

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

GUSTAVO CARVALHO SANTOS

**APLICAÇÕES DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL E REINFORCEMENT LEARNING
NA PREVISÃO DE PREÇOS E GESTÃO DE PORTFÓLIOS: ENSAIOS NO
CONTEXTO FINANCEIRO E DE COMMODITIES**

Uberlândia

2024

GUSTAVO CARVALHO SANTOS

**APLICAÇÕES DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL E REINFORCEMENT LEARNING
NA PREVISÃO DE PREÇOS E GESTÃO DE PORTFÓLIOS: ENSAIOS NO
CONTEXTO FINANCEIRO E DE COMMODITIES**

Exame de Tese apresentado à Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutorado em Engenharia Elétrica.

Prof. Orientador: Antônio Cláudio Paschoarelli Veiga
Prof. Coorientador: Flavio Luiz de Moraes Barboza

Uberlândia
2024



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Elétrica

Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 3N - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP
38400-902

Telefone: (34) 3239-4707 - www.posgrad.feelt.ufu.br - cobel@ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Elétrica				
Defesa de:	Tese de Doutorado, 339, PPGEELT				
Data:	Dezesseis de julho de dois mil e vinte e quatro	Hora de início:	9h30	Hora de encerramento:	12h30
Matrícula do Discente:	12023EEL009				
Nome do Discente:	Gustavo Carvalho Santos				
Título do Trabalho:	Aplicações de Inteligência Artificial e Reinforcement Learning na Previsão de Preços e Gestão de Portfólios: Ensaios no Contexto Financeiro e de Commodities				
Área de concentração:	Processamento da Informação				
Linha de pesquisa:	Processamento Digital de Sinais e Redes de Comunicação				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Coordenador do projeto: Antonio. C. P. Veiga. Título do projeto: Aplicação de machine learning para predição de sinais, estimativa de parâmetros e reconhecimento de padrões. Vigência do projeto: 02/2018 - atual.				

Reuniu-se por meio de videoconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, assim composta:

Professores Doutores: Gilberto Arantes (UFU), Geraldo Nunes Silva (UNESP), José Augusto Fiorucci (UNB) e José Eduardo Ferreira Lopes (UFU) e Flávio Luiz de Moraes Barboza, coorientador do discente.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Prof. Antônio Cláudio Paschoarelli Veiga, após ficar impossibilitado de participação devido a problemas de conexão com a sala virtual, solicitou ao coorientador Prof. Flávio Luiz de Moraes Barboza que assumisse a presidência da Comissão Examinadora. O mesmo apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir o candidato. Finalizada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o candidato:

APROVADO.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor. O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme, foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Gilberto Arantes Carrijo, Usuário Externo**, em 18/07/2024, às 09:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Flávio Luiz de Moraes Barboza, Professor(a) do Magistério Superior**, em 18/07/2024, às 11:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Jose Augusto Fiorucci, Usuário Externo**, em 18/07/2024, às 12:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **José Eduardo Ferreira Lopes, Professor(a) do Magistério Superior**, em 18/07/2024, às 14:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **GERALDO NUNES SILVA, Usuário Externo**, em 18/07/2024, às 14:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5487002** e o código CRC **D1AB8CBD**.

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

S237	Santos, Gustavo Carvalho, 1996-
2024	Aplicações de Inteligência Artificial e Reinforcement Learning na Previsão de Preços e Gestão de Portfólios: Ensaios no Contexto Financeiro e de Commodities [recurso eletrônico] / Gustavo Carvalho Santos. - 2024.
<p>Orientador: Antônio Cláudio Paschoarelli Veiga. Coorientador: Flávio Luiz de Moraes Barboza. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Elétrica. Modo de acesso: Internet. Disponível em: http://doi.org/10.14393/ufu.te.2024.501 Inclui bibliografia. Inclui ilustrações.</p>	
<p>1. Engenharia elétrica. I. Veiga, Antônio Cláudio Paschoarelli,1963-, (Orient.). II. Barboza, Flávio Luiz de Moraes,1980-, (Coorient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.</p>	
CDU: 621.3	

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074

Este trabalho é dedicado à minha família e aos meus amigos.

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, **Vivian**, ao meu pai, **Edilson**, e ao meu irmão, **Guilherme**, pelo carinho, orientação e apoio que constantemente me proporcionaram.

À minha noiva, **Bianca**, por todo o companheirismo, amor e incentivo.

Aos meus orientadores, **Prof. Dr. Paschoarelli** e **Prof. Dr. Flavio Barboza**, pelo apoio, paciência, confiança e sabedoria compartilhada.

À **Sapiens.Agro** pelo apoio financeiro a esta pesquisa.

A todos os meus amigos.

A todos os professores e as professoras que um dia me ensinaram e contribuíram para a minha formação.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, por possibilitar a realização deste trabalho.

“Alegações extraordinárias exigem evidências extraordinárias”

—Carl Sagan, *O Mundo Assombrado pelos Demônios*

RESUMO

Esta tese é composta por três estudos que analisam o uso de inteligência artificial e aprendizado de máquina na previsão de preços e otimização de portfólios. O primeiro estudo aborda a aplicação de redes neurais de memória de longo curto prazo (em inglês, *long short-term memory*) para prever preços do etanol brasileiro, demonstrando que esse modelo superou outros algoritmos em termos de precisão, especialmente durante a pandemia. O segundo estudo se trata de uma revisão sistemática da literatura sobre inteligência artificial em gestão de portfólios, identificando lacunas e sugerindo direções futuras. O terceiro e último estudo compara algoritmos de aprendizado por reforço (em inglês, *reinforcement learning*) com estratégias tradicionais, mostrando que a inclusão de derivativos melhora o desempenho dos portfólios e que técnicas de *reinforcement learning* aumentam retornos sem elevar riscos. Os resultados destacam a eficácia da inteligência artificial na previsão de preços e otimização de investimentos, oferecendo vantagens ao setor financeiro e ao setor de commodities agrícolas.

Palavras-chave: *Reinforcement Learning*, Otimização de Carteiras, Derivativos de Commodities, Dow Jones, Ibovespa, Custos de Transação, Gerenciamento de Ativos Orientado por IA.

ABSTRACT

This thesis comprises three essays that utilize artificial intelligence (AI) and machine learning for price prediction and portfolio optimization. The first essay applies LSTM neural networks to predict Brazilian ethanol prices, demonstrating that this model outperforms other algorithms in accuracy, especially during the pandemic. The second essay conducts a systematic literature review on AI in portfolio management, identifying gaps and suggesting future directions. The third essay compares reinforcement learning algorithms with traditional strategies, showing that the inclusion of derivatives enhances portfolio performance and that RL techniques increase returns without raising risks. The results highlight the effectiveness of AI in price predictions and investment optimization, offering advantages in the financial and agricultural commodities sectors.

Keywords: Reinforcement Learning, Portfolio Optimization, Commodity Derivatives, Dow Jones, Ibovespa, Transaction Costs, Data-Driven Asset Management.

SUMÁRIO

	Páginas
Lista de Figuras	13
Lista de Abreviaturas	14
Lista de Tabelas	15
1 Introdução	18
A Publicações	19
2 Previsão de preços spot do etanol brasileiro utilizando <i>long short-term memory</i>	20
2.1 Introdução	20
2.2 Trabalhos relacionados	21
2.3 Metodologia	23
2.3.1 Dados	23
2.3.2 Redes de <i>long short-term memory</i>	25
2.3.3 Modelo proposto e <i>benchmarks</i>	26
2.4 Resultados e discussão	28
2.4.1 Curvas de aprendizado	28
2.4.2 Resultados da previsão	29
2.4.3 Visualização das previsões	32
2.5 Considerações acerca deste estudo	34
3 Otimização de carteiras utilizando inteligência artificial: uma revisão sistemática da literatura	36
3.1 Introdução	36
3.2 Referencial teórico	37
3.3 Aspectos metodológicos	38
3.3.1 Seleção de artigos	39
3.3.2 Análise sistemática da literatura	40
3.4 Resultados e discussão	42
3.5 Considerações acerca deste estudo	46
4 Gestão de carteiras de investimentos empregando <i>reinforcement learning</i>	47
4.1 Introdução	47
4.2 Aspectos teóricos	49
4.2.1 Gestão de portfólios	49
4.2.2 <i>Reinforcement learning</i>	50

4.2.3	Literatura pertinente à gestão de portfólios via <i>reinforcement learning</i>	52
4.3	Métodos	53
4.3.1	Procedimento de análise	58
4.4	Resultados	59
4.4.1	Carteiras sem custos de transação	59
4.4.2	Portfólios com custos de transação	62
4.4.3	Testes estatísticos	65
4.4.4	Análise da composição do portfólio	66
4.5	Considerações acerca deste estudo	67
5	Conclusões da tese	70
5.1	Conclusões	70
Referências		72
Apêndice A	Apêndices do Capítulo 2 — Material complementar	82
1.1	Resultados complementares	82
Apêndice B	Apêndices do Capítulo 3 — Material complementar	113
2.1	Resultados complementares	113
Apêndice C	Apêndices do Capítulo 4 — Conceitos de aprendizado por reforço	115
3.1	Introdução ao <i>reinforcement learning</i>	115
3.1.1	Componentes básicos de um problema de <i>reinforcement learning</i>	115
3.2	Fundamentos do <i>reinforcement learning</i>	116
3.2.1	Função de transição	116
3.2.2	Política de estado	116
3.3	Modelos e algoritmos de <i>reinforcement learning</i>	117
3.3.1	Modelos baseados em valor	117
3.3.2	Modelos baseados em políticas	117
3.3.3	Modelos baseados em <i>actor-critic</i>	117
Apêndice D	Apêndices do Capítulo 4 — Resultados e simulações extras	121
4.1	Ativos e commodities utilizados no trabalho	121
4.2	Análise das transações realizadas pelos algoritmos	121
4.3	Análise da negociação de commodities	129
4.4	Análise de <i>drawdowns</i>	134
4.5	Avaliação da variação da função de recompensa	143

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Preços à vista do etanol brasileiro em dólares americanos no período entre 2010 e 2020	24
Figura 2.2	Arquitetura de <i>long short-term memory</i> com um portão de esquecimento. Fonte: Yu et al. (2019).	26
Figura 2.3	Arquitetura da rede neural	27
Figura 2.4	Erro para o modelo de 63 dias	28
Figura 2.5	Erro para o modelo de 126 dias	29
Figura 2.6	Erro para o modelo de 252 dias	29
Figura 2.7	Previsões para 63 dias à frente	32
Figura 2.8	Previsões para 126 dias à frente	33
Figura 2.9	Previsões para 252 dias à frente	33
Figura 3.1	Fluxo do processo de seleção dos artigos utilizados na revisão sistemática	39
Figura 3.2	Distribuição de artigos selecionados por ano e por tipo de inteligência artificial	42
Figura 3.3	Nuvem de palavras	43
Figura 3.4	Principais modelos de inteligência artificial encontrados, por contagem absoluta dos algoritmos utilizados e considerando as intersecções entre eles	43
Figura 3.5	Categorias binárias de procedimentos adotados (balanceamento das carteiras, cardinalidade e inclusão de custos de transação na modelagem)	44
Figura 4.1	Retorno acumulado de portfólios de ações sem custos de transação. Fonte: autores.	61
Figura 4.2	Retorno acumulado de portfólios de ações e derivativos de commodities, sem custos de transação. Fonte: autores.	61
Figura 4.3	Retorno acumulado dos portfólios de ações com taxas. Fonte: autores.	64
Figura 4.4	Retorno acumulado dos portfólios de ações e commodities com taxas. Fonte: autores.	64
Figura C.1	Interação entre o agente e o ambiente. Fonte: Sutton e Barto (2018).	116
Figura D.1	Posições tomadas no portfólio de ações sem taxas	122
Figura D.2	Posições tomadas no portfólio de ações e commodities sem taxas	124
Figura D.3	Posições tomadas no portfólio de ações com taxas	126
Figura D.4	Posições tomadas no portfólio de ações e commodities com taxas	128
Figura D.5	Posições tomadas para as commodities no portfólio sem taxas	129
Figura D.6	Posições tomadas para as commodities no portfólio com taxas	132

LISTA DE ABREVIATURAS

A2C	<i>Advantage Actor-Critic</i>
AMH	<i>Adaptive Market Hypothesis</i>
ARIMA	<i>Autoregressive Integrated Moving Average</i>
B&H	<i>Buy and Hold</i>
DDPG	<i>Deep Deterministic Policy Gradient</i>
DRL	<i>Deep Reinforcement Learning</i>
EMH	<i>Efficient Market Hypothesis</i>
GARCH	<i>Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i>
IA	Inteligência Artificial
LSTM	<i>Long Short-Term Memory</i>
MAPE	<i>Mean Absolute Percentage Error</i>
MLP	<i>Multilayer Perceptron</i>
MPT	Teoria Moderna do Portfólio
MSE	<i>Mean Squared Error</i>
MSE	<i>Root Mean Square Error</i>
PPO	<i>Proximal Policy Optimization</i>
RBF	<i>Radial Basis Function</i>
RF	<i>Random Forest</i>
RL	<i>Reinforcement Learning</i>
RNA	Redes Neurais Artificiais
SAC	<i>Soft Actor-Critic</i>
SVM	<i>Support Vector Machine</i>
TD3	<i>Twin-Delayed Deep Deterministic Policy Gradient</i>

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Defasagens utilizadas como variáveis de entrada. C_t significa preço de fechamento no tempo t	24
Tabela 2.2	Taxas de erro em cada modelo para amostra de validação	30
Tabela 2.3	Razões de acerto das previsões para o horizonte de 63 dias	30
Tabela 2.4	Razões de acerto das previsões para o horizonte de 126 dias	31
Tabela 2.5	Razões de acerto das previsões para o horizonte de 252 dias	31
Tabela 3.1	Termos-chave para pesquisa	40
Tabela 3.2	Categorias investigadas, divididas em subcategorias (codificadas por simplicidade na visualização). As categorias 3 a 7 possuem uma subcategoria adicional denominada “Não Informado”	41
Tabela 3.3	Objeto do estudo	44
Tabela 3.4	Categorias relacionadas aos dados (período e frequência)	44
Tabela 3.5	Cruzamento de categorias	45
Tabela 4.1	Funções para criar e treinar agentes de <i>deep reinforcement learning</i> . Fonte: (LIU et al., 2021)	57
Tabela 4.2	Desempenho das carteiras de ações sem custos de transação e comparação com índices de referência. R_p denota o retorno médio anual (em porcentagem); R_{acum} representa o retorno acumulado (em porcentagem); Vol indica volatilidade; S fornece o índice Sharpe; e β (IBOV) e β (DJI) são os betas da carteira em relação aos índices Ibovespa e Dow Jones, respectivamente. .	60
Tabela 4.3	Desempenho das carteiras de ações e commodities sem custos de transação e comparação com índices de referência. R_p é o retorno médio anual (em porcentagem); R_{acum} é o retorno acumulado (em porcentagem); Vol denota volatilidade; S fornece o índice Sharpe; e β (IBOV) e β (DJI) são os betas da carteira em relação aos índices Ibovespa e Dow Jones, respectivamente. .	60
Tabela 4.4	Desempenho de portfólios de ações incluindo custos de transação e comparação com índices de referência. R_p denota o retorno médio anual (em porcentagem); R_{acum} representa o retorno acumulado (em porcentagem); Vol representa a volatilidade; S fornece a razão de Sharpe; e β (IBOV) e β (DJI) são os betas dos portfólios em relação aos índices Ibovespa e Dow Jones, respectivamente. .	63

Tabela 4.5 Desempenho de portfólios de ações e commodities, incluindo custos de transação e comparação com índices de referência. R_p é o retorno médio anual (em porcentagem); R_{acum} é o retorno acumulado (em porcentagem); Vol representa volatilidade; S fornece a razão de Sharpe; e β (IBOV) e β (DJI) são os betas dos portfólios em relação aos índices Ibovespa e Dow Jones, respectivamente.	63
Tabela 4.6 Estatísticas do <i>Z-score</i> do teste Ledoit-Wolf comparando razões de Sharpe em portfólios com commodities (acima da diagonal) e portfólios sem commodities (abaixo da diagonal). Os níveis de significância de 1%, 5% e 10% são representados pelas cores amarelo, laranja e vermelho, respectivamente.	65
Tabela 4.7 Estatísticas do <i>Z-score</i> do teste Ledoit-Wolf Ledoit e Wolf (2008) comparando razões de Sharpe em portfólios com custos de transação (acima da diagonal) e portfólios sem custos (abaixo da diagonal). Os níveis de significância de 1%, 5% e 10% são representados pelas cores amarelo, laranja e vermelho, respectivamente.	66
Tabela 4.8 Estatísticas do <i>Z-score</i> do teste Ledoit-Wolf Ledoit e Wolf (2008) avaliando a variância nas razões de Sharpe entre diferentes aplicações de modelo em três cenários: portfólios com e sem commodities, com e sem custos de transação, e combinando ambos os fatores. Os níveis de significância de 1% e 5% são representados pelas cores amarelo e laranja, respectivamente.	66
Tabela 4.9 Estatísticas descritivas dos pesos das classes de ativos em portfólios excluindo commodities	69
Tabela A.1 Previsões para o modelo <i>long short-term memory</i> com horizonte de 63 dias .	82
Tabela A.2 Previsões para o modelo <i>long short-term memory</i> com horizonte de 126 dias	95
Tabela A.3 Previsões para o modelo <i>long short-term memory</i> com horizonte de 252 dias	105
Tabela B.1 Resultados da revisão da literatura codificados em cada uma das sete categorias	114
Tabela D.1 Número de posições únicas tomadas por cada algoritmo para a carteira de ações sem taxas	123
Tabela D.2 Número de posições únicas tomadas por cada algoritmo para a carteira de ações e commodities sem taxas	125
Tabela D.3 Número de posições únicas tomadas por cada algoritmo para a carteira de ações com custos	127
Tabela D.4 Número de posições únicas tomadas por cada algoritmo para a carteira de ações e commodities com custos	128
Tabela D.5 Estatísticas descritivas dos pesos atribuídos às commodities para carteira sem custos de transação.	130

Tabela D.6 Estatísticas descritivas dos pesos atribuídos às commodities para carteira com custos de transação.	132
Tabela D.7 <i>Drawdown</i> por modelo da carteira contendo apenas ações, sem custos de transação.	134
Tabela D.8 <i>Drawdown</i> por modelo da carteira contendo ações e commodities, sem custos de transação.	136
Tabela D.9 <i>Drawdown</i> por modelo da carteira contendo apenas ações, com custos de transação.	138
Tabela D.10 <i>Drawdown</i> por modelo da carteira contendo ações e commodities, com custos de transação.	141
Tabela D.11 Resultados da aplicação do teste de significância estatística de (LEDOIT; WOLF, 2008) comparando os resultados da aplicação de diferentes funções de recompensa	144

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Esta tese é composta por três estudos relacionados à inteligência artificial (IA) aplicada às finanças, especificamente à previsão de séries temporais e à gestão de carteiras de investimentos.

O primeiro estudo (Capítulo 2) explora o desafio da prevenção dos preços do etanol no Brasil, um relevante produtor mundial desse biocombustível, considerando a volatilidade dos preços e o seu impacto em cadeias de preços dependentes, como alimentos e gasolina. A pesquisa emprega uma arquitetura de redes neurais recorrentes, particularmente a memória de longo curto prazo (em inglês, *long short-term memory* [LSTM]), para prever os preços spot do etanol em intervalos de tempo variados (3, 6 e 12 meses à frente). O modelo LSTM é comparado a três algoritmos de referência: (i) floresta aleatória (em inglês, *random forest* [RF]); (ii) máquina de vetores de suporte (em inglês, *support vector machine* [SVM]) com núcleo linear (SVML); e (iii) SVM com núcleo de função de base radial (em inglês, *radial basis function* [RBF]) (SVMR). Medidas estatísticas, como raiz do erro quadrático médio (em inglês, *root-mean-square deviation* [RMSE]), erro percentual absoluto médio (em inglês, *mean absolute percentage error* [MAPE]) e acurácia, são usadas para avaliar a sua robustez. O estudo revela que, embora o modelo LSTM seja superior em termos de RMSE e MAPE, o modelo SVM linear é mais eficiente na identificação de tendências de preços. O capítulo também destaca um aumento nos erros de previsão durante a pandemia, ressaltando a dificuldade de modelar preços em cenários de crise.

Já no segundo estudo (Capítulo 3), investiga-se a utilização de modelos de IA na otimização de carteiras de ativos financeiros. O estudo analisa uma variedade de algoritmos e técnicas de aprendizado de máquina aplicáveis à seleção e validação de carteiras de investimentos baseando-se em dados históricos. O objetivo central é realizar uma revisão sistemática da literatura para identificar as principais técnicas de IA empregadas na gestão de carteiras até 2020. A metodologia adotada envolve o uso do Methodi Ordinatio para a seleção e classificação de artigos pertinentes. Além disso, o estudo estabelece categorias para a avaliação e comparação das pesquisas revisadas, abordando aspectos como o objeto de estudo, o tipo de IA utilizado, o período de análise dos dados, a frequência dos dados, o balanceamento e a cardinalidade. Esse enfoque permite não apenas a identificação de tendências e contribuições-chave no campo, mas também a detecção de lacunas na literatura, oferecendo direções para futuras pesquisas sobre o tema.

O terceiro e último estudo (Capítulo 4) aborda a complexidade e o desafio que os investidores enfrentam ao buscar maiores retornos em uma variedade de opções e mercados. Focaliza-se a eficácia dos algoritmos de aprendizado por reforço (em inglês, *reinforcement learning* [RL]) na otimização de carteiras de investimento, comparando o seu desempenho às estratégias tradicionais e aos índices de referência norte-americanos e brasileiros. Um aspecto adicional explorado é o impacto da inclusão de derivativos de commodities nas carteiras e os custos de transação associados. Os resultados revelam que a inclusão de derivativos pode melhorar significativamente

o desempenho das carteiras, ao mesmo tempo em que reduz a sua volatilidade, apresentando uma oportunidade atraente para investidores. As técnicas de RL demonstram uma eficácia superior na otimização de carteiras, resultando em um aumento médio de 12% nos retornos sem um aumento correspondente no risco. Portanto, esta pesquisa contribui substancialmente para o campo das Finanças. Ela não apenas ilumina a aplicação de RL, como também oferece insights valiosos para a academia. Além disso, desafia noções convencionais de eficiência de mercado e teorias modernas de portfólio, proporcionando implicações práticas. Ela também indica que a gestão de investimentos baseada em dados tem o potencial de aumentar a eficiência, mitigar conflitos de interesse e reduzir a tomada de decisões tendenciosas, transformando assim o cenário do investimento financeiro.

A PUBLICAÇÕES

SANTOS, Gustavo Carvalho et al. Forecasting brazilian ethanol spot prices using LSTM. *Energies*, v. 14, n. 23, p. 7987, 2021.

SANTOS, Gustavo Carvalho et al. Portfolio Optimization using Artificial Intelligence: A Systematic Literature Review. *Exacta*, 2022.

SANTOS, Gustavo Carvalho et al. Management of investment portfolios employing reinforcement learning. *PeerJ Computer Science*, v. 9, p. e1695, 2023.

 CAPÍTULO 2

PREVISÃO DE PREÇOS SPOT DO ETANOL BRASILEIRO

UTILIZANDO *long short-term memory*

2.1 INTRODUÇÃO

O etanol se tornou uma alternativa interessante aos combustíveis fósseis no mundo todo. No Brasil, esse biocombustível é amplamente utilizado, e a produção brasileira é a segunda maior do mundo, ficando atrás apenas dos Estados Unidos. A importância desse biocombustível no Brasil se deve ao fato de que o petróleo foi substituído pelo etanol em 20% do combustível automotivo no país, permitindo assim que 80% dos carros brasileiros possam utilizar misturas de gasolina e etanol. Essa substituição ocorreu após o país ser severamente afetado pela crise do petróleo de 1973. Em resposta à crise, o governo federal investiu no ambicioso Programa Pró-Álcool para estimular a produção de etanol como substituto da gasolina (GOLDEMBERG, 2006).

O principal método de produção de etanol utilizado na indústria global é a fermentação alcoólica por meio de um processo microbiológico (SILVA et al., 2005). No Brasil, a principal matéria-prima para este processo é a cana-de-açúcar. Os açúcares são transformados em etanol, energia, biomassa celular, CO₂ e outros produtos secundários por células de levedura (LOPES et al., 2016).

Em termos de impacto econômico, o mercado internacional do etanol produzido no Brasil é expressivo e disseminado. De acordo com dados governamentais (MINISTRY...,), os produtores locais exportam para mais de 60 países e importam de quase 20, e o país está entre os três principais exportadores dessa commodity (CARPIO, 2019). Além disso, a Administração de Informações de Energia (EIA, 2021) relata a importância da relação Brasil–EUA, bem como destaca os aspectos políticos que influenciam as transações nesses países.

Alguns estudos revelam que os preços do etanol podem afetar os preços de diversos produtos, principalmente alimentos e gasolina (HIRA; de Oliveira, 2009). Além disso, não é difícil encontrar pesquisas que apresentam visões semelhantes. Por exemplo, David, Inácio e Machado (2019) avalia a transmissão de preços via cointegração entre etanol e outras commodities, especialmente café, e Carpio (2019) observou que os preços do petróleo afetaram os preços do etanol ao analisá-los por mais de 20 anos. Adicionalmente, a volatilidade dos preços à vista incentiva agentes a se protegerem contra o risco de mercado nos mercados brasileiro e norte-americano (DAVID et al., 2018).

O preço do etanol é peculiar, pois não é padronizado para o comércio global, como o petróleo, milho ou café (CARPIO, 2019). Embora o preço à vista do etanol no Brasil seja determinado pelo mercado, existem poucos dispositivos financeiros na bolsa de valores local, o que leva muitos produtores e consumidores a assumir o risco de mercado. No entanto, ele tem poten-

cial de crescimento como energia renovável devido às melhorias na eficiência de sua produção (CARPIO; SOUZA, 2019) e à enorme necessidade atual e futura de energia no mundo (HERRERA et al., 2019b). Assim, como o Brasil é um dos grandes mercados de etanol (CARPIO, 2019; ARAUJO et al., 2019), o comportamento do preço local é um elemento a ser observado em todo o mundo.

Outra questão envolvida na previsão de preços é a complexidade dessa tarefa. Prever preços é um dos maiores desafios no ambiente financeiro. Há razões óbvias, como a natureza futura e dinâmica dos preços, e metodologias empregadas para isso. Os métodos baseados em modelagem estatística precisam simplificar os fenômenos ao tentar prever estruturas lineares. Porém, métodos mais recentes que surgiram do desenvolvimento da inteligência artificial demonstraram resultados interessantes (BARBOZA; KIMURA; ALTMAN, 2017; HERRERA et al., 2019b; ALAMEER et al., 2020; SUN; ZHANG, 2020) que superaram os métodos estatísticos em muitos casos, notavelmente em contextos complexos.

Baseado nisso, nosso estudo pretende usar redes neurais artificiais com arquitetura *long short-term memory* (LSTM) para prever os preços à vista do etanol no mercado brasileiro. Até onde sabemos, este é o primeiro estudo dedicado a prever o preço do etanol. Os resultados obtidos neste capítulo demonstram que é possível prever os preços do etanol no contexto brasileiro com um grau de correção de direção entre 68 e 80% para os períodos de 63, 125 e 252 dias úteis (equivalente a 3, 6 e 12 meses). Além disso, para a validação do algoritmo, três modelos são comparados à LSTM: (i) *random forest* (RF); (ii) máquina de vetores de suporte (SVM) com núcleo linear (SVML); e (iii) SVM com núcleo de função de base radial (SVMR). Estas técnicas apresentaram um desempenho satisfatório em contextos de mercado financeiro (BARBOZA; KIMURA; ALTMAN, 2017; ALAMEER et al., 2020; SUN; ZHANG, 2020). O modelo revelou um interessante poder de previsão do preço do etanol brasileiro com um pequeno erro em períodos de baixa volatilidade, mas apresentou um desempenho ruim durante a pandemia causada pela covid-19, devido à forte queda dos preços das commodities nesse período.

Este estudo contribui para a literatura como o primeiro estudo que examina modelos de aprendizado de máquina para a previsão do etanol brasileiro, especialmente redes LSTM. Os algoritmos implementados podem ajudar os praticantes a melhorar seus desempenhos, bem como possibilitar a aplicação de estratégias avançadas para *hedging* de portfólios e especulativos.

O capítulo está organizado em quatro seções. Na Seção 2.2, revisa-se estudos relacionados. A Seção 4.3 descreve o modelo LSTM proposto e a nossa metodologia. A Seção 4.4 detalha os resultados empíricos. Por fim, a Seção 4.5 apresenta as considerações finais e algumas recomendações.

2.2 TRABALHOS RELACIONADOS

Vários estudos têm se dedicado à aplicação de técnicas estatísticas para entender o comportamento dos preços do etanol e estabelecer relações de dependência em diferentes mercados.

David et al. (2018) utilizou várias ferramentas para investigar o mecanismo dos preços do etanol no Brasil no período de 2010 a 2015, como média móvel autorregressiva integrada, média móvel autorregressiva fracionada integrada, análises de flutuação destendenciada e expoentes de Hurst e Lyapunov. De acordo com o autor, os resultados demonstram que o preço do bio-combustível é antipersistente.

Bouri, Dutta e Saeed (2021) afirmaram que os modelos de heterocedasticidade condicional autorregressiva generalizada (GARCH) podem incorporar quebras estruturais e melhorar a previsão da volatilidade do mercado de etanol nos Estados Unidos. Os autores também notaram que a influência de boas e más notícias pode ser adequadamente avaliada considerando tais quebras.

Também é possível encontrar na literatura inúmeros trabalhos que estudam a relação entre os preços do etanol e outras commodities. Carpio (2019) relacionou os efeitos de curto e longo prazo dos preços do petróleo nas previsões dos preços do etanol, da gasolina e do açúcar. O autor conclui que o etanol é sensível às mudanças de curto e longo prazo no petróleo. David, Inácio e Machado (2019) afirmaram que, em geral, o etanol tem um horizonte de previsibilidade menor do que outras commodities. Pokrivčák e Rajčaniová (2011) também encontraram uma relação entre os preços do petróleo e os preços do etanol. Bastianin, Galeotti e Manera (2016) apontaram evidências de que o preço do etanol pode ser previsto pelos retornos do milho.

No entanto, estudos envolvendo a inteligência artificial e a previsão dos preços do etanol ainda são escassos, apesar do grande número de trabalhos relacionados à aprendizagem de máquina aplicada a séries temporais de commodities. Em particular, Bildirici, Bayazit e Ucan (2020) testaram um modelo híbrido (GARCH + LSTM) para analisar a volatilidade dos preços do petróleo, incluindo os efeitos da pandemia de covid-19. Suas descobertas destacam a contribuição da LSTM, especialmente devido à complexidade que geralmente prevalece em tais dados.

Por meio de algoritmos de regressão, Ding e Zhang (2020) examinaram os efeitos do petróleo, cobre, ouro, milho e gado entre eles em termos de correlações. Os autores aplicaram o método de cointegração e encontraram uma ligação entre petróleo e cobre, bem como evidências relacionadas ao impacto dos governos em outros mercados de commodities.

Kulkarni e Haidar (2009) desenvolveram um modelo baseado em RNA para prever tendências de preços do petróleo bruto. Os autores enfatizaram o uso problemático de modelos econométricos que podem fornecer “resultados enganosos” devido às robustas suposições exigidas por eles. Em termos de resultados, eles alcançaram uma taxa impressionante de 78% para previsões do preço do petróleo um dia à frente.

Ao aplicar redes neurais à previsão de commodities, Alameer et al. (2020) adotaram uma arquitetura LSTM para prever movimentos de preços do carvão na Austrália. Com base em um grande conjunto de dados (cerca de 30 anos) e observações mensais, os principais achados foram: o modelo LSTM é melhor do que a SVM e o *multi-layer perceptron* (MLP) ao comparar os erros quadráticos médios da raiz (RMSE); e há correlações com outras commodities, como

petróleo, gás natural, cobre, ouro, prata e ferro. Em outro estudo com o modelo LSTM, Liu et al. (2020) combinaram o método de decomposição de modo variacional e LSTM para construir um modelo de previsão de preços de metais não-ferrosos. Eles alcançaram um desempenho notável próximo a 95% de tendências de preços corretas para zinco, cobre e alumínio, considerando os últimos 30 preços como entradas para prever o próximo dia.

Outros estudos trouxeram progressos relevantes para a literatura neste campo. Por exemplo, Herrera et al. (2019b) comparou redes neurais e média móvel autorregressiva integrada (ARIMA) na previsão de preços de gado e trigo. Hu, Ni e Wen (2020) implementaram uma abordagem de aprendizado profundo híbrido integrando redes LSTM com o modelo GARCH para a previsão da volatilidade dos preços do cobre. Zhou et al. (2020) utilizou um *framework* de classificação híbrido para prever a tendência de preços de commodities a granel nos próximos dias. Os resultados mostraram um *F-score* de até 82%. Ouyang, Wei e Wu (2019) usou rede de séries temporais de longo e curto prazo para previsão de preços futuros de commodities agrícolas.

Os trabalhos citados demonstram várias técnicas usadas para analisar e prever commodities, além de estudar as correlações de diferentes ativos entre si e seus efeitos na economia mundial e local. Assim, observando os trabalhos desenvolvidos sobre a previsão de preços de commodities usando inteligência artificial, é possível verificar uma predominância de algoritmos de redes neurais, especialmente a implementação da arquitetura LSTM (BILDIRICI; BAYAZIT; UCAN, 2020; ALAMEER et al., 2020; LIU et al., 2020; HU; NI; WEN, 2020).

2.3 METODOLOGIA

2.3.1 DADOS

O Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA) é um departamento de pesquisa econômica da Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz (ESALQ) da Universidade de São Paulo (USP) que reúne e fornece dados sobre aspectos econômicos, financeiros, sociais e ambientais de cerca de 30 cadeias de suprimentos do agronegócio (CEPEA...,). A série temporal analisada nesta pesquisa contém preços diários de etanol hidratado, coletados do banco de dados CEPEA/ESALQ/USP, cobrindo o período de 25/01/2010 a 11/12/2020. Este intervalo de tempo inclui todos os dados disponíveis para preços de etanol até a conclusão desta pesquisa.

Os dados foram separados cronologicamente na proporção de 80% para treinar a rede neural e 20% para validar o modelo. A Figura 2.1 ilustra os preços para o período especificado acima.

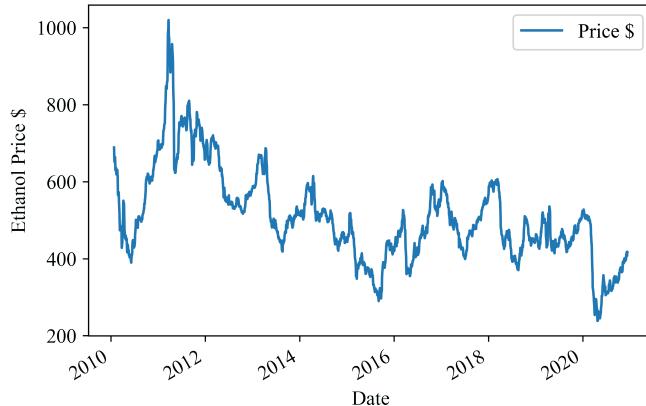


Figura 2.1 – Preços à vista do etanol brasileiro em dólares americanos no período entre 2010 e 2020

2.3.1.1 Pré-processamento dos dados

No modelo proposto, as variáveis de entrada são determinadas pelo horizonte de previsão es- colhido. Uma janela deslizante que abrange os últimos $5 \times$ dias é empregada para cada modelo. Por exemplo, para previsões de preço d dias à frente, os dados utilizados (preço de fechamento do etanol no dia d) incluem as informações de $d, 2d, 3d, 4d$ e $5d$ dias anteriores, fornecendo insumos para a rede LSTM. O trabalho explora 3 horizontes temporais em dias úteis, aproximadamente equivalentes a 3 e 6 meses, além de 1 ano do calendário. A Tabela 2.1 detalha as janelas deslizantes empregadas. Esses horizontes são estabelecidos com base no ciclo de produção da cana-de-açúcar, insumo principal do etanol, no qual um ano contempla o ciclo completo de produção (ARIYAWANSHA et al., 2020). Já os períodos mais curtos fornecem uma visão parcial, útil para definir o melhor momento para operações de *hedge* tanto para compradores quanto para vendedores (FRANKEN; PARCELL, 2003).

Tabela 2.1 – Defasagens utilizadas como variáveis de entrada. C_t significa preço de fechamento no tempo t .

Horizonte de Previsão (dias)	Defasagem					
	1	2	3	4	5	6
63	C_t	C_{t-63}	C_{t-126}	C_{t-189}	C_{t-252}	C_{t-315}
126	C_t	C_{t-126}	C_{t-252}	C_{t-378}	C_{t-504}	C_{t-630}
252	C_t	C_{t-252}	C_{t-504}	C_{t-756}	C_{t-1008}	C_{t-1260}

Para aumentar a eficiência dos preditores (HU; NI; WEN, 2020), as variáveis foram nor- malizadas por meio de um algoritmo StandardScaler fornecido pelo pacote Scikit-Learn. Esse escalonador padroniza os dados de modo que a média seja zero e o desvio padrão seja um. É im- portante observar que os parâmetros da padronização são definidos pela amostra de treinamento e reutilizados na transformação da amostra de teste.

O preço Y a ser previsto no dia N é determinado olhando-se para d dias à frente do preço atual C . A Equação 2.1 ilustra esse processo:

$$Y_N = C_{N+d}. \quad (2.1)$$

2.3.2 REDES DE *long short-term memory*

Uma rede neural é um sistema de processamento de dados baseado na estrutura dos neurônios do cérebro. Assim, consiste em um grande número de elementos de processamento simples e altamente interconectados em uma arquitetura Uhrig (1995). Existem vários tipos de arquiteturas de rede; este trabalho utiliza um modelo com camadas densas e LSTM. Este último tipo de arquitetura é amplamente utilizado para aprendizagem de sequências (séries temporais, processamento de palavras e outros) e é muito sensível na escolha de hiperparâmetros Nakisa et al. (2018). Conforme Breuel (2015), o desempenho da LSTM depende levemente da taxa de aprendizagem, e a escolha de funções de ativação recorrentes não-lineares (tanh e sigmoid) faz com que a rede apresente melhor desempenho. Baseado nisso, escolhemos a função de ativação sigmoid.

Proposta por Hochreiter e Schmidhuber (1997a) como solução para o problema da dissipação do gradiente e aprimorada por Gers, Schmidhuber e Cummins (2000) pela introdução de um portão de esquecimento na célula, a LSTM é um tipo de arquitetura de redes neurais recorrentes. Como em Yu et al. (2019), baseado na Figura 2.2, a célula LSTM pode ser descrita matematicamente como:

$$ft = \sigma(Wfht - 1 + Wfxt + bf), \quad (2.2)$$

$$it = \sigma(Wiht - 1 + Wixt + bi), \quad (2.3)$$

$$\tilde{ct} = \sigma(Wcht - 1 + Wcxt + bc), \quad (2.4)$$

$$ct = ft \cdot ct - 1 + it \cdot \tilde{ct}, \quad (2.5)$$

$$ot = \sigma(Woht - 1 + Woxt + bo), \quad (2.6)$$

$$ht = ot \cdot \tanh(ct), \quad (2.7)$$

em que ft representa o portão de esquecimento, que permite à LSTM reiniciar seu estado (Greff et al., 2017). Quando o valor de ft é 1, essa informação é mantida, e quando o valor é 0, toda essa informação é excluída. A entrada, a informação recorrente e a saída da célula no tempo t são retratadas por xt , ht e yt , respectivamente. Os vieses representados por b , it e ot representam

os portões de entrada e saída no tempo t . O estado da célula é simbolizado por ct e Wi . Wc , Wo e Wf são os pesos. O operador “.” expressa a multiplicação ponto a ponto de dois vetores.

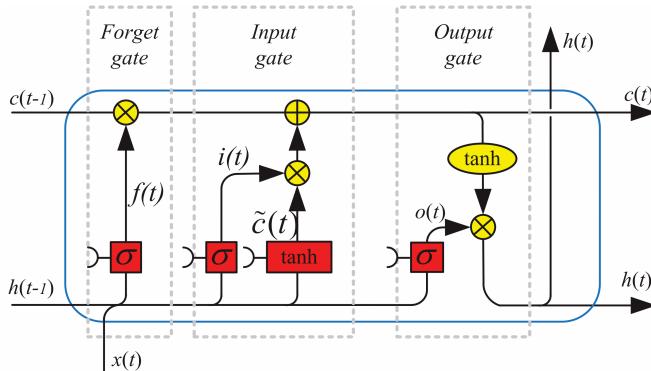


Figura 2.2 – Arquitetura de *long short-term memory* com um portão de esquecimento. Fonte: Yu et al. (2019).

Redes LSTM têm uma ampla gama de aplicações. É possível encontrar na literatura diversos trabalhos em diferentes áreas que utilizam esse tipo de rede recorrente para construir modelos de aprendizado de máquina. Devido à capacidade de aprender sequências de dados, inúmeros artigos utilizam essa arquitetura para processamento de linguagem e classificação de texto (GRAVES; FERNÁNDEZ; SCHMIDHUBER, 2005; HABIBI et al., 2017; ZHOU et al., 2015; ZHOU et al., 2016; LIU; GUO, 2019; SACHAN; ZAHEER; SALAKHUTDINOV, 2019), previsões financeiras (BAO; YUE; RAO, 2017; HU; NI; WEN, 2020; SIAMI-NAMINI; TAVAKOLI; NAMIN, 2018; MOGHAR; HAMICHE, 2020; TONG; YIN, 2021) e outros problemas envolvendo séries temporais (Karim et al., 2018; BILDIRICI; BAYAZIT; UCAN, 2020; MAHASSENI; LAM; TODOROVIC, 2017; SØNDERBY et al., 2015; TRINH; GIUPPONI; DINI, 2018; YCART; BENETOS et al., 2017).

2.3.3 MODELO PROPOSTO E *benchmarks*

O modelo implementado neste trabalho é executado no Python 3.8.6 (64-bit) com Jupyter Notebook. A configuração do hardware inclui um CPU Intel Core i5-4310u 2.0GHz, 8GB RAM. A rede neural é construída usando TensorFlow com a versão 2.3.1 do Keras como interface.

A arquitetura do modelo inclui quatro camadas ocultas com 64 unidades intercaladas por um *dropout* de 20%; as primeiras três são do tipo LSTM e a última é densa. O propósito das camadas de *dropout* é descartar aleatoriamente unidades da rede neural durante o treinamento para evitar o *overfitting* (SRIVASTAVA et al., 2014). Essa arquitetura também é conhecida como *vanilla LSTM* e tem sido aplicada em contextos semelhantes (Greff et al., 2017; Gers; Schmidhuber, 2001).

A Figura 2.3 ilustra um exemplo da arquitetura da rede neural implementada:

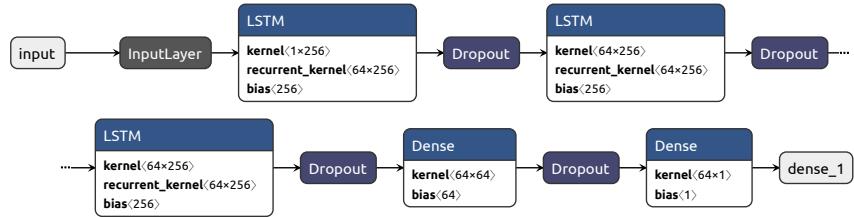


Figura 2.3 – Arquitetura da rede neural

Em uma tentativa de comparar desempenhos, avaliaram-se outros três modelos: RF, SVML e SVMR, que são técnicas recomendadas para esse tipo de problema (ALAMEER et al., 2020; SUN; ZHANG, 2020). Ambas são consideradas técnicas de aprendizado de máquina (HERERRERA et al., 2019a; ALAMEER et al., 2020). O modelo RF é baseado em uma coleção de árvores de decisão, as quais classificam cada instância por votação majoritária, enquanto o modelo SVM constrói um hiperplano na tentativa de otimizar a divisão entre as classes.

Os modelos foram executados em Python, também suportados pela biblioteca Scikit-Learn. Em particular, utilizaram-se os parâmetros custo $C = 1$ e $\epsilon = 0.2$ para a SVM. De acordo com Carrasco, López e Maldonado (2019), o parâmetro C é responsável pela regularização, focando em evitar grandes coeficientes e, assim, contribuindo para taxas de classificação errada mais baixas, e o epsilon é a largura da região (também chamada de tubo) centrada no hiperplano. Esse procedimento tende a prevenir o sobreajuste. Outros parâmetros permaneceram nas configurações padrão. No caso do modelo RF, todas as características permanecem como padrão.

Para verificar o erro das previsões realizadas, utilizou-se o RMSE e o erro percentual absoluto médio (MAPE), que podem ser definidos como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (y_t - \hat{y}_t)^2}, \quad (2.8)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t}, \quad (2.9)$$

em que \hat{y}_t é o preço previsto e y_t o valor real, ambos no tempo t , e n representa o número de observações de previsão na amostra.

Outra forma de avaliar as previsões é observar a capacidade dos modelos de ajustar a mudança na direção do preço. Utilizaram-se as medidas de precisão, exatidão e revocação para isso. Como em Wang et al. (2022), essas medidas podem ser definidas como:

$$\text{precisão} = \frac{\text{previsões corretas como } x}{\text{total de previsões como } x}, \quad (2.10)$$

$$\text{revocação} = \frac{\text{previsões corretas como } x}{\text{quantidade de } x \text{ reais}}, \quad (2.11)$$

$$\text{acurácia} = \frac{\text{previsões corretas}}{\text{total de previsões}}, \quad (2.12)$$

em que x pode ser a tendência de alta ou baixa.

2.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, inicialmente, avalia-se o desempenho do modelo com a preocupação de detectar qualquer viés presente. Em seguida, apresentam-se os resultados e discutem-se os mesmos. Por último, a análise visual complementa a investigação.

2.4.1 CURVAS DE APRENDIZADO

Curvas de aprendizado são uma forma de avaliar a capacidade de um modelo de aprendizado profundo de generalizar as informações realizadas na fase de treinamento. As curvas de erros de treinamento e validação são plotadas nas Figuras 2.4, 2.5 e 2.6, representando horizontes de curto, médio e longo prazo, respectivamente. Nestes casos, as curvas podem ser observadas através do número de épocas, o que permite detectar um possível sobreajuste do modelo. Se as curvas de erros de treinamento e validação decaírem juntas em um caminho uniforme, este problema pode ser descartado (ZHANG et al., 2020).

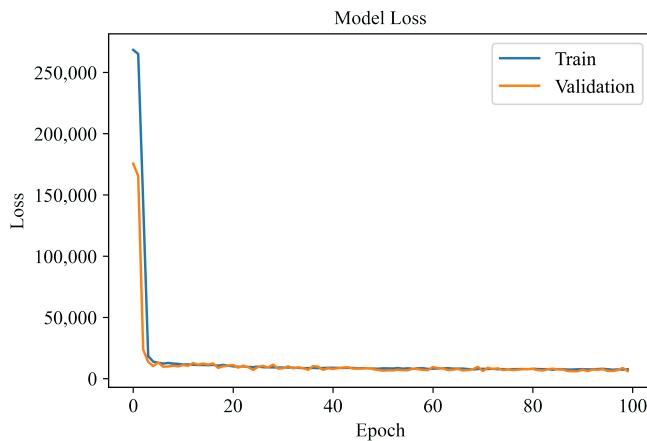


Figura 2.4 – Erro para o modelo de 63 dias

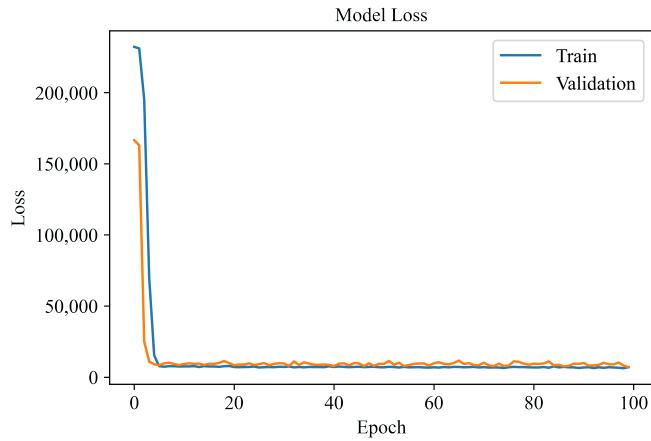


Figura 2.5 – Erro para o modelo de 126 dias

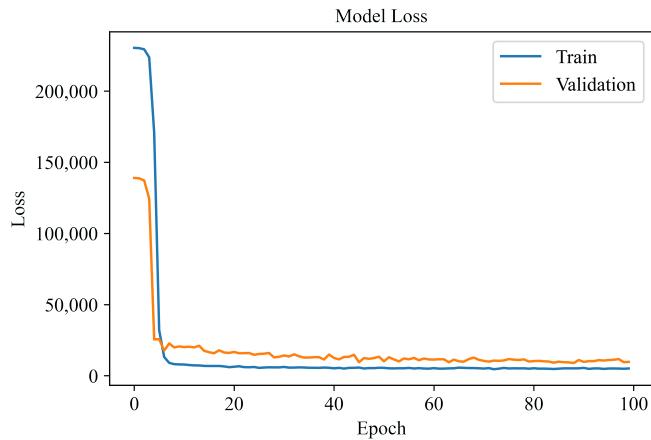


Figura 2.6 – Erro para o modelo de 252 dias

Visualmente, o modelo de 63 dias obteve as melhores curvas de aprendizado, e é possível observar que ambas as curvas de erro convergiram para um valor pequeno. Em outras palavras, esse modelo é robusto e suficientemente confiável. A mesma convergência pode ser vista nos outros modelos (126 e 252 dias). Contudo, pode-se afirmar que quanto maior o intervalo de previsão, mais lenta a convergência das curvas de erro.

A convergência das curvas de aprendizado dos três modelos apresentados coincide com seus respectivos resultados na validação: o modelo de 63 dias teve a melhor convergência e também os menores erros (MAPE e RMSE) nas previsões. Por outro lado, o modelo de 252 dias teve a menor convergência e, consequentemente, os maiores erros. Estes resultados podem ser verificados na próxima subseção.

2.4.2 RESULTADOS DA PREVISÃO

Treinaram-se e validaram-se os modelos de LSTM, RF, SVML e SVMR, utilizando uma divisão cronológica da amostra completa. A Tabela 2.2 ilustra as medidas de erro (MAPE e

RMSE) obtidas no processo de validação para cada horizonte de previsão.

Tabela 2.2 – Taxas de erro em cada modelo para amostra de validação

Modelo	63 dias à frente		126 dias à frente		252 dias à frente	
	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE
LSTM	17.23	78.53	19.91	83.38	26.15	98.69
RF	21.49	94.48	22.28	95.78	32.12	127.26
SVML	17.24	86.12	22.58	97.55	26.58	98.58
SVMR	20.65	92.62	23.32	98.00	33.72	120.22

Pode-se afirmar que a LSTM alcançou erros menores (MAPE e RMSE) em todos os horizontes de previsão, exceto no RMSE do modelo de 252 dias. De forma semelhante a Alameer et al. (2020), observa-se que quanto maior o horizonte de previsão, maior o erro médio. No entanto, no caso da LSTM e da SVML, os resultados deste trabalho mostram que os níveis de precisão melhoraram ao estender o horizonte de previsão. Esses valores demonstram que o resultado é indesejado, mas vale ressaltar que tais medidas são comumente indicadas para esboços de regressão. Por exemplo, uma taxa de erro de cerca de 17% (em média, considerando previsões para 63 dias à frente) pode ser considerada uma informação pouco contributiva, então outras medidas são necessárias para que se entenda melhor a qualidade do modelo. Para tanto, a Tabela 2.3 fornece detalhes em termos de precisão, recall e acurácia (taxas de acerto) para 63, 126 e 252 dias, respectivamente, nesta análise.

Tabela 2.3 – Razões de acerto das previsões para o horizonte de 63 dias

Modelo–Tendência	Precisão	Recall	Suporte	Acurácia
LSTM–Tendência de Queda	0.59	0.88	173	72%
LSTM–Tendência de Alta	0.90	0.63	291	
RF–Tendência de Queda	0.80	0.65	173	81%
RF–Tendência de Alta	0.81	0.90	291	
SVML–Tendência de Queda	0.68	0.60	173	74%
SVML–Tendência de Alta	0.78	0.86	291	
SVMR–Tendência de Queda	0.74	0.84	173	
SVMR–Tendência de Alta	0.90	0.82	291	83%

Para previsões de 63 dias, a Tabela 2.3 mostra que uma acurácia de 72% foi alcançada, o que pode ser considerado um resultado bom e comparável a Zhou et al. (2020). Por um lado, os movimentos Ascendentes obtiveram melhor acurácia (90%), ou seja, de todas as previsões que indicavam alta, 9 a cada 10 estavam corretas. Por outro lado, o recall dos movimentos descendentes foi maior (88%). Em outras palavras, a cada 100 ocorrências de queda no valor do ativo (valores reais), o modelo apresentou 88 previsões corretas. Esse resultado pode ser considerado bom, mas é possível melhorá-lo. Assim, os valores de corte otimizados podem ser encontrados, se houver.

A Tabela 2.4 mostra que a LSTM apresenta maior acurácia ao classificar Tendências de Alta para previsões de horizonte de 126 dias. Isso pode ser interpretado como movimentos de alta

Tabela 2.4 – Razões de acerto das previsões para o horizonte de 126 dias

Modelo–Tendência	Precisão	Recall	Suporte	Acurácia
LSTM–Tendência de Queda	0.70	0.93	201	74%
LSTM–Tendência de Alta	0.86	0.52	187	
RF–Tendência de Queda	0.95	0.71	201	83%
RF–Tendência de Alta	0.76	0.96	187	
SVML–Tendência de Queda	0.84	0.78	201	81%
SVML–Tendência de Alta	0.78	0.83	187	
SVMR–Tendência de Queda	0.83	0.84	201	83%
SVMR–Tendência de Alta	0.83	0.81	187	

Tabela 2.5 – Razões de acerto das previsões para o horizonte de 252 dias

Modelo–Tendência	Precisão	Recall	Suporte	Acurácia
LSTM–Tendência de Queda	0.88	0.88	200	80%
LSTM–Tendência de Alta	0.35	0.35	37	
RF–Tendência de Queda	0.87	0.40	200	44%
RF–Tendência de Alta	0.17	0.68	37	
SVML–Tendência de Queda	0.94	0.89	200	86%
SVML–Tendência de Alta	0.53	0.70	37	
SVMR–Tendência de Queda	0.97	0.50	200	57%
SVMR–Tendência de Alta	0.25	0.92	37	

sendo sinais mais claros e menos ruidosos. Além disso, a acurácia total do modelo foi superior às anteriores. Por outro lado, para as previsões de 252 dias, Tabela 2.5, embora a acurácia total tenha sido de 80%, o modelo demonstrou ter baixa acurácia na classificação de preços de etanol em tendência de alta. Essa informação lança dúvidas sobre a generalidade da LSTM para desempenhar melhor em períodos mais longos. No entanto, a única amostra desequilibrada foi a última (apenas 37 eventos de alta contra 200 de baixa). Ao analisar especificamente esta previsão de médio-longo prazo, é necessário considerar o período de análise, que inclui momentos não vivenciados pela amostra de treinamento, como a pandemia causada pela covid-19. Esse efeito provavelmente justifica seu desempenho insatisfatório na compreensão das tendências de alta e colabora com os resultados de Bildirici, Bayazit e Ucan (2020) ao analisar o impacto da pandemia nos preços de uma commodity.

Em geral, esses resultados mostram-se diferentes do trabalho de Kulkarni e Haidar (2009), no qual a acurácia das previsões decai com o aumento do horizonte de previsão. No entanto, é importante destacar que, no artigo citado, os períodos de previsão são apenas de 1, 2 e 3 dias. Ao contrário, Bouri, Dutta e Saeed (2021) lembram que a volatilidade (risco) percebida em períodos é menor, o que tem maior significado e mais correspondência com este estudo.

Comparando os esboços da LSTM com *benchmarks*, suas taxas de erro são melhores, exceto para o RMSE no horizonte mais longo (neste caso, a SVML é ligeiramente melhor). Com base nisso, pode-se considerar a LSTM como o melhor preditor em uma base relativa e de regressão. Se focarmos a análise no relatório de classificação, os achados são essencialmente diferentes.

A LSTM apresentou apenas um indicador melhor (recall em previsões de 63 dias, apenas para tendências de alta).

Surpreendentemente, a SVM alcançou um desempenho interessante em todos os horizontes. Para previsões de 63 dias, a SVMR obteve a maior precisão para tendências de alta. Curiosamente, a acurácia persistiu para o horizonte de médio prazo, mas diminuiu no longo prazo, enquanto a SVML foi a melhor e relatou duas taxas mais altas (precisão para tendências de alta e recall para tendências de queda). A precisão e o recall da RF merecem destaque. Exceto no horizonte de 252 dias, a RF apresentou taxas competitivas e mais precisas do que a LSTM.

2.4.3 VISUALIZAÇÃO DAS PREVISÕES

No trabalho de Bildirici, Bayazit e Ucan (2020), é possível verificar o impacto da pandemia da covid-19 sobre os preços do petróleo, cujos valores sofreram uma grande queda, afetando todo o mercado internacional. Pode-se dizer o mesmo sobre o etanol, cujos preços também enfrentaram uma grande queda. Além disso, a conclusão do autor de que os preços retornarão aos seus valores mais altos — potencialmente causando inflação — também pode ser válida para o etanol.

Outro ponto importante é o impacto da pandemia nos erros de previsão. Como é um evento adverso e imprevisível, as taxas de erro (MAPE e RMSE) foram maiores neste período em comparação aos momentos anteriores à crise da covid-19.

As Figuras 2.7, 2.8 e 2.9 ilustram as previsões dos algoritmos versus o preço verificado no período analisado.

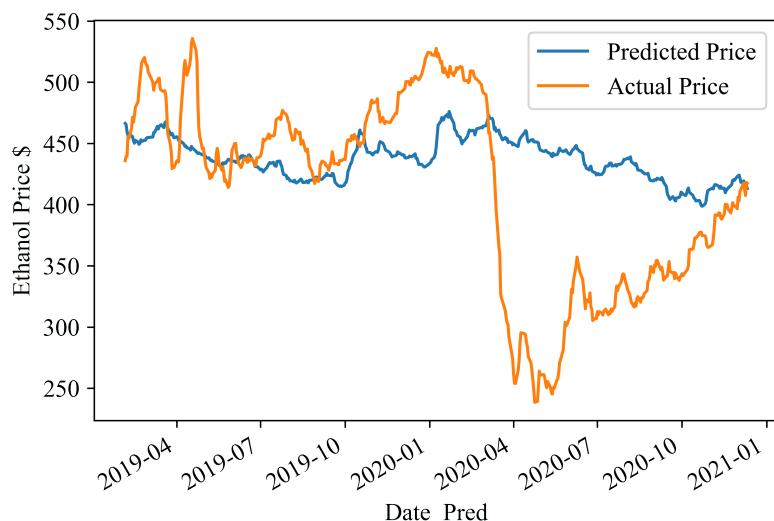


Figura 2.7 – Previsões para 63 dias à frente

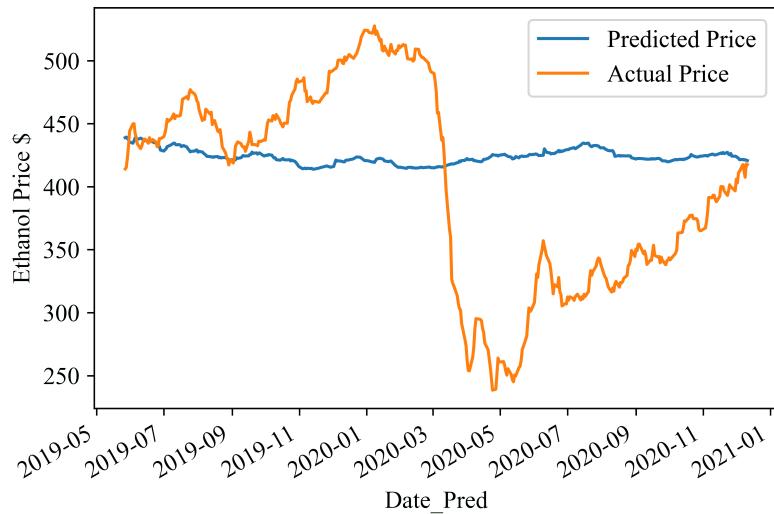


Figura 2.8 – Previsões para 126 dias à frente

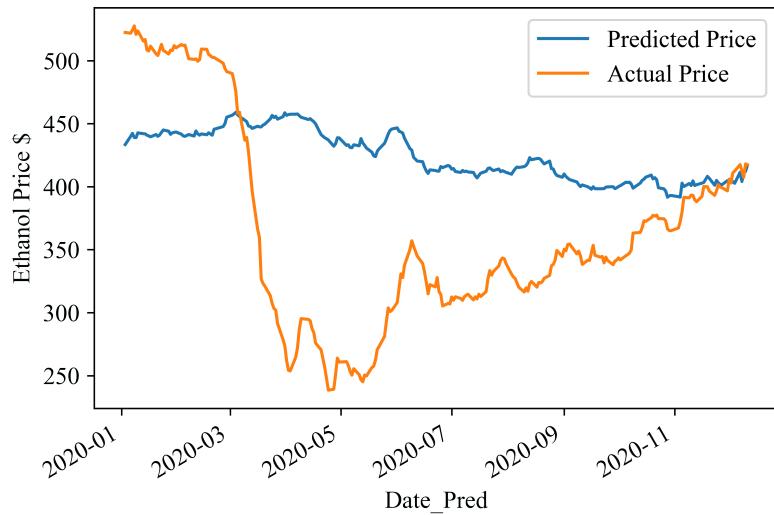


Figura 2.9 – Previsões para 252 dias à frente

Além disso, pode-se observar que as previsões de 63 dias são relativamente próximas ao preço real antes do período mais intenso da pandemia (mais especificamente, entre março e setembro de 2020) e, após isso, recuperam um desempenho semelhante. Assim, em relação aos esboços de regressão, há evidências de que a volatilidade incremental poderia interferir negativamente nas previsões. Além disso, é difícil concluir quanto às direções dos preços, pois encontrou-se acurácia superior a 80% para todos os melhores preditores. A precisão atinge valores acima de 70%, exceto para tendência de alta em previsões de 252 dias, em que o conjunto de teste é fortemente desequilibrado (apenas 37 ascendentes contra 200 descendentes). Considerando que o intervalo de tempo para previsão é relativamente curto (menos de um ano), esses achados seriam úteis e suficientemente interessantes para pessoas que precisam ou desejam negociar etanol, seja qual for o interesse: posições de *hedge* ou especulação.

O apêndice A apresenta as tabelas referentes às Figuras 2.7, 2.8 e 2.9, em que podem ser visualizadas, de maneira mais nítida, as previsões realizadas pelos modelos LSTM. As tabelas apresentam o preço previsto e o realizado (assim como nas figuras deste capítulo), além do preço do etanol no dia em que a previsão foi gerada. Dessa forma, é mais fácil visualizar a taxa de acerto dos modelos em termos de direção.

2.5 CONSIDERAÇÕES ACERCA DESTE ESTUDO

Este trabalho apresenta um modelo de previsão de preços spot do etanol brasileiro utilizando redes neurais artificiais com a arquitetura LSTM e compara-o com previsões de SVM e RF. Os algoritmos fornecem esboços para períodos de 63, 126 e 252 dias úteis. Os resultados avaliados neste trabalho mostram que foi possível prever preços com um grau razoável de acurácia nas direções de mercado para todos os horizontes utilizados.

Testes para verificar *overfitting* foram realizados usando curvas de aprendizagem (Figuras 2.4, 2.5 e 2.6). Os modelos convergiram de forma satisfatória, demonstrando um bom ajuste da rede neural. Resultados do *benchmark* mostram que a LSTM produziu os menores erros de regressão (MAPE e RMSE). No entanto, em relação à correção da direção nas previsões, outros algoritmos tiveram melhor acurácia para horizontes específicos.

Como demonstrado nas Tabelas 2.3, 2.4 e 2.5, a SVML provou ser o melhor algoritmo para detectar tendências, alcançando bons resultados para todas as janelas de previsão utilizadas. Ainda assim, a LSTM também conseguiu obter resultados satisfatórios para todas as previsões, ao contrário da RF e da SVMR, que obtiveram resultados insatisfatórios para o horizonte de 252 dias.

Foi possível observar nos resultados da LSTM um aumento na acurácia dos algoritmos em horizontes de previsão mais longos: 72%, 74% e 80% para horizontes de 63, 126 e 252 dias, respectivamente. No entanto, como observado na Tabela 2.2, o MAPE das previsões aumentou: 17,2%, 19,9% e 26,1% para 3, 6 e 12 meses, respectivamente. O mesmo foi encontrado nos resultados do RMSE. Além disso, é importante notar que a pandemia da covid-19 causou uma queda inesperada nos preços, aumentando os erros dos modelos.

O alto grau de correção dos modelos na direção dos preços pode ser útil no desenvolvimento de novas estratégias de *hedging* para agentes de mercado. Além disso, pode ajudar produtores e cooperativas a proteger seu capital por meio de planejamento que leve em conta essas previsões.

Este trabalho contribui demonstrando que as redes LSTM são capazes de desempenhar eficientemente na previsão de preços do etanol, um biocombustível amplamente utilizado no Brasil e no mundo, que tem a capacidade de substituir fontes de energia fóssil.

No entanto, esta pesquisa apresenta limitações: (i) apesar dos resultados satisfatórios, os modelos foram construídos baseados em técnicas puras; (ii) a pesquisa leva em conta uma única commodity com preços negociados em um país, mas esses dados podem ser encontrados exclusivamente no Brasil (o terceiro melhor produtor mundial) e não existe um mercado global

com preço padronizado para etanol; (iii) possíveis efeitos (por exemplo, de indicadores macroeconômicos) não são considerados, mas o modelo proposto (e melhor) requer apenas valores históricos; e (iv) a comparação com resultados anteriores foi impraticável, pois dados, medidas de desempenho e horizontes não existiam na literatura, o que mostra o caráter pioneiro deste estudo.

Para trabalhos futuros, podem-se adicionar modelos híbridos que misturam diferentes arquiteturas de redes e algoritmos de aprendizado de máquina, como a decomposição do modo empírico. Assim, novas características podem ser implementadas, como variáveis endógenas (indicadores técnicos) e variáveis exógenas (taxa de câmbio, inflação e preços de outras commodities).

CAPÍTULO 3

OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS UTILIZANDO INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

3.1 INTRODUÇÃO

Segundo a hipótese do mercado eficiente, defendida por Fama (1995), os preços dos ativos se comportariam como um *random walk*, portanto seria impossível prever a direção e magnitude dos movimentos de mercado. No entanto, os avanços recentes nas áreas de inteligência artificial (IA) e aprendizado de máquina (em inglês, *machine learning*) permitiram que diversos estudos fossem desenvolvidos com o objetivo de aplicar essas técnicas à gestão de portfólios.

A otimização de portfólios envolve a alocação de recursos a uma série de ativos diferentes para maximizar o rendimento e minimizar o risco em um determinado período de investimento (SKOLPADUNGKET; DAHAL; HARNPORNCHAI, 2007). Proposta por Markowitz (MARKOWITZ, 1952a), a teoria moderna do portfólio propõe, no seu mais importante aspecto, a descrição do impacto na diversificação da carteira pelo número de títulos dentro dela e suas relações de covariância (MANGRAM, 2013).

Inúmeras ferramentas são empregadas com o objetivo de melhorar o processo de otimização e alocação de carteiras. Por exemplo, a programação quadrática, que utiliza técnicas matemáticas convencionais para contornar o problema citado (MENCARELLI; D'AMBROSIO, 2019). Por outro lado, os algoritmos de aprendizado de máquina podem diversas vezes atingir resultados superiores aos dos humanos. Esses algoritmos são classificados em quatro classes, com base em suas maneiras de aprender: supervisionados, não supervisionados, semissupervisionados e *reinforcement learning* (RL) (MAMMERI, 2019). Assim, essa pesquisa pretende, por meio de uma revisão sistemática da literatura, elencar as principais técnicas de IA empregadas na gestão de carteiras, além de detalhar as principais contribuições e tendências concebidas até o ano de 2020.

Muitos trabalhos de revisão literária buscaram detalhar o estado da arte no que se diz respeito à aplicação de IA em diversas áreas das Finanças. Como exemplo, Bahrammirzaee (2010) fez uma pesquisa comparativa na área de avaliação de crédito, gestão de portfólios e previsões financeiras, avaliando três famosas técnicas de IA: redes neurais, sistemas especialistas (em inglês, *expert systems*) e sistemas híbridos inteligentes. No trabalho de Cavalcante et al. (2016), foram discutidos aspectos gerais das principais pesquisas envolvendo IA e mercado financeiro entre os anos de 2009 e 2015, enunciando técnicas de *clustering*, previsão de movimentos de mercado, mineração de dados financeiros, entre outras. Outros trabalhos revisaram a aplicação de algoritmos mais específicos, como Inuiguchi e Ramík (2000), que mostrou aplicações de seleção de portfólios por meio de programação matemática *fuzzy*.

Com base nas revisões de literatura existentes, este trabalho pretende pesquisar em maior

detalhe as aplicações de IA especificamente na gestão de carteiras em um período maior e de modo que mostre as possíveis lacunas existentes na área. Para isso, são identificados nos trabalhos selecionados fatores como o tipo de algoritmo utilizado, período de análise da carteira, frequência dos dados, custos de transação, entre outros.

A metodologia empregada para o ranqueamento e seleção dos artigos é a Methodi Ordinatio (PAGANI; KOVALESKI; RESENDE, 2015). Essa metodologia emprega uma adaptação do ProKnow-C (AFONSO et al., 2011) para a seleção de publicações e do InOrdinatio, que é um índice para classificar por relevância os trabalhos selecionados. Esse índice cruza os três principais fatores avaliados em um artigo: fator de impacto, ano de publicação e número de citações. Dessa forma, foram selecionados os 80 melhores artigos classificados em uma lista de trabalhos elaborada com base em pesquisas realizadas nas bases de dados Web of Science e Scopus.

As análises dos trabalhos selecionados mostram que há muitos tipos de IA utilizados para a gestão de carteiras. No entanto, existem algoritmos que predominam nos artigos elegidos: algoritmos evolucionários, técnicas *fuzzy*, aprendizado profundo (em inglês, *deep learning* [DL]) e RL. É importante ressaltar que muitos artigos apresentam modelos híbridos, em que vários modelos de IA são utilizados ao mesmo tempo. Conclui-se que as técnicas envolvendo RL e redes neurais apresentam uma maior tendência de utilização nos últimos anos, além de apresentarem maior espaço para novas pesquisas e discussões sobre o tema.

Esta pesquisa contribui para a literatura, visto que, por meio de uma revisão sistemática de literatura, apresenta as principais contribuições à área de IA e gestão de portfólios, além de enunciar as principais lacunas existentes que podem guiar trabalhos futuros no tema.

Este capítulo está organizado da seguinte forma: além desta introdução, um breve arcabouço teórico do assunto está descrito na Seção 3.2; na Seção 3.3, apresenta-se o protocolo de coleta e organização da literatura; os resultados e discussão em torno da pesquisa estão disponíveis na Seção 3.4; por fim, as conclusões encontram-se na Seção 3.5.

3.2 REFERENCIAL TEÓRICO

Após Markowitz (1952a) estabelecer a teoria moderna do portfólio, diversos trabalhos surgiu com o objetivo de estudar carteiras eficientes, em que a relação de risco e retorno fosse a mais otimizada possível. Segundo essa teoria, por meio da diversificação, o risco pode ser reduzido sem alterar o retorno esperado do portfólio. Assim, um investidor pode maximizar o retorno esperado da carteira ao mesmo tempo em que minimiza a sua variância do retorno (RUBINSTEIN, 2002a).

No que tange à aplicação de IA para otimização de carteiras, é possível encontrar diversos trabalhos na literatura. No trabalho de Chang et al. (2000), foi considerado o problema de encontrar a fronteira eficiente por meio de três modelos heurísticos: algoritmos genéticos (evolucionários), *tabu search* e reconhecimento simulado. Li, Qin e Kar (2010) utilizou um modelo

de média-variância-assimétrica com retornos *fuzzy* e uma integração de algoritmos genéticos. Segundo o autor, a metodologia empregada pode ser estendida para problemas de seleção de carteiras em ambientes híbridos e incertos.

Huang (2012) também empregou algoritmos genéticos em conjunto com *support vector regressor*. De acordo com o trabalho, o modelo híbrido performa melhor que os *benchmarks* testados. Alguns trabalhos utilizaram técnicas de IA mais novas, como, por exemplo, o trabalho de Almahdi e Yang (2017), em que foram utilizados modelos de RL e redes neurais recorrentes para a construção de um portfólio adaptativo.

Há exemplos de trabalhos que combinam técnicas convencionais com aprendizado de máquina. Nobre e Neves (2019) utilizou a transformada wavelet discreta em conjunto com aprendizado não supervisionado, XGBoost e algoritmos genéticos para a construção de uma carteira com melhores retornos e baixo risco.

Com base nos exemplos citados, considerando os numerosos trabalhos existentes na área, esta pesquisa pretende destacar as principais diferenças nos métodos desenvolvidos nos trabalhos selecionados. A ideia é identificar os algoritmos, dados (ações, dados simulados ou outros), frequência das observações (intra-diárias, diárias, mensais e anuais), custos de transação, balanceamento da carteira, cardinalidade e o número de ativos utilizados. Dessa forma, é possível detectar possíveis melhorias e propor contribuições futuras para o tema.

3.3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A revisão sistemática é uma importante ferramenta para reunir os principais estudos já realizados sobre um tema, e é particularmente relevante para mapear os tópicos estudados e identificar possíveis lacunas e oportunidades para estudos futuros (HENRIQUES et al., 2020).

Utilizou-se o Methodi Ordinatio para a seleção dos principais estudos, por se tratar de uma metodologia multicritério que facilita o processo de construção de um portfólio, já que a tarefa de classificação é realizada antes da análise sistemática. Deste modo, os trabalhos relevantes são identificados nas fases iniciais do processo, poupando um maior desgaste ao analisar artigos de baixa relevância científica (PAGANI; KOVALESKI; RESENDE, 2015). Essa metodologia emprega a fórmula InOrdinatio para classificar artigos de acordo com sua relevância científica (Equação 3.1):

$$InOrdinatio = (IF/1000) + \alpha * [10 - (Research.Year - Publish.Year)] + (\sum Ci), \quad (3.1)$$

em que *IF* é o fator de impacto; α é um fator de ponderação que varia de 1 a 10, a ser atribuído pelo pesquisador; *Research.Year* é o ano em que a pesquisa foi desenvolvida; *Publish.Year* é o ano em que o artigo foi publicado; e $\sum Ci$ é o número de vezes que o artigo foi citado.

3.3.1 SELEÇÃO DE ARTIGOS

A primeira etapa da Methodi Ordinatio envolve o estabelecimento da intenção de pesquisa, que, no presente caso, é revisar artigos científicos relacionados à aplicação de IA para otimização de carteiras. Foi realizada uma pesquisa preliminar com as palavras-chave nas bases de dados, e a seguir foi definida uma combinação das palavras-chave e das bases de dados a serem utilizadas.

A partir da definição do problema, foram definidos os termos-chave nos quais foi baseada a montagem do descritor, divididos em duas colunas separadas por áreas de interesse de pesquisa. Assim, juntando os dois grupos por meio de termos booleanos, foi estabelecido o descritor de busca, conforme a Tabela 3.1.

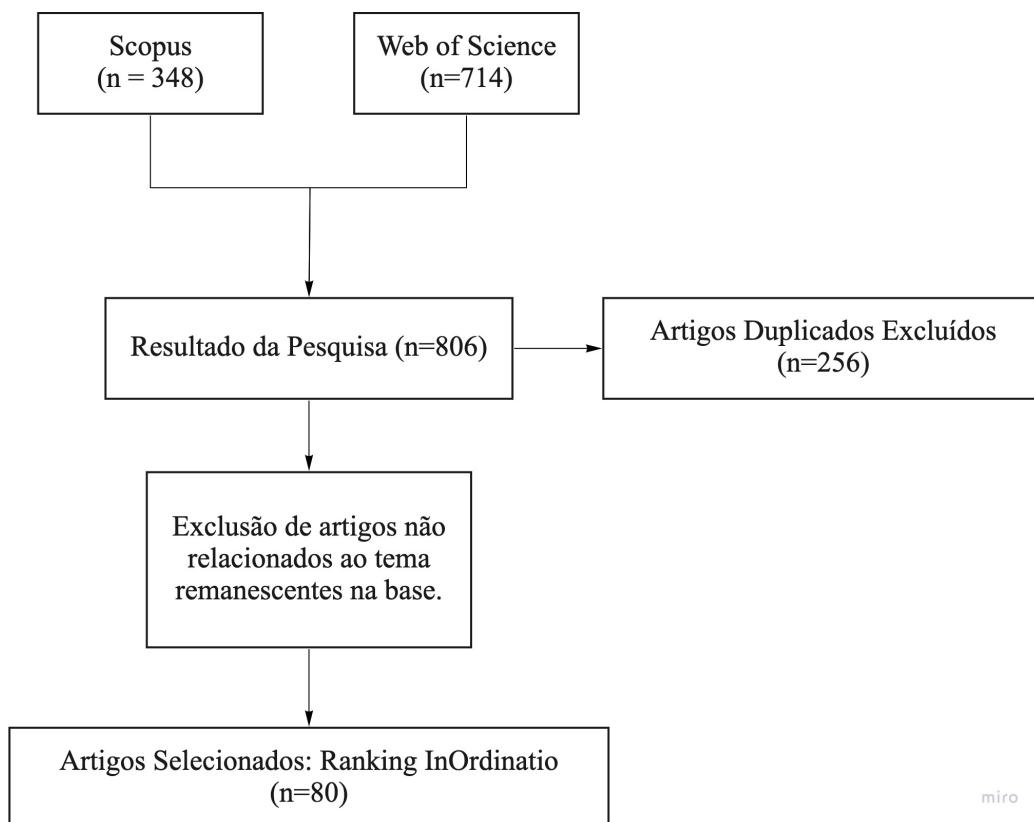


Figura 3.1 – Fluxo do processo de seleção dos artigos utilizados na revisão sistemática

Esse descritor foi aplicado ao campo “palavras-chave” das bases de dados selecionadas, Scopus e Web of Science, escolhidas por sua importância científica e abrangência. Após a filtragem pela categoria “*article*”, foram encontrados 714 artigos na Web of Science e 348 artigos na Scopus, que foram baixados em Excel e tratados em Python. Após a remoção dos artigos duplicados, restaram 806 artigos.

Tabela 3.1 – Termos-chave para pesquisa

Primeiro Grupo	Segundo Grupo
<i>portfolio optimization</i>	<i>machine learning</i>
	<i>deep learning</i>
	<i>fuzzy</i>
	<i>genetic algorithm</i>
	<i>reinforcement learning</i>

Descriptor: (*Portfolio optimization* AND *artificial intelligence*) OR (*portfolio optimization* AND *machine learning*) OR (*portfolio optimization* AND *deep learning*) OR (*portfolio optimization* AND *fuzzy*) OR (*portfolio optimization* AND *genetic algorithm*) OR (*portfolio optimization* AND *reinforcement learning*)

A métrica escolhida para mensurar o fator de impacto foi o indicador do SCImago Journal Rank. Para o número de citações, considerou-se o valor informado pelas bases, e em caso de divergência (em artigos duplicados), prevaleceu o número de citações indicado pela Web of Science.

Aplicou-se a fórmula InOrdinatio para o ordenamento dos artigos de maior impacto, atribuindo $\alpha = 10$ para atribuir o maior peso para a atualidade dos artigos. Foram lidos os títulos e resumos dos primeiros ranqueados a fim de excluir artigos de revisão ou fora do escopo (gestão de carteiras). Finalmente, foram selecionados os primeiros 80 artigos para leitura sistemática e análise. Todo o processo de seleção está ilustrado na Figura 3.1.

3.3.2 ANÁLISE SISTEMÁTICA DA LITERATURA

Foram consideradas as categorias descritas na Tabela 3.2 para a pesquisa. A categoria 1 diz respeito ao objeto do estudo, ou seja, sobre qual objeto foram aplicadas as técnicas de otimização de portfólios com IA. Os únicos objetos identificados foram A (ações de empresas de capital aberto, sejam elas em si ou na forma de índices ou fundos), B (dados hipotéticos ou simulados para a demonstração de aplicabilidade) e C (criptomoedas).

A categoria 2 se refere ao tipo de IA utilizada. A – Fuzzy é uma técnica de IA que tenta imitar a lógica do raciocínio humano utilizando regras do tipo se-então, com premissas categóricas em vez de valores exatos, e tem se mostrado útil para fazer previsões (BUSTOS; POMARES-QUIMBAYA, 2020). B – Reinforcement, ou aprendizado por reforço, é um tipo de aprendizado de máquina no qual um sistema aprende com suas interações anteriores com o ambiente para selecionar de forma eficiente suas ações futuras, e é considerado adequado para a resolução de problemas de otimização (MAMMERI, 2019). C – Algoritmos Evolucionários é uma abordagem baseada no princípio darwinista de que o mais apto sobrevive na natureza, de forma que uma população inicial é gerada aleatoriamente e tem sua adequação avaliada por uma função de avaliação que define o quanto boa é a solução que cada cromossomo representa (no caso da otimização de portfólio, o peso de cada ativo individual da carteira) (LWIN; QU; KENDALL, 2014). D – Deep Learning permite a modelos computacionais, que são compostos de múltiplas

Tabela 3.2 – Categorias investigadas, divididas em subcategorias (codificadas por simplicidade na visualização). As categorias 3 a 7 possuem uma subcategoria adicional denominada “Não Informado”.

Categoria	Significado	Subcategoria
1	Objeto do estudo	A - Ações B - Dados simulados C - Criptomoedas
2	Tipo de IA	A - Fuzzy B - Reinforcement C - Algoritmos Evolucionários D - Deep Learning E - Outros
3	Período de análise	A - Menos de 2 anos B - Entre 2 e 5 Anos C - Entre 6 e 10 anos D - Mais de 10 anos
4	Frequência dos dados	A - Intra-day B - Diário C - Semanal D - Mensal
5	Balanceamento	A - Sim B - Não
6	Custo de transação	A - Sim B - Não
7	Cardinalidade	A - Sim B - Não

camadas de processamento (neurônios), a aprender informações utilizando representações de dados com um alto grau de abstração (LECUN; BENGIO; HINTON, 2015).

A categoria 3 identifica o período de análise utilizado para os estudos com dados não simulados, ou seja, qual horizonte de tempo foi considerado para a aprendizagem e aplicação dos métodos. A categoria 4 traz a frequência dos dados utilizados, podendo ser diária ou inferior a um dia, semanal ou mensal.

A categoria 5 verifica a aplicação das técnicas de rebalanceamento contínuo ou periódico dos portfólios. A categoria 6 buscou identificar se a pesquisa considerou ou não os custos de transação embutidos nas movimentações e ajustes de portfólio, o que pode ser particularmente relevante nos casos em que se emprega o rebalanceamento de portfólios, uma vez que pode aumentar significativamente o volume de transações e, consequentemente, os seus custos.

A categoria 7 – Cardinalidade é uma restrição que limita o número de ativos que compõem a carteira, replicando a prática em que os investidores frequentemente preferem ter um número limitado de ativos em sua carteira, dada a dificuldade de monitorar muitos ativos (LWIN; QU; KENDALL, 2014).

3.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os artigos foram selecionados utilizando o critério $\alpha = 10$ da equação InOrdinatio, que prioriza ao máximo os trabalhos mais recentes. A Figura 3.2 ilustra a distribuição dos artigos selecionados por ano. Verificou-se que 48 dos artigos selecionados foram publicados no ano de 2020, o que reforça a atualidade da pesquisa realizada. Assim, é possível observar melhor as tendências concebidas até o ano limite pesquisado.

Para visualizar os principais tópicos discutidos na seleção realizada, construiu-se uma nuvem de palavras a partir dos títulos dos artigos analisados. Uma nuvem de palavras é um gráfico em que é possível verificar as expressões mais frequentes por meio de seus tamanhos relativos. A Figura 3.3 ilustra esse processo.

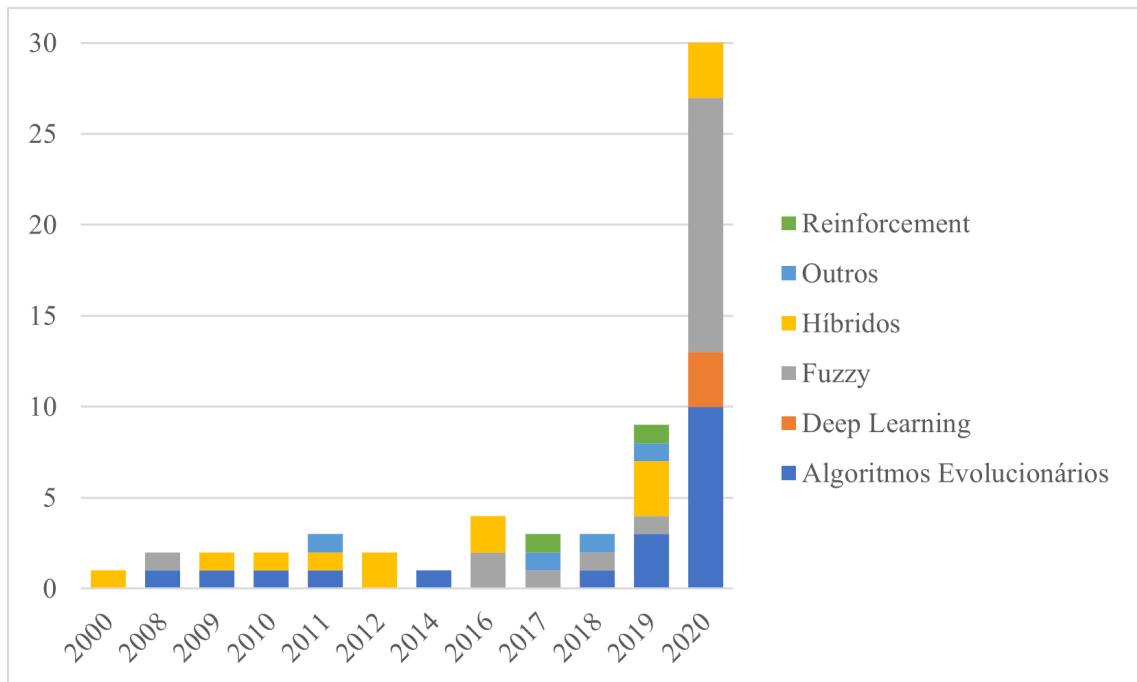


Figura 3.2 – Distribuição de artigos selecionados por ano e por tipo de inteligência artificial

Ao analisar a nuvem de palavras, pode-se notar que os termos *fuzzy*, *deep learning* e *genetic* se destacam, reforçando a numerosa presença desses algoritmos nos artigos selecionados. Outros termos, como *hybrid*, *multi-objective*, *rysk* e *return* aparecem em maior tamanho também, demonstrando os principais tópicos discutidos. É importante ressaltar que os termos *portfolio selection*, *approach*, *portfolio*, *optimization*, *selection*, *based*, *model*, *using*, *stock*, *trading*, *algorithm* e *problem* foram descartados por serem redundantes para o tema e para permitir uma melhor compreensão dos outros termos presentes.

A categoria 2, a mais importante observada durante a revisão, foi o tipo de algoritmo (IA) utilizado nos trabalhos. Verificou-se que grande parte das pesquisas utilizavam modelos híbridos, em que dois ou mais algoritmos eram empregados durante o processo de gestão de carteiras. No entanto, alguns modelos se destacaram devido ao número de aparições.

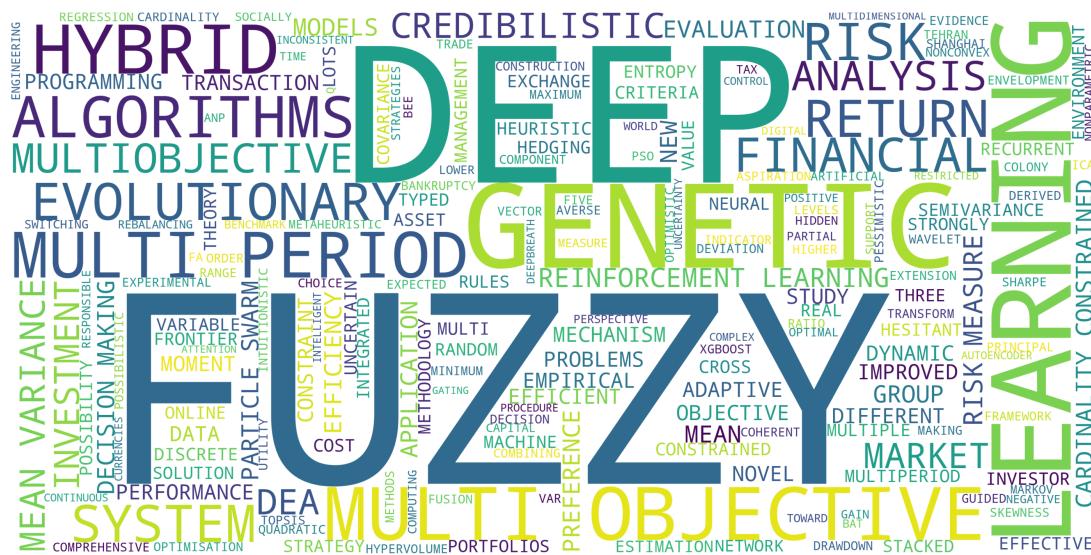


Figura 3.3 – Nuvem de palavras

A Figura 3.4 mostra os principais tipos de IA encontrados. É importante destacar que o número total de algoritmos é maior que o de artigos selecionados pela presença dos modelos híbridos citados.

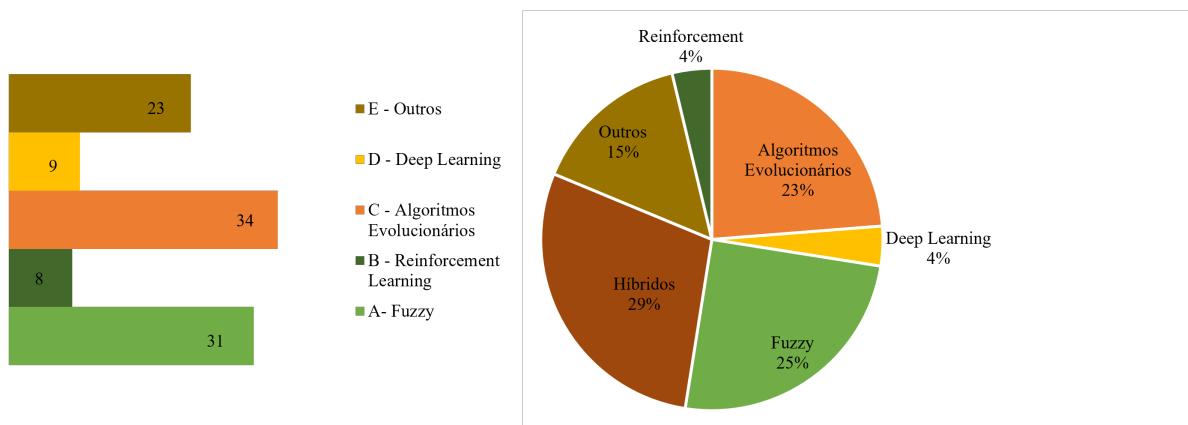


Figura 3.4 – Principais modelos de inteligência artificial encontrados, por contagem absoluta dos algoritmos utilizados e considerando as intersecções entre eles

Como citado anteriormente, algumas técnicas se destacam devido ao número de vezes que foram encontradas. Modelos utilizando lógica *fuzzy*, RL, algoritmos evolucionários e DL foram encontrados 31, 8, 34 e 9 vezes, respectivamente. No entanto, um expressivo número (23) de técnicas que apareceram 3 vezes ou menos foram classificadas dentro da classe “Outros”.

A fim de examinar a categorização dos artigos, a Tabela B.1, ao final do capítulo, ilustra os resultados obtidos por esta revisão de literatura. As categorias seguem as codificações fornecidas na Tabela 3.2.

É interessante destacar que os trabalhos utilizando DL ou RL são relativamente mais recentes, estando entre os anos de 2017 e 2020. Já as outras técnicas, no geral, são utilizadas há um

período maior. No que tange ao objeto do estudo, é possível verificar que a maior parte das pesquisas utilizam apenas ações para compor as carteiras. No entanto, há ensaios que empregam dados simulados (produzidos artificialmente), e apenas uma obra utiliza criptomoedas (moedas virtuais). A Tabela 3.3 ilustra essas informações.

Tabela 3.3 – Objeto do estudo

Objeto do estudo	Quantidade
A - Ações	71
B - Dados simulados	8
C - Criptomoedas	1

A Tabela 3.4 e 3.5 resumem os resultados encontrados em relação às categorias restantes apresentadas na revisão.

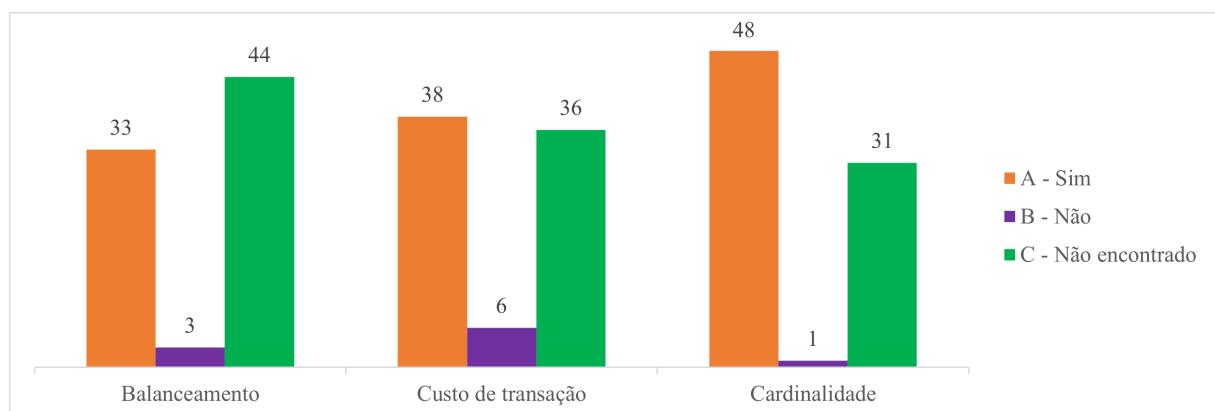


Figura 3.5 – Categorias binárias de procedimentos adotados (balanceamento das carteiras, cardinalidade e inclusão de custos de transação na modelagem)

Tabela 3.4 – Categorias relacionadas aos dados (período e frequência)

Classificação	Descrição	Período de análise	Descrição	Frequência
A	Menos de 2 anos	8	Intra-day	2
B	Entre 2 e 5 Anos	19	Diário	23
C	Entre 6 e 10 anos	18	Semanal	18
D	Mais de 10 anos	12	Mensal	9
E	Não Informado	23	Não Informado	27

Analizando a categoria “Período de análise”, pode-se afirmar que a maioria dos trabalhos aplica a otimização de carteiras em bases de dados entre 2 e 5 anos ou entre 6 e 10 anos (categorias B e C). É importante salientar que resultados mais confiáveis na área de aprendizado de máquina necessitam de um grande volume de dados para validação das estratégias. Na categoria “Frequência”, observa-se que poucas obras, apenas 2, utilizam a seleção de portfólios para períodos intra-diários. Isso pode ter relação com a falta de dados disponíveis para esse período. No

entanto, trabalhos utilizando frequências horárias (ou minutos) poderiam representar de forma mais fidedigna uma negociação em tempo real.

Conforme a Figura 3.5, uma numerosa quantidade de trabalhos considerou questões como balanceamento, custos de transação e cardinalidade em suas pesquisas. Entretanto, vale ressaltar que muitos artigos não trouxeram informações acerca do uso dessas ferramentas, o que pode dificultar a replicação e validação dos resultados presentes nessas obras.

A Tabela 3.5 ilustra a relação entre objeto do estudo, tipo de IA e período da bases de dados utilizada.

Tabela 3.5 – Cruzamento de categorias

Objeto do estudo / Tipo de IA	Período de Estudo (anos)					
	< 2	2-5	6-10	>10	NI	Total
A - Ações	8	18	18	12	15	71
A- Fuzzy	7	5	6	2	5	25
B - Reinforcement		2	2	3		7
C - Alg. Evoluc.	2	9	10	4	7	35
D - Deep Learning			3	2	3	8
E - Outros	2	5	5	7	3	22
B - Dados simulados					8	8
A					6	6
C					3	3
C - Criptomoedas		1				1
B, D, E		1				1

Por meio da análise da Tabela 3.5, pode-se extrair lacunas interessantes presentes no tema pesquisado. Reforça-se que o emprego de algoritmos de RL ainda é baixo e que não houve a utilização dessa técnica para períodos menores de dois anos. O mesmo ocorre para modelos de DL. No entanto, deve-se salientar que essas técnicas exigem uma extensa base de dados para treinamento e validação dos algoritmos, o que pode justificar a falta deles nas categorias citadas.

Outro ponto relevante notado na pesquisa é que os modelos de RL e DL, em grande parte das vezes, aparecem juntos, denominando-se aprendizado por reforço profundo (em inglês, *deep reinforcement learning*). Essa técnica pode ser encontrada em trabalhos selecionados, como em Vo et al. (2019), Soleymani e Paquet (2020), Aboussalah e Lee (2020) e Weng et al. (2020). Nessas pesquisas, técnicas de RL foram aplicadas utilizando redes neurais para auxílio em tomadas de decisão.

A Tabela 3.5 ainda reforça a falta de trabalhos encontrados empregando outros tipos de ativos na composição das carteiras. Apenas o trabalho de Weng et al. (2020) utilizou moedas digitais em conjunto com três algoritmos de IA.

O resultado compilado da revisão de literatura realizado neste estudo pode ser consultado em formato de tabela no Apêndice B.

3.5 CONSIDERAÇÕES ACERCA DESTE ESTUDO

Esta pesquisa se dedicou a revisar o estado da arte das aplicações de IA na gestão de carteiras. Foram examinados informações como o tipo de algoritmo utilizado e as características das bases de dados, além da presença de balanceamento e cardinalidade.

Os resultados mostram que há uma significativa presença de algoritmos evolucionários e técnicas fuzzy, além dos modelos híbridos que utilizam dois ou mais algoritmos ao mesmo tempo. No entanto, notou-se a tendência na utilização de técnicas envolvendo DL e RL nos últimos anos. É importante salientar que uma numerosa gama de trabalhos não informavam dados sobre o uso de cardinalidade e balanceamento e os tipo de dados (frequência e período da base) empregados nas pesquisas, o que dificulta a replicação e análise dos resultados.

Apesar do alto número de modelos híbridos encontrados nas pesquisas, notou-se uma pequena utilização de algoritmos de RL em conjunto com outras técnicas. Além disso, foi verificada uma baixa presença de ativos não convencionais na composição das carteiras; apenas um trabalho se dedicou ao uso de criptomoedas, e não foram encontradas pesquisas utilizando commodities ou moedas e índices.

O trabalho se limitou a analisar a efetividade dos modelos pesquisados (retorno e risco alcançado pelas carteiras) devido aos diferentes tipos de dados utilizados: ativos, frequência, período analisado, entre outros. Assim, comparar os resultados não traria informações relevantes, visto que os artigos não empregaram os mesmos métodos.

Este trabalho contribui para a literatura pois descreve o atual estado da arte, enunciando os principais algoritmos de IA utilizados e as tendências notáveis desenvolvidas nos últimos anos. Para trabalhos futuros, sugere-se a utilização de algoritmos de DL em conjunto com técnicas de RL e outras técnicas, como os algoritmos evolucionários. Também é possível a adição de diferentes ativos na composição das carteiras, como commodities e moedas virtuais.

CAPÍTULO 4

GESTÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS EMPREGANDO *reinforcement learning*

4.1 INTRODUÇÃO

Os mercados financeiros apresentam um alto grau de dinamismo e complexidade, tornando a seleção de uma combinação ótima de ativos para a construção de um portfólio de investimentos um enorme desafio (SONG et al., 2022; XIAO; IHNAINI, 2023, entre outros). Neste contexto, acadêmicos têm conduzido investigações aprofundadas sobre a teoria moderna do portfólio (MPT) de Markowitz (1952b) desde a sua concepção. Com os avanços tecnológicos, pesquisadores têm se aprofundado cada vez mais em modelos avançados de inteligência artificial (IA), particularmente dentro do subcampo de aprendizado de máquina, como o *reinforcement learning* (RL), para aprimorar a gestão de investimentos e introduzir estratégias de investimento inovadoras.

A otimização de portfólios de investimento tem sido um assunto de discussão ativa no campo das Finanças. Essa discussão surge da necessidade de diversificar ativos para mitigação de riscos e maximização de retornos. Estudos notáveis de Rubinstein (2002b), Wilford (2012) e Millea e Edalat (2022) sublinham a relevância da MPT. No entanto, o RL ganhou destaque como resposta aos desafios associados ao cumprimento das premissas da MPT. Esses desafios levantaram questões sobre a viabilidade de alcançar a diversificação ideal, particularmente em relação à racionalidade dos participantes do mercado.

O arcabouço teórico proposto por Lo (2004) buscou abordar essa exigência, questionando a eficiência do mercado e apoiando a ideia de mercados que se adaptam a cenários novos, denominado hipótese dos mercados adaptativos (em inglês, *adaptive markets hypothesis* [AMH]). Esta perspectiva introduz o potencial emprego de técnicas como o RL. Millea e Edalat (2022) e Lin e Beling (2020) evidenciam a aplicabilidade do RL no domínio de investimentos, demonstrando ainda a superioridade do RL sobre a MPT na gestão de portfólios.

Este esforço de pesquisa busca avaliar a eficácia dos algoritmos de RL na otimização de portfólios de investimento. Utilizando a biblioteca FinRL e cinco algoritmos específicos, delineados nas seções subsequentes, o estudo realiza uma análise comparativa dos resultados obtidos através destes algoritmos em contraste com estratégias convencionais. Essas abordagens tradicionais incluem a variância mínima (MINVAR), conforme proposto por (MARKOWITZ, 1952b), e a estratégia de compra e manutenção (em inglês, *buy and hold* [B&H]).

Além disso, este estudo inclui os índices Dow Jones e Ibovespa como referências de *benchmark* para o cálculo das métricas beta e alfa, com o objetivo de avaliar o desempenho e risco dos portfólios otimizados. O objetivo principal é avaliar a eficácia dos algoritmos de RL em comparação com estratégias convencionais e obter insights sobre as implicações da incorporação de

derivativos de commodities em um portfólio de investimentos.

Outro aspecto significativo explorado neste estudo envolve o exame da influência dos custos de transação no desempenho do modelo. A pesquisa investiga como os modelos se adaptam a ambientes com e sem custos de transação, lançando luz sobre a adaptabilidade dos algoritmos às realidades dinâmicas dos mercados financeiros.

Este capítulo visa promover o avanço do campo das Finanças, fornecendo inovações sobre a aplicação de técnicas de aprendizado de máquina para a otimização de portfólios de investimento. Enfatiza-se a importância da diversificação por meio da inclusão de derivativos e investiga-se o impacto dos custos de transação, contribuindo para uma compreensão mais aprofundada das oportunidades e dos desafios associados a essas abordagens.

É imperativo destacar que os resultados variam ao considerar os custos de transação. Por exemplo, ao contabilizar esses custos, os retornos podem até ser maiores do que quando não são considerados, o que poderia ser atribuído ao algoritmo se abster de executar certas transações ou selecionar ativos alternativos. Tais achados concordam com Millea e Edalat (2022) e evidenciam retornos satisfatórios de acordo com Fama (1965).

Esta investigação contribui para a literatura científica e a prática no domínio das Finanças de várias maneiras. Primariamente, oferece exemplos da aplicação de técnicas avançadas de aprendizado de máquina, como RL, na otimização de portfólios de investimento. Ao comparar o desempenho dessas técnicas com estratégias tradicionais, como MINVAR e B&H, o estudo postula que técnicas de IA podem ser mais eficazes na maximização de retornos de investimentos sem a necessidade de pressupostos exigidos pela teoria tradicional, ao mesmo tempo em que exigem menos envolvimento do investidor em análises e rebalanceamento de portfólios.

Além disso, este estudo sublinha a importância de diversificar ativos, incluindo a incorporação de commodities como uma alternativa viável. Demonstra que investimentos nesses derivativos têm o potencial de aprimorar significativamente o desempenho do portfólio, enquanto mitigam simultaneamente a volatilidade. Tais achados são de suma importância para investidores que visam aumentar a rentabilidade de seus investimentos enquanto gerenciam efetivamente o risco do portfólio.

Outra contribuição significativa deste estudo é o exame da influência dos custos de transação no treinamento de modelos de RL. Por meio de uma exploração de como os modelos se adaptam a ambientes com e sem custos de transação, este estudo ilumina a adaptabilidade dos algoritmos às diversas condições dos mercados financeiros. Esta análise é de suma importância para obter insights sobre as possibilidades, as limitações e os desafios associados ao uso de técnicas de IA na gestão de portfólios de investimento.

Em conclusão, esta pesquisa oferece implicações pertinentes para o domínio das Finanças. Em primeiro lugar, os achados sugerem que a utilização de RL pode contribuir para aprimorar o gerenciamento de riscos e aumentar os retornos dos investimentos. Adicionalmente, o estudo acentua a importância da diversificação de ativos em portfólios, particularmente por meio da inclusão de derivativos de commodities.

Em segundo lugar, os investimentos alternativos são atraentes para investidores que visam aprimorar ainda mais seu desempenho, utilizando a diversificação para alcançar resultados superiores, mantendo níveis de risco mais baixos no portfólio. Outra implicação notável é a influência substancial dos custos de transação. Isso sublinha a importância de uma consideração cuidadosa dos custos de transação durante o desenvolvimento e avaliação do modelo, aprimorando o realismo e a precisão dos resultados.

A estrutura deste capítulo segue uma organização sistemática. A próxima seção introduz o arcabouço teórico, enquanto a seção de Métodos apresenta os dados e a metodologia proposta. A seção de Resultados fornece achados e uma discussão no contexto da literatura existente. Finalmente, a última seção oferece a conclusão do estudo, incluindo insights sobre limitações e potenciais caminhos para pesquisas futuras.

4.2 ASPECTOS TEÓRICOS

4.2.1 GESTÃO DE PORTFÓLIOS

A base teórica da gestão de portfólios é extensa, com várias facetas-chave merecendo reconhecimento. A MPT (MARKOWITZ, 1952b) representa uma perspectiva fundamental que tem recebido atenção substancial tanto no discurso acadêmico quanto entre praticantes no âmbito dos investimentos. Em essência, a MPT, conforme articulada por Markowitz (1952b), sublinha a oportunidade para investidores aprimorarem retornos enquanto mitigam riscos por meio de diversificação estratégica. Esta estratégia está enraizada em uma análise do desempenho histórico dos ativos e da volatilidade. Posteriormente, uma formulação matemática, sustentada por um modelo de otimização, calcula a alocação de cada ativo dentro do portfólio. Essa otimização visa maximizar os retornos esperados para um determinado nível de risco ou, inversamente, minimizar o risco.

Essa abordagem leva à identificação da estrutura de portfólio mais eficaz, provavelmente para gerar retornos ótimos sob circunstâncias específicas, frequentemente referida como o portfólio de variância mínima (MILLEA; EDALAT, 2022). É importante notar que um maior número de ativos em um portfólio não equivale necessariamente a uma diversificação prudente. Por exemplo, os ativos podem estar concentrados em um único setor, potencialmente ampliando retornos enquanto expõem o portfólio a níveis equivalentes de risco.

Evoluções que envolvem a MPT emanam de diversas frentes. Essas evoluções surgem especialmente dos desafios associados ao cumprimento de premissas, que, se não atendidas, poderiam invalidar qualquer análise ou crítica da MPT. Notavelmente, as premissas da racionalidade dos participantes do mercado e da eficiência do mercado representam características que são incessantemente desafiadas na literatura (WILFORD, 2012).

A hipótese do mercado eficiente (em inglês, *efficient market hypothesis* [EMH]) postula que os preços dos ativos nos mercados financeiros seguem movimentos aleatórios e independentes,

tornando-os imunes à previsão, mesmo quando dados históricos são analisados usando análise técnica. Isso se deve à incerteza inerente das notícias, que são amplamente e instantaneamente acessíveis (FAMA, 1965). Consequentemente, acredita-se que o preço atual reflete com precisão o valor intrínseco do ativo, tornando a análise fundamental desnecessária. A hipótese afirma que a expectativa mais razoável para o preço futuro é o preço atual, e qualquer retorno acima da média do mercado é considerado excepcional.

Em contraste, a AMH postula que os mercados financeiros passam por flutuações cíclicas entre estados de eficiência e ineficiência, que são influenciados por fatores externos, como conflitos geopolíticos e intervenções políticas (LO, 2004). Essa hipótese também sustenta que os investidores exibem racionalidade limitada e demonstram padrões comportamentais discerníveis.

Um aumento nos esforços de pesquisa direcionados à formulação de portfólios de investimento tem sido observado, impulsionado pela proliferação de dados acessíveis e pela introdução de metodologias inovadoras. À luz desses avanços, uma pesquisa abrangente de Loke et al. (2023) delineou os desenvolvimentos no problema de otimização de portfólio (em inglês, *portfolio optimization problem* [POP]) de 2018 a 2022. O artigo categorizou técnicas de solução contemporâneas, destacando áreas-chave, incluindo meta-heurísticas, otimização matemática, abordagens híbridas e aprendizado de máquina.

A pesquisa destaca um crescente interesse em metodologias híbridas, particularmente notável desde 2018. As descobertas apresentadas por Loke et al. (2023) enfatizam a importância de reconhecer e abordar as tendências emergentes e lacunas nesse campo. A adoção dessas metodologias resultou em melhorias notáveis nos resultados obtidos (JANG; SEONG, 2023).

No entanto, há espaço para exploração adicional dentro deste campo, particularmente ao aproveitar técnicas de IA, como aprendizado profundo e RL, que têm recebido crescente atenção em pesquisas recentes. Além disso, existem oportunidades para integrar ativos não tradicionais, incluindo criptomoedas, commodities e índices, em tais esforços de pesquisa (SANTOS et al., 2022).

4.2.2 *Reinforcement learning*

O RL representa um subcampo dentro do aprendizado de máquina, com um foco principal na tomada de decisão sequencial em ambientes incertos e estocásticos. O objetivo central do RL é determinar políticas ótimas que maximizem recompensas cumulativas ao longo do tempo (SUTTON; BARTO, 2018). Um problema de RL compreende elementos fundamentais, incluindo um agente, ambiente, estados, ações e recompensas. O agente interage com o ambiente executando ações com base em seu estado atual, recebendo assim recompensas em troca, enquanto se esforça para adquirir uma política que maximize a recompensa acumulada.

Um elemento essencial no domínio do RL é a função de valor de estado, representada como $V(s)$, que quantifica o valor antecipado de recompensas futuras acumuladas a partir do estado

s sob uma política específica π (SUTTON; BARTO, 2018). Além disso, a equação de Bellman, uma relação recursiva, estabelece uma ligação entre o valor do estado atual e os valores dos estados subsequentes, facilitando atualizações do valor de estado e agilizando a busca pela política ótima (SUTTON; BARTO, 2018). A equação de Bellman para a função de valor de estado é expressa da seguinte maneira:

$$V(s) = \sum_a \pi(a|s) \sum_{s',r} p(s',r|s,a)[r + \gamma V(s')], \quad (4.1)$$

em que $p(s',r|s,a)$ denota a função de transição do ambiente; $\pi(a|s)$ representa a política do agente; e γ é o fator de desconto.

O aprendizado por reforço profundo (em inglês, *deep reinforcement learning* [DRL]) integra o RL com redes neurais profundas, possibilitando a aquisição de políticas ótimas em cenários caracterizados por espaços de estado e ação de alta dimensão (MNIH et al., 2015). O DRL alcançou realizações notáveis em um amplo espectro de tarefas complexas, incluindo jogos, robótica e otimização de sistemas (SILVER et al., 2017; GU et al., 2017; MNIH et al., 2015). O DRL se distingue do RL convencional pela sua capacidade de enfrentar desafios de maior escala e complexidade, os quais de outra forma encontrariam limitações computacionais e representacionais dentro do domínio clássico do RL.

A tabela Q compreende uma matriz que preserva o valor associado a cada par estado-ação, denotado como $Q(s,a)$, onde 'valor' significa a recompensa esperada ao executar a ação a no estado s e, subsequentemente, aderir à política π (SUTTON; BARTO, 2018). Em contrapartida, a rede Q profunda (em inglês, *deep Q-network* [DQN]) representa uma abordagem que amalgama o conceito da tabela Q com redes neurais profundas, substituindo a tabela Q por uma rede neural que aproxima a função de valor estado-ação, conhecida como a função Q (MNIH et al., 2015). Essa modificação capacita o algoritmo a gerenciar efetivamente espaços de estado e ação substancialmente maiores e mais intrincados, generalizando a função Q enquanto oferece escalabilidade e eficiência superiores em comparação com a tabela Q tradicional. A equação de Bellman para a função Q é definida como:

$$Q(s,a) = \sum_{s',r} p(s',r|s,a)[r + \gamma \max_{a'} Q(s',a')], \quad (4.2)$$

$Q(s,a)$ representa a função Q, que descreve o valor esperado de recompensas futuras acumuladas quando a ação a é realizada no estado s , seguida da adesão à política ótima. s' denota o estado subsequente no ambiente após a execução da ação a no estado s . r indica a recompensa imediata obtida após realizar a ação a no estado s . $p(s',r|s,a)$ representa a função de transição de probabilidade do ambiente, descrevendo a probabilidade de transição para o estado subsequente s' e recebendo a recompensa r ao realizar a ação a no estado s . γ é o fator de desconto, variando entre 0 e 1, ditando a importância relativa das recompensas futuras em comparação com as recompensas imediatas. Valores próximos a 0 levam o agente a valorizar predominant-

temente recompensas imediatas, enquanto valores próximos a 1 fazem o agente considerar as recompensas futuras de maneira mais equilibrada. $\max_{a'} Q(s', a')$ expressa o valor máximo da função Q para o estado subsequente s' , considerando todas as ações potenciais a' .

A equação de Bellman para a função Q facilita a atualização iterativa dos valores da função Q, refinando as estimativas de valores esperados relativos ao acúmulo de recompensas futuras, contribuindo assim para a busca da política ótima. O Apêndice C traz mais detalhes sobre os conceitos de RL.

Ao contrário do aprendizado de máquina tradicional, que se concentra predominantemente em paradigmas de aprendizado supervisionado ou não supervisionado, as técnicas de RL são dedicadas à aprendizagem e tomada de decisão sequenciais (GOODFELLOW; BENGIO; COURVILLE, 2016). Uma vantagem notável dessas metodologias reside na sua capacidade de adquirir conhecimento diretamente por meio de interações com o ambiente, eliminando a dependência de dados rotulados. No entanto, é importante notar que as técnicas de RL podem demandar recursos computacionais substanciais e períodos de treinamento prolongados quando comparadas aos métodos clássicos de aprendizado de máquina. Além disso, os problemas de RL e DRL podem exibir sensibilidade à formulação do problema, incluindo a especificação de recompensas e estados, necessitando de ajustes cuidadosos e exploração empírica.

Para compreender o estado da arte referente à aplicação de RL e suas variações na gestão de portfólios, Santos et al. (2022) conduziu uma revisão extensa da literatura sobre os trabalhos seminais relacionados à aplicação de IA na gestão de portfólios. Essa revisão sistemática da literatura oferece uma perspectiva abrangente sobre os avanços e desafios no domínio, destacando estudos que empregam RL e suas variantes, possibilitando um entendimento mais profundo do potencial e das limitações dessas técnicas na gestão de portfólios de investimento.

4.2.3 LITERATURA PERTINENTE À GESTÃO DE PORTFÓLIOS VIA *reinforcement learning*

Graças aos avanços tecnológicos, o campo das Finanças está sujeito a um exame mais abrangente, considerando a miríade de estratégias de investimento disponíveis. A introdução de algoritmos de RL levou a literatura acadêmica a reavaliar o domínio da gestão de portfólios de investimento, com foco em sua aplicação e exploração no contexto financeiro. Esta seção destaca alguns dos principais trabalhos fundamentais.

Jang e Seong (2023) empregou uma técnica de DRL para aprimorar a formação de portfólios de ações do índice S&P 500 utilizando uma rede neural como agente de aprendizado. A metodologia levou em conta indicadores de análise técnica e informações de tendência de mercado para fundamentar decisões sobre alocação de recursos em ações. Segundo os autores, essa abordagem se destaca em comparação a outras técnicas, pois considera a alocação de ativos de acordo com a tendência do mercado. Os achados sugerem que essa técnica apresenta promessa como alternativa para otimização de portfólios em mercados financeiros complexos e dinâmicos.

No estudo conduzido por Millea e Edalat (2022), o DRL encontrou sua utilidade na otimização de portfólios que incluíam ações, pares de moedas do mercado Forex e criptomoedas — um avanço em relação a estudos anteriores. Os autores combinaram modelos de DRL e clusterização hierárquica em um sistema de tomada de decisão para atribuir pesos a um portfólio de ativos. O agente de DRL adquiriu a habilidade de alternar entre modelos de baixo nível, culminando em desempenho superior comparado a modelos individuais ou uma política aleatória. Os resultados indicaram que portfólios inclusivos de criptomoedas exibiram um desempenho superior em termos de retornos ajustados ao risco. No entanto, é imperativo enfatizar que o mercado de criptomoedas é altamente volátil e abriga riscos significativos. Assim, a inclusão desses ativos em portfólios exige análise meticolosa. Além disso, os autores reforçam a noção de que evidências substanciais do mundo real indicam deficiências na eficiência do mercado em vários momentos, o que resulta em um ambiente inadequado para a aplicação da MPT, justificando assim a utilidade das adaptações oferecidas pelos modelos de DRL.

Song et al. (2022) introduziu um método inovador para otimizar portfólios de investimento utilizando aprendizado por reforço estocástico. Para validar seu modelo, os autores realizaram uma análise empírica utilizando dados de 22 ações com o maior volume de negociação no índice S&P 500 de 2005 a 2020. O desempenho do modelo foi avaliado tanto antes quanto durante a crise da covid-19. Os resultados demonstraram que a abordagem proposta superou o *benchmark*, modelos estocásticos tradicionais e algoritmos populares, alcançando retornos mais altos enquanto mantinha menor risco.

4.3 MÉTODOS

A metodologia empregada neste estudo aplica técnicas de RL usando a biblioteca *open source* FinRL (LIU et al., 2020). A gestão do portfólio envolve um conjunto diversificado de ativos, incluindo 40 ações distribuídas igualmente entre os mercados brasileiro, americano, europeu e chinês, além dos preços futuros de 10 commodities: arroz (ZR), gado vivo (LE), café (KC), etanol (FL), milho (ZC), minério de ferro (TR), ouro (GC), petróleo bruto (CB), soja (ZS) e trigo (ZW). Os dados históricos de ações foram obtidos de (YAHOO..., 2022), um provedor de dados comum em estudos semelhantes (XIAO; IHNAINI, 2023), enquanto os dados de commodities foram obtidos de (BARCHART, 2022). A seleção de ações para o portfólio de cada país foi baseada no ranking das ações mais negociadas disponíveis em (INVESTING, 2022).

A montagem de ativos, incluindo commodities, visa garantir a diversificação adequada do portfólio e refletir a importância do setor agrícola no Brasil. Conforme articulado por Markowitz (1952b), a diversificação continua sendo uma estratégia fundamental para a mitigação de riscos e o aprimoramento do portfólio. Além disso, as commodities desempenham um papel indispensável na economia brasileira, visto que o país figura entre os maiores exportadores mundiais de produtos agrícolas (PEREIRA et al., 2012).

A biblioteca FinRL oferece uma vasta gama de algoritmos de RL, juntamente com ferramen-

tas para avaliação de treinamento e análise de resultados. Este estudo se esforça para investigar a implantação de técnicas de RL para seleção de ativos e gestão de um portfólio diversificado, com a aspiração de superar estratégias de investimento convencionais. Para tanto, dados históricos de preços de ações e commodities, bem como indicadores técnicos, foram empregados para treinar e avaliar modelos de RL em vários cenários de mercado, como períodos de alta e baixa, pandemias e crises econômicas. Esses cenários contribuem para o entendimento de como os modelos se adaptam às flutuações do mercado e aos desafios impostos por eventos globais e condições econômicas adversas.

Quatro combinações distintas de portfólios de investimento foram testadas, com duas delas incorporando commodities e as outras duas as excluindo. Da mesma forma, dois portfólios foram avaliados: um considerando uma taxa de transação padrão de 1%, como comumente usada na biblioteca FinRL (LIU et al., 2020), e o outro sem tal taxa. Isso permitiu uma avaliação do impacto dos custos de transação em métricas de risco, incluindo o índice de Sharpe e o índice beta. Além disso, o estudo comparou os resultados gerados pela técnica de RL com os das estratégias MINVAR e B&H, utilizando os índices Dow Jones e Ibovespa como *benchmarks*.

Comparações com as estratégias MINVAR e B&H foram executadas para avaliar a eficácia das técnicas de RL em relação a abordagens de investimento mais tradicionais (YANG; LIU; WU, 2018). Essas comparações são fundamentais para determinar se os modelos de RL podem oferecer vantagens notáveis em termos de desempenho e gestão de risco. A importância do Dow Jones e do Ibovespa é destacada no trabalho de Vartanian (2012), onde o autor analisa a relação entre os retornos de ações e títulos e fatores de risco comuns, empregando o Dow Jones como um *benchmark* representativo do mercado de ações dos Estados Unidos. Além disso, Vartanian (2012) examina a literatura sobre risco financeiro sistêmico e sublinha a importância do Ibovespa na análise do desempenho econômico e financeiro do Brasil, examinando os impactos do índice Dow Jones, das commodities e das taxas de câmbio no Ibovespa e o efeito de contágio entre esses mercados.

Para avaliar o desempenho do modelo, o conjunto de dados foi dividido em conjuntos de treinamento e teste. O conjunto de treinamento compreendeu dados coletados de 4 de janeiro de 2013 a 1 de janeiro de 2018, enquanto o conjunto de teste incluiu dados reunidos de 2 de janeiro de 2018 a 27 de outubro de 2022. Durante a fase de treinamento, os algoritmos passaram por treinamento para otimizar sua tomada de decisão e maximizar recompensas dentro do ambiente fornecido. Posteriormente, o desempenho do modelo foi avaliado usando o conjunto de teste, onde os modelos foram obrigados a tomar decisões baseadas em dados que não foram previamente encontrados durante o treinamento.

A alocação de aproximadamente 53,64% dos dados para o conjunto de treinamento e 46,36% para o conjunto de teste visou alcançar um conjunto de dados equilibrado e mitigar o risco de *overfitting*, considerando a natureza temporal dos dados. Essa abordagem está alinhada com práticas comuns em IA e aprendizado de máquina, conforme demonstrado em trabalhos seminais como Cawley e Talbot (2010), sobre *overfitting* e seleção de modelo, e Hyndman e

Athanasopoulos (2018), sobre previsão de séries temporais, onde a divisão treino-teste foi um componente crucial para avaliar a generalização do modelo.

A escolha de uma data específica de corte entre os períodos de coleta de dados garante que o modelo passe por treinamento em dados históricos e subsequente teste em dados mais recentes, proporcionando assim uma representação melhor de cenários do mundo real. Esse método está alinhado com práticas estabelecidas em pesquisa de séries temporais e previsão, como demonstrado em estudos anteriores, tais como Hochreiter e Schmidhuber (1997b) e Xiao e Ihnaini (2023), que empregam modelos de memória de curto e longo prazo (em inglês, *long short-term memory* [LSTM]), bem como Santos et al. (2021), que usou LSTM para previsão de preços spot de etanol brasileiro. Nesses trabalhos, a divisão dos dados em conjuntos de treinamento e teste é guiada pela natureza temporal dos dados, facilitando a capacidade do modelo de generalizar para mudanças temporais no conjunto de dados.

Neste estudo, foi realizada uma análise e comparação dos resultados obtidos de cinco algoritmos distintos de RL: *advantage actor-critic* (A2C), *deep deterministic policy gradient* (DDPG), *proximal policy optimization* (PPO), *soft actor-critic* (SAC) e *twin-delayed deep deterministic policy gradient* (TD3). A seleção destes algoritmos foi baseada em sua representatividade dentro do campo de RL, abrangendo abordagens-chave e avanços. Além disso, a disponibilidade desses algoritmos na biblioteca FinRL facilitou sua comparação direta e análise abrangente.

Conforme destacado em Liu et al. (2021), os algoritmos de RL podem ser categorizados em tipos baseados em valor, política e *actor-critic*. O *Q-learning* (WATKINS; DAYAN, 1992) é um método baseado em valor que emprega uma tabela Q para abordar problemas com espaços de estado e ação pequenos. Técnicas avançadas, como DQN e suas variantes (ACHIAM, 2018), utilizam redes neurais profundas para lidar com espaços mais complexos. Já algoritmos baseados em política (SUTTON et al., 2000) ajustam diretamente os parâmetros da política usando uma abordagem de gradiente, dispensando a necessidade de estimativa de valor. Os algoritmos *actor-critic* combinam as vantagens dos métodos baseados em valor e baseados em política atualizando duas redes neurais: a rede do ator, que atualiza a política, e a rede crítica, que estima a função de valor estado-ação. Durante o treinamento, a rede do ator toma ações que são posteriormente avaliadas pela rede crítica. Todos os algoritmos utilizados neste trabalho são do tipo *actor-critic* (ACHIAM, 2018).

O algoritmo A2C (MNIH et al., 2016) utiliza uma abordagem baseada em amostras, empregando múltiplos agentes para atualizar simultaneamente tanto a política quanto a função de valor. Esse método estende o *framework actor-critic* (ROSENSTEIN et al., 2004) integrando um modelo de política (o ator) com uma função de valor (o crítico) para facilitar a aprendizagem da política ótima. O A2C oferece várias vantagens, incluindo sua capacidade de lidar com espaços de ação contínuos e observações de alta dimensão, bem como sua capacidade de aprender políticas escaláveis e estáveis em configurações de treinamento multiagente (WANG et al., 2016). No entanto, ele também apresenta limitações, como o potencial de convergir para um

mínimo local em vez de um ótimo global e o desafio de ajustar adequadamente os hiperparâmetros (SUTTON; BARTO, 2018). Apesar disso, o A2C permanece como um dos algoritmos de RL mais populares e eficazes disponíveis, com inúmeras aplicações em jogos, robótica e vários outros domínios (VINYALS et al., 2019; DHARIWAL et al., 2017).

O algoritmo DDPG, conforme introduzido por Lillicrap et al. (2015), estende o algoritmo *deterministic policy gradient* (DPG) com o objetivo de aprender políticas determinísticas para problemas contínuos. O DDPG emprega uma abordagem de aprendizado *off-policy*, permitindo a utilização de experiências passadas para aumentar a eficiência. Além disso, o DDPG se baseia em redes neurais profundas para aproximar tanto a função de valor quanto a política. Suas principais limitações incluem sensibilidade a hiperparâmetros e instabilidade de treinamento (HENDERSON et al., 2018).

O algoritmo PPO, conforme elucidado por Schulman et al. (2017), oferece treinamento estável e eficiente em contraste com as metodologias tradicionais de *policy gradient*. Ao empregar uma função objetivo de corte surrogada, o PPO equilibra habilmente a exploração e a exploração, mitigando efetivamente o risco de ajustes subótimos da política. Sua versatilidade é destacada por suas aplicações bem-sucedidas em diversos domínios, incluindo robótica (HEESS et al., 2017), jogos (notavelmente alcançando desempenho excepcional em Dota 2) (BERNER et al., 2019), finanças (LIN; BELING, 2020) e gestão de parques eólicos (PINCIROLI et al., 2021).

O algoritmo SAC, conforme introduzido por Haarnoja et al. (2018), representa um algoritmo *off-policy* que combina técnicas de *actor-critic* com otimização de entropia máxima. Essa combinação alcança um equilíbrio bem ajustado entre exploração e exploração. O SAC se destaca em diversas tarefas de controle contínuo, particularmente no campo da robótica para empreendimentos complexos como manipulação de objetos, como demonstrado em Haarnoja et al. (2019), e em simulações de controle para otimização de veículos autônomos, conforme mostrado em Zhao et al. (2020).

O algoritmo TD3, conforme abordado por Fujimoto, Hoof e Meger (2018), representa um aprimoramento do algoritmo DDPG, alcançado por meio da incorporação de atualizações atrasadas do ator, redes críticas duplas e ruído de ação direcionado. Esses refinamentos contribuem para uma maior estabilidade ao lidar com problemas de controle contínuo. O TD3 demonstrou sua eficácia em várias aplicações, incluindo robótica para manipulação de objetos (VEERIAH; VENKATRAMAN; GOLDBERG, 2020) e simulações de controle voltadas para a otimização do tráfego para veículos autônomos, conforme mostrado em Aboudolas e Roussaki (2020). O Apêndice C traz mais detalhes sobre os algoritmos citados.

No contexto de hiperparâmetros, este estudo adere às diretrizes fornecidas pela biblioteca FinRL e replica os mesmos hiperparâmetros especificados em um tutorial oferecido pela biblioteca (AI4FINANCE-FOUNDATION, 2021). Essa escolha é feita para facilitar a replicação da pesquisa. O pacote é responsável por inicializar a classe agente dentro do ambiente fornecido, implementar o algoritmo de DRL com os hiperparâmetros mencionados (`model_kwargs`)

e supervisionar o regime de treinamento para gerar um modelo treinado. Essa visão geral do procedimento é capturada na Tabela 4.1. Vale ressaltar que o impacto da variação dos hiperparâmetros pode ser um caminho frutífero para pesquisas futuras, particularmente para estudos focados em entender como diferentes algoritmos respondem a mudanças nessas configurações.

Tabela 4.1 – Funções para criar e treinar agentes de *deep reinforcement learning*. Fonte: (LIU et al., 2021).

Função	Descrição
<code>env = StockTradingEnv(df, **env_kwargs)</code>	Retorna uma instância da classe Env com dados e parâmetros padrão.
<code>agent = DRLAgent(env)</code>	Instancia um agente DRL com um dado ambiente env.
<code>model = agent.get_model(model_name, e hiperparâmetros padrão. **model_kwargs)</code>	Retorna um modelo com um nome especificado
<code>trained_model = agent.train_model(model)</code>	Inicia o processo de treinamento do agente e retorna um modelo treinado.

Fonte: Adaptado de (LIU et al., 2021).

A função de recompensa desempenha um papel crucial no design e na implementação de algoritmos de RL, estabelecendo o objetivo que o agente deve perseguir ao longo do processo de aprendizagem. Neste estudo, o retorno cumulativo foi selecionado como a função de recompensa, em consonância com uma abordagem amplamente adotada na literatura relacionada. A justificativa para essa escolha decorre do fato de que o retorno cumulativo permite uma avaliação eficaz do desempenho do agente em termos de resultados a longo prazo, fomentando o desenvolvimento de políticas mais robustas e eficientes.

O espaço de estados dos modelos é formulado utilizando uma gama de entradas que são relevantes para a análise de ativos financeiros. De maneira semelhante à abordagem apresentada por Santos et al. (2021), são incorporados retornos de ativos ao longo de 20, 40 e 60 dias. Adicionalmente, os indicadores técnicos utilizados incluem o índice de força relativa (RSI), oscilador estocástico, Williams %R (WILLR), convergência e divergência de médias móveis (MACD), taxa de mudança (ROC) e volume balanceado (OBV). A matriz de covariância também é empregada na construção do espaço de estados, seguindo a metodologia delineada por (LIU et al., 2020).

Os indicadores técnicos utilizados são definidos da seguinte forma, conforme apresentado por Murphy (1999):

- Índice de força relativa (RSI):

$$RSI = 100 - \frac{100}{1 + RS}, \quad (4.3)$$

em que: $RS = \frac{\text{Ganho médio nos últimos 14 dias}}{\text{Perda média nos últimos 14 dias}}$.

- Oscilador estocástico:

$$\%K = 100 * \frac{C - L14}{H14 - L14}, \quad (4.4)$$

em que C representa o preço de fechamento atual; $L14$ denota o menor preço nos últimos 14 dias; e $H14$ significa o preço mais alto nos últimos 14 dias.

- Convergência e divergência de médias móveis (MACD):

$$MACD = EMA_{12}(C) - EMA_{26}(C), \quad (4.5)$$

$$\text{Linha de sinal} = EMA_9(MACD), \quad (4.6)$$

em que C denota a série temporal dos dados de fechamento; EMA_n significa a média móvel exponencial de n dias; e $H14$ representa o preço mais alto nos últimos 14 dias.

- Taxa de mudança (ROC):

$$PROC(t) = \frac{C(t) - C(t - n)}{C(t - n)}, \quad (4.7)$$

em que $PROC(t)$ denota a taxa de mudança do preço no tempo t ; e $C(t)$ representa o preço de fechamento no tempo t .

- Volume balanceado (OBV):

$$OBV(t) = \begin{cases} OBV(t - 1) + Vol(t), & \text{se } C(t) > C(t - 1) \\ OBV(t - 1) - Vol(t), & \text{se } C(t) < C(t - 1) \\ OBV(t - 1), & \text{se } C(t) = C(t - 1), \end{cases} \quad (4.8)$$

em que $OBV(t)$ denota o indicador de volume balanceado no tempo t ; $Vol(t)$ significa o volume de negociação no tempo t ; e $C(t)$ representa o preço de fechamento no tempo t .

4.3.1 PROCEDIMENTO DE ANÁLISE

Para a análise dos resultados, duas subseções foram criadas: uma para carteiras que incluíam custos de transação e outra para carteiras que não incluíam esses custos.

A partir desse ponto, iniciou-se uma comparação dos retornos acumulados das carteiras em relação aos *benchmarks* e à volatilidade. Posteriormente, o índice Sharpe foi analisado, que é baseado nos retornos da carteira, *benchmark* e volatilidade conforme descrito por Sharpe (1966),

capturando assim os principais pontos para investidores de acordo com Markowitz (1952b). O índice Sharpe é calculado conforme mostrado na Equação 4.9, e um valor mais alto é preferível:

$$S = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}, \quad (4.9)$$

em que S denota o índice Sharpe; R_p é o retorno esperado da carteira de investimentos; R_f é a taxa livre de risco; e σ_p denota o desvio padrão da carteira de investimentos.

Para oferecer uma perspectiva mais abrangente, o estudo realizou uma análise do beta das carteiras em relação aos *benchmarks*. O beta, conforme introduzido por Markowitz (1952b), serve para avaliar se um ativo específico ou carteira exibe maior ou menor volatilidade em comparação ao *benchmark*. O cálculo do beta, representado pela Equação 4.10, indica que um valor abaixo de 1 significa que a carteira apresenta menos risco que o mercado, enquanto um valor acima de 1 sugere um perfil de risco mais elevado:

$$\beta = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}, \quad (4.10)$$

em que β_i denota o coeficiente beta do ativo i ; $Cov(r_i, r_m)$ representa a covariância entre os retornos do ativo i e o mercado; e $Var(r_m)$ significa a variância dos retornos do mercado.

Em resumo, carteiras com maiores retornos, menor volatilidade, um índice Sharpe mais alto e um beta mais baixo são preferíveis. É importante notar que um índice Sharpe com valor negativo deve ser interpretado com cautela, pois sua interpretação pode ser enganosa devido a carteiras com maior volatilidade serem consideradas superiores ao analisar esse índice isoladamente.

Nesta pesquisa, a metodologia proposta por Ledoit e Wolf (2008) foi empregada para comparar carteiras com diferentes características. O método utiliza a abordagem de *bootstrap* para gerar uma distribuição da diferença estimada nos índices Sharpe e construir um intervalo de confiança para avaliar sua significância estatística. Isso permite a detecção de diferenças significativas entre as carteiras comparadas.

O objetivo específico era analisar as diferenças entre as carteiras, considerando custos de transação e a inclusão de commodities na composição. A análise buscou compreender o impacto desses fatores no desempenho da carteira, fornecendo insights valiosos para a gestão eficiente de investimentos, enquanto se beneficia da robustez do método utilizado na detecção de diferenças estatisticamente significativas entre os índices Sharpe das carteiras comparadas.

4.4 RESULTADOS

4.4.1 CARTEIRAS SEM CUSTOS DE TRANSAÇÃO

O desempenho das carteiras sem custos de transação é detalhado nas Tabelas 4.2 e 4.3. A primeira abrange exclusivamente ações, enquanto a última inclui a incorporação de derivativos

de commodities. É importante destacar que as carteiras PTF (*Buy and Hold*) e MINVAR (Mínima Variância) foram construídas usando metodologias de investimento tradicionais: compra e manutenção e variância mínima, respectivamente. Em contraste, as outras carteiras utilizaram técnicas de IA baseadas em RL, especificamente os cinco algoritmos de RL anteriormente mencionados. As melhores medidas de desempenho para os modelos são mostradas nas Tabelas 4.2-4.5 pelos números em negrito.

Tabela 4.2 – Desempenho das carteiras de ações sem custos de transação e comparação com índices de referência. R_p denota o retorno médio anual (em porcentagem); R_{acum} representa o retorno acumulado (em porcentagem); Vol indica volatilidade; S fornece o índice Sharpe; e β (IBOV) e β (DJI) são os betas da carteira em relação aos índices Ibovespa e Dow Jones, respectivamente.

Metric	Benchmarks					Carteiras				
	DJI	IBOV	SAC	DDPG	PPO	A2C	TD3	PTF	MINVAR	
R_p	5.81	6.40	7.57	9.23	8.97	9.51	7.91	8.97	1.68	
R_{acum}	28.70	31.33	29.53	36.75	35.60	37.97	30.96	35.59	6.08	
Vol	22.05	27.85	21.49	22.19	20.83	21.40	19.81	20.84	13.89	
S	0.367	0.364	0.448	0.510	0.518	0.532	0.484	0.518	0.190	
β (IBOV)	-	1.000	0.597	0.637	0.585	0.601	0.508	0.585	0.269	
β (DJI)	1.000	-	0.703	0.712	0.710	0.705	0.631	0.710	0.377	

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela 4.3 – Desempenho das carteiras de ações e commodities sem custos de transação e comparação com índices de referência. R_p é o retorno médio anual (em porcentagem); R_{acum} é o retorno acumulado (em porcentagem); Vol denota volatilidade; S fornece o índice Sharpe; e β (IBOV) e β (DJI) são os betas da carteira em relação aos índices Ibovespa e Dow Jones, respectivamente.

Metric	Benchmarks					Carteiras				
	DJI	IBOV	SAC	DDPG	PPO	A2C	TD3	PTF	MINVAR	
R_p	5.81	6.40	12.00	11.58	10.68	11.07	10.73	10.68	5.91	
R_{acum}	28.70	31.33	49.42	47.45	43.27	45.08	43.51	43.25	22.57	
Vol	22.05	27.85	17.92	18.17	17.95	18.78	17.91	17.95	9.62	
S	0.367	0.364	0.723	0.695	0.656	0.654	0.660	0.656	0.646	
β (IBOV)	-	1.000	0.495	0.510	0.501	0.531	0.485	0.501	0.139	
β (DJI)	1.000	-	0.600	0.613	0.603	0.644	0.590	0.602	0.194	

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao comparar os retornos das carteiras de ações com o índice IBOV, torna-se evidente que a abordagem convencional MINVAR, bem como as carteiras SAC e TD3, apresentaram desempenho inferior em relação ao *benchmark*. Em contrapartida, as três carteiras restantes de IA superaram a carteira PTF em termos de retornos. Com a inclusão de commodities, apenas a carteira MINVAR não conseguiu superar o índice de referência, enquanto todas as cinco carteiras de IA alcançaram retornos superiores aos das estratégias tradicionais.

Ao alinhar a carteira de ações com o índice Dow Jones (DJI), apenas MINVAR alcançou um retorno acumulado inferior ao do índice. No entanto, as carteiras DDPG, PPO e A2C, mais uma vez, superaram as técnicas tradicionais. Vale ressaltar que, conforme indicado pelos números em negrito na Tabela 4.2, a carteira A2C exibiu um desempenho notavelmente superior em termos de retornos acumulados. Com a inclusão de derivativos de commodities na análise, apenas MINVAR apresentou resultados abaixo do *benchmark*, enquanto as três carteiras superiores continuaram a aproveitar técnicas de IA.

Além disso, observa-se um aumento aproximado de 12% no retorno médio dos portfólios quando as commodities são incluídas, um resultado que supera tanto o índice Ibovespa (IBOV) quanto o DJI por uma margem de pelo menos 10%. Isso enfatiza a importância de incluir tais ativos, além das ações, em portfólios de investimento em ambientes voláteis, corroborando as descobertas de Millea e Edalat (2022) e indicando um forte retorno conforme (FAMA, 1965). Esses resultados podem ser visualizados nas Figuras 4.1 e 4.2.

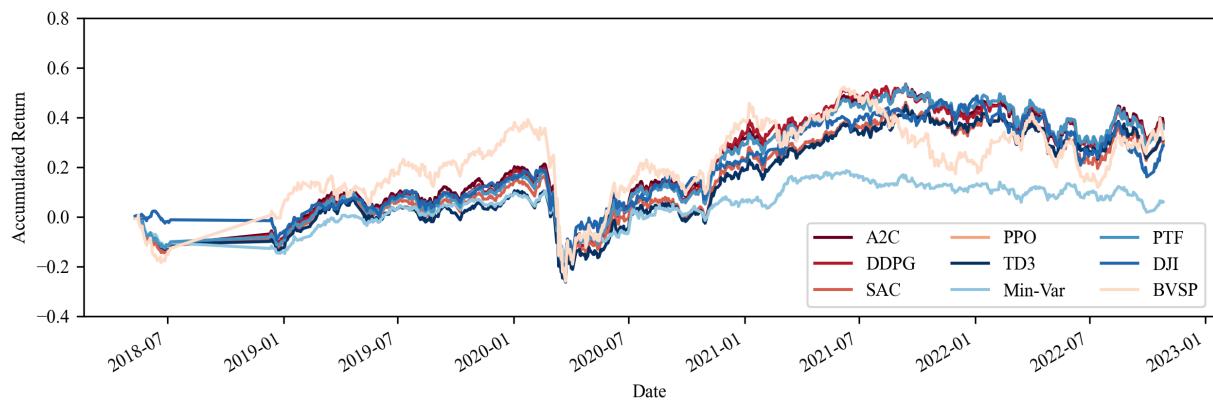


Figura 4.1 – Retorno acumulado de portfólios de ações sem custos de transação. Fonte: autores.

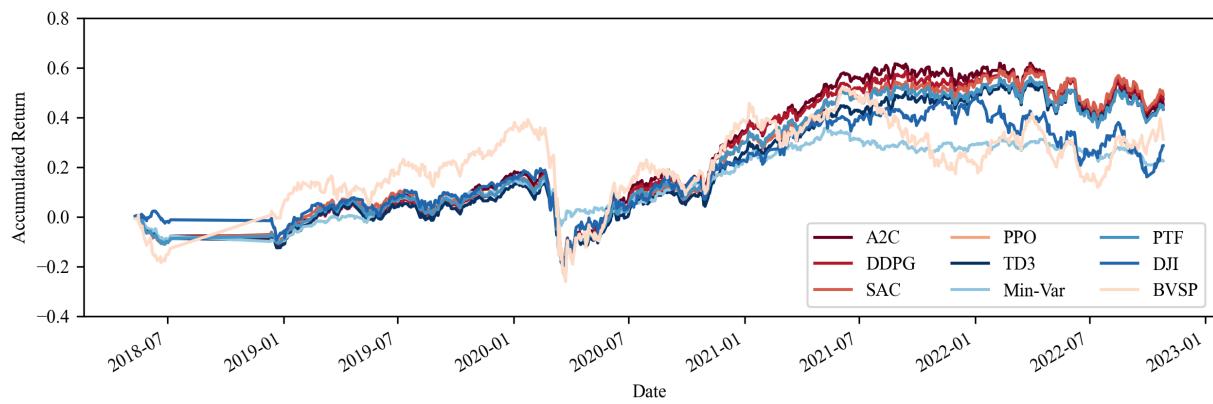


Figura 4.2 – Retorno acumulado de portfólios de ações e derivativos de commodities, sem custos de transação. Fonte: autores.

Um investidor não deve focar apenas em alcançar um retorno robusto, mas também deve visar baixa volatilidade para mitigar riscos (MARKOWITZ, 1952b). Os resultados obtidos dos portfólios de investimento em ações, exceto pela técnica MINVAR tradicional, exibiram volatilidade variando de 19,81% (TD3) a 22,19% (DDPG), um fator potencialmente associado aos

menores retornos observados. Contudo, com a inclusão de commodities, a volatilidade de todos os portfólios diminuiu, enfatizando a importância de incorporar esses ativos e apoiando ainda mais as descobertas de Millea e Edalat (2022). Curiosamente, quando comparados aos *benchmarks*, nenhum dos portfólios de ações exibiu volatilidade maior que o do IBOV, e apenas um portfólio (DDPG) apresentou volatilidade superior ao do DJI. Ao considerar commodities, nenhum dos portfólios superou os *benchmarks* em termos de volatilidade.

Ao avaliar o índice de Sharpe, torna-se evidente que os portfólios de melhor desempenho compostos apenas por ações foram A2C, PTF e PPO, com resultados diferindo em menos de 0,02 entre eles. É aparente que a estratégia de B&H envolveu menos riscos do que alguns portfólios baseados em IA. Por outro lado, com a adição de commodities aos portfólios, as melhores opções foram SAC, DDPG e TD3, com diferenças entre eles inferiores a 0,07, mostrando um aumento de aproximadamente 0,2 em comparação com aqueles contendo apenas ações. Além disso, apenas o portfólio MINVAR obteve resultados inferiores ao IBOV e ao DJI, e nenhum portfólio com a adição de commodities teve desempenho inferior a esses *benchmarks*.

Na avaliação do índice beta, é evidente que nenhum dos portfólios exibe um nível de risco mais alto em comparação aos *benchmarks*. Notavelmente, os valores do índice beta diminuem com a inclusão de derivativos de commodities, reforçando o padrão consistente de resultados melhorados quando esses ativos são integrados. Em todos os casos, o portfólio MINVAR demonstrou consistentemente o menor valor de beta, exibindo simultaneamente o desempenho mais fraco em termos de retornos. Isso sublinha a importância de uma análise mais abrangente, como exemplificado pelo índice de Sharpe. Consequentemente, torna-se evidente que, no geral, os portfólios superaram tanto o MINVAR quanto os portfólios PTF.

Essa observação desafia a validade da EMH, sugerindo que o modelo proposto por Lo (2004) pode oferecer uma estrutura mais adequada. O desempenho superior exibido pelos portfólios que integram indicadores técnicos como variáveis influentes em sua evolução confere substancial credibilidade a essa perspectiva.

4.4.2 PORTFÓLIOS COM CUSTOS DE TRANSAÇÃO

Esta seção aborda a preocupação sobre o potencial custo da gestão de portfólios ao utilizar ferramentas computacionais, particularmente em termos de custos de transação. Como demonstrado pelos indicadores de desempenho delineados nas Tabelas 4.4 e 4.5, assim como pela análise visual da progressão do portfólio retratada nas Figuras 4.3 e 4.4, torna-se aparente que a inclusão de custos de transação leva a variações nos resultados de retorno dos portfólios. Esses resultados revelam que os retornos podem até superar aqueles alcançados sem custos de transação. Esse fenômeno surge da capacidade do algoritmo de realizar menos transações ou optar por diferentes aquisições de ativos.

Os resultados apresentados nas Tabelas 4.4 e 4.5 indicam inequivocamente que dois portfólios de ações geraram retornos cumulativos inferiores ao IBOV (SAC e MINVAR), com apenas

Tabela 4.4 – Desempenho de portfólios de ações incluindo custos de transação e comparação com índices de referência. R_p denota o retorno médio anual (em porcentagem); R_{acum} representa o retorno acumulado (em porcentagem); Vol representa a volatilidade; S fornece a razão de Sharpe; e β (IBOV) e β (DJI) são os betas dos portfólios em relação aos índices Ibovespa e Dow Jones, respectivamente.

Measure	Benchmarks					Carteiras			
	DJI	IBOV	SAC	DDPG	PPO	A2C	TD3	PTF	MINVAR
R_p	5.81	6.40	7.64	8.43	8.98	8.04	11.56	8.97	1.74
R_{acum}	28.70	31.33	29.83	33.23	35.65	31.52	47.35	35.59	6.29
Vol	22.05	27.85	20.44	21.16	20.82	21.12	20.69	20.84	13.89
S	0.367	0.364	0.463	0.489	0.518	0.473	0.633	0.518	0.194
β (IBOV)	-	1.000	0.554	0.598	0.585	0.600	0.578	0.585	0.269
β (DJI)	1.000	-	0.670	0.724	0.710	0.702	0.698	0.710	0.377

Fonte: dados da pesquisa.

um ficando aquém em comparação ao DJI (MINVAR). No entanto, com a inclusão de commodities no portfólio, apenas o portfólio MINVAR exibiu retornos abaixo de ambos os índices *benchmark*. Em termos de portfólios de ações, os três melhores desempenhos, em sequência, foram TD3, PPO e PTF. Com a incorporação de commodities, DDPG, TD3 e A2C tomaram essas posições. Consequentemente, os retornos de portfólios impulsionados por IA demonstram mais uma vez uma tendência a superar aqueles derivados de técnicas convencionais.

Tabela 4.5 – Desempenho de portfólios de ações e commodities, incluindo custos de transação e comparação com índices de referência. R_p é o retorno médio anual (em porcentagem); R_{acum} é o retorno acumulado (em porcentagem); Vol representa volatilidade; S fornece a razão de Sharpe; e β (IBOV) e β (DJI) são os betas dos portfólios em relação aos índices Ibovespa e Dow Jones, respectivamente.

Measure	Benchmarks					Carteiras			
	DJI	IBOV	SAC	DDPG	PPO	A2C	TD3	PTF	MINVAR
R_p	5.81	6.40	9.14	12.45	10.67	10.77	11.25	10.68	5.91
R_{acum}	28.70	31.33	36.32	51.55	43.22	43.66	45.93	43.25	22.58
Vol	22.05	27.85	18.23	18.12	17.93	17.44	17.49	17.95	9.62
S	0.367	0.364	0.572	0.739	0.656	0.674	0.698	0.656	0.646
β (IBOV)	-	1.000	0.508	0.498	0.500	0.486	0.489	0.501	0.139
β (DJI)	1.000	-	0.601	0.588	0.602	0.580	0.590	0.602	0.194

Source: Research Data.

Adicionalmente, é essencial destacar que os retornos médios exibem um aumento notável de 9% quando commodities são incorporadas. No cenário em que apenas ações são utilizadas, ambos os retornos médios superam aqueles dos *benchmarks*. No entanto, com a inclusão de commodities, os retornos médios experimentam um aumento de pelo menos 9% em comparação a ambos os *benchmarks*. Vale enfatizar que os resultados médios permanecem relativamente

consistentes ao comparar portfólios que consideram custos de transação com aqueles que não consideram. O portfólio de ações demonstra uma superioridade de 1% com custos de transação e um desempenho marginalmente inferior de quase 2% quando commodities são incluídas.

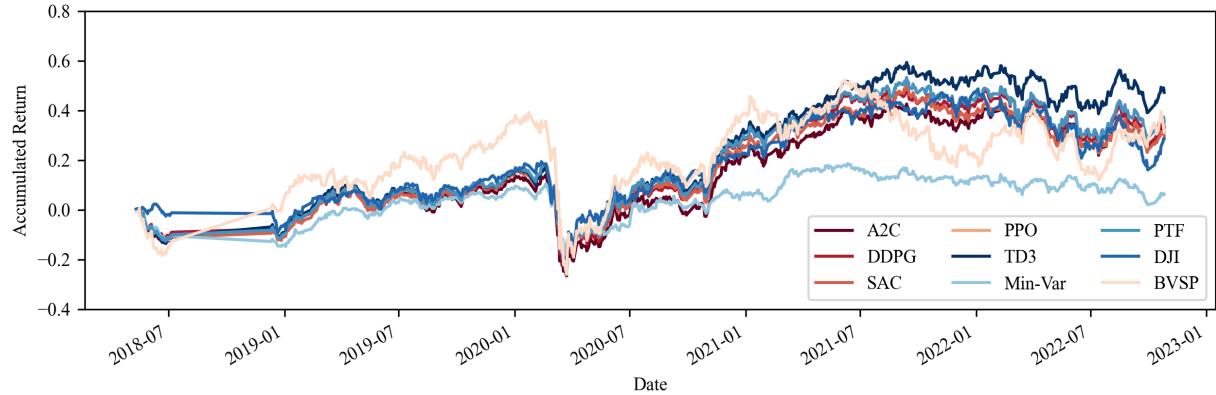


Figura 4.3 – Retorno acumulado dos portfólios de ações com taxas. Fonte: autores.

Ao examinar a volatilidade dos portfólios de ações, observa-se que os resultados são bastante semelhantes, com rendimentos de aproximadamente 20% ao ano, com exceção do portfólio MINVAR, que fica notavelmente abaixo dessa média. Quando commodities são incluídas, os resultados de todos os portfólios também diminuem. De maneira semelhante aos portfólios que não consideram custos de transação, nenhum deles alcançou uma volatilidade superior à do IBOV, nem em relação ao DJI, considerando os portfólios com ou sem commodities.

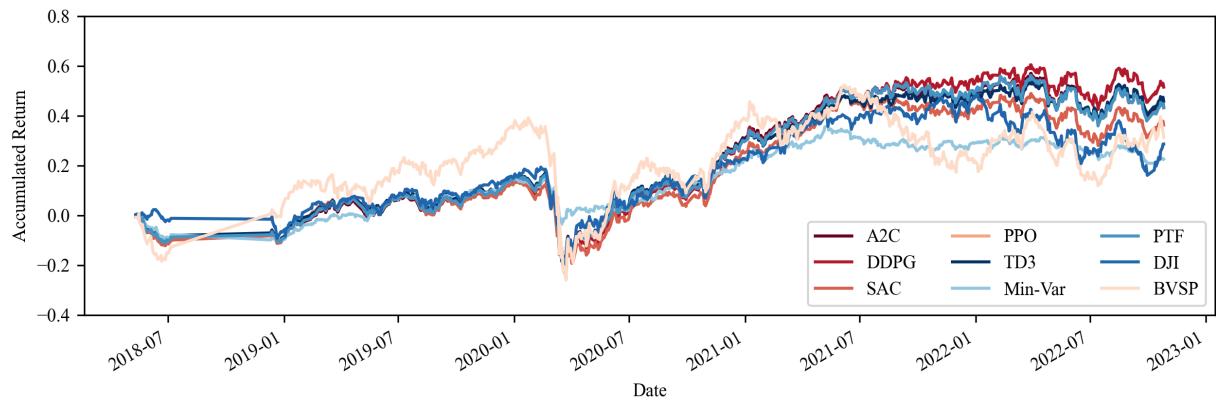


Figura 4.4 – Retorno acumulado dos portfólios de ações e commodities com taxas. Fonte: autores.

Ao analisar os resultados da razão de Sharpe, torna-se claro que os três portfólios de ações de melhor desempenho são TD3, PPO e PTF, nesta ordem. No entanto, as diferenças entre eles são mais acentuadas em comparação com cenários sem custos de transação, com um aumento superior a 0,1. Com a inclusão de commodities, observamos que os portfólios de melhor desempenho são DDPG, TD3 e A2C, com diferenças entre eles de 0,06. Embora essas variações sejam diferentes em magnitude quando comparadas a cenários sem commodities, há um aumento consistente geral nos índices de Sharpe, embora em uma escala menor do que em cenários sem custos de transação. Notavelmente, entre os portfólios de ações, apenas o port-

fólio MINVAR gerou retornos abaixo dos do IBOV e do DJI, e nenhum teve desempenho pior quando commodities foram incluídas. Nos portfólios que consideram custos de transação, como ocorreu naqueles que não os consideraram, observa-se que o índice β é inferior a 1 em todos os casos, e a inclusão de commodities resulta em uma redução de todos os seus resultados.

Por fim, vale enfatizar que, assim como nos portfólios que não levaram em conta os custos de transação, os portfólios, em geral, apresentaram resultados superiores ao MINVAR, que se baseia na técnica de variância mínima, e alguns resultados foram superiores ao PTF, que se baseia na estratégia B&H. É vital considerar a relevância desses resultados para o desenvolvimento de estratégias de investimento mais eficazes.

4.4.3 TESTES ESTATÍSTICOS

Para assegurar a superioridade estatística dos desempenhos dos portfólios, empregamos o teste Ledoit-Wolf (LW), desenvolvido por Ledoit e Wolf (2008), para analisar variações nas razões de Sharpe. Nossa análise consistiu em várias comparações para esclarecer o desempenho de várias estratégias sob diferentes cenários de portfólio. Os resultados são resumidos nas Tabelas 4.6 e 4.7.

Tabela 4.6 – Estatísticas do *Z-score* do teste Ledoit-Wolf comparando razões de Sharpe em portfólios com commodities (acima da diagonal) e portfólios sem commodities (abaixo da diagonal). Os níveis de significância de 1%, 5% e 10% são representados pelas cores amarelo, laranja e vermelho, respectivamente.

	A2C	DDPG	MINVAR	PPO	PTF	SAC	TD3
A2C	-	0,75	14,87	1,13	1,13	1,05	1,17
DDPG	-0,76	-	14,54	0,40	0,40	0,32	0,44
MINVAR	9,29	9,71	-	-31,22	-31,22	-31,17	-31,24
PPO	0,63	1,32	-27,39	-	0,002	-0,08	0,04
PTF	0,62	1,32	-27,40	-0,002	-	-0,09	0,04
SAC	0,06	0,79	-32,11	-0,59	-0,58	-	0,13
TD3	1,76	2,41	-20,55	1,19	1,19	1,71	-

Independentemente do caso particular, a investigação demonstrou que o método MINVAR consistentemente apresentou desempenho inferior às outras técnicas. No portfólio que incluía commodities, mas excluía despesas de transação, TD3 mostrou uma razão de Sharpe estatisticamente inferior em comparação com A2C, DDPG e SAC. No entanto, apesar do A2C parecer ter melhor desempenho que os demais, não foi observada diferença discernível entre DDPG, SAC ou A2C.

Para examinar mais detalhadamente as disparidades nas razões de Sharpe entre todos os modelos em diferentes cenários de investimento, conduziu-se o teste LW em três comparações-chave: “commodities”, que avalia o impacto da inclusão desta classe de ativos nos portfólios; “custos de transação”, que examina os efeitos de levar em conta os custos de transação; e “ambos”, que combina ambos os fatores. Os resultados são detalhados na Tabela 4.8.

Tabela 4.7 – Estatísticas do *Z-score* do teste Ledoit-Wolf Ledoit e Wolf (2008) comparando razões de Sharpe em portfólios com custos de transação (acima da diagonal) e portfólios sem custos (abaixo da diagonal). Os níveis de significância de 1%, 5% e 10% são representados pelas cores amarelo, laranja e vermelho, respectivamente.

	A2C	DDPG	MINVAR	PPO	PTF	SAC	TD3
A2C	-	-0,08	9,05	0,23	0,22	0,74	0,16
DDPG	-1,19	-	9,10	0,31	0,30	0,81	0,24
MINVAR	14,05	14,55	-	-27,32	-27,34	-24,01	-27,80
PPO	-0,73	0,42	-31,22	-	-0,003	0,52	-0,07
PTF	-0,74	0,41	-31,21	-0,01	-	0,52	-0,06
SAC	-1,01	0,16	-31,07	-0,27	-0,26	-	-0,60
TD3	-0,12	0,98	-31,60	0,58	0,59	0,83	-

Tabela 4.8 – Estatísticas do *Z-score* do teste Ledoit-Wolf Ledoit e Wolf (2008) avaliando a variância nas razões de Sharpe entre diferentes aplicações de modelo em três cenários: portfólios com e sem commodities, com e sem custos de transação, e combinando ambos os fatores. Os níveis de significância de 1% e 5% são representados pelas cores amarelo e laranja, respectivamente.

Teste LW para cada modelo							
Comparação	A2C	DDPG	MINVAR	PPO	PTF	SAC	TD3
Commodities	-2,68	-3,74	-71,23	-3,86	-3,87	-3,09	-4,01
Custos de Transação	0,40	1,03	-0,009	0,001	-	1,06	-1,36
Ambos	3,82	2,98	10,21	3,07	3,06	2,41	3,60

De acordo com a investigação, todos os modelos e o cenário combinado mostraram resultados estatisticamente muito melhores para portfólios que incluíam commodities. O impacto dos custos de transação no desempenho do portfólio, contudo, não apresentou quaisquer mudanças estatisticamente significativas.

A robustez desses resultados sugere que certos modelos se destacam em contextos específicos, oferecendo evidências úteis tanto para investidores quanto para acadêmicos. Compreender quais modelos desempenham de forma ótima ao considerar fatores como a inclusão de commodities e custos de transação pode orientar uma gestão de portfólio mais eficaz. Assim, esses achados podem ser considerados não apenas interessantes, mas também relevantes para os campos de investimento e finanças.

4.4.4 ANÁLISE DA COMPOSIÇÃO DO PORTFÓLIO

A análise da distribuição do peso dos ativos, classificados por países ou commodities, revela variações intrigantes entre os modelos e tipos de portfólio em análise. Detalhes dos resultados podem ser encontrados na Tabela 4.9.

Ao examinar portfólios que excluem tanto os custos de transação quanto commodities (Tabela 4.9), surgem disparidades significativas nas alocações de investimento para China e Europa

entre os diferentes modelos. O modelo TD3 se destaca com uma preferência pela China, refletindo um peso de 0,32. Em portfólios que incorporam commodities, mas não consideram custos de transação, todos os modelos — exceto SAC — exibem uma distribuição quase uniforme entre as classes de ativos. No entanto, quando os custos de transação são incluídos, TD3 assume uma posição mais substancial no Brasil e nos Estados Unidos.

Em portfólios que compreendem tanto ações quanto commodities, sem considerar custos de transação, o modelo TD3 exibe uma inclinação notável para commodities. Essa preferência é evidente em seus pesos máximos, mínimos e médios mais altos (25%, 20% e 23,4%, respectivamente) e baixo desvio padrão. Em contraste, os outros modelos mantêm uma alocação mais equilibrada entre as classes de ativos.

No que diz respeito a portfólios exclusivamente compostos por ações, a maioria dos modelos mantém uma distribuição quase igual entre vários países. No entanto, SAC e TD3 mostram uma leve preferência pelos mercados europeu e chinês, respectivamente. Essas variações nas alocações de peso significam as estratégias únicas e padrões de aprendizagem empregados por cada modelo, frequentemente moldados por diversas configurações de hiperparâmetros. Isso destaca a importância de considerar múltiplas abordagens ao construir portfólios de investimentos diversificados.

Além disso, a Tabela 4.9 fornece dados extras e intrigantes que oferecem deduções implícitas sobre essas descobertas. Como informação complementar, os dados históricos completos, incluindo distribuição de peso, estão acessíveis no repositório de dados, fornecendo um recurso abrangente para análises futuras.

No Apêndice D, é apresentada uma expansão detalhada dos resultados e de simulações adicionais, as quais enriquecem significativamente a análise. Esse material complementar aprofunda a compreensão dos conceitos abordados, tornando a interpretação dos dados mais abrangente e acessível.

4.5 CONSIDERAÇÕES ACERCA DESTE ESTUDO

Esta pesquisa investigou a eficácia dos algoritmos de RL na otimização de portfólios de investimentos, fazendo comparações com estratégias convencionais e examinando as repercussões da incorporação de commodities, bem como o efeito dos custos de transação.

Os resultados sugerem que, em geral, as técnicas de IA superaram os métodos tradicionais em desempenho. Além disso, a incorporação de commodities contribuiu significativamente para melhorar o desempenho do portfólio enquanto mitigava a volatilidade. Embora retornos favoráveis fossem observados ao considerar os custos de transação, eles não exercearam impacto significativo nos resultados. Contudo, a distribuição dos pesos dos ativos varia significativamente entre os modelos de RL, refletindo estratégias distintas, potenciais preferências regionais e sensibilidade aos custos de transação, sublinhando a importância de abordagens diversificadas na construção de portfólios.

Este estudo faz uma contribuição significativa para a literatura acadêmica ao introduzir uma metodologia inovadora para a otimização de portfólios de investimentos e fornecer descobertas interessantes sobre a aplicação de técnicas de IA nesse domínio. Adicionalmente, esta pesquisa destaca a importância da diversificação de ativos, incluindo commodities, e analisa o impacto dos custos de transação na aprendizagem dos modelos, expandindo assim nosso entendimento das possibilidades e dos desafios associados a essa abordagem de ponta.

No entanto, este estudo não está isento de limitações. Por exemplo, ele se baseia exclusivamente em dois índices de referência (Dow Jones e Ibovespa), o que pode limitar a generalização dos resultados para outros mercados financeiros. Adicionalmente, a utilização de um conjunto restrito de dados históricos para o treinamento dos modelos de RL pode afetar a capacidade do algoritmo de prever eventos futuros e fazer ajustes estratégicos em tempo real. Outro fator limitante é a omissão de outros fatores pertinentes na seleção de ativos, como análises fundamentalistas e técnicas. Além disso, o estudo não contemplou as ramificações de eventos exógenos, como alterações de políticas governamentais, mudanças econômicas, fenômenos climáticos extremos, guerras e outros, que podem afetar substancialmente o desempenho dos ativos financeiros. Por último, a investigação abrangeu apenas um repertório limitado de algoritmos de RL e estratégias de investimento convencionais, o que pode limitar ainda mais a generalização dos achados.

Possíveis direções para pesquisas futuras poderiam abranger análises de desempenho de algoritmos de RL em diferentes épocas do mercado financeiro para obter insights sobre a adaptabilidade desses modelos a mudanças de cenário. Além disso, ampliar o escopo de análise em relação à inclusão de commodities em portfólios de investimento para diferentes classes de ativos e contrastar seus efeitos em outras métricas de desempenho além dos índices Sharpe e beta seria valioso. Uma área cativante a explorar envolve a integração de critérios éticos e sociais na otimização de portfólios por meio de algoritmos de IA, levando em consideração fatores como sustentabilidade e responsabilidade social. Por fim, examinar formas de mitigar os efeitos dos custos de transação na otimização de portfólios por meio de algoritmos de IA poderia aprimorar a adaptabilidade desses modelos em condições de mercado diversas.

Tabela 4.9 – Estatísticas descritivas dos pesos das classes de ativos em portfólios excluindo commodities

Classe de Ativo	Sem custos de transações					Custos de transações incluídos				
	A2C	DDPG	PPO	SAC	TD3	A2C	DDPG	PPO	SAC	TD3
Carteira sem Commodities										
<i>Pesos Mínimos</i>										
Brasil	0,25	0,25	0,25	0,228	0,194	0,25	0,25	0,25	0,227	0,25
EUA	0,202	0,138	0,25	0,188	0,194	0,191	0,25	0,25	0,204	0,25
Europa	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,244	0,249	0,25	0,199
China	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,237	0,204	0,25	0,25	0,25
<i>Pesos Máximos</i>										
Brasil	0,28	0,335	0,25	0,278	0,25	0,295	0,28	0,25	0,25	0,273
EUA	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,28	0,251	0,25	0,267
Europa	0,255	0,286	0,25	0,295	0,293	0,28	0,256	0,25	0,286	0,25
China	0,265	0,269	0,25	0,286	0,318	0,25	0,25	0,25	0,303	0,273
<i>Pesos Médios</i>										
Brasil	0,278	0,321	0,25	0,256	0,194	0,293	0,259	0,25	0,229	0,269
USA	0,206	0,154	0,25	0,198	0,194	0,192	0,27	0,251	0,206	0,26
Europa	0,253	0,267	0,25	0,285	0,293	0,278	0,249	0,249	0,275	0,201
China	0,263	0,258	0,25	0,261	0,318	0,237	0,222	0,25	0,29	0,269
<i>Desvio Padrão dos Pesos</i>										
Brasil	0,002	0,008	0	0,013	0,002	0,002	0,01	0	0,003	0,003
EUA	0,002	0,01	0	0,004	0,002	0,002	0,007	0	0,003	0,008
Europa	0,001	0,014	0	0,005	0,001	0,001	0,003	0	0,004	0,003
China	0,001	0,004	0	0,01	0,002	0	0,008	0	0,008	0,003
Carteira com Commodities										
<i>Pesos Mínimos</i>										
Brasil	0,2	0,2	0,2	0,185	0,166	0,2	0,2	0,2	0,2	0,185
EUA	0,2	0,2	0,2	0,188	0,196	0,192	0,186	0,2	0,183	0,169
Europa	0,194	0,164	0,2	0,2	0,172	0,18	0,152	0,2	0,153	0,2
China	0,17	0,194	0,2	0,15	0,182	0,192	0,2	0,2	0,192	0,182
Commodities	0,2	0,187	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
<i>Pesos Máximos</i>										
Brasil	0,211	0,219	0,2	0,2	0,2	0,21	0,211	0,2	0,236	0,208
EUA	0,222	0,228	0,2	0,212	0,223	0,2	0,2	0,2	0,2	0,208
Europa	0,2	0,2	0,2	0,231	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,223
China	0,2	0,203	0,2	0,2	0,204	0,2	0,238	0,2	0,204	0,2
Commodities	0,203	0,212	0,2	0,227	0,251	0,234	0,229	0,2	0,246	0,227
<i>Pesos Médios</i>										
Brasil	0,21	0,212	0,2	0,192	0,182	0,204	0,208	0,2	0,211	0,192
EUA	0,222	0,222	0,2	0,2	0,21	0,193	0,19	0,2	0,192	0,188
Europa	0,194	0,166	0,2	0,218	0,178	0,181	0,159	0,2	0,158	0,214
China	0,171	0,197	0,2	0,179	0,196	0,192	0,217	0,2	0,199	0,185
Commodities	0,203	0,203	0,2	0,212	0,234	0,229	0,226	0,2	0,239	0,221
<i>Desvio padrão dos Pesos</i>										
Brasil	0,001	0,004	0	0,003	0,008	0,005	0,002	0	0,014	0,008
EUA	0,001	0,004	0	0,009	0,008	0,001	0,002	0	0,007	0,009
Europa	0	0,003	0	0,007	0,002	0,001	0,007	0	0,004	0,009
China	0,001	0,003	0	0,009	0,004	0	0,008	0	0,005	0,002
Commodities	0	0,007	0	0,003	0,014	0,005	0,002	0	0,006	0,006

5.1 CONCLUSÕES

Esta tese apresentou o desenvolvimento de três trabalhos que se complementam e estão relacionados à aplicação da inteligência artificial a temas como séries temporais e finanças.

A primeira pesquisa (Capítulo 2) discutiu o uso de redes neurais do tipo *long short-term memory* na previsão de preços spot da série do etanol brasileiro negociado em Paulínea. Os resultados mostraram uma eficiência desse tipo de arquitetura se comparado aos modelos mais clássicos de aprendizado de máquina. Além disso, o estudo demonstrou a capacidade desses modelos de fazerem previsões para diferentes horizontes temporais, trazendo uma análise estatística para o erro das estimativas (erro percentual absoluto médio e raiz do erro quadrático médio), além da análise de acurácia dos movimentos de alta e baixa do mercado. O capítulo também trouxe uma análise relacionada ao impacto da pandemia na volatilidade dos preços e na acurácia geral dos algoritmos, demonstrando o desafio do uso de técnicas de aprendizado de máquina em períodos conturbados. Os resultados também serviram como suporte para utilização de commodities como ferramenta de diversificação nas carteiras na terceira pesquisa (Capítulo 4).

A segunda pesquisa (Capítulo 3) trouxe uma revisão bibliográfica sobre as técnicas predominantes de inteligência artificial utilizadas na gestão de carteiras, citadas nos principais trabalhos acadêmicos até o presente ano em que o estudo foi feito. O objetivo foi entender principalmente a utilização do *reinforcement learning* e as características dos artigos que o utilizavam. Demonstrou-se que a técnica ainda era incipiente na gestão de carteiras e que existiam diversas lacunas no que se refere, por exemplo, aos tipos de ativos utilizados, como a ausência de moedas digitais e commodities. Por fim, o trabalho também serviu como suporte para o desenvolvimento da terceira pesquisa (Capítulo 4), que estuda especificamente a aplicação de diferentes algoritmos de aprendizado por reforço na otimização de portfólios.

A terceira e última pesquisa (Capítulo 4) explorou a aplicação de diferentes algoritmos de aprendizado por reforço na gestão de carteiras de investimento, comparando seu desempenho com estratégias tradicionais e índices de referência dos mercados americano e brasileiro. Também se investigou o impacto da inclusão de derivativos de commodities nas carteiras e os custos transacionais associados. Os resultados indicaram que a inclusão de derivativos pode melhorar significativamente o desempenho das carteiras e reduzir a volatilidade. Além disso, as técnicas de aprendizado por reforço mostraram eficácia superior na otimização de carteiras, resultando em um aumento médio de 12% nos retornos sem um aumento proporcional no risco.

Portanto, as três pesquisas desta tese demonstraram, por meio de diferentes estudos e análises estatísticas, a capacidade dos algoritmos de inteligência artificial e aprendizado de máquina de resolver problemas ligados a séries temporais e otimização no campo das Finanças. A apli-

cação dessas técnicas oferece uma nova perspectiva para a comunidade acadêmica, abrindo caminhos para o desenvolvimento de modelos mais avançados e métodos inovadores de análise de dados financeiros. Além disso, os estudos desafiam abordagens tradicionais, incentivando acadêmicos a repensar conceitos estabelecidos e a adotar metodologias baseadas em dados para ampliar a compreensão de mercados complexos. Essas pesquisas contribuem para a literatura, propondo soluções para desafios contemporâneos na área financeira e inspirando futuras investigações com um foco mais amplo e interdisciplinar.

Como direcionamento para trabalhos futuros, a aplicação de modelos de linguagem de grande porte em conjunto com outros algoritmos na previsão de séries temporais e gestão de carteiras representa uma área de investigação promissora. A integração desses modelos com abordagens tradicionais de aprendizado de máquina pode resultar em previsões mais precisas e estratégias de otimização de portfólios mais eficazes, fornecendo novas perspectivas de análise e entendimento no campo das Finanças. A exploração dessa combinação de técnicas poderá abrir novos caminhos para aprimorar a gestão de riscos e identificar tendências de mercado, trazendo benefícios tanto para a comunidade acadêmica quanto para a prática financeira.

REFERÊNCIAS

- ABOUDOLAS, K.; ROUSSAKI, I. Deep reinforcement learning for optimal control of vehicle traffic on urban roads. **arXiv preprint arXiv:2002.00868**, 2020. Citado na pág. 56.
- ABOUSSALAH, A. M.; LEE, C.-G. Continuous control with stacked deep dynamic recurrent reinforcement learning for portfolio optimization. **Expert Systems with Applications**, Elsevier, v. 140, p. 112891, 2020. Citado na pág. 45.
- ACHIAM, J. **Spinning up in deep reinforcement learning**. 2018. Disponível em: <<https://spinningup.openai.com>>. Citado na pág. 55.
- AFONSO, M. H.; SOUZA, J. d.; ENSSLIN, S. R.; ENSSLIN, L. Como construir conhecimento sobre o tema de pesquisa? aplicação do processo proknow-c na busca de literatura sobre avaliação do desenvolvimento sustentável. **Revista de Gestão Social e Ambiental**, v. 5, n. 2, p. 47–62, 2011. Citado na pág. 37.
- AI4FINANCE-FOUNDATION. **FinRL Portfolio Allocation Tutorial**. 2021. Disponível em: <https://github.com/AI4Finance-Foundation/FinRL-Tutorials/blob/master/1-Introduction/FinRL_PortfolioAllocation_NeurIPS_2020.ipynb>. Citado na pág. 56.
- ALAMEER, Z.; FATHALLA, A.; LI, K.; YE, H.; JIANHUA, Z. Multistep-ahead forecasting of coal prices using a hybrid deep learning model. **Resources Policy**, v. 65, p. 101588, 2020. ISSN 0301-4207. Citado na pág. 21, 22, 23, 27, 30.
- ALMAHDI, S.; YANG, S. Y. An adaptive portfolio trading system: A risk-return portfolio optimization using recurrent reinforcement learning with expected maximum drawdown. **Expert Systems with Applications**, Elsevier, v. 87, p. 267–279, 2017. Citado na pág. 38.
- ARAUJO, F. H. A. de; BEJAN, L.; ROSSO, O. A.; STOSIC, T. Permutation entropy and statistical complexity analysis of brazilian agricultural commodities. **Entropy**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 21, n. 12, p. 1220, 2019. Citado na pág. 21.
- ARIYAWANSHA, T.; ABEYRATHNA, D.; KULASEKARA, B.; POTTAWELA, D.; KODITHUWAKKU, D.; ARIYAWANSHA, S.; SEWWANDI, N.; BANDARA, W.; AHAMED, T.; NOGUCHI, R. A novel approach to minimize energy requirements and maximize biomass utilization of the sugarcane harvesting system in sri lanka. **Energies**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 13, n. 6, p. 1497, 2020. Citado na pág. 24.
- BAHRAMMIRZAAEE, A. A comparative survey of artificial intelligence applications in finance: artificial neural networks, expert system and hybrid intelligent systems. **Neural Computing and Applications**, Springer, v. 19, n. 8, p. 1165–1195, 2010. Citado na pág. 36.
- BAO, W.; YUE, J.; RAO, Y. A deep learning framework for financial time series using stacked autoencoders and long-short term memory. **PLOS ONE**, Public Library of Science, v. 12, p. 1–24, 07 2017. Citado na pág. 26.
- BARBOZA, F.; KIMURA, H.; ALTMAN, E. Machine learning models and bankruptcy prediction. **Expert Systems with Applications**, Elsevier, v. 83, p. 405–417, 2017. Citado na pág. 21.
- BARCHART. 2022. <<https://www.barchart.com>>. Acessado em: 29/10/2022. Citado na pág. 53.

- BASTIANIN, A.; GALEOTTI, M.; MANERA, M. Ethanol and field crops: Is there a price connection? **Food Policy**, v. 63, p. 53 – 61, 2016. ISSN 0306-9192. Citado na pág. 22.
- BERNER, C.; BROCKMAN, G.; CHAN, B.; CHEUNG, V.; DĘBIAK, P.; DENNISON, C.; FARHI, D.; FISCHER, Q.; HASHME, S.; HESSE, C. et al. Dota 2 with large scale deep reinforcement learning. **arXiv preprint arXiv:1912.06680**, 2019. Citado na pág. 56.
- BHATNAGAR, S.; SUTTON, R. S.; GHAVAMZADEH, M.; LEE, M. Natural actor–critic algorithms. **Automatica**, Elsevier, v. 45, n. 11, p. 2471–2482, 2009. Citado na pág. 117.
- BILDIRICI, M.; BAYAZIT, N. G.; UCAN, Y. Analyzing crude oil prices under the impact of covid-19 by using lstargarchlstm. **Energies**, MDPI AG, v. 13, n. 11, p. 2980, Jun 2020. ISSN 1996-1073. Citado na pág. 22, 23, 26, 31, 32.
- BOURI, E.; DUTTA, A.; SAEED, T. Forecasting ethanol price volatility under structural breaks. **Biofuels, Bioproducts and Biorefining**, Wiley Online Library, v. 15, n. 1, p. 250–256, 2021. Citado na pág. 22, 31.
- BREUEL, T. M. Benchmarking of LSTM networks. **CoRR**, abs/1508.02774, 2015. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1508.02774>>. Citado na pág. 25.
- BUSTOS, O.; POMARES-QUIMBAYA, A. Stock market movement forecast: A Systematic review. **Expert Systems with Applications**, v. 156, p. 113464, out. 2020. Citado na pág. 40.
- CARPIO, L. G. T. The effects of oil price volatility on ethanol, gasoline, and sugar price forecasts. **Energy**, Elsevier, v. 181, p. 1012–1022, 2019. Citado na pág. 20, 21, 22.
- CARPIO, L. G. T.; SOUZA, F. Simone de. Competition between second-generation ethanol and bioelectricity using the residual biomass of sugarcane: effects of uncertainty on the production mix. **Molecules**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 24, n. 2, p. 369, 2019. Citado na pág. 21.
- CARRASCO, M.; LÓPEZ, J.; MALDONADO, S. Epsilon-nonparallel support vector regression. **Applied Intelligence**, Springer, v. 49, n. 12, p. 4223–4236, 2019. Citado na pág. 27.
- CAVALCANTE, R. C.; BRASILEIRO, R. C.; SOUZA, V. L.; NOBREGA, J. P.; OLIVEIRA, A. L. Computational intelligence and financial markets: A survey and future directions. **Expert Systems with Applications**, v. 55, p. 194–211, 2016. Citado na pág. 36.
- CAWLEY, G. C.; TALBOT, N. L. Over-fitting in model selection and subsequent selection bias in performance evaluation. In: **Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning (ICML-10)**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 119–126. Citado na pág. 54.
- CEPEA - Center for Advanced Studies on Applied Economics. Available online: <<https://www.cepea.esalq.usp.br/en/cepea-1.aspx>>. (accessed on 13-01-2021). Citado na pág. 23.
- CHANG, T.-J.; MEADE, N.; BEASLEY, J. E.; SHARAIHA, Y. M. Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 27, n. 13, p. 1271–1302, 2000. Citado na pág. 37.
- CHEKHOV, A.; URYASEV, S.; ZABARANKIN, M. Drawdown measure in portfolio optimization. **International Journal of Theoretical and Applied Finance**, World Scientific, v. 8, n. 01, p. 13–58, 2005. Citado na pág. 134.

- DAVID, S.; QUINTINO, D.; INACIO, C.; MACHADO, J. Fractional dynamic behavior in ethanol prices series. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 339, p. 85 – 93, 2018. ISSN 0377-0427. Modern Fractional Dynamic Systems and Applications. Citado na pág. 20, 22.
- DAVID, S. A.; INÁCIO, C.; MACHADO, J. A. T. Quantifying the predictability and efficiency of the cointegrated ethanol and agricultural commodities price series. **Applied Sciences**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 9, n. 24, p. 5303, 2019. Citado na pág. 20, 22.
- DHARIWAL, P.; HESSE, C.; KLIMOV, O.; NICHOL, A.; PLAPPERT, M.; RADFORD, A.; SCHULMAN, J.; SIDOR, S.; WU, Y.; ZHOKHOV, P. **OpenAI Baselines**. [S.l.]: GitHub, 2017. <<https://github.com/openai/baselines>>. Citado na pág. 56.
- DING, S.; ZHANG, Y. Cross market predictions for commodity prices. **Economic Modelling**, v. 91, p. 455–462, 2020. ISSN 0264-9993. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S026499931930968X>>. Citado na pág. 22.
- EIA. **EIA – Today in Energy**. 2021. Disponível em: <<https://www.eia.gov/todayinenergy/detail.php?id=47956>>. Acesso em: 11 out. 2021. Citado na pág. 20.
- FAMA, E. F. Random walks in stock market prices. **Financial Analysts Journal**, Routledge, v. 51, n. 1, p. 75–80, 1965. Citado na pág. 48, 50, 61.
- _____. Random walks in stock market prices. **Financial analysts journal**, Taylor & Francis, v. 51, n. 1, p. 75–80, 1995. Citado na pág. 36.
- FRANKEN, J. R.; PARCELL, J. L. Cash ethanol cross-hedging opportunities. **Journal of Agricultural and Applied Economics**, 2003-12, n. 1379-2016-113563, p. 8, 2003. Disponível em: <<http://ageconsearch.umn.edu/record/43152>>. Citado na pág. 24.
- FUJIMOTO, S.; HOOF, H.; MEGER, D. Addressing function approximation error in actor-critic methods. In: PMLR. **International Conference on Machine Learning**. [S.l.], 2018. p. 1582–1591. Citado na pág. 56, 120.
- GERS, F. A.; Schmidhuber, E. Lstm recurrent networks learn simple context-free and context-sensitive languages. **IEEE Transactions on Neural Networks**, v. 12, n. 6, p. 1333–1340, 2001. Citado na pág. 26.
- GERS, F. A.; SCHMIDHUBER, J.; CUMMINS, F. Learning to forget: Continual prediction with lstm. **Neural Computation**, v. 12, n. 10, p. 2451–2471, 2000. Citado na pág. 25.
- GOLDEMBERG, J. The ethanol program in brazil. **Environmental Research Letters**, IOP Publishing, v. 1, n. 1, p. 014008, 2006. Citado na pág. 20.
- GOODFELLOW, I.; BENGIO, Y.; COURVILLE, A. **Deep Learning**. [S.l.]: MIT Press, 2016. Citado na pág. 52.
- GRAVES, A.; FERNÁNDEZ, S.; SCHMIDHUBER, J. Bidirectional lstm networks for improved phoneme classification and recognition. In: DUCH, W.; KACPRZYK, J.; OJA, E.; ZADROŻNY, S. (Ed.). **Artificial Neural Networks: Formal Models and Their Applications – ICANN 2005**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2005. p. 799–804. ISBN 978-3-540-28756-8. Citado na pág. 26.

- Greff, K.; Srivastava, R. K.; Koutník, J.; Steunebrink, B. R.; Schmidhuber, J. Lstm: A search space odyssey. **IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems**, v. 28, n. 10, p. 2222–2232, 2017. Citado na pág. 25, 26.
- GU, S.; HOLLY, E.; LILLICRAP, T.; LEVINE, S. Deep reinforcement learning for robotic manipulation with asynchronous off-policy updates. In: IEEE. **2017 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)**. [S.l.], 2017. p. 3389–3396. Citado na pág. 51.
- HAARNOJA, T.; ZHOU, A.; ABBEEL, P.; LEVINE, S. Soft actor-critic: Off-policy maximum entropy deep reinforcement learning with a stochastic actor. In: PMLR. **International Conference on Machine Learning**. [S.l.], 2018. p. 1856–1865. Citado na pág. 56, 119.
- HAARNOJA, T.; ZHOU, A.; HARTIKAINEN, K.; TUCKER, G.; HA, S.; TAN, J.; KUMAR, V.; ZHU, H.; GUPTA, A.; TURNER, P. A.; AL. et. Soft actor-critic algorithms and applications. **arXiv preprint arXiv:1812.05905**, 2019. Citado na pág. 56.
- HABIBI, M.; WEBER, L.; NEVES, M.; WIEGANDT, D. L.; LESER, U. Deep learning with word embeddings improves biomedical named entity recognition. **Bioinformatics**, v. 33, n. 14, p. i37–i48, 07 2017. ISSN 1367-4803. Citado na pág. 26.
- HEESS, N.; SRIRAM, S.; LEMMON, J.; MEREL, J.; WAYNE, G.; TASSA, Y.; EREZ, T.; WANG, Z.; ESLAMI, S. M. A.; RIEDMILLER, M. et al. Emergence of locomotion behaviours in rich environments. **arXiv preprint arXiv:1707.02286**, 2017. Citado na pág. 56, 119.
- HENDERSON, P.; ISLAM, R.; BACHMAN, P.; PINEAU, J.; PRECUP, D.; MEGER, D. Deep reinforcement learning that matters. In: **Proceedings of the AAAI conference on artificial intelligence**. [S.l.: s.n.], 2018. v. 32, n. 1. Citado na pág. 56.
- HENRIQUES, I. C.; SOBREIRO, V. A.; KIMURA, H.; MARIANO, E. B. Two-stage DEA in banks: Terminological controversies and future directions. **Expert Systems with Applications**, v. 161, p. 113632, dez. 2020. Citado na pág. 38.
- HERRERA, G. P.; CONSTANTINO, M.; TABAK, B. M.; PISTORI, H.; SU, J.-J.; NARANPANAWA, A. Data on forecasting energy prices using machine learning. **Data in brief**, Elsevier, v. 25, p. 104122, 2019. Citado na pág. 27.
- _____. Long-term forecast of energy commodities price using machine learning. **Energy**, Elsevier, v. 179, p. 214–221, 2019. Citado na pág. 21, 23.
- HIRA, A.; de Oliveira, L. G. No substitute for oil? how brazil developed its ethanol industry. **Energy Policy**, v. 37, n. 6, p. 2450 – 2456, 2009. ISSN 0301-4215. China Energy Efficiency. Citado na pág. 20.
- HOCHREITER, S.; SCHMIDHUBER, J. Long short-term memory. **Neural Computation**, v. 9, n. 8, p. 1735–1780, 1997. Citado na pág. 25.
- _____. Long short-term memory. **Neural Computation**, v. 9, n. 8, p. 1735–1780, 1997. Citado na pág. 55.
- HU, Y.; NI, J.; WEN, L. A hybrid deep learning approach by integrating lstm-ann networks with garch model for copper price volatility prediction. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 557, p. 124907, 2020. ISSN 0378-4371. Citado na pág. 23, 24, 26.

HUANG, C.-F. A hybrid stock selection model using genetic algorithms and support vector regression. **Applied Soft Computing**, Elsevier, v. 12, n. 2, p. 807–818, 2012. Citado na pág. 38.

HYNDMAN, R. J.; ATHANASOPOULOS, G. **Forecasting: principles and practice**. [S.l.]: OTexts, 2018. Citado na pág. 55.

INUIGUCHI, M.; RAMÍK, J. Possibilistic linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 111, n. 1, p. 3–28, 2000. Citado na pág. 36.

INVESTING. **Investing.com**. 2022. [Acessado em: 29/10/2022]. Disponível em: <<https://www.investing.com>>. Citado na pág. 53.

JANG, J.; SEONG, N. Deep reinforcement learning for stock portfolio optimization by connecting with modern portfolio theory. **Expert Systems with Applications**, v. 218, p. 119556, 2023. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095741742300057X>>. Citado na pág. 50, 52.

Karim, F.; Majumdar, S.; Darabi, H.; Chen, S. Lstm fully convolutional networks for time series classification. **IEEE Access**, v. 6, p. 1662–1669, 2018. Citado na pág. 26.

KULKARNI, S.; HAIDAR, I. Forecasting model for crude oil price using artificial neural networks and commodity futures prices. **arXiv preprint arXiv:0906.4838**, 2009. Citado na pág. 22, 31.

LAPAN, M. **Deep Reinforcement Learning Hands-On: Apply modern RL methods, with deep Q-networks, value iteration, policy gradients, TRPO, AlphaGo Zero and more**. [S.l.]: Packt Publishing Ltd, 2018. Citado na pág. 115.

LECUN, Y.; BENGIO, Y.; HINTON, G. Deep learning. **nature**, Nature Publishing Group, v. 521, n. 7553, p. 436–444, 2015. Citado na pág. 41.

LEDOIT, O.; WOLF, M. Robust performance hypothesis testing with the sharpe ratio. **Journal of Empirical Finance**, Elsevier, v. 15, n. 5, p. 850–859, 2008. Citado na pág. 16, 17, 59, 65, 66, 143, 144.

LI, X.; QIN, Z.; KAR, S. Mean-variance-skewness model for portfolio selection with fuzzy returns. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 202, n. 1, p. 239–247, 2010.

Citado na pág. 37.

LILLICRAP, T. P.; HUNT, J. J.; PRITZEL, A.; HEESS, N.; EREZ, T.; TASSA, Y.; SILVER, D.; WIERSTRA, D. Continuous control with deep reinforcement learning. **arXiv preprint arXiv:1509.02971**, 2015. Citado na pág. 56, 118.

LIN, S.; BELING, P. A. An end-to-end optimal trade execution framework based on proximal policy optimization. In: **IJCAI**. [S.l.: s.n.], 2020. p. 4548–4554. Citado na pág. 47, 56.

LIU, G.; GUO, J. Bidirectional lstm with attention mechanism and convolutional layer for text classification. **Neurocomputing**, Elsevier, v. 337, p. 325–338, 2019. Citado na pág. 26.

LIU, X.-Y.; YANG, H.; CHEN, Q.; ZHANG, R.; YANG, L.; XIAO, B.; WANG, C. D. Finrl: A deep reinforcement learning library for automated stock trading in quantitative finance. **arXiv preprint arXiv:2011.09607**, 2020. Citado na pág. 53, 54, 57.

- LIU, X.-Y.; YANG, H.; GAO, J.; WANG, C. Finrl: Deep reinforcement learning framework to automate trading in quantitative finance. **SSRN**, November 4 2021. Disponível em: <<https://ssrn.com/abstract=3955949>>. Citado na pág. 15, 55, 57.
- LIU, Y.; YANG, C.; HUANG, K.; GUI, W. Non-ferrous metals price forecasting based on variational mode decomposition and lstm network. **Knowledge-Based Systems**, v. 188, p. 105006, 2020. ISSN 0950-7051. Citado na pág. 23.
- LO, A. W. The adaptive markets hypothesis: Market efficiency from an evolutionary perspective. **Journal of Portfolio Management, Forthcoming**, 2004. Citado na pág. 47, 50, 62.
- LOKE, Z. X.; GOH, S. L.; KENDALL, G.; ABDULLAH, S.; SABAR, N. R. Portfolio optimization problem: A taxonomic review of solution methodologies. **IEEE Access**, v. 11, p. 33100–33120, 2023. Citado na pág. 50.
- LOPES, M. L.; PAULILLO, S. C. de L.; GODOY, A.; CHERUBIN, R. A.; LORENZI, M. S.; GIOMETTI, F. H. C.; BERNARDINO, C. D.; Amorim Neto, H. B. de; AMORIM, H. V. de. Ethanol production in Brazil: a bridge between science and industry. **Brazilian Journal of Microbiology**, v. 47, p. 64 – 76, 2016. ISSN 1517-8382. Citado na pág. 20.
- LWIN, K.; QU, R.; KENDALL, G. A learning-guided multi-objective evolutionary algorithm for constrained portfolio optimization. **Applied Soft Computing**, v. 24, p. 757–772, nov. 2014. Citado na pág. 40, 41.
- MAHASSENI, B.; LAM, M.; TODOROVIC, S. Unsupervised video summarization with adversarial lstm networks. In: **Proceedings of the IEEE conference on Computer Vision and Pattern Recognition**. [S.l.: s.n.], 2017. p. 202–211. Citado na pág. 26.
- MAMMERI, Z. Reinforcement learning based routing in networks: Review and classification of approaches. **IEEE Access**, v. 7, p. 55916–55950, 2019. Citado na pág. 36, 40.
- MANGRAM, M. E. A simplified perspective of the markowitz portfolio theory. **Global journal of business research**, v. 7, n. 1, p. 59–70, 2013. Citado na pág. 36.
- MARKOWITZ, H. Portfolio selection*. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952. Citado na pág. 36, 37.
- _____. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 1, n. 7, p. 77–91, 1952. Citado na pág. 47, 49, 53, 59, 61.
- MENCARELLI, L.; D'AMBROSIO, C. Complex portfolio selection via convex mixed-integer quadratic programming: a survey. **International Transactions in Operational Research**, v. 26, n. 2, p. 389–414, 2019. Citado na pág. 36.
- MILLEA, A.; EDALAT, A. Using deep reinforcement learning with hierarchical risk parity for portfolio optimization. **International Journal of Financial Studies**, MDPI, v. 11, n. 1, p. 10, 2022. Citado na pág. 47, 48, 49, 53, 61, 62.
- MINISTRY of Agriculture, Fisheries and Supply – Ethanol Archives. Available online: <<https://www.gov.br/agricultura/pt-br/assuntos/sustentabilidade/agroenergia/arquivos-etanol-comercio-exterior-brasileiro/>>. (accessed on 11-11-2021). Citado na pág. 20.
- MNIH, V.; BADIA, A. P.; MIRZA, M.; GRAVES, A.; LILLICRAP, T.; HARLEY, T.; SILVER, D.; KAVUKCUOGLU, K. Asynchronous methods for deep reinforcement learning. In: **PMLR. International conference on machine learning**. [S.l.], 2016. p. 1928–1937. Citado na pág. 55, 118.

- MNIH, V.; KAVUKCUOGLU, K.; SILVER, D.; RUSU, A. A.; VENESS, J.; BELLEMARE, M. G.; GRAVES, A.; RIEDMILLER, M.; FIDJELAND, A. K.; OSTROVSKI, G. et al. Human-level control through deep reinforcement learning. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 518, n. 7540, p. 529–533, 2015. Citado na pág. 51, 117.
- MOGHAR, A.; HAMICHE, M. Stock market prediction using lstm recurrent neural network. **Procedia Computer Science**, Elsevier, v. 170, p. 1168–1173, 2020. Citado na pág. 26.
- MURPHY, J. J. **Technical Analysis of the Financial Markets: A Comprehensive Guide to Trading Methods and Applications**. [S.l.]: New York Institute of Finance, 1999. Citado na pág. 57.
- NAKISA, B.; RASTGOO, M. N.; RAKOTONIRAINY, A.; MAIRE, F.; CHANDRAN, V. Long short term memory hyperparameter optimization for a neural network based emotion recognition framework. **IEEE Access**, v. 6, p. 49325–49338, 2018. Citado na pág. 25.
- NOBRE, J.; NEVES, R. F. Combining principal component analysis, discrete wavelet transform and xgboost to trade in the financial markets. **Expert Systems with Applications**, Elsevier, v. 125, p. 181–194, 2019. Citado na pág. 38.
- OUYANG, H.; WEI, X.; WU, Q. Agricultural commodity futures prices prediction via long- and short-term time series network. **Journal of Applied Economics**, Routledge, v. 22, n. 1, p. 468–483, 2019. Citado na pág. 23.
- PAGANI, R. N.; KOVALESKI, J. L.; RESENDE, L. M. Methodi ordinatio: a proposed methodology to select and rank relevant scientific papers encompassing the impact factor, number of citation, and year of publication. **Scientometrics**, Springer, v. 105, n. 3, p. 2109–2135, 2015. Citado na pág. 37, 38.
- PEREIRA, P. A. A.; MARTHA, G. B.; SANTANA, C. A.; ALVES, E. The development of brazilian agriculture: future technological challenges and opportunities. **Agriculture & Food Security**, Springer, v. 1, p. 1–12, 2012. Citado na pág. 53.
- PINCIROLI, L.; BARALDI, P.; BALLABIO, G.; COMPARE, M.; ZIO, E. Deep reinforcement learning based on proximal policy optimization for the maintenance of a wind farm with multiple crews. **Energies**, MDPI, v. 14, n. 20, p. 6743, 2021. Citado na pág. 56.
- POKRIVČÁK, J.; RAJČANIOVÁ, M. Crude oil price variability and its impact on ethanol prices. **Agricultural Economics**, v. 57, n. 8, p. 394–403, 2011. Citado na pág. 22.
- PRATAMA, H.; AZMAN, M. N. A.; KASSYMOVA, G. K.; DUISENBAYEVA, S. S. The trend in using online meeting applications for learning during the period of pandemic covid-19: A literature review. **Journal of Innovation in Educational and Cultural Research**, v. 1, n. 2, p. 58–68, 2020. Citado na pág. 121.
- ROSENSTEIN, M. T.; BARTO, A. G.; SI, J.; BARTO, A.; POWELL, W.; WUNSCH, D. Supervised actor-critic reinforcement learning. **Learning and Approximate Dynamic Programming: Scaling Up to the Real World**, Citeseer, p. 359–380, 2004. Citado na pág. 55.
- RUBINSTEIN, M. Markowitz's "portfolio selection": A fifty-year retrospective. **The Journal of finance**, JSTOR, v. 57, n. 3, p. 1041–1045, 2002. Citado na pág. 37.
- _____. Markowitz's "portfolio selection": A fifty-year retrospective. **The Journal of finance**, JSTOR, v. 57, n. 3, p. 1041–1045, 2002. Citado na pág. 47.

- SACHAN, D. S.; ZAHEER, M.; SALAKHUTDINOV, R. Revisiting lstm networks for semi-supervised text classification via mixed objective function. In: **Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence**. [S.l.: s.n.], 2019. v. 33, n. 01, p. 6940–6948. Citado na pág. 26.
- SANTOS, G. C.; BARBOZA, F.; VEIGA, A. C. P.; SILVA, M. F. Forecasting brazilian ethanol spot prices using lstm. **Energies**, MDPI, v. 14, n. 23, p. 7987, 2021. Citado na pág. 55, 57.
- SANTOS, G. C.; BARBOZA, F.; VEIGA, A. C. P.; GOMES, K. Portfolio optimization using artificial intelligence: A systematic literature review. **Exacta**, 2022. Citado na pág. 50, 52.
- SCHULMAN, J.; WOLSKI, F.; DHARIWAL, P.; RADFORD, A.; KLIMOV, O. Proximal policy optimization algorithms. **arXiv preprint arXiv:1707.06347**, 2017. Citado na pág. 56, 118.
- SHARPE, W. F. Mutual fund performance. **The Journal of business**, JSTOR, v. 39, n. 1, p. 119–138, 1966. Citado na pág. 58.
- SIAMI-NAMINI, S.; TAVAKOLI, N.; NAMIN, A. S. A comparison of arima and lstm in forecasting time series. In: **IEEE. 2018 17th IEEE International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA)**. [S.l.], 2018. p. 1394–1401. Citado na pág. 26.
- SILVA, G. P. d.; ARAÚJO, E. F. d.; SILVA, D. O.; GUIMARÃES, W. V. Ethanolic fermentation of sucrose, sugarcane juice and molasses by escherichia coli strain ko11 and klebsiella oxytoca strain p2. **Brazilian Journal of Microbiology**, SciELO Brasil, v. 36, n. 4, p. 395–404, 2005. Citado na pág. 20.
- SILVER, D.; SCHRITTWIESER, J.; SIMONYAN, K.; ANTONOGLOU, I.; HUANG, A.; GUEZ, A.; HUBERT, T.; BAKER, L.; LAI, M.; BOLTON, A. et al. Mastering the game of go without human knowledge. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 550, n. 7676, p. 354–359, 2017. Citado na pág. 51.
- SKOLPADUNGKET, P.; DAHAL, K.; HARNPORNCHAI, N. Portfolio optimization using multi-obj ective genetic algorithms. In: **2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation**. [S.l.: s.n.], 2007. p. 516–523. Citado na pág. 36.
- SOLEYMANI, F.; PAQUET, E. Financial portfolio optimization with online deep reinforcement learning and restricted stacked autoencoder—deepbreath. **Expert Systems with Applications**, Elsevier, v. 156, p. 113456, 2020. Citado na pág. 45.
- SØNDERBY, S. K.; SØNDERBY, C. K.; NIELSEN, H.; WINTHER, O. Convolutional lstm networks for subcellular localization of proteins. In: **SPRINGER. International Conference on Algorithms for Computational Biology**. [S.l.], 2015. p. 68–80. Citado na pág. 26.
- SONG, Z.; WANG, Y.; QIAN, P.; SONG, S.; COENEN, F.; JIANG, Z.; SU, J. From deterministic to stochastic: an interpretable stochastic model-free reinforcement learning framework for portfolio optimization. **Applied Intelligence**, Springer, p. 1–16, 2022. Citado na pág. 47, 53.
- SRIVASTAVA, N.; HINTON, G.; KRIZHEVSKY, A.; SUTSKEVER, I.; SALAKHUTDINOV, R. Dropout: a simple way to prevent neural networks from overfitting. **The journal of machine learning research**, JMLR. org, v. 15, n. 1, p. 1929–1958, 2014. Citado na pág. 26.

- SUN, W.; ZHANG, J. Carbon price prediction based on ensemble empirical mode decomposition and extreme learning machine optimized by improved bat algorithm considering energy price factors. **Energies**, MDPI AG, v. 13, n. 13, p. 3471, Jul 2020. ISSN 1996-1073. Citado na pág. 21, 27.
- SUTTON, R. S.; BARTO, A. G. **Reinforcement learning: An introduction**. [S.l.]: MIT press, 2018. Citado na pág. 13, 50, 51, 56, 115, 116, 117, 118.
- SUTTON, R. S.; MCALLESTER, D.; SINGH, S.; MANSOUR, Y. Policy gradient methods for reinforcement learning with function approximation. In: **Advances in Neural Information Processing Systems 12**. [S.l.]: MIT Press, 2000. p. 1057–1063. Citado na pág. 55, 117.
- TONG, G.; YIN, Z. Adaptive trading system of assets for international cooperation in agricultural finance based on neural network. **Computational Economics**, Springer, p. 1–20, 2021. Citado na pág. 26.
- TRINH, H. D.; GIUPPONI, L.; DINI, P. Mobile traffic prediction from raw data using lstm networks. In: **IEEE. 2018 IEEE 29th Annual International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)**. [S.l.], 2018. p. 1827–1832. Citado na pág. 26.
- UHRIG, R. E. Introduction to artificial neural networks. In: **IEEE. Proceedings of IECON'95-21st Annual Conference on IEEE Industrial Electronics**. [S.l.], 1995. v. 1, p. 33–37. Citado na pág. 25.
- VARTANIAN, P. R. Impactos do índice dow jones, commodities e câmbio sobre o ibovespa: uma análise do efeito contágio. **Revista de Administração Contemporânea**, SciELO Brasil, v. 16, p. 608–627, 2012. Citado na pág. 54.
- VEERIAH, V.; VENKATRAMAN, A.; GOLDBERG, K. Td3: Learning robust object grasping using temporal difference models. **arXiv preprint arXiv:2006.12760**, 2020. Citado na pág. 56.
- VINYALS, O.; BABUSCHKIN, I.; CZARNECKI, W. M.; MATHIEU, M.; DUDZIK, A.; CHUNG, J.; CHOI, D. H.; POWELL, R.; EWALDS, T.; GEORGIEV, P. et al. Grandmaster level in starcraft ii using multi-agent reinforcement learning. **Nature**, Nature Publishing Group UK London, v. 575, n. 7782, p. 350–354, 2019. Citado na pág. 56.
- VO, N. N. Y.; HE, X.; LIU, S.; XU, G. Deep learning for decision making and the optimization of socially responsible investments and portfolio. **Decision Support Systems**, v. 124, p. 113097, set. 2019. Citado na pág. 45.
- WANG, X.; ZHOU, T.; WANG, X.; FANG, Y. Harshness-aware sentiment mining framework for product review. **Expert Systems with Applications**, Elsevier, v. 187, p. 115887, 2022. Citado na pág. 27.
- WANG, Z.; BAPST, V.; HEESS, N.; MNIH, V.; MUNOS, R.; KAVUKCUOGLU, K.; FREITAS, N. de. Sample efficient actor-critic with experience replay. **arXiv preprint arXiv:1611.01224**, 2016. Citado na pág. 55.
- WATKINS, C. J.; DAYAN, P. Q-learning. **Machine Learning**, v. 8, n. 3-4, p. 279–292, 1992. Citado na pág. 55.

- WENG, L.; SUN, X.; XIA, M.; LIU, J.; XU, Y. Portfolio trading system of digital currencies: A deep reinforcement learning with multidimensional attention gating mechanism. **Neurocomputing**, Elsevier, v. 402, p. 171–182, 2020. Citado na pág. 45.
- WILFORD, D. S. True markowitz or assumptions we break and why it matters. **Review of Financial Economics**, Wiley Online Library, v. 21, n. 3, p. 93–101, 2012. Citado na pág. 47, 49.
- WILLIAMS, R. J. Simple statistical gradient-following algorithms for connectionist reinforcement learning. **Machine learning**, Springer, v. 8, p. 229–256, 1992. Citado na pág. 117.
- WU, Y.; MANSIMOV, E.; LIAO, S.; GROSSE, R.; BA, J. **Scalable trust-region method for deep reinforcement learning using Kronecker-factored approximation**. 2017. Citado na pág. 118.
- XIAO, Q.; IHNAINI, B. Stock trend prediction using sentiment analysis. **PeerJ Computer Science**, PeerJ Inc., v. 9, p. e1293, 2023. Citado na pág. 47, 53, 55.
- YAHOO Finance. 2022. <<https://finance.yahoo.com>>. Acessado em: 29/10/2022. Citado na pág. 53.
- YANG, H.; LIU, X.-Y.; WU, Q. A practical machine learning approach for dynamic stock recommendation. In: IEEE. **2018 17th IEEE International Conference On Trust, Security And Privacy In Computing And Communications/ 12th IEEE International Conference On Big Data Science And Engineering (TrustCom/BigDataSE)**. [S.I.], 2018. p. 1693–1697. Citado na pág. 54.
- YCART, A.; BENETOS, E. et al. A study on lstm networks for polyphonic music sequence modelling. In: ISMIR. [S.I.], 2017. Citado na pág. 26.
- YU, Y.; SI, X.; HU, C.; ZHANG, J. A review of recurrent neural networks: Lstm cells and network architectures. **Neural Computation**, v. 31, n. 7, p. 1235–1270, 2019. PMID: 31113301. Citado na pág. 13, 25, 26.
- ZHANG, P.; YIN, Z.-Y.; ZHENG, Y.; GAO, F.-P. A lstm surrogate modelling approach for caisson foundations. **Ocean Engineering**, Elsevier, v. 204, p. 107263, 2020. Citado na pág. 28.
- ZHAO, Y.; ZHANG, S.; CHEN, L.; XIONG, L.; CHEN, H. Soft actor-critic based motion control for autonomous electric vehicle with in-wheel motors. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, IEEE, v. 69, n. 10, p. 11165–11176, 2020. Citado na pág. 56.
- ZHOU, B.; ZHAO, S.; CHEN, L.; LI, S.; WU, Z.; PAN, G. Forecasting price trend of bulk commodities leveraging cross-domain open data fusion. **ACM Trans. Intell. Syst. Technol.**, Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, v. 11, n. 1, 2020. ISSN 2157-6904. Citado na pág. 23, 30.
- ZHOU, C.; SUN, C.; LIU, Z.; LAU, F. A c-lstm neural network for text classification. **arXiv preprint arXiv:1511.08630**, 2015. Citado na pág. 26.
- ZHOU, P.; QI, Z.; ZHENG, S.; XU, J.; BAO, H.; XU, B. Text classification improved by integrating bidirectional lstm with two-dimensional max pooling. **arXiv preprint arXiv:1611.06639**, 2016. Citado na pág. 26.

APÊNDICE A

APÊNDICES DO CAPÍTULO 2 — MATERIAL COMPLEMENTAR

1.1 RESULTADOS COMPLEMENTARES

As tabelas a seguir apresentam os resultados das previsões realizadas pelo modelo LSTM para diferentes horizontes de tempo (63, 126 e 252 dias). Cada linha da tabela contém os seguintes campos: a data (Date) em que a previsão foi feita, o preço (Price) do ativo nesse dia, a data (Date_pred) para a qual o preço foi previsto, o preço previsto (Predicted Price) pelo modelo, o preço real (Actual Price) observado na data prevista, o movimento verdadeiro (Mov_true) indicando se o preço aumentou (1) ou diminuiu (0) em relação ao preço na data da previsão, e o movimento predito (Mov_Pred) indicando a direção prevista pelo modelo. Essa estrutura permite a análise da acurácia do modelo na previsão de preços e movimentos de mercado em diferentes horizontes temporais.

Tabela A.1 – Previsões para o modelo *long short-term memory* com horizonte de 63 dias

Date	Price	Date_pred	Predicted Price	Actual Price	Mov_true	Mov_Pred
2018-10-26	499.4	2019-02-04	466.4	435.8	0	0
2018-10-29	491.0	2019-02-05	465.4	439.3	0	0
2018-10-30	491.3	2019-02-06	459.6	439.5	0	0
2018-10-31	487.6	2019-02-07	456.7	455.5	0	0
2018-11-01	488.5	2019-02-08	457.1	453.7	0	0
2018-11-05	478.6	2019-02-11	456.1	462.5	0	0
2018-11-06	466.0	2019-02-12	455.5	471.4	1	0
2018-11-07	465.5	2019-02-13	452.4	467.4	1	0
2018-11-08	461.1	2019-02-14	450.2	472.5	1	0
2018-11-09	460.1	2019-02-15	452.5	479.5	1	0
2018-11-12	456.7	2019-02-18	451.0	484.1	1	0
2018-11-13	447.8	2019-02-19	449.2	494.1	1	1
2018-11-14	450.6	2019-02-20	450.1	501.9	1	0
2018-11-16	456.0	2019-02-21	452.9	509.2	1	0
2018-11-19	452.0	2019-02-22	451.7	516.2	1	0
2018-11-21	449.1	2019-02-25	452.6	520.2	1	1
2018-11-22	447.3	2019-02-26	452.5	516.1	1	1
2018-11-23	445.6	2019-02-27	454.1	514.1	1	1
2018-11-26	434.2	2019-02-28	454.7	513.6	1	1
2018-11-27	435.9	2019-03-01	454.8	508.5	1	1
2018-11-28	440.2	2019-03-06	455.2	500.1	1	1

2018-11-29	439.1	2019-03-07	458.8	493.5	1	1
2018-11-30	439.4	2019-03-08	459.0	498.4	1	1
2018-12-03	452.0	2019-03-11	463.9	500.9	1	1
2018-12-04	453.0	2019-03-12	461.8	502.9	1	1
2018-12-05	453.1	2019-03-13	463.9	503.3	1	1
2018-12-06	449.9	2019-03-14	464.7	494.7	1	1
2018-12-07	449.8	2019-03-15	465.3	493.6	1	1
2018-12-10	445.2	2019-03-18	462.9	492.2	1	1
2018-12-11	445.6	2019-03-19	466.5	493.1	1	1
2018-12-12	452.5	2019-03-20	467.6	490.0	1	1
2018-12-13	448.8	2019-03-21	466.5	479.7	1	1
2018-12-14	445.6	2019-03-22	462.7	459.1	1	1
2018-12-17	447.5	2019-03-25	458.2	449.5	1	1
2018-12-18	443.9	2019-03-26	457.0	443.9	1	1
2018-12-19	446.4	2019-03-27	458.2	429.4	0	1
2018-12-20	449.5	2019-03-28	456.6	430.4	0	1
2018-12-21	444.4	2019-03-29	454.6	430.3	0	1
2018-12-26	441.2	2019-04-01	455.4	435.6	0	1
2018-12-27	444.7	2019-04-02	455.0	436.2	0	1
2018-12-28	447.0	2019-04-03	452.6	434.9	0	1
2019-01-02	454.6	2019-04-04	451.7	446.1	0	0
2019-01-03	461.3	2019-04-05	451.8	469.4	1	0
2019-01-04	463.6	2019-04-08	450.2	499.5	1	0
2019-01-07	462.2	2019-04-09	449.2	512.2	1	0
2019-01-08	461.2	2019-04-10	447.6	517.7	1	0
2019-01-09	461.2	2019-04-11	447.9	511.8	1	0
2019-01-10	454.6	2019-04-12	446.5	505.7	1	0
2019-01-11	454.1	2019-04-15	445.7	513.7	1	0
2019-01-14	455.8	2019-04-16	444.6	519.6	1	0
2019-01-15	448.6	2019-04-17	447.5	531.5	1	0
2019-01-16	448.5	2019-04-18	446.2	535.8	1	0
2019-01-17	445.8	2019-04-22	443.6	526.0	1	0
2019-01-18	443.4	2019-04-23	442.5	517.1	1	0
2019-01-21	440.3	2019-04-24	441.8	483.7	1	1
2019-01-22	432.7	2019-04-25	442.3	463.0	1	1
2019-01-23	432.3	2019-04-26	441.8	455.6	1	1
2019-01-24	429.3	2019-04-29	440.7	445.3	1	1

2019-01-28	429.6	2019-04-30	440.5	446.3	1	1
2019-01-29	428.7	2019-05-02	439.8	435.1	1	1
2019-01-30	425.9	2019-05-03	438.1	430.4	1	1
2019-01-31	433.2	2019-05-06	438.3	426.0	0	1
2019-02-01	436.2	2019-05-07	436.9	421.3	0	1
2019-02-04	435.8	2019-05-08	436.1	424.9	0	1
2019-02-05	439.3	2019-05-09	436.3	422.3	0	0
2019-02-06	439.5	2019-05-10	435.4	424.9	0	0
2019-02-07	455.5	2019-05-13	434.8	428.2	0	0
2019-02-08	453.7	2019-05-14	435.2	441.4	0	0
2019-02-11	462.5	2019-05-15	435.0	445.9	0	0
2019-02-12	471.4	2019-05-16	435.0	442.0	0	0
2019-02-13	467.4	2019-05-17	432.1	433.8	0	0
2019-02-14	472.5	2019-05-20	432.3	428.1	0	0
2019-02-15	479.5	2019-05-21	434.1	431.0	0	0
2019-02-18	484.1	2019-05-22	433.2	426.8	0	0
2019-02-19	494.1	2019-05-23	434.2	419.0	0	0
2019-02-20	501.9	2019-05-24	433.7	420.4	0	0
2019-02-21	509.2	2019-05-27	437.0	414.1	0	0
2019-02-22	516.2	2019-05-28	436.7	415.4	0	0
2019-02-25	520.2	2019-05-29	436.1	422.8	0	0
2019-02-26	516.1	2019-05-30	435.6	432.0	0	0
2019-02-27	514.1	2019-05-31	435.6	444.2	0	0
2019-02-28	513.6	2019-06-03	435.5	449.8	0	0
2019-03-01	508.5	2019-06-04	434.6	450.1	0	0
2019-03-06	500.1	2019-06-05	434.6	442.6	0	0
2019-03-07	493.5	2019-06-06	435.6	439.2	0	0
2019-03-08	498.4	2019-06-07	436.1	433.9	0	0
2019-03-11	500.9	2019-06-10	439.9	430.2	0	0
2019-03-12	502.9	2019-06-11	438.2	432.2	0	0
2019-03-13	503.3	2019-06-12	440.1	435.3	0	0
2019-03-14	494.7	2019-06-13	438.3	437.5	0	0
2019-03-15	493.6	2019-06-14	439.4	437.8	0	0
2019-03-18	492.2	2019-06-17	437.8	434.5	0	0
2019-03-19	493.1	2019-06-18	440.6	438.9	0	0
2019-03-20	490.0	2019-06-19	440.6	435.6	0	0
2019-03-21	479.7	2019-06-21	438.3	437.4	0	0

2019-03-22	459.1	2019-06-24	434.4	435.4	0	0
2019-03-25	449.5	2019-06-25	431.3	431.8	0	0
2019-03-26	443.9	2019-06-26	431.0	432.2	0	0
2019-03-27	429.4	2019-06-27	430.9	438.3	1	1
2019-03-28	430.4	2019-06-28	430.8	438.1	1	1
2019-03-29	430.3	2019-07-01	428.4	439.7	1	0
2019-04-01	435.6	2019-07-02	429.0	442.2	1	0
2019-04-02	436.2	2019-07-03	428.4	446.5	1	0
2019-04-03	434.9	2019-07-04	426.6	453.5	1	0
2019-04-04	446.1	2019-07-05	427.9	451.8	1	0
2019-04-05	469.4	2019-07-08	430.3	454.2	0	0
2019-04-08	499.5	2019-07-10	433.3	457.8	0	0
2019-04-09	512.2	2019-07-11	434.4	454.0	0	0
2019-04-10	517.7	2019-07-12	433.7	456.3	0	0
2019-04-11	511.8	2019-07-15	434.6	456.1	0	0
2019-04-12	505.7	2019-07-16	432.4	456.7	0	0
2019-04-15	513.7	2019-07-17	431.6	461.8	0	0
2019-04-16	519.6	2019-07-18	431.3	469.4	0	0
2019-04-17	531.5	2019-07-19	435.3	470.0	0	0
2019-04-18	535.8	2019-07-22	435.6	471.5	0	0
2019-04-22	526.0	2019-07-23	433.1	469.5	0	0
2019-04-23	517.1	2019-07-24	431.6	474.0	0	0
2019-04-24	483.7	2019-07-25	427.7	477.0	0	0
2019-04-25	463.0	2019-07-26	424.8	475.6	1	0
2019-04-26	455.6	2019-07-29	423.8	473.5	1	0
2019-04-29	445.3	2019-07-30	421.2	471.8	1	0
2019-04-30	446.3	2019-07-31	421.9	468.0	1	0
2019-05-02	435.1	2019-08-01	420.9	466.8	1	0
2019-05-03	430.4	2019-08-02	419.6	461.0	1	0
2019-05-06	426.0	2019-08-05	419.1	452.5	1	0
2019-05-07	421.3	2019-08-06	418.6	454.1	1	0
2019-05-08	424.9	2019-08-07	420.0	453.5	1	0
2019-05-09	422.3	2019-08-08	418.2	461.5	1	0
2019-05-10	424.9	2019-08-09	417.7	460.6	1	0
2019-05-13	428.2	2019-08-12	419.3	457.6	1	0
2019-05-14	441.4	2019-08-13	420.2	459.1	1	0
2019-05-15	445.9	2019-08-14	421.0	449.3	1	0

2019-05-16	442.0	2019-08-15	419.9	452.3	1	0
2019-05-17	433.8	2019-08-16	418.1	452.5	1	0
2019-05-20	428.1	2019-08-19	418.2	444.0	1	0
2019-05-21	431.0	2019-08-20	419.2	443.4	1	0
2019-05-22	426.8	2019-08-21	418.7	445.3	1	0
2019-05-23	419.0	2019-08-22	417.8	439.1	1	0
2019-05-24	420.4	2019-08-23	419.9	431.6	1	0
2019-05-27	414.1	2019-08-26	420.0	426.9	1	1
2019-05-28	415.4	2019-08-27	420.6	423.2	1	1
2019-05-29	422.8	2019-08-28	421.3	421.1	0	0
2019-05-30	432.0	2019-08-29	421.5	417.2	0	0
2019-05-31	444.2	2019-08-30	422.5	421.6	0	0
2019-06-03	449.8	2019-09-02	422.2	418.8	0	0
2019-06-04	450.1	2019-09-03	421.8	422.5	0	0
2019-06-05	442.6	2019-09-04	420.7	432.4	0	0
2019-06-06	439.2	2019-09-05	420.6	433.9	0	0
2019-06-07	433.9	2019-09-06	420.7	435.6	1	0
2019-06-10	430.2	2019-09-09	423.4	434.2	1	0
2019-06-11	432.2	2019-09-10	423.6	432.2	1	0
2019-06-12	435.3	2019-09-11	425.6	431.3	0	0
2019-06-13	437.5	2019-09-12	424.0	431.7	0	0
2019-06-14	437.8	2019-09-13	424.0	428.1	0	0
2019-06-17	434.5	2019-09-16	423.5	436.1	1	0
2019-06-18	438.9	2019-09-17	425.5	443.3	1	0
2019-06-19	435.6	2019-09-18	425.3	439.1	1	0
2019-06-21	437.4	2019-09-19	422.2	433.4	0	0
2019-06-24	435.4	2019-09-20	418.4	433.7	0	0
2019-06-25	431.8	2019-09-23	415.8	433.1	1	0
2019-06-26	432.2	2019-09-24	415.2	432.5	1	0
2019-06-27	438.3	2019-09-25	415.0	436.1	0	0
2019-06-28	438.1	2019-09-26	415.3	436.1	0	0
2019-07-01	439.7	2019-09-27	414.7	435.9	0	0
2019-07-02	442.2	2019-09-30	415.8	437.4	0	0
2019-07-03	446.5	2019-10-01	417.7	436.8	0	0
2019-07-04	453.5	2019-10-02	418.1	443.9	0	0
2019-07-05	451.8	2019-10-03	421.0	450.4	0	0
2019-07-08	454.2	2019-10-04	426.7	453.0	0	0

2019-07-10	457.8	2019-10-07	433.5	452.1	0	0
2019-07-11	454.0	2019-10-08	434.3	456.4	1	0
2019-07-12	456.3	2019-10-09	437.9	456.2	0	0
2019-07-15	456.1	2019-10-10	440.3	453.4	0	0
2019-07-16	456.7	2019-10-11	441.5	457.3	1	0
2019-07-17	461.8	2019-10-14	445.5	452.9	0	0
2019-07-18	469.4	2019-10-15	453.1	450.3	0	0
2019-07-19	470.0	2019-10-16	457.6	449.0	0	0
2019-07-22	471.5	2019-10-17	460.9	447.5	0	0
2019-07-23	469.5	2019-10-18	458.1	450.4	0	0
2019-07-24	474.0	2019-10-21	457.5	450.4	0	0
2019-07-25	477.0	2019-10-22	452.5	459.9	0	0
2019-07-26	475.6	2019-10-23	447.4	467.1	0	0
2019-07-29	473.5	2019-10-24	446.2	468.5	0	0
2019-07-30	471.8	2019-10-25	442.9	472.6	1	0
2019-07-31	468.0	2019-10-28	442.6	477.7	1	0
2019-08-01	466.8	2019-10-29	442.2	483.5	1	0
2019-08-02	461.0	2019-10-30	441.4	485.5	1	0
2019-08-05	452.5	2019-10-31	440.6	483.0	1	0
2019-08-06	454.1	2019-11-01	442.0	483.4	1	0
2019-08-07	453.5	2019-11-04	443.5	484.3	1	0
2019-08-08	461.5	2019-11-05	442.7	486.5	1	0
2019-08-09	460.6	2019-11-06	444.4	475.9	1	0
2019-08-12	457.6	2019-11-07	449.4	476.2	1	0
2019-08-13	459.1	2019-11-08	451.5	467.5	1	0
2019-08-14	449.3	2019-11-11	450.2	471.2	1	1
2019-08-15	452.3	2019-11-12	448.9	467.8	1	0
2019-08-16	452.5	2019-11-13	446.6	466.1	1	0
2019-08-19	444.0	2019-11-14	444.5	467.9	1	1
2019-08-20	443.4	2019-11-18	442.9	467.1	1	0
2019-08-21	445.3	2019-11-19	441.8	467.1	1	0
2019-08-22	439.1	2019-11-21	439.0	469.8	1	0
2019-08-23	431.6	2019-11-22	439.6	471.0	1	1
2019-08-26	426.9	2019-11-25	440.0	474.7	1	1
2019-08-27	423.2	2019-11-26	440.7	474.4	1	1
2019-08-28	421.1	2019-11-27	443.2	481.8	1	1
2019-08-29	417.2	2019-11-28	441.7	491.7	1	1

2019-08-30	421.6	2019-11-29	442.3	490.9	1	1
2019-09-02	418.8	2019-12-02	440.5	492.6	1	1
2019-09-03	422.5	2019-12-03	440.8	493.5	1	1
2019-09-04	432.4	2019-12-04	440.3	493.9	1	1
2019-09-05	433.9	2019-12-05	438.3	495.3	1	1
2019-09-06	435.6	2019-12-06	438.1	500.5	1	1
2019-09-09	434.2	2019-12-09	438.6	500.5	1	1
2019-09-10	432.2	2019-12-10	439.7	498.1	1	1
2019-09-11	431.3	2019-12-11	439.3	497.7	1	1
2019-09-12	431.7	2019-12-12	439.3	503.1	1	1
2019-09-13	428.1	2019-12-13	439.4	500.1	1	1
2019-09-16	436.1	2019-12-16	441.5	504.9	1	1
2019-09-17	443.3	2019-12-17	437.9	504.3	1	0
2019-09-18	439.1	2019-12-18	438.0	503.1	1	0
2019-09-19	433.4	2019-12-19	435.7	502.8	1	1
2019-09-20	433.7	2019-12-20	432.8	501.8	1	0
2019-09-23	433.1	2019-12-23	433.0	506.0	1	0
2019-09-24	432.5	2019-12-26	430.6	514.5	1	0
2019-09-25	436.1	2019-12-27	430.9	518.8	1	0
2019-09-26	436.1	2019-12-30	432.5	524.3	1	0
2019-09-27	435.9	2020-01-02	434.5	524.0	1	0
2019-09-30	437.4	2020-01-03	436.6	522.4	1	0
2019-10-01	436.8	2020-01-06	438.8	521.9	1	1
2019-10-02	443.9	2020-01-07	441.7	524.3	1	0
2019-10-03	450.4	2020-01-08	447.5	527.7	1	0
2019-10-04	453.0	2020-01-09	456.2	520.9	1	1
2019-10-07	452.1	2020-01-10	465.0	523.6	1	1
2019-10-08	456.4	2020-01-13	468.1	515.6	1	1
2019-10-09	456.2	2020-01-14	471.1	516.8	1	1
2019-10-10	453.4	2020-01-15	469.1	508.5	1	1
2019-10-11	457.3	2020-01-16	469.3	507.8	1	1
2019-10-14	452.9	2020-01-17	471.6	511.5	1	1
2019-10-15	450.3	2020-01-20	473.6	505.5	1	1
2019-10-16	449.0	2020-01-21	471.4	504.2	1	1
2019-10-17	447.5	2020-01-22	476.1	508.5	1	1
2019-10-18	450.4	2020-01-23	474.0	513.0	1	1
2019-10-21	450.4	2020-01-24	471.1	508.2	1	1

2019-10-22	459.9	2020-01-27	466.7	505.4	1	1
2019-10-23	467.1	2020-01-28	461.5	508.5	1	0
2019-10-24	468.5	2020-01-29	460.4	508.0	1	0
2019-10-25	472.6	2020-01-30	459.3	512.0	1	0
2019-10-28	477.7	2020-01-31	456.5	510.3	1	0
2019-10-29	483.5	2020-02-03	455.1	512.8	1	0
2019-10-30	485.5	2020-02-04	452.0	512.1	1	0
2019-10-31	483.0	2020-02-05	449.6	512.4	1	0
2019-11-01	483.4	2020-02-06	452.2	507.0	1	0
2019-11-04	484.3	2020-02-07	451.8	501.6	1	0
2019-11-05	486.5	2020-02-10	454.7	501.0	1	0
2019-11-06	475.9	2020-02-11	455.8	501.5	1	0
2019-11-07	476.2	2020-02-12	458.7	499.6	1	0
2019-11-08	467.5	2020-02-13	461.0	500.8	1	0
2019-11-11	471.2	2020-02-14	460.2	509.3	1	0
2019-11-12	467.8	2020-02-17	460.7	509.0	1	0
2019-11-13	466.1	2020-02-18	460.3	505.0	1	0
2019-11-14	467.9	2020-02-19	456.9	504.0	1	0
2019-11-18	467.1	2020-02-20	459.7	502.6	1	0
2019-11-19	467.1	2020-02-21	461.9	502.6	1	0
2019-11-21	469.8	2020-02-26	463.0	498.1	1	0
2019-11-22	471.0	2020-02-27	462.7	493.8	1	0
2019-11-25	474.7	2020-02-28	464.1	491.3	1	0
2019-11-26	474.4	2020-03-02	464.4	489.9	1	0
2019-11-27	481.8	2020-03-03	466.9	483.7	1	0
2019-11-28	491.7	2020-03-04	470.0	475.4	0	0
2019-11-29	490.9	2020-03-05	473.0	458.4	0	0
2019-12-02	492.6	2020-03-06	470.7	459.2	0	0
2019-12-03	493.5	2020-03-09	470.2	436.9	0	0
2019-12-04	493.9	2020-03-10	467.7	439.1	0	0
2019-12-05	495.3	2020-03-11	461.4	427.6	0	0
2019-12-06	500.5	2020-03-12	463.1	412.0	0	0
2019-12-09	500.5	2020-03-13	459.9	396.5	0	0
2019-12-10	498.1	2020-03-16	460.9	366.3	0	0
2019-12-11	497.7	2020-03-17	457.5	359.8	0	0
2019-12-12	503.1	2020-03-18	456.6	326.6	0	0
2019-12-13	500.1	2020-03-19	454.5	323.2	0	0

2019-12-16	504.9	2020-03-20	452.9	321.0	0	0
2019-12-17	504.3	2020-03-23	454.9	313.5	0	0
2019-12-18	503.1	2020-03-24	453.3	307.4	0	0
2019-12-19	502.8	2020-03-25	453.9	303.4	0	0
2019-12-20	501.8	2020-03-26	450.7	302.1	0	0
2019-12-23	506.0	2020-03-27	451.5	291.4	0	0
2019-12-26	514.5	2020-03-30	450.6	278.7	0	0
2019-12-27	518.8	2020-03-31	448.9	273.8	0	0
2019-12-30	524.3	2020-04-01	449.8	262.1	0	0
2020-01-02	524.0	2020-04-02	449.1	254.2	0	0
2020-01-03	522.4	2020-04-03	448.6	253.8	0	0
2020-01-06	521.9	2020-04-06	447.5	264.5	0	0
2020-01-07	524.3	2020-04-07	451.8	272.3	0	0
2020-01-08	527.7	2020-04-08	453.7	286.8	0	0
2020-01-09	520.9	2020-04-09	455.0	295.3	0	0
2020-01-10	523.6	2020-04-13	458.9	294.7	0	0
2020-01-13	515.6	2020-04-14	460.4	293.5	0	0
2020-01-14	516.8	2020-04-15	459.7	287.4	0	0
2020-01-15	508.5	2020-04-16	453.3	284.1	0	0
2020-01-16	507.8	2020-04-17	451.1	275.8	0	0
2020-01-17	511.5	2020-04-20	452.8	270.5	0	0
2020-01-20	505.5	2020-04-22	453.1	256.7	0	0
2020-01-21	504.2	2020-04-23	451.2	247.8	0	0
2020-01-22	508.5	2020-04-24	451.3	238.5	0	0
2020-01-23	513.0	2020-04-27	451.0	239.3	0	0
2020-01-24	508.2	2020-04-28	450.3	251.0	0	0
2020-01-27	505.4	2020-04-29	446.3	264.0	0	0
2020-01-28	508.5	2020-04-30	444.6	260.8	0	0
2020-01-29	508.0	2020-05-04	443.4	261.2	0	0
2020-01-30	512.0	2020-05-05	443.8	258.2	0	0
2020-01-31	510.3	2020-05-06	444.4	253.5	0	0
2020-02-03	512.8	2020-05-07	443.4	250.4	0	0
2020-02-04	512.1	2020-05-08	442.8	255.5	0	0
2020-02-05	512.4	2020-05-11	441.5	250.8	0	0
2020-02-06	507.0	2020-05-12	440.0	246.8	0	0
2020-02-07	501.6	2020-05-13	439.2	245.1	0	0
2020-02-10	501.0	2020-05-14	442.0	250.5	0	0

2020-02-11	501.5	2020-05-15	440.4	249.7	0	0
2020-02-12	499.6	2020-05-18	440.9	256.5	0	0
2020-02-13	500.8	2020-05-19	441.3	257.5	0	0
2020-02-14	509.3	2020-05-20	444.0	262.5	0	0
2020-02-17	509.0	2020-05-21	446.1	270.9	0	0
2020-02-18	505.0	2020-05-22	444.3	273.2	0	0
2020-02-19	504.0	2020-05-25	443.4	281.3	0	0
2020-02-20	502.6	2020-05-26	443.8	293.0	0	0
2020-02-21	502.6	2020-05-27	444.5	303.8	0	0
2020-02-26	498.1	2020-05-28	444.7	300.9	0	0
2020-02-27	493.8	2020-05-29	443.0	301.9	0	0
2020-02-28	491.3	2020-06-01	441.0	308.0	0	0
2020-03-02	489.9	2020-06-02	441.6	319.4	0	0
2020-03-03	483.7	2020-06-03	443.5	330.8	0	0
2020-03-04	475.4	2020-06-04	444.7	327.9	0	0
2020-03-05	458.4	2020-06-05	445.0	337.8	0	0
2020-03-06	459.2	2020-06-08	448.4	350.1	0	0
2020-03-09	436.9	2020-06-09	445.5	357.1	0	1
2020-03-10	439.1	2020-06-10	445.0	352.6	0	1
2020-03-11	427.6	2020-06-12	443.5	345.0	0	1
2020-03-12	412.0	2020-06-15	442.1	339.0	0	1
2020-03-13	396.5	2020-06-16	436.9	332.4	0	1
2020-03-16	366.3	2020-06-17	432.8	324.2	0	1
2020-03-17	359.8	2020-06-18	432.3	315.0	0	1
2020-03-18	326.6	2020-06-19	429.8	322.2	0	1
2020-03-19	323.2	2020-06-22	428.4	320.5	0	1
2020-03-20	321.0	2020-06-23	430.6	327.9	1	1
2020-03-23	313.5	2020-06-24	431.4	316.8	1	1
2020-03-24	307.4	2020-06-25	427.9	314.5	1	1
2020-03-25	303.4	2020-06-26	426.8	305.3	1	1
2020-03-26	302.1	2020-06-29	426.0	307.3	1	1
2020-03-27	291.4	2020-06-30	424.2	306.9	1	1
2020-03-30	278.7	2020-07-01	424.7	312.5	1	1
2020-03-31	273.8	2020-07-02	425.4	309.9	1	1
2020-04-01	262.1	2020-07-03	424.4	312.6	1	1
2020-04-02	254.2	2020-07-06	424.7	311.3	1	1
2020-04-03	253.8	2020-07-07	425.8	309.8	1	1

2020-04-06	264.5	2020-07-08	426.6	312.7	1	1
2020-04-07	272.3	2020-07-09	429.6	313.8	1	1
2020-04-08	286.8	2020-07-10	431.3	314.7	1	1
2020-04-09	295.3	2020-07-13	431.5	310.1	1	1
2020-04-13	294.7	2020-07-14	433.6	312.6	1	1
2020-04-14	293.5	2020-07-15	433.6	310.9	1	1
2020-04-15	287.4	2020-07-16	434.0	314.6	1	1
2020-04-16	284.1	2020-07-17	431.5	312.8	1	1
2020-04-17	275.8	2020-07-20	432.0	316.7	1	1
2020-04-20	270.5	2020-07-21	432.7	327.0	1	1
2020-04-22	256.7	2020-07-22	431.4	333.4	1	1
2020-04-23	247.8	2020-07-23	432.6	329.7	1	1
2020-04-24	238.5	2020-07-24	432.8	332.7	1	1
2020-04-27	239.3	2020-07-27	433.2	337.1	1	1
2020-04-28	251.0	2020-07-28	434.0	341.6	1	1
2020-04-29	264.0	2020-07-29	435.2	343.4	1	1
2020-04-30	260.8	2020-07-30	437.0	342.8	1	1
2020-05-04	261.2	2020-07-31	436.8	338.9	1	1
2020-05-05	258.2	2020-08-03	437.9	330.6	1	1
2020-05-06	253.5	2020-08-04	437.4	328.4	1	1
2020-05-07	250.4	2020-08-05	438.4	327.1	1	1
2020-05-08	255.5	2020-08-06	439.0	323.6	1	1
2020-05-11	250.8	2020-08-07	435.0	320.2	1	1
2020-05-12	246.8	2020-08-10	433.2	316.4	1	1
2020-05-13	245.1	2020-08-11	432.3	319.7	1	1
2020-05-14	250.5	2020-08-12	433.6	317.0	1	1
2020-05-15	249.7	2020-08-13	431.5	323.0	1	1
2020-05-18	256.5	2020-08-14	428.3	324.8	1	1
2020-05-19	257.5	2020-08-17	427.9	320.3	1	1
2020-05-20	262.5	2020-08-18	427.6	324.0	1	1
2020-05-21	270.9	2020-08-19	426.6	323.6	1	1
2020-05-22	273.2	2020-08-20	426.4	324.7	1	1
2020-05-25	281.3	2020-08-21	425.3	327.3	1	1
2020-05-26	293.0	2020-08-24	425.0	329.6	1	1
2020-05-27	303.8	2020-08-25	425.6	337.3	1	1
2020-05-28	300.9	2020-08-26	422.7	338.2	1	1
2020-05-29	301.9	2020-08-27	420.4	341.6	1	1

2020-06-01	308.0	2020-08-28	419.7	349.4	1	1
2020-06-02	319.4	2020-08-31	419.4	344.6	1	1
2020-06-03	330.8	2020-09-01	420.3	350.3	1	1
2020-06-04	327.9	2020-09-02	420.5	349.1	1	1
2020-06-05	337.8	2020-09-03	420.0	354.2	1	1
2020-06-08	350.1	2020-09-04	421.6	354.5	1	1
2020-06-09	357.1	2020-09-08	420.3	346.7	0	1
2020-06-10	352.6	2020-09-09	422.2	348.8	0	1
2020-06-12	345.0	2020-09-10	420.9	345.1	1	1
2020-06-15	339.0	2020-09-11	418.3	338.3	0	1
2020-06-16	332.4	2020-09-14	414.9	341.6	1	1
2020-06-17	324.2	2020-09-15	409.2	341.5	1	1
2020-06-18	315.0	2020-09-16	407.4	347.2	1	1
2020-06-19	322.2	2020-09-17	405.6	353.5	1	1
2020-06-22	320.5	2020-09-18	404.2	345.5	1	1
2020-06-23	327.9	2020-09-21	406.5	344.1	1	1
2020-06-24	316.8	2020-09-22	405.5	344.6	1	1
2020-06-25	314.5	2020-09-23	403.9	339.5	1	1
2020-06-26	305.3	2020-09-24	403.0	344.1	1	1
2020-06-29	307.3	2020-09-25	405.4	341.4	1	1
2020-06-30	306.9	2020-09-28	405.9	338.1	1	1
2020-07-01	312.5	2020-09-29	407.1	341.0	1	1
2020-07-02	309.9	2020-09-30	410.2	341.7	1	1
2020-07-03	312.6	2020-10-01	409.6	343.5	1	1
2020-07-06	311.3	2020-10-02	408.5	341.9	1	1
2020-07-07	309.8	2020-10-05	407.4	345.2	1	1
2020-07-08	312.7	2020-10-06	409.0	346.1	1	1
2020-07-09	313.8	2020-10-07	412.1	347.2	1	1
2020-07-10	314.7	2020-10-08	413.5	349.9	1	1
2020-07-13	310.1	2020-10-09	410.1	363.2	1	1
2020-07-14	312.6	2020-10-13	407.5	363.7	1	1
2020-07-15	310.9	2020-10-14	405.3	367.4	1	1
2020-07-16	314.6	2020-10-15	404.8	373.0	1	1
2020-07-17	312.8	2020-10-16	403.0	372.4	1	1
2020-07-20	316.7	2020-10-19	403.3	375.4	1	1
2020-07-21	327.0	2020-10-20	403.3	377.3	1	1
2020-07-22	333.4	2020-10-21	401.2	376.6	1	1

2020-07-23	329.7	2020-10-22	399.1	377.5	1	1
2020-07-24	332.7	2020-10-23	398.7	374.6	1	1
2020-07-27	337.1	2020-10-26	400.4	374.6	1	1
2020-07-28	341.6	2020-10-27	402.2	372.8	1	1
2020-07-29	343.4	2020-10-28	407.7	366.4	1	1
2020-07-30	342.8	2020-10-29	411.2	365.2	1	1
2020-07-31	338.9	2020-10-30	411.9	365.1	1	1
2020-08-03	330.6	2020-11-03	413.5	367.2	1	1
2020-08-04	328.4	2020-11-04	412.8	372.2	1	1
2020-08-05	327.1	2020-11-05	415.4	379.9	1	1
2020-08-06	323.6	2020-11-06	416.4	391.5	1	1
2020-08-07	320.2	2020-11-09	415.5	391.2	1	1
2020-08-10	316.4	2020-11-10	414.8	393.3	1	1
2020-08-11	319.7	2020-11-11	413.4	393.2	1	1
2020-08-12	317.0	2020-11-12	415.0	389.6	1	1
2020-08-13	323.0	2020-11-13	413.4	388.1	1	1
2020-08-14	324.8	2020-11-16	413.3	392.4	1	1
2020-08-17	320.3	2020-11-17	409.7	400.2	1	1
2020-08-18	324.0	2020-11-18	411.3	400.0	1	1
2020-08-19	323.6	2020-11-19	412.6	399.9	1	1
2020-08-20	324.7	2020-11-20	413.5	396.6	1	1
2020-08-21	327.3	2020-11-23	415.6	393.1	1	1
2020-08-24	329.6	2020-11-24	416.5	396.7	1	1
2020-08-25	337.3	2020-11-25	419.7	401.6	1	1
2020-08-26	338.2	2020-11-26	420.4	399.8	1	1
2020-08-27	341.6	2020-11-27	419.8	399.2	1	1
2020-08-28	349.4	2020-11-30	423.0	396.7	1	1
2020-08-31	344.6	2020-12-01	423.4	406.0	1	1
2020-09-01	350.3	2020-12-02	424.1	403.0	1	1
2020-09-02	349.1	2020-12-03	421.6	411.0	1	1
2020-09-03	354.2	2020-12-04	418.2	412.3	1	1
2020-09-04	354.5	2020-12-07	419.4	417.6	1	1
2020-09-08	346.7	2020-12-08	416.0	412.6	1	1
2020-09-09	348.8	2020-12-09	417.7	407.5	1	1
2020-09-10	345.1	2020-12-10	415.3	418.1	1	1
2020-09-11	338.3	2020-12-11	413.1	417.5	1	1

Tabela A.2 – Previsões para o modelo *long short-term memory* com horizonte de 126 dias

Date	Price	Date_pred	Predicted Price	Actual Price	Mov_true	Mov_Pred
2018-11-16	456.0	2019-05-27	438.9	414.1	0	0
2018-11-19	452.0	2019-05-28	439.4	415.4	0	0
2018-11-21	449.1	2019-05-29	438.3	422.8	0	0
2018-11-22	447.3	2019-05-30	437.1	432.0	0	0
2018-11-23	445.6	2019-05-31	435.6	444.2	0	0
2018-11-26	434.2	2019-06-03	434.5	449.8	1	1
2018-11-27	435.9	2019-06-04	436.3	450.1	1	1
2018-11-28	440.2	2019-06-05	438.7	442.6	1	0
2018-11-29	439.1	2019-06-06	437.6	439.2	1	0
2018-11-30	439.4	2019-06-07	437.5	433.9	0	0
2018-12-03	452.0	2019-06-10	438.5	430.2	0	0
2018-12-04	453.0	2019-06-11	438.1	432.2	0	0
2018-12-05	453.1	2019-06-12	437.5	435.3	0	0
2018-12-06	449.9	2019-06-13	436.2	437.5	0	0
2018-12-07	449.8	2019-06-14	437.0	437.8	0	0
2018-12-10	445.2	2019-06-17	436.3	434.5	0	0
2018-12-11	445.6	2019-06-18	436.8	438.9	0	0
2018-12-12	452.5	2019-06-19	436.2	435.6	0	0
2018-12-13	448.8	2019-06-21	435.5	437.4	0	0
2018-12-14	445.6	2019-06-24	434.5	435.4	0	0
2018-12-17	447.5	2019-06-25	435.2	431.8	0	0
2018-12-18	443.9	2019-06-26	433.7	432.2	0	0
2018-12-19	446.4	2019-06-27	431.7	438.3	0	0
2018-12-20	449.5	2019-06-28	429.1	438.1	0	0
2018-12-21	444.4	2019-07-01	428.3	439.7	0	0
2018-12-26	441.2	2019-07-02	429.2	442.2	1	0
2018-12-27	444.7	2019-07-03	430.0	446.5	1	0
2018-12-28	447.0	2019-07-04	431.8	453.5	1	0
2019-01-02	454.6	2019-07-05	432.1	451.8	0	0
2019-01-03	461.3	2019-07-08	433.4	454.2	0	0
2019-01-04	463.6	2019-07-10	434.6	457.8	0	0
2019-01-07	462.2	2019-07-11	434.4	454.0	0	0
2019-01-08	461.2	2019-07-12	433.2	456.3	0	0
2019-01-09	461.2	2019-07-15	433.4	456.1	0	0
2019-01-10	454.6	2019-07-16	433.1	456.7	1	0

2019-01-11	454.1	2019-07-17	431.9	461.8	1	0
2019-01-14	455.8	2019-07-18	432.3	469.4	1	0
2019-01-15	448.6	2019-07-19	432.6	470.0	1	0
2019-01-16	448.5	2019-07-22	431.5	471.5	1	0
2019-01-17	445.8	2019-07-23	429.9	469.5	1	0
2019-01-18	443.4	2019-07-24	429.0	474.0	1	0
2019-01-21	440.3	2019-07-25	427.7	477.0	1	0
2019-01-22	432.7	2019-07-26	428.1	475.6	1	0
2019-01-23	432.3	2019-07-29	428.2	473.5	1	0
2019-01-24	429.3	2019-07-30	429.0	471.8	1	0
2019-01-28	429.6	2019-07-31	429.2	468.0	1	0
2019-01-29	428.7	2019-08-01	427.4	466.8	1	0
2019-01-30	425.9	2019-08-02	428.0	461.0	1	1
2019-01-31	433.2	2019-08-05	427.6	452.5	1	0
2019-02-01	436.2	2019-08-06	426.6	454.1	1	0
2019-02-04	435.8	2019-08-07	425.9	453.5	1	0
2019-02-05	439.3	2019-08-08	425.2	461.5	1	0
2019-02-06	439.5	2019-08-09	424.1	460.6	1	0
2019-02-07	455.5	2019-08-12	423.9	457.6	1	0
2019-02-08	453.7	2019-08-13	423.5	459.1	1	0
2019-02-11	462.5	2019-08-14	423.8	449.3	0	0
2019-02-12	471.4	2019-08-15	423.3	452.3	0	0
2019-02-13	467.4	2019-08-16	423.8	452.5	0	0
2019-02-14	472.5	2019-08-19	423.9	444.0	0	0
2019-02-15	479.5	2019-08-20	423.0	443.4	0	0
2019-02-18	484.1	2019-08-21	423.4	445.3	0	0
2019-02-19	494.1	2019-08-22	422.8	439.1	0	0
2019-02-20	501.9	2019-08-23	423.1	431.6	0	0
2019-02-21	509.2	2019-08-26	423.2	426.9	0	0
2019-02-22	516.2	2019-08-27	422.4	423.2	0	0
2019-02-25	520.2	2019-08-28	422.0	421.1	0	0
2019-02-26	516.1	2019-08-29	421.7	417.2	0	0
2019-02-27	514.1	2019-08-30	421.4	421.6	0	0
2019-02-28	513.6	2019-09-02	421.3	418.8	0	0
2019-03-01	508.5	2019-09-03	420.9	422.5	0	0
2019-03-06	500.1	2019-09-04	421.4	432.4	0	0
2019-03-07	493.5	2019-09-05	422.9	433.9	0	0

2019-03-08	498.4	2019-09-06	422.5	435.6	0	0
2019-03-11	500.9	2019-09-09	423.0	434.2	0	0
2019-03-12	502.9	2019-09-10	423.9	432.2	0	0
2019-03-13	503.3	2019-09-11	424.8	431.3	0	0
2019-03-14	494.7	2019-09-12	424.3	431.7	0	0
2019-03-15	493.6	2019-09-13	424.4	428.1	0	0
2019-03-18	492.2	2019-09-16	424.5	436.1	0	0
2019-03-19	493.1	2019-09-17	425.6	443.3	0	0
2019-03-20	490.0	2019-09-18	425.6	439.1	0	0
2019-03-21	479.7	2019-09-19	427.5	433.4	0	0
2019-03-22	459.1	2019-09-20	426.5	433.7	0	0
2019-03-25	449.5	2019-09-23	426.9	433.1	0	0
2019-03-26	443.9	2019-09-24	425.8	432.5	0	0
2019-03-27	429.4	2019-09-25	426.7	436.1	1	0
2019-03-28	430.4	2019-09-26	426.8	436.1	1	0
2019-03-29	430.3	2019-09-27	426.0	435.9	1	0
2019-04-01	435.6	2019-09-30	424.3	437.4	1	0
2019-04-02	436.2	2019-10-01	424.8	436.8	1	0
2019-04-03	434.9	2019-10-02	425.1	443.9	1	0
2019-04-04	446.1	2019-10-03	424.8	450.4	1	0
2019-04-05	469.4	2019-10-04	425.5	453.0	0	0
2019-04-08	499.5	2019-10-07	425.0	452.1	0	0
2019-04-09	512.2	2019-10-08	423.7	456.4	0	0
2019-04-10	517.7	2019-10-09	422.8	456.2	0	0
2019-04-11	511.8	2019-10-10	422.9	453.4	0	0
2019-04-12	505.7	2019-10-11	421.4	457.3	0	0
2019-04-15	513.7	2019-10-14	421.1	452.9	0	0
2019-04-16	519.6	2019-10-15	421.1	450.3	0	0
2019-04-17	531.5	2019-10-16	421.8	449.0	0	0
2019-04-18	535.8	2019-10-17	422.4	447.5	0	0
2019-04-22	526.0	2019-10-18	421.4	450.4	0	0
2019-04-23	517.1	2019-10-21	421.3	450.4	0	0
2019-04-24	483.7	2019-10-22	421.4	459.9	0	0
2019-04-25	463.0	2019-10-23	421.5	467.1	1	0
2019-04-26	455.6	2019-10-24	420.5	468.5	1	0
2019-04-29	445.3	2019-10-25	421.1	472.6	1	0
2019-04-30	446.3	2019-10-28	420.0	477.7	1	0

2019-05-02	435.1	2019-10-29	419.0	483.5	1	0
2019-05-03	430.4	2019-10-30	417.8	485.5	1	0
2019-05-06	426.0	2019-10-31	416.5	483.0	1	0
2019-05-07	421.3	2019-11-01	415.7	483.4	1	0
2019-05-08	424.9	2019-11-04	414.2	484.3	1	0
2019-05-09	422.3	2019-11-05	414.4	486.5	1	0
2019-05-10	424.9	2019-11-06	414.7	475.9	1	0
2019-05-13	428.2	2019-11-07	414.2	476.2	1	0
2019-05-14	441.4	2019-11-08	414.6	467.5	1	0
2019-05-15	445.9	2019-11-11	414.4	471.2	1	0
2019-05-16	442.0	2019-11-12	414.6	467.8	1	0
2019-05-17	433.8	2019-11-13	413.9	466.1	1	0
2019-05-20	428.1	2019-11-14	413.9	467.9	1	0
2019-05-21	431.0	2019-11-18	414.6	467.1	1	0
2019-05-22	426.8	2019-11-19	414.9	467.1	1	0
2019-05-23	419.0	2019-11-21	415.4	469.8	1	0
2019-05-24	420.4	2019-11-22	415.6	471.0	1	0
2019-05-27	414.1	2019-11-25	416.3	474.7	1	1
2019-05-28	415.4	2019-11-26	416.5	474.4	1	1
2019-05-29	422.8	2019-11-27	416.1	481.8	1	0
2019-05-30	432.0	2019-11-28	415.8	491.7	1	0
2019-05-31	444.2	2019-11-29	415.5	490.9	1	0
2019-06-03	449.8	2019-12-02	416.0	492.6	1	0
2019-06-04	450.1	2019-12-03	418.6	493.5	1	0
2019-06-05	442.6	2019-12-04	421.2	493.9	1	0
2019-06-06	439.2	2019-12-05	420.4	495.3	1	0
2019-06-07	433.9	2019-12-06	420.6	500.5	1	0
2019-06-10	430.2	2019-12-09	420.2	500.5	1	0
2019-06-11	432.2	2019-12-10	419.9	498.1	1	0
2019-06-12	435.3	2019-12-11	419.7	497.7	1	0
2019-06-13	437.5	2019-12-12	419.8	503.1	1	0
2019-06-14	437.8	2019-12-13	421.0	500.1	1	0
2019-06-17	434.5	2019-12-16	421.2	504.9	1	0
2019-06-18	438.9	2019-12-17	421.6	504.3	1	0
2019-06-19	435.6	2019-12-18	421.7	503.1	1	0
2019-06-21	437.4	2019-12-19	421.8	502.8	1	0
2019-06-24	435.4	2019-12-20	422.2	501.8	1	0

2019-06-25	431.8	2019-12-23	423.6	506.0	1	0
2019-06-26	432.2	2019-12-26	423.4	514.5	1	0
2019-06-27	438.3	2019-12-27	422.8	518.8	1	0
2019-06-28	438.1	2019-12-30	420.8	524.3	1	0
2019-07-01	439.7	2020-01-02	420.7	524.0	1	0
2019-07-02	442.2	2020-01-03	420.4	522.4	1	0
2019-07-03	446.5	2020-01-06	419.6	521.9	1	0
2019-07-04	453.5	2020-01-07	419.7	524.3	1	0
2019-07-05	451.8	2020-01-08	419.3	527.7	1	0
2019-07-08	454.2	2020-01-09	420.8	520.9	1	0
2019-07-10	457.8	2020-01-10	422.0	523.6	1	0
2019-07-11	454.0	2020-01-13	422.6	515.6	1	0
2019-07-12	456.3	2020-01-14	422.3	516.8	1	0
2019-07-15	456.1	2020-01-15	422.2	508.5	1	0
2019-07-16	456.7	2020-01-16	421.7	507.8	1	0
2019-07-17	461.8	2020-01-17	420.5	511.5	1	0
2019-07-18	469.4	2020-01-20	420.0	505.5	1	0
2019-07-19	470.0	2020-01-21	419.9	504.2	1	0
2019-07-22	471.5	2020-01-22	420.2	508.5	1	0
2019-07-23	469.5	2020-01-23	420.4	513.0	1	0
2019-07-24	474.0	2020-01-24	419.4	508.2	1	0
2019-07-25	477.0	2020-01-27	416.8	505.4	1	0
2019-07-26	475.6	2020-01-28	416.3	508.5	1	0
2019-07-29	473.5	2020-01-29	415.6	508.0	1	0
2019-07-30	471.8	2020-01-30	415.3	512.0	1	0
2019-07-31	468.0	2020-01-31	415.5	510.3	1	0
2019-08-01	466.8	2020-02-03	415.0	512.8	1	0
2019-08-02	461.0	2020-02-04	414.9	512.1	1	0
2019-08-05	452.5	2020-02-05	414.7	512.4	1	0
2019-08-06	454.1	2020-02-06	414.5	507.0	1	0
2019-08-07	453.5	2020-02-07	415.3	501.6	1	0
2019-08-08	461.5	2020-02-10	415.4	501.0	1	0
2019-08-09	460.6	2020-02-11	414.9	501.5	1	0
2019-08-12	457.6	2020-02-12	415.2	499.6	1	0
2019-08-13	459.1	2020-02-13	414.9	500.8	1	0
2019-08-14	449.3	2020-02-14	414.7	509.3	1	0
2019-08-15	452.3	2020-02-17	414.9	509.0	1	0

2019-08-16	452.5	2020-02-18	415.1	505.0	1	0
2019-08-19	444.0	2020-02-19	415.5	504.0	1	0
2019-08-20	443.4	2020-02-20	415.2	502.6	1	0
2019-08-21	445.3	2020-02-21	415.1	502.6	1	0
2019-08-22	439.1	2020-02-26	415.5	498.1	1	0
2019-08-23	431.6	2020-02-27	415.6	493.8	1	0
2019-08-26	426.9	2020-02-28	415.1	491.3	1	0
2019-08-27	423.2	2020-03-02	415.0	489.9	1	0
2019-08-28	421.1	2020-03-03	415.2	483.7	1	0
2019-08-29	417.2	2020-03-04	415.6	475.4	1	0
2019-08-30	421.6	2020-03-05	415.5	458.4	1	0
2019-09-02	418.8	2020-03-06	416.0	459.2	1	0
2019-09-03	422.5	2020-03-09	415.7	436.9	1	0
2019-09-04	432.4	2020-03-10	415.7	439.1	1	0
2019-09-05	433.9	2020-03-11	416.3	427.6	0	0
2019-09-06	435.6	2020-03-12	416.0	412.0	0	0
2019-09-09	434.2	2020-03-13	416.7	396.5	0	0
2019-09-10	432.2	2020-03-16	417.7	366.3	0	0
2019-09-11	431.3	2020-03-17	417.8	359.8	0	0
2019-09-12	431.7	2020-03-18	418.2	326.6	0	0
2019-09-13	428.1	2020-03-19	418.0	323.2	0	0
2019-09-16	436.1	2020-03-20	418.0	321.0	0	0
2019-09-17	443.3	2020-03-23	419.1	313.5	0	0
2019-09-18	439.1	2020-03-24	419.2	307.4	0	0
2019-09-19	433.4	2020-03-25	420.4	303.4	0	0
2019-09-20	433.7	2020-03-26	419.8	302.1	0	0
2019-09-23	433.1	2020-03-27	420.8	291.4	0	0
2019-09-24	432.5	2020-03-30	420.9	278.7	0	0
2019-09-25	436.1	2020-03-31	421.7	273.8	0	0
2019-09-26	436.1	2020-04-01	422.3	262.1	0	0
2019-09-27	435.9	2020-04-02	421.4	254.2	0	0
2019-09-30	437.4	2020-04-03	421.5	253.8	0	0
2019-10-01	436.8	2020-04-06	421.8	264.5	0	0
2019-10-02	443.9	2020-04-07	420.6	272.3	0	0
2019-10-03	450.4	2020-04-08	420.8	286.8	0	0
2019-10-04	453.0	2020-04-09	420.4	295.3	0	0
2019-10-07	452.1	2020-04-13	419.8	294.7	0	0

2019-10-08	456.4	2020-04-14	419.9	293.5	0	0
2019-10-09	456.2	2020-04-15	420.5	287.4	0	0
2019-10-10	453.4	2020-04-16	421.7	284.1	0	0
2019-10-11	457.3	2020-04-17	421.7	275.8	0	0
2019-10-14	452.9	2020-04-20	422.5	270.5	0	0
2019-10-15	450.3	2020-04-22	423.7	256.7	0	0
2019-10-16	449.0	2020-04-23	424.4	247.8	0	0
2019-10-17	447.5	2020-04-24	425.5	238.5	0	0
2019-10-18	450.4	2020-04-27	424.9	239.3	0	0
2019-10-21	450.4	2020-04-28	425.0	251.0	0	0
2019-10-22	459.9	2020-04-29	424.3	264.0	0	0
2019-10-23	467.1	2020-04-30	425.0	260.8	0	0
2019-10-24	468.5	2020-05-04	425.5	261.2	0	0
2019-10-25	472.6	2020-05-05	425.8	258.2	0	0
2019-10-28	477.7	2020-05-06	424.9	253.5	0	0
2019-10-29	483.5	2020-05-07	424.7	250.4	0	0
2019-10-30	485.5	2020-05-08	424.0	255.5	0	0
2019-10-31	483.0	2020-05-11	423.5	250.8	0	0
2019-11-01	483.4	2020-05-12	422.1	246.8	0	0
2019-11-04	484.3	2020-05-13	422.2	245.1	0	0
2019-11-05	486.5	2020-05-14	422.6	250.5	0	0
2019-11-06	475.9	2020-05-15	423.9	249.7	0	0
2019-11-07	476.2	2020-05-18	422.9	256.5	0	0
2019-11-08	467.5	2020-05-19	424.0	257.5	0	0
2019-11-11	471.2	2020-05-20	424.2	262.5	0	0
2019-11-12	467.8	2020-05-21	424.3	270.9	0	0
2019-11-13	466.1	2020-05-22	424.0	273.2	0	0
2019-11-14	467.9	2020-05-25	424.2	281.3	0	0
2019-11-18	467.1	2020-05-26	424.4	293.0	0	0
2019-11-19	467.1	2020-05-27	425.3	303.8	0	0
2019-11-21	469.8	2020-05-28	425.7	300.9	0	0
2019-11-22	471.0	2020-05-29	425.5	301.9	0	0
2019-11-25	474.7	2020-06-01	425.7	308.0	0	0
2019-11-26	474.4	2020-06-02	426.0	319.4	0	0
2019-11-27	481.8	2020-06-03	425.8	330.8	0	0
2019-11-28	491.7	2020-06-04	425.3	327.9	0	0
2019-11-29	490.9	2020-06-05	424.7	337.8	0	0

2019-12-02	492.6	2020-06-08	424.9	350.1	0	0
2019-12-03	493.5	2020-06-09	425.0	357.1	0	0
2019-12-04	493.9	2020-06-10	430.0	352.6	0	0
2019-12-05	495.3	2020-06-12	427.3	345.0	0	0
2019-12-06	500.5	2020-06-15	426.8	339.0	0	0
2019-12-09	500.5	2020-06-16	426.0	332.4	0	0
2019-12-10	498.1	2020-06-17	426.3	324.2	0	0
2019-12-11	497.7	2020-06-18	426.4	315.0	0	0
2019-12-12	503.1	2020-06-19	426.3	322.2	0	0
2019-12-13	500.1	2020-06-22	427.9	320.5	0	0
2019-12-16	504.9	2020-06-23	428.8	327.9	0	0
2019-12-17	504.3	2020-06-24	427.6	316.8	0	0
2019-12-18	503.1	2020-06-25	428.4	314.5	0	0
2019-12-19	502.8	2020-06-26	428.0	305.3	0	0
2019-12-20	501.8	2020-06-29	429.1	307.3	0	0
2019-12-23	506.0	2020-06-30	429.3	306.9	0	0
2019-12-26	514.5	2020-07-01	429.4	312.5	0	0
2019-12-27	518.8	2020-07-02	429.5	309.9	0	0
2019-12-30	524.3	2020-07-03	430.1	312.6	0	0
2020-01-02	524.0	2020-07-06	430.8	311.3	0	0
2020-01-03	522.4	2020-07-07	431.0	309.8	0	0
2020-01-06	521.9	2020-07-08	430.2	312.7	0	0
2020-01-07	524.3	2020-07-09	430.6	313.8	0	0
2020-01-08	527.7	2020-07-10	431.3	314.7	0	0
2020-01-09	520.9	2020-07-13	433.0	310.1	0	0
2020-01-10	523.6	2020-07-14	433.9	312.6	0	0
2020-01-13	515.6	2020-07-15	434.6	310.9	0	0
2020-01-14	516.8	2020-07-16	434.5	314.6	0	0
2020-01-15	508.5	2020-07-17	434.2	312.8	0	0
2020-01-16	507.8	2020-07-20	434.6	316.7	0	0
2020-01-17	511.5	2020-07-21	433.0	327.0	0	0
2020-01-20	505.5	2020-07-22	432.2	333.4	0	0
2020-01-21	504.2	2020-07-23	431.7	329.7	0	0
2020-01-22	508.5	2020-07-24	432.5	332.7	0	0
2020-01-23	513.0	2020-07-27	432.8	337.1	0	0
2020-01-24	508.2	2020-07-28	432.4	341.6	0	0
2020-01-27	505.4	2020-07-29	432.4	343.4	0	0

2020-01-28	508.5	2020-07-30	431.4	342.8	0	0
2020-01-29	508.0	2020-07-31	430.8	338.9	0	0
2020-01-30	512.0	2020-08-03	430.9	330.6	0	0
2020-01-31	510.3	2020-08-04	429.9	328.4	0	0
2020-02-03	512.8	2020-08-05	429.6	327.1	0	0
2020-02-04	512.1	2020-08-06	429.1	323.6	0	0
2020-02-05	512.4	2020-08-07	428.6	320.2	0	0
2020-02-06	507.0	2020-08-10	428.5	316.4	0	0
2020-02-07	501.6	2020-08-11	428.6	319.7	0	0
2020-02-10	501.0	2020-08-12	426.9	317.0	0	0
2020-02-11	501.5	2020-08-13	424.1	323.0	0	0
2020-02-12	499.6	2020-08-14	424.2	324.8	0	0
2020-02-13	500.8	2020-08-17	424.8	320.3	0	0
2020-02-14	509.3	2020-08-18	424.2	324.0	0	0
2020-02-17	509.0	2020-08-19	424.6	323.6	0	0
2020-02-18	505.0	2020-08-20	424.5	324.7	0	0
2020-02-19	504.0	2020-08-21	424.5	327.3	0	0
2020-02-20	502.6	2020-08-24	424.4	329.6	0	0
2020-02-21	502.6	2020-08-25	424.6	337.3	0	0
2020-02-26	498.1	2020-08-26	424.3	338.2	0	0
2020-02-27	493.8	2020-08-27	424.4	341.6	0	0
2020-02-28	491.3	2020-08-28	423.0	349.4	0	0
2020-03-02	489.9	2020-08-31	422.3	344.6	0	0
2020-03-03	483.7	2020-09-01	421.9	350.3	0	0
2020-03-04	475.4	2020-09-02	422.3	349.1	0	0
2020-03-05	458.4	2020-09-03	422.4	354.2	0	0
2020-03-06	459.2	2020-09-04	422.4	354.5	0	0
2020-03-09	436.9	2020-09-08	422.2	346.7	0	0
2020-03-10	439.1	2020-09-09	421.9	348.8	0	0
2020-03-11	427.6	2020-09-10	422.1	345.1	0	0
2020-03-12	412.0	2020-09-11	421.8	338.3	0	1
2020-03-13	396.5	2020-09-14	421.9	341.6	0	1
2020-03-16	366.3	2020-09-15	422.3	341.5	0	1
2020-03-17	359.8	2020-09-16	421.9	347.2	0	1
2020-03-18	326.6	2020-09-17	422.3	353.5	1	1
2020-03-19	323.2	2020-09-18	422.0	345.5	1	1
2020-03-20	321.0	2020-09-21	422.5	344.1	1	1

2020-03-23	313.5	2020-09-22	422.4	344.6	1	1
2020-03-24	307.4	2020-09-23	422.1	339.5	1	1
2020-03-25	303.4	2020-09-24	421.2	344.1	1	1
2020-03-26	302.1	2020-09-25	420.6	341.4	1	1
2020-03-27	291.4	2020-09-28	420.5	338.1	1	1
2020-03-30	278.7	2020-09-29	420.0	341.0	1	1
2020-03-31	273.8	2020-09-30	419.8	341.7	1	1
2020-04-01	262.1	2020-10-01	419.9	343.5	1	1
2020-04-02	254.2	2020-10-02	420.2	341.9	1	1
2020-04-03	253.8	2020-10-05	421.1	345.2	1	1
2020-04-06	264.5	2020-10-06	421.4	346.1	1	1
2020-04-07	272.3	2020-10-07	421.6	347.2	1	1
2020-04-08	286.8	2020-10-08	421.3	349.9	1	1
2020-04-09	295.3	2020-10-09	421.6	363.2	1	1
2020-04-13	294.7	2020-10-13	421.8	363.7	1	1
2020-04-14	293.5	2020-10-14	421.4	367.4	1	1
2020-04-15	287.4	2020-10-15	422.1	373.0	1	1
2020-04-16	284.1	2020-10-16	422.0	372.4	1	1
2020-04-17	275.8	2020-10-19	423.3	375.4	1	1
2020-04-20	270.5	2020-10-20	423.8	377.3	1	1
2020-04-22	256.7	2020-10-21	425.6	376.6	1	1
2020-04-23	247.8	2020-10-22	424.9	377.5	1	1
2020-04-24	238.5	2020-10-23	424.5	374.6	1	1
2020-04-27	239.3	2020-10-26	423.5	374.6	1	1
2020-04-28	251.0	2020-10-27	423.8	372.8	1	1
2020-04-29	264.0	2020-10-28	423.7	366.4	1	1
2020-04-30	260.8	2020-10-29	424.2	365.2	1	1
2020-05-04	261.2	2020-10-30	424.2	365.1	1	1
2020-05-05	258.2	2020-11-03	424.8	367.2	1	1
2020-05-06	253.5	2020-11-04	424.7	372.2	1	1
2020-05-07	250.4	2020-11-05	424.3	379.9	1	1
2020-05-08	255.5	2020-11-06	425.0	391.5	1	1
2020-05-11	250.8	2020-11-09	425.8	391.2	1	1
2020-05-12	246.8	2020-11-10	425.8	393.3	1	1
2020-05-13	245.1	2020-11-11	425.2	393.2	1	1
2020-05-14	250.5	2020-11-12	425.2	389.6	1	1
2020-05-15	249.7	2020-11-13	425.4	388.1	1	1

2020-05-18	256.5	2020-11-16	426.4	392.4	1	1
2020-05-19	257.5	2020-11-17	426.7	400.2	1	1
2020-05-20	262.5	2020-11-18	426.3	400.0	1	1
2020-05-21	270.9	2020-11-19	427.2	399.9	1	1
2020-05-22	273.2	2020-11-20	426.3	396.6	1	1
2020-05-25	281.3	2020-11-23	427.3	393.1	1	1
2020-05-26	293.0	2020-11-24	425.8	396.7	1	1
2020-05-27	303.8	2020-11-25	425.3	401.6	1	1
2020-05-28	300.9	2020-11-26	426.3	399.8	1	1
2020-05-29	301.9	2020-11-27	424.2	399.2	1	1
2020-06-01	308.0	2020-11-30	424.2	396.7	1	1
2020-06-02	319.4	2020-12-01	423.9	406.0	1	1
2020-06-03	330.8	2020-12-02	423.1	403.0	1	1
2020-06-04	327.9	2020-12-03	422.7	411.0	1	1
2020-06-05	337.8	2020-12-04	421.4	412.3	1	1
2020-06-08	350.1	2020-12-07	421.7	417.6	1	1
2020-06-09	357.1	2020-12-08	421.2	412.6	1	1
2020-06-10	352.6	2020-12-09	421.4	407.5	1	1
2020-06-12	345.0	2020-12-10	421.0	418.1	1	1
2020-06-15	339.0	2020-12-11	420.7	417.5	1	1

Tabela A.3 – Previsões para o modelo *long short-term memory* com horizonte de 252 dias

Date	Price	Date_pred	Predicted Price	Actual Price	Mov_true	Mov_Pred
2018-12-26	441.2	2020-01-03	433.4	522.4	1	0
2018-12-27	444.7	2020-01-06	439.9	521.9	1	0
2018-12-28	447.0	2020-01-07	442.3	524.3	1	0
2019-01-02	454.6	2020-01-08	439.1	527.7	1	0
2019-01-03	461.3	2020-01-09	439.0	520.9	1	0
2019-01-04	463.6	2020-01-10	442.8	523.6	1	0
2019-01-07	462.2	2020-01-13	442.1	515.6	1	0
2019-01-08	461.2	2020-01-14	442.0	516.8	1	0
2019-01-09	461.2	2020-01-15	440.9	508.5	1	0
2019-01-10	454.6	2020-01-16	440.3	507.8	1	0
2019-01-11	454.1	2020-01-17	439.6	511.5	1	0
2019-01-14	455.8	2020-01-20	441.4	505.5	1	0
2019-01-15	448.6	2020-01-21	440.0	504.2	1	0

2019-01-16	448.5	2020-01-22	441.0	508.5	1	0
2019-01-17	445.8	2020-01-23	443.1	513.0	1	0
2019-01-18	443.4	2020-01-24	445.0	508.2	1	1
2019-01-21	440.3	2020-01-27	444.1	505.4	1	1
2019-01-22	432.7	2020-01-28	441.6	508.5	1	1
2019-01-23	432.3	2020-01-29	442.7	508.0	1	1
2019-01-24	429.3	2020-01-30	443.1	512.0	1	1
2019-01-28	429.6	2020-01-31	443.4	510.3	1	1
2019-01-29	428.7	2020-02-03	441.7	512.8	1	1
2019-01-30	425.9	2020-02-04	440.3	512.1	1	1
2019-01-31	433.2	2020-02-05	440.0	512.4	1	1
2019-02-01	436.2	2020-02-06	440.7	507.0	1	1
2019-02-04	435.8	2020-02-07	441.4	501.6	1	1
2019-02-05	439.3	2020-02-10	440.2	501.0	1	1
2019-02-06	439.5	2020-02-11	444.2	501.5	1	1
2019-02-07	455.5	2020-02-12	442.0	499.6	1	0
2019-02-08	453.7	2020-02-13	440.9	500.8	1	0
2019-02-11	462.5	2020-02-14	441.9	509.3	1	0
2019-02-12	471.4	2020-02-17	441.3	509.0	1	0
2019-02-13	467.4	2020-02-18	442.8	505.0	1	0
2019-02-14	472.5	2020-02-19	441.8	504.0	1	0
2019-02-15	479.5	2020-02-20	440.9	502.6	1	0
2019-02-18	484.1	2020-02-21	445.6	502.6	1	0
2019-02-19	494.1	2020-02-26	447.7	498.1	1	0
2019-02-20	501.9	2020-02-27	450.1	493.8	0	0
2019-02-21	509.2	2020-02-28	455.2	491.3	0	0
2019-02-22	516.2	2020-03-02	456.8	489.9	0	0
2019-02-25	520.2	2020-03-03	457.8	483.7	0	0
2019-02-26	516.1	2020-03-04	459.1	475.4	0	0
2019-02-27	514.1	2020-03-05	457.1	458.4	0	0
2019-02-28	513.6	2020-03-06	455.8	459.2	0	0
2019-03-01	508.5	2020-03-09	452.7	436.9	0	0
2019-03-06	500.1	2020-03-10	451.6	439.1	0	0
2019-03-07	493.5	2020-03-11	448.2	427.6	0	0
2019-03-08	498.4	2020-03-12	447.8	412.0	0	0
2019-03-11	500.9	2020-03-13	446.3	396.5	0	0
2019-03-12	502.9	2020-03-16	448.0	366.3	0	0

2019-03-13	503.3	2020-03-17	447.5	359.8	0	0
2019-03-14	494.7	2020-03-18	447.5	326.6	0	0
2019-03-15	493.6	2020-03-19	449.0	323.2	0	0
2019-03-18	492.2	2020-03-20	449.6	321.0	0	0
2019-03-19	493.1	2020-03-23	453.8	313.5	0	0
2019-03-20	490.0	2020-03-24	456.6	307.4	0	0
2019-03-21	479.7	2020-03-25	454.9	303.4	0	0
2019-03-22	459.1	2020-03-26	455.9	302.1	0	0
2019-03-25	449.5	2020-03-27	453.6	291.4	0	1
2019-03-26	443.9	2020-03-30	455.6	278.7	0	1
2019-03-27	429.4	2020-03-31	458.7	273.8	0	1
2019-03-28	430.4	2020-04-01	456.7	262.1	0	1
2019-03-29	430.3	2020-04-02	457.3	254.2	0	1
2019-04-01	435.6	2020-04-03	457.5	253.8	0	1
2019-04-02	436.2	2020-04-06	457.6	264.5	0	1
2019-04-03	434.9	2020-04-07	457.7	272.3	0	1
2019-04-04	446.1	2020-04-08	456.4	286.8	0	1
2019-04-05	469.4	2020-04-09	455.1	295.3	0	0
2019-04-08	499.5	2020-04-13	453.3	294.7	0	0
2019-04-09	512.2	2020-04-14	454.0	293.5	0	0
2019-04-10	517.7	2020-04-15	452.7	287.4	0	0
2019-04-11	511.8	2020-04-16	451.6	284.1	0	0
2019-04-12	505.7	2020-04-17	449.8	275.8	0	0
2019-04-15	513.7	2020-04-20	441.3	270.5	0	0
2019-04-16	519.6	2020-04-22	438.9	256.7	0	0
2019-04-17	531.5	2020-04-23	438.1	247.8	0	0
2019-04-18	535.8	2020-04-24	437.1	238.5	0	0
2019-04-22	526.0	2020-04-27	432.2	239.3	0	0
2019-04-23	517.1	2020-04-28	434.1	251.0	0	0
2019-04-24	483.7	2020-04-29	438.8	264.0	0	0
2019-04-25	463.0	2020-04-30	438.7	260.8	0	0
2019-04-26	455.6	2020-05-04	432.8	261.2	0	0
2019-04-29	445.3	2020-05-05	433.3	258.2	0	0
2019-04-30	446.3	2020-05-06	431.1	253.5	0	0
2019-05-02	435.1	2020-05-07	431.0	250.4	0	0
2019-05-03	430.4	2020-05-08	433.3	255.5	0	1
2019-05-06	426.0	2020-05-11	432.5	250.8	0	1

2019-05-07	421.3	2020-05-12	438.2	246.8	0	1
2019-05-08	424.9	2020-05-13	434.8	245.1	0	1
2019-05-09	422.3	2020-05-14	432.9	250.5	0	1
2019-05-10	424.9	2020-05-15	430.7	249.7	0	1
2019-05-13	428.2	2020-05-18	427.4	256.5	0	0
2019-05-14	441.4	2020-05-19	424.5	257.5	0	0
2019-05-15	445.9	2020-05-20	423.9	262.5	0	0
2019-05-16	442.0	2020-05-21	428.2	270.9	0	0
2019-05-17	433.8	2020-05-22	430.1	273.2	0	0
2019-05-20	428.1	2020-05-25	434.5	281.3	0	1
2019-05-21	431.0	2020-05-26	437.9	293.0	0	1
2019-05-22	426.8	2020-05-27	441.8	303.8	0	1
2019-05-23	419.0	2020-05-28	444.6	300.9	0	1
2019-05-24	420.4	2020-05-29	445.8	301.9	0	1
2019-05-27	414.1	2020-06-01	446.7	308.0	0	1
2019-05-28	415.4	2020-06-02	444.0	319.4	0	1
2019-05-29	422.8	2020-06-03	443.4	330.8	0	1
2019-05-30	432.0	2020-06-04	442.6	327.9	0	1
2019-05-31	444.2	2020-06-05	438.5	337.8	0	0
2019-06-03	449.8	2020-06-08	430.2	350.1	0	0
2019-06-04	450.1	2020-06-09	429.1	357.1	0	0
2019-06-05	442.6	2020-06-10	423.3	352.6	0	0
2019-06-06	439.2	2020-06-12	420.4	345.0	0	0
2019-06-07	433.9	2020-06-15	419.8	339.0	0	0
2019-06-10	430.2	2020-06-16	415.6	332.4	0	0
2019-06-11	432.2	2020-06-17	412.5	324.2	0	0
2019-06-12	435.3	2020-06-18	410.6	315.0	0	0
2019-06-13	437.5	2020-06-19	413.4	322.2	0	0
2019-06-14	437.8	2020-06-22	412.9	320.5	0	0
2019-06-17	434.5	2020-06-23	412.4	327.9	0	0
2019-06-18	438.9	2020-06-24	412.3	316.8	0	0
2019-06-19	435.6	2020-06-25	416.0	314.5	0	0
2019-06-21	437.4	2020-06-26	415.2	305.3	0	0
2019-06-24	435.4	2020-06-29	416.8	307.3	0	0
2019-06-25	431.8	2020-06-30	416.2	306.9	0	0
2019-06-26	432.2	2020-07-01	413.9	312.5	0	0
2019-06-27	438.3	2020-07-02	414.4	309.9	0	0

2019-06-28	438.1	2020-07-03	412.0	312.6	0	0
2019-07-01	439.7	2020-07-06	411.3	311.3	0	0
2019-07-02	442.2	2020-07-07	412.9	309.8	0	0
2019-07-03	446.5	2020-07-08	411.9	312.7	0	0
2019-07-04	453.5	2020-07-09	412.3	313.8	0	0
2019-07-05	451.8	2020-07-10	411.7	314.7	0	0
2019-07-08	454.2	2020-07-13	411.3	310.1	0	0
2019-07-10	457.8	2020-07-14	408.7	312.6	0	0
2019-07-11	454.0	2020-07-15	407.0	310.9	0	0
2019-07-12	456.3	2020-07-16	408.9	314.6	0	0
2019-07-15	456.1	2020-07-17	410.7	312.8	0	0
2019-07-16	456.7	2020-07-20	412.3	316.7	0	0
2019-07-17	461.8	2020-07-21	414.5	327.0	0	0
2019-07-18	469.4	2020-07-22	414.9	333.4	0	0
2019-07-19	470.0	2020-07-23	413.7	329.7	0	0
2019-07-22	471.5	2020-07-24	412.8	332.7	0	0
2019-07-23	469.5	2020-07-27	414.1	337.1	0	0
2019-07-24	474.0	2020-07-28	411.9	341.6	0	0
2019-07-25	477.0	2020-07-29	412.7	343.4	0	0
2019-07-26	475.6	2020-07-30	412.1	342.8	0	0
2019-07-29	473.5	2020-07-31	411.4	338.9	0	0
2019-07-30	471.8	2020-08-03	409.9	330.6	0	0
2019-07-31	468.0	2020-08-04	412.1	328.4	0	0
2019-08-01	466.8	2020-08-05	414.2	327.1	0	0
2019-08-02	461.0	2020-08-06	415.6	323.6	0	0
2019-08-05	452.5	2020-08-07	415.3	320.2	0	0
2019-08-06	454.1	2020-08-10	416.0	316.4	0	0
2019-08-07	453.5	2020-08-11	416.9	319.7	0	0
2019-08-08	461.5	2020-08-12	419.0	317.0	0	0
2019-08-09	460.6	2020-08-13	423.0	323.0	0	0
2019-08-12	457.6	2020-08-14	421.4	324.8	0	0
2019-08-13	459.1	2020-08-17	422.3	320.3	0	0
2019-08-14	449.3	2020-08-18	422.5	324.0	0	0
2019-08-15	452.3	2020-08-19	421.7	323.6	0	0
2019-08-16	452.5	2020-08-20	419.8	324.7	0	0
2019-08-19	444.0	2020-08-21	418.1	327.3	0	0
2019-08-20	443.4	2020-08-24	420.3	329.6	0	0

2019-08-21	445.3	2020-08-25	414.4	337.3	0	0
2019-08-22	439.1	2020-08-26	414.0	338.2	0	0
2019-08-23	431.6	2020-08-27	410.8	341.6	0	0
2019-08-26	426.9	2020-08-28	408.9	349.4	0	0
2019-08-27	423.2	2020-08-31	407.5	344.6	0	0
2019-08-28	421.1	2020-09-01	410.1	350.3	0	0
2019-08-29	417.2	2020-09-02	408.1	349.1	0	0
2019-08-30	421.6	2020-09-03	406.8	354.2	0	0
2019-09-02	418.8	2020-09-04	405.6	354.5	0	0
2019-09-03	422.5	2020-09-08	403.8	346.7	0	0
2019-09-04	432.4	2020-09-09	401.7	348.8	0	0
2019-09-05	433.9	2020-09-10	400.1	345.1	0	0
2019-09-06	435.6	2020-09-11	401.4	338.3	0	0
2019-09-09	434.2	2020-09-14	400.0	341.6	0	0
2019-09-10	432.2	2020-09-15	399.1	341.5	0	0
2019-09-11	431.3	2020-09-16	398.0	347.2	0	0
2019-09-12	431.7	2020-09-17	399.9	353.5	0	0
2019-09-13	428.1	2020-09-18	398.4	345.5	0	0
2019-09-16	436.1	2020-09-21	398.4	344.1	0	0
2019-09-17	443.3	2020-09-22	398.4	344.6	0	0
2019-09-18	439.1	2020-09-23	398.5	339.5	0	0
2019-09-19	433.4	2020-09-24	399.7	344.1	0	0
2019-09-20	433.7	2020-09-25	399.8	341.4	0	0
2019-09-23	433.1	2020-09-28	400.0	338.1	0	0
2019-09-24	432.5	2020-09-29	398.5	341.0	0	0
2019-09-25	436.1	2020-09-30	399.1	341.7	0	0
2019-09-26	436.1	2020-10-01	400.2	343.5	0	0
2019-09-27	435.9	2020-10-02	400.8	341.9	0	0
2019-09-30	437.4	2020-10-05	403.5	345.2	0	0
2019-10-01	436.8	2020-10-06	403.3	346.1	0	0
2019-10-02	443.9	2020-10-07	403.6	347.2	0	0
2019-10-03	450.4	2020-10-08	402.1	349.9	0	0
2019-10-04	453.0	2020-10-09	398.9	363.2	0	0
2019-10-07	452.1	2020-10-13	402.9	363.7	0	0
2019-10-08	456.4	2020-10-14	405.0	367.4	0	0
2019-10-09	456.2	2020-10-15	406.0	373.0	0	0
2019-10-10	453.4	2020-10-16	407.6	372.4	0	0

2019-10-11	457.3	2020-10-19	409.2	375.4	0	0
2019-10-14	452.9	2020-10-20	406.2	377.3	0	0
2019-10-15	450.3	2020-10-21	407.2	376.6	0	0
2019-10-16	449.0	2020-10-22	405.6	377.5	0	0
2019-10-17	447.5	2020-10-23	399.1	374.6	0	0
2019-10-18	450.4	2020-10-26	398.3	374.6	0	0
2019-10-21	450.4	2020-10-27	396.5	372.8	0	0
2019-10-22	459.9	2020-10-28	391.6	366.4	0	0
2019-10-23	467.1	2020-10-29	392.8	365.2	0	0
2019-10-24	468.5	2020-10-30	393.0	365.1	0	0
2019-10-25	472.6	2020-11-03	392.1	367.2	0	0
2019-10-28	477.7	2020-11-04	391.8	372.2	0	0
2019-10-29	483.5	2020-11-05	402.8	379.9	0	0
2019-10-30	485.5	2020-11-06	400.2	391.5	0	0
2019-10-31	483.0	2020-11-09	402.5	391.2	0	0
2019-11-01	483.4	2020-11-10	400.9	393.3	0	0
2019-11-04	484.3	2020-11-11	404.6	393.2	0	0
2019-11-05	486.5	2020-11-12	400.9	389.6	0	0
2019-11-06	475.9	2020-11-13	401.6	388.1	0	0
2019-11-07	476.2	2020-11-16	402.8	392.4	0	0
2019-11-08	467.5	2020-11-17	403.4	400.2	0	0
2019-11-11	471.2	2020-11-18	405.8	400.0	0	0
2019-11-12	467.8	2020-11-19	408.2	399.9	0	0
2019-11-13	466.1	2020-11-20	406.7	396.6	0	0
2019-11-14	467.9	2020-11-23	401.2	393.1	0	0
2019-11-18	467.1	2020-11-24	405.0	396.7	0	0
2019-11-19	467.1	2020-11-25	403.1	401.6	0	0
2019-11-21	469.8	2020-11-26	401.9	399.8	0	0
2019-11-22	471.0	2020-11-27	401.6	399.2	0	0
2019-11-25	474.7	2020-11-30	404.8	396.7	0	0
2019-11-26	474.4	2020-12-01	403.7	406.0	0	0
2019-11-27	481.8	2020-12-02	403.0	403.0	0	0
2019-11-28	491.7	2020-12-03	404.1	411.0	0	0
2019-11-29	490.9	2020-12-04	402.7	412.3	0	0
2019-12-02	492.6	2020-12-07	411.4	417.6	0	0
2019-12-03	493.5	2020-12-08	404.2	412.6	0	0
2019-12-04	493.9	2020-12-09	411.0	407.5	0	0

2019-12-05	495.3	2020-12-10	412.1	418.1	0	0
2019-12-06	500.5	2020-12-11	416.7	417.5	0	0

APÊNDICE B

APÊNDICES DO CAPÍTULO 3 — MATERIAL COMPLEMENTAR

2.1 RESULTADOS COMPLEMENTARES

Tabela B.1 – Resultados da revisão da literatura codificados em cada uma das sete categorias

#	Ano	1	2	3	4	5	6	7	#	Ano	1	2	3	4	5	6	7	#	Ano	1	2	3	4	5	6	7
1	2000	A	C,E	C	C	B	A	A	28	2019	B	C	C	A	A	A	A	55	2020	A	A	C	C	C	C	A
2	2010	B	A,C	E	C	C	C	C	29	2018	B	C	C	C	C	C	C	56	2020	A	C	B	D	C	C	A
3	2012	A	C,E	D	E	C	C	C	30	2020	B	A	D	C	E	B	A	57	2020	A	A,C	D	E	B	C	A
4	2017	A	A	A	E	C	C	C	31	2020	A	B	C	C	C	C	C	58	2020	A	D	B	C	A	C	A
5	2016	A	B	C	C	C	C	A	32	2020	A	A	A	A	A	A	A	59	2016	A	A,C	A	D	C	C	A
6	2014	A	C	C	C	B	A	A	33	2020	A	C	C	C	C	C	C	60	2020	A	A,C	D	C	B	C	A
7	2009	A	C	B	C	C	C	A	34	2020	A	C	B	C	C	C	C	61	2020	A	C	B	B	A	C	A
8	2011	A	E	C	A	A	A	A	35	2020	A	A	A	A	A	A	A	62	2020	A	E	B	B	B	C	A
9	2017	A	B	B	A	A	A	A	36	2011	A	C,E	C	C	D	C	C	63	2020	A	E	D	B	B	C	C
10	2008	B	A	E	C	C	A	A	37	2020	A	A,E	C	C	C	C	C	64	2020	A	C	E	B	B	A	A
11	2019	A	E	D	B	A	A	A	38	2020	A	A,C	B	C	C	C	C	65	2020	A	C	C	C	C	C	C
12	2020	A	E	B	B	A	A	A	39	2019	A	B,D	D	B	E	B	C	66	2020	A	E	E	C	C	C	C
13	2011	A	C	E	C	C	C	A	40	2020	A	A	E	E	E	B	C	67	2020	A	C	D	A	A	C	C
14	2018	A	E	D	D	C	C	C	41	2020	A	E	E	E	E	B	C	68	2019	A	C	C	E	E	C	C
15	2019	A	C,E	B	B	C	C	A	42	2019	A	A,C,E	E	E	E	B	C	69	2020	A	C	D	E	E	C	C
16	2016	A	C	C	C	A	A	A	43	2020	A	A	B	D	D	A	C	70	2010	A	C	E	E	A	A	C
17	2020	A	A	A	E	C	C	A	44	2020	A	A,C	A	E	E	A	A	71	2020	A	D	E	C	E	C	C
18	2017	A	E	B	B	C	A	A	45	2020	A	B,D,E	D	B	A	A	A	72	2020	A	A	C	D	A	C	C
19	2012	A	A	C	E	E	C	C	46	2020	A	B,D,C	C	B	E	B	A	73	2020	A	A	A	A	E	E	C
20	2020	A	C	E	E	C	C	C	47	2020	A	B,D,E	B	C	D	C	C	74	2020	A	C,D	E	C	E	C	C
21	2020	B	A	E	B	B	A	A	48	2020	A	A	B	B	A	A	A	75	2016	A	A,C	B	E	D	C	C
22	2019	A	B	B	A	A	C	C	49	2020	C	B,D,E	B	A	C	C	A	76	2020	A	E	D	B	A	A	C
23	2020	B	A	E	E	C	C	C	50	2019	A	C	D	C	B	C	C	77	2020	A	A	E	D	B	C	C
24	2008	A	C	B	D	C	A	C	51	2020	A	D	C	B	C	B	C	78	2020	A	A	A	A	B	C	C
25	2020	A	C	C	B	C	C	C	52	2020	A	A,E	A	B	C	C	C	79	2020	A	A	D	B	B	C	C
26	2009	A	C,E	C	C	C	C	A	53	2018	A	A	E	E	E	B	C	80	2020	A	E	D	E	B	C	C
27	2019	B	A	E	E	C	A	C	54	2020	A	E	B,C	A	B	B	B	81	2020	A	B	B	B	B	B	B

APÊNDICE C

APÊNDICES DO CAPÍTULO 4 — CONCEITOS DE
APRENDIZADO POR REFORÇO3.1 INTRODUÇÃO AO *reinforcement learning*3.1.1 COMPONENTES BÁSICOS DE UM PROBLEMA DE *reinforcement learning*

A questão do RL é concebida como uma estruturação clara do desafio de aprender através da interação, com o propósito de alcançar um objetivo específico (SUTTON; BARTO, 2018). Nesse contexto, é importante definir os componentes fundamentais utilizados em um problema de *random forest* (RF). São eles:

- Agente;
- Ambiente;
- Estado;
- Ações;
- Recompensas.

Conforme explicado por Lapan (2018), no RL, o agente, geralmente um software, interage com o ambiente através de ações, observações e recompensas. Tais agentes são aplicados a uma variedade de contextos, como sistemas de negociação financeira, programas de xadrez e treinamento de cães. O ambiente em RL é definido como tudo externo ao agente, com a interação entre eles mediada pelas ações, recompensas e observações. Estas últimas são representações parciais do estado do ambiente, que é a descrição completa do mesmo em um dado momento. As ações do agente variam de simples a complexas, podendo ser discretas ou contínuas. A recompensa, um valor escalar que o agente recebe do ambiente, serve como retroalimentação para o agente, influenciando seu comportamento futuro (LAPAN, 2018). A Figura C.1 ilustra o fluxo entre esses componentes:

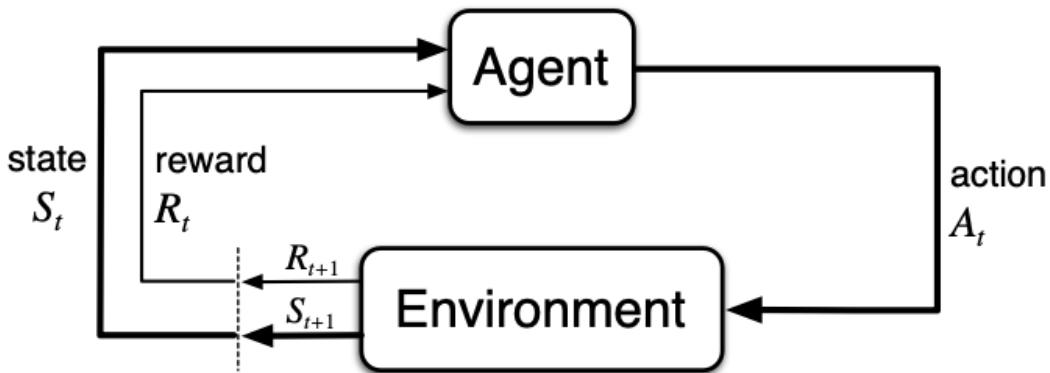


Figura C.1 – Interação entre o agente e o ambiente. Fonte: Sutton e Barto (2018).

3.2 FUNDAMENTOS DO *reinforcement learning*

3.2.1 FUNÇÃO DE TRANSIÇÃO

Assim como demonstrado em Sutton e Barto (2018), a função de transição, representada por $P(s'|s, a)$, desempenha um papel crucial em RL ao definir as dinâmicas de transição do ambiente. Essa função quantifica a probabilidade de um agente transitar do estado atual s para um novo estado s' ao tomar uma ação a . Esta formulação é vital para entender as consequências das ações do agente e sua interação com o ambiente. A equação de Bellman, crucial para a análise de valor de estado em RL, é diretamente influenciada pela função de transição:

$$V(s) = \sum_{a \in A} \pi(a|s) \sum_{s' \in S} P(s'|s, a) [r(s, a, s') + \gamma V(s')] \quad (\text{C.1})$$

Onde $V(s)$ é o valor do estado s ; $\pi(a|s)$ indica a probabilidade sob a política de escolher a ação a no estado s ; e γ é o fator de desconto, refletindo a importância das recompensas futuras. A função de transição $P(s'|s, a)$, portanto, é integral para determinar o valor esperado de futuras recompensas, permitindo que o agente faça previsões informadas sobre as consequências a longo prazo de suas ações.

3.2.2 POLÍTICA DE ESTADO

A política de estado, $\pi(a|s)$, especifica a estratégia que um agente segue ao selecionar ações em resposta a diferentes estados. Em RL, a escolha da política é fundamental, pois direciona o comportamento do agente, visando maximizar a recompensa total ao longo do tempo. Políticas podem ser classificadas como determinísticas, onde uma ação específica é selecionada para cada estado, ou estocásticas, onde as ações são selecionadas com base em uma distribuição de probabilidade.

A relação entre a política de estado e a função de transição é essencial para a formulação

do problema de RL e é capturada pela equação de Bellman. Esta equação não apenas reflete a estrutura da política adotada, mas também incorpora a natureza probabilística das transições de estado, fundamentando a avaliação e otimização de políticas em ambientes dinâmicos. A escolha e otimização de uma política adequada, portanto, são centrais para o sucesso de um agente de RL na navegação e na tomada de decisões dentro de seu ambiente, conforme articulado por (SUTTON; BARTO, 2018).

3.3 MODELOS E ALGORITMOS DE *reinforcement learning*

3.3.1 MODELOS BASEADOS EM VALOR

Modelos baseados em valor, como *Q-learning* e DQNs, concentram-se em aprender a função de valor que associa estados (ou pares estado-ação) a valores representativos da recompensa cumulativa esperada. O *Q-learning* é uma abordagem tabular que atualiza as estimativas dos valores Q para cada par estado-ação. Por outro lado, a DQN estende o *Q-learning* para espaços de estados contínuos e complexos, empregando redes neurais profundas para aproximar a função Q, proporcionando uma generalização eficaz em ambientes de alta dimensionalidade (MNIH et al., 2015).

3.3.2 MODELOS BASEADOS EM POLÍTICAS

Os modelos baseados em políticas, como os métodos de gradiente de política e o REINFORCE, buscam aprender diretamente a política ótima. Os métodos de gradiente de política ajustam os parâmetros da política com o objetivo de maximizar a recompensa esperada. O REINFORCE, uma variante específica dos métodos de gradiente de política, aproveita a recompensa total de episódios completos para orientar a atualização da política em direção a ações mais benéficas (WILLIAMS, 1992; SUTTON et al., 2000).

3.3.3 MODELOS BASEADOS EM *actor-critic*

Nos modelos *actor-critic*, uma estrutura híbrida é empregada para combinar os pontos fortes dos métodos baseados em valor e baseados em política em RL. O componente *actor* determina as ações com base na política atual, enquanto o *critic* avalia essas ações usando uma função de valor e fornece um sinal de erro que orienta a atualização do *actor* (BHATNAGAR et al., 2009).

3.3.3.1 *Advantage actor-critic*

O A2C, uma evolução do método *actor-critic* tradicional, incorpora a função de vantagem para diminuir a variância dos gradientes e acelerar a convergência, diferenciando-se do *asynch-*

ronous advantage actor-critic por ser uma implementação síncrona e determinística que atualiza os parâmetros somente após o término das experiências de todos os *actors*. Essa característica otimiza o uso de GPUs e eleva a eficiência computacional. Embora o A2C aprimore a estabilidade do aprendizado por reduzir a variância e melhorar a eficiência computacional, ele demanda uma atenção meticulosa no ajuste dos hiperparâmetros e no equilíbrio das taxas de aprendizado entre o *actor* e o *critic*, visando a maximização do desempenho em diversos ambientes de RL (MNIH et al., 2016; WU et al., 2017).

A arquitetura e a eficácia do A2C são discutidas em detalhes no trabalho de Mnih et al. (2016), que estabelece uma base teórica sólida para métodos assíncronos em RL, e nas implementações disponibilizadas pela Wu et al. (2017), que oferecem exemplos práticos de aplicação do A2C em diversos ambientes.

3.3.3.2 Deep deterministic policy gradient

O DDPG é um algoritmo do tipo *actor-critic* e *model-free*, fundamentado no gradiente de política determinística, que opera sobre espaços de ação contínuos. Esse algoritmo integra a abordagem *actor-critic* com as percepções obtidas a partir das DQNs, adotando especialmente duas ideias principais: 1) o treinamento da rede é realizado *off-policy* com amostras de um *replay buffer* para minimizar correlações entre amostras, e 2) a rede é treinada com uma rede Q alvo para fornecer alvos consistentes durante os *backups* de diferença temporal. O DDPG também incorpora a normalização em lote para melhorar a estabilidade e a eficiência do treinamento (LILlicrap et al., 2015).

A característica *model-free* indica que ele não faz suposições ou estimativas sobre a dinâmica do ambiente, isto é, a distribuição de probabilidade das transições de estado ou a função de recompensa. Essa característica permite que o DDPG aprenda a política ótima e a função de valor diretamente a partir da interação com o ambiente, sem a necessidade de um modelo prévio do mesmo (SUTTON; BARTO, 2018).

3.3.3.3 Proximal policy optimization

O PPO é um algoritmo de gradiente de política para aprendizado por reforço que visa oferecer eficiência de dados e desempenho confiável, similar ao *trust region policy optimization*, mas utilizando apenas otimização de primeira ordem. Uma característica inovadora do PPO é a introdução de um objetivo modificado que penaliza mudanças significativas na política, o que é realizado através do uso de uma função de recorte no cálculo da razão de probabilidade entre políticas novas e antigas. Esse mecanismo de recorte serve para prevenir atualizações de política excessivamente grandes, assegurando uma melhoria mais conservadora e estável na política de decisão do agente (SCHULMAN et al., 2017).

Apesar de suas vantagens, como simplicidade de implementação e bom desempenho em

uma variedade de tarefas, o PPO também possui limitações. A técnica de recorte, embora eficaz em restringir grandes mudanças na política, pode levar a políticas subótimas ao desencorajar a exploração suficiente do espaço de ações, potencialmente prendendo o agente em ótimos locais. Além disso, a seleção do hiperparâmetro de recorte (ϵ) é crítica e pode exigir ajuste fino para diferentes ambientes de aprendizado por reforço. Implementações do PPO frequentemente incorporam métodos adicionais, como parada antecipada baseada em divergência de Kullback-Leibler, para mitigar o risco de desvios significativos da política antiga. Ainda assim, a escolha desses métodos adicionais e seus parâmetros requer cuidadosa consideração (HEESS et al., 2017).

3.3.3.4 *Soft actor-critic*

O SAC é um algoritmo de aprendizado por reforço profundo *off-policy*, baseado no framework de entropia máxima, que visa a maximização tanto da recompensa esperada quanto da entropia da política. Este enfoque não apenas favorece um desempenho superior em tarefas, mas também promove uma exploração mais ampla do espaço de ações ao encorajar políticas estocásticas, o que pode resultar em comportamentos quase ótimos e diversificados. A inclusão da entropia como parte do objetivo otimiza as políticas para agir de forma tão aleatória quanto possível, dentro das limitações de sucesso na tarefa, contribuindo para uma melhor exploração e, potencialmente, para a aceleração da velocidade de aprendizagem em comparação com métodos que otimizam apenas a função de recompensa convencional de RL (HAARNOJA et al., 2018).

Além de suas características teóricas inovadoras, o SAC demonstrou desempenho de ponta em uma gama de tarefas de controle contínuo, superando métodos *on-policy* e *off-policy* anteriores. Sua formulação estocástica e *off-policy*, combinada com atualizações estáveis do ator-crítico, contribui para uma convergência confiável e uma complexidade amostral relativamente baixa. Notavelmente, o SAC mostra grande estabilidade em seu desempenho, alcançando resultados consistentes através de diferentes inicializações aleatórias, o que destaca sua robustez e a torna uma abordagem atraente para aplicações em domínios complexos e do mundo real (HAARNOJA et al., 2018).

3.3.3.5 *Twin-delayed deep deterministic policy gradient*

O TD3 se apresenta como uma significativa evolução em relação ao algoritmo DDPG, incorporando inovações destinadas a aprimorar a precisão e a estabilidade do aprendizado em ambientes de controle contínuo. Uma das principais melhorias do TD3 é a adoção do *clipped double Q-learning*, que utiliza duas funções Q para reduzir o viés de superestimação, uma limitação notória do DDPG. Além disso, o TD3 incorpora atualizações atrasadas para as redes de política e alvo, visando amortecer oscilações induzidas por atualizações de política prematuras.

Por fim, a suavização da política-alvo é implementada para atenuar a variabilidade das atualizações da política, promovendo uma convergência mais suave e estável (FUJIMOTO; HOOF; MEGER, 2018).

O algoritmo TD3 é particularmente recomendado para situações que demandam um equilíbrio cuidadoso entre exploração e exploração, especialmente em contextos onde erros de superestimação podem conduzir a políticas subótimas. Graças às suas inovações metodológicas, o TD3 supera o DDPG em termos de estabilidade e robustez, mostrando-se uma escolha preferencial em uma ampla gama de aplicações práticas de aprendizado por reforço em ambientes com ações contínuas (FUJIMOTO; HOOF; MEGER, 2018).

APÊNDICE D

APÊNDICES DO CAPÍTULO 4 — RESULTADOS E SIMULAÇÕES
EXTRAS**4.1 ATIVOS E COMMODITIES UTILIZADOS NO TRABALHO**

No estudo da gestão de carteiras, uma diversidade de ativos foi cuidadosamente selecionada para compreender as dinâmicas de mercado em diferentes geografias e segmentos. Entre os ativos brasileiros, destacam-se: Petrobras (PETR4.SA e PETR3.SA), Vale (VALE3.SA), Itaú Unibanco (ITUB4.SA), Magazine Luiza (MGLU3.SA), Banco do Brasil (BBAS3.SA), Bradesco (BBDC4.SA), B3 (B3SA3.SA), Localiza (RENT3.SA) e Eletrobras (ELET3.SA).

Nos Estados Unidos, a seleção inclui gigantes tecnológicos e industriais, como: Meta Platforms (META), Apple (AAPL), Amazon (AMZN), Ford Motor Company (F), AT&T (T), Bank of America (BAC), Alphabet (GOOGL), Microsoft (MSFT), Intel Corporation (INTC) e Comcast Corporation (CMCSA).

No panorama europeu, contemplaram-se: Intesa Sanpaolo (ISP.MI), Enel (ENEL.MI), Banco Santander (SAN.MC), ING Group (INGA.AS), ENI (ENI.MI), BBVA (BBVA.MC), Iberdrola (IBE.MC), AXA (CS.PA), Stellantis (STLA.MI) e Deutsche Telekom (DTE.DE).

Da China, incluíram-se empresas como: Zijin Mining (601899.SS), Angang Steel (600010.SS), GD Power Development (600795.SS), China Minmetals Rare Earth (603993.SS), Yanzhou Coal Mining (600157.SS), Agricultural Bank of China (601288.SS), China Unicom (600050.SS), Industrial and Commercial Bank of China (601398.SS), Jilin Electric Power (600537.SS) e Lanzhou Greatwall Electrical (600777.SS).

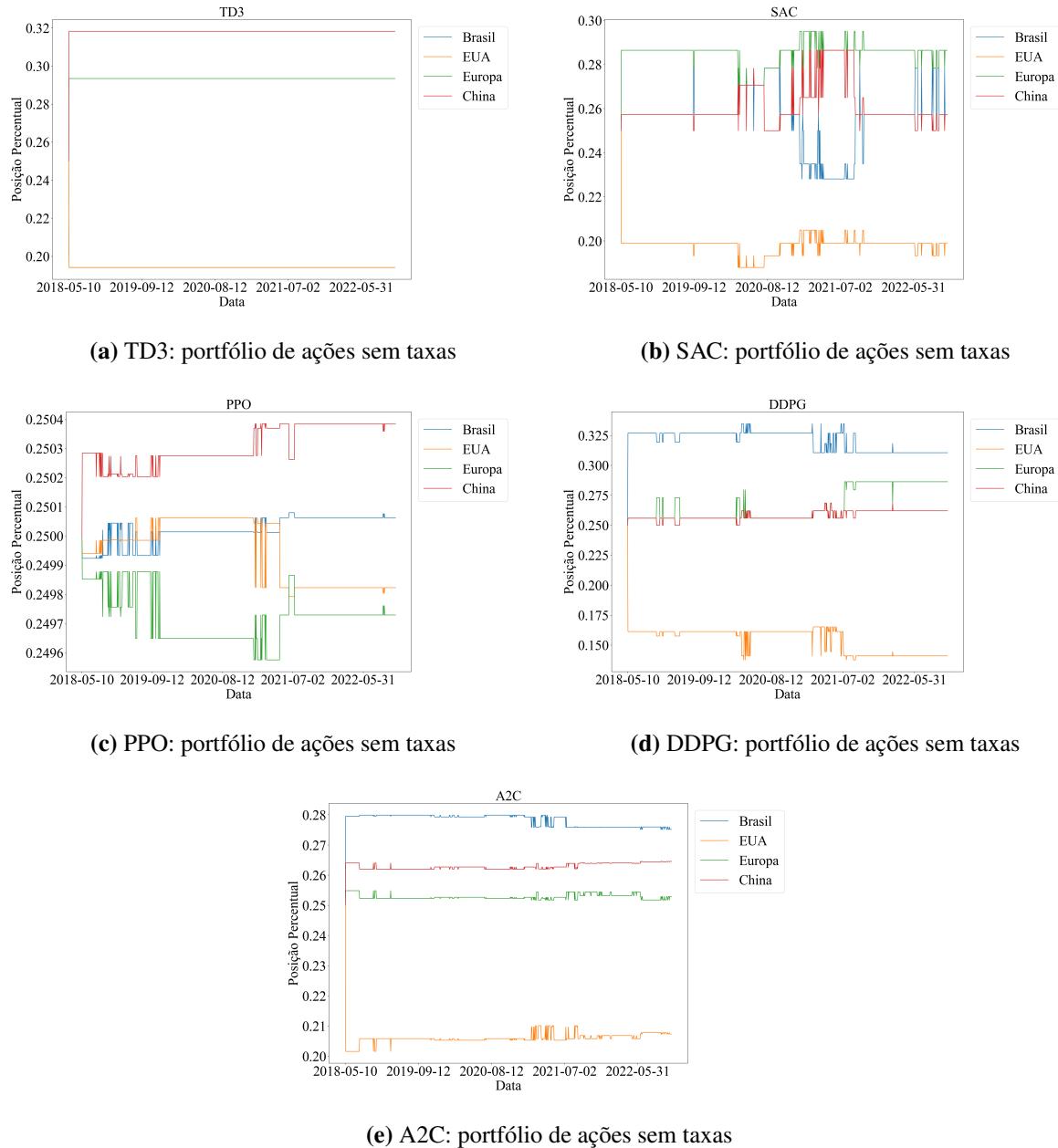
Além dos ativos acionários, a análise incluiu contratos futuros de commodities, como trigo (ZW), soja (ZS), milho (ZC), etanol (FL), café (KC), gado vivo (LE), arroz (ZR), ouro (GC), minério de ferro (TR) e petróleo (CB). Esses contratos são negociados em importantes bolsas de mercadorias, como a Chicago Board of Trade (CBOT) para trigo, soja e milho, a New York Mercantile Exchange (NYMEX) para ouro e petróleo, e outras bolsas relevantes que fornecem liquidez e oportunidades de *hedging* para uma gama diversificada de commodities, refletindo a dinâmica do mercado global.

4.2 ANÁLISE DAS TRANSAÇÕES REALIZADAS PELOS ALGORITMOS

Para entender melhor o desempenho dos algoritmos em diferentes cenários, traçou-se os pesos atribuídos a cada país e commodities, do ponto de vista temporal, nos portfólios testados. Uma das análises a serem feitas é o estudo do comportamento desses algoritmos durante o período da pandemia de covid-19, que se iniciou em 30 de janeiro de 2019 (PRATAMA et al., 2020). A Figura D.1 ilustra as posições tomadas por cada algoritmo ao longo do período de

validação das carteiras para o portfólio de ações sem taxas:

Figura D.1 – Posições tomadas no portfólio de ações sem taxas



Como demonstrado no Capítulo 4, para a carteira de ações sem taxas, os algoritmos A2C e DDPG demonstraram uma melhor relação de retorno e risco. No caso do A2C é possível verificar uma preferência pelos ativos brasileiros e chineses (países emergentes). O algoritmo DDPG também demonstrou uma preferência pelos ativos brasileiros, com a segunda posição disputada pelos ativos europeus e chineses. Todos os algoritmos apresentaram um alto número de transações feitas em meados do início de 2021. Fato esse que pode indicar uma reação tardia à turbulência de mercado causada pela pandemia. Apenas os modelos SAC e DDPG demonstraram uma reação mais nítida (maior número de negociações) durante o início da crise

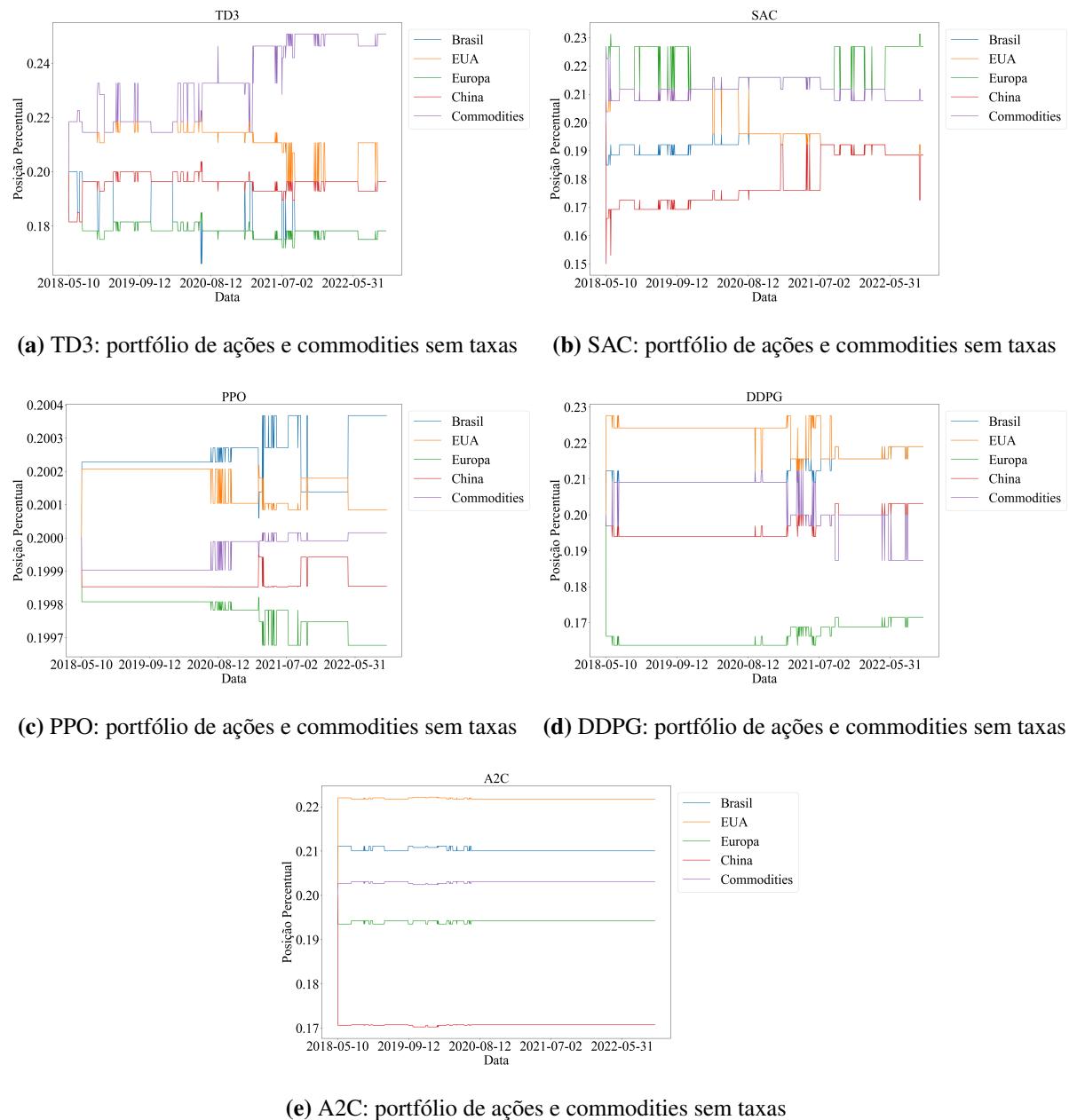
do covid-19.

A Tabela D.1 complementa a visão das figuras anteriores informando o número total de posições únicas tomadas pelos algoritmos para a carteira de ações sem taxas:

Modelo	Nº de posições diferentes
A2C	400
DDPG	244
PPO	400
SAC	207
TD3	80

Tabela D.1 – Número de posições únicas tomadas por cada algoritmo para a carteira de ações sem taxas

Ao analisar os dados do portfólio de ações e commodities sem taxas, observa-se que os algoritmos SAC e A2C, que apresentam a melhor relação entre retorno e risco, têm preferências distintas: o SAC inclina-se por ações europeias e commodities, enquanto o A2C favorece ações americanas e brasileiras. Essa variação nas escolhas de ativos entre diferentes algoritmos e carteiras, incluindo aquelas sem commodities, sugere a ausência de um padrão consistente. Notavelmente, como mostra a Figura D.2, o modelo A2C caracteriza-se por uma menor amplitude nas transações em ambos tipos de carteiras sem custos, o que implica em negociações de menor valor em comparação com outros algoritmos.

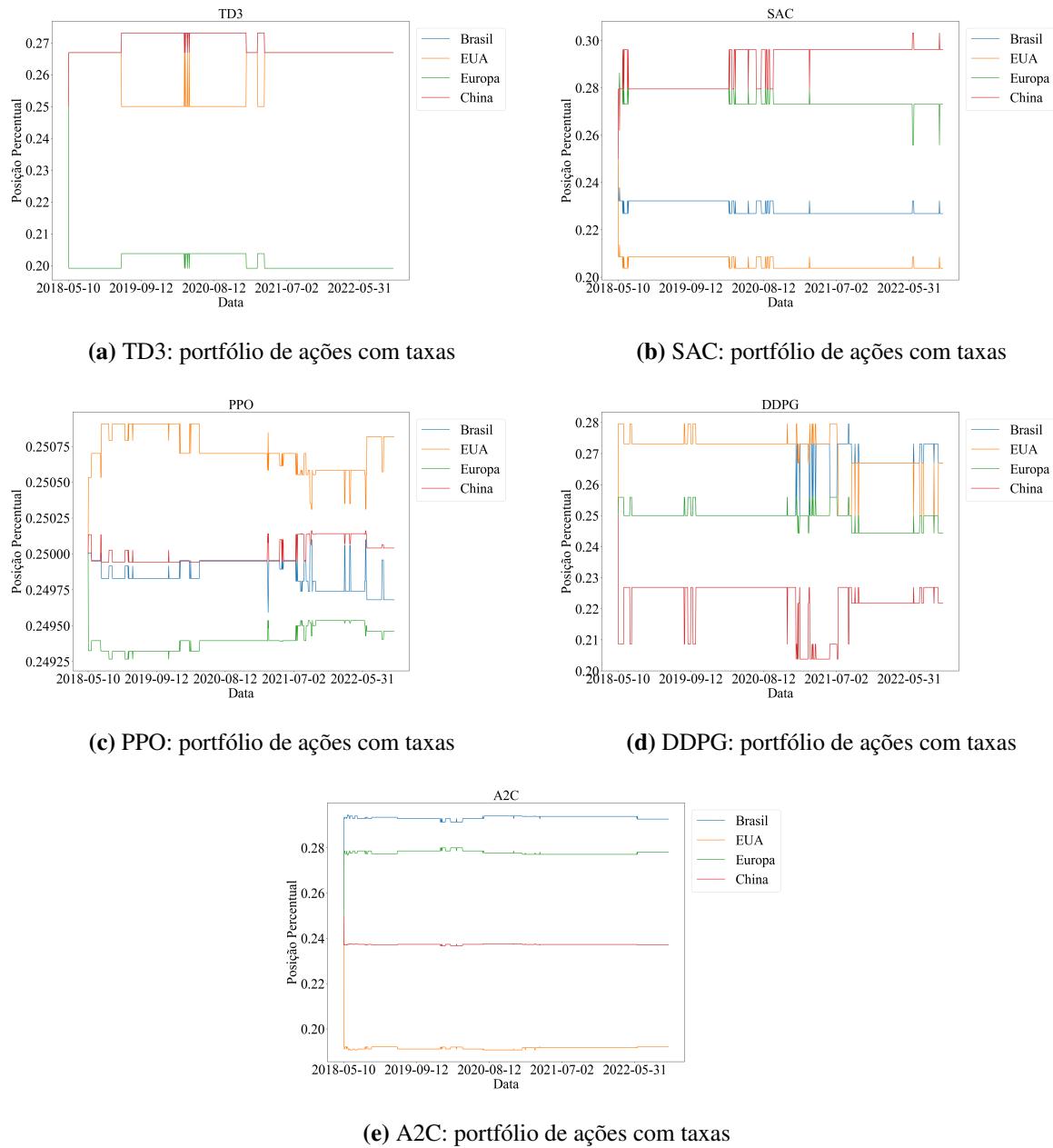
Figura D.2 – Posições tomadas no portfólio de ações e commodities sem taxas

A Tabela D.2 informa o número total de posições únicas tomadas pelos algoritmos para a carteira de ações e commodities sem taxas:

Modelo	Nº de posições diferentes
A2C	200
DDPG	287
PPO	300
SAC	307
TD3	313

Tabela D.2 – Número de posições únicas tomadas por cada algoritmo para a carteira de ações e commodities sem taxas

Para o portfólio de ações com custos, os algoritmos com as melhores taxas de risco e performance foram o TD3 e o DDPG, que, por sua vez, apresentaram um padrão diferente para a escolha dos ativos. O TD3 preferiu as ações chinesas e americanas, demonstrando um elevado número de operações entre o fim de 2019 e 2020. Já o DDPG apostou principalmente nas ações brasileiras e americanas, com a maior parte das operações sendo realizadas em meados de 2021. A Figura D.3 ilustra esse processo.

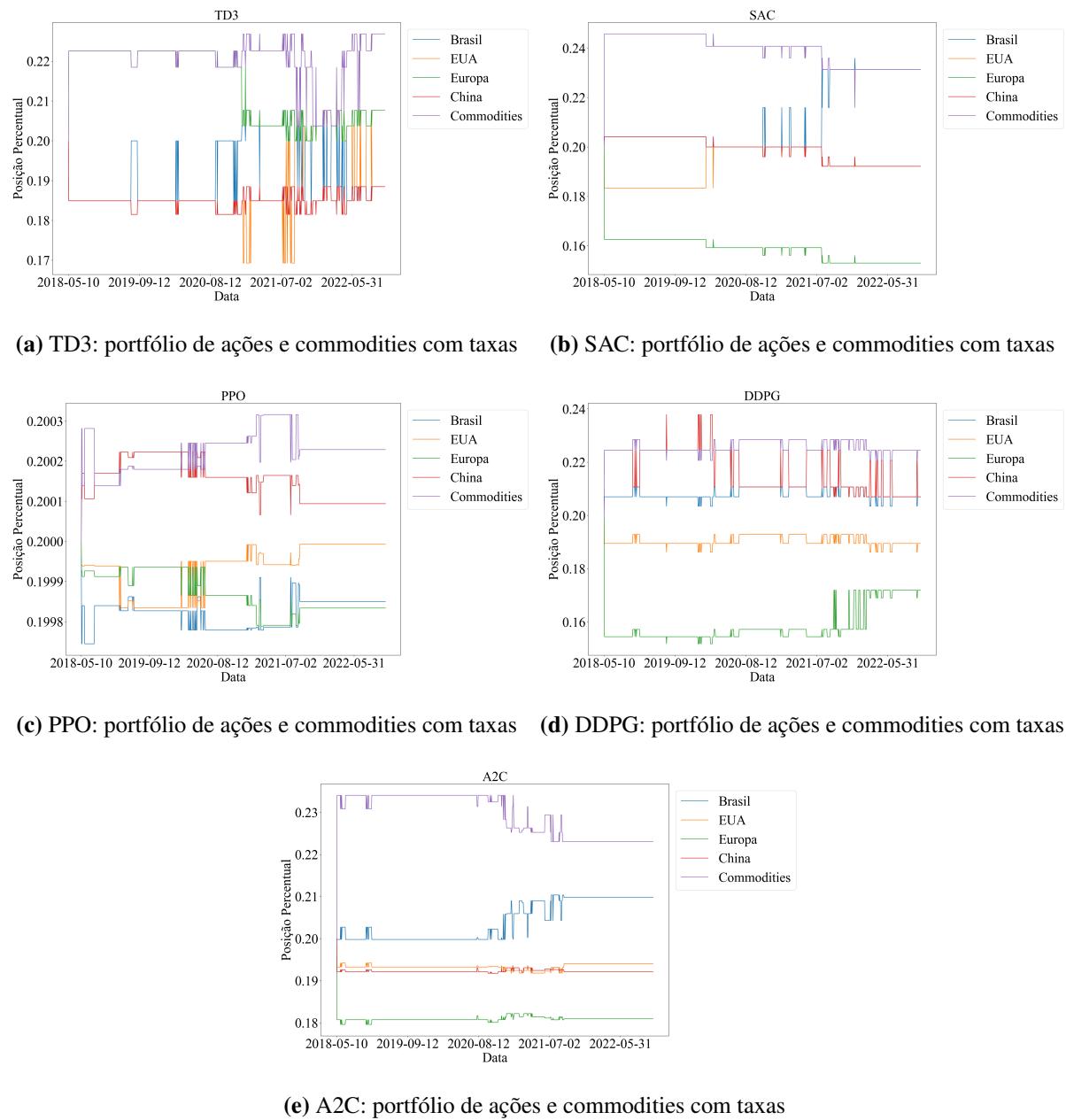
Figura D.3 – Posições tomadas no portfólio de ações com taxas

A Tabela D.3 demonstra o número total de posições únicas tomadas pelos algoritmos para a carteira de ações com taxas. Uma observação importante é que o número de posições diferentes tomadas pelos algoritmos mais eficientes (TD3 e DDPG) foram, em sua maioria, menores que nos outros casos. O que pode sugerir que, em caso de presença de taxas de negociação, comprar e vender muito pode diminuir o retorno da estratégia. Dessa forma, os dois algoritmos citados podem ter aprendido essa dinâmica.

Modelo	Nº de posições diferentes
A2C	360
DDPG	168
PPO	520
SAC	163
TD3	122

Tabela D.3 – Número de posições únicas tomadas por cada algoritmo para a carteira de ações com custos

No caso da carteira de ações e commodities com taxas, como mostra a Figura D.4, foi possível observar que, em todos os casos, os algoritmos preferiram colocar as commodities com a maior posição nos portfólios. De maneira geral, os períodos entre 2020 e 2021 apresentam uma maior quantidade de negociações. O algoritmo DDPG apresentou os melhores números em relação a risco e retorno. A Tabela D.4 mostra que essa técnica apresentou o menor número de posições únicas, reforçando novamente a possibilidade de existir um aprendizado em relação às consequências dos custos de transações.

Figura D.4 – Posições tomadas no portfólio de ações e commodities com taxas

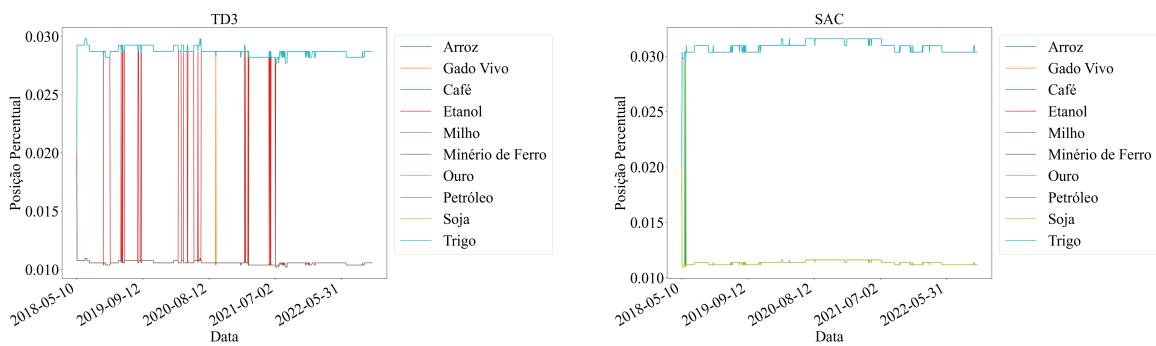
Modelo	Nº de posições diferentes
A2C	650
DDPG	207
PPO	650
SAC	253
TD3	211

Tabela D.4 – Número de posições únicas tomadas por cada algoritmo para a carteira de ações e commodities com custos

Como descrito no Capítulo 4, os portfólios contendo commodities apresentaram uma performance mais elevada. Para entender o comportamento dos algoritmos ao negociar esses ativos, a Figura D.5 ilustra a distribuição das posições de cada commodity ao longo do tempo para o portfólio sem taxas. Em três algoritmos (TD3, SAC e DDPG), o trigo apresentou a maior posição. No entanto, não há um padrão evidente para a escolha desses ativos, especialmente as commodities como o ouro, que é, em muitos casos, utilizado pelo mercado financeiro como ferramenta de redução de risco.

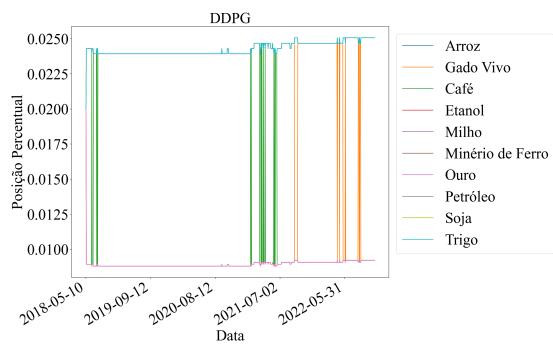
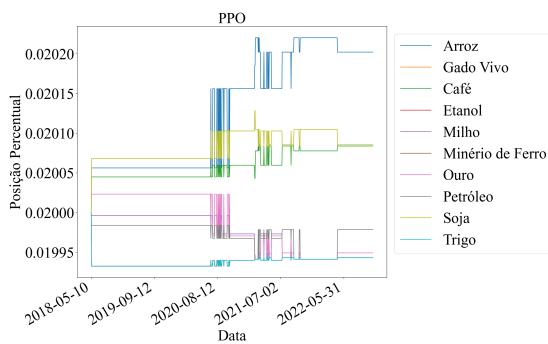
4.3 ANÁLISE DA NEGOCIAÇÃO DE COMMODITIES

Figura D.5 – Posições tomadas para as commodities no portfólio sem taxas



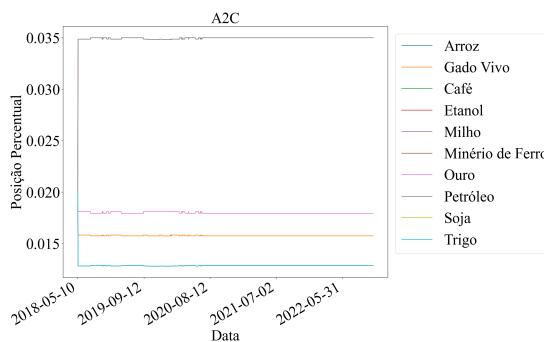
(a) TD3: portfólio de ações e commodities sem taxas

(b) SAC: portfólio de ações e commodities sem taxas



(c) PPO: portfólio de ações e commodities sem taxas

(d) DDPG: portfólio de ações e commodities sem taxas



(e) A2C: portfólio de ações e commodities sem taxas

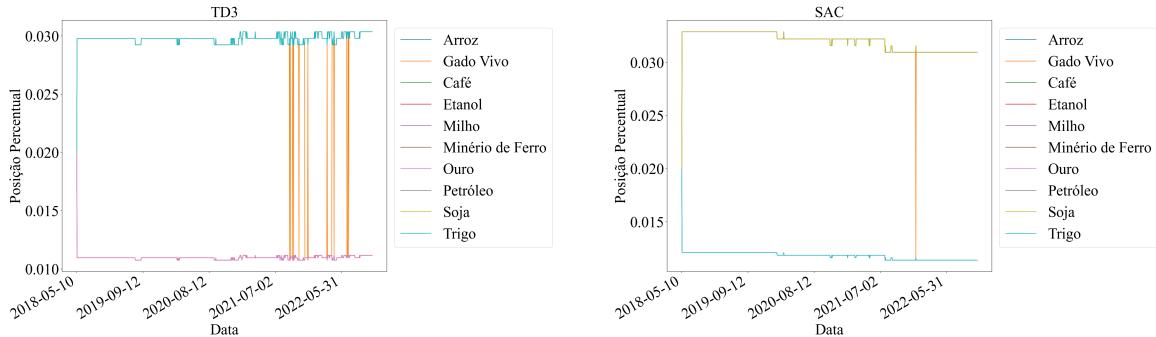
A Tabela D.5 detalha estatisticamente as posições tomadas para cada commodity na carteira sem taxas:

Tabela D.5 – Estatísticas descritivas dos pesos atribuídos às commodities para carteira sem custos de transação.

Modelo	Commodity	Valor Inicial	Valor Final	Média	Desvio Padrão	Máximo	Mínimo
A2C	Arroz	0.02	0.013	0.013	0.0	0.02	0.013
A2C	Café	0.02	0.035	0.035	0.001	0.035	0.02
A2C	Etanol	0.02	0.035	0.035	0.001	0.035	0.02
A2C	Gado Vivo	0.02	0.016	0.016	0.0	0.02	0.016
A2C	Milho	0.02	0.013	0.013	0.0	0.02	0.013
A2C	Minério de Ferro	0.02	0.013	0.013	0.0	0.02	0.013
A2C	Ouro	0.02	0.018	0.018	0.0	0.02	0.018
A2C	Petróleo	0.02	0.035	0.035	0.001	0.035	0.02
A2C	Soja	0.02	0.013	0.013	0.0	0.02	0.013
A2C	Trigo	0.02	0.013	0.013	0.0	0.02	0.013
DDPG	Arroz	0.02	0.025	0.024	0.0	0.025	0.02
DDPG	Café	0.02	0.009	0.017	0.007	0.024	0.009
DDPG	Etanol	0.02	0.025	0.024	0.0	0.025	0.02
DDPG	Gado Vivo	0.02	0.009	0.022	0.005	0.025	0.009
DDPG	Milho	0.02	0.025	0.024	0.0	0.025	0.02
DDPG	Minério de Ferro	0.02	0.009	0.009	0.0	0.02	0.009
DDPG	Ouro	0.02	0.009	0.009	0.0	0.02	0.009
DDPG	Petróleo	0.02	0.025	0.024	0.0	0.025	0.02
DDPG	Soja	0.02	0.025	0.024	0.0	0.025	0.02
DDPG	Trigo	0.02	0.025	0.024	0.0	0.025	0.02
PPO	Arroz	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Café	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Etanol	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Gado Vivo	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Milho	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Minério de Ferro	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Ouro	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Petróleo	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Soja	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Trigo	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
SAC	Arroz	0.02	0.03	0.031	0.001	0.032	0.02
SAC	Café	0.02	0.011	0.012	0.002	0.03	0.011
SAC	Etanol	0.02	0.011	0.011	0.0	0.02	0.011
SAC	Gado Vivo	0.02	0.011	0.011	0.0	0.02	0.011
SAC	Milho	0.02	0.03	0.031	0.001	0.032	0.02
SAC	Minério de Ferro	0.02	0.03	0.031	0.001	0.032	0.02
SAC	Ouro	0.02	0.03	0.031	0.001	0.032	0.02
SAC	Petróleo	0.02	0.011	0.011	0.0	0.02	0.011
SAC	Soja	0.02	0.011	0.011	0.0	0.02	0.011

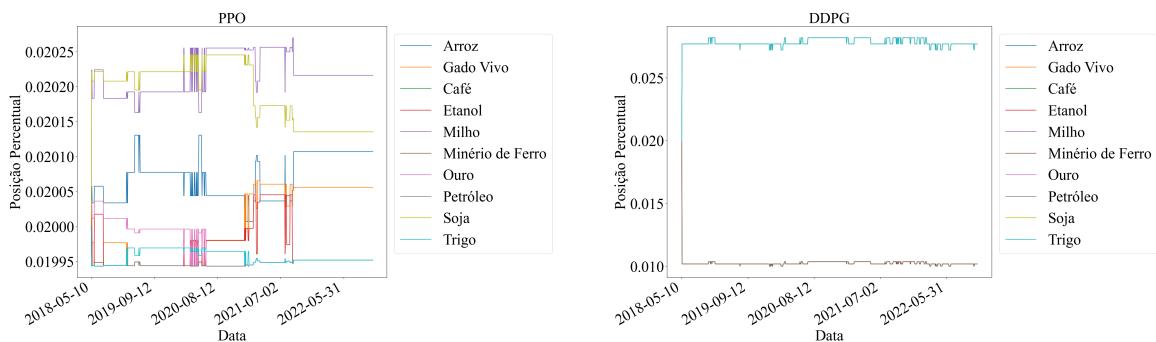
SAC	Trigo	0.02	0.03	0.031	0.001	0.032	0.02
TD3	Arroz	0.02	0.029	0.029	0.0	0.03	0.02
TD3	Café	0.02	0.029	0.029	0.0	0.03	0.02
TD3	Etanol	0.02	0.029	0.022	0.009	0.029	0.01
TD3	Gado Vivo	0.02	0.029	0.018	0.009	0.029	0.01
TD3	Milho	0.02	0.011	0.011	0.0	0.02	0.01
TD3	Minério de Ferro	0.02	0.011	0.011	0.0	0.02	0.01
TD3	Ouro	0.02	0.029	0.029	0.0	0.03	0.02
TD3	Petróleo	0.02	0.029	0.029	0.0	0.03	0.02
TD3	Soja	0.02	0.029	0.029	0.0	0.03	0.02
TD3	Trigo	0.02	0.029	0.029	0.0	0.03	0.02

A Figura D.6 ilustra a distribuição das posições tomadas por cada algoritmo em commodities ao longo do tempo para o portfólio com taxas. Novamente, não há evidências de um padrão para as commodities escolhidas. A Tabela D.6 detalha estatisticamente os pesos atribuídos a cada commodity por algoritmo.

Figura D.6 – Posições tomadas para as commodities no portfólio com taxas

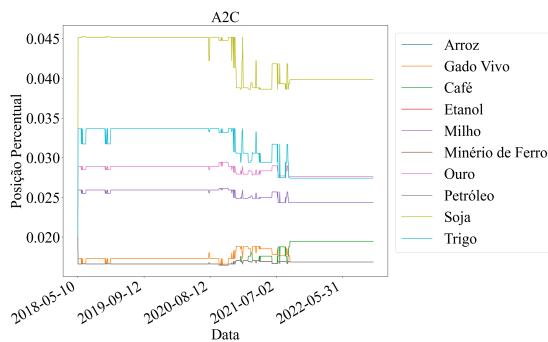
(a) TD3: portfólio de ações e commodities com taxas

(b) SAC: portfólio de ações e commodities com taxas



(c) PPO: portfólio de ações e commodities com taxas

(d) DDPG: portfólio de ações e commodities com taxas



(e) A2C: portfólio de ações e commodities sem taxas

Tabela D.6 – Estatísticas descritivas dos pesos atribuídos às commodities para carteira com custos de transação.

Modelo	Commodity	Valor Inicial	Valor Final	Média	Desvio Padrão	Máximo	Mínimo
A2C	Arroz	0.02	0.017	0.017	0.0	0.02	0.016
A2C	Café	0.02	0.019	0.018	0.001	0.02	0.016
A2C	Etanol	0.02	0.017	0.017	0.0	0.02	0.016
A2C	Gado Vivo	0.02	0.017	0.017	0.001	0.02	0.017
A2C	Milho	0.02	0.024	0.025	0.001	0.026	0.02
A2C	Minério de Ferro	0.02	0.017	0.017	0.0	0.02	0.016
A2C	Ouro	0.02	0.028	0.028	0.001	0.029	0.02

A2C	Petróleo	0.02	0.017	0.017	0.0	0.02	0.016
A2C	Soja	0.02	0.04	0.043	0.003	0.045	0.02
A2C	Trigo	0.02	0.027	0.031	0.003	0.034	0.02
DDPG	Arroz	0.02	0.01	0.01	0.0	0.02	0.01
DDPG	Café	0.02	0.01	0.01	0.0	0.02	0.01
DDPG	Etanol	0.02	0.028	0.028	0.0	0.028	0.02
DDPG	Gado Vivo	0.02	0.028	0.028	0.0	0.028	0.02
DDPG	Milho	0.02	0.028	0.028	0.0	0.028	0.02
DDPG	Minério de Ferro	0.02	0.01	0.01	0.0	0.02	0.01
DDPG	Ouro	0.02	0.028	0.028	0.0	0.028	0.02
DDPG	Petróleo	0.02	0.028	0.028	0.0	0.028	0.02
DDPG	Soja	0.02	0.028	0.028	0.0	0.028	0.02
DDPG	Trigo	0.02	0.028	0.028	0.0	0.028	0.02
PPO	Arroz	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Café	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Etanol	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Gado Vivo	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Milho	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Minério de Ferro	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Ouro	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Petróleo	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Soja	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
PPO	Trigo	0.02	0.02	0.02	0.0	0.02	0.02
SAC	Arroz	0.02	0.011	0.012	0.0	0.02	0.011
SAC	Café	0.02	0.011	0.012	0.0	0.02	0.011
SAC	Etanol	0.02	0.031	0.032	0.001	0.033	0.02
SAC	Gado Vivo	0.02	0.031	0.032	0.001	0.033	0.012
SAC	Milho	0.02	0.031	0.032	0.001	0.033	0.02
SAC	Minério de Ferro	0.02	0.031	0.032	0.001	0.033	0.02
SAC	Ouro	0.02	0.011	0.012	0.0	0.02	0.011
SAC	Petróleo	0.02	0.031	0.032	0.001	0.033	0.02
SAC	Soja	0.02	0.031	0.032	0.001	0.033	0.02
SAC	Trigo	0.02	0.011	0.012	0.0	0.02	0.011
TD3	Arroz	0.02	0.03	0.03	0.0	0.03	0.02
TD3	Café	0.02	0.011	0.011	0.0	0.02	0.011
TD3	Etanol	0.02	0.03	0.03	0.0	0.03	0.02
TD3	Gado Vivo	0.02	0.03	0.028	0.006	0.03	0.011
TD3	Milho	0.02	0.011	0.011	0.0	0.02	0.011
TD3	Minério de Ferro	0.02	0.011	0.011	0.0	0.02	0.011
TD3	Ouro	0.02	0.011	0.011	0.0	0.02	0.011
TD3	Petróleo	0.02	0.03	0.03	0.0	0.03	0.02
TD3	Soja	0.02	0.03	0.03	0.0	0.03	0.02
TD3	Trigo	0.02	0.03	0.03	0.0	0.03	0.02

4.4 ANÁLISE DE *drawdowns*

A análise de *drawdowns*, definida como a redução máxima de um pico a um vale em uma carteira de investimentos antes de uma nova máxima ser alcançada, é fundamental para avaliar a resiliência e o risco de diferentes estratégias de investimento, especialmente em contextos de elevada volatilidade do mercado (CHEKHOV; URYASEV; ZABARANKIN, 2005). O pico representa o valor máximo alcançado pela carteira antes de um declínio, enquanto o vale é o ponto mais baixo atingido antes da recuperação. A duração de um *drawdown* é o período entre o início do declínio e a recuperação, que se completa quando o valor da carteira retorna ao pico anterior.

A Tabela D.7 ilustra os *drawdowns* máximos ocorridos para a carteira contendo apenas ações, sem custos de transação. Há de se notar que as reduções máximas verificadas ocorreram em um período marcado pela pandemia de covid-19, um evento sem precedentes, que desencadeou elevada volatilidade nos mercados financeiros globais. Durante esse período, todos os modelos de carteira experimentaram reduções significativas. A variação nos *drawdowns* máximos, que vai de 23.72% para o modelo MINVAR até 37.67% para o DDPG, reflete a diversidade na resposta dos modelos à mesma condição de mercado adversa. Apesar de o modelo de variância mínima ter apresentado a menor queda, o que já era esperado pela natureza da técnica que minimiza a variância, ela apresentou a maior duração. Isso demonstra que apesar de os modelos de RL apresentarem maior risco, eles podem ser capazes de gerenciar melhor períodos de crise, retomando um portfólio que seja lucrativo da maneira mais rápida.

Tabela D.7 – *Drawdown* por modelo da carteira contendo apenas ações, sem custos de transação.

Redu. Máx. (%)	Pico	Vale	Recuperação	Duração (dias)	Modelo
37.67	2020-02-18	2020-03-23	2020-11-10	191	DDPG
36.22	2020-02-18	2020-03-23	2020-11-24	201	SAC
35.84	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-11	191	A2C
34.74	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-16	194	PTF
34.74	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-16	194	PPO
33.32	2020-01-02	2020-03-23	2020-11-16	228	TD3
23.72	2020-02-19	2020-03-23	2021-03-01	269	MINVAR
18.25	2021-09-13	2022-07-14	-	-	SAC
17.84	2021-09-13	2022-07-14	-	-	DDPG
17.05	2021-09-13	2022-07-14	-	-	PTF
17.02	2021-09-13	2022-07-14	-	-	PPO
17.0	2021-09-13	2022-07-14	-	-	A2C
14.98	2021-09-13	2022-07-14	-	-	TD3
14.72	2018-05-10	2019-01-03	2019-04-04	236	MINVAR

14.44	2018-05-14	2018-06-25	2019-02-19	202	SAC
14.1	2021-06-11	2022-09-30	-	-	MINVAR
13.97	2018-05-16	2018-06-27	2019-02-13	196	DDPG
13.6	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-01	192	A2C
13.31	2018-05-10	2018-12-27	2019-02-25	208	TD3
12.63	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-15	202	PPO
12.62	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-15	202	PTF
8.41	2019-04-23	2019-08-14	2019-12-18	172	TD3
8.32	2019-04-23	2019-08-26	2019-11-04	140	SAC
7.28	2019-04-23	2019-05-23	2019-09-09	100	A2C
7.25	2021-01-08	2021-01-29	2021-03-11	45	DDPG
7.08	2021-01-08	2021-01-29	2021-03-11	45	SAC
7.04	2019-04-23	2019-05-13	2019-10-23	132	PPO
7.03	2019-04-23	2019-05-13	2019-10-23	132	PTF
6.76	2019-04-23	2019-05-23	2019-07-05	54	DDPG
6.72	2021-01-08	2021-01-29	2021-03-11	45	A2C
6.41	2021-01-08	2021-01-29	2021-02-23	33	TD3
6.21	2019-07-05	2019-08-26	2019-09-12	50	DDPG
6.08	2021-01-08	2021-01-29	2021-03-04	40	PPO
6.08	2021-01-08	2021-01-29	2021-03-04	40	PTF
5.64	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-18	34	DDPG
5.63	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-12	30	SAC
5.22	2019-09-12	2019-10-08	2019-10-23	30	DDPG
5.11	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-18	34	A2C
5.05	2019-09-12	2019-10-08	2019-10-22	29	A2C
4.92	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-12	30	PPO
4.91	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-12	30	PTF
4.9	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-19	35	MINVAR
4.62	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-18	23	A2C
4.58	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	SAC
4.5	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-18	23	DDPG
4.17	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	PTF
4.17	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	PPO
4.13	2019-04-08	2019-05-13	2019-06-11	47	MINVAR
4.1	2021-03-17	2021-03-24	2021-04-08	17	DDPG
4.02	2021-06-07	2021-07-19	2021-08-06	45	TD3
3.98	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	TD3

3.82	2019-07-05	2019-08-14	2019-09-11	49	MINVAR
3.7	2021-03-17	2021-03-24	2021-04-07	16	A2C
3.49	2021-06-07	2021-07-19	2021-08-11	48	A2C
3.45	2021-03-17	2021-03-24	2021-04-07	16	SAC
3.37	2021-03-17	2021-03-24	2021-04-06	15	PTF
3.37	2021-03-17	2021-03-24	2021-04-06	15	PPO
3.31	2021-06-07	2021-07-19	2021-07-26	36	PTF
3.3	2021-06-07	2021-07-19	2021-07-26	36	PPO
3.11	2021-08-13	2021-08-20	2021-08-27	11	TD3
3.09	2021-03-15	2021-03-24	2021-04-06	17	TD3
3.01	2021-08-13	2021-08-19	2021-08-27	11	PTF
3.01	2021-08-13	2021-08-19	2021-08-27	11	PPO
2.99	2021-06-15	2021-07-19	2021-07-23	29	SAC
2.97	2021-08-13	2021-08-20	2021-08-27	11	SAC
2.74	2019-11-06	2019-12-02	2019-12-18	31	MINVAR
2.36	2021-03-16	2021-03-25	2021-04-16	24	MINVAR
2.22	2021-02-24	2021-02-26	2021-03-05	8	TD3
2.1	2021-05-10	2021-05-19	2021-06-07	21	MINVAR
1.98	2019-09-20	2019-10-08	2019-10-15	18	MINVAR

A Tabela D.8 ilustra os *drawdowns* máximos ocorridos para a carteira contendo ações e commodities, sem custos de transação. Um fato importante a ser observado é a redução das quedas máximas que ocorreram durante o período de pandemia. Na carteira de ações sem custos, as reduções máximas para esse período variaram de 23.72 % (MINVAR) até 37.67 % (DDPG). Já na carteira que inclui commodities, como mostra a Tabela D.8, os números variaram entre 16.39 % (MINVAR) até 32.11 % (A2C). No caso desse último portfólio, não houve diferença notável entre as durações dos modelos de inteligência artificial e as técnicas clássicas, como o MINVAR.

Tabela D.8 – Drawdown por modelo da carteira contendo ações e commodities, sem custos de transação.

Redu. Máx. (%)	Pico	Vale	Recuperação	Duração (dias)	Modelo
32.11	2020-02-19	2020-03-23	2020-09-02	141	A2C
31.18	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-10	190	SAC
30.82	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-09	189	PPO
30.82	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-09	189	PTF
30.54	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-09	189	DDPG
30.28	2020-01-07	2020-03-23	2020-11-10	221	TD3

16.39	2020-02-19	2020-03-16	2020-11-10	190	MINVAR
14.66	2022-02-09	2022-07-14	-	-	A2C
13.38	2022-03-29	2022-07-14	-	-	DDPG
12.91	2022-03-29	2022-07-14	-	-	PPO
12.91	2022-03-29	2022-07-14	-	-	PTF
12.4	2018-05-10	2018-12-21	2019-02-22	207	TD3
11.95	2022-03-30	2022-07-14	-	-	SAC
11.61	2022-02-09	2022-07-14	-	-	TD3
11.28	2018-05-10	2018-12-27	2019-02-25	208	DDPG
10.99	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-19	204	PTF
10.98	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-19	204	PPO
10.98	2018-05-10	2018-06-25	2019-02-12	199	SAC
10.94	2021-05-11	2022-09-30	-	-	MINVAR
10.32	2018-05-10	2018-12-21	2019-02-19	204	A2C
10.3	2018-05-10	2018-12-21	2019-03-19	224	MINVAR
7.42	2019-07-12	2019-08-23	2019-11-05	83	SAC
6.81	2019-04-23	2019-05-13	2019-09-16	105	TD3
6.75	2019-07-12	2019-08-23	2019-10-23	74	PTF
6.75	2019-07-12	2019-08-23	2019-10-23	74	PPO
6.72	2019-07-12	2019-08-23	2019-10-21	72	A2C
6.71	2019-07-12	2019-08-23	2019-10-22	73	DDPG
6.39	2022-02-09	2022-03-15	2022-03-29	35	PPO
6.39	2022-02-09	2022-03-15	2022-03-29	35	PTF
6.24	2020-09-02	2020-10-30	2020-11-09	49	A2C
6.15	2019-04-23	2019-05-13	2019-06-21	44	PTF
6.14	2019-04-23	2019-05-13	2019-06-21	44	PPO
6.08	2022-02-09	2022-03-15	2022-03-29	35	DDPG
6.05	2019-04-23	2019-05-13	2019-06-21	44	DDPG
5.83	2019-04-23	2019-05-13	2019-06-21	44	A2C
5.62	2021-09-13	2021-11-30	2022-02-09	108	DDPG
5.35	2021-09-13	2021-11-30	2022-01-14	90	PTF
5.35	2021-09-13	2021-11-30	2022-01-14	90	PPO
5.35	2021-08-27	2021-12-01	2022-02-09	119	A2C
5.31	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-18	34	PTF
5.31	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-18	34	PPO
5.27	2022-02-09	2022-03-15	2022-03-29	35	SAC
5.24	2019-04-23	2019-05-13	2019-06-18	41	SAC

5.16	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-18	34	SAC
5.1	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-18	34	A2C
4.87	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-18	34	DDPG
4.6	2021-01-08	2021-01-29	2021-02-24	34	SAC
4.58	2021-09-13	2021-11-30	2022-01-12	88	TD3
4.49	2021-01-08	2021-01-29	2021-02-18	30	PTF
4.48	2021-01-08	2021-01-29	2021-02-18	30	PPO
4.46	2021-01-08	2021-01-29	2021-02-18	30	TD3
4.41	2021-01-08	2021-01-29	2021-02-18	30	A2C
4.32	2019-09-16	2019-10-08	2019-10-25	30	TD3
4.22	2021-08-27	2021-11-30	2022-01-04	93	SAC
4.07	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-18	34	MINVAR
3.9	2021-01-08	2021-01-29	2021-02-18	30	DDPG
3.79	2019-07-29	2019-08-23	2019-09-18	38	MINVAR
3.61	2021-06-07	2021-07-08	2021-07-26	36	SAC
3.39	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	TD3
3.36	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	PPO
3.36	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	PTF
3.31	2021-08-13	2021-08-19	2021-08-27	11	A2C
3.28	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	DDPG
3.26	2021-08-13	2021-08-20	2021-08-27	11	TD3
2.92	2021-01-14	2021-02-04	2021-02-22	28	MINVAR
2.89	2021-03-17	2021-03-24	2021-04-06	15	TD3
2.88	2019-04-15	2019-05-13	2019-05-21	27	MINVAR
2.07	2021-03-16	2021-03-30	2021-04-08	18	MINVAR
1.68	2019-03-21	2019-03-29	2019-04-15	18	MINVAR
1.27	2021-02-25	2021-03-01	2021-03-09	9	MINVAR

A Tabela D.9 traz os *drawdowns* máximos para a carteira contendo ações e custos de transação. Um fato importante a ser observado é a redução das quedas máximas que ocorreram durante o período de pandemia. Pode-se observar que, em comparação com a carteira de ações sem custo, houve uma leve diminuição dos *drawdowns*. Outro ponto a ser enfatizado é que, para essa carteira, a duração desses períodos também foram menores para os algoritmos de RL.

Tabela D.9 – Drawdown por modelo da carteira contendo apenas ações, com custos de transação.

Redu. Máx. (%)	Pico	Vale	Recuperação	Duração (dias)	Modelo
35.63	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-23	199	A2C

35.07	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-16	194	DDPG
34.74	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-16	194	PTF
34.72	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-16	194	PPO
34.43	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-23	199	SAC
34.12	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-09	189	TD3
23.72	2020-02-19	2020-03-23	2021-03-01	269	MINVAR
18.65	2021-09-13	2022-07-14	-	-	SAC
17.05	2021-09-13	2022-07-14	-	-	PTF
17.04	2021-09-13	2022-07-14	-	-	PPO
16.13	2021-09-13	2022-07-14	-	-	DDPG
14.72	2018-05-10	2019-01-03	2019-04-04	236	MINVAR
14.47	2021-09-13	2022-07-14	-	-	A2C
13.93	2021-06-11	2022-09-30	-	-	MINVAR
13.48	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-12	199	TD3
13.48	2018-05-16	2018-06-27	2019-02-15	198	A2C
13.17	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-22	207	SAC
12.98	2021-09-13	2022-07-14	-	-	TD3
12.62	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-15	202	PTF
12.62	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-15	202	PPO
11.52	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-15	202	DDPG
8.5	2019-04-23	2019-08-26	2019-10-28	135	A2C
7.66	2019-04-23	2019-05-13	2019-10-28	135	TD3
7.37	2019-04-23	2019-05-13	2019-10-22	131	SAC
7.16	2019-07-05	2019-08-23	2019-10-28	82	DDPG
7.04	2019-04-23	2019-05-13	2019-10-23	132	PPO
7.03	2019-04-23	2019-05-13	2019-10-23	132	PTF
6.74	2021-01-08	2021-01-29	2021-03-11	45	A2C
6.51	2019-04-23	2019-05-13	2019-07-03	52	DDPG
6.15	2021-01-08	2021-01-29	2021-03-11	45	DDPG
6.08	2021-01-08	2021-01-29	2021-03-04	40	PTF
6.08	2021-01-08	2021-01-29	2021-02-19	31	SAC
6.07	2021-01-08	2021-01-29	2021-03-04	40	PPO
5.92	2021-01-08	2021-01-29	2021-03-04	40	TD3
5.86	2020-01-07	2020-02-03	2020-02-18	31	TD3
5.54	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-19	35	A2C
5.1	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-12	30	SAC
5.08	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-12	30	DDPG

4.91	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-12	30	PTF
4.91	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-12	30	PPO
4.9	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-19	35	MINVAR
4.57	2021-06-07	2021-07-19	2021-08-11	48	A2C
4.25	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-08	15	A2C
4.19	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	SAC
4.18	2021-06-07	2021-07-19	2021-08-06	45	DDPG
4.17	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	PTF
4.17	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	PPO
4.13	2019-04-08	2019-05-13	2019-06-11	47	MINVAR
3.98	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	TD3
3.93	2021-03-17	2021-03-24	2021-04-08	17	SAC
3.82	2019-07-05	2019-08-14	2019-09-11	49	MINVAR
3.68	2021-03-17	2021-03-24	2021-04-06	15	DDPG
3.62	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	DDPG
3.37	2021-03-17	2021-03-24	2021-04-06	15	PTF
3.37	2021-03-17	2021-03-24	2021-04-06	15	PPO
3.36	2021-03-17	2021-03-24	2021-04-06	15	TD3
3.32	2021-08-13	2021-08-19	2021-08-27	11	TD3
3.31	2021-06-07	2021-07-19	2021-07-26	36	PTF
3.31	2021-06-07	2021-07-19	2021-07-26	36	PPO
3.23	2021-08-13	2021-08-19	2021-08-27	11	A2C
3.12	2021-08-13	2021-08-20	2021-08-27	11	SAC
3.1	2021-06-07	2021-07-19	2021-07-23	35	TD3
3.01	2021-08-13	2021-08-19	2021-08-27	11	PTF
3.01	2021-08-13	2021-08-19	2021-08-27	11	PPO
2.98	2019-11-07	2019-12-03	2019-12-17	29	A2C
2.81	2021-06-07	2021-07-08	2021-07-22	34	SAC
2.74	2019-11-06	2019-12-02	2019-12-18	31	MINVAR
2.36	2021-03-16	2021-03-25	2021-04-16	24	MINVAR
2.1	2021-05-10	2021-05-19	2021-06-07	21	MINVAR
1.98	2019-09-20	2019-10-08	2019-10-15	18	MINVAR

Já na carteira de ações e commodities contendo custos, como mostra a Tabela D.10, observa-se novamente que a inclusão de commodities levou a redução dos *drawdowns* máximos das carteiras, variando entre 16.39 % (MINVAR) até 32.58 % (SAC) contra 23.72 % (MINVAR) até 35.63 (A2C) da carteira de apenas ações com custos. Um fato interessante que se repetiu nas carteiras com commodities, com e sem custos, foi a duração dos *drawdowns*, sendo eles

semelhantes para todas as técnicas.

Tabela D.10 – Drawdown por modelo da carteira contendo ações e commodities, com custos de transação.

Redu. Máx. (%)	Pico	Vale	Recuperação	Duração (dias)	Modelo
32.58	2020-01-02	2020-03-23	2020-11-10	224	SAC
31.47	2020-01-07	2020-03-23	2020-11-09	220	DDPG
30.82	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-09	189	PTF
30.81	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-09	189	PPO
30.69	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-09	189	TD3
29.18	2020-02-19	2020-03-23	2020-11-09	189	A2C
16.39	2020-02-19	2020-03-16	2020-11-10	190	MINVAR
14.06	2022-03-30	2022-07-14	-	-	SAC
13.3	2022-03-30	2022-07-14	-	-	A2C
12.91	2022-03-29	2022-07-14	-	-	PPO
12.91	2022-03-29	2022-07-14	-	-	PTF
12.11	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-12	199	SAC
12.07	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-14	201	DDPG
11.17	2022-03-29	2022-07-14	-	-	DDPG
10.99	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-20	205	A2C
10.99	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-19	204	PTF
10.98	2018-05-10	2018-06-27	2019-02-19	204	PPO
10.94	2021-05-11	2022-09-30	-	-	MINVAR
10.92	2022-03-29	2022-07-14	-	-	TD3
10.9	2018-05-10	2018-06-25	2019-02-13	200	TD3
10.25	2018-05-10	2018-12-21	2019-03-18	223	MINVAR
8.16	2019-07-12	2019-08-26	2019-11-05	83	SAC
6.93	2019-07-12	2019-08-23	2019-10-28	77	A2C
6.88	2019-07-12	2019-08-23	2019-11-04	82	DDPG
6.78	2021-06-07	2021-11-30	2022-02-09	178	SAC
6.75	2019-07-12	2019-08-23	2019-10-23	74	PPO
6.75	2019-07-12	2019-08-23	2019-10-23	74	PTF
6.41	2019-07-12	2019-08-14	2019-10-23	74	TD3
6.39	2022-02-09	2022-03-15	2022-03-29	35	PPO
6.39	2022-02-09	2022-03-15	2022-03-29	35	PTF
6.28	2019-04-23	2019-05-13	2019-06-21	44	A2C
6.18	2019-04-23	2019-05-13	2019-06-21	44	SAC
6.15	2019-04-23	2019-05-13	2019-06-21	44	PTF

6.14	2019-04-23	2019-05-13	2019-06-21	44	PPO
6.13	2022-02-10	2022-03-15	2022-03-29	34	SAC
5.92	2019-04-23	2019-05-13	2019-06-21	44	DDPG
5.9	2019-04-23	2019-05-13	2019-06-21	44	TD3
5.51	2021-09-13	2021-11-30	2022-01-19	93	A2C
5.47	2022-02-09	2022-03-15	2022-03-25	33	A2C
5.35	2021-09-13	2021-11-30	2022-01-14	90	PTF
5.34	2021-09-13	2021-11-30	2022-01-14	90	PPO
5.31	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-18	34	PPO
5.31	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-18	34	PTF
5.23	2022-03-03	2022-03-15	2022-03-25	17	DDPG
5.01	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-18	34	A2C
4.89	2022-02-09	2022-03-15	2022-03-22	30	TD3
4.78	2021-01-08	2021-01-29	2021-02-18	30	DDPG
4.58	2021-01-08	2021-01-29	2021-03-11	45	TD3
4.49	2021-01-08	2021-01-29	2021-02-18	30	PTF
4.48	2021-01-08	2021-01-29	2021-02-18	30	PPO
4.48	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-18	34	TD3
4.35	2021-01-08	2021-01-29	2021-02-18	30	SAC
4.32	2021-01-08	2021-01-29	2021-02-18	30	A2C
4.24	2021-11-24	2021-11-30	2022-01-14	38	TD3
4.07	2020-01-02	2020-02-03	2020-02-18	34	MINVAR
3.82	2021-09-13	2021-11-30	2022-01-04	82	DDPG
3.79	2019-07-29	2019-08-23	2019-09-18	38	MINVAR
3.61	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	DDPG
3.59	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	SAC
3.43	2021-06-07	2021-07-08	2021-08-11	48	DDPG
3.36	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	PTF
3.36	2019-03-19	2019-03-27	2019-04-04	13	PPO
3.35	2021-08-13	2021-08-20	2021-08-27	11	A2C
3.29	2021-06-07	2021-07-19	2021-08-27	60	TD3
2.99	2021-03-17	2021-03-24	2021-04-07	16	SAC
2.92	2021-01-14	2021-02-04	2021-02-22	28	MINVAR
2.88	2019-04-15	2019-05-13	2019-05-21	27	MINVAR
2.07	2021-03-16	2021-03-30	2021-04-08	18	MINVAR
1.68	2019-03-21	2019-03-29	2019-04-15	18	MINVAR
1.27	2021-02-25	2021-03-01	2021-03-09	9	MINVAR

4.5 AVALIAÇÃO DA VARIAÇÃO DA FUNÇÃO DE RECOMPENSA

No Capítulo 4, os modelos de aprendizado por reforço foram avaliados utilizando a maximização do retorno cumulativo como função de recompensa, uma abordagem padrão para problemas de gestão de carteiras de investimentos. Para investigar a eficácia dos modelos sob diferentes critérios de avaliação, a função de recompensa foi alterada para o *Sharpe ratio*, uma métrica amplamente reconhecida na avaliação do desempenho ajustado ao risco de investimentos. O *Sharpe ratio* foi calculado com base em uma janela móvel de 252 dias, correspondendo ao número de dias úteis em um ano.

O retorno cumulativo, R_t , pode ser expresso como:

$$R_t = \prod_{i=1}^t (1 + r_i) - 1$$

Onde r_i representa o retorno no período i .

Por outro lado, a definição do *Sharpe ratio*, S_t , adaptada para uma janela móvel de 252 dias, é dada por:

$$S_t = \frac{\bar{R}_{252} - R_{\text{livre de risco}}}{\sigma_{252}}$$

Onde \bar{R}_{252} representa o retorno médio diário da carteira calculado sobre a janela móvel de 252 dias, equivalente ao número de dias úteis em um ano; $R_{\text{livre de risco}}$ é o retorno anualizado de um investimento livre de risco, ajustado para corresponder ao mesmo período de 252 dias úteis; e σ_{252} é o desvio padrão dos retornos diários da carteira calculados dentro da mesma janela móvel de 252 dias, refletindo a volatilidade do investimento nesse intervalo de tempo.

Essa formulação permite avaliar o desempenho ajustado ao risco dos modelos de aprendizado por reforço de maneira mais precisa, considerando as variações do mercado ao longo de um ano típico de negociações.

Após a realização das simulações de todos os modelos de RL com a função de recompensa alterada para o *Sharpe ratio*, procedeu-se à comparação dos resultados obtidos com aqueles apresentados no Capítulo 4. A metodologia adotada para essa comparação seguiu a abordagem proposta por (LEDOIT; WOLF, 2008), que é específica para análises nesse contexto. Os resultados dos testes de significância estatística são apresentados na Tabela D.11. A análise dos dados revelou que a alteração na função de recompensa não resultou em diferenças significativas nos resultados para nenhuma das carteiras analisadas. Tal observação sugere que os modelos de RL possivelmente já incorporaram a compreensão da volatilidade através dos indicadores técnicos utilizados na configuração de seu ambiente de aprendizado.

Tabela D.11 – Resultados da aplicação do teste de significância estatística de (LEDOIT; WOLF, 2008) comparando os resultados da aplicação de diferentes funções de recompensa

Carteira	Estratégia	Z	p-valor	Significância Estatística
Sem custos e apenas Ações	DDPG	0.036	0.972	Não
Sem custos e apenas Ações	A2C	0.1	0.92	Não
Sem custos e apenas Ações	PPO	-0.031	0.975	Não
Sem custos e apenas Ações	SAC	-0.227	0.82	Não
Sem custos e apenas Ações	TD3	-0.22	0.826	Não
Sem custos, Ações e Commodities	DDPG	0.114	0.91	Não
Sem custos, Ações e Commodities	A2C	-0.081	0.935	Não
Sem custos, Ações e Commodities	PPO	-0.015	0.988	Não
Sem custos, Ações e Commodities	SAC	0.246	0.806	Não
Sem custos, Ações e Commodities	TD3	-0.048	0.962	Não
Com custos e apenas Ações	DDPG	-0.149	0.882	Não
Com custos e apenas Ações	A2C	0.005	0.996	Não
Com custos e apenas Ações	PPO	-0.021	0.983	Não
Com custos e apenas Ações	SAC	-0.034	0.973	Não
Com custos e apenas Ações	TD3	0.268	0.788	Não
Com custos, Ações e Commodities	DDPG	0.022	0.982	Não
Com custos, Ações e Commodities	A2C	0.171	0.865	Não
Com custos, Ações e Commodities	PPO	-0.002	0.999	Não
Com custos, Ações e Commodities	SAC	-0.206	0.837	Não
Com custos, Ações e Commodities	TD3	-0.106	0.916	Não