

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Saint Clair Alves Naves

**Otimização de propriedades mecânicas em
materiais utilizando evolução diferencial**

Uberlândia, Brasil

2024

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Saint Clair Alves Naves

**Otimização de propriedades mecânicas em materiais
utilizando evolução diferencial**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito exigido parcial à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecatrônica.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Augusto Queiroz de Assis - FEMEC/UFU

Universidade Federal de Uberlândia – UFU

Faculdade de Engenharia Mecânica

Bacharelado em Engenharia Mecatrônica

Uberlândia, Brasil

2024

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

N323 2024	Naves, Saint Clair Alves, 2000- Otimização de propriedades mecânicas em materiais utilizando evolução diferencial [recurso eletrônico] / Saint Clair Alves Naves. - 2024.
	Orientador: Pedro Augusto Queiroz de Assis. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Uberlândia, Graduação em Engenharia Mecatrônica. Modo de acesso: Internet. Inclui bibliografia. Inclui ilustrações.
	1. Mecatrônica. I. Assis, Pedro Augusto Queiroz de, 1989-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Graduação em Engenharia Mecatrônica. III. Título.
	CDU: 621.03

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074

Saint Clair Alves Naves

Otimização de propriedades mecânicas em materiais utilizando evolução diferencial

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito exigido parcial à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecatrônica.

Trabalho aprovado. Uberlândia, Brasil, 19 de abril de 2024:

**Prof. Dr. Pedro Augusto Queiroz de
Assis - FEMEC/UFU**
Orientador

Dr. Luiz Fernando Maia de Almeida

**Prof. Dr. Fran Sérgio Lobato -
FEQUI/UFU**

Uberlândia, Brasil
2024

Dedico este trabalho aos meus pais pela constante dedicação, apoio e carinho ao longo de toda jornada acadêmica. Agradeço também aos meus avós e minha irmã, por serem meu alicerce.

Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Dr. Pedro Augusto Queiroz de Assis por tornar este trabalho realidade. Desde o início, um professor excepcional, capaz de transmitir os ensinamentos de forma clara e inspiradora. Posteriormente, como orientador, dedicou todo o seu empenho e vontade para extrair o meu melhor. Sua orientação e apoio foram fundamentais para o sucesso deste trabalho.

Ao Dr. Luiz Fernando Maia de Almeida que tem sido um excelente supervisor/orientador ao longo de toda a minha trajetória acadêmica, guiando-me com paciência e didática desde o início. Agradeço sinceramente pela dedicação e apoio constante.

Ao Prof. Dr. Waldek Wladimir Bose Filho expresse minha gratidão pelo valioso aprendizado e dedicação nos trabalhos realizados em conjunto, sempre buscando compartilhar conhecimento e contribuir para o meu crescimento.

Ao Prof. Dr. Sinésio Domingues Franco pela oportunidade de realização de mais um projeto no Laboratório de Tecnologia em Atrito e Desgaste (LTAD) o qual faço parte desde 2021. Agradeço pela confiança depositada e pela oportunidade de contribuir com o desenvolvimento do laboratório.

A todos os meus colegas e amigos de classe que sempre me ajudaram e apoiaram durante toda essa jornada, proporcionando momentos de alegria e descontração, fundamentais para tornar o percurso acadêmico mais significativo e enriquecedor.

"O estudo em geral, a busca da verdade e da beleza são domínios em que nos é consentido ficar crianças toda a vida."(Einstein, s/d).

Resumo

Este trabalho envolve um estudo sobre a determinação de propriedades mecânicas de materiais, com foco especial no teste de indentação instrumentada (IIT) e na aplicação da plastometria (abordagem empregada para determinar propriedades mecânicas). Especificamente, buscou-se identificar o coeficiente de dureza k e o coeficiente de encruamento n de três materiais distintos - aço AISI 4340 28HRC, liga de níquel UNS N06022 (C-22) e liga de alumínio AMS 4050 T7451 (7050).

Com esse propósito, uma simulação por elementos finitos da IIT foi apresentada, desde a modelagem da geometria até a definição das propriedades do material. Mais ainda, a implementação de Evolução Diferencial (ED) para minimizar a diferença entre os perfis de calota experimental e simulado. Nessa implementação, as variáveis de otimização serão inicialmente as propriedades plásticas n e k da equação de Hollomon. Posteriormente, o módulo elástico E também será incluído como variável de otimização.

Primeiramente serão geradas comparações entre os perfis de calota experimental e simulado com os parâmetros determinados a partir do ensaio à tração. O modelo apresentou boa representação nos resultados para o C22 e o Aço 4340 de dureza 28HRC. No entanto, a representatividade para o Alumínio 7050 será pouco precisa devido ao alto valor de ajuste S_{red} registrado.

Então, adotando apenas n e k como variáveis de otimização na ED, a plastometria resultou em valores inadequados para as propriedades mecânicas e, conseqüentemente, em uma baixa representatividade da fase plástica da curva tensão \times deformação para os três materiais analisados, muito embora gerará valores inferiores de S_{red} em relação aos determinados com as propriedades do ensaio à tração. Isso poderá estar associado com a existência de "materiais fantasmas", como descrito por Chen et al. (2007).

Para mitigar o problema, a inclusão do Módulo Elástico E como variável de otimização será realizada. Desta forma, o modelo experimental se adequará significativamente ao experimental considerando o baixo valor de S_{red} obtido. O erro de k para o aço será de 6,5 % para o Algoritmo Genético (AG) e de 6,9 % na abordagem da ED, enquanto o valor de n para o níquel será estimado com um erro de 9,1 %. Notavelmente, o algoritmo genético foi capaz de estimar corretamente o valor desse parâmetro. Ainda mais, os parâmetros n e k do Alumínio 7050 serão estimados com precisão para a ED, com um erro abaixo de 1 %.

Palavras-chave: Propriedades mecânicas, indentação instrumentada, simulação numérica, otimização de parâmetros, Evolução Diferencial.

Abstract

This work involves a study on determining the mechanical properties of materials, with a special focus on Instrumented Indentation Test (IIT) and the application of plastometry (an approach used to determine mechanical properties). Specifically, we aimed to identify the hardness coefficient k and the strain hardening coefficient n of three distinct materials - AISI 4340 28HRC steel, nickel alloy UNS N06022 (C-22), and aluminum alloy AMS 4050 T7451 (7050).

To achieve this, a finite element simulation of IIT was presented, covering geometric modeling to material property definition. Furthermore, the implementation of Differential Evolution (DE) to minimize the difference between experimental and simulated indentation profiles will be discussed. In this implementation, the optimization variables will initially be the plastic properties n and k of the Hollomon equation. Later on, the elastic modulus E will also be included as an optimization variable.

Firstly, comparisons will be made between experimental and simulated indentation profiles using parameters determined from tensile testing. The model provided good representation of results for C22 nickel and 4340 28HRC steel. However, the representation for 7050 aluminum may be imprecise due to the high value of adjustment S_{red} obtained.

Then, by adopting only n and k as optimization variables in DE, plastometry will yield inadequate values for mechanical properties and consequently result in low representativity of the plastic phase of the stress-strain curve for the three analyzed materials, despite generating lower values of S_{red} compared to those determined with tensile testing properties. This may be associated with the existence of "ghost materials", as described by Chen et al. (2007).

To mitigate this issue, the inclusion of E as an optimization variable will be carried out. Thus, the experimental model will significantly fit the experimental data considering the low value of S_{red} obtained. The error of k for steel will be 6.5 % for the Algorithm Genetic (AG) and 6.9 % in the DE approach, while the value of n for nickel will be estimated with an error of 9.1 %. Notably, the genetic algorithm was accurately estimate this parameter value. Furthermore, the n and k parameters of aluminum 7050 will be accurately estimated for DE, with an error below 1 %.

Key-Words: *Mechanical properties, instrumented indentation, numerical simulation, parameter optimization, Differential Evolution.*

Lista de Figuras

Figura 1 – Corpo de prova do Tipo I e seção transversal retangular	18
Figura 2 – Representação esquemática do equipamento utilizado no ensaio de ruptura a tração	18
Figura 3 – Resposta de um ensaio de ruptura a tração	19
Figura 4 – Representação de um ensaio de macroindentação com penetrador do tipo esférico	21
Figura 5 – Curva típica de força-deslocamento para um ensaio de indentação instrumentada	22
Figura 6 – Perfil de calota impresso no material após IIT	22
Figura 7 – Interface do software de simulação <i>ABAQUS</i> ®	25
Figura 8 – Modelo do corpo de prova utilizado na simulação como um quadrado de 4×4 mm, com um quadrado interno de $1,5 \times 1,5$ mm	26
Figura 9 – Indentador da simulação como um semicírculo de 1,5 mm de diâmetro	26
Figura 10 – Perfil de malha aplicado ao corpo de prova	27
Figura 11 – Descrição da etapa de inserção dos parâmetros do material simulado	27
Figura 12 – Configuração da interação de contato da superfície do indentador com a superfície da amostra	29
Figura 13 – Configuração das variáveis de saída da simulação	29
Figura 14 – Curva de resultados de um ensaio a tração	31
Figura 15 – Resultado de uma simulação de indentação esférica via elementos finitos	32
Figura 16 – Comparação entre os perfis de calota experimental e computacional	32
Figura 17 – Fluxograma representativo da ED	36
Figura 18 – Avaliação de representatividade da equação de Hollomon para o comportamento plástico dos materiais	38
Figura 19 – Equipamento utilizado para retificação das amostras	39
Figura 20 – Equipamento utilizado para lixamento e polimento das amostras	39
Figura 21 – Equipamento utilizado para realização do ensaio de indentação esférica	40
Figura 22 – Perfis de calota experimentais medidos utilizando o interferômetro TALYSURF CLI 2000	41
Figura 23 – Comparação de perfis de calota experimentais e simulados para os três metais em análise. Nesse caso, as simulações foram geradas utilizando os parâmetros determinados por meio do ensaio à tração	42
Figura 24 – Comparação de perfis de calota experimentais e simulados para os três metais em análise. Nesse caso, as simulações foram geradas utilizando os parâmetros n e k por meio da Evolução Diferencial	43

Figura 25 – Comparação fase plástica ensaio à tração e equação de Hollomon com os parâmetros da tabela 6	44
Figura 26 – Comparação de perfis de calota experimentais e simulados para os três metais em análise. Nesse caso, as simulações foram geradas utilizando os parâmetros n , k e E por meio da Evolução Diferencial	46
Figura 27 – Comparação fase plástica ensaio à tração e equação de Hollomon com os parâmetros otimizados pela ED	47
Figura 28 – Resultados dos ensaios de tração em três tipos diferentes de metais . .	55

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Dimensões do corpo de prova para realização do ensaio de tração (NBR ISO 6892, 2002).	17
Tabela 2 – Valores de tensão \times deformação utilizados na simulação	31
Tabela 3 – Propriedades mecânicas obtidas através do ensaio à tração	37
Tabela 4 – Valores de S_{red} obtidos com os parâmetros do ensaio à tração	41
Tabela 5 – Valores de S_{red} obtidos com o algoritmo de Evolução Diferencial	43
Tabela 6 – Valores dos parâmetros n e k obtidos através da Evolução Diferencial	44
Tabela 7 – Valores de S_{red} obtidos para cada uma das implementações adotadas utilizando n , k e E como variáveis de otimização	45
Tabela 8 – Valores dos parâmetros otimizados para o Aço 4340 28HRC	46
Tabela 9 – Valores dos parâmetros otimizados para o Níquel C22	47
Tabela 10 – Valores dos parâmetros otimizados para o Alumínio 7050	47

Lista de abreviaturas e siglas

ED	Evolução Diferencial
AG	Algoritmo Genético
FEA	Finite Element Analysis
LE	Limite de Escoamento
LRT	Limite de Resistência à tração
IIT	Instrumented Indentation Test
CR	Taxa de crossover

Lista de símbolos

a	Raio de contato
D	Diâmetro da esfera do indentador
D_p	Diâmetro do perfil de indentação
E	Módulo de Elasticidade
E_i	Módulo Elástico do indentador
E_c	Módulo Elástico do corpo de prova
F	Força aplicada no ensaio de indentação
F	Taxa de Perturbação
$F_{m\acute{a}x}$	Força máxima
h	Profundidade de indentação
$h_{m\acute{a}x}$	Profundidade máxima
$h_{av,E}$	Profundidade média experimental
h_e	Profundidade de penetração elástica recuperável
$h_{i,S}$	Profundidade do i -ésimo elemento da simulação
$h_{i,E}$	Profundidade experimental
h_p	Profundidade de penetração após o descarregamento
h_t	Profundidade de penetração no estado carregado
r	Raio do indentador
k	Coefficiente de dureza
n	Índice de encruamento
N	Número total de elementos
N_{Gen}	Número de gerações
N_{pop}	Tamanho da população

N_{com}	Número de variáveis de otimização
p	Número aleatório para critério de escolha de indivíduo na ED
R	Raio do indentador
S	Soma dos quadrados residuais
S_{red}	Qualidade do ajuste do modelo
U	Módulo de Resiliência
σ	Valor de tensão
γ	Parâmetro para assegurar a diversidade da população no método de Evolução Diferencial
ϵ	Delimitador
ν	Coefficiente de Poisson
μ	Coefficiente de atrito
θ	Vetores da população na ED
$\bar{\theta}_i$	Indivíduo alvo
θ_C	Indivíduo candidato
θ_D	Indivíduo doador
θ_p	Genitor principal
θ_s	Genitor secundário

Sumário

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Tipos de Ensaios	17
1.1.1	Ensaio de Ruptura a Tração	17
1.1.2	Ensaio de Indentação	19
1.2	Objetivos	23
1.3	Organização do Trabalho	23
2	SIMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS DA INDENTAÇÃO	24
2.1	Interface de Desenvolvimento	24
2.2	Elaboração da Geometria	25
2.3	Estruturação da Malha de Elementos	25
2.4	Definição das Propriedades do Material	26
2.5	Condições de Contorno	28
2.6	Seleção de Resultados Gerados pela Simulação	28
2.7	Procedimento de Simulação e Exemplo de Aplicação	30
3	PLASTOMETRIA	33
3.1	Evolução Diferencial	34
4	RESULTADOS	37
4.1	Preparação das Amostras	37
4.2	Configuração do Ensaio de Indentação	39
4.3	Comparação entre os Perfis Experimentais e Simulados utilizando os Parâmetros Identificados a partir do Ensaio à Tração	40
4.4	Determinação das Propriedades Plásticas Utilizando Plastometria	41
4.5	Determinação das propriedades plásticas e elásticas utilizando plastometria	45
5	CONCLUSÃO	49
	REFERÊNCIAS	50

APÊNDICES

53

**APÊNDICE A – ESTIMATIVA DE PROPRIEDADES MECÂNICAS
A PARTIR DA CURVA TENSÃO × DEFORMA-
ÇÃO DO ENSAIO À TRAÇÃO 54**

1 Introdução

A utilização de materiais na fabricação de ferramentas faz parte da história do ser humano e pode ser associada com a revolução cognitiva da nossa espécie. Na antiguidade, pedra, madeira e argila foram recursos adotados para essa aplicação por um longo período de tempo. Então, o desenvolvimento da metalurgia contribuiu com a utilização de aço e ferro em larga escala durante a Idade Média e a Revolução Industrial no século XIX. Na época, a escolha do metal a ser empregado era realizada em um conjunto restrito de materiais disponíveis, sendo tipicamente utilizadas ligas com características adequadas para a aplicação. Tais características também evoluíram e formam o que entendemos hoje por propriedades de materiais.

O conceito de propriedade requer uma explicação adicional. Segundo Callister e Rethwisch (2012) durante a aplicação, os materiais são expostos a estímulos externos que desencadeiam algum tipo de resposta. Por exemplo, uma amostra sujeita a forças sofrerá deformações, uma superfície metálica polida reflete a luz. Propriedade, neste contexto, refere-se a uma característica específica de um material, relacionada ao tipo e à magnitude de sua resposta a um estímulo específico. Em geral, as propriedades são formuladas para serem independentes da forma e do tamanho do material.

No caso de metais, as propriedades mecânicas indicam relação entre sua resposta ou deformação e a carga ou força aplicada. Então, tais propriedades são de grande importância na escolha do metal a ser empregado na fabricação de um componente. Como exemplos de propriedades de materiais metálicos, pode-se citar rigidez, resistência, ductilidade, dureza e tenacidade (ASHBY; JONES, 2012).

A determinação dessas e de outras propriedades de um metal pode ser realizada por meio de experimentos em laboratório. Estes experimentos procuram replicar as condições de serviço do material. Por exemplo, é importante considerar fatores como a natureza da carga e a duração de aplicação. A carga pode ser de tração, compressão ou cisalhamento, variando ou não em magnitude. Além disso, a temperatura operacional também pode desempenhar um papel crucial. Para obtenção de resultados confiáveis, é essencial garantir consistência na execução dos experimentos e na interpretação dos resultados. Essa consistência é obtida através do emprego de técnicas de ensaio padronizadas que são definidas por sociedades profissionais, como a ASTM - *American Society for Testing and Materials* (1898) situada nos Estados Unidos, uma das organizações mais reconhecidas e ativas no ramo. A ASTM normatiza a realização de diferentes ensaios para caracterização de materiais. Nas seções subsequentes, serão explorados alguns desses procedimentos.

1.1 Tipos de Ensaios

Como já mencionado, ensaios para determinação de propriedades mecânicas são fundamentais para compreender a resposta de materiais a diferentes estímulos. Cada tipo de ensaio é projetado para investigar uma característica específica, dentre eles, destacam-se aqueles que buscam avaliar a resistência do material à deformação e à ruptura sob diferentes tipos de carga. Aqui serão descritos dois ensaios comumente utilizados: A ruptura a tração e a indentação.

1.1.1 Ensaio de Ruptura a Tração

Neste ensaio a amostra é deformada geralmente até a ruptura aplicando-se uma carga de tração, que é aumentada progressivamente e aplicada uniaxialmente ao longo do eixo do corpo de prova. A amostra (ou corpo de prova) padrão possui uma seção transversal circular, quadrada, retangular, anelar ou, em casos especiais, alguma outra forma (NBR ISO 6892, 2002). O ensaio deve ser realizado a temperatura ambiente, entre 10° C e 35° C. As dimensões do corpo de prova recomendadas para produtos de pequena espessura: chapas, tiras e produtos planos de espessura entre 0,1 mm 3 mm são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Dimensões do corpo de prova para realização do ensaio de tração (NBR ISO 6892, 2002).

Tipo de corpo de prova	Largura b [mm]	Comprimento de medida original L_0 [mm]	Comprimento paralelo L_c [mm]
1	$12,5 \pm 1$	50	75
2	20 ± 1	80	120

A escolha de tipo e formato da amostra fica a critério do responsável pelo ensaio. Tomando como exemplo o Tipo I, ilustrado na Figura 1, a largura ou diâmetro-padrão (em casos de corpo de prova cilíndricos) é de aproximadamente 12,5 mm. Já o comprimento da medida original L_0 (ou seção reduzida) deve ser o equivalente a quatro vezes o diâmetro. A máquina utilizada nos ensaios de tração é projetada para estender o corpo de prova a uma taxa constante. Simultaneamente registram-se a carga instantânea aplicada, utilizando uma célula de carga, e as variações de comprimento do corpo de prova, por meio de um extensômetro. Tipicamente ensaios de tração são destrutivos, o que significa que a amostra submetida ao teste sofre deformações permanentes podendo até mesmo se romper. A Figura 2 apresenta um diagrama de um ensaio de tração.

A curva de tensão-deformação resultante de um ensaio de ruptura a tração pode ser dividida em duas regiões distintas: As deformações plástica e elástica. A primeira representa uma alteração temporária na forma do material, sendo completamente recuperada quando a carga é retirada. Essa região corresponde à fase inicial linear da curva

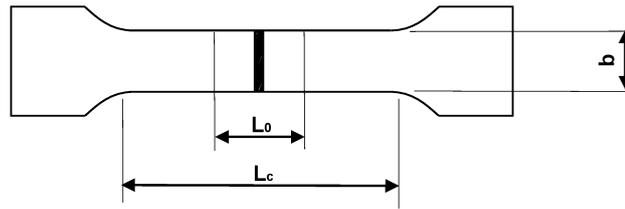


Figura 1 – Corpo de prova do Tipo I e seção transversal retangular.

tensão-deformação (vide Figura 3). Por outro lado, a deformação plástica envolve uma alteração permanente na forma do material, não sendo revertida quando a carga é removida. A região plástica é identificada na curva quando a tensão total ultrapassa o limite elástico (SMITH; HASHEMI, 2013).

Determinar o ponto em que a curva tensão-deformação sai da linearidade e entra na região plástica pode se mostrar uma tarefa complexa. A convenção adotada é estabelecer o limite de escoamento (LE) como a interseção da curva de deformação com uma linha reta paralela à parte elástica, deslocada em 0,2 % no eixo da deformação, (SHACKELFORD, 2008).

Ao fim do ensaio de ruptura a tração as propriedades mecânicas descritas a seguir podem ser determinadas (ASKELAND; WRIGHT, 2019). Tais propriedades estão associadas com as regiões de ① a ⑤ indicadas na Figura 3. ① Módulo de Elasticidade, E , ou

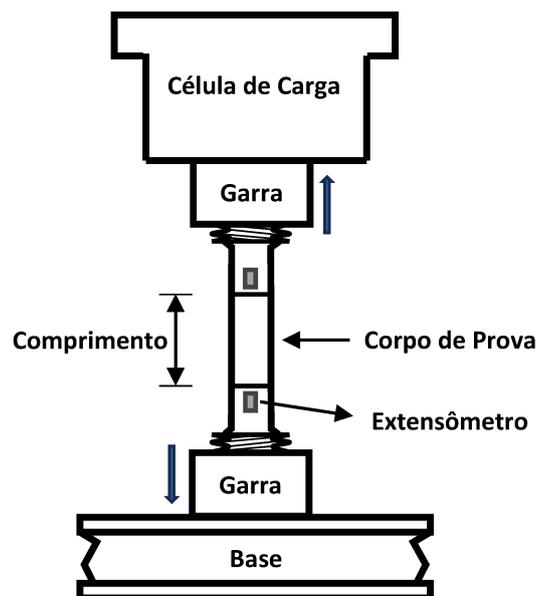


Figura 2 – Representação esquemática do equipamento utilizado no ensaio de ruptura a tração.

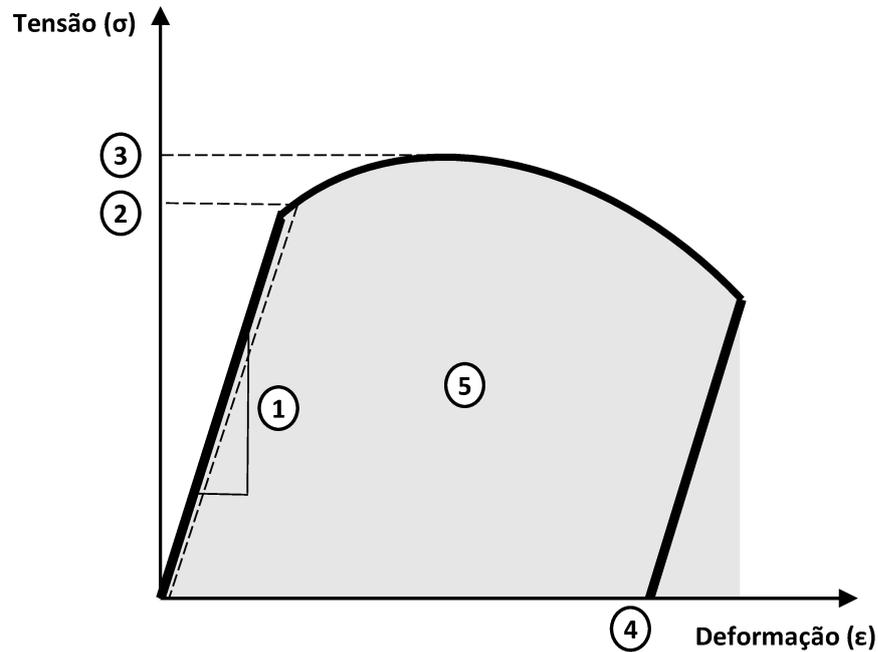


Figura 3 – Resposta de um ensaio de ruptura a tração.

Módulo de Young, representa a rigidez do material, ou seja, sua capacidade ou resistência de se deformar elasticamente. É o coeficiente angular da fase elástica, descrita pela Lei de Hooke: $\sigma = E\epsilon$. (2) Tensão Limite de Escoamento (LE) responsável por determinar o ponto no qual o material deixa de se comportar elasticamente e passa a se deformar plasticamente. (3) Limite de Resistência à Tração (LRT) indica a tensão que o material pode ser submetido antes de entrar em estado de deformação plástica irreversível ou fratura durante o ensaio. Em outras palavras, é a máxima força que o material pode suportar por unidade de área antes de ocorrer a falha. O fenômeno de aumento da resistência com o aumento de deformação é conhecido comumente como índice de encruamento ou coeficiente de endurecimento e pode ser representado por um parâmetro n . (4) Ductilidade, indica a capacidade do metal a se deformar plasticamente. (5) Por último, a área em abaixo da curva tensão-deformação está associada com a capacidade do material absorver energia durante a deformação elástica e liberá-la durante a descarga de uma força externa. Tal área é denominada módulo de resiliência U .

1.1.2 Ensaio de Indentação

Além das propriedades mecânicas determinadas por meio do ensaio de tração, outra propriedade relevante é a dureza. Essa representa a resistência de um material à deformação plástica localizada, como um pequeno risco ou impressão. Os primeiros métodos de caracterização de dureza eram baseados em mineirais naturais, estabelecendo uma

escala com base na capacidade de um material riscar outro (CALLISTER; RETHWISCH, 2012). Com o avanço dos estudos, técnicas quantitativas de medição de dureza foram propostas. A ideia fundamental consistia em aplicar uma carga controlada na amostra por meio de um pequeno penetrador com formato geométrico específico. Esse tipo de ensaio ficou conhecido como indentação. Em particular a adoção de indentadores com formato esférico oferece vantagens, como uma maior uniformidade da geometria da indentação e menor sensibilidade a variações na orientação do material. Mais ainda, a utilização de uma ponta esférica permite uma distribuição de carga mais uniforme e uma interpretação simplificada dos resultados (ARUNKUMAR, 2018).

A teoria associada ao ensaio de indentação esférica foi e é alvo de intensa pesquisa, com contribuições notáveis ao longo do tempo. Por exemplo, os trabalhos de Oliver e Pharr (1992) desempenharam papéis fundamentais na formulação de modelos teóricos e permitiram relacionar os resultados da indentação (especificamente força aplicada e profundidade de penetração) com outras propriedades mecânicas do material além da dureza. Desde então, os ensaios de macroindentação¹ têm sido cada vez mais empregados, sobretudo porque são considerados ensaios não destrutivos quando realizados *insitu*. Isto é, permitem a avaliação das propriedades do material sem causar danos significativos à amostra, proporcionando uma abordagem valiosa para análises mais amplas de peças e componentes. A Figura 4 ilustra um ensaio de macroindentação, no qual são conduzidas as seguintes etapas:

1. Um indentador de raio r se aproxima da superfície da amostra até que o contato seja detectado. Essa detecção ocorre quando há um aumento na rigidez em comparação com a rigidez do mecanismo que suporta a coluna do indentador. A taxa de aproximação e o limite de detecção são, geralmente, parâmetros definidos pelo usuário;
2. O indentador é pressionado contra o material de teste até um certo limite, que pode estar associado com a força exercida ou com o deslocamento do indentador;
3. A força no indentador é mantida constante por um período de espera no ponto limite. O tempo de espera é, frequentemente, um parâmetro definido pelo usuário;
4. O indentador é retirado da amostra a uma taxa semelhante à taxa de inserção.

Cabe salientar as etapas de 1 a 4 são repetidas por um número pré-definidos de vezes. Isto é, em uma mesma indentação são repetidos vários ciclos de carregamento e descarregamento. Ao concluir essas etapas, é gerada uma curva entre a força aplicada F e a profundidade de penetração h do indentador na amostra. A análise dos dados do teste

¹ Macroindentação (i.e.; ensaios de indentação em que a força F aplicada esteja entre $2N \leq F \leq 30KN$) (ISO 14577-1, 2015).

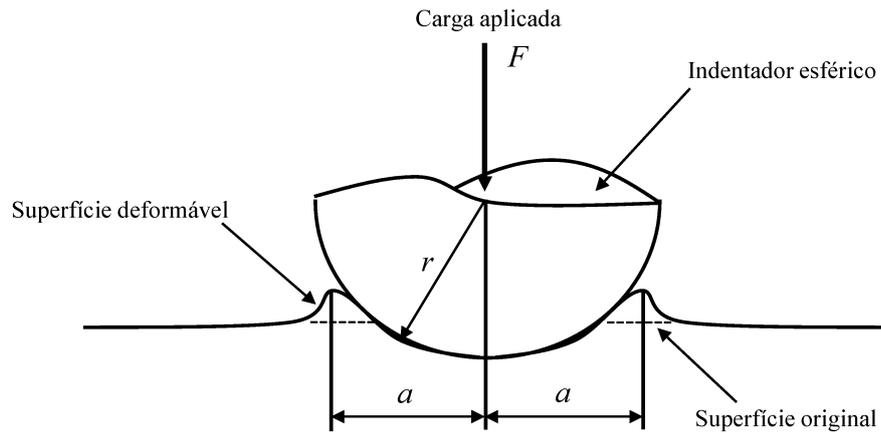


Figura 4 – Representação de um ensaio de macroindentação com penetrador do tipo esférico.

de indentação instrumentada (IIT - *Instrumented Indentation Test*) pode ser dividida em duas etapas (HAY, 2009). A primeira envolve a geração de tal curva, conforme mostrado na Figura 5 para um único ciclo de carregamento e descarregamento. A origem desse gráfico é o ponto em que o indutor entra em contato com a superfície da amostra. À medida que a força aplicada aumenta, o deslocamento também aumenta, até alcançar a força máxima do teste. Em seguida, à medida que a força de contato diminui, parte do deslocamento geralmente é recuperada, embora geralmente não completamente. Se o contato fosse completamente plástico, a curva de descarregamento seria exatamente vertical. Se o contato fosse completamente elástico, a curva de descarregamento coincidiria com a curva de carregamento. A segunda etapa da análise consiste no cálculo das propriedades do material a partir da curva força-deslocamento. Com esse propósito, diferentes métodos de cálculo foram propostos na literatura. Por exemplo, as metodologias propostas em Lee et al. (2006), Li et al. (2016) e Zhang, Wang e Wang (2019) permitem estimar algumas propriedades mecânicas a partir de resultados de um ensaio de indentação.

Alternativamente pode-se caracterizar um material através do IIT analisando o perfil de calota resultante após a indentação (CLYNE et al., 2021). A Figura 6 ilustra esse perfil (KUCHARSKI; MRÓZ, 2001). Na figura, D representa o diâmetro da esfera, enquanto D_p refere-se ao diâmetro do perfil de indentação. Vale notar que o diâmetro do perfil de indentação D_p é maior, uma vez que há um aumento devido à retirada da carga durante o processo de descarregamento. O raio de contato entre a esfera e o substrato é representado por a , enquanto a profundidade de penetração no estado carregado é indicada por h_t , e a profundidade de penetração após o descarregamento é referida como h_p . Por último, h_e denota a penetração elástica recuperável do material.

Esta abordagem alternativa envolve a medição do perfil da calota após a realização da indentação usando equipamentos específicos. Além disso, simulações de elementos

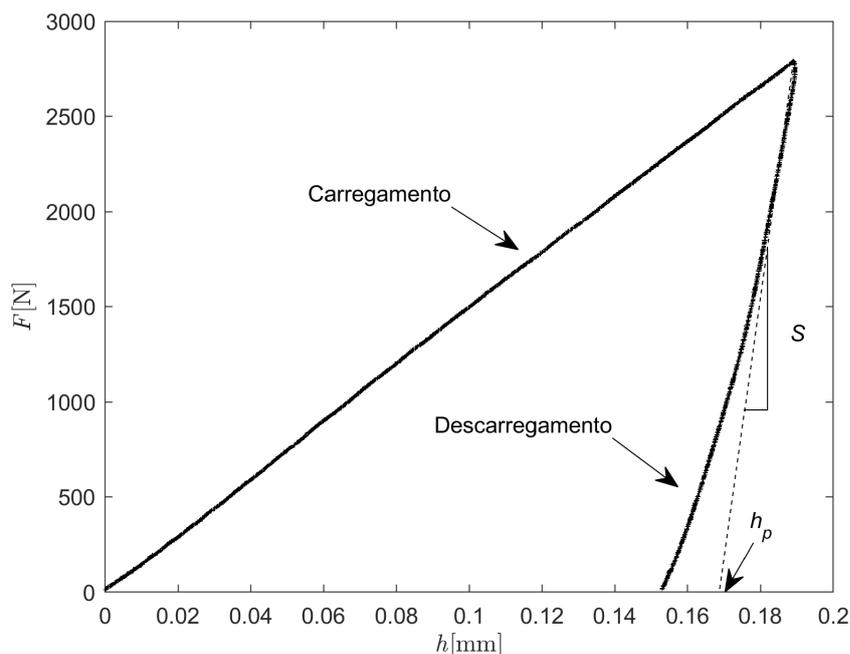


Figura 5 – Curva típica de força-deslocamento para um ensaio de indentação instrumentada.

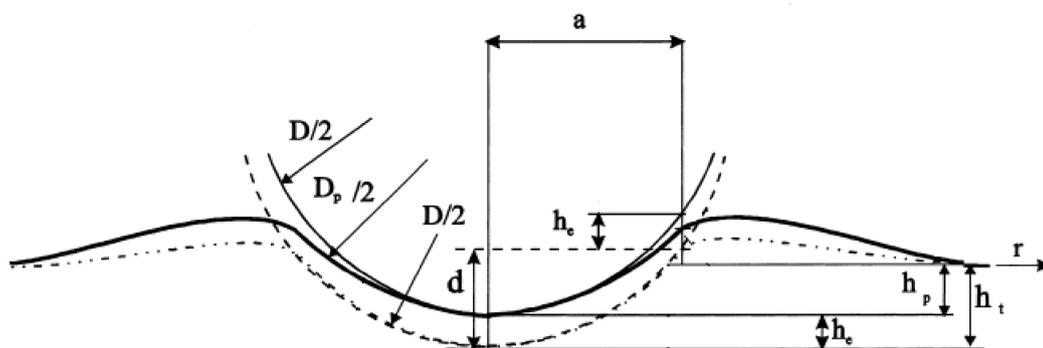


Figura 6 – Perfil de calota impresso no material após IIT. Fonte: (KUCHARSKI; MRÓZ, 2001).

finitos são realizadas para reproduzir os resultados do ensaio. Então, as propriedades da amostra na simulação são ajustadas para minimizar a discrepância entre os perfis simulado e experimental. O conjunto de propriedades mecânicas que resulta na menor discrepância representa o material ensaiado. Essa metodologia é denominada plastometria (Capítulo 3) e é o foco principal deste estudo.

1.2 Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo principal caracterizar propriedades mecânicas dos materiais por meio da plastometria. Em particular, considerar-se-ão três tipos de materiais (aço, níquel e alumínio) para realização dos ensaios e caracterização de propriedades. Com esse propósito, alguns objetivos específicos devem ser alcançados: desenvolvimento de simulação de elementos finitos da indentação; implementação da Evolução Diferencial para minimizar a diferença entre os perfis de calota experimental e simulado variando as propriedades da amostra simulada e comparação das propriedades assim obtidas com as oriundas do ensaio de tração. Vale comentar que o presente trabalho representa um estudo inicial da plastometria no Laboratório de Tecnologia em Atrito e Desgaste (LTAD) da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

1.3 Organização do Trabalho

A estrutura deste trabalho é organizada como segue. No Capítulo 2, descreve-se a simulação do objeto em estudo, ilustrando o processo de construção do modelo computacional. No Capítulo 3, aborda-se a plastometria desde sua definição a forma como será utilizada para comparação das curvas experimentais e simulada. Além de apresentar a abordagem de Evolução Diferencial implementada para reduzir o erro de custo entre as curvas detalhando a definição dos parâmetros inseridos e o funcionamento do algoritmo. Por fim, no último capítulo são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 Simulação de Elementos Finitos da Indentação

Conforme Law e Kelton (2007), se as relações que constituem o modelo forem suficientemente simples, é passível o emprego de métodos matemáticos para obter analiticamente a resposta do processo a estímulos externos. No entanto, em sistemas complexos, a determinação da solução analítica pode ser inviável. Nesse cenário, simulações numéricas permitem avaliar o comportamento do processo.

Em especial, a simulação de elementos finitos (FEA, do inglês *Finite Element Analysis*) é uma técnica computacional utilizada para analisar o comportamento de estruturas e sistemas complexos por meio da divisão destes em elementos finitos. Esses elementos são representações discretas que, quando combinadas, formam uma malha que representa geometricamente o objeto em estudo. Cada elemento é tratado como um pequeno volume ou área, e as equações matemáticas que descrevem o comportamento físico do sistema são aplicadas a esses elementos. Combinando-se as respostas individuais, tem-se a resposta de todo o objeto (GOKHALE, 2008).

A FEA é amplamente utilizada em diversas áreas, como engenharia mecânica, aeroespacial e automotiva, sendo uma técnica valiosa para prever a resposta de um projeto sob diferentes condições operacionais, permitindo aos projetistas fazer correções antes mesmo da construção de um protótipo. Neste trabalho, a simulação de elementos finitos da indentação foi desenvolvida no software *ABAQUS*®. Os detalhes e as etapas do desenvolvimento da simulação são apresentados a seguir.

2.1 Interface de Desenvolvimento

A interface inicial do *ABAQUS*® pode ser dividida em quatro seções principais, conforme indicado na Figura 7. Especificamente, pode-se destacar os seguintes itens:

1. Barra de Navegação: oferece opções para configurações e preferências do software;
2. Barra de Recursos: exhibe as ferramentas disponíveis para manipulação do modelo em andamento e também para gerenciar o arquivo;
3. Estrutura do Modelo: dividida em duas seções principais “Modelos” e “Análises”. Na primeira, os objetos envolvidos na simulação são elaborados, incluindo geometria, malha, propriedades, condições de contorno. Já na segunda, o tipo de análise e as configurações de simulação são definidas;

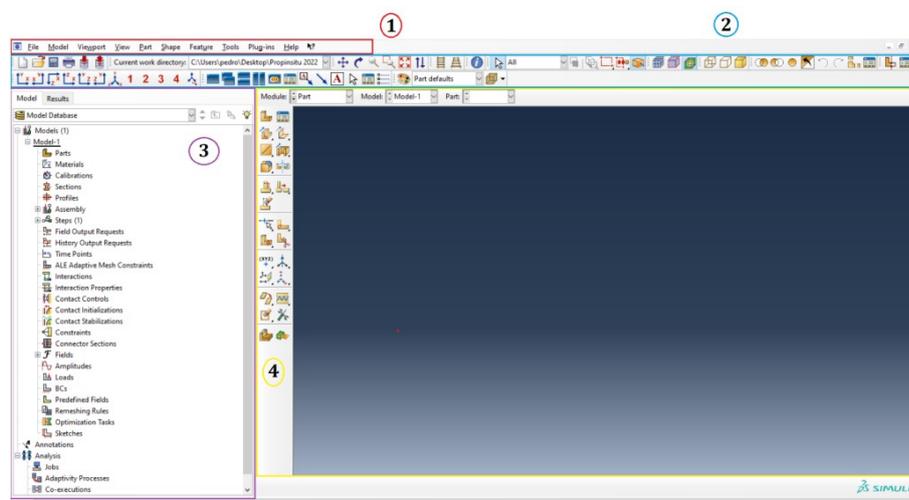


Figura 7 – Interface do software de simulação ABAQUS®.

4. Área de Trabalho: mostra a visualização do modelo em desenvolvimento.

2.2 Elaboração da Geometria

Assim como é praxe em simulações de indentação, para reduzir o custo computacional, considerou-se que a indentação esférica é axissimétrica. Logo, foram criados dois objetos: Corpo de prova e Indentador. O primeiro foi criado como um quadrado de 4×4 mm. Internamente a esse elemento foi criado um quadrado menor de $1,5 \times 1,5$ mm para um refinamento da malha de simulação, como será detalhado adiante. A Figura 8 mostra o corpo de prova na simulação.

Já o Indentador foi criado de acordo com as dimensões do penetrador experimental: definiu-se um semicírculo de raio 0,75 mm (vide Figura 9).

2.3 Estruturação da Malha de Elementos

Criados os objetos envolvidos na simulação, o próximo passo consistiu em definir as malhas de elementos finitos. O indentador foi criado de forma rígida, ou seja, não sofre nenhuma deformação durante o ensaio. Já no Corpo de prova adotaram-se duas malhas distintas: Uma no quadrado interno e outra no restante da amostra. Na primeira os elementos gerados foram do tipo quadriláteros. Já no restante utilizou-se uma malha composta por triângulos (detalhes sobre o número de elementos serão abordados posteriormente). Isso foi realizado para reduzir o custo computacional da simulação. Vale comentar esse procedimento é comum em simulações de indentação. Por exemplo, configurações similares podem ser encontrados em Campbell et al. (2018), Dean e Clyne (2017) e Clyne et al. (2021).

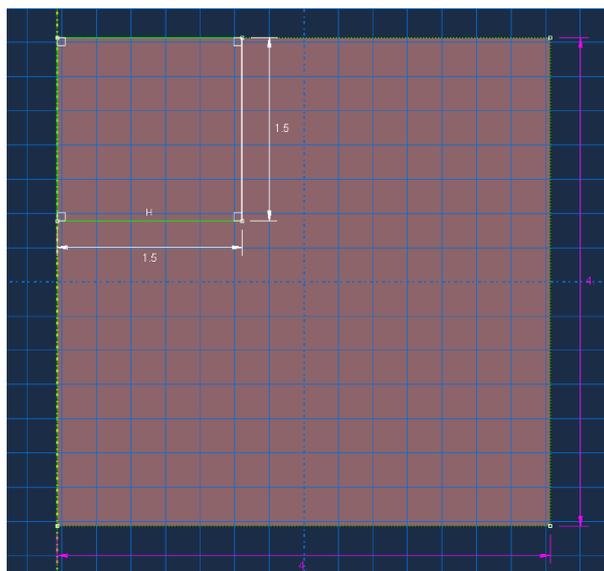


Figura 8 – Modelo do corpo de prova utilizado na simulação como um quadrado de 4×4 mm, com um quadrado interno de $1,5 \times 1,5$ mm.

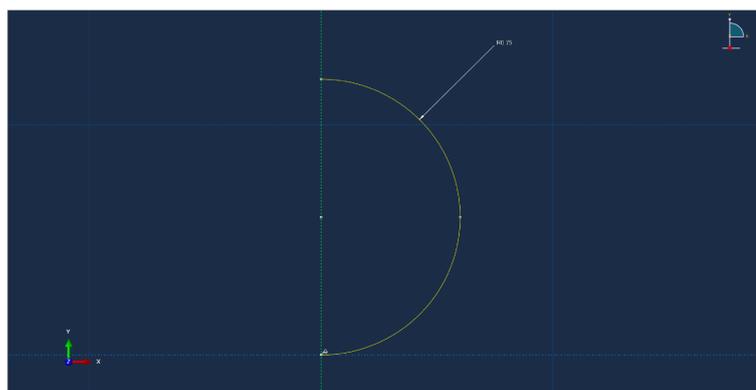


Figura 9 – Indentador da simulação como um semicírculo de 1,5 mm de diâmetro.

A malha final do corpo de prova pode ser vista na Figura 10.

2.4 Definição das Propriedades do Material

A malha do Corpo deve possuir o mesmo comportamento mecânico da amostra real. Para isso, define-se o material da simulação conforme as propriedades de resistência mecânica reais. Durante as especificações do comportamento elástico do material (Figura 11a) deve-se apresentar o Módulo de Young e o Coeficiente de Poisson. Já o comportamento plástico, pode ser definido informando pares de tensão \times deformação obtidos no ensaio de tração (Figura 11b). Deve-se especificar, no mínimo, dois pares e, não há quantidade máxima. Contudo, fornecendo um pequeno número de pontos, a fase plástica será aproximadamente linear, o que - na prática - é incomum. Informando uma grande quantidade de pontos, tem-se uma maior representatividade do comportamento plástico do material, porém com alto custo computacional. Neste trabalho, definiram-se dez pares

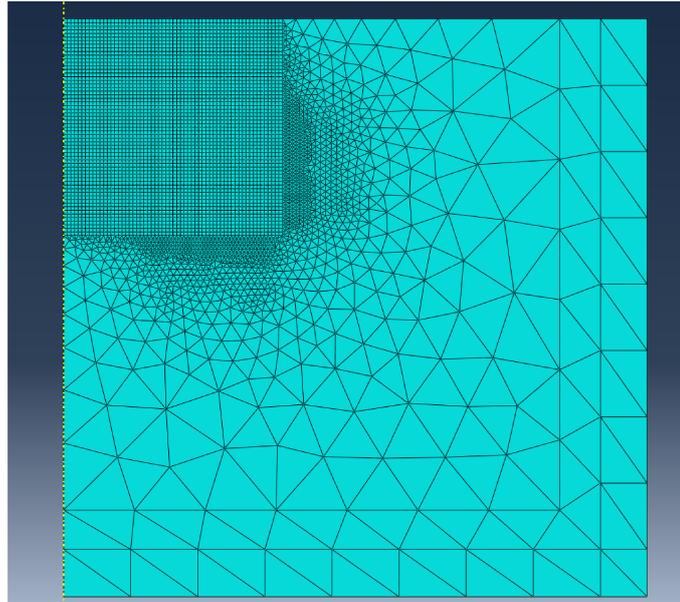
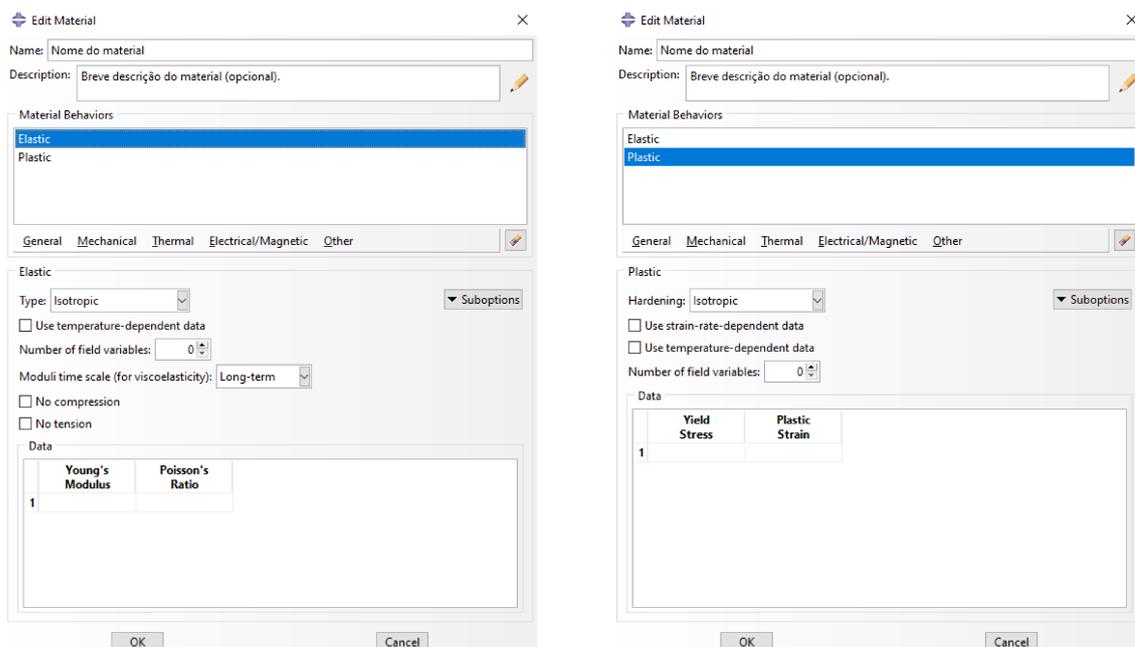


Figura 10 – Perfil de malha aplicado ao corpo de prova.

de tensão \times deformação similar ao número de descarregamentos aplicados no ensaio de indentação instrumentada.

Tendo em vista que o software não leva em consideração as unidades de medidas, os dados inseridos devem possuir a proporção correta entre si. Por isso, como o desenho foi realizado em milímetros, os dados inseridos no simulador foram convertidos para mega Pascal (MPa), milímetros (mm) e quilogramas (kg).



(a) Campos para inserção dos parâmetros elásticos do Corpo de prova simulado. (b) Campos para inserção dos parâmetros plásticos do Corpo de prova simulado.

Figura 11 – Descrição da etapa de inserção dos parâmetros do material simulado.

2.5 Condições de Contorno

As condições de contorno são entidades que definem a entrada de circunstâncias externas ao modelo, como forças e deslocamentos impostos ao sistema. Então são cruciais para obter resultados próximos da realidade e representar o comportamento do sistema em condições específicas.

Em uma simulação de indentação, as seguintes condições de contorno devem estar presentes no modelo:

1. Restrições de deslocamento na superfície do material - Envolve a fixação ou restrição de deslocamento nas bordas ou superfícies externas do material. Tais condições foram impostas pois, no experimento real, a amostra é fixada durante o teste de indentação;
2. Aplicação de força ou deslocamento controlado - A força ou deslocamento imposto pela ponta do indentador é modelado utilizando condições de contorno. Isso pode envolver a aplicação de uma força constante, uma taxa de deslocamento controlada ou outros modos de carregamentos específicos. Nesta etapa, foi considerada a aplicação de um deslocamento máximo proporcional ao raio de penetração durante o ensaio de indentação experimental. Considerando que uma profundidade de 24 % do raio do indentador foi adotada, o deslocamento imposto corresponde a 0,18 mm;
3. Definição do modelo de contato - A interação entre penetrador e amostra também é definida como uma condição de contorno. Neste caso, o coeficiente de atrito impacta os resultados da simulação. Aqui, considerando que o penetrador real é de Carboneto de Tungstênio foi assumido um coeficiente de atrito $\mu = 0,3$. Esse valor também é utilizado na literatura (LEE; KIM; LEE, 2010). Uma discussão detalhada sobre o impacto do coeficiente de atrito nos resultados da indentação simulada pode ser encontrada em Cao, Qian e Huber (2007).

Além das condições de contorno, também definiu-se como é a interação entre os objetos da simulação. Isso foi realizado como mostrado na Figura 12. Verifica-se que a superfície do Indentador foi definida como “*master*”, pois irá impor um deslocamento aos demais elementos da simulação. Já a superfície do Corpo de prova foi definida como “*slave*”, já que irá sofrer a deformação.

2.6 Seleção de Resultados Gerados pela Simulação

Por fim, é necessário definir quais resultados devem ser extraídos da simulação. Para a comparação com os dados obtidos em ensaios reais, escolheram-se a força aplicada

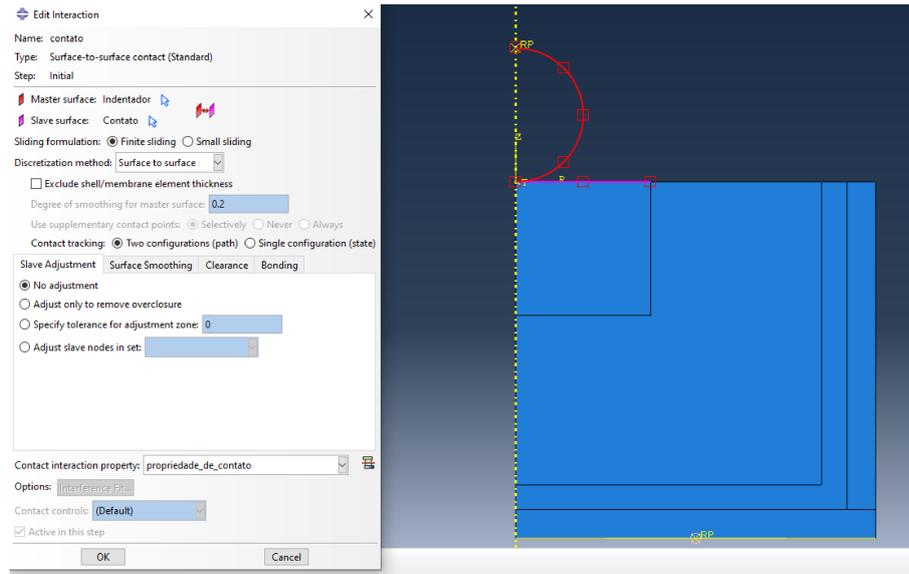
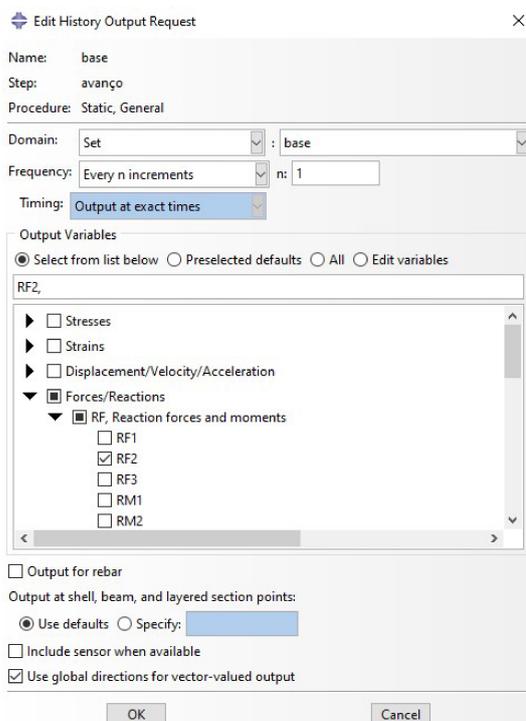
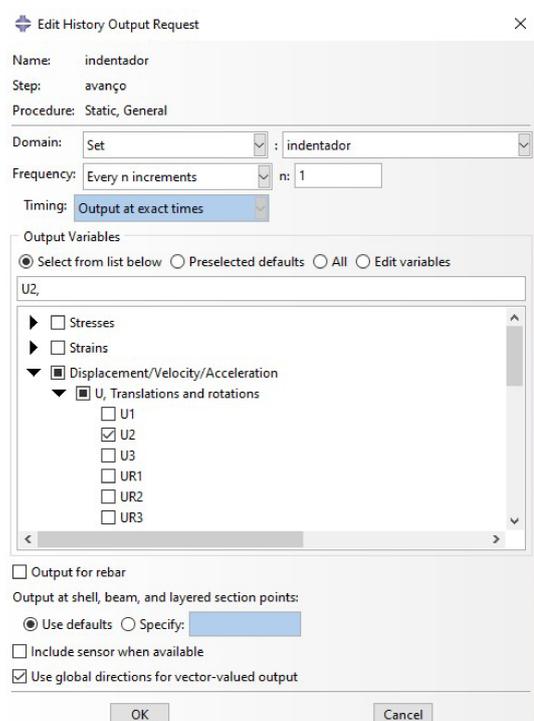


Figura 12 – Configuração da interação de contato da superfície do indentador com a superfície da amostra.

no centro do indentador e a profundidade desse ponto em relação à superfície da amostra. Na Figura 13 o campo *History Output Request* referencia a parte do modelo a ser extraído os resultados, enquanto *Step* determina o espaço de tempo em que será analisado. Neste caso, foram extraídos dados de força (Figura 13a) e deslocamento (Figura 13b) durante o período de carregamento do indentador (“*Step*: avanço”).



(a) Força na base da amostra.



(b) Deslocamento do penetrador.

Figura 13 – Configuração das variáveis de saída da simulação.

2.7 Procedimento de Simulação e Exemplo de Aplicação

Para a execução da FEA, os elementos de malha a serem gerados devem possuir um tamanho de grão que normalmente varia de alguns micrometros até algumas centenas de micrometros (CLYNE et al., 2021). O refinamento de malha foi escolhido de forma a garantir uma boa estimativa da área de contato entre indentador e amostra ao fim do ensaio de indentação. Antunes, Menezes e Fernandes (2006) conduziram uma investigação de malha para assegurar a assertividade dos resultados mantendo um bom custo computacional. Observaram que uma malha com aproximadamente 5000 elementos proporcionou uma relação adequada entre representatividade da simulação e tempo computacional. Desta maneira, optou-se pela criação de uma malha semelhante, adotando-se 4911 elementos dispostos entre geometrias triangulares e quadrilaterais. A região de maior interesse em contato com o indentador, o tamanho dos grãos foi reduzido para 0,025 mm, enquanto no restante do corpo adotou-se uma geometria triangular caracterizados pelo número de elementos (oito) com um *Bias ratio*² igual a 3.

Posteriormente, a simulação foi dividida em três fases distintas (no software denominadas *steps*): Inicial, avanço e retorno. A primeira representa o estado inicial do modelo representando o contato do indentador com a amostra. Em seguida, inicia-se o deslocamento do indentador deformando progressivamente o substrato até atingir o deslocamento máximo pré-determinado, neste caso, 0,18 mm. Por fim, a etapa de retorno consiste no descarregamento do indentador até a posição inicial para avaliação de fenômenos como *pile-up* ou *sink-in*. Essas etapas devem ser definidas para que seja possível segmentar o processo de carregamento/descarregamento do modelo, o que permite extrair informações cruciais, como a força ou deslocamento atuante em cada nó durante cada fase da simulação.

Para ilustrar a validade das simulações desenvolvidas, foi realizada uma comparação entre os perfis de calota pós-indentação oriundos da simulação e do experimento. Particularmente, considerou-se uma amostra de aço com nomenclatura 4340 28HRC, que possui as seguintes propriedades elásticas: $E = 210$ GPa, $\nu = 0,3$. Já os pares tensão \times deformação da fase plástica foram retirados de um ensaio de tração cujos resultados são mostrados na Figura 14. Mais precisamente, os seguintes valores da Tabela 2 foram adotados.

Com as propriedades elásticas e os pares de tensão \times deformação definidos, simula-se o modelo. O processo de simulação durou 2 minutos e 43 segundos. No final da fase de avanço, a distribuição de tensão ao longo do Corpo de prova é apresentada na Figura 15. Uma comparação entre as calotas reais e simulada pode ser vista na Figura

² *Bias ratio* refere-se à relação entre o tamanho dos elementos em uma região refinada e o tamanho dos elementos em um região menos refinada. Utilizado para controlar a distribuição da densidade dos elementos ao longo da malha.

Tabela 2 – Valores de tensão \times deformação utilizados na simulação.

Tensão (MPa)	Deformação (mm)
800	0,0
836	0,008
857	0,015
876	0,023
896	0,030
916	0,038
936	0,045
957	0,053
976	0,060
996	0,068

16. Vale comentar que o perfil experimental foi medido utilizando-se de o interferômetro TALYSURF CLI 2000, do fabricante Taylor Hobson no modo de medição por contato com sensor indutivo, com resolução vertical de 10 nm e alcance vertical de 0,5 mm (faixa média). Observa-se que tais perfis são similares.

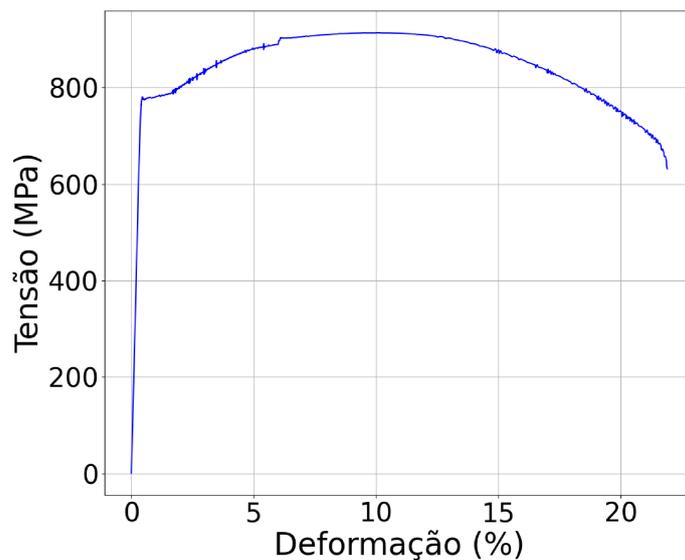


Figura 14 – Curva de resultados de um ensaio a tração.

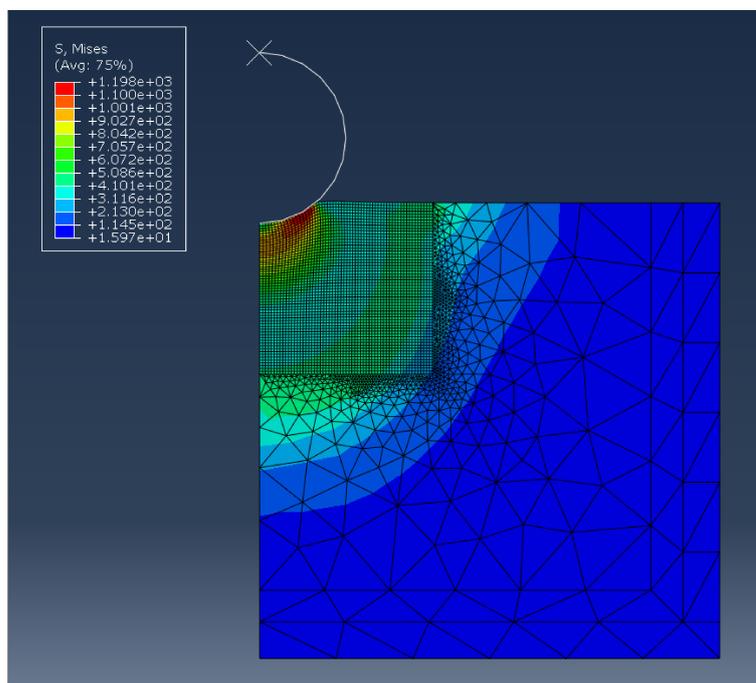


Figura 15 – Resultado de uma simulação de indentação esférica via elementos finitos.

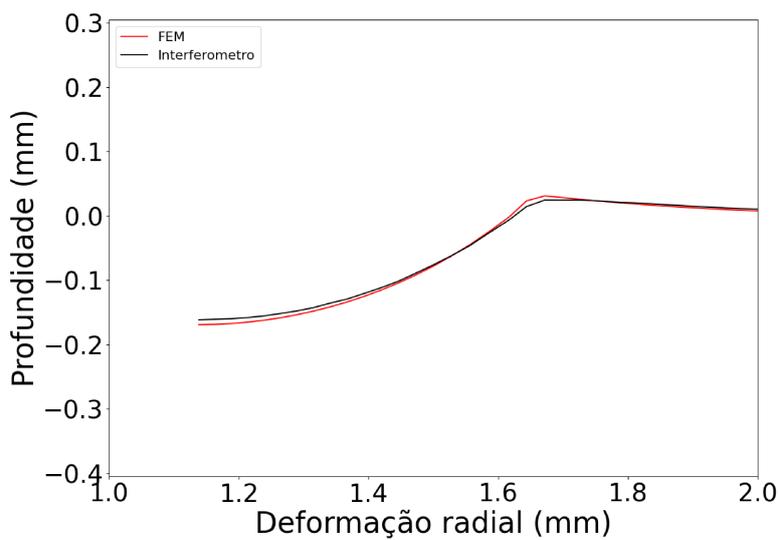


Figura 16 – Comparação entre os perfis de calota experimental e computacional.

3 Plastometria

Uma das formas de estimativa de propriedades mecânicas de materiais por meio da indentação citada na Seção 1.1.2 é a plastometria. Nessa abordagem, uma vez concluído o ensaio, utiliza-se um interferômetro para caracterizar o perfil da calota impresso ao material. Então, as propriedades da amostra simulada são ajustadas de modo a minimizar a diferença entre os perfis simulado e experimental. Com esse propósito, uma possibilidade seria minimizar a soma dos quadrados residuais dada por:

$$S = \sum_{i=1}^N (h_{i,S} - h_{i,E})^2 \quad (3.1)$$

em que $h_{i,S}$ representa a profundidade do i -ésimo elemento da simulação e $h_{i,E}$ é a profundidade experimental correspondente a esse elemento. O parâmetro N é o número total de elementos utilizado na análise. Como S possui valor dimensional, para normalização, adotou-se como métrica de minimização o seguinte termo (CAMPBELL et al., 2018):

$$S_{red} = \frac{\sum_{i=1}^N (h_{i,S} - h_{i,E})^2}{N h_{av,E}^2} \quad (3.2)$$

em que $h_{av,E}$ é a média das profundidades medidas experimentalmente. O parâmetro S_{red} é um número adimensional positivo e indica a qualidade do ajuste do modelo aos dados experimentais. Quanto mais próximo S_{red} de zero, mais o perfil simulado se assemelha ao obtido experimentalmente.

Portanto, pode-se notar que a plastometria envolve o emprego de uma técnica de otimização para minimizar o valor de S_{red} . Aqui, como variáveis de otimização, adotou-se as propriedades plásticas da amostra simulada. Mais precisamente, os parâmetros da equação de Hollomon (HOLLOMON, 1945)

$$\sigma = k \epsilon^n \quad (3.3)$$

sendo k o coeficiente de dureza e n coeficiente de encruamento, que descreve a fase plástica da curva tensão \times deformação, são variados de modo a minimizar S_{red} . Tal minimização foi realizada utilizando o algoritmo de Evolução Diferencial, que será descrita a seguir.

3.1 Evolução Diferencial

A Evolução Diferencial (ED) é um dos métodos de otimização evolucionária (CARVALHO et al., 2016). O algoritmo foi inicialmente proposto por Storn e Price (1995) e pode resultar em rápida convergência na resolução de problemas de otimização contínua. Este método se baseia nos princípios da seleção natural e da genética de populações, empregando operadores de mutação, cruzamento e seleção para criar novos indivíduos, visando encontrar aquele mais adaptado ao ambiente. O que caracteriza a ED é a utilização de uma quantidade reduzida de parâmetros, o que facilita o ajuste do algoritmo. Na ED, o processo de otimização é realizado de acordo com as seguintes etapas:

1. Inicia-se a população de forma aleatória, garantindo soluções viáveis. A população é composta por vetores $\theta_i \in \mathbb{R}^{N_{com}}$, $i = 1, 2, \dots, N_{pop}$, sendo N_{com} e N_{pop} o número de variáveis de otimização e o tamanho da população, respectivamente.
2. Avaliação da aptidão (valor de S_{red}) de cada indivíduo.
3. Seleção de um indivíduo alvo $\bar{\theta}_i$. Cada indivíduo da população ($\theta_i, i = 1, 2, \dots, N_{pop}$) atuará como um vetor alvo $\bar{\theta}_i$ passível de substituição.
4. Criação de um indivíduo doador a partir de três indivíduos distintos θ_p, θ_q e θ_r , sendo θ_p denominado genitor principal, e θ_q e θ_r genitores secundários. Tais genitores são selecionados aleatoriamente, com a condição de que nenhum deles seja igual a $\bar{\theta}_i$. Os genitores secundários são então subtraídos ($\theta_s = \theta_q - \theta_r$) e o resultado desta subtração é multiplicado pela taxa de perturbação F . Por fim, o vetor doador é calculado somando-se o genitor principal θ_p , conforme demonstração abaixo:

$$\begin{aligned}\theta_D &= \theta_p + F(\theta_q - \theta_r) \\ \theta_D &= \theta_p + F\theta_s\end{aligned}\tag{3.4}$$

5. Em seguida, é obtido um indivíduo candidato θ_C a partir de $\bar{\theta}_i$ e doador θ_D , de modo que cada componente de θ_C seja advindo de $\bar{\theta}_i$ ou de θ_D . Mais precisamente para cada componente da solução é gerado um número aleatório p e comparado com o valor da taxa de crossover CR . Caso $p < CR$ o componente é proveniente do indivíduo doador θ_D . Caso contrário, toma-se a componente de $\bar{\theta}_i$.
6. Na etapa de seleção compara-se o valor de S_{red} de θ_C com o custo associado a $\bar{\theta}_i$. Se o valor de S_{red} de $\bar{\theta}_i$ for menor, o indivíduo alvo é mantido na população. Senão, θ_C passa a fazer parte da população.
7. Caso S_{red} de qualquer indivíduo da população for menor que a tolerância do erro ϵ estipulada, neste caso $\epsilon = 10^{-3}$, o algoritmo de ED se encerra e tem como solução o indivíduo de menor custo associado.

8. Se o número de iterações for igual ao número máximo de gerações N_{Gen} com o menor valor de S_{red} o algoritmo é finalizado e retorna como solução o indivíduo de menor custo (S_{red}). Do contrário, a ED atualiza novamente os parâmetros da etapa 3 e retoma o processo de otimização.

Embora haja estudos que proponham valores típicos para F e CR , a adoção de parâmetros constantes ao longo do processo evolutivo pode não assegurar a diversidade da população ou evitar a convergência prematura. Neste sentido, o trabalho proposto por Lobato, Steffen Jr. e Lopes (2007) sugere uma atualização desses parâmetros da seguinte forma:

$$F_{g+1} = \gamma F_g (1 - F_g) \quad (3.5)$$

$$CR_{g+1} = \gamma CR_g (1 - CR_g) \quad (3.6)$$

em que F_{g+1} e CR_{g+1} representam os valores atualizados dos parâmetros na geração $g + 1$ em relação aos valores da geração g . Oliveira et al. (2006) mostrou que, para os seus estudos, a escolha dos valores F e CR deve estar compreendida entre 0,4 e 0,8. Adicionalmente, no estudo conduzido por Carvalho et al. (2016), observou-se que 47,37 % dos trabalhos analisados empregaram um valor de F na faixa de 0,7 a 0,9. Já os valores de CR mais utilizados foram de 0,1 e 0,8 com 20,45 % cada um. Diante disso, foram utilizados neste trabalho um valor inicial de 0,8 para ambos os parâmetros. Importante notar que adotou-se um valor de $\gamma = 3,57$ para garantir uma evolução caótica (OTT, 2002).

O fluxograma da Figura 17 ilustra as etapas envolvidas na implementação da ED para determinação de n e k a partir dos resultados da indentação. Nesse fluxograma, a primeira etapa consiste em importar os dados experimentais (i.e.; perfil de calota) para o ambiente de trabalho. Em seguida, cria-se a população inicial com parâmetros gerados aleatoriamente dentro de um intervalo admissível. Em particular, adotou-se um intervalo de ± 50 % dos valores nominais de n e k , quando esses parâmetros forem conhecidos. Do contrário, o valor de n é iterado entre $0 \leq n \leq 1$, representando os possíveis valores admissíveis desse parâmetro, enquanto k deve ser iterado livremente, pois não possui uma faixa de valores específica. Durante a implementação da ED, se o parâmetro n produzir resultados fora da faixa de valores admissíveis, novos resultados devem ser gerados para este indivíduo a fim de evitar possíveis erros de simulação que possam propagar uma falha no software de simulação, como por exemplo, valores de n negativos. Cada indivíduo é avaliado quanto à sua aptidão em reproduzir os dados experimentais por meio da simulação computacional da indentação e do cálculo de S_{red} . A partir daí, o processo de mutação e cruzamento é empregado para gerar novos indivíduos. A seleção dos indivíduos

é realizada com base nos menores valores de S_{red} . Este processo iterativo é repetido até que S_{red} seja menor que a tolerância definida ou que o número de gerações máximo seja atingido.

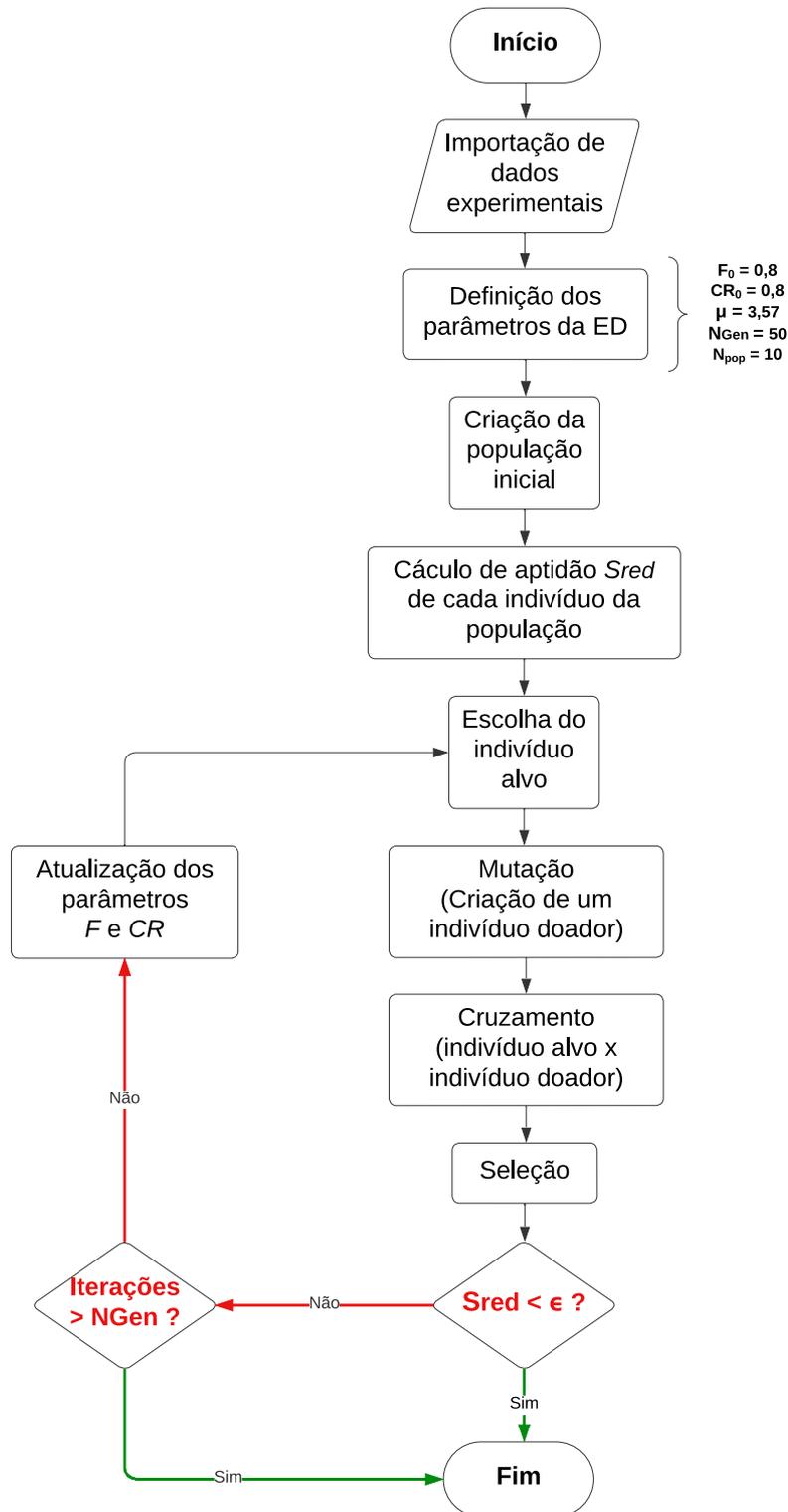


Figura 17 – Fluxograma representativo da ED.

4 Resultados

Neste capítulo apresentam-se os resultados do emprego da plastometria em três metais distintos. Em particular, na Seção 4.1 descreve-se o método de preparação de amostras. Em seguida, na Seção 4.2, detalha-se a configuração dos ensaios de indentação. Na Seção 4.3, comparam-se o perfil de calota simulado com os parâmetros obtidos no ensaio à tração e o perfil experimental. Por fim, nas Seções 4.4 e 4.5, a plastometria é utilizada para identificar os parâmetros n , k . Os valores assim identificados são comparados com valores do ensaio à tração.

4.1 Preparação das Amostras

A escolha dos materiais para o teste de indentação foi fundamentada na diversidade de propriedades mecânicas. Os materiais selecionados para análise foram o aço 4340 28 HRC, conhecido por alta resistência mecânica após tratamento térmico, a liga de níquel C22, reconhecida por resistência à corrosão, e a liga de alumínio 7050, amplamente utilizada na indústria aeroespacial devido a características como alta resistência e peso reduzido. As propriedades mecânicas desses materiais, determinadas por meio de ensaios à tração são apresentadas na Tabela 3. Os resultados dos ensaios de tração encontram-se no Apêndice A, bem como uma descrição de como foram determinados os valores da Tabela 3. A Figura 18 mostra comparações entre as curvas plásticas resultantes do ensaio à tração e as curvas geradas seguindo a equação de Hollomon (apresentada em (4.3)). Pode-se verificar que tal equação rege adequadamente o comportamento plástico do aço 4340 28 HRC e do alumínio 7050. A representatividade do comportamento plástico do níquel C22 por meio dessa equação com os parâmetros identificados conforme o Apêndice A é visivelmente inferior às demais.

Antes da realização das indentações, foram usinadas amostras com dimensões de 25 mm × 65 mm × 10 mm. Em seguida, um processo de retificação para eliminação de irregularidades superficial foi adotado. Na Figura 19 é possível observar que a amostra é posicionada sob uma base magnética para evitar que o material se mova durante o processo de retificação. Uma mangueira (visualizada em cor azul) despeja uma mistura

Tabela 3 – Propriedades mecânicas obtidas através do ensaio à tração.

Material	n	k	E (GPa)
Aço 4340 28HRC	0,14	1406	210
Níquel C22	0,44	1582	192
Alumínio 7050	0,08	713	71

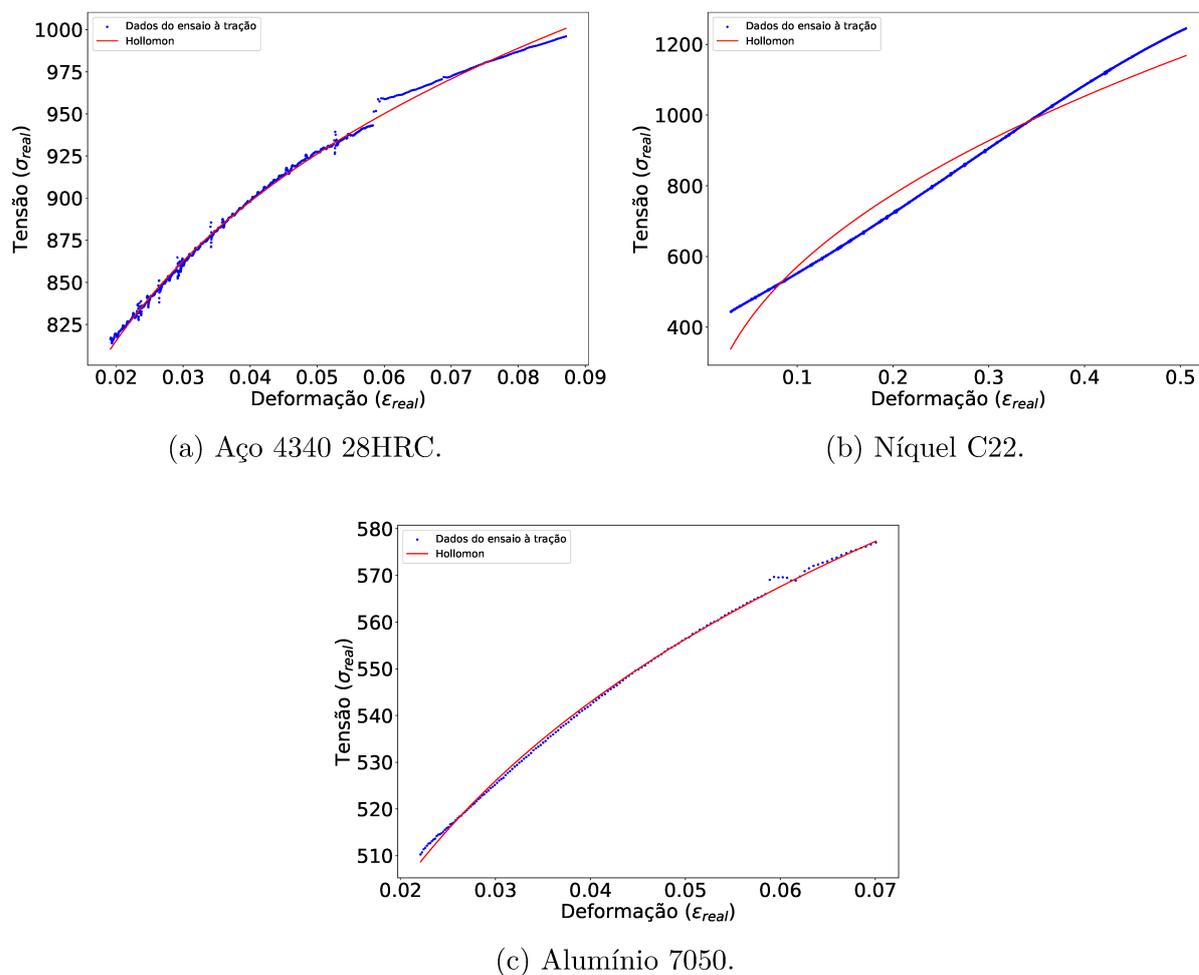


Figura 18 – Avaliação de representatividade da equação de Hollomon para o comportamento plástico dos materiais.

de água e outros componentes, com o intuito de prevenir danos à peça devido à elevada rotação do equipamento, evitando assim um superaquecimento.

Logo depois, as amostras foram submetidas a lixamentos para remoção de riscos gerados durante o processo de retificação visando a obtenção de uma superfície uniforme. Foram utilizadas lixas com granulações de 240, 360, 600 e 1200. Após o lixamento, o processo de polimento foi conduzido utilizando panos de polimento com granulações de 9 μm , 6 μm e 3 μm acompanhados de um lubrificante líquido de diamante. O equipamento utilizado durante estas duas etapas pode ser visto na Figura 20. Finalmente, as amostras passaram por uma etapa de limpeza com álcool para evitar oxidação. Com as amostras preparadas, realizaram-se os ensaios de indentação como será detalhado a seguir.



Figura 19 – Equipamento utilizado para retificação das amostras.



Figura 20 – Equipamento utilizado para lixamento e polimento das amostras.

4.2 Configuração do Ensaio de Indentação

As indentações foram realizadas no equipamento desenvolvido por Haggag e Murty (1997) (vide Figura 21). Este equipamento consiste em um penetrador esférico, uma base para fixação dos corpos de prova e os sensores para medição de força e profundidade. O ensaio pode ser configurado com múltiplas indentações (em um único local do corpo de prova) com profundidade progressivamente aumentada até um limite máximo com descarregamentos parciais intermediários. Esta profundidade máxima é definida como índice de penetração dado pela razão entre a máxima profundidade de indentação e o raio do indentador R . Em geral, para que os resultados da indentação sejam sensíveis ao comportamento do material dentro da faixa de deformação de interesse sem conhecimento prévio das características de plasticidade do material, recomenda-se um índice de penetração de aproximadamente 40 % (CAMPBELL et al., 2018). Neste trabalho, devido a limitações do equipamento, foi utilizado um índice de 24 %. Isso se deve ao fato de que, acima desse

valor, o ensaio de indentação alcança valores de força que excedem a capacidade suportada pela célula de carga.

Para realização do ensaio, é necessário definir os seguintes parâmetros: Diâmetro do indentador D e Módulo Elástico E_i do indentador, Módulo Elástico E_c e coeficiente de poisson ν do corpo de prova. Adicionalmente, é necessário definir a profundidade máxima $h_{máx}$, a força máxima $F_{máx}$ e número de ciclos de descarregamento, neste trabalho foram realizados ensaios de ciclo único. Já os demais parâmetros foram definidos da seguinte forma: $D = 1,5$ mm, $E_i = 645$ GPa, $E_c = 210$ GPa.



Figura 21 – Equipamento utilizado para realização do ensaio de indentação esférica.

Com essas configurações definidas, foram realizadas indentações nos três metais descritos na Seção 4.1. Após os ensaios, os perfis de calota resultantes foram medidos no equipamento mencionado na Seção 2.7. Esses perfis podem ser vistos na Figura 22. Para simplificar a análise, foi realizada a análise de metade do raio de calota, uma vez que os materiais investigados não exibem anisotropia e pode-se considerar simétricos.

4.3 Comparação entre os Perfis Experimentais e Simulados utilizando os Parâmetros Identificados a partir do Ensaio à Tração

A fim de verificar o comportamento do modelo computacional, realizaram-se inicialmente simulações das indentações para os três metais em análise considerando as propriedades mecânicas dos materiais apresentadas na Tabela 3.

Então, calcularam-se os valores de S_{red} para cada caso. Os valores de S_{red} são apresentados na Tabela 4 e os resultados dessas comparações podem ser vistos Figura 23.

Observa-se que a simulação apresenta resultados consistentes para o Aço 4340 28HRC e o Níquel C22, ambos materiais de alta resistência e ductilidade. Por outro lado,

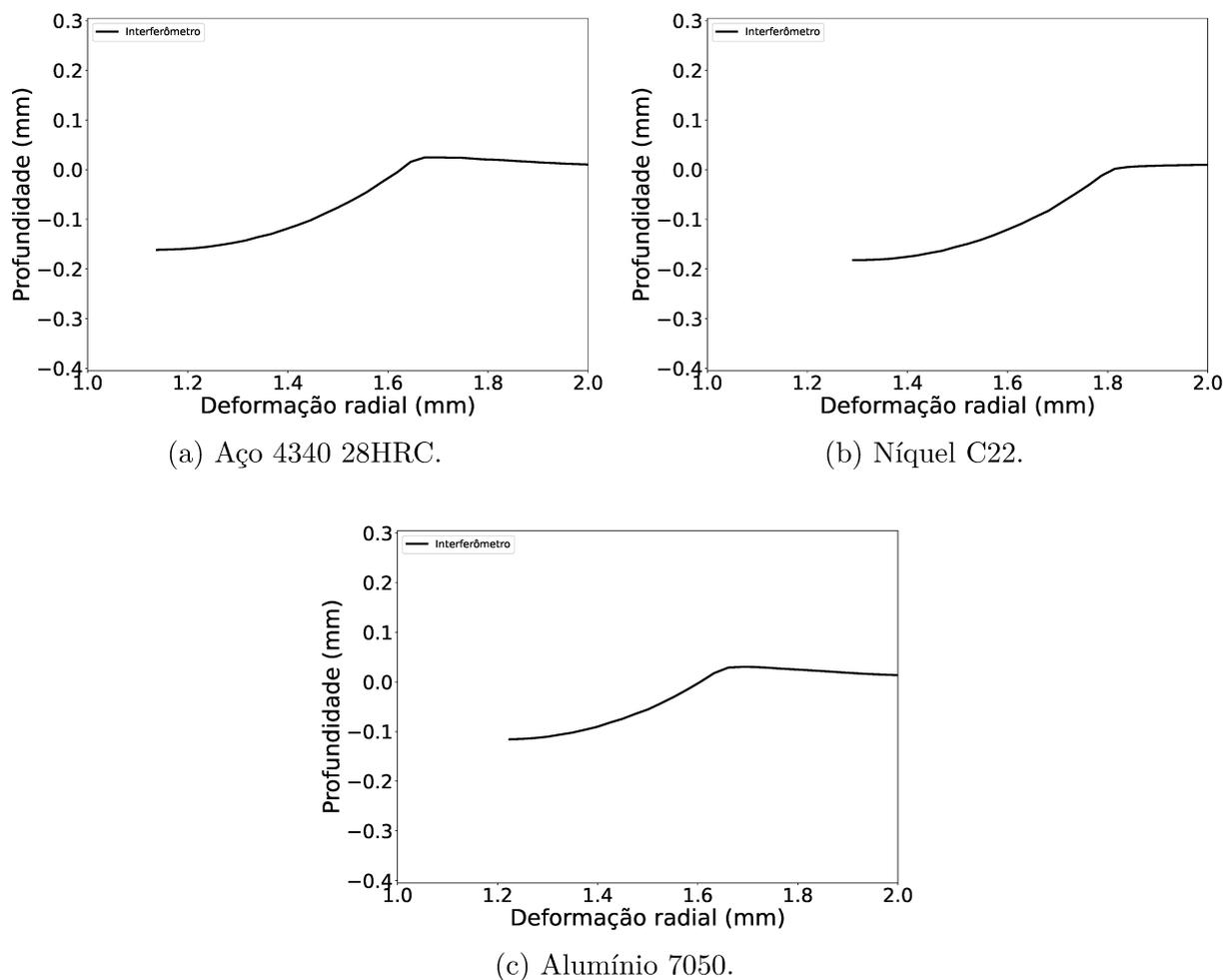


Figura 22 – Perfis de calota experimentais medidos utilizando o interferômetro TALY-SURF CLI 2000.

Tabela 4 – Valores de S_{red} obtidos com os parâmetros do ensaio à tração.

	Aço 4340 28HRC	Níquel C22	Alumínio 7050
S_{red}	0,015	0,051	6,205

a representatividade da simulação para o Alumínio 7050 foi inadequada. A dispersão entre a simulação e o ensaio pode ser atribuído ao baixo índice de encruamento do material, que resultou em uma significativa recuperação de material após a remoção do indentador, um aspecto que não foi adequadamente reproduzido pelo modelo computacional.

4.4 Determinação das Propriedades Plásticas Utilizando Plastometria

Inicialmente, a plastometria foi empregada para determinar os parâmetros da equação de Hollomon n e k . Uma vez caracterizados tais parâmetros é possível reconstruir a

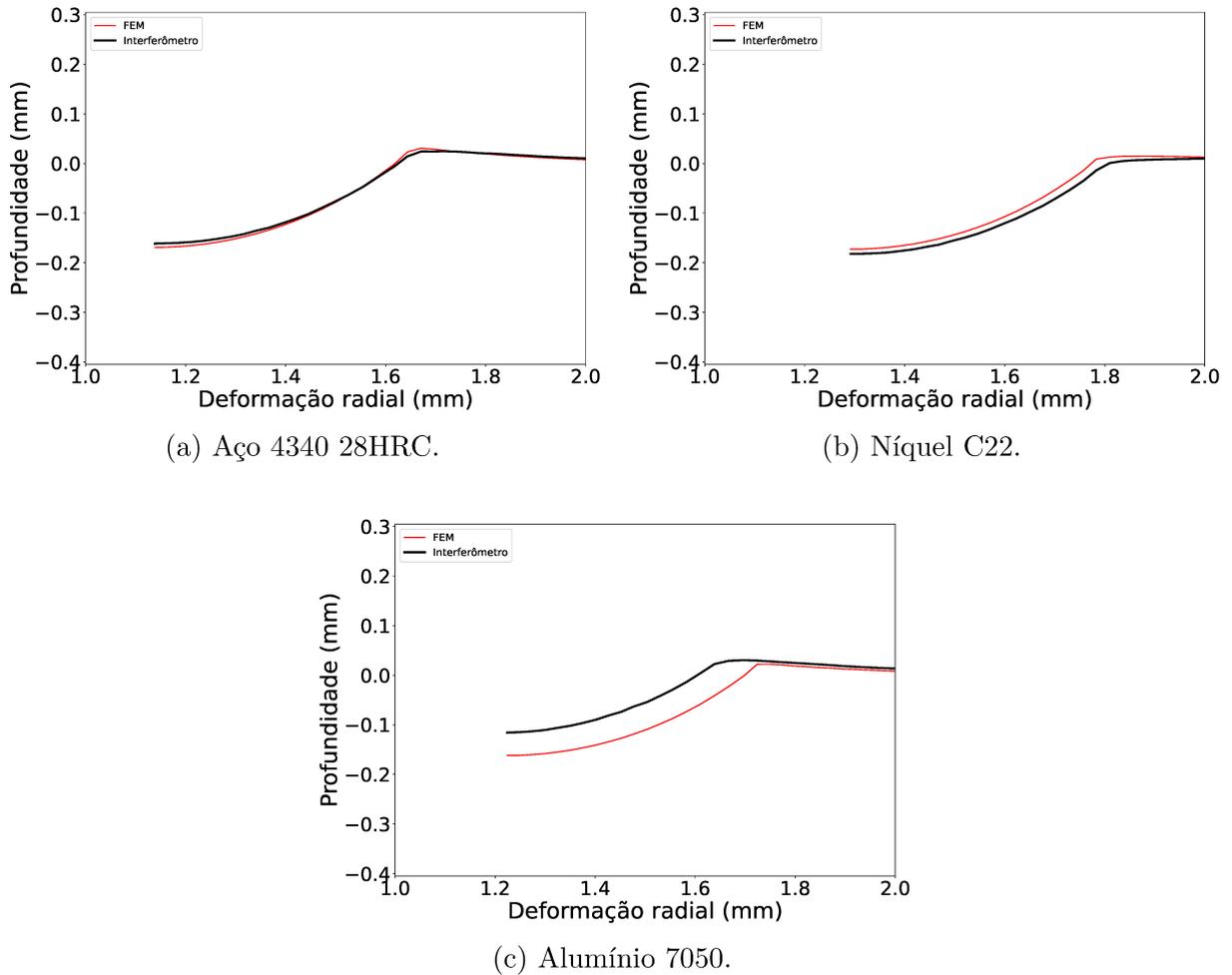


Figura 23 – Comparação de perfis de calota experimentais e simulados para os três metais em análise. Nesse caso, as simulações foram geradas utilizando os parâmetros determinados por meio do ensaio à tração.

fase plástica da curva tensão \times deformação e, assim, estimar o comportamento do material a estímulos externos. A metodologia descrita no Capítulo 3 foi implementada em Python e se encontra disponível no seguinte endereço eletrônico: <<https://github.com/SCNaves/Python-ABAQUS.git>>.

Em particular, a ED foi executada com os seguintes parâmetros: Taxa de perturbação $F = 0,8$; Probabilidade de cruzamento $CR = 0,8$; $\mu = 3,57$; Variáveis de otimização $N_{com} = 2$; Tamanho da população $N_{pop} = 10$; Número de gerações $N_{Gen} = 50$ e um delimitador $\epsilon = 0,001$. A população inicial foi gerada aleatoriamente, com os valores de n e k limitados ao intervalo de 50 % do valor real obtido via ensaio à tração. Os menores valores de S_{red} encontrados para cada metal são mostrados na Tabela 5. Já a Figura 24 mostra uma comparação entre os perfis de calota experimental e do simulado com os parâmetros identificados pela plastometria.

Verifica-se que com exceção do alumínio, que registrou uma redução no erro de

Tabela 5 – Valores de S_{red} obtidos com o algoritmo de Evolução Diferencial.

	Aço 4340 28HRC	Níquel C22	Alumínio 7050
S_{red}	0,013	0,043	3,652

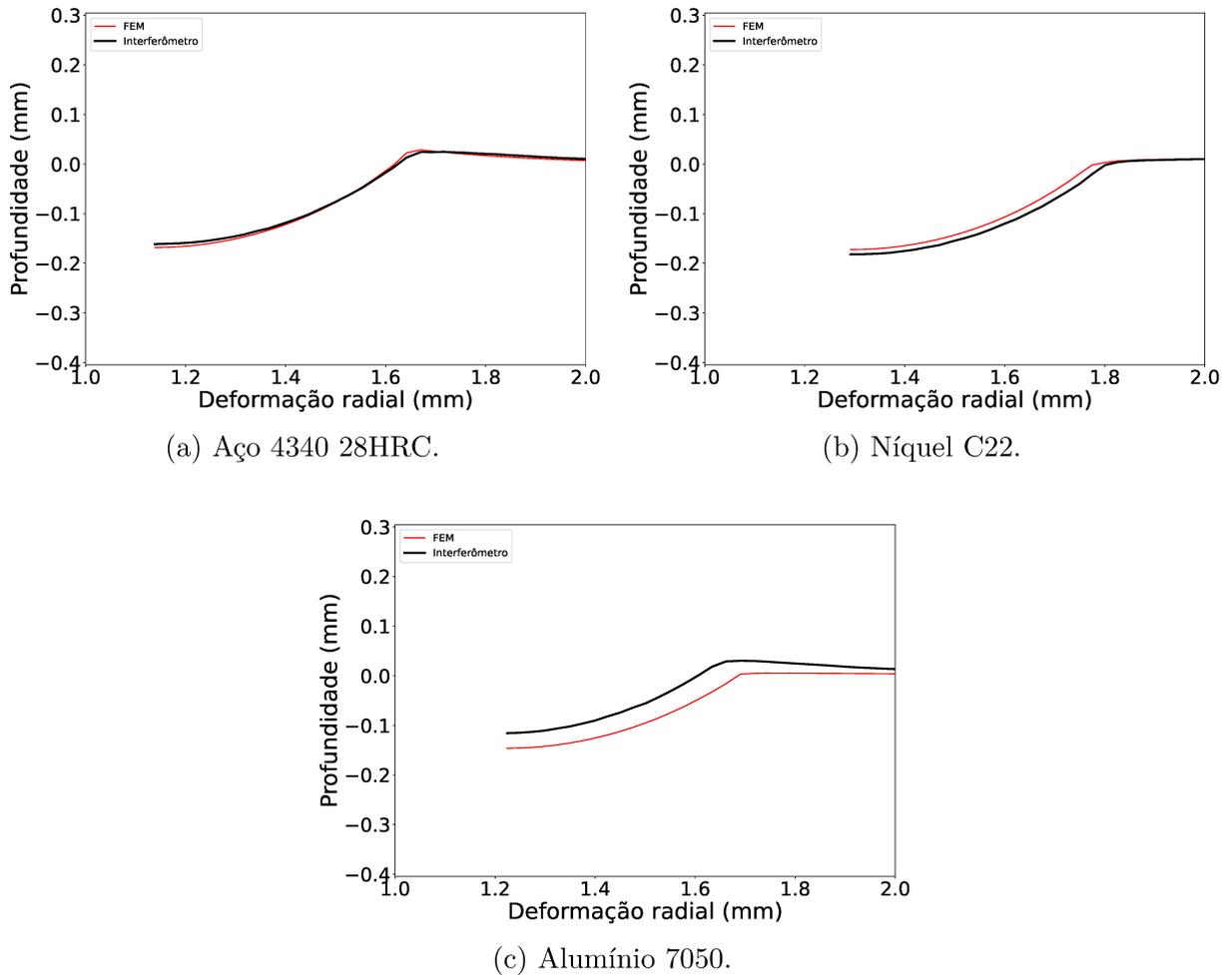


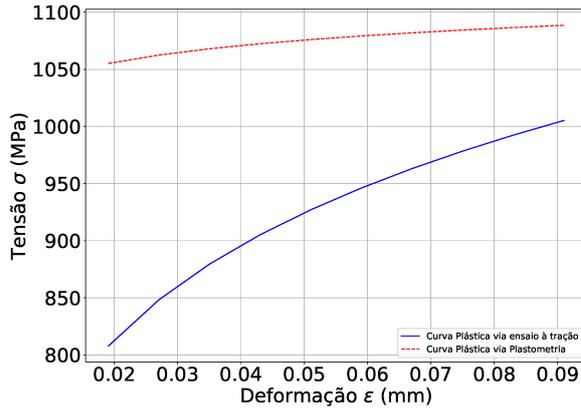
Figura 24 – Comparação de perfis de calota experimentais e simulados para os três metais em análise. Nesse caso, as simulações foram geradas utilizando os parâmetros n e k por meio da Evolução Diferencial.

41,1 %, os demais materiais apresentaram valores de S_{red} similares aos obtidos com os parâmetros do ensaio à tração. Já a Tabela 6 mostra uma comparação dos valores de n e k obtidos por meio do ensaio à tração e por meio da plastometria com a ED. Constatou-se que houve altos erros de estimativa dos parâmetros em todos os três materiais analisados. De posse dos valores otimizados de n e k , geraram-se comparações entre as fases plásticas do ensaio à tração e seguindo a equação de Hollomon via plastometria (vide Figura 25). É evidente que os parâmetros obtidos não refletem as características dos materiais analisados, exibindo um comportamento plástico que difere completamente do observado durante os ensaios à tração.

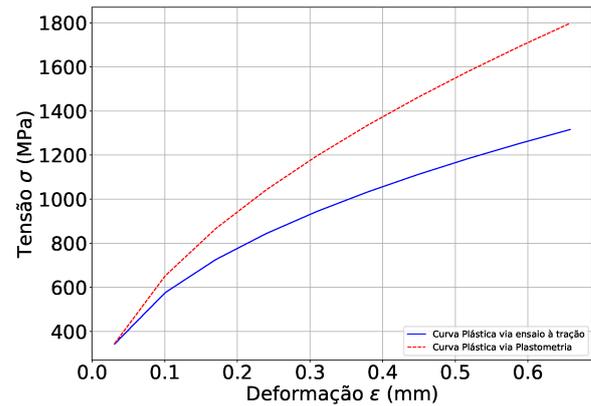
No caso do aço 4340 28HRC o erro pode ser verificado devido ao fato da unici-

Tabela 6 – Valores dos parâmetros n e k obtidos através da Evolução Diferencial.

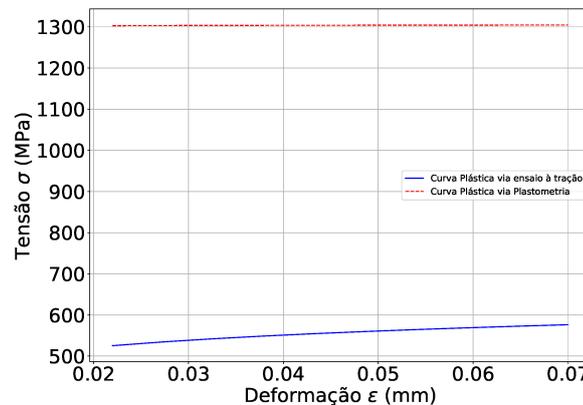
Materiais	Ensaio à tração		Plastometria		Erro (%)	
	n	k	n	k	n	k
Aço 4340 28HRC	0,14	1406	0,02	1142	85,7	18,7
Níquel C22	0,44	1582	0,54	2254	22,7	42,5
Alumínio 7050	0,08	713	0,001	1308	98,8	83,5



(a) Aço 4340 28HRC.



(b) Níquel C22.



(c) Alumínio 7050.

Figura 25 – Comparação fase plástica ensaio à tração e equação de Hollomon com os parâmetros da tabela 6.

dade do modelo. Isso se torna evidente quando durante a otimização de um ensaio de indetação, é possível encontrar materiais com propriedades elasto-plásticas distintas, mas que apresentam um comportamento de escoamento e indetação semelhantes ao desejado, embora esses materiais simplesmente não existam. Esses materiais são conhecidos por "materiais místicos" (CHEN et al., 2007). Para muitas curvas de fluxos, há uma infinidade de materiais místicos que são indistinguíveis devido ao comportamento idêntico da curva força-deslocamento durante o ensaio de indetação. Neste caso, o perfil de calota indetado é semelhante, com um baixo valor de S_{red} , mas com valores de n e k que não satisfazem o modelo. Uma metodologia para mitigar esse problema pode ser encontrada

em (ZHAO et al., 2006).

Visando aproximar as estimativas dos parâmetros em relação aos valores oriundos do ensaio à tração, o procedimento de otimização foi repetido considerando o Módulo Elástico E como uma variável de otimização, na premissa de que, ao conceder maior flexibilidade ao modelo, pode-se potencialmente obter valores mais adequados para que n e k se aproximem dos valores reais. Os resultados dessa análise são apresentados a seguir.

4.5 Determinação das propriedades plásticas e elásticas utilizando plastometria

Nesta etapa, a configuração inicial da ED e a forma de geração da população inicial descrita na seção anterior foram mantidas. Além disso, para fins de comparação, a biblioteca pyGAD <<https://pygad.readthedocs.io/en/latest/index.html>>, que é uma implementação de software livre de Algoritmo Genético (AG) para resolução de problemas de otimização, também foi empregada na minimização de S_{red} . Essa comparação tem como objetivo validar os resultados estimados da ED em relação a uma implementação conhecida de algoritmo genético. Para fins de reprodutibilidade, as configurações adotadas para tal biblioteca são apresentadas a seguir: *num generations* = 50; *num parents mating* = 2; *sol per pop* = 10; *num genes* = 3 (limitando-os ao intervalo de 50 % do valor real obtido à tração); *parallel processing* = 5; *keep parents* = 2; *parent selection type* = 'sss' (default); *crossover type* = 'single point'; *mutation type* = 'random'.

A Tabela 7 apresenta uma comparação dos valores de S_{red} obtidos com os parâmetros do ensaio à tração, com a ED e com o AG. Vale ressaltar que, neste caso, as variáveis de otimização eram n , k e E . Pode-se constatar que adicionar o módulo elástico como variável de otimização permitiu reduzir os valores de S_{red} . Mais ainda, os valores produzidos pela ED estão condizentes com os valores gerados pelo AG, o que indica que a implementação da ED está adequada. Comparações entre os perfis de calota simulado e experimental após a otimização encontram-se na Figura 26.

Tabela 7 – Valores de S_{red} obtidos para cada uma das implementações adotadas utilizando n , k e E como variáveis de otimização.

Materiais	Ensaio à tração	ED	AG
Aço 4340 28HRC	0,015	0,009	0,011
Níquel C22	0,051	0,028	0,033
Alumínio 7050	6,205	0,905	2,0

Comparações entre os valores das propriedades mecânicas do ensaio à tração, e da plastometria (tanto para a ED quanto para o AG) encontram-se nas Tabelas 8, 9 e 10 para os três metais analisados (respectivamente aço, níquel e alumínio). Verifica-se que os

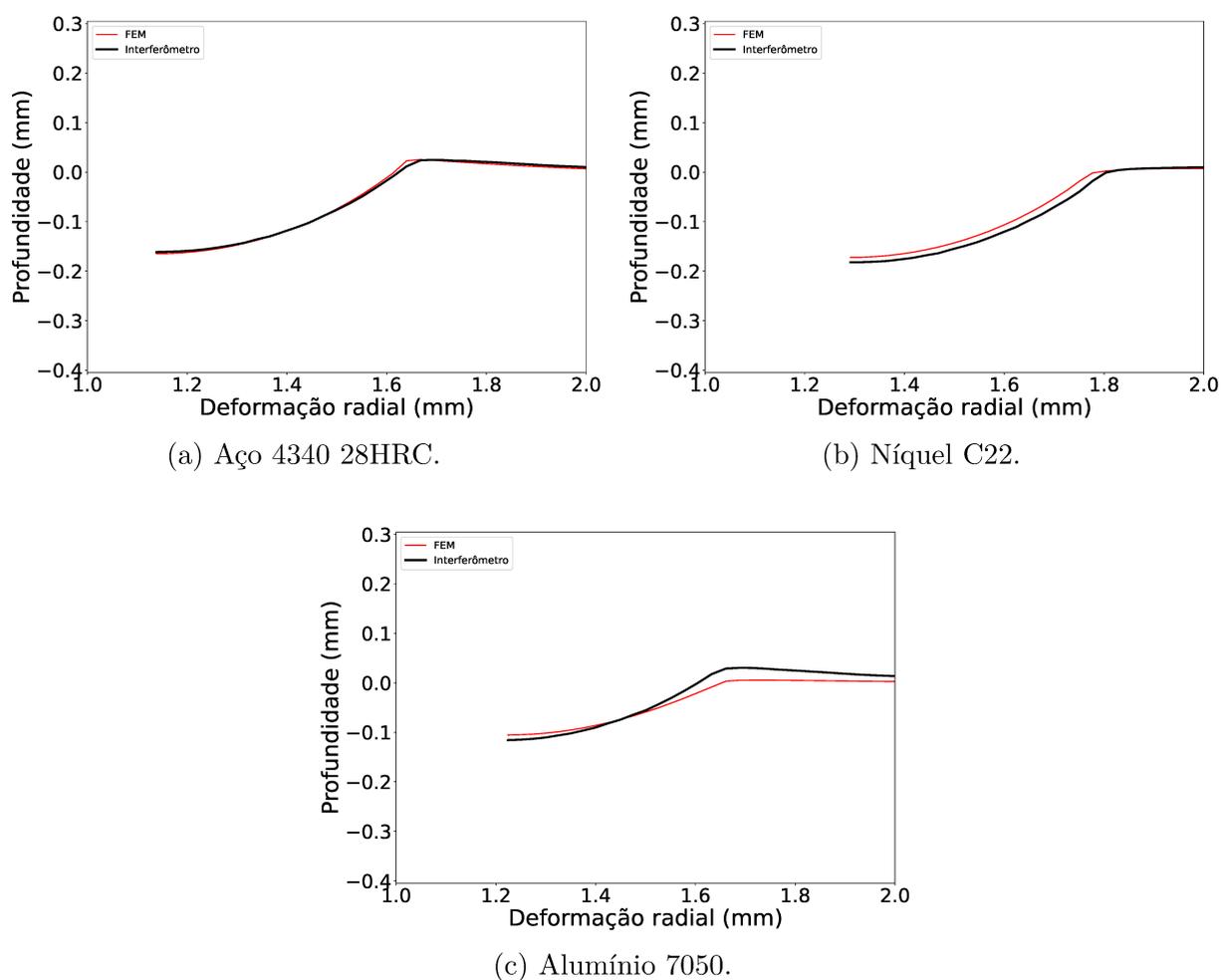


Figura 26 – Comparação de perfis de calota experimentais e simulados para os três metais em análise. Nesse caso, as simulações foram geradas utilizando os parâmetros n , k e E por meio da Evolução Diferencial.

erros de estimativa de n e k caíram consideravelmente ao se também otimizar o valor de E . Já o erro de estimativa do módulo elástico, apesar de alto, não deve ser considerado relevante neste tipo de ensaio, tendo em vista que, o ensaio de indentação não descreve propriamente o comportamento elástico do material, ao fato de que, uma pequena força de pré-carga já caracteriza uma deformação plástica no corpo de prova.

Tabela 8 – Valores dos parâmetros otimizados para o Aço 4340 28HRC.

Parâmetros	Ensaio à tração	ED	Erro (%)	AG	Erro (%)
n	0,14	0,20	42,9	0,17	21,4
k	1406	1309	6,9	1497	6,5
E	210	111	47,1	162	22,9

Em seguida, foram utilizados os valores encontrados de n e k com a ED para fazer comparações entre a fase plástica do ensaio à tração com a fase definida pela equação de

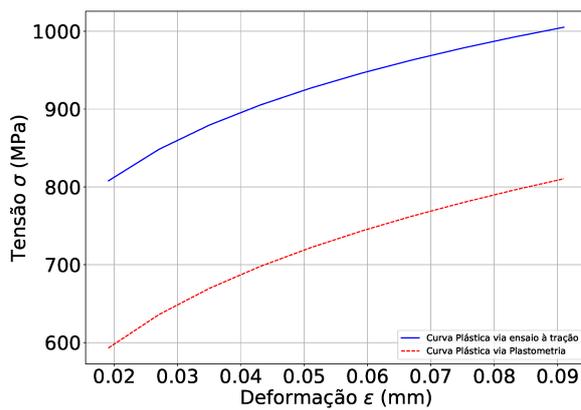
Tabela 9 – Valores dos parâmetros otimizados para o Níquel C22.

Parâmetros	Ensaio à tração	ED	Erro (%)	AG	Erro (%)
n	0,44	0,40	9,1	0,44	0,0
k	1582	2206	39,4	2329	47,2
E	192	228	18,8	286	49,0

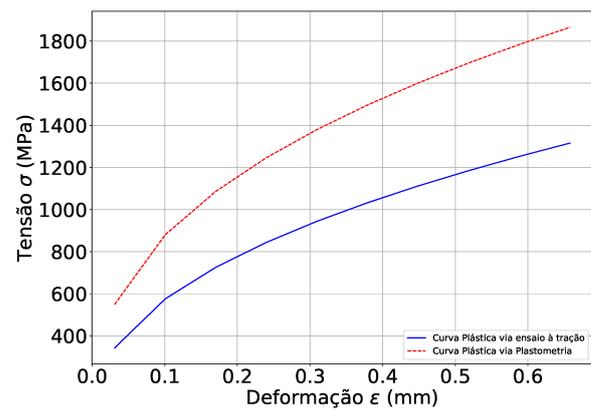
Tabela 10 – Valores dos parâmetros otimizados para o Alumínio 7050.

Parâmetros	Ensaio à tração	ED	Erro (%)	AG	Erro (%)
n	0,08	0,08	0,0	0,07	12,5
k	713	718	0,7	1143	60,3
E	71	122	71,8	35	50,7

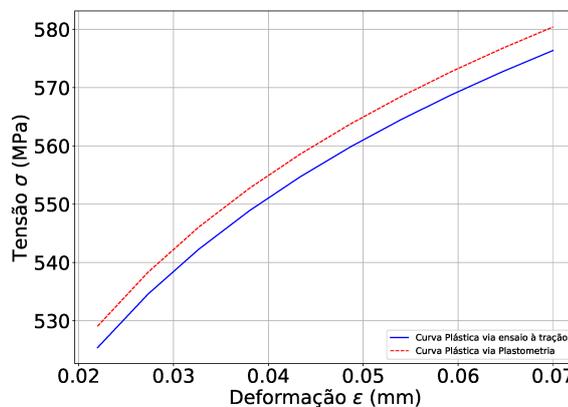
Hollomon. As Figuras 27a, 27b e 27c demonstram as curvas obtidas para cada um dos corpos de prova.



(a) Aço 4340 28HRC.



(b) Níquel C22.



(c) Alumínio 7050.

Figura 27 – Comparação fase plástica ensaio à tração e equação de Hollomon com os parâmetros otimizados pela ED.

Observa-se que nesse cenário a plastometria com a ED gerou resultados que se aproximam dos valores plásticos quando comparados ao caso anterior. No caso do alumínio, verifica-se que curvas (do ensaio de tração e da equação de Hollomon) são similares. Por outro lado, no caso do aço, uma discrepância no valor do coeficiente de encruamento n resultou em uma translação da curva plástica abaixo da nominal, enquanto que para o níquel, a dispersão do coeficiente k resultou em uma inclinação da curva de fluxo em relação ao esperado.

O afastamento das curvas plásticas se mostrou mais significativo para o níquel C22, o qual demonstrou uma menor concordância entre a curva de fluxo e os pontos plásticos observados no material (Figura 18b). Isso destaca a importância de escolher uma curva de fluxo que seja representativa ao comportamento plástico do material, a fim de realizar uma estimativa precisa das propriedades mecânicas. Como alternativa, a análise da região plástica utilizando as curvas de Ramberg e Osgood (1943) e Voce (1948) pode ser considerada.

5 Conclusão

Primeiramente geradas as comparações entre os perfis de calota experimental e simulado com os parâmetros determinados a partir do ensaio à tração. Verificou-se que o modelo apresentou boa representação nos resultados para o Níquel C22 e o Aço 4340 de dureza 28HRC. No entanto, a representatividade para o Alumínio 7050 foi pouco precisa devido ao alto valor de S_{red} registrado.

Então, adotando apenas n e k como variáveis de otimização da ED, a plastometria resultou em valores inadequados para as propriedades mecânicas e, conseqüentemente, em uma baixa representatividade da fase plástica da curva tensão \times deformação dos três materiais analisados, muito embora tenha gerado valores inferiores de S_{red} em relação aos determinados com as propriedades do ensaio à tração. Isso pode estar associado com a existência de "materiais místicos", como descrito em Chen et al. (2007).

Para mitigar o problema, a inclusão de E como variável de otimização foi realizada. Constatou-se que o modelo experimental se adequou significativamente ao experimental considerando o baixo valor de S_{red} obtido. O erro de k para o aço foi de 6,5 % para o AG e de 6,9 % na abordagem da ED, enquanto o valor de n para o níquel foi estimado com um erro de 9,1 %. Notavelmente, o algoritmo genético foi capaz de estimar corretamente o valor desse parâmetro. Ainda mais, os parâmetros n e k do Alumínio 7050 foram estimados com precisão para a ED, com um erro abaixo de 1 %.

A análise dos resultados obtidos ressaltou a importância da seleção adequada da curva de fluxo que represente os dados plásticos originais dos materiais, bem como a necessidade de investigar e mitigar os problemas de unicidade na otimização. Trabalhos futuros podem se concentrar na investigação da unicidade do problema e na seleção adequada de curvas de fluxo específicas para cada tipo de material.

Referências

- ANTUNES, J.; MENEZES, L.; FERNANDES, J. Three-dimensional numerical simulation of vickers indentation tests. *International Journal of Solids and Structures*, Elsevier, v. 43, n. 3-4, p. 784–806, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2005.02.048>>.
- ARUNKUMAR, S. A review of indentation theory. *Materials Today: Proceedings*, Elsevier, v. 5, n. 11, p. 23664–23673, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.matpr.2018.10.156>>.
- ASHBY, M. F.; JONES, D. R. *Engineering materials 1: an introduction to properties, applications and design*. 8. ed. Oxford, UK: Elsevier, 2012. v. 1.
- ASKELAND, D. R.; WRIGHT, W. J. *Ciência e engenharia dos materiais*. 4. ed. São Paulo, Brasil: Cengage Learning, 2019.
- ASTM - *American Society for Testing and Materials*. *ASTM International*. 1898. West Conshohocken, PA. Disponível em: <<https://br.astm.org/pt/standards/>>.
- CALLISTER, W.; RETHWISCH, D. *Ciência e Engenharia dos Materiais: Uma Introdução*. 8. ed. Rio de Janeiro: Grupo Editorial Nacional (GEN), 2012.
- CAMPBELL, J. et al. Experimental and computational issues for automated extraction of plasticity parameters from spherical indentation. *Mechanics of Materials*, Elsevier, v. 124, p. 118–131, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2018.06.004>>.
- CAO, Y.; QIAN, X.; HUBER, N. Spherical indentation into elastoplastic materials: Indentation-response based definitions of the representative strain. *Materials Science and Engineering*, Elsevier, v. 454, p. 1–13, 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.msea.2007.01.002>>.
- CARVALHO, L. et al. Evolução diferencial: Características dos métodos de solução para a programação da produção em ambientes flow shop permutação. *XXXVI Encontro Nacional de Engenharia Elétrica de Produção, ENEGEP*, João Pessoa, PB, 2016.
- CHEN, X. et al. On the uniqueness of measuring elastoplastic properties from indentation: the indistinguishable mystical materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Elsevier, v. 55, n. 8, p. 1618–1660, 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jmps.2007.01.010>>.
- CLYNE, T. W. et al. Profilometry-based inverse finite element method indentation plastometry. *Advanced Engineering Materials*, Wiley Online Library, v. 23, n. 9, p. 2100437, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/adem.202100437>>.
- DEAN, J.; CLYNE, T. Extraction of plasticity parameters from a single test using a spherical indenter and FEM modelling. *Mechanics of Materials*, Elsevier, v. 105, p. 112–122, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2016.11.014>>.
- DIETER, G. E.; BACON, D. *Mechanical metallurgy*. New York: McGraw-hill New York, 1976. v. 3.

- GOKHALE, N. S. *Practical finite element analysis*. Maharashtra, India: Finite to infinite, 2008.
- HAGGAG, F. M.; MURTY, K. L. A novel stress-strain microprobe for nondestructive evaluation. *Nondestructive Evaluation and Materials Properties III, The Minerals, Metals & Materials Society*, The Minerals, Metals Materials Society, p. 1–6, 1997.
- HAY, J. Introduction to instrumented indentation testing. *Society for Experimental Mechanics*, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1747-1567.2009.00541.x>>.
- HOLLOMON, J. H. Tensile deformation. *Aime Trans*, v. 12, n. 4, p. 1–22, 1945.
- ISO 14577-1. *Metallic materials - Instrumented indentation test for hardness and materials parameters*. 2. ed. Vernier, Geneva, Switzerland, 2015.
- KUCHARSKI, S.; MRÓZ, Z. Identification of plastic hardening parameters of metals from spherical indentation tests. *Elsevier*, Poland, 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.1375161>>.
- LAW, A. M.; KELTON, W. D. *Simulation Modeling and Analysis*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 2007.
- LEE, J. H.; KIM, T.; LEE, H. A study on robust indentation techniques to evaluate elastic-plastic properties of metals. *International Journal of Solids and Structures*, Elsevier, v. 47, n. 5, p. 647–664, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2009.11.003>>.
- LEE, J.-S. et al. An instrumented indentation technique for estimating fracture toughness of ductile materials: A critical indentation energy model based on continuum damage mechanics. *Acta materialia*, Elsevier, v. 54, n. 4, p. 1101–1109, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.actamat.2005.10.033>>.
- LI, Y. et al. Improvement of predicting mechanical properties from spherical indentation test. *International Journal of Mechanical Sciences*, Elsevier, v. 117, p. 182–196, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.08.019>>.
- LOBATO, F. S.; Steffen Jr., V.; LOPES, L. C. *Uma Abordagem Evolutiva Baseada em Modelos Caóticos de Busca Associado ao Algoritmo de Evolução Diferencial*. Universidade Federal de Uberlândia: PosMec, 2007.
- NBR ISO 6892. *Materiais metálicos - Ensaio de Tração à temperatura ambiente*. 2002. ABNT, Rio de Janeiro.
- OLIVEIRA, G. T. d. S. et al. Estudo e aplicações da evolução diferencial. Universidade Federal de Uberlândia, 2006.
- OLIVER, W. C.; PHARR, G. M. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments. *Journal of materials research*, Cambridge University Press, v. 7, n. 6, p. 1564–1583, 1992. Disponível em: <<https://doi.org/10.1557/JMR.1992.1564>>.
- OTT, E. *Chaos in dynamical systems*. 2. ed. University of Maryland, College Park: Cambridge university press, 2002.

RAMBERG, W.; OSGOOD, W. R. *Description of stress-strain curves by three parameters*. US Government, 1943.

SHACKELFORD, J. F. *Ciência dos Materiais*. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

SMITH, W. F.; HASHEMI, J. *Fundamentos de engenharia e ciência dos materiais*. 5. ed. Porto Alegre, RS: Amgh Editora, 2013.

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*, Springer, v. 11, p. 341–359, 1995. Disponível em: <<https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>>.

VOCE, E. The relationship between stress and strain for homogeneous deformation. *Journal of the Institute of Metals*, v. 74, p. 537–562, 1948.

ZHANG, T.; WANG, S.; WANG, W. A comparative study on fracture toughness calculation models in spherical indentation tests (sits) for ductile metals. *International Journal of Mechanical Sciences*, Elsevier, v. 160, p. 114–128, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.06.035>>.

ZHAO, M. et al. A new approach to measure the elastic–plastic properties of bulk materials using spherical indentation. *Acta Materialia*, Elsevier, v. 54, n. 1, p. 23–32, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.actamat.2005.08.020>>.

Apêndices

APÊNDICE A – Estimativa de propriedades mecânicas a partir da curva tensão \times deformação do ensaio à tração

Considere os resultados de ensaio de tração mostrados na Figura 28. A partir desses resultados, tem-se a necessidade de convertê-los de dados de engenharia (obtidos no ensaio) para valores verdadeiros. Isso permite uma representação mais precisa do comportamento do material, de modo a realizar a extração de propriedades mecânicas. Isso acontece, pois a tensão real considera a dimensão real do corpo de prova, ou seja, a medida que a força aumenta o comprimento do corpo de prova começa a aumentar, enquanto a área da seção transversal começa a diminuir. Dessa maneira, a tensão real é calculada pela força aplicada dividida pela área real da seção transversal, ao passo que a tensão de engenharia utiliza sempre da dimensão original do corpo de prova. As tensões e deformações verdadeiras podem ser relacionadas com as de engenharia seguindo as expressões

$$\sigma_v = \sigma(1 + \epsilon) \quad (\text{A.1})$$

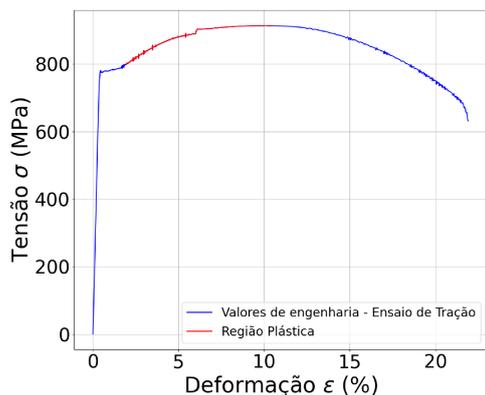
$$\epsilon_v = \ln(1 + \epsilon) \quad (\text{A.2})$$

Cabe salientar que as equações utilizadas são aplicáveis somente até o início da estricção do material. Após esse ponto, a determinação da tensão e deformação verdadeiras requer cálculos baseados na carga aplicada, na área da seção transversal e no comprimento útil real. Isso se deve ao fato de que a área da seção transversal do material diminui rapidamente na região de estricção, onde ocorre a deformação (CALLISTER; RETHWISCH, 2012).

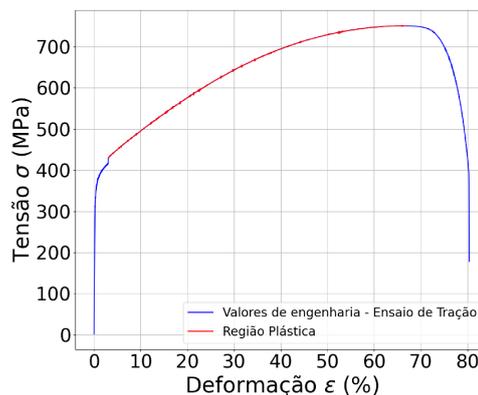
A curva tensão \times deformação verdadeira é frequentemente denominada curva de fluxo (*flow curve*), pois fornece a tensão necessária para fazer o metal fluir plasticamente para uma determinada deformação (DIETER; BACON, 1976). Foram propostas diferentes equações empíricas para descrever a fase plástica do material da curva de fluxo. Essa região é destacada em vermelho na Figura 28. A mais comum é dada por (HOLLOMON, 1945)

$$\sigma = k\epsilon^n \quad (\text{A.3})$$

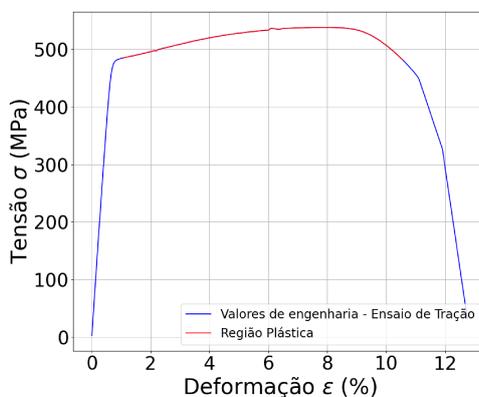
em que k é o coeficiente de dureza e é medido quando $\epsilon = 1$. Já coeficiente de encruamento n é o coeficiente angular de uma reta no gráfico de $\log \sigma_{real} \times \log \epsilon_{real}$. Esta equação só é



(a) Curva referente ao aço 4340 28HRC.



(b) Curva referente ao níquel C22.



(c) Curva referente ao alumínio 7050.

Figura 28 – Resultados dos ensaios de tração em três tipos diferentes de metais.

válida desde o início do escoamento plástico até a carga máxima em que o corpo de prova começa a estrangular. Então, a partir dos dados de engenharia provenientes de um ensaio à tração, primeiro é realizada a conversão para os valores verdadeiros de tensão e deformação e, posteriormente, são calculados os valores de k e n com base nessas definições.