

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica**

Rodrigo Lira Reis Neves

**ANÁLISE NUMÉRICA ESTRUTURAL ENTRE MODELOS DE
ELEMENTOS DE PLACA E SÓLIDO UTILIZANDO UMA
VIGA DE PERFIL “C”**

Uberlândia - MG
2024

RODRIGO LIRA REIS NEVES

**ANÁLISE NUMÉRICA ESTRUTURAL ENTRE MODELOS DE
ELEMENTOS DE PLACA E SÓLIDO UTILIZANDO UMA VIGA DE
PERFIL “C”**

**PROJETO DE CONCLUSÃO DE
CURSO** apresentado ao Programa de
graduação em Engenharia Aeronáutica da
Universidade Federal de Uberlândia, como
parte dos requisitos para a obtenção do título
de **BACHAREL EM ENGENHARIA
AERONÁUTICA**.

Área de concentração: Estruturas de Aero-
naves, Fadiga e Simulação Numérica.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Lourenço
de Souza

Uberlândia - MG
2024

RODRIGO LIRA REIS NEVES

**ANÁLISE NUMÉRICA ESTRUTURAL ENTRE MODELOS DE
ELEMENTOS DE PLACA E SÓLIDO UTILIZANDO UMA VIGA DE
PERFIL “C”**

**PROJETO DE CONCLUSÃO DE
CURSO** apresentado ao Programa de
graduação em Engenharia Aeronáutica da
Universidade Federal de Uberlândia, como
parte dos requisitos para a obtenção do título
de **BACHAREL EM ENGENHARIA
AERONÁUTICA**.

Uberlândia, 23 de Abril de 2024

BANCA EXAMIDADORA:

Prof. Dr. Fernando Lourenço de Souza
FEMEC / UFU (Orientador)

Eng. Me. Elton Franco de Magalhães
BOEING

Prof. Dr. Giuliano Gardolinski Venson
FEMEC / UFU

Prof. Me. Thiago Gomes Cardoso
CEFET - MG

**Uberlândia - MG
2024**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica
Rodovia BR 050, KM 78, Bloco 1D, 2º andar - Bairro Glória, Uberlândia-MG, CEP 38400-902

Telefone: (34) 2512-6768 - www.mecanica.ufu.br - coceaero@mecanica.ufu.br



ATA DE DEFESA - GRADUAÇÃO

Curso de Graduação em:	ENGENHARIA AERONÁUTICA				
Defesa de:	PROJETO DE CONCLUSÃO DE CURSO - FEMEC43100				
Data:	23/04/2024	Hora de início:	15:00	Hora de encerramento:	16:40
Matrícula do Discente:	11821EAR002				
Nome do Discente:	RODRIGO LIRA REIS NEVES				
Título do Trabalho:	Análise Numérica Estrutural entre Modelos de Elementos de Placa e Sólido Utilizando uma Viga de Perfil "C".				
A carga horária curricular foi cumprida integralmente?	<input checked="" type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não				

Reuniu-se remotamente por meio da plataforma Microsoft Teams, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica, assim composta: Professores: Giuliano Gardolinski Venson- FEMEC/UFU; Thiago Gomes Cardoso - CEFET/MG, Eng. Me. Elton Franco de Magalhães - BOEING e Fernando Lourenço de Souza - FEMEC/UFU, orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos, o(a) presidente da mesa, Dr. Fernando Lourenço de Souza, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato(a), agradeceu a presença do público, e concedeu ao discente a palavra, para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do curso.

A seguir o senhor presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir o candidato. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

(x) Aprovado Nota 85,0

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Fernando Lourenço de Souza**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 23/04/2024, às 16:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Giuliano Gardolinski Venson, Professor(a) do Magistério Superior**, em 23/04/2024, às 16:37, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Thiago Gomes Cardoso, Usuário Externo**, em 23/04/2024, às 16:37, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5359262** e o código CRC **4BE96324**.

Referência: Processo nº 23117.078629/2023-58

SEI nº 5359262

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

N518 2024	<p>Neves, Rodrigo Lira Reis, 1999- Análise Numérica Estrutural entre Modelos de Elementos de Placa e Sólido Utilizando uma Viga de Perfil "C" [recurso eletrônico] / Rodrigo Lira Reis Neves. - 2024.</p> <p>Orientador: Fernando Lourenço de Souza. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Uberlândia, Graduação em Engenharia Aeronáutica. Modo de acesso: Internet. Inclui bibliografia. Inclui ilustrações.</p> <p>1. Aeronáutica. I. Souza, Fernando Lourenço de, 1980- (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Graduação em Engenharia Aeronáutica. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 629.7</p>
--------------	--

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074

*Ao meu Padrinho, Vitor Emilio Alves,
que hoje luta contra o câncer.*

Agradecimentos

Gostaria de fazer alguns agradecimentos:

Aos professores e técnicos da FEMEC, bem como aos servidores da Universidade Federal de Uberlândia pelo trabalho e luta em prol da educação pública.

Aos meus colegas de faculdade que me proporcionaram momentos incríveis e que fizeram parte do meu sonho. Um abraço especial aos amigos Alan Fernandes, Estevan Rezende, Gustavo Monteiro e Weisler Filho.

À EPTA, equipe de extensão que me proporcionou experiências únicas e pude aprender, contribuir e me desenvolver como profissional e pessoa. Ao professor tutor Alexandre Zuquete pelo apoio durante o tempo na equipe.

Ao orientador deste trabalho, professor Dr. Fernando, pela oportunidade e ao trabalho realizado ministrando a matéria de Fadiga.

A todos colegas de trabalho e parceria da Embraer. Dentre esses à Anne Beatriz pelo comprometimento e parceria durante os estudos no Estágio, ao Elton Franco, Hideki Utani, Tainã Ubirajara pelas contribuições e discussões.

Aos meus familiares, meus elementos estruturais principais. Em especial, um abraço aos meus queridos pais, Rejane Lira e Ricardo Lira, pelo grande apoio e formação de caráter. E, à minha irmã, Carol Lira, pela confiança e suporte. Pessoas exemplares das quais, diversas vezes, senti saudade durante a faculdade. Novamente, ao meu pai, dessa vez como professor Dr. Ricardo Lira, pelas correções e sugestões feitas neste trabalho e pela inspiração como pesquisador, dadas tribulações e desafios para a produção e pesquisa pública no Brasil.

À Virgínia Araújo pelo companheirismo, suporte emocional e lealdade. Durante os altos e baixos da minha jornada, esteve ao meu lado, sendo não apenas uma companheira, mas também uma fonte constante de inspiração, encorajamento e conforto.

Resumo

Este trabalho apresenta um estudo acerca da análise de tensão em vigas de perfil “C” utilizando modelos de elementos de placa e modelos de elementos sólidos. A pesquisa realizada neste estudo tem relevância para o desenvolvimento de produtos na engenharia aeronáutica, especialmente no que diz respeito à análise de tensão em vigas de perfil “C” e sua aplicação em estruturas de aeronaves. Aborda-se a necessidade de soluções baseadas em modelos globais compostos por elementos de placa e propõe-se a variação de parâmetros como o raio para avaliação da correlação entre as tensões dos diferentes métodos de modelagem. A metodologia aborda o uso de corpos de prova virtuais, em que se usa o modelo de placas como *baseline* com uma análise de convergência de tensões. Os resultados avaliaram a diferença entre as tensões obtidas entre os diferentes modelos propondo a utilização de um *fator de incremento de tensão* K_i e demonstram que o modelo de elementos sólidos é mais conservativo para a análise da tensão máxima na região central (vértice) de uma viga perfil “C” e que o modelo de placas se mostrou mais conservativo para a análise das tensões no raio da mesma região. Nota-se a relevância do nível de refinamento e a sua relação com o custo computacional associado à precisão numérica das análises. Destaca-se a importância da fidelidade das condições de contorno e das condições de aplicação da carga para garantir resultados precisos e confiáveis. O fator K_i pode ser utilizado como correção de tensão entre modelos uma vez que o problema esteja modelado conforme estudos prévios. Além disso, são apontadas sugestões para trabalhos futuros, como a variação de parâmetros, o refinamento local, e o aprimoramento das condições de contorno e aplicação de carga.

Palavras-chave: Convergência de Malha; Elementos de casca; Elementos sólidos; Estruturas de paredes finas; Métodos dos Elementos Finitos.

Abstract

This work presents a study on stress analysis in channel “C” beams using plate element models and solid element models. The search carried out in this study has relevance for the development of products in aeronautical engineering, especially with regard to stress analysis in “C” channel beams its application in aircraft structures. The work addresses the need for solutions based on global models composed of plate elements, proposing the variation of parameters such as the radius to evaluate the correlation between the voltages of the different modeling methods. The methodology addresses the use of virtual test specimens, in using the plate model as a baseline with a convergence analysis of tensions. The results evaluated the difference between the tensions obtained between the different models proposing the use of a voltage increment factor K_i and demonstrate that the solid element model is more conservative for the analysis of the maximum stress in the central region (vertex) of a “C” channel beam, on the other hand, the plate model proved to be more conservative for the analysis of stresses in the radius from the same region. It is noted the relevance of the level of refinement and its relationship with the computational cost associated with the numerical precision of the analyses. It is highlighted the importance of the fidelity of the boundary conditions and application conditions of the load to ensure accurate and reliable results. The K_i factor can be used as tension correction between models once the problem is modeled according to previous studies. Furthermore, suggestions for future work are highlighted, such as parameter variation, local refinement, and boundary condition enhancement and load application.

Keywords: Mesh Convergence; Shell elements; Solid elements; Thin-walled structures; Finite Element Methods.

Lista de Figuras

1	Relações Elásticas Tensão-Deformação no Estado Plano de Tensões.	21
2	Diagrama Tensão-Deformação para aço estrutural submetido à tração.	21
3	Principais aspectos da fadiga de estruturas.	27
4	Curva experimental para um corpo de prova com e sem entalhe.	28
5	Representação esquemática do acúmulo de tensão local devido a presença de um furo em uma placa submetida a tensão (à esquerda) e caso sem o furo (à direita).	29
6	Foto-elasticidade de uma placa com furo submetida a tração.	29
7	Fluxograma da pesquisa.	31
8	Dimensões características da viga perfil C.	32
9	Esquema do corpo de prova virtual em ferramenta CAD.	32
10	Modelo de elementos de placas.	33
11	Modelo de elementos sólidos.	34
12	Refinamento do modelo de elementos de placas.	35
13	Refinamento do modelo de elementos sólidos	35
14	Qualidade da malha para o modelo de elementos de placa com 4mm para o estudo de convergência.	36
15	Qualidade da malha para o modelo de elementos sólidos com 2mm para o estudo de convergência.	37
16	Gráfico da convergência da tensão nos modelos de elementos de placa.	38
17	Gráfico da convergência do erro relativo nos modelos de elementos de placa.	38
18	Ponto de convergência dos modelos de elementos de placa.	39
19	Máximo deslocamento total para o modelo convergido de elementos de placa.	39
20	<i>Tensão Máxima Principal e von-Mises Tensão</i> para o modelo convergido de elementos de placa.	40
21	Gráfico da convergência da tensão nos modelos de elementos sólidos.	41
22	Gráfico da convergência do erro relativo nos modelos de elementos sólidos.	42
23	Ponto de convergência dos modelos de elementos sólidos.	42
24	Máximo deslocamento total para o modelo convergido de elementos de placa.	43
25	Comparação entre os campos de deformações dos modelos (Escala de deformação igual 5).	43
26	<i>Tensão Máxima Principal e Tensão de von-Mises</i> para o modelo convergido de elementos sólidos.	44
27	Região escolhida para a avaliação dos resultados da variação do raio.	45
28	Gráfico da variação da tensão função do raio.	46

29	Gráfico da Gráfico da comparação da tensão do modelo sólido com o modelo de placas em função do raio, na região do raio.	47
30	Gráfico da comparação da tensão do modelo sólido com o modelo de placas em função do raio, na tensão máxima da região.	48
31	Gráfico do fator de incremento de tensão.	49

Lista de Tabelas

1	Dimensões características do perfil “C”.	31
2	Propriedades Al 7075-T6.	31
3	Critérios de qualidade da malha.	34
4	Estudo de convergência de malha para o modelo de elementos de placa. Resultados Nodais.	37
5	Estudo de convergência de malha para o modelo de elementos sólidos. Re- sultados Nodais.	41
6	Resultados da tensão nodal no raio e na tensão nodal máxima da região. .	45
7	Resultados do comparativo entre a tensão nodal no raio.	47
8	Resultados do comparativo entre a tensão nodal máxima da região.	48

Lista de Quadros

1. Comparação entre os elementos utilizados no estudo	15
2. Exemplos de elementos simples	20
3. Verificações do sistema	21
4. Verificações pelo usuário	22

Lista de Símbolos e Abreviaturas

Símbolos

C : Constante qualquer

Δ : Variação

E : Módulo de elasticidade

e : Erro

ϵ : Deformação normal

G : Módulo de cisalhamento

γ : Deformação cisalhante

K : Fator, o subscrito indica qual o tipo de fator

M : Momento

MS : Margem de Segurança

n : Fator de segurança

r : Raio

ρ : Densidade

σ : Tensão normal

t : Espessura

θ : Deslocamento angular

τ : Tensão cisalhante

ν : Coeficiente de Poisson

u : Deslocamento na direção x

v : Deslocamento na direção y

w : Deslocamento na direção z

x : Eixo cartesiano

y : Eixo cartesiano

z : Eixo cartesiano

Abreviaturas e Siglas

ANSYS: Software comercial e elementos finitos

CAD: *Computer Aided Design*, Desenho assistido por computador em tradução livre

CQUAD: Elemento com formulação de placas do NASTRAN

CTETRA: Elemento com formulação de 3D do NASTRAN

MEF: Método de Elementos Finitos

MP: Tensão de Máxima Principal

NASTRAN: Software comercial e elementos finitos

VM: Tensão de von-Mises

Sumário

1	Introdução	18
1.1	Motivação pelo tema	19
1.2	Objetivos	20
1.3	Estrutura do Trabalho	20
2	Revisão Bibliográfica	21
2.1	Propriedades Mecânicas dos Metais	21
2.2	Métodos de Elementos Finitos	22
2.2.1	Estado Plano de Tensões em Elementos de Placas Finas	22
2.2.2	Flexão, Torção e Deslocamento em Elementos de Placas Finas	22
2.2.3	Formulação Matricial	23
2.2.4	Elementos Típicos	24
2.2.5	Elementos de Placa	24
2.2.6	Convergência da Malha	25
2.2.7	Qualidade da Malha	25
2.3	Conceitos para o Dimensionamento Estrutural	26
2.3.1	Análise de Escoamento e Ruptura	26
2.3.2	Critério de Falha de von-Mises	26
2.4	Análise de Fadiga e Fator Concentrador de Tensão	27
3	Metodologia	31
3.1	Experimento numérico	31
3.2	Modelo de Elementos Finitos	33
3.2.1	Modelo de Elementos de Placas	33
3.2.2	Modelo de Elementos Sólidos	33
3.2.3	Refinamento, Critério de Convergência e Critério de Qualidade da Malha	34
4	Resultados e Discussão	36
4.1	O Critério de Qualidade da Malha	36
4.2	O Modelo de Elementos de Placa	37
4.2.1	Convergência	37
4.2.2	Deformação Global	39
4.2.3	Tensão Máxima Principal e von-Mises Tensão	40
4.3	O Modelo de Elementos Sólidos	40

4.3.1	Convergência	40
4.3.2	Deformação Global	42
4.3.3	Tensão Máxima Principal e Tensão de von-Mises	44
4.4	O Modelo de Elementos Sólidos com variação no raio	44
4.4.1	Tensão Máxima Principal e Tensão de von-Mises	45
4.5	Comparação entre os Resultados	46
4.5.1	Resultados de tensão	46
4.5.2	Fator de incremento de tensão - K_i	48
5	Conclusões	50
6	Trabalhos Futuros	51

1 Introdução

A determinação do campo de tensões e deformações de uma peça estrutural é base para o desenvolvimento de produtos em todos os setores da sociedade. Componentes estruturais de fuselagens de aviões estão sujeitos a resistir a grandes carregamentos provenientes de diferenciais de pressão, devido às altas altitudes de voo (Megson, 2021). As tensões podem ser definidas analiticamente, limitando-se os cálculos a modelos de geometrias simples, ou numericamente, com modelos mais complexos e envolvendo método de elementos finitos (MEF). Segundo Niu (2011), a introdução do MEF possibilitou chegar em maiores exatidões na resolução de modelos estruturais (como modelar por completo a estrutura de uma aeronave).

O campo de tensões é usado em diversas análises como determinação de margens de segurança (Niu, 2011), determinação da vida em fadiga (Budynas, 2016), entre outras. Os dados gerados nessas análises, são enviados às autoridades competentes de cada país para o cumprimento de requisitos, por exemplo os de aeronavegabilidade civil, estabelecidos de acordo com a Agência Nacional de Aviação Civil (2014) no Regulamento Brasileiro de Aviação Civil nº 25.

Segundo Megson (2021), a fuselagem é uma composição de elementos estruturais que formam uma seção fechada, no entanto, alguns desses podem ser classificados como vigas de paredes finas de seção aberta e de seção fechada. Uma geometria amplamente utilizada são os perfis “C” cuja aplicação vai desde a composição de cavernas, reforçadores e vigas longitudinais na fuselagem. A denominação “C”, se deve à aproximação da forma da seção transversal da viga à letra.

Por mais que, Niu (2011) oriente que as estruturas mais eficientes têm o caminho de carga o mais direto possível, ou seja, sem detalhes geométricos concentradores de tensão, nem sempre isso é possível no projeto e, assim, há a adição de detalhes nas peças, como recortes nas vigas longitudinais para abrir espaço para a passagem de reforçadores (*stringers*) na casca da fuselagem (*fuselage skin*). As complexas estruturas formadas pelos mais diversos arranjos entre os elementos estruturais na maioria das vezes contribuem para aumentar a complexidade da análise estrutural.

O Método de Elementos Finitos permite a resolução de modelos matemáticos de problemas físicos (Bathe, 2014). E, a habilidade de discretizar domínios irregulares em partes finitas com graus de liberdade regidos pelas equações governantes do problema (desejados) (Moaveni, 2015), transpõe-se o problema real em um problema numérico com solução conhecida, em que o grau de refinamento, ou número de partes finitas e seus graus de liberdade, podem ser variados de forma a produzirem uma solução satisfatória (Fish; Belytschko, 2007).

Gendron (1997) e Peeters et al. (2018), mostram em seus trabalhos que modelos de placa têm menores custos computacionais que modelos sólidos. Este trabalho tem a finalidade de correlacionar as tensões no detalhe geométrico de vigas de paredes finas de perfil “C” sujeitas à flexão, idealizadas por meio de modelos com elementos sólidos e modelos com elementos de placas, de forma a verificar a aplicabilidade de cada modelo e a correlação entre as tensões obtidas.

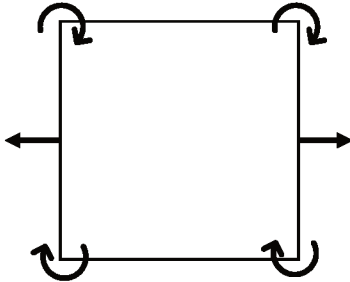
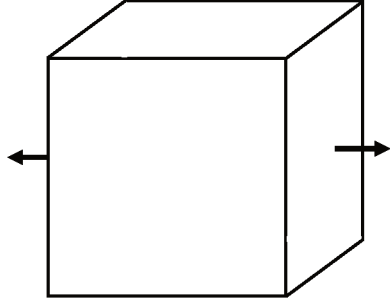
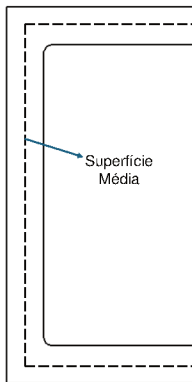
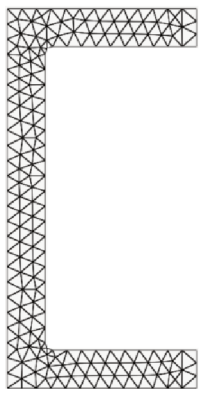
1.1 Motivação pelo tema

Diversas análises dependem do cálculo de tensões nas peças. Nesse sentido, a exatidão dos modelos utilizados são confrontadas a fim de produzir-se resultados mais confiáveis. Modelando o problema de vigas de parede fina por meio de elementos de placa (2D) e superfície média, os detalhes geométricos de transição, como raios e filetes, deixam de ser representados (Jien; Nishiura, 2018).

Os softwares comerciais, hoje possuem ferramentas especializadas na criação da malha em sólidos tridimensionais provenientes de CAD. Assim, a modelagem, por elementos sólidos (3D), passa a representar melhor a geometria, em contrapartida, há o custo computacional para se gerar e resolver esse modelo (Cook, 1995).

Como observado por Ruas (2023), e apresentado no quadro comparativo 1, os métodos de modelagem usando elementos de placa e sólidos apresentam as suas particularidades. Diante dessas questões, este trabalho tem a finalidade de avaliar os níveis de tensão nas regiões dos detalhes geométricos, comparar os tipos de modelagem e propor possíveis metodologias para a correção das tensão locais em perfil de parede C.

Quadro 1: Comparação entre os elementos utilizados no estudo.

	Modelo de Placas	Modelo Sólido
Tipo de Abordagem da Malha	Gerada em superfícies médias.	Gerada automaticamente pelo algoritmo nativo.
Formulação do Elemento		
Representação		

Fonte: Adaptado de Ruas (2023).

Tendo em vista os aspectos apresentados no texto introdutório e os aspectos motivacionais gerais abordados nos parágrafos anteriores. Este trabalho tem a motivação específica de identificar em uma viga de paredes finas perfil “C” da fuselagem de um produto aeronáutico, o surgimento de tricas devido à fadiga. Cujo problema foi observado em campo e foi descaracterizado no presente trabalho à fim de manter a confidencialidade do projeto original. Uma causa possível elencada foi o uso de modelos inadequados, por exemplo. Trabalhos como os de Chetan, Swamy e Girish (2015), Molent et al. (2018), Venkatesha, Prashanth e Kumar (2014) também investigam os problemas relacionados ao encontrado em campo pelo autor do presente trabalho.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é comparar as técnicas de modelagem para vigas de parede fina de perfil “C”. Outrossim, avaliar a distribuições de tensão por cada tipo de modelagem sob o aspecto das principais análises relacionadas ao desenvolvimento do produto.

Os objetivos específicos resumem-se em:

1. Fazer uma breve revisão da formulação dos elementos 2D e 3D utilizados na pesquisa;
2. Estabelecer critérios e metodologias de análise aplicáveis a estruturas de paredes finas;
3. Estabelecer tais metodologias visando garantir a exatidão requerida na captura dos efeitos de concentração de tensão no componente analisado;
4. Avaliar o comportamento da tensão no raio do filete;
5. Definir e calcular um fator de incremento (ou atenuação) de tensão entre o modelo em elementos de placa e o modelo em elementos sólidos.

1.3 Estrutura do Trabalho

Este trabalho é composto por um total de 05 (cinco) capítulos, dispostos da seguinte maneira:

Capítulo 1: Introdução.

Capítulo 2: Fundamentação Teórica e Bibliográfica. Abordagem de aspectos teóricos importantes sobre temas relevantes para o desenvolvimento deste projeto, sendo esses: propriedades mecânicas dos metais, método dos elementos finitos, análises de margem de segurança e fadiga S-N.

Capítulo 3: Materiais e Métodos. Seleção do corpo de prova virtual a ser estudado e descrição das metodologias utilizadas.

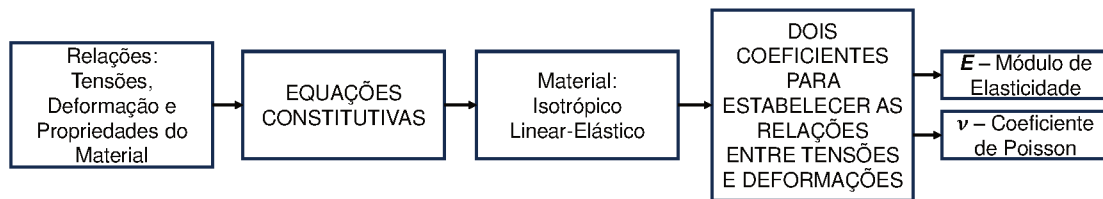
Capítulo 4: Resultados e Discussões. Apresentação dos resultados de cada geometria e comparações entre as metodologias.

Capítulo 5: Conclusões. Considerações finais e propostas para trabalhos futuros.

2 Revisão Bibliográfica

Nessa parte serão explorados os conteúdos das propriedades mecânicas dos metais que formam a base para a formulação computacional dos elementos utilizados nas deformações de tensão. Reflexões sobre as metodologias de análises importantes para o desenvolvimento de produtos serão tratadas. Segundo Filho (2007), problemas de análise linear estrutural de materiais isotrópicos precisam de duas propriedades constantes definidas, como mostra o fluxograma da Figura 1.

Figura 1: Relações Elásticas Tensão-Deformação no Estado Plano de Tensões.

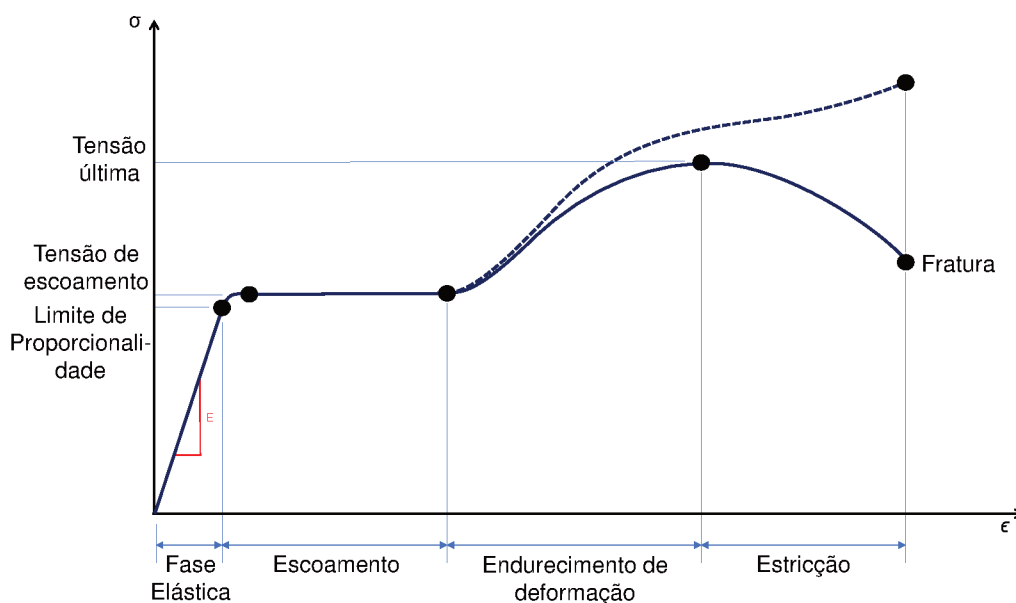


Fonte: Adaptado de Filho (2007).

2.1 Propriedades Mecânicas dos Metais

Uma vez que as propriedades estão diretamente ligadas com a formulação dos modelos e, que pode-se conhecer o comportamento e a resposta desses materiais, solicitados por forças ou carregamentos, quando em serviço (Callister; Rethwisch, 2014), o conhecimento das propriedades dos materiais é de suma importância para o conjunto de análises e de métodos de elementos finitos. Nesse contexto, uma região que merece destaque vai da origem do gráfico até o limite de proporcionalidade do material (Figura 2).

Figura 2: Diagrama Tensão-Deformação para aço estrutural submetido à tração.



Fonte: Adaptado de Gere e Goodno (2020).

O Módulo de Elasticidade (E, Equação 1), que pode ser definido como a inclinação da curva nessa região, é a primeira parte linear do gráfico "Tensão x Deformação". Conhecida, também, como lei de Hooke, é definida para materiais com características linear-elásticas como os metais (Gere; Goodno, 2020).

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (1)$$

Outra propriedade do material que fundamenta este estudo é o Coeficiente de Poisson (ν , Equação 2). Segundo Gere e Goodno (2020), seria a razão entre a deformação lateral (ϵ') e a deformação axial ϵ de um prisma com materiais de características linear-elásticas.

$$\nu = -\frac{\epsilon'}{\epsilon} \quad (2)$$

2.2 Métodos de Elementos Finitos

Definidos os materiais linear-elásticos e as suas propriedades na subseção anterior, esta subseção abordará os aspectos mais gerais da teoria de Métodos de Elementos Finitos.

2.2.1 Estado Plano de Tensões em Elementos de Placas Finas

Como observado por Megson (2021), o estado de tensão plana pode ser definido quando as tensões na direção da espessura são negligenciáveis. Assim pode-se assumir que o eixo z está na direção da espessura, no qual σ_z , τ_{xz} e τ_{yz} são todos zero, um problema bidimensional.

Dadas as definições anteriores, o Módulo de Elasticidade e o Coeficiente de Poisson, pode-se definir as Equações 3, 4 e 5 que governam o Estado Plano de Tensões, na condição de chapas finas em que ϵ_z e as distorções nos planos associados seriam desconsiderados para a formulação de elementos de placas finas (Filho, 2007)(Megson, 2021).

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \cdot \frac{\sigma_y}{E} \quad (3)$$

$$\epsilon_y = -\nu \cdot \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} \quad (4)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \cdot \tau_{xy} \quad (5)$$

2.2.2 Flexão, Torção e Deslocamento em Elementos de Placas Finas

A flexão em elementos de placas é formulada similarmente á feita em elementos de viga, com a diferença que para a viga é considerado momento em apenas em uma direção e, em placas é considerado em duas e o momento de torção, como na Equação 6 (Cook, 1995).

$$M_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x z dz \quad M_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y z dz \quad M_{xy} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} z dz \quad (6)$$

As tensões são calculadas pelos deslocamentos nodais provenientes da função $w(x, y)$, em que as derivadas de w são as inclinações em cada ponto, Equação 7 a Equação 10 .

$$\varepsilon_x = -z \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (7)$$

$$\varepsilon_y = -z \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (8)$$

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (9)$$

$$\theta_y = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (10)$$

Com estas equações podem ser resolvidos vários sistemas com elementos bidimensionais.

2.2.3 Formulação Matricial

Conforme feito para o estado plano de tensões, as Equação 3 até Equação 10 podem ser generalizadas e expandidas para o estado triaxial de tensões que representa o comportamento de elementos tridimensionais. Livros de Elementos Finitos como de Cook (1995) e Filho (2007), podem ser consultados para mais detalhes da formulação das matrizes para este caso, como a Equação 11 em sua forma matricial.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Neste caso, a solução do sistema se dá pela definição do campo de deslocamentos $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$ e $w(x, y, z)$.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}. \quad (12)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}. \quad (13)$$

O campo de deslocamentos pode ser definido pela interpolação de polinômios de forma ou funções de forma.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & C_2 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & C_1 & 0 & 0 & C_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & C_1 & 0 & 0 & C_2 & \dots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (14)$$

2.2.4 Elementos Típicos

No Quadro 2, alguns elementos simples podem ser representados afim de comparação. Observa-se a diferença na formulação de elementos: o elemento triangular possui a supressão de uma dimensão, enquanto o elemento tetraédrico acrescenta um nó a mais para a representação dessa mesma dimensão. Nota-se o aumento na complexidade da solução do elemento 3D, uma vez que esse apresenta 1 nó a mais e 3 graus de liberdade por nó, ao contrário do elemento 2D que apresentou 2 graus de liberdade por nó.

Quadro 2: Exemplos de elementos simples.

Tipo de Elemento	Nº de Nós	Graus de Liberdade		Dim. de Prop.	Representação Fonte: Adaptado de Cook (1995).
		Nó	Elemento		
Triangular de tensão constante (2D)	3	2	6	1	
Tetraédrico de tensão constante (3D)	4	3	12	-	

Fonte: Autor.

2.2.5 Elementos de Placa

Elementos simples de placa podem ser obtidos pela superposição de efeitos na formulação das matrizes de rigidez do elemento. A superposição é análoga à feita para elementos de viga, em que são contabilizados os efeitos axiais e os efeitos de flexão separadamente. Não há interferência entre eles. Num estado de superposição de efeitos para elementos de placas, o comportamento no estado plano de tensões e o comportamento de flexão da placa são superpostos (Filho, 2007).

Um elemento de placa bastante usado em aplicações industriais é o CQUAD4 (Nas-tran). A sua formulação trouxe diversas vantagens em relação aos elementos anteriores mais antigos, como o CQUAD2. Dentre essas vantagens, aparecem a melhora na representação de geometrias complexas em estruturas de casca e, a ordem superior de deslocamentos, deformações e tensões sem a necessidade de graus de liberdade adicionais. Isso ocorre devido a possibilidade de utilizar superfícies curvas e ao uso de uma função de interpolação bi-quadrática. Esses recursos reduzem a necessidade de refinamento excessivo da malha (al., 1978).

2.2.6 Convergência da Malha

O objetivo da convergência da malha é garantir que os resultados gerados pela solução numérica convergem para um determinado valor que é considerado como uma solução segura, numericamente, para uso. Conforme se discretiza o modelo em menores partes, que são, menores elementos, melhor serão as qualidades dos resultados (Cook, 1995).

Dessa forma necessita-se de um processo a avaliar a qualidade dos resultados e que considere um critério de parada bem definido. Segundo Bathe (2014) em modelos de elementos finitos é comum serem adotados erros, para a convergência de malha, da ordem de 1 a 5%. O processo é iterativo e consiste na variação do tamanho da malha e checa-se o resultado. Neste trabalho o critério de parada das iterações de convergência de malha foi um erro relativo menor que 2,5%.

2.2.7 Qualidade da Malha

Segundo (Cook, 1995), durante todo o processo de geração de malha, é necessário checar a qualidade dos elementos e se estes possuem características razoáveis, sem apresentar formas ruins, por exemplo. O NASTRAN possui dois sistemas de checagem de malha as verificações do sistema, que ocorrem durante a solução e é nativa, e as verificações controladas pelo usuário.

Ruas (2023) montou dois quadros comparativos que resumem algumas das principais verificações feitas pelo sistema e pelo usuário. O presente estudo utilizar-se-á de algumas das verificações disponíveis nos Quadros 3 e 4.

Quadro 3: Verificações do sistema.

Critério	Elemento	Descrição
Jacobiano	2D	O determinante Jacobiano nos pontos de Gauss é calculado. Uma falha ocorre se qualquer $ J \leq 0$.
Jacobiano	3D	Para elementos 3D, J deve ter sinal consistente.
Volume	3D	Garante que elementos 3D não tenham volume negativo.
Axi-simétrico Consistente Y	2D	Quando os elementos Axi-simétricos são modelados no plano XZ, por exemplo, essa verificação garante que todos os nós estejam no mesmo plano Y dentro da tolerância +/- 1.E-6. A verificação é feita de modo análogo para elementos no plano XY ou no plano YZ.
Axi-simétrico Consistente +X	2D	Quando os elementos Axi-simétricos são modelados no plano XZ, por exemplo, essa verificação garante que a localização X para todos os nós seja ≤ 0 . Verificação é feita de modo análogo para elementos no plano XY ou no plano YZ.

Fonte: Ruas (2023)

Quadro 4: Verificações pelo usuário.

Critério	Elemento	Descrição
Razão de aspecto	2D e 3D	Mede a razão entre os comprimentos da aresta mais longa e da aresta mais curta do elemento.
Ângulo de inclinação	2D	O software cria linhas entre os pontos médios dos lados opostos do elemento e mede os ângulos entre essas linhas. O ângulo com o maior desvio do valor ideal é usado para determinar a inclinação.
Ângulo interior mínimo	2D	Mede o ângulo interno mínimo do elemento.
Ângulo interior máximo	2D	Mede o ângulo interno máximo do elemento.
Concicidade	2D tipo QUAD	Mede a quantidade de desvio geométrico de um elemento quadrilátero de uma forma retangular.
Urdidura	2D e 3D	Mede o desvio fora do plano do elemento
Proporção do comprimento do ponto de aresta	2D e 3D	Avalia a localização dos nós intermediários.

Fonte: Ruas (2023)

2.3 Conceitos para o Dimensionamento Estrutural

2.3.1 Análise de Escoamento e Ruptura

Dentre as análises realizadas durante o desenvolvimento de um produto, as análises de escoamento e ruptura são feitas para atestar que um objeto, ou estrutura, tem a capacidade de suportar ou transmitir as cargas em serviço (Gere; Goodno, 2020). Nestas análises devem ser compreendidos os conceitos de *fator de segurança* (n) e *margem de segurança* (MS). O fator de segurança pode ser entendido como a razão entre a tenção ou força admissível pela tenção ou força atuante (Equação 15).

A margem de segurança é amplamente utilizada no setor aeronáutico/aeroespacial. Na Equação 16, MS é dado pelo fator de segurança menos um, ou seja, o quanto falta para a tensão atuante atingir a tensão admissível. Normalmente os valores de MS são dados em porcentagem (Gere; Goodno, 2020).

$$n = \frac{\sigma_{admissivel}}{\sigma_{atuante}} \quad (15)$$

$$MS = (n - 1) \times 100 \quad (16)$$

Nem sempre as tensões em um determinado componente estrutural se comportam conforme os testes de experimentais dos materiais (Beer et al., 2018), necessitando, assim, de um critério para comparação. A tensão atuante pode ser encontrada por diversos critérios de falha já embutidos em soluções comerciais como nos *solvers* do NASTRAN e do ANSYS, por exemplo. Para este trabalho será importante caracterizar o critério de falha de von-Mises.

2.3.2 Critério de Falha de von-Mises

Segundo Beer et al. (2018), esse critério é baseado na energia de distorção máxima, o que significa que, é um critério baseado na mudança das dimensões/forma do material, em oposição às distorções volumétricas do material. O valor máximo da energia de distorção

por volume unitário nesse material permanece menor que a energia de distorção por volume unitário necessário para causar escoamento em uma amostra de teste de tração do mesmo material, Equação 17 (Beer et al., 2018).

$$\sigma_{vonMises} = \sqrt{\frac{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2}{2} + 3(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)} \quad (17)$$

onde,

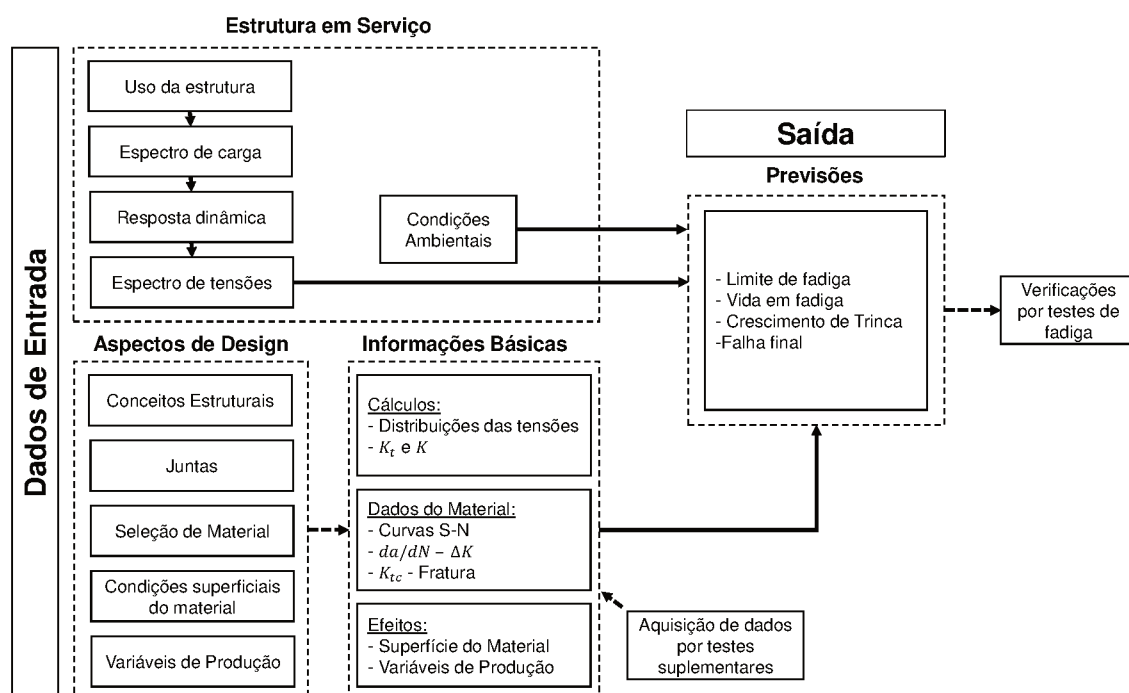
$$\sigma_{vonMises} \geq \sigma_{escoamento} \quad (18)$$

2.4 Análise de Fadiga e Fator Concentrador de Tensão

Tipicamente, componentes estruturais são submetidos a ciclos de carregamentos, em que as tensões resultantes contribuem com acúmulo de dano nos materiais. A chamada nucleação de trinca ocorre quando o dano acumulado tem dimensões microscópicas. Em seguida, se o componente continuar submetido ao ciclo, ocorre o crescimento de trinca, fase macroscópica, que pode evoluir até a falha completa do componente (Dowling, 2013).

Diversos fatores devem ser considerados para a análise de fadiga, dado que este é um fenômeno complexo. Segundo (Callister; Rethwisch, 2014), os aspectos de fabricação dos componentes como o design, o acabamento superficial, características dos materiais e entre outros, influenciam na sua vida em fadiga. Schijve (2009), também considera fatores multidisciplinares e o fluxograma na Figura 3, adaptado, reflete os aspectos gerais num contexto multidisciplinar da análise de fadiga.

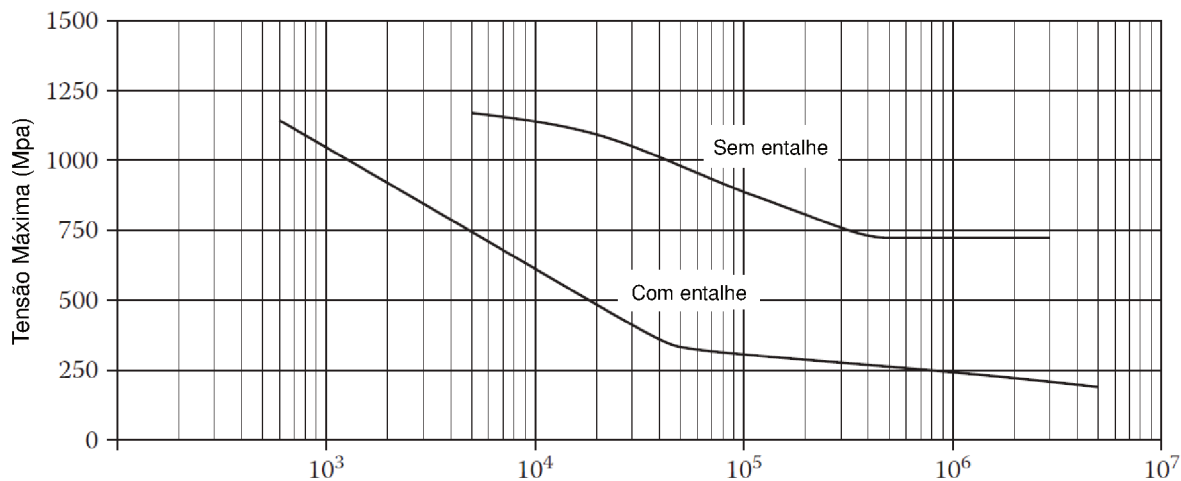
Figura 3: Principais aspectos da fadiga de estruturas.



Fonte: Adaptado de (Schijve, 2009).

A metodologia de Wöhler é utilizada para o cálculo da vida de fadiga em metais. Nela, os diagramas S x N que apresentam a tensão "S" em função do número de ciclos "N", são curvas obtidas experimentalmente (Richards, 2013). Na Figura 4 é possível observar a influência de fatores geométricos como a presença de um entalhe no corpo de prova e a variação das curvas, nota-se a diminuição da tensão máxima por consequência.

Figura 4: Curva experimental para um corpo de prova com e sem entalhe.



Fonte: Adaptado de Richards (2013).

Detalhes geométricos como entalhes, furos e transições estão presentes na maioria dos componentes estruturais, uma vez que a aplicação desses componentes em serviço demanda conexões e entre outras características próprias de design dada especificidades da aplicação desse componente. Esses entalhes são responsáveis pelo aumento local de tensão no componente, que se comparado a um componente sem o entalhe, apresenta uma distribuição com um pico concentrador de tensão na raiz do entalhe (Schijve, 2009).

Segundo Pilkey (2004), o fator concentrador de tensão (K_t), Equação 19, pode ser calculado segundo razão entre a tensão de pico e a tensão nominal, nas condições de tração e flexão.

$$K_t = \frac{\sigma_{pico}}{\sigma_{nominal}} \quad (19)$$

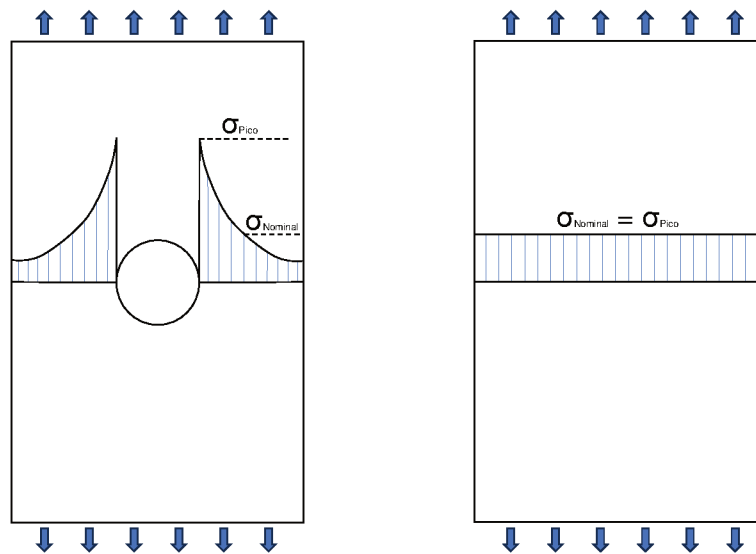
Dessa forma, um componente sem o entalhe apresentaria uma distribuição simples e homogênea de tensões, resultando num K_t igual a um. A Figura 5 mostra um esquema da representação da tensão de pico obtida em uma placa com um furo submetida a tensão.

Contudo, a determinação das tensões locais não é trivial. O livro de Pilkey (2004) traz formulações teóricas, baseadas na teoria da elasticidade, para diversos problemas de aplicação prática. A partir dos detalhes geométricos do componente e do entalhe, bem como, o tipo de esforço que estes se submetem, Pilkey (2004), resumiu os K_t 's mais comuns em seu livro.

Uma vez que na prática pode haver o arranjo de diversos fatores contribuintes para os concentradores de tensão, outros métodos se tornaram relevantes para o estudo dos

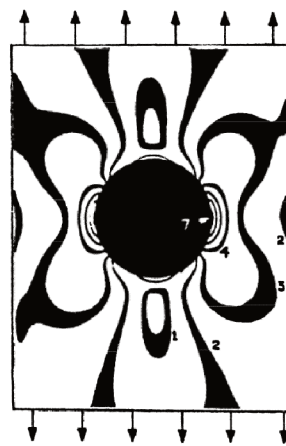
concentradores de tensão. Como por exemplo, o uso de foto-elasticidade, que não é tão preciso mas agrega dados qualitativos bastante relevantes, pode ser observado na Figura 6.

Figura 5: Representação esquemática do acúmulo de tensão local devido a presença de um furo em uma placa submetida a tensão (à esquerda) e caso sem o furo (à direita).



Fonte: Adaptado de Schijve (2009).

Figura 6: Foto-elasticidade de uma placa com furo submetida a tração.



Fonte: Adaptado de Schijve (2009).

Diversos livros e artigos mostram que determinar o K_t pelo Método de Elementos Finitos pode ser bastante preciso. Softwares como NASTRAN e ANSYS têm sido amplamente utilizados para a determinação de concentradores de tensão, devido a capacidade e precisão dessas ferramentas de análise, por exemplo, incluindo algoritmos de otimização topológica nativos, soluções prontas (Pilkey, 2004).

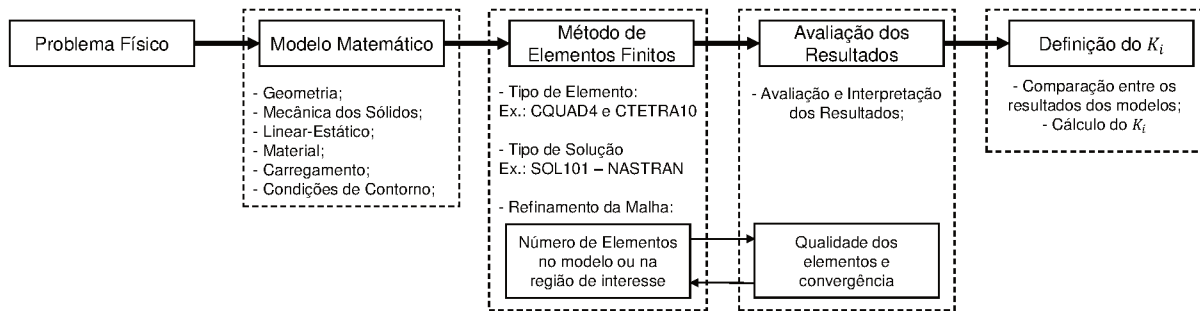
Alguns exemplos de algoritmos para determinação do K_t são dados por Pilkey (2004), em que é feita um refinamento da malha baseando-se na variação da tensão de pico e, após a convergência, calculado o K_t , com base na Equação 19. Métodos parecidos e

mais recentes foram implementados por Gunwant, Kshetri e Rawat (2016), Hodhigere et al. (2018), Sivaranjani, Abhirama e Manjuprasad (2018) e, dentre outros trabalhos, contribuem para a relevância e aprofundamento das metodologias para a determinação de K_t por MEF.

3 Metodologia

Com a determinação do problema físico, a modelagem matemática, apresentada na revisão bibliográfica deste trabalho, ferramentas MEF para a solução dos modelos é possível fazer a avaliação dos resultados encontrados e a determinação do fator de incremento (ou atenuação) de tensões, K_i . A Figura 7 mostra o fluxograma das etapas dessa pesquisa.

Figura 7: Fluxograma da pesquisa.



Fonte: Autor.

3.1 Experimento numérico

Um corpo de prova virtual caracterizado por uma viga de paredes finas de seção transversal tipo “C”, de dimensões características representadas na Tabela 1. As dimensões do problema real foram descaracterizadas, de forma a preservar dados confidenciais. Por outro lado, as dimensões virtuais foram escolhidas de forma a caracterizar o mesmo problema prático da engenharia aeronáutica, ao redor de um assunto típico que são as tensões em perfis “C” em vigas de parede fina com concentradores de tensão. O raio de filete (r) interno ao canal do perfil foi objeto de variação no estudo. O material definido para o estudo é a liga de alumínio Al 7075-T6, Tabela 2. A espessura (t) ao longo de todo o perfil e durante todo o estudo foi considerada constante, bem como as dimensões da Tabela 1.

Tabela 1: Dimensões características do perfil “C”.

	Dimensão [mm]
Comprimento	1000
Espessura	5
Alma	50
Flange	25

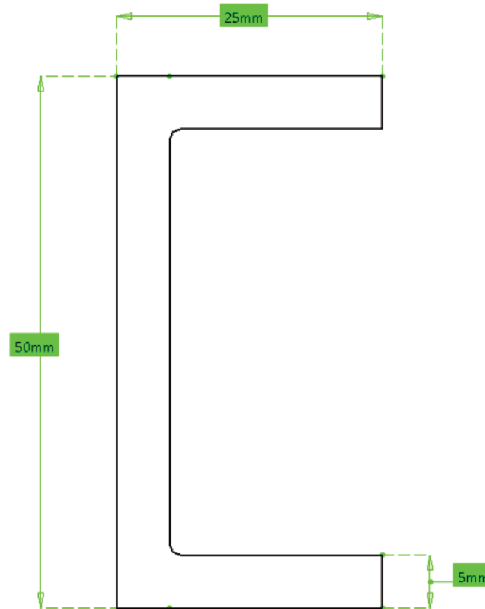
Tabela 2: Propriedades Al 7075-T6.

E	G	ν	ρ	σ_{ty}	σ_{tu}
71,0 GPa	26,9 GPa	0,33	2,7 kg/m ³	496 MPa	578 MPa

Fonte: Dowling (2013).

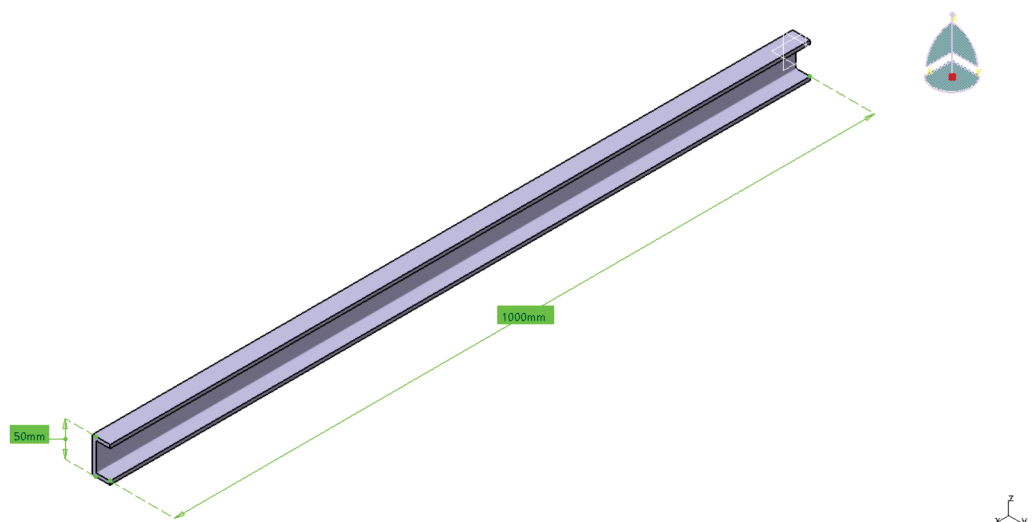
A Figura 8 apresenta as cotas das dimensões características. A Figura 9 apresenta a geometria característica feita em uma ferramenta de CAD

Figura 8: Dimensões características da viga perfil C.



Fonte: Autor.

Figura 9: Esquema do corpo de prova virtual em ferramenta CAD.



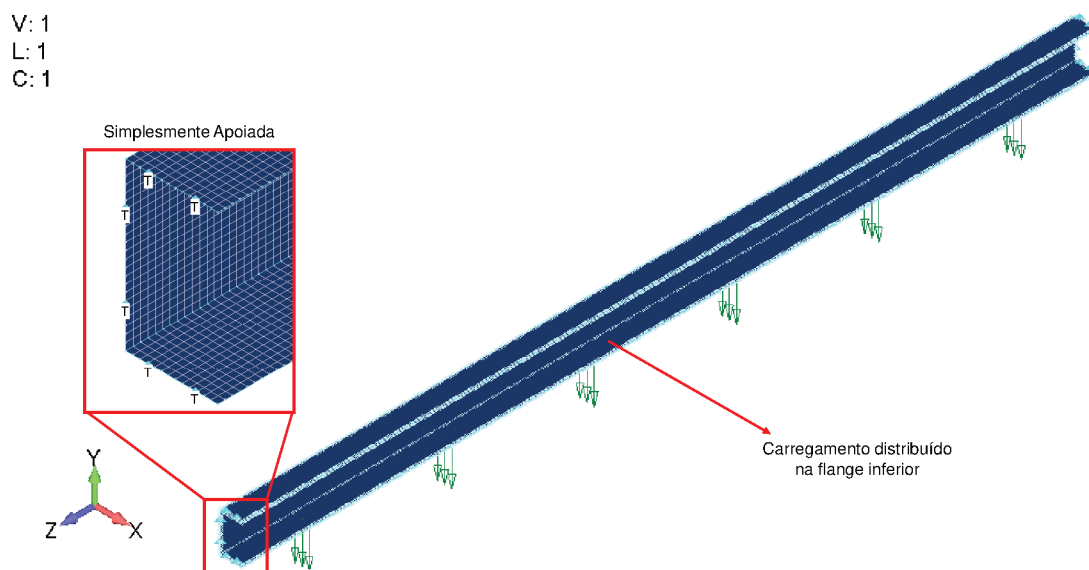
Fonte: Autor.

3.2 Modelo de Elementos Finitos

3.2.1 Modelo de Elementos de Placas

O modelo de placas é o modelo base de estudo, constituído por elementos CQUAD4 na superfície média da estrutura. Uma força de 1 daN distribuída ao longo da área, foi aplicada na superfície interna da flange inferior. Conforme anteriormente, essa força foi descaracterizada para preservar a confidencialidade do projeto. Quanto às condições de contorno, nas extremidades, a viga foi simplesmente apoiada. Na Figura 10 podem ser observadas as condições de contorno do modelo, bem como a aplicação de carga.

Figura 10: Modelo de elementos de placas.

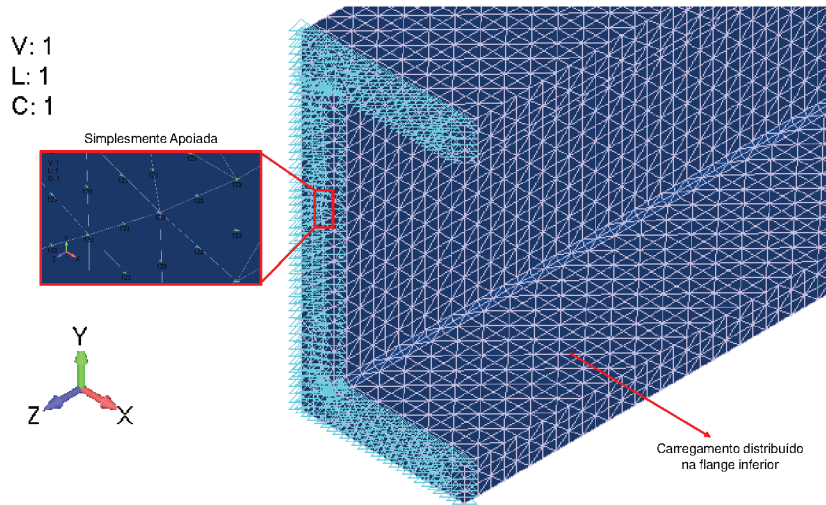


Fonte: Autor.

3.2.2 Modelo de Elementos Sólidos

Quanto ao modelo de elementos sólidos foi escolhido um modelo de geometria variável. As condições de contorno são idênticas ao modelo de placas apresentado anteriormente. Os elementos utilizados foram o CTETRA de segunda ordem. A diferença entre os dois modelos é a variação na geometria base, sendo o raio variável no modelo sólido, enquanto é constante no modelo de placas e, o tipo de elemento. Na Figura 11 podem ser observadas as condições de contorno do modelo, bem como a aplicação de carga.

Figura 11: Modelo de elementos sólidos.



Fonte: Autor.

3.2.3 Refinamento, Critério de Convergência e Critério de Qualidade da Malha

Nas Figura 12 e Figura 13 pode-se observar o *loop* de refinamento da malha seguindo os critérios de convergência e qualidade da malha adotados. O círculo vermelho nas figuras representa a região de interesse para adquirir-se os resultados das tensões. Como abordado na Revisão Bibliográfica deste trabalho, o critério de convergência para o tamanho dos elementos desse trabalho foi de 2% na tensão máxima principal. O que significa, pela Equação 20, que o erro relativo deve ser menor que 2% na tensão máxima principal para o refinamento ser aceitável.

$$e = \left| \frac{\sigma_i - \sigma_{i-1}}{\sigma_i} \right| < 2\% \quad (20)$$

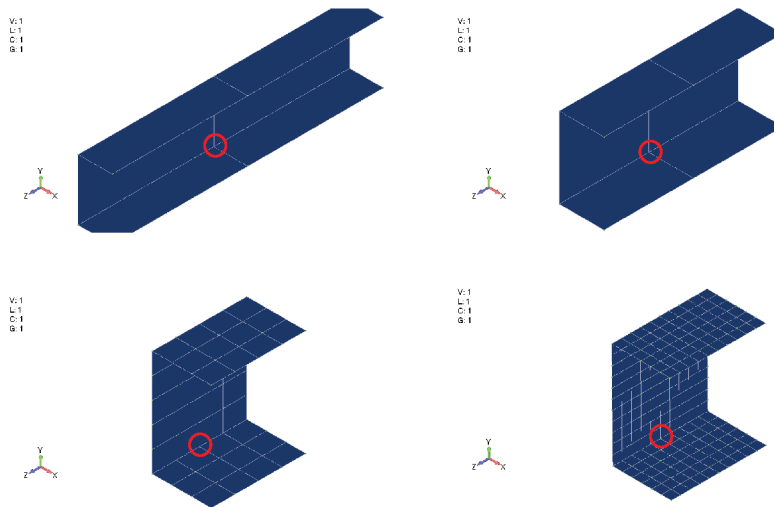
Os critérios de qualidade da malha adotados fazem presentes na Tabela 3.

Tabela 3: Critérios de qualidade da malha.

Propriedade	Critério
Ângulo de inclinação	$> 30^\circ$
Mínimo ângulo interno	$< 30^\circ$
Máximo ângulo interno	$< 150^\circ$
Urdidura	$< 0,05$
Conicidade	$< 0,5$

Fonte: Ruas (2023).

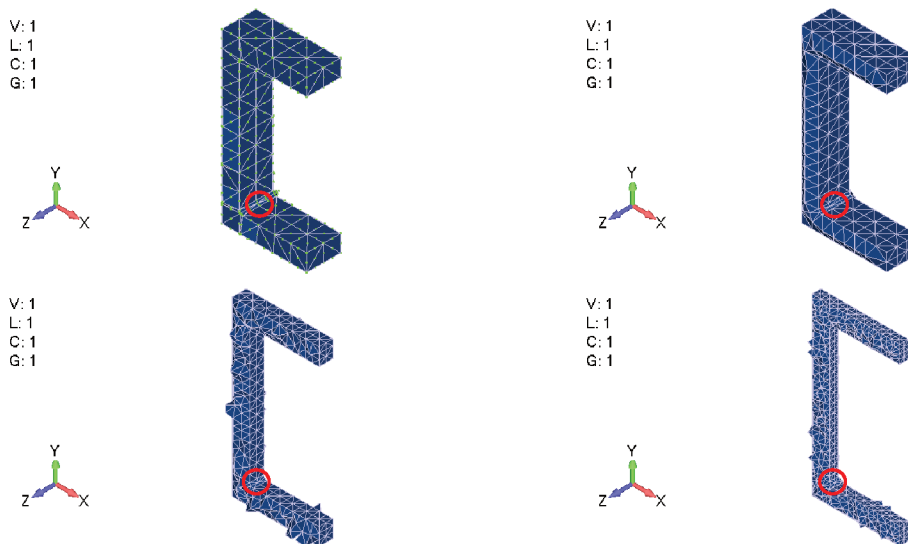
Figura 12: Refinamento do modelo de elementos de placas.



Fonte: Autor.

A convergência de malha para o modelo de elementos sólidos foi realizada para o raio mais grosseiro (1 mm). Uma vez que se atingiu o nível de convergência aceitável para a metodologia adotada. Na Figura 13 pode-se observar no quadrante superior esquerdo os elementos CTETRA de segunda ordem, isso se dá pela presença de mais um nó em uma aresta, ao meio.

Figura 13: Refinamento do modelo de elementos sólidos



Fonte: Autor.

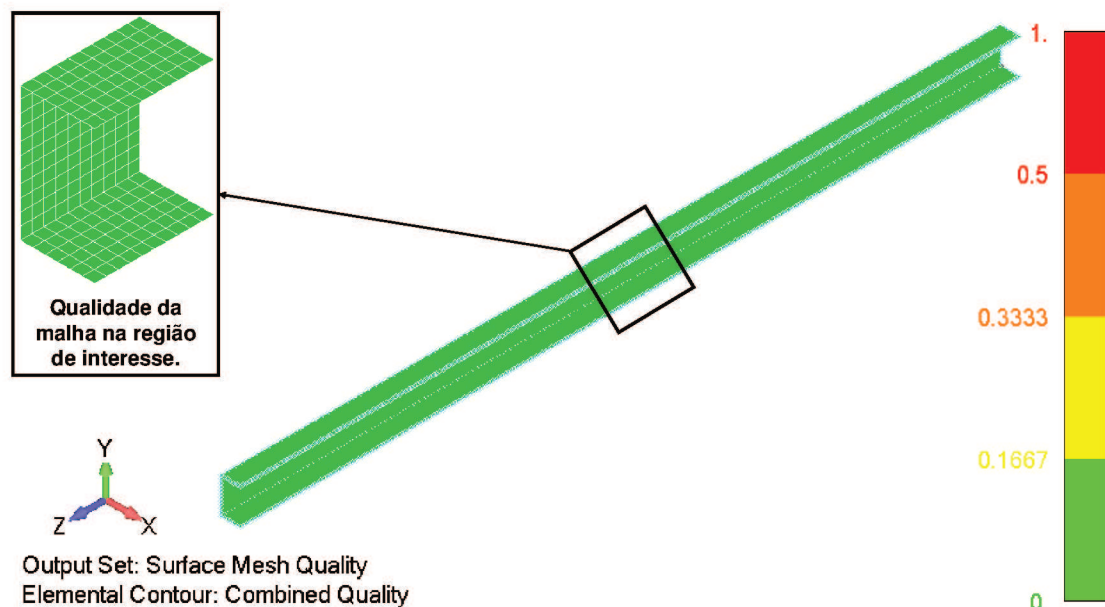
4 Resultados e Discussão

Nesta seção serão apresentados os resultados para os modelos apresentados na metodologia deste trabalho, bem como as discussões com a literatura pertinente ao objeto de estudo. Primeiro serão apresentados os resultados para a convergência de malha dos modelos, qualidade dos elementos e o nível de refinamento necessário para as análises. Em seguida, serão descritos os resultados do campo de tensão, incluindo a tensão de von Mises e a Máxima Principal na região de interesse e o campo de deformações. Por fim será feita a comparação entre os resultados dos modelos. E, assim, encontrar o *Fator de Incremento de Tensão* (K_i) para as relações entre os parâmetros dos modelos.

4.1 O Critério de Qualidade da Malha

A qualidade de malha foi verificada para todos os modelos, conforme os critérios estabelecidos na metodologia deste trabalho. Na Figura 14 a qualidade de para o modelo de placas com 4 mm de tamanho de elemento é apresentada, nenhum elemento falhou, portanto o valor correspondente na escala gráfica da figura é 0. Com o critério de qualidade combinada, que concatena os critérios estabelecidos pela metodologia, é possível avaliar que todos os elementos, principalmente na região de interesse. A malha se comporta de maneira bastante uniforme para todos os casos analisados, como os da Figura 12. Assim, todos os casos, para o modelo de placa, apresentaram resultados satisfatórios e semelhantes quanto a qualidade dos elementos.

Figura 14: Qualidade da malha para o modelo de elementos de placa com 4mm para o estudo de convergência.

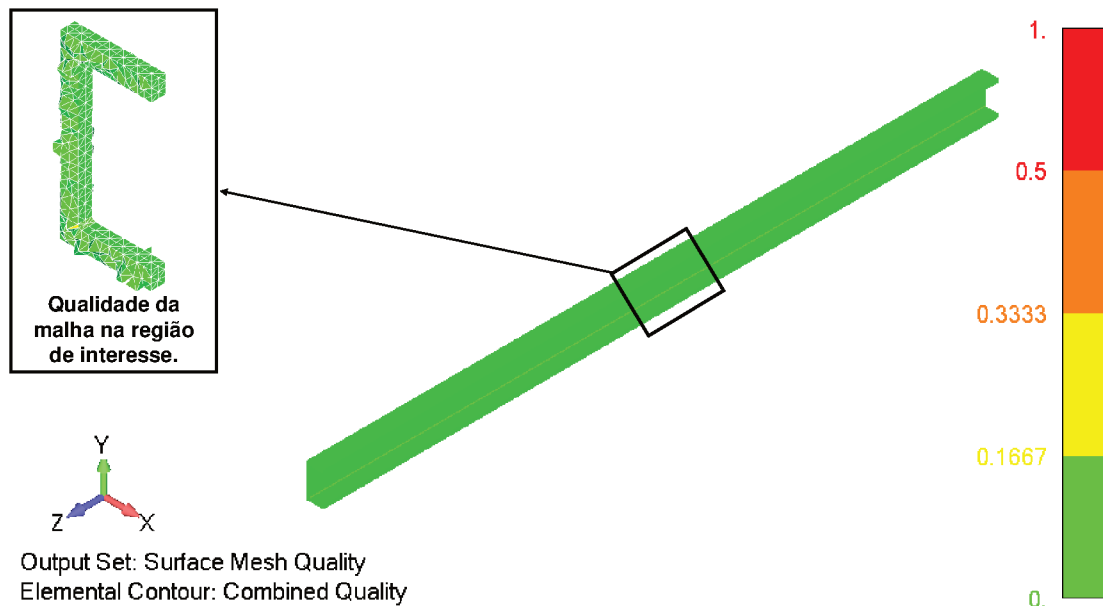


Fonte: Autor.

Na Figura 15 é apresentado o resultado da convergência de malha para um dos modelos de elementos sólidos, o de elementos de 2 mm.

Dessa forma, conforme os autores da revisão bibliográfica deste trabalho discutem, a boa qualidade da malha minimiza a chance de erros numéricos associados à forma dos elementos (Bathe, 2014; Cook, 1995; Fish; Belytschko, 2007; Filho, 2007). Neste trabalho todos os casos apresentaram resultados satisfatórios nesse sentido.

Figura 15: Qualidade da malha para o modelo de elementos sólidos com 2mm para o estudo de convergência.



Fonte: Autor.

4.2 O Modelo de Elementos de Placa

4.2.1 Convergência

A Tabela 4 apresenta os resultados nodais para a convergência de malha para o modelo composto por elementos de placa. O tamanho de elemento de 4 mm foi considerado o convergido neste estudo. Isso ocorre devido aos valores do erro, encontrados na coluna 5 e 6 da Tabela 4, estarem de acordo com o critério de parada estabelecido na metodologia deste trabalho. Nota-se que mesmo após a convergência os valores de tempo para a solução continuaram por volta de 1 minuto (coluna *Tempo de solução*).

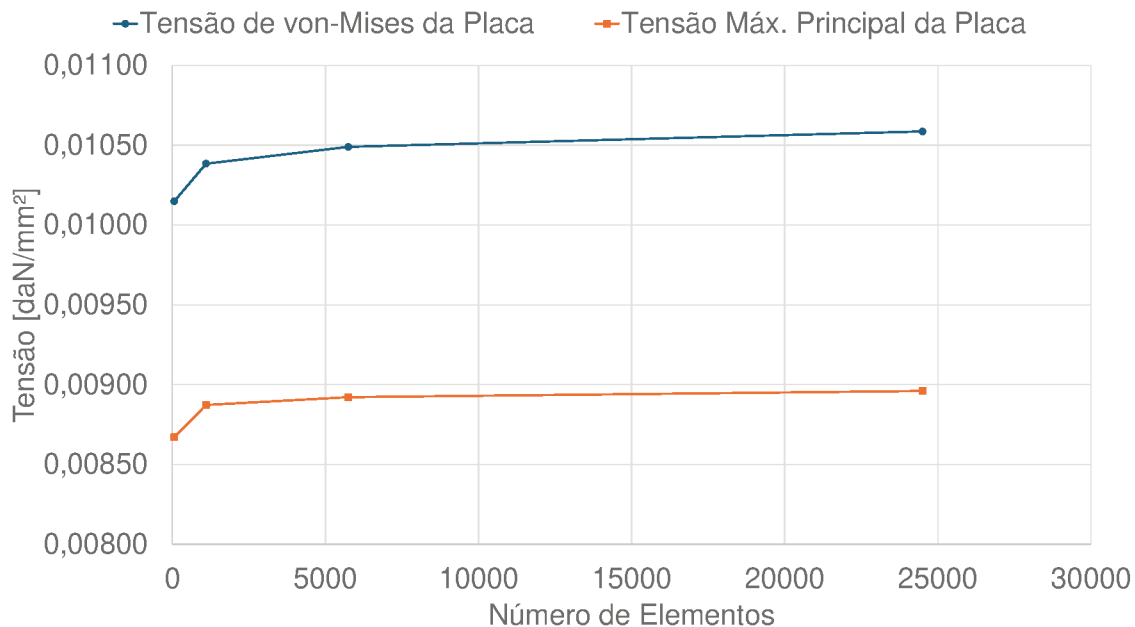
Tabela 4: Estudo de convergência de malha para o modelo de elementos de placa. Resultados Nodais.

Tamanho de Elemento [mm]	Número de Elementos	Tensão Max. Prin. da Placa [daN/mm ²]	Tensão von-Mises da Placa [daN/mm ²]	Erro MP	Erro VM	Tempo de solução [min]
50	60	0.00867	0.01015	-	-	1
10	1100	0.00887	0.01038	2,3%	2,3%	1
4	5750	0.00892	0.01049	0,5%	1,0%	1
2	24500	0.00896	0.01059	0,4%	0,9%	1

Fonte: Autor.

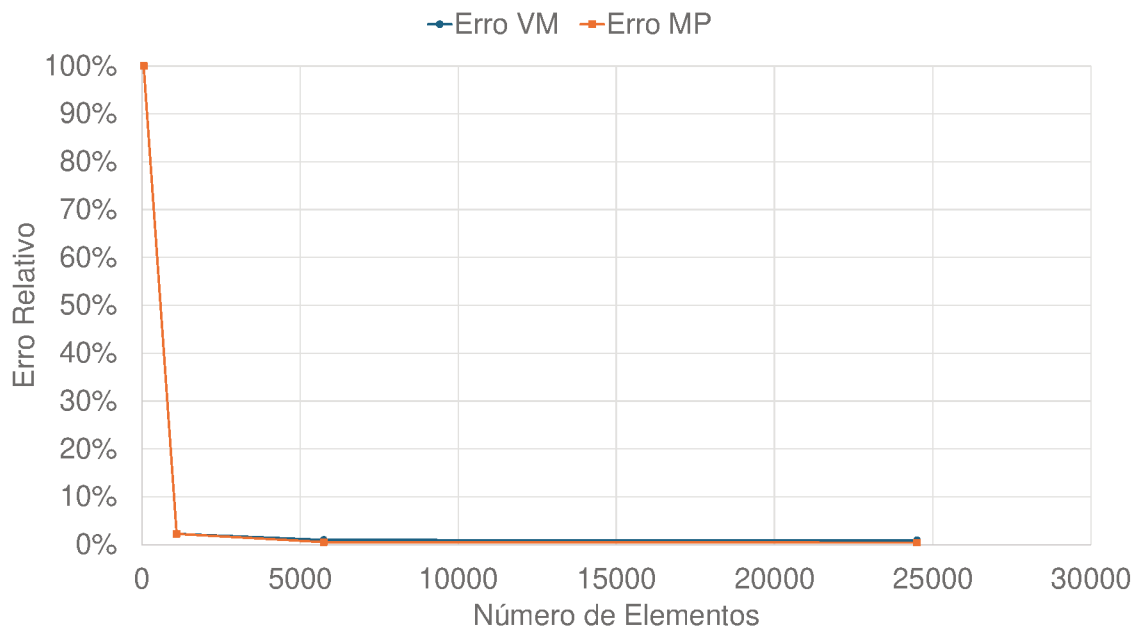
Conforme os resultados da Tabela 4, a Figura 16 e a Figura 17 apresentam graficamente a convergência da análise. É observável a rápida convergência dos valores e a obtenção de resultados que poderiam ser satisfatórios desde a primeira iteração, abaixo de 5% como abordado pela metodologia.

Figura 16: Gráfico da convergência da tensão nos modelos de elementos de placa.



Fonte: Autor.

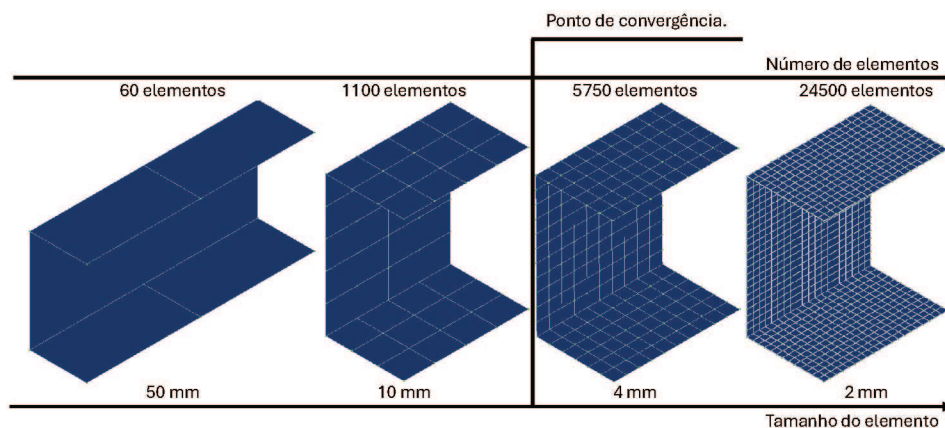
Figura 17: Gráfico da convergência do erro relativo nos modelos de elementos de placa.



Fonte: Autor.

A partir disso, o valor base para a comparação com os outros resultados para os modelos de elementos sólidos com variação no raio será o valor nodal do modelo de placas convergido. A Figura 18 mostra didaticamente o ponto de convergência dos resultados com relação ao tamanho dos elementos e o próprio número de elementos.

Figura 18: Ponto de convergência dos modelos de elementos de placa.

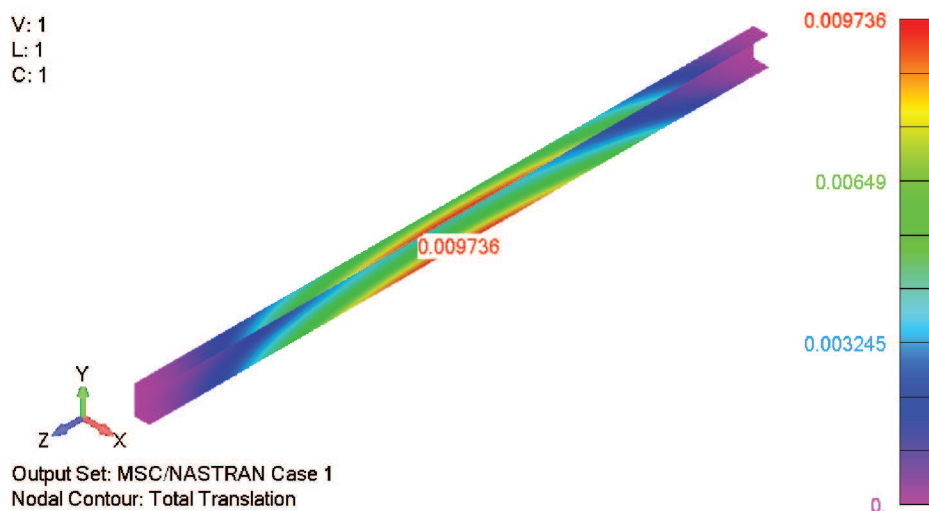


Fonte: Autor.

4.2.2 Deformação Global

A Figura 19 apresenta o valor do deslocamento total nodal máximo para o modelo de placas já convergido e utilizado como resultados base para comparação. O campo de deformações será comparado quantitativamente em seus valores máximos e qualitativamente a fim de avaliar o comportamento global dos diferentes modelos. Nota-se que a maior translação do modelo ocorre na região central da viga, conforme é observado na bibliografia típica desse problema.

Figura 19: Máximo deslocamento total para o modelo convergido de elementos de placa.

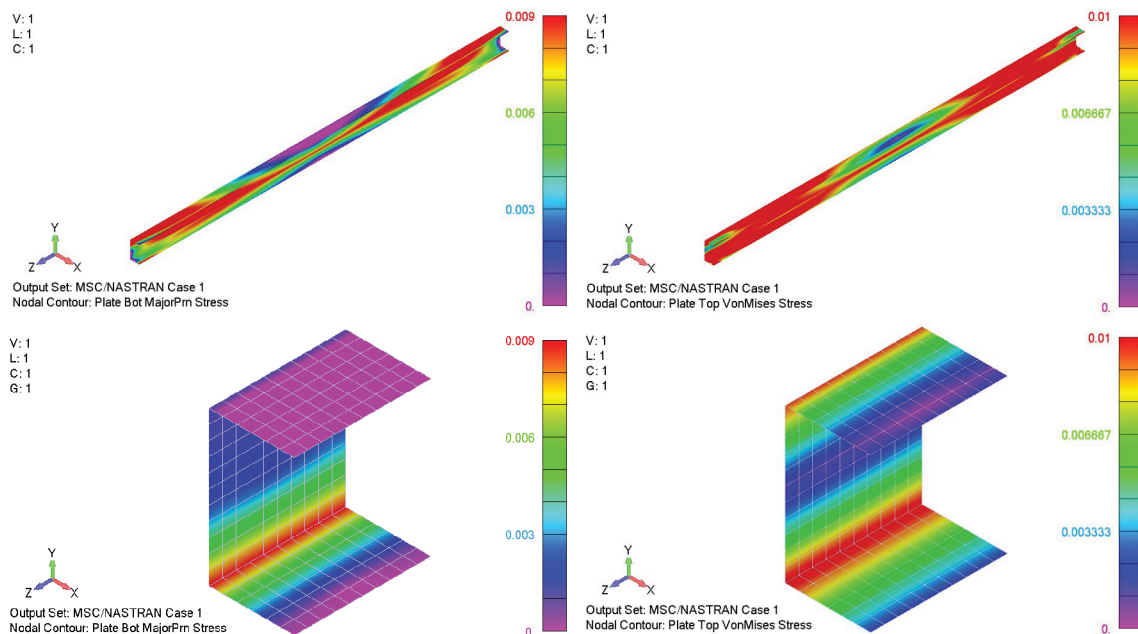


Fonte: Autor.

4.2.3 Tensão Máxima Principal e von-Mises Tensão

Na Figura 20 observa-se o comportamento global das tensões. Mais à esquerda é apresentado, na figura, o campo de tensão máxima principal e, mais à direita é apresentado o campo de tensões de von-Mises.

Figura 20: *Tensão Máxima Principal e von-Mises Tensão* para o modelo convergido de elementos de placa.



Fonte: Autor.

Nota-se concentração de tensão nas proximidades das condições de contorno das extremidades. Isso ocorre devido à excentricidade da carga em relação ao ponto neutro da seção e ao tipo de condição de contorno dada aos nós das extremidades, princípio de Saint-Venant. Na região central, nas duas imagens inferiores da Figura 20, é possível ver a concentração de tensão próximo a junção da alma com a flange. Neste local, que é o foco deste estudo, espera-se a concentração de tensões devido ao raio. Nas próximas seções, serão comparadas as tensões obtidas por esse modelo de elementos de placas convergido com os outros modelos de elementos sólidos que possuem raio variável nessa região.

4.3 O Modelo de Elementos Sólidos

4.3.1 Convergência

A Tabela 5 apresenta os resultados nodais para a convergência de malha para o modelo composto por elementos sólidos. O tamanho de elemento de 2 mm foi considerado convergido neste estudo. Da mesma forma que foi feito para os outros modelos, os valores do erro, encontrados na coluna 5 e 6 convergem de acordo com o critério de parada estabelecido na metodologia deste trabalho.

Nesse caso, diferente do resultado para o modelo de elementos de placa, nota-se um grande aumento nos valores de tempo computacional da solução, à medida que o número de elementos aumenta. O modelo convergido levou 5 minutos para a solução em contrapartida com o modelo de placas que levou apenas 1 minuto. Conforme Cook (1995) e entre outros autores, deseja-se soluções robustas o suficiente e, que não demandem tempo computacional excessivo acarretando desperdícios.

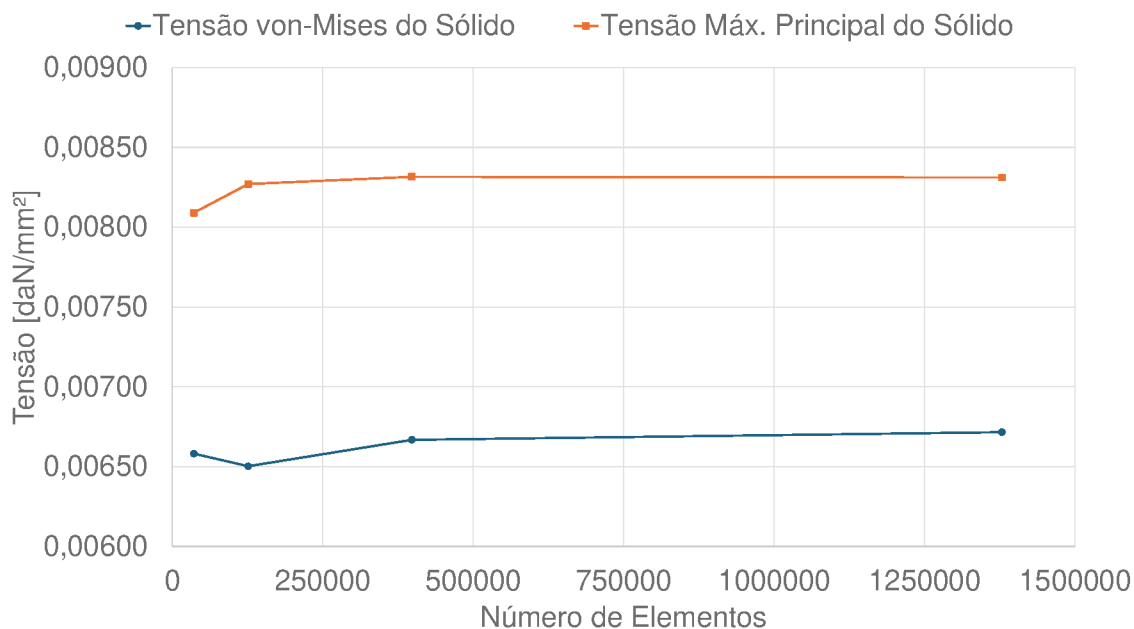
Tabela 5: Estudo de convergência de malha para o modelo de elementos sólidos. Resultados Nodais.

Tamanho de Elemento [mm]	Número de Elementos	Tensão Máx. Prin. do Sólido [daN/mm ²]	Tensão von-Mises do Sólido [daN/mm ²]	Erro MP	Erro VM	Tempo de solução [min]
5	35905	0.00809	0.00658	-	-	1
3	126138	0.00827	0.00650	2,2%	1,2%	1
2	398154	0.00832	0.00667	0,5%	2,5%	5
1.25	1378593	0.00831	0.00672	0,1%	0,7%	25

Fonte: Autor.

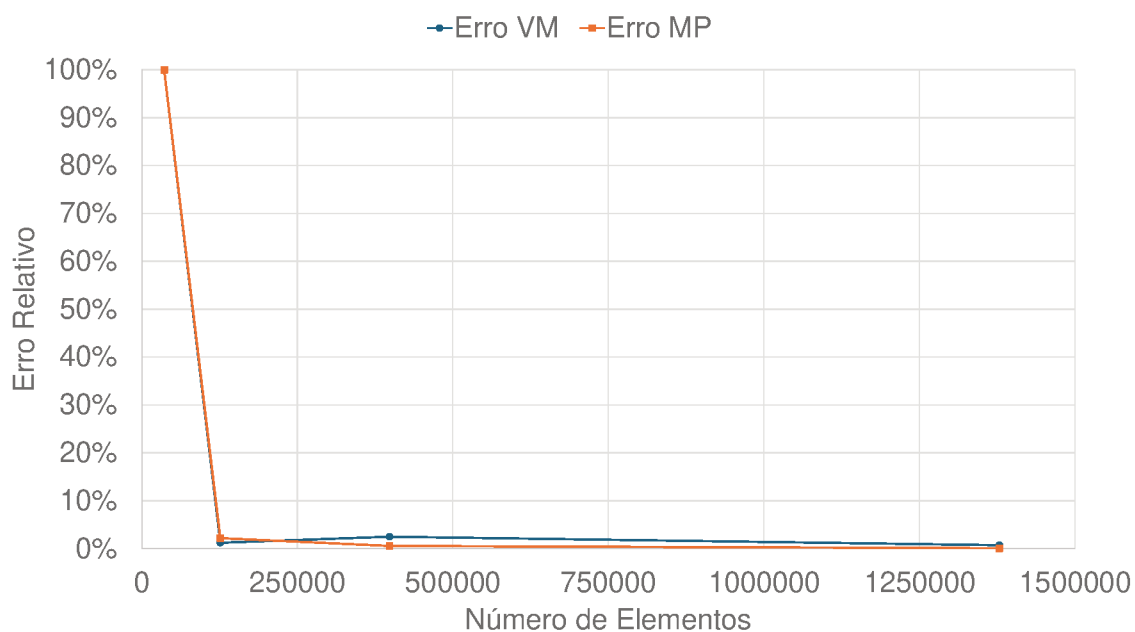
Conforme os resultados da Tabela 5, a Figura 21 e a Figura 22 apresentam graficamente a convergência da análise. Observa-se o mesmo número de iterações que os resultados anteriores para obter-se a convergência do modelo, apenas três. Porém por um processo mais demorado devido ao custo computacional de solução e preparação do modelo.

Figura 21: Gráfico da convergência da tensão nos modelos de elementos sólidos.



Fonte: Autor.

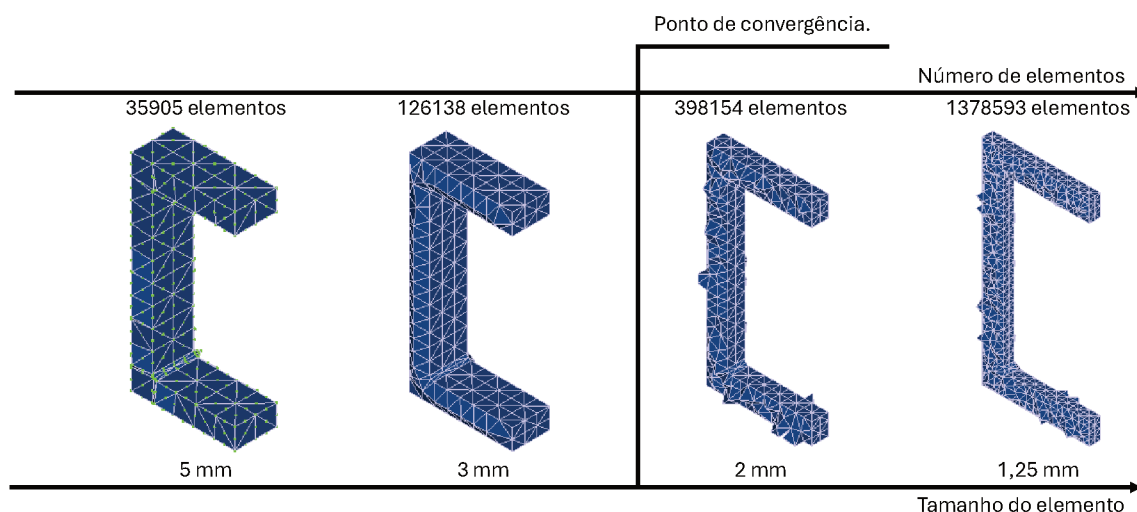
Figura 22: Gráfico da convergência do erro relativo nos modelos de elementos sólidos.



Fonte: Autor.

Da mesma maneira que para o modelo de elementos de placa, o tamanho do elemento convergido será utilizado nas próximas análises com variação do raio do modelo sólido. A Figura 23 mostra didaticamente o ponto de convergência dos resultados.

Figura 23: Ponto de convergência dos modelos de elementos sólidos.



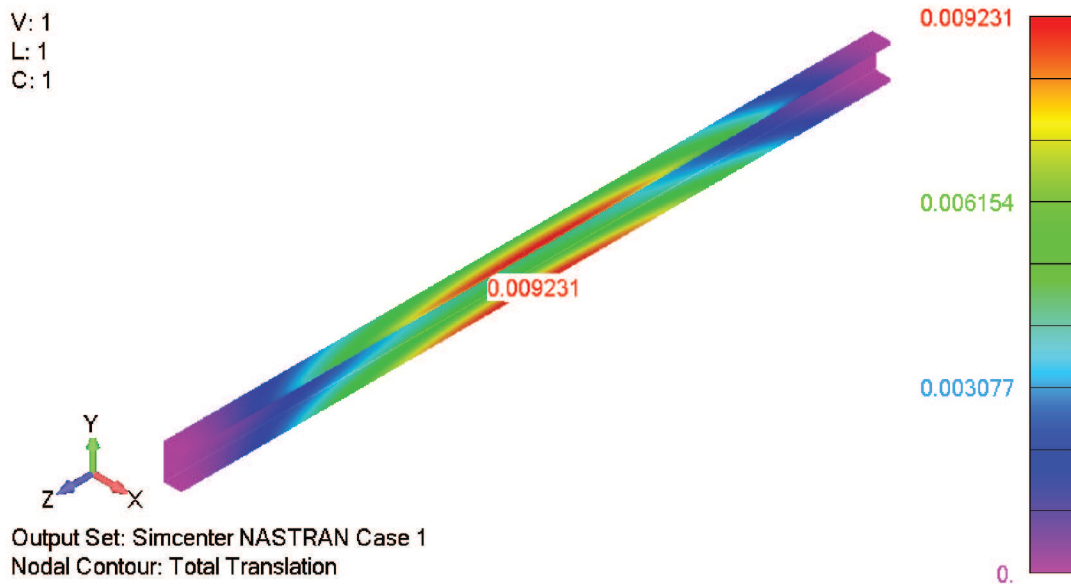
Fonte: Autor.

4.3.2 Deformação Global

A Figura 24 apresenta o valor do deslocamento total nodal máximo para o modelo de elementos sólidos já convergido. A diferença percentual relativa em relação aos resul-

tados obtidos pelo modelo de placas foi de aproximadamente 5%. Vale destacar que o deslocamento máximo também ocorre na região central da viga, conforme esperado.

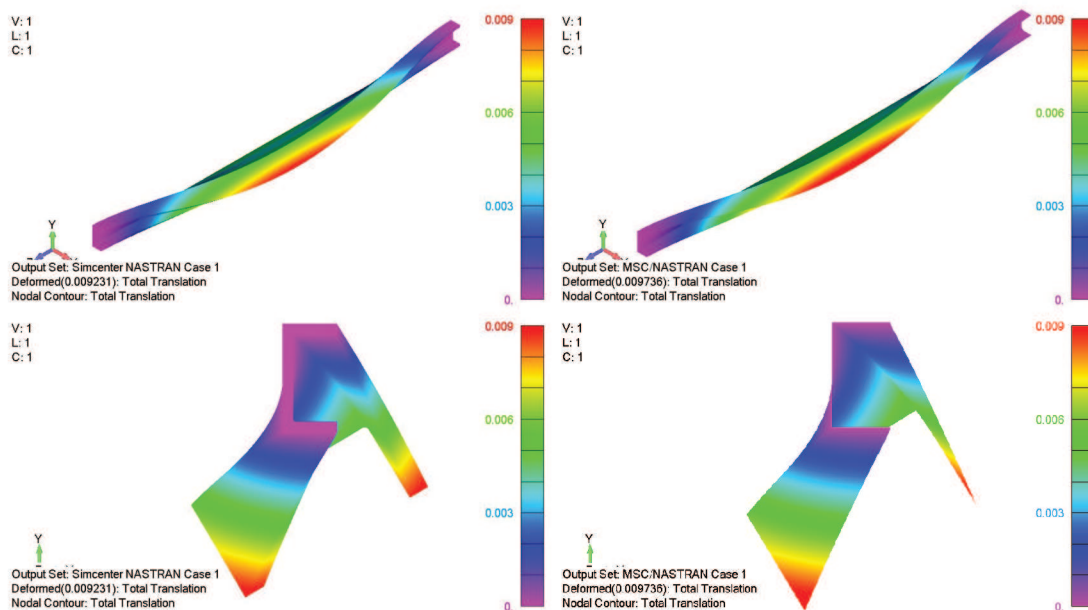
Figura 24: Máximo deslocamento total para o modelo convergido de elementos de placa.



Fonte: Autor.

Apesar da diferença quantitativa, a Figura 25 mostra que o aspecto das deformações globais do modelo de elementos sólidos (duas vistas ao lado esquerdo) é, qualitativamente, análogo ao campo de tensões obtidos pelo modelo de placas (duas vistas ao lado direito).

Figura 25: Comparação entre os campos de deformações dos modelos (Escala de deformação igual 5).

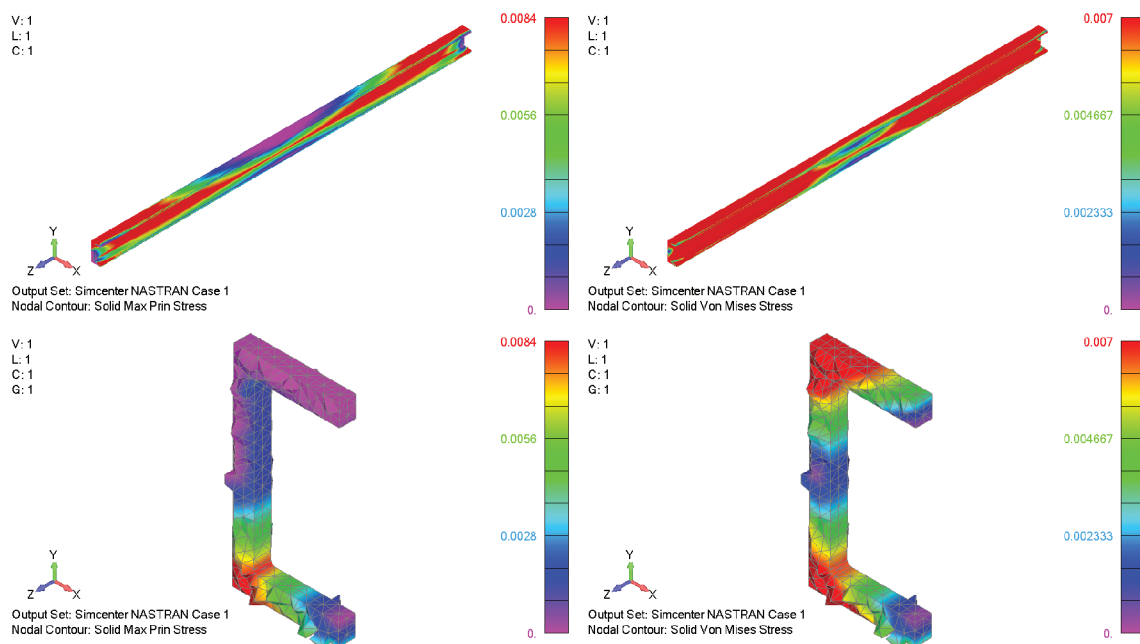


Fonte: Autor.

4.3.3 Tensão Máxima Principal e Tensão de von-Mises

Na Figura 26 observa-se o comportamento global das tensões. Mais à esquerda é apresentado, na figura, o campo de tensões de máxima principal e, mais à direita é apresentado o campo de tensões de von-Mises. Bem como no modelo de placas, é notável o aumento das tensões nas proximidades das condições de contorno das extremidades. Dessa forma, valem as mesmas considerações feitas na seção correspondente do modelo de elementos de placa.

Figura 26: *Tensão Máxima Principal e Tensão de von-Mises* para o modelo convergido de elementos sólidos.



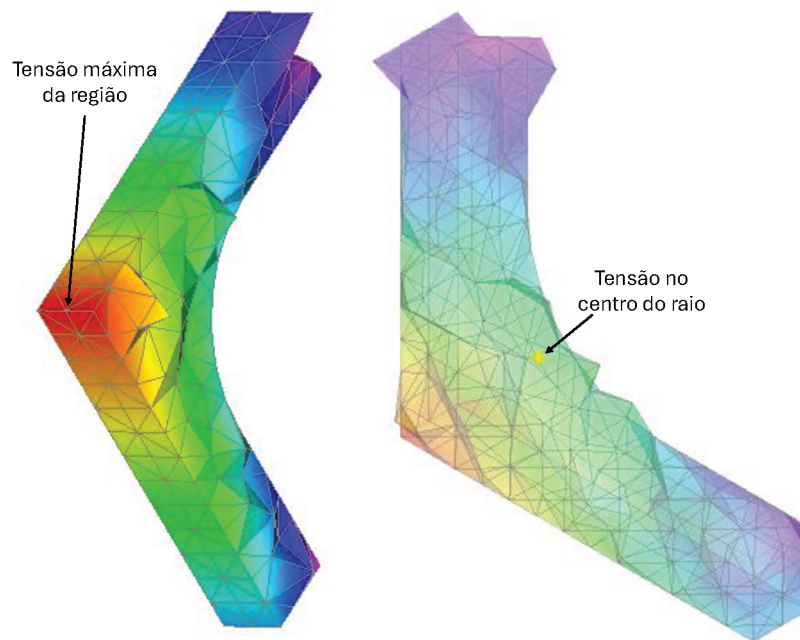
Fonte: Autor.

Nota-se a concentração de tensão entre a alma e a flange, nos vértices inferiores e no raio da região de interesse do estudo. Isso ocorre tanto para a tensão máxima principal e para von-Mises. Conforme Pilkey (2004), o aumento de tensões nessa região já é esperado. Essas regiões serão melhores analisadas nas seções posteriores.

4.4 O Modelo de Elementos Sólidos com variação no raio

Nessa seção são avaliados os resultados dos efeitos relacionados com o aumento do raio. Foram mantidas as condições de contorno constantes em relação aos estudos anteriores. O parâmetro do tamanho do elemento foi mantido pelo modelo sólido convergido. Os resultados foram adquiridos no nó com tensão mais alta e no nó localizado no centro do raio. É possível identificar essas regiões pela Figura 26 e a Figura 27 que mostram as regiões de análise mais detalhadamente.

Figura 27: Região escolhida para a avaliação dos resultados da variação do raio.



Fonte: Autor.

4.4.1 Tensão Máxima Principal e Tensão de von-Mises

Esta seção apresenta os resultados para a variação no raio do modelo de elementos sólidos de forma a confrontar os resultados com a modelagem por elementos de placa. Nota-se na Tabela 6 a congruência com a teoria, uma vez que a tensão diminui conforme o raio aumenta. Na mesma tabela, também se observa a predominância da tensão de von-Mises menor que a Máxima Principal, sempre com relação à região que se está analisando e, isso se dá pela diferença entre as formulações, na qual von-Mises pondera as tensões nas direções, enquanto na máxima principal é dado na direção do vetor principal, no qual, tem maior tensão.

Tabela 6: Resultados da tensão nodal no raio e na tensão nodal máxima da região.

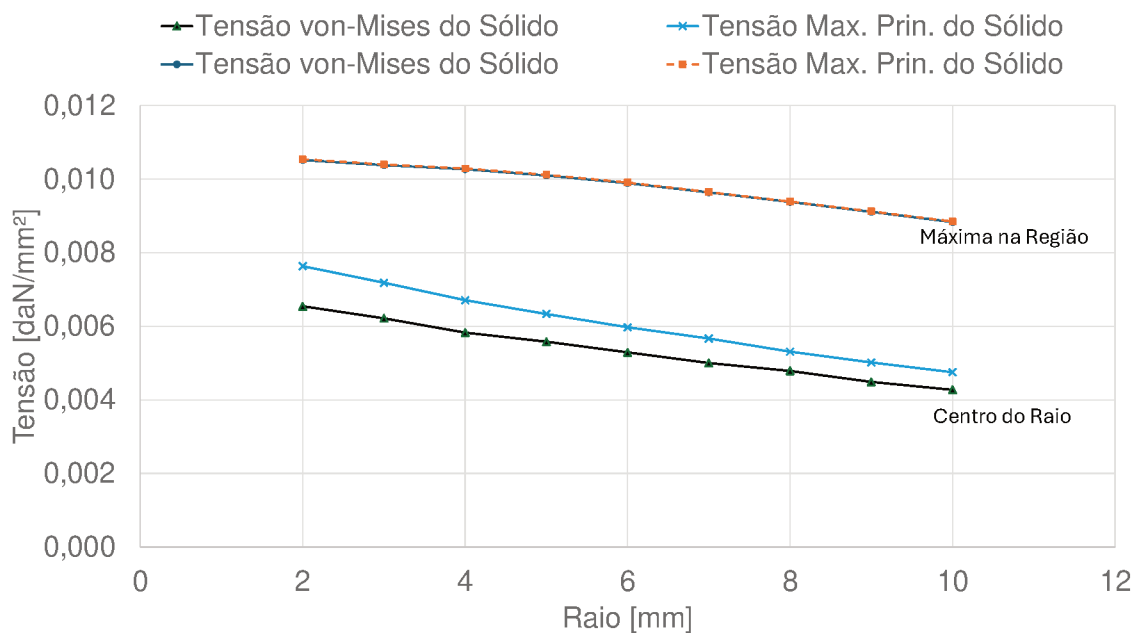
Raio [mm]	Centro do raio		Máximo da região	
	<i>Tensão Max. Prin. do Sólido [daN/mm²]</i>	<i>Tensão von-Mises do Sólido [daN/mm²]</i>	<i>Tensão Max. Prin. do Sólido [daN/mm²]</i>	<i>Tensão von-Mises do Sólido [daN/mm²]</i>
2	0,00764	0,00655	0,01054	0,01052
3	0,00718	0,00622	0,01040	0,01038
4	0,00671	0,00583	0,01029	0,01027
5	0,00634	0,00558	0,01012	0,01010
6	0,00597	0,00529	0,00991	0,00989
7	0,00567	0,00500	0,00965	0,00964
8	0,00531	0,00479	0,00939	0,00938
9	0,00502	0,00449	0,00912	0,00911
10	0,00475	0,00428	0,00885	0,00883

Fonte: Autor.

Os resultados para a tensão máxima na região foram mais conservadores, apresentando valores maiores. Como se observa na Figura 28 o gráfico da tensão máxima na região

para von-Mises e para a máxima principal estão sobrepostos, indicando uma preferência direcional para a tensão do elemento. Por outro lado, na região do centro do raio observa-se um pouco mais a composição de outras direções, que nesse caso, contribuem para a diminuição da tensão de von-Mises. Nesses gráficos observa-se a tendência de diminuição de ambas as tensões, independente da região conforme o raio aumenta. O que também é observado por Pilkey (2004).

Figura 28: Gráfico da variação da tensão função do raio.



Fonte: Autor.

4.5 Comparação entre os Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados para o comparativo de tensões e entre os dois modelos propostos. Como a metodologia de modelagem do modelo de elementos de placa é dada pela superfície média, a variação geométrica do raio é simplificada e, portanto, independente do raio de modelo a tensão é constante. A tensão no modelo de placas foi adquirida conforme a orientação do vetor normal dos elementos, sendo catalogadas as tensões *Top* e *Bot*. A tensão *Top* está representando a região mais externa da seção transversal, enquanto a tensão *Bot*, a mais interna.

4.5.1 Resultados de tensão

Na Tabela 7 são apresentados os valores encontrados pelo modelo de elementos sólidos e os valores encontrados pelo modelo de elementos de placa, ambos para a região do raio. Os comparativos feitos são denotados pela variação entre as tensões dos diferentes modelos e o Fator de Incremento de Tensão, K_i .

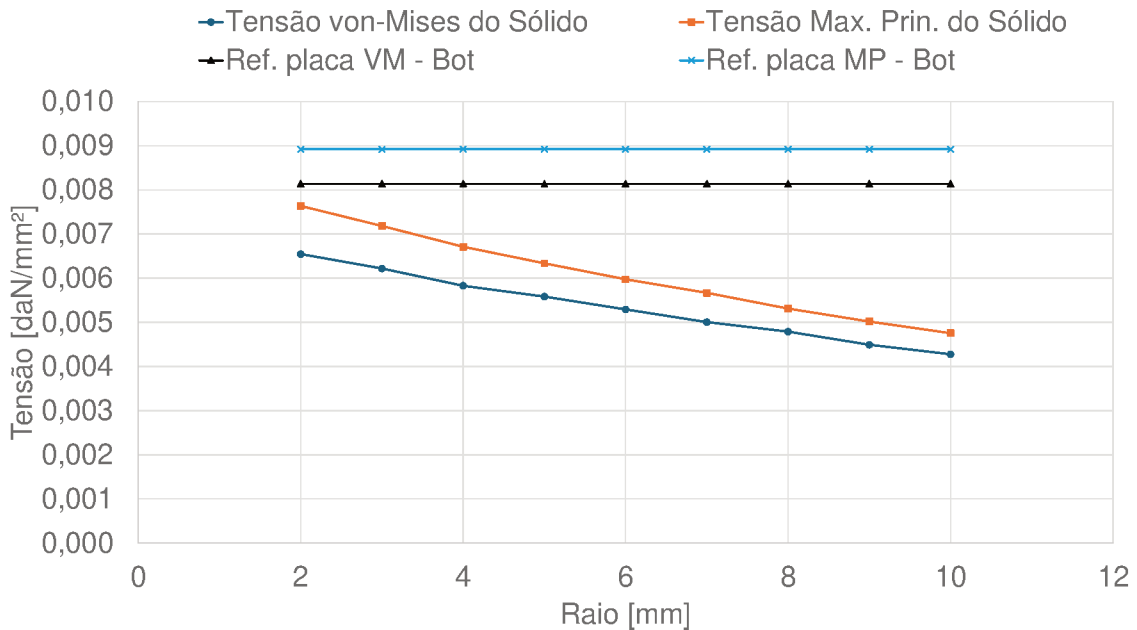
Tabela 7: Resultados do comparativo entre a tensão nodal no raio.

Razão (r/t)	Solid Max. Prin. Strees [daN/mm ²]	Solid von-Mises Strees [daN/mm ²]	Ref. placa MP - Bot	Ref. placa VM - Bot	Variação ΔMP [daN/mm ²]	Ki - MP	Variação ΔVM [daN/mm ²]	Ki - VM
0,4	0,00764	0,00655	0,00892	0,00814	0,00128	0,856022	0,00159	0,80441
0,6	0,00718	0,00622	0,00892	0,00814	0,00174	0,805173	0,00192	0,764243
0,8	0,00671	0,00583	0,00892	0,00814	0,00221	0,752189	0,00231	0,716345
1,0	0,00634	0,00558	0,00892	0,00814	0,00259	0,710203	0,00255	0,686203
1,2	0,00597	0,00529	0,00892	0,00814	0,00295	0,669632	0,00284	0,650356
1,4	0,00567	0,00500	0,00892	0,00814	0,00325	0,635254	0,00313	0,615077
1,6	0,00531	0,00479	0,00892	0,00814	0,00361	0,59543	0,00335	0,588596
1,8	0,00502	0,00449	0,00892	0,00814	0,00390	0,562476	0,00365	0,552019
2,0	0,00475	0,00428	0,00892	0,00814	0,00417	0,532835	0,00386	0,525567

Fonte: Autor.

Assim como na Tabela 7, é possível observar graficamente na Figura 29 que as tensões encontradas pelo modelo de placas são mais conservativas. De acordo com Pilkey (2004) em geometrias parecidas, o esperado é o aumento de tensão conforme o raio diminui. Como no modelo de placas a idealização é um vértice agudo, 0 mm de raio, os resultados estão de acordo com o estudado. Nessas condições, em que existem poucos detalhes geométricos, é possível utilizar um modelo mais simplificado para as análises durante o desenvolvimento do produto.

Figura 29: Gráfico da comparação da tensão do modelo sólido com o modelo de placas em função do raio, na região do raio.



Fonte: Autor.

Conforme apresentado na Tabela 7, a Tabela 8 apresenta os mesmos resultados, entretanto, para a tensão nodal máxima da região.

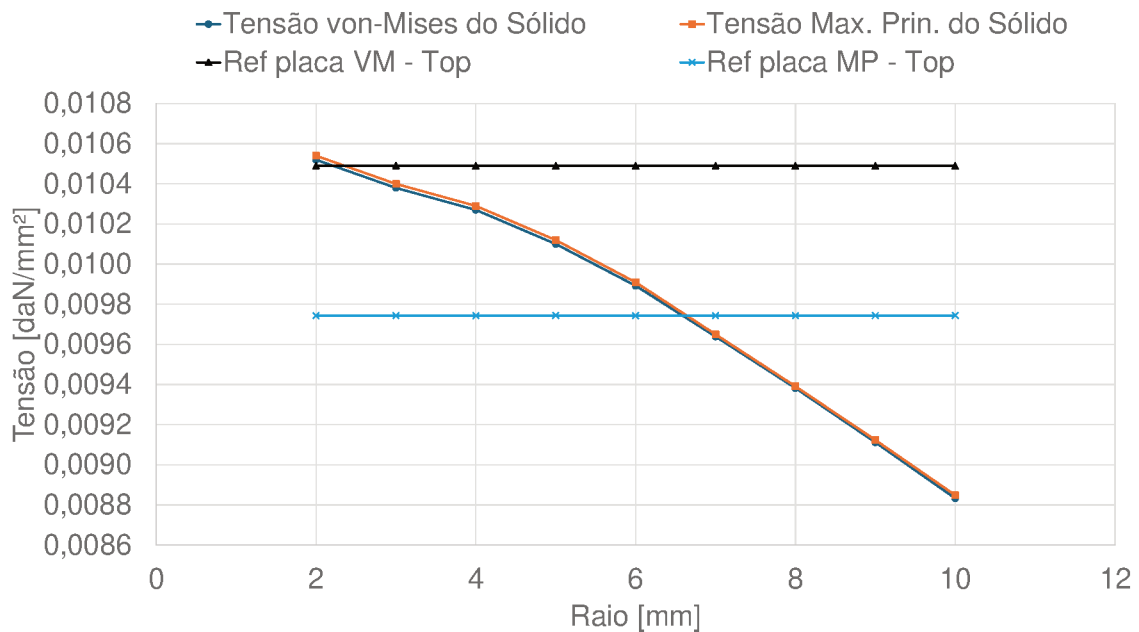
Tabela 8: Resultados do comparativo entre a tensão nodal máxima da região.

Razão (r/t)	Solid Max. Prin. Strees [daN/mm ²]	Solid von-Mises Strees [daN/mm ²]	Ref. placa MP - Top	Ref. placa VM - Top	Varição ΔMP [daN/mm ²]	Ki - MP	Varição ΔVM [daN/mm ²]	Ki - VM
0,4	0,01054	0,01052	0,00974	0,01049	-0,00080	1,081708	-0,00003	1,002879
0,6	0,01040	0,01038	0,00974	0,01049	-0,00066	1,06734	0,00011	0,989533
0,8	0,01029	0,01027	0,00974	0,01049	-0,00055	1,056051	0,00022	0,979046
1,0	0,01012	0,01010	0,00974	0,01049	-0,00038	1,038604	0,00039	0,96284
1,2	0,00991	0,00989	0,00974	0,01049	-0,00017	1,016949	0,00060	0,943011
1,4	0,00965	0,00964	0,00974	0,01049	0,00009	0,990368	0,00085	0,918893
1,6	0,00939	0,00938	0,00974	0,01049	0,00035	0,963787	0,00111	0,894393
1,8	0,00912	0,00911	0,00974	0,01049	0,00062	0,936386	0,00138	0,868653
2,0	0,00885	0,00883	0,00974	0,01049	0,00089	0,908163	0,00166	0,842056

Fonte: Autor.

Conforme os resultados obtidos por Ruas (2023), a Tabela 8 e a Figura 30 mostram que existe um ponto para que um modelo se torne mais conservativo que o outro. Nota-se que para o vértice, que é a região de maior tensão nesse caso, a tensão também diminui a medida que o raio, na face oposta, aumenta. Outro ponto observado é tensão máxima principal entre os modelos, que se tornam iguais entre os valores dos raios de 6 e 8 mm. Para a relação da tensão de von-Mises entre os modelos, notou-se que estas se tornam iguais próxima ao raio de 2 mm.

Figura 30: Gráfico da comparação da tensão do modelo sólido com o modelo de placas em função do raio, na tensão máxima da região.



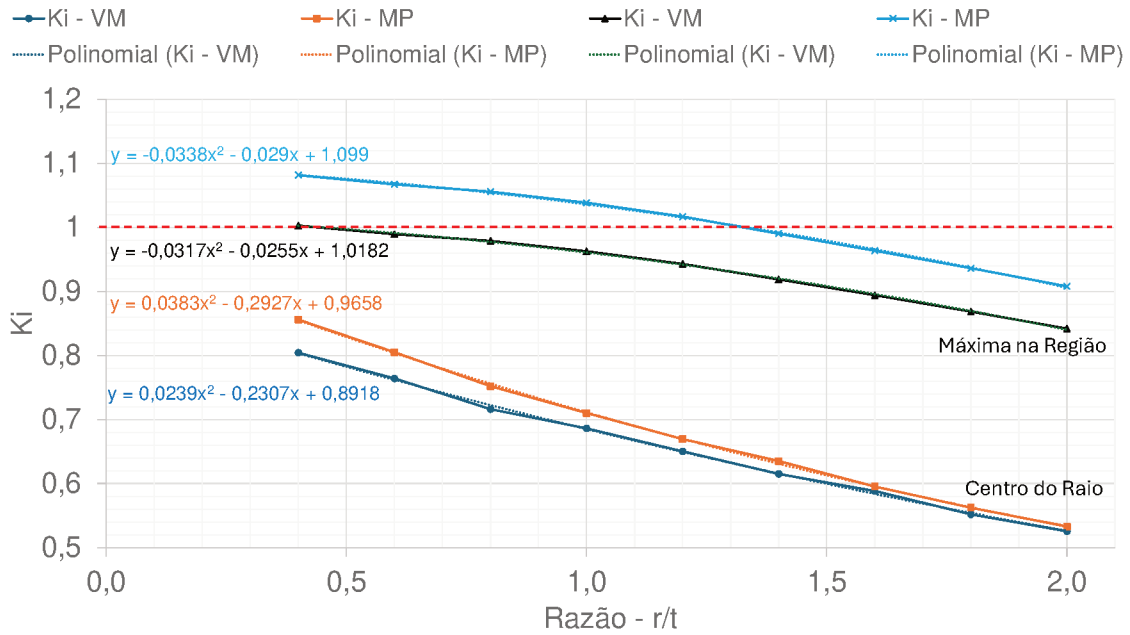
Fonte: Autor.

4.5.2 Fator de incremento de tensão - K_i

O gráfico da Figura 31 representa os dados das Tabela 7 e Tabela 8. Nesse gráfico os resultados mostram o fator K_i para a relação de tensões entre os modelos. Nota-se que os

fatores para a região do raio ficaram abaixo da linha do fator igual a 1, o que significa que o modelo de elementos de placa foi sempre conservativo nesse estudo. À medida que para a máxima na região existe um ponto em que o modelo de placas não é o mais conservativo, tanto para a tensão máxima principal quanto para a tensão de von-Mises. Os pontos nos quais isso ocorreu foram: para a razão (r/t) próxima de 0,4 para a curva de K_i de von-Mises (VM) e, para a razão (r/t) próxima de 1,3 para a curva de K_i da máxima principal (MP).

Figura 31: Gráfico do fator de incremento de tensão.



Fonte: Autor.

5 Conclusões

As análises das correlações do objeto permitem inferir que para a tensão máxima da região central de uma viga perfil “C” o modelo de elementos sólidos é mais conservativo. Ao passo que, para a análise do raio na região central da mesma viga o modelo de casca foi mais conservativo. Isso ficou demonstrado no gráfico apresentado na Figura 31, em que, com uma razão (r/t) de 0 e utilizando esse valor nas equações de ajuste de curva obtém-se resultados mais conservativos para o modelo sólido no caso do vértice e para o modelo de placas na região do raio. Além disso:

1. O refinamento de modelos é um processo iterativo que proporciona o uso de modelos mais adequados numericamente. Isso evita o uso de modelos excessivamente refinados, que podem ter um custo computacional mais alto e apresentar poucos ganhos proporcionais ao aumento relativo da tensão.
2. O modelo de elementos de placa convergiu com uma quantidade relativamente menor de elementos para o caso estudado e, tem a vantagem de uma solução com menor tempo computacional.
3. O modelo de elementos sólidos é capaz de responder a pequenas variações na geometria.
4. A diferença entre as formulações dos critérios de von-Mises e máxima principal resulta em tensões calculadas distintas para uma mesma região analisada.
5. A diferença percentual entre o modelo de placas e o modelo sólido para a região do raio aumentou conforme o aumento do raio, fechando em aproximadamente 47% para o maior raio.
6. A diferença percentual entre o modelo de placas e o modelo sólido para a região do vértice primeiro diminuiu, em seguida, aumentou conforme o aumento do raio, fechando em aproximadamente 9 e 16% para o maior raio, MP e VM respectivamente.
7. O fator K_i pode ser utilizado como correção de tensão entre modelos uma vez que o problema esteja modelado conforme estudos prévios.

6 Trabalhos Futuros

Com relação à perspectiva de estudos na área:

1. Dado a tipicidade dos problemas e à necessidade de soluções baseadas em modelos globais, normalmente compostos por elementos de placa. Propõe-se o estudo com a variação de todos os parâmetros, como a espessura e o tamanho do elemento, na intenção de avaliar estatisticamente e correlacionar as diversas variáveis do problema.
2. Para complementar este estudo, poderiam ser incluídas as análises para o valor de raio 0 mm.
3. Trabalhar com refinamento local a fim de diminuir os custos computacionais.
4. Propõe-se aumentar a fidelidade das condições de contorno e as condições de aplicação da carga, aprimorando a qualidade e aplicabilidade dos resultados.

Referências

- Agência Nacional de Aviação Civil. **Regulamento Brasileiro de Aviação Civil nº 25**. Brasil: Agência Nacional de Aviação Civil, 2014.
- AL., L. Potvin et. Nastran implementation of an isoparametric doubly-curved quadrilateral shell element. In: NASA Marshall Space Flight Center. **NASA. Marshall Space Flight Center Seventh NASTRAN User's Colloq.** Houston, TX, United States, 1978. Accession Number: 78N32477.
- BATHE, K.-J. **Finite Element Procedures**. 2. ed. USA: Klaus-Jürgen Bathe, 2014. ISBN 0979004950,9780979004957.
- BEER, F. P.; JR., E. R. J.; DEWOLF, J. T.; MAZUREK, D. F. **Mechanics of Materials, 8th Edition**. 8. ed. USA: McGraw-Hill, 2018. ISBN 9781260113273,1260113272,2018026956.
- BUDYNAS, R. G. **Elementos de Maquinas de Shigley 10ed.** 10 ed.. ed. Brasil: MCGRAW-HILL BRASIL - GRUPO A, 2016. ISBN 858055554X,9788580555547.
- CALLISTER, W.; RETHWISCH, D. **Materials Science and Engineering**. USA: Wiley, 2014. ISBN 9781118319222.
- CHETAN, B.; SWAMY, G. N.; GIRISH, K. Fatigue life estimation of rear fuselage structure of an aircraft. **Int J Res Eng Technol**, v. 4, n. 7, p. 1–8, 2015.
- COOK, R. D. **Finite element modeling for stress analysis**. 1st. ed. USA: Wiley, 1995. ISBN 0471107743,9780471107743.
- DOWLING, N. E. **Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue**. 4. ed. England: Pearson, 2013.
- FILHO, A. A. **Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE**. 5. ed. São Paulo, SP, Brasil: Érica, 2007. ISBN 9788571947412.
- FISH, J.; BELYTSCHKO, T. **A First Course in Finite Elements**. USA: John Wiley & Sons Ltd, 2007. ISBN 9780470035801,9780470510841,0470035803.
- GENDRON, G. A review of four pc packages for fe structural analysis. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 28, n. 2, p. 105–114, 1997. ISSN 0168-874X.
- GERE, J.; GOODNO, B. **Mechanics of Materials, Enhanced, SI Edition**. 9. ed. Boston, MA, USA: CL Engineering, 2020. ISBN 0357377850,9780357377857.
- GUNWANT, D.; KSHETRI, R.; RAWAT, K. Determination of stress concentration factor in linearly elastic structures with different stress-raisers using fem. **International journal of engineering research and application**, v. 6, p. 2248–9622, 2016.
- HODHIGERE, Y.; JHA, J. S.; TEWARI, A.; MISHRA, S. Finite element analysis-based approach for stress concentration factor calculation. In: SEETHARAMU, S.; RAO, K. B. S.; KHARE, R. W. (Ed.). **Proceedings of Fatigue, Durability and Fracture Mechanics**. Singapore: Springer Singapore, 2018. p. 1–6. ISBN 978-981-10-6002-1.

JIEN, S.; NISHIURA, H. Automatic tool for improving the meshing efficiency for thin-walled objects-mid-surface mesh generation utilizing shape recognition. **SAE International Journal of Materials and Manufacturing**, SAE International, v. 11, n. 4, p. 361–372, 2018. ISSN 19463979, 19463987.

MEGSON, T. **Aircraft Structures for Engineering Students (Aerospace Engineering)**. 7. ed. Great Britain: Butterworth-Heinemann, 2021. ISBN 0128228687,9780128228685.

MOAVENI, S. **Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS**. 4, global. ed. USA: Pearson Education Limited, 2015. ISBN 0273774301,9780273774303.

MOLENT, L.; BARTER, S.; DIXON, B.; SWANTON, G. Outcomes from the fatigue testing of seventeen centre fuselage structures. **International Journal of Fatigue**, v. 111, p. 220–232, 2018. ISSN 0142-1123.

NIU, M. C.-Y. **Airframe Structural Design: Practical Design Information and Data on Aircraft Structures**. Hardcover. USA: Adaso/Adastra Engineering Center (first published June 30th 1999), 2011. ISBN 9627128090,9789627128090.

PEETERS, M.; SANTO, G.; DEGROOTE, J.; PAEPEGEM, W. V. Comparison of shell and solid finite element models for the static certification tests of a 43 m wind turbine blade. **Energies**, v. 11, n. 6, 2018. ISSN 1996-1073.

PILKEY, W. D. **Formulas for Stress, Strain, and Structural Matrices**. 2. ed. USA: Wiley, 2004. ISBN 0471032212,9780471032212.

RICHARDS, K. L. **Design Engineer's Handbook**. 1. ed. USA: Taylor Francis Group, 2013.

RUAS, A. B. M. Modelagem de uma viga “c” de paredes finas com alma reforçada: Análise de concentração de tensão e aspectos de fadiga. **Monografia (Bacharel em Engenharia Aeroespacial)**, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Brasil, 2023.

SCHIJVE, J. **Fatigue of Structures and Materials**. 2. ed. Delft, The Netherlands: Springer Netherlands, 2009. ISBN 978-1-4020-6807-2,978-1-4020-6808-9.

SIVARANJANI, T.; ABHIRAMA, K.; MANJUPRASAD, M. Probabilistic fatigue life estimation of plate with multiple stress concentration zones. In: SEETHARAMU, S.; RAO, K. B. S.; KHARE, R. W. (Ed.). **Proceedings of Fatigue, Durability and Fracture Mechanics**. Singapore: Springer Singapore, 2018. p. 307–322. ISBN 978-981-10-6002-1.

VENKATESHA, B.; PRASHANTH, K.; KUMAR, T. D. Investigation of fatigue crack growth rate in fuselage of large transport aircraft using fea approach. **Global Journal of Research and Engineering-GJRE-A**, v. 14, n. 1, 2014.