e o espaço necessário para acomodação dos PZT's torna essa saída inviável. Assim,

Wu (1998) e Fleming, Behrens e Moheimani (2002) propuseram circuitos *shunt* ressonantes multimodais em arranjos paralelo e série, respectivamente, para controlar simultaneamente vários modos de vibrar da estrutura usando apenas um único elemento piezoelétrico, os quais representam o interesse de estudo desta tese.

#### 2.4.1 Formulação dos circuitos *shunt*

O circuito elétrico a ser inserido no sistema eletromecânico estrutura/PZT é conectado às superfícies dos eletrodos que estão sobre o PZT. A modelagem considera que os nós que constituem os eletrodos são equipotenciais elétricos, condição que é inserida através de uma transformação no vetor de potenciais elétricos. Para evidenciar a inserção do circuito na equação global do movimento, escreve-se a Eq. 2.42 no domínio de Fourier, negligenciando as condições iniciais, resultando em (Silva, 2014):

$$(\mathbf{K}_{uu} - \omega^2 \mathbf{M}_{uu})\mathbf{U}(\omega) + \mathbf{K}_{u\phi}\boldsymbol{\varphi}(\omega) = \mathbf{F}_g(\omega) \quad (2.43a)$$

$$\mathbf{K}_{\phi u}\mathbf{U}(\omega) + \mathbf{K}_{\phi\phi}\boldsymbol{\varphi}(\omega) = \mathbf{Q}_g(\omega) \quad (2.43b)$$

onde  $\boldsymbol{\varphi}(\omega)$  é o vetor de potenciais elétricos que permanecem independentes entre si.

A medida que a estrutura se deforma e o PZT converte energia mecânica em elétrica, cargas elétricas fluem através dos eletrodos para o circuito *shunt*. Aplicando a lei de Ohm, que relaciona fluxo de cargas (corrente elétrica) de forma direta à diferença de potencial elétrico e inversa à impedância do circuito (Boylestad, 2011), pode-se escrever o vetor carga elétricas do domínio de Fourier como sendo :

$$\mathbf{Q}_g(\omega) = \frac{1}{i\omega} \mathbf{Z}^{-1}(\omega) \mathbf{L}\boldsymbol{\varphi}(\omega) \quad (2.44)$$

onde  $i$  representa o número complexo e  $\mathbf{L}$  é uma matriz que permite selecionar os potenciais elétricos correspondentes aos eletrodos em que o circuito está conectado. Aplicando a Eq. 2.44 na Eq. 2.43a e combinando o resultado com a Eq. 2.43b, deduz-se a equação eletromecânica acoplada no domínio da frequência por:

$$\left[ \mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{u\phi} \left( \mathbf{K}_{\phi\phi} - \frac{1}{i\omega} \mathbf{Z}^{-1}(\omega) \right)^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} - \omega^2 \mathbf{M}_{uu} \right] \mathbf{U}(\omega) = \mathbf{F}(\omega) \quad (2.45)$$

A Eq. 2.45 representa a formulação da equação do movimento com a inserção do circuito *shunt*, independentemente da topologia a ser utilizada. A seguir serão apresentados os conceitos do circuito multimodal paralelo apresentado por Wu (1996) e que será utilizado nesta tese.

#### 2.4.2 Circuitos *shunt* multimodais

Mediante a ineficiência relativa à utilização de vários circuitos individuais para amortecimento de mais de uma frequência, Wu (1996) propôs a utilização de circuitos ressonantes em

paralelo, pela facilidade de sintonização, com a quantidade de ramos igual a número de modos a ser controlados. No entanto, devido a complexidade e interferência existente entre os ramos, Wu (1998) fez alterações na proposta inicial, inserido circuitos filtros, denominados circuitos de bloqueio formados por um indutor e um capacitor em paralelo entre si, e em série com o circuito de controle do modo.

No circuito multimodal com filtros, cada ramo deve possuir bloqueios para os demais modos existentes. A Fig. 2.9 ilustra o caso mais simples para dois modos de vibrar, evidenciando que cada um dos  $N$  ramos de controle deve possuir  $N - 1$  circuitos de bloqueios. Os circuitos de bloqueio agem de forma a inserir uma impedância infinita para as frequências ( $\omega_i$ ) dos ramos referentes aos outros modos. Dessa forma, os componentes do circuito de bloqueio  $\bar{L}_i$  e  $\bar{C}_i$  devem ser escolhidos de forma a obedecer a relação  $\bar{L}_i \bar{C}_i = 1/\omega_i^2$ .

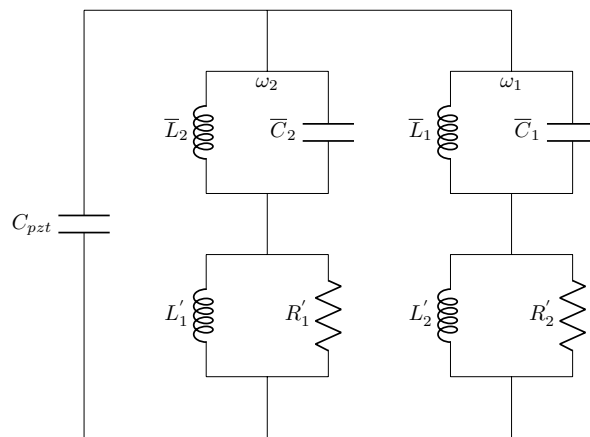


Figura 2.9 – Circuito *shunt* multimodal para controle de dois modos (adaptado de Wu, 1998).

Na Fig. 2.9 é possível observar, no primeiro ramo, por exemplo, a indicação  $\omega_2$  que se refere à frequência do ramo 2. Ou seja, a impedância infinita do circuito de bloqueio formado por  $\bar{L}_2$  e  $\bar{C}_2$  está sintonizada de tal forma a “curto-circuitar” o segundo ramo do circuito, e portanto manter somente o primeiro ramo em funcionamento, quando a frequência  $\omega_2$  for atingida.

O correto funcionamento do circuito requer que a indutância seja a mesma antes e depois da adição do circuito de bloqueio. Os parâmetros do circuito ressonante antes da adição do bloqueio são calculados pelas equações de parâmetros ótimos para o caso paralelo, conforme as Eqs. 2.46 e 2.47 (Hagood; von Flotow, 1991; Viana; Steffen Júnior, 2006).

$$R_{OTIM}^{paralelo} = \frac{1}{\sqrt{2}C_{PZT}\omega_n K_{ij}} \quad (2.46)$$

$$L_{OTIM}^{paralelo} = \frac{1}{C_{PZT}\omega_n^2 \left(1 - \frac{K_{ij}^2}{2}\right)} \quad (2.47)$$

onde  $\omega_n$  é a frequência do respectivo modo,  $C_{PZT}$  é a capacitância da pastilha piezoelétrica e  $K_{ij}$  é o fator de acoplamento eletromecânico generalizado, o qual quantifica a troca de energia entre os domínios mecânico e elétrico e pode ser definido como (Wu; Bicos, 1997):

$$K_{ij} = \frac{\sqrt{\omega_{OC}^2 - \omega_{SC}^2}}{\omega_{SC}} \quad (2.48)$$

sendo  $\omega_{OC}$  e  $\omega_{SC}$  as frequências de ressonância estrutural quando os terminais do PZT estão abertos e em curto-circuito, respectivamente.

Vale destacar a natureza inversamente proporcional dos valores ótimos dos componentes nas Eqs. 2.46 e 2.47 para com a frequência de controle. Tal fato implica em valores altos para sistemas mecânicos que possuem baixas frequências a serem controladas, principalmente no que se refere ao indutor, que é inversamente proporcional ao quadrado da frequência, tornando inviável o uso de indutores tradicionais nestes casos. Nesse sentido, o uso de indutores sintéticos se mostra como uma alternativa viável sem maiores adição de massa. Isso porque, estes são, basicamente, circuitos eletrônicos capazes de emular grandes valores de indutância (Zambolini Vicente, 2019).

A forma de circuito apresentada por Wu ilustrada na Fig. 2.9 requer muitos circuitos de bloqueios a medida que se aumenta o número de modos a ser controlados. Dessa forma, Wu (1998) pontuou que quando as frequências são tais que  $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_i$  é possível eliminar alguns circuitos de bloqueios sem prejuízo quanto ao controle. Para uma análise de dois modos de vibrar, o circuito *shunt* modificado é apresentado na Fig. 2.10.

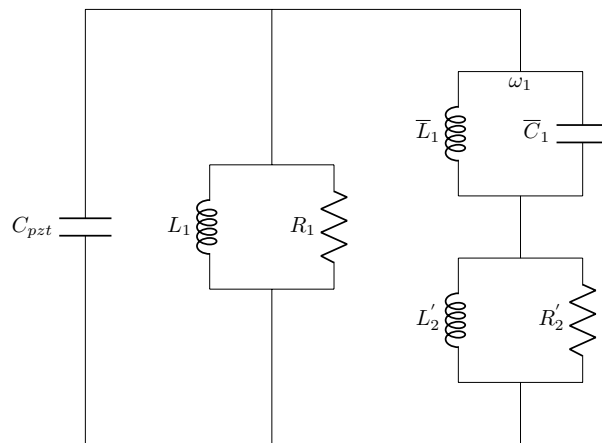


Figura 2.10 – Circuito *shunt* multimodal modificado (adaptado de Wu, 1998).

A forma modificada possui a vantagem de possuir menos componentes e, para o controle de mais modos, maior versatilidade. Como é possível observar, os componentes do primeiro do ramo permanecem inalterados e, portanto, calculados conforme o equacionamento ótimo das Eqs. 2.46 e 2.47. Os componentes de bloqueio obedecem a sintonia da impedância infinita descrita anteriormente. Por fim, a indutância e resistência de controle do segundo ramo, após a adição do bloqueio, são calculados por:

$$R'_2 = \frac{R_1 R_2}{(R_1 - R_2)} \quad (2.49)$$



$$L'_2 = \frac{(L_1 L_2 + L_2 \bar{L}_1 - L_1 \bar{L}_1 - \omega_2^2 L_1 L_2 \bar{L}_1 \bar{C}_1)}{(L_1 - L_2)(1 - \omega_2^2 \bar{L}_1 \bar{C}_1)} \quad (2.50)$$

onde os números subscritos representam o ramo de cada componente, e os componentes sem nenhum sobrescrito indica que são valores antes da adição do circuito de bloqueio. O trabalho de Silva (2014) mostra o equacionamento para o caso em que se deseja controlar três modos de vibrar.

O circuito definido em termos de componentes resistivos, indutivos e capacitivos deve ser convertido em termos de impedância para a inclusão na equação do movimento. O cálculo da impedância equivalente do circuito apresentado na Fig. 2.10 envolve componentes em paralelo entre si, bem como conjuntos em série. Cada componente elétrico possui sua impedância a ser incluída nas associações do circuito apresentado, cujas são dadas por:

$$Z_{resistor}(\omega) = R \quad (2.51a)$$

$$Z_{indutor}(\omega) = i\omega L \quad (2.51b)$$

$$Z_{capcitor}(\omega) = \frac{1}{i\omega C} \quad (2.51c)$$

Aplicando as Eqs. 2.51 nas associações do circuito da Fig. 2.10, é possível definir a impedância equivalente  $Z(\omega)$  a ser inserida na equação global do movimento no domínio da frequência, como sendo:

$$Z(\omega) = \frac{R_1 L_1 \omega \left[ \frac{\bar{L}_1}{\bar{C}_1 \left( \bar{L}_1 i\omega - \frac{i}{\bar{C}_1 \omega} \right)} + \frac{L'_2 R'_2 i\omega}{R'_2 + L'_2 i\omega} \right] i}{(R_1 + L_1 i\omega) \left[ \frac{\bar{L}_1}{\bar{C}_1 \left( \bar{L}_1 i\omega - \frac{i}{\bar{C}_1 \omega} \right)} + \frac{L_1 R_1 i\omega}{R_1 + L_1 i\omega} + \frac{L'_2 R'_2 i\omega}{R'_2 + L'_2 i\omega} \right]} \quad (2.52)$$

A depender do tipo de topologia do circuito e quantidades de modos a serem controlados, a expressão para a impedância equivalente mudará. A dissertação de Silva (2014) apresenta as equações de  $Z$  para três modos de vibrar, bem como para a topologia em série. O autor mostra também a similaridade de ambos os circuitos, quando sintonizados em parâmetros ótimos, para com a atenuação dos picos de vibração dos três primeiros modos de uma viga engastada-livre. No entanto, com a utilização de otimização determinística, a topologia paralelo mostrou-se mais eficiente na atenuação referente ao primeiro e segundo modo de vibrar.

## CAPÍTULO III

### MODELAGEM AERODINÂMICA

A análise de estabilidade de sistemas aeroelásticos está diretamente ligada a previsão do fenômeno de *flutter*. Este é um fenômeno aerelástico de natureza dinâmica, altamente destrutivo e de maior dificuldade para ser previsto com exatidão (Wright; Cooper, 2015). A natureza do *flutter* requer a inclusão de carregamentos aerodinâmicos não-estacionários nos modelos, o que representa uma certa dificuldade nas análises aeroelásticas. Apesar da variedade de códigos comerciais e métodos computacionais existentes, a limitação quanto ao uso de supercomputadores ainda existe. Nesse sentido, uma técnica amplamente utilizada nas etapas iniciais de projetos aeronáuticos para modelagem não-estacionária é o Método *Doublet Lattice* (DLM), o qual vem sendo empregado nas pesquisas em aeroelasticidade do grupo LMEst (Silva, 2018; Borges, 2019; Delgado Filho, 2021) e também será considerado nesta tese. Dessa forma, este capítulo tem como objetivo elencar os principais pontos teóricos envolvendo o DLM, partindo do potencial aerodinâmico linearizado até o cálculo dos esforços aerodinâmicos. Uma literatura mais profunda sobre o método pode ser encontrada no trabalho de Blair (1992).

#### 3.1 Formulação do método DLM

Inicialmente proposto por Albano e Rodden (1969) e posteriormente refinado por Rodden, Taylor e McIntosh (1998), o DLM é um método de painel adaptado do *Vortex Lattice Method* (VLM), desenvolvido no domínio da frequência para resolver escoamentos não-estacionários através de superfícies sustentadoras. O método é baseado na teoria de fluxo potencial, equações linearizadas para pressão e equações de ondas acústicas, e é utilizado para obtenção da distribuição de sustentação de superfícies oscilantes sob fluxo subsônico.

A aplicação do método parte da discretização da superfície sustentadora em painéis e da suposição de que a distribuição de pressão é constante nestes. A Fig. 3.1 ilustra a discretização em painéis, evidenciando a presença de uma linha de dipolos (*doublet*) e um ponto interno, denominado ponto de controle. A linha de dipolos, posicionada a  $1/4$  da corda do painel ( $c_{pn}$ ), é responsável por induzir um escoamento e gerar uma solução elementar para o potencial aerodinâmico linearizado em torno de um escoamento subsônico existente. O ponto de controle, localizado a  $3/4$  de  $c_{pn}$  e a meia envergadura ( $e_{pn}$ ), é onde se calcula a velocidade

normal induzida (*normalwash*). A solução elementar gerada, em conjunto com as condições de contorno para a velocidade induzida no ponto de controle, é empregada para obtenção da distribuição de pressão da superfície sustentadora, cujo detalhamento será apresentado ao longo desta seção.

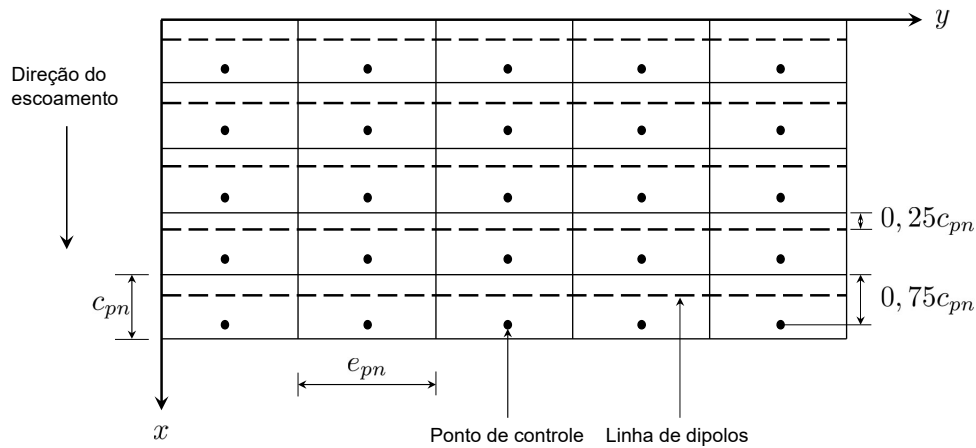


Figura 3.1 – Superfície sustentadora discretizada em painéis (adaptada de Kotikalpudi; Pfifer; Balas, 2015).

### 3.1.1 Potencial aerodinâmico linearizado e a solução elementar

A aplicação do DLM requer a linearização do potencial aerodinâmico. O trabalho de Blair (1992) apresenta as manipulações matemáticas, restrições e suposições pertinentes para definir o potencial de velocidade ( $\phi$ ) como sendo composto de uma componente estacionária ( $\bar{\phi}$ ) e outra dependente do tempo ( $\tilde{\phi}$ ), relativa à pequena perturbação na velocidade, como disposto na Eq. 3.1.

$$\phi(x, y, z, t) = \bar{\phi}(x, y, z) + \tilde{\phi}(x, y, z, t) \quad (3.1)$$

A elaboração do método parte de equações diferenciais parciais para o comportamento de  $\tilde{\phi}$  em um escoamento invíscido, irrotacional e incompressível. A linearização deste em torno do escoamento paralelo, uniforme, com velocidade  $U_\infty$  ao longo do eixo  $x$ , resulta na equação nomeada por Blair de equação do potencial aerodinâmico, dada por:

$$(1 - M_\infty^2) \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial z^2} - \frac{1}{a_\infty^2} \left( \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial t^2} + 2U_\infty \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial x \partial t} \right) = 0 \quad (3.2)$$

onde  $M_\infty = U_\infty/a_\infty$  é o número de Mach do escoamento subsônico em torno do qual se faz a linearização e  $a_\infty$  é a velocidade do som. Nas etapas de linearização, as velocidades  $U_\infty$  e  $a_\infty$  foram consideradas constantes, o que implica em  $M_\infty$  também constante em todo o campo de escoamento.

A solução para a equação de potencial linearizado se dá através da superposição de soluções aerodinâmicas elementares. Uma solução específica para a Eq. 3.2 é obtida a partir

do potencial de aceleração de Prandtl ( $\Psi$ ) de um dipolo. Por definição, um dipolo é um caso especial de escoamento aerodinâmico gerado pela superposição dos casos elementares fonte e sumidouro, que por sua vez são infinitesimalmente próximos (Anderson Jr, 2010).

A definição da solução elementar parte da definição do potencial de aceleração  $\Psi$  e da sua relação para com  $\phi$ , dada pela seguinte derivada:

$$\Psi(x, y, z, t) = \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial}{\partial x} \right] \phi(x, y, z, t) \quad (3.3)$$

ou de forma inversa:

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{1}{U_\infty} \int_{-\infty}^x \Psi \left( \gamma, y, z, t - \frac{x - \gamma}{U_\infty} \right) d\gamma \quad (3.4)$$

onde  $\gamma$  é a variável de integração.

Especificamente para o dipolo, onde a fonte e o sumidouro são separados por um vetor  $\vec{N}_s$ , define-se o potencial de aceleração do dipolo ( $\Psi_{dipolo}$ ) como sendo a derivada direcional do potencial da fonte ( $\Psi_{fonte}$ ) ao longo de  $\vec{N}_s$ , matematicamente:

$$\Psi_{dipolo} = \frac{\partial \Psi_{fonte}}{\partial N_s} \quad (3.5)$$

Tomando soluções harmônicas para a fonte, portanto  $\Psi_{fonte} = \bar{\Psi}_{fonte} \exp(i\omega t)$ , cujo módulo  $\bar{\Psi}_{fonte}$  é dado por:

$$\bar{\Psi}_{fonte} = \frac{A_\Psi}{R_h} \exp \left\{ \frac{i\omega}{a_\infty \beta_\infty^2} [M_\infty(x - \xi) - R_h] \right\} \quad (3.6)$$

em que  $A_\Psi$  é a amplitude da solução harmônica proposta e representa a intensidade do dipolo,  $\omega$  a frequência de oscilação,  $\beta_\infty$  é o fator de Prandtl-Glauert, com  $\beta_\infty^2 = 1 - M_\infty^2$ , e, por fim,  $R_h$  é o raio hiperbólico definido segundo a Eq. 3.7.

$$R_h = \left[ (x - \xi)^2 + \beta_\infty^2 (y - \eta)^2 + \beta_\infty^2 (z - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.7)$$

Neste caso, pode-se escrever o potencial de aceleração do dipolo, de forma completa, como sendo:

$$\Psi_{dipolo} = \frac{\partial}{\partial N_s} \left\{ \frac{A_\Psi}{R_h} \exp \left\{ \frac{i\omega}{a_\infty \beta_\infty^2} [M_\infty(x - \xi) - R_h] \right\} \right\} \exp(i\omega t) \quad (3.8)$$

Definida a expressão para o potencial de aceleração de um dipolo, a aplicação da Eq. 3.8 na Eq. 3.4 permite obter a magnitude do potencial de velocidade induzido por um dipolo de aceleração potencial  $\bar{\phi}$  conforme a Eq. 3.9, o qual representa a solução desejada para a Eq. 3.2.

$$\bar{\phi} = -\frac{A_{\Psi}}{U_{\infty}} \frac{\partial}{\partial N_s} \exp \left[ \frac{i\omega}{U_{\infty}} (x - \xi) \right] \int_{-\infty}^{x-\xi} \frac{1}{R'_h} \exp \left\{ i\omega \left[ \frac{\gamma}{U_{\infty}} + \frac{M_{\infty}\gamma}{a_{\infty}\beta_{\infty}^2} - \frac{R'_h}{a_{\infty}\beta_{\infty}^2} \right] \right\} d\gamma \quad (3.9)$$

Com  $R'_h$  dado por:

$$R'_h = \left[ \gamma^2 + \beta_{\infty}^2 (y - \eta)^2 + \beta_{\infty}^2 (z - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.10)$$

### 3.1.2 Distribuição de pressão

A diferença de pressão entre as superfícies superior e inferior de uma asa fina pode ser obtida através do *normalwash* ( $\bar{w}$ ) induzido pelo arranjo de dipolos de aceleração potencial descrito na seção anterior. Para tal, deriva-se o potencial  $\bar{\phi}$  ao longo do vetor normal à superfície sustentadora  $\vec{N}_r$ , ou seja,  $\bar{w} = \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial N_r}$ , resultando em:

$$\bar{w} = -\frac{A_{\Psi}}{U_{\infty}} \frac{\partial}{\partial N_s} \frac{\partial}{\partial N_r} \exp \left[ \frac{i\omega}{U_{\infty}} (x - \xi) \right] \int_{-\infty}^{x-\xi} \frac{1}{R'_h} \exp \left\{ i\omega \left[ \frac{\gamma}{U_{\infty}} + \frac{M_{\infty}\gamma}{a_{\infty}\beta_{\infty}^2} - \frac{R'_h}{a_{\infty}\beta_{\infty}^2} \right] \right\} d\gamma \quad (3.11)$$

Os trabalhos de Vivian e Andrews (1965) e Blair (1992) mostram, de forma detalhada, a relação entre o diferencial de pressão ( $\Delta p$ ) e a amplitude  $A_{\Psi}$ . Objetivamente, o módulo do salto de pressão através do arranjo de dipolos em um ponto  $(\xi, \eta)$  é:

$$\Delta p = \frac{4\pi\rho_{\infty}A_{\Psi}}{d\xi d\eta} \quad (3.12)$$

sendo  $d\xi d\eta$  a área incremental do arranjo de dipolos.

Aplicando a Eq. 3.12 na Eq. 3.11, tomando toda a integral por toda a superfície e realizando a normalizando pela velocidade do escoamento livre  $U_{\infty}$ , obtém-se o *normalwash* induzido normalizado  $\bar{w}_N$ :

$$\bar{w}_N = \frac{\bar{w}}{U_{\infty}} = -\frac{1}{4\pi\rho_{\infty}U_{\infty}^2} \int \int_S \Delta p(\xi, \eta) K(x - \xi, y - \eta, z - \zeta) d\xi d\eta \quad (3.13)$$

onde  $K$  é a função *kernel*, dada por:

$$K(x_0, y_0, z_0) \equiv \exp \left[ \frac{i\omega x_0}{U_{\infty}} \right] \frac{\partial}{\partial N_r} \frac{\partial}{\partial N_s} \int_{-\infty}^{x_0} \frac{1}{R'_h} \exp \left[ i\omega \frac{\gamma - M_{\infty}R'_h}{U_{\infty}\beta_{\infty}^2} \right] d\gamma \quad (3.14)$$

sendo  $(x_0, y_0, z_0)$  um sistema de coordenadas relativo, entre o fixo e local, dado por:  $x_0 \equiv x - \xi$ ;  $y_0 \equiv y - \eta$ ;  $z_0 \equiv z - \zeta$ .

As funções kernel são transformações algébricas elementares que representam um domínio tridimensional como sendo uma fonte ou um ponto dipolo instável com intensidade

concentrada. São entendidas como funções que representam, em um domínio fechado, o *gap* de pressão devido à variação da intensidade do dipolo. A solução da função kernel é bastante complicada e envolve aproximações de integrais devido à transformação. Uma forma de solução destas é apresentada por Vivian e Andrews (1965) e maiores detalhes podem também ser encontrados nos trabalhos de Silva (2018), Borges (2019) e Delgado Filho (2021).

Uma vez obtida a solução da função  $K$ , rearranja-se a Eq. 3.13 para a discretização de painéis, no intuito de escrever a velocidade induzida em um painel receptor (subscrito  $r$ ), calculada no seu respectivo ponto de controle, devido a contribuição de todos os demais painéis emissores (subscrito  $s$ ) da discretização, resultando na Eq. 3.15:

$$(\bar{w}_N)_r = \sum_s -(\Delta c_p)_s \frac{(c_{pn})_s}{8\pi} \int \int_S K(x - \xi, y - \eta, z - \zeta) d\xi d\eta \quad (3.15)$$

onde  $(\Delta c_p)_s$  é o coeficiente de pressão de um painel emissor, dado por:

$$(\Delta c_p)_s = \frac{\Delta p_s}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2} \quad (3.16)$$

A extensão da Eq. 3.15 para definir o conjunto de velocidades *normalwash* de todos os painéis é dada como segue:

$$\bar{\mathbf{w}}_N = \mathbf{D}_d \Delta \mathbf{c}_p \quad (3.17)$$

onde  $\mathbf{D}_d$  é uma matriz quadrada complexa da ordem de número de painéis, que relaciona a diferença de pressão devido à influência de um painel para outro. Esta também pode ser denominada como matriz de fatores *downwash*, cuja inversa, denominada matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos (*Aerodynamics Influence Coefficients Matrix - AIC*), pode ser utilizada para determinar o vetor de coeficientes de pressão  $\Delta \mathbf{c}_p$ . Assim, reescreve-se a Eq. 3.17 como:

$$\Delta \mathbf{c}_p = \mathbf{AIC} \bar{\mathbf{w}}_N \quad (3.18)$$

em que  $\mathbf{AIC} = \mathbf{D}_d^{-1}$ .

A avaliação da distribuição de pressão,  $\Delta \mathbf{c}_p$ , depende da obtenção de  $\mathbf{AIC}$  e de  $\bar{\mathbf{w}}_N$ . Objetivamente, a matriz de coeficientes é calculada e o vetor de velocidades é obtido a partir da imposição das condições de contorno do escoamento, ambos procedimentos descritos nas subseções seguintes.

### 3.1.3 Avaliação da matriz dos coeficientes de influência aerodinâmicos

A obtenção da matriz  $\mathbf{AIC}$  depende da natureza da matriz de *downwash*  $\mathbf{D}_d$ , conforme apresentado anteriormente. A matriz  $\mathbf{D}_d$  é dada pela soma dos termos, estacionário ( $\mathbf{D}_{dE}$ ) e não-estacionário ( $\mathbf{D}_{dNE}$ ), e possui dependência para com o número de Mach, geometria da

superfície e um parâmetro adimensional denominado frequência reduzida ( $k_r$ ). Este, representa o número de oscilações sofridas por um aerofólio durante o intervalo de tempo que o escoamento  $U_\infty$  leva para percorrer a distância da semi-corda ( $b$ ), sendo calculado da seguinte forma (Wright; Cooper, 2015):

$$k_r = \frac{\omega b}{U_\infty} \quad (3.19)$$

Segundo Albano e Rodden (1969) para casos de regime estacionário de escoamento, ou seja, quando  $k_r = 0$ , o DLM converge para o VLM, o que permite aplicação deste para obtenção da parte estacionária de  $\mathbf{D}_d$ . Ainda segundo os autores, essa abordagem apresenta uma vantagem para com a convergência dos resultados em frequências próximas de zero.

A obtenção do termo não-estacionário apresenta maior complexidade e depende da forma como a pressão é distribuída ao longo da linha de dipolos. A formulação original de Albano e Rodden (1969), considerou uma aproximação parabólica para realizar o ajuste do numerador do integrando da função kernel. Posteriormente, a aproximação quártica foi proposta por Rodden, Taylor e McIntosh (1998), garantindo mais estabilidade para o método. Borges (2019) implementou ambas aproximações, e apresenta a formulação de  $\mathbf{D}_{dE}$ , inclusive, para casos não planares. Nesta tese, as análises se detêm a casos planares e, dessa forma, somente a formulação planar está apresentada, para melhor leitura, no Apêndice A.

### 3.1.4 Cálculo do normalwash

Conforme comentado ao longo da seção, a velocidade induzida age no ponto de controle do painel e é formulada com base nas condições de contorno do potencial aerodinâmico linearizado da Eq. 3.2. Mais especificamente, essas condições referem-se a não penetrabilidade e a inexistência de escoamento normal à superfície sustentadora, imposto matematicamente por:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla h = 0 \quad (3.20)$$

onde  $h(x, y, z = 0, t)$  é uma função que descreve uma superfície variante do tempo em três coordenadas e, para o caso de asas finas, pode ser escrita como função da deformação do seu plano médio ( $h_m$ ) e do envelope de espessura ( $h_t$ ) relativo ao plano médio não deformado ( $z = 0$ ), sendo representada pela seguinte forma:

$$h(x, y, t) = h_m(x, y, t) \pm h_t(x, y, t) \quad (3.21)$$

O vetor velocidade  $\mathbf{V}$  para um fluxo linearizado em torno do escoamento uniforme, como descrito anteriormente, pode ser escrito como sendo:

$$\mathbf{V} = (U_\infty + u_p)\hat{i} + (v_p)\hat{j} + (w_p)\hat{k} \quad (3.22)$$

no qual  $u_p$ ,  $v_p$  e  $w_p$  são pequenas perturbações no escoamento livre.

Aplicando as Eqs. 3.21 e 3.22 na Eq. 3.20, com  $h = h_m \pm h_t$ , tem-se:

$$-\frac{\partial h}{\partial t} - (U_\infty + u_p) \frac{\partial h}{\partial x} - v_p \frac{\partial h}{\partial y} + w_p = 0 \quad (3.23)$$

estendendo a linearização do potencial às condições de contorno, ou seja, desprezando os termos não lineares, obtém-se a expressão disposta na Eq. 3.24.

$$w_p = \frac{\partial h}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3.24)$$

A linearização aplicada limita a modelagem às superfícies sustentadoras finas. Além disso, em geometrias de asas simples, é conveniente representar deformações como funções polinomiais no espaço e harmônicas no tempo que, em forma de série, são escritas como (Blair, 1992):

$$h(x, y, t) = \left[ \sum_{j=0}^{n_x} \sum_{k=0}^{n_y} a_{jk} X^j Y^k \right] \exp(i\omega t) = \bar{h} \exp(i\omega t) \quad (3.25)$$

em que  $a_{jk}$  são as constantes do polinômio,  $X$  e  $Y$  são coordenadas no ponto de aproximação e  $n_x$  e  $n_y$  designam a ordem dos polinômios nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente.

Substituindo a Eq. 3.25 na Eq. 3.24, obtém a velocidade normal induzida ( $w_p = w_N$ ):

$$w_N = \left\{ i\omega \left[ \sum_{j=0}^{n_x} \sum_{k=0}^{n_y} a_{jk} X^j Y^k \right] + U_\infty \left[ \sum_{j=0}^{n_x} \sum_{k=0}^{n_y} j a_{jk} X^{j-1} Y^k \right] \right\} \exp(i\omega t) \quad (3.26)$$

a aplicação da frequência reduzida  $k_r$  na Eq. 3.26 e da normalização pela velocidade do fluxo livre  $U_\infty$ , resulta em:

$$\bar{w}_N = \left\{ \frac{ik_r}{b} \left[ \sum_{j=0}^{n_x} \sum_{k=0}^{n_y} a_{jk} X^j Y^k \right] + \left[ \sum_{j=0}^{n_x} \sum_{k=0}^{n_y} j a_{jk} X^{j-1} Y^k \right] \right\} \exp(i\omega t) = \frac{ik_r}{b} h + \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3.27)$$

A Eq. 3.27 pode ser utilizada para definição do carregamento aerodinâmico sem nenhum problema. No entanto, para utilização no DLM, o carregamento será descrito em coordenadas modais, conforme será descrito no modelo acoplado do próximo capítulo. Para isso, é mais conveniente apresentar o conjunto de *normalwash* evidenciando o vetor de deslocamentos  $\mathbf{h}$ , da seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{w}}_N = (\mathbf{D}_R + ik_r \mathbf{D}_I) \mathbf{h}^\top \quad (3.28)$$

onde a matriz  $\mathbf{D}_R$  denota a amplitude das inclinações e  $\mathbf{D}_I$  a magnitude dos deslocamentos  $h$ , ambas relativas a cada painel e a cada modo.

Definidos ambos os termos necessários para o cálculo dos coeficientes de pressão na Eq. 3.18, define-se o vetor de esforços aerodinâmicos ( $\mathbf{F}_a$ ) em termos de AIC e de  $\bar{\mathbf{w}}_N$ , segundo a Eq. 3.28, como:



$$\mathbf{F}_a = q_\infty \mathbf{S} \mathbf{AIC} \bar{\mathbf{w}}_N = q_\infty \mathbf{S} \mathbf{AIC} (\mathbf{D}_R + ik_r \mathbf{D}_I) \mathbf{h}^T \quad (3.29)$$

sendo  $q_\infty = \frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2$  a pressão dinâmica e  $\mathbf{S}$  é a matriz de integração aerodinâmica que, para o caso da placa plana, é composta pelas área dos painéis.

A Eq. 3.29 representa o carregamento aerodinâmico no domínio físico e ainda requer manipulações para o cálculo no ponto de controle de cada painel. Isso porque, como será apresentado no próximo capítulo, análises de estabilidade como as de flutter faz uso da equação do movimento, e portanto os esforços aerodinâmicos, em coordenadas modais.

## CAPÍTULO IV

### MODELAGEM DO PROBLEMA AEROELETROELÁSTICO

Desenvolvidos os modelos estrutural eletromecânico e o aerodinâmico, faz-se necessário apresentar a metodologia de acoplamento destes para avaliação do comportamento aeroelástico do sistema. No contexto do grupo de pesquisa LMEst envolvendo estruturas aeronáuticas em regime subsônico, Silva (2018) analisou a estabilidade de sistemas aero-viscoelásticos utilizando o programa comercial NASTRAN para o cálculo do carregamento aerodinâmico. Borges (2019) elaborou e validou a ferramenta *Aerosolver* para análise de *flutter* em sistemas aeroelásticos simples. Nesta, o carregamento aerodinâmico foi modelado via DLM e acoplado a modelos estruturais para análises de estabilidade de asas modeladas como placas planas (*plate like wing*) puramente metálicas e estruturas sanduíches dotadas de camadas viscoelásticas. Em continuidade, Delgado Filho (2021) fez alterações no *Aerosolver* com o intuito de inserir efeitos de incertezas através da modelagem estrutural via elementos finitos estocásticos. Ambos estudaram estruturas sujeitas à escoamentos subsônicos, porém se limitando ao domínio físico mecânico. Neste capítulo, serão abordados os principais aspectos referentes ao modelo aeroeletroelástico acoplado no que diz respeito à análise de estabilidade, passando pela formulação da equação aeroelástica deste modelo até a estruturação do método *pk*, utilizado para análises de *flutter*.

#### 4.1 Acoplamento entre os modelos estrutural e aerodinâmico

A obtenção do carregamento aerodinâmico não-estacionário via DLM, conforme detalhado no capítulo anterior, está limitada à malha aerodinâmica descrita. O efetivo acoplamento dos modelos se dá através da interação do modelo aerodinâmico com estrutural correspondente, neste caso, o eletroelástico já formulado. Para tal, combina-se as malhas estrutural e aerodinâmica, ilustradas na Fig. 4.1, através de um artifício de interpolação de deslocamentos via *splines*.

As malhas estrutural e aerodinâmica são sobrepostas e as linhas *splines* funcionam como uma grade fixa que interliga ambas as malhas. Dessa forma, os deslocamentos dos nós na malha estrutural, especificamente da direção  $z$ , são interpolados aos pontos de controle da malha aerodinâmica através das *splines*, representadas, matematicamente, pela matriz  $\mathbf{T}_{as}$ . Isso permite escrever o vetor de deslocamentos estrutural  $\mathbf{h}^T$  como disposto na Eq. 4.1.



$$\mathbf{u}_g = \Phi \mathbf{q} \quad (4.4)$$

A equação do movimento acoplada no domínio do tempo, como apresenta a Eq. 2.42, pode ser escrita de forma única, tomando  $\mathbf{Q}_g(t) = \mathbf{Z}^{-1}(t)\varphi_g(t)$ , como:

$$\mathbf{M}_{uu}\ddot{\mathbf{u}}_g(t) + \underbrace{\left[ \mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{u\phi}(\mathbf{K}_{\phi\phi} - \mathbf{Z}^{-1})^{-1}\mathbf{K}_{\phi u} \right]}_{\mathbf{K}_T} \mathbf{u}_g(t) = \mathbf{F}_g(t) \quad (4.5)$$

em que  $\mathbf{K}_T$  representa uma matriz de rigidez completa, incluindo o circuito *shunt*, contendo a impedância do circuito no domínio do tempo. Aplicando a transformação modal à Eq. 4.5 e pré-multiplicando ambos os lados da equação pela transposta de  $\Phi$ :

$$\underbrace{\Phi^T \mathbf{M}_{uu} \Phi}_{\mathbf{M}_q} \ddot{\mathbf{q}} + \underbrace{\Phi^T \mathbf{K}_T \Phi}_{\mathbf{K}_q} \mathbf{q} = \Phi^T \mathbf{F}_g(t) \quad (4.6)$$

sendo  $\mathbf{M}_q$  e  $\mathbf{K}_q$  as matrizes de massa modal e rigidez no domínio modal, respectivamente

O lado direito da Eq. 4.6 representa o carregamento externo na base modal. Para o modelo aeroeletroelástico, o carregamento  $\mathbf{F}_g$  representa o carregamento aerodinâmico. Nesse sentido, o carregamento da Eq. 3.29 deve ser escrito em coordenadas modais através da combinação da Eq. 4.1 e da Eq. 4.4, resultando em:

$$\mathbf{F}_a = q_\infty \mathbf{S} \mathbf{AIC} (\mathbf{D}_R + ik_r \mathbf{D}_I) \mathbf{T}_{as} \Phi \mathbf{q} \quad (4.7)$$

o qual, aplicado à Eq. 4.6 e transferindo a força para os nós da malha estrutural:

$$\mathbf{M}_q \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_q \mathbf{q} = \underbrace{\Phi^T \mathbf{T}_{as}^T q_\infty \mathbf{S} \mathbf{AIC} (\mathbf{D}_R + ik_r \mathbf{D}_I) \mathbf{T}_{as} \Phi}_{\mathbf{F}_q} \mathbf{q} \quad (4.8)$$

onde  $\mathbf{F}_q$  representa o vetor de carregamento aerodinâmico em coordenadas modais depois de todas as interpolações. Este, é geralmente escrito de forma a explicitar a matriz aerodinâmica generalizada  $\mathbf{Q}_a$  (*Generalized Aerodynamics Matrix - GAM*), complexa, função da frequência reduzida e obtida, para cada modo individualmente, por:

$$\mathbf{Q}_a(ik_r) = \Phi^T \mathbf{T}_{as}^T \mathbf{S} \mathbf{AIC} (\mathbf{D}_R + ik_r \mathbf{D}_I) \mathbf{T}_{as} \Phi \quad (4.9)$$

e, dessa forma, a equação do movimento para o sistema aeroeletroelástico acoplado em coordenadas modais é:

$$\mathbf{M}_q \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_q \mathbf{q} = q_\infty \mathbf{Q}_a(ik_r) \mathbf{q} \quad (4.10)$$

A Eq. 4.10 explicita o acoplamento dos modelos estrutural eletromecânico e aerodinâmico, e será empregada para a análise de estabilidade. Vale destacar os efeitos derivados do carregamento aerodinâmico, o qual insere uma parcela de rigidez e outra de amortecimento, provenientes das partes real e imaginária de  $\mathbf{Q}_a$ , respectivamente.

## 4.2 Estabilidade e predição do flutter

A obtenção da equação aeroelástica da estrutura eletromecânica é o primeiro passo para análise de estabilidade. Nesta tese, a análise de estabilidade será realizada com vistas ao *flutter*, que é uma instabilidade aeroelástica dinâmica proveniente do desequilíbrio entre as forças aerodinâmicas induzidas pelo movimento e as forças elásticas e de inércia (Djojodihardjo, 2023). O *flutter* também é definido como uma vibração instável e auto excitada, em que a estrutura extrai energia do escoamento, passando a oscilar com amplitudes elevadas que, frequentemente, culminam em falha estrutural catastrófica (Wright; Cooper, 2015).

A ocorrência do *flutter* também é relatada como um acoplamento desfavorável entre dois modos de vibrar a uma determinada velocidade de escoamento, denominada crítica, a partir da qual qualquer perturbação acidental desencadeia as oscilações instáveis (Fung, 1993). Diante da natureza complexa e destrutiva, geralmente recomenda-se que o *flutter* seja completamente eliminado nas fases de projeto ou impedido de ocorrer dentro do envelope de voo (Garrick; Reed, 1981).

A previsão do *flutter* é realizada através da solução da equação aeroelástica do sistema, que consiste num problema de autovalor. No entanto, a natureza da GAM exige um procedimento iterativo de acoplamento de frequências (Wright; Cooper, 2015), isso porque a frequência reduzida é entrada e solução do problema ao mesmo tempo. Os métodos iterativos mais consolidados são o  $k$  e o  $pk$ , ambos baseados em suposições simples de movimento harmônico, que são aceitáveis no limite do *flutter*. Os métodos podem prever a mesma velocidade crítica, mas certa imprecisão no comportamento subcrítico. O fato do amortecimento do método  $k$  não ser confiável, faz do método  $pk$  ser frequentemente mais utilizado, por conta da sua confiabilidade (Yuan; Zhang, 2023). Neste caso, relaciona-se o autovalor ao coeficiente de amortecimento estrutural  $g$ , e identifica-se a velocidade crítica quando a parte real do autovalor for nula para um determinado o modo. Esse procedimento é graficamente representado pelo diagrama  $V$ - $g$ , conforme ilustra a Fig. 4.2.

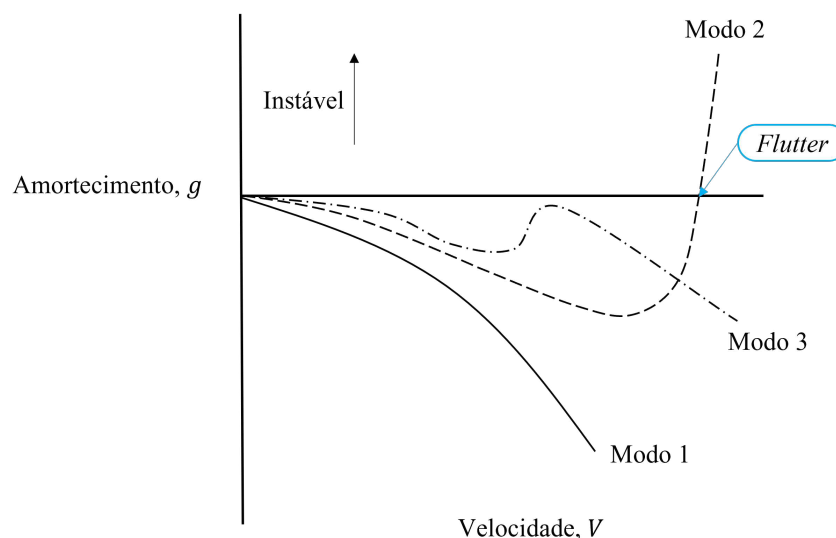


Figura 4.2 – Diagrama  $V$ - $g$  para análise de estabilidade (adaptada de Garrick; Reed, 1981).

### 4.2.1 O método $pk$

A utilização do método parte da equação aeroelástica escrita como um problema de autovalor não-linear de segunda ordem do tipo:

$$\left[ p^2 \mathbf{M}_q + \left( \mathbf{C}_q - \frac{1}{2} \frac{b}{k_r} \rho V \mathbf{Q}_a^I \right) p + \left( \mathbf{K}_q - \frac{1}{2} \rho V^2 \mathbf{Q}_a^R \right) \right] \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (4.11)$$

onde:  $\mathbf{Q}_a^R$  e  $\mathbf{Q}_a^I$  são as matrizes de rigidez e amortecimento modal aerodinâmicas, computadas como sendo a parte real e imaginária da GAM função de  $k_r$ , respectivamente; a matriz  $\mathbf{C}_q$  representa o amortecimento estrutural em coordenadas modais que, conforme desenvolvido no capítulo anterior, não foi incluído na modelagem; e  $p = \omega \left( \frac{g}{2} \pm i \right)$  é o autovalor do problema.

É importante destacar, que a matriz de rigidez reduzida às coordenadas modais  $\mathbf{K}_q$  advém da matriz  $\mathbf{K}_T$ . Entretanto, a impedância nesta formulação se dá no domínio da frequência, tal qual apresentado na Eq. 2.45. Isso porque, o método  $pk$ , como detalhado a seguir, analisa pontos de velocidade modo a modo.

Para obter a solução via método  $pk$ , a Eq. 4.11 é reescrita na forma canônica de espaço-estado, conforme a Eq. 4.12, dobrando a ordem do problema.

$$[\mathbf{A} - p\mathbf{I}] \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (4.12)$$

sendo  $\mathbf{I}$  a matriz identidade e  $\mathbf{A}$  dada por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_q^{-1} \left( \mathbf{K}_q - \frac{1}{2} \rho V^2 \mathbf{Q}_a^R \right) & \mathbf{M}_q^{-1} \left( \frac{1}{2} \frac{b}{k_r} \rho V \mathbf{Q}_a^I \right) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Dessa forma, são necessárias iterações para a solução da Eq. 4.11 de tal modo que a frequência reduzida, agora calculada com base no autovalor  $p$ , também seja satisfeita. O autovalor é complexo e possui  $\omega$  como parte imaginária ( $\Im$ ), sendo assim a  $k_r$  a ser satisfeita é dada por:

$$k_r = \frac{\omega b}{V} = \frac{\Im(p)b}{V} \quad (4.14)$$

Para tal, estima-se um valor de  $k_r$  com base nas frequências naturais e calcula-se o problema de autovalor da Eq. 4.11. Obtido o autovalor, calcula-se a nova  $k_r$  correspondente e faz uma comparação com a estimativa anterior até que se atingida a tolerância ( $tol$ ) requerida. Enquanto não se atinge a tolerância requerida, o processo é repetido através da atualização de  $k_r$ . Atingida a tolerância, a análise avança ao modo de vibrar seguinte. O procedimento é ilustrado no fluxograma da Fig. 4.3.

O critério de convergência de  $k_r$  deve atender critérios de parada avaliados pelo erro absoluto entre as frequências de cada  $j$ -ésima iteração do *loop* descrito, os quais são:

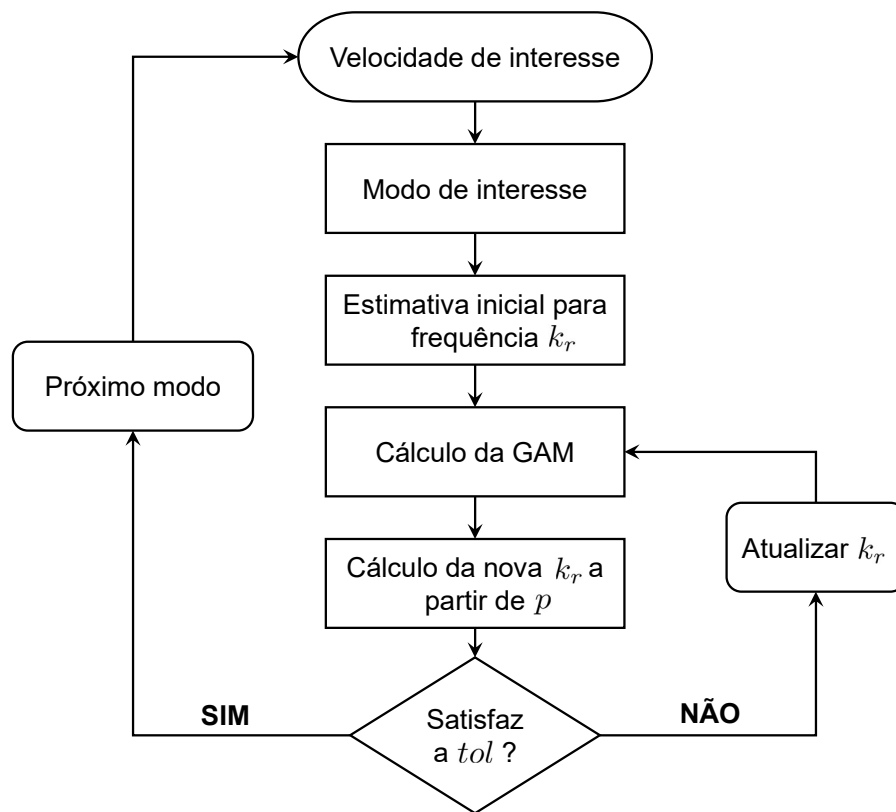


Figura 4.3 – Fluxograma do método pk (adaptada de Borges, 2019).

$$\begin{aligned}
 \left| k_r^{(j)} - k_r^{(j-1)} \right| &< tol, & \text{se } k_r^{(j-1)} < 1 \\
 \left| k_r^{(j)} - k_r^{(j-1)} \right| &< tol \cdot k_r^{(j-1)}, & \text{se } k_r^{(j-1)} \geq 1
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$

em que o valor de tolerância usual é de 0,001 (Rodden; Johnson, 1994).

Observa-se, por fim, que para cada ponto de velocidade analisado, em cada modo de vibrar, é possível calcular os valores do amortecimento  $g$  a partir do autovalor  $p$  por:

$$g = \frac{2\Re(p)}{\Im(p)}
 \tag{4.16}$$

os quais são utilizados para o levantamento do gráfico  $V-g$  e, conseqüentemente, análise de *flutter*.

#### 4.2.2 Aproximação da matriz GAM

No método DLM, a análise de *flutter* requer o cálculo da matriz GAM a cada iteração, resultando em grande esforço computacional para sua predição. Uma forma de contornar essa problemática está na utilização de interpolações das matrizes aerodinâmicas. Nesse sentido, a aproximação de Roger é bastante utilizada em análises aeroelásticas envolvendo controle ativo,

bem como a modelagem de superfícies de controle em asas e empenagens. De forma geral, se trata de uma ferramenta para transformação da matriz GAM para o domínio temporal, onde é realizada aproximação destas via método dos mínimos quadrados e o uso de múltiplos estados de atraso (Kotikalpudi; Pfifer; Balas, 2015; Borges, 2019).

No entanto, apesar da aproximação de Roger ser amplamente utilizada para conversão das matrizes aerodinâmicas para o domínio do tempo, nesta tese, a aproximação será utilizada como recurso de minimização de esforço computacional para os cálculos repetitivos da GAM no método pk. A função de transferência, também denominada função racional de aproximação, utilizada para aproximar a GAM é:

$$\hat{\mathbf{Q}}_a(k_r) = \mathbf{A}_0 + (ik_r) \mathbf{A}_1 + (ik_r)^2 \mathbf{A}_2 + \sum_{p=3}^{N_p+3} \frac{ik_r}{(ik_r + \gamma_p)} \mathbf{A}_{p+2} \quad (4.17)$$

onde  $\hat{\mathbf{Q}}_a$  representa a matriz GAM aproximada, as matrizes  $\mathbf{A}_m$ , com  $m = 0, 1, \dots, 6$ , são as matrizes de aproximação de Roger obtidas por um ajuste de curva de mínimos quadrados proveniente de valores discretos de  $k_r$ . Por fim, a soma da Eq. 4.17 define os estados aerodinâmicos, onde  $\gamma_p$  indica o atraso aerodinâmico associado ao estado  $\lambda_p$ , para  $p = 3, \dots, N_p$ , e é calculado para o range de  $k_r$  desejado (Jonsson et al., 2019; Cea; Palacios, 2021). Maiores detalhes sobre o cálculo das matrizes de aproximação podem ser encontrados no trabalho de Borges (2019).

A estrutura modelada possui características de um típico sistema de coleta/aproveitamento de energia baseado em vibração, do inglês *Vibration-based Energy Harvesting system* (VEH). Estes são constituídos de um dispositivo mecânico fonte de vibrações, um dispositivo de conversão eletromecânica, um circuito elétrico extrator para converter a energia elétrica recuperada em elétrica utilizável e, por fim, um sistema de gerenciamento e/ou armazenamento (Aouali, 2021). No caso desta tese, a estrutura compósita vibra devido o escoamento, ao passo que possui elementos piezoelétricos (conversor eletromecânico) que estão ligados ao circuito *shunt* (extrator) que controla a estrutura. A parcela de gerenciamento/armazenamento refere-se a capacitores e baterias para utilização da energia e não está contemplada nesta tese. Na seção seguinte, o conceito de *harvesting* vai ser melhor explicado e o equacionamento para obtenção da potência obtida será desenvolvido.

### 4.3 Energy harvesting

O termo *energy harvesting*, em definição, refere-se às técnicas pelas quais a energia desperdiçada no ambiente é aproveitada e convertida em alguma forma útil, como a eletricidade (Rosso, 2024). Esse termo causa confusão quando traduzido ao português, sendo definido como coleta, colheita ou aproveitamento de energia. Sendo assim, para que não haja confusões, os termos em inglês serão utilizados. Além desse, é comum encontrar na literatura o termo *harvester*, em referência aos dispositivos que são utilizados para finalidade de *harvesting*, ou que realizam, em outras palavras, a captura de energia.



Os recentes avanços de eletrônicos de baixa potência e sistemas sem fio (*wireless*) têm motivado ainda mais pesquisas envolvendo *energy harvesting*. Os dispositivos VEH são objetos de estudos nas últimas três décadas e, apesar de serem idealizados para dispositivos de pequeno porte eletrônicos (Aouali, 2021), estes também estão sendo aplicados em dimensões de centímetros (mesoescala) (Rosso, 2024). A vibração nesses dispositivos pode ser convertida para energia elétrica através de mecanismos eletromagnéticos (Han et al., 2022), piezoelétricos (Gedeon; Dorsch; Rupitsch, 2021) e/ou eletrostáticos (Li et al., 2023). Sendo aqueles que utilizam PZT vantajosos por conta das maiores densidade de potência, facilidade de aplicação e projetos mais simples e compactos.

Técnicas de *harvesting* através de mecanismos piezoelétricos, também denominados *Piezoelectric Vibration Energy Harvesting* - (PVEH), são bastante estudadas através de diferentes modelos numéricos. O modelo mais simples é o de um único grau de liberdade que, no entanto, pode apresentar resultados imprecisos. Dessa forma a utilização de técnicas como a de elementos finitos também são empregadas para análises de sistemas PVEH (Amini et al., 2016; Deng et al., 2021).

No âmbito de sistemas fluido-estrutura, as modelagens de PVEH possuem maior complexidade, uma vez que existe troca de informação por três vias em domínios físicos diferentes. Além disso, a deformação da estrutura e a potência a ser gerada somente podem ser identificadas após o cálculo dos carregamentos aerodinâmicos. E em contrapartida, o carregamento aerodinâmico não pode ser calculado sem informações de deformação estrutural e influência elétrica sobre essas deformações (Ravi; Zilian, 2019).

Alguns trabalhos se destacam quanto à modelagem de *harvesting* em sistemas fluido-estrutura. Erturk et al. (2010) apresentaram um modelo matemático para análises de *harvesting* de sistemas denominados piezoaeroelásticos, em que um *harvester* foi acoplado a uma seção típica de asa para análise de potência elétrica de saída. De Marqui Junior et al. (2010) desenvolveram um modelo em elementos finitos de um sistema piezoaeroelástico acoplado no domínio da frequência e modelagem aerodinâmica via DLM. Neste caso, os autores analisaram uma estrutura de placa embebida de camadas de PZT, apresentaram Funções de Resposta em Frequência (FRF) elétricas para o caso e obtiveram parâmetros ótimos para maximizar a potência de saída. Mais recentemente, Amini, Emdad e Farid (2014) apresentaram um modelo em elementos finitos para análises de *harvesting* a partir de interações fluido-estrutura, utilizando estrutura unimorfa (PZT em apenas um lado da placa) ligada a um circuito resistivo e sujeita a escoamento turbulento.

O modelo estruturado ao longo desta tese já inclui o carregamento não-estacionário e os efeitos elétricos advindos de um circuito elétrico qualquer, como já apresentado. Resta, no entanto, desenvolver a forma de obtenção da potência captada que, nas análises realizadas, são para a frequência de *flutter*.

### 4.3.1 Potência de harvesting

A escassa literatura envolvendo análise de *harvesting* com modelos em elementos finitos mostram o levantamento das chamadas FRF's elétricas (voltagem, corrente e/ou potência) de acordo com os modelos estruturais pertinentes. No caso desta tese, a estruturação do modelo se dá no domínio da frequência, tendo em vista a natureza do DLM. Dessa forma, a obtenção da expressão de FRF em voltagem para o modelo proposto parte das equações do movimento no domínio do tempo, tomando respostas harmônicas para os graus de liberdade mecânicos, força e carga elétrica, do tipo:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}_g(t) &= \mathbf{u}_0 \exp(i\omega t) \\
 \varphi_g(t) &= \varphi_0 \exp(i\omega t) \\
 \mathbf{F}_g(t) &= \mathbf{F}_0 \exp(i\omega t) \\
 \mathbf{Q}_g(t) &= \mathbf{Q}_0 \exp(i\omega t)
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

A aplicação das respostas harmônicas da Eq. 4.18 na Eq. 2.42, incluindo o carregamento aerodinâmico do lado direito da equação, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \left[ \mathbf{K}_{uu} - \omega^2 \mathbf{M}_{uu} \right] \mathbf{u}_0 \exp(i\omega t) + \mathbf{K}_{u\phi} \varphi_0 \exp(i\omega t) = & \mathbf{F}_0 \exp(i\omega t) \\
 & + i\omega \frac{\rho V}{2} \mathbf{Q}_{aF}^I \mathbf{u}_0 \exp(i\omega t) \\
 & + \frac{\rho V^2}{2} \mathbf{Q}_{aF}^R \mathbf{u}_0 \exp(i\omega t)
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

onde o subíndice  $F$  nas matrizes aerodinâmicas representa uma transformação das mesmas à base denominada física, ou seja,  $\mathbf{Q}_a^{R/I}_F = \Phi \mathbf{Q}_a^{R/I} \Phi^T$ , realizada para que se tornem compatíveis com a dimensão dos demais termos da Eq. 4.19. Aplicando a relação entre as coordenadas física e modal, e tomando a resposta harmônica, reescreve-se a Eq. 4.19 como:

$$\underbrace{\left[ \mathbf{K}_{uu} - \frac{\rho V^2}{2} \mathbf{Q}_a^R - i\omega \frac{\rho V}{2} \mathbf{Q}_a^I - \omega^2 \mathbf{M}_{uu} \right]}_{\mathbf{A}_A} \mathbf{u}_0 + \mathbf{K}_{u\phi} \varphi_0 = \mathbf{F}_0 \tag{4.20}$$

Aplicando o mesmo a segunda equação acoplada, chega-se em:

$$\mathbf{K}_{\phi u} \mathbf{u}_0 + \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi} - \frac{\mathbf{Z}^{-1}(\omega)}{i\omega} \right] \varphi_0 = \mathbf{0} \tag{4.21}$$

Por fim, substituindo a Eq. 4.20 na Eq. 4.21 e fazendo algumas manipulações matemáticas, chega-se à seguinte expressão da FRF elétrica em voltagem por unidade de força:

$$\frac{\varphi_0(\omega)}{\mathbf{F}_0(\omega)} = \left[ \mathbf{K}_{\phi u} \mathbf{A}_A^{-1} \mathbf{K}_{u\phi} - \mathbf{K}_{\phi\phi} + \frac{\mathbf{Z}^{-1}(\omega)}{i\omega} \right]^{-1} \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{A}_A^{-1} = \mathbf{DDP}(\omega) \tag{4.22}$$

Neste ponto, vale ressaltar que os circuitos onde a tensão e/ou corrente são representadas por senoides ou cossenoides, como o caso da resposta harmônica adotada aqui, possuem potência aparente dissipada  $P$  dada por (Boylestad, 2011):

$$P = \frac{V_p I_p}{2} \quad (4.23)$$

onde  $V_p$  e  $I_p$  representam a tensão e corrente de pico, respectivamente. Como a corrente de pico é dada por  $I_p = \frac{V_p}{Z}$  pode-se escrever a potência dissipada em função da impedância do circuito. Expandido esse conceito às equações matriciais desenvolvidas pode-se definir a FRF de potência como sendo:

$$\mathbf{P}_0(\omega) = \frac{\mathbf{DDP}^2}{2|Z(\omega)|} \quad (4.24)$$

A Eq. 4.24 representa um indicativo de potência aparente a ser obtida do circuito conectado à estrutura e, apesar de estar disposta como uma FRF, será utilizada para obtenção da potência do circuito na frequência de *flutter* mediante a configuração estrutural existente. Essa potência, assim como a velocidade de *flutter*, serão otimizadas com base nos parâmetros do circuito através da técnica de otimização apresentada com mais detalhes no próximo capítulo.

# CAPÍTULO V

## PROJETO ÓTIMO ROBUSTO

O projeto de sistemas mecânicos modernos requer, cada vez mais, aumento de confiabilidade e segurança de operação. Estruturas aeronáuticas e aeroespaciais são exemplos do aumento de segurança empregado ao longo dos anos. Aplicações com demandas múltiplas de projeto com busca de melhorias em desempenho caracterizam-se como Problemas de Otimização Multiobjetivo (POMO). Estes, consistem em minimizar (ou maximizar) um conjunto de objetivos simultaneamente, obedecendo um conjunto de restrições. Concepções ótimas e/ou robustas atuam como importantes ferramentas para garantir a confiabilidade, robustez e maximização de desempenho ainda na fase de projeto, reduzindo assim os custos de produção

O estudo de caso abordado nesta tese se enquadra como um problema de multi atributos desejados, uma vez que a concepção robusta de circuitos *shunt*, visando a obtenção de máxima potência e supressão do *flutter*, é de grande interesse deste trabalho. Nesse sentido, este capítulo abordará conceitos relativos às técnicas de otimizações determinística e robusta a serem utilizadas, conceitos sobre dominância de Pareto, o método de otimização via algoritmo evolucionário *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA) e funções de vulnerabilidade serão apresentados.

### 5.1 Formulação de um problema de otimização multiobjetivo determinístico (POMD)

Diferentemente dos problemas mono-objetivo, os POMO buscam obter um conjunto de pontos soluções que satisfaça as restrições e otimize as funções objetivo, geralmente, conflitantes. Os pontos, neste caso, são ditos soluções não-dominadas. A formulação clássica matemática de um POMO é definida pela expressão (Deb, 2001):

$$\begin{aligned} &\text{Min (ou máx)} \quad \mathbf{y} = \mathbf{f}_m(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})], \quad m = 1, 2, \dots, M \\ &\text{Sujeito a} \quad \begin{cases} \mathbf{g}(\mathbf{x}) = [g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \dots, g_j(\mathbf{x})] \leq 0 & j = 1, 2, \dots, J \\ \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{X} \subset \mathbb{R}^n \\ x_i^L \leq x \leq x_i^U & i = 1, 2, \dots, n \\ \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m) \in \mathbf{Y} \subset \mathbb{R}^k \end{cases} \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde  $\mathbf{x}$  é o vetor das  $n$  variáveis de projeto;  $x_i^L$  e  $x_i^U$  são os limites inferiores e superiores de cada componente de  $\mathbf{x}$ , respectivamente;  $\mathbb{R}^n$  e  $\mathbb{R}^k$  representam os espaços de decisão e objetivos, respectivamente;  $\mathbf{X} \subseteq \mathbb{R}^n$  também é conhecido como espaço factível e está associado às  $J$  funções de restrições (de igualdade e desigualdade)  $g(\mathbf{x})$ ; e, por fim,  $\mathbf{y}$  é o vetor de objetivos a serem otimizados.

A função  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$  representa a transformação a partir do espaço de decisão  $\mathbf{X}$  no espaço objetivo  $\mathbf{Y}$  e pode ser utilizada para avaliar a qualidade de cada solução. A imagem de  $\mathbf{X}$  sob a função  $f$  representa o espaço conhecido como espaço objetivo factível  $\mathbf{Y} = f(\mathbf{X})$ . A inexistência de uma hierarquia de soluções nos problemas multiobjetivos impede que seja realizada uma comparação direta quanto à qualidade das soluções, como nos problemas mono-objetivo. Dessa forma, uma relação usualmente adotada para comparar soluções em POMO's é conhecida como dominância de Pareto (Kumar; Yadav, 2019).

Para definir o conceito de dominância, considera-se a minimização simultânea de todos objetivos de um POMO qualquer, dados por  $\mathbf{y}^1 = (y_1^1, \dots, y_m^1)$  e  $\mathbf{y}^2 = (y_1^2, \dots, y_m^2)$ , e seus respectivos vetores decisão  $\mathbf{x}^1$  e  $\mathbf{x}^2$ . Dessa forma, define-se que:  $\mathbf{x}^1 \succ \mathbf{x}^2$  ( $\mathbf{x}^1$  domina  $\mathbf{x}^2$ ) se nenhum componente de  $\mathbf{y}^2$  for maior que o componente de  $\mathbf{y}^1$  correspondente, e pelo menos um componente de  $\mathbf{y}^1$  seja maior que o correspondente  $\mathbf{y}^2$  (Rostami; Neri; Gyaurski, 2020). Matematicamente:

$$\begin{aligned} &\forall k = 1 : n, y_k^1 \geq y_k^2 \\ &\text{e} \\ &\exists k = 1 : n \mid y_k^1 > y_k^2 \end{aligned} \tag{5.2}$$

caso  $\mathbf{x}^1$  não domine  $\mathbf{x}^2$  e vice-versa, diz-se que ambos são indiferentes ( $\mathbf{x}^1 \sim \mathbf{x}^2$ ) ou possuem mesmo nível de dominância. A Fig. 5.1 ilustra o conceito de dominância de Pareto, analisando a dominância de outras soluções em relação a B.

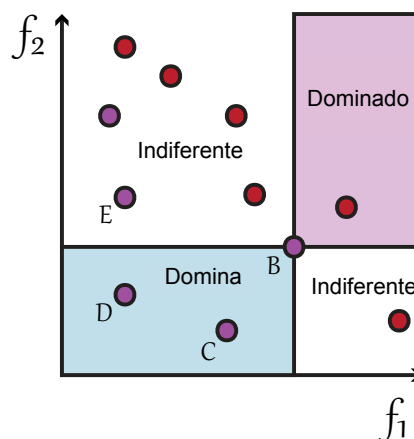


Figura 5.1 – Noção de dominância e indiferença (extraída e traduzida de Rostami; Neri; Gyaurski, 2020).

A região composta pelo retângulo azul na Fig. 5.1 representa o espaço objetivo com soluções que dominam B. Ou seja, todos os vetores objetivos nessa região possuem ao menos

um valor objetivo que supera o correspondente de  $\mathbf{B}$ , e o outro objetivo que é maior ou igual que o objetivo do vetor  $\mathbf{B}$ . O retângulo lilás contém vetores objetivos que são dominados pelo vetor  $\mathbf{B}$ , os demais são indiferentes.

O conceito de dominância é a base de definição da otimalidade e, finalmente, da fronteira de Pareto. Por definição, uma solução  $\mathbf{x}^* \in \mathbf{X}$  é Pareto-ótima se não houver outra solução  $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$  que a domina. Ou seja, não há outra solução capaz de melhorar determinado objetivo em detrimento da qualidade de, pelo menos, um outro objetivo (Eschenauer; Koski; Osyczka, 1990). O conjunto dessas soluções Pareto-ótimas ( $P^*$ ) é definido matematicamente por:

$$P^* = \{\mathbf{x} \in \mathbf{X} \mid \nexists \mathbf{x}^* \in \mathbf{X} : \mathbf{x}^* \succeq \mathbf{x}\} \quad (5.3)$$

Finalmente, a fronteira (ou frente) de Pareto  $PF^*$  é definida como sendo a imagem do conjunto Pareto-ótimas  $P^*$  no espaço objetivo, ou seja:

$$PF^* = \{f(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in P^*\} \quad (5.4)$$

a Fig. 5.2 ilustra o conjunto Pareto-ótimo e a respectiva fronteira no espaço objetivos.

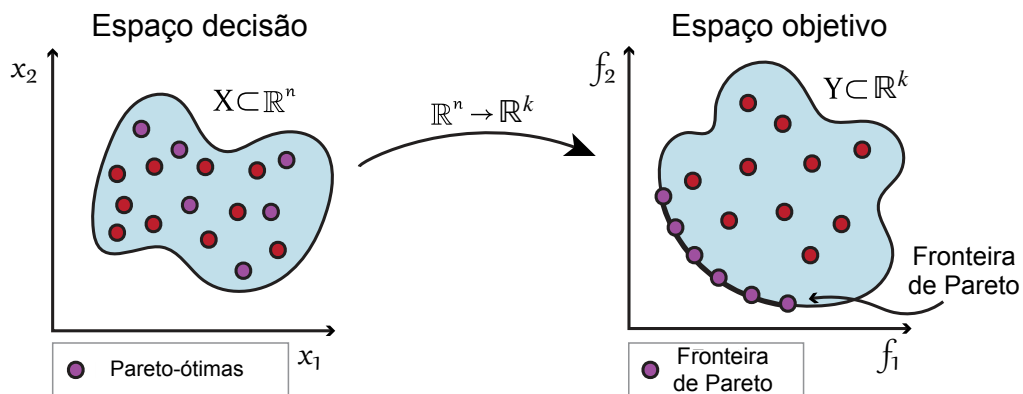


Figura 5.2 – Ilustração do conjunto Pareto-ótimo e a respectiva fronteira (adaptada de Rostami; Neri; Gyaurski, 2020).

Ao longo dos anos, vários métodos foram apresentados para resolução de POMO's sob diferentes abordagens. Alguns métodos tradicionais de resolução se valem da transformação do POMO em um problema mono-objetivo, onde os vários objetivos são agregados em um único. Estes métodos demandam ainda mais conhecimento do projetista acerca do problema em análise, uma vez que este atua antes mesmo da obtenção das soluções, ou seja, *a priori* (Srinivas; Deb, 1994; Arroyo, 2002). De outra forma, uma outra abordagem busca resolver o POMO através do conceito de otimalidade de Pareto apresentado anteriormente. Nestes casos, o projetista decide sobre o problema somente após obtenção do conjunto Pareto-ótimo, o que caracteriza abordagem *a posteriori* (Lobato, 2008). Geralmente, o projetista pondera qual objetivo pode ser mais negligenciado em detrimento do outro para a escolha dentro da fronteira obtida, reduzindo a ação do tomador de decisão para um conjunto mais restrito. Fica claro, que

abordagens de solução de POMOs desse tipo são ferramentas de auxílio à tomada de decisão, uma vez que a escolha final é facultada ao projetista. Uma categoria de métodos para solução de POMOs via otimalidade de Pareto é a dos Algoritmos Evolucionários, como o Algoritmo Genético (AG).

### 5.1.1 Algoritmos genéticos (AG)

Os AG's são algoritmos que fazem analogia ao processo evolutivo natural biológico, imitando a teoria darwiniana de sobrevivência dos mais aptos, ou seja, um conjunto de soluções potenciais competem entre si e "sobrevivem" caminhando em direção à solução ótima (Lobato, 2008). O AG foi proposto por em 1988 por John Holland e possui como elementos básicos a representação de cromossomos, seleção de aptidão e operadores biologicamente inspirados, como seleção, mutação e cruzamento (Holland, 1992; Goldberg, 1989). Esses algoritmos são frequentemente utilizados para criar soluções de alta qualidade para problemas de otimização e busca, onde a população inicial evolui por meio dos operadores biológicos.

Existe uma variedade de algoritmos evolucionários voltados para resolução de POMOs na literatura. O pioneiro foi proposto por Schaffer (1984), denominado VEGA (*Vector Evaluated Genetic Algorithm*). Dentre outros mais populares cita-se: MOGA (*Multi-objective Genetic Algorithm*) (Fonseca; Fleming, 1993); NSGA (*Nondominated Sorting Genetic Algorithm*) (Srinivas; Deb, 1994); NPGA (*Niched Pareto Genetic Algorithm*) (Horn; Nafpliotis; Goldberg, 1994); SPEA (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm*) (Zitzler; Thiele, 1998); PESA (*Pareto Envelope-based Selection Algorithm*) (Corne; Knowles; Oates, 2000); NSGA-II (Deb et al., 2000), utilizado nesta tese; MOMGA (*Multiobjective Optimization with Messy Genetic Algorithm*) (Veldhuizen; Lamont, 2000); PESA-II (Corne et al., 2001); SPEA2 (Zitzler; Laumanns; Thiele, 2001); e NSGA-III (Deb; Jain, 2014).

#### 5.1.1.1 NSGA-II

O algoritmo NSGA (Srinivas; Deb, 1994) foi um dos primeiros algoritmos evolucionários baseado no conceito de dominância. No entanto, o mesmo utiliza uma abordagem de classificação lenta (Deb, 2001) quanto a distribuição da população em diferentes níveis não-dominados. Além disso, neste, a complexidade computacional se relaciona com o cubo da população, tornando-o computacionalmente caro para grandes tamanhos populacionais (Kumar; Yadav, 2019). Com base nisso, Deb et al. (2000) propuseram o NSGA-II, cujo busca soluções não-dominadas em diferentes frentes de forma iterativa, reduzindo a complexidade.

O NSGA-II baseia-se em quatro princípios básicos, nomeadamente: classificação com base na não-dominância; elitismo; preservação de diversidade via distância de aglomeração (*crowding distance* - CD); e operador seleção (Verma; Pant; Snaesel, 2021). O algoritmo tem início com a construção de uma população de soluções candidatas geradas aleatoriamente. Cada um dessas soluções é avaliada e atribuída a um ranking de aptidão igual ao seu nível de não-dominância, sendo o nível 1 o melhor. Uma distribuição genérica das soluções ranqueadas é ilustrada na Fig. 5.3.

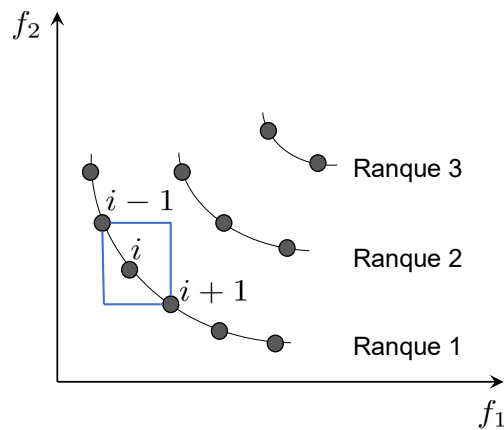


Figura 5.3 – *Ranking* de soluções não-dominadas (adaptada de Kumar; Yadav, 2019).

Após a classificação da população inicial, os operadores bioinspirados de seleção, recombinação, mutação e cruzamento são aplicados para obtenção de uma população inicial de descendentes. Aqui se inicia um *loop* geracional, onde as populações de pais e descendentes são combinadas, e as melhores soluções de ambas são incluídas de forma que o elitismo seja assegurado (Rostami; Neri; Gyaurski, 2020). Ou seja, as soluções melhores são levadas à próxima geração, até que sejam também dominadas, e a nova população é particionada em frentes (Verma; Pant; Snasel, 2021). O algoritmo percorre o conjunto de frentes e adiciona suas soluções à população para a próxima geração até que não seja mais possível acomodar todas as soluções de uma determinada frente. Utiliza-se o parâmetro CD durante o processo de seleção com o intuito de garantir a diversidade na frente. O CD, para uma  $i$ -ésima solução qualquer, é o comprimento lateral médio do cuboide azul ilustrado na Fig. 5.3 e calculado por (Kumar; Yadav, 2019):

$$CD_i = \sum_{p=1}^M \frac{f_p^{i+1} - f_p^{i-1}}{f_p^{max} - f_p^{min}} \quad (5.5)$$

onde  $f_p^{i+1}$  e  $f_p^{i-1}$  indicam o  $p$ -ésimo objetivo das soluções individuais  $i+1$  e  $i-1$ , respectivamente, e  $f_p^{max}$  e  $f_p^{min}$  são os valores máximos e mínimos da  $p$ -ésima função objetivo. Todo o processo de funcionamento do NSGA-II é condensado no fluxograma da Fig. 5.4

## 5.2 Formulação de um problema de otimização multiobjetivo robusto (POMR)

As soluções Pareto-ótimas são de extrema importância para um POMO do ponto de vista teórico, mas esbarram na dificuldade de implementação prática. Isso ocorre pelo fato da abordagem determinística empregada desconsiderar as possíveis variações inerentes às variáveis de projeto e/ou restrições (Lee; Park, 2001). Se uma solução ótima teórica é sensível às perturbações/incertezas não consideradas de suas variáveis, a solução implementada pode resultar em objetivos distintos do ótimo calculado. Dessa forma, do ponto de vista prático, soluções comparativamente menos sensíveis às perturbações de suas variáveis, portanto robustas, são muito mais interessantes (Deb; Gupta, 2006).



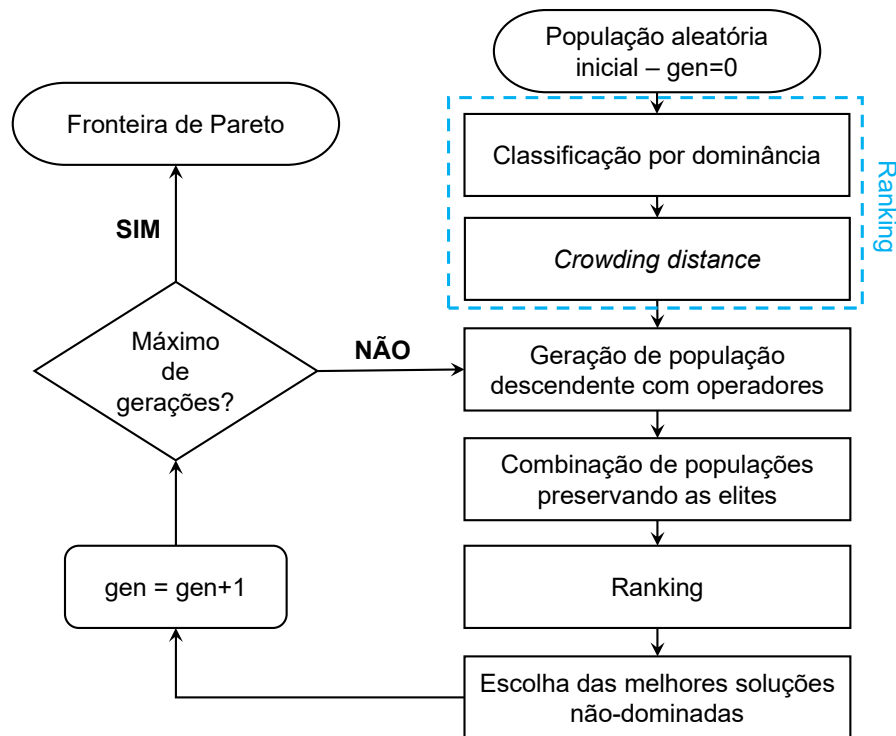


Figura 5.4 – Fluxograma NSGA-II (adaptada de Kumar; Yadav, 2019).

Vários trabalhos envolvendo abordagem ótima robusta de POMO's em várias áreas da engenharia são encontrados na literatura. Goli et al. (2019) aplicaram otimização robusta para o cálculo de risco de um portfólio de produtos sob incerteza de retorno. O artigo de Reis, Manzanares Filho e Lima (2019), voltado para projeto de aerofólios, otimizou a distribuição de pressão e analisou o desempenho de robustez do aerofólio. Long et al. (2021) investigaram a demanda de socorro para logística epidêmica, onde um modelo robusto de otimização analisou tempo, custo e inutilidade do serviço. No contexto de controle passivo de sistemas aeroelástico poucos são os trabalhos encontrados. No entanto, cabe o destaque de alguns trabalhos do grupo em que esta tese está inserido quanto ao uso de otimização robusta, modelagem estrutural e/ou aplicação de circuitos *shunt*. Zambolini Vicente, Silva e Lima (2015) propuseram uma metodologia ótima-robusta de circuitos *shunt* multimodais para o controle de vibrações de estruturas compósitas. Ribeiro e Lima (2021) aplicaram a modelagem robusta de circuitos multimodais em painéis compósitos sujeitos a escoamento supersônico. Mais recente, Rosa et al. (2022) propuseram uma metodologia de projeto robusto para problemas estocásticos de fadiga.

### 5.2.1 Robustez e aplicação em POMO

Uma solução é definida robusta quando se apresenta insensível, até determinado limite, à perturbação nas variáveis de decisão  $x$  em sua vizinhança (Deb; Gupta, 2006), como ilustra a Fig. 5.5. Nesta, destaca-se duas soluções mínimas, a solução  $B$  apresenta-se como robusta, uma vez que a pequena perturbação  $\Delta x$  impõe pouca ou irrelevante variabilidade na

função objetivo  $f_{\text{óti-rob}}$ . Por outro lado, a mesma variação aplicada à solução azul  $A$ , obtida pela abordagem determinística, impõe alta sensibilidade para o objetivo  $f_{\text{ótimo}}$ . Observa-se que, apesar da solução  $A$  representar um mínimo global, é mais instável às incertezas existentes nas variáveis de projeto e, portanto, mais indesejada do ponto de vista prático.

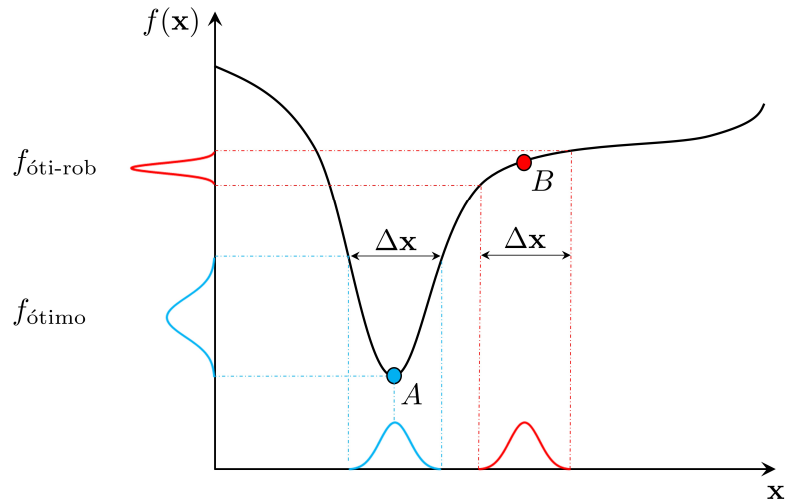


Figura 5.5 – Ilustração de soluções ótima e ótima-robusta (adaptada de Choi, 2005).

A extensão da robustez aos problemas multiobjetivos deve garantir a análise de sensibilidade para todos os objetivos, ou aqueles escolhidos pelo projetista, incluindo os efeitos combinados. Além disso, nesses casos poder existir muitas soluções a serem analisadas quando a robustez. A Fig. 5.6 ilustra a sensibilidade de incertezas em um POMO de dois objetivos. O artigo de Deb e Gupta (2006) detalha formas de extensão da robustez em problemas mono-objetivo para os POMO. No entanto, a abordagem utilizada nesta tese é a mesma apresentada nos trabalhos de Lima (2007), Zambolini Vicente, Silva e Lima (2015) e Ribeiro (2019), dada através da função de robustez ( $f^r$ ).

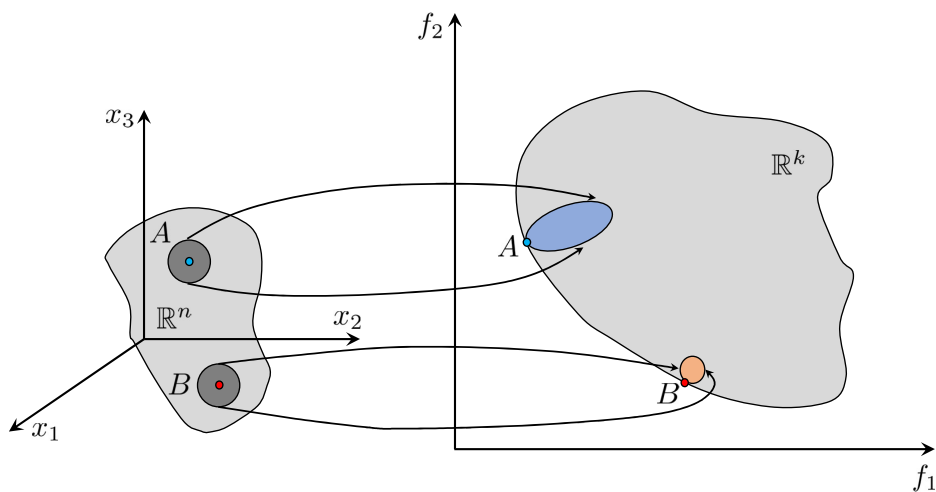


Figura 5.6 – Ilustração da sensibilidade de soluções ótima e ótima-robusta (adaptada de Deb; Gupta, 2006).

A função de robustez é definida como sendo um estimador que avalia o impacto das

perturbações das variáveis de projeto sobre a função objetivo. Geralmente, a construção desta baseia-se na média ( $\mu$ ) e desvio padrão ( $\sigma$ ) das funções objetivo. A  $f^r$  de uma função objetivo  $f(\mathbf{x})$  utilizada nesta tese é definida por:

$$f^r = \left( \frac{\sigma_f}{\mu_f} \right)^{-1} \quad (5.6)$$

em que a razão  $\left( \frac{\sigma_f}{\mu_f} \right)$  mensura a dispersão e é denominada função de vulnerabilidade de  $f(\mathbf{x})$ , denotada por  $f^v(\mathbf{x})$ .

A inclusão do conceito de robustez e vulnerabilidade no POMO define o POMR capaz de obter soluções estáveis (ou insensíveis) para variáveis de projetos com determinada incerteza (ou variabilidade). No POMR deseja-se otimizar, simultaneamente, as funções objetivo e suas respectivas robustezes, sendo definido para um problema de  $M$  objetivos por:

$$\begin{aligned} \text{Min (ou máx)} \quad & \mathbf{y}^* = \mathbf{f}_m^*(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_1^v(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x}), f_m^v(\mathbf{x})], \quad m = 1, 2, \dots, M \\ \text{Sujeito a} \quad & \begin{cases} \mathbf{g}(\mathbf{x}) = [g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \dots, g_j(\mathbf{x})] \leq 0 & j = 1, 2, \dots, J \\ \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{X} \subset \mathbb{R}^n \\ x_i^L \leq x \leq x_i^U & i = 1, 2, \dots, n \\ \mathbf{y}^* = (y_1, y_1^v, \dots, y_m^v) \in \mathbf{Y} \subset \mathbb{R}^k \end{cases} \end{aligned} \quad (5.7)$$

em que o vetor de objetivos  $\mathbf{f}_m^*$  agora possui o dobro da ordem do POMD devido a inclusão das vulnerabilidades. Ressalta-se aqui que a obtenção das funções de vulnerabilidade requerem a geração de amostras aleatórias para cada variável de projeto. Nesta tese o método clássico de Monte Carlo (Papadrakakis; Kotsopoulos, 1999) foi substituído pelo Hiper Cubo Latino (HCL) (Florian, 1992) para geração de amostras.

# CAPÍTULO VI

## SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos ao longo da pesquisa, detalhando as particularidades das simulações, validações realizadas e, principalmente, as análises de estabilidade com vistas ao *flutter* dos sistemas aeroelásticos analisados. Por fim, serão apresentados os resultados relativos às otimizações e o impacto da robustez no modelo estudado.

### 6.1 Características e parâmetros de simulação

O conjunto de simulações realizadas ao longo desta pesquisa possui alguns parâmetros adequadamente escolhidos para obtenção de resultados representativos. Eventualmente, simulações comparativas adotaram configurações distintas, que serão pontuadas no momento da explicação. Alguns parâmetros e propriedades cabem destaque, como a discretização (elementos finitos e painéis aerodinâmicos), quantidade de modos de vibrar, parâmetros de escoamento, quantidade de camadas compósitas, dimensões geométricas e propriedades dos materiais (compósito e PZT).

#### 6.1.1 Estrutura da asa e parâmetros de escoamento

A asa utilizada nas simulações que seguem é retangular sem enflechamento e/ou afilamento, ou seja, *plate like wing* e, dessa forma, representada por uma placa plana em balanço (*cantilevered*), conforme ilustra a Fig. 6.1. A estrutura da asa é um laminado de quatro camadas dispostas simetricamente com ângulo de fibra  $75^\circ$ , ou seja,  $[0^\circ/75^\circ]_s = [0^\circ 75^\circ 75^\circ 0^\circ]$ . Visando alguns testes, configurações de ângulos distintos foram simuladas, sendo a direção  $75^\circ$  foi a principal estudada. Foi utilizado um único compósito de densidade  $\rho = 1578 \text{ kg/m}^3$ , cuja espessura de camada é  $h_{camada} = 0,3 \text{ mm}$ , perfazendo a espessura completa do laminado de  $h = 1,2 \text{ mm}$ . Além disso, a placa possui dimensões de comprimento (envergadura)  $L = 500 \text{ mm}$  e largura (corda)  $b = 300 \text{ mm}$ .

Na Fig. 6.1, somente as quatro camadas de compósito são representadas. A adição do PZT à estrutura foi testada de duas formas ao logo do desenvolvimento da pesquisa, ora uma camada completa recobrendo todo o laminado, ora em tratamento parcial, melhor representado

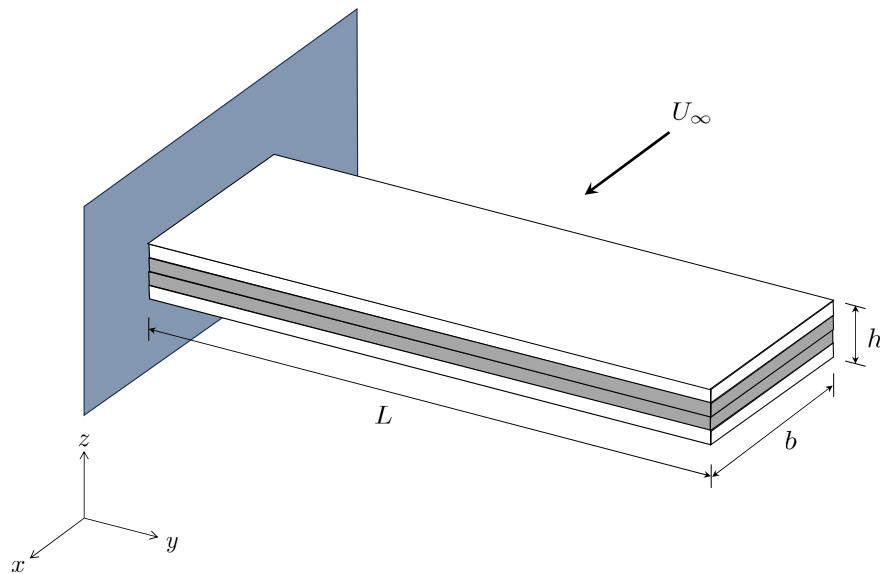


Figura 6.1 – Ilustração da asa laminada.

ao longo deste capítulo. Em todos os casos, o PZT utilizado foi o G1195, também utilizado por Zambolini Vicente (2014) e Ribeiro (2019), com densidade  $\rho = 7700 \text{ kg/m}^3$  e, em todas análises, espessura de 0,5 mm. As propriedades mecânicas, eletromecânicas e elétricas pertinentes do compósito e PZT estão definidas na Tab. 6.1 (Ribeiro; Lima, 2021):

Tabela 6.1 – Propriedades físicas dos materiais.

	Mecânicas [Pa]		Eletromecânicas [ $\text{C/m}^2$ ]		Elétricas [ $\text{F/m}^2$ ]	
	Compósito	PZT G1195	PZT G1195		PZT G1195	
$C_{11}$	$1,72 \times 10^{11}$	$9,2885 \times 10^{10}$	$e_{15}$	0	$\chi_{11}$	$1,59 \times 10^{-8}$
$C_{12}$	$1,48 \times 10^9$	$3,9808 \times 10^{10}$	$e_{24}$	0	$\chi_{22}$	$1,59 \times 10^{-8}$
$C_{13}$	$1,48 \times 10^9$	$3,9808 \times 10^{10}$	$e_{31}$	-18.2998	$\chi_{33}$	$1,59 \times 10^{-8}$
$C_{22}$	$7,58 \times 10^9$	$9,2885 \times 10^{10}$	$e_{32}$	-9.0133		
$C_{23}$	$2,28 \times 10^9$	$3,9808 \times 10^{10}$	$e_{33}$	-9.0133		
$C_{33}$	$7,58 \times 10^9$	$9,2885 \times 10^{10}$				
$C_{44}$	$1,38 \times 10^9$	$2,4200 \times 10^{10}$				
$C_{55}$	$3,45 \times 10^9$	$2,4200 \times 10^{10}$				
$C_{66}$	$3,45 \times 10^9$	$2,4200 \times 10^{10}$				

em que os valores das constantes  $C$  foram obtidos através dos módulos elásticos e coeficientes de poisson de cada material, que podem ser consultados em Ribeiro e Lima (2021).

As simulações realizadas foram todas para um regime de escoamento subsônico de ar com densidade  $\rho_\infty = 1,225 \text{ kg/m}^3$ , em que a linearização do potencial aerodinâmico foi

realizada em torno de um  $M_\infty = 0,25$ . O intervalo de velocidade selecionado variou a depender da necessidade e é especificado ao longo das análises.

### 6.1.2 Discretização e verificação estrutural

A inclusão de mais nós no elemento finito onera o custo para utilização de malhas muito refinadas. Conforme descrito no Capítulo 4, os painéis aerodinâmicos são alocados de forma que sejam iguais a malha estrutura de elementos finitos. Uma análise de convergência das frequências naturais dos cinco primeiros modos de vibrar quanto à variação da discretização foi realizada para estrutura sem nenhum PZT, visando a escolha da malha adequada. A Tab. 6.2 condensa os dados das discretizações testadas para os cinco primeiros modos de vibrar, mostrando que, sem muita perda, é possível fazer análises utilizando a malha  $12 \times 12$ , uma vez que o erro relativo, tomando a discretização  $20 \times 20$  como referência, é menor que 0,5 %.

Tabela 6.2 – Influência da discretização nas frequências naturais da estrutura.

Malha	Frequências naturais [Hz]			
	$10 \times 10$	$12 \times 12$	$15 \times 15$	$20 \times 20$
1°	7,61	7,60	7,60	7,60
2°	11,25	11,24	11,23	11,23
3°	48,06	47,87	47,72	47,61
4°	51,51	51,34	51,21	51,12
5°	59,96	59,83	59,72	59,65

A configuração de discretização escolhida foi validada com resultados obtidos pelo programa comercial Ansys®, mais especificamente, através da ferramenta *Ansys Structural Tools* em que uma malha construída de elementos finitos SHELL181, mais adequado para modelagens de placas compósitas, foi empregada. A fidedignidade do modelo implementado em Matlab®, quanto a estrutura multicamada compósita  $[0^\circ/75^\circ]_s$  (nomeada como referência na tabela), foi comprovada, como disposto na Tab. 6.3. Os dados comparativos entre os modelos para os cinco primeiros modos de vibrar, evidenciam a pouca variação entre os dois primeiros modos, envolvidos no fenômeno de *flutter* binário.

Tabela 6.3 – Comparativo das frequências naturais do laminado referência.

	Frequências naturais [Hz]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
Aerolsolver compósito:	7,600	11,240	47,870	51,340	59,830
Ansys®:	7,586	11,188	47,482	50,764	59,056

## 6.2 Validação comparativa de estabilidade

Verificado o sistema multicamadas, buscou-se duas formas de validação do modelo quanto às análises de estabilidade. Inicialmente, uma análise com propriedades isotrópicas do alumínio aeronáutico 6061-T6 modelado por Borges (2019) foi realizada. O autor fez uma comparação com a simulação de estabilidade realizada no programa comercial FEMAP®. O sistema de quatro camadas de  $h_{camada} = 0,375$  mm, dimensões geométricas citadas na subseção 6.1.1 e propriedades  $E = 68,9$  GPa,  $G = 25,8$  GPa,  $\rho = 2700$  kg/m<sup>3</sup> e  $\nu = 0,34$  retornou frequência e velocidade de *flutter* como mostra a Tab. 6.4, incluindo os resultados apresentados por Borges (2019).

Tabela 6.4 – Validação isotrópica.

<i>Flutter</i>	FEMAP®	Borges (2019)	Aerosolver compósito
$V_f$ [m/s]	44	43	43,9
$f_f$ [Hz]	12,68	14,21	14,34

Os diagramas  $V$ - $f$  e  $V$ - $g$  para esse caso são apresentados na Fig. 6.2, em que as velocidade e frequência de *flutter*,  $V_f$  e  $f_f$ , respectivamente, estão indicadas nas mesmas figuras.

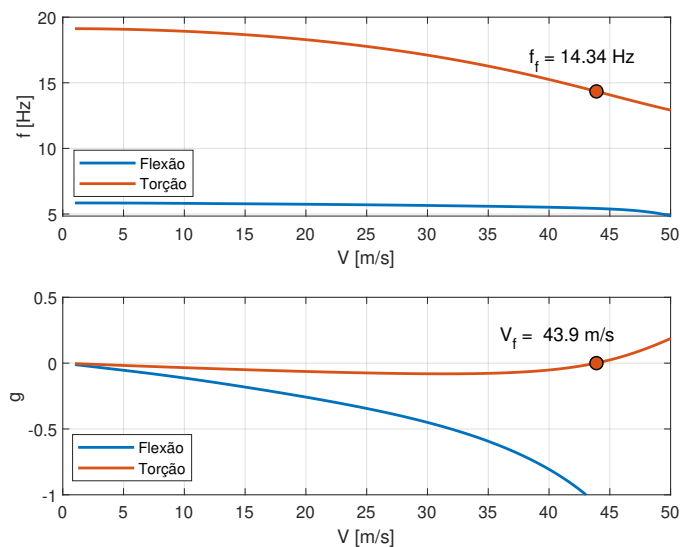


Figura 6.2 – Diagramas  $V$ - $f$  e  $V$ - $g$  da análise aeroelástica isotrópica.

Como uma segunda verificação, foi feito um comparativo com os resultados apresentados por Hollowell e Dugundji (1984) que estudaram o *flutter* em estruturas laminadas como a desta tese. Os autores fizeram um comparativo entre um modelo analítico e resultados experimentais de diversas configurações de orientação de laminados. Aqui, foi comparada a placa em balanço, laminada com seis camadas de grafite/epóxi com orientação  $[0_2^{\circ}/90^{\circ}]_s$  e dimensões de largura e corda  $L = 305$  mm e  $c = 76$  mm, respectivamente. A Tab. 6.5 mostra os valores de  $V_f$  obtidos experimentalmente, pelo modelo dos autores e do Aerosolver compósito que foi implementado neste trabalho.

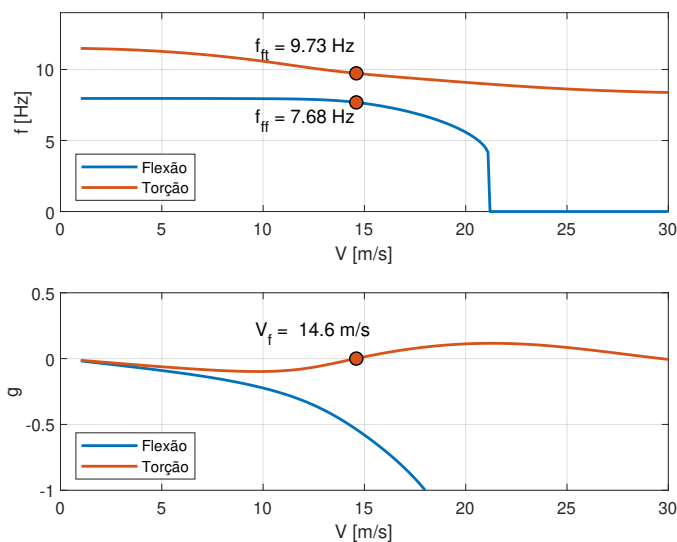
Tabela 6.5 – Velocidades de *flutter* do laminado.

<i>Flutter</i>	Hollowell e Dugundji (1984)		Aerosolver compósito
	Experimental	Modelo	
$V_f$ [m/s]	25	21	20,4

Assim como o modelo dos autores, o valor da velocidade crítica obtido pelo Aerosolver foi menor que o experimental. Hollowell e Dugundji (1984) citam como satisfatório a predição realizada pelo modelo proposto, que utilizou a teoria das faixas. O valor obtido pelo Aerosolver é menor e, portanto, pode ser considerado mais conservador do ponto de vista de predição da instabilidade, que ocorreu, em ambos os casos, no primeiro modo de torção.

### 6.3 Análise de estabilidade

O sistema compósito padrão testado, ou seja, com orientação  $[0^\circ/75^\circ]_s$  e demais parâmetros descritos na subseção 6.1.1 apresentou comportamento instável de *flutter* para o segundo modo de vibrar, ou primeiro de torção, conforme mostra os diagramas da Fig. 6.3. No diagrama  $V$ - $f$ , é possível observar a aproximação dos modos de vibrar de flexão e torção, em que as frequências de instabilidade são assinaladas por  $f_{ff}$  e  $f_{ft}$ , respectivamente.

Figura 6.3 – Diagramas  $V$ - $f$  e  $V$ - $g$  da estrutura laminada.

A análise mostra que os modos não coalescem completamente e mesmo assim há ocorrência da instabilidade. Conforme define Wright e Cooper (2015), os casos de coalescência completa somente ocorrem quando se negligencia os amortecimentos estrutural e aerodinâmico do modelo, o que não ocorre no modelo implementado. As formas de vibrar dos modos envolvidos no *flutter* estão dispostas na Fig. 6.4, do próprio modelo, e na Fig. 6.5 da análise realizada no Ansys®.



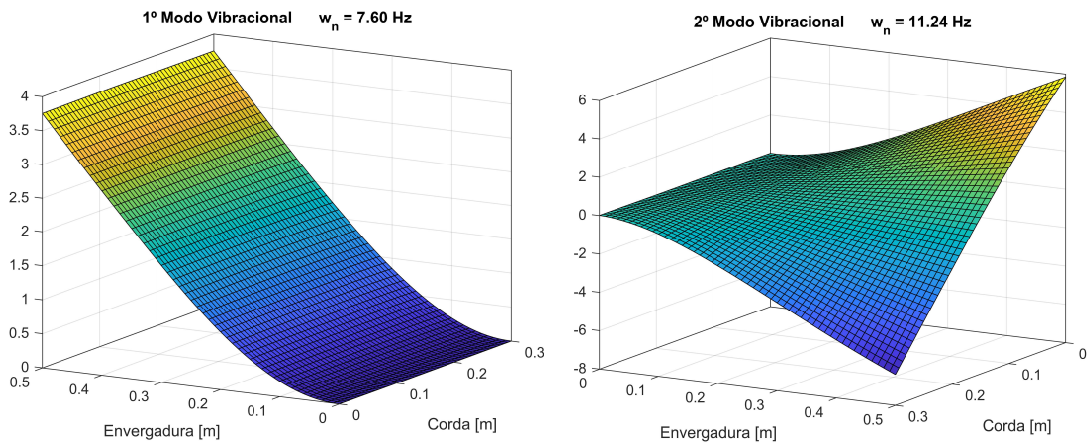


Figura 6.4 – Formas modais da estrutura laminada obtidas pelo Aerosolver.

DISPLACEMENT  
 STEP = 1  
 SUB = 1  
 FREQ = 7.58637  
 DMX = 3.75632

DISPLACEMENT  
 STEP = 1  
 SUB = 2  
 FREQ = 11.1878  
 DMX = 6.40939

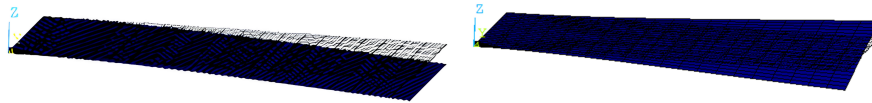


Figura 6.5 – Formas modais da estrutura laminada obtidas pelo Ansys®.

### 6.3.1 Influência da direção das fibras

Apesar de não ser o foco principal desta tese, uma avaliação simples quanto à influência da direção das fibras quanto a estabilidade de *flutter* foi realizada. Inicialmente, uma análise modal foi realizada para identificar a fidedignidade do modelo quanto a variação das fibras quando comparado com o modelo no Ansys®, através do mesmo laminado, mas com orientação  $[0^\circ/90^\circ]_s$ . Mantidas as mesmas quantidades de camadas, dimensões e demais propriedades dos materiais, foi possível mostrar a eficiência do modelo, conforme disposto os dados na Tab. 6.6.

Tabela 6.6 – Comparativo das frequências naturais do laminado.

Modelo	Frequências naturais [Hz]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
Aerolsolver compósito:	7,601	10,893	47,893	52,353	60,410
Ansys®:	7,585	10,862	47,499	51,929	59,579

Em seguida, análises de estabilidade foram realizadas em laminados de quatro configurações. Os resultados de velocidade de *flutter* e cinco primeiras frequências naturais das

configurações comparada estão sumarizadas na Tab. 6.7:

Tabela 6.7 – Influência da direção das fibras e o fenômeno de *flutter*.

Orientação	Frequências naturais [Hz]					$V_f$ [m/s]
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	
$[0^\circ/75^\circ]_s$	7,600	11,240	47,870	51,340	59,830	14,6
$[0^\circ/90^\circ]_s$	7,601	10,893	47,893	52,353	60,410	15
$[0^\circ/45^\circ]_s$	7,692	13,086	42,415	48,679	58,944	18,8
$[45^\circ/90^\circ]_s$	2,520	13,025	19,380	36,711	56,873	-

a configuração  $[45^\circ/90^\circ]_s$  apresentou o fenômeno de divergência no primeiro modo de flexão e por isso não consta  $V_f$  na Tab. 6.7. A variação nas velocidades críticas, bem como no tipo de instabilidade detectada pelo modelo se dá pela característica anisotrópica dos laminados, ou seja, a variação dos módulos flexurais a depender da direção das fibras. Além disso, acoplamento flexo-torcional particular de cada configuração pode ser benéfico para atrasar ou suprimir a divergência, como aponta o trabalho de Hollowell e Dugundji (1984).

#### 6.4 Inserção de uma camada de PZT

Até a configuração final a ser otimizada, a estrutura laminada foi sendo estudada sob diversos aspectos, inclusive quanto à inclusão de elementos piezoelétricos. No primeiro momento, o PZT foi aplicado como uma camada completa que recobre toda a área do laminado ilustrado na Fig. 6.1. Essa foi apenas uma análise prévia, visto que essa aplicação torna a estrutura inviável do ponto de vista prático, dada densidade do PZT e, portanto, excessivo acréscimo de massa.

A inclusão de um elemento ou camada PZT à estrutura, altera a dinâmica desta de duas maneiras a depender da forma que os polos do PZT estão ligados. Essas formas definem as condições de circuito aberto (OC) e circuito fechado (SC) que, como sugere a nomenclatura, referem-se aos polos do PZT que não possuem ligação ou estão “curto-circuitados”, como ilustra a Fig. 6.6. A condição de circuito aberto é equivalente a uma resistência elétrica infinita, uma vez que a corrente não flui através dos polos do PZT. Por outro lado, o caso de circuito fechado, ou curto-circuito, equivale a uma resistência zero. O estudo dessas condições é necessário para o cálculo do fator de acoplamento generalizado  $K_{ij}$  (Eq. 2.49) para cada estrutura analisada.

Nesse sentido, análises OC e SC foram realizadas com vistas ao *flutter* como uma forma preliminar de observar o efeito de um circuito resistivo conectado à estrutura. Do ponto de vista estrutural, a condição OC não possui o fator elétrico agindo, resultando numa rigidez majoritariamente mecânica. A Tab. 6.8 apresenta as frequências naturais da estrutura  $[0^\circ/75^\circ]_s$  + PZT nas duas condições e as respectivas velocidades de *flutter*.

Como é possível observar a aplicação de uma camada completa de PZT implicou num ganho de estabilidade expressivo em ambos os casos. No entanto, o custo do aumento de

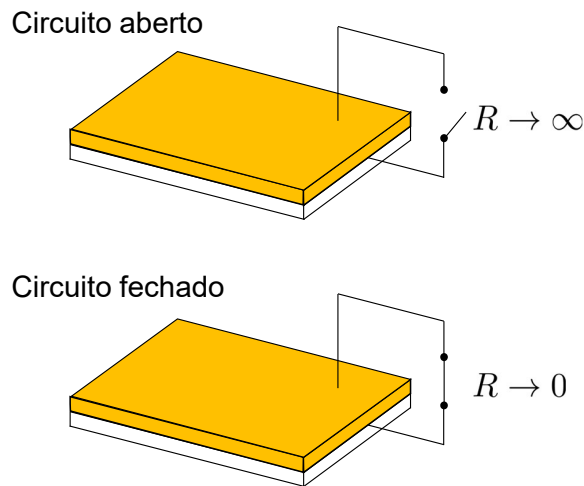


Figura 6.6 – Representação esquemática das condições de circuito aberto e fechado.

Tabela 6.8 – Condições OC e SC da estrutura.

Condição	Frequências naturais [Hz]					$V_f$ [m/s]
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	
Circuito aberto	7,238	12,817	40,769	50,228	87,889	30,9
Circuito fechado	6,243	12,718	39,162	50,016	84,792	32,4

massa é relevante e impraticável neste caso. Mais especificamente, os ganhos na fronteira de *flutter* passam dos 110% com o aumento de 203% na massa da estrutura em ambos os casos. Dessa forma, optou-se por seguir uma estratégia de tratamento parcial da estrutura no que diz respeito a alocação de PZT.

Antes da aplicação da estratégia de tratamento parcial, a inclusão de um circuito puramente resistivo foi analisada com o intuito de observar a relação da estabilidade entre as condições de OC e SC, bem como verificar o resultado destas análises. A Tab. 6.9 apresenta a análise paramétrica do efeito resistivo na estrutura resenta as frequências naturais da estrutura  $[0^\circ/75^\circ]_s + \text{PZT}$ , em que é possível observar um comportamento não monotônico da velocidade de *flutter* para com o aumento da resistência, no entanto, obedece o intervalo obtido nas condições de OC e SC. Destaque para o ponto  $R = 1 \times 10^4 \Omega$ , o qual apresenta um ganho “ótimo” de velocidade de *flutter* entre o intervalo OC e SC para a topologia puramente resistiva analisada.

Tabela 6.9 – Variação da resistência e a velocidade crítica de *flutter*.

$R$ [ $\Omega$ ]:	$10^{-6}$	...	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$
$V_f$ [m/s]:	32,3	32,3	32,4	30,9	30,9	34,3	31,2	30,9

### 6.4.1 Aplicação parcial de PZT

O impasse prático quanto a aplicação de uma camada inteira de PZT leva à necessidade de alocação parcial de pastilhas de PZT ao longo da área da estrutura. A incorporação destas, no âmbito do projeto de estruturas inteligentes, é ponto importante, uma vez que está diretamente ligado a capacidade de *harvesting* e amortecimento de vibrações. No entanto, a incorporação de elementos PZT apresenta certo desafio quanto à fabricação, otimização e, em determinados casos, pode ser até desvantajosa (Bachmann; Bergamini; Ermanni, 2012). A literatura apresenta vários trabalhos que envolvem otimização de número, configuração, posição e forma dos elementos. No caso específico de posição, alguns trabalhos utilizam algoritmos genéticos para alocação ótima de PZT's (Zhang et al., 2000; Kudikala; Kalyanmoy; Bhattacharya, 2009).

Nesta tese, a aplicação parcial de PZT limitou-se ao uso de pastilhas retangulares e baseou-se na energia de deformação da estrutura, com vistas a energia de cada elemento ( $U_e$ ) da discretização no modo de vibrar instável, ou simplesmente MSE (*Modal Strain Energy*). A energia de deformação elementar é obtida pela Eq. 2.22 considerando as condições de contorno de cada elemento. Essa abordagem utiliza o dado de energia de deformação da estrutura para melhor aproveitamento do PZT que deformará em conjunto com a estrutura hospedeira. A análise de MSE para os dois primeiros modos de vibrar da estrutura laminada  $[0^\circ/75^\circ]_s$  pode ser vista na Fig. 6.7:

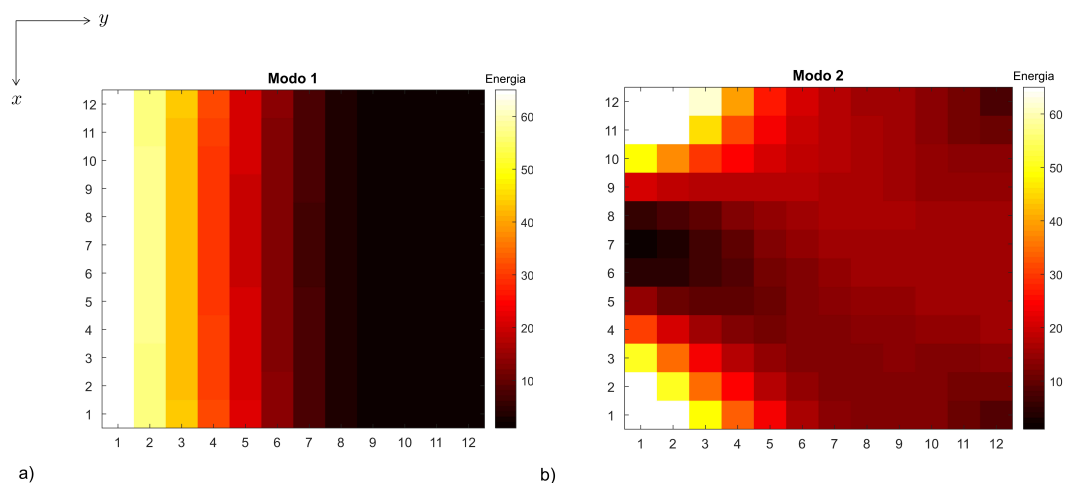


Figura 6.7 – Mapas de energia de deformação dos modos 1 a) e 2 b) do laminado.

A Fig. 6.7 b) ilustra o mapa de energia de deformação do primeiro modo de torção (ou segundo modo), onde as regiões mais claras, de amarelo ao branco, são as que possuem elementos com mais energia de deformação e, portanto, mais eficientes para aplicação de PZT. Na mesma figura, pode-se notar a assimetria de deformação em relação ao eixo de simetria da estrutura, efeito decorrente da orientação das fibras.

Analisando o mapa de energia do modo instável é possível identificar elementos pontuais da discretização para aplicação do PZT. Dessa forma, algumas configurações de tamanho de pastilhas foram analisadas com vistas ao ganho de velocidade de *flutter* e reduzido acréscimo de massa à estrutura base. Inicialmente, pastilhas  $3 \times 3$  foram aplicados às regiões mais claras,

definindo a configuração C1, como ilustra a Fig. 6.8.

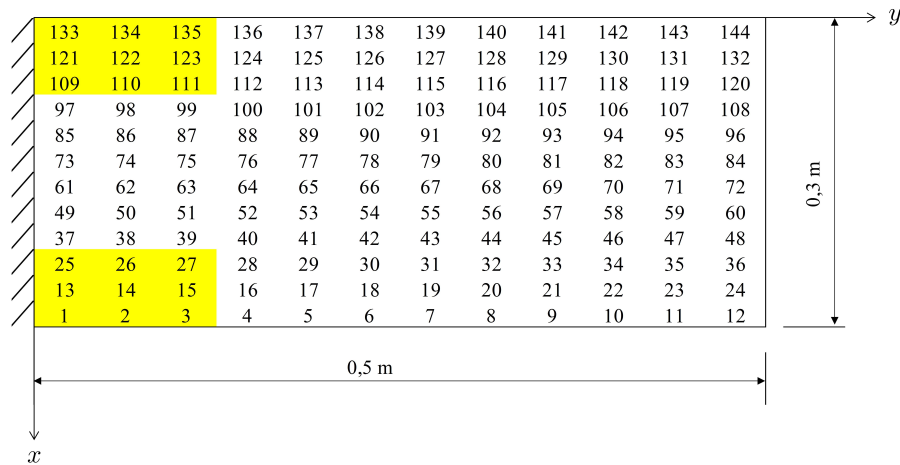


Figura 6.8 – Configuração C1 de aplicação parcial de PZT.

A região grifada em amarelo representa as pastilhas de PZT que foram incorporados à estrutura base. Essa configuração apresentou ganho de 10,27% em velocidade de flutter com acréscimo de 25,41% de massa em relação a estrutura de referência. A substituição das pastilhas da Fig. 6.8 por outras de tamanho  $4 \times 4$  (estendendo-se aos elementos 4, 16, 28, 37 – 40, 97 – 100, 112, 124 e 136), definindo a configuração C2, acrescentou 45,18% de massa em relação a estrutura referência e um ganho menor que 1% em flutter quando comparada à configuração C1.

A adição de massa pelo PZT é um problema inevitável a medida que se aumenta o tamanho das pastilhas. Como estratégia de avaliação para análise de outras configurações com menor adição de massa, a região da extremidade direita sob o eixo de torção da estrutura laminada  $[0^\circ/75^\circ]_s$  apresenta-se como uma opção. A Fig. 2.9 mostra os níveis de energia relativa ao modo de torção.

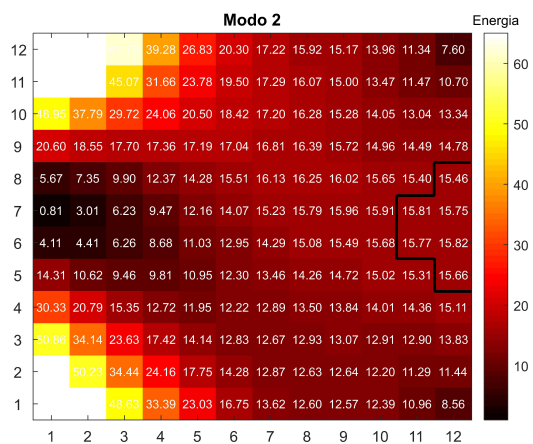


Figura 6.9 – Nível de energia relativo do modo de torção para o laminado.

Pode-se perceber os elementos ao centro da extremidade direita em balanço, contornados em preto, com níveis medianos de energia relativa, mas que podem interferir no

controle do segundo modo, uma vez que estão próximos ao eixo de torção. Apenas para melhor visualização, os valores apresentados na Fig. 6.9 representam 30 vezes o percentual relativo de energia de cada elemento para com a placa completa, tendo em vista a discretização de 144 elementos.

Dessa forma, mais três configurações foram analisadas. Partindo da configuração C1, aplicou-se mais uma pastilha tamanho  $2 \times 2$  aos elementos 71, 72, 83 e 84, definindo a configuração C3. Essa mesma pastilha foi utilizado na configuração C4, que possui a pastilha da base esquerda com tamanho  $2 \times 2$  (elementos 1, 2, 13, 14, 121, 122, 133 e 134). Por fim, a configuração C5, ilustrada na Fig. 6.10, foi a melhor obtida.

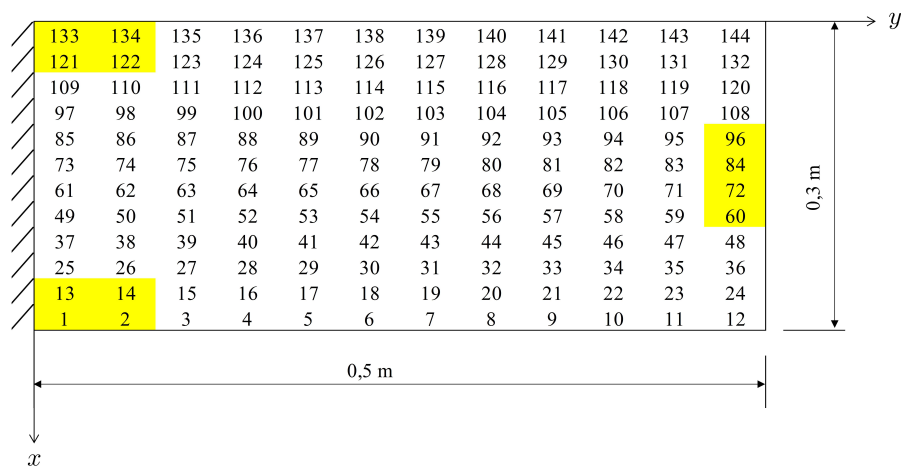


Figura 6.10 – Configuração C5 de aplicação parcial de PZT.

A Tab. 6.10 apresenta o comparativo entre as estruturas de referência puramente compósita, as tratadas parcialmente e a recoberta com uma camada de PZT. A configuração C5 mostra-se como sendo a melhor opção, dada a relação ganho de *flutter*/acréscimo de massa assinalada pelo indicador de eficiência estrutural  $e_{est} = \uparrow V_f [\%] / \uparrow m [\%]$ . As análises de *flutter* nestes casos foram todas em condição OC.

Tabela 6.10 – Ganhos de massa e velocidade de *flutter* para as configurações parciais.

Configuração	Massa [g]	$V_f$ [m/s]	$\uparrow m$ [%]	$\uparrow V_f$ [%]	$e_{est}$
$[0^\circ/75^\circ]_s$	281,04	14,6	–	–	–
$[0^\circ/75^\circ]_s + \text{PZT}$	861,54	32,4	203,31	121,92	0,60
$[0^\circ/75^\circ]_s + \text{PZT parcial C1}$	356,23	16,1	25,41	10,27	0,40
$[0^\circ/75^\circ]_s + \text{PZT parcial C2}$	412,37	16,3	45,18	11,64	0,26
$[0^\circ/75^\circ]_s + \text{PZT parcial C3}$	372,27	19,7	31,06	34,93	1,12
$[0^\circ/75^\circ]_s + \text{PZT parcial C4}$	332,16	18,9	16,94	29,45	1,74
$[0^\circ/75^\circ]_s + \text{PZT parcial C5}$	332,16	19,1	16,94	30,82	1,82

## 6.5 Inclusão do circuito *shunt* multimodal

A configuração C5 selecionada foi escolhida para a aplicação do circuito multimodal paralelo para fins de controle de flutter e recuperação de energia. Inicialmente, foi realizada a sintonização do circuito conforme as equações Hagood e von Flotow (1991) combinadas ao exposto por Wu (1998). A sintonia foi realizada na condição OC de acordo com o procedimento descrito na seção 2.4, retornando os valores dispostos na Tab. 6.11.

Tabela 6.11 – Parâmetros ótimos segundo Hagood e von Flotow (1991).

$R_1$ [k $\Omega$ ]	$L_1$ [H]	$R'_2$ [k $\Omega$ ]	$L'_2$ [H]	$\bar{L}_1$ [H]	$\bar{C}_1$ [ $\mu$ F]
73,801	547,278	109,541	304,329	0,927	470

Pode-se observar que, tomando indutores tradicionais, os valores de indutância obtidos são considerados de aplicação impraticável. Conforme observado no desenvolvimento teórico, os valores altos já eram esperados, tendo em vista que a estrutura possui baixas frequências naturais e a indutância de controle, como posto na Eq. 2.47, é inversamente proporcional com o quadrado da frequência natural do modo a ser controlado. Dessa forma, a utilização prática desses dispositivos deve partir para aplicações sintéticas Riordan ou Antoniou, como apresenta os trabalhos de Viana e Steffen Júnior (2006) e Zambolini Vicente (2019).

A análise de estabilidade do sistema parcialmente recoberto com PZT e com aplicação dos parâmetros ótimos de Hagood pode ser observada na Fig. 6.11:

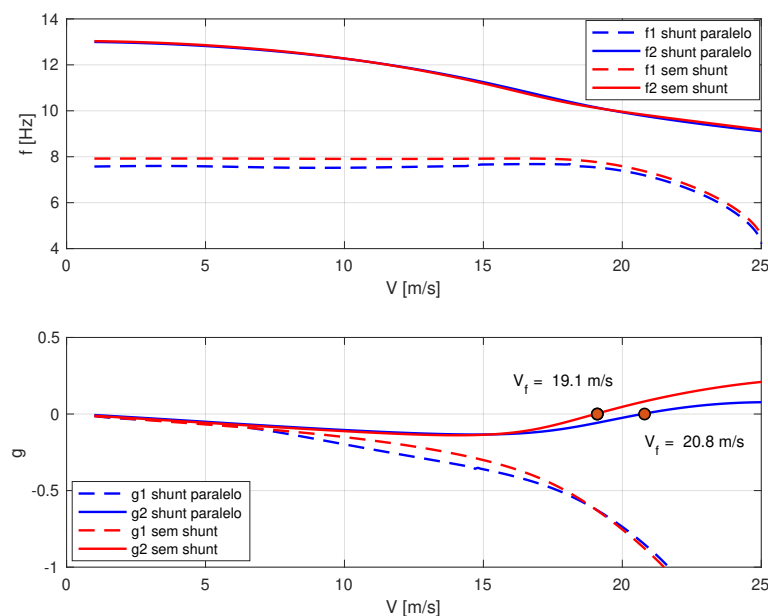


Figura 6.11 – Diagramas  $V$ - $f$  e  $V$ - $g$  com o comparativo da estrutura sem e com o *shunt* multimodal.

onde é possível observar o comparativo da estrutura sem (curvas vermelhas) e com o *shunt* (curvas azuis), bem como ganho de fronteira de *flutter* proveniente da ação do *shunt* que, traduzido em termos percentuais, foi de 8,9%, mostrando a capacidade do circuito quanto ao

controle da estabilidade, mesmo sendo projetado por equações voltadas ao amortecimento de vibração.

### 6.6 Problema de otimização multiobjetivo

O problema que se deseja otimizar neste trabalho é tipicamente um POMO, ao modo descrito no Capítulo 5. Deseja-se obter o melhor compromisso entre a velocidade crítica de flutter e o indicativo de potência a ser extraída pelo circuito *shunt*. A aplicação do algoritmo de otimização na ferramenta *Aerosolver* age logo após o cálculo de flutter, nas perspectivas determinística e robusta, como ilustra a Fig. 6.12.

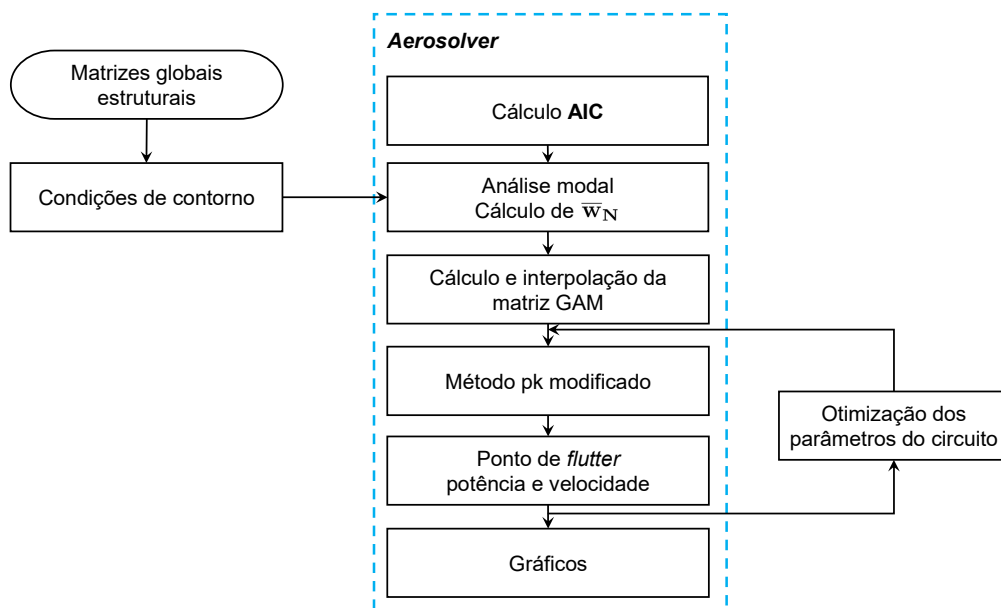


Figura 6.12 – Fluxograma de funcionamento do *Aerosolver* com otimizador.

#### 6.6.1 Problema determinístico - POMD

O POMD a ser resolvido é definido na Eq. 6.1:

$$\text{Minimizar } \begin{cases} f_1 = -V_f \\ f_2 = -P_{0f} \end{cases} \quad (6.1)$$

em que as variáveis de projeto são valores referentes às grandezas elétricas dos respectivos seis dispositivos passivos do circuito multimodal. Os valores nominais utilizados são os mesmos ótimos analíticos apresentados na Tab. 6.11 e a variações admissíveis, restrições do POMO, foram tomadas de forma a analisar uma faixa mais ampla da escala comercial de resistores e capacitores. A Tab. 6.12 sumariza o intervalo de valores utilizados para cada variável de projeto.

Os parâmetros relativos ao NSGA-II foram tomados conforme os trabalhos pertencentes ao grupo de pesquisa no que diz respeito a análise de placa (Lima, 2007), bem como os que



Tabela 6.12 – Faixa de variação dos parâmetros de projeto.

Variáveis de projeto	Faixa de busca
$R_1$ [k $\Omega$ ]	$0,1 \leq 73,801 \leq 1200$
$L_1$ [H]	$0,5 \leq 547,278 \leq 3290$
$R'_2$ [k $\Omega$ ]	$0,2 \leq 109,541 \leq 1800$
$L'_2$ [H]	$0,3 \leq 304,329 \leq 1830$
$\bar{L}_1$ [H]	$0,001 \leq 0,9269 \leq 5,60$
$\bar{C}_1$ [ $\mu$ F]	$0,4 \leq 470 \leq 8000$

envolveram inserção de circuito *shunt* (Silva, 2014; Ribeiro, 2019) e estão dispostos na Tab. 6.13.

Tabela 6.13 – Parâmetros NSGA-II.

Parâmetro	Valor
Probabilidade de seleção	0,25
Probabilidade de reprodução	0,25
Probabilidade de mutação	0,25
Número de gerações	100
Número de indivíduos	50

A frente de Pareto do POMD é mostrada na Fig. 6.13. Nesta, o ponto de melhor compromisso, designado por A, foi definido através do método Min-Máx, amplamente utilizado para obter o melhor compromisso em uma frente de Pareto, onde o desvio relativo de cada solução entre os máximos de cada objetivo é o utilizado para definir o melhor compromisso (Belegundu; Chandrupatla, 2019).

O comparativo entre o circuito referência (sintonizado segundo o procedimento de Hagood; von Flotow, 1991) e o circuito otimizado é apresentado na Tab. 6.14. No que diz respeito aos parâmetros do circuito, nota-se que o ponto de melhor compromisso do circuito otimizado também requer altos valores de indutâncias, tendo em vista as baixas frequências da estrutura a serem controladas e a relação destas para com as indutâncias do circuito. A título de comparação, as indutâncias requeridas são ainda maiores do que àquelas apresentadas no trabalho de Ribeiro (2019), que analisou um painel compósito quadriengastado, e portanto com maiores frequências naturais. O trabalho de Silva (2014) fez análises de controle de vibração em vigas compostas em balanço, mais próximo do analisado nesta tese, e apresentou valores de 627 H para o controle do primeiro modo de vibrar, o que não difere muito do obtido no circuito otimizado. No que se refere às análises de estabilidade a Tab. 6.14 também apresenta o comparativo entre as configurações de *shunt* e mostra que o otimizador conseguiu obter um ganho moderado de  $\approx 5\%$  para a velocidade de *flutter* e um valor expressivo do indicativo de potência a ser extraída, indicando alta sensibilidade desta para com os parâmetros do circuito.

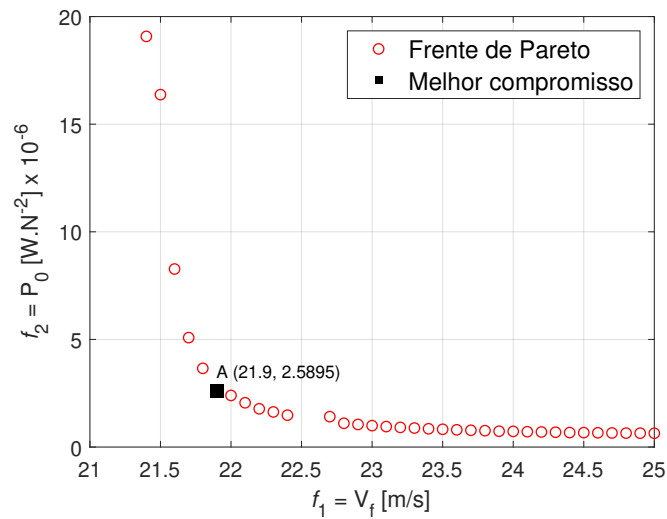


Figura 6.13 – Frente de Pareto do POMD.

Tabela 6.14 – Comparativo das configurações de circuito *shunt*.

	Descrição	Referência	Ótimo determinístico
Parâmetros do circuito	$R_1$ [k $\Omega$ ]	73, 801	367, 193
	$L_1$ [H]	547, 278	708, 090
	$R'_2$ [k $\Omega$ ]	109, 541	602, 746
	$L'_2$ [H]	304, 329	980, 851
	$\bar{L}_1$ [H]	0, 927	5, 073
	$\bar{C}_1$ [ $\mu$ F]	470	3601, 558
	Objetivos	$V_f$ [m/s]	20, 8
$P_0$ [W N <sup>-2</sup> ] $\times 10^{-6}$		0, 365	2, 589
Ganhos	$\uparrow V_f$ [%]	–	5, 288
	$\uparrow P_0$ [%]	–	$\approx 600$

Avaliando apenas o ganho de *flutter*, observa-se que o circuito *shunt* multimodal otimizado via NSGA-II apresentou um ganho total, quando comparado à estrutura referência sem circuito, de aproximadamente 14,7%. Graficamente, os diagramas *V-g* condensando as três configurações da estrutura estão apresentados na Fig. 6.14, com as velocidades de *flutter* indicadas pelas letras A, B e C.

### 6.6.2 Problema robusto - POMR

Para a análise do problema robusto, incertezas devem ser incorporadas às variáveis de projeto durante a resolução do POMO, que agora possui o dobro de funções objetivos devido a inserção da vulnerabilidade de cada um dos objetivos determinísticos, conforme foi explanado

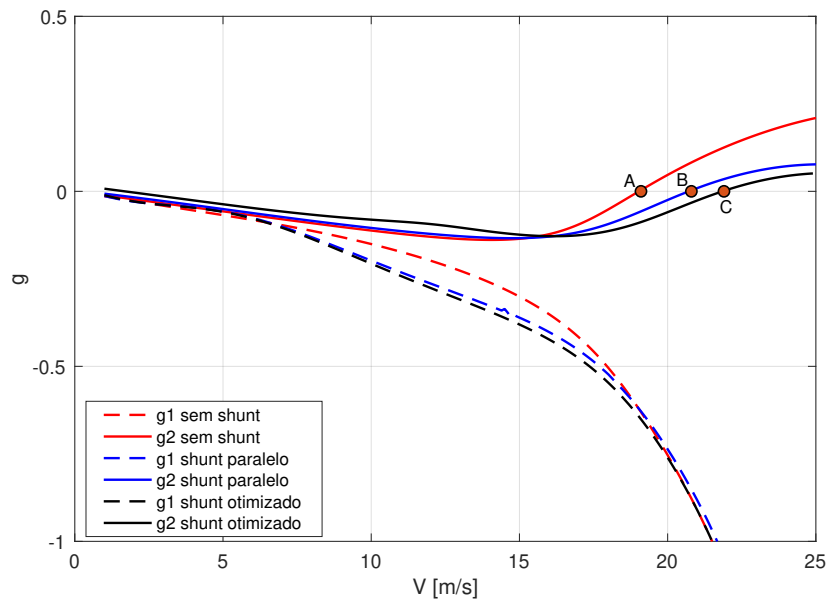


Figura 6.14 – Diagramas  $V-g$  para as condições sem *shunt*, com *shunt* paralelo e *shunt* otimizado.

no Capítulo 5. Sendo assim, o POMR a ser resolvido é definido conforme a Eq. 6.2.

$$\text{Minimizar } \begin{cases} f_1 = -V_f \\ f_2 = -P_{0f} \\ f_3 = \sigma_1/\mu_1 \\ f_4 = \sigma_2/\mu_2 \end{cases} \quad (6.2)$$

A aplicação das incertezas ao problema proposto levou a um alto custo computacional, tendo em vista a quantidade de processos iterativos internos. A resolução do POMD da seção anterior demandou, aproximadamente, 84 horas para ser resolvido dada as configurações mencionadas. A extensão ao problema robusto multiplica o tempo requerido conforme o número de amostras, ou seja, para 10 amostras o POMR já demandaria um mês de análise, tornando a otimização impraticável. Dessa forma, como alternativa à problemática, optou-se por realizar metamodelagem via Rede Neural Artificial (RNA) para análise do POMR, mesmo não sendo essa abordagem o foco desta tese.

As RNAs são importantes ferramentas bioinspiradas utilizadas para processar e aproximar funções e/ou respostas de sistemas complexos. Como o próprio nome sugere, essas redes mimetizam o comportamento de aprendizagem de neurônios humanos que, dadas entradas, transmitem uma saída. De forma objetiva, a demanda a ser realizada pela rede é decomposta em tarefas elementares a serem realizadas pelos neurônios, os quais são organizados em camadas, formando o *perceptron* multicamadas (PMC), como ilustra a Fig. 6.15. As RNAs também possuem a característica de adaptatividade, onde os parâmetros de entrada de cada neurônio podem ser modificados e usados para adaptação à uma tarefa específica. Essas modificações definem o processo de aprendizagem da rede (Lima, 2007).

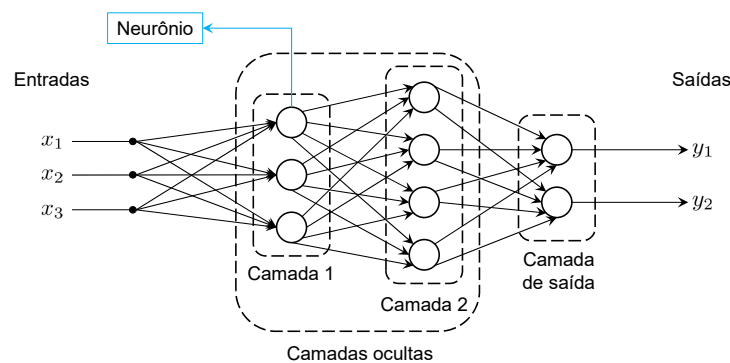


Figura 6.15 – Ilustração de uma rede de neurônios PMC.

No esquema de PMC ilustrado na Fig. 6.15 cada neurônio realiza uma operação de produto escalar entre os vetores de entrada e de parâmetros e, adicionado de um viés, utiliza uma função de ativação para determinar a saída. As camadas compostas de multi neurônios se interligam e passam suas saídas às outras camadas, que aplicam operações e passam mais saídas ao longo do processo, até que se obtenha a saída final. Como as saídas das camadas intermediárias não são visíveis do lado de fora da rede, essas são denominadas ocultas.

Para tratativa de resolução do POMR da pesquisa, foi utilizado a própria *Neural Network Toolbox* do Matlab. A realização do processo de aprendizagem da RNA requer certa quantidade de dados de respostas e variáveis de projeto do problema e, dessa forma, 10000 simulações foram realizadas no modelo Aerosolver, em que as variáveis de projeto foram tomadas aleatoriamente dentro do intervalo definido na Tab. 6.12. O conjunto de dados foi então tratado e aplicado o processo de normalização *zscore* nas variáveis de projeto e logarítmica para o objetivo de potência. Após o tratamento, o conjunto foi então dividido em 70 % para treinamento e 30 % para teste da rede. A medida de desempenho da rede foi o erro médio quadrático (EMQ) e a configuração que apresentou melhor desempenho para ambos os objetivos  $V_f$  e  $P_0$  foi aquela composta por 6 camadas ocultas com 10 neurônios cada.

A avaliação do EMQ para cada objetivo nas fases de treino e teste são apresentados na Tab. 6.15 e os gráficos contendo a regressão entre as previsões da RNA nas mesmas fases apresentados nas Figs. 6.16 e 6.17. Nestas, é possível observar menor coeficiente de determinação  $R^2$  quanto as previsões do objetivo de velocidade de *flutter*, no entanto o EMQ é razoável para utilização da RNA.

Tabela 6.15 – Erro médio quadrático da RNA treinada.

Objetivo	EMQ Treino [%]	EMQ Teste [%]
$f_1 = V_f$	1,807	2,118
$f_2 = P_0$	1,054	2,179

O POMD foi resolvido pela RNA em pouco mais de 30 minutos, reduzindo em 99 % o tempo requerido para resolução. A avaliação do POMR tomou um conjunto 100 amostras

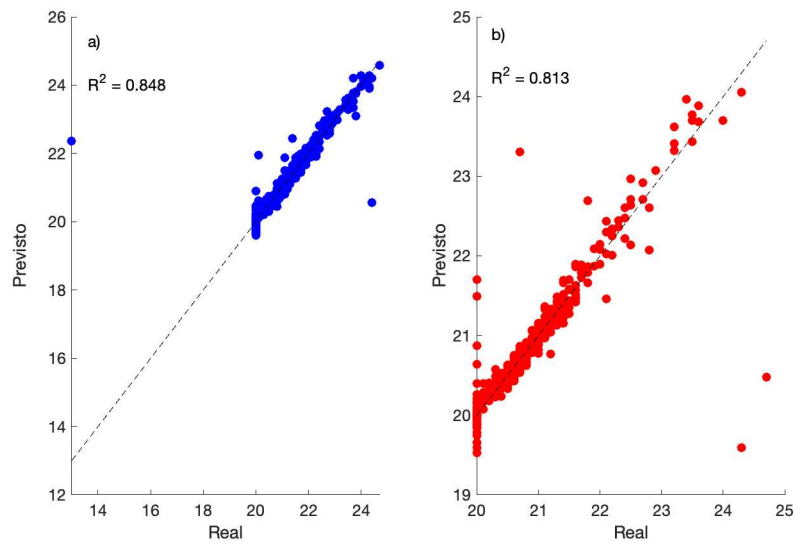


Figura 6.16 – Regressões para o objetivo  $f_1$  no treino a) e no teste b).

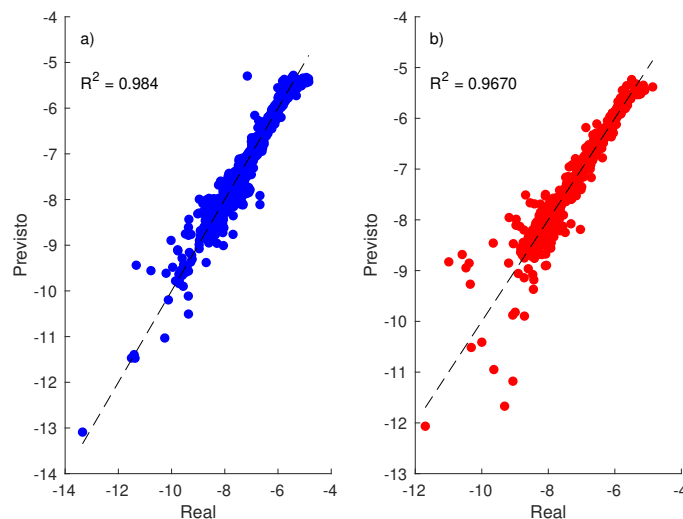


Figura 6.17 – Regressões para o objetivo  $f_2$  no treino a) e no teste b).

geradas aleatoriamente, que obedecem uma distribuição normal com desvio padrão de 5%. Além disso, tomou-se uma distribuição  $3\sigma$  que, na prática, resulta numa perturbação de 15% de cada variável de projeto, ou seja, de cada constituinte do circuito. Obtida a RNA descrita, os problemas foram avaliados para um número maior de população e geração, fixados em 100 e 200, respectivamente. A resolução do POMR demandou aproximadamente 5,14 horas para essa configuração de população, geração e amostras descrita.

As frentes de Pareto para os problemas POMD e POMR, juntamente com os seus respectivos melhores pontos de compromisso são apresentados na Fig. 6.18. Nesta, é possível observar que as curvas determinística e robusta se confundem, mais especificamente para velocidades de *flutter* maiores que 23 m/s, indicando robustez inerente do modelo nessa faixa. O comparativo das variáveis de projeto para os pontos de melhor compromisso A, B e os valores

do *shunt* referência é mostrado na Tab. 6.16.

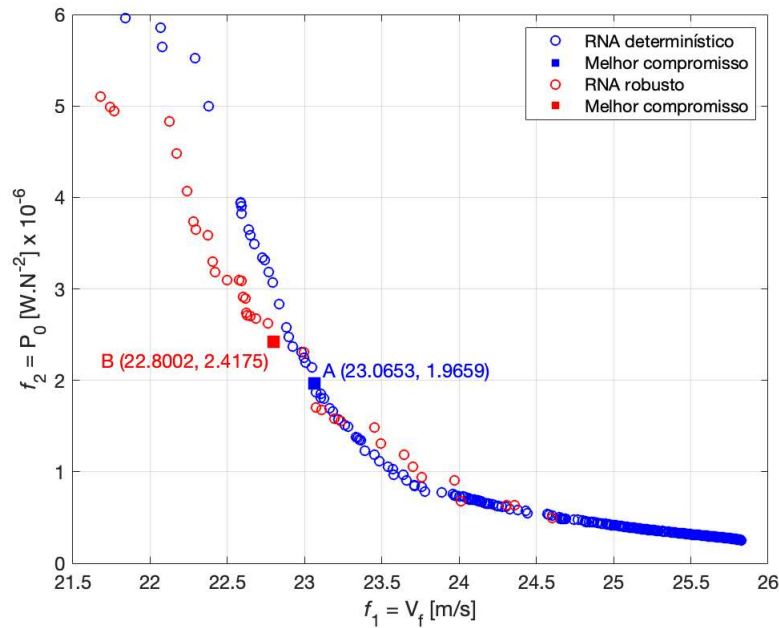


Figura 6.18 – Frentes de Pareto do POMD e POMR obtidas via RNA.

Tabela 6.16 – Variáveis de projeto dos pontos de melhor compromisso determinístico e robusto.

Ponto	$R_1$ [k $\Omega$ ]	$L_1$ [H]	$R'_2$ [k $\Omega$ ]	$L'_2$ [H]	$\bar{L}_1$ [H]	$\bar{C}_1$ [ $\mu$ F]
A	115,659	1611,429	450,504	668,654	4,983	57,748
B	118,081	1657,257	414,119	633,024	1,889	2799,194
Referência	73,801	547,278	109,541	304,329	0,927	470

As Figs. 6.19 e 6.20 apresentam as soluções de Pareto correspondentes as análise dos objetivos de vulnerabilidade, em que é possível observar a maior vulnerabilidade existente relacionado ao objetivo de potência, o qual apresenta dispersão pela média entre 18 % e 105 % . Contrariamente, a vulnerabilidade máxima da  $V_f$  não ultrapassa os 7 %. No entanto, é possível observar que os objetivos possuem a mesma característica de sentido de vulnerabilidade, ou seja, a medida que se deseja projetar uma estrutura com melhores desempenhos de *flutter* e potência, maior a vulnerabilidade, portanto menos robusto, será o projeto.

### 6.6.2.1 Avaliação da robustez das soluções determinística e robusta

A avaliação da robustez das soluções foi realizada com vistas ao *flutter*, mais especificamente ao diagrama *V-g*. Para tal, foram geradas 30 amostras aleatórias para o conjunto de variáveis de projeto, via Hipercubo Latino, tal qual descrito para o POMR anterior, ou seja, distribuição normal  $3\sigma$  que resulta em 15 % de perturbação das variáveis de projeto dos pontos A e B. Com isso, o levantamento das repostas máximas e mínimas para as condições ótima e ótima-robusta foram obtidas e condensadas como envelopes *V-g* apresentados na Fig. 6.21.

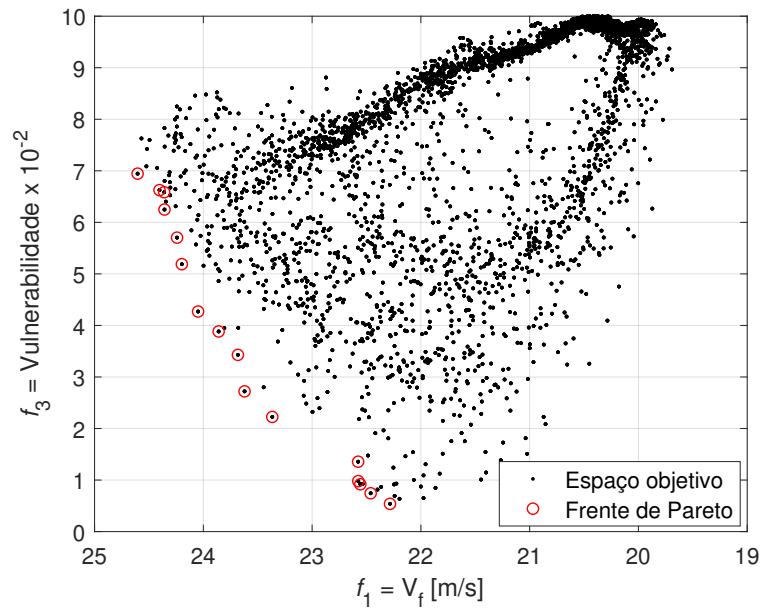


Figura 6.19 – Frente de Pareto para o POMR: vulnerabilidade da velocidade de flutter.

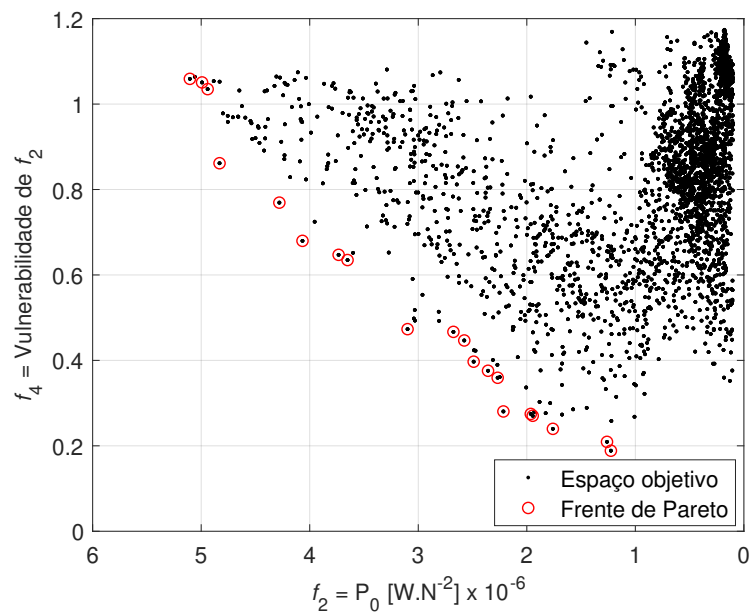


Figura 6.20 – Frente de Pareto para o POMR: vulnerabilidade da potência.

Numericamente, observou-se que as soluções determinísticas apresentaram uma variação de  $23,1 - 20,1 = 3 \text{ m/s}$ , enquanto que as soluções robustas  $23,6 - 21,9 = 1,7 \text{ m/s}$ . Nota-se uma menor variação na velocidade de flutter obtida com o problema robusto quando comparada com a variação advinda do problema determinístico, demonstrando o interesse da metodologia proposta neste trabalho, principalmente para aplicações práticas de interesse industrial.

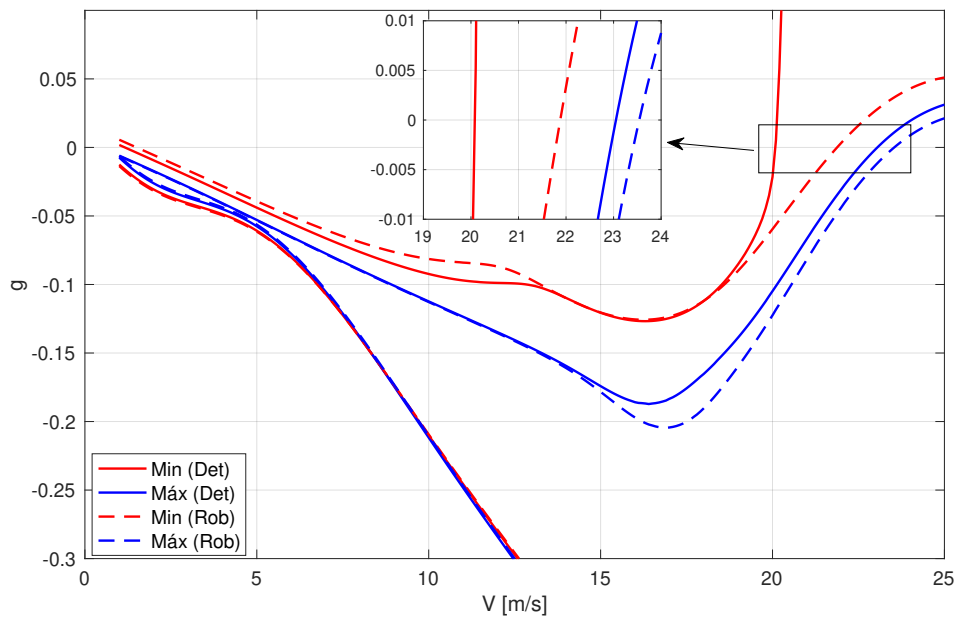


Figura 6.21 – Envelopes dos diagramas  $V-g$  para as soluções ótima e ótima robusta.



## CAPÍTULO VII

### CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS

A pesquisa desenvolvida nesta tese é uma continuidade dos trabalhos desenvolvidos pelo grupo de pesquisa do LMEst no âmbito de projeto e modelagem de estruturas compósitas de interesse aeronáutico. Mais especificamente, no que diz respeito ao controle de vibrações e/ou instabilidades aeroelásticas através do uso de circuitos *shunt* acoplados a elementos piezoelétricos hospedados na estrutura, avaliação de incertezas e robustez desses sistemas. A principal contribuição desta tese refere-se ao projeto ótimo-robusto de sistemas eletroaeroelásticos em regime subsônico com vistas à supressão do flutter e recuperação de energia. Ao término desta tese, uma ferramenta numérica de código próprio de nomeado Aerosolver foi desenvolvida para análises de sistemas aeroeletromecânicos em regime subsônico, incluindo a modelagem aerodinâmica não-estacionária via implementação do método DLM, combinada com a modelagem de sistemas estruturais do tipo painéis finos compósitos via MEF.

Algumas conclusões específicas podem ser enumeradas, a saber:

- O desenvolvimento do modelo mecânico estrutural multicamadas em MEF acoplado ao modelo aerodinâmico do DLM se mostrou representativo para análises de diferentes estruturas laminadas, conseguindo representar o efeito existente da variação de rigidez proveniente da configuração das camadas e orientações de fibras, e, conseqüentemente, alteração da estabilidade de estruturas laminadas compósitas;
- O processo de acoplamento do modelo aerodinâmico deu origem à ferramenta computacional própria Aerosolver para análises de estabilidades de estruturas inteligentes do tipo painéis finos incorporando PZT's acoplados a circuitos *shunt*. Além disso, a inserção do circuito com vistas ao *harvesting* demandou uma formulação em MEF adaptada para problema de cálculo da potência do sistema eletroaeroelástico resultante no domínio da frequência, bem como modificações no método pk para estimar as velocidades de *flutter* em regime subsônico;
- A inserção do elemento piezoelétrico mostrou-se satisfatoriamente condizente com as condições de circuito aberto e circuito fechado, bem como a esperada expansão na fronteira de *flutter* como consequência do acréscimo de massa e rigidez do PZT. Entretanto, como mostrado pelos resultados numéricos, o elevado acréscimo apresen-

tado pela inserção de uma camada direcionou o desenvolvimento da modelagem de aplicação parcial através da avaliação da energia de deformação modal;

- Verificou-se, através do MSE, o efeito que a aplicação parcial do PZT causa na estabilidade de *flutter* na configuração de OC. Dessa forma, foi possível elencar uma configuração mais eficiente quanto à disposição das pastilhas de PZT, com vistas à obtenção de uma melhor eficiência estrutural que foi medida pela razão da velocidade de *flutter* e a massa adicionada. Observou-se também que as configurações em que a aplicação dos PZT's por sobre o eixo de torção da estrutura apresentaram mais eficiência na melhoria do *flutter*, em função do modo de torção ser o modo causador da instabilidade;
- Os circuitos multimodais são amplamente utilizados com vistas ao amortecimento de vibrações. No entanto, apesar da área de atuação formada pela rede de pastilhas, observou-se um ganho de aeroelástico moderado mediante a inclusão do circuito multimodal paralelo, sintonizado via expressões ótimas para o amortecimento estrutural de Hagood e von Flotow (1991);
- A utilização do circuito multimodal para estruturas com baixas frequências naturais, como a apresentada nesta pesquisa, requerem valores elevados de indutâncias a serem utilizadas para o controle dos primeiros modos de vibrar da estrutura objeto de estudo desta tese. Nesse sentido, visando aplicações práticas de interesse industrial, essa problemática pode ser resolvida através da utilização de circuitos eletrônicos capazes de emular indutores elevados;
- No que se refere ao POMD dos parâmetros do circuito, observou-se mais extensão da fronteira de *flutter* e maior ganho de potência a ser extraída pelo circuito. No entanto, o circuito otimizado requer indutores ainda maiores tanto para o POMD, quanto para o POMR. Portanto, mais uma vez, o uso de indutores sintéticos se faz necessário;
- A avaliação do POMR apresentou comportamento menos robusto para o objetivo de potência, demonstrando assim, que esse objetivo é muito mais suscetível às pequenas variações das componentes constituintes do circuito. Além disso, a avaliação de robustez das respostas de *flutter* demonstraram certo grau de robustez do sistema para com esta, no entanto, em pequeno grau, sugerindo a possibilidade de robustez intrínseca do modelo quanto à fronteira de *flutter*.

## 7.1 Sugestões de trabalhos futuros

Ao término do desenvolvimento desta tese, algumas possibilidades de continuidade das pesquisas se tornaram evidentes como as citadas na sequência:

- Validação do modelo proposto através de ensaios experimentais em túnel de vento e eletrônica embarcada;

- Adaptação dos desenvolvimentos ao caso de estruturas mais complexas com enflechamento e/ou diedro. Nesse sentido, aplicar também teorias HSDT para modelagem de estruturas compósitas, visando a análise de estruturas mais espessas e, conseqüentemente, avaliação das não-linearidades nas repostas de estabilidade e potência;
- Estudo de outras topologias de circuito inseridas na modelagem eletromecânica, como a de capacitância negativa, buscando maximizar a energia de dissipação, bem como a avaliação de outras combinações (série e paralelo);
- Aplicação de técnicas de otimização para localização mais precisa das pastilhas piezoelétricas com o intuito de melhora dos objetivos aqui estudados;
- Inserção de elementos piezoelétricos atuadores para avaliação de técnicas de controle híbridas (ativo-passivo) ou projeto de controle auto alimentado;
- Avaliar o comportamento aeroelástico do sistema mediante aplicação de incertezas geométricas dimensionais da estrutura, como na direção das fibras do laminado, dada a influência destas na estabilidade do sistema;
- Proposições de outras técnicas de metamodelagem atreladas ao DLM e predição do *flutter*.

## REFERÊNCIAS

- ABDEHVAND, M. Z.; ROKNIZADEH, S. A. S.; Mohammad-Sedighi, H. Modeling and analysis of novel coupled magneto-electro-aeroelastic continuous system for flutter-based energy harvesting system. *Energy*, v. 230, p. 120742, set. 2021. ISSN 0360-5442. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.120742>. Citado na página 9.
- ACAR, M. A.; YILMAZ, C. Design of an adaptive–passive dynamic vibration absorber composed of a string–mass system equipped with negative stiffness tension adjusting mechanism. *Journal of Sound and Vibration*, v. 332, n. 2, p. 231–245, jan. 2013. ISSN 0022-460X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2012.09.007>. Citado na página 1.
- AGGOGERI, F.; MERLO, A.; PELLEGRINI, N. Active vibration control development in ultra-precision machining. *Journal of Vibration and Control*, SAGE Publications Ltd STM, v. 27, n. 7-8, p. 790–801, abr. 2021. ISSN 1077-5463. DOI: <https://doi.org/10.1177/1077546320933477>. Citado na página 1.
- AKAYDIN, H. D.; ELVIN, N.; ANDREOPOULOS, Y. Energy Harvesting from Highly Unsteady Fluid Flows using Piezoelectric Materials. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, SAGE Publications Ltd STM, v. 21, n. 13, p. 1263–1278, set. 2010. ISSN 1045-389X. DOI: <https://doi.org/10.1177/1045389X10366317>. Citado na página 9.
- ALBANO, E.; RODDEN, W. P. Doublet-lattice method for calculating lift distributions on oscillating surfaces in subsonic flows. *AIAA Journal*, v. 7, n. 11, p. 2192a–2192a, nov. 1969. ISSN 0001-1452. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.55530>. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 39.
- ALI, S. F.; FRISWELL, M. I.; ADHIKARI, S. Analysis of energy harvesters for highway bridges. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, SAGE Publications Ltd STM, v. 22, n. 16, p. 1929–1938, nov. 2011. ISSN 1045-389X. DOI: <https://doi.org/10.1177/1045389X11417650>. Citado na página 2.
- AMINI, Y.; EMDAD, H.; FARID, M. An accurate model for numerical prediction of piezoelectric energy harvesting from fluid structure interaction problems. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 23, n. 9, p. 095034, ago. 2014. ISSN 0964-1726. DOI: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/23/9/095034>. Citado na página 49.
- AMINI, Y. et al. Time domain and frequency domain analysis of functionally graded piezoelectric harvesters subjected to random vibration: Finite element modeling. *Composite Structures*, Elsevier, v. 136, p. 384–393, fev. 2016. ISSN 0263-8223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.10.029>. Citado na página 49.
- ANDERSON JR, J. D. *Fundamentals of Aerodynamics*. 5th edition. ed. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2010. ISBN 978-0-07-339810-5. Citado na página 36.
- ANTON, S. R.; ERTURK, A.; INMAN, D. J. Multifunctional Unmanned Aerial Vehicle Wing Spar for Low-Power Generation and Storage. *Journal of Aircraft*, American Institute of

Aeronautics and Astronautics, v. 49, n. 1, p. 292–301, 2012. ISSN 0021-8669. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.C031542>. Citado na página 2.

AOUALI, K. *Quasiperiodic Arrays of Weakly Coupled Nonlinear Oscillators for Vibration Energy Harvesting by Electromagnetic or Electromagnetic-Piezoelectric Transductions*. Tese (Doutorado) — Université Bourgogne Franche-Comté ; Université de Sfax (Tunisie), dez. 2021. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.

ARROYO, J. E. C. *HEURÍSTICAS E METAHEURÍSTICAS PARA OTIMIZAÇÃO COMBINATÓRIA MULTIOBJETIVO*. Tese (Doutorado em engenharia elétrica) — UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, Campinas, fev. 2002. Citado na página 54.

BACHMANN, F.; BERGAMINI, A. E.; ERMANNI, P. Optimum piezoelectric patch positioning: A strain energy–based finite element approach. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, SAGE Publications Ltd STM, v. 23, n. 14, p. 1575–1591, set. 2012. ISSN 1045-389X. DOI: <https://doi.org/10.1177/1045389X12447985>. Citado na página 68.

BELEGUNDU, A. D.; CHANDRUPATLA, T. R. *Optimization Concepts and Applications in Engineering*. 3rd edition. ed. United Kingdom: Cambridge University Press, 2019. ISBN 978-1-108-42488-2. Citado na página 73.

BERARDENGO, M.; MANZONI, S.; CONTI, A. M. Multi-mode passive piezoelectric shunt damping by means of matrix inequalities. *Journal of Sound and Vibration*, v. 405, p. 287–305, set. 2017. ISSN 0022-460X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.06.002>. Citado na página 8.

BLAIR, M. *A Compilation of the Mathematics Leading to the Doublet Lattice Method*. WRIGHT-PATTERSON AIR FORCE BASE, OHIO, 1992. 140 p. Citado 5 vezes nas páginas 5, 34, 35, 37 e 40.

BORGES, D. M. *Desenvolvimento de uma metodologia de análise da estabilidade de sistemas aeroviscoelásticos empregando o método Doublet Lattice*. Tese (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, set. 2019. Citado 10 vezes nas páginas 4, 5, 34, 38, 39, 42, 47, 48, 63 e 99.

BOYLESTAD, R. L. *Introdução à Análise de Circuitos*. 12ª edição. ed. São Paulo, SP, BR: Pearson Universidades, 2011. ISBN 978-85-64574-20-5. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 51.

CARUSO, G. A critical analysis of electric shunt circuits employed in piezoelectric passive vibration damping. *Smart Materials and Structures*, v. 10, n. 5, p. 1059, out. 2001. ISSN 0964-1726. DOI: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/10/5/322>. Citado na página 29.

CEA, A.; PALACIOS, R. A non-intrusive geometrically nonlinear augmentation to generic linear aeroelastic models. *Journal of Fluids and Structures*, Academic Press, v. 101, p. 103222, fev. 2021. ISSN 0889-9746. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2021.103222>. Citado na página 48.

CHANDRUPATLA, T. R.; BELEGUNDU, A. D. *Elementos Finitos*. 4ª edição. ed. São Paulo, SP, BR: Pearson, 2015. ISBN 978-85-430-0593-5. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

CHEE, C. Y. K. *Static Shape Control of Laminated Composite Plate Smart Structure Using Piezoelectric Actuators* ©. Tese (Doutorado) — The University of Sydney, jan. 2000. Citado 3 vezes nas páginas 12, 24 e 26.

CHENG, T. H.; WANG, X. L.; OH, I. K. Electromagnetic multi-mode shunt damper for flexible beams based on current flowing circuit. In: *Second International Conference on Smart Materials and Nanotechnology in Engineering*. Weihai, CN: SPIE, 2009. v. 7493, p. 259–266. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.843409>. Citado na página 8.

CHOI, H.-J. *A Robust Design Method for Model and Propagated Uncertainty*. Tese (Doutorado Em Engenharia Mecânica) — Georgia Institute of Technology, nov. 2005. Citado na página 58.

COOK CHENNAULT, K. A.; THAMBI, N.; SASTRY, A. M. Powering MEMS portable devices—a review of non-regenerative and regenerative power supply systems with special emphasis on piezoelectric energy harvesting systems. *Smart Materials and Structures*, v. 17, n. 4, p. 043001, jun. 2008. ISSN 0964-1726. DOI: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/17/4/043001>. Citado na página 2.

CORNE, D. W. et al. PESA-II: Region-based selection in evolutionary multiobjective optimization. In: *Proceedings of the 3rd Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2001. (GECCO'01), p. 283–290. ISBN 978-1-55860-774-3. Citado na página 55.

CORNE, D. W.; KNOWLES, J. D.; OATES, M. J. The Pareto Envelope-Based Selection Algorithm for Multiobjective Optimization. In: SCHOENAUER, M. et al. (Ed.). *Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2000. p. 839–848. ISBN 978-3-540-45356-7. DOI: [https://doi.org/10.1007/3-540-45356-3\\_82](https://doi.org/10.1007/3-540-45356-3_82). Citado na página 55.

CUNHA FILHO, A. G. et al. Flutter suppression of plates using passive constrained viscoelastic layers. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 79, p. 99–111, out. 2016. ISSN 0888-3270. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2016.02.025>. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 6.

DE MARQUI JUNIOR, C.; ERTURK, A.; INMAN, D. J. An electromechanical finite element model for piezoelectric energy harvester plates. *Journal of Sound and Vibration*, v. 327, n. 1, p. 9–25, out. 2009. ISSN 0022-460X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2009.05.015>. Citado na página 9.

DE MARQUI JUNIOR, C. et al. Modeling and Analysis of Piezoelectric Energy Harvesting From Aeroelastic Vibrations Using the Doublet-Lattice Method. *Journal of Vibration and Acoustics*, v. 133, n. 011003, dez. 2010. ISSN 1048-9002. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4002785>. Citado 3 vezes nas páginas 2, 9 e 49.

DEB, K. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 2001. DOI: <https://doi.org/10.1002/0471228134>. ISBN 978-0-471-87339-6. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 55.

DEB, K. et al. A Fast Elitist Non-dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-objective Optimization: NSGA-II. In: SCHOENAUER, M. et al. (Ed.). *Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2000. p. 849–858. ISBN 978-3-540-45356-7. DOI: [https://doi.org/10.1007/3-540-45356-3\\_83](https://doi.org/10.1007/3-540-45356-3_83). Citado na página 55.

DEB, K.; GUPTA, H. Introducing robustness in multi-objective optimization. *Evolutionary Computation*, v. 14, n. 4, p. 463–494, 2006. ISSN 1063-6560. DOI: <https://doi.org/10.1162/evco.2006.14.4.463>. Citado 3 vezes nas páginas 56, 57 e 58.

DEB, K.; JAIN, H. An Evolutionary Many-Objective Optimization Algorithm Using Reference-Point-Based Nondominated Sorting Approach, Part I: Solving Problems With Box Constraints. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 18, n. 4, p. 577–601, ago. 2014. ISSN 1941-0026. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2013.2281535>. Citado na página 55.

DEKEMELE, K.; TORRE, P. V.; LOCCUFIER, M. High-voltage synthetic inductor for vibration damping in resonant piezoelectric shunt. *Journal of Vibration and Control*, SAGE Publications Ltd STM, v. 27, n. 17-18, p. 2047–2057, set. 2021. ISSN 1077-5463. DOI: <https://doi.org/10.1177/1077546320952612>. Citado na página 8.

DELGADO FILHO, M. A. *Análise de estabilidade de sistemas aeroelásticos empregando elementos finitos estocásticos e o Método Doublet Lattice*. Tese (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, fev. 2021. DOI: <https://doi.org/10.14393/ufu.di.2021.27>. Citado 4 vezes nas páginas 34, 38, 42 e 43.

DENG, J. et al. Semi-analytical model of an acoustic black hole piezoelectric bimorph cantilever for energy harvesting. *Journal of Sound and Vibration*, Academic Press, v. 494, p. 115790, mar. 2021. ISSN 0022-460X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115790>. Citado na página 49.

DIAS, J. A. C.; DE MARQUI JUNIOR, C.; ERTURK, A. Hybrid piezoelectric-inductive flow energy harvesting and dimensionless electroaeroelastic analysis for scaling. *Applied Physics Letters*, v. 102, n. 4, p. 044101, jan. 2013. ISSN 0003-6951. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4789433>. Citado na página 9.

DIAS, J. A. C.; DE MARQUI JUNIOR, C.; ERTURK, A. Three-Degree-of-Freedom Hybrid Piezoelectric-Inductive Aeroelastic Energy Harvester Exploiting a Control Surface. *AIAA Journal*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 53, n. 2, p. 394–404, fev. 2015. ISSN 0001-1452. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.J053108>. Citado na página 9.

DJOJODIHARDJO, H. *Introduction to Aeroelasticity*. 1. ed. Singapore: Springer Nature Singapore Pte Ltd, 2023. ISBN 978-981-16-8078-6. Citado na página 45.

DONADON, M. V.; de Faria, A. R. Aeroelastic behavior of composite laminated shells with embedded SMA wires under supersonic flow. *Aerospace Science and Technology*, v. 52, p. 157–166, maio 2016. ISSN 1270-9638. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.02.026>. Citado na página 6.

DOWELL, E. H. *Panel Flutter*. 1972. Citado na página 5.

DUAN, J. et al. Subsonic aeroelastic behaviors of a composite plate with embedded MFC actuators under hygrothermal environment. *Thin-Walled Structures*, v. 200, p. 111906, jul. 2024. ISSN 0263-8231. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2024.111906>. Citado na página 6.

ERTURK, A. et al. On the energy harvesting potential of piezoaeroelastic systems. *Applied Physics Letters*, v. 96, n. 18, p. 184103, maio 2010. ISSN 0003-6951. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.3427405>. Citado na página 49.

ESCHENAUER, H. A.; KOSKI, J.; OSYCZKA, A. *Multicriteria Design Optimization: Procedures and Applications*. Berlin ; New York: Springer Verlag, 1990. ISBN 978-0-387-50604-3. Citado na página 54.

FARIA, A. W. *Modelagem por elementos finitos de placas compostas dotadas de sensores e atuadores piezoelétricos: implementação computacional e avaliação numérica*. Tese (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006. Citado 4 vezes nas páginas 12, 17, 24 e 28.

FLEMING, A.; BEHRENS, S.; MOHEIMANI, S. R. Optimization and implementation of multimode piezoelectric shunt damping systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 7, n. 1, p. 87–94, mar. 2002. ISSN 1941-014X. DOI: <https://doi.org/10.1109/3516.990891>. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 30.

FLORIAN, A. An efficient sampling scheme: Updated Latin Hypercube Sampling. *Probabilistic Engineering Mechanics*, v. 7, n. 2, p. 123–130, jan. 1992. ISSN 0266-8920. DOI: [https://doi.org/10.1016/0266-8920\(92\)90015-A](https://doi.org/10.1016/0266-8920(92)90015-A). Citado na página 59.

- FONSECA, C. M.; FLEMING, P. J. Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation Discussion and Generalization. In: *Proceedings of the ICGA-93: Fifth International Conference on Genetic Algorithms*. San Mateo, CA, USA: Morgan Kaufmann, 1993. p. 416–423. Citado na página 55.
- FORWARD, R. L. Electronic damping of vibrations in optical structures. *Applied Optics*, Optica Publishing Group, v. 18, n. 5, p. 690–697, mar. 1979. ISSN 2155-3165. DOI: <https://doi.org/10.1364/AO.18.000690>. Citado na página 7.
- FUNG, Y.-c. *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity*. New York, NY, USA: Dover Publications, 1993. ISBN 978-0-486-67871-9. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 45.
- GARRICK, I. E.; REED, W. H. Historical Development of Aircraft Flutter. *Journal of Aircraft*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 18, n. 11, p. 897–912, nov. 1981. ISSN 0021-8669. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.57579>. Citado 3 vezes nas páginas 4, 5 e 45.
- GEDEON, D.; DORSCH, P.; RUPITSCH, S. J. Modeling and Simulation Approaches for Piezoelectric Vibration Energy Harvesting Systems. *IEEE Sensors Journal*, v. 21, n. 11, p. 12926–12939, jun. 2021. ISSN 1558-1748. DOI: <https://doi.org/10.1109/JSEN.2021.3053338>. Citado na página 49.
- GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Boston, MA, USA: Addison-Wesley, 1989. ISBN 978-0-201-15767-3. Citado na página 55.
- GOLDSTEIN, A. L. Self-Tuning Multimodal Piezoelectric Shunt Damping. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas - ABCM, v. 33, p. 428–436, dez. 2011. ISSN 1678-5878, 1806-3691. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1678-58782011000400006>. Citado na página 8.
- GOLI, A. et al. Hybrid artificial intelligence and robust optimization for a multi-objective product portfolio problem Case study: The dairy products industry. *Computers & Industrial Engineering*, Pergamon, v. 137, p. 106090, nov. 2019. ISSN 0360-8352. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106090>. Citado na página 57.
- GRIPP, J. A. B.; RADE, D. A. Vibration and noise control using shunted piezoelectric transducers: A review. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 112, p. 359–383, nov. 2018. ISSN 0888-3270. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.04.041>. Citado na página 1.
- GUPTA, A.; TALHA, M. Recent development in modeling and analysis of functionally graded materials and structures. *Progress in Aerospace Sciences*, v. 79, p. 1–14, nov. 2015. ISSN 0376-0421. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2015.07.001>. Citado na página 4.
- HAGOOD, N. W.; von Flotow, A. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. *Journal of Sound and Vibration*, v. 146, n. 2, p. 243–268, abr. 1991. ISSN 0022-460X. DOI: [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(91\)90762-9](https://doi.org/10.1016/0022-460X(91)90762-9). Citado 7 vezes nas páginas xiii, 7, 29, 31, 71, 73 e 82.
- HAN, C. et al. Hybrid Triboelectric-Electromagnetic Nanogenerator with a Double-Sided Fluff and Double Halbach Array for Wave Energy Harvesting. *Advanced Functional Materials*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 32, n. 36, p. 2205011, set. 2022. ISSN 1616-301X. DOI: <https://doi.org/10.1002/adfm.202205011>. Citado na página 49.
- HIRAMOTO, K.; MATSUOKA, T.; SUNAKODA, K. Semi-active vibration control of structural systems based on a reference active control law: Output emulation approach. *Structural Control and Health Monitoring*, v. 23, n. 3, p. 423–445, 2016. ISSN 1545-2263. DOI: <https://doi.org/10.1002/stc.1770>. Citado na página 1.



- HOLLAND, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. Cambridge, MA, USA: The MIT Press, 1992. DOI: <https://doi.org/10.7551/mitpress/1090.001.0001>. ISBN 978-0-262-27555-2. Citado na página 55.
- HOLLKAMP, J. J. Multimodal Passive Vibration Suppression with Piezoelectric Materials and Resonant Shunts. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, SAGE Publications Ltd STM, v. 5, n. 1, p. 49–57, jan. 1994. ISSN 1045-389X. DOI: <https://doi.org/10.1177/1045389X9400500106>. Citado na página 8.
- HOLLOWELL, S. J.; DUGUNDJI, J. Aeroelastic flutter and divergence of stiffness coupled, graphite/epoxy cantilevered plates. *Journal of Aircraft*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 21, n. 1, p. 69–76, jan. 1984. ISSN 0021-8669. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.48224>. Citado 4 vezes nas páginas 5, 63, 64 e 66.
- HORN, J.; NAFPLIOTIS, N.; GOLDBERG, D. A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization. In: *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*. Orlando, FL, USA: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1994. v. 1, p. 82–87. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICEC.1994.350037>. Citado na página 55.
- IHN, J.-B.; CHANG, F.-K. Pitch-catch Active Sensing Methods in Structural Health Monitoring for Aircraft Structures. *Structural Health Monitoring*, SAGE Publications, v. 7, n. 1, p. 5–19, mar. 2008. ISSN 1475-9217. DOI: <https://doi.org/10.1177/1475921707081979>. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 3.
- JIANG, S.-F. et al. Damage monitoring of concrete laminated interface using piezoelectric-based smart aggregate. *Engineering Structures*, v. 228, p. 111489, fev. 2021. ISSN 0141-0296. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111489>. Citado na página 2.
- JIN, X. et al. Robust Vibration Control for Active Suspension System of In-Wheel-Motor-Driven Electric Vehicle Via  $\mu$ -Synthesis Methodology. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 144, n. 051007, mar. 2022. ISSN 0022-0434. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4053661>. Citado na página 1.
- JONSSON, E. et al. Flutter and post-flutter constraints in aircraft design optimization. *Progress in Aerospace Sciences*, Pergamon, v. 109, p. 100537, ago. 2019. ISSN 0376-0421. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2019.04.001>. Citado na página 48.
- KAMEYAMA, M.; MAKIHARA, K. Piezoelectric energy harvesting from aeroelastic vibration with composite plate wings. JAXA, JAXA-SP-16-008E, p. 517–524, mar. 2017. ISSN 1349-113X. DOI: <https://doi.org/10.4271/JAXA-SP-16-008E>. Citado na página 9.
- KARAMA, M.; AFAQ, K. S.; MISTOU, S. Mechanical behaviour of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity. *International Journal of Solids and Structures*, v. 40, n. 6, p. 1525–1546, mar. 2003. ISSN 0020-7683. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(02\)00647-9](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(02)00647-9). Citado na página 17.
- KARAMI, M. A.; INMAN, D. J. Powering pacemakers from heartbeat vibrations using linear and nonlinear energy harvesters. *Applied Physics Letters*, v. 100, n. 4, p. 042901, jan. 2012. ISSN 0003-6951. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.3679102>. Citado na página 2.
- KAREGAR, M.; BIDGOLI, M. R.; MAZAHARI, H. Smart control and seismic analysis of concrete frames with piezoelectric layer based on mathematical modelling and numerical method. *Structures*, v. 32, p. 1171–1179, ago. 2021. ISSN 2352-0124. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2021.03.076>. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 3.

- KOLVIK, G. M. *Higher Order Shear Deformation Plate Theory*. Tese (Master of Science) — University of Oslo, 2012. Citado na página 17.
- KOTIKALPUDI, A.; PFIFER, H.; BALAS, G. J. Unsteady aerodynamics modeling for a flexible unmanned air vehicle. *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA)*, jun. 2015. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2015-2854>. Citado 3 vezes nas páginas 35, 43 e 48.
- KUDIKALA, R.; KALYANMOY, D.; BHATTACHARYA, B. Multi-Objective Optimization of Piezoelectric Actuator Placement for Shape Control of Plates Using Genetic Algorithms. *Journal of Mechanical Design*, v. 131, n. 091007, ago. 2009. ISSN 1050-0472. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3160313>. Citado na página 68.
- KUMAR, H.; YADAV, S. P. Hybrid NSGA-II based decision-making in fuzzy multi-objective reliability optimization problem. *SN Applied Sciences*, v. 1, n. 11, p. 1496, out. 2019. ISSN 2523-3971. DOI: <https://doi.org/10.1007/s42452-019-1512-2>. Citado 4 vezes nas páginas 53, 55, 56 e 57.
- KUO, S.-Y. Flutter of rectangular composite plates with variable fiber pacing. *Composite Structures*, v. 93, n. 10, p. 2533–2540, set. 2011. ISSN 0263-8223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.04.015>. Citado na página 4.
- KURIAKOSE, V. M.; SREEHARI, V. M. Study on passive flutter control of damaged composite laminates with piezoelectric patches employing finite element method. *Composite Structures*, v. 269, p. 114021, ago. 2021. ISSN 0263-8223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.114021>. Citado na página 7.
- LANDAHL, M. T. Kernel Function for Nonplanar Oscillating Surfaces in a Subsonic Flow. *AIAA Journal*, v. 5, n. 5, p. 1045–1046, maio 1967. ISSN 0001-1452, 1533-385X. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.55319>. Citado na página 98.
- LEAO, L. S. et al. Application of Shunted Piezoelectric Materials in Aeroelasticity. *Advanced Materials Research*, Trans Tech Publications Ltd, v. 1135, p. 88–103, 2016. ISSN 1662-8985. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.1135.88>. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 8.
- LEE, K.-H.; PARK, G.-J. Robust optimization considering tolerances of design variables. *Computers & Structures*, v. 79, n. 1, p. 77–86, jan. 2001. ISSN 0045-7949. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(00\)00117-6](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(00)00117-6). Citado na página 56.
- LEO, D. J. *Engineering Analysis of Smart Material Systems*. 1ª edição. ed. Hoboken (N. J.): John Wiley & Sons, 2007. ISBN 978-0-471-68477-0. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 24.
- LESIEUTRE, G. A. Vibration damping and control using shunted piezoelectric materials. *Shock and Vibration Digest*, v. 30, n. 3, p. 187–195, maio 1998. ISSN 0583-1024. DOI: <https://doi.org/10.1177/058310249803000301>. Citado na página 7.
- LESIEUTRE, G. A.; OTTMAN, G. K.; HOFMANN, H. F. Damping as a result of piezoelectric energy harvesting. *Journal of Sound and Vibration*, v. 269, n. 3, p. 991–1001, jan. 2004. ISSN 0022-460X. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(03\)00210-4](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00210-4). Citado na página 10.
- LI, M. et al. Electrostatic Vibration Energy Harvester With a Self-Rechargeable Electret. *IEEE Electron Device Letters*, v. 44, n. 3, p. 540–543, mar. 2023. ISSN 1558-0563. DOI: <https://doi.org/10.1109/LED.2023.3240836>. Citado na página 49.
- LIMA, A. M. G. de. *Modélisation et Optimisation Robuste de Systèmes Mécaniques en Présence d'Amortissement Viscoélastique*. Tese (Doutorado em engenharia mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, jun. 2007. Citado 4 vezes nas páginas 1, 58, 72 e 75.

- LOBATO, F. S. *Otimização multi-objetivo para o projeto de sistemas de engenharia*. Tese (Doutorado em engenharia mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, set. 2008. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 55.
- LONG, S. et al. Robust Optimization of the Multi-Objective Multi-Period Location-Routing Problem for Epidemic Logistics System With Uncertain Demand. *IEEE Access*, v. 9, p. 151912–151930, 2021. ISSN 2169-3536. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3125746>. Citado na página 57.
- LOU, M. et al. Investigation on the vortex-induced vibration active control of the riser in the “lock-in” region based on adaptive fuzzy sliding mode theory. *Ocean Engineering*, v. 238, p. 109697, out. 2021. ISSN 0029-8018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.109697>. Citado na página 1.
- MAJID, D. L. A. H. A.; BASRI, S. LCO flutter of cantilevered woven glass/epoxy laminate in subsonic flow. *Acta Mechanica Sinica*, v. 24, n. 1, p. 107–110, fev. 2008. ISSN 1614-3116. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10409-007-0117-y>. Citado na página 6.
- MENDONÇA, P. d. T. R. *Materiais Compostos & Estruturas-Sanduiche: Projeto e Análise*. 2. ed. Florianópolis, SC: Editora Orsa Maggiore, 2019. ISBN 978-85-907153-2-0. Citado 9 vezes nas páginas 13, 14, 15, 16, 18, 19, 22, 23 e 24.
- MINDLIN, R.; DERESIEWICZ, H. TIMOSHENKO'S SHEAR COEFFICIENT FOR FLEXURAL VIBRATIONS OF BEAMS. In: . Fort Belvoir, VA: Defense Technical Information Center, 1953. DOI: <https://doi.org/10.21236/AD0013061>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 16.
- MOON, S. H.; HWANG, J. S. Panel flutter suppression with an optimal controller based on the nonlinear model using piezoelectric materials. *Composite Structures*, v. 68, n. 3, p. 371–379, maio 2005. ISSN 0263-8223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2004.04.002>. Citado na página 6.
- NEZAMI, M.; GHOLAMI, B. Optimal locations of piezoelectric patches for supersonic flutter control of honeycomb sandwich panels, using the NSGA-II method. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 25, n. 3, p. 035043, fev. 2016. ISSN 0964-1726. DOI: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/25/3/035043>. Citado na página 6.
- OTIEFY, R. A. H.; NEGM, H. M. Wing box transonic-flutter suppression using piezoelectric self-sensing actuators attached to skin. *Smart Material Structures*, IOP, v. 19, p. 125001, dez. 2010. ISSN 0964-1726. DOI: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/19/12/125001>. Citado na página 7.
- PAPADRAKAKIS, M.; KOTSOPULOS, A. Parallel solution methods for stochastic finite element analysis using Monte Carlo simulation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 168, n. 1, p. 305–320, jan. 1999. ISSN 0045-7825. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(98\)00147-9](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(98)00147-9). Citado na página 59.
- PARK, C. H.; INMAN, D. J. Enhanced Piezoelectric Shunt Design. *Shock and Vibration*, Hindawi, v. 10, p. 127–133, abr. 2003. ISSN 1070-9622. DOI: <https://doi.org/10.1155/2003/863252>. Citado na página 8.
- RAJA, S. et al. Flutter control of a composite plate with piezoelectric multilayered actuators. *Aerospace Science and Technology*, v. 10, n. 5, p. 435–441, jul. 2006. ISSN 1270-9638. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2006.01.003>. Citado na página 7.
- RAVI, S.; ZILIAN, A. Simultaneous finite element analysis of circuit-integrated piezoelectric energy harvesting from fluid-structure interaction. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Academic Press, v. 114, p. 259–274, jan. 2019. ISSN 0888-3270. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.05.016>. Citado na página 49.

REDDY, J. N. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis, Second Edition*. 2. ed. Boca Raton: CRC Press, 2003. DOI: <https://doi.org/10.1201/b12409>. ISBN 978-0-429-21069-3. Citado 8 vezes nas páginas 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 e 23.

REDDY, J. N. *Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells*. 2. ed. Boca Raton: CRC Press, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1201/9780849384165>. ISBN 978-0-429-12760-1. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 19.

REIS, C. J. B.; MANZANARES FILHO, N.; LIMA, A. M. G. Robust optimization of aerodynamic loadings for airfoil inverse designs. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 41, n. 5, p. 207, abr. 2019. ISSN 1806-3691. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40430-019-1705-z>. Citado na página 57.

REISSNER, E. The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates. *Journal of Applied Mechanics*, 1945. DOI not available. Citado na página 15.

RIBEIRO, L. P. *Metodologia ótima robusta para o projeto de uma técnica de controle passivo de supressão do fenômeno de flutter em painéis compósitos de interesse aeronáutico*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, set. 2019. DOI: <https://doi.org/10.14393/ufu.te.2019.2404>. Citado 7 vezes nas páginas 12, 19, 24, 29, 58, 61 e 73.

RIBEIRO, L. P.; LIMA, A. M. G. Robust passive control methodology and aeroelastic behavior of composite panels with multimodal shunted piezoceramics in parallel. *Journal of Aerospace Engineering*, v. 34, n. 5, p. 04021028, set. 2021. ISSN 0893-1321. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)AS.1943-5525.0001334](https://doi.org/10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0001334). Citado 8 vezes nas páginas 1, 2, 4, 8, 10, 13, 57 e 61.

RODDEN, W. P.; JOHNSON, E. H. *MSC/NASTRAN Aeroelastic Analysis: User's Guide, Version 68*. Los Angeles (815 Colorado Blvd., Los Angeles 90041-1777): MacNeal-Schwendler Corp., 1994. Citado na página 47.

RODDEN, W. P.; TAYLOR, P. F.; MCINTOSH, S. C. Further refinement of the subsonic doublet-lattice method. *Journal of Aircraft*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., v. 35, n. 5, p. 720–727, maio 1998. ISSN 15333868. DOI: <https://doi.org/10.2514/2.2382>. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 39.

ROSA, U. L. et al. A robust-based fatigue optimization method for systems subject to uncertainty. *Journal of Mechanical Science and Technology*, v. 36, n. 9, p. 4571–4581, set. 2022. ISSN 1976-3824. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12206-022-0820-4>. Citado na página 57.

ROSSO, M. *Intentional and Inherent Nonlinearities in Piezoelectric Energy Harvesting*. 1. ed. Milan, IT: Springer, 2024. ISBN 978-3-031-51045-8. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.

ROSTAMI, S.; NERI, F.; GYAURSKI, K. On Algorithmic Descriptions and Software Implementations for Multi-objective Optimisation: A Comparative Study. *SN Computer Science*, v. 1, n. 5, p. 247, ago. 2020. ISSN 2661-8907. DOI: <https://doi.org/10.1007/s42979-020-00265-1>. Citado 3 vezes nas páginas 53, 54 e 56.

SAMADPOUR, M.; ASADI, H.; WANG, Q. Nonlinear aero-thermal flutter postponement of supersonic laminated composite beams with shape memory alloys. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, v. 57, p. 18–28, maio 2016. ISSN 0997-7538. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2015.11.004>. Citado na página 6.

- SARAVANOS, D. A.; HEYLIGER, P. R. Coupled Layerwise Analysis of Composite Beams with Embedded Piezoelectric Sensors and Actuators. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, SAGE Publications Ltd STM, v. 6, n. 3, p. 350–363, maio 1995. ISSN 1045-389X. DOI: <https://doi.org/10.1177/1045389X9500600306>. Citado na página 27.
- SCARTH, C. et al. Uncertainty quantification of aeroelastic stability of composite plate wings using lamination parameters. *Composite Structures*, v. 116, p. 84–93, set. 2014. ISSN 0263-8223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.05.007>. Citado na página 6.
- SCHAFFER, J. *Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms*. Tese (Doutorado) — Vanderbilt University, 1984. Citado na página 55.
- SHI, G. A new simple third-order shear deformation theory of plates. *International Journal of Solids and Structures*, v. 44, n. 13, p. 4399–4417, jun. 2007. ISSN 0020-7683. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2006.11.031>. Citado na página 17.
- SHIRK, M. H.; HERTZ, T. J.; WEISSHAAR, T. A. Aeroelastic tailoring - Theory, practice, and promise. *Journal of Aircraft*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 23, n. 1, p. 6–18, 1986. ISSN 0021-8669. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.45260>. Citado na página 5.
- SILVA, L. A. *Modelagem Aeroviscoelástica de painéis sanduíches planos via método dos painéis*. Tese (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, set. 2018. DOI: <https://doi.org/10.14393/ufu.di.2019.2357>. Citado 3 vezes nas páginas 34, 38 e 42.
- SILVA, T. M. P.; DE MARQUI JUNIOR, C. Self-powered active control of elastic and aeroelastic oscillations using piezoelectric material. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, SAGE Publications Ltd STM, v. 28, n. 15, p. 2023–2035, set. 2017. ISSN 1045-389X. DOI: <https://doi.org/10.1177/1045389X16685448>. Citado na página 9.
- SILVA, V. A. D. C. *Concepção robusta de circuitos elétricos Shunt multimodais para o controle passivo de vibrações de estruturas compostas*. Tese (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, ago. 2014. DOI: <https://doi.org/10.14393/ufu.di.2014.424>. Citado 4 vezes nas páginas 12, 30, 33 e 73.
- SOLDATOS, K. P. A transverse shear deformation theory for homogeneous monoclinic plates. *Acta Mechanica*, v. 94, n. 3, p. 195–220, set. 1992. ISSN 1619-6937. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01176650>. Citado na página 17.
- SONG, Z.-G.; LI, F.-M. Active aeroelastic flutter analysis and vibration control of supersonic composite laminated plate. *Composite Structures*, v. 94, n. 2, p. 702–713, jan. 2012. ISSN 0263-8223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.09.005>. Citado na página 7.
- SOUSA, V. C. et al. Enhanced aeroelastic energy harvesting by exploiting combined nonlinearities: Theory and experiment. *Smart Materials and Structures*, v. 20, n. 9, p. 094007, ago. 2011. ISSN 0964-1726. DOI: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/20/9/094007>. Citado na página 9.
- SRINIVAS, N.; DEB, K. Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. *Evolutionary Computation*, v. 2, n. 3, p. 221–248, set. 1994. ISSN 1063-6560. DOI: <https://doi.org/10.1162/evco.1994.2.3.221>. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 55.
- STANFORD, B. K.; JUTTE, C. V.; WU, K. C. Aeroelastic benefits of tow steering for composite plates. *Composite Structures*, v. 118, p. 416–422, dez. 2014. ISSN 0263-8223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.08.007>. Citado na página 6.

SWAIN, P. K. et al. Aeroelastic analysis of CNT reinforced functionally graded laminated composite plates with damage under subsonic regime. *Composite Structures*, v. 222, p. 110916, ago. 2019. ISSN 0263-8223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.110916>. Citado na página 6.

TAN, Y.; PANDA, S. A Novel Piezoelectric Based Wind Energy Harvester for Low-power Autonomous Wind Speed Sensor. In: *IECON 2007 - 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. Taipei, TW: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2007. p. 2175–2180. ISSN 1553-572X. DOI: <https://doi.org/10.1109/IECON.2007.4460120>. Citado na página 9.

TANG, D. M.; DOWELL, E. H. Aeroelastic response and energy harvesting from a cantilevered piezoelectric laminated plate. *Journal of Fluids and Structures*, v. 76, p. 14–36, jan. 2018. ISSN 0889-9746. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2017.09.007>. Citado na página 9.

TIERSTEN, H. F. *Linear Piezoelectric Plate Vibrations: Elements of the Linear Theory of Piezoelectricity and the Vibrations Piezoelectric Plates*. Softcover reprint of the original 1st ed. 1969 edition. New York, NY, USA: Springer, 1969. No DOI available. ISBN 978-1-4899-6221-8. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 25.

TOURATIER, M. An efficient standard plate theory. *International Journal of Engineering Science*, v. 29, n. 8, p. 901–916, jan. 1991. ISSN 0020-7225. DOI: [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(91\)90165-Y](https://doi.org/10.1016/0020-7225(91)90165-Y). Citado na página 17.

TRINDADE, M. A.; MAIO, C. E. B. Multimodal passive vibration control of sandwich beams with shunted shear piezoelectric materials. *Smart Materials and Structures*, v. 17, n. 5, p. 055015, ago. 2008. ISSN 0964-1726. DOI: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/17/5/055015>. Citado na página 8.

VARUN, J. P.; MONDAL, P.; MAHATO, P. K. Enhancement of aeroelastic performance of a smart delaminated composite plate under hygrothermal environment. *Composite Structures*, v. 292, p. 115662, jul. 2022. ISSN 0263-8223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.115662>. Citado na página 6.

VELDHUIZEN, D. A. V.; LAMONT, G. B. Multiobjective optimization with messy genetic algorithms. In: *Proceedings of the 2000 ACM Symposium on Applied Computing - Volume 1*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2000. (SAC '00), p. 470–476. ISBN 978-1-58113-240-3. DOI: <https://doi.org/10.1145/335603.335914>. Citado na página 55.

VERMA, S.; PANT, M.; SNASEL, V. A Comprehensive Review on NSGA-II for Multi-Objective Combinatorial Optimization Problems. *IEEE Access*, v. 9, p. 57757–57791, 2021. ISSN 2169-3536. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3070634>. Citado 2 vezes nas páginas 55 e 56.

VIANA, F. A. C.; STEFFEN JÚNIOR, V. Multimodal vibration damping through piezoelectric patches and optimal resonant shunt circuits. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas - ABCM, v. 28, p. 293–310, set. 2006. ISSN 1678-5878, 1806-3691. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1678-58782006000300007>. Citado 5 vezes nas páginas 8, 13, 29, 31 e 71.

VIVIAN, H. T.; ANDREWS, L. V. *UNSTEADY AERODYNAMICS FOR ADVANCED CONFIGURATIONS. PART I- APPLICATION OF THE SUBSONIC KERNEL FUNCTION TO NONPLANAR LIFTING SURFACES*. Downwy, CA, 1965. 110 p. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.

- WANG, C.; YAO, G.; LIU, M. Passive vibration control of subsonic thin plate via nonlinear capacitance and negative capacitance coupled piezoelectric shunt damping. *Thin-Walled Structures*, v. 198, p. 111656, maio 2024. ISSN 0263-8231. DOI: <DOI:https://doi.org/10.1016/j.tws.2024.111656>. Citado na página 8.
- WANG, H.; JASIM, A.; CHEN, X. Energy harvesting technologies in roadway and bridge for different applications – A comprehensive review. *Applied Energy*, v. 212, p. 1083–1094, fev. 2018. ISSN 0306-2619. DOI: <DOI:https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2017.12.125>. Citado na página 2.
- WHITNEY, J. M. *Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates* | James M. Whitney. 1. ed. New York: Routledge, 1987. ISBN 978-0-203-73812-2. Citado na página 16.
- WRIGHT, J. R.; COOPER, J. E. *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads*. 2nd ed. edição. ed. Chichester, West Sussex, England: Wiley, 2015. ISBN 978-1-118-48801-0. Citado 7 vezes nas páginas 3, 4, 34, 39, 43, 45 e 64.
- WRIGHT, R. I.; KIDNER, M. R. F. Vibration Absorbers: A Review of Applications in Interior Noise Control of Propeller Aircraft. *Journal of Vibration and Control*, SAGE Publications Ltd STM, v. 10, n. 8, p. 1221–1237, ago. 2004. ISSN 1077-5463. DOI: <DOI:https://doi.org/10.1177/1077546304041368>. Citado na página 1.
- WU, S.-y. Piezoelectric shunts with a parallel R-L circuit for structural damping and vibration control. In: *Smart Structures and Materials 1996: Passive Damping and Isolation*. San Diego, CA, United States: SPIE, 1996. v. 2720, p. 259–269. DOI: <DOI:https://doi.org/10.1117/12.239093>. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 30.
- WU, S.-y. Method for multiple-mode shunt damping of structural vibration using a single PZT transducer. In: *Smart Structures and Materials 1998: Passive Damping and Isolation*. San Diego, CA, United States: SPIE, 1998. v. 3327, p. 159–168. DOI: <DOI:https://doi.org/10.1117/12.310680>. Citado 5 vezes nas páginas 7, 30, 31, 32 e 71.
- WU, S.-y.; BICOS, A. S. Structural vibration damping experiments using improved piezoelectric shunts. In: *Smart Structures and Materials 1997: Passive Damping and Isolation*. San Diego, CA, United States: SPIE, 1997. v. 3045, p. 40–50. DOI: <DOI:https://doi.org/10.1117/12.274217>. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 31.
- YUAN, W.; ZHANG, X. Numerical Stabilization for Flutter Analysis Procedure. *Aerospace*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 10, n. 3, p. 302, mar. 2023. ISSN 2226-4310. DOI: https://doi.org/10.3390/aerospace10030302. Citado na página 45.
- ZAMBOLINI VICENTE, B. G. G. L. *Projeto robusto de Circuitos Shunt para o controle passivo de vibrações de estruturas compostas*. Tese (Mestrado em engenharia mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, jan. 2014. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 61.
- ZAMBOLINI VICENTE, B. G. G. L. *Projeto de um protótipo atenuador de vibrações multimodal self-powered, empregando material piezolétrico e circuito eletrônico*. Tese (Doutorado em engenharia mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 8, 32 e 71.
- ZAMBOLINI VICENTE, B. G. G. L.; SILVA, V. A. C.; LIMA, A. M. G. Robust design of multimodal shunt circuits for vibration attenuation of composite structures. *International Journal of Automotive Composites*, Inderscience Publishers, v. 1, n. 2-3, p. 258–280, jan. 2015. ISSN 2051-8218. DOI: https://doi.org/10.1504/IJAUTO.2015.070556. Citado 3 vezes nas páginas 8, 57 e 58.

ZHANG, H. et al. A float-encoded genetic algorithm technique for integrated optimization of piezoelectric actuator and sensor placement and feedback gains. *Smart Materials and Structures*, v. 9, n. 4, p. 552, ago. 2000. ISSN 0964-1726. DOI: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/9/4/319>. Citado na página 68.

ZITZLER, E.; LAUMANN, M.; THIELE, L. *SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm*. Zurich, 2001. 21 p. p. DOI: <https://doi.org/10.3929/ETHZ-A-004284029>. Citado na página 55.

ZITZLER, E.; THIELE, L. *An Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization: The Strength Pareto Approach*. Zurich, CH, 1998. v. 43. DOI: <https://doi.org/10.3929/ethz-a-004288833>. Citado na página 55.



## Apêndice A

Tomando uma superfície plana e a aproximação quártica para pressão, a componente  $D_{dNE}$  da matriz de fatores *downwash* é composta pela contribuição não-estacionária de cada painel  $D_{dNE}$ , dada por:

$$D_{dNE} = \frac{c_{pn}}{8\pi} \int_{-e_{ph}}^{e_{ph}} \frac{P(\bar{\eta})}{r^2} d\bar{\eta} \quad (\text{A.1})$$

com:

$$P(\bar{\eta}) = A\bar{\eta}^2 + B\bar{\eta} + C + D\bar{\eta}^3 + E\bar{\eta}^4 \approx \left\{ K \exp \left[ -i\omega \frac{(\bar{x} - \bar{\eta} \tan \Lambda_s)}{U_\infty} - K_0 \right] \right\} T \quad (\text{A.2})$$

em que  $P(\bar{\eta})$  representa a aproximação de pressão ao longo da linha de dipolos,  $\bar{\eta}$  a coordenada ao longo da envergadura do painel com origem na meia envergadura deste,  $e_{ph}$  a meia envergadura do painel e  $r$  o raio cilíndrico, dado por:

$$r = \left[ (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.3})$$

A aproximação quártica para pressão da Eq. A.2 requer o cálculo dos coeficientes  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e  $E$ , são obtidos a partir dos valores do numerador da função kernel em cinco pontos, localizados sobre a linha de dipolos ( $-e_{ph}$ ,  $-e_{ph}/2$ ,  $0$ ,  $e_{ph}/2$ ,  $e_{ph}$ ), resultando em:

$$A = [P(-e_{ph}) - 16P(-e_{ph}/2) + 30P(0) - 16P(e_{ph}/2) + P(e_{ph})] / 6e_{ph}^2 \quad (\text{A.4a})$$

$$B = [P(-e_{ph}) - 2P(-e_{ph}/2) + 8P(e_{ph}/2) - P(e_{ph})] / 6e_{ph} \quad (\text{A.4b})$$

$$C = P(0) \quad (\text{A.4c})$$

$$D = [-P(-e_{ph}) - 2P(-e_{ph}/2) + 2P(e_{ph}/2) - P(e_{ph})]/(3e_{ph}^3/2) \quad (\text{A.4d})$$

$$E = [P(-e_{ph}) - 4P(-e_{ph}/2) + 6P(0) - 4P(e_{ph}/2) + P(e_{ph})]/(3e_{ph}^4/2) \quad (\text{A.4e})$$

Analisando a segunda parte da Eq. A.2 faz-se necessário definir alguns termos presentes. Inicialmente, a barra por sobre as coordenadas, símbolo que indica a expressão das coordenadas no plano do elemento emissor e relativo ao centro da linha de dipolos ( $\xi_c, \eta_c, \zeta_c$ ). Define-se então:

$$\bar{x} = x - \xi_c \quad (\text{A.5a})$$

$$\bar{y} = (y - \eta_c) \cos \Gamma_s + (z - \zeta_c) \sin \Gamma_s \quad (\text{A.5b})$$

$$\bar{z} = (z - \zeta_c) \cos \Gamma_s - (y - \eta_c) \sin \Gamma_s \quad (\text{A.5c})$$

$$\bar{\xi} = \xi - \xi_c \quad (\text{A.5d})$$

$$\bar{\eta} = (\eta - \eta_c) \cos \Gamma_s + (\zeta - \zeta_c) \sin \Gamma_s \quad (\text{A.5e})$$

$$\bar{\zeta} = (\zeta - \zeta_c) \cos \Gamma_s - (\eta - \eta_c) \sin \Gamma_s \quad (\text{A.5f})$$

em que  $\Gamma_s$  é o ângulo de de diedro do painel emissor. O termo  $T$  é função do ângulo  $\Gamma$  dos painéis emissor e receptor, dado por  $T = \cos(\Gamma_r - \Gamma_s)$ . O ângulo  $\Lambda_s$  representa o ângulo de enflechamento do painel emissor. Por fim, os termos  $K_0$  e  $K$  representam os termos estacionário e planar do kernel, obtidos por (Landahl, 1967):

$$K_0 = 1 + \frac{(x - \xi)}{R_h} \quad (\text{A.6})$$

$$K = \int_{u_1}^{\infty} \frac{\exp(-ik_1 u)}{(1 + u^2)^{3/2}} du + \frac{M_{\infty} r \exp(-ik_1 u_1)}{R_h (1 + u_1^2)^{1/2}} \quad (\text{A.7})$$

onde os termos  $k_1$  e  $u_1$  são definidos no sistema de coordenadas relativo  $(x_0, y_0, z_0)$  e dados por:

$$k_1 = \frac{\omega r}{U_\infty} \quad (\text{A.8a})$$

$$u_1 = \frac{(M_\infty R_h - x_0)}{\beta_\infty^2 r} \quad (\text{A.8b})$$

com o  $R_h$  sendo o mesmo definido na Eq. 3.7. Quanto a integral presente na Eq. A.7, Borges (2019) apresenta a metodologia de aproximação de Laschka utilizada na avaliação numérica desta que, por motivos de simplificação, será omitida aqui.

Diante de todo equacionamento exposto e substituições pertinentes na Eq. A.1, o cálculo dos componentes da matriz  $\mathbf{D}_{dNE}$  é feito por:

$$\begin{aligned} D_{dNE} = \frac{c_{pm}}{8\pi} \left\{ \left[ (\bar{y}^2 - \bar{z}^2) A + \bar{y}B + C + \bar{y}(\bar{y}^2 - 3\bar{z}^2) D + (\bar{y}^4 - 6\bar{y}^2\bar{z}^2 + \bar{z}^4) E \right] f \right. \\ \left. + \left[ \bar{y}A + \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}(3\bar{y}^2 - \bar{z}^2) D + 2\bar{y}(\bar{y}^2 - \bar{z}^2) E \right] \log \left[ \frac{(\bar{y} - e_{ph})^2 + \bar{z}^2}{(\bar{y} + e_{ph})^2 + \bar{z}^2} \right] \right. \\ \left. + 2e_{ph} \left[ A + 2\bar{y}D + \left( 3\bar{y}^2 - \bar{z}^2 + \frac{1}{3}e_{ph}^2 \right) E \right] \right\} \quad (\text{A.9}) \end{aligned}$$

sendo  $f$  dado pela integral:

$$f = \int_{-e_{ph}}^{e_{ph}} \frac{d\bar{\eta}}{(\bar{y} - \bar{\eta})^2 + \bar{z}^2} = \frac{1}{|\bar{z}|} \tan^{-1} \left[ \frac{2e|\bar{z}|}{\bar{y}^2 + \bar{z}^2 - e_{ph}^2} \right] \quad (\text{A.10})$$