

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Gabriela Santos Damazo

**Modelo baseado em Autômatos Celulares para  
Simulação de Dinâmica Coletiva de Pedestres  
em Ambientes Internos**

**Uberlândia, Brasil**

**2024**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Gabriela Santos Damazo

**Modelo baseado em Autômatos Celulares para Simulação  
de Dinâmica Coletiva de Pedestres em Ambientes  
Internos**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Faculdade de Computação da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção título de Bacharel em Ciência da Computação.

Orientador: Luiz Gustavo Almeida Martins

Coorientador: Eduardo Cassiano da Silva

Universidade Federal de Uberlândia – UFU

Faculdade de Computação

Bacharelado em Ciência da Computação

Uberlândia, Brasil

2024

Gabriela Santos Damazo

# **Modelo baseado em Autômatos Celulares para Simulação de Dinâmica Coletiva de Pedestres em Ambientes Internos**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Faculdade de Computação da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção título de Bacharel em Ciência da Computação.

Trabalho aprovado. Uberlândia, Brasil, 09 de maio de 2024:

---

**Prof. Dr. Luiz Gustavo Almeida  
Martins**  
Orientador

---

**Prof. Dr. Bruno Augusto Nassif  
Travençolo**  
Convidado 1

---

**Profa. Dra. Maria Adriana Vidigal de  
Lima**  
Convidado 2

Uberlândia, Brasil  
2024

*Aos meus pais, por todo o amor e por todo o apoio. Esta dedicação é uma pequena demonstração da minha imensa gratidão.*

# Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus por ter me concedido a vida, por sempre me abençoar e me dar forças.

Agradeço, em especial, à professora Gina Maira Barbosa de Oliveira que me deu a oportunidade de iniciar este trabalho como uma Iniciação Científica.

Agradeço imensamente a meu professor orientador Luiz Gustavo Almeida Martins e a meu coorientador Eduardo Cassiano da Silva por todo o auxílio durante o processo do desenvolvimento deste projeto.

Agradeço aos meus pais, Keile e Fábio, pelo amor incondicional, pelo apoio, pela orientação e por todo o encorajamento que me deram ao longo desta jornada.

Agradeço à Faculdade de Computação da Universidade Federal de Uberlândia e a todos os professores que tive o privilégio de conhecer e aprender durante as disciplinas cursadas.

Agradeço aos meus colegas de turma e amigos que fiz durante o curso pelas inúmeras conversas e momentos que foram compartilhados.

Agradeço à Universidade Federal de Uberlândia (UFU) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por apoiarem financeiramente minha Iniciação Científica.

*“A ciência nunca resolve um problema sem criar pelo menos outros dez.”*  
*(George Bernard Shaw)*

# Resumo

Compreender e prever o comportamento humano frente a situações normais e emergenciais é uma tarefa árdua que prende a atenção de diversos pesquisadores. Nesse sentido, a modelagem e simulação de dinâmica coletiva de pedestres (SDCP) é essencial na sociedade ao ser empregada em vários cenários, como no planejamento urbano e na segurança pública. Os Autômatos Celulares destacam-se como ferramentas computacionais simples e capazes de identificar e reproduzir a complexidade de diversos padrões, como a da movimentação de pedestres, especialmente na evacuação em casos de emergência. Modelos deste tipo levam diversos parâmetros em consideração, como a estratégia de escolha do piso, a interação entre os pedestres, fenômenos sociais, tais quais o pânico e tendência a seguir multidões, entre outros. Este trabalho propõe um modelo baseado em autômatos celulares para a modelagem de SDCP fortemente baseado no Modelo de Varas que combina três alterações para aproximar a simulação da realidade. São elas: alteração da dinâmica de movimentação, apresentação da separação entre obstáculos transponíveis e intransponíveis e alteração da permissão de passagem entre objetos pela diagonal.

**Palavras-chave:** Autômatos Celulares, Dinâmica Coletiva de Pedestres, Modelagem e Simulação, Obstáculos Transponíveis, Diagonais Intransponíveis

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Três possíveis geometrias de reticulado de um AC: (a) Triangular, (b) Quadrangular, (c) Hexagonal. Imagem retirada de (LIMA, 2017). . . . .	17
Figura 2 – Dimensões de ACs: (a) unidimensional, (b) bidimensional, (c) tridimensional. Imagem adaptada de (WOLFRAM, 2002). . . . .	18
Figura 3 – Exemplo de autômato celular com regra probabilística. . . . .	19
Figura 4 – Exemplo de regra temporal aplicada na evolução de um AC bidimensional. Imagem adaptada de (LIMA, 2017). . . . .	19
Figura 5 – Exemplo de um AC elementar que utiliza da regra 60. . . . .	20
Figura 6 – Evolução de um AC a partir da regra 60. Imagem retirada de (BERTO; TAGLIABUE, 2023). . . . .	21
Figura 7 – Vizinhanças mais conhecidas na literatura de ACs bidimensionais. Imagem baseada em (LIMA, 2012) . . . . .	21
Figura 8 – Estrutura semelhante a um relógio gerada a partir da evolução do AC no jogo <i>Game of Life</i> . Imagem retirada de (OLIVEIRA, 2003). . . . .	22
Figura 9 – Diferentes tipos de multidões. Imagem adaptada de (KLÜPFEL, 2009). . . . .	23
Figura 10 – Granularidade de modelos de SDGP. Da esquerda para a direita são: macroscópico, mesoscópico e microscópico. Imagem retirada de (RASOULI, 2021). . . . .	24
Figura 11 – Imagem retirada de (VARAS et al., 2007) contendo o reticulado de uma sala $16 \times 20$ . . . . .	29
Figura 12 – Imagem retirada de (VARAS et al., 2007) demonstra as regras de movimentação de pedestres. . . . .	30
Figura 13 – Pedestres se deslocando em fila. Imagem retirada de (VARAS et al., 2007). . . . .	32
Figura 14 – Movimentação dos pedestres conforme a estratégia de escolha adotada. (a) Reticulado de uma sala $9 \times 8$ seguindo o cálculo do reticulado piso do modelo original de Varas. (b) Movimentação de três pedestres ao utilizar das regras originais do Varas. (c) Movimentação de três pedestres ao utilizar da escolha do menor piso vazio. . . . .	32
Figura 15 – Movimentação do pedestre em ambientes com obstáculos transponíveis (a- modelo estendido) e apenas intransponíveis (b - modelo original). . . . .	34
Figura 16 – Movimentação de pedestres em cenários com obstáculos dispostos nas diagonais. . . . .	35



Figura 17 – Comparação entre as dinâmicas de evacuação resultantes das versões original e gulosa do modelo do Varas. (a) Reticulado inicial de uma simulação aleatória para 50 pedestres em uma sala vazia; (b) Reticulado após 18 passos de simulação com o modelo na configuração Varas Escolha Gulosa; (c) Reticulado após 18 passos de simulação com o modelo na configuração Varas Original e (d) Reticulado após 66 passos de tempo na configuração Varas Original. . . . .	37
Figura 18 – Comparação entre as versões original e gulosa do modelo do Varas, considerando simulações para 25, 50, 100 e 150 pedestres. . . . .	38
Figura 19 – Mapas inspirados em (a) sala de aula do Bloco 5R da UFU e em (b) nos laboratórios do Bloco 1B da UFU. . . . .	39
Figura 20 – Tempo médio de evacuação de acordo com o ambiente e a versão do modelo utilizados nas simulações. (a) média de passos de tempo para a evacuação da sala de aula; e (b) média de passos de tempo para a evacuação do laboratório. . . . .	39
Figura 21 – Dinâmica de evacuação do laboratório de acordo com o tipo de obstáculo modelado. (a) Simulação do modelo estratégia gulosa apenas com obstáculos intransponíveis (instante $t = 31$ ); e (b) Simulação do modelo guloso com obstáculos transponíveis e intransponíveis (instante $t = 22$ ). . . . .	40
Figura 22 – Fluxo de pedestre em função da estratégia usada no cálculo do piso. (a) Reticulado no tempo $t = 0$ com 50 pedestres aleatórios. (b) Simulação do modelo estratégia gulosa usando o cálculo de piso original, no instante $t = 11$ . (c) Simulação do modelo estratégia gulosa o cálculo de piso adaptado, no instante $t = 11$ . . . . .	41
Figura 23 – Comparação entre as simulações do Mapa Sala com Parede Diagonal. . . . .	41

# Lista de abreviaturas e siglas

SDCP	Simulação de Dinâmica Coletiva de Pedestres
ACs	Autômatos Celulares
<i>1D</i>	Unidimensional
<i>2D</i>	Bidimensional
<i>3D</i>	Tridimensional

# Lista de símbolos

$\lambda$	Taxa de diagonal do Modelo de Varas
$d$	Dimensão do espaço celular
$n$	Quantidade de células no reticulado
$t$	Passos de tempo da simulação
$m$	Tamanho da vizinhança de ACs unidimensionais
$r$	Raio
$c$	Célula
$z$	Taxa de ultrapassagem

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>14</b>
<b>1.2</b>	<b>Justificativa</b>	<b>14</b>
<b>1.3</b>	<b>Estrutura do Documento</b>	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>16</b>
<b>2.1</b>	<b>Autômatos Celulares</b>	<b>16</b>
2.1.1	Definição básica de Autômatos Celulares	17
2.1.2	Espaço Celular	17
2.1.3	Regras de Transição	18
2.1.4	Autômatos Celulares Unidimensionais	19
2.1.5	Autômatos Celulares Bidimensionais	21
<b>2.2</b>	<b>Dinâmica Coletiva de Pedestres</b>	<b>22</b>
2.2.1	Pedestres e Tipos de Multidões	23
2.2.2	Características de Modelos de SDCP	23
2.2.3	Comportamento e Movimentação de Pedestres	24
2.2.4	Abordagens de Dinâmica Coletiva	25
<b>2.3</b>	<b>Autômatos Celulares Aplicados na Dinâmica Coletiva de Pedestres</b>	<b>27</b>
2.3.1	Trabalhos Correlatos	27
2.3.2	Modelo de Referência	28
2.3.2.1	Cálculo do piso	28
2.3.2.2	Regras de movimentação	29
<b>3</b>	<b>DESENVOLVIMENTO</b>	<b>31</b>
<b>3.1</b>	<b>Alteração da Dinâmica de Movimentação</b>	<b>31</b>
<b>3.2</b>	<b>Obstáculos Transponíveis</b>	<b>33</b>
<b>3.3</b>	<b>Alteração de Movimentos Diagonais</b>	<b>34</b>
<b>4</b>	<b>SIMULAÇÕES E RESULTADOS</b>	<b>36</b>
<b>4.1</b>	<b>Considerações Iniciais</b>	<b>36</b>
<b>4.2</b>	<b>Dinâmica de Evacuação em uma Sala Vazia</b>	<b>36</b>
<b>4.3</b>	<b>Dinâmica de Evacuação em Ambientes com Obstáculos</b>	<b>38</b>
<b>4.4</b>	<b>Dinâmica de Evacuação em Ambiente com Parede Diagonal</b>	<b>40</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>42</b>

**REFERÊNCIAS** ..... 43

# 1 Introdução

A tentativa de reprodução do comportamento humano, tanto em situações normais quanto atípicas, é um ramo da ciência que chama a atenção dos pesquisadores. Nesse contexto, a área de modelagem e simulação de tráfego de pessoas apresenta um notável crescimento desde o início dos anos 2000 (SCHADSCHNEIDER, 2003) e continua a evoluir de maneira constante, ainda sendo um tema de pesquisa relevante nos tempos atuais (LI et al., 2020), (YI; PAN; CHEN, 2020).

A modelagem e simulação da dinâmica coletiva de pedestres (SDCP) passou a ser fundamental na sociedade, uma vez que pode ser aplicada a diversas áreas e em diferentes situações, como no planejamento urbano e na segurança pública (THALMANN; MUSSE, 2013). Segundo Izquierdo et al. (2009), entender a maneira que as pessoas se deslocam em determinadas situações é imprescindível para aprimorar esses espaços, porém, modelar a evacuação de pedestres é uma tarefa mais complexa, uma vez que o comportamento humano, como o pânico, frente a diferentes circunstâncias, também deve ser levado em conta.

Esses modelos desempenham um papel crucial tanto em eventos realizados em espaços abertos, como competições esportivas e festivais (STRONGYLIS et al., 2019), quanto em ambientes fechados, como salas de cinema e escolas (PENG; CHOU, 2011). Em ambos os cenários, compreender e prever o comportamento das pessoas é essencial para garantir a segurança de todos.

Consideram-se diversos fatores no desenvolvimento de modelos de SDCP, sendo eles: o espaço em que a simulação ocorre, a representação dos indivíduos e a situação descrita pelo protótipo. Além disso, diversas técnicas podem ser adotadas na modelagem, como os Autômatos Celulares (ACs), os Modelos de Dinâmicas de Fluidos (FD), os modelos com base em forças sociais, entre outros (LIMA, 2017).

Os autômatos celulares (WOLFRAM, 2002) são particularmente relevantes nessa área, visto que podem ser representados como uma rede de unidades processadoras que interagem entre si, apresentando comportamentos coletivos e são capazes de representar sistemas complexos, como os de SDCP. Este trabalho apresenta uma extensão ao modelo proposto em (VARAS et al., 2007), um dos precursores em SDCP, a fim de incluir características mais realistas ao mesmo. Essas são: a alteração da dinâmica de movimentação, a apresentação da diferença entre obstáculos transponíveis e intransponíveis e a modificação da permissão de passagem entre obstáculos não transponíveis utilizando a diagonal.

## 1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é realizar alterações a um modelo já conhecido de SDCP, baseado em autômatos celulares, para adicionar a ele novas características que representem cenários mais próximos da realidade. Para isso, é necessário alcançar os seguintes objetivos específicos:

- Estudar alguns modelos de SDCP baseados em autômatos celulares disponíveis na literatura, a fim de selecionar aquele que será reproduzido neste trabalho;
- Implementar o modelo escolhido a fim de entender melhor seu comportamento e características, bem como identificar possibilidades de aprimoramento;
- Desenvolver uma extensão do modelo original, a fim de incorporar novas características ou modificar a dinâmica comportamental dos pedestres;
- Avaliar o comportamento do novo modelo, comparando sua dinâmica com o modelo original, de modo a verificar se as modificações resultaram no comportamento esperado.

## 1.2 Justificativa

A modelagem de SDCP tem alta aplicabilidade em diversos âmbitos da sociedade como o ambiental, o econômico, o tecnológico, o científico e o social (THALMANN; MUSSE, 2013). Este ramo de pesquisa contribui no salvamento da população em casos de emergências, na inferência do menor tempo possível de evacuação da população em determinado cenário, assim como permite evitar gastos de recursos ambientais e econômicos com a reestruturação dos ambientes (LI et al., 2019).

Neste contexto, o presente trabalho desenvolveu um modelo de dinâmica de pedestres baseado em autômato celular, que incorpora estratégias diferenciadas ao modelo proposto em (VARAS et al., 2007), um dos modelos precursores de SDCP e que, ainda hoje, é bastante explorado. As alterações propostas visam prover comportamentos mais realísticos aos pedestres, bem como a adoção de cenários mais complexos, formados por obstáculos transponíveis e intransponíveis.

## 1.3 Estrutura do Documento

O restante deste documento está organizado nos seguintes capítulos:

- Capítulo 2: introduz os conceitos básicos referentes ao problema e a técnica computacional investigada, bem como uma descrição sucinta de trabalhos que usam ACs na modelagem de SDCP;
- Capítulo 3: apresenta as alterações realizadas ao modelo de referência;
- Capítulo 4: demonstra algumas simulações realizadas e seus resultados em ambientes com diversas configurações para as modificações propostas;
- Capítulo 5: apresenta as principais conclusões da pesquisa e introduz alguns trabalhos futuros.



## 2 Fundamentação Teórica

Este capítulo visa apresentar ao leitor os conceitos básicos que fundamentam esta da pesquisa e o estado da arte. Inicialmente, são introduzidos os conceitos e definições relacionados com os Autômatos Celulares (ACs). Em seguida, é apresentada uma contextualização acerca do problema de Dinâmica Coletiva de Pedestres. Por fim, são descritos os principais trabalhos correlatos de SDCP utilizando ACs.

### 2.1 Autômatos Celulares

Os Autômatos Celulares são estruturas computacionais, que podem ser visualizadas como um grupo de células ou unidades processadoras, que conseguem interagir entre si, apresentando conectividade local e, ao longo do tempo, resultem em um comportamento global (computação emergente). Por isso, os ACs são considerados técnicas importantes para a modelagem de sistemas dinâmicos complexos (LIMA, 2012).

Em 1966, os ACs foram definidos como um conceito na computação, em virtude da pesquisa de John von Neumann e Stanislaw Ulam (NEUMANN; BURKS et al., 1966). Desde a década de 50, os autores tinham como objetivo desenvolver estruturas artificiais, capazes de se autorreproduzirem. Eles visavam descobrir uma máquina de Turing que conseguisse realizar esse trabalho. A ideia era que existisse um reticulado onde esses mecanismos computacionais (células ou agentes) iniciassem em um estado e pudessem, a partir de regras de transição e evolução iterativa, se reorganizar formando outro estado (OLIVEIRA, 2003).

Um marco significativo na história dos ACs foi o trabalho de John Conway, que desenvolveu uma modelagem conhecida por *Game of Life* (BERLEKAMP; CONWAY; GUY, 1982). Esse é um dos trabalhos mais conhecidos nesse ramo de pesquisa e consiste em um AC bidimensional, que utiliza de uma regra de transição, para que células possam transitar entre os estados 1 (viva) ou 0 (morta). Este trabalho trouxe maior visibilidade entre a comunidade acadêmica, porém, a partir de 2002, depois que o livro *A New Kind of Science* de Stephan Wolfram (WOLFRAM, 2002) foi lançado, os ACs têm despertado interesse dos pesquisadores e vem sendo estudados em diferentes áreas de conhecimento.

Os ACs podem ser utilizados em diversos problemas computacionais para representar sistemas complexos, tais como: o estudo de formação de cristais (WOLFRAM, 2002), modelagem de infecções (SANTOS; COUTINHO, 2001), modelos de propagação e simulação de incêndios (TINOCO et al., 2022) e modelos de simulação e dinâmica coletiva de pedestres (ALIZADEH, 2011).

A seguir, são discutidos conceitos essenciais dos ACs para estabelecer uma compreensão mais abrangente destes mecanismos computacionais.

### 2.1.1 Definição básica de Autômatos Celulares

Os ACs são sistemas dinâmicos e discretos no tempo e espaço, formados por um espaço celular e por regras de transição. O espaço celular possui dimensão  $d$  e contém  $n$  células. Cada uma das células pode trocar o seu estado dependendo da função de transição, de acordo com seu estado atual e da sua vizinhança. A cada passo de evolução do AC, essas modificações ocorrem de maneira síncrona, ou seja, todas as células atualizam seu estado ao mesmo tempo (LIMA, 2012).

### 2.1.2 Espaço Celular

O espaço celular também pode ser chamado de malha, reticulado ou grade. Ele é caracterizado por dois fatores principais: a geometria e a dimensão.

Um reticulado é um arranjo de células, onde as células estão organizadas espacialmente, normalmente de forma regular, sendo cada célula uma unidade de processamento. Portanto, um AC pode ser considerado como um sistema multiagente, onde cada agente realiza seu processamento de forma autônoma e descentralizada.

A geometria refere-se ao formato de cada célula no reticulado. Seguindo diretrizes matemáticas, a soma dos ângulos externos dos encaixes das células não pode ultrapassar  $360^\circ$ , a fim de evitar sobreposição. A Figura 1 demonstra três geometrias de reticulado conhecidas pela literatura. A mais utilizada é a geometria quadrangular.

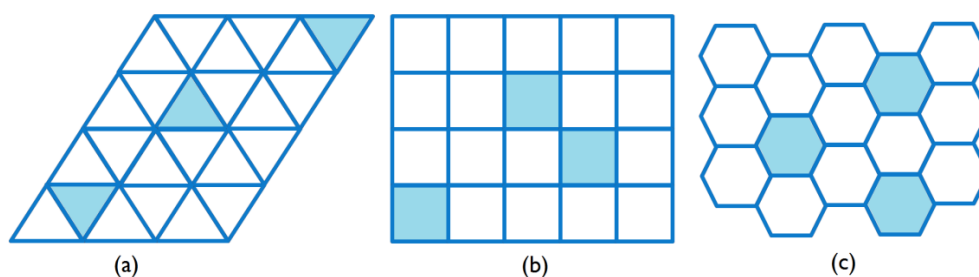


Figura 1 – Três possíveis geometrias de reticulado de um AC: (a) Triangular, (b) Quadrangular, (c) Hexagonal. Imagem retirada de (LIMA, 2017).

Além da geometria, outra característica de extrema importância ao modelar ACs é a dimensionalidade. A dimensão espacial define qual o formato do agrupamento das células um espaço celular  $n$ -dimensional, com  $n \geq 1$  (LIMA, 2017). A Figura 2 mostra as dimensões mais usadas como espaço celular nas pesquisas com AC, a saber: unidimensional ( $1D$ ), bidimensional ( $2D$ ) e tridimensional ( $3D$ ).

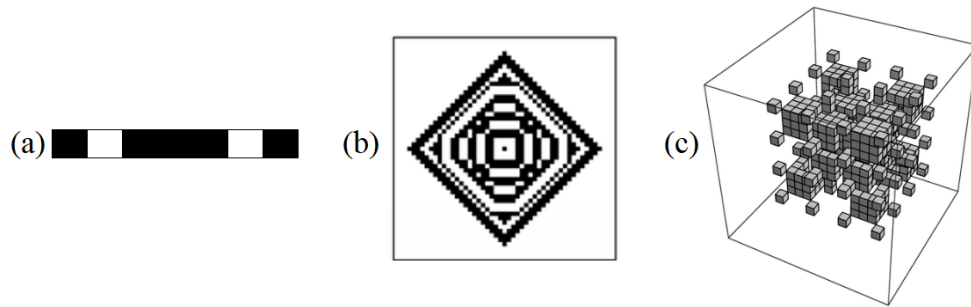


Figura 2 – Dimensões de ACs: (a) unidimensional, (b) bidimensional, (c) tridimensional. Imagem adaptada de (WOLFRAM, 2002).

### 2.1.3 Regras de Transição

As regras de transição são essenciais para o funcionamento dos autômatos celulares, uma vez que elas controlam a evolução dos estados das células do reticulado ao longo do tempo. O estado de uma célula  $c$  refere-se a condição dela no tempo  $t$ , por exemplo, na modelagem *Game of Life* (BERLEKAMP; CONWAY; GUY, 1982), a célula pode transitar entre 1 (viva) e 0 (morta), sendo que esses são os seus estados. A função de transição permite que cada célula  $c$ , no instante  $t$ , modifique o seu estado no reticulado no momento  $t + 1$ . Dentro deste contexto, os modelos baseados em ACs podem ser classificados pelo aspecto do conjunto de regras utilizados, são eles: determinista, probabilista e temporal (LIMA, 2017), bem como pelo tipo de vizinhança adotado.

Regras determinísticas são aquelas que sempre retornam o mesmo resultado para uma certa configuração de vizinhança. Em outras palavras, as regras de transição são determinísticas, se é possível determinar exatamente o próximo estado da célula central, com base no seu valor atual e de suas vizinhas. Exemplos de ACs que usam regras determinísticas serão apresentados nas Seções 2.1.4 e 2.1.5.

Regras de transição estocásticas ou probabilísticas realizam a evolução do AC com base em probabilidades, introduzindo uma perturbação ou aleatoriedade ao processo modelado. Um exemplo de evolução de um AC usando regra probabilística pode ser observado na Figura 3. No caso, a cada iteração, o valor  $k$  é aleatoriamente selecionado para as células do reticulado, de forma que a atualização da célula central dependa desse valor. Na Figura 3(b), é demonstrada uma evolução de passo de tempo para a célula central, em  $t = 0$  dada pelo valor 30. Ao sortear o valor  $k = 10$ , em  $t = 1$ , essa célula passa ao estado 9, seguindo a regra de transição em azul da Figura 3(a).

Segundo Lima (2017), ao utilizar de regras temporais, a evolução da célula que está sendo analisada depende unicamente de uma função de tempo. Dessa forma, modelos que utilizam de regras temporais, não consideram a vizinhança na evolução, mas sim, uma quantidade de tempo predefinida.

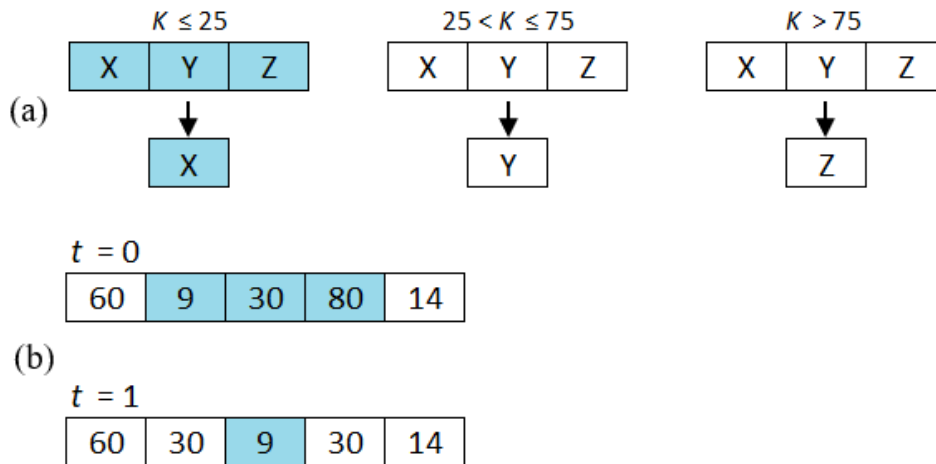


Figura 3 – Exemplo de autômato celular com regra probabilística.

No exemplo da Figura 4, é possível perceber que após 2 passos de tempo, a célula central, que estava sendo analisada, trocou de estado. Nesse caso, nenhuma característica além do tempo, foi utilizado para realizar essa modificação.

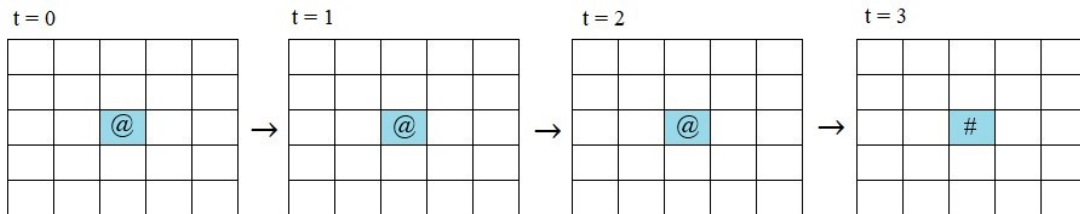


Figura 4 – Exemplo de regra temporal aplicada na evolução de um AC bidimensional. Imagem adaptada de (LIMA, 2017).

Em um autômato celular, a regra de transição determina o novo estado da célula em função do seu valor atual e dos estados das células vizinhas (LIMA, 2017). A vizinhança de um AC é determinada de acordo com a dimensionalidade do reticulado e o raio de alcance ( $r$ ) utilizado. A escolha do tipo de vizinhança e do raio determina a quantidade de células consideradas pela regra de transição, influenciando diretamente no comportamento resultante. A seguir, são apresentados exemplos de funcionamento de ACs uni e bidimensionais.

### 2.1.4 Autômatos Celulares Unidimensionais

Os ACs unidimensionais podem ser representados em computação por meio de um vetor de tamanho  $n$ . Normalmente, o tamanho da vizinhança desses ACs segue a fórmula a seguir:  $m = 2r + 1$ , onde  $r$  é o raio de alcance da vizinhança, o qual define quantas células vizinhas devem ser consideradas em cada lado da célula central. Por exemplo,

considerando  $r = 1$ , a vizinhança será de tamanho 3. Portanto, determinar a vizinhança é essencial para a regra de transição, pois, como dito anteriormente, a evolução da célula central é em função do seu estado atual e de suas vizinhas (na esquerda e na direita).

Para um autômato celular elementar, ou seja, com reticulado unidimensional, células com estados binários e uma vizinhança de raio 1, existem 256 regras de transição possíveis. Em 1983, Wolfram apresentou uma estratégia para a enumeração dessas regras a partir da organização dos bits resultantes (estado futuro) de todas as possíveis combinações da vizinhança (estados atuais), de forma que, quando lidos, representam um número de 0 a 255 (OLIVEIRA, 2003).

A Figura 5(a) demonstra a regra de transição 60 aplicada em um autômato celular 1D, com estados binários e vizinhança de raio 1 (AC elementar), enquanto a Figura 5(b) apresenta a evolução do reticulado do AC por 8 passos de tempo. Nesse exemplo, o espaço celular é formado por 12 células, sendo o reticulado inicial determinado pelos estados dessas células no instante  $t = 0$ . A evolução do AC ocorreu por sete passos de tempo, onde a regra de transição foi usada na atualização dos estados de todas as células do reticulado a cada passo, resultando no reticulado final representado no instante  $t = 7$ .

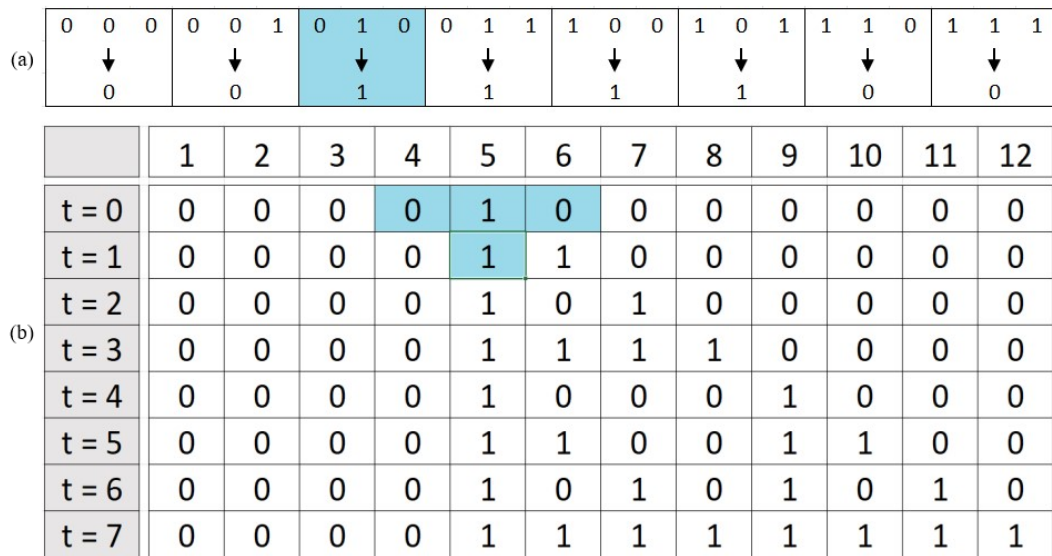


Figura 5 – Exemplo de um AC elementar que utiliza da regra 60.

A célula 5 foi escolhida para exemplificar o processo de evolução do AC, conforme destacado em azul na Figura 5. Considerando a vizinhança da célula no reticulado inicial ( $t = 0$ ), formada pelo estado da célula central (valor 1) e de suas vizinhas à esquerda e à direita (ambas com valor 0), a regra  $010 \rightarrow 1$  é utilizada, fazendo com que o estado da célula 5 seja mantido no próximo instante de tempo ( $t = 1$ ).

É importante destacar que, neste caso, o espaço celular possui condição de contorno periódica, ou seja, considera-se que o reticulado é uma estrutura circular, onde as células

nas extremidades são vizinhas entre si. Dessa maneira, para melhor entendimento, pode-se visualizar que a célula 1 está ligada a célula 12, e vice-versa. Em reticulado mais extenso, como ilustrado na Figura 5(b), o AC atingiria uma configuração particular, como pode ser observado na Figura 6.

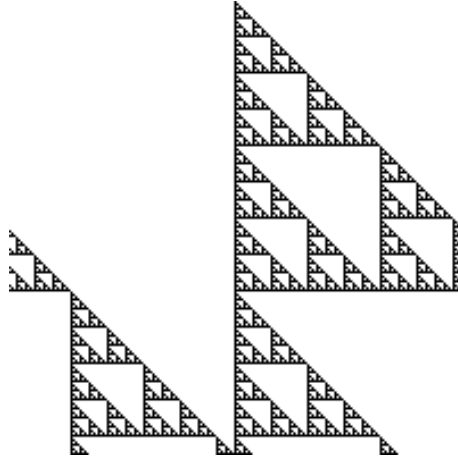
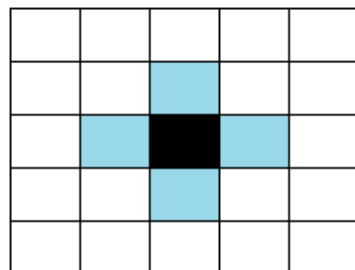


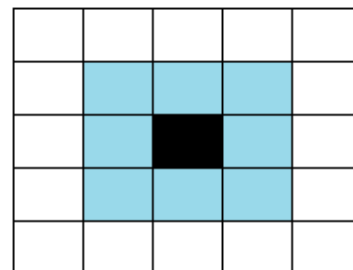
Figura 6 – Evolução de um AC a partir da regra 60. Imagem retirada de (BERTO; TAGLIABUE, 2023).

### 2.1.5 Autômatos Celulares Bidimensionais

Os ACs dispostos no espaço bidimensional podem ser representados por matrizes. As duas vizinhanças mais conhecidas neste tipo de AC são: a vizinhança de von Neumann e a vizinhança de Moore, as quais são apresentadas na Figura 7. A primeira é composta por 5 células, sendo a célula central (preta) e suas duas adjacentes verticais e horizontais (azuis), conforme ilustrado na Figura 7(a). Já a segunda, é composta por 9 células, englobando todas as células da vizinhança anterior, mais as células diagonais adjacentes, como mostrado na Figura 7(b).



(a) Vizinhança de von Neumann



(b) Vizinhança de Moore

Figura 7 – Vizinhanças mais conhecidas na literatura de ACs bidimensionais. Imagem baseada em (LIMA, 2012)

Um dos ACs bidimensionais mais conhecidos é o *Game of Life* (BERLEKAMP; CONWAY; GUY, 1982) de John Conway, que utiliza da vizinhança de Moore. Segundo

Oliveira (2003), o jogo funciona de maneira simples com duas regras. A primeira diz que, se uma célula tem como estado atual “1”, ou “vivo”, ela permanece com este valor se existirem duas ou três células vizinhas neste mesmo estado. Caso contrário, ela muda para “0”, ou “morto”. A segunda regra diz que, se uma célula está no estado “0” e tiver três vizinhos vivos, o estado muda para “1”. Do contrário, ela continua em “0”. Esse tipo de regra de transição, que determina o próximo valor da célula central em função das quantidades de células da vizinhança em cada estado, também é conhecido como regra totalística.

O mais interessante neste autômato celular são os padrões de estrutura formados a partir de certas configurações iniciais, mesmo com apenas duas regras simples. Algumas disposições bastante conhecidas são: *glider*, *blinker*, *glider gun*, *pulsar*, entre outras. Uma estrutura intrigante pode ser visualizada na Figura 8.

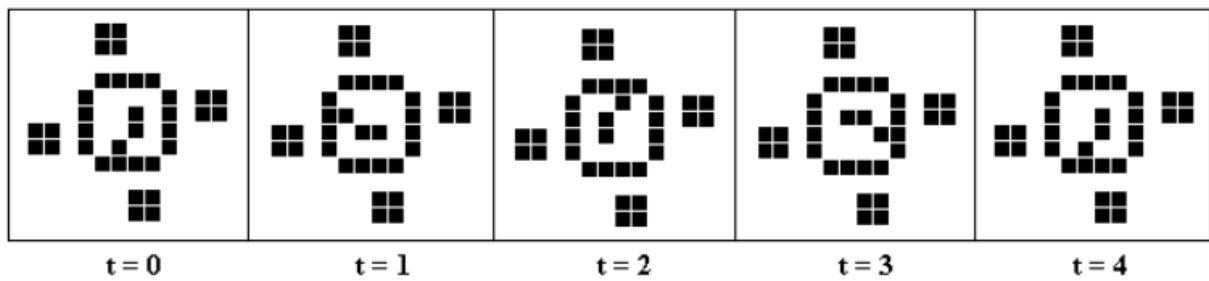


Figura 8 – Estrutura semelhante a um relógio gerada a partir da evolução do AC no jogo *Game of Life*. Imagem retirada de (OLIVEIRA, 2003).

## 2.2 Dinâmica Coletiva de Pedestres

A investigação de comportamento coletivo começou a se destacar por volta dos anos 1970. A ideia era utilizar técnicas de modelagem para reproduzir as características comportamentais de movimentação de seres humanos. Os pesquisadores procuravam entender o fluxo de pessoas para facilitar o planejamento urbano e de outros cenários, como eventos de grande magnitude. Na mesma época, estudos em comportamentos de animais, que apresentavam comportamento de grupo, tiveram um avanço na área da Biologia. Já nos anos 2000, pesquisadores encontraram semelhanças em ambas as linhas de investigação, que evoluíram para um campo em comum, chamado de comportamento coletivo (SUMPTER, 2010), (BELOTTI, 2020).

Modelos de Simulação de Dinâmica Coletiva de Pedestres (SDCP) são empregados na tentativa de replicar o comportamento de indivíduos quando submetidos a situações inesperadas e usuais. Simulações deste tipo são extremamente importantes, uma vez que podem auxiliar o planejamento eficiente dos ambientes para prover segurança e conforto

em cenários diversos. Neste contexto, uma série de fatores que podem ser considerados nesta área serão explicitados a seguir.

### 2.2.1 Pedestres e Tipos de Multidões

Existe uma discrepância entre a definição formal da palavra pedestre e seu uso cotidiano. Em contexto informal, pedestres são vistos como pessoas que se deslocam em ambientes externos. Entretanto, o dicionário Houaiss (2009) define o termo como “*aquele que anda ou se encontra a pé*”.

Além disso, é necessário diferenciar pedestre de multidão, visto que o último é caracterizado por “*grande quantidade de seres (pessoas, animais ou coisas) considerados ou não em conjunto*” (HOUAISS, 2009), ou seja, engloba um grupo maior de indivíduos que podem estar aglomerados ou não. Segundo Klüpfel (2009), existem diversos tipos de multidões, que podem ser organizados conforme ilustrado na Figura 9. É importante entender a dinâmica desses grupos, uma vez que a modelagem pode utilizar de características específicas a cada um.

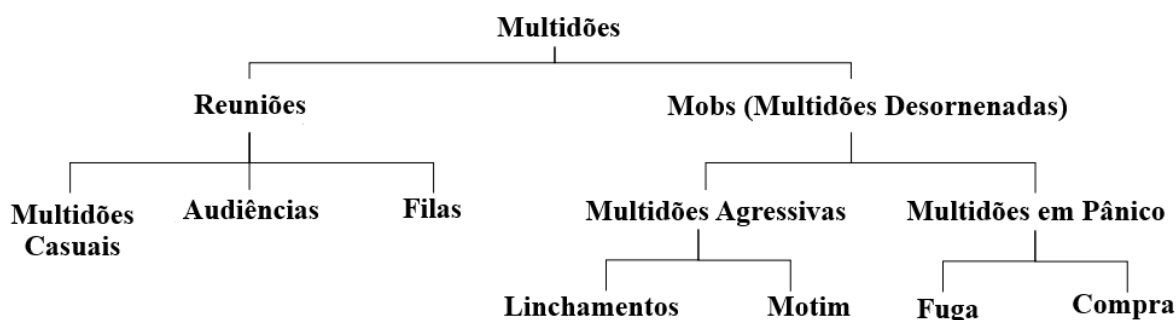


Figura 9 – Diferentes tipos de multidões. Imagem adaptada de (KLÜPFEL, 2009).

### 2.2.2 Características de Modelos de SDCP

Uma das propriedades explicitadas é quanto a separação de pedestres como indivíduos homogêneos e heterogêneos. Na primeira forma, todas as pessoas em uma simulação são vistas como iguais. Já na segunda, são observados atributos específicos dos indivíduos, como idade, sexo, etc.

Outra especificidade da modelagem é a granularidade ou escala de modelos de SDCP, que pode variar entre três tipos: macroscópica, mesoscópica e microscópica. Ao observar a Figura 10, é possível perceber que os modelos macroscópicos tratam os pedestres como um conjunto de pessoas que se movimentam, não há diferença entre os indivíduos. Os modelos microscópicos procuram analisar as pessoas como indivíduos, que possuem características específicas e interagem entre si, afetando seus comportamentos pessoais. Já os modelos



mesoscópicos são um meio-termo entre as outras duas versões. Neles, os grupos são vistos como homogêneos, mas que possuem particularidades, ou seja, embora os indivíduos de um grupo possuam características em comum, pode-se representar características individuais. (ZHAN et al., 2008).

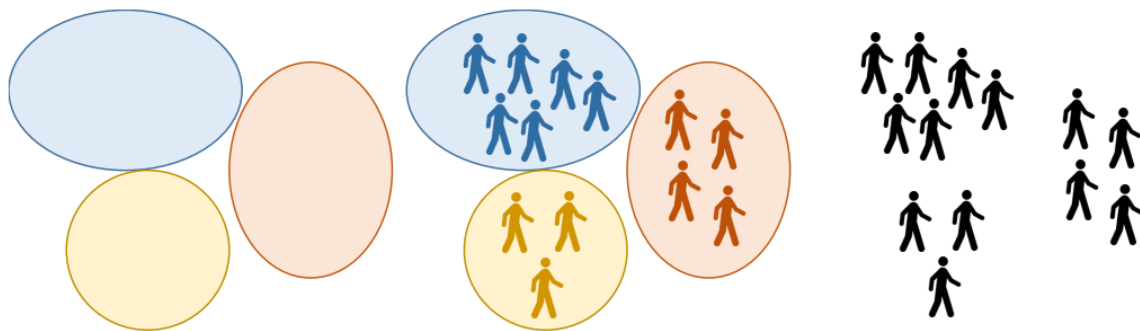


Figura 10 – Granularidade de modelos de SDCP. Da esquerda para a direita são: macroscópico, mesoscópico e microscópico. Imagem retirada de (RASOULI, 2021).

Outra propriedade analisada pelos autores foi quanto ao espaço e tempo das simulações, onde eles informaram que alguns modelos seguem estratégias discretas, enquanto outras preferem utilizar de abordagens contínuas. O autor Klüpfel (2009) apresenta outros critérios de modelagem, como modelos numéricos ou analíticos, quantitativos ou qualitativos, deterministas ou estocásticos, de estimativa ou *first principles* (modelos baseados em princípios das leis físicas).

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo baseado em autômatos celulares que combina características deterministas e estocásticas, que é um sistema discreto no tempo e espaço e que permite lidar com indivíduos homogêneos em escala microscópica.

### 2.2.3 Comportamento e Movimentação de Pedestres

Dependendo da situação em que estão inseridos, a ação dos pedestres pode ser completamente diferente. Inúmeros fatores, como o ambiente, outros pedestres a sua volta e as condições climáticas, influenciam diretamente nas decisões e nas ações dos indivíduos. Essas escolhas podem ser analisadas em diversos contextos. Para apresentar algumas características do comportamento e da movimentação de pedestres, serão explicados conceitos propostos por diferentes autores.

Segundo Rasouli (2021), essa análise deve ser feita em diversos níveis, sendo importante entender o processo interno de decisão, analisar a escolha feita, considerando a decisão em si e a situação do pedestre, além dos fatores do ambiente.

O processo interno pode ser melhor explicado como um desejo, amparado por uma crença e pela intenção. Mais especificamente, o desejo é o objetivo final do pedestre,

a crença é o que motiva o indivíduo a atingir o desejo e a intenção refere-se a como os pedestres desejam chegar no objetivo. Por exemplo, suponha uma mãe e um filho pequeno tentando sair de um centro comercial durante um incêndio. Ao analisar o comportamento da mãe, o desejo seria a vontade de escapar. A crença poderia ser de que, seguindo por um determinado caminho, ela chegará mais rápido à saída. Já a intenção é buscar a forma mais segura de sair com seu filho do local.

Ainda dentro deste contexto, ao analisar a escolha feita pelo pedestre é possível classificá-la de várias formas. Klüpfel (2009) apresentou três formatos de decisões: as estratégicas, as táticas e as operacionais. A decisão estratégica visa um objetivo a longo termo, as escolhas táticas são movimentos comuns, que o autor nomeou de “consciência humana”. Já as operacionais indicam uma resposta automática a alguma situação conhecida, como evitar correr em escadas para não se machucar.

Além disso, de acordo com Lima (2017), alguns fenômenos específicos podem ser observados em uma dinâmica coletiva de pedestres, como a tendência a seguir multidões, o retrocesso, se manter próximo a parentes e conhecidos, arqueamento, pânico, preferência ao conhecido, entre outros fatores. Todos esses aspectos podem ocorrer em uma situação de risco. O primeiro trata do instinto de seguir a maioria. O segundo e o terceiro podem ser, por exemplo, voltar para procurar um amigo que ficou perdido. Arqueamento pode ser visto como um acúmulo de pedestres em alguma saída, enquanto o pânico e procurar por locais conhecidos são reações mais comuns em situações inesperadas e de perigo. Diversos pesquisadores têm investigado essas características em seus estudos, como (YANG et al., 2005) e (VARAS et al., 2007).

#### 2.2.4 Abordagens de Dinâmica Coletiva

Zheng, Zhong e Liu (2009) analisaram diferentes estudos relacionados à dinâmica coletiva para evacuações, dividindo-os nas seguintes abordagens: forças sociais, dinâmica de fluidos, baseados em agentes, teoria de jogos e experimentos em animais. Segundo Zheng, Zhong e Liu (2009), os estudos de dinâmica coletiva para evacuações podem ser categorizados de acordo com as características presentes nos modelos de simulação. As técnicas são, muitas vezes, combinadas para que a simulação fique cada vez mais próxima da realidade. Por exemplo, *lattice gas* é um tipo de autômato celular usado para simular dinâmica de fluidos.

Um modelo de forças sociais muito conhecido foi apresentado por Helbing e Molnár (1995). Esse tipo de abordagem consiste em aplicar forças sobre os pedestres, a fim de que exista movimento. Essas forças são determinadas por alguns fatores, como onde o pedestre deseja chegar, se ele pretende manter distância de obstáculos ou de outros indivíduos, assim como a existência de atração a outras pessoas ou objetos, para mantê-los juntos durante uma simulação.

No modelo de dinâmica de fluidos proposto por [Hughes \(2003\)](#), a multidão é representada como “fluidos pensantes”, ou seja, pedestres tem semelhanças e podem ser definidos a partir de propriedades de fluidos ([LIMA, 2017](#)). Dessa forma, equações diferenciais são empregadas no modelo para explorar variações de densidade e de velocidade ao longo das simulações, a fim de representar o comportamento coletivo pelo ambiente.

Modelos com abordagem de teoria de jogos podem ser utilizados quando o processo de decisão de evacuação é racional, ou seja, os pedestres procuram, dentro das opções, sempre selecionar a movimentação que maximize seu ganho em relação aos outros pedestres da simulação. Esses modelos investigam a maneira que essa escolha racional de um pedestre afeta o comportamento de todos os outros pedestres em uma simulação ([ZHENG; ZHONG; LIU, 2009](#)).

Os experimentos em animais, embora são questionados de forma ética e legal, são utilizados como uma opção para simular evacuação de dinâmica coletiva. [Helbing, Farkas e Vicsek \(2000\)](#) previu a existência de similaridade entre o comportamento humano e de formigas quando são colocados em situação de pânico. Experimentos realizados por [Altshuler et al. \(2005\)](#) provaram esta teoria, demonstrando que a propagação do acontece pânico de maneira muito rápida por conta da imitação dos participantes, entre outras características semelhantes ([ZHENG; ZHONG; LIU, 2009](#)).

Diferentemente dos modelos anteriores, que tinham uma forte ligação com os princípios da física e características biológicas, os modelos baseados em agentes são sistemas computacionais que utilizam de estratégia *bottom up* para simular os pedestres. Essa estratégia consiste na definição de componentes computacionais simples (agentes), capazes de realizarem tarefas/ações básicas, e de regras que determinam como esses agentes interagem entre si. Modelos desse tipo conseguem reproduzir comportamentos complexos a partir das operações individuais e interações locais, também conhecido como computação emergente ([ZHENG; ZHONG; LIU, 2009](#)).

Modelos baseados em autômatos celulares podem ser considerados um tipo de sistema multiagente, no qual o reticulado representa o local em que os pedestres estão localizados, por exemplo, uma sala, um estádio, um parque, entre outros. Os pedestres são células do reticulado e as regras de transição definem como eles se movimentam pelo ambiente. De acordo com [Zheng, Zhong e Liu \(2009\)](#), os modelos podem ser classificados de duas formas: aqueles que focam na interação dos pedestres com o ambiente; e os que se concentram na interação entre os próprios indivíduos da simulação. O modelo proposto neste trabalho se enquadra no primeiro grupo, uma vez que considera a interação do pedestre com o ambiente para a tomada de decisão.

## 2.3 Autômatos Celulares Aplicados na Dinâmica Coletiva de Pedestres

Esta seção apresenta alguns projetos referentes à área de Modelagem e Simulação de Dinâmica Coletiva de Pedestres utilizando abordagem por Autômatos Celulares. Em seguida, é descrita com mais detalhes a pesquisa escolhida como base para este trabalho.

### 2.3.1 Trabalhos Correlatos

Diversos trabalhos têm investigado o uso de autômatos celulares para simular a dinâmica coletiva de pedestres (ALIZADEH, 2011), (MROWINSKI; GRADOWSKI; KOSINSKI, 2012), (SHI; Ming Lee; MA, 2018). Essas pesquisas se basearam no modelo de piso estático proposto em (VARAS et al., 2007), o qual também foi utilizado como modelo de referência para a abordagem deste trabalho e é descrito na Seção 2.3.2.

Alizadeh (2011) propôs um novo modelo de SDCP, que incorpora o conceito de piso dinâmico à perspectiva determinista. Este piso dinâmico é construído considerando a distribuição dos pedestres durante a simulação, sendo recalculado a cada iteração, ao verificar a quantidade de pessoas em pisos mais próximos de uma saída. Essa adaptação permite que, em uma grande aglomeração e com saídas distantes, os pedestres não fiquem parados em uma única porta, melhorando significativamente o tempo de evacuação.

Mrowinski, Gradowski e Kosinski (2012) propuseram dois modelos baseados no piso estático do Varas. As duas variações acrescentam dinamismo na tomada de decisão de movimentação dos pedestres. Na primeira abordagem, os indivíduos podem se movimentar de acordo com uma probabilidade entre seguir o valor de piso ou realizar movimentos aleatórios. Na segunda abordagem, a ideia é que os pedestres minimizem a quantidade de vizinhos. Essas duas variações mostraram que os pedestres se aglomeram na saída de forma mais diluída se comparado ao Modelo de Varas. Segundo os autores, isso poderia evitar problemas reais como lesões causadas por empurrões durante o pânico.

Shi, Ming Lee e Ma (2018) propuseram um modelo que estende o piso estático do Varas da escala microscópica para a escala mesoscópica. Nesse modelo, os autores procuraram discretizar o espaço de forma que, a cada iteração, as células mudassem de tamanho. Células mais próximas à saída se mantêm menores, pois o fluxo de pedestres é mais intenso, já células mais distantes são agrupadas formando células de tamanho maior. Durante as simulações, um mapa de densidade é obtido, o que auxilia na identificação de aglomeração. Segundo os autores, essa forma de representação é mais computacionalmente eficiente do que o modelo microscópico.

### 2.3.2 Modelo de Referência

A modelagem proposta por [Varas et al. \(2007\)](#) é um dos principais trabalhos de SDCP para ambientes internos que serviu de base para diversas pesquisas subsequentes. O objetivo do trabalho era incluir obstáculos em simulações de evacuação de pedestres, uma vez que, grande parte das situações reais de emergência não ocorrem em ambientes completamente vazios.

A construção do modelo pode ser dividida em duas etapas: o cálculo dos valores de piso e a movimentação dos pedestres e sua interação com outros indivíduos.

#### 2.3.2.1 Cálculo do piso

No modelo de Varas, a sala é definida como um reticulado bidimensional quadrangular, de forma que cada célula do piso representa uma área de  $0,4 \times 0,4m^2$  e pode assumir um dos estados: pedestres, obstáculo ou vazia. O tamanho da célula foi definido por [Burstedde et al. \(2001\)](#) para uma superfície quando ocupada por uma pessoa em situações de alta densidade. Além disso, os autores também definiram que a velocidade do pedestre é, aproximadamente,  $1m/s$ ,  $\Delta t \simeq 0,4s$ .

O reticulado inicial é definido de modo a representar o ambiente desejado, determinando os locais de saída, as células vazias e as posições dos indivíduos e dos obstáculos intransponíveis. A ideia do modelo é que cada célula receba um valor constante que represente a distância daquela célula até a saída, de forma que, quanto mais próximo à porta, menor o valor da célula. Os valores das células do reticulado inicial são calculados como segue:

1. A porta recebe valor  $1,0$ ;
2. As células adjacentes àquelas com distâncias já definidas têm seus valores calculados de acordo com as seguintes regras:
  - a) Se o valor da célula é  $N$ , as células adjacentes na vertical ou na horizontal receberão valor  $N+1,0$ , enquanto as células adjacentes nas diagonais receberão valor  $N + \lambda$ , com  $\lambda > 1,0$ ;
  - b) Se ocorrer conflito de valores, o menor valor é escolhido para aquela célula;
3. O passo 2 é repetido até que todas as células tenham suas distâncias calculadas;
4. Os objetos (paredes, mesas, cadeiras, etc.) recebem um valor elevado para que os pedestres não tentem passar por essas células.

A Figura 11 ilustra um reticulado inicial que representa o piso de uma sala  $16 \times 20$ , no qual as distâncias das células foram calculadas considerando,  $\lambda = 1,5$  e valor de objeto = 500,0.

500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
500	7.5	8	8.5	9	9.5	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	500	500
500	6.5	7	7.5	8	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	19.5	20.5	21.5	500	500
500	5.5	6	6.5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	500	500
500	4.5	5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	19.5	20.5	500	500
500	3.5	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	500	500
500	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	19.5	500	500
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	500	500
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	500	500
500	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	19.5	500	500
500	3.5	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	500	500
500	4.5	5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	19.5	20.5	500	500
500	5.5	6	6.5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	500	500
500	6.5	7	7.5	8	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	19.5	20.5	21.5	500	500
500	7.5	8	8.5	9	9.5	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	500	500
500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500

Figura 11 – Imagem retirada de (VARAS et al., 2007) contendo o reticulado de uma sala  $16 \times 20$ .

### 2.3.2.2 Regras de movimentação

A movimentação e interação entre os pedestres é definida a partir de uma regra de transição que utiliza vizinhança de Moore e raio 1. A cada passo de evolução do AC, todos os pedestres se movimentam em conjunto para uma célula mais próxima da saída. A Figura 12, retirada de (VARAS et al., 2007), demonstra as regras de movimentação empregadas que são apresentadas a seguir:

- Círculo preto: pedestre movimenta para a célula de menor valor em sua vizinhança;
- Círculos brancos: se dois pedestres desejam ir para uma mesma célula, isso resulta em um conflito, resolvido de maneira aleatória. O ganhador movimenta e o perdedor fica parado;
- Triângulo preto: se duas ou mais células na vizinhança de um pedestre tem o mesmo valor, o pedestre se movimenta aleatoriamente para um desses espaços;
- Triângulo branco: introdução da característica de pânico. Se um pedestre entra em pânico no tempo  $t$ , ele fica parado.

As últimas três regras introduzem probabilidade ao modelo, para que ele não seja totalmente determinístico. Vale ressaltar que um pedestre fica parado quando a célula que

ele deseja se deslocar, está ocupada. Ainda nesse sentido, as formas de interação entre os pedestres ocorrem utilizando esta última informação e a regra dos círculos brancos.

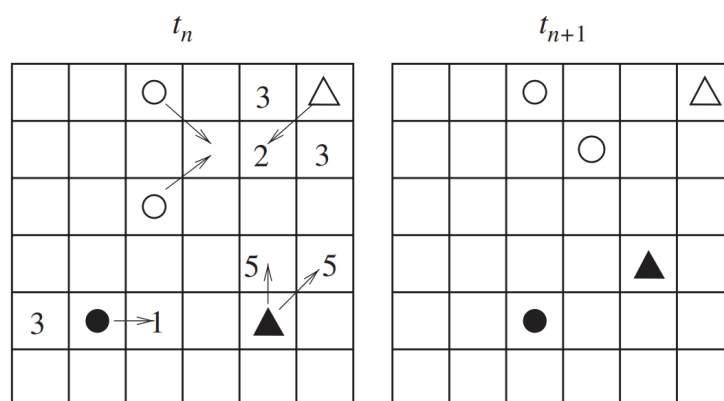


Figura 12 – Imagem retirada de (VARAS et al., 2007) demonstra as regras de movimentação de pedestres.

## 3 Desenvolvimento

O Modelo de Varas, como foi explicitado anteriormente, é um dos modelos de SDCP mais conhecidos e é bastante utilizado por diversos pesquisadores. O intuito do autor era incluir obstáculos nas simulações de forma que o ambiente se aproximasse de situações reais, uma vez que, é mais comum os pedestres precisarem evacuar salas com obstáculos, do que salas totalmente vazias. Além disso, esse modelo permite analisar a influência da localização das portas e dos seus respectivos tamanhos na evacuação dos cenários simulados.

Durante a implementação deste modelo, foram identificados certos aspectos que poderiam ser alterados para aproximar ainda mais o trabalho a ambientes reais. As modificações realizadas serão detalhadas a seguir.

### 3.1 Alteração da Dinâmica de Movimentação

No Modelo de Varas, o pedestre escolhe se movimentar para uma célula de valor menor do que a que se localiza no momento. Além disso, o autor impôs algumas regras em que o pedestre se mantém parado. São três casos:

1. Caso ele perca no sorteio contra outro pedestre que deseja ir para a mesma célula que ele;
2. Caso ele entre em pânico naquele instante da simulação;
3. Caso ele escolha ir para uma célula que já possui um pedestre.

Os dois primeiros itens foram demonstrados pelo autor na Figura 12. O terceiro fica implícito na explicação das regras e, ao observar a Figura 13, que o autor colocou no artigo, é possível visualizá-lo. Por exemplo, no reticulado a esquerda, o único pedestre que pode se movimentar, segundo as regras do modelo, é o pedestre de número “1”, visto que, no momento da simulação, não há ninguém na célula que ele gostaria de se deslocar (saída). Na imagem da direita fica claro essa movimentação, onde cada um dos pedestres deve esperar que o indivíduo a sua frente libere o espaço para ele se deslocar.

Neste sentido, uma abordagem diferente é apresentada neste trabalho, que também já é utilizada em pesquisas, como no modelo proposto por [Alizadeh \(2011\)](#). Nela, o pedestre escolhe sempre o menor piso que esteja vazio, o que, muitas vezes, evita a parada pela terceira regra. Nesse caso, ele não se movimenta se cair em alguma das outras duas regras ou se não existir piso de valor menor vazio para se movimentar.



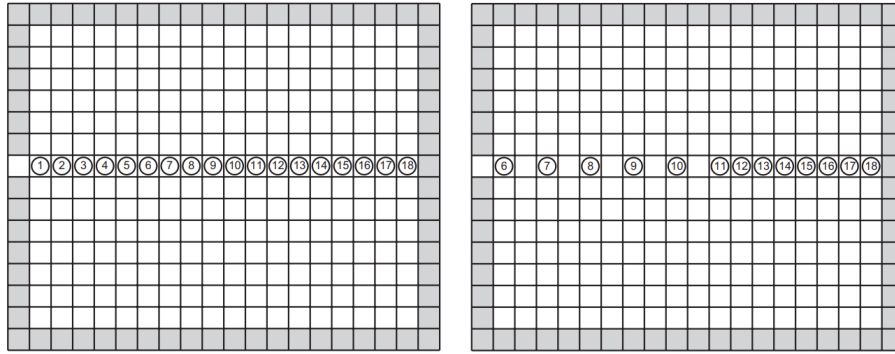


Figura 13 – Pedestres se deslocando em fila. Imagem retirada de (VARAS et al., 2007).

A essa abordagem, no presente trabalho, foi dado o nome de Varas Escolha Gulosa, uma alusão aos algoritmos gulosos que fazem a melhor escolha localmente. A Figura 14 compara a movimentação dos pedestres considerando a estratégia original (Figura 14(b)) e gulosa (Figura 14(c)). Ambas as estratégias consideram o reticulado apresentado na Figura 14(a), o qual foi calculado a partir das regras do modelo original de Varas. Como pode ser observado, ao utilizar a regra de movimentação original do modelo de Varas, apenas um dos pedestres se movimenta, enquanto que, com a estratégia gulosa, todos os três pedestres conseguem se movimentar.

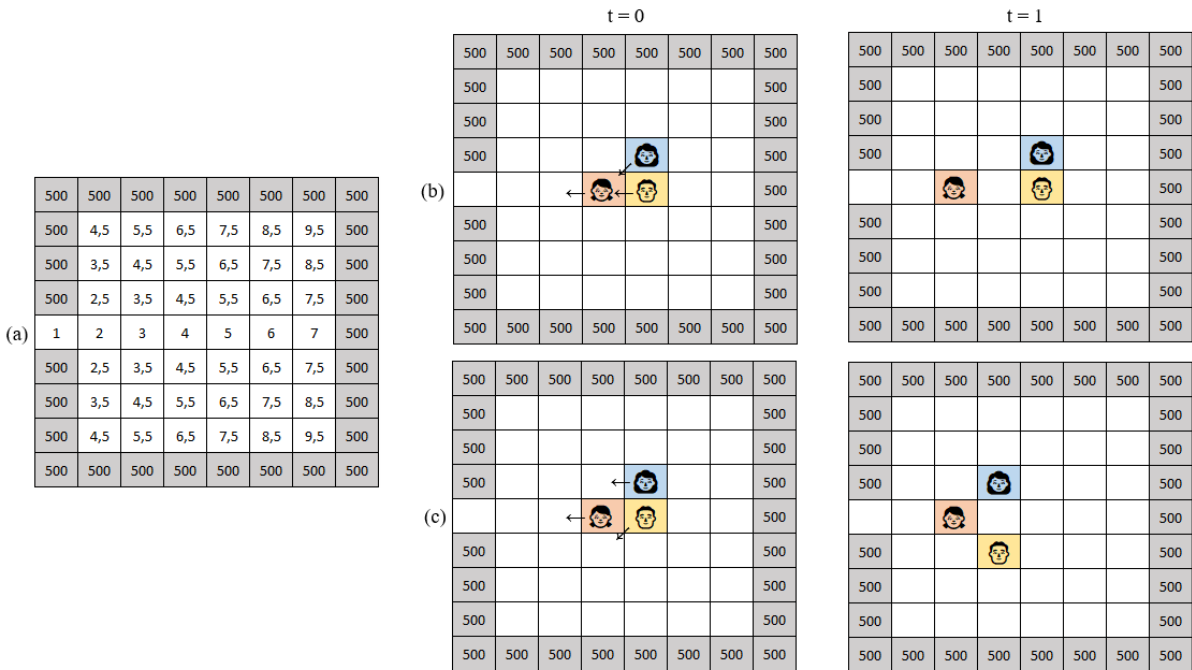


Figura 14 – Movimentação dos pedestres conforme a estratégia de escolha adotada. (a) Reticulado de uma sala  $9 \times 8$  seguindo o cálculo do reticulado piso do modelo original de Varas. (b) Movimentação de três pedestres ao utilizar das regras originais do Varas. (c) Movimentação de três pedestres ao utilizar da escolha do menor piso vazio.

Vale ressaltar que, neste caso, ao menos dois pedestres sempre vão se movimentar,

uma vez que, se o pedestre em amarelo tivesse escolhido deslocar para a célula na diagonal, ao noroeste, ocorreria um conflito entre ele e a pedestre em azul e apenas um deles se movimentaria com o pedestre em laranja.

## 3.2 Obstáculos Transponíveis

Como previamente mencionado, [Varas et al. \(2007\)](#) pretendia reproduzir ambientes com situações mais fiéis à realidade. Neste intuito, ele introduziu objetos de valor muito alto nas salas de suas simulações, para que os pedestres não desejassem se locomover para aquelas células. Por isso, os objetos definidos pelo pesquisador são completamente intransponíveis. Independentemente dos itens que ele desejasse representar (paredes, mesas, cadeiras, etc.), os pedestres não teriam capacidade de ultrapassá-los.

Neste projeto é apresentada uma diferenciação entre dois tipos de objetos: intransponíveis e transponíveis. Os não ultrapassáveis (intransponíveis) são os objetos do modelo original do Varas. Os ultrapassáveis (transponíveis) são introduzidos de acordo com algumas regras:

1. Eles não têm impacto na estrutura do reticulado, ou seja, quando os valores de piso são calculados, os objetos transponíveis são ignorados e suas células são tratadas como livres e têm seus valores de custo calculados;
2. É definida uma taxa de ultrapassagem  $z$ , no início das simulações, que indica a probabilidade de um pedestre ultrapassar o objeto. Ela funciona da seguinte forma:
  - Se o pedestre “vencer” a ultrapassagem, no próximo passo de tempo, ele ocupará a célula do obstáculo, aludindo a uma pessoa em cima de uma cadeira ou de uma mesa;
  - Se o pedestre “perder” a ultrapassagem, ele fica parado.

A Figura 15 demonstra a diferença na movimentação do pedestre ao considerar a existência de obstáculos transponíveis (abordagem proposta) e o modelo original (apenas com obstáculos intransponíveis). Na Figura 15(b), é mostrada a movimentação de um pedestre em amarelo seguindo a versão original do [Varas et al. \(2007\)](#). Nele, os obstáculos e as paredes não têm distinção, portanto, para ultrapassar a barreira, o pedestre deve contorná-la. Já na Figura 15(a), de acordo com a abordagem proposta, os objetos em azul representam objetos transponíveis, enquanto as paredes em cinza são intransponíveis. Supondo que no tempo  $t = 0$ , o pedestre ganhou a ultrapassagem, no tempo  $t = 1$ , ele se encontra em cima da barreira. Em próximos passos de tempo, ele sai do piso da barreira e segue para uma célula conforme o valor do reticulado e as regras de transição.

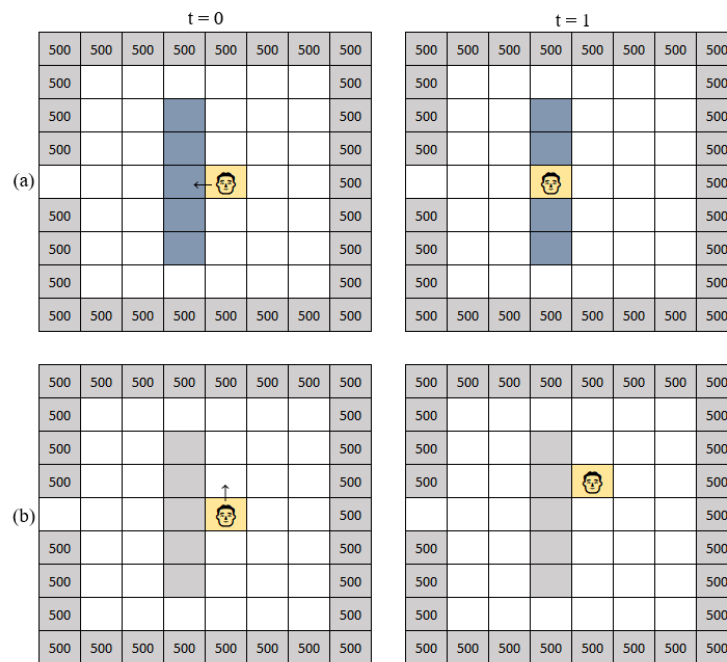


Figura 15 – Movimentação do pedestre em ambientes com obstáculos transponíveis (a - modelo estendido) e apenas intransponíveis (b - modelo original).

### 3.3 Alteração de Movimentos Diagonais

Ao montar o piso no modelo de Varas, o valor do incremento para as células diagonais adjacentes é maior que o incremento das verticais e horizontais, a fim de mostrar que a movimentação para esse tipo de célula requer um espaço um pouco maior do que as outras. Apesar disso, ao implementar o modelo, foi percebido que dispor obstáculos na diagonal permite que um pedestre ultrapasse o espaço livre entre eles.

Na Figura 16(a) é representado o reticulado inicial de uma sala que contém uma barreira na diagonal. Além da posição inicial do pedestre na sala, também são apresentadas as distâncias de cada célula do reticulado até a saída, calculadas pelo modelo de Varas. Como pode ser observado, o cálculo do piso realizado pelo modelo original considera a passagem dos obstáculos através das células livres nas diagonais opostas. Assim, é viável que um pedestre se desloque para tais regiões, como apresentado na Figura 16(b).

Como os obstáculos representados no modelo de [Varas et al. \(2007\)](#) são todos iguais, não é possível diferenciar entre objetos transponíveis (ex: mesas e cadeiras), para os quais a movimentação apresentada na Figura 16(b) seria possível, daqueles intransponíveis (ex: paredes), onde esse deslocamento não é viável. Então, para evitar essa situação no modelo original, uma solução simples seria usar uma parede dupla, como ilustrado na Figura 16(c). Dessa forma, não haveria células adjacentes nas diagonais opostas aos obstáculos, o que impede tal movimentação e obriga que o pedestre contorne a parede de obstáculos, conforme ilustrado na 16(d).



## 4 Simulações e Resultados

Este capítulo apresenta algumas simulações realizadas e seus resultados com o intuito de comparar o modelo original (VARAS et al., 2007) com as modificações implementadas no modelo proposto. Ela foi dividida em quatro subseções, a primeira apresenta considerações iniciais de condições dos experimentos. Cada uma das três últimas realiza uma comparação quanto às alterações apresentadas na seção anterior.

### 4.1 Considerações Iniciais

A análise de modelos de SDCP envolve diversos parâmetros que têm influência direta nos resultados das simulações. Com o objetivo de esclarecer possíveis questões sobre as simulações apresentadas neste capítulo, é importante fazer algumas considerações.

O valor da taxa de diagonal ( $\lambda$ ) foi mantida como a do autor, portanto,  $\lambda = 1, 5$ . Outra consideração importante é que, em todas as simulações, assim como no artigo de Varas et al. (2007), foi adotada a taxa de pânico como 5%, ou seja, cada pedestre, a cada passo de tempo, tem 5% de chance de ficar parado por ter entrado em pânico. Outra característica importante é que, nesta implementação, foi considerado que um pedestre, ao atingir a porta, já não está mais dentro da sala.

Além disso, para cada versão de simulação foram realizadas 30 execuções e os valores exibidos são referentes à média destas. Outras informações importantes serão apresentadas para cada mapa.

### 4.2 Dinâmica de Evacuação em uma Sala Vazia

O reticulado usado nas simulações para representar um ambiente sem obstáculos pode ser visualizado na Figura 17(a). Ele consiste em uma sala  $16 \times 20$ , com uma saída do tamanho de uma célula, centralizada na parede mais a esquerda. Na simulação, os pedestres são distribuídos aleatoriamente. No caso da imagem, cinquenta pedestres foram colocados na simulação. Este mapa pode ser utilizado para realizar a comparação entre o modelo do Varas et al. (2007) e o modelo do Varas Escolha Gulosa.

A Figura 17(c) e a Figura 17(d) apresentam dois instantes diferentes ( $t = 18$  e  $t = 66$ ) da simulação com a versão original do Modelo de Varas. Um fenômeno de formação de fila acontece, porque os pedestres escolhem apenas o menor valor de piso em sua vizinhança e, até que não esteja liberado, eles se mantêm parados. Como a porta está localizada em um ponto mais à esquerda da sala, a fila segue aquela direção.

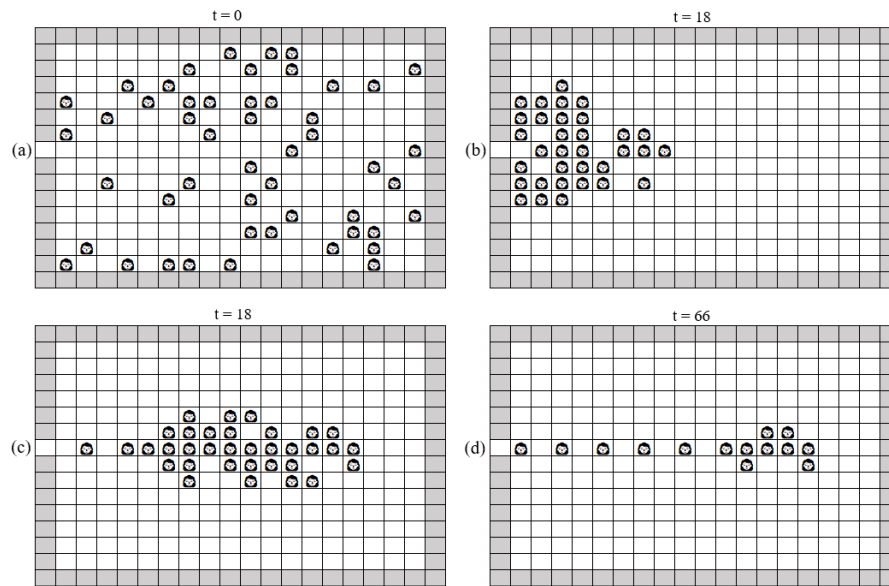


Figura 17 – Comparação entre as dinâmicas de evacuação resultantes das versões original e gulosa do modelo do Varas. (a) Reticulado inicial de uma simulação aleatória para 50 pedestres em uma sala vazia; (b) Reticulado após 18 passos de simulação com o modelo na configuração Varas Escolha Gulosa; (c) Reticulado após 18 passos de simulação com o modelo na configuração Varas Original e (d) Reticulado após 66 passos de tempo na configuração Varas Original.

A Figura 17(b) apresenta um instante de simulação ( $t = 18$ ) com a versão Varas Escolha Gulosa. A diferença entre as formações geradas pelos dois modelos é clara. Fica visível que na nova versão os pedestres se acumulam mais próximos à saída e isso faz com que eles saiam mais rápido da sala.

Uma análise quantitativa dessa diferença de comportamento é apresentada na Figura 18. Essa figura apresenta a média de passos de tempo de simulação necessária para a evacuação completa dos pedestres no ambiente investigado, para diferentes quantidades de pessoas (25, 50, 100, 150). Essa média foi obtida a partir de 30 simulações em cada cenário (número de pedestres) e para cada modelo investigado (Varas original e Varas Escolha Gulosa). No gráfico é possível observar que a média de passos de tempo se distancia entre os dois modelos, conforme a quantidade de pedestres aumenta. Na versão gulosa, os pedestres procuram sempre por uma célula menor ou igual ao seu valor, que esteja vazia, o que provoca uma redução em potencial do tempo médio de espera. Já na versão original, eles permanecem parados até que a célula que desejam esteja livre, o que resulta em um tempo de espera consideravelmente maior, em especial nas situações de congestionamento.

Além disso, é importante considerar que a discrepância observada também pode ser influenciada pela forma de implementação do modelo, como foi citado anteriormente. Na versão implementada, um pedestre na porta já não é mais considerado na simulação.

Nesse sentido, se houver aglomeração, os pedestres escapam mais rapidamente, pois a cada passo de tempo, um pedestre pode ocupar a célula da porta. No entanto, ao considerar cenários sem acúmulo de pedestres ao redor da saída, por exemplo, na formação de filas, os pedestres não saem necessariamente a cada passo de tempo. O segundo caso fica visível na Figura 13, na qual um pedestre não está ocupando a saída naquele momento da simulação.

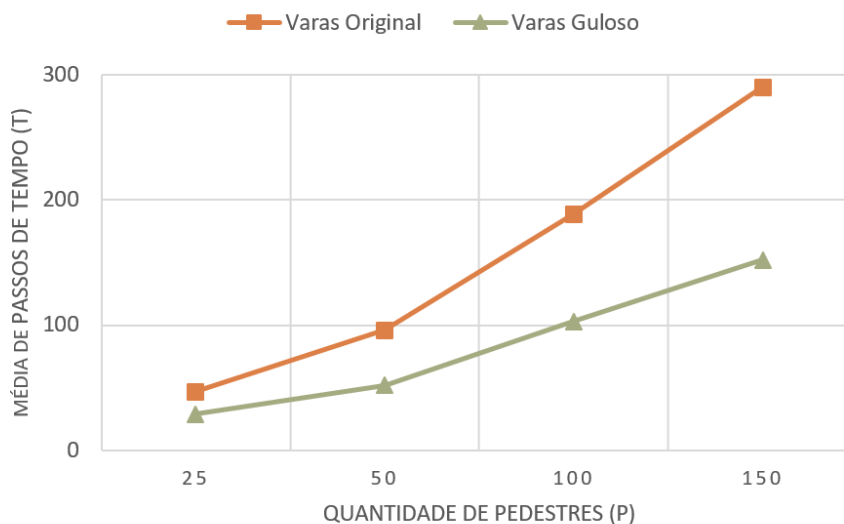


Figura 18 – Comparação entre as versões original e gulosa do modelo do Varas, considerando simulações para 25, 50, 100 e 150 pedestres.

### 4.3 Dinâmica de Evacuação em Ambientes com Obstáculos

Para analisar a diferença entre obstáculos transponíveis e intransponíveis, foi necessário pensar em ambientes que utilizam diferentes tipos de obstáculos. O mapa da Figura 19(a) foi inspirado em uma sala de aula do Bloco 5R na Universidade Federal de Uberlândia. A sala é de tamanho  $17 \times 20$ . Somando todos os pedestres da simulação (alunos e professor), esta simulação possui 49 pessoas. Além disso, 51 obstáculos foram modelados para representar as carteiras dos alunos (1 célula por carteira) e a mesa do professor (única que ocupa 3 células). A saída está localizada no canto esquerdo superior.

Outro ambiente pensado para essa modelagem foi inspirado nos laboratórios do Bloco 1B da UFU (Figura 19(b)). Nesta modelagem, o reticulado é de tamanho  $14 \times 20$ , com 60 obstáculos transponíveis (representando as bancadas dos computadores) e 60 pedestres. A saída está localizada no canto superior direito.

Para ambos os mapas, foi utilizada uma taxa de ultrapassagem de 70%. Na Figura 20 estão representados os gráficos referentes às simulações realizadas para esses mapas. Essas duas configurações demonstram que a disposição dos pedestres, dos objetos e da saída de um mapa podem afetar diretamente na média de passos de tempo de simulação.

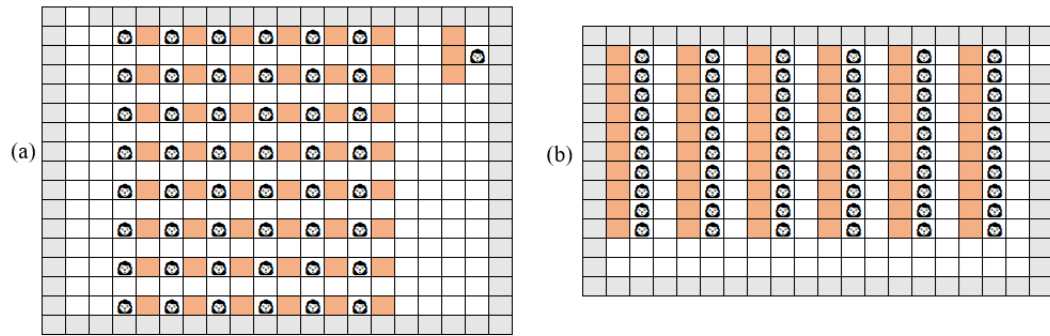


Figura 19 – Mapas inspirados em (a) sala de aula do Bloco 5R da UFU e em (b) nos laboratórios do Bloco 1B da UFU.

Ao observar a Figura 20(a), é perceptível que a média dos tempos é muito próxima. Isso ocorre pela disposição do reticulado. No caso do mapa da sala de aula, a maioria dos pedestres irá preferir caminhar em diagonais, no sentido noroeste e evitando os obstáculos, mesmo quando conseguem ultrapassá-los, uma vez que a saída está localizada no ponto mais alto e à esquerda do mapa. Além disso, o fato de os obstáculos serem de tamanho único previne que eles dificultem muito a movimentação dos pedestres. Então, mesmo que a versão original do [Varas et al. \(2007\)](#) gaste, em média, mais passos de tempo, essa diferença não é tão visível.

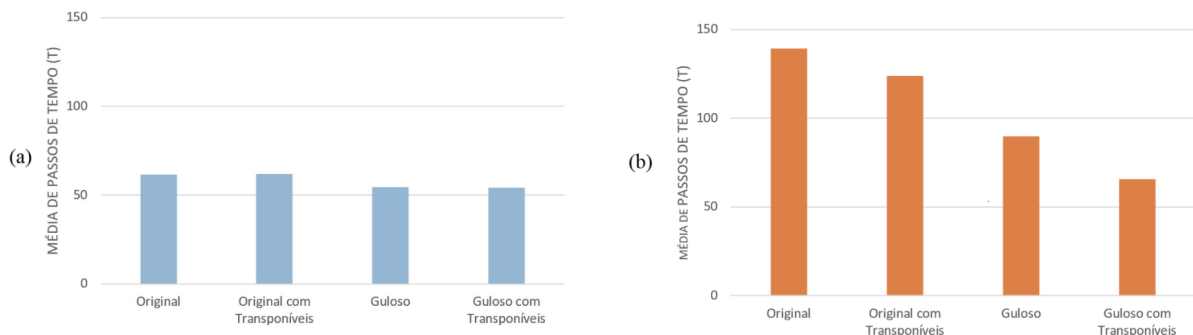


Figura 20 – Tempo médio de evacuação de acordo com o ambiente e a versão do modelo utilizados nas simulações. (a) média de passos de tempo para a evacuação da sala de aula; e (b) média de passos de tempo para a evacuação do laboratório.

Já na Figura 20(b), a média decresce desde o modelo Varas original (mais lento) até o modelo Varas Escolha Gulosa com objetos transponíveis (mais rápido). A porta localizada no canto superior direito e a disposição dos obstáculos formando barreiras contínuas é o que provoca essa diferença discrepante entre as duas simulações. A Figura 21(a) demonstra que, ao impossibilitar a passagem pelos objetos, a única opção dos pedestres é seguir pelo corredor, isso cria uma grande aglomeração e, mesmo com o Varas Escolha Gulosa, não é possível dispersar esses indivíduos para ficarem mais próximos da saída. No caso da Figura 21(b), os objetos transponíveis estão ligados, nesse caso, percebe-se que os pedestres preferem tentar ultrapassar obstáculos, a seguir pelo corredor, o que



corresponde às informações dos gráficos.

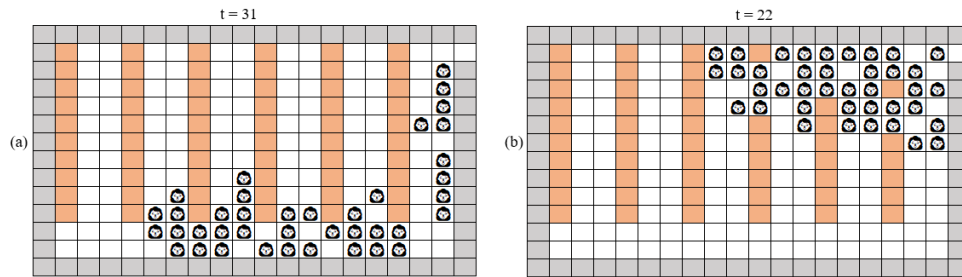


Figura 21 – Dinâmica de evacuação do laboratório de acordo com o tipo de obstáculo modelado. (a) Simulação do modelo estratégia gulosa apenas com obstáculos intransponíveis (instante  $t = 31$ ); e (b) Simulação do modelo guloso com obstáculos transponíveis e intransponíveis (instante  $t = 22$ ).

#### 4.4 Dinâmica de Evacuação em Ambiente com Parede Diagonal

Com o objetivo de avaliar a não ultrapassagem de barreiras intransponíveis pela diagonal, foi utilizado o mapa semelhante ao apresentado na Figura 16. Ele tem dimensões  $16 \times 20$  e os pedestres são alocados aleatoriamente na sala.

Na Figura 22, foram representadas duas simulações que demonstram a diferença no fluxo dos pedestres ao permitir ou não a transposição das paredes pelas células livres nas diagonais. Essas simulações foram geradas a partir da variação gulosa do modelo de Varas (Varas Estratégia Gulosa), variando a forma como são calculadas as distâncias das células do reticulado. Na Figura 22(b), foi adotado o cálculo de piso do modelo original, o qual considera a adjacência entre as células diagonais posicionadas em lados opostos da parede. Como é possível observar, nessa simulação, os pedestres se aglomeraram rapidamente na saída, uma vez que eles conseguem atravessar as barreiras. Por outro lado, na situação da Figura 22(c), foi adotado o cálculo de piso aprimorado, o qual desconsidera a adjacência entre células diagonais em lados opostos das paredes, de modo que os pedestres precisam dar a volta para chegarem na saída.

Ao permitir essa ultrapassagem, a simulação fica um pouco mais rápida, visto que os indivíduos não precisam contornar a parede. Apesar disso, como citado em seções anteriores, esse comportamento não se aproxima da realidade. Além disso, como pode ser visualizado no gráfico da Figura 23, a média de passos, não altera significativamente ao utilizar da versão gulosa do modelo.

Outro resultado perceptível ao analisar o gráfico é que, utilizar da versão “parede dupla” ou da versão “sem diagonais” não afeta a média de passos de simulação, seja na simulação do Varas Original ou do Varas Escolha Gulosa. Apesar disso, retirar a

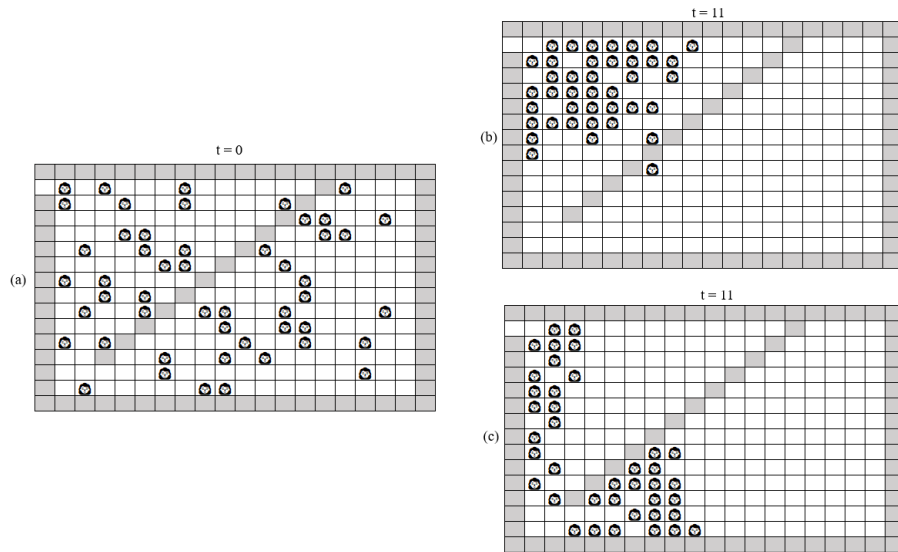


Figura 22 – Fluxo de pedestre em função da estratégia usada no cálculo do piso. (a) Reticulado no tempo  $t = 0$  com 50 pedestres aleatórios. (b) Simulação do modelo estratégia gulosa usando o cálculo de piso original, no instante  $t = 11$ . (c) Simulação do modelo estratégia gulosa o cálculo de piso adaptado, no instante  $t = 11$ .

parede dupla, libera algumas células do mapa, o que permite com que mais pedestres ou obstáculos possam ser representados naqueles locais.

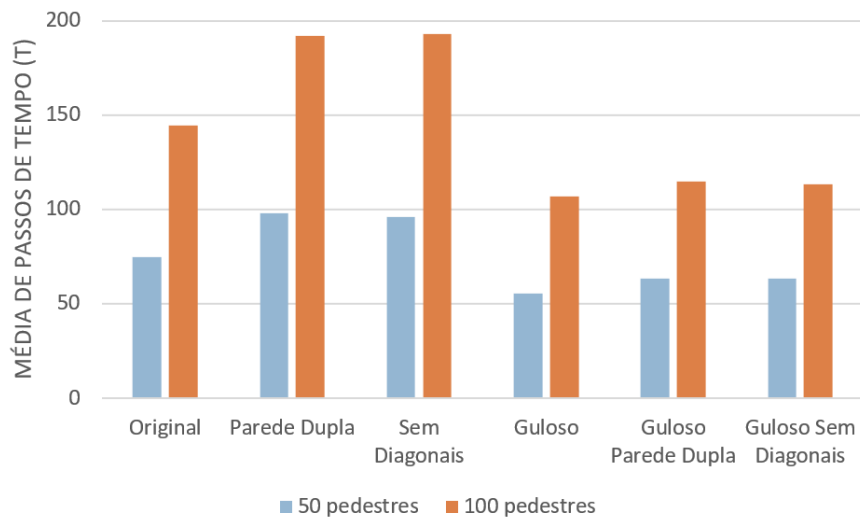


Figura 23 – Comparação entre as simulações do Mapa Sala com Parede Diagonal.

## 5 Conclusão

Como foi apresentado neste trabalho, a área de modelagem e simulação de dinâmica de pedestres é fundamental para a sociedade. Além disso, modelos de SDCP baseados em autômatos celulares são muito utilizados nessa área de pesquisa por conseguirem representar de maneira eficaz e simples comportamentos complexos dos pedestres frente a situações normais e emergenciais. Neste sentido, este trabalho implementou um modelo precursor da área, que é muito conhecido e utilizado por diversos pesquisadores, o Modelo de Varas *et al.* (2007). Ademais, foram realizadas alterações a este modelo: na dinâmica de movimentação, ao apresentar obstáculos transponíveis e ao proibir movimentos diagonais entre objetos intransponíveis.

Essas modificações, quando comparadas ao modelo original, provocaram diferentes resultados. A mudança na dinâmica de movimentação foi apresentada com o nome de Varas Escolha Gulosa, ela melhora significativamente a média de passos de tempo de simulação conforme o aumento de pedestres. A segunda alteração apresenta uma separação entre obstáculos transponíveis e intransponíveis. Nesse caso, foi observado que a configuração da sala provoca resultados muito diferentes para cada simulação. Uma vez que estes obstáculos foram separados, a terceira alteração, impede a ultrapassagem por meio da diagonal entre dois objetos intransponíveis. Esta modificação não demonstrou diferença significativa na média de passos de tempo da simulação, mas é um comportamento mais realístico, quando pessoas se deparam com uma parede diagonal. No modelo original, por ser possível calcular o custo de uma célula diagonal vizinha, os pedestres podem atravessar paredes, o que não reflete a realidade.

Essas alterações são um passo inicial para o refinamento do Modelo de Varas. Em trabalhos futuros, esta pesquisa será utilizada para enriquecer a capacidade do modelo de representar ambientes reais. Uma ideia é acrescentar um piso dinâmico de forma que os pedestres não se aglomerem em um local, mas possam procurar por outras saídas. Outra investigação pretende aprofundar a distinção entre os obstáculos transponíveis, apresentando diferentes dificuldades de ultrapassagem. Ademais, uma proposta é acrescentar características de ambientes externos, de forma que o modelo possa ser utilizado em diversos ambientes e que possa auxiliar na evacuação de pedestres nestes locais.

Três disciplinas do curso de Ciência da Computação foram fundamentais para a execução deste trabalho: Linguagens Formais e Autômatos, Inteligência Artificial e Inteligência Computacional, que despertaram meu interesse em aprofundar meus conhecimentos nessas áreas de pesquisa, além de apresentarem conceitos importantes que facilitaram o entendimento dos ACs e da modelagem de SDCP.

## Referências

- ALIZADEH, R. A dynamic cellular automaton model for evacuation process with obstacles. **Safety Science**, v. 49, n. 2, p. 315–323, 2011. ISSN 0925-7535. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ssci.2010.09.006>>. Citado 3 vezes nas páginas 16, 27 e 31.
- ALTSHULER, E.; RAMOS, O.; NÚÑEZ, Y.; FERNÁNDEZ, J.; BATISTA-LEYVA, A.; NODA, C. Symmetry breaking in escaping ants. **The American Naturalist**, v. 166, n. 6, p. 643–649, 2005. PMID: 16475081. Disponível em: <<https://doi.org/10.1086/498139>>. Citado na página 26.
- BELOTTI, M. C. T. D. **Simulação da dinâmica de multidões baseada no modelo de forças sociais**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Controle e Automação Mecânica) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, nov. 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.11606/D.3.2020.tde-19072021-084725>>. Citado na página 22.
- BERLEKAMP, E. R.; CONWAY, J. H.; GUY, R. K. **Winning ways for your mathematical plays**. London and New York: Academic Press, 1982. v. 2: Games in particular. Citado 3 vezes nas páginas 16, 18 e 21.
- BERTO, F.; TAGLIABUE, J. Cellular Automata. In: ZALTA, E. N.; NODELMAN, U. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Winter 2023. Stanford University: Metaphysics Research Lab, 2023. Disponível em: <<https://plato.stanford.edu/archives/win2023/entries/cellular-automata/>>. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 21.
- BURSTEDDE, C.; KLAUCK, K.; SCHADSCHNEIDER, A.; ZITTARTZ, J. Simulation of pedestrian dynamics using a two-dimensional cellular automaton. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 295, n. 3, p. 507–525, 2001. ISSN 0378-4371. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(01\)00141-8](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(01)00141-8)>. Citado na página 28.
- HELBING, D.; FARKAS, I.; VICSEK, T. Simulating dynamical features of escape panic. **Nature**, Springer Science and Business Media LLC, v. 407, n. 6803, p. 487–490, set. 2000. ISSN 1476-4687. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/35035023>>. Citado na página 26.
- HELBING, D.; MOLNÁR, P. Social force model for pedestrian dynamics. **Physical review E**, APS, v. 51, n. 5, p. 4282, 1995. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.51.4282>>. Citado na página 25.
- HOUAISS, A. **Dicionário Houaiss da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009. Citado na página 23.
- HUGHES, R. L. The flow of human crowds. **Annual Review of Fluid Mechanics**, Annual Reviews, v. 35, n. Volume 35, 2003, p. 169–182, 2003. ISSN 1545-4479. Disponível em: <<https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.35.101101.161136>>. Citado na página 26.
- IZQUIERDO, J.; MONTALVO, I.; PÉREZ, R.; FUERTES, V. Forecasting pedestrian evacuation times by using swarm intelligence. **Physica A: Statistical Mechanics and**

- its Applications**, v. 388, n. 7, p. 1213–1220, 2009. ISSN 0378-4371. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.physa.2008.12.008>>. Citado na página 13.
- KLÜPFEL, H. Crowd dynamics phenomena, methodology, and simulation. In: **Pedestrian Behavior**. Emerald Group Publishing Limited, 2009. p. 215–244. Disponível em: <<https://doi.org/10.1108/9781848557512-010>>. Citado 4 vezes nas páginas 7, 23, 24 e 25.
- LI, Y.; CHEN, M.; DOU, Z.; ZHENG, X.; CHENG, Y.; MEBARKI, A. A review of cellular automata models for crowd evacuation. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 526, p. 120752, 2019. ISSN 0378-4371. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.03.117>>. Citado na página 14.
- LI, Y.; CHEN, M.; ZHENG, X.; DOU, Z.; CHENG, Y. Relationship between behavior aggressiveness and pedestrian dynamics using behavior-based cellular automata model. **Applied Mathematics and Computation**, v. 371, p. 124941, 2020. ISSN 0096-3003. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.amc.2019.124941>>. Citado na página 13.
- LIMA, D. A. **Modelo criptográfico baseado em autômatos celulares tridimensionais híbridos**. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, out. 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.14393/ufu.di.2012.341>>. Citado 4 vezes nas páginas 7, 16, 17 e 21.
- LIMA, D. A. **Autômatos celulares e sistemas bio-inspirados aplicados ao controle inteligente de robôs**. Tese (Doutorado em Ciência da Computação) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, abr. 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.14393/ufu.te.2018.26>>. Citado 7 vezes nas páginas 7, 13, 17, 18, 19, 25 e 26.
- MROWINSKI, M.; GRADOWSKI, T.; KOSINSKI, R. Models of pedestrian evacuation based on cellular automata. **Acta Physica Polonica A**, Institute of Physics, Polish Academy of Sciences, v. 121, n. 2B, p. B–95–B–100, fev. 2012. ISSN 1898-794X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.12693/APhysPolA.121.B-95>>. Citado na página 27.
- NEUMANN, J. V.; BURKS, A. W. et al. Theory of self-reproducing automata. **IEEE Transactions on Neural Networks**, v. 5, n. 1, p. 3–14, 1966. Citado na página 16.
- OLIVEIRA, G. Autômatos celulares: aspectos dinâmicos e computacionais. **III Jornada de Mini-cursos em Inteligência Artificial (MCIA)**, v. 8, p. 297–345, 2003. Citado 4 vezes nas páginas 7, 16, 20 e 22.
- PENG, Y.-C.; CHOU, C.-I. Simulation of pedestrian flow through a “t” intersection: A multi-floor field cellular automata approach. **Computer Physics Communications**, v. 182, n. 1, p. 205–208, 2011. ISSN 0010-4655. Computer Physics Communications Special Edition for Conference on Computational Physics Kaohsiung, Taiwan, Dec 15-19, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cpc.2010.07.035>>. Citado na página 13.
- RASOULI, A. **Pedestrian Simulation: A Review**. 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.48550/ARXIV.2102.03289>>. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 24.

- SANTOS, R. M. Zorzenon dos; COUTINHO, S. Dynamics of hiv infection: A cellular automata approach. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 87, p. 168102, Sep 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.168102>>. Citado na página 16.
- SCHADSCHNEIDER, A. Bionics-inspired cellular automaton model for pedestrian dynamics. In: FUKUI, M.; SUGIYAMA, Y.; SCHRECKENBERG, M.; WOLF, D. E. (Ed.). **Traffic and Granular Flow'01**. Berlin, Heidelberg: Springer, 2003. p. 499–509. Disponível em: <[https://doi.org/10.1007/978-3-662-10583-2\\_52](https://doi.org/10.1007/978-3-662-10583-2_52)>. Citado na página 13.
- SHI, M.; Ming Lee, E. W.; MA, Y. A newly developed mesoscopic model on simulating pedestrian flow. **Procedia Engineering**, v. 211, p. 614–620, 2018. ISSN 1877-7058. 2017 8th International Conference on Fire Science and Fire Protection Engineering (ICFSFPE 2017). Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.12.055>>. Citado na página 27.
- STRONGYLIS, D.; KOUZINOPOULOS, C. S.; STAVROPOULOS, G.; VOTIS, K.; TZOVARAS, D. Emergency evacuation simulation in open air events using a floor field cellular automata model. In: OLIVEIRA, P. M.; NOVAIS, P.; REIS, L. P. (Ed.). **Progress in Artificial Intelligence**. Cham: Springer International Publishing, 2019. p. 642–653. Disponível em: <[https://doi.org/10.1007/978-3-030-30244-3\\_53](https://doi.org/10.1007/978-3-030-30244-3_53)>. Citado na página 13.
- SUMPTER, D. J. T. **Collective Animal Behavior**. Princeton University Press, 2010. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/j.ctt7tc00>>. Citado na página 22.
- THALMANN, D.; MUSSE, S. R. Introduction. In: \_\_\_\_\_. **Crowd Simulation**. London: Springer London, 2013. p. 1–7. ISBN 978-1-4471-4450-2. Disponível em: <[https://doi.org/10.1007/978-1-4471-4450-2\\_1](https://doi.org/10.1007/978-1-4471-4450-2_1)>. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 14.
- TINOCO, C. R.; FERREIRA, H. F.; MARTINS, L. G. A.; OLIVEIRA, G. M. B. Wildfire simulation model based on cellular automata and stochastic rules. In: CHOPARD, B.; BANDINI, S.; DENNUNZIO, A.; HADDAD, M. A. (Ed.). **Cellular Automata**. Cham: Springer International Publishing, 2022. p. 246–256. Disponível em: <[https://doi.org/10.1007/978-3-031-14926-9\\_22](https://doi.org/10.1007/978-3-031-14926-9_22)>. Citado na página 16.
- VARAS, A.; CORNEJO, M.; MAINEMER, D.; TOLEDO, B.; ROGAN, J.; MUÑOZ, V.; VALDIVIA, J. Cellular automaton model for evacuation process with obstacles. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 382, n. 2, p. 631–642, 2007. ISSN 0378-4371. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.physa.2007.04.006>>. Citado 14 vezes nas páginas 7, 13, 14, 25, 27, 28, 29, 30, 32, 33, 34, 36, 39 e 42.
- WOLFRAM, S. **A New Kind of Science**. Wolfram Media, 2002. ISBN 1579550088. Disponível em: <<https://www.wolframscience.com>>. Citado 4 vezes nas páginas 7, 13, 16 e 18.
- YANG, L.; ZHAO, D.; LI, J.; FANG, T. Simulation of the kin behavior in building occupant evacuation based on cellular automaton. **Building and Environment**, v. 40, n. 3, p. 411–415, 2005. ISSN 0360-1323. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2004.08.005>>. Citado na página 25.

YI, J.; PAN, S.; CHEN, Q. Simulation of pedestrian evacuation in stampedes based on a cellular automaton model. **Simulation Modelling Practice and Theory**, v. 104, p. 102147, 2020. ISSN 1569-190X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.simpat.2020.102147>>. Citado na página 13.

ZHAN, B.; MONEKOSSO, D. N.; REMAGNINO, P. et al. Crowd analysis: a survey. **Machine Vision and Applications**, v. 19, n. 5, p. 345–357, 2008. ISSN 1432-1769. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00138-008-0132-4>>. Citado na página 24.

ZHENG, X.; ZHONG, T.; LIU, M. Modeling crowd evacuation of a building based on seven methodological approaches. **Building and Environment**, v. 44, n. 3, p. 437–445, 2009. ISSN 0360-1323. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2008.04.002>>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.