VITOR MORITA DE MORAIS

Matrícula 11621ECO030

INVESTIMENTOS EM RENDA VARIÁVEL NO MERCADO BRASILEIRO: DA TEORIA NA GESTÃO DE PORTFÓLIOS À PRÁTICA NO PYTHON

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

INSTITUTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS

UBERLÂNDIA - MG

2024

VITOR MORITA DE MORAIS

Matrícula 11621ECO030

INVESTIMENTOS EM RENDA VARIÁVEL NO MERCADO BRASILEIRO: DA TEORIA NA GESTÃO DE PORTFÓLIOS À PRÁTICA NO PYTHON

Monografia apresentada ao Instituto de Economia e Relações Internacionais da Universidade Federal de Uberlândia como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Ciências Econômicas.

Orientadora: Professora Dra. Vanessa da Costa Val Munhoz

UBERLÂNDIA – MG

2024

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
INSTITUTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS
VITOR MORITA DE MORAIS
Matrícula 11621ECO030

INVESTIMENTOS EM RENDA VARIÁVEL NO MERCADO BRASILEIRO: DA TEORIA NA GESTÃO DE PORTFÓLIOS À PRÁTICA NO PYTHON

Monografia apresentada ao Instituto de Economia e Relações Internacionais da Universidade Federal de Uberlândia como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Ciências Econômicas.

BANCA EXAMINADORA:

Uberlândia - MG, 25 de abril de 2024

____

Professora Dra. Vanessa da Costa Val Munhoz
Orientadora

____

Prof. Dr. Benito Adelmo Salomão Neto

____

Prof^a. Dr^a. Sabrina Faria de Queiroz

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é dedicado a meu filho, João Vitor, que é fundamental para minha existência. A ele, expresso meu profundo amor e carinho.

Manifesto minha gratidão a meus pais, Ideir e Silvia, que têm sido incessantemente solidários e me proporcionaram o apoio necessário ao longo da minha jornada. Eles constituem a estrutura fundamental sobre a qual fui capaz de construir meu caminho.

Estendo minha gratidão a outros membros da família, tios e primos, cujos conselhos e presença em discussões e debates políticos enriqueceram minha perspectiva, mesmo quando suas visões divergiam das minhas.

Agradeço igualmente aos meus colegas de universidade. Sua amizade e motivação foram inestimáveis, especialmente durante os momentos desafiadores ao longo dos anos acadêmicos. As experiências compartilhadas com eles contribuíram significativamente para tornar minha trajetória acadêmica mais marcante.

Por último, mas não menos importante, gostaria de expressar minha sincera gratidão à Diretoria da Universidade Federal de Uberlândia e ao Corpo Docente do Instituto de Economia e Relações Internacionais. Em especial a minha orientadora Vanessa da Costa Val Munhoz, pela paciência e disposição para me ajudar na conclusão deste trabalho. Agradeço-lhes pelo trabalho, dedicação, profissionalismo e empenho em suas atividades. Seu compromisso reiterou minha crença na possibilidade de concretizar qualquer objetivo, desde que haja disposição para trabalhar e confiança em suas capacidades.

RESUMO

A pesquisa tem por objetivo analisar os dados históricos dos melhores produtos de mercado financeiro no Brasil, no período de 2016 a 2021, buscando identificar os melhores rendimentos de cada produto financeiro, atendendo as necessidades do perfil do investidor. Depois da análise dos produtos, é feito um estudo da literatura da Teoria Moderna do Portfólio de Harry Markowitz com o Modelo de Precificação dos Ativos Financeiros (conhecido como Índice Sharpe) de William F. Sharpe, aplicando a Fronteira Eficiente da Teoria de Markowitz. Sob a ótica dessas teorias, selecionamos os melhores resultados da coleta de dados de cotações de ativos financeiros escolhidos num período de 1 de janeiro de 2016 a 31 de dezembro de 2021, conseguindo assim os seguintes resultados: quando as carteiras foram diversificadas, foram obtidas retornos e riscos maiores que o IBOVESPA enquanto carteiras não diversificadas obtiveram um retorno menor e o risco não foi diluído. Sugerindo, com essa análise, que é um dos indícios de como obter maior rentabilidade com menor risco num momento de alocação de recursos num investimento no mercado de capitais. Para atingir o objetivo proposto foram utilizados estudos exploratórios, com o apoio e fundamentação teórica e prática. Ao final da pesquisa verifica-se evidências de que existem diferentes alternativas de como investir o dinheiro, selecionando os melhores produtos com melhores rendimentos, dando a oportunidade de aumentar o seu patrimônio, melhorando a saúde financeira das finanças pessoais e além de propiciar uma educação financeira longeva.

Palavras-chave: Teoria de Markowitz, Diversificação de carteiras de ativos, Índice Sharpe, Renda Fixa, Renda Variável, Mercado Eficiente.

ABSTRACT

The research aims to analyze historical data with the best financial market products in Brazil, from 2016 to 2021, seeking to identify the best returns for each financial product, meeting the needs of the investor's profile. After analyzing the products, a study of the literature on Harry Markowitz's Modern Portfolio Theory with the Financial Asset Pricing Model (known as the Sharpe Index) by William F. Sharpe is carried out, applying the Efficient Frontier of Markowitz Theory. From the perspective of these theories, we selected the best results from collecting data on quotations of financial assets chosen over a period from January 1, 2016, to December 31, 2021, thus achieving the following results. When the portfolios were diversified, they obtained returns and risks greater than the IBOVESPA while non-diversified portfolios obtained a lower return, and the risk was not diluted. Suggesting, with this analysis, that it is one of the signs of how to obtain greater profitability with lower risk when allocating resources in an investment in the capital market. To achieve the proposed objective, exploratory studies were used, with theoretical and practical support and foundation. At the end of the research, there is evidence that there are better options for investing money, selecting the best products with better returns, giving the opportunity to increase your assets, improving the financial health of personal finances and in addition to providing long-lasting financial education.

Keywords: Markowitz Theory, Diversification of asset portfolios, Sharpe Indicator, Fixed Income, Equity Income, Efficient Market.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AMBEV	Companhia de Bebidas das Américas
ANBIMA	Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais
BOVA11	Ishares Ibovespa Fundo de Indice
BOVESPA	Bolsa de Valores de São Paulo
B3	Brasil, Bolsa, Balcão
CDB	Certificado de Depósito Bancário
CDI	Certificado de Depósito Interbancário
CETIP	Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos Privados
CPF	Cadastro de Pessoa Física
DI	Depósito Interbancário
ETF	*Exchange Traded Funds*
IBOVESPA	Índice da Bolsa de Valores de São Paulo
IGP-DI	Índice Geral de Preços – Disponibilidade Interna
IMA	Índice de Mercado Anbima
IMA-B	Índice de Mercado Anbima – Série B
INPC	Índice Nacional de Preços ao Consumidor
IPA	Índice de Preços no Atacado
IPC	Índice de Preços ao Consumidor
IPCA	Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo
PIB	Produto Interno Bruto
SELIC	Sistema Especial de Liquidação e de Custódia
WEG	Werner, Eggon e Geraldo

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

1. INTRODUÇÃO

O mercado financeiro brasileiro, nos últimos anos, emergiu como um campo de notável diversidade em opções de investimento, atraindo crescente atenção de investidores nacionais e internacionais. Destaca-se a expansão significativa de novos CPFs registrados na bolsa de valores na última década, refletindo um aumento no interesse e na participação dos investidores individuais no mercado de ações. Neste cenário de taxas de juros historicamente baixas e incertezas econômicas, torna-se imperativo uma análise aprofundada das diversas categorias de investimentos, suas características intrínsecas e riscos associados. Uma compreensão meticulosa desses fatores é essencial para a exploração de estratégias voltadas à otimização de retornos e minimização de riscos, premissas básicas para o sucesso no âmbito financeiro.

Dentro deste contexto, a Teoria de Markowitz, formulada em 1952, apresenta-se como uma ferramenta matemática de valor inestimável para a gestão de portfólios, promovendo a criação de carteiras de investimento diversificadas e eficientes. Esta teoria, reconhecida como um dos pilares da moderna teoria financeira, propõe uma abordagem quantitativa para a maximização dos retornos por meio da diversificação, considerando o *trade-off* entre risco e retorno.

Este estudo tem como propósito analisar a distribuição de investimentos entre renda fixa e variável no mercado brasileiro, utilizando o modelo de Markowitz no período de 2016 a 2021. Para tanto, serão empregados dados históricos do BOVA11, que é *ticker* do Ibovespa, que são os principais índices que representam esses tipos de investimento. O objetivo geral deste trabalho é analisar no conceito da Fronteira Eficiente de Markowitz, que é o conjunto de melhores combinações possíveis de ativos que maximizam o retorno para a um dado nível de risco ou minimizar o risco a um dado nível de retorno. A Teoria pressupõe que os investidores buscam investimentos mais racionais e que maximizam os seus ativos por meios da diversificação dos produtos financeiros.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Calcular as proporções ótimas entre renda fixa e renda variável na carteira eficiente segundo o modelo de Markowitz;
- Comparar o desempenho de carteira eficiente;
- Analisar o impacto dos diferentes cenários econômicos ocorridos no Brasil entre 2016 a 2021 sobre a rentabilidade e o risco da carteira eficiente.

Para atingir nosso objetivo, seguiremos uma metodologia específica. Primeiramente, realizaremos uma revisão bibliográfica sobre investimentos em renda fixa e variável, gestão de portfólios e a Teoria de Markowitz. Em seguida, analisaremos o desempenho dos investimentos em renda fixa e ações no mercado financeiro brasileiro. Por fim, aplicaremos a Teoria de Markowitz para criar um portfólio eficiente e diversificado. Utilizaremos o método da teoria de Markowitz na aplicação de cálculos de fronteira eficiente no Python, proporcionando uma abordagem sistemática e quantitativa para a seleção de ativos que maximizam o retorno para um determinado nível de risco.

Este estudo é relevante para investidores que buscam maximizar retornos com um nível de risco aceitável ou baixo para alcançar um retorno desejado. Além disso, este trabalho contribui para a literatura acadêmica ao evidenciar a aplicação prática do modelo de Markowitz no mercado financeiro brasileiro.

Especificamente, a metodologia utilizada neste trabalho consiste em:

- Coletar os dados históricos mensais do ETF BOVA11, que é referência do Índice Bovespa; e 5 ações da Ambev, B3, WEG, Petrobras e Itaú, que estão listadas na bolsa B3 entre as datas janeiro de 2016 a dezembro de 2021;
- Calcular os retornos mensais dos índices e suas respectivas médias, variâncias e covariância;
- Aplicar o modelo de Markowitz para obter as proporções ótimas entre renda fixa e renda variável na carteira eficiente;
- Simular a evolução da carteira eficiente ao longo do período analisado e compará-la com as outras estratégias de investimento;
- Analisar os resultados obtidos e discutir as implicações para os investidores.

Este estudo destina-se a contribuir para a literatura sobre gestão de portfólios no Brasil, oferecendo *insights* práticos para investidores em busca de maximizar seus retornos ajustados ao risco. Além disso, espera-se que os resultados obtidos forneçam uma base sólida para futuras pesquisas e estratégias de investimento eficazes, reforçando a relevância da Teoria de Markowitz na prática de investimentos moderna.

A justificativa é que os indivíduos brasileiros devem priorizar a educação financeira para gerenciar suas finanças de maneira eficaz. Devido à recessão da economia brasileira, houve uma queda significativa nos investimentos financeiros. Embora as contas de poupança sejam preferidas devido à conveniência e segurança, educar as pessoas sobre renda variável é crucial para diversificar suas carteiras de investimento. Isso lhes permitirá tomar decisões informadas ao investir. Este estudo tem como objetivo demonstrar alternativas de melhor gerenciamento financeiro por meio de fundamentos teóricos, ajudando os indivíduos a obterem melhor resultado na gestão de suas finanças.

A monografia está dividida em seções, o primeiro é dedicado a estabelecer o referencial teórico, discutindo as características, vantagens, e riscos associados a investimentos em renda fixa e variável. Em seguida, é apresentada a Teoria de Markowitz, explanando como esta contribui para a construção de portfólios diversificados que otimizam o retorno esperado para um determinado nível de risco. Este segmento é complementado com uma introdução à linguagem Python, destacando sua aplicabilidade na análise financeira, graças à sua versatilidade e à disponibilidade de bibliotecas especializadas.

No segundo, a análise se volta para o mercado financeiro brasileiro, oferecendo um panorama de sua estrutura, funcionamento e os desafios enfrentados por investidores. É realizada uma análise histórica da performance de investimentos em renda fixa e variável no Brasil, considerando o impacto de fatores econômicos e políticos.

Por fim, o terceiro sintetiza o conhecimento teórico e prático previamente exposto para aplicar a Teoria de Markowitz na gestão de portfólios utilizando Python. Detalha-se a metodologia de implementação, incluindo a coleta e tratamento de dados financeiros, seguido pela construção de um modelo de otimização de portfólio. Este processo é ilustrado através de um caso de estudo prático, onde são analisados os resultados obtidos, evidenciando a eficácia da teoria em um contexto real do mercado financeiro brasileiro.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Investimentos em Renda Variável

Os investimentos em renda variável são aqueles em que o investidor adquire participação em empresas negociadas na bolsa de valores, como ações, fundos imobiliários e outros ativos de mercado. Segundo Assaf Neto e Lima (2017), a renda variável é caracterizada por investimentos em títulos ou contratos que não possuem uma taxa de retorno pré-definida, mas sim variável de acordo com o desempenho do mercado.

São classificados como instrumentos de renda variável aqueles produtos cujos rendimentos não são conhecidos ou não podem ser previamente determinados, pois dependem de eventos futuros, tais como os fatores conjunturais. Possibilitam maiores ganhos, porém o risco de eventuais perdas é bem maior. O exemplo mais comum são as ações.

2.1.1. Tipos de Investimentos em Renda Variável

Os principais tipos de investimentos em renda variável são:

Ações: são títulos que representam uma fração do capital social de uma empresa. Ação representa a menor "fração" do capital social de uma empresa, ou seja, a unidade do capital nas sociedades anônimas. Quem adquire essas "frações" é chamado de acionista, que vai ter uma certa participação na empresa, correspondente a quantas destas "frações" ele detiver. De acordo com Assaf Neto (2021), uma ação representa a propriedade de uma parcela de uma empresa e seus detentores são considerados acionistas. O autor afirma que o retorno das ações é influenciado pelos lucros gerados pela empresa e pelas expectativas futuras em relação à mesma.

As ações são uma das classes de ativos mais voláteis e arriscadas, mas também podem proporcionar retornos elevados a longo prazo. Existem diversos tipos de ações, como as ordinárias e preferenciais, que oferecem diferentes direitos e vantagens aos acionistas. As ações ordinárias geralmente conferem direito a voto nas assembleias da empresa, permitindo que os acionistas participem das decisões corporativas. Por outro lado, as ações preferenciais normalmente não oferecem direitos de voto, mas têm prioridade na distribuição de dividendos e no reembolso de capital em caso de liquidação da empresa.

Conforme Assaf Neto (2021), o preço das ações é influenciado por diversos fatores, como o desempenho da empresa, a situação econômica do país, a política fiscal e monetária, entre outros. Por isso, é importante que o investidor avalie cuidadosamente esses fatores antes de investir em ações.

Uma forma de avaliar a atratividade das ações é por meio do uso da análise fundamentalista, que consiste em analisar os fundamentos da empresa, como o seu desempenho financeiro, a qualidade da gestão, o potencial de crescimento, entre outros fatores.

Para aqueles investidores que desejam diversificar suas carteiras de investimento, uma opção é investir em fundos de investimento em ações. Esses fundos são formados por um conjunto de ações de diferentes empresas, o que permite uma diversificação maior do que seria possível com a compra direta de ações. Segundo Assaf Neto (2021), os fundos de investimento em ações são gerenciados por profissionais especializados, o que pode trazer uma vantagem em relação ao investimento direto em ações para investidores sem conhecimento técnico ou experiência no mercado de capitais.

Em resumo, investir em ações pode ser uma opção interessante para aqueles que desejam obter retornos elevados a longo prazo, mas é necessário estar ciente dos riscos envolvidos e considerar a diversificação do portfólio como uma estratégia importante para minimizar esses riscos

Fundos de investimento em ações: Os fundos de investimento em ações são uma alternativa para investidores que desejam investir no mercado de ações, mas não possuem conhecimento suficiente ou tempo para realizar uma análise aprofundada das empresas.

Investe, no mínimo, 67% do seu patrimônio líquido em ações negociadas no mercado à vista de bolsa de valores. A performance desses fundos está sujeita à variação de preço das ações que compõem sua carteira. Por isso, são mais indicados para quem tem objetivos de investimento de longo prazo.

Segundo Assaf Neto (2021, p. 356), descreve que:

> Os Fundos de Investimento de renda variável (Fundo de Ações) mesclam em sua carteira ações (no mínimo 5% de seu patrimônio) e outros ativos, inclusive derivativos. São mais agressivos, apresentando maior risco e rentabilidade esperada. Podem ser agrupados em três categorias: Fundos passivos, Fundos ativos e Fundos setoriais.

O desempenho desses fundos pode variar bastante, e a escolha do fundo adequado pode ser difícil para investidores iniciantes. Para auxiliar na escolha, é importante analisar a rentabilidade e os riscos do fundo, assim como a estratégia adotada pelo gestor.

Os fundos de investimento em ações podem ser classificados de acordo com sua estratégia de investimento, podendo ser focados em empresas de determinados setores ou regiões geográficas, por exemplo. Além disso, os fundos podem ter gestão ativa ou passiva, o que influencia no grau de diversificação do portfólio e na taxa de administração cobrada.

Um estudo realizado por Tele, Lima, Silva, et al. (2022) analisou o desempenho de diversos fundos de investimento em ações no mercado brasileiro, e constatou que a maioria dos fundos apresentou desempenho inferior ao índice de referência. Entretanto, alguns fundos com gestão ativa e estratégias específicas apresentaram desempenho superior ao índice, demonstrando a importância de escolher um fundo adequado para cada perfil de investidor.

Em resumo, os fundos de investimento em ações são uma alternativa para investidores que desejam investir no mercado de ações de forma mais diversificada e com gestão profissional. No entanto, é importante avaliar as características de cada fundo, como a taxa de administração e a liquidez, antes de investir.

***Exchange-Traded Funds* (*ETFs*)**: Os Fundos de Investimento Negociados em Bolsa, também conhecidos pelo termo inglês *Exchange-Traded Funds* (ETFs), representam uma categoria de produtos financeiros altamente inovadora que tem se mostrado de importância crescente no ambiente de investimentos contemporâneo. Esses instrumentos se constituem como fundos de investimento que são negociados em bolsas de valores, da mesma maneira que ações de empresas.

A administração do *Exchange-Traded Funds* (ETFs) é executada por um especialista no campo que monitora de maneira contínua o mercado de capitais. A estrutura de um ETF consiste na divisão de seu patrimônio em cotas, que são negociadas no ambiente do mercado financeiro. (HILL, NADIG, HOUGAN, 2018).

Os ETFs, em sua essência, objetivam acompanhar e replicar o desempenho de um índice de referência específico. Em outras palavras, eles são projetados para espelhar o desempenho de uma cesta de ativos, que pode consistir em índices de ações, commodities, títulos, ou uma combinação desses, permitindo aos investidores obterem exposição a uma ampla gama de ativos sem a necessidade de comprar cada componente individualmente. Portanto, eles proporcionam uma forma eficiente de diversificação de investimentos.

No contexto brasileiro, o *iShares* Ibovespa Fundo de Índice (BOVA11) é um *Exchange-Traded Fund* (ETF) sediado no Brasil que visa replicar o desempenho do Índice Bovespa, antes das taxas e despesas. Lançado em 2008, o BOVA11 é composto principalmente por ações que fazem parte da carteira teórica do Índice Bovespa. O gestor do fundo é a BlackRock Brasil, e o administrador é o Banco BNP Paribas. O Índice Bovespa (IBOV) é o principal indicador de desempenho das ações negociadas na B3, a bolsa de valores brasileira, e inclui as empresas mais importantes do mercado de capitais brasileiro. O fundo investe no mínimo 95% de seu patrimônio em ações do IBOV, em qualquer proporção, e pode também investir em posições compradas no mercado futuro do Índice. Os restantes 5% da carteira do fundo pode ser alocada em ações e outros ativos não incluídos no IBOV (InfoMoney, 2022).

Entretanto, também é importante frisar que, apesar de suas muitas vantagens, os ETFs não estão isentos de riscos. Como são baseados em índices, os ETFs estão sujeitos às flutuações do mercado e podem resultar em perdas, especialmente durante períodos de volatilidade de mercado. Portanto, é crucial que os investidores compreendam completamente as características e riscos dos ETFs antes de investir.

Contudo, como qualquer outro investimento, é essencial uma avaliação cuidadosa dos potenciais riscos e benefícios antes de se comprometer com esse tipo de produto financeiro.

Commodities: As commodities são produtos básicos com características uniformes, produzidos em grande escala e comercializados em mercados organizados. Esses produtos podem ser agrícolas, como soja, milho e café, ou minerais, como ouro, prata e cobre.

Os preços desses ativos são influenciados por diversos fatores como a oferta e a demanda mundial, as condições climáticas e políticas públicas, tornando-os ativos voláteis e arriscados para investimento.

Segundo o PINHEIRO (2019), a negociação de commodities no Brasil é realizada em bolsas de mercadorias, com destaque para a Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F), atualmente parte da B3. Na bolsa, são negociados contratos futuros de commodities, que permitem a fixação do preço de compra ou venda de um bem em uma data futura, reduzindo o risco de oscilações de preço.

Devido à alta volatilidade dos preços das commodities, a diversificação de investimentos é uma estratégia importante para minimizar riscos e maximizar rentabilidade. Nesse sentido, fundos de investimento em commodities podem ser uma alternativa para investidores interessados nesse mercado.

Portanto esses fundos são gerenciados por profissionais especializados e podem investir em diversos tipos de commodities, proporcionando uma diversificação eficiente do portfólio.

Derivativos: Os derivativos são instrumentos financeiros que se baseiam no valor de outro ativo, chamado de ativo subjacente, e que são usados para fazer apostas na variação desse valor. Os derivativos, em geral, são negociados sob a forma de contratos padronizados, isto é, previamente especificados (quantidade, qualidade, prazo de liquidação e forma de cotação do ativo-objeto sobre os quais se efetuam as negociações), em mercados organizados, com o fim de proporcionar aos agentes econômicos oportunidades para a realização de operações que viabilizem a transferência de risco das flutuações de preços de ativos e de variáveis macroeconômicas.

Os contratos mais comuns de derivativos no mercado brasileiro são os contratos futuros e as opções. Os contratos futuros são acordos entre duas partes para a compra ou venda de um ativo subjacente em uma data futura, por um preço pré-determinado. As opções são contratos que dão ao comprador o direito, mas não a obrigação, de comprar ou vender um ativo subjacente em uma data futura, por um preço pré-determinado (ASSAF NETO, 2021).

Segundo Assaf Neto (2021, p. 323) recomenda que:

> Os derivativos financeiros são recomendados para todos que procuram proteção contra oscilações desfavoráveis nas taxas de juros, índices de inflação, câmbio, preços de commodities etc. Para se proteger, por exemplo, de uma exposição à variação cambial, as empresas procuram operações de hedge através principalmente do mercado futuro (contratos futuros de taxa de câmbio). Se uma empresa mantém alguma dívida em taxa pós-fixada de juros, como operações de empréstimos vinculados à taxa DI (taxa de depósitos interfinanceiros), ela está exposta a um risco de aumento dos juros, e pode procurar proteção através de operações de swaps, por exemplo. Para uma estratégia se proteger do risco sistemático do mercado de ações são disponibilizados derivativos de índices de ações; e assim por diante.

Assim, os derivativos podem ser uma opção interessante para investidores mais experientes que desejam diversificar suas estratégias e portfólios, mas que também estão dispostos a assumir riscos maiores em busca de maiores retornos.

Os derivativos são utilizados tanto para fins de especulação como para fins de hedge. Porém, é importante ressaltar que esses instrumentos financeiros apresentam um elevado grau de complexidade e risco, exigindo dos investidores um conhecimento aprofundado sobre o funcionamento dos mercados e das técnicas de gestão de risco.

2.1.2. Riscos dos Investimentos em Renda Variável

Os investimentos em renda variável estão sujeitos a diversos tipos de riscos, que podem afetar significativamente o desempenho dos investimentos. Dentre os principais riscos, destacam-se o risco de mercado, o risco de crédito, o risco de liquidez e o risco operacional.

O risco de mercado é definido como a possibilidade de perda financeira em decorrência de mudanças nas condições de mercado, tais como variações nos preços de ações, oscilações cambiais e flutuações nas taxas de juros.

Segundo o GALVÃO, OLIVEIRA, FLEURIET (2018), o risco de mercado é o principal, já que os preços dos ativos podem oscilar com o momento político e econômico do país, com notícias de mercado e a partir dos movimentos de outros investidores.

Já o risco de crédito é definido como a possibilidade de perda financeira em decorrência da incapacidade do emissor de um título ou devedor de uma operação de cumprir com as suas obrigações financeiras. Os fundos de investimento em ações estão sujeitos a esse tipo de risco, uma vez que eles podem investir em ações de empresas que possuem uma situação financeira frágil e, consequentemente, apresentam maior risco de inadimplência.

O risco de liquidez, por sua vez, é definido como a possibilidade de o investidor não conseguir vender o seu investimento pelo preço desejado ou não conseguir realizar o resgate dos recursos investidos quando necessário. Os fundos de investimento em ações apresentam um risco de liquidez mais elevado em comparação com outros tipos de fundos, uma vez que a liquidez das ações pode ser afetada por diversos fatores, tais como a demanda do mercado e a oferta de ações.

Por fim, o risco operacional é definido como a possibilidade de perda financeira decorrente de falhas em processos, pessoas e sistemas, bem como de eventos externos imprevisíveis, tais como desastres naturais e crises políticas e econômicas. Os fundos de investimento em ações estão sujeitos a esse tipo de risco, uma vez que a sua gestão envolve processos complexos e que podem estar sujeitos a falhas humanas e sistêmicas.

2.2. Teoria Moderna de Alocação de Portfólio

A Teoria Moderna de Alocação de Portfólio, também conhecida como Teoria de Markowitz, foi desenvolvida por Harry Markowitz em 1952, e desde então tem sido amplamente utilizada na gestão de investimentos. Segundo Markowitz (1952), o objetivo da teoria é maximizar a taxa de retorno esperada de um portfólio, dado um determinado nível de risco.

Segundo ele, o risco de um portfólio não é simplesmente a média ponderada dos riscos individuais dos ativos que o compõem, mas sim uma medida da variabilidade dos retornos esperados. Ele também propôs a criação de uma fronteira eficiente de portfólio, que representa a combinação ótima de ativos que maximiza a rentabilidade para um determinado nível de risco.

Para fazer a seleção de carteiras de investimentos, envolve três fases de estudo para fazer análises:

1. **Análise dos títulos:** analisar os desempenhos esperados dos títulos e determinar taxa de atratividade pelo investidor, com essa taxa inclui na metodologia de cálculo, uma parte de compensação pelo risco do ativo e

outra relativa a uma operação considerada isenta de risco (como rendimentos de títulos públicos, por exemplo).

2. **Análise das carteiras:** a análise de portfólios envolve a projeção de retorno esperado e risco do conjunto de ativos em questão. Nesta etapa da avaliação de portfólios, são utilizadas ferramentas financeiras técnicas, baseadas nos valores determinados na fase inicial da análise dos títulos. O capítulo atual aprofunda este estudo a partir da teoria moderna de portfólios, desenvolvida por Markowitz.
3. **Seleção da carteira:** encontrar a melhor combinação de ativos, levando em conta as preferências do investidor em relação ao risco e retorno esperados. Dentre as várias opções de portfólios que podem ser formados com os ativos disponíveis, a escolha recai sobre aquele que maximiza o grau de satisfação do investidor.

No desenvolvimento de sua pesquisa sobre a teoria de Markowitz, o autor demonstra que a estratégia para minimizar o risco total de um portfólio é através da diversificação de ativos, buscando uma correlação baixa entre eles. Dessa forma, Markowitz baseou sua teoria em certos pressupostos:

I. Investidores baseiam a aceitação dos rendimentos de cada ativo na distribuição de probabilidade desses rendimentos;
II. A avaliação de portfólios pelos investidores é estritamente baseada no retorno esperado e na variação dos retornos durante um período de tempo;
III. Custos de transação e impostos não são levados em consideração;
IV. Se uma taxa de retorno for fixa, os investidores tendem a buscar minimizar o risco associado ao investimento;
V. Se um nível de risco for fixo, os investidores tendem a buscar maximizar o retorno do investimento;
VI. Há uma taxa de juros isenta de risco que os investidores podem usar para investir ou levantar fundos;
VII. Os ativos podem ser divididos indefinidamente, permitindo aos investidores comprarem qualquer quantidade de ações, e não apenas múltiplos do valor mínimo negociado.

O método apresentado em *Portfolio Selection* (Markotwitz, 1952), o conjunto de equações representada abaixo:

$$E = \sum_{i=1}^{n} p(X_i)\epsilon_i \quad (1)$$

$$V = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p(X_i)p(X_j)\omega_{ij} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} p(X_i) = 1 \quad (3)$$

$$p(X_i) \geq 0 \quad (4)$$

Em que:

E: Retorno esperado da carteira;

V: Variância da carteira;

$p(X_i)$: Participação de cada ativo;

ϵ_i: Retorno esperado de cada ativo;

ω_{ij}: Covariância entre o par de ativos se i e j diferentes e variância se i igual a j.

A primeira equação calcula o retorno esperado do portfólio *(E)*, que é a soma dos produtos dos ativos ($p(X_i)$, pelo retorno esperado de cada ativo (ϵ_i). Aqui ($p(X_i)$ representa a proporção do capital investido no ativo i e ϵ_i é o retorno esperado do ativo i.

A segunda equação determina a variância do portfólio *(V)*, que é uma medida de risco. Ela é calculada somando o produto dos pesos de dois ativos quaisquer ($p(X_i)$ e $p(X_j)$ e a covariância entre esse ativos ω_{ij}. A covariância mede como os retornos de dois ativos se movem juntos e é uma medida-chave no entendimento da diversificação do risco em um portfólio.

A terceira equação é restrição que afirma que a soma dos pesos dos ativos no portfólio deve ser igual a 1, ou 100%. Isso significa que todo o capital deve ser alocado entre os ativos disponíveis no portfólio.

A quarta equação é uma restrição que afirma que o peso de cada ativo deve ser maior ou igual a zero, o que implica que não são permitidas posições vendidas no modelo básico de Markowitz.

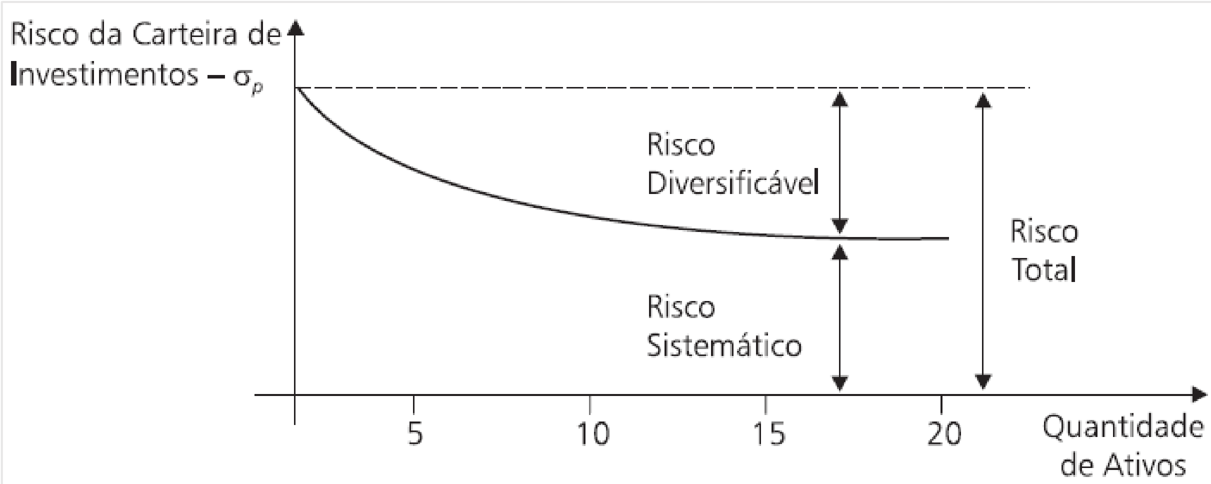
Ao incluir um novo ativo ao portfólio resulta em uma diluição das ponderações, suavizando os efeitos de suas interações com as covariâncias. Isso acarreta uma diminuição na variabilidade da carteira de investimentos. Assim, à medida que se adiciona mais ativos, o risco se torna progressivamente menor.

2.2.1. Diversificação de risco

Devemos enfatizar que o risco inerente ao mercado, conhecido como risco sistemático, não pode ser eliminado. Os riscos que podem ser atenuados por meio da diversificação são referidos como riscos não-sistemáticos. Esses riscos podem ser vistos na

Figura 1, onde se evidencia que a inclusão de mais ativos na carteira reduz o risco não-sistemático, aproximando o risco total do portfólio ao risco inerente, ou seja, ao risco sistemático.

Figura 1 – Risco sistemático e não-sistemático



Fonte: Adaptado de Assaf Neto, 2021

O risco conhecido como diversificável é aquele que pode ser diluído, total ou parcialmente, por meio da diversificação do portfólio. Ele está vinculado mais diretamente às propriedades fundamentais do ativo e do mercado de negociação.

Por outro lado, o risco sistemático é o tipo de risco que não pode ser erradicado (ou diminuído) através da diversificação, permanecendo como um elemento constante na estrutura do portfólio (ASSAF NETO, 2021, p. 283).

2.2.2. Correlação e Covariância

A partir do pressuposto devemos avaliar o risco de uma carteira, nessas condições de dois ativos (X e Y) de uma carteira mais simples, pode se obter a seguinte expressão:

$$\sigma_p = \left[(W_X^2 * \sigma_X^2) + (W_Y^2 * \sigma_Y^2) + 2 * W_X * W_Y * COV_{X,Y}\right]1/2 \quad (5)$$

Onde:

σ_p= é a volatilidade do portfólio;

W_X, W_Y = são os pesos dos ativos X e Y no portfólio, respectivamente;

σ_X^2, σ_Y^2 = são os desvios padrão dos retornos dos ativos X e Y, respectivamente;

$COV_{X,Y}$ = é covariância entre os retornos dos ativos X e Y.

Note que o desvio-padrão de um portfólio composto por dois ativos não é determinado apenas pela adição do desvio-padrão de cada ativo ou, até mesmo, pela sua média ponderada. A fórmula de cálculo também leva em conta a covariância entre os ativos, de modo a refletir o impacto da diversificação no risco do portfólio.

Entende-se que a correlação entre dois ativos é estabelecida pela relação entre a covariância destes e o resultado da multiplicação de seus respectivos desvios-padrão, ou seja:

$$CORR_{X,Y} = \frac{COV_{X,Y}}{\sigma_X \ \sigma_Y} \quad (6)$$

A partir dessa expressão tem-se:

$$COV_{X,Y} = CORR_{X,Y} \sigma_X \ \sigma_Y \quad (7)$$

Substituindo-se a fórmula de $COV_{X,Y}$na identidade de cálculo do risco do portfólio (σ_p) para dois ativos, pode-se desenvolver a seguinte expressão bastante adotada:

$$\sigma_p = \left[(W_X^2 * \sigma_X^2) + (W_Y^2 * \sigma_Y^2) + 2 * W_X * W_Y * CORR_{X,Y} * \sigma_X * \sigma_Y\right] 1/2 \quad (8)$$

De outra forma, é demonstrado que o desvio-padrão de uma carteira de dois ativos (X e Y) é função do:

a. desvio-padrão de cada ativo ($\sigma_X \ e \ \sigma_Y$);
b. percentual da carteira aplicado no ativo X (W_X) e no ativo Y (W_Y);
c. coeficiente de correlação dos ativos X e Y ($CORR_{X,Y}$).

Para a fórmula geral calcula-se o risco (desvio-padrão) de um portfólio com n ativos, fundamentada no modelo de portfólio proposto por Markowitz, é a seguinte:

$$\sigma_p = \left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} W_i W_j CORR_{i,j} \sigma_i \sigma_j\right] \quad (9)$$

Nesta fórmula:

σ_p = é o desvio padrão do portfólio, uma medida de risco total do portfólio;

$W_i \ e \ W_j$= são os pesos dos ativos i e j no portfólio, respectivamente;

$CORR_{i,j}$= é a correlação entre os retornos dos ativos i e j;

$\sigma_i \ e \ \sigma_j$= são os desvios padrão dos retornos dos ativos i e j, respectivamente;

A soma dupla $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n}$= significa que estamos somando os produtos dos termos para todos os pares possíveis de ativos no portfólio.

A correlação ($CORR_{i,j}$) multiplica os desvios padrão de dois ativos para encontrar a covariância entre esses ativos, que é usada para capturar a maneira como os retornos de dois ativos se movem juntos. Ao elevar o resultado ao quadrado, obtemos o desvio padrão do portfólio, que é uma raiz quadrada da variância do portfólio.

Essencialmente, esta equação permite a um investidor entender como a combinação de diferentes ativos, com seus respectivos riscos e interações (correlações), afeta o risco do portfólio como um todo. Quanto menor for a correlação entre os ativos, maior será o benefício da diversificação, reduzindo o risco total do portfólio.

Uma vez que a matriz de covariância é calculada, a fronteira eficiente pode ser plotada graficamente, como explicam Bodie, Kane e Marcus (2014, p. 274): "Ao plotar as combinações de ativos na fronteira eficiente, obtemos uma curva que começa no ponto com menor risco (ou menor retorno esperado) e termina no ponto com maior retorno esperado (ou maior risco)".

2.2.3. Risco e Retorno Esperado

Faz sentido acreditar que um investidor sensato esteja em busca de ganhos. Assim, ele provavelmente adquirirá ativos que acredita que irão apreciar em valor e venderá aqueles que espera que depreciem. Portanto, as ações deste investidor são fundamentadas em suas projeções.

Enquanto o retorno esperado de um investimento simboliza o aspecto positivo do investimento, o risco exemplifica o lado negativo. No contexto da análise de investimentos, o risco é percebido como um elemento a ser evitado, uma vez que representa a chance de incorrer em prejuízos ou desfechos adversos. O risco é a quantificação de incertezas.

Na teoria do portfólio a composição de uma carteira ótima de ativos, espera-se objetivo principal maximizar o grau da utilidade do investidor em relação risco/retorno.

O retorno esperado de uma carteira composta por mais de um ativo é definido pela média ponderada do retorno de cada ativo em relação a sua participação no total da carteira que é dado na equação 10. Logo, o retorno esperado ponderado da carteira pode ser obtido pela seguinte expressão de cálculo:

$$E(R_P) = \overline{R_P} = [W * R_X] + [(1 - W) * R_Y] \quad (10)$$

Onde: $E(R_p) = \overline{R_p}$ =retorno esperado ponderado da carteira (portfólio);

W = Variância da carteira;

$(1 - W)$ = percentual da carteira aplicado na ação Y;

R_x, R_y = retornos esperados das ações X e Y, respectivamente.

Para uma carteira contento por n ativos, o retorno esperado é obtido por seguinte expressão:

$$E(R_P) = \overline{R_P} = \sum_{j=1}^{n} R_J * W_J \quad (11)$$

Onde: W_j representa a proporção do capital total investido no ativo j;

no número total de ativos que compõem a carteira;

R_j o retorno esperado do ativo j.

Na equação a soma de todos os pesos (W) deve ser igual a 100%.

2.2.4. Índice de Sharpe

Segundo o Assaf Neto (2021) o índice de Sharpe, é uma medida de desempenho de um portfólio que leva em consideração tanto a rentabilidade quanto o risco assumido. Segundo ele, um portfólio é considerado eficiente se estiver localizado na fronteira eficiente de Markowitz e tiver o maior índice de Sharpe possível.

O índice de Sharpe é representado pela relação entre o prêmio pago pelo risco assumido e o risco do investimento, ou seja:

$$IS = \frac{E(R_M)-R_F}{\sigma_{R_M}} \tag{12}$$

Onde: R_M = o retorno de uma carteira constituída por ativos com risco;

σ = o desvio-padrão (risco) dessa carteira;

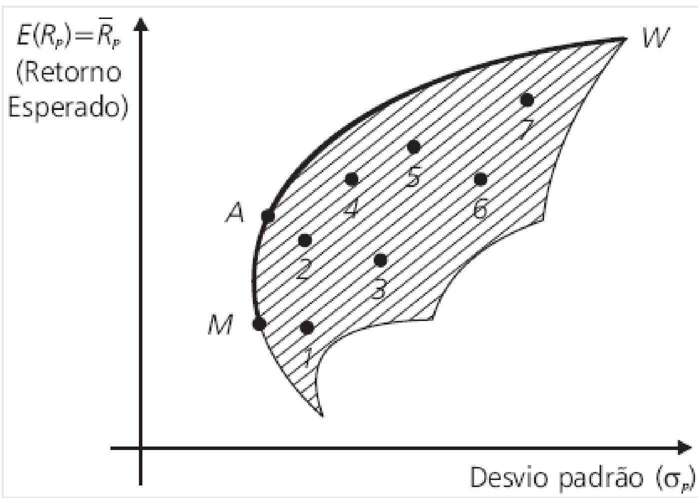
R_F = a taxa de juro de ativos livres de risco.

2.2.5. Fronteira Eficiente

A Fronteira Eficiente é um conceito fundamental na Teoria Moderna de Portfólio, proposta por Harry Markowitz em 1952. A fronteira eficiente representa a combinação de ativos que oferecem o melhor retorno esperado para cada nível de risco assumido pelo investidor, ou seja, é a fronteira que tangencia todas as possíveis combinações de ativos que maximizam o retorno para um determinado nível de risco ou minimizam o risco para um determinado nível de retorno.

De acordo com Assaf Neto (2021), “a escolha da melhor carteira é determinada, uma vez mais, pela postura demonstrada pelo investidor em relação ao dilema risco/retorno presente na avaliação de investimentos”.

Figura 2 – Fronteira Eficiente



Fonte: Adaptado de Assaf Neto, 2021

A fronteira eficiente é representada pela linha que conecta as carteiras de ativos de menor risco (carteiras de ativos sem risco) com as carteiras de ativos de maior retorno esperado. Essa linha é formada pelas combinações de ativos que oferecem o maior retorno esperado para cada nível de risco assumido pelo investidor.

Assim, a fronteira eficiente é um conceito fundamental na Teoria Moderna de Portfólio e representa uma forma de selecionar as combinações de ativos que oferecem o melhor retorno esperado para cada nível de risco assumido pelo investidor.

Para construir a Fronteira Eficiente, é necessário calcular a matriz de variância-covariância dos ativos e, em seguida, calcular a esperança de retorno e o risco de cada combinação de ativos.

Um exemplo de construção da Fronteira Eficiente é apresentado por Bodie, Kane e Marcus (2014), que considera um portfólio com dois ativos: uma ação e um título de renda fixa. Supondo que a matriz de variância-covariância dos ativos seja dada por:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.025 \\ 0.025 & 0.04 \end{bmatrix}$$

Onde a diagonal principal contém as variâncias dos retornos dos ativos, e os elementos fora da diagonal principal contêm as covariâncias dos retornos dos ativos. O retorno esperado para a ação é de 13%, enquanto o retorno esperado para o título de renda fixa é de 7%. O investidor deseja montar um portfólio com um retorno esperado de 10%.

Através da fórmula da Fronteira Eficiente, é possível calcular o desvio padrão do retorno esperado do portfólio para diferentes combinações de pesos de cada ativo, como mostrado na tabela a seguir:

Tabela 1 – Portfólio com 2 ativos com retorno esperado e desvio padrão

W (Ação)	**W (Renda Fixa)**	**Retorno Esperado**	**Desvio Padrão**
0.00	1.00	7.00%	4.00%
0.25	0.75	8.50%	3.63%
0.50	0.50	10.00%	3.16%
0.75	0.25	11.50%	2.75%
1.00	0.00	13.00%	2.50%

Fonte: adaptado de Bodie, Kane e Marcus (2014)

Dessa forma, o investidor pode escolher a combinação de pesos que melhor atende às suas necessidades de retorno e risco.

Já Bodie, Kanie e Marcus (2014) apresentam um exemplo numérico de cálculo da Fronteira Eficiente, considerando uma carteira composta por dois ativos: uma ação e um título de renda fixa. Supondo que a ação possua uma expectativa de retorno de 15% e um desvio padrão de 30%, enquanto o título de renda fixa possua uma expectativa de retorno de 8% e um desvio padrão de 10%, é possível calcular a Fronteira Eficiente para diferentes níveis de risco, conforme apresentado na tabela a seguir:

Tabela 2 – Exemplo de risco e retorno esperado

Risco	**Retorno Esperado**
5%	8,70%
8%	10,40%
10%	11,20%
12%	12,00%
15%	13,60%

Fonte: adaptado de Bodie, Kane e Marcus (2014)

Nesse exemplo, é possível perceber que quanto maior o nível de risco assumido na carteira, maior é o retorno esperado, o que reflete a relação positiva entre risco e retorno.

Esses exemplos ilustram como a fronteira eficiente pode ser usada para identificar as combinações de ativos que oferecem o melhor retorno esperado para um determinado nível de risco em diferentes contextos de investimento. A partir dessas informações, o investidor pode construir um portfólio diversificado e rentável, que atenda às suas necessidades específicas de investimento.

A interpretação dos resultados da fronteira eficiente também é fundamental para que o investidor possa avaliar o desempenho de seu portfólio em relação às opções de investimento disponíveis e ajustar sua estratégia de investimento de acordo com suas necessidades.

2.3. Linguagem Python

O Python tem se consolidado como uma ferramenta de referência no campo do mercado financeiro devido à sua flexibilidade, simplicidade e vasto conjunto de bibliotecas que suportam a análise e a manipulação de dados financeiros (ANTONIO, 2021).

A capacidade do Python de manipular e analisar dados são notavelmente aprimoradas com a utilização do Google Colaboratory (Colab), um ambiente Jupyter notebook que não requer configuração e é totalmente executado na nuvem. O Google Colab fornece um ambiente interativo que facilita o trabalho com Python e é particularmente útil para análise de dados e aprendizado de máquina.

Uma das principais aplicações do Python no mercado financeiro é a análise de dados. Com bibliotecas poderosas como pandas e NumPy, os analistas podem manipular grandes conjuntos de dados, realizar cálculos estatísticos e implementar algoritmos de aprendizado de máquina (NILO, 2019). A biblioteca *pandas* é especialmente útil para manipulação de séries temporais, um componente chave na análise de dados financeiros. No Google Colab, essas bibliotecas podem ser facilmente importadas e utilizadas para análise de dados em tempo real.

Além disso, Python também é usado na modelagem financeira e quantitativa. Bibliotecas como SciPy e *stats models* fornecem uma gama de funções para modelagem estatística, enquanto a QuantLib e a *pyfolio* são especificamente voltadas para modelagem financeira e análise de carteira, respectivamente (NILO, 2019; ANTONIO, 2021).

Portanto, Python é uma linguagem excelente para automação. Scripts Python podem ser usados para coletar e limpar dados financeiros, monitorar mercados em tempo real, emitir alertas com base em critérios predefinidos e até mesmo executar ordens de negociação automaticamente (ANTONIO, 2021).

2.3.1. Bibliotecas Python para mercado financeiro

Para aplicação prática do Python no mercado financeiro é necessário o uso de bibliotecas que são fundamentais para coleta de dados e análise financeira.

A biblioteca *pandas* é uma das mais importantes ferramentas de análise de dados em Python. Ela oferece estruturas de dados robustas e flexíveis que facilitam a manipulação e análise de dados de forma eficiente. As principais estruturas de dados do pandas, DataFrame e Series, são particularmente úteis para manipular dados financeiros. A biblioteca pandas também possui capacidades integradas de tratamento de séries temporais, o que é crucial para a análise financeira (NILO, 2019).

A biblioteca NumPy, por outro lado, fornece um conjunto de funcionalidades para manipulação de *arrays* numéricos e matrizes multidimensionais, juntamente com uma coleção de funções matemáticas para operações com essas estruturas de dados. NumPy é a base para muitas outras bibliotecas de ciência de dados em Python, incluindo *pandas* e SciPy, e é conhecida pela sua eficiência computacional. No contexto financeiro, o NumPy é frequentemente usado para cálculos numéricos envolvidos em modelagem financeira e otimização de portfólio (ANTONIO, 2021).

A biblioteca SciPy complementa o NumPy fornecendo um conjunto de algoritmos numéricos para integração, interpolação, otimização, álgebra linear, e muito mais. A biblioteca SciPy é valiosa para o mercado financeiro, pois muitos problemas financeiros envolvem a solução de problemas complexos de matemática e estatística que podem ser resolvidos com as ferramentas disponíveis no SciPy (NILO, 2019).

No Google Colab, essas bibliotecas podem ser importadas e usadas em notebooks interativos, permitindo análise de dados em tempo real, visualização e modelagem financeira. A combinação do Google Colab com pandas, NumPy e SciPy proporciona uma plataforma poderosa para a análise financeira.

2.3.2. Superioridade do Python sobre o Excel no contexto financeiro

Embora o Microsoft Excel seja uma ferramenta amplamente utilizada no setor financeiro, a linguagem de programação Python está emergindo como uma alternativa preferida para muitos profissionais da área. A preferência crescente pelo Python pode ser atribuída a várias características e vantagens que ele oferece em relação ao Excel.

1. Manipulação de Grandes Conjuntos de Dados: Python, em combinação com bibliotecas como *pandas* e NumPy, é altamente eficiente para manipular e analisar grandes conjuntos de dados, uma tarefa que o Excel muitas vezes não consegue realizar devido aos seus limites inerentes de capacidade de dados (NILO, 2019). Isso é particularmente relevante no contexto financeiro moderno, onde os profissionais frequentemente lidam com volumes de dados significativos.

2. Automação e Repetibilidade: Python permite a automação eficiente de tarefas, contribuindo para a repetibilidade e reprodutibilidade das análises, enquanto o Excel muitas vezes requer interações manuais que podem ser propensas a erros.

3. Modelagem Financeira Complexa: Python fornece uma plataforma versátil para realizar análises financeiras complexas e modelagem, incluindo técnicas avançadas de aprendizado de máquina, simulações de Monte Carlo e modelos financeiros que vão além das capacidades padrão do Excel (ANTONIO, 2021).

4. Integração de Dados: A linguagem Python é superior quando se trata de integrar e limpar dados de várias fontes, incluindo APIs da web, bancos de dados, arquivos CSV, entre outros. Essa capacidade é crucial no setor financeiro, onde a análise eficaz muitas vezes depende da integração de dados de diferentes origens (NILO, 2019).

5. Análise de Séries Temporais: Python oferece suporte robusto para o trabalho com séries temporais, um componente essencial da análise financeira. Isso é facilitado por bibliotecas como pandas, que fornecem ferramentas específicas para a manipulação e análise de séries temporais (NILO, 2019).

3. Análise do mercado financeiro brasileiro

A análise do mercado financeiro brasileiro, considerando o período de 2016 a 2021, revela um panorama complexo, influenciado por diversos fatores econômicos e políticos. Através dos indicadores apresentados, é possível notar variações significativas que refletem a instabilidade e as oscilações do mercado.

3.1. Indicadores econômicos e rendimentos financeiros

Tabela 3 - Indicadores econômicos acumulado de 2016 a 2021 (em %)

Indicador	2021	2020	2019	2018	2017	2016
Inflação – INPC	10,16%	5,45%	4,48%	3,43%	2,07%	6,58%
Inflação – IPCA	10,06%	4,52%	4,31%	3,75%	2,95%	6,29%
Inflação – IGP-DI	17,74%	23,08%	7,68%	7,10%	-0,42%	7,15%
Nova Poupança	2,99%	2,12%	4,26%	4,68%	6,89%	8,35%
Taxa SELIC	4,45%	2,76%	6,03%	6,58%	10,11%	14,18%
DI – CETIP	4,45%	2,75%	5,96%	6,42%	9,93%	14,00%
Ibovespa	-11,93%	2,92%	31,58%	14,03%	26,86%	38,94%
Variação Real do PIB	4,60%	-3,90%	1,10%	1,12%	0,98%	-3,58%

Fonte: Adaptado de Instituto Assaf (https://www.institutoassaf.com.br/indicadores-da-economia/), acesso em 1 de maio de 2023.

Analisando a tabela 3, vemos que:

Inflação (INPC, IPCA e IGP-DI): a inflação mede o aumento contínuo e generalizado dos preços dos bens e serviços em uma economia, sendo que o IPCA é o indicador oficial de inflação no Brasil. A tabela apresenta a variação da inflação IGP-DI mais acentuada, pois é um indicador mais amplo que inclui preços de commodities, além de serviços e de infraestrutura, é utilizado para reajustar contratos de aluguel, tarifas públicas e serviços de infraestrutura, como energia elétrica e pedágios, além de ser uma referência para contratos de commodities. Portanto em 2020 teve um aumento de 23,08% por causa da pandemia da COVID-19, que afetou muitos esses setores desse indicador.

Nova Poupança: é uma opção de investimento em renda fixa, que oferece baixo risco e rendimento relativamente baixo. A tabela apresenta a redução da rentabilidade da poupança que em 2016 era de 8,35% e a mínima de 2,12% de rentabilidade em 2020.

Taxa SELIC e DI-CETIP: a taxa SELIC é a taxa de juros básica da economia brasileira, que é definida pelo Banco Central do Brasil e utilizada para controlar a inflação e estimular o crescimento econômico. A tabela mostra que com a mudança política e novas medidas de políticas econômicas demonstra que de 2016 a 2020 a taxa Selic foi de redução chegando a 2,76% a taxa básica de juros em 2020. O DI-CETIP é um índice de referência para investimentos em renda fixa no mercado financeiro. A tabela demonstra um espelhamento com a taxa Selic, pois é a referência do indicador para aplicações em renda fixa, a tabela mostra que o CDI continua reduzindo de 2016 a 2020.

Ibovespa: é o principal índice de ações da bolsa de valores brasileira, que reflete o desempenho das empresas listadas na bolsa. A tabela apresenta a forte variação do Ibovespa em cada ano, tendo alta em 2016 com 38,94% e em 2020 teve o pior ano devido a pandemia do COVID-19 que chegou a -11,93%.

Variação Real do PIB: é a variação do Produto Interno Bruto (PIB) do país, descontada a inflação. O PIB é a soma de todos os bens e serviços finais produzidos em um país em um determinado período, geralmente um ano. A tabela apresenta a semelhança real do PIB no ano 2016 e 2020, que nos momentos de crises fortes, o PIB fica negativo.

Tabela 4 – Rendimentos financeiros de 2016 a 2021 (em %)

Ano	Poupança	CDB	Renda Fixa	Dólar	Bolsa	Imóveis	Título Público	Selic
2021	2,99%	5,77%	4,45%	7,39%	-11,93%	13,84%	-4,81%	4,39%
2020	2,12%	2,65%	2,37%	29,34%	2,92%	8,68%	5,81%	2,75%
2019	5,15%	5,76%	5,96%	4,02%	31,58%	4,15%	20,03%	6,03%
2018	5,64%	6,37%	6,42%	11,70%	14,03%	3,97%	7,31%	6,58%
2017	6,80%	8,37%	9,93%	1,50%	26,86%	4,03%	11,41%	10,11%
2016	8,30%	12,39%	14,00%	-16,54%	38,94%	6,34%	26,97%	14,18%

Fonte: Adaptado de Instituto Assaf (https://www.institutoassaf.com.br/rendimentos-financeiros/), acesso em 1 de maio de 2023.

Analisando a tabela 4, vemos que os rendimentos em renda fixa e CDB são bem próximos e que a Selic mostra que é a referência principal para esses investimentos, enquanto a títulos público federal é bastante variável tendo fortes altas de rendimentos e baixos rendimentos no intervalo de anos. Interessante analisar os imóveis que apresenta gradual crescimento a valorização ao longo dos anos mesmo em ano de pandemia de 2021 teve rendimento de 13,84%. Enquanto a bolsa de valores teve a pior baixa em -11,93%.

3.2 Panorama geral do mercado financeiro

Em panorama geral no Brasil, entre os anos de 2016 a 2021, o mercado financeiro brasileiro passou por diversos desafios e mudanças significativas. Algumas das principais tendências e eventos que moldaram esse período incluem:

i. **Crise econômica**: Em 2016, o Brasil estava enfrentando uma grave crise econômica, com uma recessão prolongada que teve impactos significativos no mercado financeiro. Os juros estavam altos, a inflação estava acima da meta e o desemprego estava em níveis historicamente elevados.

ii. **Mudanças políticas**: Em 2016, o país passou por um processo de impeachment do presidente Dilma Rousseff, que levou à ascensão do presidente Michel Temer. Em 2018, houve eleições presidenciais que levaram Jair Bolsonaro ao poder, o que trouxe mudanças significativas na política econômica do país.

iii. **Queda da taxa de juros**: A partir de 2017, o Banco Central iniciou um processo de redução gradual da taxa básica de juros (Selic), que atingiu seu ponto mais baixo em março de 2021, a 2,75% ao ano.

iv. **Aumento do investimento estrangeiro**: O Brasil atraiu um grande fluxo de investimento estrangeiro durante o período, com destaque para o setor de tecnologia, que se tornou um dos principais focos dos investidores.

v. **Avanços na regulação financeira**: O Banco Central implementou diversas medidas para modernizar a regulação financeira do país, incluindo a implementação do Open Banking, que permite aos clientes compartilharem suas informações financeiras entre diferentes instituições.

vi. **Digitalização do mercado financeiro**: A tecnologia teve um papel cada vez mais importante no mercado financeiro, com o aumento do uso de aplicativos e plataformas digitais para investimento e gestão financeira. E a criação do PIX desenvolvido pelo Banco Central do Brasil com objetivo de modernizar e simplificar o sistema de pagamentos no país, ideia que surgiu em 2018 e foi implementada em operação no novembro de 2020. O PIX tem contribuído para a redução do uso de dinheiro em espécie e para a inclusão financeira, permitindo que mais pessoas tenham acesso aos serviços bancários e financeiros no país.

No geral, o mercado financeiro brasileiro passou por uma série de desafios e mudanças durante o período de 2016 a 2021. Embora a crise econômica tenha afetado o desempenho do mercado no início do período, a redução da taxa de juros e o aumento do investimento estrangeiro ajudaram a impulsionar o mercado nos anos seguintes. A regulação financeira também avançou, abrindo caminho para uma maior digitalização do setor.

Portanto o mercado financeiro brasileiro é caracterizado pela sua complexidade e diversidade de opções de investimento. As oportunidades de investimento incluem uma ampla variedade de produtos, desde títulos públicos a ações, passando por fundos de investimento, *commodities* e derivativos. Além disso, o mercado brasileiro é influenciado por uma série de fatores econômicos e políticos, o que pode levar a variações significativas nos preços dos ativos.

Segundo Assaf Neto (2021), o mercado financeiro brasileiro é composto por diversas instituições, como bancos, corretoras de valores, bolsa de valores, empresas de investimento e agências reguladoras. Essas instituições desempenham papéis importantes no mercado, como a oferta de produtos financeiros, a realização de transações financeiras e a fiscalização das operações realizadas pelos investidores.

De acordo com Bodie, Kane e Marcus (2014), o mercado financeiro brasileiro passou por uma série de transformações nas últimas décadas, que o tornaram mais sofisticado e acessível a um número cada vez maior de investidores. Dentre essas mudanças, destacam-se a criação do Tesouro Direto, que permitiu o investimento em títulos públicos pela internet, e a expansão do mercado de fundos de investimento, que oferecem aos investidores a possibilidade de diversificar suas carteiras sem a necessidade de escolher ativos individuais.

Porém, mesmo com essas transformações, o mercado financeiro brasileiro ainda enfrenta alguns desafios, como a alta carga tributária sobre os investimentos e a falta de educação financeira da população.

Dessa forma, é importante que os investidores estejam familiarizados com as diferentes opções de investimento disponíveis no mercado brasileiro e estejam atentos aos fatores econômicos e políticos que podem afetar seus investimentos. Além disso, é fundamental buscar informações e conhecimentos sobre o funcionamento do mercado financeiro e as características dos produtos financeiros antes de realizar qualquer investimento.

Em suma, o mercado financeiro brasileiro apresenta uma grande variedade de opções de investimento, que podem oferecer diferentes níveis de risco e retorno. A análise cuidadosa do cenário econômico e a diversificação de investimentos são fundamentais para a construção de uma carteira de investimentos eficiente e rentável.

3.3 Desempenho dos investimentos em Renda Fixa e Renda Variável

A análise do desempenho dos investimentos em renda fixa e renda variável é um aspecto importante a ser considerado na gestão de portfólios de investimento.

De acordo com dados da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA), a Renda Fixa tem sido o investimento preferido dos brasileiros nos últimos anos. Em 2020, o segmento de Renda Fixa registrou captação líquida de

R$ 461,6 bilhões, enquanto o segmento de Renda Variável registrou captação líquida de R$ 92,2 bilhões (ANBIMA, 2021).

No que diz respeito ao desempenho da Renda Fixa, o investimento em títulos públicos federais tem sido um dos mais rentáveis do mercado brasileiro. Segundo dados da B3, em 2020, o índice IMA-B, que mede o desempenho dos títulos públicos indexados à inflação, teve rentabilidade de 18,64%, enquanto o índice IMA-Geral, que mede o desempenho de uma carteira teórica composta por títulos públicos federais, teve rentabilidade de 16,94% (B3, 2021).

Já no que diz respeito ao desempenho da Renda Variável, as ações têm apresentado alta rentabilidade em longo prazo, apesar das oscilações do mercado. Segundo dados da B3, o índice Ibovespa, que mede o desempenho médio das ações mais negociadas na bolsa brasileira, teve rentabilidade acumulada de 2.460,55% nos últimos 20 anos, ou seja, uma rentabilidade média de 123% ao ano (B3, 2021).

Entre os anos 2016 a 2021, alguns exemplos de investimentos que tiveram um bom desempenho durante esse período:

i. **Ações**: As ações de empresas brasileiras tiveram uma valorização significativa entre 2016 e 2021, impulsionadas pela recuperação da economia, pela queda dos juros e pelo aumento do investimento estrangeiro. Destacam-se as ações de empresas do setor de tecnologia, que tiveram um forte crescimento, como as ações da B3SA3 (B3) eWEGE3 (Weg).

ii. **Fundos de ações**: Os fundos de investimento em ações também tiveram um bom desempenho no período, principalmente aqueles que adotaram uma estratégia de investimento em empresas com alto potencial de crescimento e inovação. Alguns exemplos são o fundo XP LongBiased, o fundo Alaska Black e o fundo Verde Asset.

iii. **Fundos imobiliários**: Os fundos imobiliários também tiveram bom desempenho entre 2016 e 2021, impulsionados pela queda da taxa de juros e pelo aumento da demanda por investimentos em imóveis. Destacam-se os fundos que investem em imóveis comerciais de alta qualidade, como o fundo HGLG11 (Cshg Logística) e o fundo VILG11 (Vinci Logística).

iv. **Criptomoedas**: As criptomoedas, como o Bitcoin e o Ethereum, tiveram um forte crescimento entre 2016 e 2021, com valorizações que superaram os 1000%. No entanto, é importante lembrar que esses ativos são extremamente voláteis e arriscados, e requerem uma análise cuidadosa antes de investir.

É importante ressaltar que o desempenho passado não garante o desempenho futuro dos investimentos, e que é necessária uma análise cuidadosa do perfil do investidor, dos objetivos de investimento e dos riscos envolvidos antes de se realizar qualquer investimento.

Assim, a análise do desempenho dos investimentos em renda fixa e renda variável no mercado financeiro brasileiro pode fornecer subsídios importantes para a tomada de decisão na gestão de portfólios de investimento, levando em conta a busca pela maximização dos retornos e a minimização dos riscos.

3.4 Principais fatores que afetam a rentabilidade dos investimentos

A rentabilidade dos investimentos pode ser influenciada por diversos fatores, tanto internos quanto externos. Alguns dos principais fatores que afetam a rentabilidade dos investimentos no mercado brasileiro são:

Taxa de juros: A taxa de juros é um dos principais fatores que influenciam a rentabilidade dos investimentos em renda fixa. Quanto mais alta a taxa de juros, maior tende a ser a rentabilidade dos investimentos em renda fixa, como títulos públicos e CDBs. Por outro lado, a queda da taxa de juros pode levar à redução da rentabilidade desses investimentos. Segundo Assaf Neto (2021), a redução da taxa Selic, taxa básica de juros no Brasil, pode levar à busca por alternativas de investimento, como a renda variável.

Política econômica: A política econômica do governo também pode afetar a rentabilidade dos investimentos. Por exemplo, mudanças nas políticas fiscais e monetárias podem influenciar a taxa de juros e a inflação, que são fatores importantes para a rentabilidade dos investimentos. Segundo Câmara e Magalhães (2019), as incertezas políticas e econômicas podem levar à volatilidade dos mercados financeiros.

Inflação: A inflação é outro fator que afeta a rentabilidade dos investimentos. Investimentos em renda fixa devem apresentar rentabilidade acima da inflação para que haja ganho real. Já na renda variável, as empresas podem aumentar seus preços e lucros em períodos inflacionários. Segundo Assaf Neto (2021), a inflação alta pode afetar negativamente a renda fixa e incentivar a busca por investimentos em renda variável.

Eventos internacionais: Eventos internacionais, como crises políticas, econômicas e sanitárias, podem afetar o desempenho dos mercados financeiros. Segundo Sampaio e Monteiro (2019), a guerra comercial entre Estados Unidos e China em 2019 afetou negativamente o desempenho do mercado brasileiro.

Desempenho da economia brasileira: O desempenho da economia brasileira, como o crescimento do PIB, também pode afetar a rentabilidade dos investimentos. Segundo Souza e Bezerra (2020), a recuperação econômica pode impulsionar o desempenho da renda variável, enquanto uma economia enfraquecida pode levar à busca por investimentos mais seguros em renda fixa.

3.5 Comparações entre diferentes tipos de investimentos

Existem diversas opções de investimento disponíveis no mercado brasileiro, cada uma com suas particularidades e características específicas. Para avaliar a melhor opção, muitos investidores realizam comparações entre diferentes tipos de investimentos.

Rentabilidade da renda fixa versus renda variável: Segundo o estudo da Anbima (2021), a renda fixa teve uma rentabilidade média de 2,92% no período de 2011 a 2020, enquanto a renda variável (representada pelo Ibovespa) teve uma rentabilidade média de 8,62% no mesmo período. Isso mostra que, em geral, a renda variável apresenta uma rentabilidade maior do que a renda fixa, porém, também está sujeita a maiores riscos.

Rentabilidade de diferentes tipos de ações: Um estudo da Economatica (2021) comparou a rentabilidade de diferentes tipos de ações no período de 2011 a 2020. Os resultados mostram que as ações *small caps* (empresas de menor capitalização) tiveram a maior rentabilidade média anual (22,7%), seguidas pelas ações *mid caps* (empresas de média capitalização) com rentabilidade média anual de 19,5%, enquanto as ações *large caps* (empresas de maior capitalização) apresentaram rentabilidade média anual de 16,3%.

Rentabilidade de Fundos de Investimento em Ações versus Índice de Mercado:De acordo com um estudo da Economática (2021), no período de 2016 a 2020, apenas 31% dos fundos de investimento em ações conseguiram superar o índice de mercado (Ibovespa), indicando que investir diretamente em ações pode ser mais rentável do que investir em fundos de investimento em ações.

4. Aplicação da Teoria de Markowitz na gestão de portfólios

No mercado brasileiro, diversas instituições financeiras utilizam a teoria de Markowitz em seus processos de gestão de portfólio. Um exemplo é o Banco do Brasil, que utiliza o modelo para gestão de seus fundos de investimentos. De acordo com o banco, a teoria de Markowitz é uma ferramenta fundamental para a tomada de decisão em relação à alocação de recursos, permitindo uma diversificação adequada dos investimentos.

Outra instituição que utiliza a teoria de Markowitz é a XP Investimentos, que utiliza o modelo para a gestão de seus fundos de investimentos e para orientar seus clientes na escolha de carteiras de investimentos eficientes. Segundo a XP, a aplicação da teoria de Markowitz permite uma alocação de ativos mais eficiente e diversificada, que pode levar a uma redução de risco e aumento de rentabilidade.

Além das instituições financeiras, investidores individuais também podem utilizar a teoria de Markowitz em suas escolhas de investimentos. Um exemplo é a utilização de ferramentas de análise de portfólio que utilizam a teoria para fornecer sugestões de alocação de ativos.

É importante ressaltar que a teoria de Markowitz é uma abordagem matemática e que a aplicação da mesma deve ser feita com cautela, levando em consideração as particularidades do mercado brasileiro e dos investimentos disponíveis.

4.1.Criação de um portfólio diversificado

Um exemplo de criação de um portfólio diversificado utilizando a teoria de Markowitz seria escolher ativos com baixa correlação entre si, a fim de minimizar o risco do portfólio como um todo.

Por exemplo, um portfólio diversificado poderia incluir uma combinação de ações, fundos imobiliários, títulos de renda fixa e commodities. A alocação dos ativos dependeria do perfil de risco do investidor e de suas metas financeiras.

Para construir um portfólio diversificado, é possível utilizar técnicas como a análise de correlação e a análise de risco-retorno de cada ativo. Além disso, é importante considerar fatores macroeconômicos e políticos que possam afetar o desempenho dos ativos, como mudanças na taxa de juros, inflação, crises econômicas e eventos políticos relevantes.

Um estudo realizado por Mendes e Melo (2021) mostrou que a diversificação em diferentes classes de ativos, como ações, títulos de renda fixa e commodities, pode reduzir o risco e aumentar o retorno dos investimentos em longo prazo. Além disso, o estudo apontou que a utilização de técnicas de otimização de portfólio, como a teoria de Markowitz, pode auxiliar na construção de um portfólio diversificado e eficiente.

Outro estudo realizado por Figueiredo et al. (2019) analisou a diversificação em fundos de investimento em ações no Brasil e concluiu que a diversificação entre diferentes setores da economia e empresas de diferentes tamanhos pode reduzir o risco e aumentar o retorno dos investimentos em longo prazo.

4.2. Seleção de ativos para compor o portfólio

A seleção de ativos para compor um portfólio eficiente é um passo crucial no processo de alocação de investimentos. De acordo com a teoria de Markowitz, é possível selecionar ativos que apresentem baixa correlação entre si e, dessa forma, diversificar o risco do portfólio. Abaixo seguem exemplos de como selecionar ativos para compor um portfólio diversificado no mercado brasileiro:

Seleção de ações de diferentes setores:

É possível selecionar ações de diferentes setores da economia, como saúde, tecnologia, energia e varejo, por exemplo. Essa estratégia permite que o investidor diversifique seu portfólio, pois cada setor possui suas próprias características e pode ser impactado de forma diferente por fatores externos.

Segundo Assaf Neto (2021), a diversificação setorial é importante, pois "cada setor tem sua própria dinâmica de mercado, e os investidores podem se beneficiar dessa dinâmica ao alocar recursos em diferentes setores da economia".

Seleção de ativos com diferentes níveis de risco:

Outra forma de selecionar ativos para compor um portfólio diversificado é optar por ativos com diferentes níveis de risco. Por exemplo, é possível selecionar ações de empresas com grande capitalização de mercado e menor volatilidade, além de títulos públicos de baixo risco.

Seleção de ativos com baixa correlação:

Outra estratégia para selecionar ativos é optar por ativos com baixa correlação. A correlação mede o grau de interdependência entre os retornos de diferentes ativos. Quando os ativos têm baixa correlação, os movimentos de preços tendem a ser independentes uns dos outros, o que pode ajudar a reduzir o risco do portfólio.

Segundo Bodie, Kane e Marcus (2014), a diversificação por meio da seleção de ativos com baixa correlação pode levar a benefícios significativos. Ao incluir ativos com correlações negativas ou baixas em um portfólio, os investidores podem reduzir o risco total do portfólio sem sacrificar os retornos esperados.

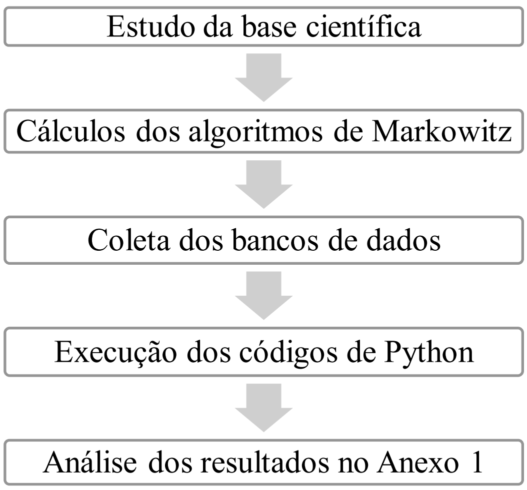
5. METODOLOGIA

A metodologia dessa pesquisa se caracteriza pela abordagem quantitativa, e recorrerá às metodologias de pesquisa exploratória e avaliativa. A abordagem exploratória se destina a analisar o tema proposto em busca de uma compreensão mais ampla. No contexto deste trabalho, a investigação estará direcionada ao entendimento de como a linguagem Python é aplicada na prática para otimizar carteiras de investimento da Teoria de Harry Markowitz. Neste trabalho, será utilizada a base científica desenvolvida por Markowitz com o propósito de realizar uma análise comparativa entre o desempenho do modelo original e o modelo adaptado de Markowitz no mercado de ações da B3.

Segundo Mesquita, Zanini e Figueiredo (2005), os estudos empíricos na referida área usualmente se valem de dados históricos para estimar os retornos e riscos esperados, visando evitar a subjetividade e complexidade das previsões. Esse também é o critério adotado nesta pesquisa, o que implica na premissa de que o passado exerce relevância na determinação do futuro.

Foram selecionadas duas amostras para avaliação, ambas constituídas por ações de empresas de capital aberto negociadas na Bolsa de Valores Oficial do Brasil (B3). Estas foram obtidas mediante consultas ao banco de dados do Yahoo Finance (2023) e ao banco de dados oficial da B3 (2023). A base de dados da B3 foi empregada para a verificação da continuidade da negociação dos ativos, enquanto a base do Yahoo Finance foi utilizada para a obtenção das cotações ao longo do período do estudo. A metodologia utilizada na condução do estudo é ilustrada na Figura 3.

Figura 3 – Processos do trabalho



Fonte: Elaborado pelo autor

Para aprofundar a análise, a metodologia de pesquisa avaliativa, permite examinar os dados de forma que possibilitem suposições de possíveis resultados. A partir dessa estratégia, será viável avaliar se o emprego das bibliotecas pandas, NumPy e Scipy, na otimização de carteiras de investimento, resultará em desempenho satisfatório, ágil e eficiente.

No que se refere ao procedimento, a pesquisa se configura como um estudo de caso que busca investigar, por meio da utilização de dados históricos de preços de ativos e da aplicação de algoritmos disponíveis nas bibliotecas pandas, NumPy e Scipy, a possibilidade de a linguagem Python ser empregada de maneira acessível por profissionais de variados campos de atuação.

Para dar início a este estudo, faz-se necessária o acesso do seguinte site em um computador:

1. **Acessando o Google Colab:** Primeiro, vá para o site do Google Colab (https://colab.research.google.com). Se ainda não estiver logado em sua conta do Google, será solicitado que faça isso.
2. **Abrir notebook:** Depois de estar no Google Colab, você pode abrir notebook clicando em “Arquivo”> “Abrir notebook”.
3. **Link do arquivo no Anexo 1:** Abrir notebook com o link compartilhado para acessar os códigos pronto para visualizar dados financeiro e resultados de alocação e otimização de carteiras de investimento da teoria de Markowitz e fronteira eficiente, risco e retorno, desvio padrão, índice Sharpe e correlação de variância entre cada par de ativos.
4. **Executar códigos:** Para executar todos os códigos prontos para visualizar os resultados, vai na aba “Ambiente de execução” > “Executar tudo”.

Após concluir a execução de todos os códigos podemos ver os resultados de todas as etapas de cálculos sobre a carteira de investimentos escolhidos no objetivo específico.

O presente estudo se estende desde a teoria até a exemplificação de sua aplicação prática, englobando aspectos como a ações do portfólio, as taxas de risco e retorno, histórico de preço das ações, retorno de carteira de ações, gráficos, riscos de ações e a otimização por média-variância, desvio padrão e dentre outros.

A amostra de dados será composta por uma série histórica de cotação de ações negociadas no mercado a vista, de empresas de capital aberto, listadas na B3, a bolsa de valores brasileira. Tal amostra será composta pelos 6 ativos com risco, do B3 observados em 04 de janeiro de 2016 até 30 de dezembro de 2021, estão disponíveis para consulta no Anexo 1.

As escolhas dos ativos para a realização deste trabalho se dão pelo fato de serem as principais empresas do Brasil, considerando o risco da carteira em virtude da presença do risco sistemático e risco não sistemático, que não pode ser eliminado por meio da diversificação, de acordo com o Assaf Neto (2023).

Tabela 5 – Empresas escolhidas por setor de atuação para a carteira de investimento

EMPRESA	SETOR	SÍMBOLO
AMBEV S.A.	Consumo não cíclico / Bebidas	ABEV3
B3 S.A.	Financeiro / Serviços Financeiros Diversos	B3SA3
WEG S.A.	Bens Industriais / Maq. e Equips. / Motores	WEGE3
PETROBRAS S.A.	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	PETR3
BANCO ITAÚ	Bancos / Intermediário Financeiro	ITSA3

Fonte: Bolsa, Balcão, Brasil (B3).

Como referência para os ativos listados na B3, optou-se pela utilização do BOVA11, um instrumento financeiro negociado na B3 que engloba as ações das empresas mais influentes do mercado brasileiro. O BOVA11 replica o Índice Bovespa, também conhecido como IBOVESPA, que é um indicador do desempenho médio das cotações das ações negociadas na bolsa de valores. Ao adquirir uma cota do BOVA11, o investidor, na verdade, está investindo em uma carteira diversificada que reflete o desempenho do mercado acionário brasileiro como um todo.

Para a avaliação dos resultados adquiridos foi realizada por meio de benchmarking, utilizando-se como parâmetros o desempenho da B3 (BOVA11) e o Certificado de Depósito Interbancário (CDI). O CDI, uma modalidade de título emitido por instituições financeiras, possui vencimento diário e é utilizado como mecanismo de arrecadação de fundos, a fim de assegurar o equilíbrio do balanço diário positivo dessas instituições (NUBANK, 2022).

A comparação do rendimento de investimentos com o CDI é um procedimento usual no mercado financeiro. Este instrumento, em virtude da sua natureza e do seu curto prazo de vencimento, é um referencial de performance para diversas categorias de investimentos, possibilitando uma avaliação mais precisa e um benchmarking mais efetivo (NUBANK, 2022).

Tabela 6 – Rendimentos do CDI e acumulado da poupança em % de 2016 a 2021

Mês/Ano	2021	2020	2019	2018	2017	2016
Janeiro	0,15%	0,38%	0,54%	0,58%	1,08%	1,05%
Fevereiro	0,13%	0,29%	0,49%	0,46%	0,86%	1,00%
Março	0,20%	0,34%	0,47%	0,53%	1,05%	1,16%
Abril	0,21%	0,28%	0,52%	0,52%	0,79%	1,05%
Maio	0,27%	0,24%	0,54%	0,52%	0,93%	1,11%
Junho	0,31%	0,21%	0,47%	0,52%	0,81%	1,16%
Julho	0,36%	0,19%	0,57%	0,54%	0,80%	1,11%
Agosto	0,43%	0,16%	0,50%	0,57%	0,80%	1,21%
Setembro	0,44%	0,16%	0,46%	0,47%	0,64%	1,11%
Outubro	0,49%	0,16%	0,48%	0,54%	0,64%	1,05%
Novembro	0,59%	0,15%	0,38%	0,49%	0,57%	1,04%
Dezembro	0,77%	0,16%	0,37%	0,49%	0,54%	1,12%
Acumulado do ano	4,42%	2,75%	5,96%	6,42%	9,93%	14,00%
Acumulado da poupança	2,94%	2,11%	2,62%	4,23%	6,16%	7,56%

Fonte: Nubank, 2022.

No cálculo do índice de Sharpe, foi estabelecida uma taxa de retorno livre de risco de 5% ao ano, com o intuito de aproximar esse valor ao rendimento proporcionado pela poupança. De acordo com G1 Economia (2022), é projetado um rendimento de 7,44% para o ano de 2022.

A seguir vamos o passo a passo para conseguir a melhor carteira compostas pelos ativos selecionados:

1. Coletar dados dos preços de fechamento de cada ativo, de janeiro de 2016 até dezembro de 2021.
2. Estimar os retornos esperado e calcular a matriz de covariância
3. Obter pesos dos ativos que maximiza o índice Sharpe
4. Traçar gráfico da Fronteira Eficiente e ponto ótimo de menor risco.

5.1. Análise de dados e discussão dos resultados

Nesta sessão serão apresentados e analisados os resultados obtidos no Python dentro do Google Colab após os procedimentos apresentados nas sessões anteriores deste trabalho.

A fim de adquirir os símbolos das ações e todos os códigos instalados, é necessário estabelecer uma conexão com o Google Colab, uma plataforma baseada na web que possibilita a aplicação da linguagem de programação Python, e aderir aos protocolos de utilização das funções e algoritmos recomendados pelos desenvolvedores.

Para avaliação mais completa dos códigos executados, seguir no Apêndice A para visualizar todos os comandos realizados no Python.

Primeiramente iremos analisar o comportamento de um ativo separadamente, para então, posteriormente fazermos uma análise em conjunto. Primeiro código é instalar o *yfinance*, para importar dados através de uma API ligada diretamente do site Yahoo Finance. Depois, iremos importar as seguintes bibliotecas:

Figura 4 – Importação das bibliotecas no Python

```
[ ]  !pip install yfinance
```

Importação das bibliotecas

```
[ ]  import pandas as pd
     import numpy as np
     from pandas_datareader import data
     import matplotlib.pyplot as plt
     import seaborn as sns
     import plotly.express as px
     import yfinance as yf
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Na importação das bibliotecas, é importante destacar os principais:

• Pandas servirá para manipularmos os data frames referentes aos preços históricos das ações analisadas;

• Numpy nos ajudará com a parte de estatística e alguns outros cálculos algébricos.

• Pandas DataReader é a biblioteca que importa os dados para nós através de uma API ligada diretamente ao site do Yahoo Finance;

• MatplotLib para podermos visualizar os dados;

Primeiramente, é necessário proceder à instalação das principais bibliotecas, as quais desempenham um papel fundamental na coleta de dados, nos cálculos matemáticos e na elaboração de gráficos, conforme ilustrado na figura 1. Em seguida, após a seleção dos seis ativos, os códigos (tickers) correspondentes às ações devem ser inseridos, a fim de utilizar o conjunto de dados históricos de preços de fechamento do mercado desses ativos. Esses dados abrangem o período compreendido entre o primeiro dia útil de janeiro de 2016 e o último dia útil de dezembro de 2021 e foram obtidos do Yahoo Finance, identificado no algoritmo como *yfinance*.

As ações submetidas ao algoritmo são: ABEV3.SA, B3SA3.SA, WEGE3.SA, PETR3.SA, ITSA3.SA e BOVA11.SA. A data inicial da avaliação definida é 01/01/2016 e a final 31/12/2021. Para o preço diário do fechamento do mercado é definida o "Adj Close".

Figura 5 – Apresentação dos algoritmos usados para a coleta de dados

5 Ações e 1 Índice BOVA11

```
[3] acoes = ['ABEV3.SA', 'B3SA3.SA', 'WEGE3.SA', 'PETR3.SA', 'ITSA3.SA', 'BOVA11.SA']
```

```
[4] acoes_df = pd.DataFrame()
    for acao in acoes:
      # Adj Close é o preço diario do fechamento do mercado
      acoes_df[acao] = yf.download(acao, start='2016-01-01')['Adj Close']
      acoes_df[acao] = yf.download(acao, end='2021-12-31')['Adj Close']
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Na descrição dos ativos, quando acionamos o comando "*acoes_df.describe()*" vemos na figura 6, as médias, desvio padrão, preço mínimo e máximo de cada ação dentro desse período de 01 de janeiro de 2016 a 31 de dezembro de 2021. Interessante notar que o ativo com menor desvio padrão é a AMBEV com "std" de 1,81 enquanto, o ativo com maior desvio padrão é o *ticker* "BOVA" com 21,91.

Figura 6 – Tabela descritivo dos ativos

```
acoes_df.describe()
```

	AMBEV	B3	WEG	PETROBRAS	ITAU	BOVA
count	1466.000000	1466.000000	1466.000000	1466.000000	1466.000000	1466.000000
mean	14.261507	9.436268	15.392580	8.625698	6.513460	83.339216
std	1.815067	4.598457	11.896165	2.891668	1.864561	21.919848
min	9.292285	2.551821	4.324879	2.257106	2.632303	36.450001
25%	13.309762	5.233735	6.555075	6.148799	4.710529	63.842500
50%	14.373838	7.777570	8.654787	8.775187	7.031424	82.635002
75%	15.241791	13.318840	25.515830	11.312895	7.928909	100.652502
max	19.354807	19.523895	43.701206	15.319071	10.191107	125.750000

Fonte: Elaborado pelo autor

Para melhor a visualização do gráfico do Histórico de preço das ações, acionamos o comando de “*acoes_df.plot(x = 'Date', figsize = (15,7), title = 'Histórico do preço das ações');*”como mostrado na figura 7 e consequentemente no gráfico 1 o Histórico do preço das ações.

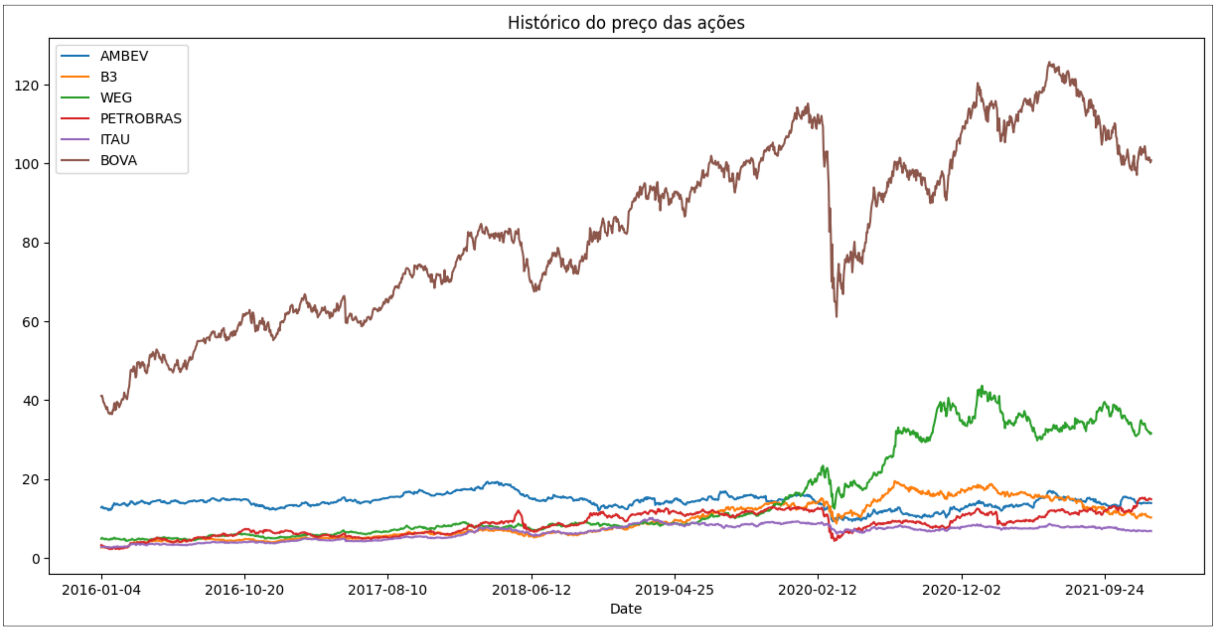
Figura 7 – Código com o gráfico de histórico do preço de fechamento das ações

Visualização

```
[18] acoes_df.plot(x = 'Date', figsize = (15,7), title = 'Histórico do preço das ações');
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 1 – Histórico do preço das ações de 04/01/2016 a 31/12/2021



Fonte: Elaborado pelo autor

Através da inspeção do gráfico, identifica-se uma queda pronunciada nos preços dos ativos no início do ano de 2020, que, plausivelmente, está associada ao surgimento e propagação da pandemia de COVID-19. Ademais, nota-se que as ações da BOVA e WEG evidenciaram uma ascensão considerável de preços no intervalo entre os anos de 2020 e 2021, ao passo que as demais ações sustentaram uma progressão regular dos preços de fechamento.

Para gerar o gráfico para a normalização dos preços dos ativos, recorre-se aos códigos subsequentes. A figura 8 apresenta os detalhes deste processo.

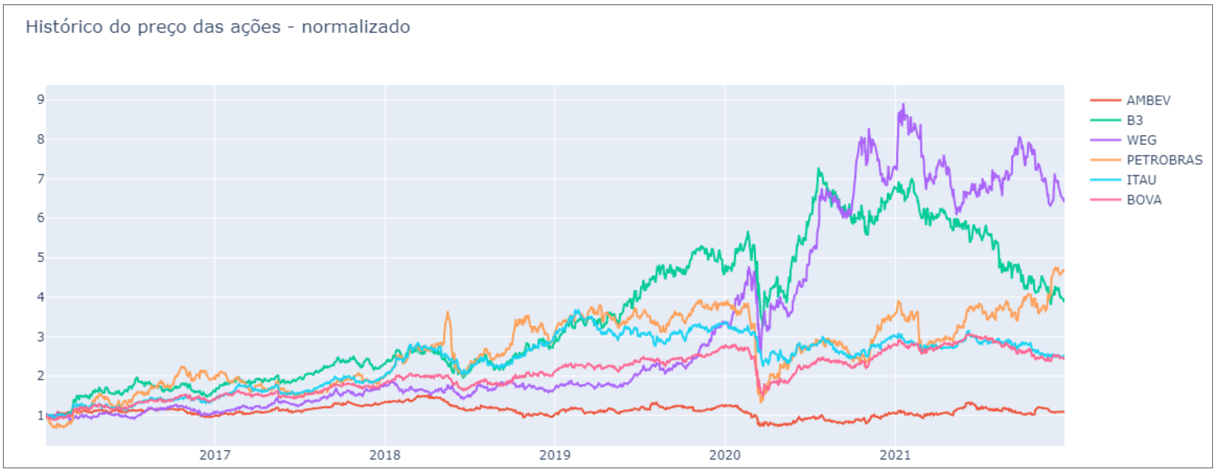
Figura 8 – Código para gerar o gráfico de histórico do preço das ações normalizado

```
[19] acoes_df

[20] acoes_df_normalizado = acoes_df.copy()
     for i in acoes_df_normalizado.columns[1:]:
       acoes_df_normalizado[i] = acoes_df_normalizado[i] / acoes_df_normalizado[i][0]

[21] acoes_df_normalizado

[22] figura = px.line(title = 'Histórico do preço das ações - normalizado')
     for i in acoes_df_normalizado.columns[1:]:
       figura.add_scatter(x = acoes_df_normalizado['Date'], y = acoes_df_normalizado[i], name = i)
     figura.show()
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Seguinte o gráfico 2 demonstra o resultado Histórico de preços das ações normalizado.

Gráfico 2 – Histórico do preço das ações normalizado



Fonte: Elaborado pelo autor

No Gráfico 2, que apresenta os ativos com preço normalizado, é perceptível um crescimento modesto de todos eles até o ano de 2020, exceto a AMBEV que mantém um curso regular. No entanto, observa-se um intenso crescimento nas ações da WEG e B3 a partir da queda dos preços em 2020, fenômeno provavelmente atribuído ao impacto da COVID-19.

Com relação à taxa de retorno simples anual, o ano de 2016 contou com 249 dias úteis. O período de pregão da bolsa de valores iniciou em 04 de janeiro de 2016 e concluiu em 29 de dezembro do mesmo ano. Para o cálculo da taxa de retorno simples anual, referir-se à Figura 9 a seguir, para acionar o código.

Figura 9 – Taxa de retorno simples anual de 2016

```
[41] dataset.head(249)
```

	Date	AMBEV	B3	WEG	PETROBRAS	ITAU	BOVA	RS AMBEV
0	2016-01-04	12.837882	2.680053	4.899749	3.311185	2.827752	41.099998	NaN
1	2016-01-05	13.039291	2.782639	5.137374	3.227164	2.840226	41.180000	0.015689
2	2016-01-06	12.912479	2.780074	5.020234	3.078218	2.873494	40.500000	-0.009725
3	2016-01-07	12.569340	2.664665	4.876321	2.990378	2.827752	39.470001	-0.026574
4	2016-01-08	12.733449	2.698006	4.852894	3.001836	2.856860	39.340000	0.013056
...	...	...	...	...	...	...	...	...
244	2016-12-23	12.370345	4.163475	5.097454	6.328297	3.861522	56.360001	0.011378
245	2016-12-26	12.509511	4.200506	5.052828	6.389403	3.861522	56.959999	0.011250
246	2016-12-27	12.455391	4.258699	5.135213	6.374127	3.876394	56.810001	-0.004326
247	2016-12-28	12.548169	4.364507	5.148942	6.484880	3.925964	57.840000	0.007449
248	2016-12-29	12.679603	4.364507	5.320575	6.469606	3.980490	58.240002	0.010474

Fonte: Elaborado pelo autor

Calculando as taxas de retorno simples de cada ação no ano de 2016, vemos na figura 10:

Figura 10 – Taxa de retorno simples anual de 2016 de cada ação

```
[45] (dataset['RS B3'].mean() * 249) * 100

     30.24562234675095

[46] (dataset['RS WEG'].mean() * 249) * 100

     38.215114051532176

[47] (dataset['RS PETROBRAS'].mean() * 249) * 100

     38.413479868933756

[48] (dataset['RS ITAU'].mean() * 249) * 100

     19.120432373134307

[49] (dataset['RS BOVA'].mean() * 249) * 100

     18.94258641369045
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados obtidos por meio dos cálculos para cada ação evidenciam que as maiores taxas de retorno são provenientes das ações da Petrobras e WEG.

Prosseguindo, realizaremos os cálculos para a Taxa de Retorno Logarítmica. Os resultados desta operação, obtidos ao seguir os códigos específicos, estão expostos na Figura 11 subsequente.

Figura 11 – Taxa de retorno logarítmica anual de 2016

```
[63] (dataset['RL B3'].mean() * 249) * 100

     22.866432044611486

[64] (dataset['RL WEG'].mean() * 249) * 100

     31.691726609113974

[65] (dataset['RL PETROBRAS'].mean() * 249) * 100

     25.565664359413226

[66] (dataset['RL ITAU'].mean() * 249) * 100

     15.030155368702006

[67] (dataset['RL BOVA'].mean() * 249) * 100

     15.248153247957616
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Agora analisando o retorno da carteira de ações, vemos o resultado na seguinte figura 12.

Figura 12 – Taxa de retorno anual em porcentagem de 2016

```
[74] retorno_anual = retorno_carteira.mean() * 249
     retorno_anual

     AMBEV        0.055974
     B3           0.302456
     WEG          0.382151
     PETROBRAS    0.384135
     ITAU         0.191204
     BOVA         0.189426
     dtype: float64
```

Retorno Anual em porcentagem

```
[75] retorno_anual = retorno_anual * 100
     retorno_anual

     AMBEV         5.597421
     B3           30.245622
     WEG          38.215114
     PETROBRAS    38.413480
     ITAU         19.120432
     BOVA         18.942586
     dtype: float64
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Os dados apresentados na Figura 12 revelam uma predominância de certas ações, dispostas em ordem decrescente de porcentagem, sendo: Petrobras, WEG, B3, Itaú, BOVA e AmBev, respectivamente.

Para elaborar um portfólio de ações, foi atribuído um peso de 20% a cada ação, com exceção da BOVA, que não recebeu nenhum peso. A performance desta carteira, designada como Carteira 1, resultou em uma taxa de retorno anual de 26,56%. A representação gráfica desta performance pode ser apreciada na Figura 13 subsequente:

Figura 13 – Taxa de retorno anual em porcentagem da carteira 1

```
[76] pesos_carteira1 = np.array([0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.0])

[77] pesos_carteira1.sum()

     1.0

[78] np.dot(retorno_anual, pesos_carteira1)

     26.31841394694959
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Aplicando os pesos maiores nas ações com maiores taxas de retorno, como 30% na Petrobras e WEG, e 20% na B3 e 10% nas ações de Itaú e Ambev, obtemos o resultado dessa carteira 2 com o retorno anual de 31,75% superior a carteira 1 com pesos iguais.

Figura 14 – Taxa de retorno anual em porcentagem da carteira 2

```
[79] pesos_carteira2 = np.array([0.1, 0.2, 0.3, 0.3, 0.1, 0.0])

[80] pesos_carteira2.sum()

     1.0000000000000002

[81] np.dot(retorno_anual, pesos_carteira2)

     31.509487992243088
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Com base nos resultados obtidos para as respectivas carteiras, podemos elaborar um gráfico comparativo com o benchmark da Bovespa, que é o BOVA11, e com a carteira de ações formada a partir das ações selecionadas. No Gráfico 3 subsequente, realizamos esta comparação com os preços normalizados, ou seja, partindo de um valor inicial de 1.

Gráfico 3 – Comparativo de Carteira x BOVA de 2016 a 2021

Fonte: Elaborado pelo autor

É relevante destacar que a carteira começa a diferenciar-se e a gerar maior retorno após o ano de 2018, alcançando um resultado superior mesmo após a crise gerada pela pandemia. Isso denota que esta carteira apresenta desempenho superior ao benchmark da Bovespa.

A fim de manter a consistência com a metodologia adotada neste trabalho, prosseguiremos para os cálculos de risco associados a cada ação, iniciando pelo cálculo dos retornos anuais de cada uma delas. Desta forma, selecionamos as duas ações que apresentam o maior e o menor desvio padrão, conforme ilustrado na Figura 6 anteriormente já descrito dos ativos.

Na figura 6, a ação com maior desvio padrão é a WEG com “std” de 11.89% e a menor desvio padrão é a AMBEV com 1,81%. Com este resultado vamos fazer os cálculos de preço de WEG e Ambev de cada ano, de 2016 até 2021, com os resultados obtidos das taxas de retorno logarítmica, procederemos à aplicação desses dados no cálculo de variância. Para tal, utilizaremos os valores das taxas anuais de cada ano referentes às duas ações com maior e menor desvio padrão.

O resultado da variância para a ação da WEG pode ser observado na Figura 15 a seguir.

Figura 15 – Cálculos de variância da WEG

```
[115] taxas_weg = np.array([-8.2397, 48.6895, -7.5157, 67.1875, 77.3143, -11.1937])

[116] media_weg = taxas_weg.sum() / len(taxas_weg)
      media_weg

      27.70703333333333

[117] media_weg = taxas_weg.mean()
      media_weg

      27.70703333333333

[118] ((taxas_weg - media_weg) ** 2).sum() / len(taxas_weg)

      1417.6546160755559

[235] variancia_weg = taxas_weg.var()
      variancia_weg

      1417.6546160755559
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando os cálculos obtidos através da fórmula de variância, temos o resultado de 1417,65 para a variância da WEG. Esse valor indica que uma maior variação implica em um risco mais elevado associado a essa ação.

Por outro lado, a variância da ação da AMBEV é de 410,23 o valor significativamente inferior ao da WEG. Isso sugere que essa ação apresenta uma menor variação de preços, ou seja, é menos volátil que a WEG.

Figura 16 – Cálculos de variância da Ambev

```
[120] taxas_ambev = np.array([-1.2405, 29.3781, -31.1648, 17.0923, -17.8342, 3.9155])

[121] variancia_ambev = taxas_ambev.var()
      variancia_ambev

      410.23155598666676
```

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 17 proporciona uma base comparativa da variância desses dois ativos. Analisando o período de 1466 dias úteis, observa-se que as ações da WEG apresentam uma variação superior às da Ambev.

Figura 17 – Comparativo nos 1466 dias úteis da WEG e Ambev

```
[122] dataset['WEG'].tail(1466).var(), dataset['AMBEV'].tail(1466).var()

      (141.51873491111513, 3.294469970643421)
```

Fonte: Elaborado pelo autor

A etapa subsequente da metodologia consiste no cálculo do desvio padrão. Já dispomos da variância das duas ações selecionadas, permitindo-nos, assim, calcular o desvio padrão. Os resultados são apresentados na Figura 18 a seguir.

Figura 18 – Cálculo do desvio padrão da WEG e Ambev

```
[123] desvio_padrao_weg = math.sqrt(variancia_weg)
      desvio_padrao_weg

      37.651754488676296

[124] taxas_weg.std()

      37.651754488676296

[125] desvio_padrao_ambev = math.sqrt(variancia_ambev)
      desvio_padrao_ambev

      20.254173791756276

[126] taxas_ambev.std()

      20.254173791756276

[127] dataset['WEG'].tail(1466).std(), dataset['AMBEV'].tail(1466).std()

      (11.896164714357107, 1.815067483771174)
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Conforme apresentado na Figura 18, o desvio padrão da WEG é de 37,65, enquanto o da Ambev é de 20,25. No entanto, analisando os últimos 1466 dias úteis dessas ações, observa-se que a WEG apresentou uma média de 11,89 no preço de sua ação, ao passo que a Ambev registrou 1,81 no preço de seu desvio padrão.

Prosseguindo, calcularemos as correlações entre as ações, utilizando as taxas de retorno obtidas a partir dos dados analisados. O cálculo da taxa de retorno e a covariância de cada ação são apresentados a seguir.

Figura 19 – Taxas de retorno em covariância

```
[136] taxas_retorno.cov()
```

	AMBEV	B3	WEG	PETROBRAS	ITAU	BOVA
AMBEV	0.000337	0.000188	0.000161	0.000232	0.000119	0.000182
B3	0.000188	0.000592	0.000251	0.000408	0.000235	0.000314
WEG	0.000161	0.000251	0.000519	0.000273	0.000133	0.000216
PETROBRAS	0.000232	0.000408	0.000273	0.001009	0.000280	0.000423
ITAU	0.000119	0.000235	0.000133	0.000280	0.000328	0.000208
BOVA	0.000182	0.000314	0.000216	0.000423	0.000208	0.000293

Fonte: Elaborado pelo autor

No próximo passo é calcular na função CORR entre ações, vemos na figura 20 a seguir,

Figura 20 – Cálculo das taxas de retorno em correlação entre ações

```
[137] taxas_retorno.corr()
```

	AMBEV	B3	WEG	PETROBRAS	ITAU	BOVA
AMBEV	1.000000	0.421410	0.385436	0.397815	0.358990	0.577671
B3	0.421410	1.000000	0.453373	0.528130	0.532551	0.752257
WEG	0.385436	0.453373	1.000000	0.376888	0.322789	0.553602
PETROBRAS	0.397815	0.528130	0.376888	1.000000	0.486479	0.776469
ITAU	0.358990	0.532551	0.322789	0.486479	1.000000	0.669286
BOVA	0.577671	0.752257	0.553602	0.776469	0.669286	1.000000

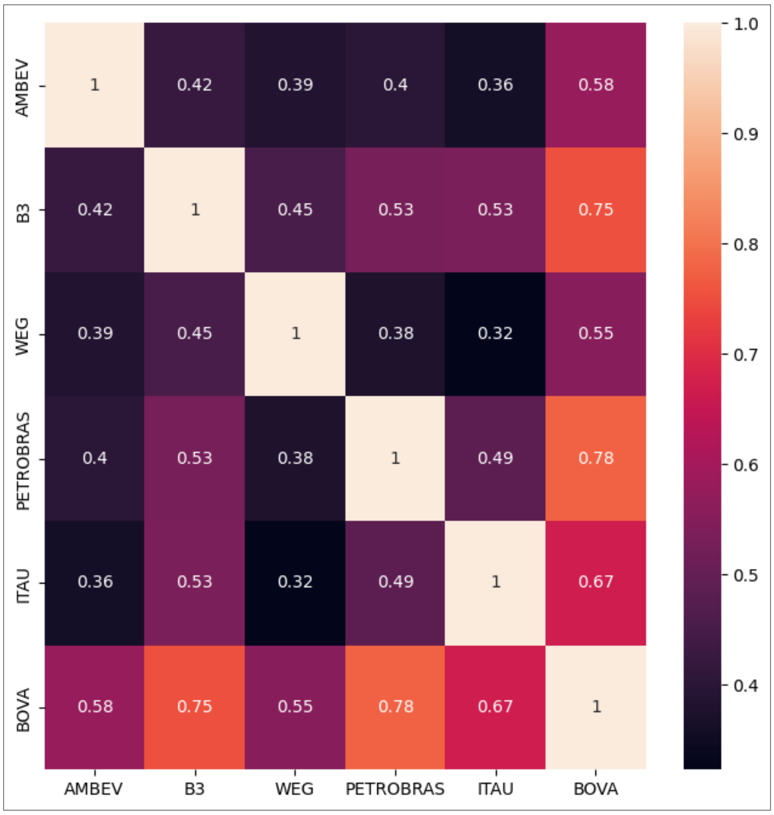
Fonte: Elaborado pelo autor

Ao analisar a Figura 21, observamos o mapa de calor onde todas as ações exibem uma correlação positiva com a BOVA, que é o índice da Bovespa, composto pelas ações listadas na bolsa. Na Figura 21 subsequente, apresentamos uma representação das correlações mais fortes e mais fracas entre as ações. O mapa de calor de correlação apresentado na imagem é uma representação gráfica que permite visualizar o grau de correlação entre diferentes variáveis, neste caso, ações de empresas listadas. Os valores de correlação variam de -1 a 1, onde 1 indica uma correlação positiva perfeita, -1 indica uma correlação negativa perfeita, e 0 indica nenhuma correlação.

No mapa de calor, as cores representam a intensidade da correlação: cores mais quentes (como o laranja e beje) indicam uma correlação mais forte, enquanto cores mais frias (como o roxo ou preto) indicam uma correlação mais fraca ou negativa. Os valores apresentados nas células são os coeficientes de correlação de Pearson, que medem o grau de relação linear entre duas variáveis.

Analisando o mapa de calor fornecido, observamos, por exemplo, que a correlação entre as ações da B3 e do Itaú é de 0.53, indicando uma correlação positiva moderada. Por outro lado, a correlação mais forte presente no mapa é entre Petrobras e BOVA, com um coeficiente de 0.78, sugerindo que os movimentos dos preços dessas ações tendem a seguir na mesma direção com uma força considerável.

Figura 21– Mapa de calor da correlação entre as ações



Fonte: Elaborado pelo autor

Para avaliar a carteira, procederemos à análise do risco do portfólio constituído por todas as ações, com os pesos estabelecidos com base nas melhores taxas de retorno de 2016. Assim, atribuiremos 30% de peso tanto para as ações da Petrobras quanto para as da WEG, 20% para as da B3, e 10% para as da Ambev e do Itaú, carteira escolhida anteriormente é a Carteira 2 apresentada na figura 14.

Figura 22 – Pesos da carteira 2

```
[139] dataset.columns

      Index(['AMBEV', 'B3', 'WEG', 'PETROBRAS', 'ITAU', 'BOVA'], dtype='object')

[140] pesos1 = np.array([0.1, 0.2, 0.3, 0.3, 0.1, 0.0])

[141] pesos1.sum()

      1.0000000000000002
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados obtidos para o portfólio constituído por cinco ações indicam uma variância de 9,17% e uma volatilidade de 30,28%, conforme demonstrado na Figura 23 a seguir.

Figura 23 – Variância e volatilidade do portfólio 1

```
[142] taxas_retorno.cov() * 252

[143] np.dot(taxas_retorno.cov() * 252, pesos1)

      array([0.05074231, 0.09039609, 0.07999955, 0.13039912, 0.05435314,
             0.07389905])

[144] variancia_portfolio1 = np.dot(pesos1, np.dot(taxas_retorno.cov() * 252, pesos1))
      variancia_portfolio1

      0.09170836245677483

[145] volatilidade_portfolio1 = math.sqrt(variancia_portfolio1)
      volatilidade_portfolio1

      0.302833885912351
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Por outro lado, a Carteira 2, que é composta 100% pelo índice Bovespa, o BOVA, apresentou uma variância de 7,39% e uma volatilidade de 27,19%, conforme ilustrado na Figura 24 abaixo.

Figura 24 – Variância e volatilidade do portfólio 2

```
[146] pesos2 = np.array([0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0])

[147] variancia_portfolio2 = np.dot(pesos2, np.dot(taxas_retorno.cov() * 252, pesos2))
      variancia_portfolio2

      0.07393923209576456

[148] volatilidade_portfolio2 = math.sqrt(variancia_portfolio2)
      volatilidade_portfolio2

      0.2719176936055551
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Agora, procederemos à análise dos riscos sistemático e não sistemático, o que nos permitirá identificar quais das carteiras apresentam maiores riscos. Com base nos resultados obtidos por meio do Python, os detalhes estão apresentados na Figura 25 subsequente.

Figura 25 – Risco não sistêmico do portfólio 1

```
[152] taxas_retorno.var() * 252

[153] variancia_pesos1 = (taxas_retorno.var() * 252) * pesos1
      variancia_pesos1

[154] sub1 = - variancia_pesos1[0] - variancia_pesos1[1] - variancia_pesos1[2] - variancia_pesos1[3] - variancia_pesos1[4] - variancia_pesos1[5]
      sub1

[155] variancia_portfolio1

[156] risco_nao_sistematico1 = (variancia_portfolio1 - sub1)
      risco_nao_sistematico1

      0.25388978074148516
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Na Carteira 1, que possui pesos distintos entre as ações, observa-se que o risco não sistemático corresponde a 25,38%. Em contraste, na Carteira 2, que contém apenas a BOVA, o risco não sistemático é de 14,78%, conforme pode ser verificado na Figura 26 a seguir.

Figura 26 – Risco não sistêmico do portfólio 2

```
[157] variancia_pesos2 = (taxas_retorno.var() * 252) * pesos2
      variancia_pesos2

[158] sub2 = variancia_pesos2[0] - variancia_pesos2[1] - variancia_pesos2[2] - variancia_pesos2[3] - variancia_pesos2[4] - variancia_pesos2[5]
      sub2

[159] variancia_portfolio2

[160] risco_nao_sistematico2 = (variancia_portfolio2 - sub2)
      risco_nao_sistematico2

      0.14787846419152917
```

Fonte: Elaborado pelo autor

Agora, procederemos à alocação e otimização de portfólios por meio da utilização do Python. Primeiramente, definiremos os pesos para as ações. Na alocação aleatória de ativos, os pesos foram estabelecidos de maneira aleatória e, com base nesses pesos, foi aplicado um valor inicial de investimento de R$ 5.000,00. O resultado pode ser visualizado no Gráfico 4 subsequente, com base dos pesos das ações estabelecidas conforme na figura 27.

Figura 27 – Pesos das ações

```
[168] acoes_pesos
```

	Ações	Pesos
0	AMBEV	26.617196
1	B3	0.716121
2	WEG	21.866313
3	PETROBRAS	25.840174
4	ITAU	17.202779
5	BOVA	7.757418

Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 4 – Evolução do patrimônio de janeiro de 2016 a dezembro de 2021

Fonte: Elaborado pelo autor

A evolução do patrimônio, considerando o investimento inicial aplicado ao longo de 6 anos, resultou em R$ 17.484,55. Para analisar o resultado da aplicação de um montante inicial de R$ 5.000,00 considerando a Taxa Selic, utilizaremos a fórmula do índice Sharpe. Os cálculos realizados no Python estão apresentados na Figura 28 a seguir.

Figura 28 – Códigos do *Sharpe ratio*

```
[175] (dataset['taxa retorno'].mean() / dataset['taxa retorno'].std()) * np.sqrt(252)

      0.8986281602287995

[176] dinheiro_total = 5000

[177] soma_valor - dinheiro_total

      12484.55623326165

[178] # Taxa selic
      taxa_selic_2016 = 14.18
      taxa_selic_2017 = 10.11
      taxa_selic_2018 = 6.58
      taxa_selic_2019 = 6.03
      taxa_selic_2020 = 2.76
      taxa_selic_2021 = 4.45

[179] valor_2016 = dinheiro_total + (dinheiro_total * taxa_selic_2016 / 100)
      valor_2016

      5709.0

[180] valor_2017 = valor_2016 + (valor_2016 * taxa_selic_2017 / 100)
      valor_2017

      6286.1799
```

```
[181] valor_2018 = valor_2017 + (valor_2017 * taxa_selic_2018 / 100)
      valor_2018

      6699.81053742

[182] valor_2019 = valor_2018 + (valor_2018 * taxa_selic_2019 / 100)
      valor_2019

      7103.809112826427

[183] valor_2020 = valor_2019 + (valor_2019 * taxa_selic_2020 / 100)
      valor_2020

      7299.874244340436

[184] valor_2021 = valor_2020 + (valor_2020 * taxa_selic_2021 / 100)
      valor_2021

      7624.718648213586

[185] rendimentos = valor_2021 - dinheiro_total
      rendimentos

      2624.7186482135858
```

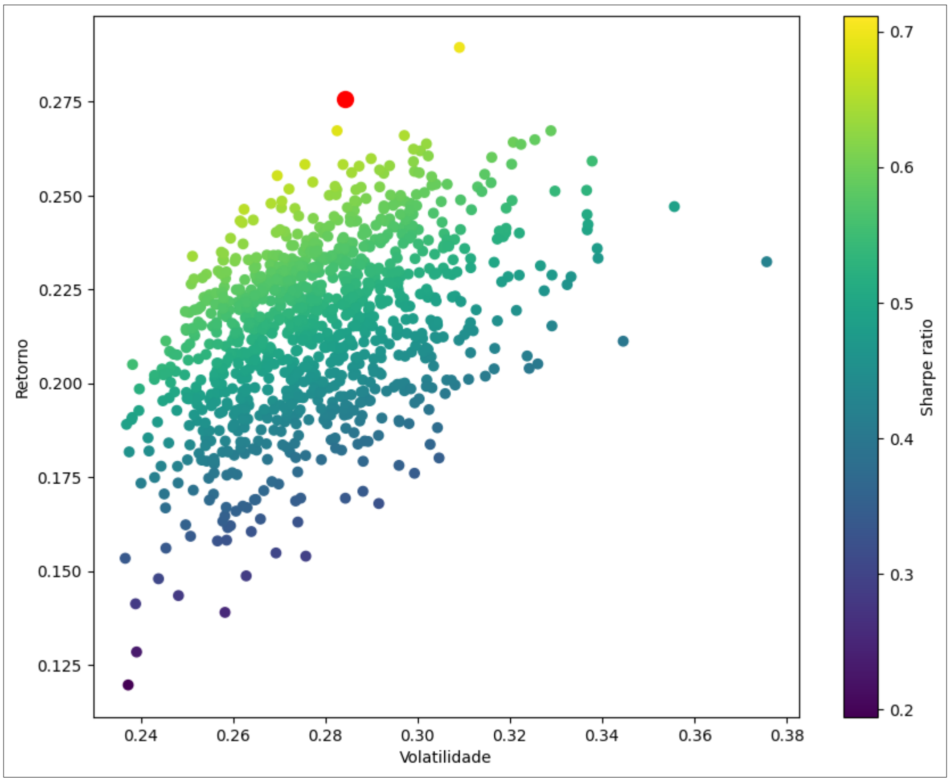
```
[185] rendimentos = valor_2021 - dinheiro_total
      rendimentos

      2624.7186482135858

[186] ir = rendimentos * 15 / 100
      ir

      393.7077972320378

[187] valor_2021 - ir

      7231.010850981548

[188] taxa_selic_historico = np.array([14.18, 10.11, 6.58, 6.03, 2.76, 4.45])
      taxa_selic_historico.mean() / 100

      0.07351666666666666
```

Fonte: Elaborado pelo autor

O resultado revela que o índice Sharpe foi de 0,07351 valor significativamente abaixo de 1, que indicaria um bom investimento. Isso sugere que o investimento na carteira do portfólio proporciona melhor resultados na aplicação do dinheiro.

Em relação à otimização do portfólio de Markowitz - abordagem randômica - nessa etapa obtemos o resultado da carteira. O Gráfico 5 demonstra o eixo Volatilidade x Retorno e o índice Sharpe como mapa de calor.

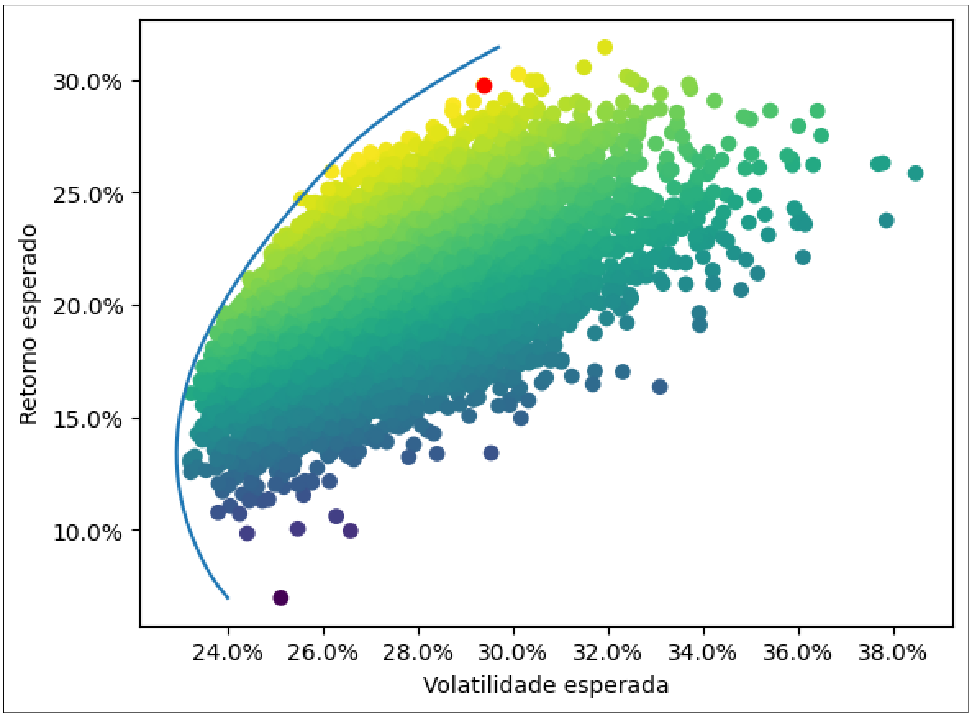
Gráfico 5 – Otimização de portfólio randômico



Fonte: Elaborado pelo autor

Agora, procederemos à análise do resultado da Fronteira Eficiente, cujos detalhes são apresentados no Gráfico 6 abaixo. Com essa análise, constata-se que a Fronteira Eficiente está em conformidade com a teoria de Markowitz e demonstra que o resultado dessa carteira é eficiente, sendo que o ponto vermelho representa a melhor opção de carteira.

Gráfico 6 – Fronteira Eficiente



Fonte: Elaborado pelo autor

No que se refere ao Capital Asset Pricing Model (CAPM), com os cálculos dos Betas e Alfas de cada ação, obtemos os resultados exibidos na Figura 29 a seguir.

Figura 29 – Alfa e Beta das ações e CAPM do portfólio

```
[231] def visualiza_capm(capm):
        for i, ativo in enumerate(dataset_taxa_retorno.columns[0:-1]):
          print(ativo, 'CAPM:', capm[i] * 100)
```

```
[232] visualiza_capm(capm_empresas)
```

```
AMBEV CAPM: 14.381002545366275
B3 CAPM: 19.48274803023765
WEG CAPM: 15.712192780608392
PETROBRAS CAPM: 23.69529450790725
ITAU CAPM: 15.385427709306935
```

Se investirmos na Petrobras, ganharemos 23.69% de retorno para ser compensado pelo risco que corremos

```
[233] pesos = np.array([0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2])
```

```
[234] capm_portfolio = np.sum(capm_empresas * pesos) * 100
      capm_portfolio
```

```
17.731333114685302
```

Se investirmos no portfólio, ganharemos 17.73% de retorno para ser compensado pelo risco que corremos

Fonte: Elaborado pelo autor

Com os pesos igualmente aplicados em 20% cada, vemos que se investirmos no portfólio ganharemos 17,73% de retorno para ser compensado pelo risco que corremos, enquanto o resultado de investirmos apenas na Petrobras, ganharemos 23,69% de retorno para ser compensado o risco.

5.2. Limitações e críticas à Teoria de Markowitz

Algumas limitações e críticas à Teoria de Markowitz são:

Estimativa de parâmetros: para aplicar a teoria de Markowitz, é necessário estimar os parâmetros de retorno e covariância dos ativos. Essas estimativas podem estar sujeitas a erros e incertezas, o que pode afetar a eficácia da teoria na prática.

Correlação entre ativos: a teoria de Markowitz assume que a correlação entre ativos é constante ao longo do tempo, o que nem sempre é verdadeiro na prática. Além disso, a correlação entre ativos pode mudar em momentos de crise ou eventos econômicos importantes, o que pode afetar a eficácia da teoria.

Falta de consideração de riscos específicos: a teoria de Markowitz assume que todo o risco pode ser diversificado por meio de um portfólio bem construído. No entanto, há riscos específicos de cada ativo que não podem ser diversificados e podem afetar negativamente o desempenho do portfólio.

Falta de consideração de custos e impostos: a teoria de Markowitz não leva em consideração os custos de transação e impostos que são incorridos ao comprar e vender ativos. Esses custos podem reduzir significativamente a rentabilidade do portfólio.

Pressupostos irrealistas: a teoria de Markowitz faz algumas suposições irrealistas, como a distribuição normal dos retornos e a aversão ao risco constante do investidor. Na prática, esses pressupostos podem não ser verdadeiros e podem afetar a eficácia da teoria.

Limitações do modelo de Markowitz: Teoria de Markowitz apresenta limitações, principalmente no que se refere à consideração de dados históricos de retorno dos ativos e à hipótese de normalidade dos retornos. Os autores Bodie, Kane e Marcus (2014) afirmam que essas limitações podem resultar em uma alocação de ativos inadequada, principalmente em períodos de crise.

Assim, é importante considerar essas limitações e críticas ao aplicar a teoria de Markowitz na prática e avaliar a eficácia da teoria em cada contexto específico.

6. CONCLUSÃO

Em suma, a análise realizada evidencia a importância da diversificação de portfólio para a gestão eficiente do risco. A combinação das ações da Petrobras, WEG, B3, Itaú e Ambev, apesar da volatilidade individual de cada uma, resultou em um desempenho robusto e superior ao benchmark da Bovespa. A taxa de retorno anual de 26,56% demonstrou a eficácia desta estratégia, enquanto as taxas de retorno simples e logarítmica confirmaram as performances destacadas das ações da Petrobras e WEG.

Apesar da maior volatilidade observada na ação da WEG, a diversificação permitiu mitigar os riscos inerentes. A correlação positiva de todas as ações com a BOVA reforça a resiliência da carteira em meio às flutuações do mercado. A estratégia de alocação de portfólio resultou em ganhos significativos, superando o desempenho de uma carteira composta unicamente pelo índice BOVA.

Portanto, é possível concluir que a seleção criteriosa de ações e a diversificação adequada permitem um controle de risco efetivo, ao mesmo tempo que proporcionam retornos satisfatórios.

Por fim, cabe aqui apresentar caminhos para pesquisas futuras, tendo em vista suas limitações. Observando as limitações recomenda-se a aplicação da técnica estudada em ativos de diferentes níveis de risco, incluindo ativos livres de risco, para uma análise mais abrangente. Ademais, propõe-se a exploração de outras linguagens de programação, como R ou Stata, aplicadas aos mesmos perfis de ativos examinados neste estudo, visando comparar a eficácia, facilidade de uso e capacidade de gestão de grandes volumes de dados entre as diferentes ferramentas.

Logo, sugere-se investigação de métodos alternativos de mensuração dos riscos e retornos, com o objetivo de avaliar o impacto das variadas técnicas de estimação na composição das carteiras de investimento.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANBIMA. **Guia ANBIMA de Fundos de Investimento.** Disponível em: https://www.anbima.com.br/content/_anbima/SistemaPricing/ResultadosPublico.asp. Acesso em: 01 maio 2023.

ANBIMA. **Relatório Anual 2020.** Disponível em: https://www.anbima.com.br/pt_br/relatorios-e-pesquisas/relatorios-anuais.htm. Acesso em: 03 mai. 2023.

ANBIMA. **Rentabilidade dos investimentos.** Disponível em: https://www.anbima.com.br/pt_br/informar/indicadores/rentabilidade-dos-investimentos.htm. Acesso em 03 de maio de 2023.

ANTONIO, M. **Python e mercado financeiro.** Editora Blucher, 2021.

ASSAF NETO, A. **Mercado Financeiro.** Atlas: Grupo GEN, 2021. E-book. ISBN 9788597028171. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788597028171/. Acesso em: 09 mai. 2023.

ASSAF NETO, A.; LIMA, F. G. **Curso de administração financeira.** 12. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

B3. **Índices de Mercado.** Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-de-segmentos-e-setoriais/indices-de-mercado/. Acesso em: 03 mai. 2023.

BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. **Investimentos.** McGraw-Hill Education, AMGH Editora Ltda, 2014.

ECONOMÁTICA. **Apenas 31% dos fundos superam o Ibovespa no acumulado de 5 anos.** Disponível em: https://www.economatica.com.br/apenas-31-dos-fundos-superam-o-ibovespa-no-acumulado-de-5-anos/. Acesso em 03 de maio de 2023.

ECONOMÁTICA. **Small caps superam large caps e mid caps em rentabilidade.** Disponível em: https://www.economatica.com.br/small-caps-superam-large-caps-e-mid-caps-em-rentabilidade/. Acesso em 03 de maio de 2023.

FORTUNA, E. **Mercado financeiro: produtos e serviços.** Rio De Janeiro: Qualitymark, 2013.

GALVÃO, Alexandre M.; OLIVEIRA, Virginia Izabel de; FLEURIET, Michel; et al. **Gestão de riscos no mercado financeiro.** Editora Saraiva, 2018. E-book. ISBN 9788547233037. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788547233037/. Acesso em: 21 abr. 2024.

GOOGLE **Colaboratory**. Disponível em: <https://colab.research.google.com>.

GLOBO G1. **Selic a 11,75%: veja como fica o rendimento da poupança e de outros investimentos.** Disponível em: <https://g1.globo.com/economia/noticia/2022/03/16/selic-a-1175percent-veja-como-fica-o-rendimento-da-poupanca-e-de-outros-investimentos.ghtml>. Acesso em: 3 jul. 2023.

HILL, J. M.; NADIG, D.; HOUGAN, M. **Um guia abrangente sobre os exchangetraded funds (ETFs)**. CFA Institute Research Foundation, 2018.

ISHARES BOVA (**BOVA11**). Disponível em: <https://www.infomoney.com.br/cotacoes/b3/etf/etf-bova11>. Acesso em: 3 jul. 2023.

MARKOWITZ, H. **Portfolio selection.** The Journal of Finance, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

NILO. **Introdução à programação com Python – 3a edição.** Novatec Editora, 2019.

NUBANK, R. **Rendimento do CDI: veja a tabela com valores ano a ano** - Nubank. Disponível em: <https://blog.nubank.com.br/rendimento-do-cdi/>. Acesso em: 3 jul. 2023.

PINHEIRO, Juliano L. **Mercado de Capitais.** Grupo GEN, 2019. E-book. ISBN 9788597021752. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788597021752/. Acesso em: 29 abr. 2024.

REIS, T. **O que é BOVA11? Descubra como investir no principal ETF do Ibovespa.** Disponível em: <https://www.suno.com.br/guias/bova11>. Acesso em: 3 jul. 2023.

SciPy.org. **SciPy.org.** Disponível em: <http://www.scipy.org>. Acesso em: 9 ago. 2021.

XP INVESTIMENTOS. **Como a teoria de Markowitz pode ajudar na alocação de ativos**. Disponível em: <https://conteudos.xpi.com.br/educacao/como-a-teoria-de-markowitz-pode-ajudar-na-alocacao-de-ativos/>. Acesso em: 03 maio 2023.

YAHOO FINANCE. **Yahoo! Finanças**. 2023. Disponível em: <https:// https://br.financas.yahoo.com>. Acesso em: 21 maio. 2023.

8. APÊNDICE A – CÓDIGOS FONTE DAS APLICAÇÕES UTILIZADAS NO PYTHON

Neste apêndice encontram-se os códigos utilizados no Python para gerar os resultados para o modelo da teoria de Harry Markowitz e da Fronteira Eficiente.

```
!pip install yfinance
!pip install pandas
import pandas as pd
import numpy as np
from pandas_datareader import data
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
import plotly.express as px
import yfinance as yf
acoes = ['ABEV3.SA', 'B3SA3.SA', 'WEGE3.SA', 'PETR3.SA', 'ITSA3.SA', 'BOVA11.SA']
acoes_df = pd.DataFrame()
for acao in acoes:
  acoes_df[acao] = yf.download(acao, start='2016-01-01')['Adj Close']
  acoes_df[acao] = yf.download(acao, end='2021-12-31')['Adj Close']
acoes_df
acoes_df = acoes_df.rename(columns={'ABEV3.SA': 'AMBEV', 'B3SA3.SA': 'B3',
'WEGE3.SA': 'WEG',
                              'PETR3.SA': 'PETROBRAS', 'ITSA3.SA': 'ITAU', 'BOVA11.SA':
'BOVA'})
acoes_df.columns[0:]
acoes_df.head()
acoes_df.isnull().sum()
acoes_df.shape
acoes_df.dropna(inplace=True)
acoes_df.shape
acoes_df.isnull().sum()
acoes_df.to_csv('acoes.csv')
acoes_df = pd.read_csv('acoes.csv')
```

```
acoes_df
acoes_df.columns[1:]
acoes_df.describe()
acoes_df.plot(x = 'Date', figsize = (15,7), title = 'Histórico do preço das ações');
acoes_df
acoes_df_normalizado = acoes_df.copy()
for i in acoes_df_normalizado.columns[1:]:
  acoes_df_normalizado[i] = acoes_df_normalizado[i] / acoes_df_normalizado[i][0]
acoes_df_normalizado
figura = px.line(title = 'Histórico do preço das ações - normalizado')
for i in acoes_df_normalizado.columns[1:]:
  figura.add_scatter(x = acoes_df_normalizado['Date'], y = acoes_df_normalizado[i], name =
i)
figura.show()
dataset = pd.read_csv('acoes.csv')
dataset.shape
dataset
len(dataset)
dataset['AMBEV'][0], dataset['AMBEV'][len(dataset) - 1]
((dataset['AMBEV'][len(dataset) - 1] - dataset['AMBEV'][0]) / dataset['AMBEV'][0]) * 100
((dataset['B3'][len(dataset) - 1] - dataset['B3'][0]) / dataset['B3'][0]) * 100
((dataset['WEG'][len(dataset) - 1] - dataset['WEG'][0]) / dataset['WEG'][0]) * 100
((dataset['PETROBRAS'][len(dataset) - 1] - dataset['PETROBRAS'][0]) /
dataset['PETROBRAS'][0]) * 100
((dataset['ITAU'][len(dataset) - 1] - dataset['ITAU'][0]) / dataset['ITAU'][0]) * 100
((dataset['BOVA'][len(dataset) - 1] - dataset['BOVA'][0]) / dataset['BOVA'][0]) * 100
(dataset['BOVA'][len(dataset) - 1] / dataset['BOVA'][0] - 1) * 100
dataset['AMBEV']
dataset['AMBEV'].shift(2)
dataset['RS AMBEV'] = (dataset['AMBEV'] / dataset['AMBEV'].shift(1)) - 1
dataset
dataset['RS AMBEV'].plot();
dataset['RS AMBEV'].mean()
```

```
dataset.head(249)
(dataset['RS AMBEV'].mean() * 249) * 100
dataset['RS B3'] = (dataset['B3'] / dataset['B3'].shift(1)) - 1
dataset['RS WEG'] = (dataset['WEG'] / dataset['WEG'].shift(1)) - 1
dataset['RS PETROBRAS'] = (dataset['PETROBRAS'] / dataset['PETROBRAS'].shift(1)) - 1
dataset['RS ITAU'] = (dataset['ITAU'] / dataset['ITAU'].shift(1)) - 1
dataset['RS BOVA'] = (dataset['BOVA'] / dataset['BOVA'].shift(1)) - 1
dataset
(dataset['RS B3'].mean() * 249) * 100
(dataset['RS WEG'].mean() * 249) * 100
(dataset['RS PETROBRAS'].mean() * 249) * 100
(dataset['RS ITAU'].mean() * 249) * 100
(dataset['RS BOVA'].mean() * 249) * 100
dataset['AMBEV'][0], dataset['AMBEV'][len(dataset) - 1]
np.log(dataset['AMBEV'][len(dataset) - 1] / dataset['AMBEV'][0]) * 100
np.log(dataset['B3'][len(dataset) - 1] / dataset['B3'][0]) * 100
np.log(dataset['WEG'][len(dataset) - 1] / dataset['WEG'][0]) * 100
np.log(dataset['PETROBRAS'][len(dataset) - 1] / dataset['PETROBRAS'][0]) * 100
np.log(dataset['ITAU'][len(dataset) - 1] / dataset['ITAU'][0]) * 100
np.log(dataset['BOVA'][len(dataset) - 1] / dataset['BOVA'][0]) * 100
dataset['RL AMBEV'] = np.log(dataset['AMBEV'] / dataset['AMBEV'].shift(1))
dataset
dataset['RL AMBEV'].plot();
dataset['RL AMBEV'].mean()
(dataset['RL AMBEV'].mean() * 249) * 100
dataset['RL B3'] = np.log(dataset['B3'] / dataset['B3'].shift(1))
dataset['RL WEG'] = np.log(dataset['WEG'] / dataset['WEG'].shift(1))
dataset['RL PETROBRAS'] = np.log(dataset['PETROBRAS'] /
dataset['PETROBRAS'].shift(1))
dataset['RL ITAU'] = np.log(dataset['ITAU'] / dataset['ITAU'].shift(1))
dataset['RL BOVA'] = np.log(dataset['BOVA'] / dataset['BOVA'].shift(1))
dataset.head()
(dataset['RL B3'].mean() * 249) * 100
```

```
(dataset['RL WEG'].mean() * 249) * 100
(dataset['RL PETROBRAS'].mean() * 249) * 100
(dataset['RL ITAU'].mean() * 249) * 100
(dataset['RL BOVA'].mean() * 249) * 100
dataset = pd.read_csv('acoes.csv')
dataset
dataset_normalizado = dataset.copy()
for i in dataset_normalizado.columns[1:]:
  dataset_normalizado[i] = (dataset_normalizado[i] / dataset_normalizado[i][0])
dataset_normalizado
dataset_normalizado.plot(x = 'Date', figsize=(15, 7));
dataset_normalizado.drop(labels=['Date'], axis=1, inplace=True)
retorno_carteira = (dataset_normalizado / dataset_normalizado.shift(1)) - 1
retorno_carteira.head()
retorno_anual = retorno_carteira.mean() * 249
retorno_anual
retorno_anual = retorno_anual * 100
retorno_anual
pesos_carteira1 = np.array([0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.0])
pesos_carteira1.sum()
np.dot(retorno_anual, pesos_carteira1)
pesos_carteira2 = np.array([0.1, 0.2, 0.3, 0.3, 0.1, 0.0])
pesos_carteira2.sum()
np.dot(retorno_anual, pesos_carteira2)
dataset = pd.read_csv('acoes.csv')
dataset_normalizado = dataset.copy()
for i in dataset_normalizado.columns[1:]:
  dataset_normalizado[i] = (dataset_normalizado[i] / dataset_normalizado[i][0])
dataset_normalizado.head()
dataset_normalizado['CARTEIRA'] = (dataset_normalizado['AMBEV'] +
dataset_normalizado['B3'] + dataset_normalizado['WEG'] +
dataset_normalizado['PETROBRAS'] + dataset_normalizado['ITAU']) / 5
dataset_normalizado
```

```
figura = px.line(title = 'Comparativo Carteira x BOVA')
for i in dataset_normalizado.columns[1:]:
  figura.add_scatter(x = dataset_normalizado['Date'], y = dataset_normalizado[i], name = i)
figura.show()
dataset_normalizado.drop(['AMBEV', 'WEG', 'B3', 'PETROBRAS', 'ITAU'], axis = 1,
inplace= True)
dataset_normalizado
figura = px.line(title = 'Comparativo Carteira x BOVA')
for i in dataset_normalizado.columns[1:]:
  figura.add_scatter(x = dataset_normalizado['Date'], y = dataset_normalizado[i], name = i)
figura.show()
import pandas as pd
import numpy as np
import math
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
from scipy import stats
dataset = pd.read_csv('acoes.csv')
dataset
dataset.describe()
dataset['WEG'][dataset['Date'] == '2016-01-04'], dataset['WEG'][dataset['Date'] == '2016-12-
29']
np.log(4.985648/ 5.413851) * 100
dataset['AMBEV'][dataset['Date'] == '2016-01-04'], dataset['AMBEV'][dataset['Date'] ==
'2016-12-29']
np.log(13.342363 / 13.508919) * 100
dataset['WEG'][dataset['Date'] == '2017-01-02'], dataset['WEG'][dataset['Date'] == '2017-12-
28']
np.log(8.582376 / 5.27414) * 100
dataset['AMBEV'][dataset['Date'] == '2017-01-02'], dataset['AMBEV'][dataset['Date'] ==
'2017-12-28']
np.log(17.800432 / 13.269143) * 100
```

```
dataset['WEG'][dataset['Date'] == '2018-01-02'], dataset['WEG'][dataset['Date'] == '2018-12-28']
np.log(8.261464 / 8.906308) * 100
dataset['AMBEV'][dataset['Date'] == '2018-01-02'], dataset['AMBEV'][dataset['Date'] == '2018-12-28']
np.log(13.285297 / 18.143394) * 100
dataset['WEG'][dataset['Date'] == '2019-01-02'], dataset['WEG'][dataset['Date'] == '2019-12-30']
np.log(16.580935 / 8.468707) * 100
dataset['AMBEV'][dataset['Date'] == '2019-01-02'], dataset['AMBEV'][dataset['Date'] == '2019-12-30']
np.log(16.550781 / 13.950426) * 100
dataset['WEG'][dataset['Date'] == '2020-01-02'], dataset['WEG'][dataset['Date'] == '2020-12-30']
np.log(36.524857 / 16.8584) * 100
dataset['AMBEV'][dataset['Date'] == '2020-01-02'], dataset['AMBEV'][dataset['Date'] == '2020-12-30']
np.log(14.240405 / 17.020622) * 100
dataset['WEG'][dataset['Date'] == '2021-01-04'], dataset['WEG'][dataset['Date'] == '2021-12-30']
np.log(32.17395 / 35.984745) * 100
dataset['AMBEV'][dataset['Date'] == '2021-01-04'], dataset['AMBEV'][dataset['Date'] == '2021-12-30']
np.log(14.64819 / 14.085718) * 100
taxas_weg = np.array([-8.2397, 48.6895, -7.5157, 67.1875, 77.3143, -11.1937])
media_weg = taxas_weg.sum() / len(taxas_weg)
media_weg
media_weg = taxas_weg.mean()
media_weg
((taxas_weg - media_weg) ** 2).sum() / len(taxas_weg)
variancia_weg = taxas_weg.var()
variancia_weg
taxas_ambev = np.array([-1.2405, 29.3781, -31.1648, 17.0923, -17.8342, 3.9155])
```

```
variancia_ambev = taxas_ambev.var()
variancia_ambev
dataset['WEG'].tail(1466).var(), dataset['AMBEV'].tail(1466).var()
desvio_padrao_weg = math.sqrt(variancia_weg)
desvio_padrao_weg
taxas_weg.std()
desvio_padrao_ambev = math.sqrt(variancia_ambev)
desvio_padrao_ambev
taxas_ambev.std()
dataset['WEG'].tail(1466).std(), dataset['AMBEV'].tail(1466).std()
dataset.drop(labels = ['Date'], axis=1, inplace=True)
dataset
taxas_retorno = (dataset / dataset.shift(1)) - 1
taxas_retorno
taxas_retorno = (dataset / dataset.shift(1)) - 1
taxas_retorno
taxas_retorno.std() * 252
math.sqrt(252)
taxas_retorno.std() * math.sqrt(252)
dataset
taxas_retorno
taxas_retorno.cov()
taxas_retorno.corr()
plt.figure(figsize=(8,8))
sns.heatmap(taxas_retorno.corr(), annot=True);
dataset.columns
pesos1 = np.array([0.1, 0.2, 0.3, 0.3, 0.1, 0.0])
pesos1.sum()
taxas_retorno.cov() * 252
np.dot(taxas_retorno.cov() * 252, pesos1)
variancia_portfolio1 = np.dot(pesos1, np.dot(taxas_retorno.cov() * 252, pesos1))
variancia_portfolio1
volatilidade_portfolio1 = math.sqrt(variancia_portfolio1)
```

```
volatilidade_portfolio1
pesos2 = np.array([0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0])
variancia_portfolio2 = np.dot(pesos2, np.dot(taxas_retorno.cov() * 252, pesos2))
variancia_portfolio2
volatilidade_portfolio2 = math.sqrt(variancia_portfolio2)
volatilidade_portfolio2
taxas_retorno
pesos1
pesos2
taxas_retorno.var() * 252
variancia_pesos1 = (taxas_retorno.var() * 252) * pesos1
variancia_pesos1
sub1 = - variancia_pesos1[0] - variancia_pesos1[1] - variancia_pesos1[2] -
variancia_pesos1[3] - variancia_pesos1[4] - variancia_pesos1[5]
sub1
variancia_portfolio1
risco_nao_sistematico1 = (variancia_portfolio1 - sub1)
risco_nao_sistematico1
variancia_pesos2 = (taxas_retorno.var() * 252) * pesos2
variancia_pesos2
sub2 = variancia_pesos2[0] - variancia_pesos2[1] - variancia_pesos2[2] - variancia_pesos2[3]
- variancia_pesos2[4] - variancia_pesos2[5]
sub2
variancia_portfolio2
risco_nao_sistematico2 = (variancia_portfolio2 - sub2)
risco_nao_sistematico2
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import plotly.express as px
dataset = pd.read_csv('acoes.csv')
dataset
len(dataset.columns) - 1
```

```
dataset.loc[len(dataset) - 1]['BOVA']
def alocacao_ativos(dataset, dinheiro_total, seed = 0, melhores_pesos = []):
  dataset = dataset.copy()

  if seed != 0:
    np.random.seed(seed)

  if len(melhores_pesos) > 0:
    pesos = melhores_pesos
  else:
    pesos = np.random.random(len(dataset.columns) - 1)
        pesos = pesos / pesos.sum()
     colunas = dataset.columns[1:]
 for i in colunas:
    dataset[i] = (dataset[i] / dataset[i][0])

  for i, acao in enumerate(dataset.columns[1:]):
   dataset[acao] = dataset[acao] * pesos[i] * dinheiro_total
dataset['soma valor'] = dataset.iloc[:, 1:].sum(axis = 1)
  datas = dataset['Date']
  dataset.drop(labels = ['Date'], axis = 1, inplace = True)
  dataset['taxa retorno'] = 0.0

  for i in range(1, len(dataset)):
    dataset['taxa retorno'][i] = ((dataset['soma valor'][i] / dataset['soma valor'][i - 1]) - 1) * 100

  acoes_pesos = pd.DataFrame(data = {'Ações': colunas, 'Pesos': pesos * 100})

  return dataset, datas, acoes_pesos, dataset.loc[len(dataset) - 1]['soma valor']
dataset, datas, acoes_pesos, soma_valor = alocacao_ativos(pd.read_csv('acoes.csv'), 5000, 10)
dataset
datas
acoes_pesos
```

```
soma_valor
figura = px.line(x = datas, y = dataset['taxa retorno'], title = 'Retorno diário do portfólio')
figura.show()
figura = px.line(title = 'Evolução do patrimônio')
for i in dataset.drop(columns = ['soma valor', 'taxa retorno']).columns:
  figura.add_scatter(x = datas, y = dataset[i], name = i)
figura.show()
figura = px.line(x = datas, y = dataset['soma valor'], title = 'Evolução do patrimônio')
figura.show()
dataset.loc[len(dataset) - 1]['soma valor'] / dataset.loc[0]['soma valor'] - 1
dataset['taxa retorno'].std()
(dataset['taxa retorno'].mean() / dataset['taxa retorno'].std()) * np.sqrt(252)
dinheiro_total = 5000
soma_valor - dinheiro_total
taxa_selic_2016 = 14.18
taxa_selic_2017 = 10.11
taxa_selic_2018 = 6.58
taxa_selic_2019 = 6.03
taxa_selic_2020 = 2.76
taxa_selic_2021 = 4.45
valor_2016 = dinheiro_total + (dinheiro_total * taxa_selic_2016 / 100)
valor_2016
valor_2017 = valor_2016 + (valor_2016 * taxa_selic_2017 / 100)
valor_2017
valor_2018 = valor_2017 + (valor_2017 * taxa_selic_2018 / 100)
valor_2018
valor_2019 = valor_2018 + (valor_2018 * taxa_selic_2019 / 100)
valor_2019
valor_2020 = valor_2019 + (valor_2019 * taxa_selic_2020 / 100)
valor_2020
valor_2021 = valor_2020 + (valor_2020 * taxa_selic_2021 / 100)
valor_2021
rendimentos = valor_2021 - dinheiro_total
```

```
rendimentos
ir = rendimentos * 15 / 100
ir
valor_2021 - ir
taxa_selic_historico = np.array([14.18, 10.11, 6.58, 6.03, 2.76, 4.45])
taxa_selic_historico.mean() / 100
(dataset['taxa retorno'].mean() - taxa_selic_historico.mean() / 100) / dataset['taxa
retorno'].std() * np.sqrt(252)
import sys
1 - sys.maxsize
def alocacao_portfolio(dataset, dinheiro_total, sem_risco, repeticoes):
  dataset = dataset.copy()
  dataset_original = dataset.copy()

  lista_retorno_esperado = []
  lista_volatilidade_esperada = []
  lista_sharpe_ratio = []

  melhor_sharpe_ratio = 1 - sys.maxsize
  melhores_pesos = np.empty
  melhor_volatilidade = 0
  melhor_retorno = 0

  for _ in range(repeticoes):
    pesos = np.random.random(len(dataset.columns) - 1)
    pesos = pesos / pesos.sum()

    for i in dataset.columns[1:]:
      dataset[i] = dataset[i] / dataset[i][0]

    for i, acao in enumerate(dataset.columns[1:]):
      dataset[acao] = dataset[acao] * pesos[i] * dinheiro_total
```

```
    dataset.drop(labels = ['Date'], axis = 1, inplace=True)

    retorno_carteira = np.log(dataset / dataset.shift(1))
    matriz_covariancia = retorno_carteira.cov()

    dataset['soma valor'] = dataset.sum(axis = 1)
    dataset['taxa retorno'] = 0.0

    for i in range(1, len(dataset)):
      dataset['taxa retorno'][i] = np.log(dataset['soma valor'][i] / dataset['soma valor'][i - 1])



  retorno_esperado = np.sum(dataset['taxa retorno'].mean() * pesos) * 252
    volatilidade_esperada = np.sqrt(np.dot(pesos, np.dot(matriz_covariancia * 252, pesos)))
    sharpe_ratio = (retorno_esperado - sem_risco) / volatilidade_esperada

    if sharpe_ratio > melhor_sharpe_ratio:
      melhor_sharpe_ratio = sharpe_ratio
      melhores_pesos = pesos
      melhor_volatilidade = volatilidade_esperada
      melhor_retorno = retorno_esperado

    lista_retorno_esperado.append(retorno_esperado)
    lista_volatilidade_esperada.append(volatilidade_esperada)
    lista_sharpe_ratio.append(sharpe_ratio)

    dataset = dataset_original.copy()

  return melhor_sharpe_ratio, melhores_pesos, lista_retorno_esperado,
lista_volatilidade_esperada, lista_sharpe_ratio, melhor_volatilidade, melhor_retorno
sharpe_ratio, melhores_pesos, ls_retorno, ls_volatilidade, ls_sharpe_ratio,
melhor_volatilidade, melhor_retorno = alocacao_portfolio(pd.read_csv('acoes.csv'), 5000,
taxa_selic_historico.mean() / 100, 1000)
```

```
sharpe_ratio, melhores_pesos
_, _, acoes_pesos, soma_valor = alocacao_ativos(pd.read_csv('acoes.csv'), 5000,
melhores_pesos=melhores_pesos)
acoes_pesos, soma_valor
print(ls_retorno)
print(ls_volatilidade)
print(ls_sharpe_ratio)
melhor_retorno, melhor_volatilidade
plt.figure(figsize=(10,8))
plt.scatter(ls_volatilidade, ls_retorno, c = ls_sharpe_ratio)
plt.colorbar(label = 'Sharpe ratio')
plt.xlabel('Volatilidade')
plt.ylabel('Retorno')
plt.scatter(melhor_volatilidade, melhor_retorno, c = 'red', s = 100);
import yfinance as yf
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import datetime as dt
import pandas as pd
from scipy.optimize import minimize
import matplotlib.ticker as mtick
inicio = dt.date(2016, 1, 1)
final = dt.date(2021, 12, 31)
lista_acoes = ["ABEV3", "B3SA3", "WEGE3", "PETR3", "ITSA3", "BOVA11"]
lista_acoes = [acao + ".SA" for acao in lista_acoes]

precos = yf.download(lista_acoes, inicio, final)['Adj Close']
precos
retornos = precos.pct_change().apply(lambda x: np.log(1+x)).dropna()
media_retornos = retornos.mean()
matriz_cov = retornos.cov()
numero_carteiras = 10000
tabela_retornos_esperados = np.zeros(numero_carteiras)
```

```
tabela_volatilidades_esperadas = np.zeros(numero_carteiras)
tabela_sharpe = np.zeros(numero_carteiras)
tabela_pesos = np.zeros((numero_carteiras, len(lista_acoes)))

for k in range(numero_carteiras):

    pesos = np.random.random(len(lista_acoes))
    pesos = pesos/np.sum(pesos)
    tabela_pesos[k, :] = pesos

    tabela_retornos_esperados[k] = np.sum(media_retornos * pesos * 252)
    tabela_volatilidades_esperadas[k] = np.sqrt(np.dot(pesos.T, np.dot(matriz_cov*252,
pesos)))

    tabela_sharpe[k] = tabela_retornos_esperados[k]/tabela_volatilidades_esperadas[k]
indice_do_sharpe_maximo = tabela_sharpe.argmax()
tabela_pesos[indice_do_sharpe_maximo]
["ABEV3", "B3SA3", "WEGE3", "PETR3", "ITSA3", "BOVA11"]
tabela_retornos_esperados_arit = np.exp(tabela_retornos_esperados) - 1
eixo_y_fronteira_eficiente = np.linspace(tabela_retornos_esperados_arit.min(),
                                         tabela_retornos_esperados_arit.max(), 50)

def pegando_retorno(peso_teste):
    peso_teste = np.array(peso_teste)
    retorno = np.sum(media_retornos * peso_teste) * 252
    retorno = np.exp(retorno) - 1

    return retorno

def checando_soma_pesos(peso_teste):

    return np.sum(peso_teste)-1
```

```
def pegando_vol(peso_teste):
    peso_teste = np.array(peso_teste)
    vol = np.sqrt(np.dot(peso_teste.T, np.dot(matriz_cov*252, peso_teste)))

    return vol

peso_inicial = [1/len(lista_acoes)] * len(lista_acoes)
limites = tuple([(0, 1) for ativo in lista_acoes])

eixo_x_fronteira_eficiente = []

for retorno_possivel in eixo_y_fronteira_eficiente:


    restricoes = ({'type':'eq', 'fun':checando_soma_pesos},
            {'type':'eq', 'fun': lambda w: pegando_retorno(w) - retorno_possivel})

    result = minimize(pegando_vol,peso_inicial,method='SLSQP', bounds=limites,
                  constraints=restricoes)
    eixo_x_fronteira_eficiente.append(result['fun'])

fig, ax = plt.subplots()

ax.scatter(tabela_volatilidades_esperadas, tabela_retornos_esperados_arit, c = tabela_sharpe)
plt.xlabel("Volatilidade esperada")
plt.ylabel("Retorno esperado")
ax.scatter(tabela_volatilidades_esperadas[indice_do_sharpe_maximo],
          tabela_retornos_esperados_arit[indice_do_sharpe_maximo], c = "red")
ax.plot(eixo_x_fronteira_eficiente, eixo_y_fronteira_eficiente)
ax.yaxis.set_major_formatter(mtick.PercentFormatter(1.0))
ax.xaxis.set_major_formatter(mtick.PercentFormatter(1.0))

plt.show()
```

```
dataset = pd.read_csv('acoes.csv')
dataset
dataset.drop(labels = ['Date'], axis = 1, inplace = True)
dataset_normalizado = dataset.copy()
for i in dataset.columns:
  dataset_normalizado[i] = dataset[i] / dataset[i][0]
dataset_normalizado
dataset_taxa_retorno = (dataset_normalizado / dataset_normalizado.shift(1)) - 1
dataset_taxa_retorno
dataset_taxa_retorno.fillna(0, inplace=True)
dataset_taxa_retorno.head()
dataset_taxa_retorno.mean() * 252
betas = []
alphas = []
for ativo in dataset_taxa_retorno.columns[0:-1]:

  beta, alpha = np.polyfit(dataset_taxa_retorno['BOVA'], dataset_taxa_retorno[ativo], 1)
  betas.append(beta)
  alphas.append(alpha)
betas
alphas
def visualiza_betas_alphas(betas, alphas):
  for i, ativo in enumerate(dataset_taxa_retorno.columns[0:-1]):
      print(ativo, 'beta:', betas[i], 'alpha:', alphas[i] * 100)
visualiza_betas_alphas(betas, alphas)
np.array(alphas).mean() * 100
beta
rm = dataset_taxa_retorno['BOVA'].mean() * 246
rm
taxa_selic_historico = np.array([14.18, 10.11, 6.58, 6.03, 2.76, 4.45])
rf = taxa_selic_historico.mean() / 100
rf
capm_mglu = rf + (beta * (rm - rf))
```

```
capm_mglu
rf
rm
capm_empresas = []
for i, ativo in enumerate(dataset_taxa_retorno.columns[0:-1]):

  capm_empresas.append(rf + (betas[i] * (rm - rf)))
capm_empresas
def visualiza_capm(capm):
  for i, ativo in enumerate(dataset_taxa_retorno.columns[0:-1]):
    print(ativo, 'CAPM:', capm[i] * 100)
visualiza_capm(capm_empresas)
pesos = np.array([0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2])
capm_portfolio = np.sum(capm_empresas * pesos) * 100
capm_portfolio
```

Para analisar os códigos em Python e executar, seguir o passo em Anexo 1 o link para acessar o instrumento Python da Google Colab.

9. ANEXO 1 – INSTRUMENTO PYTHON UTILIZADO PARA COMANDOS DOS CÓDIGOS VIA LINK

https://colab.research.google.com/drive/10JIPezXEg9HIQ6lfPG7NJwBf-cHxpmbe?usp=sharing