



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA

ARTHUR FERREIRA CAMPOS

**VÍDEOS INTERATIVOS NA FORMAÇÃO  
DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

UBERLÂNDIA

2024

ARTHUR FERREIRA CAMPOS

**VÍDEOS INTERATIVOS NA FORMAÇÃO  
DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Área de concentração: Formação inicial de professores de Matemática.

Orientador: Arlindo José de Souza Junior  
Coorientadora: Érika Maria Chioca Lopes

UBERLÂNDIA

2024

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU  
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

C198 Campos, Arthur Ferreira, 1996-  
2024 Vídeos interativos na formação de professores de  
matemática [recurso eletrônico] / Arthur Ferreira  
Campos. - 2024.

Orientador: Arlindo José de Souza Junior.  
Coorientadora: Érika Maria Chioca Lopes.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de  
Uberlândia, Pós-graduação em Ensino de Ciências e  
Matemática.  
Modo de acesso: Internet.  
Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2024.318>  
Inclui bibliografia.  
Inclui ilustrações.

1. Ciência - Estudo ensino. I. Souza Junior, Arlindo  
José de ,1963-, (Orient.). II. Lopes, Érika Maria  
Chioca,1974-, (Coorient.). III. Universidade Federal de  
Uberlândia. Pós-graduação em Ensino de Ciências e  
Matemática. IV. Título.

CDU: 50:37

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091  
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de  
Ciências e Matemática  
Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1A, Sala 207 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-  
MG, CEP 38400-902  
Telefone: (34) 3230-9419 - www.pggecm.ufu.br - secretaria@pggecm.ufu.br



### ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM)				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Profissional / Produto Educacional				
Data:	27/03/2024	Hora de início:	19:00	Hora de encerramento:	20:55
Matrícula do Discente:	12112ECM002				
Nome do Discente:	Arthur Ferreira Campos				
Título do Trabalho:	VÍDEOS INTERATIVOS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA				
Área de concentração:	Ensino de Ciências e Matemática				
Linha de pesquisa:	Formação de Professores em Ciências e Matemática				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Tecnologias Digitais da Inteligência na Educação Matemática				

Reuniu-se, por vídeo conferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, assim composta: Prof. Dr. Arlindo Jose de Souza Junior (FAMAT/UFU) - orientador; Profa. Dra. Érika Maria Chioca Lopes (FAMAT/UFU) - coorientadora; Prof. Dr. Douglas Marin (FAMAT/UFU) e Profa. Dra. Crhistiane da Fonseca Souza (UFCAT). Iniciando os trabalhos a presidente da mesa apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu o discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa. A seguir, o presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, às examinadoras, que passaram a arguir o candidato. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu os conceitos finais. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o candidato:

#### Aprovado

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O componente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Arlindo José de Souza Junior, Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/03/2024, às 20:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Erika Maria Chioca Lopes, Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/03/2024, às 20:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Douglas Marin, Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/03/2024, às 21:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Crhistiane da Fonseca Souza, Usuário Externo**, em 01/04/2024, às 16:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://www.sei.ufu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **5304738** e o código CRC **AA67B6BF**.

## **AGRADECIMENTOS**

Expresso minha gratidão à minha família por todo apoio durante o curso, ao meu amigo Arlindo pelas conversas sinceras e pelo incentivo para ingressar no programa. Aos colegas de curso pelos trabalhos realizados e trocas produtivas, aos professores por todo conhecimento dado e conselhos que levarei para vida. E por último e não menos importante a toda espiritualidade amiga que esteve comigo emanando energias positivas para que esse trabalho se realizasse.

*Deus sempre encontra um meio de auxiliar aqueles  
cujos corações se voltam para Ele.*

## RESUMO

Essa pesquisa evidenciou os potenciais resultados obtidos a partir do uso de vídeos interativos no primeiro período de uma disciplina do curso presencial de Matemática de uma universidade pública. Como essas aulas foram aplicadas em tempos de pandemia, a modalidade foi desenvolvida à distância por meio do ambiente virtual Microsoft Teams que possibilitou as aulas remotas. Como procedimentos metodológicos observamos os participantes na plataforma de aprendizado, juntamente à professora da disciplina de Seminários de Matemática Elementar, com o objetivo de preparar os alunos da universidade para uma abordagem moderna e dinâmica, por meio de ferramentas facilitadoras para confecção de vídeos interativos. Nesse ambiente educativo presenciamos a adequação de linguagens diversas de mídias como televisão e aplicativos de *internet*, tal adequação teve o intuito de criar um linguajar mais próximo ao usual. A participação dos licenciandos resultou na produção de vídeos onde foi possível analisar os desafios enfrentados, receber seus feedbacks, avaliá-los, entre outros registros. Sistematizou-se todos os dados produzidos, os quais possibilitaram evidenciar a importância do Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo. Em vista de toda essa investigação alcançou-se a dedução de que os vídeos interativos com conteúdo matemático, agora, fazem parte da vida dos licenciandos. Como consequência dessa pesquisa foi elaborado como produto digital um ebook intitulado: *Vídeo Interativo: Rodas Exóticas para a Formação de Professores de Matemática*.

**Palavras-chave:** Vídeos Interativos, Educação Matemática, Tecnologias Digitais, Orientação Didática.



## ABSTRACT

This research highlighted the potential results obtained from the use of interactive videos in the first period of a subject in the in-person Mathematics course at a public university. As these classes were applied in times of a pandemic, the modality was developed remotely through the Microsoft Teams virtual environment, which made remote classes possible. As methodological procedures, we observed the participants in the learning platform, together with the teacher of the Elementary Mathematics Seminars subject, with the objective of preparing university students for a modern and dynamic approach, through facilitating tools for making interactive videos. In this educational environment, we witnessed the adaptation of different languages of media such as television and internet apps, such adaptation was intended to create a language closer to the usual. The participation of undergraduates, resulted in the production of videos where it was possible analyze the challenges faced, receive their feedback, evaluate them, among other records. All data produced was systematized, which made it possible to highlight the importance of the Technological Pedagogical Content Knowledge. In view of all this investigation, the deduction was reached that interactive videos with mathematical content are now part of the life of undergraduates. As a result of this research, a digital product was developed as an ebook titled: Interactive Video: Exotic Wheels for Mathematics Teacher Formation.

**Keywords:** Interactive Videos, Mathematics Education, Digital Technologies, Didactic Guidance.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
Figura 1 – Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (TPACK)	24
Figura 2 – Estudos com TPACK por áreas do conhecimento/avaliação	25
Figura 3 – Transformação do PCK	28
Figura 4 – TPACK: Mapa Conceitual dos conteúdos que constituem o TPACK	29
Figura 5 – Roda quadrada rolando sobre estrada constituída por arcos de catenária invertida	32
Figuras 6 e 7 – Ilustrações da movimentação da roda quadrada sobre a superfície em arcos	33
Figura 8 – Plataformas Mobile e via computador	36
Figura 9 – Interface da Plataforma Moodle	37
Figura 10 – Interface do aplicativo via computador	38
Figura 11 – Utilização do Geogebra por aluna	50
Figura 12 – Utilização do PhEt por aluno	51
Figura 13 – Utilização do Manim por aluno	52
Figura 14 – Utilização do Power Point por aluno	56
Figura 15 – Utilização do Power Director por aluna	57
Figura 16 – Interação feita por aluno	57
Figura 17 – Visão Geral da tela de início	59
Figura 18 – Utilização do EdPuzzle por aluna	59
Figura 19 – Utilização do EdPuzzle por aluna	60
Figura 20 – Utilização do EdPuzzle por aluna	61

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela</b>	<b>Página</b>
Tabela 1 – Divisão entre grupos, títulos, duração e público-alvo	41
Tabela 2 – Resumo dos temas escolhidos pelos alunos	42

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico</b>	<b>Página</b>
Gráfico 1 – Autoanálise do planejamento da videoaula	40
Gráfico 2 – Avaliando a importância do tema na formação acadêmica	44
Gráfico 3 – Número de temas escolhidos de acordo com os alunos a serem atingidos	44
Gráfico 4 – Os objetivos propostos foram cumpridos de que forma?	47
Gráfico 5 – Os conteúdos foram programados de forma organizada?	48
Gráfico 6 – Análise individual na fase da produção dos vídeos	53
Gráfico 7 – Análise individual sobre a qualidade dos vídeos	53
Gráfico 8 – Quanto a originalidade da proposta de videoaula	67

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AEE: Atendimento Educacional Especializado
AVA: Ambiente Virtual de Aprendizagem
BNCC: Base Nacional Comum Curricular
CAPES: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CK: Conhecimento do Conteúdo
CTD: Catálogo de Teses e Dissertações
EJA: Educação de Jovens e Adultos
ESEBA: Escola de Educação Básica
FEBIC: Feira Brasileira de Iniciação Científica
FEMIC: Feira Mineira de Iniciação Científica
GEPIT: Grupos de Estudos e Pesquisas em Inovações Tecnológicas
ICMI: International Commission on Mathematical Instruction
IMU: International Mathematical Union
ISTE2: International Society for Technology in Education
LMS: Learning Management System (Sistema de gestão da aprendizagem)
MOODLE: Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment
PAPMEM: Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio
PCK: Pedagogical Content Knowledge - Conhecimento Pedagógico do Conteúdo
PET: Programa de Educação Tutorial
PK: Conhecimento Pedagógico
PLI: Programa de Licenciaturas Internacionais
PMAJA: Programa Municipal de Alfabetização de Jovens Adultos
TCK: Technological Content Knowledge - Conhecimento Tecnológico do Conteúdo
TDIC: Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação
TPACK: Technological Pedagogical Content Knowledge - Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo
TPK: Technological Pedagogical Knowledge - Conhecimento Pedagógico Tecnológico

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	12
1.1. OBJETIVO GERAL	18
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	19
<b>2. VÍDEOS INTERATIVOS E O CONHECIMENTO TECNOLÓGICO, PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO DE MATEMÁTICA – TPACK</b>	20
2.1. VÍDEOS INTERATIVOS	21
2.2. TPACK OU CONHECIMENTO TECNOLÓGICO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO	23
2.2.1. TPK ou Conhecimento Pedagógico Tecnológico	26
2.2.2. TCK ou Conhecimento Tecnológico do Conteúdo	26
2.2.3. PCK ou Conhecimento Pedagógico do Conteúdo	27
<b>3. PROCESSO FORMATIVO COM VÍDEOS INTERATIVOS</b>	31
3.1. CONHECIMENTO SOBRE TECNOLOGIAS DIGITAIS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO	34
3.2. CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DA MATEMÁTICA	39
3.2.1. Escolha da temática e Nível de Ensino	41
3.2.2. Objetivos propostos	45
3.2.3. Distribuição do Tempo para cada Conteúdo De Matemática	47
3.3. CONHECIMENTO TECNOLÓGICO COM A MATEMÁTICA	49
3.4. CONHECIMENTO PEDAGÓGICO COM TECNOLOGIA	54
3.5. SENTIDOS E SIGNIFICADOS DA AUTORIA DE VÍDEOS INTERATIVOS	62
<b>4. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	69
<b>REFERÊNCIAS</b>	72
<b>ANEXOS</b>	77
<b>APÊNDICE</b>	104

## 1. INTRODUÇÃO

Fui estudante de escola pública e sempre carreguei dentro de mim o prazer de ensinar e aprender Matemática, ingressei em 2014 em uma universidade pública e logo no primeiro ano de faculdade adentrei como bolsista no Programa de Educação Tutorial (PET) com o intuito de iniciar atividades científicas, conhecer melhor a universidade, interagir com os colegas de curso e participar de projetos voltados à comunidade.

A partir daí, pude participar de muitas propostas acadêmicas, tais como: o Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio (PAPMEM), Colóquio de Matemática da Região Centro-Oeste, Colóquio de Matemática da Região Sudeste, Mostra de Iniciação Científica da Faculdade de Matemática e Semana da Matemática. Com exceção do PAPMEM, apresentei trabalhos em todos os eventos e em um desses recebi Menção Honrosa de melhor apresentação, este título além de trazer tanta felicidade me mostrou que quando se faz um trabalho com dedicação e profissionalismo os resultados aparecem.

Em meados do curso, deparei-me com uma oportunidade singular que mudou completamente minha perspectiva educacional e pessoal: o Programa de Licenciaturas Internacionais. Essa experiência de estudos proporcionou-me a chance de expandir minhas fronteiras, conhecer diferentes culturas e aprofundar meus conhecimentos em minha área de interesse.

A Universidade de Coimbra (Portugal), onde estudei por um ano, é uma das faculdades mais antigas do mundo, localizada no antigo Palácio Real Português. Lá tive a oportunidade de aprender ao lado de alunos de todo o planeta, cada um com suas experiências e perspectivas. Essa diversidade enriqueceu nossas discussões em sala de aula e ampliou minha compreensão dos desafios globais.

Os debates em sala de aula eram verdadeiramente enriquecedores, pois cada aluno trazia consigo um conjunto único de experiências e opiniões. Essa troca constante de ideias expandiu minha capacidade de pensamento crítico e me ajudou a desenvolver uma mente aberta.

Sob a orientação da professora Fátima Leite, ainda em Portugal, cumpri com sucesso a iniciação científica do tema: “Rodas e Caminhos Exóticos”, onde

juntamente a outros sete alunos do PLI abordamos conteúdos de Geometria Espacial aplicado ao problema de modelação matemática relacionado à criação de um par roda-estrada exótica perfeito. A professora Fátima é membro do Instituto de Sistemas e Robótica da Universidade de Coimbra desde 1994 e publica diversos trabalhos nessa área, incluindo livros, jornais e artigos. Ela é reconhecida por diversas faculdades do mundo, inclusive pela renomada Faculdade do Estado do Arizona (Estados Unidos) onde foi professora visitante por muitos anos.

Ao retornar ao Brasil fui bolsista em uma Escola de Educação Básica de uma universidade pública, mais específico no Grupo de Estudos e Pesquisas em Inovações Tecnológicas (GEPIT) onde acompanhei estudantes do sexto ao nono ano em trabalhos criativos e inovadores, realizei experiências em laboratório e ao ar livre e tive a oportunidade de ser orientador de estudantes que produziram vários trabalhos, os quais foram apresentados na Feira Brasileira de Iniciação Científica (FEBIC), Feira Mineira de Iniciação Científica (FEMIC) e Ciência Viva.

No fim do ano de 2020 fui contratado para assumir o cargo de professor de Matemática na prefeitura municipal de Uberlândia, vale ressaltar que nesse período vivíamos a pandemia de uma doença infecciosa causada pelo SARS-Co V-2, a COVID-19. Logo no primeiro semestre de ingresso, por incentivo de colegas que sabem do meu gosto por música e vídeos, participei de uma seleção para professores editores do projeto Escola em Casa a qual fui aprovado.

O projeto Escola em Casa foi uma iniciativa da Prefeitura Municipal de Uberlândia que disponibilizou, durante a pandemia, material digital e audiovisual de apoio para os estudos de alunos da rede municipal já que as aulas estavam suspensas.

Os alunos matriculados em Educação Infantil, Ensino Fundamental, Educação de Jovens e Adultos (EJA), Programa Municipal de Alfabetização de Jovens e Adultos (Pmaja) e Atendimento Educacional Especializado (AEE) tiveram acesso à plataforma on-line para acompanhar o conteúdo. Essas videoaulas foram ministradas e editadas por professores da própria rede municipal e exibidas em rede aberta e mesmo que as aulas não fossem interativas como o meu projeto ajudou muito a suprir a carência das aulas presenciais, pois era possível distribuir os conteúdos de forma eficiente.

Em março de 2021 ingressei no programa de pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática pelo anseio de desenvolver novas habilidades e enriquecer meu currículo. A escolha do tema de investigação se deu por influência do momento de pandemia vivido em que as videoaulas supriram mesmo que de forma incompleta a presença física dos professores e na importância de tratar esse tema com futuros graduandos em Matemática.

Para isso fez-se necessário escolher uma disciplina que me proporcionasse momentos de discussões de diferentes métodos de organização e de estudo, além de reflexões acerca dos desafios do ensino da Matemática. Desse modo foi de extrema importância a compreensão e auxílio da docente responsável por ministrar a disciplina de Seminários de Matemática Elementar, para que pudesse aplicar o trabalho exposto a seguir.

A integração de pessoas ao redor do mundo através da internet com Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) estabeleceu por meio de sua popularização níveis de conhecimento e influências sobre os seus espectadores, principalmente ligadas ao âmbito educacional. Hoje a internet é vista como a ferramenta de aprendizado mais completa e abrangente, pois possibilita o acesso a inúmeras áreas de conhecimento. Essas informações compartilhadas alcançam o público de forma veloz, acessível e cada vez mais interativa, pois possibilita a discussão de diversos pontos de vista, o acesso a diferentes questionamentos, a autorreflexão e o expandir da consciência.

Quando iniciamos a realização do projeto das aulas interativas com os futuros professores na sala de aula da universidade, foi observada a leitura comportamental para a coleta de informações, mediante à interação e execução dos vídeos propostos sendo possível salientar que a abordagem experimental de um método pedagógico novo, trouxe movimento e inovação ao ensino.

Sob a possibilidade de desenvolver um trabalho que pudesse incentivá-los e entusiasamá-los, foi elaborada a primeira videoaula interativa, para ensinar passo-a-passo como os futuros professores da graduação de matemática podem aperfeiçoar suas aulas, conteúdos e formas avaliativas, buscando melhorar rendimento e participação.



De início apresentei um aplicativo chamado EdPuzzle que possibilita a edição de videoaulas de forma interativa, sendo possível a aplicação de avaliações, *quizzes* ou enquetes, sobre o tema proposto, no meu caso “Rodas e Caminhos Exóticos”, onde foi abordado um conteúdo divertido e curioso para os estudantes do curso de Matemática, matriculados no primeiro período.

O objetivo central foi ensinar de forma amplamente dinâmica como os alunos podem dar uma aula 100% interativa, através de um vídeo criado por eles, onde é possível ter o acompanhamento do percentual participativo, números de erros e acertos de cada resposta e até mesmo a possibilidade de feedback e sugestões acerca do tema e da aula aplicada, gerando assim um processo colaborativo onde alunos e professores medem seus conhecimentos de forma sistematizada.

Foi proposto aos alunos da turma que desenvolvessem um projeto, individual ou em pequenos grupos, para produção de vídeos interativos com o intuito de ensinar ou discutir algum tema matemático escolhido por eles.

A partir de então foi levantada a seguinte questão: **Quais foram os conhecimentos mobilizados na produção de vídeos interativos pelos estudantes ingressantes no curso de graduação em Matemática?**

A seguir relatamos o processo de obtenção das informações desta investigação qualitativa. Todo o ser que se integra em um grupo ou na vida do mesmo é considerado um observador, o que torna a participação diferente dependendo do grau de envolvimento dele. Essa participação deve ser pré-estabelecida em estágio inicial para medir o quão intensa ela pode ser. (Marshall; Rossman, 1995).

Existem formas distintas de medir o tipo de participação de acordo com as formas de envolvimento, podendo ser: alta, onde o indivíduo se envolve por completo, estando ativo em todo o processo; baixa, onde sua iniciativa é passiva, sendo praticamente um espectador; e também sem envolvimento onde não há participação do mesmo.

Existe uma denominação chamada de participação completa, onde é possível perceber um alto envolvimento do observador mesmo que ele seja apenas um participante, porém entramos em uma contrapartida, que é o fato de observar que quanto mais é sabido sobre um determinado assunto mais difícil é obter novos

conhecimentos para estudo e quando acontece o contrário e pouco sabemos a respeito, temos mais facilidade de absorver normas e regras que fazem parte da ação envolvida. (Spradley, 1980).

Quando a participação ocorre de forma moderada, o observador pode oscilar entre participante e espectador. No caso da participação passiva, o participante somente observa, porém sem ação. E no caso da não participação ele não se envolve. (Spradley, 1980).

No caso desta pesquisa, participei ativamente em alguns momentos, como na apresentação da minha videoaula, nos momentos de dúvidas e esclarecimentos e na análise dos questionários. Já em outros observei atentamente, como na apresentação das videoaulas produzidas pelos alunos e nos debates em sala.

É importante ressaltar que no início da minha graduação o contato com abordagens pedagógicas foi bastante limitado, no segundo período tive um pouco de contato com as tecnologias, até mesmo em Portugal isso acontece, o foco em ambos os países é no conteúdo matemático. Somente no fim da graduação que estes temas tão importantes são apresentados e discutidos.

Na ementa da disciplina a qual esse trabalho foi realizado é salientado a importância de discussões de diferentes métodos de organização e de estudo, do desenvolvimento de projetos, aulas simuladas e a utilização da informática sobre diferentes tópicos no que tange aos aspectos da transição para o Ensino Superior.

O modelo de aulas remotas é algo novo em nossa sociedade, até pouco tempo atrás, o normal era que o aluno e o professor se encontrassem fisicamente em uma sala de aula, dentro da instituição de ensino, onde compartilhavam experiências e conhecimentos.

Boa parte dos professores não aprendeu durante sua formação acadêmica metodologias e técnicas para ensinar neste novo formato. Pelo contrário, durante a licenciatura, aprenderam a importância do olho no olho com o aluno, de interpretar a linguagem corporal e a se comunicar com clareza e concisão no ambiente escolar. Da mesma forma é esperado que muitos alunos se deparem com dificuldades nas aulas remotas e não saibam como superá-las.

Diante disso, o principal produto que foi explorado na aplicação das aulas para os futuros professores foi o formato de videoaula, devido à circunstância em que o mundo se encontrava naquele momento, passando pela pandemia do COVID-19. A situação do momento reforçou ainda mais a necessidade de exploração por meio de um trabalho interativo, com o uso da criatividade, podendo ser avaliado e novamente orientado para um melhor resultado.

O projeto foi aplicado em duas turmas, uma delas por ser muito pequena não trouxe grandes resultados, os alunos assistiram as aulas, interagiram no momento que executamos as atividades, porém não deram andamento aos projetos individuais.

Já a segunda turma contou com a participação de dezesseis pessoas, onde se pode analisar, explorar resultados, feedbacks, avaliá-los um por um e acompanhar suas ideias e desenvolvimento. Por questões éticas e morais não serão citados os nomes dos participantes.

Estabelecemos no Moodle um questionário de autoavaliação com quatorze questões que nos deram controle sobre a variedade de temas escolhidos, o tempo de duração de cada vídeo aula, qual a escolha do público alvo, o resumo de cada assunto abordado, outros itens avaliativos, um feedback desenvolvido por cada grupo avaliado abordando o aprendizado, os pontos positivos, e também o que ainda pode ser melhorado, dando aos alunos a oportunidade de ter o trabalho avaliado de forma mais próxima, auxiliando na tomada de decisões e ainda desenvolvendo um senso crítico que os ajudará no desenvolvimento de seus temas, na didática e na apresentação de suas futuras aulas. Este questionário encontra-se em anexo.

No desenvolvimento da pesquisa, transcorremos acerca dos elementos metodológicos a seguir: levantamento bibliográfico, questionário e diário de reflexão dos participantes, que se configurou como um momento no qual foi possível a narração de dúvidas, tensões e anseios no decorrer do trabalho realizado por eles.

A metodologia utilizada foi a pesquisa bibliográfica e a análise de dados recolhidos dos vídeos executados. Segundo Creswell (2009), a pesquisa bibliográfica oferece uma base sólida para a contextualização do tema, fornecendo um panorama histórico e teórico que fundamenta a pesquisa. Além disso, a análise de dados, quando aplicada com rigor metodológico, contribui para a validação e interpretação dos resultados obtidos (Miles; Huberman, 1994). A pesquisa tem caráter explicativo,

tendo o propósito de compreender os dados obtidos a partir das respostas das questões propostas aos licenciandos.

Segundo Creswell (2009), a pesquisa quantitativa, caracterizada pela coleta e análise de dados numéricos, busca estabelecer padrões, identificar relações causais e generalizar resultados para uma população mais ampla. Por outro lado, a pesquisa qualitativa, conforme delineado por Merriam e Tisdell (2016), concentra-se na compreensão aprofundada de fenômenos sociais, explorando interpretações, significados e contextos subjacentes por meio de métodos como entrevistas, observações e análise textual.

Concordo com Creswell que a integração dessas abordagens, conhecida como pesquisa de métodos mistos, é uma estratégia valiosa que capitaliza as forças de ambas as modalidades oferecendo uma perspectiva mais holística, contribuindo para uma compreensão profunda e ampla dos fenômenos investigados. Diante disso, esta pesquisa é quantitativa e também qualitativa, pois visa, a partir de dados numéricos e questionamentos, entender as preferências e comportamentos dos futuros professores.

Dessa forma, de acordo com as solicitações feitas em aula, de forma individual e também em grupo, levantamos informações relevantes à esta investigação, ressaltando a importância de todos os envolvidos na confecção dos vídeos, nos envios, nas dúvidas, e nas autoavaliações, dentre outros fatores.

Os licenciandos tiveram aulas explicativas tanto sobre o cronograma para os vídeos, quanto sobre os aplicativos e sites que puderam ser utilizados, responderam a perguntas do questionário para análise e entendimento das suas escolhas, reações e resultados. Fiz um levantamento bibliográfico que justificasse as questões propostas aos alunos, a importância de cada tipo de conhecimento mobilizado, a temática e a didática sugerida.

## 1.1 . OBJETIVO GERAL

- Compreender o processo de autoria de videoaulas interativas, elaboradas por estudantes do primeiro período do curso de graduação em Matemática

## 1.2 . OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Investigar como o Conhecimento sobre Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação foi utilizado no processo de produção de vídeos interativos
  
- Estudar como o Conhecimento Pedagógico com a Matemática foi mobilizado no processo de elaboração de vídeos interativos
  
- Explorar como o Conhecimento Tecnológico com a Matemática foi desenvolvido na confecção de vídeos interativos
  
- Examinar como o Conhecimento Pedagógico com Tecnologia foi apropriado na construção dos vídeos interativos
  
- Analisar como os participantes da pesquisa elaboram conhecimentos que envolvam as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no processo de ensinar e aprender matemática

A primeira seção dessa dissertação salientará a importância dos vídeos interativos e trará, através de uma revisão bibliográfica, o modelo teórico TPACK (Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo).

Já na segunda seção será realizada a análise de como foi o desenvolvimento do trabalho educativo sobre a produção de vídeos interativos pelos estudantes ingressantes no curso de graduação em Matemática. Assim como a análise de como os conhecimentos Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo de Matemática foram mobilizados pelos estudantes ao elaborarem estes vídeos.

E por último, a fim de sintetizar todo o processo desenvolvido pelas análises dos trabalhos feitos pelo professor e pelos alunos, finalizaremos com as considerações finais.

## 2. VÍDEOS INTERATIVOS E O CONHECIMENTO TECNOLÓGICO, PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO DE MATEMÁTICA – TPACK

Com a modernização dos meios de ensino e a busca frequente e acelerada pela atualização tecnológica de aparelhos celulares, computadores e suas ferramentas, o corpo docente das escolas e universidades têm tentado se atualizar no que diz respeito à integração de tecnologias digitais, para melhora no engajamento, no encurtamento da distância no linguajar e enriquecimento do aprendizado dos alunos. A temática abordada com a exemplificação, o incentivo à elaboração de vídeos de uma forma geral, nos leva ao conceito dessa tecnologia que pode ser definida da seguinte forma:

O vídeo como conteúdo de ensino, ou a videoaula, é mais uma forma de interatividade entre professor e aluno, evidenciando, por meio dos elementos visuais, as questões relacionadas ao conhecimento científico, pois há momentos em que se ressalta a importância do conteúdo e faz com que o aluno reflita sobre sua aplicação com base nas teorias em estudo (Rover *et al.*, 2015, p. 2)

Um dos recursos didáticos mais valiosos para ensinar na Educação a Distância é a videoaula, que pode associar, em um mesmo objeto didático, elementos visuais, sonoros, além de também outros materiais. Na forma interativa, possibilita que o estudante tome decisões diante dos desafios em sala. (Mogetti; Brod; Lopes, 2019).

Seu uso na matemática acarreta, por conseguinte a necessidade de aprendizado dos conceitos de saberes tecnológico, pedagógico e do conteúdo para ensinar seus métodos com tecnologias de formas eficientes.

Entre 2002 e 2008, a Sociedade Internacional para Tecnologia na Educação (ISTE2 – International Society for Technology in Education) lança diversos parâmetros com o objetivo de apoiar a evolução do uso efetivo de tecnologias apropriadas no ambiente escolar. Esses parâmetros visam a redirecionar o foco da integração de tecnologia no ensino: da integração definida por qual e quanta tecnologia é empregada para como e por que é usada; da tecnologia propriamente dita para preocupações com o conteúdo ensinado e práticas instrucionais efetivas com a tecnologia. (Palis, 2010, p.434).

Para melhor contextualização, a abordagem a seguir traz de forma mais detalhada a importância das inovações tecnológicas no âmbito educacional, sua

ligação com as atividades interativas e como os laços entre alunos e professores se estreitam com o dinamismo e a acessibilidade aos conteúdos programados.

## 2.1. VÍDEOS INTERATIVOS

Nos últimos anos, a tecnologia trouxe diversas facilidades e importantes inovações para o nosso dia a dia, no âmbito educacional as instituições têm passado por atualizações buscando manterem-se modernas, oferecer qualidade de ensino para todas as idades e uma diversidade imensa de conteúdos e disciplinas disponíveis para seus alunos. É importante ressaltar que os educadores têm o desafio de despertar novos motivos para aprendizagem e tornar esse percurso interessante, trabalhar esse interesse com recursos tecnológicos trazendo conteúdos relevantes, evidencia novas questões ligadas à motivação, habilidades e também maior interesse por parte dos licenciandos. (Moreira, 2006).

As inovações tecnológicas não significam inovações pedagógicas. Por meio de recursos considerados inovadores, reproduzem as mesmas atitudes, o mesmo paradigma educacional pelo qual fomos formados. Não basta trocar de metodologia, sem antes reformular a sua própria prática, porque senão estaremos repetindo os mesmos erros. (Correa, 2002, p.44).

O processo de aprendizagem interativa é muito mais significativo quando os estudantes podem trabalhar explorando sua criatividade, podendo entender e perceber novas e diferentes visões de mundo ao final de cada trabalho realizado, ampliando assim, seu conhecimento.

De acordo com o blog Provi de educação, a aprendizagem interativa é um processo que visa uma troca e também interação dinâmica entre os professores e os alunos, esse tipo de interação não só engaja os estudos como também motiva os envolvidos a adquirir conhecimentos de forma ativamente participativa. O fato de os métodos de aprendizagem terem mudado, tornou a interatividade uma forma mais adequada e com resultados eficazes para a abordagem de diversos assuntos. (Provi, 2021).

De acordo com Marco Silva:

A disposição interativa permite ao usuário ser ator e autor, fazendo da comunicação não apenas o trabalho da emissão, mas co-criação da própria mensagem e da comunicação. Permite a participação entendida como troca de ações, controle sobre acontecimentos e modificação de conteúdos. O usuário pode ouvir, ver, ler, gravar, voltar, ir adiante, selecionar, tratar e enviar qualquer tipo de mensagem para qualquer lugar. Em suma, a interatividade permite ultrapassar a condição de espectador passivo para a condição de sujeito operativo. (Silva, 2001, p. 42).

O empresário Bill Gates cita em seu livro “A Estrada do Futuro” de 1995 a importância das redes no processo educacional, dizendo que através delas é possível a interatividade de alunos e professores, levando acessibilidade e ampliação das opções de métodos educacionais.

É no intercurso de situações argumentativas que as interações entre os alunos, alunos e professor e alunos e materiais didáticos são favorecidas. Nessas múltiplas interações os alunos têm a oportunidade de emitirem e testarem hipóteses, avaliarem e construir explicações e entendimentos sobre diferentes fenômenos que são debatidos durante investigações desencadeadas por situações-problemas a serem solucionadas. (Ferraz; Sasseron, 2017, p. 2).

O vídeo combina a comunicação sensorial-cinética, com a audiovisual, a intuição com a lógica, a emoção com a razão. Combina, mas começa pelo sensorial, pelo emocional e pelo intuitivo, para atingir posteriormente o racional. (Moran, 1993, p.2).

E assim foi possível a percepção de que o trabalho educativo com os vídeos para graduandos da disciplina de primeiro período se tornou viável diante dos nossos contatos, conversas, avaliações e feedbacks acerca de seus próprios trabalhos, desenvolvidos a partir das aulas e sob a minha tutela, pois esses processos acabam adquirindo novos significados como a cooperação e o respeito mútuo entre professores e alunos.

Para realizar a análise dos conhecimentos mobilizados pelos estudantes do curso de graduação em Matemática no processo de produção de vídeos interativos elaboraremos o estudo a seguir sobre TPACK.



## 2.2. TPACK OU CONHECIMENTO TECNOLÓGICO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO

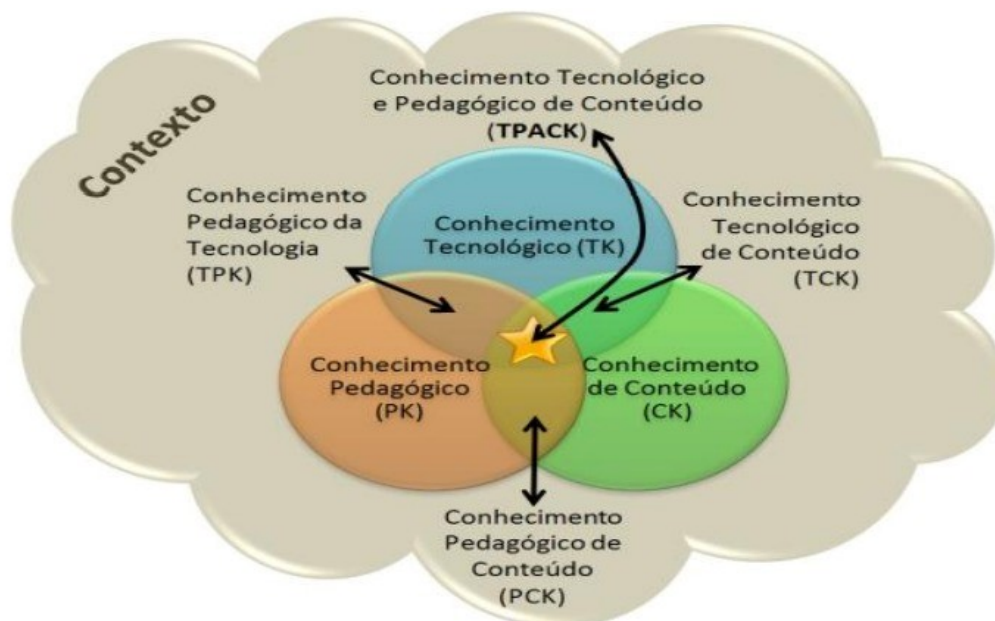
O modelo TPACK Technological Pedagogical Content Knowledge ou Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo surgiu em 2006 e tem como principal foco o desenvolvimento profissional do docente, utilizando técnicas pedagógicas juntamente a processos tecnológicos com o intuito de ensinar conteúdo. (Andrade; Alencar; Coutinho, 2019).

Lee Shulman (1986) realizou estudos sobre os conhecimentos profissionais dos professores, procurou compreender o desenvolvimento do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. Com o desenvolvimento das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação foram realizadas outras investigações desta natureza. Estes estudos levaram ao desenvolvimento da teoria do Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo.

A partir da análise de Roldão (2007) os estudos de Shulman entre os anos de 1986 e 1987 evidenciam a preocupação em objetivar um modelo que possa explicar e descrever componentes da base docente, evidenciando formas de como o professor modifica sua forma de representar os conteúdos de ensino expostos, em outro raciocínio. Pela influência de Donald Schön em 1987, é de suma importância que o conhecimento profissional seja o centro enquanto que a elaboração reflexiva venha a partir do mesmo em ação. (Roldão, 2007).

O modelo de TPACK desenvolvido por Koehler e Mishra (2008) utilizou como origem a concepção da Base de Conhecimento de Shulman (1986, 1987), especificamente do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, concepção na qual foi explicitamente integrado o componente de Conhecimento Tecnológico. O termo TPACK é comumente representado por meio de um diagrama de Venn, ou seja, com três círculos parcialmente sobrepostos, cada qual representando uma forma distinta de conhecimento dos professores, conforme apresentado na figura abaixo:

Figura 1: Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (TPACK)



Fonte: Cibotto e Oliveira (2013), pág. 13. Adaptado de Koehler e Mishra (2008)

Em 2006 Koehler e Mirshra somaram o Conhecimento Tecnológico ao PCK (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo) “conhecimento resultante da transformação de conhecimentos base do ensino que pode associar-se ao desenvolvimento profissional do professor” (Trujillo, 2017), dando origem assim ao TPACK, onde propuseram a interação entre tecnologia, pedagogia e conteúdo, que resulta em novas ferramentas para representações diversas dentre temas específicos.

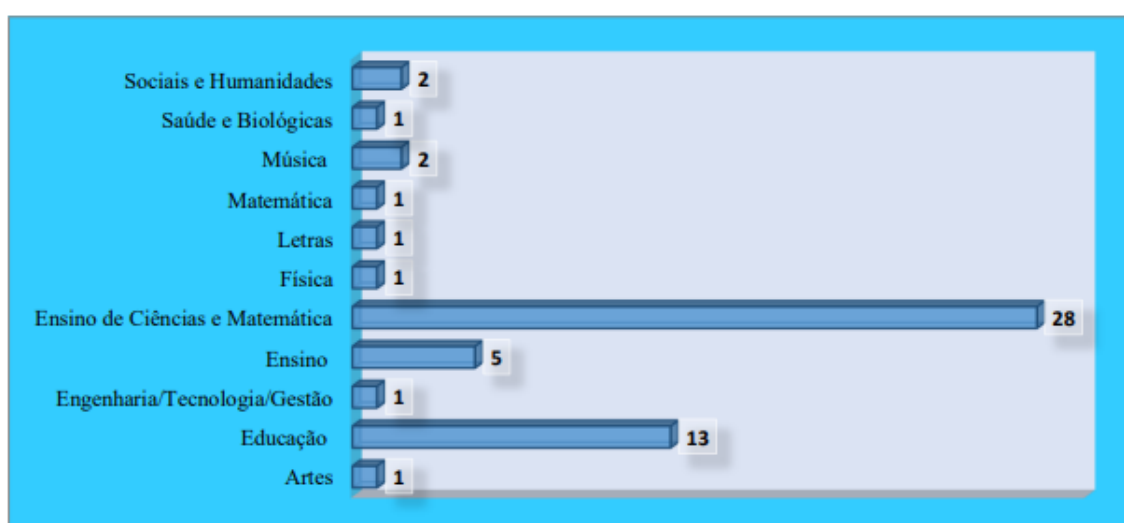
TPACK é a base de um bom ensino com tecnologia e requer uma compreensão da representação dos conceitos que usam tecnologias, técnicas pedagógicas que utilizam as tecnologias de forma construtiva para ensinar o conteúdo, conhecimento do que faz conceitos difíceis ou fáceis de aprender e como a tecnologia pode ajudar a corrigir alguns dos problemas que os alunos enfrentam; conhecimento do conhecimento prévio dos alunos e das teorias da epistemologia, e conhecimento de como as tecnologias podem ser usadas para construir sobre os conhecimentos existentes e desenvolver novas epistemologias ou reforçar as antigas (Mishra; Koehler, 2006, p. 1029).

A partir de teses e dissertações realizadas entre 2014 e 2018, o CTD (Catálogo de Teses e Dissertações) da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) buscou a palavra TPACK e disponibilizou um levantamento de no total 56 títulos onde é evidente o aumento na produção científica abrangendo essa temática. Se dividirmos as pesquisas por áreas de conhecimento o ensino de Ciências

e Matemática concentra o maior número das pesquisas envolvendo esse assunto, conforme mostra a Figura 2. (Roza, 2019).

Ressaltando a importância do TPACK na formação inicial dos professores, podemos destacar que dentre as principais contribuições para o desenvolvimento didático, temos a inter-relação com os estudantes traçando um paralelo com a teoria e a prática, alinhadas com boa infraestrutura tecnológica para a elaboração de conteúdo. (Roza, 2019).

Figura 2: Estudos com TPACK por áreas do conhecimento/avaliação (2014-2018)



Fonte: Roza (2019), pág. 110

Assumindo que ensinar é, ao mesmo tempo, uma arte e uma ciência e que a natureza do processo de ensino e aprendizagem é complexa e multifacetada, diversos autores procuraram operacionalizar os requisitos que caracterizam essa forma de conhecimento intrínseca à profissão docente. (Lima, 2020).

A proposta do quadro teórico TPACK é desenvolver uma efetiva interação entre a tecnologia, conhecimento específico e processos de ensino e aprendizagem, com o objetivo de educadores e pesquisadores prepararem professores para que de fato utilizem de forma consciente a tecnologia, de acordo com a especificidade dos contextos educacionais. (Lima, 2020).

Partindo do pressuposto que a Matemática juntamente com o ensino de Ciências foram as disciplinas que mais cresceram quanto à utilização de tecnologias interativas, o modelo TPACK se mostra cada vez mais evidente e necessário para tornar possível a implementação de tecnologias facilitadoras no ambiente

educacional, influenciando a procura por aperfeiçoamento quanto ao aprendizado dos novos conteúdos. A seguir a designação dos outros conceitos complementares ao TPACK, os conhecimentos TPK, TCK e PCK.

### 2.2.1. TPK OU CONHECIMENTO PEDAGÓGICO TECNOLÓGICO

O Conhecimento Pedagógico da Tecnologia é designado como a forma coerente do professor definir qual a tecnologia pode ser empregada para melhor aprendizagem, para Mishra e Koehler:

Conhecimento Pedagógico da Tecnologia (TPK) é o conhecimento da existência de diversos componentes e recursos tecnológicos e, como eles podem ser utilizados no cenário de ensino e aprendizagem, e vice-versa, sabendo como o ensino pode mudar como resultado do uso de tecnologias específicas. Isto pode incluir um conhecimento de uma gama de ferramentas existentes para uma determinada tarefa, a capacidade de escolher a ferramenta com base na sua finalidade, estratégias para o uso de affordances da ferramenta e, conhecimento de estratégias pedagógicas e a capacidade de aplicar tais estratégias para o uso de tecnologias. Isso inclui o conhecimento de ferramentas para manutenção de registros de classe, participação e classificação e conhecimento genérico de ideias baseadas em tecnologia, como WebQuests, fóruns de discussão e salas de bate-papo (Mishra; Koehler, 2006, p. 1028).

“O TPK representa a compreensão das possibilidades e limitações da tecnologia de forma que o professor seja capaz de tomar decisões fundamentadas sobre o momento certo para utilizá-la.” (Draeger, 2021).

No trabalho efetuado pelos licenciandos foi possível observar que o TPK foi o tipo de conhecimento mais difícil de se mobilizar, pois apesar de a maioria destes estarem familiarizados com ferramentas tecnológicas, aplicar esse conhecimento de forma pedagógica não é tão óbvio. Foi necessário muita intervenção e opiniões para ajudá-los na confecção dos vídeos interativos.

### 2.2.2. TCK OU CONHECIMENTO TECNOLÓGICO DO CONTEÚDO

O TCK de acordo com Mishra e Koehler (2006) analisa as melhores formas de empregar as tecnologias digitais no processo de aprendizagem e relaciona o conteúdo

didático-metodológico, facilitando a construção do conhecimento do aluno de modo que seja possível identificar aspectos positivos ou negativos adequando o conteúdo que se quer ensinar.

No entanto, muitas vezes, conteúdo e tecnologia são considerados separadamente no planejamento de ensino e desta forma, o conteúdo é desenvolvido por especialistas de cada área de conhecimento das disciplinas, enquanto os tecnólogos desenvolvem as ferramentas tecnológicas para o ensino do conteúdo curricular, bem como as estratégias de integração da tecnologia ao ensino. É papel do professor a compreensão de quais são as tecnologias mais adequadas ao ensino de cada assunto e quais conteúdos são propícios a serem ensinados com tecnologias digitais ou não. (Cibotto; Oliveira, 2013, p. 7).

Quanto ao TCK, a busca por aplicativos e sites para facilitar a fabricação dos vídeos interativos, rendeu muitas avaliações positivas quanto aos programas que poderiam ser utilizados, de modo geral a proposta rendeu resultados bem satisfatórios.

### 2.2.3. PCK OU CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO

O saber pedagógico do conteúdo vem do inglês Pedagogical Content Knowledge (PCK), é caracterizado em como o professor desenvolve a sua própria forma de conhecimento, esse saber auxilia estratégias que facilitam a compreensão e eventual eficácia dos métodos desenvolvidos individualmente. Mesmo que os alunos da disciplina não apresentem grande experiência didática em sala de aula pelo fato de ainda terem pouco tempo de curso, expor essa estratégia traz um novo olhar aos licenciandos, pois exercita a necessidade de conhecimento do conteúdo prático, reflexivo e também cooperativo para a sua metodologia de ensino. (Silva; Martins; 2019).

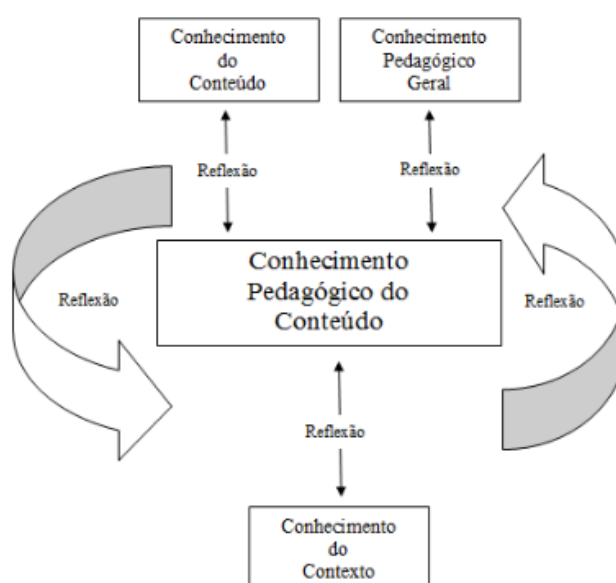
A primeira definição de PCK data de trabalhos realizados por Shulman por volta de 1987 que desde então é transcrita como a transformação de conhecimento da base de ensino, pois agrega o exercício do conhecimento, todo o contexto aplicado e também o pedagógico no geral. (Silva; Martins; 2019).

E para racionalizar o contexto de saber do conteúdo, entende-se que é caracterizado por:

O conteúdo é o conjunto de valores, conhecimentos, habilidades e atitudes que o professor deve ensinar para garantir o desenvolvimento e a socialização do estudante. Pode ser classificado como conceitual (que envolve a abordagem de conceitos, fatos e princípios), procedimental (saber fazer) e atitudinal (saber ser). (Vichessi, 2008, p.1).

Assim todo Conhecimento Pedagógico do Conteúdo é circundado por conceitos que diante de reflexões, levam ao Conhecimento do Conteúdo, ao Conhecimento Pedagógico Geral e ao Conhecimento do Contexto, como ilustrado na figura abaixo.

Figura 3: Transformação do PCK



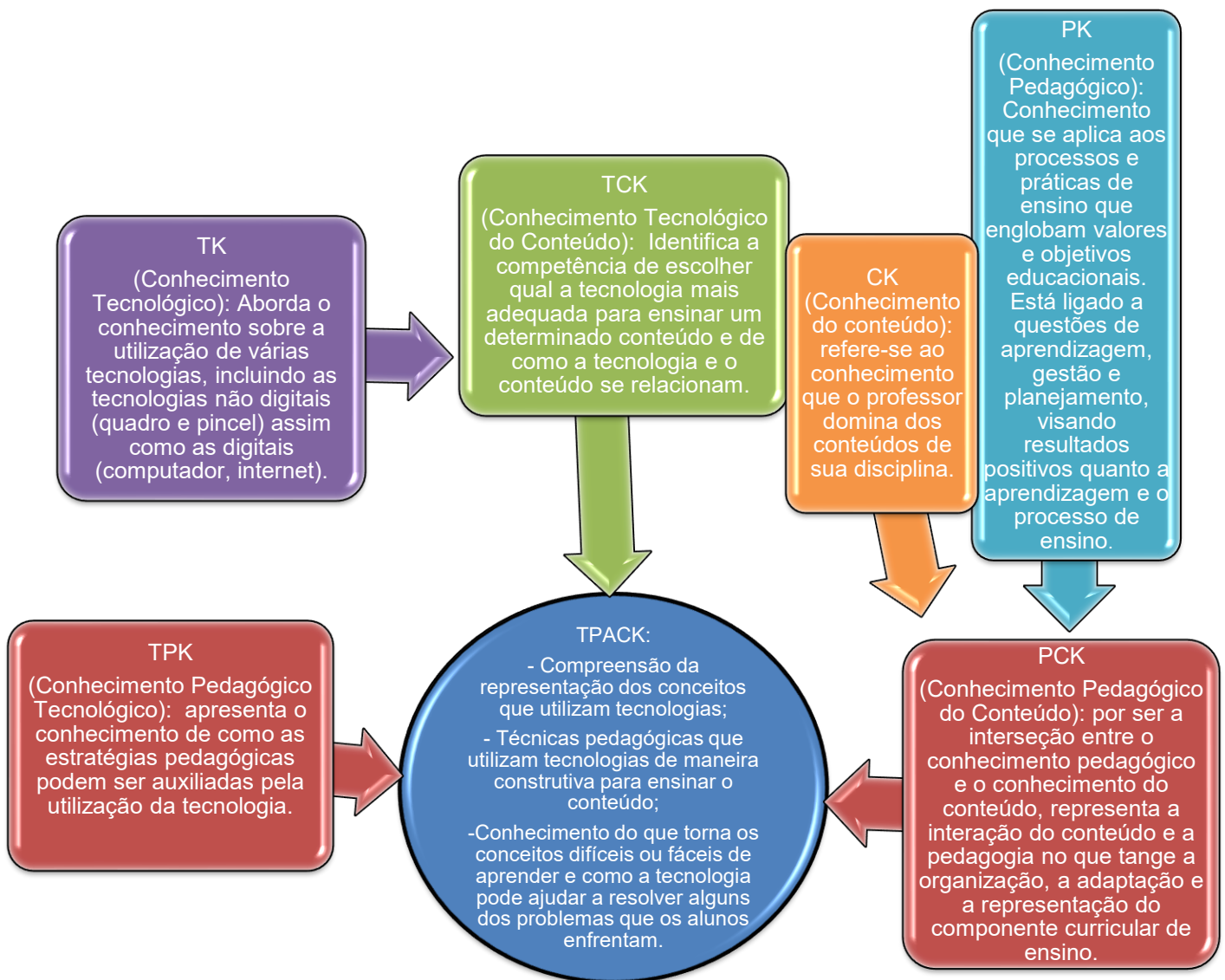
Fonte: Silva (2019), pág. 67

O PCK ou conhecimento pedagógico do conteúdo dá-se pela interseção e interação da pedagogia com o conhecimento do conteúdo, para ensinar algo de uma área específica é necessário perceber as formas mais úteis de representação de ideias, analogias, a maneira mais adequada de ilustrar e avaliar o aprendizado e os tópicos regularmente ensinados sobre um determinado assunto. (Cibotto; Oliveira. 2013).

A ideia de conhecimento pedagógico do conteúdo é consistente e semelhante com a ideia de conhecimento pedagógico de Shulman que é aplicável ao ensino de conteúdos específicos. Este conhecimento inclui saber quais abordagens de ensino se adequam ao conteúdo, e da mesma forma, sabendo como elementos do conteúdo podem ser organizados para um melhor ensino (Mishra; Koehler, 2006, p. 1027).

A partir do entendimento de todos os campos que resultam no TPACK, a seguir temos a ilustração das principais características da tríade: pedagogia, conteúdo e tecnologia já citados anteriormente para melhor esclarecimento do tema em questão.

Figura 4: TPACK: Mapa Conceitual dos conteúdos que constituem o TPACK



Fonte: Adaptado de Andrade; Alecar; Coutinho (2019)

Nesta pesquisa procuramos organizar uma narrativa onde pudemos observar o processo de socialização e produção de conhecimentos sobre vídeos interativos de Matemática no início do curso de graduação em Matemática. O texto de análise foi organizado nas seguintes partes: Trabalho Formativo com Vídeos Interativos; Elaboração dos planos de aulas e O processo de produção dos vídeos interativos de Matemática.

Diante do exposto, partindo de cada designação deduzimos que toda e qualquer forma de conhecimento se volta ao TPACK, seja ele Pedagógico, Tecnológico ou do Conteúdo.



### 3. PROCESSO FORMATIVO COM VÍDEOS INTERATIVOS

Para o processo de análise das informações produzidas no trabalho educativo sobre produção de vídeos interativos em uma disciplina do primeiro semestre do curso de graduação em matemática elaboramos a seguinte pergunta: Quais foram os conhecimentos mobilizados na produção de vídeos interativos pelos estudantes ingressantes no curso de graduação em Matemática?

Utilizamos como referencial teórico o Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo (TPACK) e analisamos o processo de apresentação dos meios para execução dos vídeos, as sugestões quanto aos programas utilizados, como operá-los, entendendo a importância do acompanhamento do feito de cada grupo envolvido e como esse método impacta nas aulas que serão ministradas.

Nosso trabalho de pesquisa tem início no dia 02 de setembro de 2021, no ambiente de aprendizagem online em uma disciplina do primeiro semestre do curso de graduação em Matemática. Esta disciplina tem como objetivo “implementar métodos de estudos da Matemática na Universidade, através de diferentes estratégias de intervenção que visam contribuir com o aprendizado e a permanência do estudante”. (Universidade Federal de Uberlândia, 2018, p.1).

Neste primeiro encontro online com sete estudantes de graduação refletimos coletivamente sobre a presença da Matemática no cotidiano deles. Neste primeiro contato foi possível evidenciar a diferença entre o saber do conteúdo e o saber pedagógico do conteúdo, visto que eles conhecem esta ciência e seus temas, mas têm dificuldade de exteriorizar suas formas, de trazer isso para o cotidiano de maneira simples e eficaz.

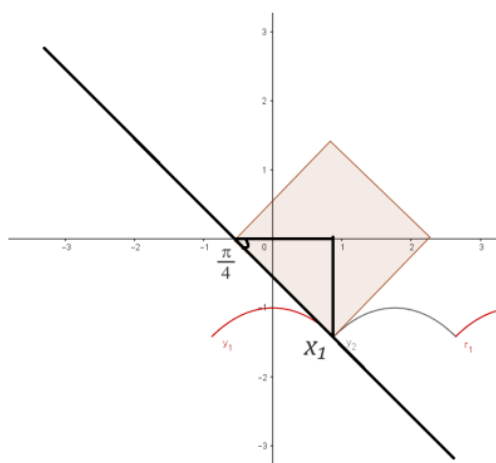
A partir de então, os alunos começaram a participar e opinar sobre questões que abordamos, discutimos sobre a diferença de valor entre “o que é elementar e o que é superior” e concluímos que não há diferença de valores, pois são partes que se fundem e se articulam compondo, com a mesma importância, a Matemática como ciência. Então foi possível evidenciar que nenhum dos assuntos escolhidos para a elaboração dos vídeos seria menos importante, pois a real intenção é facilitar a forma de ensinar, transformando a aula em uma referência de aprendizado.

Diante dessas reflexões começamos as explicações quanto ao trabalho prático, como primeira referência para execução dos vídeos, conhecemos o programa Edpuzzle, onde toda a produção interativa seria feita. Os futuros professores foram orientados quanto as suas inscrições, com as contas de seus e-mails para uso do programa e as escolhas dos idiomas, a partir do momento que todos estavam devidamente inscritos, foram inseridos na sala designada para as nossas aulas, denominada Matemática, onde os alunos foram direcionados ao primeiro vídeo interativo com o título de Seminário de Matemática Elementar.

Neste vídeo falo de maneira divertida sobre diferentes formatos de rodas, pois apesar de estarmos acostumados ao formato circular, existem outros tipos de rodas como triangular, quadrada, pentagonal dentre outros. Além disso para cada tipo destas rodas, existe uma estrada perfeita onde esta roda se locomove sem solavancos ou deslize.

A partir de vários estudos e de resoluções analíticas, pude mostrar o desenvolvimento da equação que torna possível a movimentação em uma trajetória constituída por arcos de catenária invertida de uma bicicleta de rodas quadradas. Inclusive a professora que cedeu o espaço para a aula, a título de curiosidade exemplificou que no Museu da Matemática da cidade de Nova Iorque existe a pista de arcos e a bicicleta de rodas quadradas para provar que a teoria realmente funciona.

Figura 5: Roda quadrada rolando sobre estrada constituída por arcos de catenária invertida



Fonte: Autor

A partir desse estudo temos a seguinte equação:<sup>1</sup>

$$x_1 = \ln\left(\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) + 1}{\operatorname{cos}\left(\frac{\pi}{4}\right)}\right) = \ln\left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + 1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right) = \ln(1 + \sqrt{2})$$

Assim o primeiro arco da estrada  $y_1(x) = -\operatorname{cosh}(x)$  tem extremo em  $x_1 = \ln(1 + \sqrt{2})$ . Prosseguindo, precisamos encontrar a equação da estrada para os arcos subsequentes. É simples, agora basta transladarmos a equação inicial em  $2 \ln(1 + \sqrt{2})$  pois o próximo arco se inicia em  $\ln(1 + \sqrt{2})$  e se estende até  $3 \ln(1 + \sqrt{2})$ . Portanto o próximo arco tem equação  $y_2(x) = -\operatorname{cosh}(x - 2 \ln(1 + \sqrt{2}))$ . Os próximos arcos são construídos de forma análoga.

Figuras 6 e 7: Ilustrações da movimentação da roda quadrada sobre a superfície em arcos



Fonte: Real Physics Live (2017)

Vale ressaltar que a escolha em trabalhar com este tema veio por influência da iniciação científica feita em Portugal durante o PLI onde me apaixonei por modelagem de rodas e estradas.

<sup>1</sup> FREITAS, Fernando Augusto. Rodas Exóticas. 2018. 35 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018.

Nesse vídeo produzido por mim os alunos já tiveram o primeiro contato com interações, pois ao exemplificar com o auxílio de curtas e memes do YouTube, foram inseridas perguntas interativas sobre os conteúdos mencionados na aula. Assim ao final, foi mostrado a partir das respostas feitas pelos próprios alunos, quantas pessoas concluíram, o tempo de execução, a quanto tempo foi realizado, a quantidade de acertos ou erros, a porcentagem de evolução no andamento da atividade entre outras questões.

Fora mostrado outros vídeos na comunidade EdPuzzle para que se familiarizassem com temáticas que utilizam a interatividade. Aprenderam a fazer o envio dos vídeos para o Edpuzzle e como editar de acordo com o conteúdo programado para a aula, como inserir perguntas, criar as alternativas e quais aspectos tecnológicos utilizar, além de como estimular a curiosidade sobre o tema escolhido para melhor envolvimento da aula.

Foram abordados outros aspectos importantes para a execução dos seus trabalhos como a importância da iluminação, da preparação do som, a preocupação com o cenário, as trilhas sonoras, essas questões tornam os vídeos ainda mais atrativos e dinâmicos. Trocamos algumas sugestões de programas que poderiam auxiliá-los na edição dos vídeos como o DaVinci Resolve, Open Shot, Sony Vegas e outros. Os licenciandos foram orientados quanto a elaboração do roteiro, que aborda o tempo estimado de cada atividade, o que ajuda muito no andamento e na organização de cada processo.

A partir daí traçamos estratégias para discussão dos temas escolhidos pelos alunos, auxiliei separadamente e em grupo sempre que necessário à cada pergunta e dúvida, avaliei juntamente com a professora da disciplina cada vídeo realizado, de acordo com o desenvolvimento e resultados alcançados pelos participantes.

### 3.1. CONHECIMENTO SOBRE TECNOLOGIAS DIGITAIS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO

A seguir apresentaremos as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação utilizadas no processo de elaboração dos vídeos interativos. Desde o

início do projeto até a conclusão dos trabalhos feitos pelos próprios alunos, tivemos auxílio de alguns programas para a produção dos vídeos, como todos foram importantes como fontes de pesquisa, feitiço e elaboração das aulas, segue abaixo as principais ferramentas utilizadas, seu breve histórico e função como um todo.

O YouTube de acordo com o colunista Kleina (2017), é a maior plataforma de vídeos no mundo, seu início data de 14 de fevereiro de 2005, criada por Steve Chen, Chad Hurley e Jawed Karim, todos programadores formados na universidade de Illinois nos Estados Unidos, e mesmo que de forma simples sem muitas ferramentas ou grande capacidade de armazenamento teve em seu primeiro vídeo patrocinado, a marca de esportes Nike, com um clipe do jogador brasileiro Ronaldinho Gaúcho.

Em 2006 a página já era um dos sites de maior crescimento na internet, e foi vendido para o Google por 1,65 bilhão de dólares. Fato curioso é que desde então a equipe original foi mantida e opera até os dias de hoje de forma independente.

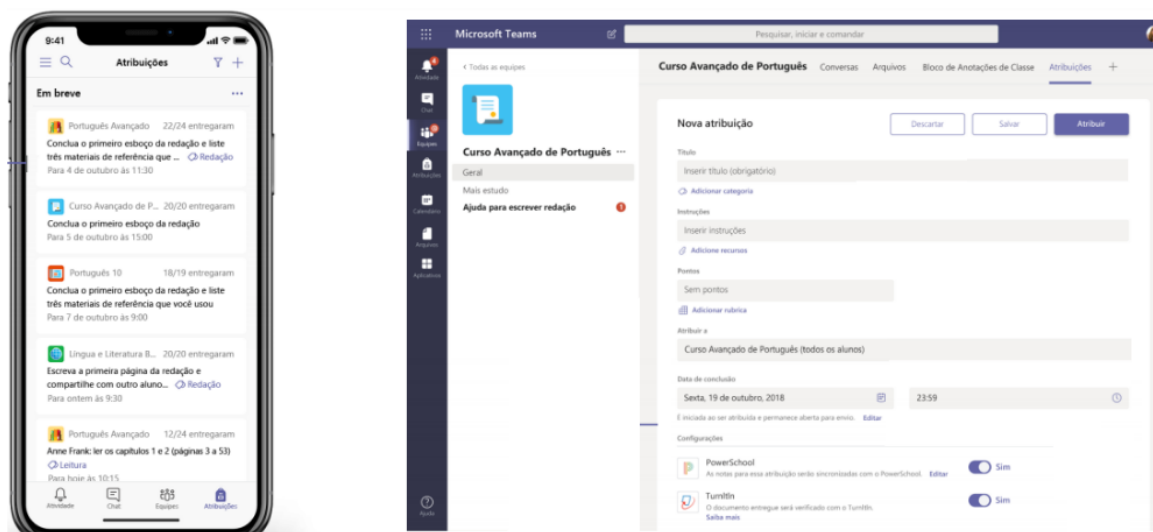
Hoje a plataforma se mantém de forma consolidada e paga os criadores de conteúdo que mais se destacam, mantendo mais de um bilhão de usuários, sendo que mais da metade das visualizações é contabilizada de dispositivos móveis. O site foi utilizado como fonte de pesquisa e fornecedor de alguns vídeos utilizados para confecção das aulas.

O processo de obtenção de parte das informações desta investigação se deu através da plataforma Teams, onde foi feita a minha apresentação e a observação participante das aulas online.

A plataforma Microsoft Teams é um ambiente de colaboração onde é possível a unificação de alunos, professores e do time de gestão de unidades de ensino em um só lugar, além de ensejar diversas ações como: aulas ao vivo, chats interativos, upload e gravação de vídeos, separação, edição e organização de documentos simultâneos distribuídos por turmas e disciplinas. (Microsoft News Center Brasil, 2020).

Vale destacar que a plataforma possui uma parceria com a universidade disponibilizando todo acesso para o corpo docente e discente sendo assim um grande facilitador em vários cenários no decorrer da vida acadêmica.

Figura 8: Plataformas Mobile e via computador



Fonte: <https://news.microsoft.com/pt-br/tutorial-como-utilizar-o-microsoft-teams-no-ambiente-escolar/>.

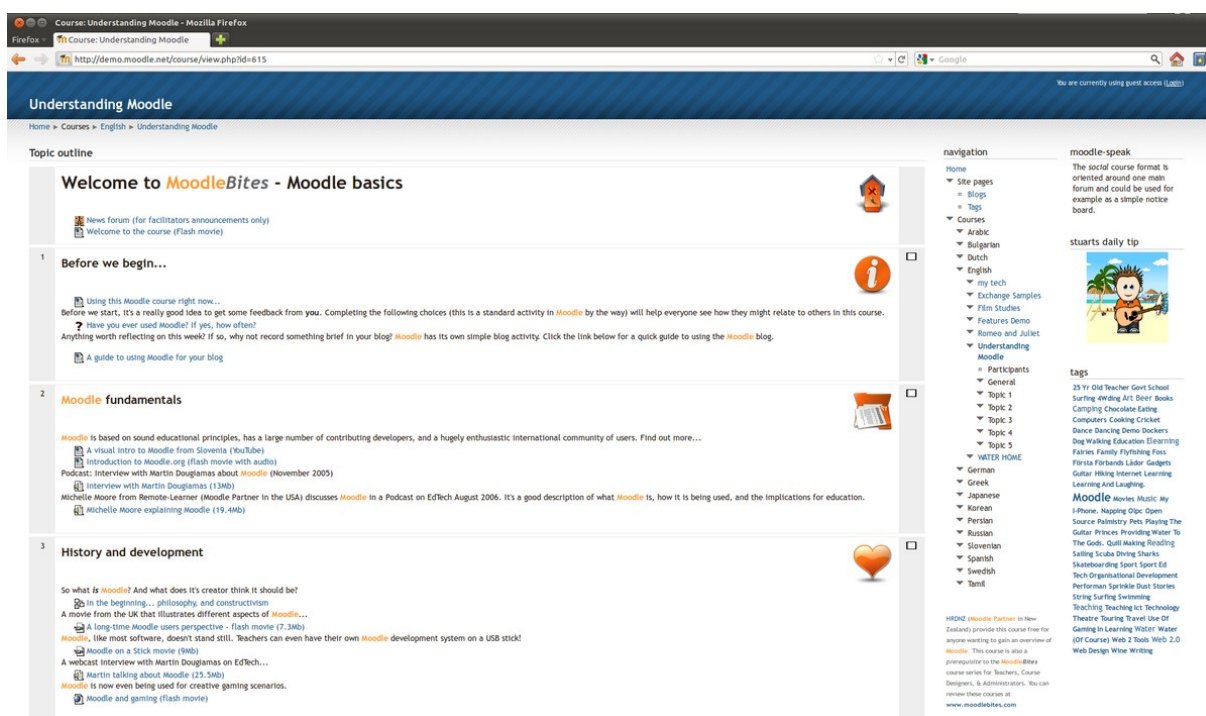
11 de janeiro de 2023

Para a análise das produções dos estudantes, juntamente com os *feedbacks* e a autoavaliação de cada processo de elaboração dos vídeos, foi utilizado o Moodle como Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA).

O Moodle é uma plataforma LMS formada por um time de educadores, desenvolvedores, administradores, treinadores e alunos que trabalham em prol da construção da maior plataforma de aprendizado online, através dela é possível o compartilhamento de recursos educacionais, debate de ideias, correção de erros, *upgrade* nas documentações, entre diversas outras funções. Foi criado em 2001, pelo cientista computacional e educador Martin Dougiamas com o intuito de criar comunidades online para o desenvolvimento da aprendizagem colaborativa possibilitando a interação de forma simplificada entre estudante e professor. (Moodle, 2023).

A plataforma também é utilizada pela universidade e foi de suma importância para o complemento das informações contidas nesta dissertação. Nela obtemos os planos de aula, os links de acesso dos vídeos produzidos, demos e recebemos avaliações de todo o processo de construção das aulas e produzimos vários questionários.

Figura 9: Interface da Plataforma Moodle



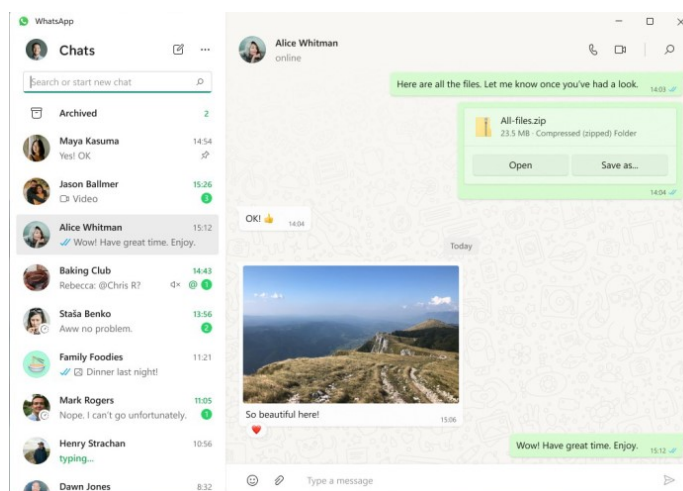
Fonte: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Moodle#/media/Fic heiro:Moodle\\_2.0\\_on\\_Firefox\\_4.0.png](https://pt.wikipedia.org/wiki/Moodle#/media/Fic_heiro:Moodle_2.0_on_Firefox_4.0.png) 11 Janeiro de 2023

Para o contato direto entre os alunos foi criado um grupo da turma no WhatsApp onde os próprios socializavam dúvidas e dicas para a edição dos vídeos. O mesmo aplicativo também foi utilizado em diálogos entre professor e participantes da pesquisa.

O WhatsApp é um aplicativo de comunicação instantânea disponível para celulares. O *app* foi criado em 2009, nos Estados Unidos, por Brian Acton e Jan Koum, com objetivo de oferecer uma alternativa às mensagens via SMS. A praticidade de permitir a troca de mensagens de texto pela internet sem tarifas fez com que o WhatsApp rapidamente se popularizasse, principalmente em países com economias mais frágeis.

O WhatsApp tem como filosofia a criptografia de ponta a ponta, que impede, ou ao menos dificulta, a interceptação de mensagens. Desta forma, nem mesmo a empresa tem acesso ao conteúdo que circula pela plataforma.

Figura 10: Interface do aplicativo via computador



Fonte: <https://www.bitmag.com.br/nao-precisa-depender-do-celular-whatsapp-ganha-aplicativo-independente-no-windows/02/> fevereiro de 2023

O período de pandemia do Covid 19 nos levou à busca de um rápido rearranjo das atividades didáticas, as aulas passaram a ser dadas de forma online, e todas essas ferramentas citadas acima foram e continuam sendo de grande valia para o desenvolvimento e aprendizado dos licenciandos.

A organização e o desenvolvimento da disciplina possibilitaram aos estudantes o contato e aprendizado de algumas Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação relacionadas ao processo de ensinar e aprender Matemática. Assim observamos o desenvolvimento do Conhecimento Tecnológico (TK) no início do curso de graduação.

O conhecimento tecnológico (TK), está relacionado com a maneira de pensar e trabalhar com tecnologias. Este conhecimento abrange a compreensão da tecnologia de modo ampliado para ser aplicado no dia a dia, e perceber quando esta pode auxiliar ou ser um constrangimento a realização de um dado objetivo, sendo capaz de se encaixar continuamente frente às mudanças exigidas (Cibotto; Oliveira, 2013; Koehler; Mishra, 2008).

Alguns estudantes tiveram facilidade no aprendizado do conhecimento tecnológico enquanto outros apresentaram dificuldades distintas, que foram sendo



superadas ao longo do semestre letivo com o apoio da professora, ou dos outros estudantes ou do pesquisador.

Os grupos que nunca fizeram uso de ferramentas digitais se descobriram a partir do planejamento das aulas, toda a situação deixou claro que a comunicação entre professores e alunos era possível e aconteceria de forma interativa e moderna se tornando um método de ensino, avaliação e perpetuação do conhecimento.

Fora ministrado aulas e reforços à cada atividade efetuada, da apresentação do tema, passando pela elaboração do plano de aula, execução da prévia e aula final. Em todas as etapas dividimos informações e conhecimento, dessa forma foi possível perceber a importância da comunicação em todos os âmbitos. Como todos fomos pegos de surpresa com a situação de pandemia o desenvolvimento desse projeto abriu oportunidades para o aprendizado de várias ferramentas digitais e de como usar a tecnologia em prol de uma boa aula.

### 3.2. CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DA MATEMÁTICA

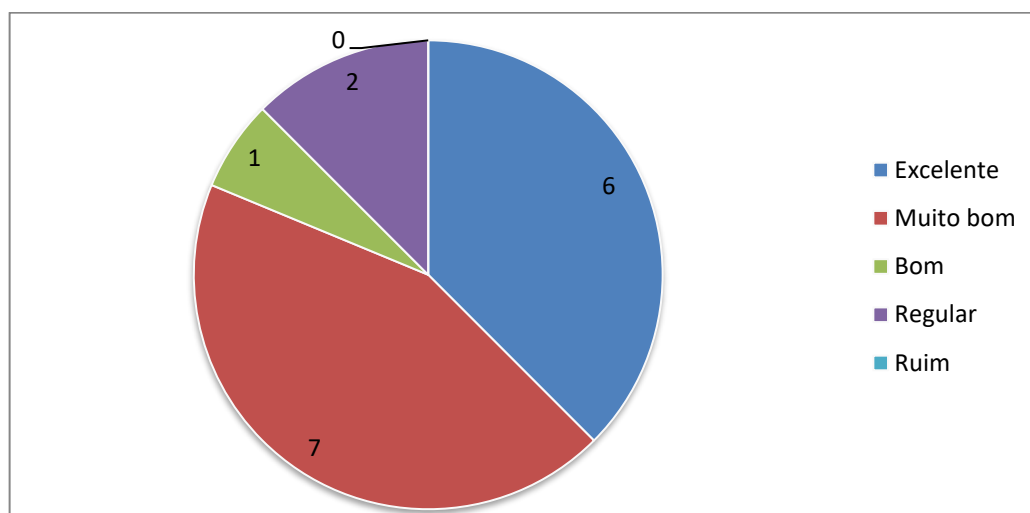
Duarte, Oliveira e Pinto (2010), ao discutirem a questão da falta de articulação entre os conhecimentos matemáticos e os conhecimentos pedagógicos na formação de professores argumentam que muitas vezes isto ocorre devida a uma cultura profissional que supervaloriza o conhecimento dos conteúdos matemáticos e secundariza sua dimensão pedagógica.

Na realidade brasileira, embora ainda de uma forma um tanto “tímida”, é a partir da década de 1990 que se buscam novos enfoques e paradigmas para compreender a prática pedagógica e os saberes pedagógicos e epistemológicos relativos ao conteúdo escolar a ser ensinado/aprendido. (Nunes, 2001, p.28).

Ao longo das últimas décadas estão sendo desenvolvidas pesquisas que procuram compreender e implementar práticas educativas sobre os conhecimentos pedagógicos de Matemática na formação inicial e continuada de professores. Os estudos de Shulman (1987) sobre o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) dos professores contribuíram muito nesta direção.

Ao analisarmos a proposta educativa dos planos de aulas produzidos pelos participantes da pesquisa observamos que foi trabalhado o Conhecimento Pedagógico da Matemática. Os planos de aula elaborados e disponibilizados no Ambiente Virtual de Aprendizagem da disciplina de graduação tinham por objetivo organizar o roteiro da produção dos vídeos interativos. Os estudantes foram orientados a desenvolver o planejamento de um vídeo com duração de 20 a 30 minutos, ou duas videoaulas de até 15 minutos cada, onde foi solicitado o trabalho educativo de um conteúdo específico de matemática.

Gráfico 1: Autoanálise do planejamento da videoaula



Fonte: Autor (2022)

Este primeiro gráfico mostra o quanto os alunos se mostraram satisfeitos com os seus roteiros e planejamento para execução dos vídeos, essa é uma etapa de suma importância para todo o processo. De acordo com o professor Nélio Parra (1972), planejar consiste em prever e decidir sobre: o que pretendemos realizar, o que vamos fazer, como vamos fazer e o que e como devemos analisar a situação a fim de verificar se o que pretendemos foi atingido.

Para a investigação do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) dos planos de aula apresentados analisaremos os seguintes aspectos da abordagem pedagógica proposta: escolha da temática, o nível de ensino selecionado, objetivos propostos e a distribuição do tempo para cada conteúdo.

### 3.2.1. ESCOLHA DA TEMÁTICA E NÍVEL DE ENSINO

A tabela a seguir apresenta o título escolhido, o tempo de duração e o público-alvo abordado para a produção das videoaulas interativas. Como a seleção dos temas ficou sob decisão dos futuros professores cada um escolheu o público e o tópico que os deixavam mais à vontade, além disso alguns alunos fizeram grupos.

Tabela 1: Divisão entre grupos, títulos, duração e público-alvo

Grupo	Título da Videoaula	Duração	Público-alvo
A	Matrizes e suas aplicações	26 min	Ensino médio
B	Probabilidade condicional	13min	2º ano ensino médio
C	Equação e função do segundo grau	8 min	Ensino Médio
D	A Sequência de Fibonacci	16:44	Ensino fundamental e médio
E	Análise combinatória (em Aula 1 - Introdução e Aula 2 - Permutação)	Aula 1: 9:10 Aula 2: 10:40	Ensino médio
F	O "Cantor" do Infinito	20:33	Ensino Superior
G	Distância entre dois pontos	Aula 1: 10 min Aula 2: 15 min	Ensino médio
H	O "Cantor" do Infinito	20 min	Jovens e adultos
I	Matrizes e suas definições	12 min	2º ano do Ensino Médio
J	Área e Perímetro do retângulo, quadrado e losango	20 min	7º ano fundamental
K	Problemas de Otimização	30 min	Ensino Superior
L	Seno, Cosseno e Tangente no Círculo Trigonométrico	32 min	Ensino Fundamental/ Médio

M	Matrizes e suas definições	Dois vídeos +/- 10min cada	Segundo ano do Ensino Médio.
N	O "Cantor" do Infinito	20:33	Ensino Superior
O	A matemática está em tudo	15 min	Qualquer pessoa
P	A Matemática na Astronomia.	30 min	Ensino Fundamental.

Fonte: Autor (2022)

A tabela 2 mostra o resumo dos temas que foram trabalhados de acordo com o público escolhido para elaboração das aulas. Nesse caso percebemos o que acharam importante dentro de cada assunto, alguns com temas bem estruturados, assuntos bem definidos, outros com informações mais rasas.

Tabela 2: Resumo dos temas escolhidos pelos alunos

<b>Grupos</b>	<b>Resumo dos temas</b>
A	Aplicações de matrizes e sua importância em diversas áreas. Vetores, utilizados na física e matemática e a manipulação de imagens por computadores.
B	Vídeo explicativo do conteúdo
C	Ensino prático e ágil sobre equações do segundo grau
D	Sequência de Fibonacci, sua relação com a espiral de ouro, razão de ouro e retângulo de ouro.
E	Princípio Fundamental da Contagem, Permutação e Permutação com Repetição
F	Tipos (tamanhos) de infinitos identificados por George Cantor, analisando os conjuntos numéricos.

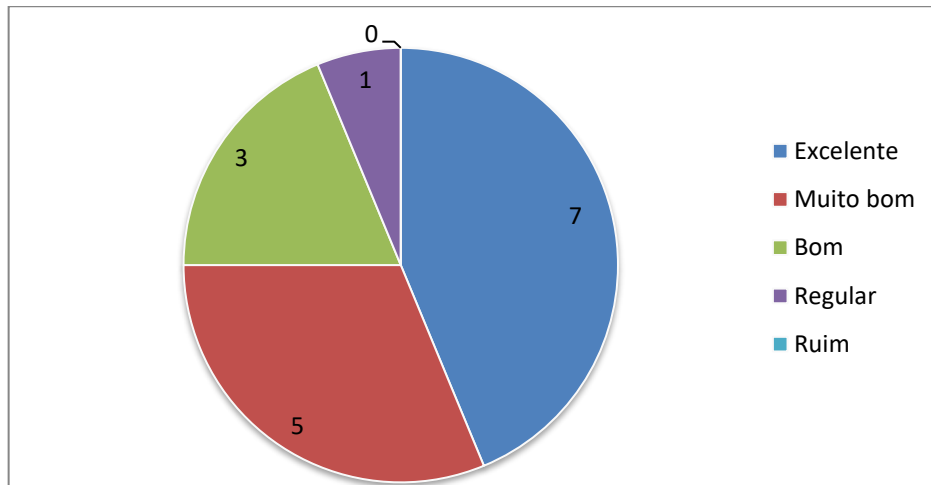
G	Como calcular a distância entre dois pontos no plano cartesiano.
H	O Cantor e suas descobertas sobre o infinito que até hoje são bases de vários conceitos atuais.
I	Tipos de matrizes; Adição de matrizes e suas propriedades; Multiplicação de números por matrizes e suas propriedades; Multiplicação de matrizes e suas propriedades; Matriz inversa; Matriz Identidade
J	Área e perímetro, na construção civil. Como calcular essas medidas do retângulo, quadrado e losango.
K	
L	Como deve ser construído o círculo trigonométrico, citando, seno, cosseno e tangente no círculo trigonométrico.
M	Definições iniciais das matrizes.
N	O conceito de infinito e as suas variações de acordo com Georg Cantor.
O	Definição de termos matemáticos, definições, regras.
P	Grade curricular do curso de astronomia que recebem influência direta da matemática. O primeiro foi sobre função afim, no segundo vídeo, sobre semelhança de triângulos.

Fonte: Autor (2022)

Partindo do pretexto de que a escolha do tema é primordial na elaboração das aulas, notamos que no momento da apresentação a maioria se sente bem à vontade ao falar sobre e com domínio do conteúdo, alguns até explicitando esse conhecimento de forma dinâmica e tecnológica, o que traz resultados auto avaliativos interessantes.

Quando questionados a respeito da importância do tema na formação acadêmica, recebemos o resultado a seguir:

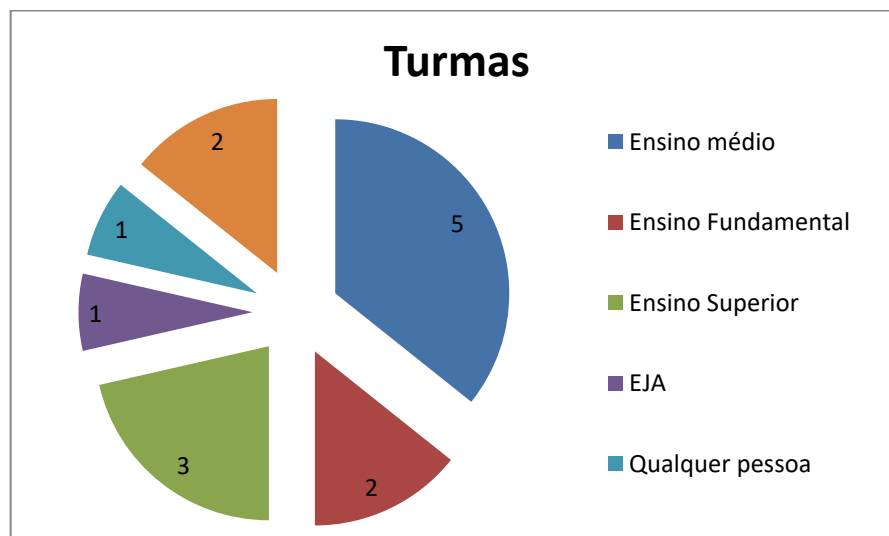
Gráfico 2: Avaliando a importância do tema na formação acadêmica



Fonte: Autor (2022)

Diante dos temas apresentados também questionamos sobre o público a quem gostariam de apresentar seus vídeos, na tabela 1 observamos que um número significativo de grupos optou por atender aos alunos do ensino médio, observemos no gráfico abaixo:

Gráfico 3: Número de temas escolhidos de acordo com os alunos a serem atingidos



Fonte: Autor (2022)

Notamos assim uma boa diversidade, porém um número predominante de tópicos sobre o Ensino Médio, de certa forma é uma análise de identificação com as

turmas. Destacamos ainda uma temática voltada para a Educação de Jovens e Adultos.

### 3.2.2. OBJETIVOS PROPOSTOS

Dentre os principais objetivos dos planos de aula, temos no primeiro grupo uma busca em desenvolver as habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para alunos do sexto ano, conteúdo voltado para perímetro e área buscando interpretação e análise de plantas baixas para residências.<sup>2</sup>

O segundo grupo cujo plano de aula está na página 82, traz como principal objetivo a apresentação de curiosidades referentes à sequência de Fibonacci e também o intuito de chamar a atenção dos alunos para a presença da matemática em assuntos ligados ao cotidiano.

Já o plano de aula da página 83 tem como objetivo a apresentação do tópico probabilidade condicional, onde o público atingido tem a definição, fórmulas utilizadas e a resolução de problemas, todos voltados a ações do dia a dia.

O plano que se inicia na página 84 traz como foco central o conceito de infinito, o objetivo deste trabalho é despertar a curiosidade do aluno sobre um assunto que não é tão abordado nas instituições de ensino buscando formas diferentes de interpretações acerca do tema.

Já a abordagem da página 88, busca dar noções básicas sobre o círculo trigonométrico, explicita os conceitos de seno, cosseno e tangente e reconhece as suas posições dentro do círculo trigonométrico. Ressalto a utilização dos softwares Geogebra e Phet nesta abordagem.

O plano da página 89 trata a aplicação de derivadas na resolução de problemas de otimização, buscando a importância da identificação dos estudos, conceitos e técnicas de derivada, a determinação do ponto mínimo ou do máximo de uma função

---

<sup>2</sup> Todos os planos de aula encontram-se em anexo.

quadrática e também a aplicação de todo o conteúdo aprendido em problemas práticos de otimização.

Na página 91, são tratados conteúdos primordiais como frações, decimais, potências e raízes, estes são abordados de forma que mostrem que todos os conceitos matemáticos se voltam aos conteúdos já citados, buscando evidenciar que a base matemática está presente senão em todos, mas na maioria do mundo mensurável.

Já o projeto da página 93 traz como principal objetivo ensinar o aluno sobre o surgimento da fórmula que mede a distância entre dois pontos em um plano, mostrando também para que serve e incentivar a resolução de exercícios.

Na página 95 temos mais um plano de videoaula que trata de quatro assuntos diferentes: a probabilidade, estatística, trigonometria e curvas cônicas. Estes temas foram ligados à astronomia, evidenciando a história de acordo com o olhar dos matemáticos, mostrando como tratar as distâncias no Sistema Solar.

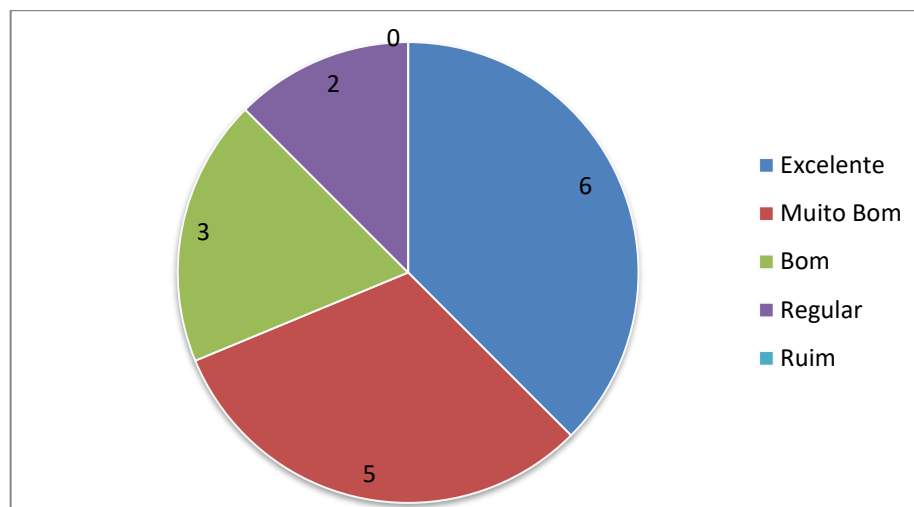
Na página 97, o grupo traz como objetivo a introdução do princípio fundamental da contagem, incluindo métodos intuitivos e operações elementares. Apresentando no final o conceito de fatorial aplicado na resolução de problemas de permutação.

O plano de aula que tem início na página 98 tem como principal finalidade mostrar a aplicação de matrizes e determinantes de forma visual e intuitiva, possibilitando uma ótima representação para um assunto que muitas vezes é considerado abstrato. Já o grupo do plano de aula da página 102 aborda o mesmo assunto, todavia busca o entendimento de conceitos e operações básicas.

O último plano de aula, anexado na página 103, trata do conteúdo de funções do segundo grau e tem o objetivo simples de identificar e resolver essas funções com a utilização da fórmula de Bhaskara.



Gráfico 4: Os objetivos propostos foram cumpridos de que forma?



Fonte: Autor (2022)

Mesmo que alguns tenham tido problemas no que diz respeito à qualidade dos vídeos, a maioria dos alunos ainda sentiu que os objetivos propostos foram alcançados com sucesso, que a metodologia foi bem executada e o resultado se mostrou pertinente ao planejamento.

### 3.2.3. DISTRIBUIÇÃO DO TEMPO PARA CADA CONTEÚDO DE MATEMÁTICA

A variação de tempo foi bem evidente, foram produzidos vídeos de 8 a 32 minutos, o que constata que alguns grupos trataram seus temas de forma bem direta e outros levaram em consideração a aula dada em sala que tem no mínimo 50 minutos cada. É fato que como alguns temas escolhidos são bem complexos é necessário mais prazo para fundamentar toda a teoria e assim alcançar o objetivo proposto no plano de aula.

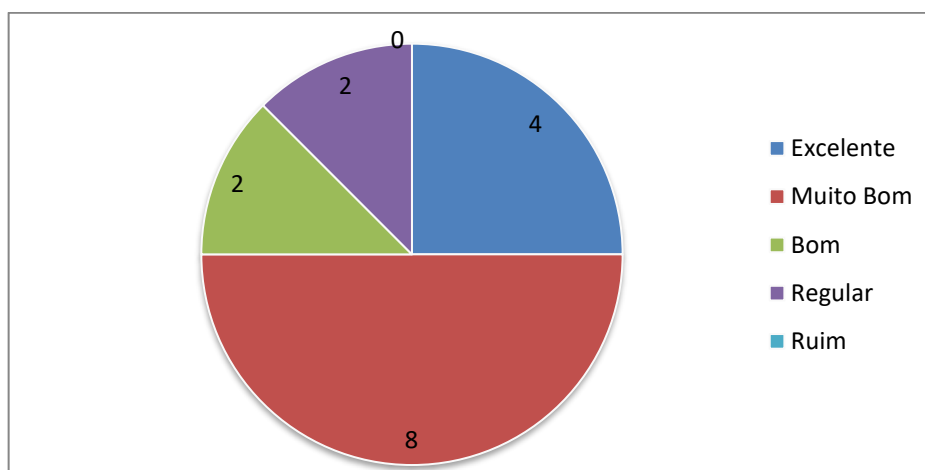
Alguns planos de aula continham informações específicas sobre o tempo discriminado para cada assunto abordado, como por exemplo o plano que se inicia na página 84, que realizou um vídeo de 30 minutos onde os 5 minutos iniciais foram usados para a apresentação dos integrantes do grupo e dos assuntos abordados na

aula e nos 5 minutos finais concluíram e exemplificaram a utilização de materiais para o uso dos espectadores.

Já o plano da página 93 explica de forma mais simples, foram discriminados dois vídeos de 15 minutos cada, o primeiro sendo uma apresentação do conteúdo e o segundo destinado para a resolução de exercícios.

Quanto ao planejamento dos conteúdos a maioria dos alunos tiveram opiniões parecidas e julgaram que os tópicos foram bem-organizados. Foi relatado que para que tudo ocorra de forma estruturada é necessária muita paciência visto que o percurso de criação de um bom plano é constante e cíclico, afinal o conteúdo precisa estar adequado à linguagem e aos parâmetros do público-alvo escolhido.

Gráfico 5: Os conteúdos foram programados de forma organizada?



Fonte: Autor (2022)

Todo esse processo de planejamento da elaboração dos vídeos interativos levou os estudantes a estudarem a fundo determinados tópicos da Matemática e a pensar sobre uma proposta de mediação pedagógica. Observamos assim, que a prática educativa desenvolvida propiciou aos estudantes o trabalho com o Conhecimento Pedagógico da Matemática desde o início do seu curso de graduação em Matemática.

### 3.3. CONHECIMENTO TECNOLÓGICO COM A MATEMÁTICA

O conhecimento tecnológico do conteúdo matemático permite compreender que a tecnologia desempenha um papel fundamental ao oferecer ferramentas e métodos que ampliam as possibilidades de exploração matemática. A utilização de softwares específicos e ambientes de programação cria um espaço propício para a experimentação, possibilitando aos estudantes explorar conceitos matemáticos de maneira prática e intuitiva. Dessa forma, a simbiose entre o conhecimento tecnológico e a matemática não apenas facilita o processo de aprendizagem, mas também contribui para a evolução contínua dessa disciplina, promovendo uma compreensão mais profunda e aplicada dos princípios matemáticos.

Lotthammer (2019), ao pesquisar sobre um modelo de plano de aula que auxilie os docentes na elaboração de aulas mediadas pelas tecnologias, explicita a importância do desenvolvimento de pesquisas que contribuam para o desafio da integração das Tecnologias da Informação e Comunicação em diferentes práticas docentes.

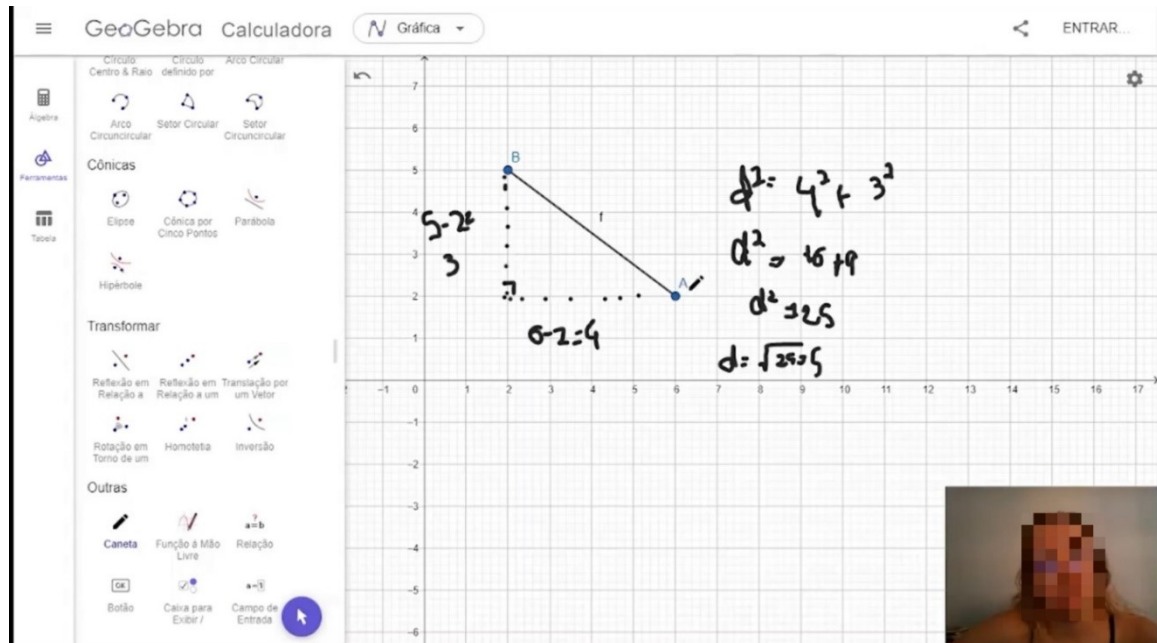
Por conseguinte, a partir dos planos, os alunos desenvolveram as suas videoaulas, o subcapítulo a seguir traz a análise dos recursos utilizados por eles. Como critério avaliativo todos os vídeos foram enviados para a plataforma Moodle, saliento que alguns desses vídeos se encontram disponíveis no YouTube.

Nos planos de aula os alunos mencionaram a utilização de softwares como H5p, Geogebra, PhEt, Kahoot, Manim e Latex. O GeoGebra é um software de matemática dinâmica com multiplataforma para todos os níveis de ensino, ele combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo num mesmo ambiente, além de ter recebido vários prêmios na Europa e nos Estados Unidos. (PUCSP, 2023).

O programa foi criado em 2001 por Markus Hohenwarter e desde então é utilizado em mais de 190 países e já fora traduzido para 55 idiomas. É gratuito, possui interface intuitiva com muitos recursos e ferramentas de produção de aplicativos interativos na Web, possui características dinâmicas onde tabelas, gráficos e álgebra estão interligados. (PUCSP, 2023).

Foi esse programa que possibilitou a confecção da simulação da roda quadrada rolando sobre os arcos de catenária invertida, o precursor de todo o trabalho que faz parte dessa dissertação.

Figura 11: Utilização do Geogebra por aluna

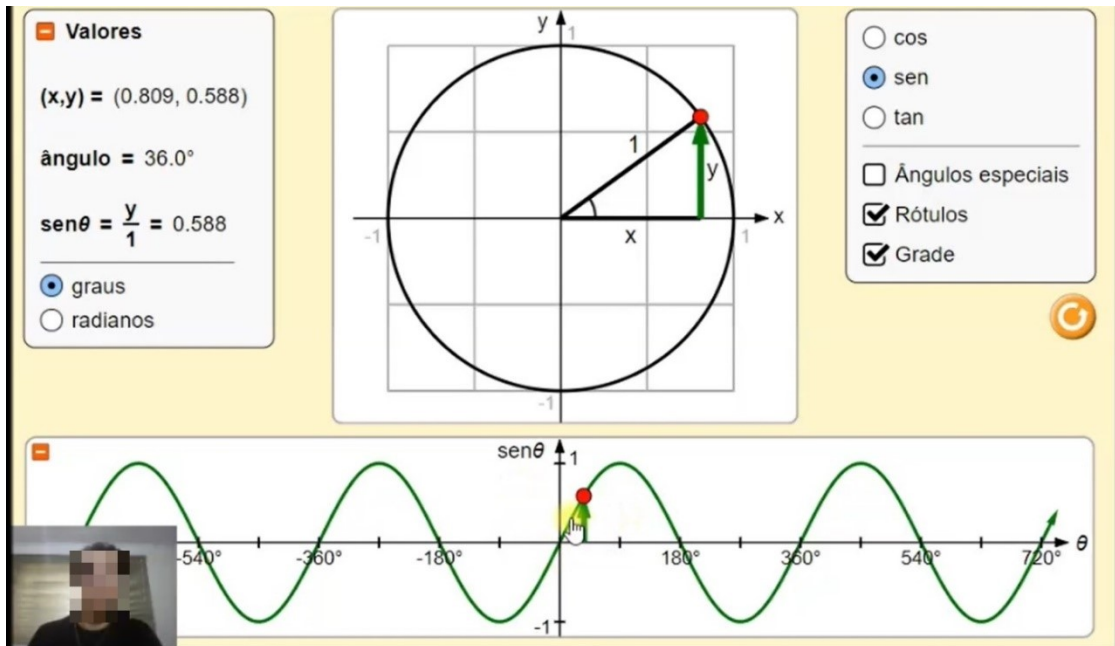


Fonte: Autor (2022)

Nessa captura de tela percebemos que a aluna utiliza o Geogebra para mostrar como se calcula a distância entre dois pontos. É notório que a visualização dos pontos A e B, da malha quadriculada e do segmento de reta “f” facilita a compreensão do que se fala.

O PhET Interactive Simulations, desenvolvido pela Universidade do Colorado oferece simulações interativas que permitem aos alunos explorar conceitos científicos complexos de maneira prática e visualmente estimulante. As simulações proporcionam um ambiente de experimentação virtual, permitindo que os estudantes testem hipóteses, visualizem fenômenos abstratos e compreendam conceitos difíceis de maneira mais tangível. Essa abordagem inovadora não apenas cativa o interesse dos alunos, mas também reforça a compreensão conceitual, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa. O PhET Colorado, assim, se destaca como uma ferramenta pedagógica valiosa, alinhada com as demandas crescentes por métodos de ensino que integram a tecnologia para aprimorar a experiência educacional.

Figura 12: Utilização do PhEt por aluno

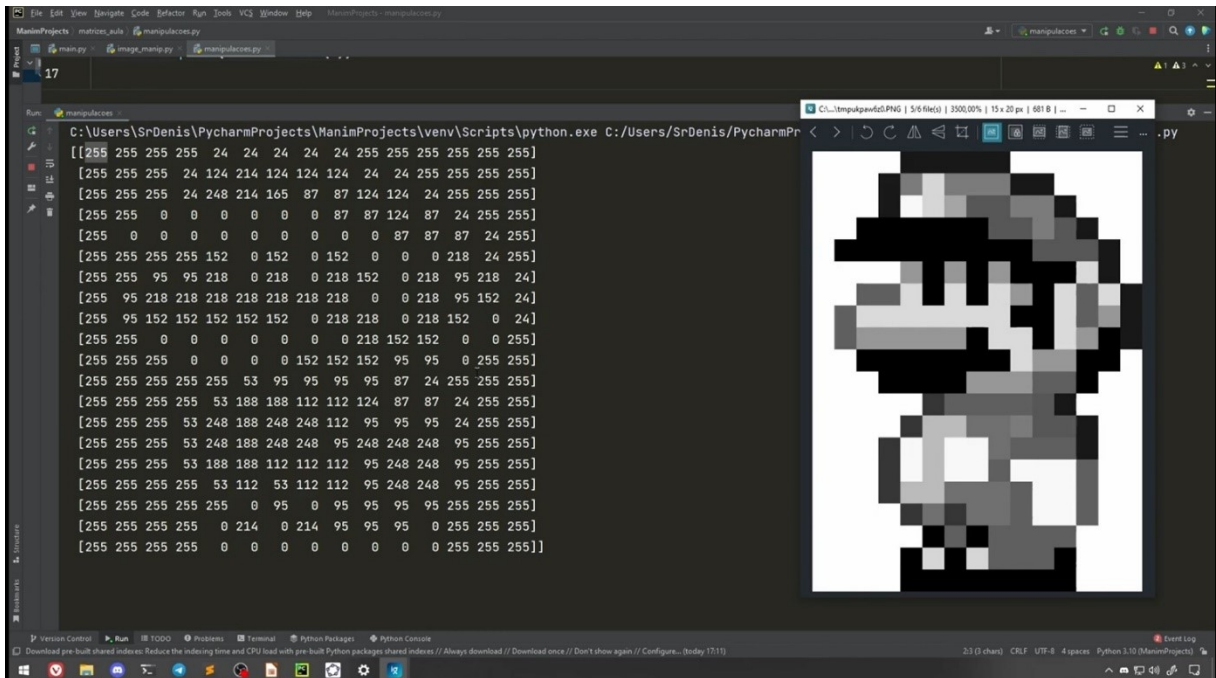


Fonte: Autor (2022)

Nesta captura o aluno simulou o círculo trigonométrico e mostrou os valores de seno, cosseno e tangente para certos ângulos com origem no eixo das abscissas. Este software também plota as funções seno, cosseno e tangente conforme é possível ver na parte de baixo. A rapidez com que os gráficos são feitos e a facilidade em simular valores para os ângulos reduz o tempo gasto com desenhos e faz com que o aluno possa praticar mais exemplos e esclarecer dúvidas.

O Manim, abreviação de Mathematical Animation Engine, é uma biblioteca de software de código aberto que se destaca como uma ferramenta poderosa para a criação de animações matemáticas. Desenvolvida por Grant Sanderson, fundador do popular canal "3Blue1Brown" no YouTube, o Manim é especialmente projetado para visualizar conceitos matemáticos complexos de maneira clara e envolvente. Com base em Python, o Manim oferece uma sintaxe amigável e flexível que permite aos usuários criar animações personalizadas para expressar ideias matemáticas abstratas. Sua capacidade de produzir gráficos de alta qualidade e animações fluidas torna o Manim uma ótima escolha para educadores, pesquisadores e entusiastas da matemática.

Figura 13: Utilização do Manim por aluno

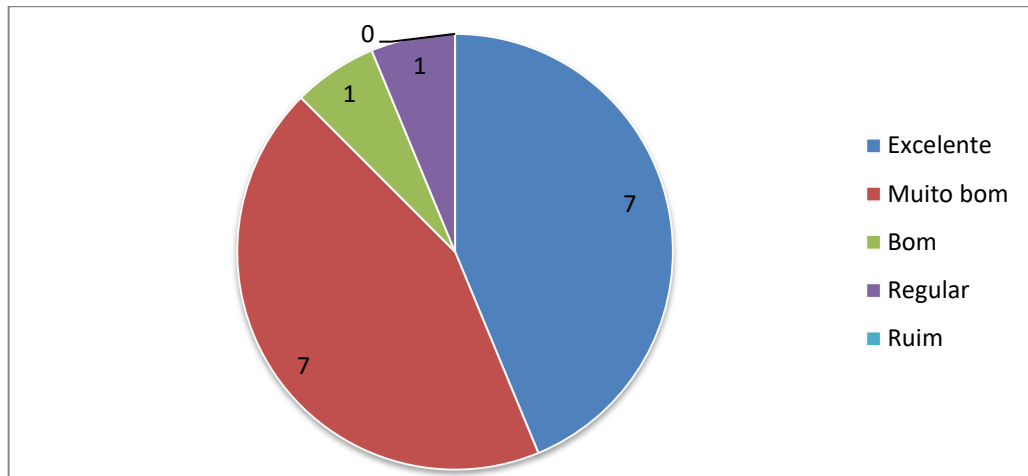


Fonte: Autor (2022)

Nessa captura de tela é mostrada a programação usada na criação da imagem do encanador conhecido Mario Bros. As matrizes foram aplicadas ao processamento de imagens, baseando-se na representação de pixels como matrizes que guardam informações sobre suas cores. Assim é possível mostrar multiplicações de matrizes que podem aplicar filtros nas imagens de acordo com a matriz escolhida. Inicialmente, foi mostrado a transformação de imagens simples em matrizes, e então a aplicação de alguns filtros diversos, como multiplicações de matrizes.

Após a produção dos vídeos, com o intuito de medirmos o senso crítico dos alunos, pedimos que se autoavaliassem com relação a produção dos próprios vídeos, ajudando assim a ver os pontos que podem ser melhorados e também os que já estão satisfatórios e assim entender o quanto toda a atividade pode beneficiar o desenvolvimento do seu ensino individual e o quanto o processo criativo fora positivo ou necessita de ajustes.

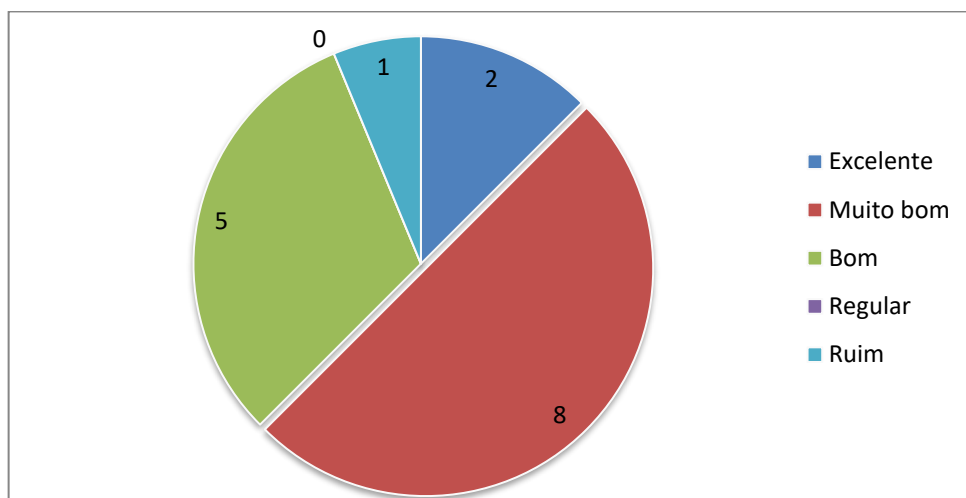
Gráfico 6: Análise individual na fase da produção dos vídeos



Fonte: Autor (2022)

Em um contexto bem pessoal, se autoavaliaram quanto à fase de produção e se mostraram em grande parte satisfeitos com suas interações e propostas. Nessa fase procuraram bastante ajuda, conselhos para melhor execução e sugestões quanto às interatividades, essas informações foram trocadas via e-mail, Whats App ou Moodle.

Gráfico 7: Análise individual sobre a qualidade dos vídeos



Fonte: Autor (2022)

Quando questionados sobre a qualidade dos vídeos as avaliações mudaram bastante, enquanto a aceitação referente às outras perguntas foi superior, nesse gráfico notamos que pela primeira vez tivemos um conceito ruim, muitos reclamaram da qualidade de seus aparelhos celulares, do fato de não terem um sistema de vídeo e áudio à altura, alguns perceberam que são muito tímidos diante das câmeras, outros perceberam que tem dificuldade em abordar uma grande quantidade de conteúdo em um curto espaço de tempo e todas essas questões implicam na qualidade dos vídeos.

A utilização de tecnologias é uma ferramenta valiosa na edição, comunicação e simulação de conceitos matemáticos, tanto na parte algébrica sendo importante na exibição de símbolos como na geométrica plotando gráficos. Uma aula bem elaborada com tecnologias permite mostrar conceitos, propriedades e aplicações de determinados conteúdos, além disso pode se criar animações de diferentes situações que envolvam a matemática. Dessa forma a partir do que analisamos, compreendemos que foi desenvolvido o Conhecimento Tecnológico com a Matemática.

### 3.4. CONHECIMENTO PEDAGÓGICO COM TECNOLOGIA

A diferenciação conceitual entre interatividade e interação tem sido objeto de análise e discussão em diversas áreas, destacando-se particularmente nos campos da tecnologia e comunicação. Segundo Arendt (2009), toda *práxis* humana é necessariamente interação. Já a interatividade para Filatro (2008) descreve a capacidade potencial do sistema de proporcionar interação.

Assim, pode-se dizer que interatividade se refere à capacidade de um sistema ou ambiente de responder às ações do usuário, proporcionando uma experiência dinâmica e participativa. Por outro lado, interação é um processo mais amplo que abrange as trocas recíprocas entre indivíduos ou entre um indivíduo e um sistema. Enquanto a interatividade está relacionada à resposta automática a estímulos, a interação envolve uma comunicação mais abrangente e significativa, muitas vezes implicando uma troca de informações, ideias ou sentimentos.



Compreender a distinção entre esses termos é crucial para o desenvolvimento de tecnologias e ambientes que promovam experiências efetivas e centradas no usuário, contribuindo para a evolução constante das interfaces interativas e práticas comunicacionais contemporâneas.

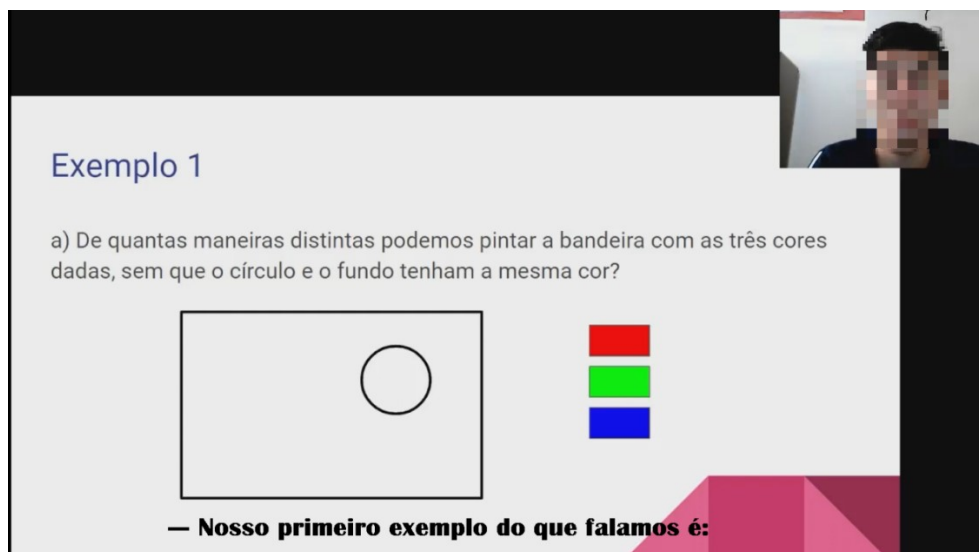
Analisaremos agora a interatividade feita pelos alunos em suas videoaulas bem como o sistema utilizado por eles. Esta interatividade ocorreu de duas formas. A primeira ocorreu quando o autor do vídeo utilizou celular e computador para apresentar o conteúdo matemático planejado. A segunda forma de interatividade ocorreu quando o autor do vídeo apresentou perguntas interativas ao longo do vídeo produzido.

Em suas videoaulas, para expor o conteúdo das aulas interativas, os estudantes utilizaram tecnologias conhecidas como Power Point, Mesa digitalizadora, Power Director e gravador de tela Ocam. Vale ressaltar que a lousa não foi utilizada em nenhuma videoaula.

O Microsoft PowerPoint, uma ferramenta de apresentação amplamente utilizada no contexto acadêmico e profissional, desempenha um papel fundamental na comunicação eficaz de informações complexas. Este software permite a criação de apresentações visuais dinâmicas, integrando texto, gráficos, imagens e recursos audiovisuais de maneira acessível e organizada. A capacidade de estruturar conteúdo de forma sequencial, combinada com recursos de formatação visualmente apelativos, oferece aos usuários uma plataforma versátil para transmitir conceitos, resultados de pesquisa e informações educativas. Além disso, o PowerPoint facilita a interação entre o apresentador e o público, permitindo o controle do ritmo da apresentação e a incorporação de elementos interativos.

Na captura de tela a seguir notamos que a utilização da ferramenta cria um design mais elegante, a disposição dos quadriláteros coloridos está simétrica, o desenho do círculo dentro do quadrilátero maior está na posição adequada, o que possibilita ao leitor a compreensão da pergunta feita na questão.

Figura 14: Utilização do Power Point por aluno



Fonte: Autor (2022)

Nota-se a interação feita pelo autor na videoaula, chamando a atenção dos alunos para o primeiro exemplo sobre o conteúdo ensinado, no caso Análise Combinatória.

O PowerDirector, um software de edição de vídeo desenvolvido pela CyberLink, é uma ferramenta versátil e acessível no âmbito acadêmico e profissional. Com uma interface intuitiva e uma gama abrangente de recursos, o PowerDirector possibilita aos usuários a criação e a edição de vídeos de maneira eficiente. Sua ampla gama de funcionalidades inclui edição de timeline, efeitos especiais, transições dinâmicas e suporte a múltiplas trilhas de áudio, proporcionando um ambiente robusto para a produção audiovisual. Além disso, a integração de tecnologias contemporâneas, como suporte para vídeos em 360 graus e capacidades de edição de vídeo em resolução 4K, posiciona o PowerDirector como uma ferramenta adequada para projetos de mídia avançados. No contexto acadêmico, o software pode ser aplicado na criação de conteúdo educacional envolvente, na produção de vídeos explicativos e no desenvolvimento de projetos multimídia.

Já nesta captura da tela do vídeo a seguir, constatamos que a boa edição de uma aula tem grande influência na compreensão do conteúdo que se quer passar.

Figura 15: Utilização do Power Director por aluna



Fonte: Autor (2022)

Neste momento a aluna deu exemplo de vários monumentos, construções e pinturas onde é possível encontrar um certo padrão harmonioso. Este padrão está relacionado com o número de ouro, que é um número irracional bem conhecido por engenheiros e arquitetos.

Na próxima captura, apresentamos um pouco de como foi feita a interação do aluno durante a videoaula, ele saiu pelas ruas de seu bairro com o celular e mostrou criações da natureza, objetos e construções urbanas que para muitos pode passar despercebido, mas que com um olhar atento é possível associar a matemática a elas.

Figura 16: Interação feita por aluno



Fonte: Autor (2022)

Neste momento do vídeo o autor procura interagir com o espectador através de um diálogo com questionamentos sobre a presença da matemática em uma quadra de futebol. O processo de apresentação do vídeo está associado ao Conhecimento Pedagógico Tecnológico, pois o estudante tem que organizar suas falas de forma que ele seja compreendido pelos alunos utilizando o recurso de uma gravação digital de áudio e vídeo.

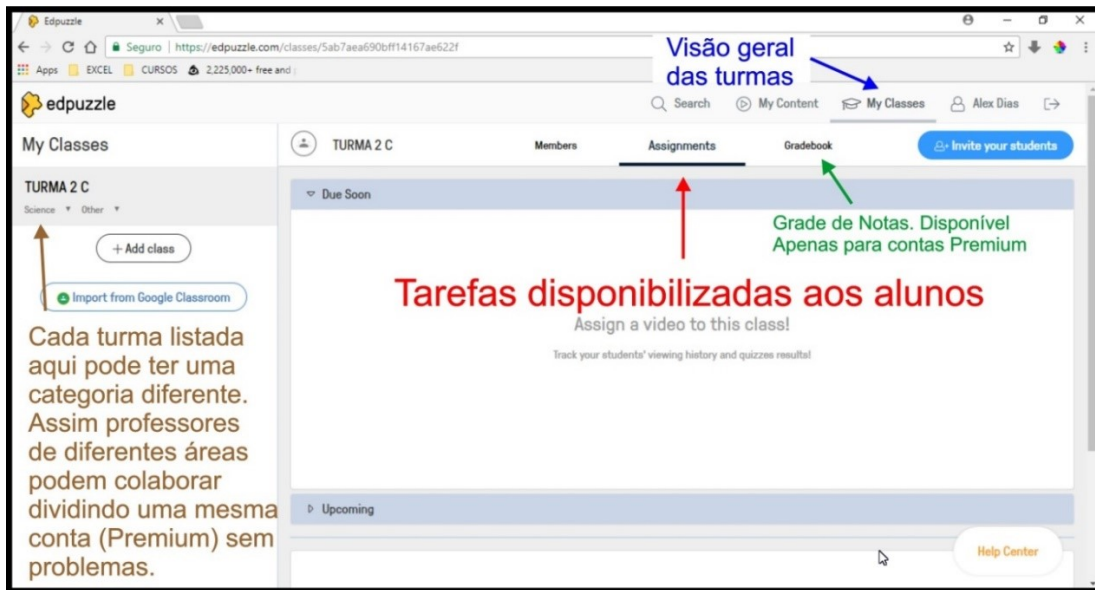
No segundo momento analisaremos a forma que os autores dos vídeos apresentaram perguntas interativas que deviam ser respondidas pelos espectadores dentro dos próprios vídeos. Para realizar estas perguntas foi necessário a utilização de um software específico.

Com o intuito de criar um sistema dinâmico e participativo que proporcionasse interação, foi utilizado a plataforma EDPuzzle. De acordo com Dias (2020) esta foi desenvolvida por um grupo de programadores e professores de Barcelona, é uma plataforma gratuita e online, que permite que o usuário, no caso o professor ou o aluno, importe vídeos do seu smartphone, computador e até mesmo do YouTube e adicione inúmeras atividades embutidas ao vídeo como: faixas de áudio alternativas (narrativas), notas de comentários de áudios, recortes estratégicos, atividades de resolução de problemas entre outros.

É uma plataforma intuitiva, disponível em inglês e português, onde o acesso pode ser realizado através de uma conta Google. Nesta, é permitido a criação de classes, que podem ser diferenciadas através das turmas, onde serão dadas as aulas. Feito isso, é possível criar aulas, atividades interativas e até avaliativas.

Esse aplicativo foi o principal responsável pela execução do ponto principal da dissertação, pois possibilitou toda confecção e fundamentação da interatividade proposta e executada nas aulas.

Figura 17: Visão Geral da tela de início



Fonte: <https://educacaoocientifica.com/educacao/edpuzzle-ferramenta-online-fantastica-para-edicao-de-videos-e-atividades-interativas/>. 11 de janeiro de 2023

Na imagem a seguir é possível notar que a aluna importou do Youtube uma videoaula produzida por ela mesmo com o tema “Derivadas” e que com o intuito de observar se o conteúdo dado foi assimilado pelos visualizadores da aula, propôs uma questão onde só é possível continuar assistindo ao restante da videoaula respondendo esta questão.

Figura 18: Utilização do EdPuzzle por aluna

Fonte: Autor (2022)

Essa resposta, assim como o tempo assistido da aula, incluindo o tempo em que o visualizador pensa nas questões colocadas, são armazenadas pela plataforma. Também é armazenado o número de vezes que o aluno assistiu a cada seção do vídeo, assim o professor tem noção completa do trabalho feito por cada aluno.

Figura 19: Utilização do EdPuzzle por aluna

A imagem mostra uma interface de usuário do EdPuzzle. À esquerda, há uma janela de vídeo com o conteúdo de uma aula sobre relação binária. O vídeo está pausado em 1:00. O texto no vídeo diz: "Sua vez..", "Sejam os conjuntos  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  e  $R$  a relação binária de  $A$  em  $B$  definida por:  $x R y \Leftrightarrow x = y^2$ . Enumere os pares ordenados de  $R$ ". Abaixo do vídeo, há um ícone de seta para cima e o texto "Vídeoaula sobre o tema relação binária". À direita, há uma janela de pergunta de múltipla escolha. O texto da pergunta é: "PERGUNTA DE MÚLTIPLA ESCOLHA", "Sejam os conjuntos  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  e  $R$  a relação binária de  $A$  em  $B$  definida por:  $x R y \Leftrightarrow x = y^2$ ". Há duas opções de resposta:   $R = \{(0, 0), (1, -1), (1, 1), (4, -2), (4, 2)\}$  e   $R = \{(-2, -2), (1, -1), (2, 4), (4, 1)\}$ . Abaixo das opções, há um ícone de seta para cima e o texto "Opção de assistir novamente a seção". No canto inferior direito da janela de pergunta, há um botão "Enviar" e o texto "Assistir novamente".

Fonte: Autor (2022)

Já nesta captura de tela a aluna importou o vídeo de seu próprio computador, a plataforma disponibiliza importar vídeos de até 1024 *megabytes*, e com o intuito de medir o conhecimento dos visualizadores criou a pergunta de múltipla escolha sobre o conteúdo relação binária.

O software também disponibiliza criar perguntas abertas. A importância desse tipo de questionamento vai além da obtenção de respostas, ele cria oportunidades para os alunos explorarem diferentes perspectivas, desenvolverem habilidades argumentativas e expressarem suas opiniões de maneira mais elaborada.

Figura 20: Utilização do EdPuzzle por aluna

The screenshot displays the EdPuzzle interface. On the left, a video player shows a lesson titled "Revisão - Derivadas" with the subtitle "Valores Máximo e Mínimo x Pontos de Máximo e Mínimo". The video content includes a graph of a function  $f(x)$  on a coordinate system with points  $a, b, c, d, e$  marked on the x-axis. Text on the right side of the video lists:
 

- Ponto de mínimo absoluto:  $a$
- Valor mínimo absoluto:  $f(a)$
- Ponto de máximo absoluto:  $d$
- Valor máximo absoluto:  $f(d)$
- Ponto de mínimo local:  $c, e$
- Valor mínimo local:  $f(c), f(e)$
- Ponto de máximo local:  $b$
- Valor máximo local:  $f(b)$

 Below the video, a home icon is labeled "Videoaula sobre o tema 'Derivadas'".

On the right side of the interface, an "OPEN-ENDED QUESTION" is displayed. It features a graph of a function with points  $a, b, c, d, r, s$  on the x-axis. The question text reads: "Para cada um dos números  $a, b, c, d, r$  e  $s$ , diga se a função cujo gráfico é dado tem um máximo ou mínimo absoluto, máximo ou mínimo local, ou nem máximo nem mínimo." Below the question is a text input field with the placeholder "Type your answer...".

Annotations with arrows point to the "Questão aberta" text and the "Escreva sua resposta aqui" label.

Fonte: Autor (2022)

Nesta imagem é possível verificar a utilização de questão aberta pela aluna. É de suma importância estimular os alunos com este tipo de perguntas, fomentando a participação ativa dos aprendizes. Perguntas fechadas demandam respostas curtas e que muitas vezes tendem a limitar a capacidade dos alunos de explorar conceitos de maneira abrangente. Além disso nota-se que o software permite adicionar gráficos na elaboração de questões, isto economiza tempo e evita a utilização de tintas de impressora.

Desta forma compreendemos que foi trabalhado o Conhecimento Pedagógico Tecnológico, pois o processo de produção de um vídeo interativo exige didáticas diferenciadas das convencionais, já que além das habilidades utilizadas acima o autor tem que formular perguntas abertas ou fechadas que devem ser respondidas pelo aluno dentro de um determinado software.

### 3.5. SENTIDOS E SIGNIFICADOS DA AUTORIA DE VÍDEOS INTERATIVOS

Ao integrar recursos interativos, o EdPuzzle não apenas cativa a atenção dos alunos, mas também oferece aos educadores a capacidade de avaliar o progresso individual de cada estudante. Com a criação de questionários, notas e discussões que se entrelaçam diretamente com o conteúdo do vídeo, é possível uma aprendizagem mais ativa e participativa. Além disso, a capacidade do EdPuzzle de rastrear o envolvimento dos alunos fornece aos professores insights valiosos sobre áreas de compreensão e potenciais lacunas de aprendizado.

A eficácia do ensino depende, em grande parte, da capacidade dos educadores em utilizar as ferramentas tecnológicas disponíveis para aprimorar a comunicação com os alunos. A integração adequada de recursos tecnológicos permite uma interação mais dinâmica e personalizada, criando ambientes educacionais mais acessíveis e eficientes.

Plataformas de comunicação online, ferramentas colaborativas e ambientes virtuais de aprendizagem tornam possível uma troca contínua de informações, ideias e feedback entre professores e alunos. Essa comunicação facilitada pela tecnologia não apenas enriquece o acesso ao conhecimento, mas também fortalece os vínculos educativos, promovendo uma abordagem flexível e adaptativa ao processo de ensino.

No estudo sobre o uso das tecnologias digitais no ensino da matemática como prática docente, observamos grande contribuição na formação do professor e em sua metodologia, que evolui a cada dia com o passar dos anos. Acredito que agora é necessário aplicar estas tecnologias nas escolas, de fato faltam investimentos ligados ao fortalecimento de políticas públicas para acesso as tecnologias por parte dos centros de ensino, esse tipo de melhoria trará reflexos positivos sobre a prática docente. (Colling; Richit, 2019).

Cibotto e Oliveira (2013) estruturam acerca do TPACK no sentido que a flexibilidade e a fluência do uso de tecnologia nas práticas pedagógicas auxiliam no vasto conhecimento do conteúdo para a sua área de atuação além de influenciar diretamente no contexto sociocultural para bom desenvolvimento das práticas



educativas. É importante ressaltar que essa formação inicial dos professores de matemática é de suma necessidade já que até o presente momento o percentual dessa integração ainda é baixo e essa consolidação a partir do TPACK facilitará muito no “proveito dos recursos tecnológicos na Educação Básica de modo a inovar a maneira de abordar os conteúdos matemáticos”. (Cibotto; Oliveira, 2013, p. 13).

Partindo do princípio de que não só o professor hoje tem a necessidade de conhecimentos que vão além dos conteúdos curriculares,

Assim como ter conhecimento sobre as estratégias pedagógicas adequadas e para diferentes tópicos a ensinar. E concluem que a integração da tecnologia a estes conhecimentos representa a maneira pela qual as diversas realidades contextuais, sempre em mudança, influenciam o que os professores fazem em sala de aula e o que os alunos aprendem. (Colling; Richit, 2019, p. 398 e 399).

Mesmo que o fato de as tecnologias estarem em frequente estado de transformação é indispensável que haja uma compreensão que é essencial o domínio da tecnologia para que haja a difusão das informações, gerando aprendizado e resolução de problemas. Seguindo o raciocínio de Harris, Mishra e Koehler (2009), esse processo de introdução de tecnologias nos processos de aprendizagem sofrem constante mudança, o que leva a transformações no conteúdo e também nas formas de abordagens pedagógicas que influenciam as formas de ensino e também de aprendizagem: conhecimento pedagógico do conteúdo e tecnológico do conteúdo.

A partir da apresentação de todos os recursos, da participação dos alunos e da aula criada, segue abaixo parte dos resultados obtidos mediante informações que puderam ser coletadas com as análises feitas a partir de cada tema concluído. Nas aulas ministradas foi perceptível que os acadêmicos desenvolveram conhecimentos a respeito de planejamento de aula.

“Aprendi muito sobre a dificuldade de transmitir uma grande quantidade de conteúdo em pouco tempo, sobre organizar os tópicos e escolher quais são os mais essenciais para serem apresentados dentro das limitações presentes. O tema que eu escolhi tinha diversas áreas que poderiam ter sido abordadas, e dentro das quais eu escolhi, como a manipulação de imagens, havia muito conteúdo pra abordar. Porém, temos que organizar bem o que é necessário dentro das limitações.” (Aluno A)

“Acredito que o meu maior aprendizado foi quanto a organizar uma aula, o quanto de informações que devo passar, como essas informações serão transmitidas e principalmente em como me comportar diante de uma videoaula.” (Aluno D)

“O maior aprendizado que o projeto trouxe para mim foi a questão de planejamento, pesquisa de bibliografia e montagem do material para uma aula.” (Aluno E)

“Durante o preparo da videoaula, descobri sobre as dificuldades de montar uma aula. Todo o processo de escolha da matéria, dos exercícios e da maneira a apresentar a aula foram confusos pra mim, e só nessa hora que eu percebi a dificuldade dos professores em pensar em nossas aulas.” (Aluno I)

“Eu aprendi que primeiro eu preciso fazer um roteiro do que vou apresentar e depois começar a fazer os slides e treinar antes de gravar o vídeo.” (Aluno J)

“Aprendizados: importância de um planejamento adequado para produzir uma boa videoaula; é um processo que demanda bastante tempo (especialmente o processo anterior à própria produção do vídeo em si: pensar/idealizar como será dada uma aula, quais as técnicas, os recursos que podem ser utilizados); saber o conteúdo não é o único requisito suficiente para dar uma boa aula, é preciso pensar também nas questões didáticas, em como o aluno irá receber as informações, pensar na heterogeneidade dos alunos, como podemos explicar um assunto de modo a tentar ser o mais claro possível, como podemos avaliar o aprendizado dos alunos...” (Aluno K)

Assim, o planejamento de aula, ao antecipar desafios potenciais e estratégias de engajamento, prepara o educador para oferecer uma experiência educacional mais efetiva e envolvente. Além disso, ao integrar métodos variados, recursos adequados e avaliação adequada, o planejamento de aula cria um ambiente propício para a aprendizagem significativa.

Foi relatado nos questionários a junção de recursos para a abordagem dos tópicos por eles definidos, podendo entender que mesmo que o conteúdo matemático oferecesse logicamente a abordagem de diversos assuntos o diferencial seria a maneira e as novas descobertas ligados aos diferentes recursos e abordagens sobre os mais complexos e distintos assuntos envolvidos na elaboração e articulação dos seus vídeos.

“Aprendi que a edição é um "mundo" muito amplo e que a interatividade muda COMPLETAMENTE a qualidade de ensino.” (Aluno G)

“Utilização dos simuladores para instrução aos meus futuros alunos. Utilização de softwares para gravação e edição de vídeos. Utilização de aplicativo para a introduzir interação no vídeo.” (Aluno L)

“Aprendi também a mexer em diversos programas de edição e produção de vídeo e apresentação. E óbvio, também pude aprender mais um pouco sobre as matrizes.” (Aluno M)

“...o uso de interatividade por meio de ferramentas como Edpuzzle.” (Aluno E)

“Foi interessante para a minha formação aprender a lidar com os aplicativos de edição, gravar a aula e fazer o plano de aula, porque será recorrente na minha vida profissional estas práticas e ao fazê-las, aprendo maneiras diferentes de deixar mais leve o ensino para os meus futuros alunos.” (Aluno N)

“Para mim foi uma experiência totalmente nova, já que nunca havia gravado vídeos explicativos, ainda mais videoaulas, então passar por essa experiência foi significativa para perceber o tanto que o processo de preparação de uma aula é importante para que o aluno se interesse e aprenda o conteúdo, pois o papel do professor no aprendizado dos alunos é fundamental, ele precisa se empenhar para que tudo corra bem e esteja preparado para esclarecer todas as possíveis dúvidas. Além de que, todo o processo de gravação de um vídeo torna um pouco mais complicado por ter tantos detalhes a se atentar, como o cenário, entonação, áudio, iluminação... e isso foi muito legal, procurei fazer o possível dentre as condições que me encontrava e acredito ter dado certo, ter atingido meu objetivo.” (Aluno P)

O fato de todos estarmos diariamente envolvidos e rodeados por tecnologias de todas as espécies salienta a necessidade de articular novas formas de empregar o conteúdo tecnológico de forma atrativa, motivadora e versátil para o dia a dia desse futuro professor.

Ademais foi pedido aos alunos que avaliassem de acordo com o que foi experienciado por eles, quais pontos podem ser melhorados na videoaula gravada? O processo de autoavaliação é de suma importância em qualquer carreira, pois nele é possível notar ações e condutas que devem ser mantidas e outras que necessitam de mudança.

“Materiais.” (Aluno B)

“Quando eu escolhi o tema, eu optei por algo que pudesse ser novidade, mas durante a execução da gravação e pesquisas para de fato montar o roteiro, eu percebi que para a duração exigida não foi um bom tema. Então como ponto a melhorar eu destacaria a importância de ter um pré-roteiro para saber o quanto aproximadamente a aula teria de duração.” (Aluno D)

“Desenvoltura na apresentação.” (Aluno E)

“Sou muito autocrítica em tudo que faço, então acho que eu particularmente, poderia melhorar no “jeito de explicar”, sempre fico muito tensa na hora da gravação e não consigo me soltar direito e falar o que gostaria de falar de forma dinâmica, a timidez me atrapalha bastante; Acredito que os slides poderiam ter menos texto, somente com informações-chave e mais imagens.” (Aluno F)

“Acho que deveríamos ter feito com uma antecedência maior pois perto do prazo final surgiu alguns errinhos que necessitaram tempo para ser arrumados.” (Aluno H)

“Edição, interação, utilizar equipamentos e softwares com maior poder, mais recursos... E por fim, algo que só o tempo pode dar... “mais experiência... mais conhecimento...” (Aluno L)

“Pontos a ser melhorados: Não errar termos matemáticos ou supor algo na mente e não explicar através de imagem.” (Aluno O)

Como percebido, alguns comentários mencionaram dificuldades em transmitir a quantidade de informações que gostariam de explorar, outros acharam mais difícil o processo em si, por questões pessoais, timidez ou dificuldade com as tecnologias. Outros notaram a importância do roteiro, da bibliografia e do conteúdo, e finalmente alguns aproveitaram todo o processo, puderam entender o quanto o trabalho do professor é importante, o quanto todo o processo de elaboração demanda tempo e dedicação por parte deles.

A próxima questão respondida por eles foi o apontamento dos pontos positivos observados na gravação das suas aulas, é notório a variedade de respostas no que diz respeito à utilização dos diferentes softwares, vídeos com linguagem acessível e moderno, ao ensino e conteúdo abordado de modo geral, sendo destacado a satisfação das respostas diante da autoanálise feita sobre suas produções, alguns evidenciaram a importância do trabalho em grupo, a qualidade das imagens e do som e também da clareza e objetividade dos assuntos abordados nas apresentações.

“A utilização de programas para demonstrar graficamente as imagens como matrizes.” (Aluno A)

“O tema não era um assunto comum e acredito que por ter sido utilizado memes durante a vídeo aula, a aula pode ter ficado mais dinâmica e fugido do estado sério que a maioria das aulas possuem.” (Aluno D)

“Foi uma experiência bacana, me envolvi com meu grupo de tantas formas (a maioria desesperadas por medo de faltar alguma coisa), mas no final, com o resultado em mãos, foi gratificante.” (Aluno H)

“Apresentação de um vídeo pode motivar mais os alunos para aprender o conteúdo proposto; seleção de exercícios com aplicação prática, que mostrem a importância da matemática de modo efetivo; possibilidade de revisão de alguns conteúdos (reforçando o aprendizado) na apresentação de novos assuntos.” (Aluno K)

“...a adição de um vídeo externo para contribuir com nossas explicações, a fim de promover um questionamento sobre o paradoxo do Hotel de Hilbert.” (Aluno N)

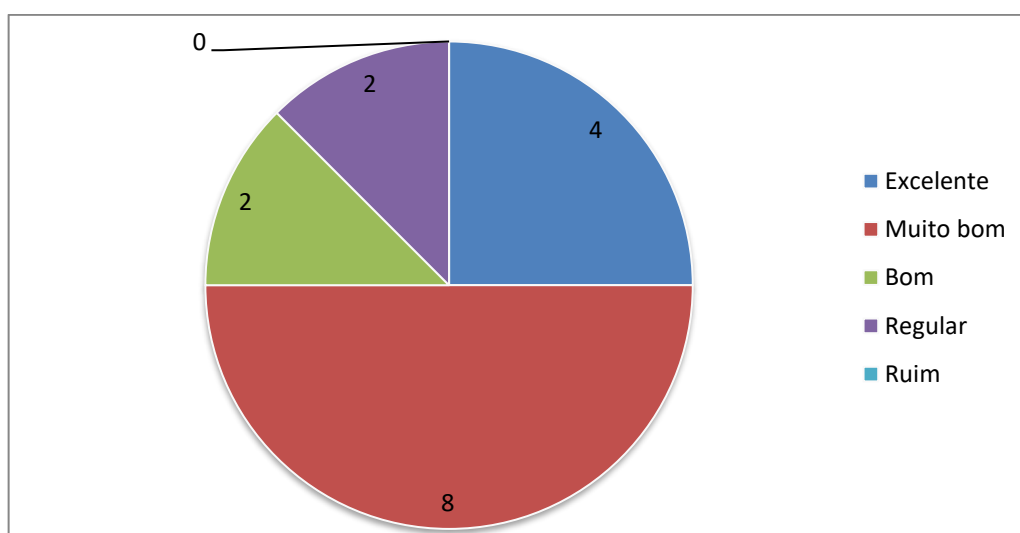
“Ponto de destaque: Ótima filmagem e qualidade de vídeo/áudio.  
Ponto positivo: Demonstrar o quão a matemática está em todos os lugares do nosso mundo e até em lugares que nem imaginamos.” (Aluno O)

“Ter conseguido explicar com clareza os temas propostos, trazendo uma boa qualidade de imagem e som em cada vídeo. (Aluno P)

Essa questão foi uma das mais enriquecedoras para entendermos a importância que cada grupo deu ao processo de produção da videoaula.

No último gráfico, a fim de compreender o processo de autoria, os estudantes foram indagados sobre a originalidade da proposta de videoaula. Shulman (1986) enfatiza que a autoria na construção de uma aula vai além da simples transmissão de informações, ela implica na habilidade do educador em criar um ambiente educacional único, refletindo sua visão, experiência e compreensão do conteúdo. A autoria permite a personalização da abordagem pedagógica, incorporando elementos distintivos que atendem às necessidades específicas dos alunos e às metas educacionais.

Gráfico 8: Quanto a originalidade da proposta de videoaula



Fonte: Autor (2022)

Apesar de estarem no primeiro período do curso, os alunos mostraram autoria em suas produções, pois além de demonstrar domínio quanto à área de conhecimento, criaram estratégias para transmitir este. Estimular esse processo é essencial pois ao incorporar elementos de autoria nas aulas, os educadores têm a oportunidade de imprimir suas perspectivas individuais no processo educacional, promovendo um ambiente de aprendizado mais autêntico e enriquecedor.

Refletindo a partir do raciocínio de Gonçalves et al. (2008), pensando especificamente na aula de matemática, uma questão importante para essa

dissertação: “existe ligação entre qualidade de aprendizagem e qualidade de comunicação?” Buscando uma justificativa adequada, observada a partir das aulas dadas, a aprendizagem dos alunos envolvidos depende diretamente da qualidade dos contatos interpessoais. Contatos esses estabelecidos em nosso momento de aula onde pude entender que: “quem ensina aprende ao ensinar, e quem aprende ensina ao aprender” (Freire, 1996).

## 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O engajamento dos estudantes no início do curso de graduação em Matemática é uma variável crítica que influencia diretamente o sucesso acadêmico e a motivação ao longo do percurso educacional. Pesquisas nesse sentido mostram que muitos alunos “não esperavam por essa matemática”. Essa matemática científica, abstrata, que desconsidera outras matemáticas de suas vivências e experiências, onde existe uma “segregação” dos que têm domínio do conteúdo e dos que não têm.

A partir do momento em que os alunos se sentem conectados e motivados, a probabilidade de persistência e êxito ao longo do curso aumenta significativamente. Além disso, o engajamento inicial cria uma base sólida para o desenvolvimento contínuo de habilidades matemáticas, essenciais para disciplinas mais avançadas.

É importante introduzir elementos pedagógicos desde os estágios iniciais da formação acadêmica, assim os estudantes não apenas adquirem uma compreensão mais profunda da teoria matemática, mas também desenvolvem habilidades essenciais para abordar esse conhecimento de maneira eficaz. Ademais, a familiaridade precoce com questões pedagógicas fomenta uma maior conscientização sobre as necessidades e estilos de aprendizagem dos alunos, preparando os futuros professores para adaptações flexíveis em suas práticas educativas.

Junto a isso, a incorporação das TDIC's no início do curso representa uma estratégia pedagógica vital na formação de profissionais preparados para enfrentar os desafios contemporâneos. Ao introduzir os estudantes a ferramentas digitais, plataformas educacionais e metodologias inovadoras desde os estágios iniciais da formação acadêmica, são promovidas uma maior fluência digital e a capacidade de integrar eficazmente a tecnologia no processo educacional.

A compreensão profunda das TDIC's não só aumenta a competência técnica dos alunos, mas também os incentiva a explorar possibilidades criativas e inovadoras no uso da tecnologia para aprimorar a aprendizagem e promover a inclusão digital. Essa abordagem não apenas acompanha a evolução das práticas pedagógicas modernas, mas também capacita os estudantes a desenvolverem habilidades digitais essenciais para suas futuras carreiras.

A partir destas iniciativas, vários tipos de conhecimento são articulados. O entendimento profundo da matéria lecionada (conhecimento do conteúdo), aliado à compreensão das estratégias pedagógicas eficazes (conhecimento pedagógico), e à habilidade de integrar de maneira significativa as tecnologias disponíveis (conhecimento tecnológico).

Foi observado uma melhora na compreensão de conceitos base dos estudantes. Devido a alta escolha de temas envolvendo Ensino Fundamental e Médio, o estudante pôde aprimorar conhecimentos de Matemática da Educação básica, estes servem como alicerce já em disciplinas iniciais do curso, como Fundamentos 1 e Fundamentos 2.

O trabalho com videoaulas foi uma ferramenta valiosa para a formação do professor de Matemática, permitindo que ele aprimore suas habilidades de ensino e desenvolva novas estratégias pedagógicas para tornar o aprendizado de seus alunos mais efetivo e interessante. Ao final de todo o processo desenvolvido, a maior parte dos participantes conseguiu atingir os objetivos propostos e esta maneira de ministrar passa a ser uma opção muito prática e eficaz em tempos de aulas online. Principalmente como método avaliativo, com linguajar e material modernos presentes no dia a dia dos envolvidos.

A utilização combinada de ferramentas digitais como o aplicativo EdPuzzle e o software GeoGebra no início do curso não apenas enriquece a experiência de aprendizado dos alunos, mas também os familiariza com recursos tecnológicos relevantes para o ensino da Matemática. Além disso, a integração dessas tecnologias promove uma abordagem mais ativa e participativa, estimulando a resolução de problemas e o pensamento crítico desde os estágios iniciais da formação acadêmica.

Portanto, a integração harmoniosa desses elementos possibilita aos educadores criar ambientes de aprendizado enriquecedores e adaptáveis, onde a tecnologia não é apenas uma ferramenta, mas uma extensão do processo pedagógico. O desenvolvimento do TPACK desde o início do processo formativo não apenas prepara os futuros educadores para enfrentar os desafios do século XXI, mas também promove uma abordagem mais integrada e reflexiva ao uso da tecnologia no contexto educacional (Koehler & Mishra, 2008).



A discussão em torno da articulação entre os conhecimentos importantes na formação inicial dos professores de Matemática vem sendo mobilizado por algumas pesquisas recentes como em Carneiro (2023) e Prado (2023). Como resultado deste trabalho acredito que é de suma importância estimular estudos nesta direção para o desenvolvimento de práticas docentes que promovam uma compreensão robusta e uma abordagem eficaz dos conceitos matemáticos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARENDT, H. **A condição humana**. 10ª ed. Rio de Janeiro: Forense, Universitária, 2009.

ANDRADE, Mariel José Pimentel de; ALENCAR, Anderson Fernandes de; COUTINHO, Clara Pereira. O TPACK e a taxonomia dos tipos de atividades de aprendizagem: frameworks para integração da tecnologia na educação. **Educação e Cultura Contemporânea**, [S.L.], v.16, n. 43, p. 169-189, 2019. GN1 Genesis Network. <http://dx.doi.org/10.5935/2238-1279.20190009>. Disponível em: <http://periodicos.estacio.br/index.php/reeduc/article/viewArticle/5907>. Acesso em: 01 de fevereiro de 2023. <https://doi.org/10.5935/2238-1279.20190009>

CARNEIRO, H. G. Silva. **Conhecimento sobre robótica educacional na formação inicial de professores de matemática**. 2023, 191 f. Dissertação de Mestrado em Matemática, Universidade Federal de Uberlândia, 2023. <https://doi.org/10.1590/SciELOPreprints.6701>

CIBOTTO, R. A. G.; OLIVEIRA, R. M. M. A. **O conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo (TPACK) na formação inicial do professor de matemática**. 2013. Disponível em: [http://www.fecilcam.br/nupem/anais\\_viii\\_epct/PDF/TRABALHOS-COMPLETO/Anais-CET/MATEMATICA/racibottotrabalhocompleto.pdf](http://www.fecilcam.br/nupem/anais_viii_epct/PDF/TRABALHOS-COMPLETO/Anais-CET/MATEMATICA/racibottotrabalhocompleto.pdf). Acesso em 6 de fevereiro de 2023.

COLLING, J. RICHIT, A. **Conhecimentos Pedagógico, Tecnológico e do Conteúdo na Formação Inicial do Professor de Matemática**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.21, n.2, pp.394-421, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/42562/pdf>. Acesso em: 10 de fevereiro de 2023. <https://doi.org/10.23925/10.23925/1983-3156.2018v21i2p394-421>

CORREA, Juliane. **Novas tecnologias da informação e da comunicação: novas estratégias de ensino/aprendizagem**. In: COSCARELLI, Carla Viana (Org.) *Novas Tecnologias, novos textos, novas formas de pensar*. Belo Horizonte: Autêntica, 2002, p.43-50.

CRESWELL, J. W. (2009). **Research Design: Qualitative, Quantitative, And Mixed Methods Approaches**. Sage Publications. Disponível em: [https://www.ucg.ac.me/skladiste/blog\\_609332/objava\\_105202/fajlovi/creswell.pdf](https://www.ucg.ac.me/skladiste/blog_609332/objava_105202/fajlovi/creswell.pdf). Acesso em: 07 de março de 2024.

DIAS, ALEX. **EDPUZZLE – FERRAMENTA ONLINE PARA VÍDEO-AULAS INTERATIVAS (TUTORIAL)**. 2020. Disponível em: <https://educacaocientifica.com/educacao/edpuzzle-ferramenta-online-fantastica-para-edicao-de-videos-e-atividades-interativas/>. Acesso em: 27 de dezembro de 2022.

DRAEGER, D. I. **Conhecimento pedagógico tecnológico de conteúdo (TPACK) de professores de ciências da natureza do ensino médio frente ao contexto**

**pandêmico**. 2021. Dissertação apresentada para a Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista – Unesp, Campus de Bauru, SP. 2021 Disponível em: [https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/215155/draeger\\_di\\_dr\\_bauru.pdf?sequence=3&isAllowed=y](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/215155/draeger_di_dr_bauru.pdf?sequence=3&isAllowed=y). Acesso em: 02 de fevereiro de 2023.

DUARTE, A. R. S; OLIVEIRA, M. C. A de; PINTO, N, B. **A relação conhecimento matemático versus conhecimento pedagógico na formação do professor de Matemática: um estudo histórico**. ZETETIKÉ – FE – Unicamp – v. 18, n. 33 – jan/jun – 2010

FERRAZ, Arthur Tadeu; SASSERON, Lúcia Helena. **Espaço Interativo de Argumentação Colaborativa: Condições criadas pelo professor para promover argumentação em aulas investigativas**. 2017. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/epec/a/PjgmrQLfDWSXLf7b9BRPP4x/?format=html#>. Acesso em: 29 de dezembro de 2022. <https://doi.org/10.1590/1983-21172017190117>

FILATRO, A. **Design Instrucional na prática**. São Paulo: Pearson Education do Brasil. 2008.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREITAS, Fernando Augusto. **Rodas Exóticas**. 2018. 35 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018.

GONÇALVES, et al. **Comunicação Interativa: uma perspectiva para o ensino de Matemática**. 2008. Disponível em: [http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebapem2008/upload/10-1-A-gt11\\_goncalves\\_tc.pdf](http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebapem2008/upload/10-1-A-gt11_goncalves_tc.pdf). Acesso em: 07 de janeiro de 2023.

HARRIS, Judith; MISHRA, Punya; KOEHLER, Matthew. Teachers' Technological Pedagogical Content Knowledge and Learning Activity Types: **Curriculum-based Technology Integration Reframed**. *Journal of Research on Technology in Education*, v.41, n.4, p.393-416, 2009. <https://doi.org/10.1080/15391523.2009.10782536>

ICMI. **FELIX KLEIN AWARD**. 2022. Disponível em: [https://www-mathunion-org.translate.googleusercontent.com/awards/felix-klein-award?\\_x\\_tr\\_sl=en&\\_x\\_tr\\_tl=pt&\\_x\\_tr\\_hl=pt-BR&\\_x\\_tr\\_pto=sc](https://www-mathunion-org.translate.googleusercontent.com/awards/felix-klein-award?_x_tr_sl=en&_x_tr_tl=pt&_x_tr_hl=pt-BR&_x_tr_pto=sc). Acesso em 22 de janeiro de 2022.

KLEINA, Nilton. **A história do YouTube, a maior plataforma de vídeos do mundo [vídeo]**. 2017. Disponível em: <https://www.tecmundo.com.br/youtube/118500-historia-youtube-maior-plataforma-videos-do-mundo-video.htm>. Acesso em 03 de janeiro de 2022.

KOEHLER, M. J., & Mishra, P. (2008). Introducing TPCK. In AACTE Committee on Innovation and Technology (Ed.), **Handbook of Technological Pedagogical Content Knowledge (TPCK) for Educators** (pp. 3–29). Routledge. Disponível em:

[https://punyamishra.com/wp-content/uploads/2008/05/koehler\\_mishra\\_08.pdf](https://punyamishra.com/wp-content/uploads/2008/05/koehler_mishra_08.pdf). Acesso em 24 de janeiro de 2024.

LIMA, D. M. L. F. **A base de conhecimento TPACK na formação continuada do tutor dos cursos de licenciatura em educação a distância da UEMA: um estudo de caso.** Dissertação apresentada para o Programa de Pós-Graduação em Cultura e Sociedade da Universidade Federal do Maranhão, MA. 2020.

LOTTHAMMER, K. S. **Proposta de modelo de plano de aula para auxiliar docentes na elaboração de aulas mediadas pelas tecnologias da informação e comunicação (TIC).** Dissertação de mestrado - Tecnologias da Informação e Comunicação, Universidade Federal de Santa Catarina. Santa Catarina, p 119, 2019.

MARSHALL, C.; ROSSMAN, G. B. **Designing qualitative research** (2nd ed., 78 - 79. Thousand Oaks: CA. Sage Publications. 1995.

Merriam, S. B., Tisdell, E.J. (2016). **Qualitative Research: A Guide to Design and Implementation.** Jossey-Bass. Disponível em: <https://download.e-bookshelf.de/download/0003/7195/84/L-G-0003719584-0007575839.pdf>. Acesso em 07 de março de 2024.

MICROSOFT NEWS CENTER BRASIL. **Tutorial: Como utilizar o Microsoft Teams no ambiente escolar.** 2020. Disponível em: <https://news.microsoft.com/pt-br/tutorial-como-utilizar-o-microsoft-teams-no-ambiente-escolar/>. Acesso em 11 de janeiro de 2023.

Miles, M. B., Huberman, A. M. (1994). **Qualitative Data Analysis: An Expanded Sourcebook.** Sage Publications. Disponível em: <https://vivauniversity.files.wordpress.com/2013/11/milesandhuberman1994.pdf>. Acesso em 07 de março de 2024.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological Pedagogical Content Knowledge: a framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, 108(6), 1017-1054. 2006. Recuperado de: [https://one2oneheights.pbworks.com/f/MISHRA\\_PUNYA .pdf](https://one2oneheights.pbworks.com/f/MISHRA_PUNYA.pdf). Acesso em: 02 de fevereiro de 2023. <https://doi.org/10.1177/016146810610800610>

MOGETTI, R. BROD, F. LOPES, J. **Vídeo Aula Interativa como recurso de ensino para a educação profissional à distância.** 2019. Disponível em: <https://seer.faccat.br/index.php/redin/article/view/1531/989>. Acesso em: 20 de maio de 2023.

MOODLE. **Aprenda com centenas de milhões de usuários do Moodle.** 2023. Disponível em: <https://moodle.com/pt/>. Acesso em 11 de janeiro de 2023.

MORAN, José Manuel. **Leituras dos meios de comunicação.** São Paulo: Pancast, 1993.

MOREIRA, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação na sala de aula.** Brasília: Editora da UnB. 185p. 2006.

NUNES, Célia M. Fernandes. Saberes docentes e formação de professores: um breve panorama da pesquisa brasileira. **Educação & Sociedade**, ano XXII, nº 74, abril/2001. <https://doi.org/10.1590/S0101-73302001000100003>

PALIS, Gilda de La Roque. **O conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo do professor de Matemática**. Departamento de Matemática e Pós-Graduação do Departamento de Educação da PUC do Rio de Janeiro, UFRJ. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v.12, n.3, pp.400-451, 2010. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/4288/3695>. Acesso em 05 de fevereiro de 2023.

PARRA, Nélio. Planejamento de currículo. **Revista Nova Escola**. nº 5. 1972.

PRADO, P. V. Machado. **Vídeo aulas na formação inicial de professores de matemática**. 2023, 139 f. Dissertação de Mestrado em Matemática, Universidade Federal de Uberlândia, 2023.

PROVI. **O que é aprendizagem interativa e como aplicar na sua escola**. 2021. <https://provi.com.br/blog/educacao/o-que-e-aprendizagem-interativa-e-como-aplicar-na-sua-escola/>. Acesso em 20 de maio de 2022.

PUCSP. DESENVOLVIDO POR DTI - NÚCLEO DE MÍDIAS DIGITAIS. **Sobre o Geogebra**. 2021. Disponível em: <https://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html>. Acesso em 11 de janeiro de 2023.

REAL PHYSICS LIVE. **Square Wheeled Tricycle**. YouTube, 10 de abril de 2017. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=FlvjWpWu99A>. Acesso em 08 de março de 2024.

ROLDÃO, Maria do Céu. Função docente: natureza e construção do conhecimento profissional. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 12, n. 34, jan./abr. 2007. <https://doi.org/10.1590/S1413-24782007000100008>

ROVER, A.; TELLES FERREIRA, A.; LÜCKMANN, L. C.; ROCHA MOTERLE, R. O vídeo no processo de mediação didático-pedagógica na educação a distância. **Roteiro**, [S. l.], v. 31, n. 1-2, p. 135–158, 2015. Disponível em: <https://periodicos.unoesc.edu.br/roteiro/article/view/8841>. Acesso em: 24 maio. 2023. <https://doi.org/10.17771/PUCRio.PDPe.63729>

ROZA, Jiani Cardoso. **Aprendizagem na/da docência digital na perspectiva do B-Learning e do Tpack na produção compartilhada de novas pedagogias**. Tese (Doutorado em Educação) Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Santa Maria, RS. 2019.

SILVA, B. V. da C. e MARTINS, A. F. P. O conhecimento pedagógico do conteúdo referente ao tema Natureza da Ciência na formação inicial de professores de Física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, UFRN. v. 36, n. 3, p. 735-768, dez. 2019. <https://doi.org/10.5007/2175-7941.2019v36n3p735>

SILVA, M. Sala de aula interativa: a educação presencial e a distância em sintonia com a era digital e com a cidadania. 2001. **Boletim Técnico Do Senac**, 27(2), 42-49. Recuperado de <https://bts.senac.br/bts/article/view/567>. Acesso em 29 de dezembro de 2021.

SHULMAN, L. S. **Knowledge, and teaching: foundations of a new reform**. Harvard Educational Review, Harvard, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>

SHULMAN, L. S. **Those who understand: knowledge growth in teaching**. Educational Researcher, Thousand Oaks, California, v. 15, n. 4, p. 4-14, 1986. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>

SPRADLEY, J. P. **Participant observation**. New York: Holt, Rinehart & Winston, INC. New York, 1980.

TRUJILLO, Carlos, H, Z. **O conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) do professor de química e seu desenvolvimento a partir da reflexão sobre os modelos de ligação química e sua modelagem**. 2017. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/150729>. Acesso em: 06 de junho de 2023.

---

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA. Faculdade de Matemática. **Ficha de componente curricular de Seminários de Matemática Elementar (PROINTER I)** do Curso de Graduação em Matemática. Uberlândia, 2018.

VICHESSI, Beatriz. **O que são objetivo, conteúdo e conceito?** 2008. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/2755/o-que-sao-objetivo-conteudo-e-conceito>. Acesso em 08 de janeiro de 2023.

---


## ANEXOS


### QUESTIONÁRIO DE AUTOAVALIAÇÃO


#### Atividade P5: Autoavaliação da videoaula (até 01/04/2022)


Modo: O nome do usuário será registrado e mostrado com as respostas

Título da videoaula 

Duração da videoaula 

Público-alvo (a quem se destina a videoaula) 

Resumo 

Seu envolvimento durante a fase de planejamento da videoaula 

- Excelente
- Muito bom
- Bom
- Regular
- Ruim

Seu envolvimento na fase de produção da videoaula!

- Excelente
- Muito bom
- Bom
- Regular
- Ruim

Importância do tema da videoaula para sua formação!

- Excelente
- Muito bom
- Bom
- Regular
- Ruim

Qualidade da videoaula!

- Excelente
- Muito bom
- Bom
- Regular
- Ruim

Objetivos propostos para a videoaula!

- Excelente
- Muito bom
- Bom
- Regular
- Ruim


Organização dos conteúdos tratados na videoaula!


- Excelente
- Muito bom
- Bom
- Regular
- Ruim


Originalidade da proposta de videoaula!


- Excelente
- Muito bom
- Bom
- Regular
- Ruim



Considerando o processo de elaboração e produção da videoaula feita por seu grupo, qual foi seu aprendizado? 

Pontos positivos ou de destaque da videoaula gravada por seu grupo 

Pontos que podem ser melhorados na videoaula gravada por seu grupo 

 Campos obrigatórios

## PLANOS DE AULA PRODUZIDOS PELOS ALUNOS



<b>PLANO DE AULA</b>	
<b>Área / Disciplina:</b> Matemática	
<b>Conteúdo:</b> Perímetro e Área	
<b>Data:</b> 25/02/2022	<b>Duração da aula:</b> 30 minutos
<b>Professores:</b> [REDACTED], [REDACTED] e [REDACTED].	
<b>Público-Alvo:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental II.</li> </ul>	
<b>Objetivos:</b> Desenvolver as habilidades da BNCC para o 6º Ano: <ul style="list-style-type: none"> <li>• EF06MA28: Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas;</li> <li>• EF06MA29: Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.</li> </ul>	
<b>Desenvolvimento do conteúdo:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definições de perímetro e área;</li> <li>• Perímetro e área em figuras planas;</li> <li>• Perímetro e área de um campo de futebol;</li> <li>• Analisar plantas baixas de casas;</li> <li>• Como calcular a quantidade de piso necessário para determinadas áreas.</li> </ul>	
<b>Metodologia:</b> O conteúdo proposto será desenvolvido por meio de videoaula expositiva gravada e será realizada por apresentação de slides e anotações com a mesa digitalizadora. A interação com os alunos ocorrerá por meio de enquetes durante o andamento da aula.	
<b>Recursos didáticos para elaboração da videoaula:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Notebook com conexão à internet, webcam e software Power Point com apresentações de slides;</li> <li>• Mesa digitalizadora;</li> <li>• Geogebra – Aplicativos Matemáticos;</li> <li>• Formulários Google;</li> <li>• Editor de vídeo Shotcut;</li> </ul>	

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microsoft Stream (para gravar e hospedar o vídeo);</li> <li>• Aplicativo H5p, ou algum aplicativo similar.</li> </ul>
<p><b>Verificação da aprendizagem (avaliação):</b> O processo de ensino-aprendizagem serão avaliados das seguintes formas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Duas atividades no GeoGebra: “Perímetro e área” e “Perímetro e área, planta baixa”;</li> <li>• Formulário do GoogleForms.</li> </ul>
<p><b>Referências:</b></p> <p>Trilhas da matemática, 6º ano: Ensino Fundamental, anos finais - Sampaio, Fausto Arnaud. 1ª Edição. São Paulo. Editora Saraiva, 2018. Cap.17, p.254-284.</p> <p>Teláris Matemática, 6º ano: Ensino Fundamental, anos finais – Luiz Roberto Dante. 3ª Edição, São Paulo. Editora Ática, 2018. Cap. 8, p. 242-270.</p> <p>Matemática: Compreensão e prática / Ênio Silveira. – 5. ed. – São Paulo : Moderna, 2018. Cap. 11, p.243-281.</p> <p>Perímetro e área – 6º Ano: Professora Mari Calhau – Youtube – 16 de julho de 2020. Disponível em: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=b9CQcu3N-so">https://www.youtube.com/watch?v=b9CQcu3N-so</a></p> <p>Como Calcular Quantidade de Piso Para Comprar Cerâmico ou Porcelanato (Método Rápido): Teste Design – Youtube – 8 de fevereiro de 2018 . Disponível em: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=PkxxC9qeQsw">https://www.youtube.com/watch?v=PkxxC9qeQsw</a></p> <p><b>Atividades no Geogebra:</b></p> <p>Perímetro e Área. Autora Isaura Almeida. Disponível em: <a href="https://www.geogebra.org/m/pkd5egka">https://www.geogebra.org/m/pkd5egka</a></p> <p>Perímetro e Área – Planta Baixa. Autor: Bruno Steinmetz. Disponível em: <a href="https://www.geogebra.org/m/v6aa7quh">https://www.geogebra.org/m/v6aa7quh</a></p>

**Plano de Vídeo Aula****Ministrante:** ██████████**Duração:** 25 minutos**Nível de Ensino:** Ensino Fundamental 2 e Ensino Médio**Tema:** A Sequência de Fibonacci, sua relação com o Número de Ouro e suas aparições**Objetivo:** Apresentar a Sequência de Fibonacci e as curiosidades sobre ela, além de despertar o interesse nos alunos a pesquisar mais curiosidades sobre a matemática e como ela aparece no nosso dia a dia além das formas conhecidas aprendidas nos anos escolares.**Desenvolvimento do Conteúdo:** Haverá uma apresentação de diferentes imagens e apresentar a seguinte pergunta: O que elas possuem de semelhança? A questão será apenas para aqueles que estão assistindo analisarem as imagens com mais atenção e se questionarem sobre possíveis respostas.

Em seguida, será proposto o problema dos coelhos de Fibonacci para introdução do tema.

Ao decorrer das explicações, serão comentados tópicos relacionados a Sequência de Fibonacci, tais como o número de ouro, além de curiosidades.

Ao final das apresentações, será apresentado como a Sequência Fibonacci e todo o assunto tratado se manifesta nas imagens apresentadas no início da vídeo aula.

A vídeo aula será por meio de slides.

**Avaliação:** No final, retomarei com o problema dos coelhos e pedirei para que descubram a quantidade de coelhos no 9º mês e deixarei meu e-mail institucional disponível para eventuais dúvidas.**Bibliografia:**

<https://impa.br/noticias/os-misterios-da-sequencia-de-fibonacci/>

<https://youtu.be/cHZWZhHQq4g>

<https://www.coc.com.br/blog/soualuno/matematica/o-que-e-a-sequencia-de-fibonacci>

### Plano de aula

DATA 18/03/2022	DURAÇÃO 30 minutos	ENSINO 2ºano ensino médio
<b>1. Conteúdo:</b> Probabilidade condicional		
<b>2. Objetivos Instrucionais: (o aluno será capaz de:)</b>  Compreender a definição de probabilidade condicional ,pesquisar se um evento depende de outro para acontecer , desenvolver a fórmula de probabilidade condicional		
<b>3. Desenvolvimento do Conteúdo:</b>  a. Incentivação: A probabilidade condicional é bastante usada para problemas do dia a dia das pessoas . Além de ser um assunto bastante interessante  b. Introdução: Retomar o conceito de probabilidade  c. Desenvolvimento: Aprofundar os conceitos ,e exemplificar por meio de ações do dia dia e também com resolução de exercícios . Aula explicativa		
<b>4. Avaliação:</b>  Aula explicativa , a avaliação será o desempenho do aluno na resolução de exercícios e também a respostas de um formulário criado .		
<b>5. Referências Bibliográficas:</b> <a href="https://portaldaobmepimpa.br/index.php/modulo/ver?modulo=47&amp;tipo=5">https://portaldaobmepimpa.br/index.php/modulo/ver?modulo=47&amp;tipo=5</a> <a href="https://cdnportaldaobmepimpa.br/portaldaobmep/uploads/material_teorico/gkyzpi2o0n40c.pdf">https://cdnportaldaobmepimpa.br/portaldaobmep/uploads/material_teorico/gkyzpi2o0n40c.pdf</a> <a href="https://www.ime.usp.br/~toscano/disc/2021/LimaCarvalhoWagnerMorgadoEMvol2.pdf">https://www.ime.usp.br/~toscano/disc/2021/LimaCarvalhoWagnerMorgadoEMvol2.pdf</a>		

---

Assinatura do Docente

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA**



**Projeto videoaula - Plano de aula**

**Infinitos: quanto é infinito+infinito?**

**UBERLÂNDIA 2022**

## **Conteúdo**

O conteúdo abordado será o conceito de infinito, as suas variações e a explicação do questionamento “Quanto é infinito+infinito?”, para despertar curiosidade ao aluno que está assistindo à aula, tendo em vista que este não é um tema comumente abordado no Ensino Básico.

## **Objetivos instrucionais**

O objetivo pedagógico do vídeo é incitar a curiosidade do aluno-espectador acerca de um assunto não abordado comumente nas instituições de ensino do país, devido à extensividade dos temas que devem ser desenvolvidos nas salas de aula. Além disso, espera-se explorar a capacidade de imaginação do indivíduo que assiste, para que este possa compreender claramente as informações apresentadas e promover com que esse tenha disposição de procurar outras formas de conhecimento acerca do tema.

## **Nível de ensino**

O objetivo pedagógico do vídeo é incitar a curiosidade do aluno-espectador acerca de um assunto não abordado comumente nas instituições de ensino do país, devido à extensividade dos temas que devem ser desenvolvidos nas salas de aula. Além disso, espera-se explorar a capacidade de imaginação do indivíduo que assiste, para que este possa compreender claramente as informações apresentadas e promover com que esse tenha disposição de procurar outras formas de conhecimento acerca do tema.

## **Duração**

A videoaula terá uma duração esperada de 30 minutos. Nos cinco minutos iniciais serão apresentados os membros do grupo que farão a explicação do conteúdo e um breve resumo do que será abordado durante o vídeo. Nos minutos subsequentes até o momento 15:00 de duração, espera-se que seja feita a definição de infinito e dos diferentes tipos que o compõem, para que então a pergunta no título sugerido seja respondida: quanto é infinito+infinito? Dessa forma, dos minutos 15:00 ao 25:00, a resposta do questionamento será explicada ao público de forma clara e objetiva, além de serem apresentadas outras informações sobre o tema. Por fim, nos cinco minutos finais será feita a conclusão do raciocínio desenvolvido e a disponibilização de outros materiais que o espectador pode acessar para obter mais conhecimento.

## **Desenvolvimento do conteúdo (roteiro da videoaula, métodos, recursos didáticos, ...)**

No primeiro momento, espera-se que seja apresentado tema de forma clara e objetiva, a partir da definição de infinito por Cantor e seus diferentes tipos, como uma forma de esclarecer os conceitos básicos para a compreensão das explicações que serão feitas durante a videoaula.

Mesmo que de forma descontraída, planeja-se que a linguagem utilizada atenda à norma culta da língua portuguesa, facilitando a comunicação clara e objetiva com o público-alvo esperado.

O vídeo será feito a partir de uma apresentação animada de slides, na qual os locutores poderão explorar recursos imagéticos e de desenho para facilitar a compreensão dos alunos, e será gravada para ser posteriormente editada e disponibilizada. A plataforma escolhida para a disponibilização da videoaula é o YouTube.

É importante ressaltar que a explicação do conteúdo será feita por todos os integrantes do grupo, ou seja, haverá a mudança de interlocutor em momentos estratégicos do assunto para que os membros não sejam sobrecarregados.



## Bibliografia

O infinito e outras coisas estranhas. Castro, Luciano Monteiro de. Canal da OBMEP no YouTube: [s. n.], 2008. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=OaFvdAzJTw&t=889s>. Acesso em: 4 fev. 2022.

O INFINITO (ANÁLISE REAL - AULA 7). . YouTube: Toda a matemática, 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=8EO8N5Zh1io>. Acesso em: 4 fev. 2022.

OS INFINITOS de Cantor. YouTube: M3 Matemática Multimídia, 2012. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=YXt8QzTNLcw>. Acesso em: 4 fev. 2022.

FILHO, Daniel Cordeiro de Moraes. Como representar o infinito. *In*: UM CONVITE à Matemática: Fundamentos lógicos, com técnicas de demonstração, notas históricas e curiosidades. Universidade Federal de Campina Grande: [s. n.], [20--]. cap. 1.2.3, p. 13-14.

<b>PLANO DE AULA</b>					
<b>IDENTIFICAÇÃO:</b>		Estabelecimento de Ensino: Vídeo Aula - Matemática UFU		Professor: ██████████	Data: 18/mar/22
<b>TEMA:</b> SENO, COSSENO E TANGENTE NO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO					
OBJETIVOS	CONTEÚDO	DURAÇÃO	RECURSOS	METODOLOGIA	
<p>Ao final da exposição do tema em questão, o aluno deverá:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ter noções básicas sobre o que vem a ser um círculo trigonométrico.</li> <li>• Ter para si os conceitos preliminares de Seno, Cosseno e Tangente.</li> <li>• Reconhecer as posições do Seno, Cosseno e Tangente no Círculo Trigonométrico,</li> </ul>	Apresentação do Círculo Trigonométrico.	04 min.	Software gravador de tela oCam;	<p>Utilizaremos o software oCam para gravação da tela;</p> <p>Com o intuito de facilitar a visualização dos conceitos, bem como sua compreensão, utilizaremos o software Phet Colorado, para apresentação do Círculo Trigonométrico, bem como das funções Seno, Cosseno e Tangente, geometricamente.</p> <p>Para auxílio naquilo que o Phet não corresponde a conteúdo (função tangente), utilizaremos o Geogebra, com o mesmo intuito.</p>	
	Conceito geométrico do Seno e sua localização do no Círculo Trigonométrico.	05 min.	Software de simulações Phet Colorado;		
	Conceito geométrico do Cosseno e sua localização do no Círculo Trigonométrico.	05 min.	Software Geogebra.		
	Conceito geométrico da Tangente e sua localização do no Círculo Trigonométrico.	05 min.			
	Fechamento relacionando as 3 funções geometricamente no Círculo.	06 min.			
<b>AValiação:</b>					
<p>No decorrer da aula, através de perguntas a serem feitas aos alunos, avaliar a compreensão destes, e se necessário corrigir o norte.</p> <p>Ao final, aplicação de uma breve lista de exercícios a ser entregue na próxima aula onde, na citada lista, será pontuado a entrega da mesma resolvida, não sendo pontuados erros e acertos, mas sim a sua resolução.</p> <p>De posse das listas resolvidas, identificar as dificuldades dos alunos e reintroduzir os conceitos deficientes ou faltantes.</p>					
<b>REFERÊNCIAS:</b>					
<p>acessadas em 02/fev/2022</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=OPsqOAgxR4g">https://www.youtube.com/watch?v=OPsqOAgxR4g</a> - <a href="https://www.youtube.com/watch?v=4_SGmFZ6fX8">https://www.youtube.com/watch?v=4_SGmFZ6fX8</a></p>					

## PLANO DE VIDEOAULA

## 1. IDENTIFICAÇÃO

<b>Professora:</b> ██████████	<b>Curso:</b> Engenharia Mecânica	<b>Período:</b> 1º período	<b>Disciplina:</b> Cálculo Diferencial e Integral I
<b>Tema:</b> Problemas de Otimização			<b>Data/Duração:</b> 18 de março de 2022, 30 minutos

## 2. PLANO

	OBJETIVOS	CONTEÚDOS	RECURSOS
<b>GERAL</b>	Conhecer a aplicação de derivadas na resolução de problemas de otimização (maximização e minimização), com exemplos matemáticos e contextualizados.	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Definição de problema de otimização;</li> <li>✓ Etapas da resolução de problemas de otimização;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Computador com webcam e microfone;</li> </ul>
<b>ESPECÍFICOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Identificar a importância dos estudos na área de otimização;</li> <li>✓ Compreender como analisar e resolver problemas de otimização de modo geral;</li> <li>✓ Aplicar os conceitos e técnicas de derivadas de maneira contextualizada;</li> <li>✓ Determinar o ponto de mínimo (ou de máximo) e o respectivo valor de mínimo (ou de máximo) de uma função quadrática e reconhecê-los graficamente;</li> <li>✓ Empregar os conteúdos aprendidos em um problema prático de otimização.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Conceitos de ponto crítico e valores extremos;</li> <li>✓ Utilização do teste da primeira derivada e do teste da segunda derivada;</li> <li>✓ Análise gráfica relacionada ao ponto crítico e ao valor extremo de uma função de 2º grau;</li> <li>✓ Resolução de um problema de otimização de ordem prática.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <i>Software</i> de gravação de tela;</li> <li>✓ <i>Software</i> de apresentação (PowerPoint);</li> <li>✓ <i>Software</i> Geogebra;</li> <li>✓ Programas, plataformas e recursos extras para a edição e aprimoramento da videoaula.</li> </ul>

### 3. PROCEDIMENTOS

INTRODUÇÃO	DESENVOLVIMENTO	CONCLUSÃO
<p>✓ Inicialmente, haverá a apresentação de um problema de otimização introdutório (problema do empacotamento) de modo a motivar os alunos a pensarem sobre a importância e a presença da matemática na resolução de problemas de maximização e de minimização em aplicações práticas.</p>	<p>✓ O desenvolvimento da videoaula se dará através de uma apresentação de slides (PowerPoint) e será iniciado com a explicação do que se trata um problema de otimização, seguida da indicação da possibilidade do uso de ferramentas do Cálculo Diferencial (derivadas) para a determinação de soluções ótimas em problemas práticos simplificados.</p> <p>✓ Depois disso, será apresentado um passo a passo geral a ser aplicado na análise de problemas de otimização, além de uma breve revisão dos conceitos e técnicas mais importantes para a proposta desta aula relativos ao conteúdo de derivadas. Pontos críticos, valores extremos, teste da primeira derivada e teste da segunda derivada são algumas das principais ideias que devem ser abordadas neste momento.</p> <p>✓ A etapa descrita no tópico anterior poderá ser complementada pela análise da representação gráfica de uma função de 2º grau associada a um problema de otimização básico, através do <i>software</i> Geogebra, a fim de que esses recursos visuais/geométricos possam facilitar a fixação de alguns conceitos estudados por parte dos alunos.</p> <p>✓ Um exercício com aplicação prática clara e com nível de dificuldade intermediário será apresentado e resolvido, motivando os alunos a pensarem sobre como eles devem proceder diante de problemas de otimização possíveis de serem solucionados, tendo conhecimento das ferramentas do Cálculo Diferencial.</p>	<p>✓ A videoaula será concluída com a proposta de um desafio (problema de otimização difícil) com a indicação de dicas para sua resolução.</p> <p>✓ Um breve resumo sobre os principais tópicos abordados nesta aula será apresentado.</p> <p>✓ Por fim, serão indicados os livros e os sites utilizados como referências e materiais de apoio.</p>

### 4. AVALIAÇÃO

<p>✓ A avaliação dos alunos será realizada, de modo especial, após a aula, pelo recebimento das resoluções do desafio proposto em plataforma de ensino digital e análise das mesmas. Os alunos terão um prazo de 8 dias para assistirem a aula e enviarem a atividade em questão, sendo possível incentivar a procura pela professora para o esclarecimento das dúvidas que surgirem.</p> <p>✓ Ao longo da videoaula, nos momentos oportunos, poderão ser apresentadas perguntas retomando e reforçando conceitos, técnicas e teoremas de derivação, como forma de possibilitar também a avaliação do aprendizado do aluno acerca dos conteúdos de derivada já estudados e que são pré-requisitos para o entendimento desta videoaula.</p>
--

### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

<p>STEWART, James. <b>Cálculo</b>: volume 1. Tradução da 7ª edição norte-americana. São Paulo: Cengage Learning, 2013. (p. 247 – 305)</p> <p>FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mirian Buss. <b>Cálculo A</b>: Funções, limite, derivação e integração. 6ª edição revista e ampliada. São Paulo: Pearson. (p. 218 – 226)</p> <p>ISTO É MATEMÁTICA. <b>T10E10</b> - “Empacotamentos”. Youtube. Disponível em: &lt;<a href="https://www.youtube.com/watch?v=q2DWiAlw5Wk">https://www.youtube.com/watch?v=q2DWiAlw5Wk</a>&gt;. Acesso em: 14 de janeiro de 2022.</p>
---

## PLANO DE AULA

Nome: ██████████

Tema: "A roda gigante da matemática"

### DURAÇÃO:

- A aula será ministrada em 30 minutos.

### NÍVEL DE ENSINO:

- Será voltado para alunos do ensino médio, aluno entre 15 à 18 anos.

### CONTEÚDO:

- Frações, decimais, potência e radiciação.

### OBJETIVOS:

- O objetivo da aula é demonstrar como os conceitos matemáticos sempre retomam para seu primórdio, ou seja, para o conteúdo de frações, decimais, potências e raízes. Tais como, **razão e proporção**, podemos encontrar as frações e caso necessite, transformar decimal para frações; **porcentagem e juros**, ambas matérias que são intrinsecamente voltadas para novamente, frações e decimais, além das potências (como o juro composto). Entrando no mundo da **trigonometria**, podemos observar as raízes, potências, frações e decimais simultaneamente. Em apenas cinco conceitos matemáticos, podemos trabalhar e demonstrar que a base da matemática está presente senão em todos, mas na maioria do mundo mensurável.

**DESENVOLVIMENTO DO CONTEÚDO:** (roteiro da videoaula, métodos, recursos didáticos, ...)

- Roteiro de aula:
  - Soma, subtração, produto e divisão de fração.
  - O que é um decimal e como a convertermos para fração.
- Métodos:

- Aula expositiva com utilização de slides, além de diálogo e interação com alunos.

- Recursos didáticos:

- Uso do Kahoot (demonstrando ferramentas da matemática que possuem a utilização da fração e decimal)

### **AVALIAÇÃO:**

- Iniciar com uma pergunta sobre o porquê do tema da aula ser: "a roda gigante da matemática", e ao longo do tempo, fazer com que, os alunos, percebam aonde estes, fração e decimais, estão alocados dentro de outras partes da matemática, na utilização do slide e no final, do kahoot.

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:**

<https://escolaeducacao.com.br/utilidade-das-fracoes-no-dia-a-dia/>

<https://novaescola.org.br/conteudo/2699/diferentes-usos-das-fracoes>

<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/fracao-porcentagem.htm#:~:text=Toda%20fra%C3%A7%C3%A3o%20%C3%A9%20considerada%20um,todo%20ent%C3%A3o%20%C3%A9%20uma%20fra%C3%A7%C3%A3o.>

<https://www.todamateria.com.br/matematica-financeira-conceitos-formulas/>

<https://www.todamateria.com.br/razao-e-proporcao/>

<https://www.youtube.com/watch?v=kU3IVpd-Dgs>

**PLANO DE AULA (PROJETO VIDEOAULA)**

<b>INTEGRANTES:</b>	██████████ e ██████████.
<b>DURAÇÃO:</b>	2 Vídeoaulas de 15 minutos (Sendo uma de apresentação do conteúdo e outro para resolução de exercícios).
<b>NÍVEL DE ENSINO:</b>	Ensino médio.

**1. Conteúdo (assunto):**

Distância entre dois pontos em um plano. (Geometria Analítica)

**2. Objetivos:**

Fazer com que o aluno possa aprender como surgiu a fórmula, para que serve e saber fazer a resolução de exercícios.

**3. Desenvolvimento do conteúdo:**

- a) **Introdução:** Mostrar a matéria, onde ela será usada e formas diferentes de resolução. Ajudar e mostrar para o aluno como chegar na fórmula.
- b) **Desenvolvimento:** Mostra-lo como colocar em prática através de exercícios diversificados de fixação focado em fazer o aluno desenvolver o que foi aprendido.
- c) **Métodos e técnicas de ensino:** Será apresentado pelo Teams, tanto a parte de introdução, quanto a resolução de exercícios, juntamente com o Geogebra.

**4. Avaliação:**

Exercício proposto ao final da segunda videoaula.

**5. Referências Bibliográficas:**

PEREIRA, Equaciona com Paulo. **G.A. Distância entre 2 pontos (Exemplos e dedução da fórmula)**. Youtube. Disponível em: <  
[https://www.youtube.com/watch?v=ZJ5Aqwcx9f4&list=PLEfwqyY2ox858XssXB\\_f-Jx42fgTb0Vsn&index=1](https://www.youtube.com/watch?v=ZJ5Aqwcx9f4&list=PLEfwqyY2ox858XssXB_f-Jx42fgTb0Vsn&index=1) >.

PEREIRA, Equaciona com Paulo. **G.A. Distância entre 2 pontos (Exercícios)**. Youtube. Disponível em <  
[https://www.youtube.com/watch?v=VQZC0Irmx6g&list=PLEfwqyY2ox858XssXB\\_f-Jx42fgTb0Vsn&index=2](https://www.youtube.com/watch?v=VQZC0Irmx6g&list=PLEfwqyY2ox858XssXB_f-Jx42fgTb0Vsn&index=2)>



## PLANO DA VIDEOAULA

**Componente:**

████████████████████

**Duração:**

3 videoaulas de 10 min cada.

**Nível de Ensino:**

A partir do Ensino Médio.

**Disciplina/Área:**

Matemática e Astronomia.

**Conteúdo (Assunto):**

Probabilidade; Estatística; Trigonometria e Curvas Cônicas (Geometria Analítica).

**Desenvolvimento do Conteúdo:**

Na introdução, realizada no primeiro vídeo, trarei de forma breve a história da Astronomia pelo olhar dos matemáticos, percorrendo brevemente por todos os tópicos (que tratarei nos próximos dois vídeos de maneira mais esclarecedora).

No segundo vídeo, iniciarei a abordagem sobre Probabilidade e Estatística, mostrando como elas são tratadas durante as aulas de Astronomia (possibilidades de ocorrer eventos ao observar parâmetros, quantidade de vezes que aconteceu ou pode acontecer, média e desvio-padrão).

No terceiro e último vídeo, tratarei o assunto de modo mais geométrico e trigonométrico. Trarei um olhar mais analítico ao abordar as curvas cônicas, relacionando-as aos corpos celestes, assim como ao falar sobre as distâncias no Sistema Solar, o uso da trigonometria no triângulo retângulo se fará necessária para a compreensão do tema.

**Método e Técnicas de Ensino:**

A intenção é apresentar como se fosse uma aula via vídeo conferência, no qual apareço no canto da tela enquanto as informações são dispostas em trechos de vídeos, slides e imagens.

**Avaliação:**

Não se aplica nessa proposta.

**Referências Bibliográficas:**

<https://astronomiareal.wordpress.com/2017/01/10/a-importancia-da-matematica-a-astronomia/>

[https://www.youtube.com/watch?v=oFLVm\\_iyClw](https://www.youtube.com/watch?v=oFLVm_iyClw)

[http://www.astro.iag.usp.br/~laerte/aga0505\\_20/aula2.pdf](http://www.astro.iag.usp.br/~laerte/aga0505_20/aula2.pdf)

[https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/modulo4/pdf/rpm\\_geom\\_astro.PDF](https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/modulo4/pdf/rpm_geom_astro.PDF)

<http://www.dm.ufrpe.br/sites/www.dm.ufrpe.br/files/dissertacao-thiago.pdf>

<https://www.youtube.com/watch?v=9jyEEB5acIM>

### PLANO DE AULA

DATA	DURAÇÃO	DISCIPLINA/ÁREA E NÍVEL DE ENSINO
	Total 27 min (divididos em 12 e 15 min)	Análise combinatória, para Ensino Médio

#### 1. Conteúdo:

1ª aula: Introdução com exemplos e uso do Princípio fundamental de contagem  
2ª aula: Fatorial e Permutação

#### 2. Objetivos: (o aluno será capaz de:)

O aluno será capaz de analisar problemas básicos, utilizando métodos de contagem para coordenar a tomada de decisão na construção da resolução. Isso incluindo métodos intuitivos e operações elementares e também fórmulas.

Será também apresentado ao conceito de fatorial, sendo capaz de aplicá-lo na resolução de situações problema envolvendo permutação.

#### 3. Desenvolvimento do Conteúdo:

**1ª aula:** a. apresentação de dois exercícios resolvidos (4 min)  
b. apresentação da teoria: Uso de adição, multiplicação, subtração e divisão e princípio fundamental de contagem (4 minutos)  
c. exercício (mais complexo que os iniciais) resolvido (3 minutos)  
d. proposta de exercício (1 minuto)  
e. recursos didáticos: Apresentação com uso de slides contendo texto e ilustrações

**2ª aula:** a. apresentação do conceito de fatorial e operações com fatoriais (6 minutos)  
b. apresentação de exercício contextualizado de permutação (2 minutos)  
c. apresentação do conceito de permutação e fórmula (2 minutos)  
d. dois exercícios resolvidos de permutação (4 minutos)  
e. proposta de exercício (1 minuto)  
f. recursos didáticos: Apresentação com uso de slides contendo texto e ilustrações

#### 4. Avaliação:

Ao final de cada vídeo, será disponibilizado link para formulário contendo exercício proposto semelhante àqueles desenvolvidos ao longo das aulas, com múltipla escolha e contendo explicação da resolução. (Recurso: Google Formulários)

#### 5. Referências Bibliográficas:

FOMIN, Dmitri; GENKIN, Sergey; ITENBERG, Ilya. Círculos Matemáticos. A Experiência Russa. Primeira edição. Brasil: IMPA, quarta impressão: 2015.


CARVALHO, Paulo C. P. Métodos de Contagem e Probabilidade. Primeira edição. Rio de Janeiro, IMPA, 2017.

Vídeo disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1193>

Vídeos disponíveis em: <https://portaldabmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=15>



# Plano de Aula de PROINTER



Fevereiro de 2022

## **1 Duração**

A vídeo-aula terá a duração de 20 a 25 minutos

## **2 Nível de ensino**

O público alvo são alunos do ensino médio que já tenham sido introduzidos ao conteúdo de matrizes e determinantes e que buscam um maior entendimento e aplicação desse conteúdo. Desta forma, é esperado que a audiência tenha uma certa familiaridade com o básico de matrizes e determinantes.

## **3 Conteúdo**

A aula abrangerá uma revisão básica de matrizes e determinantes, para poder aplicá-las em diversas situações práticas, sendo elas: compu-

tação gráfica e criptografia.

## **4 Objetivos**

Apresentar aplicações de matrizes e determinantes de forma visual e intuitiva.

Relacionar um conteúdo muitas vezes considerado abstrato pelos alunos a uma representação visual e gráfica.

## **5 Desenvolvimento do conteúdo**

### **5.1 Planejamento**

#### **5.1.1 Breve revisão de matrizes**

A aula terá seu início com uma breve revisão do conteúdo de matrizes e determinantes, permitindo uma base para as aplicações que serão apresentadas posteriormente.

Será apresentado algumas operações básicas de matrizes, como soma de matrizes, produto por um escalar, multiplicação de matrizes e determinantes. Em cada uma dessas operações, será apresentado um exemplo.

O tempo destinado é de no máximo 5 minutos, para que haja mais foco nas aplicações

### **5.1.2 Representação de vetores como matrizes**

Para que as noções de matrizes sejam apresentadas de forma mais gráfica, elas serão relacionadas com vetores, que já são comuns em disciplinas como a Física. Assim é possível apresentar aplicações de multiplicação de matrizes e determinantes.

E então, as algumas operações da revisão anterior serão apresentadas graficamente, a soma de matrizes como uma soma de vetores e o produto por escalar alterando o módulo do vetor

O tempo destinado é de 5 minutos

### **5.1.3 Processamento de imagens em computação gráfica**

Utilizando os conceitos introduzidos anteriormente, as matrizes serão aplicadas ao processamento de imagens, baseando-se na representação de pixels como matrizes que guardam informações sobre suas cores. Assim é possível mostrar multiplicações de matrizes que podem aplicar filtros nas imagens de acordo com a matriz escolhida

Inicialmente, será mostrado a transformação de imagens simples em matrizes, e então a aplicação de alguns filtros diversos, como multiplicações de matrizes. Uma forma interativa de se observar isso seria desejável

O tempo destinado é de 7 minutos

#### 5.1.4 Criptografias

Continuando com a noção de utilizar matrizes como maneiras de armazenar dados, agora serão armazenados textos que poderão ser alterados utilizando operações de matrizes.

Primeiramente, começa-se com uma palavra simples para facilitar nos cálculos, então a palavra é convertida para números em uma matriz. Então é apresentado como é possível alterar essa matriz original contendo a palavra utilizando as operações de matrizes para criptografar a mensagem.

Então, é demonstrado o processo contrário, de descriptografar a mensagem conhecendo a criptografia utilizada.

O tempo destinado é de 7 minutos

## 5.2 Recursos

Vídeos e animações elaboradas no software livre *Manim* criado por *3Blue1Brown* com gravações de áudio.

## 6 Referências Bibliográficas

Aplicações de matrizes: <https://www.youtube.com/watch?v=rowWM-MijXU>

Criptografia com matrizes: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1020>

## Plano de videoaula

██████████ e ██████████  
 FAMAT 31104 - Seminários de Matemática Elementar - PROINTER 1  
 Professora ██████████

- Data:  
04 de fevereiro de 2022;
- Duração:  
O tempo estimado é de duas videoaulas de 15 minutos cada;
- Nível de ensino:  
A aula é destinada aos alunos do segundo ano do ensino médio;
- Conteúdo:
  - ★ Definição e representação;
  - ★ Tipos de matrizes;
  - ★ Adição de matrizes e suas propriedades;
  - ★ Multiplicação de números por matrizes e suas propriedades;
  - ★ Multiplicação de matrizes e suas propriedades;
  - ★ Matriz inversa;
  - ★ Determinantes.
- Objetivos:  
Fazer com que os alunos entendam conceitos básicos de matriz e aprendam um pouco sobre seu uso, no caso, a criptografia com matriz.
- Metodologia:  
O método de aprendizagem se dará por uma aula dinâmica com termos leves para que o estudo não seja cansativo. A aula será ministrada a partir de slides preparados. A videoaula também contará com exercícios sendo resolvidos.
- Referências bibliográficas:
  - ★ [MATEMÁTICA - AULAS DE MATRIZES: Definição e Conceitos](#)
  - ★ [O gabarito secreto](#)
  - ★ 360° Matemática - Fundamental: uma nova abordagem – 7 abril 2015, por José Ruy Giovanni, José Ruy Giovanni Júnior, José Roberto Bonjorno e Paulo Roberto Câmara de Sousa.
  - ★ Anglo 15 matemática - álgebra IV (1984-1985), por José Carlos Teixeira, Glenn Albert Jacques Van Amson, Oscar Gonçalves Júnior, Roberto Benedicto Aguiar Filho, Roberto Miguel El Jamal, Saulo Daolio e Vincenzo Bongiovanni.



## **Plano de aula**

Curso: Matemática

Professor: [REDACTED]

Assunto: Equações(funções) do 2º grau.

### **Ementa**

Função de segundo grau, raízes da função (equação) do segundo grau.

### **Carga horária**

5 aulas semanais.

### **Objetivo Geral**

- Identificar uma equação do segundo grau.
- Resolver uma equação do segundo grau.

### **Objetivos Específicos**

- Identificar uma equação do segundo grau completa e incompleta.
- Aprender a utilização da Fórmula de Bhaskara na resolução de uma equação completa

### **Metodologia**

Aulas com a utilização de slides para maior entendimento dos alunos.

### **Avaliação**

- Trabalho individual.
- Provas.
- Trabalho em grupo.

### **Bibliografia**

N.O.V.O. Bezerra Matemática - 2º Grau – Volume 1 – Editora Scipione

## APÊNDICE: PRODUTO EDUCACIONAL



## Índice

1. Introdução
2. Modelagem Matemática
3. Representação Matemática de Estradas e Rodas
4. Considerações Finais
5. Referências





## 1. Introdução

Como parte das exigências para conclusão de mestrados profissionais é solicitado o desenvolvimento de um produto educacional que permita o entendimento e apropriação das ideias, possibilitando sua replicação ou releitura por professores da educação básica.

De encontro a missão do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática que é “a inserção da educação científica e tecnológica em todos os espaços da educação formal e não formal” fora desenvolvido um Ebook intitulado “Vídeo interativo – Rodas Exóticas”.

Ebooks são livros em formato digital, que podem ser acessados virtualmente. Eles oferecem a possibilidade de personalização e inclusão de recursos interativos, enriquecendo a experiência de leitura e facilitando a compreensão do conteúdo.

Além disso como faço parte do NUPEME (Núcleo de Pesquisa em Mídias na Educação) desenvolvi um produto que está articulado com os projetos desenvolvidos neste grupo, isto é, ações em projetos de pesquisa que propõem a elaboração de estratégias de ensino e metodologias inovadoras.



Participaram da aplicação deste produto uma turma de 16 pessoas do primeiro período do curso de graduação em Matemática.

É importante salientar o nome da dissertação: VÍDEOS INTERATIVOS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA.

A pergunta da pesquisa foi: Quais foram os conhecimentos mobilizados na produção de vídeos interativos pelos estudantes ingressantes no curso de graduação em Matemática?

E o objetivo geral da pesquisa era “Compreender o processo de autoria de videoaulas interativas, elaborados por estudantes do primeiro período do curso de graduação em Matemática.”





Seja pela melhor qualidade de vida que os avanços nos setores da saúde, educação, alimentação e outros nos propiciaram ou, pelo anseio por uma vacina eficaz que ponha fim a uma pandemia e devolva à população a liberdade de ir e vir, reconhecemos com facilidade a importância da ciência.

Novo (2020), doutor e mestre em ciências da educação, ressalta a importância de investimentos na ciência alegando que o desenvolvimento de qualquer país está diretamente relacionado à aplicação de capital nesse setor e, por isso, considera que a inovação, a pesquisa e a capacitação científica são um bem público. A tecnologia, por sua vez, como produto da ciência e da engenharia, nos fornece instrumentos que facilitam o nosso dia a dia e tornam mais eficiente os nossos trabalhos.

Na medicina, por exemplo, a utilização de micro robôs permitem a realização de exames, medicação e procedimentos cirúrgicos em regiões do corpo de difícil acesso. Apesar da grande utilidade dos micro robôs para a medicina, a locomoção eficaz dos mesmos dentro de um organismo vivo não é simples, devido aos padrões de fluxo de fluidos dentro do corpo humano.

Nesse sentido, alguns estudos, propuseram a utilização de micro robôs com o formato de uma roda usual, no entanto, os resultados dos estudos mostraram que a locomoção era relativamente eficaz, uma vez que, as superfícies dentro do corpo estão molhadas e, então, os micro robôs com o formato mencionado tendem a escorregar.







Na busca por uma locomoção eficaz dos micro robôs, um novo estudo, divulgado em 2019 pela Science Robotics, desenvolvido por pesquisadores do Colorado School of Mines e da University of Colorado Denver e financiado pela NASA, objetivava “desenvolver uma nova abordagem que evite o deslizamento, utilizando micro robôs com o formato de rodas que encaixam como engrenagens na superfície de deslocamento, removendo efetivamente o deslizamento e levando a uma translação significativamente mais rápida”, ou seja, objetivava-se “desenvolver rodas que combinem melhor com as superfícies in vivo, levando a terapias mais rápidas onde o tratamento deve ser administrado rapidamente, por exemplo.” (Fadelli, 2019, p.1 tradução minha).

Essa abordagem foi inspirada na matemática de estradas e rodas que nos mostra que para qualquer formato de roda, há uma estrada ideal para translação. Assim, os pesquisadores investigaram a translação de rodas giratórias de vários tamanhos e formas em superfícies projetadas para imitar suas estradas ideais correspondentes com o objetivo de aumentar a velocidade de translação.

Ao fazer isso, desenvolvemos métodos onde rodas de estruturas diferentes interagem de maneiras diferentes com estradas diferentes, proporcionando oportunidades não apenas para dispositivos mais rápidos, mas também para separações e triagem de micro rodas, pavimentando o caminho para projetar dispositivos micro e nano capazes de translação aprimorada e controle e movimento em ambientes reais topograficamente complexos. (Yang *et al.*, 2019, p.1, tradução minha).



Baseando-nos nos resultados do estudo publicado pela Science Robotics, meu objetivo/problema consistia em compreender e justificar analiticamente como se obteve a equação da estrada e da roda ideal para que haja uma efetiva locomoção dos micro robôs.

Assim, de posse da equação da estrada e da roda, representar, por meio de uma animação, no software GeoGebra, a locomoção do micro robô (em formato de roda) na estrada que representa o interior de um organismo vivo.

As atividades foram desenvolvidas em uma universidade pública, mais específico em uma disciplina de primeiro período, portanto, foi uma atividade de ensino superior.

Utilizei diversas tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC), como por exemplo: software GeoGebra, programas de edição de vídeos e o aplicativo EdPuzzle.

Foi elaborado um vídeo interativo utilizando diferentes TDICs, para explorar o aprendizado de Modelagem Matemática e Rodas Exóticas. Neste vídeo propus quizzes que foram respondidos pelos alunos enquanto assistiam o conteúdo, de forma que só era possível continuar assistindo o vídeo com a resposta do quiz. Esta atividade foi feita e postada no site EdPuzzle, que serve como um Ambiente Virtual de Aprendizagem.

Aplicou-se questionários com o auxílio do site Google Formulário aos alunos da disciplina para analisar o que eles acharam dos vídeos e da plataforma utilizada. As informações adquiridas através deste processo foram analisadas de forma qualitativa, pois, é preciso considerar o cotidiano destes alunos, principalmente no ambiente remoto que estávamos inseridos.

Discuti e analisei a forma como os estudantes interagiram com as diferentes atividades realizadas no projeto.

## 2. Modelagem Matemática



Existem diversas concepções sobre modelagem matemática. A seguir, apresentaremos algumas concepções que nos embasaram para o desenvolvimento do trabalho.

De acordo com Bassanezi (2002, p.16) a modelagem matemática “consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Biembengut e Hein (2000) compreendem a Modelagem Matemática como um processo que resulta na obtenção de um modelo. Os autores consideram a matemática e a realidade dois conjuntos distintos sendo a modelagem o meio de conectá-los. Essa conexão envolve uma série de procedimentos que podem ser agrupados em três etapas: interação, matematização e modelo matemático. (Biembengut; Hein, 2000, p.13).

a) Interação: esta etapa é identificada pela pesquisa e o reconhecimento da situação-problema. Geralmente, o problema surge em outras áreas do conhecimento, investigação é fundamental para a familiarização do tema e a seleção de dados para o processo de resolução do problema;

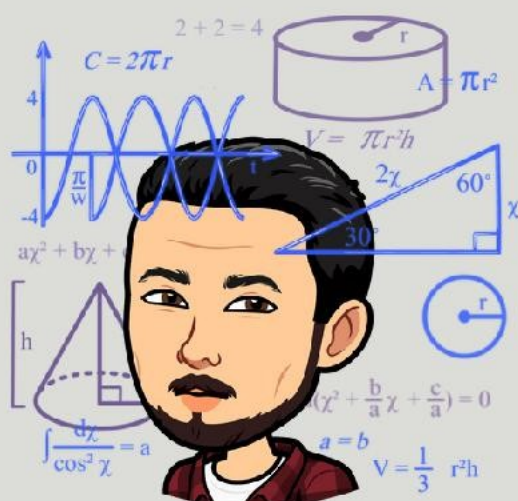
b) Matematização: esta etapa proporciona um desafio maior para quem vai desenvolver a pesquisa e subdivide-se em formulação e resolução do problema, traduzindo, através da linguagem matemática a situação real para um modelo matemático que poderá solucionar o problema inicial;

c) Modelo matemático: esta etapa consiste em validar ou não a solução encontrada para o problema, verificando o grau de confiabilidade na sua utilização e a sua aplicação em outras situações análogas. (Biembengut; Hein, 2000, p.13).

Baseando-nos nas três etapas propostas Biembengut e Hein (2000), realizamos algumas pesquisas no intuito de melhor compreendermos a matemática de estradas e rodas exóticas.

Na segunda etapa, traduzimos a situação-problema para a linguagem matemática, demonstrando analiticamente como se obtém a equação da estrada para a roda quadrada.

Por fim, para validar as equações encontradas, construímos uma animação, no software Geogebra, representando a locomoção da roda quadrada na estrada ideal.





### 3. Representação Matemática de Estradas e Rodas

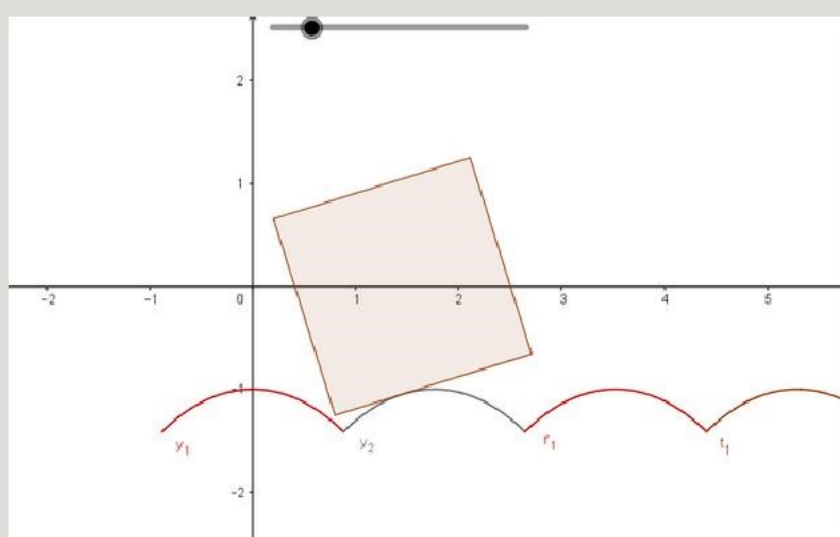
Com o auxílio de alguns teoremas de cálculo como a Regra da Cadeia, Teorema da Função Inversa e Teorema Fundamental do Cálculo é possível deduzir a equação da estrada perfeita para uma roda dada. No meu caso utilizei a roda quadrada. Foram utilizadas coordenadas paramétricas para as estradas e coordenadas polares para as rodas a efeito de conveniência. Durante o movimento, assumimos que a roda mantém um único ponto de contato com a estrada.

Após muitos cálculos realizados por Freitas (2018) a estrada perfeita para a roda quadrada resulta da concatenação de arcos de catenária invertida, em cada um dos quais rola um lado diferente do polígono.

Com a equação da estrada e da roda em mãos, estamos aptos a prosseguir com o trabalho. Agora, utilizando o software Geogebra, programaremos a locomoção da roda quadrada na catenária invertida



## ANIMAÇÃO CONSTRUÍDA COM O SOFTWARE GEOGEBRA



[ACESSE A ANIMAÇÃO CLICANDO AQUI!](#)

Abaixo segue o vídeo interativo produzido no aplicativo EdPuzzle. Para ter acesso, aponte a câmera do celular no QR code ou clique no link.

Além disso é necessário fazer *log-in*, para isso pode ser utilizado sua conta Google ou Microsoft.



[ACESSE O VÍDEO CLICANDO AQUI!](#)

Neste vídeo é abordado um conteúdo divertido e curioso para os alunos estudantes do curso de Matemática.

Desde os primeiros anos de vida fomos induzidos a acreditar que só existe a roda no formato circular, chega até ser estranho imaginar uma roda triangular, quadrada ou pentagonal. Apesar de inusitado é possível criar rodas em formatos diferentes, além do mais é possível criar uma estrada perfeita para cada formato de roda.

A Matemática é responsável por fazer tal construção, isto é, da estrada a partir da roda. Este par roda-estrada forma uma engrenagem perfeita, onde o movimento é suave, sem solavanco ou deslize.



Foram propostas 4 questões:

- Em que ano a roda foi inventada?
- Em uma superfície lisa, qual bicicleta se locomove mais rápido?
- Em uma superfície formada por arcos, qual bicicleta se locomove mais rápido?
- Sabendo que o primeiro arco de catenária da estrada é dado por  $-\cosh(x)$  onde  $x$  varia de  $-\ln(1+\sqrt{2})$  até  $\ln(1+\sqrt{2})$ . Qual será a fórmula do próximo arco de catenária e qual será o intervalo do domínio?

Como estas questões são baseadas no vídeo, foi colocado um lembrete informando que é possível voltar o vídeo quantas vezes for necessário.

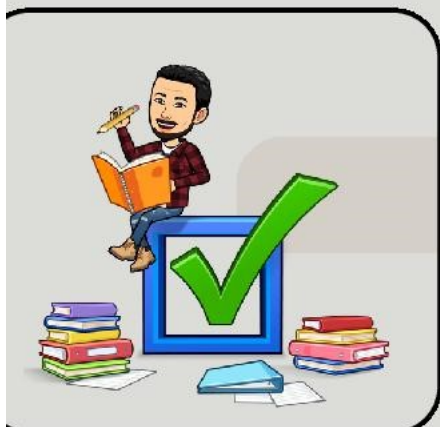
## 4. Considerações Finais



Este trabalho mostrou que a modelagem matemática é uma ferramenta com bastante potencial e que abrange diversas áreas do saber, como a medicina, física e a robótica. O conhecimento de conteúdos avançados de cálculo e equações diferenciais auxilia de forma culminante no desenvolvimento das propostas e serve como referencial científico.

A utilização do software GeoGebra, que faz parte das tecnologias digitais da informação, oferece uma visualização das equações encontradas durante os cálculos e uma simulação do movimento além de mostrar que a matemática pode ser enxergada em ações simples do cotidiano, como o rolar de uma roda em uma estrada.

Assim conclui-se que o produto educacional cumpriu com êxito o foco do Programa de Pós-Graduação que é de realizar “ações sistemáticas e interativas entre as áreas”.



## 5. Referências

BASSANEZI, Rodney Carlos. Ensino-aprendizagem com Modelagem matemática. 2002.

BIEMBENGUT, Maria S.; HEIN, Nelson. Modelagem Matemática no Ensino. São Paulo: Editora Contexto, 2000.

FADELLI, Ingrid. Enhancing the locomotion of small robots with microwheel. Tech Xplore, 2019. Disponível em: <https://techxplore.com/news/2019-08-locomotion-small-robotsmicrowheels.html>. Acesso em 27 abr. 2021.

FREITAS, F.A. Rodas Exóticas. 2018. 35 f. Trabalho de Conclusão de curso (Graduação em Matemática). Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia. 2018.

NOVO, Benigno Núñez. A importância da ciência, tecnologia e inovação para a sociedade. Jusbrasil, 2020. Disponível em: <<https://benignonovonovo.jusbrasil.com.br/artigos/845978281/a-importanciada-ciencia-tecnologia-einovacao-para-a-sociedade>>. Acesso em 27 abr. 2021.

YANG, T. et al. Microwheels on microroads: Enhanced translation on topographic surfaces. Science Robotics, 2019. Disponível em: <<https://robotics.sciencemag.org/content/robotics/4/32/eaaw9525.full.pdf>>. Acesso em 27 abr. 2021.

OBG!

