

FELLIPE ANDRÉ DINIZ PRUDENTE

# Monitoramento Estrutural por Impedância Eletromecânica via Sistemas Neuro-Fuzzy



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE MATEMÁTICA  
2024

FELLIPE ANDRÉ DINIZ PRUDENTE

# Monitoramento Estrutural por Impedância Eletromecânica via Sistemas Neuro-Fuzzy

**Dissertação** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do título de **MESTRE EM MATEMÁTICA**.

**Área de Concentração:** Matemática.

**Linha de Pesquisa:** Matemática Aplicada.

**Orientadora:** Profa. Dra. Rosana Sueli da Motta Jafelice.

UBERLÂNDIA - MG  
2024



Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU  
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

P971 2024	<p>Prudente, Fellipe Andre Diniz, 1997- Monitoramento Estrutural por Impedância Eletromecânica via Sistemas Neuro-Fuzzy [recurso eletrônico] / Fellipe Andre Diniz Prudente. - 2024.</p> <p>Orientadora: Rosana Sueli da Motta Jafelice. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Matemática. Modo de acesso: Internet. Disponível em: <a href="http://doi.org/10.14393/ufu.di.2024.24">http://doi.org/10.14393/ufu.di.2024.24</a> Inclui bibliografia. Inclui ilustrações.</p> <p>1. Matemática. I. Jafelice, Rosana Sueli da Motta, 1964-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Matemática. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 51</p>
--------------	--

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091  
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



## UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Matemática  
Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1F, Sala 1F 160 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-  
MG, CEP 38400-902  
Telefone: (34) 3239-4209/4154 - www.posgrad.famat.ufu.br - pgramat@famat.ufu.br



### ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Matemática				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico, 113, PPGMAT				
Data:	25 de janeiro de 2024	Hora de início:	09:00	Hora de encerramento:	11:00
Matrícula do Discente:	12112MAT003				
Nome do Discente:	Fellipe André Diniz Prudente				
Título do Trabalho:	Monitoramento Estrutural por Impedância Eletromecânica via Sistemas Neuro-Fuzzy				
Área de concentração:	Matemática				
Linha de pesquisa:	Matemática Aplicada				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Aplicação de Transdutores Piezelétricos em Sistemas Mecânicos para Monitoramento de Integridade Estrutural para Tanques de Armazenamento				

Reuniu-se na Sala Multiuso da Biblioteca (Campus Santa Mônica) da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Matemática, assim composta: Professores Doutores: Sandra Regina Monteiro Masalskiene Roveda - Campus Sorocaba/UNESP; Josuel Kruppa Rogenski - FAMAT/UFU e Rosana Sueli da Motta Jafelice - FAMAT/UFU, orientadora do candidato.

Iniciando os trabalhos a presidente da mesa, Dra. Rosana Sueli da Motta Jafelice, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu o Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir a senhora presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir o candidato. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o candidato:

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Josuel Kruppa Rogenski, Professor(a) do Magistério Superior**, em 25/01/2024, às 11:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Sandra Regina Monteiro Masalskiene Roveda, Usuário Externo**, em 25/01/2024, às 11:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rosana Sueli da Motta Jafelice, Professor(a) do Magistério Superior**, em 25/01/2024, às 11:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://www.sei.ufu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **5125708** e o código CRC **21916961**.

# Dedicatória

*Dedico esta dissertação à minha amada avó, Maria de Fátima Diniz, cuja presença constante e apoio incondicional moldaram a pessoa que sou hoje. Uma mulher extraordinariamente forte, à frente de seu tempo, que sempre me encorajou a perseguir minhas paixões e desejos.*

*Mesmo quando sua doença chegou, e os papéis se inverteram, cuidar dela foi uma honra e um privilégio. Seu legado de amor e dedicação continua a moldar meu caráter e minhas escolhas.*

*Dedico esta dissertação à minha querida tia Viviane Gonçalves Prudente Rocha, cujo apoio e generosidade sempre estiveram presentes. Sua capacidade única de enxergar o melhor nas pessoas é uma qualidade rara, e sua constante disposição em ver o potencial em cada indivíduo é uma inspiração constante para mim. Essa qualidade singular me impulsiona a buscar a melhoria pessoal diariamente.*

*Ambas, avó Maria de Fátima Diniz e tia Viviane Gonçalves Prudente Rocha, representam pilares fundamentais em minha jornada.*

*Que este trabalho seja uma singela homenagem a vocês duas, mulheres extraordinárias que deixaram uma marca permanente em meu coração. Obrigado por serem luzes em minha vida, por me inspirarem a alcançar os meus sonhos e por sempre permanecerem presentes, mesmo quando ausentes fisicamente.*

# Agradecimentos

Gostaria de expressar minha profunda gratidão a todas as pessoas e instituições que estiveram ao meu lado durante minha jornada acadêmica e na realização deste trabalho.

Primeiramente, minha mãe, Illana Diniz dos Santos, minha maior apoiadora. Sua presença constante, apoio incondicional e amor foram pilares essenciais em cada passo que dei. Minha principal fonte de força e inspiração. Minha tia, Danielle Diniz dos Santos, mesmo à distância, sempre foi uma presença constante em todos os momentos e escolhas da minha vida.

À minha orientadora, Dra. Rosana Sueli da Motta Jafelice, cujo papel vai além do âmbito acadêmico. Sua sensibilidade e compreensão trouxe clareza aos momentos desafiadores, guiando-me com sabedoria e orientação valiosa.

Ao professor Dr. José Waldemar da Silva, agradeço por seu papel de coorientador, pelo apoio incansável, correções precisas e constante suporte. Aos professores Dr. Diogo de Souza Rabelo e Dr. José dos Reis Vieira de Moura Jr., meu reconhecimento pelo suporte técnico e auxílio imprescindível para a conclusão deste trabalho.

Aos colegas do mestrado, meu profundo agradecimento pela colaboração mútua. Em especial, gostaria de reconhecer e agradecer a Alejandra, Pedro, Augusto, Paulo, Juan, Lucas e Thiago pelo suporte e apoio dedicados.

Meu amigo Eli Carlos merece meu reconhecimento especial por seus sábios conselhos acadêmicos e profissionais, sempre fundamentais em minhas escolhas. Aos amigos Anielle, Bruno, Joyce, Nicollas e Matheus, meu sincero agradecimento pelo apoio e camaradagem ao longo dessa jornada profissional.

Eriksson Soares Rodrigues e Eduarda Gabriela, meus amigos queridos, merecem meu agradecimento pelo apoio constante em todos os momentos da minha vida.

Não posso deixar de mencionar e agradecer à CAPES pelo suporte financeiro crucial durante todo o curso.

Por fim, expresso minha gratidão à Petrobras - Petróleo Brasileiro S.A. – R&D Center (CENPES) (CEP:21941-915) pela oportunidade de contribuir para o projeto, o qual proporcionou não apenas aprendizado significativo, mas também disponibilizou a base de dados fundamental para minha pesquisa. Em especial, agradeço a toda equipe que integra esse projeto de pesquisa e desenvolvimento intitulado: Aplicação de Transdutores Piezelétricos em Sistemas Mecânicos para Monitoramento de Integridade Estrutural para Tanques de Armazenamento.

## Resumo

O intuito do monitoramento de integridade estrutural (SHM) é inspecionar uma estrutura com o propósito de identificar, localizar e detectar possíveis danos. O enfoque deste estudo é para um SHM em empresas de prospecção e exploração de petróleo. Os dados utilizados são de experimentos financiados pela Petrobras. O objetivo deste trabalho é a compensação de temperatura para dados coletados de impedância eletromecânica, via dois sistemas neuro-fuzzy distintos, o *Hybrid Neural Fuzzy Inference System* (HyFIS) e o *Adaptive Neuro-fuzzy Inference System* (ANFIS), ambos geram Sistemas Baseados em Regras Fuzzy (SBRF), que utilizam os métodos de inferência de Mamdani e de Takagi-Sugeno, respectivamente. As medições foram realizadas em três contextos diferentes. O primeiro experimento foi realizado através de um sensor piezoelétrico PZT (*PbLead Zirconate Titanate*) acoplado em uma chapa de alumínio com temperatura controlada em uma câmara climática no Laboratório de Mecânica de Estruturas (LMEst) da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Em seguida, no segundo cenário os dados foram coletados por pastilhas de PZT instaladas em uma placa de aço que foi submetida a cinco danos diferentes em condições ambientais no Campus Glória. Para a realização do terceiro experimento foram conectados nove PZT na seção circular do protótipo de teto de um tanque de combustível, localizado em ambiente externo no Campus Santa Mônica. Nos três experimentos, todos realizados na UFU, ocorreram a coleta das impedâncias relacionadas a determinadas temperaturas e frequências. Parte destes dados foram utilizados para o treinamento nas redes neuro-fuzzy que constroem os SBRF, tendo como variáveis de entrada, a temperatura e a frequência; e na variável de saída, a impedância. É realizada uma análise comparativa, calculando o desvio de coeficiente de correlação (CCD) entre os resultados obtidos pelos SBRF, gerados pelo HyFIS e pelo ANFIS, e os dados experimentais. Os resultados obtidos por essa comparação foram satisfatórios, com superioridade do HyFIS com mais de 90% de acurácia em todos os experimentos. No segundo experimento, foi possível medir a diferença da impedância, entre os valores de referência e dos cinco danos, através de dez métricas diferentes, determinadas através dos SBRF obtidos pelo HyFIS. Essa escolha foi realizada devido a precisão dos valores de validação gerados pelo HyFIS serem superiores aos originados pelo ANFIS. Acredita-se que as aplicações das redes neuro-fuzzy no SHM são promissoras em otimização de processos de produção em diferentes áreas da engenharia, em especial, empresas petrolíferas que é o foco deste trabalho.

*Palavras-chave:* Conjuntos Fuzzy; ANFIS; HyFIS; Impedância Eletromecânica; SHM; SBRF.

## Abstract

The aim of Structural Health Monitoring (SHM) is to examine a structure for the identification, localization, and detection of potential damages. The focus of this study is on SHM in oil exploration and production companies. The data used comes from experiments funded by Petrobras. The objective is to account for temperature variations in data gathered from electromechanical impedance by employing two distinct neuro-fuzzy systems: the Hybrid Neural Fuzzy Inference System (HyFIS) and the Adaptive Neuro-fuzzy Inference System (ANFIS). Both systems generate Fuzzy Rule-Based Systems (FRBS), employing Mamdani and Takagi-Sugeno inference methods, respectively. The experiments took place in three different contexts. The initial experiment involved a piezoelectric PZT (PbLead Zirconate Titanate) sensor affixed to an aluminum plate under controlled temperature within a climatic chamber at the Mechanical Structures Laboratory (LMEst) of the Faculty of Mechanical Engineering. Subsequently, in the second scenario, data were collected using PZT patches mounted on a steel plate, subjecting it to five different damages in ambient conditions at the Glória Campus. For the third experiment, nine PZTs were linked to the circular section of a fuel tank prototype roof in an outdoor setting at the Santa Mônica Campus. In all experiments conducted at the Federal University of Uberlândia (UFU) sites, impedances linked to specific temperatures and frequencies were collected. A segment of this data was used to train the neuro-fuzzy networks constructing the FRBS, with temperature and frequency as input variables and impedance as the output variable. A comparative analysis was carried out by computing the Coefficient of Correlation Deviation (CCD) between the results obtained from the HyFIS and ANFIS-generated FRBS and the experimental data. The comparison results were satisfactory, showing HyFIS superiority with over 90% accuracy in all experiments. In the second experiment, it was feasible to measure impedance differences between reference values and the five damages using ten distinct metrics derived from the FRBS obtained by HyFIS. This decision stemmed from the precision of validation values generated by HyFIS, surpassing those produced by ANFIS. The implementation of neuro-fuzzy networks in SHM holds potential for optimizing production processes across various engineering domains, particularly in the petroleum industry, which is the primary focus of this study.

*Keywords:* Fuzzy Sets; ANFIS; HyFIS; Electromechanical Impedance; SHM; FRBS.

# Lista de Figuras

1	Exemplo do sinal obtido com o método de impedância eletromecânica. . . . .	2
2	Placa de alumínio aeronáutica utilizado no primeiro experimento. . . . .	3
3	Chapa de aço de baixo carbono extraída de um teto de tanque de combustível operacional. . . . .	4
4	Seção circular do protótipo de teto de um tanque de combustível. . . . .	4
5	Esquema da metodologia do estudos dos dados para cada experimento. . . . .	5
6	Esquema da metodologia de compensação de temperaturas para identificação de danos. . . . .	7
1.1	Subconjuntos fuzzy $A$ e $A^C$ . . . . .	12
1.2	Subconjuntos fuzzy $A$ e $B$ . . . . .	12
1.3	União de subconjuntos fuzzy. . . . .	13
1.4	Interseção de subconjuntos fuzzy. . . . .	13
1.5	Complementar do subconjunto baixa. . . . .	13
1.6	União padrão. . . . .	14
1.7	Soma algébrica. . . . .	14
1.8	Soma limitada. . . . .	14
1.9	União drástica. . . . .	14
1.10	Intersecção padrão. . . . .	15
1.11	Produto algébrico. . . . .	15
1.12	Diferença limitada. . . . .	15
1.13	Intersecção drástica. . . . .	15
1.14	Número fuzzy triangular. . . . .	17
1.15	Número fuzzy trapezoidal. . . . .	17
1.16	Número fuzzy gaussiano. . . . .	18
1.17	Representação tridimensional da $f(x, y) = x + y$ utilizando o princípio da extensão de Zadeh. . . . .	19
1.18	Números fuzzy utilizados para a soma. . . . .	20
1.19	Subconjunto fuzzy $A + B$ . . . . .	21
1.20	Representação tridimensional da $f(x, y) = x - y$ utilizando o princípio da extensão de Zadeh. . . . .	21
1.21	Números fuzzy utilizados para a diferença. . . . .	22
1.22	Subconjunto fuzzy $A - B$ . . . . .	23
1.23	Representação tridimensional de $f(x, y) = x \cdot y$ utilizando o princípio da extensão de Zadeh. . . . .	24
1.24	Números fuzzy utilizados para o produto. . . . .	24
1.25	Subconjunto fuzzy $A \cdot B$ . . . . .	25
1.26	Representação tridimensional de $f(x, y) = \frac{x}{y}$ utilizando o princípio da extensão de Zadeh. . . . .	26
1.27	Números fuzzy utilizados para o quociente. . . . .	26



1.28	Subconjunto fuzzy $\frac{A}{B}$ . . . . .	27
1.29	Extensão de Zadeh para $f(x) = \lambda x$ . . . . .	28
1.30	Funções de pertinência da variável linguística de temperatura. . . . .	29
1.31	Categorização das frequências com subconjuntos fuzzy. . . . .	30
1.32	Arquitetura do SBRF. . . . .	30
1.33	Placa de alumínio. . . . .	33
1.34	Gráficos das funções de pertinência para temperatura. . . . .	33
1.35	Gráfico das funções de pertinência para frequência. . . . .	34
1.36	Gráfico das funções de pertinência para impedância. . . . .	34
1.37	Método de inferência de Mamdani. . . . .	35
1.38	Método de inferência de Takagi-Sugeno. . . . .	36
2.1	Ilustração de um neurônio biológico. . . . .	39
2.2	Ilustração do esquema de unidade McCulloch-Pitts. . . . .	40
2.3	Interpretação geométrica do método dos mínimos quadrados. . . . .	41
2.4	Campo gradiente de uma função de duas variáveis. . . . .	42
2.5	Campo gradiente descendente de um parabolóide. . . . .	43
2.6	Valores de $x_g$ e $y_g$ gerados pelo software Matlab. . . . .	44
2.7	Configuração da reta gerada pelo chute inicial em comparação com os dados. . . . .	45
2.8	Retas geradas pelos parâmetros obtidos pelo método após cada iteração. . . . .	45
2.9	Arquitetura do HyFIS. . . . .	46
2.10	Estrutura do modelo neuro-fuzzy do HyFIS. . . . .	47
2.11	Subconjuntos fuzzy da 1 <sup>a</sup> variável de entrada. . . . .	50
2.12	Subconjuntos fuzzy da 2 <sup>a</sup> variável de entrada. . . . .	51
2.13	Subconjuntos fuzzy da variável de saída. . . . .	51
2.14	Arquitetura do ANFIS. . . . .	55
3.1	Inserindo os PZT na chapa de alumínio. . . . .	65
3.2	Câmara climática. . . . .	65
3.3	Curvas de impedância. . . . .	66
3.4	Ilustração de acréscimo de massa. . . . .	66
3.5	Subdivisões das frequências por SBRF. . . . .	68
3.6	Médias dos CCD para cada combinação de quantidades de funções de pertinência e frequências por intervalo. . . . .	71
3.7	Assinaturas reais e preditas pela HyFIS, na combinação de nove funções de pertinência com duas frequências por intervalo. . . . .	72
3.8	Médias dos CCD para cada combinação de quantidade de funções de pertinência e frequências por intervalo. . . . .	73
3.9	Assinaturas reais e preditas pela ANFIS, na combinação de quatro funções de pertinência com duas frequências por intervalo. . . . .	74
3.10	Assinaturas reais e preditas entre HyFIS e ANFIS, na combinação de nove funções de pertinência com duas frequências por intervalo. . . . .	75
3.11	Assinaturas reais e preditas entre HyFIS e ANFIS, na combinação de quatro funções de pertinência com duas frequências por intervalo. . . . .	75
3.12	Assinatura de Impedância <i>baseline</i> e com dano na temperatura de 20°C. . . . .	76
3.13	Identificação de danos pela métrica RMSD. . . . .	76
3.14	Identificação de danos pela métrica RMSD1. . . . .	77
3.15	Identificação de danos pela métrica RMSD2. . . . .	77
3.16	Identificação de danos pela métrica RMSD3. . . . .	77
3.17	Identificação de danos pela métrica RMSD4. . . . .	78

3.18	Identificação de danos pela métrica RMSD5. . . . .	78
3.19	Identificação de danos pela métrica CCD. . . . .	78
3.20	Identificação de danos pela métrica ASD. . . . .	79
3.21	Identificação de danos pela métrica MAPD. . . . .	79
3.22	Identificação de danos pela métrica M. . . . .	79
4.1	Chapa de aço utilizada no experimento. . . . .	82
4.2	Dano 1 realizado na placa de aço. . . . .	82
4.3	Esmerilhamento. . . . .	83
4.4	Representação do processo de medição da região do dano 1. . . . .	83
4.5	Técnica para medir a espessura da placa em um ponto. . . . .	85
4.6	Localização dos danos. . . . .	85
4.7	Média dos CCD para cada quantidade de função de pertinência - HyFIS. . . . .	87
4.8	Tempo de processamento para cada configuração das funções de pertinência - HyFIS. . . . .	88
4.9	Média dos CCD para cada quantidade de função de pertinência - ANFIS. . . . .	89
4.10	Tempo de processamento para cada configuração de funções de pertinência - ANFIS. . . . .	89
4.11	Curvas de impedância predida pelos SBRF gerados a partir do HyFIS e do ANFIS com 2 funções de pertinência na temperatura: 19, 24°C. . . . .	90
4.12	Curvas de impedância predida pelos SBRF gerados a partir do HyFIS e do ANFIS com 13 funções de pertinência na temperatura: 23, 91°C. . . . .	90
4.13	Identificação de danos pela métrica CCD. . . . .	91
4.14	Identificação de danos pela métrica ASD. . . . .	92
4.15	Identificação de danos pela métrica MAPD. . . . .	92
4.16	Identificação de danos pela métrica RMSD. . . . .	92
4.17	Identificação de danos pela métrica RMSD1. . . . .	93
4.18	Identificação de danos pela métrica RMSD2. . . . .	93
4.19	Identificação de danos pela métrica RMSD3. . . . .	93
4.20	Identificação de danos pela métrica RMSD4. . . . .	94
4.21	Identificação de danos pela métrica RMSD5. . . . .	94
5.1	Seção circular de um protótipo de um teto de tanque de armazenamento de combustível. . . . .	96
5.2	Configuração dos PZT na seção do teto do tanque e distribuição dos mesmos. . . . .	97
5.3	Processo de dano na seção circular do teto do tanque. . . . .	98
5.4	Gráficos das funções de pertinência das entrada do SBRF. . . . .	102
5.5	Gráficos de funções de pertinência para saída $Re(Z)$ . . . . .	103
5.6	Superfície gerada a partir do SBRF. . . . .	103
5.7	Médias dos CCD, preditas pelo HyFIS, do PZT 1. . . . .	104
5.8	Médias dos CCD, preditas pelo HyFIS, do PZT 2. . . . .	104
5.9	Médias dos CCD, preditas pelo HyFIS, do PZT 3. . . . .	104
5.10	Médias dos CCD, preditas pelo HyFIS, do PZT 4. . . . .	105
5.11	Médias dos CCD, preditas pelo HyFIS, do PZT 5. . . . .	105
5.12	Médias dos CCD, preditas pelo HyFIS, do PZT 6. . . . .	105
5.13	Médias dos CCD, preditas pelo HyFIS, do PZT 7. . . . .	106
5.14	Médias dos CCD, preditas pelo HyFIS, do PZT 9. . . . .	106
5.15	Médias dos CCD, preditas pelo HyFIS, do PZT 9. . . . .	106
5.16	Funções de pertinência das entrada do SBRF, através da ANFIS. . . . .	108
5.17	Superfície gerada a partir do SBRF a partir do ANFIS. . . . .	109
5.18	Médias dos CCD, preditas pelo ANFIS, do PZT 1. . . . .	109

5.19	Médias dos CCD, preditas pelo ANFIS, do PZT 2. . . . .	109
5.20	Médias dos CCD, preditas pelo ANFIS, do PZT 3. . . . .	110
5.21	Médias dos CCD, preditas pelo ANFIS, do PZT 4. . . . .	110
5.22	Médias dos CCD, preditas pelo ANFIS, do PZT 5. . . . .	110
5.23	Médias dos CCD, preditas pelo ANFIS, do PZT 6. . . . .	111
5.24	Médias dos CCD, preditas pelo ANFIS, do PZT 7. . . . .	111
5.25	Médias dos CCD, preditas pelo ANFIS, do PZT 8. . . . .	111
5.26	Médias dos CCD, preditas pelo ANFIS, do PZT 9. . . . .	112
5.27	Comparação das assinaturas reais e preditas entre HyFIS e ANFIS no PZT 1. . . . .	114
5.28	Comparação das assinaturas reais e preditas entre HyFIS e ANFIS no PZT 2. . . . .	114
5.29	Comparação das assinaturas reais e preditas entre HyFIS e ANFIS no PZT 3. . . . .	114
5.30	Comparação das assinaturas reais e preditas entre HyFIS e ANFIS no PZT 4. . . . .	115
5.31	Comparação das assinaturas reais e preditas entre HyFIS e ANFIS no PZT 5. . . . .	115
5.32	Comparação das assinaturas reais e preditas entre HyFIS e ANFIS no PZT 6. . . . .	115
5.33	Comparação das assinaturas reais e preditas entre HyFIS e ANFIS no PZT 7. . . . .	116
5.34	Comparação das assinaturas reais e preditas entre HyFIS e ANFIS no PZT 8. . . . .	116
5.35	Comparação das assinaturas reais e preditas entre HyFIS e ANFIS no PZT 9. . . . .	116
5.36	PZT 2 - Identificação de danos pela métrica CCD. . . . .	118
5.37	PZT 2 - Identificação de danos pela métrica ASD. . . . .	118
5.38	PZT 2 - Identificação de danos pela métrica RMSD4. . . . .	119
5.39	PZT 3 - Identificação de danos pela métrica CCD. . . . .	119
5.40	PZT 3 - Identificação de danos pela métrica ASD. . . . .	119
5.41	PZT 3 - Identificação de danos pela métrica RMSD4. . . . .	120

# Lista de Tabelas

1.1	Tabela para definir a soma fuzzy . . . . .	20
1.2	Tabela para definir a diferença fuzzy. . . . .	22
1.3	Tabela para definir a multiplicação fuzzy . . . . .	25
1.4	Tabela para definir o quociente fuzzy. . . . .	27
1.5	Parâmetros de frequência. . . . .	29
4.1	Espessuras da placa, em <i>mm</i> , antes e após o dano 1. . . . .	82
4.2	Espessuras da placa, em <i>mm</i> , antes e após o dano 2. . . . .	83
4.3	Espessuras da placa, em <i>mm</i> , antes e após o dano 3. . . . .	84
4.4	Espessuras da placa, em <i>mm</i> , antes e após o dano 4. . . . .	84
4.5	Espessuras da placa, em <i>mm</i> , antes e após o dano 5. . . . .	84
4.6	Temperaturas ( $^{\circ}C$ ) registradas no experimento. . . . .	86
5.1	Quantidade de elementos em cada variável em cada PZT. . . . .	99
5.2	Temperaturas ( $^{\circ}C$ ) utilizadas para validação em cada PZT. . . . .	100
5.3	Temperaturas ( $^{\circ}C$ ) utilizadas para validação no PZT 9. . . . .	101
5.4	Tempo de processamento para treinamento do HyFIS, em horas. . . . .	107
5.5	Média do CCD da melhor combinação de MF para cada PZT, no HyFIS. . . . .	107
5.6	Tempo de processamento para treinamento do ANFIS, em horas. . . . .	112
5.7	Média do CCD da melhor combinação de MF para cada PZT, no ANFIS. . . . .	113
5.8	Valores do CCD para cada rede neural em determinada temperatura. . . . .	117

# Sumário

Dedicatória	vi
Agradecimentos	vii
Resumo	viii
Abstract	ix
Introdução	1
<b>1 Teoria dos Conjuntos Fuzzy</b>	<b>9</b>
1.1 Introdução	9
1.2 Conjuntos Fuzzy	9
1.3 Operações com Conjuntos Fuzzy	10
1.4 Normas Triangulares	13
1.5 $\alpha$ -Níveis de um Conjunto Fuzzy	16
1.6 Números Fuzzy	16
1.7 O Princípio de Extensão de Zadeh	18
1.7.1 Operações Aritméticas com Números Fuzzy	19
1.8 Variáveis Linguísticas	29
1.9 Sistema Baseado em Regras Fuzzy	30
1.9.1 Exemplo de SBRF	32
<b>2 Redes Neuro-Fuzzy</b>	<b>38</b>
2.1 Redes Neurais Artificiais	38
2.1.1 Método dos Mínimos Quadrados	40
2.1.2 Método do Gradiente Descendente	41
2.2 HYFIS	46
2.2.1 Arquitetura do Modelo Neuro-fuzzy do HyFIS	47
2.2.2 O Algoritmo de Aprendizagem Híbrido	49
2.3 ANFIS	54
2.3.1 O Algoritmo de Aprendizagem Híbrido	57
2.4 Métricas utilizadas para Verificação de Danos e Avaliação da Metodologia	59
2.4.1 Desvio Médio da Raiz Quadrada	59
2.4.2 Desvio Médio da Raiz Quadrada 1	59
2.4.3 Desvio Médio da Raiz Quadrada 2	60
2.4.4 Desvio Médio da Raiz Quadrada 3	60
2.4.5 Desvio Médio da Raiz Quadrada 4	60
2.4.6 Desvio Médio da Raiz Quadrada 5	61
2.4.7 Desvio do Coeficiente de Correlação	61
2.4.8 Diferença Média Quadrada	62

2.4.9	Desvio Percentual da Média Absoluta . . . . .	62
2.4.10	Soma das Diferenças Médias . . . . .	63
<b>3</b>	<b>Comparação de Redes Neuro-fuzzy na Identificação de Danos em uma Placa de Alumínio</b>	<b>64</b>
3.1	Experimento . . . . .	64
3.2	Implementação do Algoritmo . . . . .	67
3.3	Resultados Obtidos nas Redes Neuro-Fuzzy na Avaliação dos Modelos . . . . .	69
3.3.1	Resultados Obtidos pelo HyFIS . . . . .	70
3.3.2	Resultados Obtidos pelo ANFIS . . . . .	71
3.4	Comparação entre HyFIS e ANFIS . . . . .	73
3.5	Identificação de Danos . . . . .	75
3.6	Conclusão . . . . .	80
<b>4</b>	<b>Comparação de Redes Neuro-Fuzzy na Identificação de Danos em uma Placa de Aço</b>	<b>81</b>
4.1	Experimento . . . . .	81
4.2	Dados do Experimento . . . . .	85
4.2.1	Dados de Danos . . . . .	87
4.3	Resultados obtidos na Avaliação dos Modelos gerados a partir das Redes Neuro-Fuzzy . . . . .	87
4.4	Compensação de Temperatura na Identificação de Danos . . . . .	91
4.5	Conclusão . . . . .	94
<b>5</b>	<b>Comparação de Redes Neuro-Fuzzy na Identificação de Danos em uma Seção do Teto de um Tanque de Armazenamento de Combustível</b>	<b>96</b>
5.1	Experimento . . . . .	97
5.2	Dados do Experimento . . . . .	98
5.3	Resultados Obtidos nas Redes Neuro-Fuzzy na Avaliação dos Modelos . . . . .	101
5.3.1	Resultados Obtidos pelo HyFIS . . . . .	102
5.3.2	Resultados Obtidos pelo ANFIS . . . . .	108
5.4	Assinaturas de Impedância: Real $\times$ Predito . . . . .	113
5.5	Compensação de Temperaturas na Identificação de Danos . . . . .	117
5.6	Conclusão . . . . .	120
<b>6</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>122</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>123</b>

# Introdução

*“A inteligência artificial não é um substituto para a inteligência humana. É uma oportunidade para expandir nossa própria inteligência.” (Fei-Fei Li)*

Os sistemas estruturais, como plataformas de petróleo, aeronaves, edifícios, pontes e sistemas de geração de energia, desempenham papéis fundamentais na sociedade contemporânea. Com o tempo, é comum que esses sistemas apresentem anomalias que comprometam seu pleno funcionamento, muitas vezes devido a danos em sua estrutura. No entanto, a substituição imediata desses sistemas é economicamente desvantajosa. Surge, portanto, a necessidade de implementação de técnicas avançadas de detecção de danos. Essas técnicas visam assegurar a operação segura desses sistemas além de sua vida útil prevista, contribuindo para a sustentabilidade e eficiência de longo prazo (FARRAR; WORDEN, 2012).

A detecção de danos está relacionada a vários métodos importantes, cada um desempenhando um papel específico para garantir que os sistemas estruturais funcionem corretamente. Farrar e Worden (2012) destacam algumas dessas disciplinas, um exemplo é o Monitoramento de Integridade Estrutural (SHM), que monitora a saúde das estruturas para detectar problemas antes que se tornem severos. Outros métodos que podem ser citados são: Monitoramento de Condições (CM); Avaliação Não Destrutiva (NDE) ou Testes Não Destrutivos (NDT); Sistema de Monitoramento de Saúde e Uso (HUMS); Controle Estatístico de Processos (SPC); Prognóstico de Danos (DP). Esses métodos têm por finalidade identificar problemas desde o início, ajudando a manter as estruturas seguras, estruturalmente íntegras e economicamente eficientes.

Segundo Rabelo (2017), o SHM emerge como um elemento de extrema relevância na engenharia contemporânea. O desempenho da estrutura, diretamente ligado à integridade, é um dos principais parâmetros que impactam a segurança operacional. Essa consideração ganha importância em várias estruturas presentes na sociedade, especialmente aquelas incumbidas de grande responsabilidade na garantia da segurança das vidas humanas (RABELO, 2017).

O SHM abrange diversas técnicas e metodologias que visam avaliar a condição de uma estrutura ao longo do tempo, identificando possíveis danos, deformações ou mudanças nas propriedades mecânicas. A técnica de impedância eletromecânica (EMI) é uma dessas técnicas que utiliza a análise da impedância eletromecânica para detectar alterações na resposta de uma estrutura, o que pode indicar a presença de danos.

A utilização da EMI possibilita identificar modificações estruturais por meio de transdutores de cerâmica PZT (Titanato Zirconato de Chumbo), que são fixados ou incorporados à estrutura sob monitoramento. Esta abordagem propicia a diminuição dos custos associados à manutenção, tanto diretos quanto indiretos, devido a um sistema de monitoramento praticamente em tempo real. Além disso, contribui para aprimorar a segurança ao identificar falhas estruturais em estágios iniciais. Essa capacidade decorre da excitação dos transdutores PZT em frequências elevadas (tipicamente acima de 30 kHz), conferindo uma sensibilidade notável às mudanças estruturais, as quais são detectadas por variações nas curvas de impedância obtidas (FREITAS, 2021).

A aplicação da EMI possibilita a identificação antecipada de falhas estruturais, contri-

buindo para o aprimoramento da segurança no ambiente de trabalho e a redução dos custos associados à manutenção. A presença ou ausência de alterações estruturais geralmente é avaliada por meio de índices de danos ou métricas, que são calculados através da comparação entre assinaturas de referência, conhecidas como *baseline*, e assinaturas investigadas.

Os dados coletados se dividem em duas categorias distintas: os valores *baseline*, que representam as condições normais ou não danificadas e servem como dados de referência para o funcionamento do sistema; e os dados obtidos após a introdução dos danos. Quando se tem uma suspeita de dano na estrutura, é feito uma comparação entre os dados *baseline* e os obtidos posteriormente.

A EMI permite a coleta de dados sobre a parte real da impedância ( $Re(Z)$ ) em relação a uma faixa de frequência específica. Esses dados são obtidos por meio de um dispositivo conhecido como analisador de impedância. Esse equipamento desempenha a função de gerar o sinal de excitação, capturar o sinal de resposta (corrente elétrica do transdutor) e processar numericamente ambos os sinais. A impedância em si consiste na resistência complexa (parte resistiva e capacitiva neste caso) à passagem de corrente no circuito. O analisador aplica uma diferença de potencial no PZT (tensão em volts) de forma alternada em um valor de frequência (forma de onda senoidal) e mede a corrente circulante. Essa divisão da tensão/corrente de forma alternada é a impedância nesse determinado valor de frequência. Posteriormente, o analisador realiza incrementos na frequência, reavaliando ponto a ponto a impedância ao varrer a faixa de frequência.

O processo descrito resulta na obtenção de assinaturas de impedância, representadas por gráficos em que a faixa de frequência é a abscissa e os valores da parte real da impedância são a ordenada. A impedância é composta por duas partes distintas: a parte real e a parte imaginária. A parcela imaginária está associada às características capacitivas do circuito, enquanto a parte real está relacionada à resistência estrutural. Dessa forma, dado o interesse em mensurar a variação da componente estrutural, o foco recai na parcela resistiva ou real do sinal de impedância. Detalhes sobre o funcionamento e diversos tipos de analisadores de impedância são abordados na tese de doutorado de Rabelo (2017).

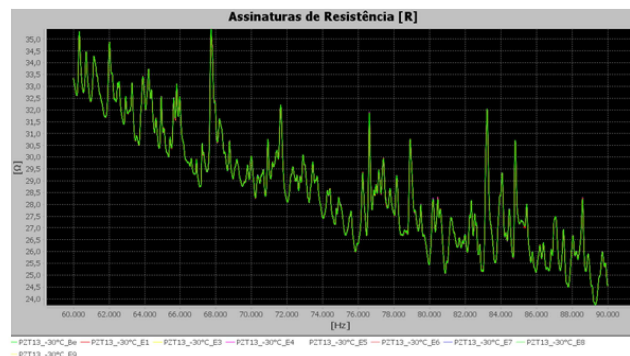
Na Figura 1 é apresentado o analisador de impedância utilizado em um dos experimentos, juntamente com a representação visual de uma assinatura de impedância determinada por esse equipamento.

Figura 1: Exemplo do sinal obtido com o método de impedância eletromecânica.

(a) Analisador de Impedância.



(b) Sinais de impedância adquiridos.



Fonte: Acervo dos autores.



A coleta dos dados de impedância em relação à frequência é conduzida em diversas temperaturas, uma vez que foram observadas diferenças notáveis nesses dados ao variar as temperaturas para uma mesma frequência. Esses dados obtidos fornecem uma informação acerca da integridade estrutural, dessa forma, neste trabalho, os dados são transformados em um conjunto de ternas  $(f, t, i)$ , tais que  $t$  é a temperatura,  $f$  a frequência, e  $i$  a parte real da impedância.

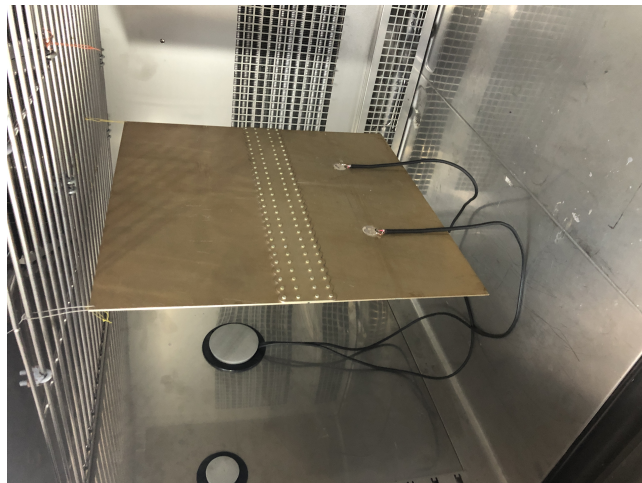
A detecção de potenciais modificações estruturais é realizada através da análise de índices de dano ou métricas. Esses indicadores são calculados mediante a comparação entre assinaturas de referência e assinaturas investigadas, sendo crucial ressaltar que essa comparação ocorre sob condições em mesmas temperaturas.

Um desafio inerente a esta metodologia reside na determinação da  $Re(Z)$  em qualquer temperatura e frequência estabelecidas dentro de seus respectivos intervalos. Isso se torna essencial quando os valores coletados para os dados de *baseline* e os dados que indicam danos não coincidem em termos de temperatura e frequência.

Assim, o objetivo geral deste trabalho é realizar a compensação de temperatura em dados obtidos por meio da impedância eletromecânica, empregando duas abordagens distintas baseadas em sistemas neuro-fuzzy. As metodologias escolhidas para esse propósito são o *Hybrid Neural Fuzzy Inference System* (HyFIS) (KIM; KASABOV, 1999) e o *Adaptive Neuro-fuzzy Inference System* (ANFIS) (JANG, 1993). Estas redes desenvolvem Sistemas Baseados em Regras Fuzzy (SBRF), utilizando métodos de inferência distintos: o método de Mamdani e o método de Takagi-Sugeno, respectivamente. Para atingir o objetivo em questão foram consideradas três aplicações ou experimentos com diferentes materiais metálicos, que são:

- No primeiro experimento o material examinado consiste em uma placa de alumínio submetida a condições controladas de temperatura em uma câmara climática, localizada no Laboratório de Mecânica de Estruturas (LMEst) da Faculdade de Engenharia Mecânica (FEMEC) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), conforme Figura 2;

Figura 2: Placa de alumínio aeronáutica utilizado no primeiro experimento.



Fonte: Acervo dos autores.

- No segundo ensaio, uma chapa de aço de baixo carbono de parte de um tanque de combustível, foi exposta a condições ambientais e instalada no Campus Glória da UFU, conforme Figura 3. Cinco diferentes tipos de danos foram induzidos nessa

estrutura, proporcionando uma base para explorar a metodologia de compensação de temperaturas na identificação de danos;

Figura 3: Chapa de aço de baixo carbono extraída de um teto de tanque de combustível operacional.



Fonte: Acervo dos autores.

- E por fim, no terceiro experimento, foi utilizada uma seção circular de um protótipo de testes de um teto de tanque de armazenamento de combustíveis, conforme Figura 4. Devido às dimensões maiores dessa estrutura em comparação com as outras, foram acoplados em nove pastilhas de PZT em locais específicos para otimizar a captação de informações.

Figura 4: Seção circular do protótipo de teto de um tanque de combustível.



Fonte: Acervo dos autores.

Os experimentos foram conduzidos pela equipe que está executando o projeto “Aplicação de Transdutores Piezelétricos em Sistemas Mecânicos para Monitoramento de Integridade Estrutural em Tanques de Armazenamento” com auxílio financeiro da Petrobras - Petróleo Brasileiro S.A.

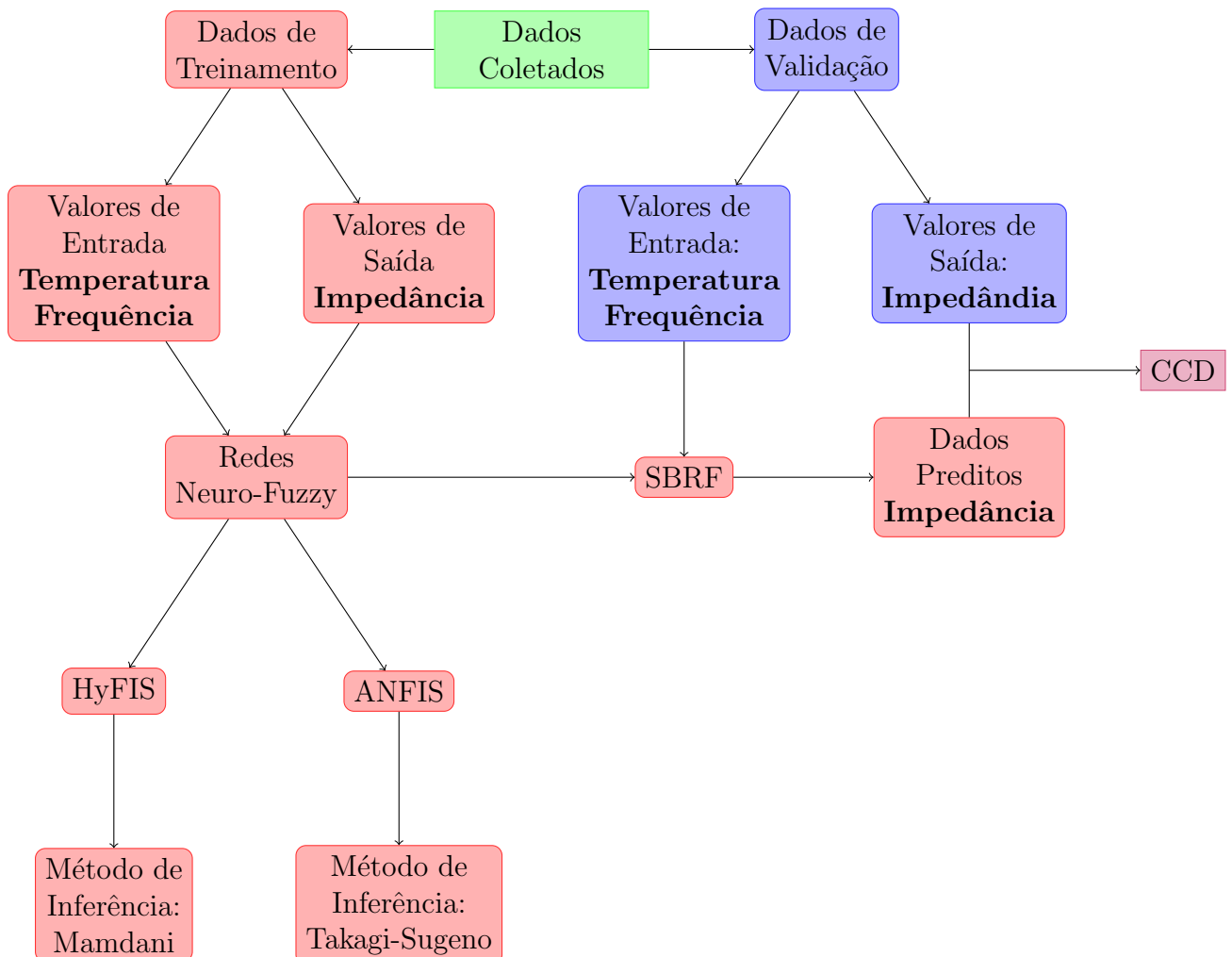
Os objetivos específicos delineados para esta pesquisa incluem:

- Realizar uma análise quantitativa da performance dos sistemas gerados pelas redes neuro-fuzzy, utilizando a métrica do Desvio do Coeficiente de Correlação (CCD);

- Conduzir uma comparação direta entre as duas redes neuro-fuzzy (HyFIS e ANFIS), quantitativamente utilizando CCD e qualitativamente fazendo análises gráficas.
- Identificar e estabelecer parâmetros que otimizem as previsões dos sistemas, tais como a quantidade de funções de pertinência e o número de frequências por sistema, levando em consideração os resultados obtidos na avaliação do sistema.
- Realizar testes abrangentes com dez métricas diferentes para identificar aquelas sensíveis à detecção de danos, utilizando a metodologia do SHM.

A metodologia adotada para a análise dos dados foi a mesma em todos os experimentos conduzidos nas três estruturas. A Figura 5 ilustra de maneira esquemática o processo de interpretação dos dados, essencial para a previsão de  $Re(Z)$  a partir de conjuntos distintos de dados de temperatura e frequência. Os retângulos na cor vermelha são as partes do treinamento do sistema e os retângulos em azul a parte dos dados para a validação do sistema.

Figura 5: Esquema da metodologia do estudos dos dados para cada experimento.



Fonte: Acervo dos autores.

A compensação de temperatura torna-se fundamental para aprimorar a precisão e confiabilidade dos dados coletados pela EMI, uma vez que as variações de temperatura podem influenciar significativamente essas medições. Ao empregar abordagens neuro-fuzzy, este estudo visa não apenas atenuar os efeitos adversos da temperatura, mas também otimizar a

qualidade dos dados, proporcionando resultados mais robustos e confiáveis. O HyFIS e o ANFIS emergem como ferramentas valiosas para essa compensação, ao incorporar a flexibilidade das redes neurais com a lógica fuzzy, proporcionando assim uma solução eficaz e adaptativa para lidar com a variabilidade térmica nos dados de impedância eletromecânica.

Após a organização dos dados, estes foram divididos em conjuntos de treinamento e validação. Os dados de treinamento foram então empregados na construção de dois modelos de redes neurais, HyFIS e ANFIS, para a elaboração de sistemas de entrada e saída, os SBRF. As entradas desses sistemas consistem nas variáveis de temperatura e frequência, enquanto a saída é representada por  $Re(Z)$ .

Os sistemas criados foram utilizados para realizar previsões de  $Re(Z)$  em relação às temperaturas e frequências destinadas à validação. Esse processo permitiu a comparação entre os dados previstos e os reais de  $Re(Z)$ , avaliando a precisão por meio do CCD. Esta abordagem sistemática proporcionou uma análise robusta e comparativa da capacidade preditiva dos modelos nos diferentes contextos experimentais.

Este estudo também tem como objetivo realizar uma análise comparativa entre as duas redes neuro-fuzzy distintas, HyFIS e ANFIS. Esta comparação é efetuada por meio da validação dos modelos, considerando o CCD e a avaliação da melhor correspondência gráfica entre as assinaturas de impedância previstas e os valores reais destinados à validação.

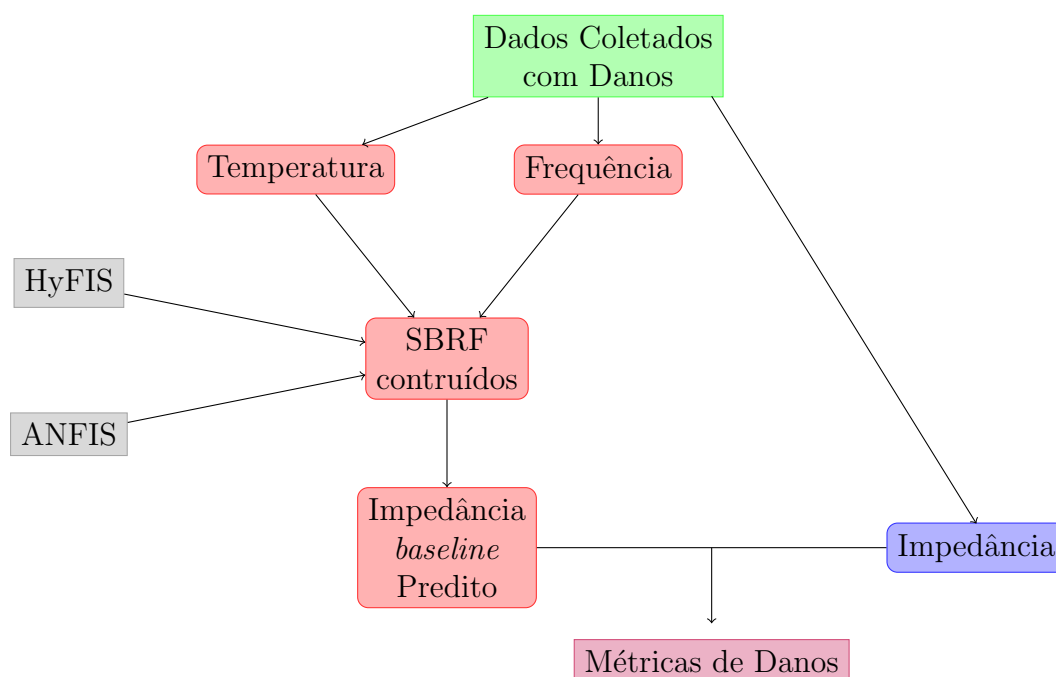
Após a etapa de validação dos dados, os SBRF provenientes das redes que apresentaram o melhor desempenho são empregados na compensação de temperatura. A metodologia para essa compensação inicia-se com a comparação de  $Re(Z)$  em todas as temperaturas e frequências registradas nos dados coletados do cenário de referência. Posteriormente, os dados distintos são incorporados nos SBRF gerados, resultando na obtenção dos valores de  $Re(Z)$  para as entradas específicas. Uma vez que a faixa de frequência permanece constante para todos os dados coletados, a variação reside apenas nas temperaturas registradas. Assim, ao gerar novas ternas  $(t, f, i)$ , a compensação de temperaturas é efetuada para garantir uma abordagem mais abrangente e precisa.

Com todos os valores de  $Re(Z)$  colocados na mesma base de comparação, ou seja, para uma mesma temperatura e frequência, procede-se a uma análise comparativa empregando dez métricas de danos: Desvio Médio da Raiz Quadrada (RMSD), Desvio Médio da Raiz Quadrada 1 (RMSD1), Desvio Médio da Raiz Quadrada 2 (RMSD2), Desvio Médio da Raiz Quadrada 3 (RMSD3), Desvio Médio da Raiz Quadrada 4 (RMSD4), Desvio Médio da Raiz Quadrada 5 (RMSD5), Desvio do Coeficiente de Correlação (CCD), Diferença Média Quadrada (MAPD), Desvio Percentual da Média Absoluta (ASD) e Soma das Diferenças Médias (M). O objetivo é determinar se um dano específico foi suficientemente significativo para ser detectado pela metodologia previamente delineada. Na Figura 6 está descrita essa metodologia, nos retângulos em vermelho está exibido o processo de entrada e saída do SBRF e os em azul são os dados de impedância reais da estrutura com danos.

A modelagem matemática do estudo da impedância eletromecânica está principalmente na execução da previsão de dados, que se dá por meio dos SBRF. Essa ferramenta matemática empregada na modelagem é a teoria dos conjuntos fuzzy, proposta por (ZADEH, 1965), a qual tem demonstrado eficiência na quantificação e caracterização de incertezas em diversos contextos.

No trabalho de Freitas *et al.* (2021), é realizada a modelagem matemática através da criação de SBRF utilizando ANFIS para prever dados de impedância eletromecânica e uma forma de quantificar essas mudanças estruturais encontradas. Porém, diferentemente do presente estudo, no trabalho de Freitas *et al.* (2021), a análise foi realizada somente em dados de uma estrutura que estava sob condições controladas e foi realizado somente com a rede neuro-fuzzy ANFIS.

Figura 6: Esquema da metodologia de compensação de temperaturas para identificação de danos.



Fonte: Acervo dos autores.

O trabalho de Santana (2021) determina SBRF através da duas redes neuro-fuzzy, HyFIS e ANFIS, realizando também um trabalho comparativo entre as redes, porém com o objetivo de modelar problemas econômicos. Em Affonso e Sassi (2014), é utilizado dois tipos de redes neuro-fuzzy, utilizando o modelo de inferência Mamdani na previsão do tempo de ciclo de processos de injeção de polímeros.

Geralmente, na construção e elaboração de SBRF, depara-se com a necessidade do auxílio de um especialista da área para encontrar a melhor configuração de funções de pertinência e da elaboração das regras. Nesse sentido, o HyFIS e o ANFIS tem se mostrado ferramentas interessante para esta etapa de configuração do SBRF, especialmente quando se tem conhecimento dos dados das variáveis de entrada e saída. Assim sendo, o propósito é determinar SBRF por meio do HyFIS e do ANFIS, viabilizando a interpretação e previsão de dados de impedância eletromecânica e a identificação do nível de dano.

A estrutura deste trabalho foi organizada em capítulos para proporcionar uma compreensão mais abrangente dos elementos essenciais para as formulações das técnicas abordadas. Cada capítulo foi elaborado de forma a permitir uma abordagem direta para explorar distintos aspectos do problema em questão.

No Capítulo 1 são discutidos os principais conceitos da teoria dos conjuntos fuzzy e a caracterização de um SBRF. O capítulo conclui com um exemplo de um SBRF, ilustrando suas entradas e saídas por meio de um problema específico envolvendo temperatura, frequência e impedância.

No Capítulo 2 há uma introdução à inteligência artificial, com foco no aprendizado de máquinas, especialmente em redes neurais. Este capítulo une os conceitos de redes neurais e matemática fuzzy, e assim denominadas redes neuro-fuzzy. Além disso, apresenta as métricas de danos que são aplicadas posteriormente na validação e identificação de danos nos SBRF desenvolvidos.

Nos Capítulos de 3 a 5 são detalhados as três aplicações em diferentes estruturas, utilizando as redes neuro-fuzzy, e estão focados nas implementações das teorias estudadas no

contexto de EMI.

Por fim, no Capítulo 6, são apresentadas as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros, apontando direções possíveis para o avanço neste campo.

# Capítulo 1

## Teoria dos Conjuntos Fuzzy

*“Viver é aceitar a incerteza, aprender a lidar com ela, e até a apreciá-la.” (Rubem Alves)*

### 1.1 Introdução

A teoria dos conjuntos fuzzy surge como uma solução promissora para lidar com a complexidade e incerteza inerentes a modelos matemáticos aplicados, por exemplo, à engenharia. Exigir precisão absoluta pode resultar em altos custos e prazos prolongados de produção e desenvolvimento. Como mencionado por ROSS (2009), “mais precisão implica em custos mais altos” e, em alguns casos, pode levar a baixa viabilidade para a resolução de um problema específico.

A modelagem matemática convencional, fundamentada em sistemas de equações determinísticas, destaca-se por sua capacidade de prever fenômenos com precisão. No entanto, essa precisão demanda informações rigorosas e valores médios dos parâmetros empregados. Em contrapartida, os modelos estocásticos proporcionam soluções obtidas a posteriori, com base em distribuições estatísticas dos dados relacionados ao fenômeno em análise. Estes modelos são comumente empregados para analisar variações sujeitas a distribuições estatísticas (JAFELICE; BARROS; BASSANEZI, 2023).

No entanto, quando deparam-se com situações em que os elementos ou variáveis são heterogêneos em relação a alguma característica, é necessário considerar o comportamento dessa característica no processo evolutivo. Neste sentido a teoria dos conjuntos fuzzy desempenha um papel fundamental. Como mencionado por JAFELICE, BARROS e BASSANEZI (2023), a lógica fuzzy permite explorar a tolerância para imprecisão ao modelar sistemas complexos, em que os elementos são inseridos em diferentes grupos com graus de pertinência equivalentes. Dessa forma, a teoria dos conjuntos fuzzy torna-se uma ferramenta poderosa para lidar com a imprecisão inerente a algumas situações de modelagem, garantindo uma abordagem mais realista e viável para problemas complexos de engenharia e ciência.

### 1.2 Conjuntos Fuzzy

Para formalizar um conjunto fuzzy, Lotfi Zadeh fundamentou-se no conceito de que um conjunto clássico pode ser descrito por meio de sua função característica. Nesse contexto, o presente capítulo se dedica a explorar a teoria dos conjuntos fuzzy conforme exposto em BARROS e BASSANEZI (2015).

**Definição 1.1.** *Um subconjunto clássico  $A$  em relação a um universo  $U$  é caracterizado por sua função característica, definida como:*

$$\chi_A : U \longrightarrow \{0, 1\},$$



em que cada elemento  $x$  do conjunto universal  $U$  recebe a imagem 1 através da função  $\chi_A$  se pertencer a  $A$ ; caso contrário, é considerado fora do conjunto, sendo associado ao valor 0.

**Definição 1.2.** Um subconjunto fuzzy  $A$  de um universo  $U$  é definido em termos de uma função de pertinência (MF)  $u_A$  que a cada elemento  $x$  de  $U$  associa um número  $u_A(x)$  entre zero e um chamado de grau de pertinência de  $x$  a  $A$ . Assim,

$$u_A : U \rightarrow [0, 1].$$

Os valores  $u_A(x) = 1$  e  $u_A(x) = 0$  indicam, respectivamente, a pertinência plena e a não pertinência do elemento  $x$  a  $A$ . Um subconjunto fuzzy também pode ser identificado por um conjunto clássico de pares ordenados:

$$G = \{(x, u_A(x)) \mid x \in U\},$$

que é o gráfico da função de pertinência.

É interessante notar que um subconjunto clássico  $A$  de  $U$  é um particular conjunto fuzzy para o qual a função de pertinência é a função característica, Definição 1.1 do subconjunto clássico  $A$ , isto é,

$$u_A : U \rightarrow \{0, 1\}.$$

**Exemplo 1.1.** Considere  $U$  como o conjunto das velocidades médias de um carro e  $A$  como o subconjunto das velocidades consideradas “altas” de um carro. Neste exemplo, as velocidades consideradas altas são aquelas iguais ou maiores do que o limite nas vias de trânsito rápido, que é de 80km/h (DETRAN, 2017). Observe que as velocidades de 79km/h e 10km/h não são consideradas altas e, portanto, não pertencem ao subconjunto clássico  $A$ . No entanto, a velocidade de 79km/h está “mais próxima” do conjunto  $A$  do que a velocidade de 10km/h. Dessa forma, na lógica fuzzy, tanto o elemento 79km/h quanto 10km/h pertencerão ao subconjunto fuzzy  $A$ , mas com graus de pertinência a  $A$  diferentes. Seja  $\mu_A$  uma função de pertinência que determina o grau de pertinência dos elementos em relação ao conjunto de velocidades altas. É claro que

$$\mu_A(x) = 1, \forall x \geq 80$$

e ainda

$$\mu_A(79) \geq \mu_A(10).$$

Os elementos do subconjunto  $A$  são pares ordenados, nos quais a primeira coordenada é o elemento de  $U$  e a segunda coordenada é o grau de pertinência do elemento em relação ao subconjunto  $A$ . Ou seja,  $(79, \mu_A(79)) \in A$  e  $(80, 1) \in A$ . Existem várias maneiras de modelar matematicamente as funções de pertinência para o conceito de “velocidade alta”, conforme proposto no exemplo. A escolha geralmente é feita por um especialista na área ou construída através de redes de aprendizado de dados, que ajustarão os parâmetros da função para determiná-la.

### 1.3 Operações com Conjuntos Fuzzy

Primeiramente, a fim de estabelecer as operações que envolvem conjuntos fuzzy, é estabelecida uma conexão entre a definição tradicional de conjuntos clássicos e sua função característica. Isso permite a definição das operações entre conjuntos fuzzy, com base nas funções de pertinência.

Seja  $A$  e  $B$  conjuntos clássicos de um conjunto universo  $U$ . As operações de união, interseção e complementar são definidas da seguinte maneira:

$$A \cup B = \{x \in U \mid x \in A \text{ ou } x \in B\};$$

$$A \cap B = \{x \in U \mid x \in A \text{ e } x \in B\};$$

$$A^c = \{x \in U \mid x \notin A\}.$$



Esses conjuntos clássicos possuem funções características correspondentes:

$$\begin{aligned}\chi_{A \cup B}(x) &= \max\{\chi_A(x), \chi_B(x)\}; \\ \chi_{A \cap B}(x) &= \min\{\chi_A(x), \chi_B(x)\}; \\ \chi_{A^c}(x) &= 1 - \chi_A(x).\end{aligned}$$

Observe que para qualquer  $x \in U$ , tem-se:

$$x \in A \cup B \iff \chi_{A \cup B}(x) = 1 \iff \chi_A(x) = 1 \text{ ou } \chi_B(x) = 1 \iff \{x \in A \text{ ou } x \in B\};$$

$$x \in A \cap B \iff \chi_{A \cap B}(x) = 1 \iff \chi_A(x) = 1 \text{ e } \chi_B(x) = 1 \iff \{x \in A \text{ e } x \in B\};$$

$$x \in A^c \iff \chi_{A^c}(x) = 1 \iff \chi_A(x) = 0 \iff x \notin A.$$

Partindo desta análise, se  $A$  é subconjunto de  $B$  então,

$$\chi_A(x) \leq \chi_B(x), \text{ para todo } x \in U.$$

Paralelamente à teoria clássica de conjuntos, essas operações também existem na teoria de conjuntos fuzzy e são definidas através de funções de pertinência. A seguir, são apresentadas as definições destas operações na teoria de conjuntos fuzzy.

**Definição 1.3.** *Sejam dois subconjuntos fuzzy  $A$  e  $B$  de  $U$ , com funções de pertinência indicadas por  $\mu_A$  e  $\mu_B$ , respectivamente. Dizemos que  $A$  é subconjunto de  $B$ , denotado por  $A \subset B$  se  $\mu_A \leq \mu_B$ , para todo  $x \in U$ .*

**Definição 1.4.** *Sejam  $A$  e  $B$  subconjuntos fuzzy. Os subconjuntos fuzzy  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $A^c$  são caracterizados respectivamente pelas seguintes funções de pertinência:*

$$\begin{aligned}\mu_{A \cup B}(x) &= \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}; \\ \mu_{A \cap B}(x) &= \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}; \\ \mu_{A^c}(x) &= 1 - \mu_A(x).\end{aligned}$$

Através de tais definições, pode-se observar a diferença que se tem da situação clássica, quando se envolve união e interseção de conjuntos com o seu complementar.

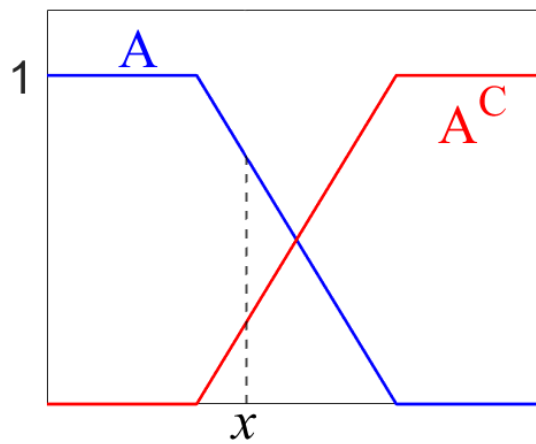
Na Figura 1.1 está ilustrado um ponto  $x$  tal que satisfaz a seguinte relação:

Seja  $x \in U$  e  $\mu_A(x) < 1$ , tal que:

$$\mu_{A \cap A^c}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_{A^c}(x)\} \neq 0 \iff A \cap A^c \neq \emptyset;$$

$$\mu_{A \cup A^c}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_{A^c}(x)\} \neq 1 \iff A \cup A^c \neq U.$$

Figura 1.1: Subconjuntos fuzzy  $A$  e  $A^C$ .

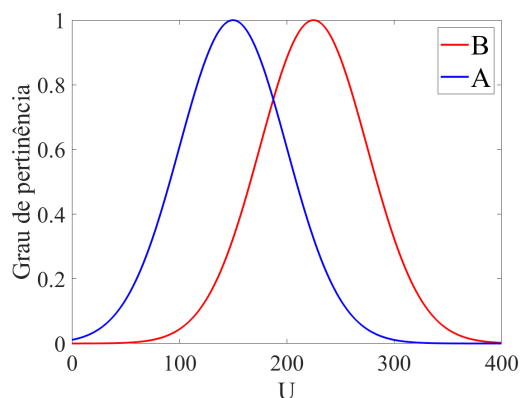


Fonte: Acervo dos autores.

**Exemplo 1.2.** Seja o conjunto universo definido por  $U = [0, 400]$  e os subconjuntos fuzzy  $A$  e  $B$  (Figura 1.2) definidos de acordo com as funções de pertinência:

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{(x-225)^2}{2 \cdot 50^2}}; \mu_B(x) = e^{-\frac{(x-150)^2}{2 \cdot 50^2}}.$$

Figura 1.2: Subconjuntos fuzzy  $A$  e  $B$ .

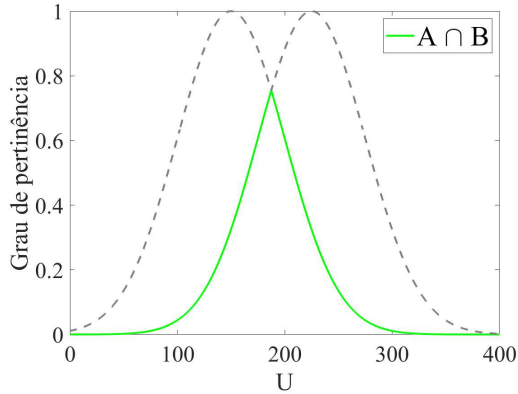


Fonte: Acervo dos autores.

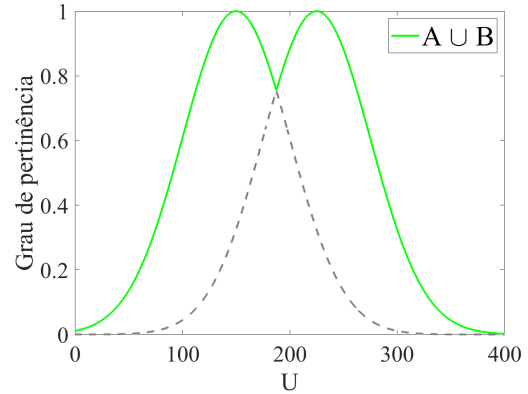
Os subconjuntos fuzzy  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $A^c$  são representados nas Figuras 1.3, 1.4 e 1.5, respectivamente.

Figura 1.3: União de subconjuntos fuzzy.

Figura 1.4: Interseção de subconjuntos fuzzy.

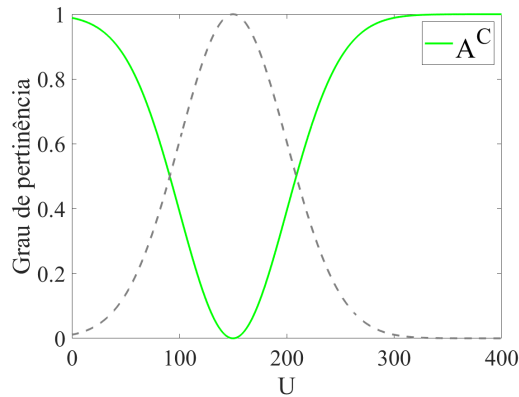


Fonte: Acervo dos autores.



Fonte: Acervo dos autores.

Figura 1.5: Complementar do subconjunto baixa.



Fonte: Acervo dos autores.

## 1.4 Normas Triangulares

Nesta seção são discutidos os conceitos das normas triangulares. Estas ideias são apresentadas com base nas informações fornecidas por (BARROS; BASSANEZI, 2015).

**Definição 1.5.** Uma co-norma triangular (*s-norma*) é uma operação binária  $s : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , denotada por  $s(x, y) = xsy$ , com as seguintes propriedades:

- (a) Comutativa:  $xsy = ysx$ ;
- (b) Associativa:  $xs(ysz) = (xsy)sz$ ;
- (c) Monótona: Se  $x \leq y$  e  $w \leq z$  então  $xsw \leq ysz$ ;
- (d) Condições de Fronteira:  $xs0 = x$  e  $xs1 = 1$ .

**Exemplo 1.3.** A seguir alguns exemplos de *s-normas* que são frequentemente usadas.

1. União Padrão:  $s : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , em que  $xsy = \max(x, y)$ , Figura 1.6;
2. Soma Algébrica:  $s : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , em que  $xsy = x + y - xy$ , Figura 1.7;

3. *Soma Limitada*:  $s : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , em que  $xsy = \min(1, x + y)$ , Figura 1.8;

4. *União Drástica*:  $s : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , em que  $xsy = \begin{cases} x, & \text{se } y = 0 \\ y, & \text{se } x = 0 \\ 1, & \text{caso contrário} \end{cases}$ ,

Figura 1.9.

Figura 1.6: União padrão.

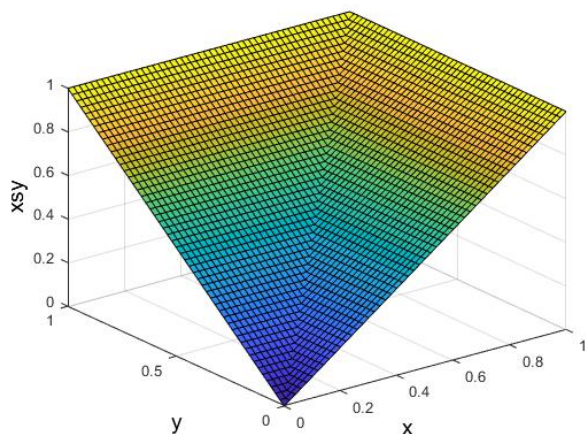
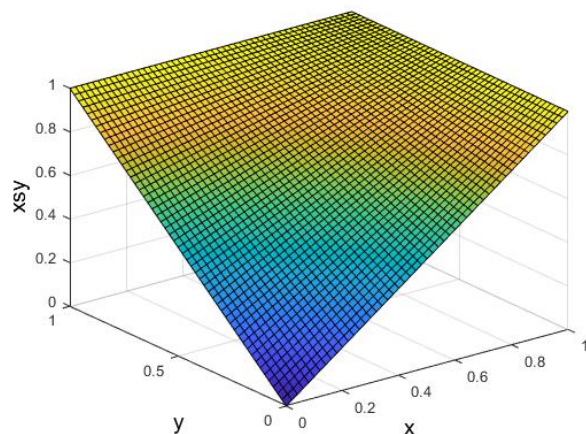


Figura 1.7: Soma algébrica.



Fonte: Acervo dos autores.

Figura 1.8: Soma limitada.

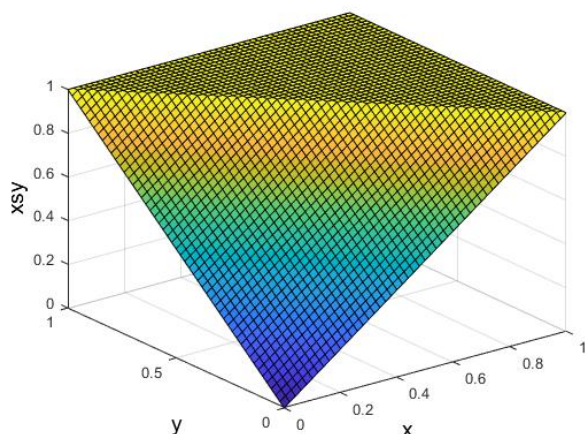
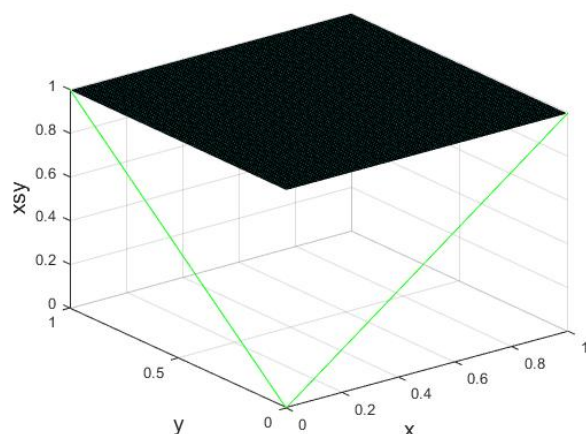


Figura 1.9: União drástica.



Fonte: Acervo dos autores.

**Definição 1.6.** Uma norma triangular (*t-norma*) é uma operação binária  $s : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , denotada por  $t(x, y) = xty$ , com as seguintes propriedades:

- (a) *Comutativa*:  $xty = ytx$ ;
- (b) *Associativa*:  $xt(ytz) = (xty)tz$ ;
- (c) *Monótona*: Se  $x \leq y$  e  $w \leq z$  então  $xw \leq yz$ ;

(d) Condições de Fronteira:  $xt0 = 0$  e  $xt1 = x$ .

**Exemplo 1.4.** Alguns exemplos de *t*-normas clássicas são exibidos.

1. Intersecção Padrão:  $t : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , em que  $xy = \min(x, y)$ , Figura 1.10;
2. Produto Algébrico:  $t : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , em que  $xy = xy$ , Figura 1.11;
3. Diferença Limitada:  $t : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , em que  $xy = \max(0, x + y - 1)$ , Figura 1.12;

4. Intersecção Drástica:  $t : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , em que  $xy = \begin{cases} x, & \text{se } y = 1 \\ y, & \text{se } x = 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$ ,  
Figura 1.13.

Figura 1.10: Intersecção padrão.

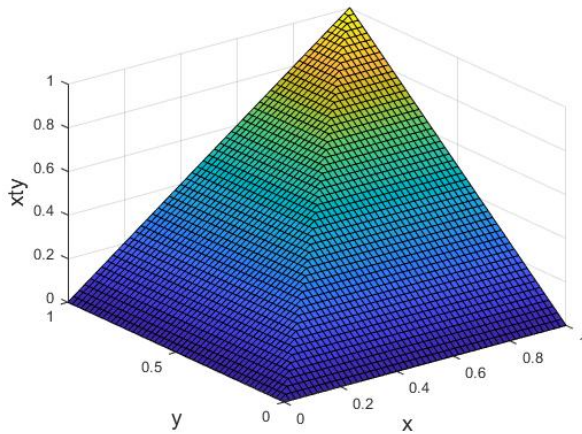
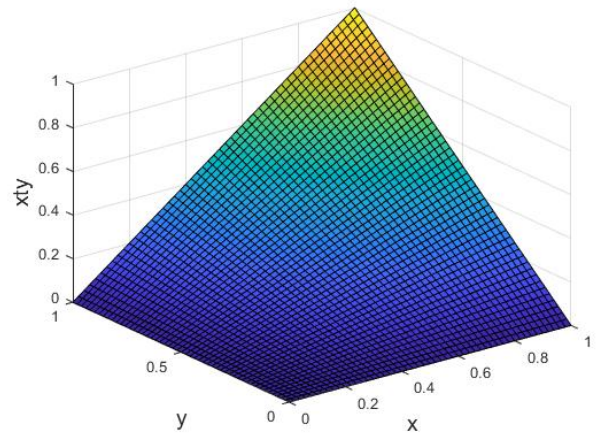


Figura 1.11: Produto algébrico.



Fonte: Acervo dos autores.

Figura 1.12: Diferença limitada.

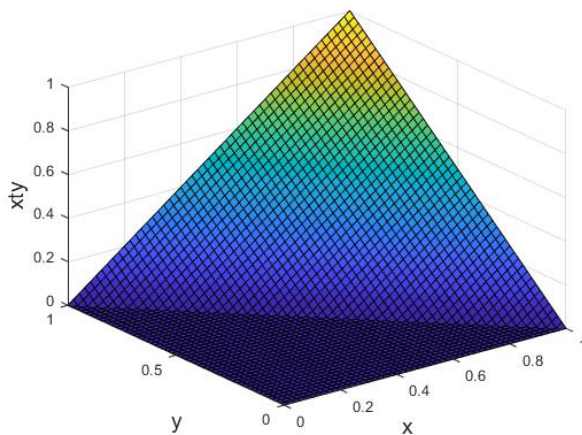
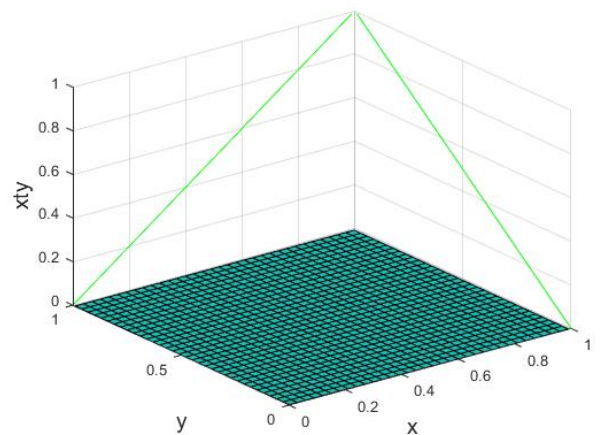


Figura 1.13: Intersecção drástica.



Fonte: Acervo dos autores.

## 1.5 $\alpha$ -Níveis de um Conjunto Fuzzy

Uma ferramenta fundamental para diversas aplicações da teoria fuzzy é o conceito de  $\alpha$ -níveis, que permite definir conjuntos com base em valores de pertinência específicos.

**Definição 1.7.** *Sejam  $U$  um conjunto universo,  $A \subset U$  um conjunto fuzzy e  $\alpha \in (0, 1]$ . O  $\alpha$ -nível de  $A$  em  $U$  é definido por*

$$[A]^\alpha = \{x \in U \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}.$$

**Definição 1.8.** *Sejam  $U$  um conjunto universo e  $A \subset U$  um conjunto fuzzy. O suporte de  $A$  é definido como o seguinte conjunto*

$$\text{supp}(A) = \{x \in U \mid \mu_A(x) > 0\}.$$

As definições anteriores nos permitem definir o nível zero de um conjunto fuzzy da seguinte forma.

**Definição 1.9.** *Sejam  $U$  um espaço topológico e  $A \subset U$  um conjunto fuzzy. O nível zero de  $A$  é o fecho topológico do suporte de  $A$ , ou seja,*

$$[A]^0 = \overline{\text{supp}(A)}.$$

## 1.6 Números Fuzzy

Os números fuzzy são uma subclasse dos conjuntos fuzzy que é utilizada em muitas aplicações. Posteriormente, esses conjuntos permitem definir algumas operações. A seguir, as definições para a utilização de tal ferramenta.

**Definição 1.10.** *Um conjunto fuzzy  $A$  é chamado de número fuzzy se seu conjunto universo for o conjunto dos números reais e satisfaz as seguintes condições:*

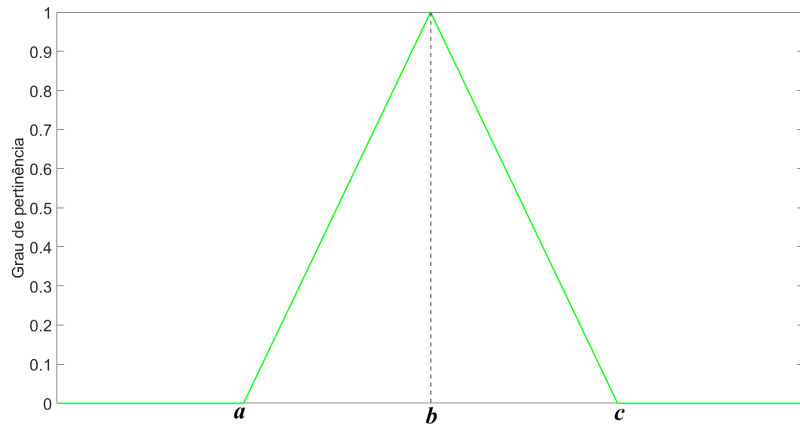
- (a)  $A$  é normal, isto é, existe  $x_0 \in U$  tal que  $\mu_A(x_0) = 1$ ;
- (b)  $[A]^\alpha$  é um intervalo fechado para todo  $\alpha \in (0, 1]$ ;
- (c) O suporte de  $A$  é limitado.

**Definição 1.11.** *Um número fuzzy  $A$  é dito triangular se sua função de pertinência é da forma*

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } a \leq x < b \\ \frac{c-x}{c-b}, & \text{se } b \leq x \leq c \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases},$$

em que  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . O gráfico da função de pertinência de um número fuzzy triangular forma um triângulo com o eixo  $x$ , tendo como base o intervalo  $[a, c]$  e, como único vértice fora do eixo  $x$ , o ponto  $(b, 1)$ , ver Figura 1.14. Um conjunto fuzzy triangular pode ser denotado pela terna ordenada  $(a; b; c)$ .

Figura 1.14: Número fuzzy triangular.



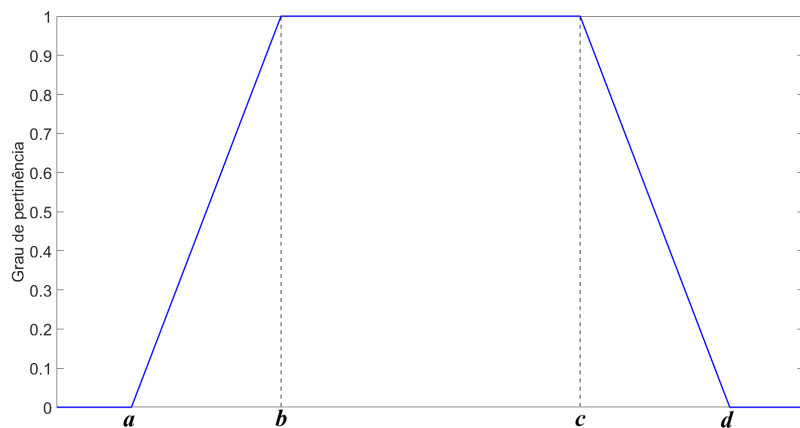
Fonte: Acervo dos autores.

**Definição 1.12.** Um número fuzzy  $A$  é dito trapezoidal se sua função de pertinência é da forma

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } a \leq x < b \\ 1, & \text{se } b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{se } c < x \leq d \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases},$$

em que  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ . O gráfico da função de pertinência de um número fuzzy trapezoidal forma um trapézio com o eixo  $x$ , tendo como base maior o intervalo  $[a, d]$  e, com dois vértices fora do eixo  $x$ , o ponto  $(b, 1)$  e o ponto  $(c, 1)$ , ver Figura 1.15. Um conjunto fuzzy trapezoidal pode ser denotado por  $(a; b; c; d)$ .

Figura 1.15: Número fuzzy trapezoidal.



Fonte: Acervo dos autores.

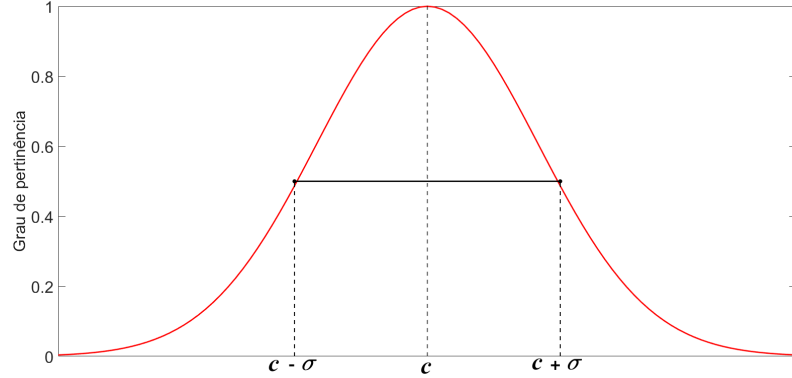


**Definição 1.13.** Um número fuzzy  $A$  é dito gaussiano se sua função de pertinência é da forma

$$\mu_A(x) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}, & \text{se } c - \sigma \leq x \leq c + \sigma, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases},$$

em que  $c, \sigma \in \mathbb{R}$  são o centro e a largura da função, respectivamente, conforme Figura 1.16.

Figura 1.16: Número fuzzy gaussiano.



Fonte: Acervo dos autores.

## 1.7 O Princípio de Extensão de Zadeh

O princípio de extensão de Zadeh é uma ferramenta de extrema importância dentro da teoria dos conjuntos fuzzy. Através deste princípio é possível obter um conjunto fuzzy a partir de um conjunto fuzzy previamente dado e uma função entre seus universos de definição.

**Definição 1.14.** Sejam  $f$  uma função tal que  $f : U \rightarrow Z$  e  $A$  um subconjunto fuzzy de  $U$ . A extensão de Zadeh de  $f$  é a função  $\hat{f}$ , que, aplicada a  $A$ , fornece o subconjunto fuzzy  $\hat{f}(A)$  de  $Z$ , cuja função de pertinência é dada por

$$\mu_{\hat{f}(A)} = \begin{cases} \sup_{f^{-1}(z)} \mu_A(x), & \text{se } f^{-1}(z) \neq \emptyset \\ 0, & \text{se } f^{-1}(z) = \emptyset, \end{cases}$$

em que  $f^{-1}(z) = \{x \mid f(x) = z\}$ .

O princípio de extensão pode ser facilmente generalizado para funções de várias variáveis.

**Definição 1.15.** Sejam  $U = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$  e  $Z$  conjuntos universos. Considere os conjuntos fuzzy  $A_i$  em  $U_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , e uma função  $f : U \rightarrow Z$ . Os conjuntos fuzzy  $A_1, A_2, \dots, A_n$  são então transformados pela  $f$  em  $f(A_1, A_2, \dots, A_n)$  em  $Z$ , cuja função de pertinência é dada por

$$\mu(z) = \begin{cases} \sup_{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in f^{-1}(z)} [\min(\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_n}(x_n))], & \text{se } f^{-1}(z) \neq \emptyset \\ 0, & \text{se } f^{-1}(z) = \emptyset \end{cases}$$

em que  $\mu(z) = \mu_{f(A_1, A_2, \dots, A_n)}(z)$  e  $f^{-1}(z) = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid f(x_1, x_2, \dots, x_n) = z\}$ .

A seguir são apresentadas as operações aritméticas com números fuzzy, nas quais o princípio da extensão de Zadeh desempenha um papel fundamental em suas formulações.



### 1.7.1 Operações Aritméticas com Números Fuzzy

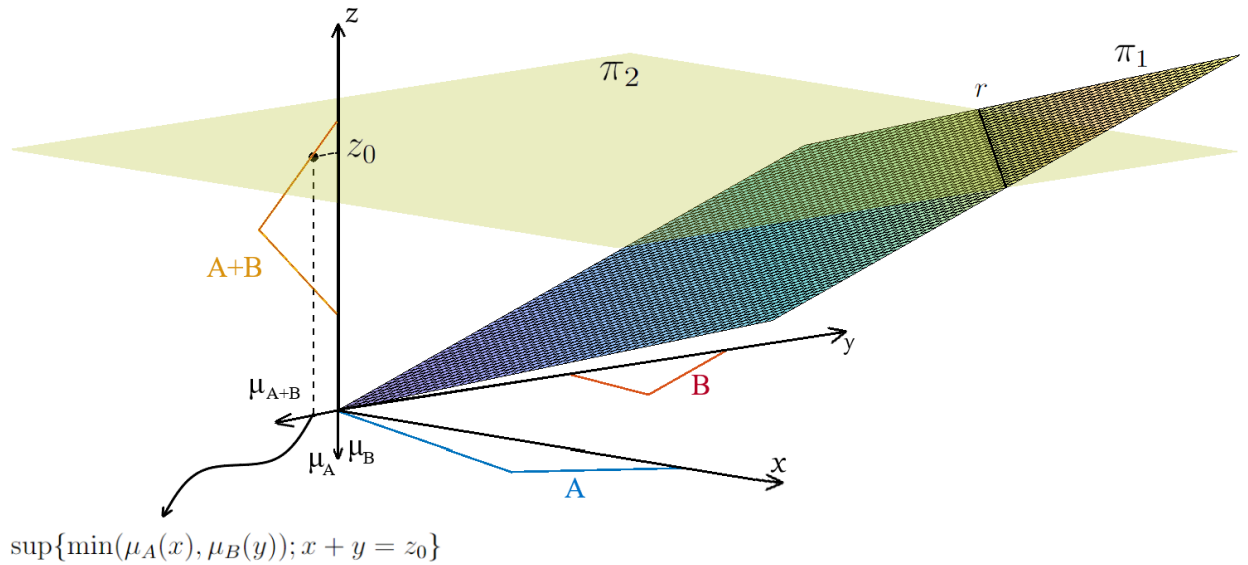
**Definição 1.16.** *Sejam  $A, B \subset U$  dois números fuzzy. A soma entre  $A$  e  $B$  é o número fuzzy  $A + B$ , cuja função de pertinência é*

$$\mu_{A+B}(z) = \sup_{(x,y) \in \phi(z)} \min(\mu_A(x), \mu_B(y)),$$

em que  $\phi(z) = \{(x, y) \mid x + y = z\}$ .

Para representar a soma entre dois números fuzzy  $A$  e  $B$ , pode-se utilizar o sistema tridimensional. Neste sistema é determinado o grau de pertinência de um ponto  $z_0$  localizado no eixo  $z$ . Através de  $z_0$  é definido a reta  $x + y = z_0$ , em que  $x \in U$  e  $y \in U$ , com  $U$  representando o conjunto dos números reais ( $U = \mathbb{R}$ ). Neste contexto,  $\pi_1$  denota o plano definido por  $z = x + y$ ,  $\pi_2$  representa o plano  $z = z_0$ , e  $r$  é a interseção entre  $\pi_1$  e  $\pi_2$ , conforme ilustrado na Figura 1.17.

Figura 1.17: Representação tridimensional da  $f(x, y) = x + y$  utilizando o princípio da extensão de Zadeh.

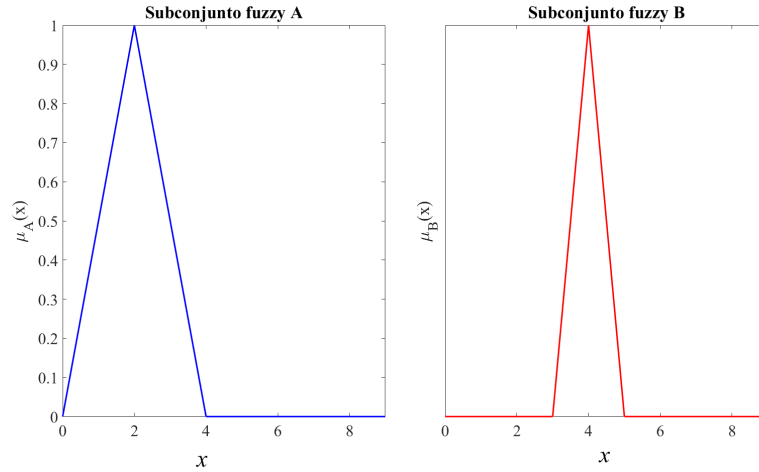


Fonte: Acervo dos autores.

Note que os graus de pertinência de  $A$  e  $B$  estão sendo representados ao longo da parte negativa do eixo  $z$ , enquanto o grau de pertinência de  $A + B$  está sendo representado na parte negativa do eixo  $y$ . É importante ressaltar que os graus de pertinência variam de 0 a 1, ou seja, estão dentro do intervalo  $[0, 1]$  e não são valores negativos.

**Exemplo 1.5.** *Considere os números fuzzy  $A$  e  $B$ , cujas funções de pertinência são triangulares, com parâmetros  $(0; 2; 4)$  e  $(3; 4; 5)$ , respectivamente, como ilustrado na Figura 1.18. Utilizando a Definição 1.16 e um programa computacional desenvolvido no software MATLAB (INC., 2022), determinou-se o número fuzzy  $A + B$ . O gráfico correspondente a essa operação, apresentado na Figura 1.19, também foi gerado pelo mesmo programa.*

Figura 1.18: Números fuzzy utilizados para a soma.



Fonte: Acervo dos autores.

O objetivo deste exemplo é determinar o grau de pertinência do subconjunto fuzzy  $A+B$  em relação a algum ponto de  $U$ , conforme definido na Definição 1.16. Para fins de ilustração, toma-se  $z = 8,1 \in U$ . Todos os valores de  $x$  no domínio de  $\mu_A$  e  $y$  no domínio de  $\mu_B$ , que satisfazem  $x + y = 8,1$ , são considerados para determinar o grau de pertinência final, alguns destes valores são apresentados na Tabela 1.1. Utilizou-se um espaçamento de 0,01 em cada domínio de  $\mu_A$  e  $\mu_B$ .

Tabela 1.1: Tabela para definir a soma fuzzy

$x + y = 8,1$				
$x$	$y$	$\mu_A(x)$	$\mu_B(y)$	$\min(\mu_A(x), \mu_B(x))$
3,5	4,6	0,25	0,4	0,25
2	6,1	1	0	0
4,1	4	0	1	0
3,1	5	0,45	0	0
3,7	4,4	0,15	0,6	0,15
3,4	4,7	0,3	0,3	0,3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Fonte: Acervo dos autores.

Em seguida, determinou-se o valor mínimo entre  $\mu_A(x)$  e  $\mu_B(y)$  para todos os pares de  $x$  e  $y \in U$  que satisfaçam  $x + y = 8,1$ . Isso resultou na obtenção de um vetor contendo todos esses valores mínimos.

Com base no espaçamento definido, o vetor criado possui 401 elementos, e o maior valor de pertinência entre elementos é exatamente 0,3, ou seja,  $\mu_{A+B}(8,1) = 0,3$ , isto é,

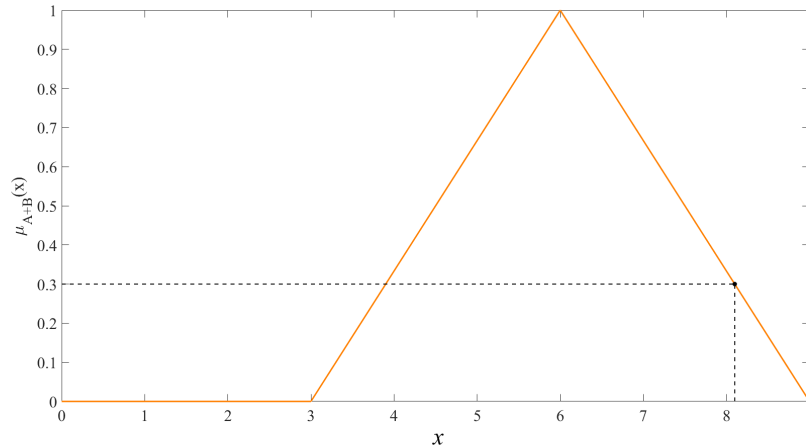
$$\mu_{A+B}(8,1) = \sup\{\min(\mu_A(x), \mu_B(y)); x + y = 8,1\} = 0,3.$$

Esse processo é repetido para todos os valores de  $z \in U$ .

**Definição 1.17.** Sejam  $A, B \subset U$  dois números fuzzy. A diferença entre os números fuzzy  $A$  e  $B$  é o número fuzzy  $A - B$ , cuja função de pertinência é

$$\mu_{A-B}(z) = \sup_{(x,y) \in \phi(z)} \min(\mu_A(x), \mu_B(y)),$$

Figura 1.19: Subconjunto fuzzy  $A + B$ .

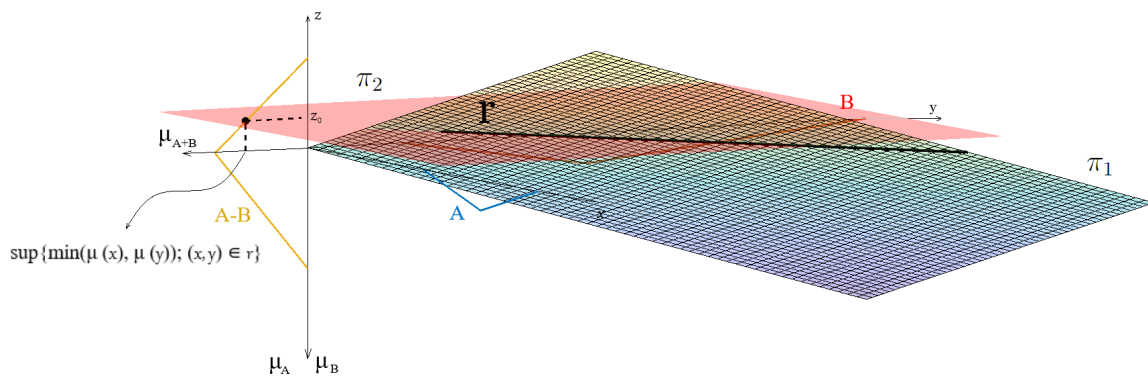


Fonte: Acervo dos autores.

em que  $\phi(z) = \{(x, y) \mid x - y = z\}$ .

De forma análoga para o caso da diferença, considere o espaço cartesiano no qual é determinado o grau de pertinência de um ponto  $z_0$  localizado no eixo  $z$ . Através de  $z_0$  é definido a reta  $x - y = z_0$ , em que  $x \in U$  e  $y \in U$ , com  $U, \pi_1$  denota o plano definido por  $z = x - y$ ,  $\pi_2$  representa o plano  $z = z_0$ , e  $r$  é a interseção entre  $\pi_1$  e  $\pi_2$ , conforme ilustrado na Figura 1.20.

Figura 1.20: Representação tridimensional da  $f(x, y) = x - y$  utilizando o princípio da externsão de Zadeh.

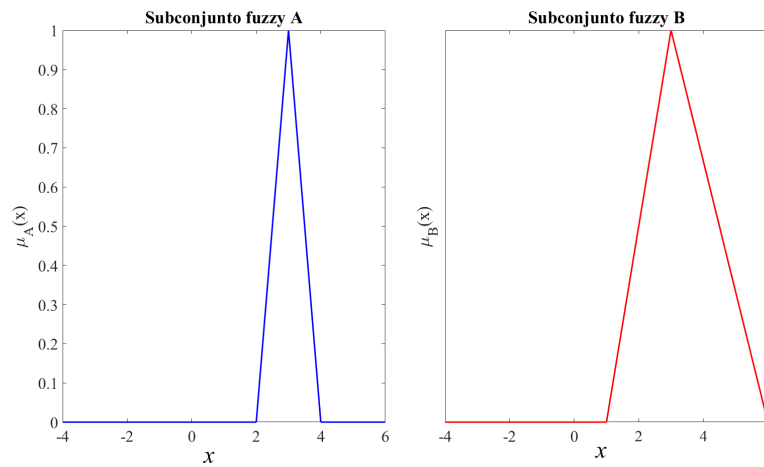


Fonte: Acervo dos autores.

**Exemplo 1.6.** Considere os números fuzzy  $A$  e  $B$ , cujas funções de pertinência são triangulares, com parâmetros  $(2; 3; 4)$  e  $(1; 3; 6)$ , respectivamente, como ilustrado na Figura 1.21.

Utilizando a Definição 1.17 e um programa computacional desenvolvido no software MATLAB, determinou-se o número fuzzy  $A - B$ . O gráfico correspondente a essa operação, apresentado na Figura 1.22, também foi gerado pelo mesmo programa.

Figura 1.21: Números fuzzy utilizados para a diferença.



Fonte: Acervo dos autores.

O objetivo deste exemplo é determinar o grau de pertinência do subconjunto fuzzy  $A - B$  em relação a algum ponto de  $U$ , conforme definido na Definição 1.17. Para fins de ilustração, toma-se  $z = -2 \in U$ . Todos os valores de  $x$  no domínio de  $\mu_A$  e  $y$  no domínio de  $\mu_B$ , que satisfazem  $x - y = -2$ , são considerados para determinar o grau de pertinência final, alguns destes valores estão representados na Tabela 1.2. Utilizou-se um espaçamento de 0.005 em cada domínio de  $\mu_A$  e  $\mu_B$ .

Tabela 1.2: Tabela para definir a diferença fuzzy.

$x - y = -2$				
$x$	$y$	$\mu_A(x)$	$\mu_B(y)$	$\min(\mu_A(x), \mu_B(x))$
1	3	0	1	0
2	4	0	0,66	0
2,5	4,5	0,5	0,5	0,5
3	5	1	0,33	0,33
3,5	5,5	0,5	0,166	0,166
4	6	0	0	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

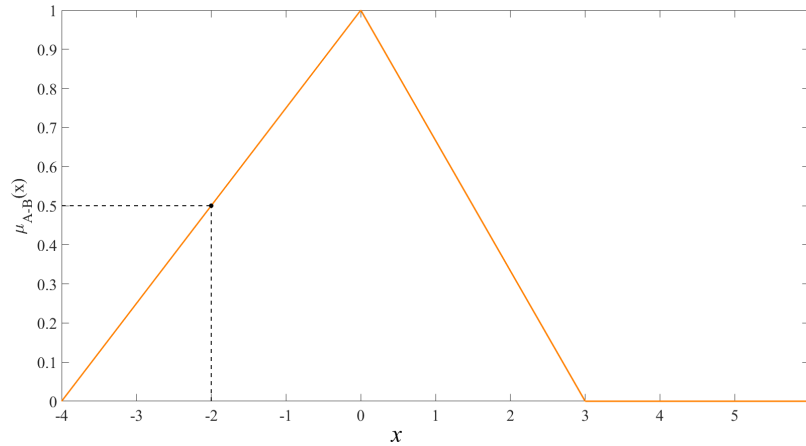
Fonte: Acervo dos autores.

Em seguida, determinou-se o valor mínimo entre  $\mu_A(x)$  e  $\mu_B(y)$  para todos os pares de  $x$  e  $y \in U$  que satisfaçam  $x - y = -2$ . Isso resultou na obtenção de um vetor contendo todos esses valores mínimos. Com base no espaçamento definido, o vetor criado possui 10.001 elementos, e o maior valor entre estas coordenadas é exatamente 0,5, ou seja,  $\mu_{A-B}(-2) = 0,5$ , isto é,

$$\mu_{A-B}(-2) = \sup\{\min(\mu_A(x), \mu_B(y)); x - y = -2\} = 0,5.$$

Esse processo é repetido para todos os valores de  $z \in U$ .

Figura 1.22: Subconjunto fuzzy  $A - B$ .



Fonte: Acervo dos autores.

**Definição 1.18.** *Sejam  $A, B \subset U$  dois números fuzzy. A multiplicação entre os números fuzzy  $A$  e  $B$  é o número fuzzy  $A \cdot B$ , cuja função de pertinência é*

$$\mu_{A \cdot B}(z) = \sup_{(x,y) \in \phi(z)} \min(\mu_A(x), \mu_B(y)),$$

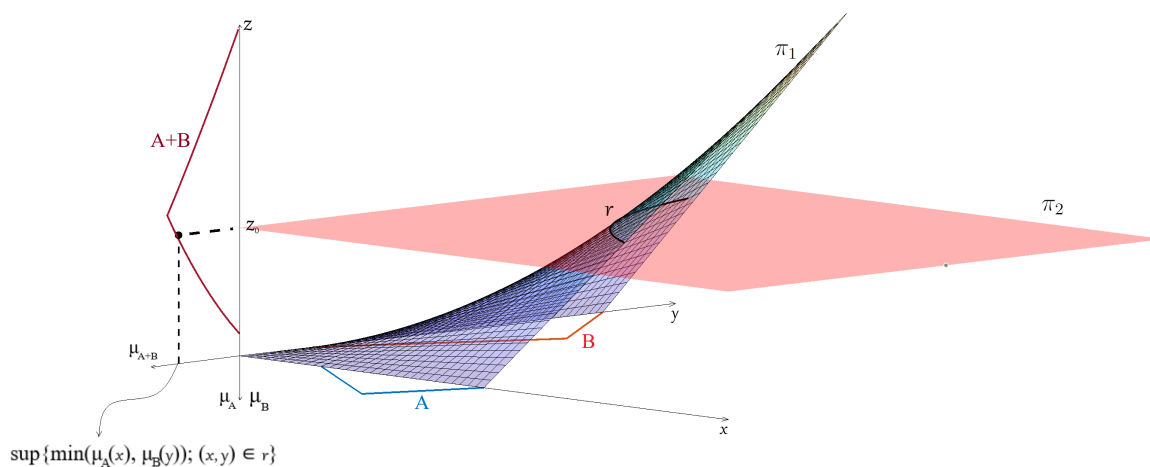
em que  $\phi(z) = \{(x, y) \mid xy = z\}$ .

Para representar o produto entre dois números fuzzy  $A$  e  $B$ , pode-se utilizar o sistema tridimensional. Neste sistema é determinado o grau de pertinência de um ponto  $z_0$  localizado no eixo  $z$ . Através de  $z_0$  é definido a reta  $x \cdot y = z_0$ , em que  $x \in U$  e  $y \in U$ , com  $U$  representando o conjunto dos números reais ( $U = \mathbb{R}$ ). Neste contexto,  $\pi_1$  denota a superfície definida por  $z = x \cdot y$ ,  $\pi_2$  representa o plano  $z = z_0$ , e  $r$  é a interseção entre  $\pi_1$  e  $\pi_2$ , conforme ilustrado na Figura 1.23.

Note que os graus de pertinência de  $A$  e  $B$  estão sendo representados ao longo da parte negativa do eixo  $z$ , enquanto o grau de pertinência de  $A \cdot B$  está sendo representado na parte negativa do eixo  $y$ . É importante ressaltar que os graus de pertinência variam de 0 a 1, ou seja, estão dentro do intervalo  $[0, 1]$  e não são valores negativos.

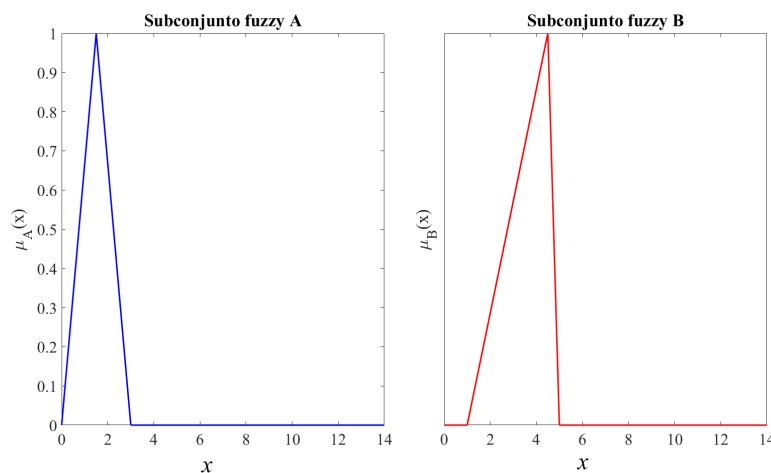
**Exemplo 1.7.** *Considere os números fuzzy  $A$  e  $B$ , cujas funções de pertinência são triangulares, com parâmetros  $(1; 1, 5; 3)$  e  $(1; 4, 5; 5)$ , respectivamente, como ilustrado na Figura 1.24. Utilizando a Definição 1.18 e um programa computacional desenvolvido no software MATLAB, determinou-se o número fuzzy  $A \cdot B$ . O gráfico correspondente a essa operação, apresentado na Figura 1.25, também foi gerado pelo mesmo programa.*

Figura 1.23: Representação tridimensional de  $f(x, y) = x \cdot y$  utilizando o princípio da extensão de Zadeh.



Fonte: Acervo dos autores.

Figura 1.24: Números fuzzy utilizados para o produto.



Fonte: Acervo dos autores.

O objetivo deste exemplo é determinar o grau de pertinência do subconjunto fuzzy  $A \cdot B$  em relação a algum ponto de  $U$ , conforme definido na Definição 1.18. Para fins de ilustração, toma-se  $z = 4,56 \in U$ . Todos os valores de  $x$  no domínio de  $\mu_A$  e  $y$  no domínio de  $\mu_B$ , que satisfazem  $x \cdot y = 4,56$ , são considerados para determinar o grau de pertinência final, alguns destes valores são exibidos na Tabela 1.3. Utilizou-se um espaçamento de 0,001 em cada domínio de  $\mu_A$  e  $\mu_B$ .

Tabela 1.3: Tabela para definir a multiplicação fuzzy

$x \cdot y = 4,56$				
$x$	$y$	$\mu_A(x)$	$\mu_B(y)$	$\min(\mu_A(x), \mu_B(y))$
0,3	15,2	0,2	0	0
1	4,56	0,66	0,88	0,66
1,14	4	0,76	0,85	0,76
1,2	3,8	0,8	0,8	0,8
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

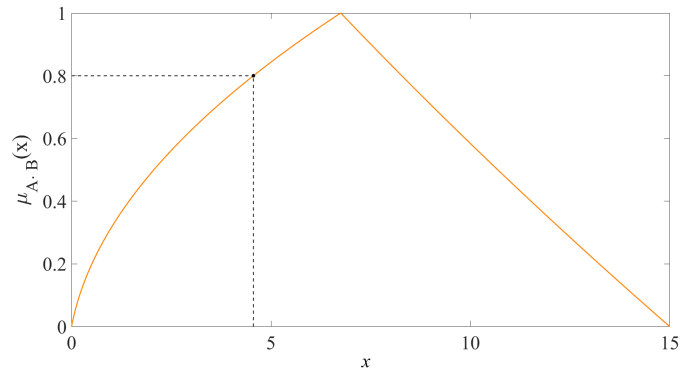
Fonte: Acervo dos autores.

Em seguida, determinou-se o valor mínimo entre  $\mu_A(x)$  e  $\mu_B(y)$  para todos os pares de  $x$  e  $y \in U$  que satisfaçam  $x \cdot y = 4,56$ . Isso resultou na obtenção de um vetor contendo todos esses valores mínimos.

Com base no espaçamento definido, o vetor criado possui 1143 elementos, e o maior valor entre eles é exatamente 0,8, ou seja,  $\mu_{A \cdot B}(4,56) = 0,8$ .

$$\mu_{A \cdot B}(4,56) = \sup\{\min(\mu_A(x), \mu_B(y)); x \cdot y = 4,56\} = 0,8$$

Figura 1.25: Subconjunto fuzzy  $A \cdot B$ .



Fonte: Acervo dos autores.

Esse processo é repetido para todos os valores de  $z \in U$ .

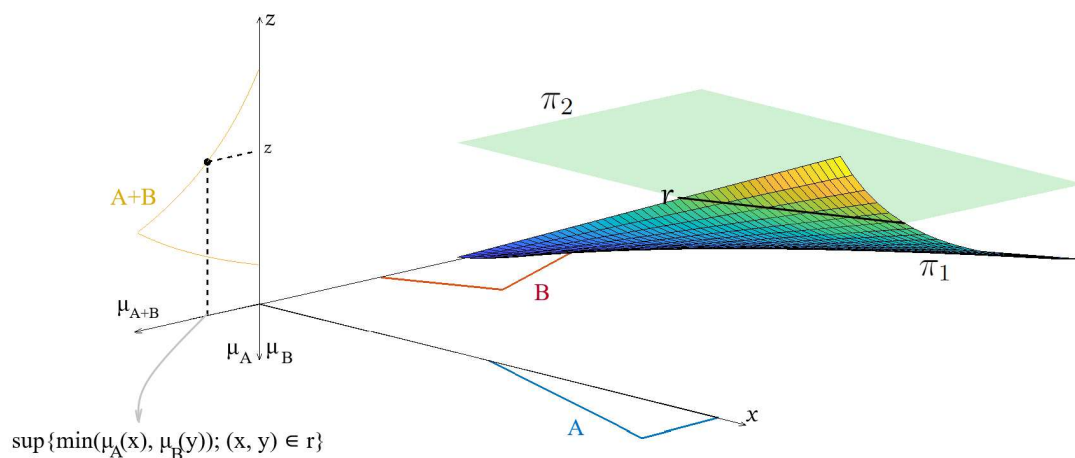
**Definição 1.19.** Sejam  $A, B \subset U$  dois números fuzzy. A divisão do número fuzzy  $A$  pelo número fuzzy  $B$ , se  $0 \notin \text{supp}(B)$  é o número fuzzy  $A/B$ , cuja função de pertinência é

$$\mu_{A/B}(z) = \sup_{(x,y) \in \phi(z)} \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

em que  $\phi(z) = \{(x, y) \mid x/y = z\}$ .

Para representar o quociente entre dois números fuzzy  $A$  e  $B$ , pode-se utilizar o sistema tridimensional. Neste sistema é determinado o grau de pertinência de um ponto  $z_0$  localizado no eixo  $z$ . Através de  $z_0$  é definido a reta  $\frac{x}{y} = z_0$ , em que  $x \in U$  e  $y \in U$ , com  $U$  representando o conjunto dos números reais ( $U = \mathbb{R}$ ). Neste contexto,  $\pi_1$  denota a superfície definido por  $z = \frac{x}{y}$ ,  $\pi_2$  representa o plano  $z = z_0$ , e  $r$  é a interseção entre  $\pi_1$  e  $\pi_2$ , conforme ilustrado na Figura 1.26.

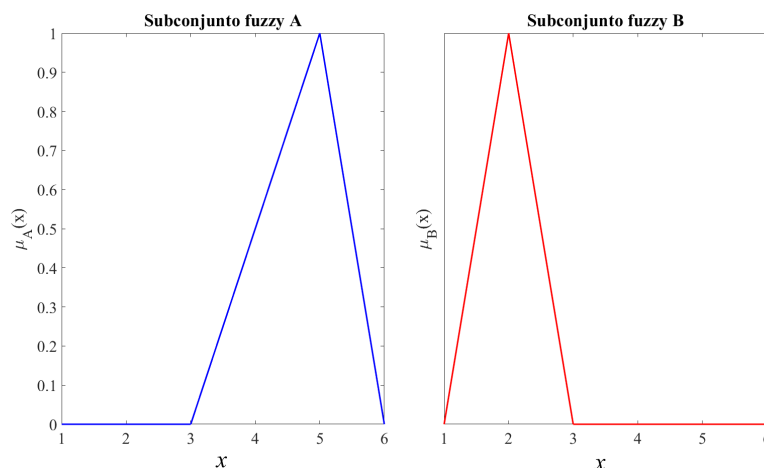
Figura 1.26: Representação tridimensional de  $f(x, y) = \frac{x}{y}$  utilizando o princípio da extensão de Zadeh.



Fonte: Acervo dos autores.

**Exemplo 1.8.** Considere os números fuzzy  $A$  e  $B$ , cujas funções de pertinência são triangulares, com parâmetros  $(3; 5; 6)$  e  $(1; 2; 3)$ , respectivamente, como ilustrado na Figura 1.27. Utilizando a Definição 1.19 e um programa computacional desenvolvido no software MATLAB, determinou-se o número fuzzy  $\frac{A}{B}$ . O gráfico correspondente a essa operação, apresentado na Figura 1.28, também foi gerado pelo mesmo programa.

Figura 1.27: Números fuzzy utilizados para o quociente.



Fonte: Acervo dos autores.

O objetivo deste exemplo é determinar o grau de pertinência do subconjunto fuzzy  $\frac{A}{B}$  em relação a algum ponto de  $U$ , conforme definido na Definição 1.19. Para fins de ilustração, toma-se  $z = 4 \in U$ . Todos os valores de  $x$  no domínio de  $\mu_A$  e  $y$  no domínio de  $\mu_B$ , que satisfazem  $\frac{x}{y} = 4$ , são considerados para determinar o grau de pertinência final, alguns valores



são apresentados na Tabela 1.4. Utilizou-se um espaçamento de 0,0005 em cada domínio de  $\mu_A$  e  $\mu_B$ .

Tabela 1.4: Tabela para definir o quociente fuzzy.

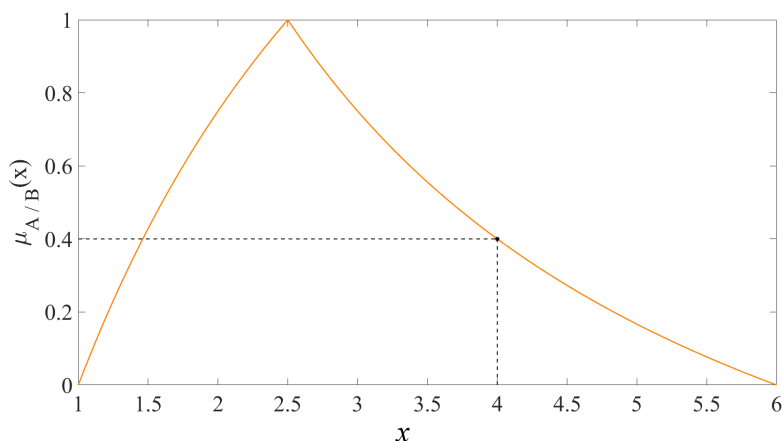
$\frac{x}{y} = 4$				
$x$	$y$	$\mu_A(x)$	$\mu_B(y)$	$\min(\mu_A(x), \mu_B(x))$
4	1	1	0	0
4,5	1,125	0,75	0,125	0,125
5,12	1,28	0,879	0,28	0,28
5,6	1,4	0,4	0,4	0,4
5,61	1,4025	0,39	0,4025	0,39
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Fonte: Acervo dos autores.

Em seguida, determinou-se o valor mínimo entre  $\mu_A(x)$  e  $\mu_B(y)$  para todos os pares de  $x$  e  $y \in U$  que satisfaçam  $\frac{x}{y} = 4$ . Isso resultou na obtenção de um vetor contendo todos esses valores mínimos. Com base no espaçamento definido, o vetor criado possui 3.001 elementos, e o maior valor entre estes é exatamente 0.4, ou seja,

$$\mu_{A \cdot B}(4) = \sup\{\min(\mu_A(x), \mu_B(y)); \frac{x}{y} = 4\} = 0,4.$$

Figura 1.28: Subconjunto fuzzy  $\frac{A}{B}$ .



Fonte: Acervo dos autores.

Esse processo é repetido para todos os valores de  $z \in U$ .

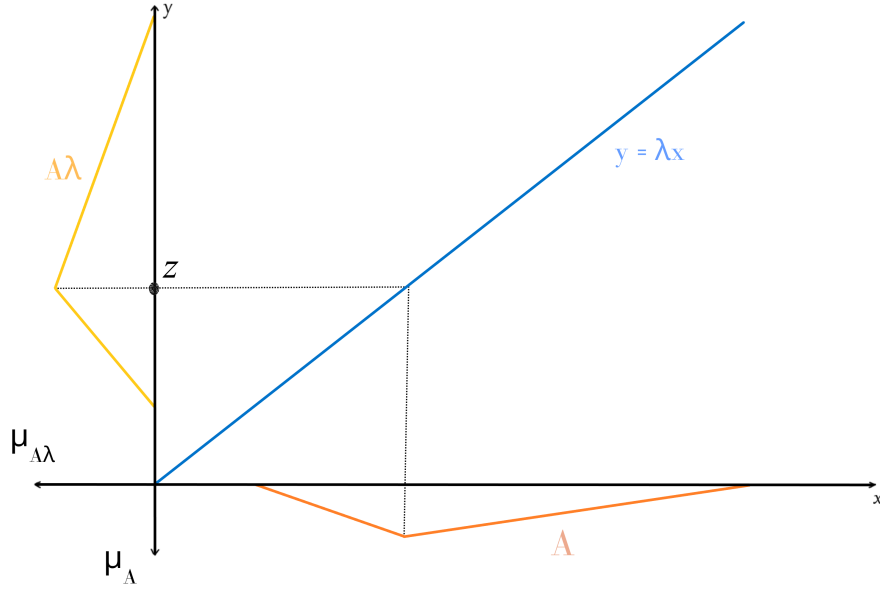
**Definição 1.20.** Sejam  $A \subset U$  número fuzzy e  $\lambda \in \mathbb{R}$ . A multiplicação de um escalar  $\lambda$  pelo número fuzzy  $A$  é o número fuzzy  $\lambda A$ , cuja função de pertinência é

$$\mu_{\lambda A}(z) = \begin{cases} \mu_A(\phi(z)), & \text{se } \lambda \neq 0 \\ \chi_{\{0\}}(z), & \text{se } \lambda = 0 \end{cases}$$

em que  $\chi_{\{0\}}$  é a função característica de  $\{0\}$  e  $\phi(z) = \lambda^{-1}z$ .

Para representar a multiplicação por escalar entre um número fuzzy  $A$  e um número real  $\lambda$ , pode-se utilizar o sistema bidimensional, ilustrado na Figura 1.29.

Figura 1.29: Extensão de Zadeh para  $f(x) = \lambda x$ .



Fonte: Acervo dos autores.

Através dos  $\alpha$ -níveis é possível realizar estas operações de modo mais prático, exibidas a seguir.

**Proposição 1.1.** *Sejam  $U$  um conjunto universo,  $A$  e  $B$  números fuzzy com  $\alpha$ -níveis dados, respectivamente, por  $[A]^\alpha = [a_1^\alpha, a_2^\alpha]$  e  $[B]^\alpha = [b_1^\alpha, b_2^\alpha]$ , com  $a_1^\alpha, a_2^\alpha, b_1^\alpha, e b_2^\alpha \in U$ . Então valem as seguintes propriedades:*

(a) *A soma entre  $A$  e  $B$  é o número fuzzy  $A + B$  cujos  $\alpha$ -níveis são*

$$[A + B]^\alpha = [A]^\alpha + [B]^\alpha = [a_1^\alpha + b_1^\alpha, a_2^\alpha + b_2^\alpha].$$

(b) *A diferença entre  $A$  e  $B$  é o número fuzzy  $A - B$  cujos  $\alpha$ -níveis são*

$$[A - B]^\alpha = [A]^\alpha - [B]^\alpha = [a_1^\alpha - b_2^\alpha, a_2^\alpha - b_1^\alpha].$$

(c) *A multiplicação de  $A$  por  $B$  é o número fuzzy  $A \cdot B$  cujos  $\alpha$ -níveis são*

$$[A \cdot B]^\alpha = [A]^\alpha \cdot [B]^\alpha = [a_1^\alpha, a_2^\alpha] \cdot [b_1^\alpha, b_2^\alpha] = [P_{\min}, P_{\max}],$$

onde  $P = \{a_1^\alpha \cdot b_1^\alpha, a_1^\alpha \cdot b_2^\alpha, a_2^\alpha \cdot b_1^\alpha, a_2^\alpha \cdot b_2^\alpha\}$ .

(d) *A divisão entre  $A$  por  $B$ , se  $0 \notin \text{supp}(B)$ , é o número fuzzy  $A/B$  cujos  $\alpha$ -níveis são*

$$[A/B]^\alpha = [A]^\alpha / [B]^\alpha = [a_1^\alpha, a_2^\alpha] \cdot \left[ \frac{1}{b_2^\alpha}, \frac{1}{b_1^\alpha} \right].$$

(e) *A multiplicação de  $\lambda$  por  $A$  é o número fuzzy  $\lambda A$  cujos  $\alpha$ -níveis são*

$$[\lambda A]^\alpha = \begin{cases} [\lambda a_1^\alpha, \lambda a_2^\alpha], & \text{se } \lambda \geq 0 \\ [\lambda a_2^\alpha, \lambda a_1^\alpha], & \text{se } \lambda < 0 \end{cases}.$$

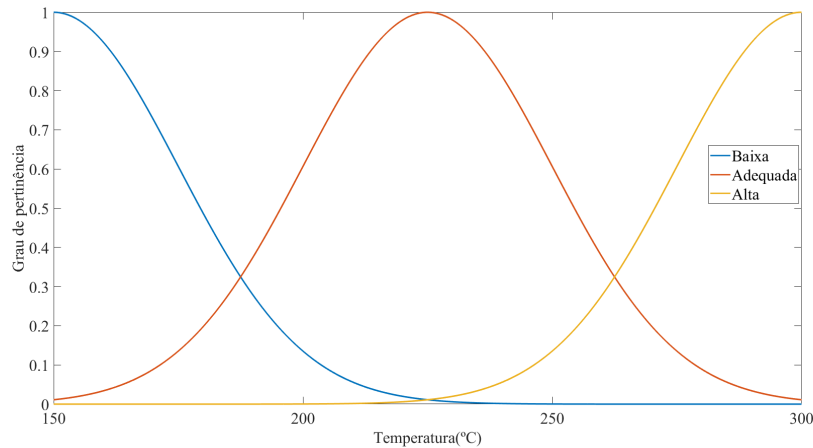
## 1.8 Variáveis Linguísticas

Por meio da aplicação de variáveis linguísticas, é possível traduzir informações e dados matemáticos em expressões compreensíveis para a linguagem humana. Nesse âmbito, as variáveis linguísticas funcionam como substantivos, representando as próprias variáveis, ao passo que seus valores são qualitativamente descritos, semelhantes a adjetivos.

**Definição 1.21.** *Uma variável linguística é uma variável cujo valor é expresso qualitativamente por meio de um termo linguístico e quantitativamente por sua função de pertinência. Dessa maneira, a variável linguística é composta por uma variável simbólica e por um valor numérico.*

**Exemplo 1.9.** *Considere que esteja em desenvolvimento um sistema de controle de temperatura, destinado a analisar uma placa de alumínio sob diversas condições térmicas. Nesse cenário, é viável a definição dos termos linguísticos (Baixa, Adequada e Alta) para representar as diferentes situações de temperatura. As funções de pertinência são:  $\mu_{Baixa}(x) = e^{-\frac{(x-150)^2}{2 \cdot 50^2}}$ ,  $\mu_{Adequada}(x) = e^{-\frac{(x-225)^2}{2 \cdot 50^2}}$  e  $\mu_{Alta}(x) = e^{-\frac{(x-300)^2}{2 \cdot 50^2}}$ .*

Figura 1.30: Funções de pertinência da variável linguística de temperatura.



Fonte: Acervo dos autores.

Na Figura 1.30 são apresentados os gráficos das funções de pertinência.

**Exemplo 1.10.** *Neste exemplo é utilizado o conjunto fuzzy para representar a frequência de uma corrente elétrica que passa por uma estrutura qualquer. Neste cenário são considerados três termos linguísticos para a frequência: Baixa, Média e Alta. As funções de pertinência para cada um desses termos podem ser observadas na Tabela 1.5.*

Tabela 1.5: Parâmetros de frequência.

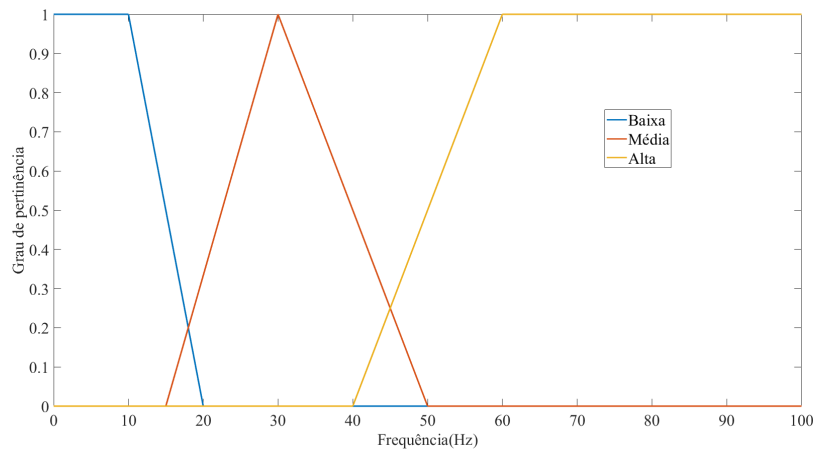
Frequência	Menor Limite	Pico	Maior Limite
Baixa Frequência	0 kHz	10 kHz	20 kHz
Média Frequência	15 kHz	30 kHz	45 kHz
Alta Frequência	40 kHz	60 kHz	100 kHz

Fonte: Acervo dos autores.

Para modelar a situação, utiliza-se funções de pertinência do tipos trapezoidais e triangular. Neste contexto, os seguintes valores de pertinência são definidos pela Tabela 1.5:

$\mu_{Baixa}(x) = 1, \forall x \leq 10$ ,  $\mu_{Média}(30) = 1$  e  $\mu_{Alta}(x) = 1, \forall x \geq 60$ . A representação gráfica pode ser visualizada na Figura 1.31.

Figura 1.31: Categorização das frequências com subconjuntos fuzzy.



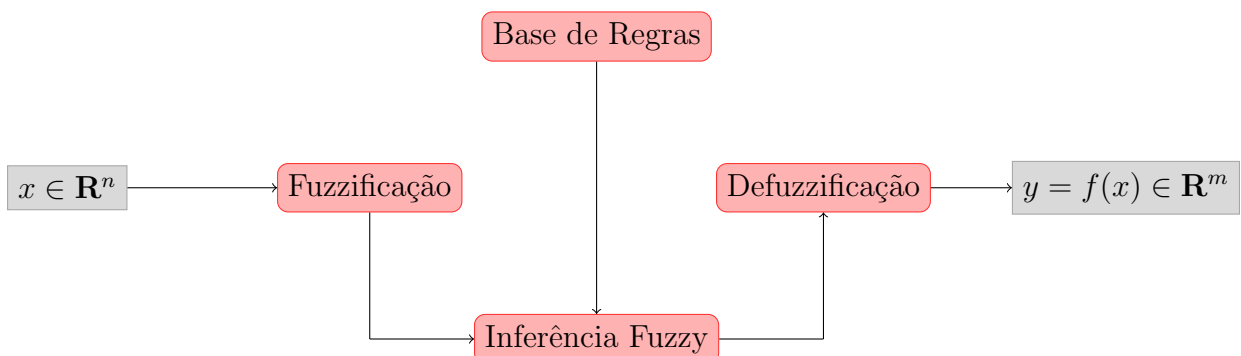
Fonte: Acervo dos autores.

## 1.9 Sistema Baseado em Regras Fuzzy

Os SBRF desempenham um papel abrangente em uma variedade de contextos, incluindo modelagem, controle e classificação. Esses sistemas podem ser compreendidos como uma representação que associa entradas a saídas, expressa na forma  $y = f(x)$ . Aqui,  $x \in \mathbb{R}^n$  representa um vetor de entrada em um espaço de dimensão  $n$ , enquanto  $y \in \mathbb{R}^m$  denota o resultado correspondente no espaço de dimensão  $m$ .

O SBRF é composto por quatro partes: um processador inicial que aplica a fuzzificação nos dados de entrada; um conjunto de regras fuzzy agrupadas, denominadas base de regras; uma máquina de inferência fuzzy; e um processador final que gera um número real como saída (JAFELICE, 2003). Esses elementos operam de forma interligada, conforme ilustrado no diagrama da Figura 1.32.

Figura 1.32: Arquitetura do SBRF.



Fonte: Acervo dos autores.

As quatro partes estão detalhados a seguir:

1. **Módulo de Fuzzificação:** transforma as componentes de entrada em conjuntos fuzzy em seus respectivos domínios. Muitas vezes é necessário um especialista da área do fenômeno a ser modelado para auxiliar na construção das funções pertinência das entradas e saídas.
2. **Módulo da Base de Regras:** composta por uma coleção de proposições do tipo “Se condição, então ação”, em que a “condição” e a “ação” podem ser descritas linguisticamente com o conhecimento do especialista da área. Ou seja, cada proposição é da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll} \text{Se} & x_1 \text{ é } A_1 \text{ e } x_2 \text{ é } A_2 \text{ e } \dots \text{ e } x_n \text{ é } A_n \\ \text{Então} & y_1 \text{ é } B_1 \text{ e } y_2 \text{ é } B_2 \text{ e } \dots \text{ e } y_n \text{ é } B_m, \end{array}$$

em que  $A_1, A_2, \dots, A_n$  e  $B_1, B_2, \dots, B_m$  são conjuntos fuzzy relacionados as variáveis linguísticas de entrada e saída, respectivamente.

3. **Módulo de Inferência Fuzzy:** neste módulo cada regra fuzzy é “traduzida” matematicamente por meio de técnicas fuzzy. No módulo de inferência que são escolhidas as t-normas, as s-normas e as regras de inferência que são utilizadas para definir a relação fuzzy que modela a base de regras. Esse módulo é de extrema importância para o funcionamento do sistema, uma vez que este fornecerá a saída fuzzy a partir de cada entrada fuzzy e da relação definida pela base de regras.

- **Método de Inferência de Mamdani:** uma regra: Se (condição) então (ação), é definida pelo produto cartesiano fuzzy dos conjuntos fuzzy que compõe a condição e a ação gerada pela regra. O método de Mamdani agrupa o operador lógico OU, definido pela s-norma, e o operador E, definido pela t-norma em cada regra. Para exemplificar esse processo, considere as seguintes regras fuzzy:

Regra 1: Se  $x$  é  $A_1$  e  $y$  é  $B_1$  então  $z$  é  $C_1$ ;

Regra 2: Se  $x$  é  $A_2$  e  $y$  é  $B_2$  então  $z$  é  $C_2$ .

A saída  $y$  de um sistema de inferência do tipo Mamdani é gerada a partir dos valores de entrada  $x_1$  e  $x_2$  e a regra de composição dada pela t-norma do mínimo e a s-norma do máximo.

- **Método de Inferência de Takagi - Sugeno:** no método de Takagi - Sugeno a ação gerada por cada regra é uma função das variáveis de entrada. Um exemplo em que essa função é uma combinação linear das entradas é exibido a seguir:

Regra 1: Se  $x$  é  $A_1$  e  $y$  é  $B_1$  então  $z = f_1(x, y)$ ;

Regra 2: Se  $x$  é  $A_2$  e  $y$  é  $B_2$  então  $z = f_2(x, y)$ .

A saída de um sistema de inferência do tipo Takagi-Sugeno é gerada pela média ponderada das saídas de cada regra, usando-se o grau de ativação destas médias como ponderação.

4. **Módulo de Defuzzificação:** É o processo de representar um conjunto fuzzy por um número real. Geralmente, a saída gerada pelo módulo de inferência é um conjunto fuzzy, assim é necessário determinar um método para transformar esse conjunto fuzzy em um número real. Existem muitos métodos de defuzzificação, o mais comum é definido a seguir.

- **Centro de Gravidade (COG):** esse método de defuzzificação é semelhante à média ponderada pela distribuição de dados, a diferença é que os pesos são os valores  $\mu_C(y_i)$  que indicam o grau de compatibilidade do valor  $y_i$  com o conceito modelado pelo conjunto fuzzy  $C$ . Para um domínio discreto, tem-se:

$$G(C) = \frac{\sum_{i=0}^n y_i \mu_C(y_i)}{\sum_{i=0}^n \mu_C(y_i)},$$

em que,  $y_i$  pertence ao domínio de  $C$ .

- **Centro de Gravidade Modificado (MCOG):** o *software R* (Posit team, 2023) utiliza como método de defuzzificação o MCOG, dado da seguinte forma:

$$z(t, f) = \frac{\sum_{i=0}^n \mu_S(y_i) \cdot c_i \cdot \sigma_i}{\sum_{i=0}^n \mu_S(y_i) \cdot \sigma_i},$$

em que  $n$  é o número de pontos discretizados igualmente espaçados no intervalo  $I$ ,  $c_i$  e  $\sigma_i$  são os centros e os desvios padrão da função gaussiana associada ao ponto  $y_i$ , que pertence a  $I$ .

O MCOG inclui um fator de ajuste que varia conforme a assimetria do subconjunto fuzzy. Usualmente, a escolha por esta alternativa pode melhorar a precisão da saída (PRA, 2023).

### 1.9.1 Exemplo de SBRF

A placa de alumínio é um componente comum em muitas aplicações industriais, e sua estrutura pode variar de acordo com a temperatura e a frequência aplicada. Nesta seção, o objetivo é desenvolver um SBRF capaz de inferir a impedância da placa com base nessas duas variáveis de entrada, permitindo uma caracterização precisa da sua saúde estrutural em diferentes condições.

Assim, é explorado um exemplo prático da aplicação de SBRF para modelar a relação entre duas entradas - temperatura e frequência - e uma saída - impedância eletromecânica - em uma placa de alumínio (Figura 1.33). A utilização da teoria dos conjuntos fuzzy nesse contexto permite lidar com a imprecisão e incerteza associadas às medições e características do material, proporcionando um controle mais adaptativo e eficiente.

Figura 1.33: Placa de alumínio.



Fonte: Acervo dos autores.

Neste exemplo, os SBRF são construídos com adaptações utilizando as duas redes neuro-fuzzy para determinar os parâmetros das funções de pertinência e as regras fuzzy. As funções de pertinências consideradas são do tipo Gaussiana da Definição 1.13, e para cada variável são considerados subconjuntos fuzzy distintos.

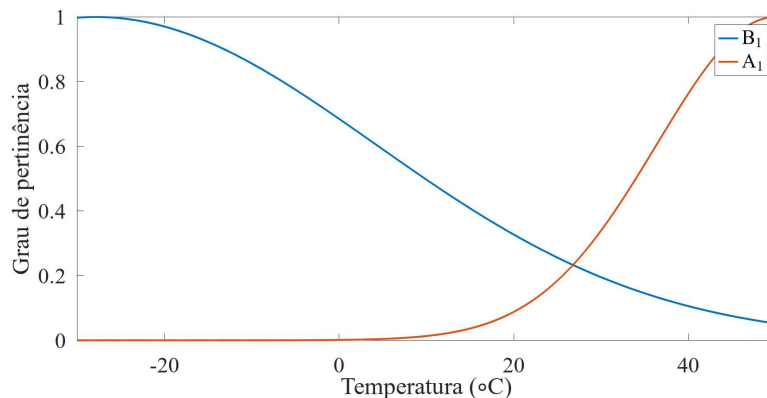
A temperatura varia de  $-30^{\circ}C$  à  $50^{\circ}C$ , então considere o suporte de  $T = [-30, 50]$ .

A frequência varia de  $61820Hz$  à  $61830Hz$ , então considere o suporte de  $F = [61820, 61830]$ .

Para a variável de saída, parte real da impedância eletromecânica, varia de  $27,47\Omega$  à  $33,57\Omega$ , então considere o suporte de  $I = [27, 47, 33, 57]$ .

A primeira etapa é transformar essas variáveis em conjuntos fuzzy, atribuindo os graus de pertinência pelas funções de pertinência do tipo Gaussiana. Estas funções são para temperatura baixa ( $B_1$ ) dada por  $\mu_{B_1}(t) = e^{-\frac{(t - (-27, 84))^2}{2 \cdot 32^2}}$  e para temperatura alta ( $A_1$ ) dada por  $\mu_{A_1}(t) = e^{-\frac{(t - 50)^2}{2 \cdot 13,6^2}}$ , Figura 1.34.

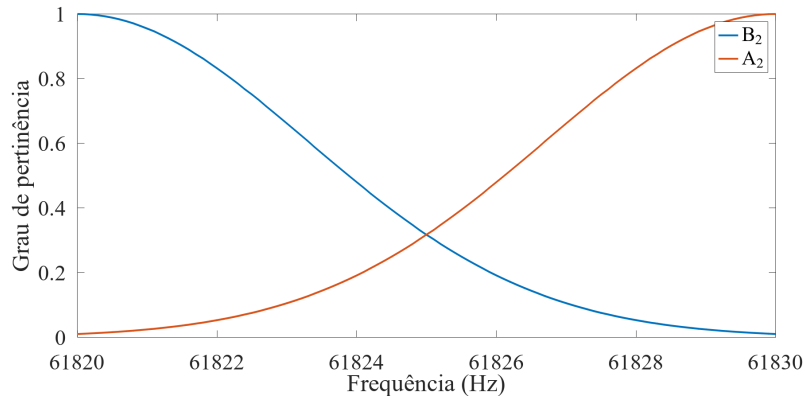
Figura 1.34: Gráficos das funções de pertinência para temperatura.



Fonte: Acervo dos autores.

As funções de pertinência para frequência são: frequência baixa ( $B_2$ ) dada por  $\mu_{B_2}(f) = e^{-\frac{(f - 61820)^2}{2 \cdot 3,3^2}}$  e frequência alta ( $A_2$ ) dada por  $\mu_{A_2}(f) = e^{-\frac{(f - 61830)^2}{2 \cdot 3,3^2}}$ , ver Figura 1.35.

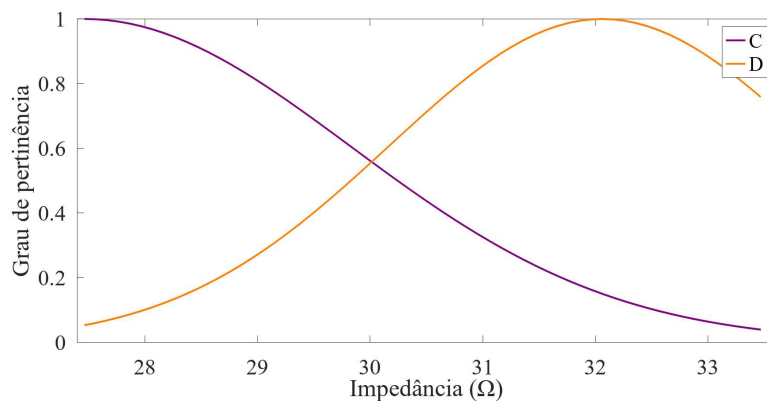
Figura 1.35: Gráfico das funções de pertinência para frequência.



Fonte: Acervo dos autores.

O método de inferência utilizado é o de Mamdani. Para isso, deve ser determinado as funções de pertinência da saída, que são: impedância baixa ( $C$ ) dada por  $\mu_C(z) = e^{-\frac{(z - 27,47)^2}{2 \cdot 2,36^2}}$  e impedância alta ( $D$ ) dada por  $\mu_D(z) = e^{-\frac{(z - 32,06)^2}{2 \cdot 1,89^2}}$ , Figura 1.36.

Figura 1.36: Gráfico das funções de pertinência para impedância.



Fonte: Acervo dos autores.

As regras fuzzy são:

$R_1$  Se ( $t$  é  $A_1$  e  $f$  é  $A_2$ ) então ( $y$  é  $C$ );

$R_2$  Se ( $t$  é  $A_1$  e  $f$  é  $B_2$ ) então ( $y$  é  $C$ );

$R_3$  Se ( $t$  é  $B_1$  e  $f$  é  $A_2$ ) então ( $y$  é  $D$ );

$R_4$  Se ( $t$  é  $B_1$  e  $f$  é  $B_2$ ) então ( $y$  é  $D$ ).

Neste contexto, cada variável  $R_i$  representa uma regra específica numerada de 1 a 4, e essas regras desempenham um papel fundamental na inferência de  $y$  com base nas funções de pertinência de  $t$  e  $f$ .



Após a criação das regras, utiliza-se a t-norma mínimo para determinar o grau de pertinência do consequente de cada regra, para cada valor de  $t$  e  $f$ . Isso resulta na definição de um subconjunto fuzzy para cada regra.

Esse processo é repetido para cada regra, resultando em definições de  $S_i$  para cada  $i$ -ésima regra.

Uma vez que cada  $S_i$  tenha sido definido, a união fuzzy (Definição 1.4) de todos esses subconjuntos, denotada como  $S$  com função de pertinência  $\mu_S(x) = \max_{i=1,\dots,4} \{\mu_{S_i}(x)\}$ , é utilizada para realizar a defuzzificação.

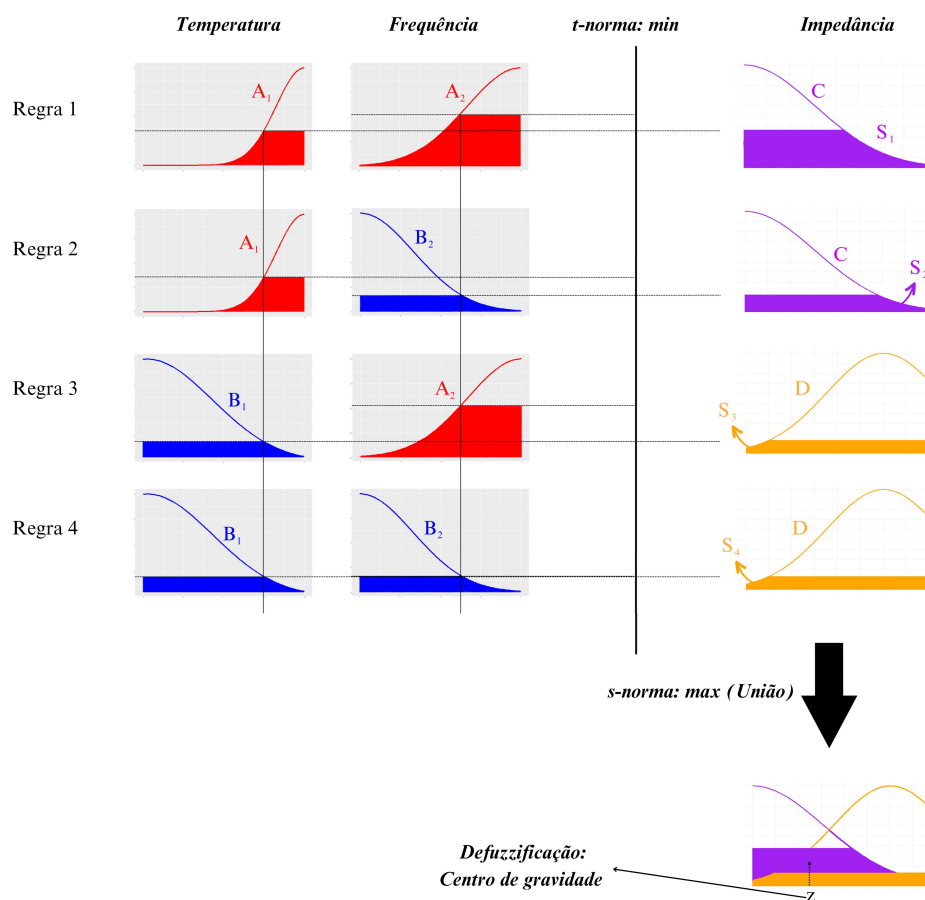
Por fim, o método do centro de gravidade é empregado para determinar a saída  $z$  de todo o sistema. Assim, a saída do sistema é calculada como o centro de gravidade para um domínio discreto da seguinte maneira:

$$z(t, f) = \frac{\sum_{i=0}^n y_i \mu_S(y_i)}{\sum_{i=0}^n \mu_S(y_i)},$$

em que  $n$  é o número de pontos discretizados igualmente espaçados no intervalo  $I$ .

Na Figura 1.37 está representado a ilustração de todo o processo descrito anteriormente, utilizando como defuzzificação o centro de gravidade usual.

Figura 1.37: Método de inferência de Mamdani.



Fonte: Acervo dos autores.

Por exemplo, ao considerar uma temperatura de  $28^{\circ}C$  e uma frequência de  $61827Hz$ , a etapa de defuzzificação resulta em um valor,  $28,78\Omega$ , dentro de uma escala que varia de  $27,47\Omega$  a  $33,57\Omega$ .

No mesmo exemplo, o método de inferência de Takagi-Sugeno é aplicado, no qual uma função de saída é utilizada para cada combinação de valores de temperatura ( $t$ ) e frequência ( $f$ ). Quatro regras, designadas como  $R_1$  a  $R_4$ , foram criadas para este exemplo, cada uma com uma função linear como saída a ser empregada.

$$R_1 \text{ Se } (t \text{ é } A_1 \text{ e } f \text{ é } A_2) \text{ então } i_1 = 0,0979 \cdot t + 0,2916 \cdot f + 0,2421;$$

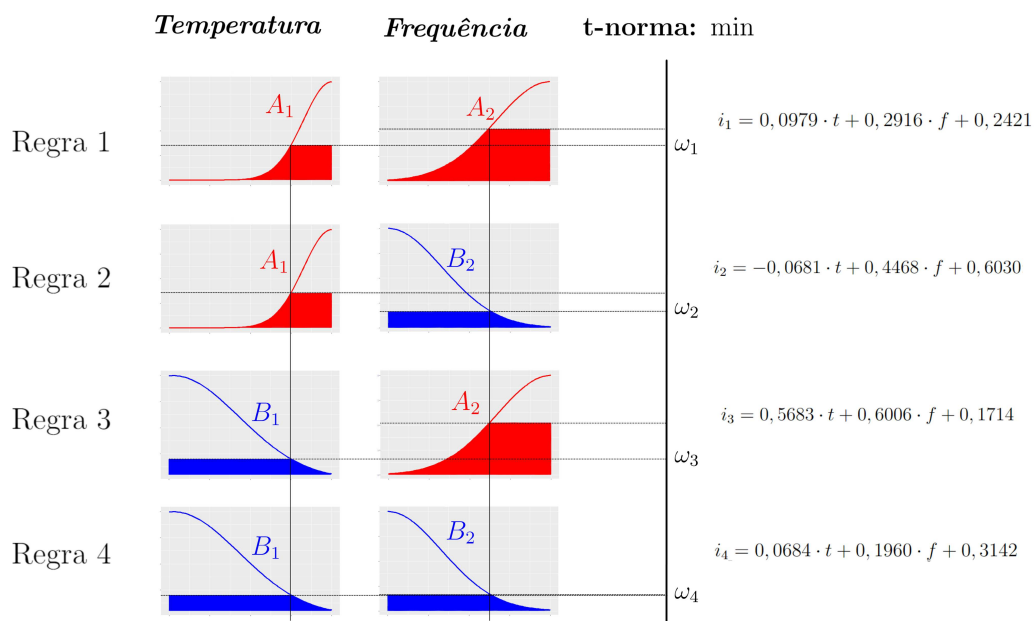
$$R_2 \text{ Se } (t \text{ é } A_1 \text{ e } f \text{ é } B_2) \text{ então } i_2 = -0,0681 \cdot t + 0,4468 \cdot f + 0,6030;$$

$$R_3 \text{ Se } (t \text{ é } B_1 \text{ e } f \text{ é } A_2) \text{ então } i_3 = 0,5683 \cdot t + 0,6006 \cdot f + 0,1714;$$

$$R_4 \text{ Se } (t \text{ é } B_1 \text{ e } f \text{ é } B_2) \text{ então } i_4 = 0,0684 \cdot t + 0,1960 \cdot f + 0,3142.$$

Na Figura 1.38 está representado todo o processo do método de Takagi - Sugeno.

Figura 1.38: Método de inferência de Takagi-Sugeno.



Média Ponderada

↓

*Defuzzificação*

$$z(t, f) = \frac{\omega_1 \cdot i_1 + \omega_2 \cdot i_2 + \omega_3 \cdot i_3 + \omega_4 \cdot i_4}{\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4}$$

Fonte: Acervo dos autores.

Após a criação das regras, é calculada a t-norma do mínimo entre os graus de pertinência de cada subconjunto fuzzy, para cada valor de  $t$  e  $f$ . Esse valor, chamado de “peso”, dado por  $w_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , que é utilizado para calcular a saída do sistema.

Por fim, é utilizado o método da média ponderada para a saída  $z$  de todo o sistema. Assim, a saída do sistema é calculada da seguinte forma:

$$z(t, f) = \frac{\sum_{i=1}^4 \omega_n i_n}{\sum_{i=1}^4 \omega_n}.$$

Por exemplo, para uma temperatura de  $28^{\circ}C$  e frequência igual  $61827Hz$ , após a defuzzificação encontra-se um valor igual a  $33,56\Omega$ , em uma escala de  $27,47\Omega$  a  $33,57\Omega$ .

As definições e teorias apresentadas neste capítulo, que tratam da teoria dos conjuntos fuzzy, desempenham um papel fundamental no próximo capítulo dedicado às redes neuro-fuzzy. Nesta etapa subsequente, são introduzidos os princípios das redes neurais associados aos conjuntos fuzzy, com o propósito de determinar os SBRF. Essas abordagens híbridas são importantes devido à sua capacidade de adaptação e aprendizado em sistemas complexos e variáveis, aspecto central na criação de SBRF. No Capítulo 2 são apresentados duas dessas redes neuro-fuzzy.

# Capítulo 2

## Redes Neuro-Fuzzy

*“Inteligência artificial é a eletricidade do século XXI.”(Andrew Ng)*

Neste capítulo são abordados termos e conceitos relacionados à aplicação de algoritmos na execução de processos, com um foco especial no treinamento de modelos, através do banco de dados coletados. O conceito central que permeia este tópico, conforme destacado por Sheikh, Prins e Schrijvers (2023), é o da Inteligência Artificial (IA).

A IA é uma ciência que confere a sistemas e máquinas a habilidade de aprender, perceber, tomar decisões e resolver problemas por meio da criação de dispositivos e mecanismos que simulam a capacidade cognitiva humana (SHEIKH; PRINS; SCHRIJVERS, 2023).

Dentro do campo da IA, encontra-se o subcampo do Aprendizado de Máquinas, que concentra-se na elaboração de algoritmos que permitem que sistemas aprendam com dados e aprimorem seu desempenho ao longo do tempo. Um exemplo notável de algoritmo de aprendizado de máquinas, inspirado na estrutura do cérebro humano, é o das Redes Neurais Artificiais (RNAs), que consistem em unidades de computação interconectados (BEZERRA, 2016).

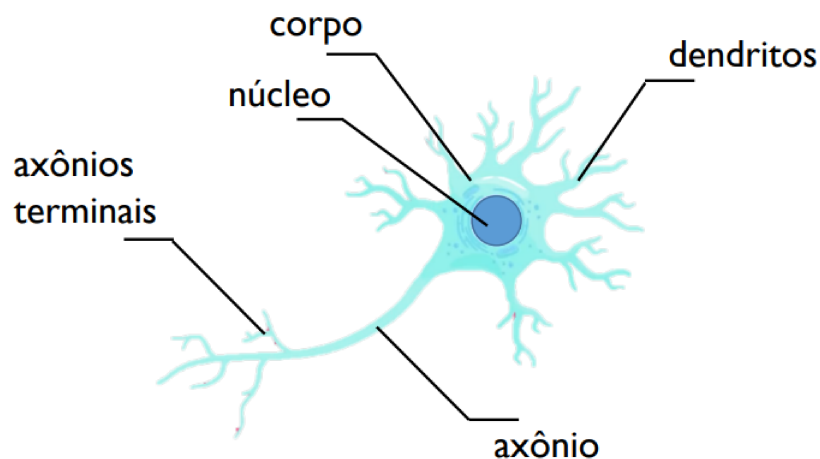
No final do século XX houve o surgimento das RNA e a consolidação da teoria dos Conjuntos Fuzzy, e a combinação desses mecanismos resultou na criação de sistemas notáveis. Esses sistemas são caracterizados por sua capacidade de aprendizado, proporcionada pelas redes neurais, o que se traduz em uma precisão notável. A proposta de um sistema neuro-fuzzy reside em aplicar as técnicas de aprendizado das redes neurais para identificar e ajustar os parâmetros de sistemas fuzzy.

Neste capítulo é explorado o conceito de RNA e são apresentados dois sistemas neuro-fuzzy que desempenham um papel fundamental no desenvolvimento deste trabalho.

### 2.1 Redes Neurais Artificiais

Para uma melhor compreensão do funcionamento das redes neurais artificiais, utiliza-se o sistema nervoso humano como referência, já que as RNAs reproduzem o processo de aprendizado observado em organismos biológicos. No sistema nervoso humano, encontra-se células denominadas neurônios, que se interconectam por meio de axônios e dendritos. As áreas de conexão são chamadas sinapses, e essas conexões são frequentemente modificadas em resposta a estímulos externos, formando o processo de aprendizado em organismos vivos, conforme ilustrado na Figura 2.1(BEZERRA, 2016).

Figura 2.1: Ilustração de um neurônio biológico.



Fonte: Costa (2018).

O processo de aprendizado em RNA ocorre de maneira análoga em ambientes computacionais. As unidades de processamento, que desempenham o papel de estabelecer conexões entre si, são chamadas neurônios, pois desempenham funções semelhantes às dos neurônios biológicos (AGGARWAL *et al.*, 2018). Cada entrada em um neurônio é ponderada com um valor chamado peso, que influencia o cálculo realizado na unidade.

Uma rede neural artificial realiza cálculos com base nas entradas, transmitindo os valores calculados dos neurônios de entrada para os neurônios de saída, usando os pesos como parâmetros intermediários. O aprendizado ocorre ao ajustar os pesos que conectam os neurônios. Assim como estímulos externos são necessários para o aprendizado em organismos biológicos, nas redes neurais artificiais, esse estímulo externo é fornecido pelos dados de treinamento, que contêm exemplos de pares entrada-saída da função a ser aprendida.

Segundo McCulloch e Pitts (1943), todo tipo de rede neural possui três camadas principais, a saber:

- Camada de Entrada: é a camada em que os padrões são apresentados à rede;
- Camada Oculta: é a camada onde ocorre o processamento fundamental, e é principalmente neste ponto que as redes neurais se distinguem umas das outras, uma vez que essa camada também atua como um extrator de características;
- Camada de Saída: é a camada que apresenta o resultado final.

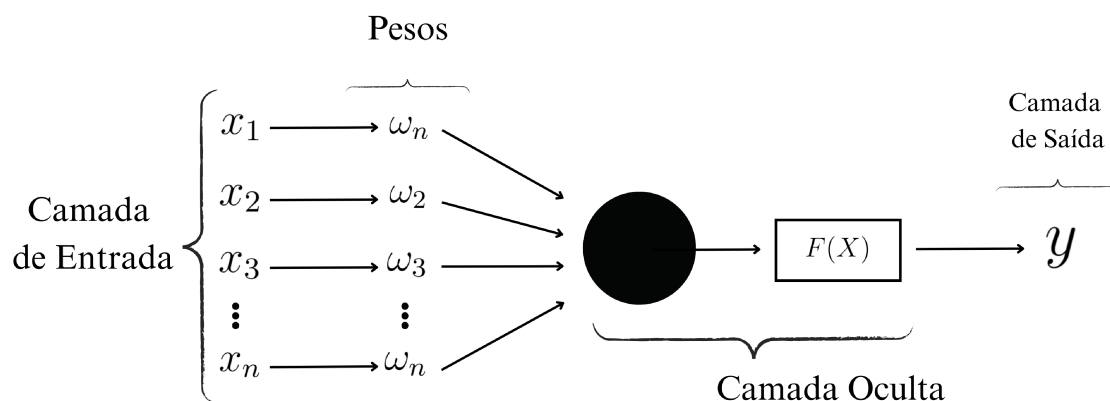
O funcionamento básico consiste na apresentação dos padrões à camada de entrada, seguida pela camada oculta, em que os pesos sinápticos para cada entrada são definidos. Vale ressaltar que os pesos são ajustáveis e inicialmente definidos de maneira diferente para cada rede neural, sendo refinados à medida que a rede é treinada. Por fim, é apresentado o resultado final de todo o processamento. Esse processo é conhecido como Esquema de Unidade McCulloch – Pitts (MCCULLOCH; PITTS, 1943).

O Esquema de Unidade McCulloch-Pitts, ilustrado na Figura 2.2 e nomeado em homenagem a Warren McCulloch e Walter Pitts, é um modelo teórico de neurônio artificial proposto em 1943 (MCCULLOCH; PITTS, 1943), em que os valores de  $x_1, \dots, x_n$  são os valores de entrada, cada  $\omega_i, i = 1, \dots, n$ , são os pesos que cada valor de entrada será submetido, na camada oculta

terá um função de ativação  $F(x)$  (método que é escolhido para desenvolver o aprendizado) que determinará o valor de saída,  $y$ .

Esse modelo é uma simplificação dos neurônios biológicos e desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento das redes neurais artificiais. A unidade McCulloch-Pitts é uma abstração que representa o funcionamento básico de um neurônio em um contexto computacional.

Figura 2.2: Ilustração do esquema de unidade McCulloch-Pitts.



Fonte: McCulloch e Pitts (1943).

Dentro da teoria dos conjuntos fuzzy, as redes neurais artificiais têm a capacidade de otimizar os parâmetros das funções de pertinência de um SBRF por meio de um processo de treinamento. Além disso, estas redes podem construir uma base de regras coerentes para o sistema. Isso torna a combinação entre redes neurais artificiais e teoria dos conjuntos fuzzy uma ferramenta de modelagem extremamente poderosa. Quando uma RNA é projetada para incorporar conceitos da teoria fuzzy, denomina-se rede neuro-fuzzy.

Neste capítulo, são apresentadas duas redes neuro-fuzzy artificiais que desempenham um papel central neste trabalho, juntamente com a exposição da fundamentação teórica necessária para compreender seu funcionamento. Estas redes neuro-fuzzy fazem uso de duas ferramentas matemáticas: o método dos mínimos quadrados e o gradiente descendente, os quais são abordados nas duas próximas seções. Após a apresentação de tais ferramentas são apresentadas as duas redes neuro-fuzzy utilizadas neste trabalho.

### 2.1.1 Método dos Mínimos Quadrados

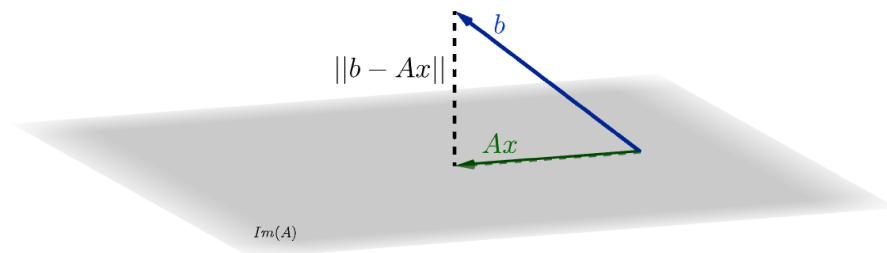
O método dos mínimos quadrados é uma técnica fundamental na resolução de sistemas lineares da forma  $Ax = b$ , em que  $A$  é uma matriz  $m \times n$ , com  $m \leq n$ , e  $b \in \mathbb{R}^m$ . O objetivo é encontrar um vetor  $x \in \mathbb{R}^n$  que minimize a norma euclidiana do resíduo representado pela expressão  $\|r(x)\| = \|Ax - b\|$ .

Para compreensão do método, considere a matriz  $A$  como uma função linear de  $\mathbb{R}^n$  para  $\mathbb{R}^m$ . Em outras palavras,  $A$  é uma transformação que leva os vetores do espaço  $n$ -dimensional em vetores do espaço  $m$ -dimensional. Qualquer vetor contido na imagem de  $A$  pode ser representado como o resultado da multiplicação da matriz  $A$  por um vetor  $x \in \mathbb{R}^n$ , ou seja,  $v = Ax$  (BURDEN; FAIRES, 1985).

Dentro deste contexto, o vetor  $b \in \mathbb{R}^m$  representa um ponto em  $\mathbb{R}^m$ , e a norma euclidiana  $\|Ax - b\|$  é a medida da distância entre este ponto e a imagem da transformação de  $A$ . Pode-se ilustrar essa relação como uma distância entre os pontos  $b$  e  $Ax$ , conforme é visualizado na Figura 2.3.

O fundamento do método dos mínimos quadrados é então projetar o vetor  $b$  na imagem de  $A$ , o que permite encontrar um vetor  $u$  que pertence ao espaço imagem de  $A$ , denotado por  $Im(A)$ . Assim, pode-se afirmar que existe um vetor  $x \in \mathbb{R}^n$  tal que  $u = Ax$ . Esse vetor  $x$  é a solução para o sistema, alcançada através do método dos mínimos quadrados, minimizando a distância entre o ponto  $b$  e a imagem de  $A$ , como ilustrado na Figura 2.3.

Figura 2.3: Interpretação geométrica do método dos mínimos quadrados.



Fonte: Acervo dos autores.

O método dos mínimos quadrados é utilizado em casos em que a solução exata para o sistema  $Ax = b$  não é alcançável, seja devido à sobre-determinação (quando há mais equações do que incógnitas) ou à presença de ruído nos dados, permitindo encontrar a melhor aproximação possível para  $x$  com base na minimização do erro representado pela norma euclidiana do resíduo  $\|Ax - b\|$  (BURDEN; FAIRES, 1985).

## 2.1.2 Método do Gradiente Descendente

Nesta seção, é apresentado o método do gradiente descendente, cujo propósito principal é encontrar o mínimo de uma função de forma iterativa. Para compreender o processo, é fundamental ter um entendimento prévio dos conceitos relacionados à diferenciabilidade de funções de duas variáveis. Portanto, neste estágio inicial, são introduzidas algumas definições essenciais que são necessárias para uma compreensão do método.

**Definição 2.1.** A derivada direcional de uma função  $E : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  em  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  na direção do vetor  $\mathbf{u} = (r, s)$  é

$$D_{\mathbf{u}}E(a, b) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + hr, b + hs) - f(a, b)}{h}$$

se esse limite existir.

**Definição 2.2.** Seja uma função  $E : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  que admite derivadas parciais em  $(a, b)$ . O vetor

$$\nabla E(a, b) = \left( \frac{\partial E}{\partial x}(a, b), \frac{\partial E}{\partial y}(a, b) \right)$$

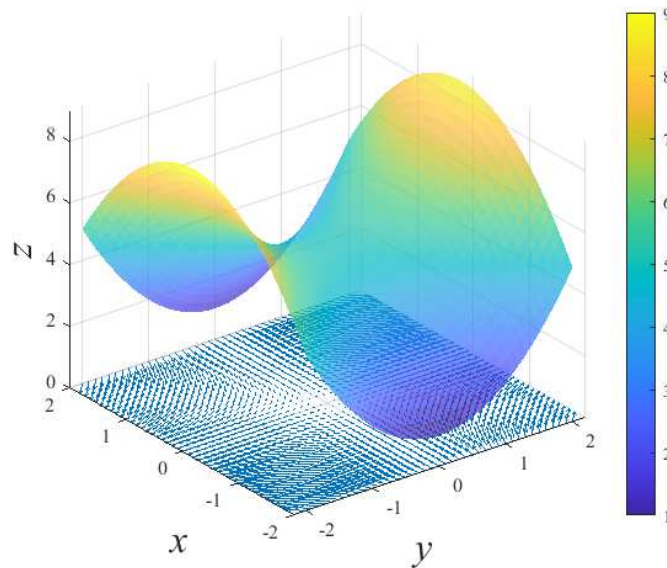
denomina-se gradiente de  $E$  em  $(a, b)$ .

**Teorema 2.1.** *Seja uma função  $E : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ . O valor máximo da derivada direcional  $D_{\mathbf{u}}E(a, b)$  é  $|\nabla E(a, b)|$  ocorre quando  $\mathbf{u}$  tem a mesma direção do vetor gradiente  $\nabla E(a, b)$ .*

*Demonstração.* Ver (STEWART; ROMO, 2017), Pag 843. □

A partir do Teorema 2.1, pode-se concluir que o gradiente de uma função indica a direção de crescimento máximo, em uma região, da função  $E(x, y)$ . Em outras palavras, este indica como fazer um ajuste “leve” no ponto  $(x, y)$  para otimizar o aumento de  $E(x, y)$  ao máximo possível, conforme ilustrado na Figura 2.4. Note que, os vetores gradientes para cada ponto na região são apresentados no plano  $xOy$  mostrando a direção de crescimento da função.

Figura 2.4: Campo gradiente de uma função de duas variáveis.



Fonte: Acervo dos autores.

Como o objetivo do método é buscar o mínimo da função, considera-se a direção contrária ao gradiente da função  $E$ . Essa abordagem implica em seguir a trajetória que aponta para a descida mais íngreme da função (gradiente negativo) em um ponto determinado. Essa direção é escolhida de modo a maximizar a redução da função  $E$  quando efetua-se um deslocamento mínimo a partir da posição  $(x, y)$ .

Dados dois vetores  $y$  e  $y_e$  como sendo os valores reais de uma variável e os valores estimados, respectivamente. O erro quadrático médio entre os valores  $y$  e  $y_e$  é dado por

$$E = \frac{1}{2}(y_e - y)^2.$$

Considere  $y_e = g(a, b)$ , em que  $a, b$  são dois parâmetros ajustáveis, então  $E$  é caracterizado por um parabolóide, ver Figura 2.5. Note que, os vetores gradientes para cada ponto na região são apresentados no plano  $xOy$  mostrando a direção de decrescimento da função.

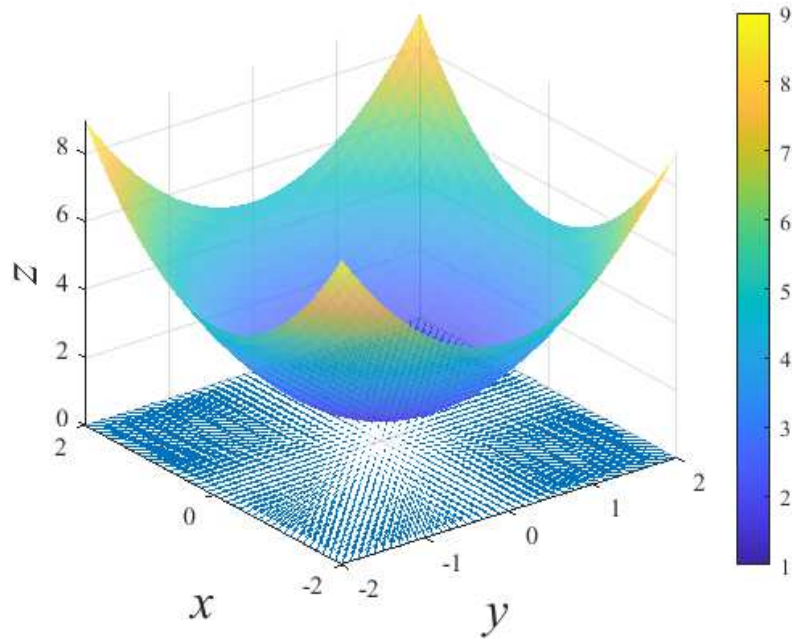
O método do gradiente descendente consiste em procurar o ponto de mínimo deste parabolóide, encontrando assim valores de  $a$  e  $b$  de modo que  $E$  seja minimizado.

As correções dos parâmetros  $a$  e  $b$  são calculadas por

$$a_j = a_{j-1} - \alpha \frac{\partial E}{\partial a}, \quad \text{e} \quad b_j = b_{j-1} - \alpha \frac{\partial E}{\partial b}, \quad (2.1)$$



Figura 2.5: Campo gradiente descendente de um paraboloide.



Fonte: Acervo dos autores.

em que  $\alpha > 0$  é a taxa de aprendizagem do algoritmo,  $j$  é o número de iterações do método e

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{\partial E}{\partial y_e} \cdot \frac{\partial y_e}{\partial a}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = \frac{\partial E}{\partial y_e} \cdot \frac{\partial y_e}{\partial b}. \quad (2.3)$$

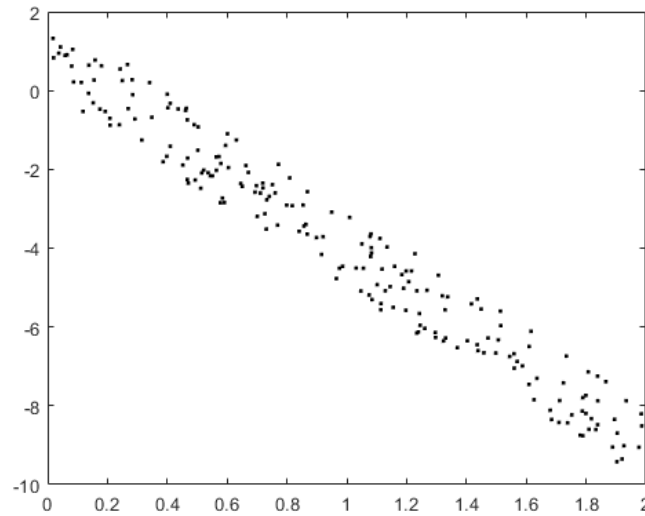
A seguir é apresentado um exemplo em que este método é aplicado.

### Exemplo do Método Gradiente Descendente

Para ilustrar o funcionamento do método do gradiente descendente, é utilizado o software Matlab (INC., 2022) para gerar 200 dados com valores de  $x_g$  e  $y_g$  satisfazendo  $y_g = ax_g + b + \epsilon$ , em que  $\epsilon$  é um valor tomado aleatoriamente no intervalo  $[-1, 1]$ . Esses dados estão representados na Figura 2.6. O objetivo deste exemplo é encontrar parâmetros  $a$  e  $b$  através do método do gradiente descendente, de modo que a reta  $y = ax + b$  se ajuste de maneira ótima no sentido do quadrado mínimo. Para isso, considere a função  $y = g(a, b) = ax + b$ , o erro para os valores de  $y_g$  em relação a reta  $y$  é dado por

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{200} \frac{(y - y_{g_i})^2}{200} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{200} \frac{(ax_{g_i} + b - y_{g_i})^2}{200}.$$

Figura 2.6: Valores de  $x_g$  e  $y_g$  gerados pelo software Matlab.



Fonte: Acervo dos autores.

Para realizar as correções dos parâmetros  $a$  e  $b$ , o método utiliza as derivadas parciais de  $E$  com relação a  $a$  e  $b$ .

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{\partial E}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial a}, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = \frac{\partial E}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial b}. \quad (2.5)$$

Substituindo os valores do exemplo nas equações (2.4) e (2.5), tem-se que:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \sum_{i=1}^{200} \frac{(y - y_{g_i})x_{g_i}}{200}, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = \sum_{i=1}^{200} \frac{(y - y_{g_i})}{200}. \quad (2.7)$$

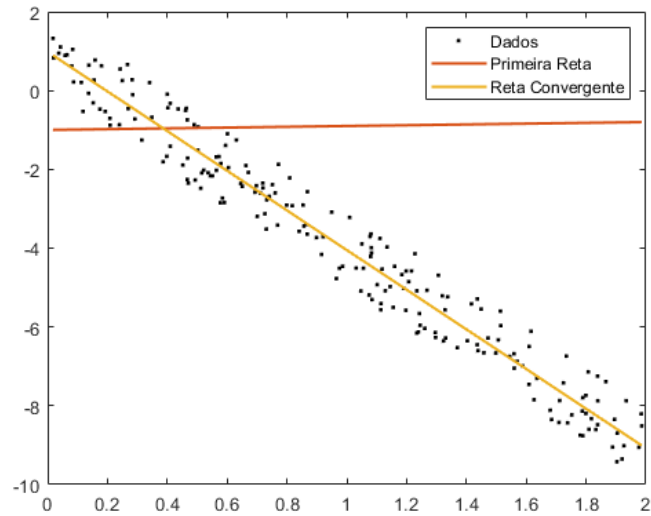
Além das derivadas parciais, o método também necessita de um valor para a taxa de aprendizagem do modelo,  $\alpha$ , para realizar as correções nos parâmetros. Neste caso é utilizado  $\alpha = 0,1$ . Assim, as correções nos parâmetros são realizadas por meio das equações (2.8) e (2.9), em que o valor de  $\alpha$  determina o tamanho do passo em direção ao mínimo da função  $E$  e  $N$  é o número de iterações do método.

$$a_j = a_{j-1} - \alpha \frac{\partial E(a_{j-1})}{\partial a}, \quad (2.8)$$

$$b_j = b_{j-1} - \alpha \frac{\partial E(b_{j-1})}{\partial b}, \quad (2.9)$$

com  $j = 1, \dots, N$ . Para a inicialização do método também é necessário um condição inicial, neste caso os valores iniciais são  $a_0 = 1$  e  $b_0 = 5$ . Gerando assim a reta  $y_0 = a_0x + b_0$  que está representada em vermelho na Figura 2.7.

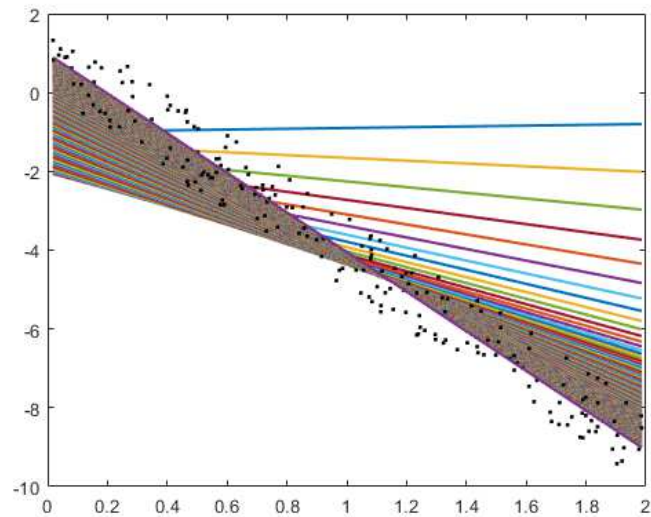
Figura 2.7: Configuração da reta gerada pelo chute inicial em comparação com os dados.



Fonte: Acervo dos autores.

Por meio das equações (2.8) e (2.9) e dos valores iniciais de  $a$  e  $b$ , construiu-se uma rotina no software Matlab, que ao final de 1000 iterações gerou a Figura 2.8. Nessa figura, as retas coloridas, foram geradas pelas iterações do método, realizada em 1000 iterações.

Figura 2.8: Retas geradas pelos parâmetros obtidos pelo método após cada iteração.



Fonte: Acervo dos autores.

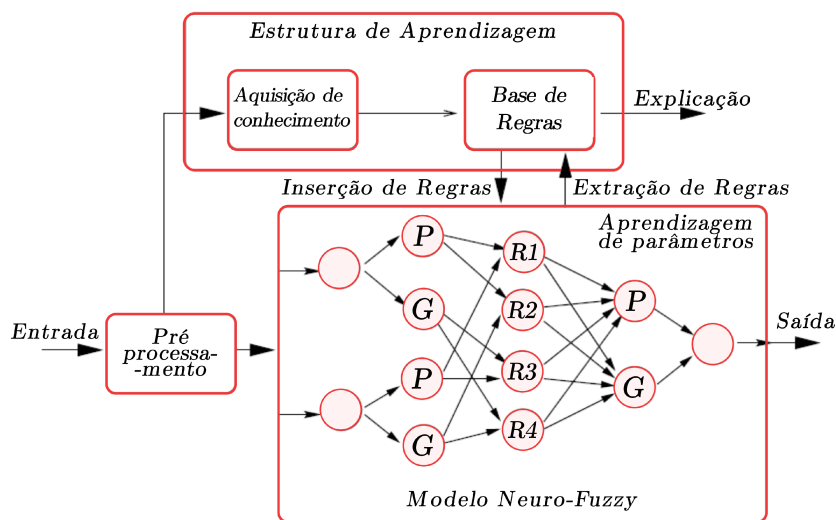
Na última iteração o software encontrou os valores de  $a_{1000} = -5.0324$  e  $b_{1000} = 0.9837$  gerando um erro de aproximadamente  $E = 1.03 \times 10^{-2}$ .

O método do gradiente descendente, portanto, é uma ferramenta poderosa que permite a adaptação de modelos de aprendizado de máquina aos dados de treinamento, capacitando-os a realizar tarefas complexas, como o reconhecimento de dígitos.

## 2.2 HYFIS

O *Hybrid Neural Fuzzy Inference System* (HyFIS) é um sistema de construção que integra redes neurais e teoria dos conjuntos fuzzy em um processo de cinco camadas. Cada uma dessas camadas desempenha um papel crucial na formação de um SBRF utilizando o método de inferência de Mamdani. A arquitetura do HyFIS está ilustrada na Figura 2.9, proposto por Kim e Kasabov (1999), na qual as variáveis linguísticas de entrada e saída tem funções de pertinência com termos linguísticos denominados por “P” e “G” e as regras fuzzy são designadas por  $R1$  a  $R4$ .

Figura 2.9: Arquitetura do HyFIS.



Fonte: Kim e Kasabov (1999).

O HyFIS se fundamenta na construção de SBRF, abrangendo desde a criação das próprias regras até a definição de suas funções de pertinência, utilizando um esquema de aprendizado de duas etapas.

- Na primeira fase, conhecida como “aprendizagem estrutural”, o sistema desenvolve regras e estabelece a estrutura inicial com base em pares de dados desejados de entrada e saída, determinando assim as regras fuzzy que são utilizadas no sistema.
- Na segunda fase, chamada de “aprendizagem de parâmetros”, utiliza um algoritmo de aprendizado por gradiente descendente para ajustar as funções de pertinência das variáveis linguísticas de entrada e saída.

Uma característica destacada do HyFIS é sua capacidade de adaptação, permitindo que as funções de pertinência e as regras fuzzy se ajustem e evoluam com base em novos dados de treinamento.

Nas próximas seções, são explorados as funções desempenhadas por cada camada da rede neural e o funcionamento do módulo de aprendizado do HyFIS. Para tornar mais claro o entendimento do HyFIS, é apresentado na Figura 2.10 uma representação simplificada do modelo neuro-fuzzy do HyFIS, com apenas duas entradas, denotadas como  $x_1$  e  $x_2$ , e uma única saída, denotada como  $y$ .

## 2.2.1 Arquitetura do Modelo Neuro-fuzzy do HyFIS

Todo o processo descrito nesta seção foi proposto por Wang e Mendel (1992); Kim e Kasabov (1999).

O modelo neuro-fuzzy HyFIS é um sistema baseado em redes neurais de múltiplas camadas. Sua estrutura é mostrada na Figura 2.10 e o mesmo possui um total de cinco camadas. Entende-se como nós as unidades computacionais em cada camada da rede neural que desempenham funções específicas, como processamento de entrada, cálculos dos parâmetros das funções de pertinência, representações das regras e produção de saídas.

Os nós na camada 1 são nós de entrada que transmitem diretamente os sinais de entrada para a próxima camada. Os nós nas camadas 2 e 4 são nós de termo que atuam como funções de pertinência para expressar as variáveis linguísticas fuzzy de entrada-saída. Cada nó da camada 3 é um nó de regra e representa uma regra fuzzy. Os pesos de conexão entre as camadas 3 e 4 representam os fatores de certeza das regras associadas, ou seja, cada regra é ativada em certo grau controlado pelos valores dos pesos.

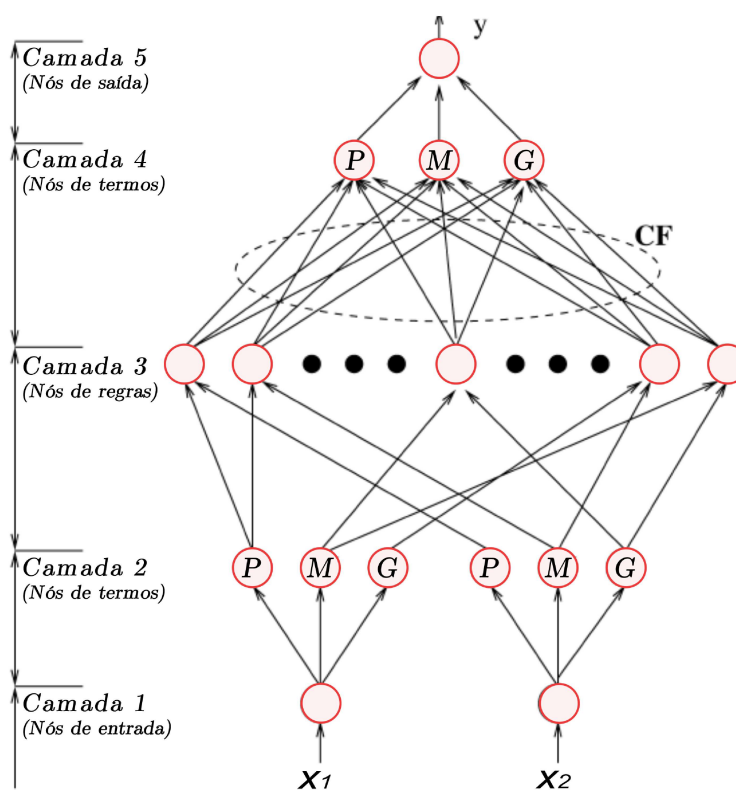
Neste trabalho, todas as funções de pertinência usadas são funções gaussianas definidas da seguinte forma:

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.10)$$

em que  $c$  representa o centro da função e  $\sigma$  determina sua largura.

É utilizado os índices,  $i, j, k$  e  $l$  para representar os nós das camadas 2, 3, 4 e 5, respectivamente. A saída do  $n$ -ésimo nó da camada ( $m$ ) é denotada por  $y_n^{(m)}$ .

Figura 2.10: Estrutura do modelo neuro-fuzzy do HyFIS.



Fonte: Kim e Kasabov (1999).

## Camada 1

Os nós desta camada apenas transmitem os valores de cada entrada para a próxima camada. É importante observar que cada nó se conecta apenas aos nós da camada 2 que representam os termos linguísticos (P, M e G) das respectivas entradas.

## Camada 2

Os nós na camada 2 representam funções de pertinência para representar os termos linguísticos das variáveis de entrada. Os valores de entrada são alimentados na camada 2, que calcula os graus de pertinência. Isso é implementado usando funções de pertinência, dada pela equação (2.10). Inicialmente, os pesos de conexão nesta camada são unitários, e as funções de pertinência são igualmente espaçadas sobre o domínio da variável analisada. A função de saída deste nó é dada por:

$$y_i^{(2)} = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.11)$$

em que  $c$  e  $\sigma$  são os parâmetros que são treinados. À medida que os valores desses parâmetros mudam, as funções variam, exibindo várias formas de funções de pertinência.

## Camada 3

Cada nó da camada 3 representa a parte “SE” (condição) de uma regra fuzzy. Assim, os nós nesta camada executam a operação “E” definida por uma t-norma (neste caso é utilizada a t-norma do mínimo), formando os componentes antecedentes da base de regras fuzzy. Logo, as funções dos nós desta camada são

$$y_j^{(3)} = \min_{i \in I_j} y_i^{(2)}$$

em que  $I_j$  é o conjunto de índices dos nós na camada 2 que estão conectados ao nó  $j$  na camada 3 e  $y_i^{(2)}$  é a saída do nó  $i$  na camada 2.

## Camada 4

Os nós da camada 4 representam a parte “ENTÃO” (ação) de uma regra fuzzy, e cada nó desta camada realiza a operação fuzzy “OU” para integrar os componentes consequentes da base de regras que conduzem aos mesmos termos linguísticos de saída.

Dessa forma, os nós das camadas 3 e 4 são totalmente conectados. Nesta camada, as conexões definem as consequências de cada regra fuzzy, logo, cada nó representa um termo linguístico da variável de saída.

Os pesos de conexão  $w_{kj}$  que conectam os nós  $k$  na camada 4 aos nós  $j$  na camada 3 representam conceitualmente os fatores de certeza (CF) das regras fuzzy correspondentes ao inferir valores de saída fuzzy. Esses pesos que conectam as camadas 3 e 4 são inicialmente tomados aleatoriamente no intervalo  $[-1, +1]$ . As funções desta camada são expressas como

$$y_j^{(4)} = \max_{k \in I_k} (y_j^{(3)} w_{kj}),$$

em que  $I_k$  é o conjunto de índices dos nós da camada 3 que são conectados ao nó  $k$  na camada 4.

## Camada 5

Essa camada representa as variáveis de saída do sistema. Esses nós e as conexões anexas a eles atuam como um defuzzificador. Logo, um nó nesta camada calcula um valor de saída real, nesta camada utiliza-se o método do Centro de Gravidade. Assim, as funções dos nós desta camada são

$$y_l^{(5)} = \frac{\sum_{k \in I_l} y_k^{(4)} \sigma_{lk} c_{lk}}{\sum_{k \in I_k} y_k^{(4)} \sigma_k}, \quad (2.12)$$

em que  $I_l$  é o conjunto de índices dos nós na camada 4 que são conectados ao nó  $l$  na camada 5 e  $\sigma_{lk}$  e  $c_{lk}$  são os parâmetros da função de pertinência do termo linguístico representado por  $k$  na camada 4. Os pesos das conexões entre as camadas 5 e 4 são unitários, assim, os únicos pesos ajustáveis na rede são os  $w_{kj}$  entre as camadas 3 e 4.

### 2.2.2 O Algoritmo de Aprendizagem Híbrido

Nesta subseção, é apresentado o esquema de aprendizado para o modelo HyFIS. Na primeira fase, a fase de detecção de regras, técnicas fuzzy são usadas para encontrar as regras. Na segunda fase, um esquema de aprendizado supervisionado baseado no gradiente descendente é usado para ajustar de forma ideal as funções de pertinência. Para iniciar o sistema de treinamento, o tamanho inicial do conjunto de termos de cada variável linguística de entrada-saída, deve ser fornecido.

#### Fase 1: Aprendizagem Estrutural

Na primeira etapa é mostrado um método proposto por Wang e Mendel (1992) para gerar regras fuzzy. A tarefa aqui é gerar um conjunto de regras fuzzy a partir dos pares de entrada-saída desejados e, em seguida, usar essas regras para determinar a estrutura do sistema neuro-fuzzy no HyFIS. Para ilustrar esse método, seja o seguinte conjunto de pares de dados de entrada-saída:

$$(x_1^1, x_2^1, y^1), (x_1^2, x_2^2, y^2), \dots, (x_1^n, x_2^n, y^n),$$

em que  $x_1$  e  $x_2$  são entradas,  $y$  é a saída e  $n$  é o número de dados.

Para facilitar o entendimento do processo foi escolhido as entradas no  $\mathbb{R}^2$  e saída no  $\mathbb{R}$ , porém pode ser utilizado para casos gerais de várias variáveis, como entrada no  $\mathbb{R}^n$  e saída no  $\mathbb{R}^m$ . Este método consiste em três passos.

**Passo 1:** Inicialmente, o domínio das variáveis de entrada e saída é dividido em subconjuntos fuzzy, com a mesma quantidade de funções de pertinência para cada variável. Após essas definições, os valores iniciais dos parâmetros das funções de pertinência são configurados de modo que os centros e larguras estejam igualmente espaçados ao longo da faixa de cada variável de entrada e saída.

Cada intervalo de domínio é dividido em  $N$  regiões, e é atribuída a cada região uma função de pertinência, que determina os subconjuntos fuzzy para cada uma das variáveis. Nas Figuras 2.11, 2.12 e 2.13, foi feita uma divisão de cinco regiões nos domínios das variáveis  $x_1$ ,  $x_2$  e  $y$ , respectivamente. A primeira variável varia no intervalo de  $[-30, 50]$ , enquanto a segunda variável de entrada abrange o intervalo de  $[60, 90]$ , e a variação da saída ocorre dentro do intervalo de  $[20, 35]$ . Isso resultou em subconjuntos fuzzy  $\{A_i; i = 1, \dots, 5\}$  para a primeira variável de entrada,  $\{B_i; i = 1, \dots, 5\}$  para a segunda variável de entrada, e  $\{S_i; i = 1, \dots, 5\}$  para a variável de saída.

Obviamente, outras divisões das regiões de domínio e outras formas de funções de pertinência são possíveis.

**Passo 2:** O objetivo neste passo é gerar regras a partir dos pares de dados fornecidos. Primeiramente, determine os graus dos pares de dados em diferentes regiões. Por exemplo, suponha o seguinte conjunto de pares de dados de entrada-saída desejados:  $(17, 5, 65, 26)$ , em que os dois primeiros números  $(x_1, x_2)$  são as entradas e o terceiro  $(y)$  é a saída para cada par de dados. Dessa forma, na Figura 2.11,  $x_1^1 = 17, 5$  tem grau de  $0, 5$  em  $A_3$  e  $0, 2$  em  $A_4$ , similarmente na Figura 2.12  $x_2^2 = 65$  tem grau  $0, 8$  em  $B_2$  e  $0, 1$  em  $B_1$ . Já na Figura 2.13 para  $y^1 = 26$  tem grau de  $0, 55$  em  $S_3$  e  $0, 3$  em  $S_2$ .

Deve ser considerado o maior grau de cada um dos subconjuntos. Assim,

- $\mu_{A_3}(17, 5) = 0, 5;$
- $\mu_{B_2}(65) = 0, 8;$
- $\mu_{S_3}(26) = 0, 55.$

Dessa forma, pode-se extrair uma regra através de cada par de dados fornecidos, neste exemplo tem-se:

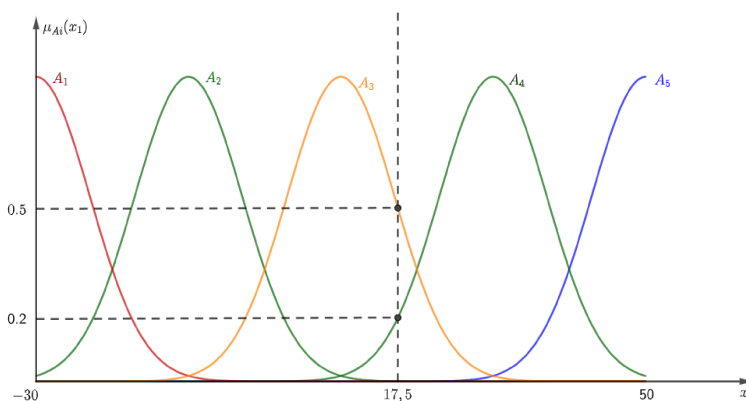
$(17, 5, 65, 26) \rightarrow x_1^1 = 17, 5(0, 5 \text{ em } A_3), x_2 = 65(0, 8 \text{ em } B_2), y = 26(0, 55 \text{ em } S_3)$ , gera a seguinte regra: Se  $x_1$  é  $A_3$  e  $x_2$  é  $B_2$  então  $y$  é  $S_3$ .

**Passo 3:** Neste passo o objetivo é atribuir um grau a cada regra. Para resolver um possível problema, ou seja, regras com a mesma parte SE mas parte ENTÃO diferente, e reduzir o número de regras, atribui-se um grau a cada regra gerada a partir dos pares de dados e aceitam-se apenas a regra de um grupo de conflito que possui um grau máximo. Em outras palavras, este passo é realizado para excluir regras redundantes e, portanto, obter uma base de regras fuzzy concisa. O efeito dessas regras é que cada regra é ativada com um certo grau representado pelo valor do peso (fator de certeza) associado a essa regra. A seguinte estratégia de produto é usada para atribuir um grau a cada regra.

No exemplo estudado, em que gerou a regra: Se  $x_1$  é  $A_3$  e  $x_2$  é  $B_2$  então  $y$  é  $S_3$ , seu grau é definido por:

$$w_1 = \mu_{A_3}(x_1)\mu_{B_2}(x_2)\mu_{S_3}(y) = 0.5 \times 0.8 \times 0.55 = 0.22.$$

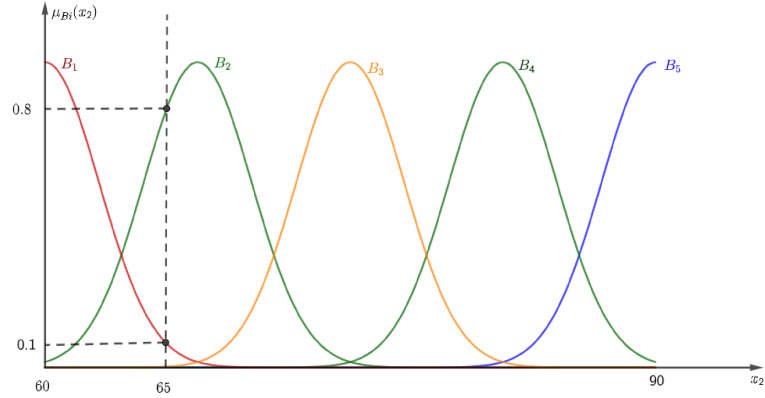
Figura 2.11: Subconjuntos fuzzy da 1ª variável de entrada.



Fonte: Acervo dos autores.

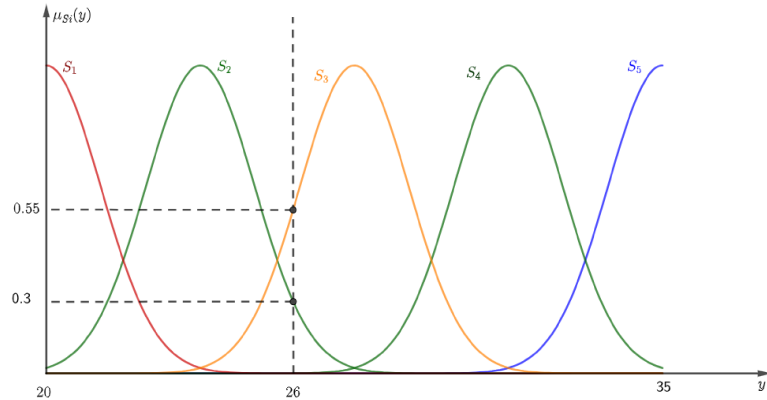


Figura 2.12: Subconjuntos fuzzy da 2ª variável de entrada.



Fonte: Acervo dos autores.

Figura 2.13: Subconjuntos fuzzy da variável de saída.



Fonte: Acervo dos autores.

## Fase 2: Aprendizagem de Parâmetros

Após a descoberta das regras fuzzy, o próximo passo envolve o estabelecimento da estrutura da rede, e essa rede entra na segunda fase de aprendizado para ajustar os parâmetros das funções de pertinência.

Considere  $y_l^{(5)}$  como a saída estimada pelo nó  $l$  na camada 5 para um vetor de entrada  $X = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ . Nesse ponto, é aplicado o método do gradiente descendente para minimizar o erro quadrático médio, representado por:

$$E = \frac{1}{2}(y - y_l^{(5)})^2, \quad (2.13)$$

em que  $y$  representa o valor real da variável de saída.

Assumindo que o peso  $w_{kj}$  é um parâmetro ajustável correspondente ao nó  $k$  na camada 4 e ao nó  $j$  na camada 3, a regra de aprendizagem utilizada pelo método do gradiente descendente é definida como:

$$w_{kj}(j) = w_{kj}(j-1) - \alpha \left( \frac{\partial E}{\partial w_{kj}} \right).$$

Nessa equação,  $\alpha > 0$  representa a taxa de aprendizado do método e  $t$  é o número de iterações. A derivada parcial  $\frac{\partial E}{\partial w_{kj}}$  é calculada como o produto das derivadas parciais em relação a variáveis intermediárias, de acordo com a fórmula:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial E}{\partial y_k^{(4)}} \frac{\partial y_k^{(4)}}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial E}{\partial y_l^{(5)}} \frac{\partial y_l^{(5)}}{\partial y_k^{(4)}} \frac{\partial y_k^{(4)}}{\partial w_{kj}}. \quad (2.14)$$

Para ilustrar a regra de aprendizado de cada parâmetro, realiza-se os cálculos de  $\frac{\partial E}{\partial w_{kj}}$  camada por camada, a partir dos nós de saída das respectivas camadas. Em seguida, deduz as correções dos parâmetros das funções de pertinência relacionadas à saída.

A partir da equação (2.13), conclui-se que:

$$\frac{\partial E}{\partial y_l^{(5)}} = -(y - y_l^{(5)}). \quad (2.15)$$

Logo, o erro nesta camada é dado por

$$\delta_l^{(5)} = -\frac{\partial E}{\partial y_l^{(5)}} = (y - y_l^{(5)}).$$

Utilizando a equação (2.14), obtém-se

$$\frac{\partial E}{\partial \sigma_{lk}} = \frac{\partial E}{\partial y_l^{(5)}} \cdot \frac{\partial y_l^{(5)}}{\partial \sigma_{lk}}. \quad (2.16)$$

A partir da equação (2.30)

$$y_l^{(5)} = \frac{\sum (y_k^{(4)} \sigma_{lk} c_{lk})}{\sum (y_k^{(4)} \sigma_{lk})}.$$

Assim,

$$\frac{\partial y_l^{(5)}}{\partial \sigma_{lk}} = \frac{y_{lk}(c_{lk}(\sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk'}) - (\sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk'} c_{lk'}))}{(\sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk})^2}, \quad (2.17)$$

em que  $k'$  é o conjunto de nós da camada 4 que estão conectados ao nó  $l$  da camada 5. Das equações anteriores, conclui-se que

$$\frac{\partial E}{\partial \sigma_{lk}} = \frac{\partial E}{\partial y_l^{(5)}} \cdot \frac{\partial y_l^{(5)}}{\partial \sigma_{lk}} \quad (2.18)$$

$$= -(y - y_l^{(5)}) \frac{y_{lk}(c_{lk}(\sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk'}) - (\sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk'} c_{lk'}))}{(\sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk})^2}. \quad (2.19)$$

Portanto, a correção do parâmetro  $\sigma$  é dada por

$$\sigma_{lk}^{(4)}(t+1) = \sigma_{lk}^{(4)}(t) + \alpha \delta_l^{(5)} \frac{y_{lk}(c_{lk}(\sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk'}) - (\sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk'} c_{lk'}))}{(\sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk})^2}.$$

Analogamente,

$$\frac{\partial E}{\partial c_{lk}} = \frac{\partial E}{\partial y_l^{(5)}} \cdot \frac{\partial y_l^{(5)}}{\partial c_{lk}} = (y - y_l^{(5)}) \frac{\sigma_{lk} y_k^{(4)}}{\sum_k \sigma_{lk} y_l^{(4)}}.$$

Portanto, a correção do parâmetro  $c$  é dada por

$$c_{lk}(t+1) = c_{lk}(t) + \alpha \delta_l^{(5)} \frac{\sigma_{lk} y_k^{(4)}}{\sum_k \sigma_{lk} y_l^{(4)}}.$$

Para calcular as correções dos parâmetros das funções de pertinência das entradas, primeiro calcula-se os erros das camadas 3 e 4. O erro para os nós da camada 4 são calculados com base na fuzzificação das saídas. Assim,

$$\delta_k^{(4)} = \frac{\partial E}{\partial y_k^{(4)}} = \frac{\partial E}{\partial y_l^{(5)}} \cdot \frac{\partial y_l^{(5)}}{\partial y_k^{(4)}}.$$

Além disso,

$$\frac{\partial E}{\partial y_l^{(5)}} = -(y - y_l^{(5)}).$$

Da equação (2.30),

$$\frac{\partial y_l^{(5)}}{\partial y_k^{(4)}} = \frac{(\sigma_{lk}(c_{lk} \sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk'}) - \sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk'} c_{lk'})}{(\sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk})^2}.$$

Por fim, obtém-se

$$\delta_k^{(4)} = (y - y_l^{(5)}) \frac{(\sigma_{lk}(c_{lk} \sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk'}) - \sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk'} c_{lk'})}{(\sum_{k'} y_{k'}^{(4)} \sigma_{lk})^2}.$$

Assim como na camada 4, na camada 3 nenhum parâmetro precisa ser ajustado, logo, basta calcularmos o erro,  $\delta_j^{(3)}$ :

$$\delta_j^{(3)} = \frac{\partial E}{\partial y_j^{(3)}} = \frac{\partial E}{\partial y_k^{(4)}} \cdot \frac{\partial y_k^{(4)}}{\partial y_j^{(3)}} = \frac{\partial E}{y_k^{(4)}} = \delta_k^{(4)}.$$

A partir daí obtém-se a formula de correção dos parâmetros das funções de pertinência das entradas da seguinte forma:

$$\frac{\partial E}{\partial c_i} = \frac{\partial E}{\partial y_i^{(2)}} \cdot \frac{\partial y_i^{(2)}}{\partial c_i} = \frac{\partial E}{\partial y_i^{(2)}} y_i^{(2)} \frac{2(x - c_i)}{\sigma_i^2}.$$

Também,

$$\frac{\partial E}{\partial y_i^{(2)}} = \frac{\partial E}{\partial y_i^{(3)}} \cdot \frac{\partial y_i^{(3)}}{\partial y_i^{(2)}} \quad \text{e} \quad \frac{\partial E}{\partial y_j^{(3)}} = \delta_j^{(3)}.$$

Definindo

$$r = \text{Arg} \min_{i \in I_j} (y_i^{(2)}),$$

em que  $r$  representa o argumento do índice  $j \in I_j$  que minimiza  $y_2^{(2)}$ . Obtém-se

$$\frac{\partial E}{\partial y_i^{(2)}} = \begin{cases} \sum_j \delta_j^{(3)} & \text{se } i = r \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Portanto, a correção do parâmetro  $c_i$  é dada por

$$c_i(t+1) = c_i(t) + \alpha \frac{\partial E}{\partial y_i^{(2)}} y_i^{(2)} \frac{2(x - c_i)}{\sigma_i^2}.$$

Analogamente,

$$\frac{\partial E}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial E}{\partial y_i^{(2)}} \cdot \frac{\partial y_i^{(2)}}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial E}{\partial y_i^{(2)}} y_i^{(2)} \frac{2(x - c_i)^2}{\sigma_i^3}.$$

Portanto, a correção do parâmetro  $\sigma_i$  é dada por

$$\sigma_i(t+1) = \sigma_i(t) + \alpha \frac{\partial E}{\partial y_i^{(2)}} y_i^{(2)} \frac{2(x - c_i)^2}{\sigma_i^3}.$$

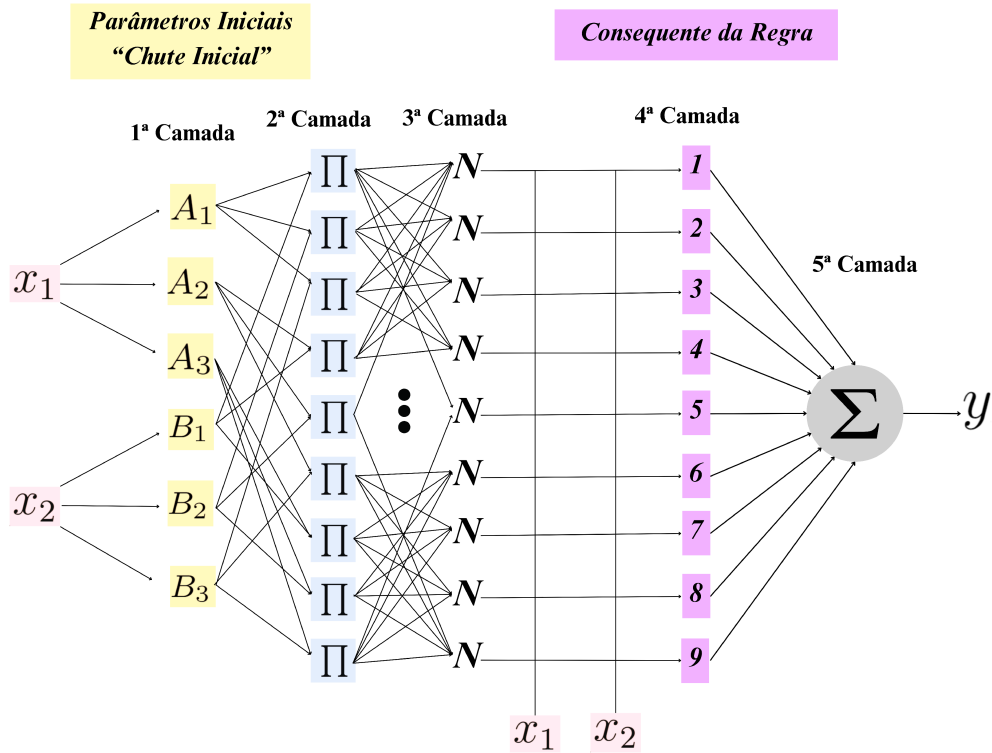
Na próxima seção é apresentada a segunda rede neuro-fuzzy utilizada para o desenvolvimento deste trabalho.

## 2.3 ANFIS

O *Adaptive Neuro-fuzzy Inference System* (ANFIS) é um sistema de inferência neuro-fuzzy composto por cinco camadas interconectadas por pesos unitários. Semelhante ao HyFIS, cada camada desempenha um papel distinto no processo, resultando na criação de um sistema baseado em regras fuzzy por meio do método de inferência Takagi-Sugeno. Segundo Jang (1993), objetivo do ANFIS é criar um sistema flexível capaz de modelar e inferir a partir de dados, combinando as vantagens da lógica difusa com a capacidade de aprendizado de máquina. Essa abordagem permite que o ANFIS construa regras do tipo “se-então” com funções de pertinência apropriadas a partir de pares de entrada e saída especificados.

A arquitetura do ANFIS é representada na Figura 2.14.

Figura 2.14: Arquitetura do ANFIS.



Fonte: Jang (1993).

Para facilitar o entendimento do modelo neuro-fuzzy do ANFIS, considera-se um exemplo apenas com duas entradas e uma saída. Além disso, considera-se as 3 funções de pertinência, como representado na Figura 2.14, sendo todas gaussianas, conforme descrito na equação (2.10), denota-se  $c$  por  $a$  e  $\sigma^2$  por  $b$  com intuito de facilitar a notação.

Neste modelo, a ANFIS implementa nove regras fuzzy do tipo Takagi-Sugeno:

Regra 1: Se  $(x_1 \text{ é a } A_1)$  e  $(x_2 \text{ é a } B_1)$ , então  $y = f_1 = k_{10} + k_{11}x_1 + k_{12}x_2$ ;

Regra 2: Se  $(x_1 \text{ é a } A_2)$  e  $(x_2 \text{ é a } B_1)$ , então  $y = f_2 = k_{20} + k_{21}x_1 + k_{22}x_2$ ;

Regra 3: Se  $(x_1 \text{ é a } A_3)$  e  $(x_2 \text{ é a } B_1)$ , então  $y = f_3 = k_{30} + k_{31}x_1 + k_{32}x_2$ ;

Regra 4: Se  $(x_1 \text{ é a } A_1)$  e  $(x_2 \text{ é a } B_2)$ , então  $y = f_4 = k_{40} + k_{41}x_1 + k_{42}x_2$ ;

⋮ ⋮ ⋮ ⋮

Regra 9: Se  $(x_1 \text{ é a } A_3)$  e  $(x_2 \text{ é a } B_3)$ , então  $y = f_9 = k_{90} + k_{91}x_1 + k_{92}x_2$ ,

em que  $A_1, A_2$  e  $A_3$  são conjuntos fuzzy do universo  $x_1$ ;  $B_1, B_2$  e  $B_3$  são conjuntos fuzzy do universo  $x_2$ ; e  $k_{i0}, k_{i1}$  e  $k_{i2}$  são os conjuntos de parâmetros da regra  $i = 1, 2, \dots, 9$ . A Figura 1.38 mostra o mecanismo para se obter o método de inferência a partir das regras.

A seguir cada camada do ANFIS é abordada de maneira detalhada, de acordo com Jang (1993).

## Camada 1

Os nós desta camada funcionam essencialmente como os nós da camada 2 do HyFIS. Isto é, após os valores de entrada serem computados, os nós desta camada calculam seus graus pertinência aos respectivos termos linguísticos de cada variável de entrada. Assim, as funções dos nós desta camada são dadas por:

$$y_i^{(1)} = \mu_{A_i}(x_1) \text{ para } i = 1, 2, 3 \text{ ou} \quad (2.20)$$

$$y_i^{(1)} = \mu_{B_{i-3}}(x_2) \text{ para } i = 4, 5, 6, \quad (2.21)$$

em que  $A_i$  e  $B_{i-3}$  são os termos linguísticos relacionados as entradas  $x_1$  e  $x_2$ , respectivamente.

## Camada 2

Os nós desta camada funcionam essencialmente como os nós da camada 3 do HyFIS. Isto é, aqui a parte “SE” das regras fuzzy são criadas com base no operador “E” definido por uma t-norma. Assim, as funções dos nós desta camada são dadas por:

$$y_1^{(2)} = w_1 = \mu_{A_1}(x_1) \cdot \mu_{B_1}(x_2), \quad (2.22)$$

$$y_2^{(2)} = w_2 = \mu_{A_1}(x_1) \cdot \mu_{B_2}(x_2), \quad (2.23)$$

$$y_3^{(2)} = w_3 = \mu_{A_1}(x_1) \cdot \mu_{B_3}(x_2), \quad (2.24)$$

$$y_4^{(2)} = w_4 = \mu_{A_2}(x_1) \cdot \mu_{B_1}(x_2), \quad (2.25)$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad (2.26)$$

$$y_9^{(2)} = w_9 = \mu_{A_3}(x_1) \cdot \mu_{B_3}(x_2), \quad (2.27)$$

em que  $y_i^{(2)}$  é a saída do nó  $i$  obtida pela t-norma do produto algébrico ( $\prod$ ).

## Camada 3

A terceira camada é composta por nós fixos, denotados por  $N$ . Tais nós realizam um processo de normalização dos antecedentes das regras criados na camada 2. Assim, as funções dos nós desta camada são dadas por:

$$y_i^{(3)} = \bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + w_6 + w_7 + w_8 + w_9}. \quad (2.28)$$

## Camada 4

Os nós desta camada funcionam essencialmente como os nós da camada 4 do HyFIS. Isto é, aqui a parte “ENTÃO” das regras são criadas, porém no ANFIS essa criação ocorre através de um conjunto de parâmetros  $\{k_{i0}, k_{i1}, k_{i2}\}$ , denominados parâmetros consequentes. Assim, as funções dos nós desta camada são dadas por:

$$y_i^{(4)} = \bar{w}_i f_i = \bar{w}_i (k_{i0}x_1 + k_{i1}x_2 + k_{i2}). \quad (2.29)$$

## Camada 5

Esta é uma camada de nó único que tem como objetivo calcular a saída do sistema neuro-fuzzy através da média ponderada das saídas de cada regra. Assim, a função de saída deste nó é dada por:

$$y_i^{(5)} = \sum_{i=1}^9 \bar{w}_i f_i. \quad (2.30)$$

### 2.3.1 O Algoritmo de Aprendizagem Híbrido

O ANFIS também adota um algoritmo de aprendizado híbrido em duas etapas. No entanto, no caso do ANFIS, utiliza-se o método dos mínimos quadrados para aprimorar os parâmetros  $k_{i0}$ ,  $k_{i1}$  e  $k_{i2}$ , enquanto o método do gradiente descendente é empregado para otimizar os parâmetros das funções de pertinência, da mesma forma que no HyFIS. Inicialmente, as funções de pertinência são definidas com intervalos igualmente espaçados no domínio de cada variável de entrada, abrangendo-o completamente.

#### O Treinamento do ANFIS

A partir dos valores iniciais dos parâmetros e de um conjunto de dados com  $P$  combinações de entrada-saída, tem-se as seguintes  $P$  equações:

$$\begin{cases} Y(1) = \bar{w}_1(1)f_1(1) + \bar{w}_2(1)f_2(1) + \dots + \bar{w}_n(1)f_n(1) \\ Y(2) = \bar{w}_1(2)f_1(2) + \bar{w}_2(2)f_2(2) + \dots + \bar{w}_n(2)f_n(2) \\ \vdots \\ Y(p) = \bar{w}_1(p)f_1(p) + \bar{w}_2(p)f_2(p) + \dots + \bar{w}_n(p)f_n(p) \\ \vdots \\ Y(P) = \bar{w}_1(P)f_1(P) + \bar{w}_2(P)f_2(P) + \dots + \bar{w}_n(P)f_n(P), \end{cases} \quad (2.31)$$

em que  $f_i = k_{i0} + k_{i1}x_1 + \dots + k_{im}x_m$  para  $i = 1, \dots, n$ ,  $m$  é o número de variáveis de entrada,  $n$  o número de nós da terceira camada e  $Y(p)$  a saída do ANFIS para as entradas  $x_1(p), \dots, x_n(p)$ .

Dessa forma, a equação (2.31) pode ser escrita da forma:

$$y = Ak,$$

em que,

$$y = \begin{bmatrix} Y(1) \\ Y(2) \\ \vdots \\ Y(p) \\ \vdots \\ Y(P) \end{bmatrix}_{P \times 1},$$

$$A = \begin{bmatrix} \bar{w}_1(1) & \bar{w}_1(1)x_1(1) & \dots & \bar{w}_1(1)x_m(1) & \dots & \bar{w}_n(1)x_1(1) & \dots & \bar{w}_n(1)x_m(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{w}_1(2) & \bar{w}_1(2)x_1(2) & \dots & \bar{w}_1(2)x_m(2) & \dots & \bar{w}_n(2)x_1(2) & \dots & \bar{w}_n(2)x_m(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{w}_1(p) & \bar{w}_1(p)x_1(p) & \dots & \bar{w}_1(p)x_m(p) & \dots & \bar{w}_n(p)x_1(p) & \dots & \bar{w}_n(p)x_m(p) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{w}_1(P) & \bar{w}_1(P)x_1(P) & \dots & \bar{w}_1(P)x_m(P) & \dots & \bar{w}_n(P)x_1(P) & \dots & \bar{w}_n(P)x_m(P) \end{bmatrix}_{P \times n(1+m)}$$

e

$$k = [ k_{10} \ k_{11} \ k_{12} \ \dots \ k_{1m} \ k_{20} \ k_{21} \ k_{22} \ \dots \ k_{2m} \ \dots \ k_{n0} \ k_{n1} \ k_{n2} \ \dots \ k_{nm} ]_{n(1+m) \times 1}^T.$$

A solução do sistema é encontrada através do método dos mínimos quadrados fazendo com que  $\|Ak - y\|$  seja minimizado. Geralmente o número de dados de entrada-saída é maior do que  $n(1 + m)$ , então o sistema  $y = Ak$  pode não ter solução.

Posteriormente, são calculados os valores de saída estimados pela rede para os dados,  $y_e$ , e o vetor de erro  $e$  é determinado:

$$e = y - y_e.$$

Por fim, o método do gradiente é aplicado, fazendo com que os parâmetros ajustáveis da rede se alterem de modo que  $e$  seja minimizado.

O erro quadrático médio,  $E$ , é dado por:

$$E = \frac{1}{2}e^2 = \frac{1}{2}(y - y_e)^2.$$

Como a saída de cada camada depende da anterior, as derivadas  $\frac{\partial E}{\partial a}$  e  $\frac{\partial E}{\partial b}$  podem ser interpretadas da seguinte forma:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{\partial E}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial y^{(5)}} \cdot \frac{\partial y^{(5)}}{\partial y^{(4)}} \cdot \frac{\partial y^{(4)}}{\partial y^{(3)}} \cdot \frac{\partial y^{(3)}}{\partial y^{(2)}} \cdot \frac{\partial y^{(2)}}{\partial y^{(1)}} \cdot \frac{\partial y^{(1)}}{\partial a} \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{\partial E}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial y^{(5)}} \cdot \frac{\partial y^{(5)}}{\partial y^{(4)}} \cdot \frac{\partial y^{(4)}}{\partial y^{(3)}} \cdot \frac{\partial y^{(3)}}{\partial y^{(2)}} \cdot \frac{\partial y^{(2)}}{\partial y^{(1)}} \cdot \frac{\partial y^{(1)}}{\partial b} \quad (2.33)$$

Substituindo pelas Equações (2.21), (2.27), (2.28), (2.29) e (2.30), resultará na relação desenvolvida por Sandmann (2006), daí as derivadas parciais de  $E$  são dadas por:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{\partial E}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial(\bar{w}_i f_i)} \cdot \frac{\partial(\bar{w}_i f_i)}{\partial \bar{w}_i} \cdot \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial w_i} \cdot \frac{\partial w_i}{\partial \mu_{A_i}} \cdot \frac{\partial \mu_{A_i}}{\partial a}; \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = \frac{\partial E}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial(\bar{w}_i f_i)} \cdot \frac{\partial(\bar{w}_i f_i)}{\partial \bar{w}_i} \cdot \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial w_i} \cdot \frac{\partial w_i}{\partial \mu_{A_i}} \cdot \frac{\partial \mu_{A_i}}{\partial b}. \quad (2.35)$$

Daí, tem-se

$$\frac{\partial E}{\partial a} = e \cdot (-1) \cdot 1 \cdot f_i \cdot \frac{\bar{w}_i(1 - \bar{w}_i)}{w_i} \cdot \frac{w_i}{\mu_{A_i}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-a}{b}\right)^2} \left( \frac{(x-a)}{b^2} \right); \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = e \cdot (-1) \cdot 1 \cdot f_i \cdot \frac{\bar{w}_i(1 - \bar{w}_i)}{w_i} \cdot \frac{w_i}{\mu_{A_i}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-a}{b}\right)^2} \left( \frac{(x-a)^2}{b^3} \right). \quad (2.37)$$

As expressões de  $a$  e  $b$  são corrigidas utilizando as equações (2.38) e (2.39), em que  $\alpha$  é a taxa de aprendizagem do método.

$$a = a + \alpha(y_d - y) f_i \bar{w}_i (1 - \bar{w}_i) \cdot \frac{1}{\mu_{A_i}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-a}{b}\right)^2} \left( \frac{(x-a)}{b^2} \right); \quad (2.38)$$

$$b = b + \alpha(y_d - y) f_i \bar{w}_i (1 - \bar{w}_i) \cdot \frac{1}{\mu_{A_i}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-a}{b}\right)^2} \left( \frac{(x-a)^2}{b^3} \right). \quad (2.39)$$

Desse modo o ANFIS otimiza os parâmetros dos antecedentes através do método do gradiente descendente e os parâmetros dos consequentes pelo método dos mínimos quadrados.

Tanto o ANFIS quanto HyFIS são capazes de ajustarem sua estrutura de maneira adaptativa com base em dados de treinamento, tornando-o uma ferramenta para modelar sistemas



cujos comportamentos podem variar ao longo do tempo ou sob diferentes condições. Porém, para cada aplicação deve ser feita uma avaliação e validação desses modelos. Na próxima seção são abordadas as métricas de danos como um meio de avaliar o desempenho das redes neuro-fuzzy, permitindo verificar o comportamento destas em experimentos práticos.

## 2.4 Métricas utilizadas para Verificação de Danos e Avaliação da Metodologia

Neste trabalho, cada uma das redes neuro-fuzzy mencionadas determinam SBRF para estimar a parte real da impedância eletromecânica de estruturas, com entradas de temperatura e frequência, em diferentes cenários que são apresentados nos próximos capítulos. No entanto, é importante conduzir uma análise para avaliar a qualidade desses sistemas, garantindo sua robustez em cenários com temperaturas que não constam nos dados de treinamento. O uso de métricas para avaliar danos se revela relevante nesse sentido, permitindo a avaliação do desempenho dos modelos neuro-fuzzy na detecção e quantificação de danos em estruturas. Esta abordagem de validação não apenas aumenta a confiabilidade dos sistemas de monitoramento, mas também demonstra sua capacidade de se adaptar às condições que caracterizam a integridade estrutural em ambientes reais e controlados.

Esta seção explora um estudo das diversas métricas para verificação de danos, propostas na literatura, com o objetivo de quantificar os danos em estruturas sujeitas ao método de monitoramento de integridade estrutural baseado na impedância eletromecânica. Dentre essas métricas, destacam-se: RMSD, RMSD1, RMSD2, RMSD3, RMSD4, RMSD5, CCD, ASD, MAPD e M.

O objetivo das métricas é quantificar a diferença entre medições da impedância quando comparadas com os dados obtidos para a estrutura sem dano.

### 2.4.1 Desvio Médio da Raiz Quadrada

A métrica para verificar dano mais utilizada na literatura, é o desvio médio da raiz quadrada (*RMSD*), sendo sua definição dada por:

$$RMSD = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - Y_i)^2}, \quad (2.40)$$

em que  $X_i$  são as medições da parte real da impedância para a estrutura em uma frequência  $i$ ,  $Y_i$  são os dados da parte real da impedância para a estrutura, gerados a partir dos SBRF, em uma frequência  $i$  e  $n$  é o número de medições consideradas.

No contexto da análise de dados, o RMSD pode ser usado para avaliar a precisão de um modelo preditivo. Quanto menor o RMSD entre as previsões do modelo e os valores reais, mais preciso é o modelo.

A avaliação do desempenho do RMSD deve ser feita considerando o contexto específico do problema em questão. Não existe um valor absoluto que determine se o RMSD é bom ou ruim, pois varia de aplicação para aplicação. Portanto, é essencial considerar as características e as limitações do seu conjunto de dados e do modelo.

### 2.4.2 Desvio Médio da Raiz Quadrada 1

Uma nova abordagem implica a substituição do denominador da equação (2.40) pela parte real da impedância de referência  $X_i$ , conforme discutido nas pesquisas de Grisso, Peairs

e Inman (2004) e Peairs (2006). Essa mudança na estrutura da métrica é denominada desvio médio da raiz quadrada 1 (RMSD1), cuja definição é apresentada na equação a seguir:

$$RMSD1 = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(X_i - Y_i)^2}{X_i^2}}. \quad (2.41)$$

Neste cenário, o nível de medição de impedância não exerce influência significativa na natureza da métrica, contudo, os resultados obtidos variam com base no número de pontos considerados na comparação.

Como no caso do RMSD, é útil estabelecer um valor de referência para o RMSD1 ou compará-lo com resultados de modelos anteriores, concorrentes ou modelos alternativos. Se o RMSD1 for significativamente melhor (ou menor) do que esse ponto de referência, isso pode ser um indicativo positivo.

### 2.4.3 Desvio Médio da Raiz Quadrada 2

Outra definição do desvio médio da raiz quadrada, conhecida como RMSD2, é apresentada por Yu e Giurgiutiu (2009) na equação (2.42). Nesta, pode-se observar que a somatória é realizada independentemente no numerador e no denominador, dada por:

$$RMSD2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^n X_i^2}}. \quad (2.42)$$

A métrica definida pela equação (2.42) foi utilizada em outros estudos que envolviam comparações entre diferentes métricas como em Tseng e Naidu (2002); Yu e Giurgiutiu (2009).

Como o RMSD2 envolve a soma dos quadrados de valores no numerador e denominador, é importante considerar se a métrica é sensível à escala e ao peso dos valores. Deve ser avaliado como as variações nas magnitudes dos dados afetam o RMSD2 e se isso é adequado para o problema em questão.

### 2.4.4 Desvio Médio da Raiz Quadrada 3

Uma alternativa adicional para calcular o desvio médio da raiz quadrada, denominada RMSD3, é proposta por Park *et al.* (2003) na equação (2.43). Nessa equação, a somatória está fora da raiz, em contraste com as definições previamente apresentadas, dada por:

$$RMSD3 = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{(X_i - Y_i)^2}{X_i^2}}. \quad (2.43)$$

Assim como com o RMSD1 e o RMSD2, é essencial entender como o RMSD3 varia com base no número de pontos considerados na comparação. Isso pode ajudar a determinar o número ideal de pontos a serem incluídos.

### 2.4.5 Desvio Médio da Raiz Quadrada 4

Peairs (2006) introduz uma outra modificação no desvio médio da raiz quadrada, chamada RMSD4, conforme mostrado na equação (2.44). Nesta equação, as médias das medições para as duas condições analisadas,  $\bar{X}$  e  $\bar{Y}$ , são incluídas para eliminar o efeito das pequenas variações decorrentes de mudanças na temperatura ou possíveis resistências elétricas dos cabos de conexão do sensor ao analisador de impedância. dada por:

$$RMSD4 = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{((X_i - \bar{X}) - (Y_i - \bar{Y}))^2}{n}}. \quad (2.44)$$

O RMSD4 incorpora as médias das medições para as duas condições analisadas, representadas por  $\bar{X}$  e  $\bar{Y}$ . Isso significa que o RMSD4 considera a diferença entre as medições ( $X_i$ ) e ( $Y_i$ ) e as médias das condições em vez de comparar diretamente as medições. Essa abordagem visa eliminar o efeito de pequenas variações decorrentes de mudanças na temperatura ou possíveis resistências elétricas dos cabos de conexão dos sensores ao analisador de impedância.

### 2.4.6 Desvio Médio da Raiz Quadrada 5

Variações frequentes tornam comum a necessidade de estabelecer uma referência (*baseline*), isto é, uma medição da estrutura sem dano, obtida através da média de várias medições realizadas quando a estrutura está em perfeitas condições. Considerando essa média e o desvio padrão calculado para cada ponto, Peairs (2006) introduz uma nova definição do desvio médio da raiz quadrada, a equação (2.45), que visa reduzir a sensibilidade da métrica a mudanças no sinal de impedância devidas a alterações ambientais (não associadas a dano real):

$$RMSD5 = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\left( \frac{\bar{X}_i - Y_i}{S_{X_i}} \right)^2}{n} \right)}. \quad (2.45)$$

Nessa equação,  $S_{X_i}$  é o desvio padrão de cada ponto do sinal de referência. Com a equação (2.45), finalizam-se a apresentação das definições encontradas na literatura para o cálculo da métrica que avalia dano baseada no desvio médio da raiz quadrada.

### 2.4.7 Desvio do Coeficiente de Correlação

Uma métrica de dano alternativa é o CCD, utilizada para interpretar e quantificar a informação contida em dois conjuntos de dados. A fórmula matemática, na equação (2.46), envolve a diferença entre 1 e o coeficiente de correlação entre uma medição e a referência Giurgiutiu (2005).

$$CCD = 1 - CC. \quad (2.46)$$

O coeficiente de correlação ( $CC$ ), é definido por:

$$CC = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{S_X S_Y}, \quad (2.47)$$

em que  $S_X$  e  $S_Y$  são os desvios padrão do sinal da parte real da impedância de referência e da parte gerada, respectivamente. Quando o coeficiente de correlação é igual a 1, os sinais têm uma correlação total. Quanto maior for a diferença entre os sinais, menor é o valor de  $CC$ . O valor de  $CC$  é também utilizado para comparar e quantificar sinais de admitância (KRISHNAMURTI; NAIDU, 2003).

O CCD varia de 0 a 1, em que 0 indica uma correlação perfeita entre os dados (a medição é idêntica à referência), e 1 indica ausência de correlação (a medição não tem relação com a referência). Portanto, um CCD próximo de 0 é desejável, pois sugere que a medição é precisa e está bem alinhada com a referência.

É válido ressaltar que a interpretação do CCD pode variar dependendo do contexto da sua aplicação. Portanto, é importante considerar as necessidades e especificidades do seu projeto ao avaliar o CCD. Em alguns casos, uma correlação moderada pode ser aceitável, enquanto em outros, uma correlação próxima de 0 pode ser essencial.

### 2.4.8 Diferença Média Quadrada

Outra métrica comumente utilizada no método da impedância eletromecânica para quantificar o dano é a diferença média quadrada (RAJU, 1997), definida matematicamente por:

$$ASD = \sum_{i=1}^n (X_i - Y_i - \delta)^2, \quad (2.48)$$

em que  $\delta$  representa a diferença das médias de cada um dos sinais, como é evidenciado na equação (2.49), definida por:

$$\delta = \bar{X} - \bar{Y} \quad (2.49)$$

Ao usar essa métrica de dano, busca-se também neutralizar o efeito das variações na amplitude resultantes de mudanças no ambiente.

Se o ASD for próximo de zero, isso indica que os sinais  $X$  e  $Y$  são muito semelhantes ou que a diferença entre eles não é estatisticamente significativa. Isso pode sugerir a ausência de dano significativo, desde que outras considerações, como os limites aceitáveis de ASD para sua aplicação, sejam levadas em conta.

Um valor alto de ASD sugere que a diferença entre os sinais  $X$  e  $Y$  é significativa. Isso pode indicar a presença de dano ou mudanças substanciais nas propriedades do sistema que está sendo monitorado.

A interpretação do valor do ASD muitas vezes é feita em relação a limiares pré-definidos. Dependendo da aplicação, pode-se estabelecer um valor de ASD considerado como “limite” acima do qual o dano é considerado significativo.

Lembre-se de que a escolha dos limiares e a interpretação dos resultados podem variar de acordo com o contexto da sua aplicação e a natureza dos sinais sendo comparados. É importante considerar fatores como a sensibilidade necessária para detectar o dano, o nível de ruído nos sinais e as condições ambientais que podem afetar os sinais. Portanto, a definição de qualidade em termos de ASD deve ser baseada em critérios específicos da sua aplicação.

### 2.4.9 Desvio Percentual da Média Absoluta

Outra métrica adotada pelo método da impedância eletromecânica é o desvio percentual da média absoluta (TSENG; NAIDU, 2002), que é formulada por:

$$MAPD = \sum_{i=1}^n \left| \frac{X_i - Y_i}{X_i} \right|. \quad (2.50)$$

Observa-se que o MAPD, na equação (2.50), é similar ao desvio médio da raiz quadrada definido por RMSD3, uma vez que ambos avaliam as diferenças entre os sinais em cada ponto das medições.

Para avaliar o MAPD, é útil ter um valor de referência ou um limite aceitável com o qual você possa comparar. Isso pode ser obtido com base em dados históricos, especificações do sistema ou padrões da indústria. Se o seu valor de MAPD for menor do que o limite de referência, isso pode ser considerado bom.

### 2.4.10 Soma das Diferenças Médias

Como última métrica apresentada neste trabalho, tem-se a simples soma das diferenças médias entre os sinais (PEAIRS, 2006). Esta métrica de dano não utiliza nenhuma relação entre os valores, sendo expressa por:

$$M = \sum_{i=1}^n (X_i - Y_i)^2. \quad (2.51)$$

Para determinar a métrica mais adequada tanto para validar os resultados dos SBRF gerados a partir das redes neuro-fuzzy quanto para realizar a compensação de temperaturas em cada dano, é necessário realizar uma análise específica para cada conjunto de dados gerados.

Nos próximos capítulos, são apresentados experimentos realizados em diversas situações, empregando a técnica de monitoramento estrutural por impedância eletromecânica. Em cada caso, todas essas métricas são testadas com o objetivo de identificar aquelas mais sensíveis ao tipo específico de dano em monitoramento, baseando-se nos conceitos da literatura.

## Capítulo 3

# Comparação de Redes Neuro-fuzzy na Identificação de Danos em uma Placa de Alumínio

A manutenção preventiva é frequentemente mais econômica do que a reparação ou substituição de uma estrutura. O monitoramento permite identificar problemas no início, evitando custos elevados associados a reparos extensos ou reconstrução.

A técnica de impedância eletromecânica permite monitorar a integridade de estruturas a partir da medição da impedância em diversas frequências. Isso ocorre a partir de um circuito de resistência ao fluxo de uma determinada corrente elétrica quando se aplica uma certa tensão elétrica em seus terminais.

A técnica capta mudanças estruturais utilizando os sensores piezoelétricos PZT, que são coladas na estrutura a ser monitorada por meio de um adesivo de alta rigidez, podendo ser uma cola instantânea ou uma resina de epóxi, para garantir uma melhor interação mecânica (RABELO, 2017). Através dos PZTs é possível detectar as mudanças nas curvas de impedância.

Conforme descrito por Rabelo (2017), a técnica emprega transdutores piezoelétricos para detectar modificações nas propriedades dinâmicas da estrutura, tais como rigidez, amortecimento e massa. Esse processo resulta na obtenção da impedância em função de cada frequência analisada, o que é comumente referido como a assinatura de impedância da estrutura.

Para investigar o estado atual da estrutura é necessário um banco de dados ou de assinaturas de impedância de referência, denominado *baseline*. Desta forma, a assinatura coletada para a investigação deve ser contrastada com uma assinatura de referência, ambas na mesma temperatura haja vista que o efeito da temperatura é expressivo.

Neste capítulo é abordada a utilização de redes neuro-fuzzy para analisar os dados de impedância de uma placa de alumínio, os quais foram obtidos em condições controlada de variação de temperatura e frequência.

### 3.1 Experimento

O objetivo deste experimento é realizar a coleta de dados, a respeito da impedância de uma chapa de alumínio do tipo 2024-T3, com 503 mm de comprimento, 500 mm de largura e 6 mm de espessura (Figura 3.1), para que assim possa ser realizado a construção de SBRF a partir das redes neuro-fuzzy.

Figura 3.1: Inserindo os PZT na chapa de alumínio.



Fonte: Acervo dos autores.

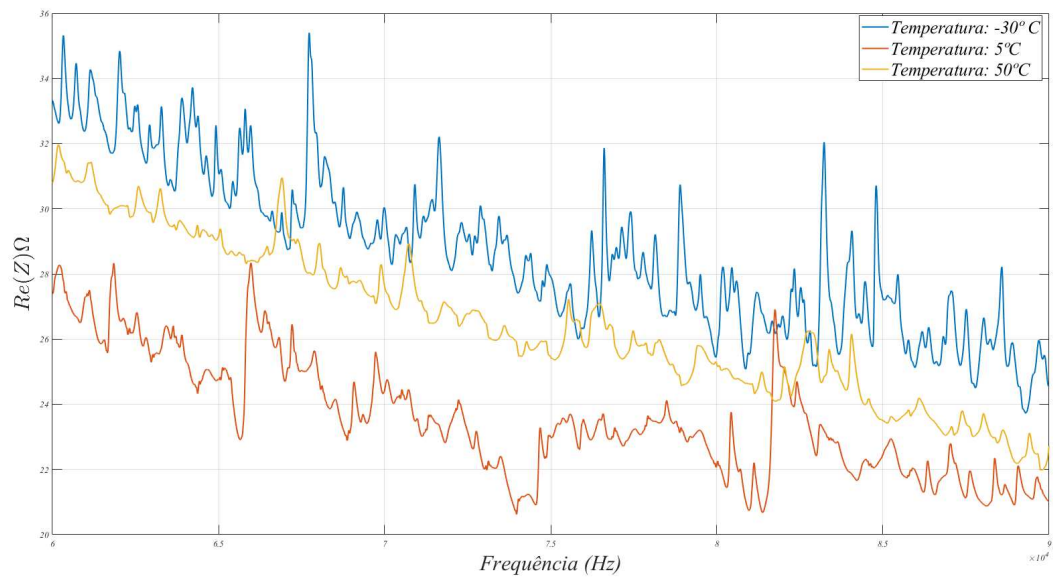
Essa coleta de dados é feita em uma câmara climática, Figura 3.2, no Laboratório Mecânica de Estruturas (LMEst) da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia. Os dados, considerados *baseline*, foram coletados entre as temperaturas de  $-30^{\circ}C$  a  $50^{\circ}C$ , com uma variação de  $2,5^{\circ}C$ , ou seja, foram extraídos os dados em 33 temperaturas diferentes, sendo necessário uma espera de 30 minutos para a câmara climática estabilizar em cada temperatura. Neste ensaio, para cada temperatura coletada foi encerrado um ciclo e para cada ciclo foi coletado 10 assinaturas, gráfico representado pela abscissas sendo a Frequência ( $Hz$ ) e as ordenada sendo a parte real da impedância ( $Re(Z)$ ). Na Figura 3.3 estão representadas as curvas de impedância nas temperaturas de  $-30^{\circ}C$ ,  $5^{\circ}C$  e  $50^{\circ}C$ .

Figura 3.2: Câmara climática.



Fonte: Acervo dos autores.

Figura 3.3: Curvas de impedância.

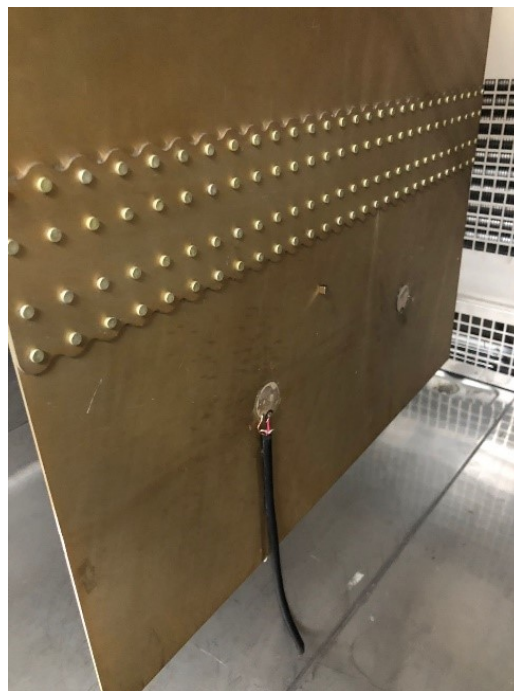


Fonte: Acervo dos autores.

No mesmo ensaio, foram obtidos dados na mesma chapa de alumínio, com uma mudança na estrutura, ocasionada pelo acréscimo de massa, imã colocado próximo ao PZT, Figura 3.4. Foi utilizada a mesma faixa de temperaturas dos dados *baseline*, porém com espaçamento de 5°C, com 10 assinaturas por ciclo. Assim, no total de 17 ciclos de temperatura, foram coletadas 170 assinaturas de impedância com dano.

Foram coletadas 500 assinaturas diferentes, divididos em 330 como *baseline* e 170 com simulação de dano (acrécimo de massa).

Figura 3.4: Ilustração de acréscimo de massa.



Fonte: Acervo dos autores.



Como para cada temperatura foi coletado 10 assinaturas diferentes, em cada caso foi calculado a mediana desse conjunto para cada temperatura. Dessa forma, os dados que são utilizados nas redes neuro-fuzzy são as 50 assinaturas medianas de cada ciclo.

## 3.2 Implementação do Algoritmo

Para realizar a estrutura do algoritmo e assim iniciar a aprendizagem é necessário dados iniciais. Foram considerados duas variáveis de entrada (Temperatura e Frequência) e uma variável de saída (Impedância).

- Temperatura: total de 33 elementos, com o menor valor igual a  $-30^{\circ}\text{C}$ , e o maior  $50^{\circ}\text{C}$ , com espaçamento de  $2,5^{\circ}\text{C}$ ;
- Frequência: total de 3.000 elementos, com o menor valor igual a  $60.000\text{Hz}$  e o maior  $90.000\text{Hz}$ ;
- Impedância: total de 99.000 elementos, com o menor valor de  $20,63294349\Omega$  e o maior  $35,31068104\Omega$ .

Para justificar a qualidade e precisão dos SBRF é imprescindível conduzir uma validação dos dados. Essa validação requer a alocação de uma parcela dos dados do experimento exclusivamente para esse propósito. Nesse contexto, 18% dos dados sem danos são reservados para a validação, uma prática que se revela razoável e flexível em experimentos de aprendizado de máquina (BISHOP; NASRABADI, 2006).

Essa alocação nos possibilita avaliar o desempenho do modelo em um conjunto de dados não observados anteriormente, sendo fundamental para estimar sua capacidade de generalização. A escolha do percentual de 18% foi feita levando em consideração a disponibilidade dos dados e a necessidade de equilibrar o tamanho do conjunto de treinamento com a necessidade de validação.

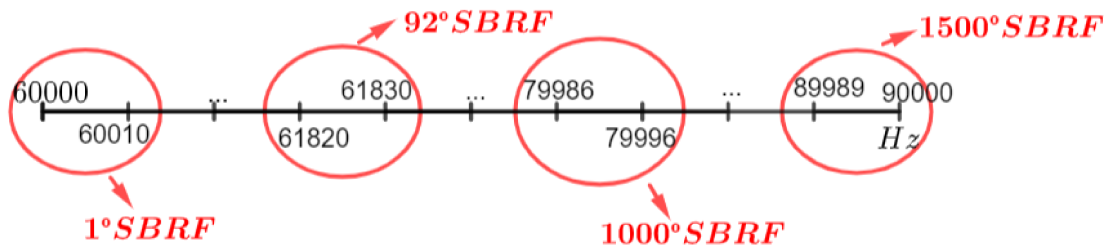
No total, são reservadas 6 das 33 temperaturas presentes nos conjuntos de dados para a fase de validação, abrangendo uma variação de 3000 frequências em cada uma dessas temperaturas. Em outras palavras, 18.000 ternas (temperatura, frequência, parte da real da impedância) são alocados para a validação, enquanto 81.000 ternas são destinados ao treinamento do modelo.

Observe que as variáveis de entrada possuem quantidades de elementos bastante discrepantes. Enquanto o intervalo de frequências contém 3000 elementos, o intervalo de temperatura possui apenas 33 elementos. Para garantir uma análise detalhada e precisa dos dados, é apropriado considerar a subdivisão do intervalo de frequências. Essa abordagem é fundamental quando se lida com conjuntos de dados de tamanhos tão distintos, pois ajuda a equilibrar a análise.

A subdivisão do intervalo de frequências em categorias menores permite obter *insights* mais granulares e identificar tendências ou padrões que podem passar despercebidos ao analisar o conjunto de dados como um todo. Essa técnica é especialmente útil ao lidar com conjuntos de dados de diferentes escalas, maximizando o valor das informações que podem ser extraídas.

Dessa forma, são conduzidos testes utilizando diferentes quantidades de frequências para gerar um único SBRF. Inicialmente, são realizados testes com duas frequências, resultando em 1500 sistemas, como ilustrado na Figura 3.5. Em seguida, são conduzidos testes com 3 frequências para cada SBRF, seguidos por testes com 4 frequências por SBRF, e assim por diante, abrangendo os divisores de 3000 até 50 frequências por SBRF. Em resumo, são conduzidos 12 testes diferentes para determinar a configuração que proporcionaria a melhor previsão dos dados.

Figura 3.5: Subdivisões das frequências por SBRF.



Fonte: Acervo dos autores.

Para realizar o treinamento dos dados reservados para o treinamento foi utilizado o *Software R* (Posit team, 2023), tanto para implementar o algoritmo do HyFIS, quanto do ANFIS. Como um dos objetivos deste trabalho é realizar a comparação entre as duas redes neuro-fuzzy citadas, todos os parâmetros foram iguais para cada uma delas.

Os parâmetros de entrada ou argumentos das redes neuro-fuzzy desempenham um papel fundamental na modelagem e otimização de sistemas complexos. Ao configurar esses parâmetros, como a matriz de dados de treinamento normalizados, o número de funções de pertinência para cada variável, o número máximo de iterações, o tamanho do passo no gradiente descendente, a escolha dos tipos de t-norm, s-norm e método de defuzzificação, os pesquisadores têm a capacidade de personalizar a abordagem de acordo com a natureza única do problema em questão.

Essa flexibilidade permite que as redes neuro-fuzzy se adaptem a uma ampla gama de aplicações, desde sistemas de controle até previsões e tomadas de decisão, tornando-as uma ferramenta poderosa na modelagem de sistemas complexos com base em dados e conhecimento especializado (KIM; KASABOV, 1999). A seleção criteriosa desses parâmetros é essencial para garantir um desempenho preciso e eficaz desses sistemas híbridos (JANG, 1993).

Os argumentos no *Software R* em ambas redes neuro-fuzzy são:

- *data.train*: Para a entrada deste argumento deve ser considerado a matriz dos dados de treinamento de entrada e saída, todos normalizados entre 0 e 1. Os algoritmos de redes neuro-fuzzy aprendem com esses dados a modelar o sistema. A matriz deve ter m linhas (quantidade de elementos) e n colunas (variáveis), em que a última coluna representa a variável de saída do modelo;
- *num.labels*: Esta matriz define o número de termos linguísticos que você está usando para cada variável no seu modelo. Cada variável é dividida em rótulos, como “baixo”, “médio” e “alto”, para lidar com a incerteza e a imprecisão dos dados. Observe que a quantidade de termos linguísticos é o mesmo da quantidade de funções de pertinência;
- *max.iter*: Esse parâmetro controla o número máximo de iterações (ou passos) que o algoritmo de treinamento realizará. É importante definir um valor adequado para evitar que o treinamento seja muito demorado ou que o modelo não alcance a convergência;
- *step.size*: O tamanho do passo (ou taxa de aprendizado) é um valor real entre 0 e 1 que determina o quanto os parâmetros do modelo são atualizados a cada iteração durante o treinamento utilizado no gradiente descendente de cada rede neuro-fuzzy. Um valor adequado é crucial para a convergência do modelo. Um valor muito alto pode resultar em oscilações ou divergência, enquanto um valor muito baixo pode levar a uma convergência lenta;

- *type.tnorm*: Este parâmetro define o tipo de operação de t-norm utilizada na inferência das regras. A t-norm é uma operação que combina os graus de pertinência dos rótulos linguísticos. Escolher o tipo correto de t-norm é importante para o cálculo preciso da saída do sistema fuzzy;
- *type.snorm*: Assim como o tipo de t-norm, o tipo de s-norm define a operação usada para combinar os resultados de diferentes regras durante a inferência. A escolha adequada do tipo de s-norm é fundamental para a agregação correta das saídas das regras.
- *type.defuz*: Este parâmetro determina o método de defuzzificação que é usado para converter as saídas fuzzy em um valor de saída único. A defuzzificação é crucial para obter uma resposta clara e interpretação do sistema.

Para os dados de entrada na rede neural são utilizadas as ternas que foram definidas anteriormente. Para cada frequência, as 27 temperaturas (treinamento) estarão variando. Como para cada SBRF é utilizado  $n$  frequências, logo o mesmo terá  $n \times 27$  ternas para entrada

Para os dados de entrada, considera-se uma matriz com dimensões  $99.000 \times 3$ , na qual foi realizado permutações entre as variáveis de temperatura e frequência. Cada permutação está associada ao valor da parte real da impedância. O algoritmo foi configurado com um limite máximo de 10 iterações e um passo de 0.01 para o processo de otimização. Além disso, as funções de t-norma e s-norma foram definidos como o “mínimo” e o “máximo”, respectivamente, para modelar as operações entre conjuntos fuzzy. Para a etapa de defuzzificação, optou-se pelo método do centro de gravidade, no caso do HyFIS e no caso do ANFIS é fixo no algoritmo a média ponderada.

No que diz respeito à quantidade de funções de pertinência, foi conduzido uma série de testes para determinar qual quantidade seria mais apropriada para o nosso caso. Esses testes abrangeram o uso de oito quantidades diferentes de funções de pertinência, variando de duas até nove funções. Essa investigação teve como objetivo identificar a configuração mais adequada para representar com precisão as relações entre as variáveis no modelo (PRUDENTE *et al.*, 2023).

### 3.3 Resultados Obtidos nas Redes Neuro-Fuzzy na Avaliação dos Modelos

Neste estudo, foram gerados conjuntos de 1500 SBRF para cada combinação de funções de pertinência em análise. Em resumo, para cada quantidade de funções de pertinência variando de 2 a 9, foram criados 1500 conjuntos de SBRF. É relevante destacar que, nesse contexto, foram utilizadas 2 frequências por intervalo de análise.

Quando se incorporam 3 frequências por intervalo, obtêm-se 1000 conjuntos de SBRF em cada teste realizado para cada quantidade de funções de pertinência em análise. Da mesma forma, ao analisar 4 frequências por intervalo, os resultados consistem em 750 conjuntos de SBRF em cada teste, considerando funções de pertinência variando de 2 a 9.

Esse procedimento é replicado para divisores que variam de 3000 até 50 em relação à quantidade de frequências por intervalo, abrangendo todas as quantidades de funções de pertinência em cada cenário. Portanto, ao considerar as diferentes quantidades de funções de pertinência e frequências por intervalo, obtêm-se um total de 96 combinações distintas. É importante notar que cada uma dessas combinações resulta em um número diferente de conjuntos de SBRF, determinado pela quantidade de frequências por intervalo.

A primeira aplicação das métricas tem como objetivo determinar qual dessas combinações resulta no modelo mais próximo do conjunto dos dados reais.

Nesse sentido, ao analisar as métricas estudadas no capítulo 2, observa-se que a métrica do CCD se encaixa melhor no contexto da análise. O modelo de aprendizado de máquina é projetado para aprender com os dados de treinamento a fim de capturar os relacionamentos entre as variáveis de entrada e a variável de saída. Se o CC entre os dados reais e os dados preditos for alto, isso indica que o modelo conseguiu capturar e representar esses relacionamentos de maneira eficaz.

O CC mede o grau de relação entre duas variáveis quantitativas. Quando o coeficiente é próximo de 1, isso indica uma correlação positiva linear forte, o que significa que, à medida que uma variável aumenta, a outra também aumenta de maneira previsível. Isso implica que o modelo conseguiu representar com precisão essa relação linear entre as variáveis (WITTE; WITTE, 2017).

Um alto CC implica que a maior parte da variação nos dados reais é explicada pelos dados preditos pelo modelo. Em outras palavras, o modelo é capaz de explicar a variação nos dados observados, sugerindo que as previsões são precisas e estão alinhadas com a realidade.

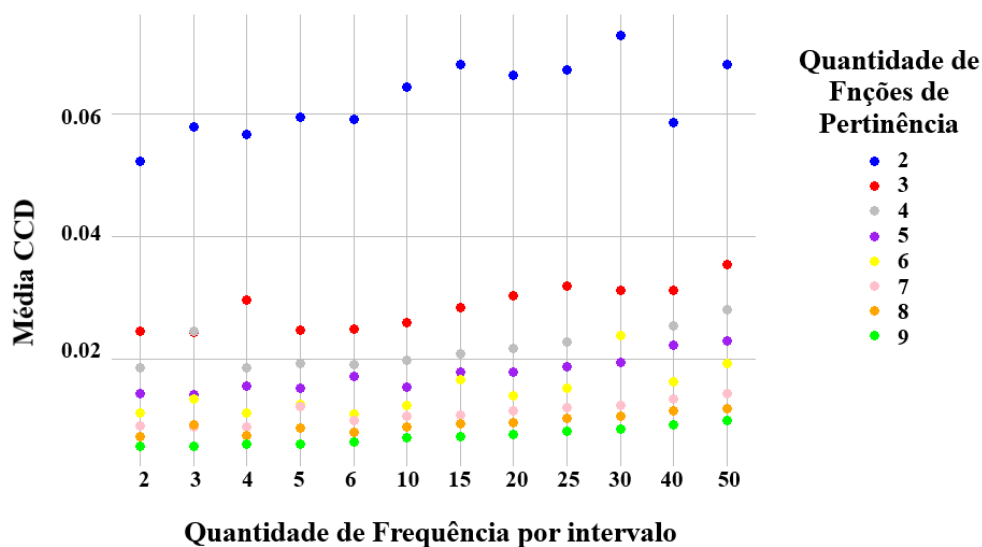
O CC permite comparar diferentes modelos para determinar qual deles oferece o melhor ajuste aos dados. Ao compará-los, aquele que apresenta o CC mais alto indica um melhor desempenho em termos de ajuste. Como o  $CCD = 1 - CC$ , podem-se analisar que quanto mais próximo de zero, melhor o desempenho do modelo gerado nas diferentes combinações. Dessa forma que são avaliados qual das combinações obteve os melhores resultados.

### 3.3.1 Resultados Obtidos pelo HyFIS

Com o objetivo de analisar qual das combinações gerou o melhor modelo de previsão dos dados, são utilizadas apenas as assinaturas destinadas à validação. No experimento ocorreram a medição de 33 temperaturas e utiliza-se 18% dessas temperaturas para validação, que correspondem a 6 temperaturas. Essas temperaturas foram escolhidas a partir de  $-20^{\circ}\text{C}$  com espaçamento de  $12,5^{\circ}\text{C}$  até  $42,5^{\circ}\text{C}$ .

Para avaliar cada modelo e determinar qual combinação obteve o melhor desempenho, calcula-se a média das métricas, especificamente o CCD, para cada caso. A Figura 3.6 apresenta a média do CCD para cada combinação dos dados de validação. No eixo das abscissas, tem-se o número de frequências por intervalo, e em cada cor diferente, representa-se uma quantidade distinta de funções de pertinência.

Figura 3.6: Médias dos CCD para cada combinação de quantidades de funções de pertinência e frequências por intervalo.



Fonte: Acervo dos autores.

Dentre todas as combinações testadas, aquela que obteve o melhor resultado com base no CCD é o modelo com nove funções de pertinência e duas frequências por intervalo. Para essa combinação, a média do CCD foi de 0,007595915.

Na Figura 3.7 estão todos os gráficos de assinaturas nas temperaturas destinadas à validação, e na legenda de cada gráfico, pode-se encontrar o valor do CCD correspondente. Observe que quanto menor o valor do CCD, mais próximos estão os gráficos previstos e reais, o que está de acordo com a justificativa de que o CCD é uma métrica eficaz para avaliar o desempenho do sistema.

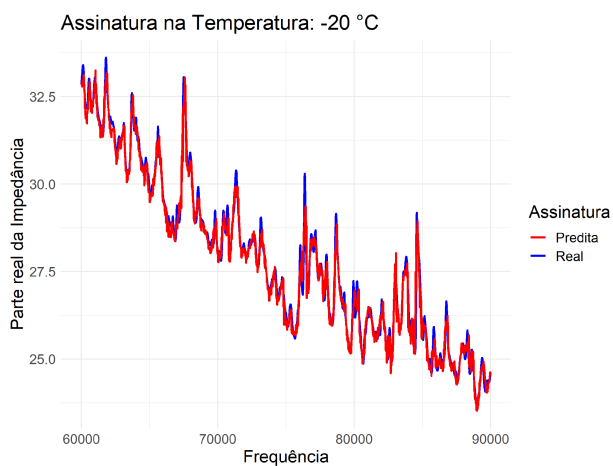
### 3.3.2 Resultados Obtidos pelo ANFIS

Com o objetivo de analisar qual das combinações gerou o melhor modelo de previsão dos dados no ANFIS, é feita a utilização apenas das assinaturas destinadas à validação que foram as mesmas usadas no HyFIS.

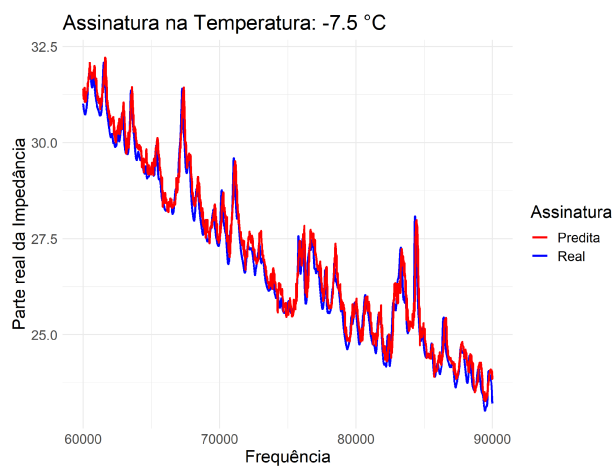
Para avaliar cada modelo e determinar qual combinação obteve o melhor desempenho, calcula-se a média das métricas, especificamente o CCD, para cada caso. A Figura 3.8 apresenta a média do CCD para cada combinação. No eixo das abscissas, temos o número de frequências por intervalo, e para cada cor diferente, representa-se uma quantidade distinta de funções de pertinência.

Figura 3.7: Assinaturas reais e previstas pela HyFIS, na combinação de nove funções de pertinência com duas frequências por intervalo.

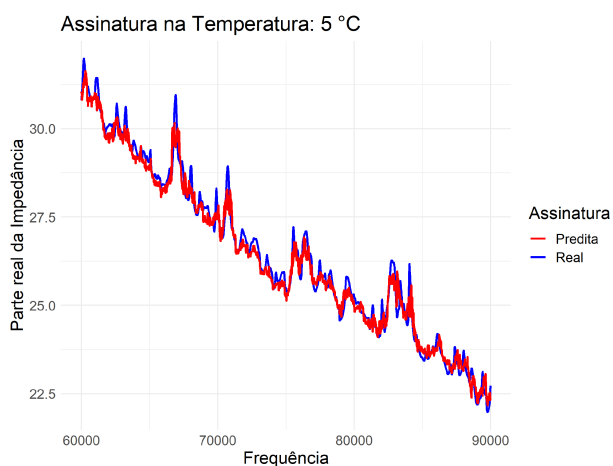
(a) CCD: 0,006715005.



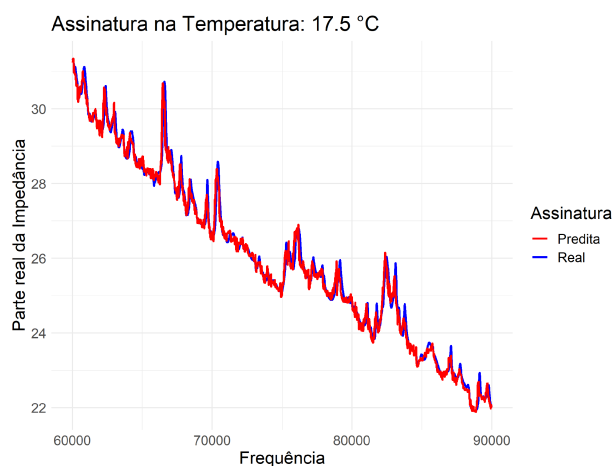
(b) CCD: 0,010778937.



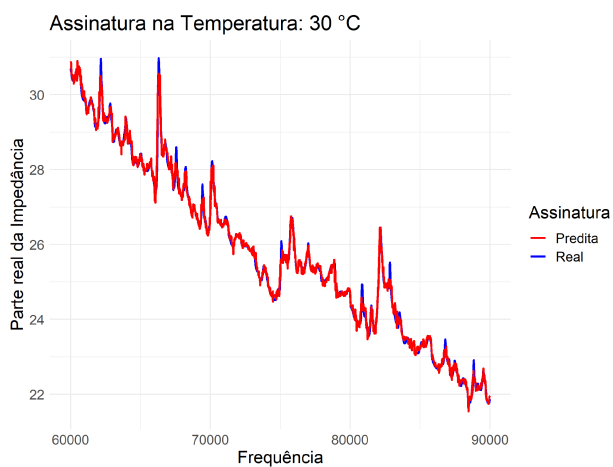
(c) CCD: 0,007863239.



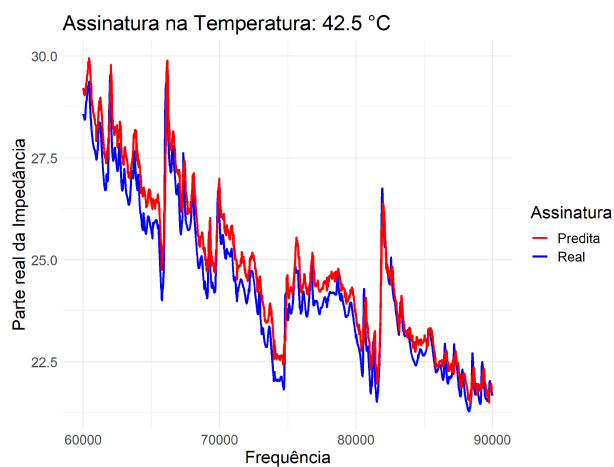
(d) CCD: 0,005374583.



(e) CCD: 0,001981726.

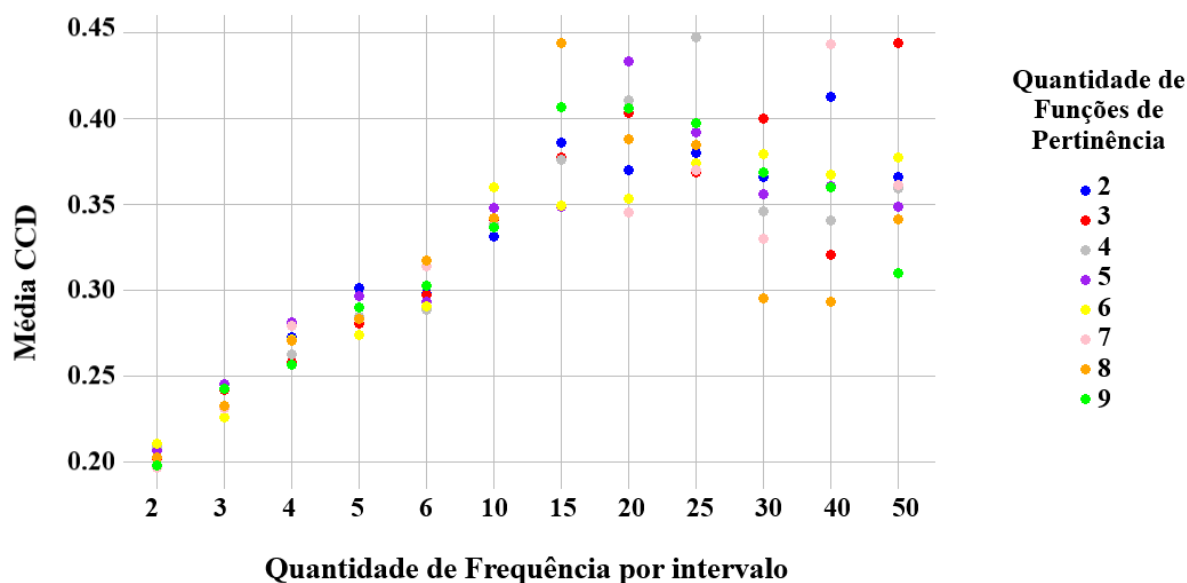


(f) CCD: 0,012861997.



Fonte: Acervo dos autores.

Figura 3.8: Médias dos CCD para cada combinação de quantidade de funções de pertinência e frequências por intervalo.



Fonte: Acervo dos autores.

Observa-se que na ANFIS, a quantidade de função de pertinência não influencia diretamente na qualidade do sistema, levando em consideração a análise pelo CCD. Neste contexto, a determinação do CCD mais baixo é principalmente a menor quantidade de frequências por intervalo, como está representado na Figura 3.8.

Dentre todas as combinações testadas, aquela que obteve o melhor resultado com base no CCD é o modelo com quatro funções de pertinência e duas frequências por intervalo. Para essa combinação, a média do CCD foi de 0,09574489.

Na Figura 3.9 são mostrados todos os gráficos de assinaturas nas temperaturas destinadas à validação, e na legenda de cada gráfico, pode-se encontrar o valor do CCD correspondente.

### 3.4 Comparação entre HyFIS e ANFIS

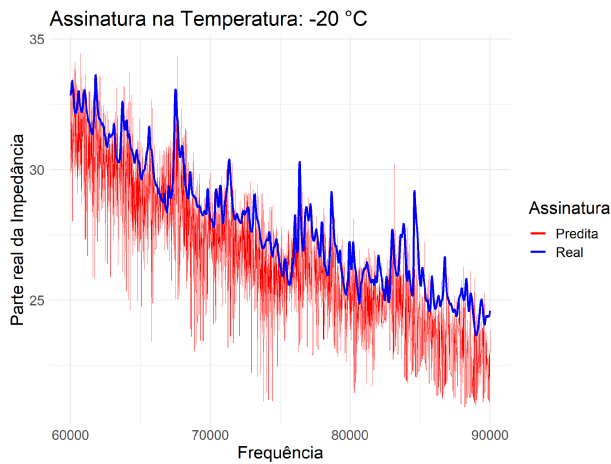
Neste estudo, está sendo realizada uma análise comparativa entre duas abordagens de modelagem, HyFIS e ANFIS, no contexto do SHM baseado em medições de impedância. O objetivo é determinar qual dessas técnicas gera o SBRF com melhor desempenho na avaliação da integridade estrutural.

Para avaliar o desempenho, está sendo utilizado o CCD como mencionado no início da seção. O CCD é uma medida estatística que avalia a qualidade da relação entre os valores observados e os valores previstos pelos modelos. Quanto menor o CCD, melhor o modelo é em prever com precisão os resultados.

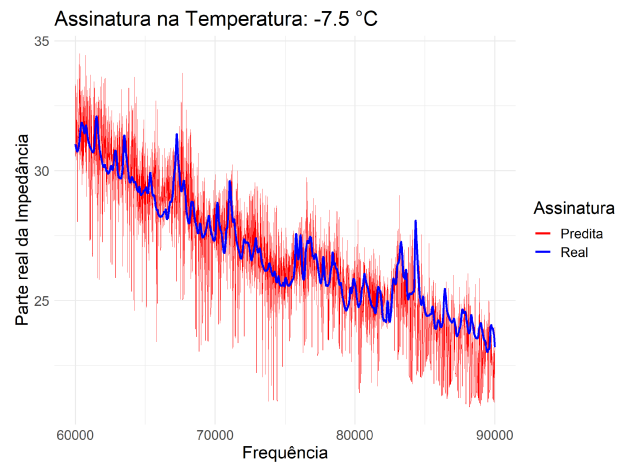
Através do uso do sistema HyFIS, identificou-se que a assinatura com o menor valor de CCD ocorreu a uma temperatura de 30°C e envolveu a combinação de nove funções de pertinência com duas frequências por intervalo, sendo igual a 0,001981726. Por outro lado, ao analisar as mesmas combinações a uma temperatura de 30°C utilizando o sistema ANFIS, observou-se que o CCD resultante foi igual a 0,1770230, o que sugere que o sistema HyFIS alcançou um desempenho superior nesses cenários específicos. A representação gráfica dessa comparação é apresentada na Figura 3.10.

Figura 3.9: Assinaturas reais e previstas pela ANFIS, na combinação de quatro funções de pertinência com duas frequências por intervalo.

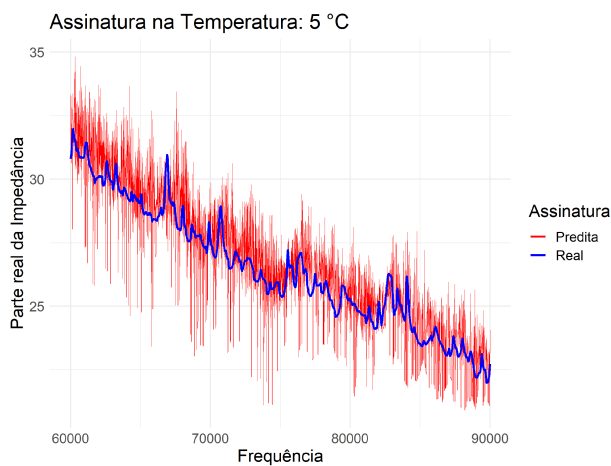
(a) CCD: 0,1989960.



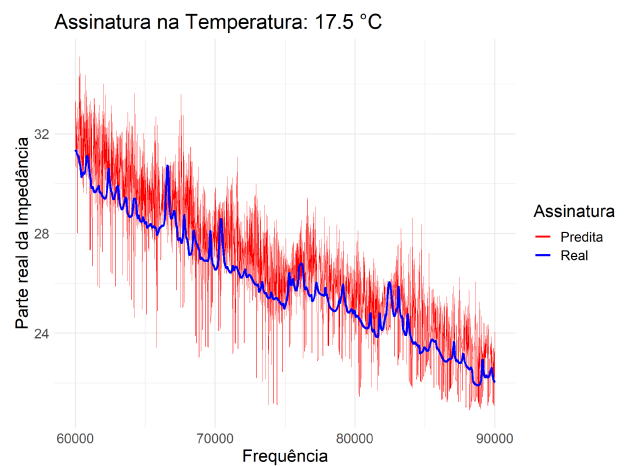
(b) CCD: 0,1748923.



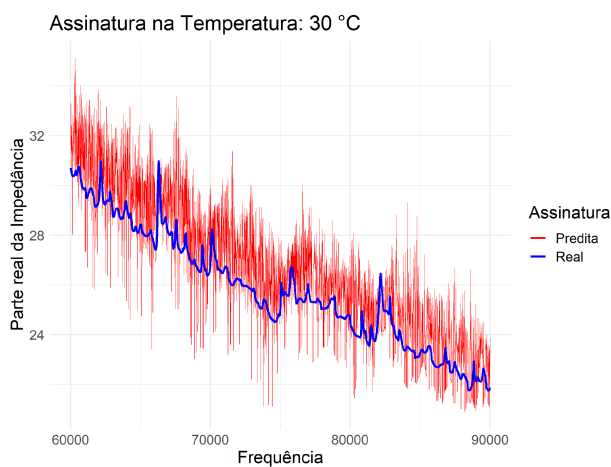
(c) CCD: 0,1487977.



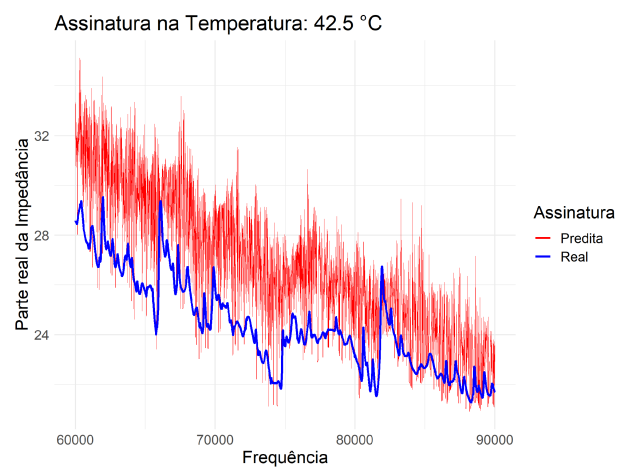
(d) CCD: 0,1565006.



(e) CCD: 0,1627301.



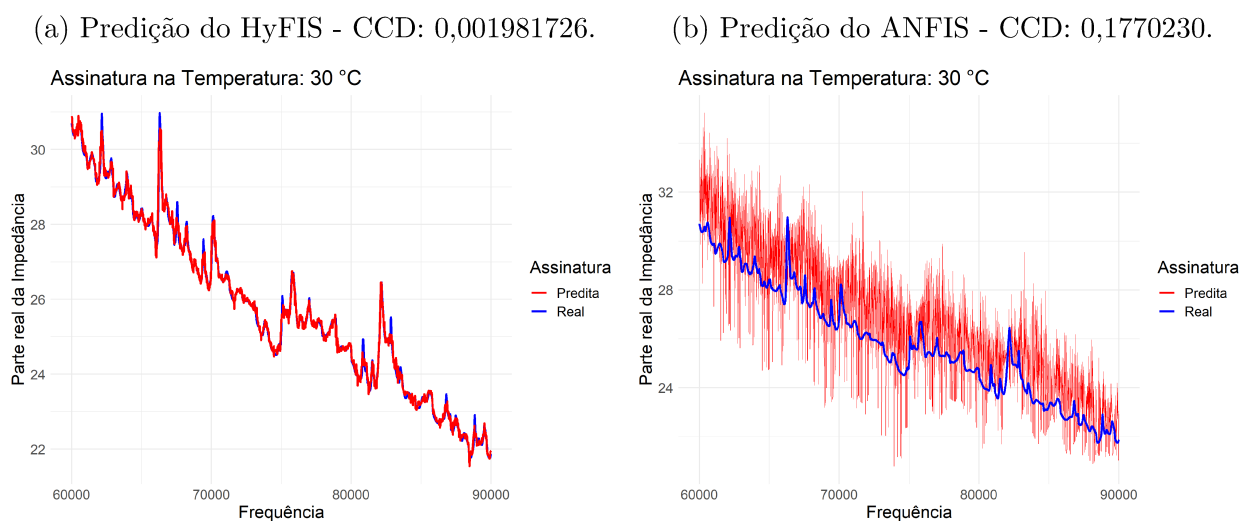
(f) CCD: 0,2143407.



Fonte: Acervo dos autores.



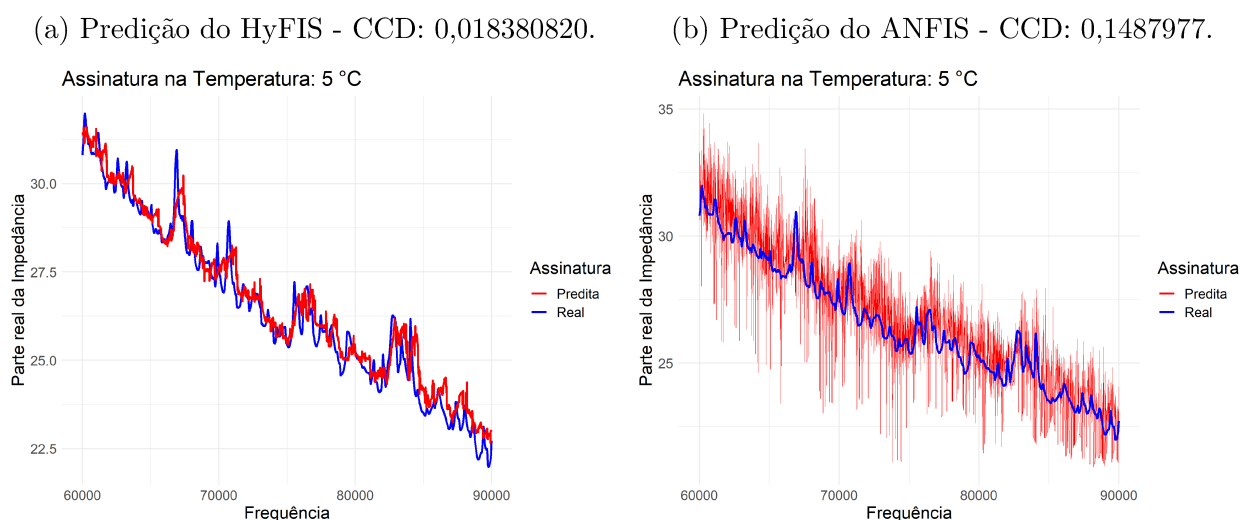
Figura 3.10: Assinaturas reais e preditas entre HyFIS e ANFIS, na combinação de nove funções de pertinência com duas frequências por intervalo.



Fonte: Acervo dos autores.

No contexto da rede neural ANFIS, identificou-se que a assinatura com o menor valor de CCD correspondeu à temperatura de 5°C com empregaram quatro funções de pertinência com duas frequências por intervalo, o CCD obtido foi de 0,1487977. No entanto, mesmo no cenário mais favorável do ANFIS, a abordagem HyFIS ainda apresentou um CCD notavelmente inferior, com um valor de 0,018380820. Isso evidencia a superioridade do sistema HyFIS nesses contextos. Os resultados dessa comparação podem ser visualizados na Figura 3.11.

Figura 3.11: Assinaturas reais e preditas entre HyFIS e ANFIS, na combinação de quatro funções de pertinência com duas frequências por intervalo.



Fonte: Acervo dos autores.

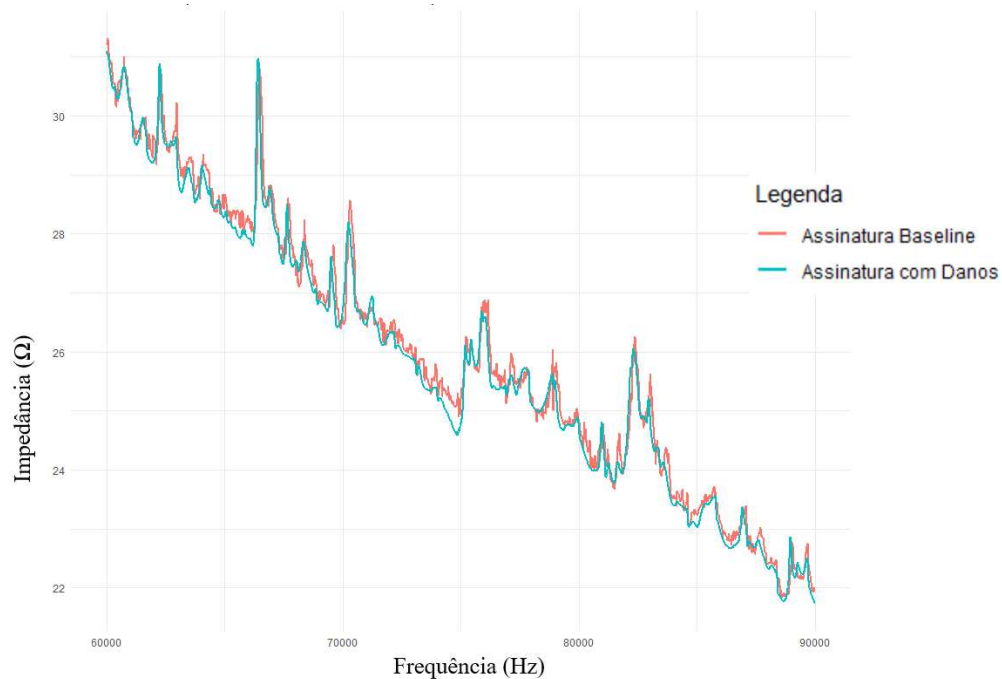
### 3.5 Identificação de Danos

A identificação de danos em uma estrutura por meio de SHM baseado em EMI envolve a análise de métricas que capturam variações nas características elétricas ou mecânicas da estrutura. Esse processo visa distinguir entre as assinaturas de *baseline* e as de possíveis alterações

que indiquem danos. Ao comparar as assinaturas de impedância obtidas antes e depois da introdução de danos, espera-se observar diferenças significativas nas métricas, sinalizando a presença de danos estruturais.

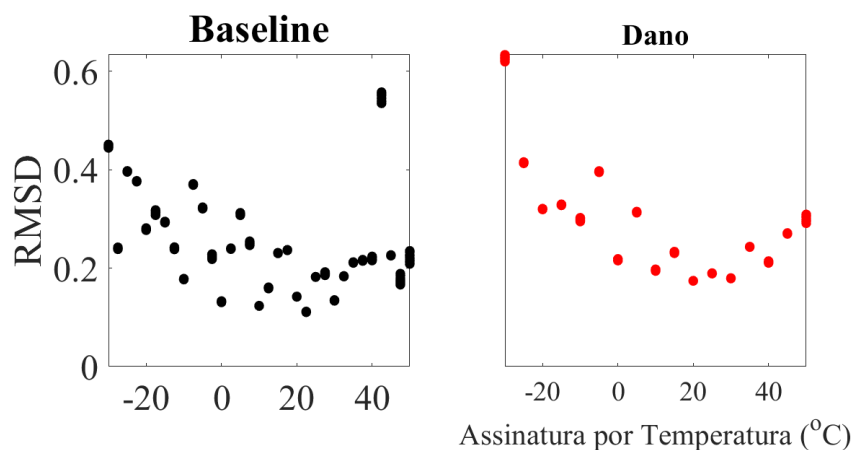
Na Figura 3.12 pode ser observado que as assinaturas de impedância na temperatura de  $20^{\circ}C$ , não possui uma diferença significativa em termos visuais. Mas, para realizar tal comparação é necessário que seja utilizado as métricas de danos para verificar se existem diferenças significativas em toda faixa de temperatura. Nos gráficos representados pelas Figuras 3.13 a 3.22 foram realizadas tais comparações.

Figura 3.12: Assinatura de Impedância *baseline* e com dano na temperatura de  $20^{\circ}C$ .



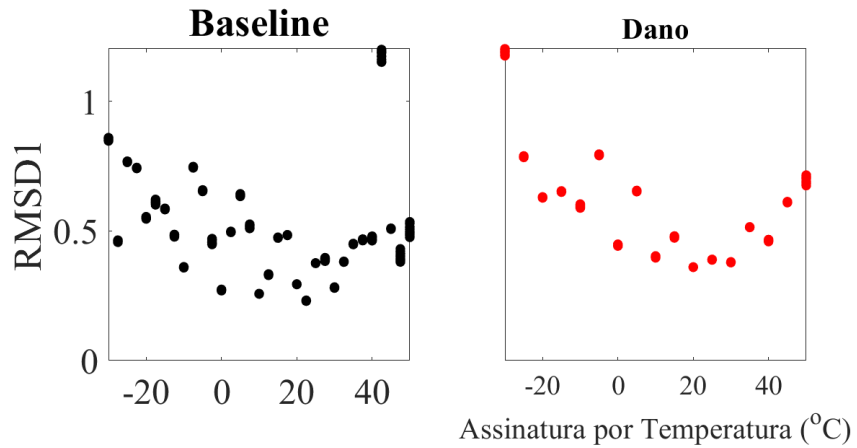
Fonte: Acervo dos autores.

Figura 3.13: Identificação de danos pela métrica RMSD.



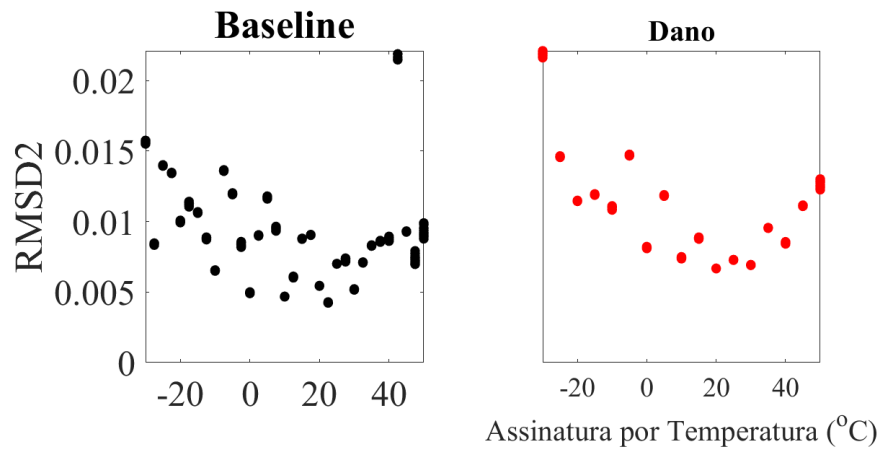
Fonte: Acervo dos autores.

Figura 3.14: Identificação de danos pela métrica RMSD1.



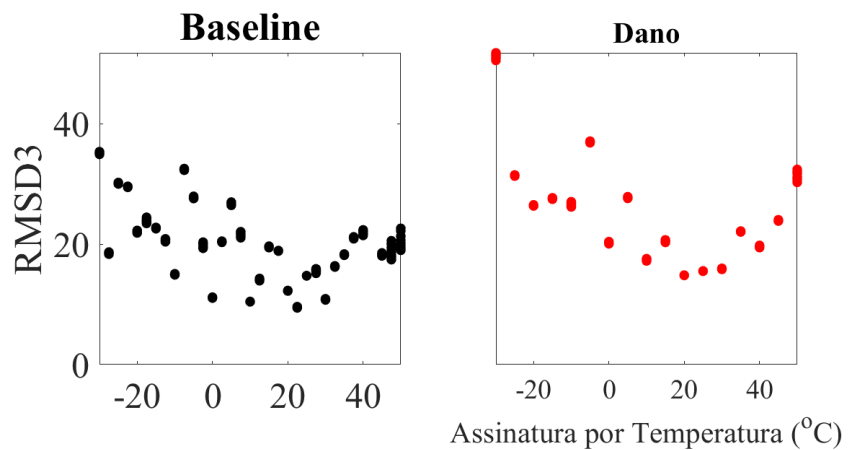
Fonte: Acervo dos autores.

Figura 3.15: Identificação de danos pela métrica RMSD2.



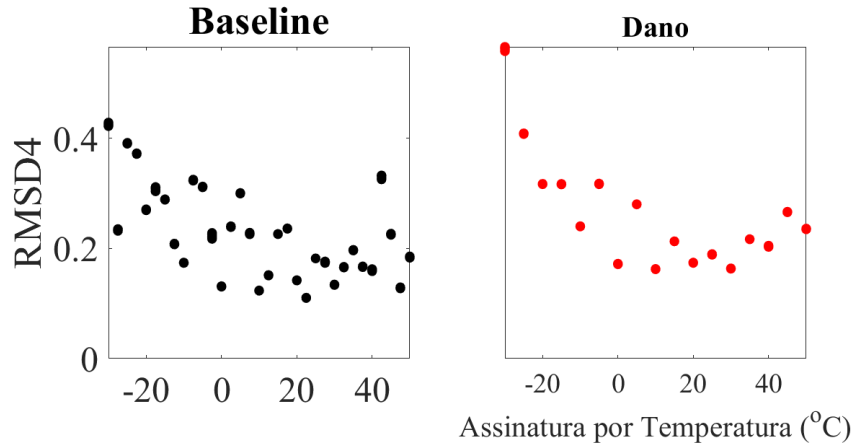
Fonte: Acervo dos autores.

Figura 3.16: Identificação de danos pela métrica RMSD3.



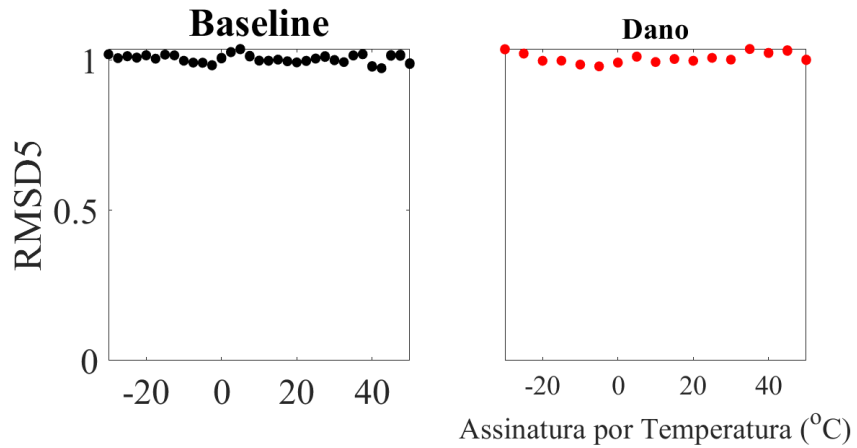
Fonte: Acervo dos autores.

Figura 3.17: Identificação de danos pela métrica RMSD4.



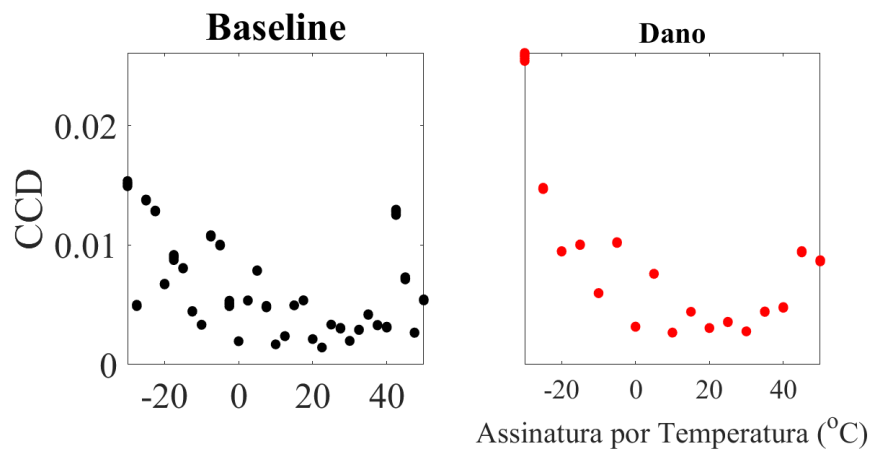
Fonte: Acervo dos autores.

Figura 3.18: Identificação de danos pela métrica RMSD5.



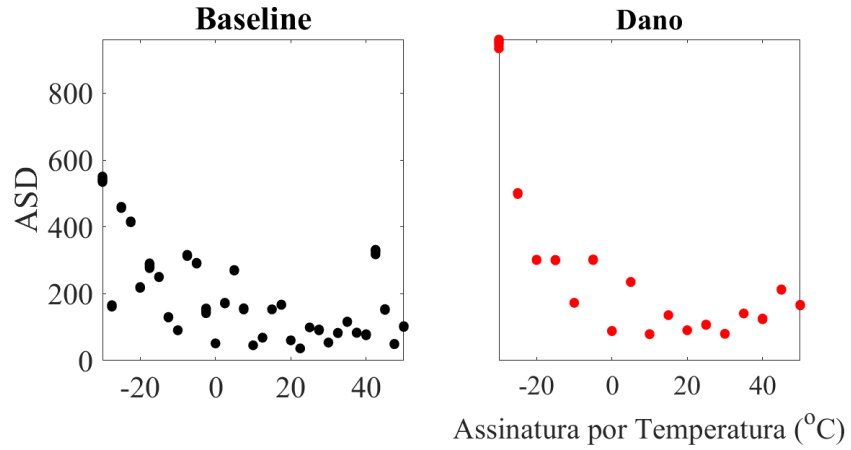
Fonte: Acervo dos autores.

Figura 3.19: Identificação de danos pela métrica CCD.



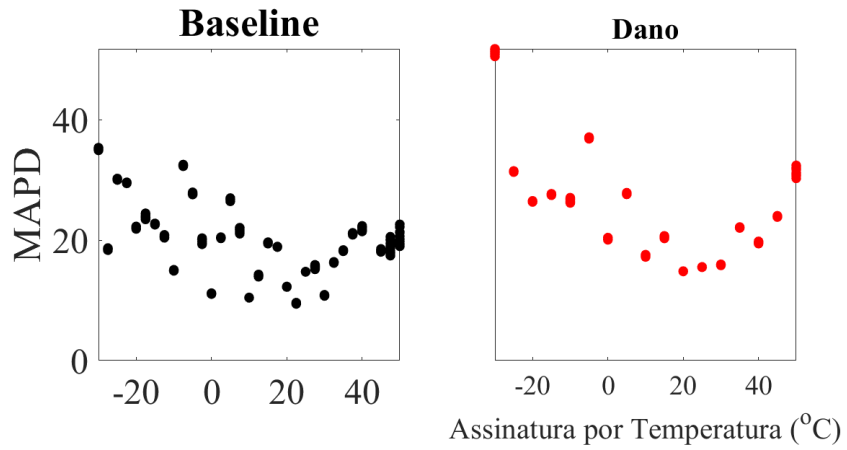
Fonte: Acervo dos autores.

Figura 3.20: Identificação de danos pela métrica ASD.



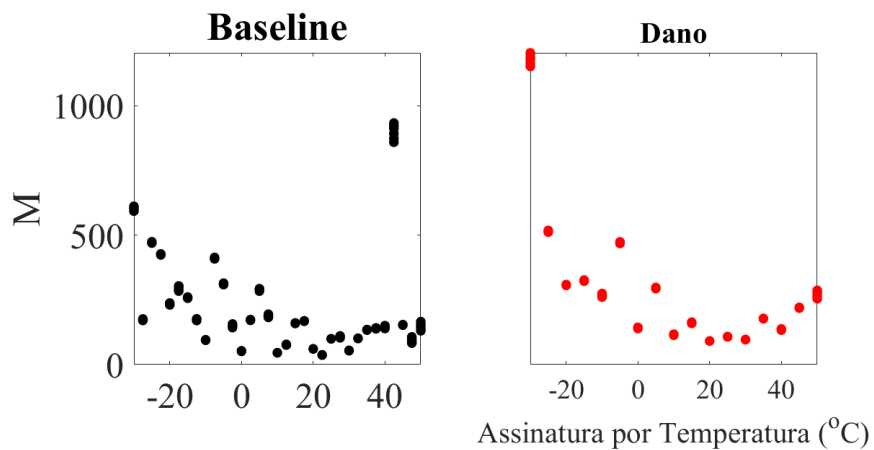
Fonte: Acervo dos autores.

Figura 3.21: Identificação de danos pela métrica MAPD.



Fonte: Acervo dos autores.

Figura 3.22: Identificação de danos pela métrica M.



Fonte: Acervo dos autores.

Nas Figuras 3.13 a 3.22, pode-se observar, em relação aos valores das métricas, que não existe um limiar que possa separar os conjuntos de pontos de *baseline* e danos. Em cada métrica os valores de *baseline* e danos se assemelham significativamente. Essa observação reforça a conclusão de que, nesta aplicação específica, não é possível identificar danos com base nas métricas de impedância utilizadas, dada a similaridade entre os conjuntos de dados.

Neste cenário, o cálculo das diferenças entre o *baseline* e os dados de danos utilizando as métricas escolhidas não se mostram sensíveis o suficiente para identificar danos.

Acredita-se que ou a escolha das métricas pode não ter sido apropriada para o tipo de dano induzido ou os sensores não conseguiram captar as variações das assinaturas de impedância. Este fato pode ter ocorrido devido ao dano induzido ser relativamente pequeno comparado com o tamanho da placa de alumínio.

## 3.6 Conclusão

Com base nos resultados obtidos após a realização dos experimentos e análises detalhadas, fica evidente que o HyFIS supera o ANFIS em termos de desempenho, com um menor valor de CCD. Esses resultados destacam a capacidade do HYFIS na construção de SBRF mais precisos e bem ajustados aos dados de impedância observados neste contexto.

É relevante destacar que a escolha entre HYFIS e ANFIS depende estritamente das exigências particulares de cada projeto. Contudo, os resultados obtidos neste estudo indicam que em cenários, em que a precisão das previsões é de extrema importância, o HYFIS pode ser a escolha mais apropriada.

Essa metodologia detêm relevância significativa para pesquisadores que buscam o aperfeiçoamento das técnicas de SHM e a modelagem de sistemas complexos a partir de medições de impedância.

A ausência de um limiar sugere que, nesta aplicação específica, não foi possível diferenciar dados *baseline* de dados com danos. Uma alternativa para esta situação seria aumentar o dano induzido, através de um maior acréscimo de massa na estrutura.

## Capítulo 4

# Comparação de Redes Neuro-Fuzzy na Identificação de Danos em uma Placa de Aço

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos a partir de um experimento realizado no Campus Glória da UFU em ambiente externo com condições ambientais, em que um sensor PZT foi acoplado a uma chapa de aço de um tanque de armazenamento de combustível. O objetivo principal foi avaliar a sensibilidade da metodologia na detecção de danos na chapa de aço, causados por processos de usinagem. Danos semelhantes foram criados em diferentes ocasiões e a diferentes distâncias do sensor PZT.

Os dados coletados contêm informações sobre temperatura, frequência e impedância. O treinamento das redes neuro-fuzzy, HyFIS e ANFIS, é realizado com temperatura e frequência como variáveis de entrada e impedância como variável de saída. Os SBRF obtidos foram validados usando a métrica CCD, calculada a partir da assinatura coletada, reservada para validação, e a assinatura predita a partir dos SBRF.

Durante a coleta de dados após a introdução dos danos, foram encontradas temperaturas que não estavam presentes nos conjuntos de dados coletados anteriormente. Através da utilização do SBRF, foi possível prever os valores *baseline* em situações em que não havia medições de temperatura específicas. Isso permitiu a comparação desses dados previstos com os dados coletados após a introdução dos danos. Essa abordagem é conhecida como compensação de temperatura para identificação de danos.

Ao manipular valores em condições ambientais, nota-se que a temperatura nem sempre é registrada nos mesmos valores que foram observados nos dados de *baseline*. Dessa forma, com os SBRF obtidos torna-se possível prever os valores *baseline* em situações em que não havia medições de temperatura específicas. Essa capacidade de previsão possibilita a comparação dos dados preditos com os dados coletados após a introdução dos danos. É importante destacar que essa abordagem visa realizar a compensação de temperatura para a identificação de danos.

Neste capítulo são explorados os resultados obtidos e demonstrada como a metodologia se destacou na identificação de danos, incluindo a capacidade de lidar com variações de temperatura que não estavam originalmente presentes nos conjuntos de dados de treinamento.

### 4.1 Experimento

Inicialmente, foram coletados dados da placa sem nenhum tipo de dano, utilizando uma pastilha de PZT. A Figura 4.1 representa a estrutura utilizada para a análise dos dados.

Figura 4.1: Chapa de aço utilizada no experimento.



Fonte: Acervo dos Autores.

No primeiro dano, uma alteração foi realizada em um dos extremos da placa, conforme ilustrado na Figura 4.2. Esse dano foi provocado por meio de um processo de esmerilhamento em uma região específica da placa, ver Figura 4.3. Como a espessura é irregular e para cada ponto específico pode ter uma medida de espessura, é definida uma região medida em 14 pontos diferentes, antes e após efetuar o dano, a fim de quantificar a extensão do esmerilhamento. Observe a representação exibida na Figura 4.4, em que cada ponto destacado representa um dos 15 pontos de medição. Os resultados dessas medições estão detalhados na Tabela 4.1.

Figura 4.2: Dano 1 realizado na placa de aço.



Fonte: Acervo dos Autores.

Tabela 4.1: Espessuras da placa, em  $mm$ , antes e após o dano 1.

Antes do Dano			Após o Dano		
5,0	4,96	5,0	2,38	2,96	3,08
5,0	5,04	5,08	3,0	3,34	3,11
4,96	5,0	5,09	2,96	2,42	2,8
4,82	5,05	5,0	2,88	3,15	2,34
5,0	5,0	4,97	2,92	2,65	2,73

Fonte: Acervo dos autores.



Figura 4.3: Esmerilhamento.



Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 4.4: Representação do processo de medição da região do dano 1.

(a) Pontos de medição antes de efetuar o dano.      (b) Pontos de medição após efetuar o dano.



Fonte: Acervo dos Autores.

A abordagem metodológica adotada para o segundo dano foi semelhante à do primeiro, que foi realizada na região do extremo oposto ao dano 1. No entanto, após a introdução do dano, duas medições foram realizadas: uma imediatamente após o esmerilhamento e a outra alguns dias depois, na mesma região afetada pelo dano 2. Durante a segunda medição, foi observada uma alteração na espessura da placa, acompanhada por um pequeno aumento de massa, Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Espessuras da placa, em *mm*, antes e após o dano 2.

Antes do Dano			Logo após o Dano			Dias após o Dano		
6,02	5,57	6,12	2,22	2,57	3,04	2,69	3,35	2,5
5,65	5,39	5,22	2,38	2,15	2,53	2,96	2,77	2,42
6,0	5,44	6,04	2,57	2,69	3,31	2,19	3,0	2,73
5,61	5,82	5,91	2,8	2,88	2,74	3,0	2,22	2,46
5,44	6,29	5,54	2,96	2,77	3,23	2,77	2,26	2,53

Fonte: Acervo dos autores.

Essas alterações na espessura da placa e no aumento de massa podem ser explicadas pela exposição da região danificada ao ambiente. Isso pode ter levado à oxidação do metal, resultando em um acréscimo de massa devido à formação de óxidos metálicos na superfície da placa. Com o aumento da temperatura, esse processo pode ter sido acelerado.

Nos danos 3 e 4, seguiu-se a mesma abordagem utilizada no dano 2, realizando medições imediatamente após a introdução do dano e novamente após alguns dias. O processo de esmerilhamento foi executado da mesma forma. Nas Tabelas 4.3 e 4.4 estão representados os valores da espessura de cada região, a partir dos danos 3 e 4, respectivamente.

Tabela 4.3: Espessuras da placa, em *mm*, antes e após o dano 3.

Antes do Dano			Logo após o Dano			Dias após o Dano		
5,18	5,09	4,96	2,88	3,06	2,07	2,57	4,08	2,61
5,18	5,13	5,09	2,77	3,08	2,11	2,77	3,95	2,84
5,13	5,04	5,0	3,04	2,92	2,42	3,44	3,8	2,42
5,15	5,13	5,13	3,08	2,96	2,22	3,19	3,82	2,5
5,13	5,14	5,14	3,08	2,11	2,35	3,82	3,0	2,15

Fonte: Acervo dos autores.

Tabela 4.4: Espessuras da placa, em *mm*, antes e após o dano 4.

Antes do Dano			Logo após o Dano			Dias após o Dano		
5,18	5,18	5,25	3,11	2,65	1,57	3,15	2,65	1,77
5,26	5,18	5,18	2,57	3,33	1,83	2,96	3,08	1,76
5,27	5,18	5,18	2,38	2,69	1,74	2,77	2,03	2,38
5,13	5,16	5,22	2,65	2,77	1,67	3,2	2,15	1,8
5,31	5,26	5,13	3,19	1,74	1,61	2,88	2,07	2,36

Fonte: Acervo dos autores.

No entanto, no dano 5, o dano foi causado por meio de usinagem, que é um processo técnico de remoção de material por meio de uma ferramenta de corte. A usinagem envolve o movimento relativo entre a peça (a chapa de aço, neste caso) e a ferramenta de corte, resultando na remoção de material da peça. Neste cenário, as medições da espessura da placa foram realizadas somente após a introdução do dano.

Tabela 4.5: Espessuras da placa, em *mm*, antes e após o dano 5.

Antes do Dano			Após o Dano		
5,22	5,13	5,18	3,08	3,11	2,46
5,35	5,11	5,18	3,23	3,44	2,53
5,09	5,26	5,0	3,56	2,73	2,5
5,0	5,09	4,92	3,69	2,88	2,38
5,09	5,13	5,13	3,48	2,84	2,3

Fonte: Acervo dos autores.

Para realizar a medição nesses pontos da placa foi utilizada a técnica de medição da espessura de uma placa por meio do ultrassom, também conhecida como ultrassonografia de

Figura 4.5: Técnica para medir a espessura da placa em um ponto.



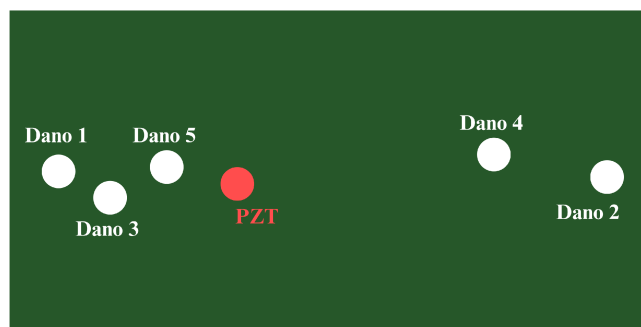
Fonte: Acervo dos Autores.

espessura, envolve o uso de ondas ultrassônicas para determinar a espessura de materiais, incluindo placas metálicas, ver Figura 4.5.

Segundo Andreucci (2003), um transdutor de ultrassom emite ondas ultrassônicas de alta frequência na superfície da placa. Essas ondas se propagam através do material. Quando as ondas ultrassônicas encontram a interface entre o material da placa e o ar ou outro meio, uma parte das ondas é refletida de volta para o transdutor. Essa reflexão ocorre porque há uma diferença nas propriedades acústicas entre o material da placa e o ar.

As regiões dos danos foram intercaladas estrategicamente. Como ilustrado na Figura 4.6, os danos 1, 3 e 5 estão mais próximos do PZT, que é responsável por coletar informações da placa. É razoável supor que a variação da impedância da placa seja mais notável nessas áreas.

Figura 4.6: Localização dos danos.



Fonte: Acervo dos Autores.

A próxima seção são apresentados todos os dados referentes ao experimento descrito anteriormente, aprofundando-se nas análises e resultados obtidos.

## 4.2 Dados do Experimento

Este experimento envolveu um conjunto de dados experimentais com 5.000 pontos de frequência e 1.949 assinaturas de referência coletadas em uma faixa de temperatura que variou de 8,93°C a 30,52°C. No total, foram identificadas 107 temperaturas distintas. Para cada

combinação de frequência e temperatura, determinou-se a impedância associada, que correspondeu à mediana das assinaturas de referência coletadas a essa temperatura. Para treinar os sistemas HyFIS e ANFIS, as rotinas de treinamento foram executadas 2.500 vezes. Durante esse treinamento, considerou-se a utilização de duas variáveis de entrada e uma de saída, como discutido no Capítulo 3.

As configurações das variáveis de entrada e saída, para cada treinamento, foram as seguintes:

- 1 Entrada: A variável de temperatura ( $t$ ) foi definida para o treinamento, abrangendo desde a temperatura mais baixa, 8, 93°C, até a temperatura mais alta, 30, 52°C, totalizando 81 temperaturas diferentes.
- 2ª Entrada: A variável de frequência ( $f$ ) foi configurada com dois valores consecutivos do experimento, representando os extremos dos intervalos de treinamento.
- Saída Única: A variável de parte real da impedância ( $i$ ) foi definida com base na combinação das variáveis de entrada, para cada treinamento, valores de 81 temperaturas combinados com 2 frequências resulta em um total de 162 valores de impedância.

As temperaturas que não foram usadas durante o treinamento foram reservadas para a validação. Essas temperaturas foram selecionadas, em ordem crescente, uniformemente espaçadas em relação a sua posição. As temperaturas extremas, foram excluídas para garantir que as amostras de validação permanecessem dentro do intervalo de treinamento.

Conforme sugerido por Bishop e Nasrabadi (2006), a proporção de dados a serem alocados para treinamento e validação pode variar de acordo com o tamanho do conjunto de dados e a natureza do problema. No contexto deste experimento, optou-se por alocar 24% dos dados para validação, resultando em 26 assinatura e deixando 76% das 107 assinaturas para o treinamento. Na Tabela 4.6 estão apresentados os valores de temperatura, que determina as assinaturas usados para treinamento e validação.

Tabela 4.6: Temperaturas (°C) registradas no experimento.

Utilizadas no treinamento	Utilizadas para validação
8,93 9,09 9,25 9,57 9,73 11,34 11,67	9,41 11,50 12,15 12,79 13,44 14,08
11,83 11,99 12,31 12,47 12,63 12,96 13,12	14,73 15,37 16,02 16,66 17,31 17,95
13,28 13,60 13,76 13,92 14,24 14,41 14,57	18,59 19,24 19,88 20,53 21,17 21,98
14,89 15,05 15,21 15,53 15,69 15,86 16,18	22,62 23,27 23,91 24,72 25,84 26,49
16,34 16,50 16,82 16,98 17,14 17,47 17,63	27,13 28,58
17,79 18,11 18,27 18,43 18,76 18,92 19,08	
19,40 19,56 19,72 20,04 20,21 20,37 20,69	
20,85 21,01 21,49 21,66 21,82 22,14 22,30	
22,46 22,78 22,94 23,11 23,43 23,59 23,75	
24,07 24,23 24,39 25,04 25,20 25,52 26,01	
26,17 26,33 26,65 26,81 26,97 27,29 27,78	
28,10 28,75 29,39 30,52	

Fonte: Acervo dos autores.

Com base nesses dados, foram construídos os SBRF, cujos resultados são detalhados nas seções subsequentes.

### 4.2.1 Dados de Danos

Para este experimento, na chapa de aço onde o sensor PZT foi implantado, foram deliberadamente introduzidos, por meio de um processo de esmerilhamento e usinagem, cinco danos semelhantes, em regiões diferentes. Isso foi realizado com o propósito de avaliar a capacidade do sistema de detecção, especificamente examinando os SBRF gerados durante o treinamento com os dados de referência.

O primeiro dano resultou em 3896 assinaturas distintas, cada uma composta por 5000 frequências, com uma variação de temperatura entre  $8,93^{\circ}\text{C}$  e  $30,52^{\circ}\text{C}$ . Em relação ao segundo dano, foram coletadas 227 assinaturas, com a temperatura oscilando entre  $9,57^{\circ}\text{C}$  e  $27,94^{\circ}\text{C}$ . Para o terceiro dano, registrou-se 1011 assinaturas, com a temperatura variando de  $8,93^{\circ}\text{C}$  a  $30,52^{\circ}\text{C}$ . O quarto dano produziu 881 assinaturas, com uma faixa de temperatura entre  $9,41^{\circ}\text{C}$  e  $30,52^{\circ}\text{C}$ . Por fim, o quinto dano resultou em 1516 assinaturas, com uma variação de temperatura de  $10,05^{\circ}\text{C}$  a  $30,52^{\circ}\text{C}$ .

## 4.3 Resultados obtidos na Avaliação dos Modelos gerados a partir das Redes Neuro-Fuzzy

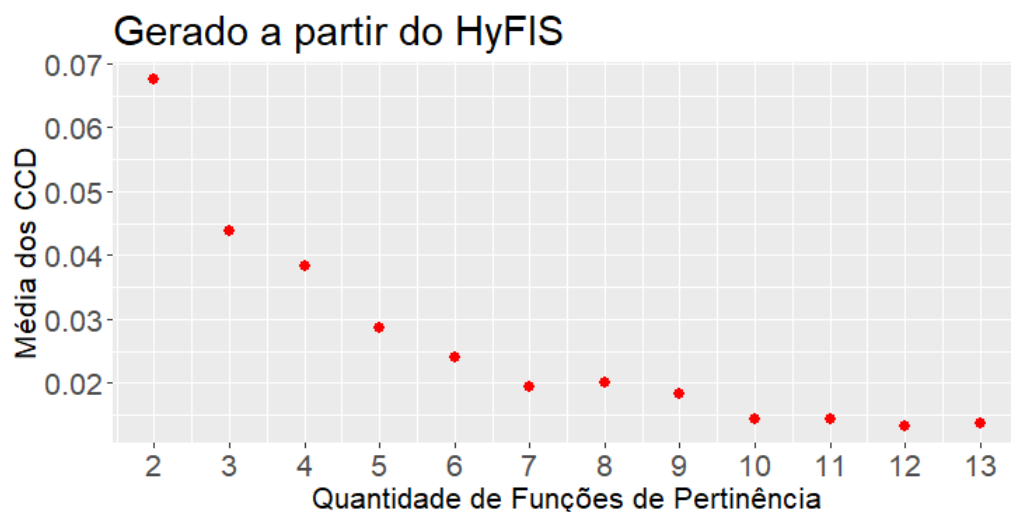
Neste estudo, foram gerados 2500 SBRF para cada análise de diferentes funções de pertinência. Em resumo, para cada quantidade de funções de pertinência variando de 2 a 13, um conjunto de 2500 SBRF foi gerado, em cada rede neural.

A partir dos dados coletados, foram empregadas as redes neuro-fuzzy, HyFIS e ANFIS, utilizando os mesmos parâmetros de entrada discutidos no Capítulo 3. Uma distinção crucial nesta análise é a fixação de 2 frequências por intervalo e a quantidade de funções de pertinência do tipo gaussiana, que nesta análise está variando de duas a treze.

Inicialmente, realizou-se uma análise para determinar qual combinação de funções de pertinência produziu os melhores resultados, em ambas redes neurais.

Na Figura 4.7 estão representadas as médias dos CCD das assinaturas para cada quantidade de funções de pertinência distintas, geradas a partir do HyFIS, para todas as temperaturas e frequências.

Figura 4.7: Média dos CCD para cada quantidade de função de pertinência - HyFIS.

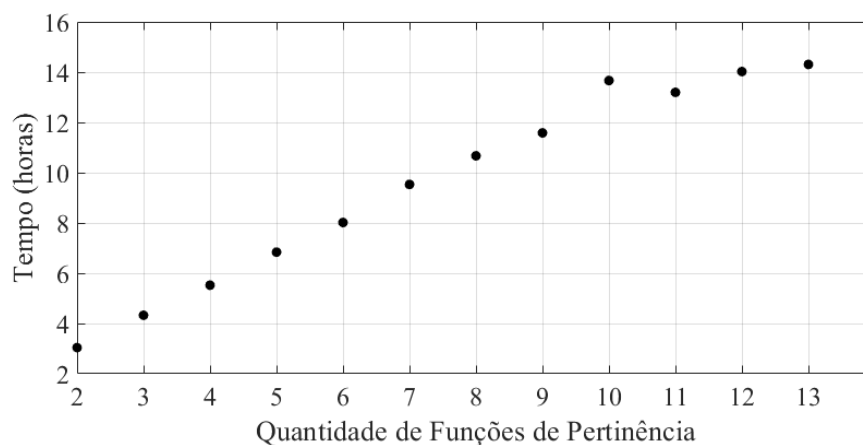


Fonte: Acervo dos Autores.

Dentre as diferentes quantidades de funções testadas, aquela que obteve o melhor resultado no HyFIS com base no CCD é o modelo com 13 funções de pertinência. Para essa combinação, a média do CCD foi de 0,0138, com o menor CCD sendo 0,004199 e o maior sendo 0,041601.

Como o presente estudo envolve a análise computacional do desempenho de um sistema, as configurações da máquina utilizada foram registradas. O computador em questão revelou-se equipado com um processador Intel(R) Core(TM) i5-10500 CPU @ 3.10GHz, 3101 Mhz, modelo do sistema OptiPlex 5080 e uma quantidade de 8,00 GB de RAM. Na Figura 4.8 está sendo representado o gráfico temporal resultante, plotando a quantidade de funções de pertinência em relação ao tempo de processamento da rede neuro-fuzzy HyFIS, no qual exibiu uma tendência. Observa-se que, à medida que a quantidade de funções de pertinência aumenta, o tempo de processamento segue uma trajetória ascendente, atingindo seu ponto máximo em 14,307 horas e alcançando o mínimo em 3,041 horas.

Figura 4.8: Tempo de processamento para cada configuração das funções de pertinência - HyFIS.



Fonte: Acervo dos Autores.

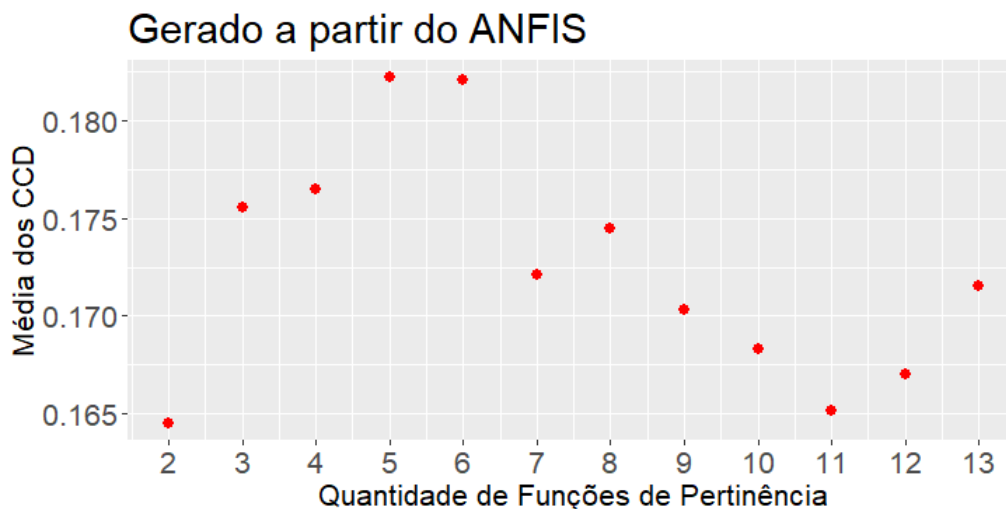
Vale ressaltar que o treinamento do sistema em questão é uma operação singular, realizada apenas uma vez com os dados disponíveis, para este experimento. Uma vez que o modelo tenha sido treinado, torna-se possível utilizar SBRF gerado para conduzir de forma eficiente a compensação de temperatura. Esta abordagem simplificada oferece não apenas uma economia substancial de recursos computacionais, mas também demonstra a generalização do modelo treinado. Ao empregar o SBRF, obtido durante o processo de treinamento, é possível realizar a compensação de temperatura de maneira precisa. Sendo essa estratégia uma ferramenta pronta para uso contínuo.

Na Figura 4.9 estão representadas as médias dos CCD das assinaturas para cada quantidade de funções de pertinência distintas, geradas a partir do ANFIS, para todas as temperaturas e frequências.

Dentre as diferentes quantidades de funções testadas, aquela que obteve o melhor resultado no ANFIS com base no CCD é o modelo com 2 funções de pertinência. Para essa combinação, a média do CCD foi de 0,1645319, com o menor CCD sendo 0,137737 e o maior sendo 0,203515.



Figura 4.9: Média dos CCD para cada quantidade de função de pertinência - ANFIS.

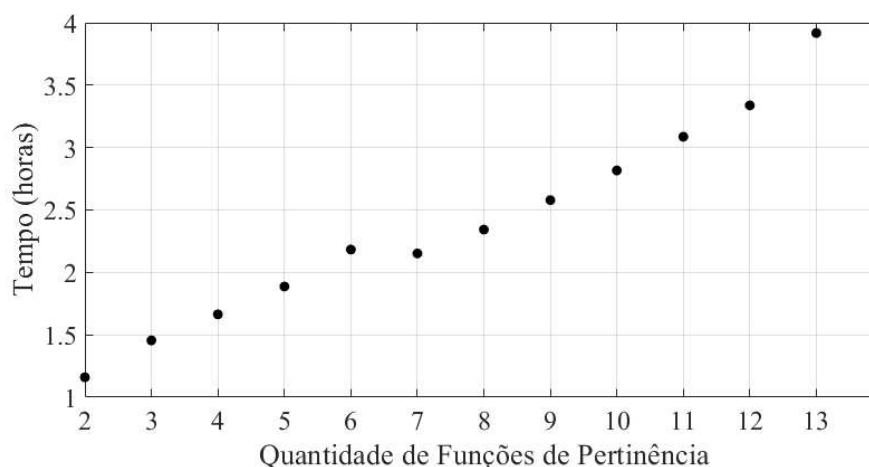


Fonte: Acervo dos Autores.

Da mesma forma, utilizando a mesma máquina, que obteve os SBRF a partir do HyFIS, o processo foi realizado para o ANFIS. Na Figura 4.10 está representado o gráfico da quantidade de funções de pertinência em relação ao tempo de processamento da rede neuro-fuzzy ANFIS, no qual observou o mesmo comportamento. Conforme aumenta a quantidade de funções de pertinência aumenta o tempo de processamento, sendo o maior tempo 3,918 horas e menor tempo 1,16 horas.

Os tempos para gerar os SBRF através do ANFIS foi menor do que os gerados pelo HyFIS na mesma máquina. Apesar disso, note que o menor valor do CCD obtido pelo ANFIS é maior que o maior valor do CCD obtido pelo HyFIS, como pode ser observado nas Figuras 4.9 e 4.7.

Figura 4.10: Tempo de processamento para cada configuração de funções de pertinência - ANFIS.

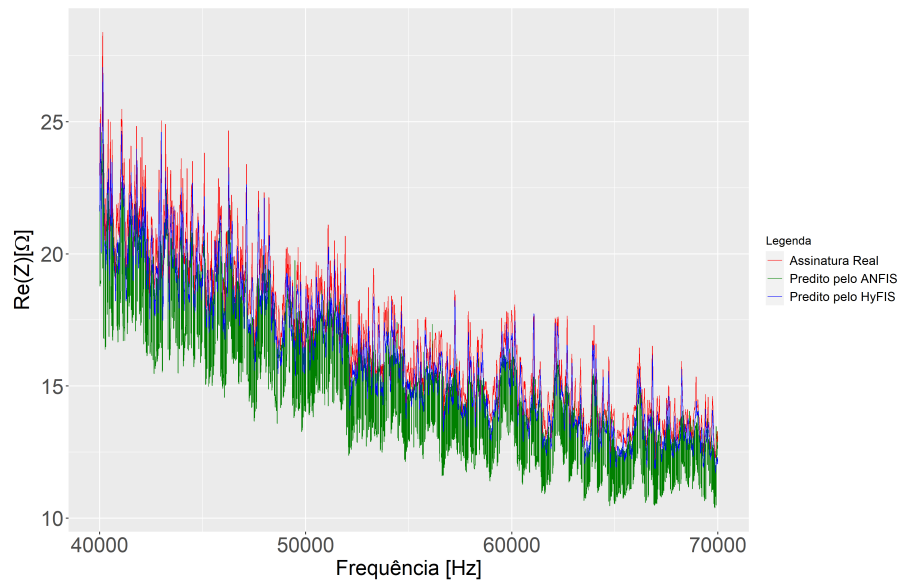


Fonte: Acervo dos Autores.

O objetivo com as análises de CCD apresentadas nesta seção é somente de validação dos modelos, seja obtidos via HyFIS ou com a ANFIS.

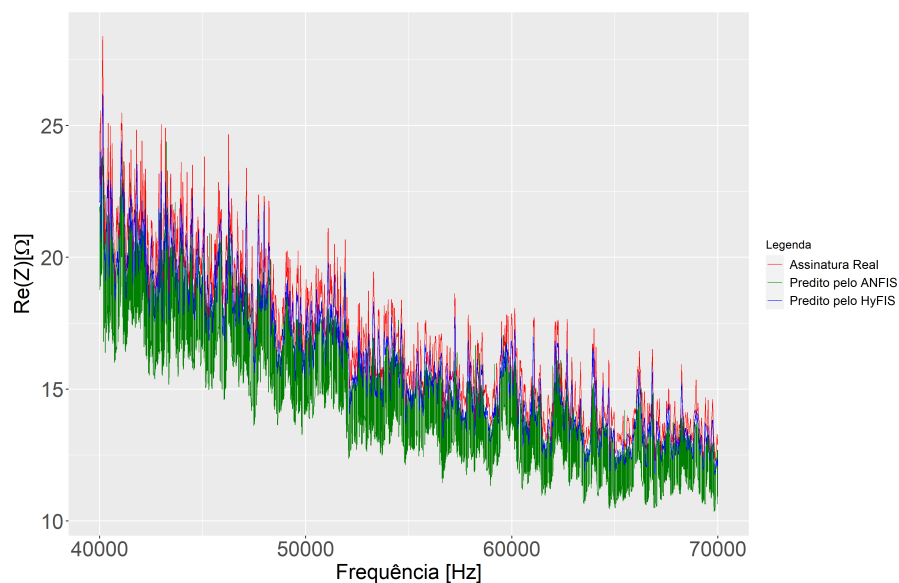
Foi realizada também a validação a partir da análise gráfica. Para viabilizar a comparação assinatura coleta (real) e predita, numa determinada temperatura de validação, conforme Tabela 4.6. Dois exemplos de cada uma das redes são apresentados nas Figuras 4.11 e 4.12, foi escolhido a combinação de menor CCD para ANFIS e HyFIS, respectivamente.

Figura 4.11: Curvas de impedância predida pelos SBRF gerados a partir do HyFIS e do ANFIS com 2 funções de pertinência na temperatura: 19, 24°C.



Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 4.12: Curvas de impedância predida pelos SBRF gerados a partir do HyFIS e do ANFIS com 13 funções de pertinência na temperatura: 23, 91°C.



Fonte: Acervo dos Autores.



## 4.4 Compensação de Temperatura na Identificação de Danos

A previsão e geração de uma assinatura com base em um SBRF devem ser realizadas apenas para valores de temperatura que se enquadrem no intervalo registrado durante a fase de referência. Qualquer previsão fora desse intervalo pode ser altamente imprecisa. Portanto, apenas as assinaturas em que a temperatura está dentro do intervalo de treinamento são consideradas para prever um SBRF.

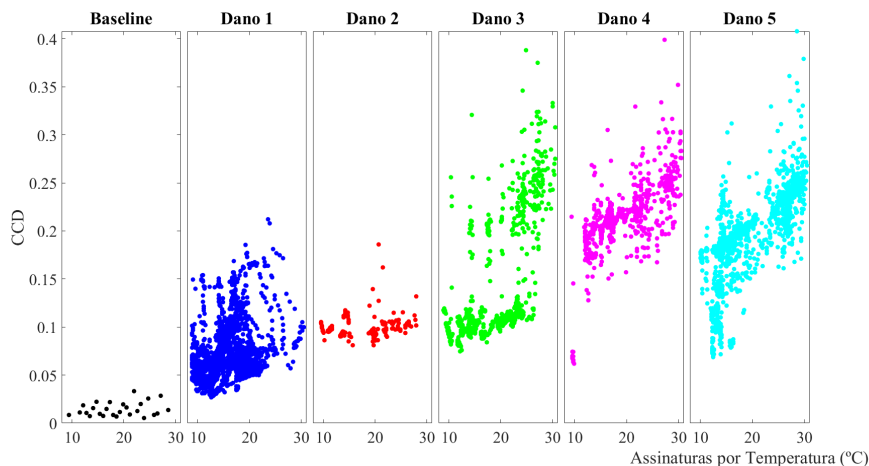
Essa informação é valiosa, uma vez que algumas temperaturas coletadas durante a ocorrência de danos podem não estar incluídas no conjunto de dados coletados durante a fase de referência, mas ainda estão dentro do intervalo. Assim, os SBRF conseguem prever o valor de referência de temperaturas que não estão no conjunto, mas ainda estão dentro do intervalo. Qualquer outro dado com temperatura fora do intervalo de treinamento é descartado.

Nas Figuras 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17, 4.18, 4.19, 4.20 e 4.21, é possível observar os valores de todas as métricas discutidas na Seção 2.4, determinadas de acordo com as assinaturas que representam danos específicos. As assinaturas foram separadas com base nos tipos de danos e nos dados de referência, em que, para cada situação, a medição foi realizada em um momento de coleta distinto, resultando em um ciclo diferente para cada conjunto de dados. As métricas foram calculadas considerando a mediana da assinatura real coletada por temperatura e a assinatura de referência prevista pelo SBRF.

Os dados com danos foram coletados considerando o acúmulo do esmerilhamento em diferentes regiões da placa, a partir do Dano 1. Assim, espera-se que os valores das métricas sejam crescentes em relação a cada dano.

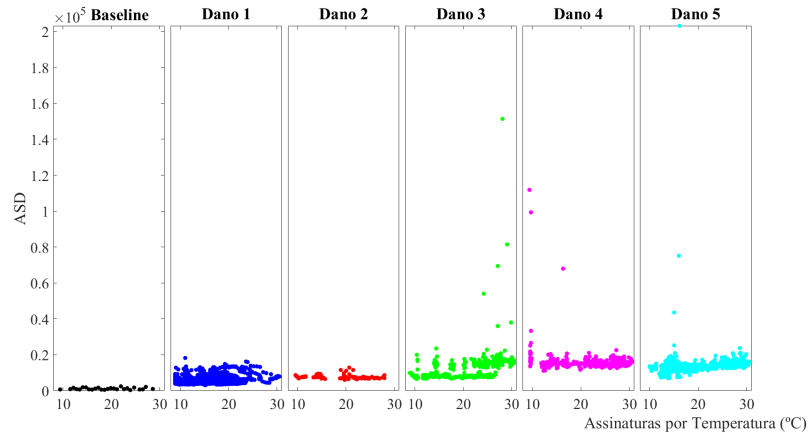
A análise da evolução dos valores das métricas ao longo dos ciclos revela que, para cada tipo de dano, os valores aumentaram, com exceção da RMSD5. Nota-se que os danos 1 e 3 apresentaram os maiores picos de crescimento em comparação com os outros danos, possivelmente devido à distância desses danos em relação ao PZT, conforme ilustrado na Figura 4.6.

Figura 4.13: Identificação de danos pela métrica CCD.



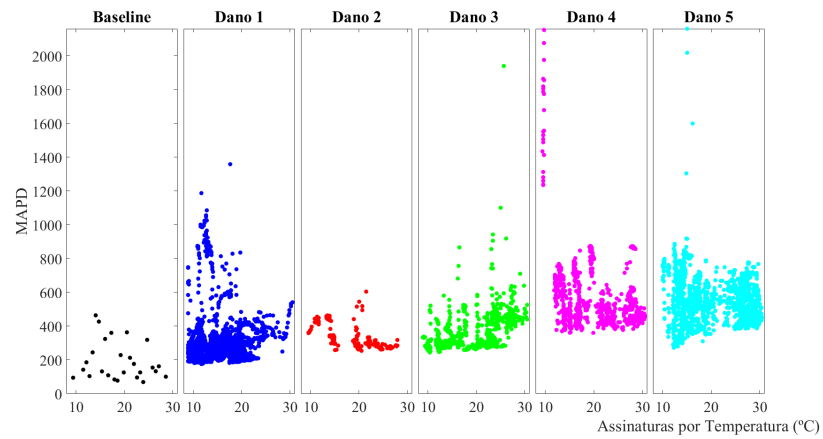
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 4.14: Identificação de danos pela métrica ASD.



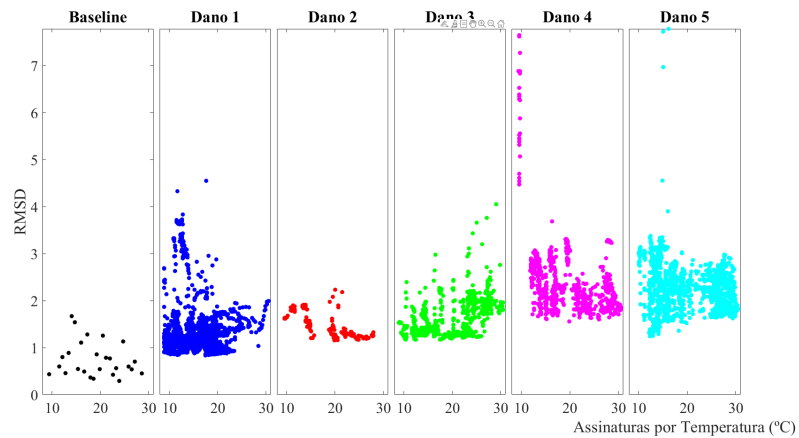
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 4.15: Identificação de danos pela métrica MAPD.



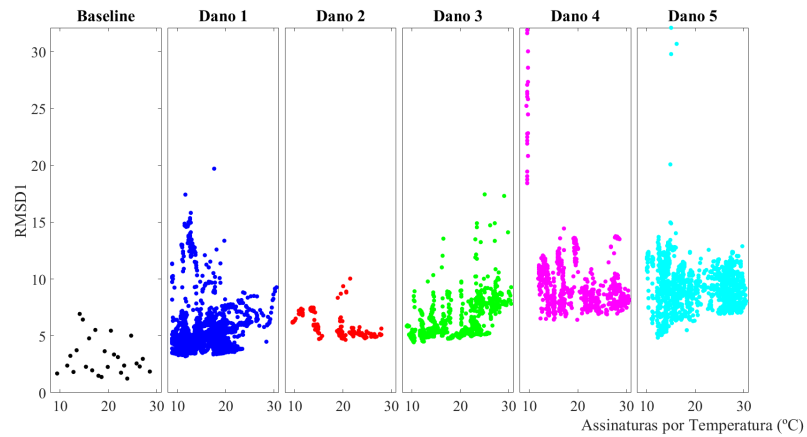
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 4.16: Identificação de danos pela métrica RMSD.



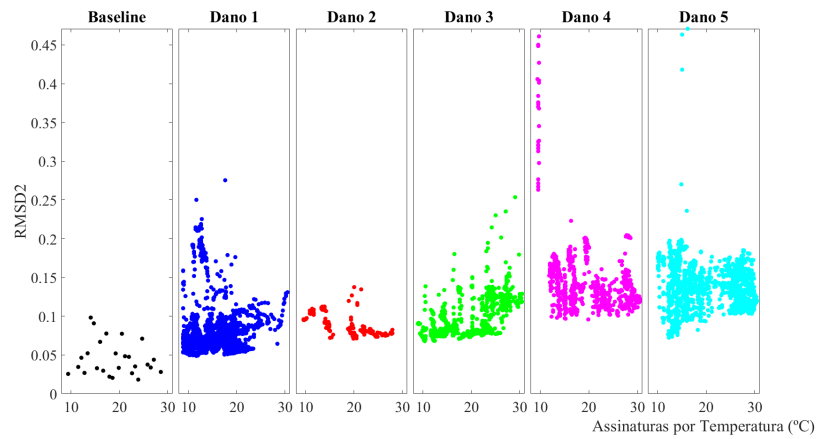
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 4.17: Identificação de danos pela métrica RMSD1.



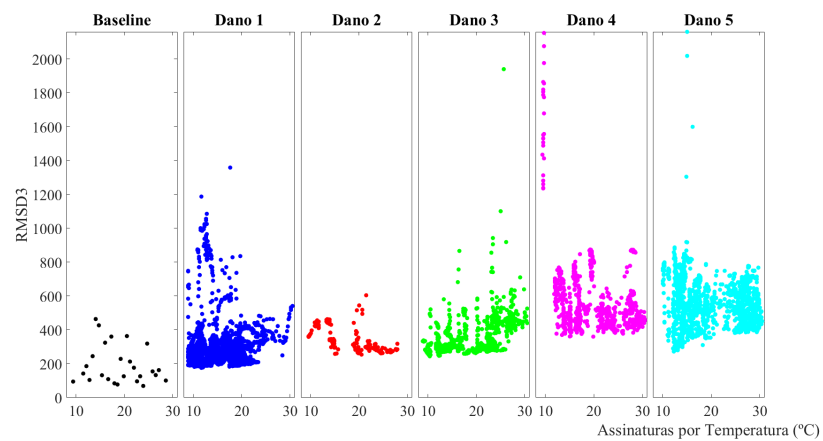
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 4.18: Identificação de danos pela métrica RMSD2.



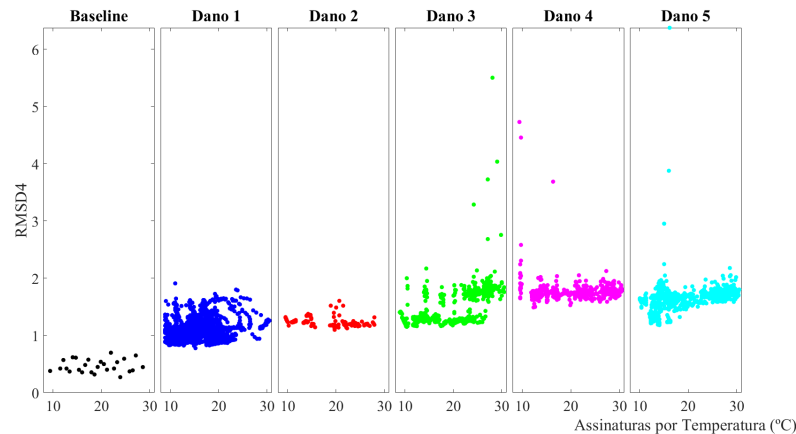
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 4.19: Identificação de danos pela métrica RMSD3.



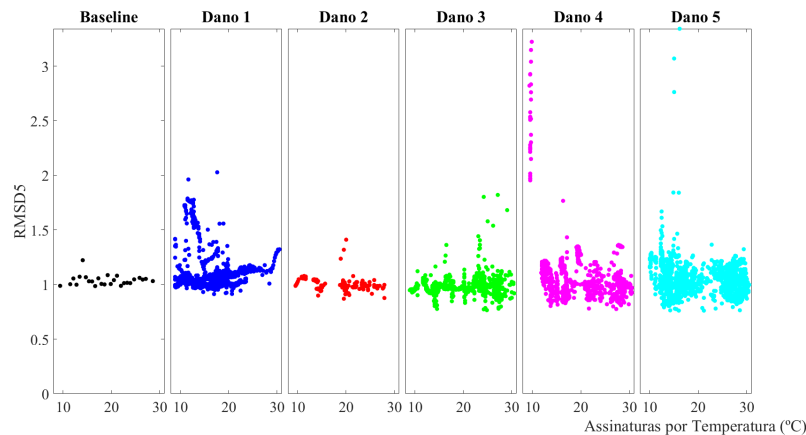
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 4.20: Identificação de danos pela métrica RMSD4.



Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 4.21: Identificação de danos pela métrica RMSD5.



Fonte: Acervo dos Autores.

Apesar das médias das medições indicarem valores menores para o estado saudável da estrutura em comparação com as medições realizadas quando há danos, algumas das métricas observadas nos gráficos não é viável fazer uma distinção segura entre os estados sem danos e os estados danificados. Portanto, pode-se inferir que essas métricas não possuem sensibilidade adequada para detectar os danos utilizados no experimento.

Outros indicadores, como o RMSD 4, ASD e o CCD, demonstram uma sensibilidade superior às métricas anteriores neste contexto, tornando viável a distinção entre os estados com danos e os estados sem danos, conforme Figuras 4.13, 4.14 e 4.20.

## 4.5 Conclusão

Comparando com os dados do Capítulo 3 o CCD de forma geral foi maior, e é justificado pelo fato dos dados nesta análise serem mais conturbados e menos previsíveis já que está sob condições ambientes. No entanto, da mesma forma pode-se observar uma significativa melhora do HyFIS em relação ao ANFIS para realizar as previsões neste conjunto de dados.

A partir dos resultados e análises detalhadas apresentadas no capítulo, conclui-se que a metodologia utilizada, baseada em redes neuro-fuzzy HyFIS, se mostrou eficaz na detecção

e identificação de danos em uma chapa de aço de um tanque de combustível. O experimento envolveu a coleta de dados em várias temperaturas e frequências, que foram usados para treinar os sistemas. A introdução controlada de danos na chapa de aço, por meio de processos como esmerilhamento e usinagem, permitiu avaliar a capacidade dos SBRF na detecção de alterações na estrutura da chapa.

Observa-se que a variação de temperatura influenciou significativamente as medições de impedância. No entanto, a metodologia demonstrou ser capaz de compensar essas variações de temperatura e prever os valores de *baseline* em situações em que não houve medição específica de temperatura. Isso permitiu uma comparação mais precisa entre os dados previstos e os dados coletados após a introdução dos danos, evidenciando a utilidade da abordagem de compensação de temperatura na identificação de danos.

Os resultados evidenciam que, nos casos analisados, as métricas RMSD4, ASD e CCD se destacam pela sua sensibilidade e seriam as mais apropriadas para um sistema de monitoramento estrutural nesse cenário. Em uma situação prática, é recomendável experimentar essas métricas e determinar quais são as mais sensíveis para o tipo específico de dano sob monitoramento.

## Capítulo 5

# Comparação de Redes Neuro-Fuzzy na Identificação de Danos em uma Seção do Teto de um Tanque de Armazenamento de Combustível

Neste capítulo, o algoritmo das redes neuro-fuzzy foi aplicado a dados oriundos de um experimento desenvolvido no Campus Santa Mônica da Universidade Federal de Uberlândia para compensação de temperatura de uma seção circular de um protótipo de um teto de tanque de armazenamento de combustível cujo formato é ilustrado na Figura 5.1. Neste estudo também, o monitoramento da estrutura é realizado por meio da impedância eletromecânica e, portanto, as variáveis de entrada são temperatura ( $^{\circ}C$ ) e frequências ( $Hz$ ) nas quais a impedância eletromecânica foi coletada.

Figura 5.1: Seção circular de um protótipo de um teto de tanque de armazenamento de combustível.

(a) Vista frontal da seção do teto do tanque. (b) Vista ampla da seção do teto do tanque.



Fonte: Acervo dos autores.

Após a coleta de dados com informações sobre o conjunto de ternas (temperatura, frequência e impedância), deu-se início à fase crucial de treinamento desses dados. Esta etapa tinha como objetivo a construção dos SBRF, empregando as redes neurais HyFIS e ANFIS. Subsequentemente, os sistemas foram minuciosamente avaliados por meio da métrica CCD, estabelecendo uma comparação precisa com os dados destinados à validação.

Durante a coleta de dados subsequente à introdução dos danos, verificou-se a presença de temperaturas não anteriormente registradas nos conjuntos de dados coletados. A aplicação

do SBRF possibilitou a antecipação dos valores *baseline* em cenários desprovidos de medições de temperatura específicas.

## 5.1 Experimento

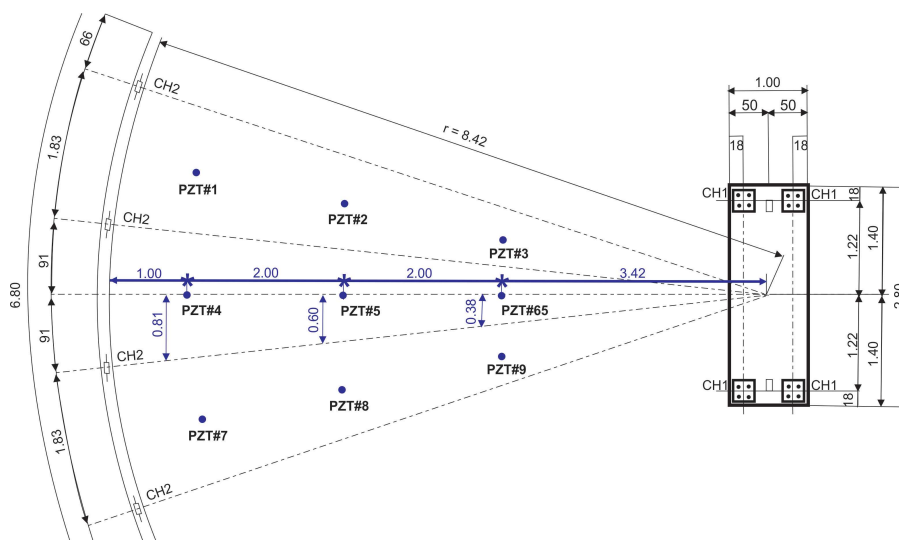
Para realizar a coleta de dados da estrutura é instalado nove pastilhas de PZT na estrutura em pontos estratégicos. Na Figura 5.2(a) é apresentado alguns dos nove PZT distribuídos na seção do teto do tanque, proporcionando uma visão da parte superior da seção circular do teto do tanque. A disposição precisa dos sensores na planta da estrutura é destacada na Figura 5.2(b), evidenciando a abrangência da rede de monitoramento. Toda metodologia descrita é realizada para cada um dos PZT instalados no protótipo.

Figura 5.2: Configuração dos PZT na seção do teto do tanque e distribuição dos mesmos.

(a) Vista dos PZT instalados na seção circular do teto do tanque.



(b) Planta da estrutura com a distribuição dos pastilhas de PZT.



Fonte: Acervo dos Autores.

Os dados coletados citados anteriormente são utilizados para a aquisição de assinaturas *baseline*, processo fundamental no monitoramento e análise de dados. As assinaturas *baseline* fornecem um ponto de referência para comparar as medições e identificar desvios ou anomalias. Após realizar a coleta de tais assinaturas, foi realizado um desgaste em um ponto específico na



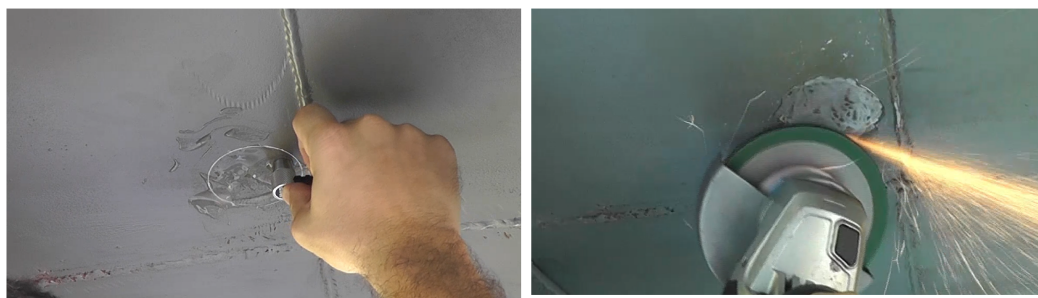
seção do tanque para que assim possa ser utilizado as redes neuro-fuzzy e realizar a identificação deste dano.

Durante o experimento, foi realizada uma medição da espessura da chapa de aço, conforme exibido na Figura 5.3(a), para quantificar a massa retirada após o esmerilhamento. Antes do desgaste, a espessura da chapa de aço foi registrada 5,09 mm, enquanto após o processo de desgaste controlado, a espessura, em uma região, foi reduzida para 3,28 mm, evidenciando o impacto substancial do desgaste na integridade estrutural da chapa. Este procedimento permitiu uma análise detalhada das mudanças na espessura e ofereceu *insights* sobre a degradação material decorrente do desgaste.

Na Figura 5.3(b) é ilustrado o processo de desgaste controlado na superfície da chapa de aço. Foram aplicadas forças e condições específicas para simular cenários realistas de desgaste, levando a uma redução significativa na espessura da chapa. A visualização do processo de desgaste ofereceu uma compreensão mais aprofundada dos mecanismos de degradação e envelhecimento enfrentados por materiais expostos a condições ambientais desafiadoras.

Figura 5.3: Processo de dano na seção circular do teto do tanque.

(a) Medição da espessura da estrutura durante o experimento de danos. (b) Processo de desgaste induzido na superfície da estrutura.



Fonte: Acervo dos Autores.

Assim como nos Capítulos 3 e 4 são utilizadas as redes neuro-fuzzy, HyFIS e ANFIS, para realizar a compensação de temperaturas e identificação de danos, resultando na formação dos SBRF. A partir disso, com os dados obtidos pela predição dos SBRF criados, utiliza-se o CCD para realizar a comparação entre as duas redes neuro-fuzzy.

## 5.2 Dados do Experimento

Os dados iniciais, que foram utilizados como referência (*baseline*), resultaram em um total de 4320 assinaturas registradas por cada um dos nove PZT durante 144 ciclos de medições. Cada ciclo compreendeu 30 coletas, e a execução de cada ciclo se estendeu ao longo de seis horas. Vale destacar que, devido às variações nas condições ambientais, os dados coletados em cada ciclo refletiram diferentes temperaturas.

Da mesma forma que foram coletados as assinaturas *baseline*, foi realizada a coleta de dados da estrutura com danos. Para cada pastilha de PZT, registrou-se 390 assinaturas em um total de 13 ciclos de medições, cada um compreendendo 30 coletas. É relevante observar que as temperaturas registradas na placa com danos diferiram, em alguns pontos, daquelas observadas durante a aquisição dos dados de referência. Na seção 5.3, é apresentada a metodologia que é empregada para lidar com essa situação específica.

As assinaturas de um mesmo ciclo podem ser coletadas em temperaturas diferentes. Na construção dos SBRF é considerada a assinatura mediana por temperatura. Dessa forma, no



PZT1, por exemplo, foram consideradas 255 assinaturas dentre as 4320 disponíveis, por terem muitas assinaturas com a mesma temperatura.

Desse modo, para cada pastilha de PZT, são selecionadas assinaturas dentre as 4320 disponíveis. Os dados empregados na metodologia aplicada a cada pastilha de PZT estão detalhadamente descritos na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Quantidade de elementos em cada variável em cada PZT.

PZT	Temperaturas	Frequências	$Re(Z)$
1	255	990	252.450
2	273	990	270.270
3	273	990	270.270
4	273	990	270.270
5	267	990	264.330
6	271	990	268.290
7	276	990	273.240
8	270	990	267.300
9	259	990	256.410

Fonte: Acervo dos autores.

Na Tabela 5.1 está descrito a quantidade de valores em cada variável em cada PZT. Para o caso de temperatura e frequência, são quantidades de valores distintos. Cada linha da terceira coluna é obtida através do produto das duas primeiras colunas da respectiva linha. Pelo fato de cada parte real da impedância,  $Re(Z)$ , estar associada uma a temperatura e a uma frequência.

Para cada um dos nove PZT, a rotina de treinamento das redes HyFIS e ANFIS foi programada para 495 vezes haja vista o uso de dois valores de frequência por SBRF, com um total de 990 pontos de frequência. De forma análoga aos Capítulos 3 e 4, para determinação dos SBRF, são considerados duas variáveis de entrada e uma de saída, conforme segue:

- 1<sup>a</sup> Entrada: Para a variável de temperatura ( $t$ ), foram considerados para o treinamento, 75% da quantidade de temperatura em cada PZT, consulte a Tabela 5.1. A menor temperatura  $13,28^{\circ}C$  e a maior  $58,07^{\circ}C$  sempre estão no treinamento para que não tivesse dado de validação fora do intervalo, o restante dos dados foram escolhidos de forma igualmente espaçadas pela posição de cada uma em ordem crescente;
- 2<sup>a</sup> Entrada: Para a variável frequência ( $f$ ), foram utilizados dois valores consecutivos do experimento, que são os extremos dos intervalos de treinamento;
- Saída: Para a variável de impedância ( $i$ ), foram considerados os valores coletados na combinação entre as duas variáveis de entrada.

No que diz respeito à temperatura, abrangeu o intervalo de  $13,28^{\circ}C$  a  $58,07^{\circ}C$ , a frequência variou de  $20000Hz$  a  $30000Hz$  e a parte real da impedância situou-se entre  $43,78878\Omega$  e  $71,63823\Omega$ . No âmbito deste experimento, uma estratégia de validação foi adotada, em que 25% dos dados foram reservados para fins de validação em todos os casos, a escolha foi realizada de forma igualmente espaçadas e de forma que os extremos não fizessem parte dos dados de validação. Nas Tabelas 5.2 e 5.3 estão descritas todas as temperaturas que foram destinadas para validação em cada PZT.

Tabela 5.2: Temperaturas ( $^{\circ}C$ ) utilizadas para validação em cada PZT.

PZT 1	13,24; 13,76; 14,45; 15,05; 15,69; 16,34; 16,98; 17,63; 18,27; 18,92; 19,56; 20,21 20,85; 21,49; 22,14; 22,78; 23,43; 24,07; 24,72; 25,36; 26,01; 26,65; 27,29; 27,94 28,61; 29,23; 29,87; 30,52; 31,16; 31,81; 32,45; 33,10; 33,74; 34,38; 35,03; 35,67 36,32; 36,96; 37,61; 38,25; 38,84; 39,54; 40,18; 40,83; 41,47; 42,12; 42,76; 43,41 44,05; 44,70; 45,34; 45,99; 46,63; 47,27; 47,92; 48,56; 49,21; 49,85; 50,50; 51,14 51,79; 52,43; 53,07; 53,72; 54,36; 55,01; 55,65; 56,3; 56,94.
PZT 2	13,12; 13,76; 14,41; 15,05; 15,69; 16,34; 16,98; 17,63; 18,27; 18,92; 19,56; 20,21 20,85; 21,49; 22,14; 22,78; 23,43; 24,07; 24,72; 25,36; 26,01; 26,65; 27,29; 27,94 28,58; 29,23; 29,87; 30,52; 31,16; 31,81; 32,45; 33,10; 33,74; 34,38; 35,03; 35,67 36,32; 36,96; 37,61; 38,25; 38,90; 39,54; 40,18; 40,83; 41,47; 42,12; 42,76; 43,41 44,05; 44,70; 45,34; 45,99; 46,63; 47,27; 47,92; 48,56; 49,21; 49,85; 50,50; 51,14 51,79; 52,43; 53,07; 53,72.
PZT 3	13,28; 13,88; 14,41; 15,05; 15,71; 16,34; 16,98; 17,63; 18,27; 18,92; 19,56; 20,21 20,85; 21,49; 22,14; 22,78; 23,43; 24,07; 24,72; 25,36; 26,01; 26,65; 27,29; 27,94 28,58; 29,23; 29,87; 30,52; 31,16; 31,81; 32,45; 33,10; 33,74; 34,38; 35,03; 35,67 36,32; 36,96; 37,61; 38,25; 38,90; 39,54; 40,18; 40,83; 41,47; 43,50; 42,76; 43,41 44,05; 44,70; 45,34; 45,99; 46,63; 47,27; 47,92; 48,56; 49,21; 49,85; 50,50; 51,14 51,79; 52,43; 53,40; 54,04; 54,69; 56,30; 57,10.
PZT 4	13,12; 13,76; 14,41; 15,05; 15,69; 16,34; 16,98; 17,63; 18,27; 18,92; 19,56; 20,21 20,85; 21,49; 22,14; 22,78; 23,43; 24,07; 24,72; 25,36; 26,01; 26,65; 27,29; 27,94 28,58; 29,23; 29,87; 30,52; 31,16; 31,81; 32,45; 33,10; 33,74; 34,38; 35,03; 35,67 36,32; 36,96; 37,61; 38,25; 38,90; 39,54; 40,18; 40,83; 41,47; 42,12; 42,76; 43,41 44,05; 44,70; 45,34; 45,99; 46,63; 47,27; 47,92; 48,56; 49,21; 49,85; 50,50; 51,14 51,79; 52,43; 53,07; 53,72; 54,36; 55,01; 55,65; 56,3; 56,94.
PZT 5	13,12; 13,76; 14,41; 15,05; 15,69; 16,34; 16,98; 17,63; 18,27; 18,92; 19,56; 20,21 20,85; 21,49; 22,14; 22,78; 23,43; 24,07; 24,72; 25,36; 26,01; 26,65; 27,29; 27,94 28,58; 29,23; 29,87; 30,52; 31,16; 31,81; 32,45; 33,01; 33,74; 34,38; 35,03; 35,67 36,32; 36,96; 37,61; 38,25; 38,90; 39,54; 40,18; 40,83; 41,47; 42,12; 42,76; 43,41 44,05; 44,70; 45,34; 45,99; 46,63; 47,27; 47,92; 48,56; 49,21; 49,85; 50,50; 51,14 51,79; 52,43; 53,07; 53,72; 54,36; 55,01; 55,65; 56,3; 56,94.
PZT 6	13,22; 13,85; 15,41; 1,05; 15,69; 16,34; 16,98; 17,63; 18,27; 18,92; 19,56; 20,21 20,85; 21,49; 22,14; 22,78; 23,43; 24,07; 24,72; 25,36; 26,01; 26,65; 27,29; 27,94 28,58; 29,23; 29,87; 30,52; 31,16; 31,81; 32,45; 33,1; 33,74; 34,38; 35,03; 35,67 36,32; 36,96; 37,61; 38,25; 38,9; 39,54; 40,18; 40,83; 41,47; 42,12; 42,76; 43,41 44,05; 44,7; 45,34; 45,99; 46,63; 47,27; 47,92; 48,56; 49,21; 49,85; 50,5; 51,14 51,79; 52,43; 53,07; 53,72; 54,36; 55,01; 55,65; 56,3; 56,94.
PZT 7	13,12; 13,76; 14,41; 15,05; 15,69; 16,34; 16,98; 17,63; 18,27; 18,92; 19,56; 20,21 20,85; 21,49; 22,14; 22,78; 23,43; 24,07; 24,72; 25,36; 26,01; 26,65; 27,29; 27,94 28,58; 29,23; 29,87; 30,52; 31,16; 31,81; 32,45; 33,1 ; 33,74; 34,38; 35,03; 35,67 36,32; 36,96; 37,61; 38,25; 38,9 ; 39,54; 40,18; 40,83; 41,47; 42,12; 42,76; 43,41 44,05; 44,7 ; 45,34; 45,99; 46,63; 47,27; 47,92; 48,56; 49,21; 49,85; 50,5 ; 51,14 51,79; 52,43; 53,07; 53,72; 54,36; 55,01; 55,65; 56,3; 56,94.
PZT 8	13,12; 13,76; 14,41; 15,05; 15,69; 16,34; 16,98; 17,63; 18,27; 18,92; 19,56; 20,21 20,85; 21,49; 22,14; 22,78; 23,43; 24,07; 24,72; 25,36; 26,01; 26,65; 27,29; 27,94 28,58; 29,23; 29,87; 30,52; 31,16; 31,81; 32,45; 33,10; 33,74; 34,38; 35,03; 35,67 36,32; 36,96; 37,61; 38,25; 38,90; 39,54; 40,18; 40,83; 41,47; 42,12; 42,76; 43,41 44,05; 44,70; 45,34; 45,99; 46,63; 47,27; 47,92; 48,56; 49,21; 49,85; 50,50; 51,14 51,79; 52,43; 53,40; 54,04; 54,69; 56,30; 57,10.

Fonte: Acervo dos autores.

Tabela 5.3: Temperaturas ( $^{\circ}\text{C}$ ) utilizadas para validação no PZT 9.

PZT 9	13,28; 13,92; 14,57; 15,21; 15,86; 16,50; 17,14; 17,79; 18,43; 19,08; 19,72; 20,37 21,01; 21,66; 22,30; 22,94; 23,59; 24,23; 24,88; 25,52; 26,17; 26,81; 27,62; 28,42 29,71; 30,36; 31,32; 31,97; 33,74; 34,38; 35,03; 35,67; 36,32; 36,96; 37,61; 38,25 38,90; 39,54; 40,18; 40,83; 41,47; 42,12; 42,76; 43,41; 44,05; 44,70; 45,34; 45,99 46,63; 47,27; 47,92; 48,56; 49,21; 49,85; 50,50; 51,14; 51,79; 52,43; 53,07; 53,72 54,85; 55,49; 56,14; 56,78; 57,43.
-------	--

Fonte: Acervo dos autores.

Como exemplo, no caso a pastilha PZT 7, emprega-se um total de 68.310 ternas (temperatura, frequência e parte real da impedância) para fins de validação, enquanto 204.930 ternas foram alocadas para o treinamento do modelo. Para obter detalhes sobre a distribuição das ternas de validação e treinamento, consulte a Tabela 5.1.

Tanto a rede neural do sistema HyFIS quanto a do sistema ANFIS, no contexto do experimento detalhado no Capítulo 3, demonstraram que, à medida que a quantidade de frequências por intervalo diminui, o CCD também diminui, indicando, assim, uma melhora na qualidade da aproximação. Neste experimento, portanto, optou-se por fixar duas frequências por intervalo.

Os parâmetros empregados são consistentes com os descritos em capítulos anteriores. No contexto da entrada da rede neural, as ternas definidas anteriormente são utilizadas. Cada PZT apresenta variação em suas temperaturas para cada frequência. Para cada SBRF, que envolve o uso de 2 frequências, resultando, portanto, em  $2 \times n$  ternas para cada entrada, em que  $n$  é a quantidade de temperatura distinta em cada PZT. Assim, em um único processo, como em todos os casos, são obtidos 990 pontos de frequência, resultando em 495 SBRF.

Quanto à determinação da quantidade adequada de funções de pertinência, uma série de testes foi conduzida a fim de identificar a configuração mais apropriada para representar com precisão os relacionamentos entre as variáveis no modelo. Esses testes envolveram a avaliação de doze quantidades diferentes de funções de pertinência, variando de duas a treze funções, com o propósito de investigar a melhor configuração.

### 5.3 Resultados Obtidos nas Redes Neuro-Fuzzy na Avaliação dos Modelos

Neste estudo, foram criados conjuntos de 495 SBRF para cada configuração de funções de pertinência em análise, abrangendo desde duas até treze funções distintas. Cada PZT instalado passou por uma análise individual de seus respectivos dados.

Com o propósito de avaliar qual dessas configurações resultou no modelo de previsão mais eficaz para os dados, tanto no sistema HyFIS quanto no ANFIS, concentra-se a análise nas assinaturas destinadas à validação.

Nas subseções a seguir é explorado os resultados obtidos pelo sistema HyFIS e ANFIS, revelando como a escolha do número de funções de pertinência afeta as métricas de validação. Como cada PZT possui um conjunto de dados distintos, torna-se evidente que a melhor configuração do sistema pode variar dependendo das características específicas de cada caso. Portanto, é necessário calcular o CCD para todas as assinaturas de validação em cada PZT.

Para uma interpretação mais clara, foi calculada a média do CCD das assinaturas que compartilham o mesmo número de funções de pertinência. Isso permite identificar a combinação ideal para cada PZT, determinada pelo menor valor na média do CCD.

### 5.3.1 Resultados Obtidos pelo HyFIS

Através do sistema HyFIS foram gerados 495 SBRF do tipo Mamdani para cada quantidade de funções de pertinência diferentes, variando de duas a treze. As funções de pertinência são do tipo gaussiana para cada entrada e para a saída.

Para ilustrar o que foi gerado pelo HyFIS será exposto um exemplo de um SBRF com duas funções de pertinência, para o PZT 1 e frequências variando entre 21981  $Hz$  e 21991  $Hz$ . Suas regras estão descritas a seguir:

Regra 1 : Se ( $t$  é Alta) e ( $f$  é Baixa) então ( $i$  é Baixa);

Regra 2 : Se ( $t$  é Alta) e ( $f$  é Alta) então ( $i$  é Baixa);

Regra 3 : Se ( $t$  é Baixa) e ( $f$  é Baixa) então ( $i$  é Baixa);

Regra 4 : Se ( $t$  é Baixa) e ( $f$  é Alta) então ( $i$  é Baixa);

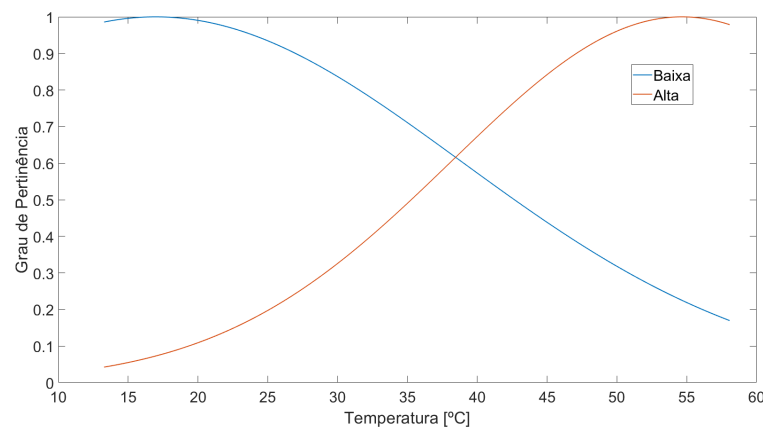
Regra 5 : Se ( $t$  é Baixa) e ( $f$  é Baixa) então ( $i$  é Alta);

Regra 6 : Se ( $t$  é Baixa) e ( $f$  é Alta) então ( $i$  é Alta).

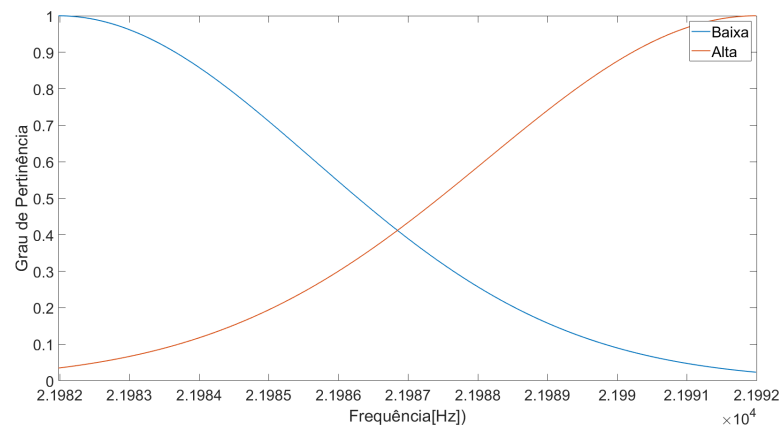
As funções de pertinência para a temperatura estão representadas na Figura 5.4(a), e para frequência, as funções estão representadas na Figura 5.4(b).

Figura 5.4: Gráficos das funções de pertinência das entrada do SBRF.

(a) Gráficos das funções de pertinência para a entrada de temperatura.



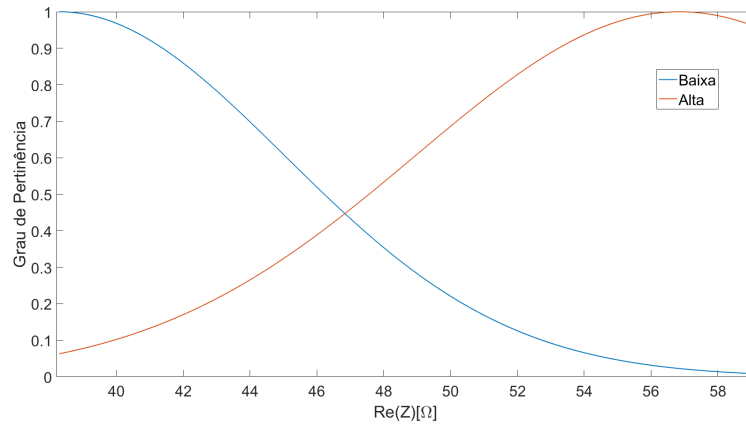
(b) Gráficos das funções de pertinência para a entrada de frequência.



Fonte: Acervo dos Autores.

As funções de pertinência para a variável de saída, impedância, estão representada na Figura 5.5.

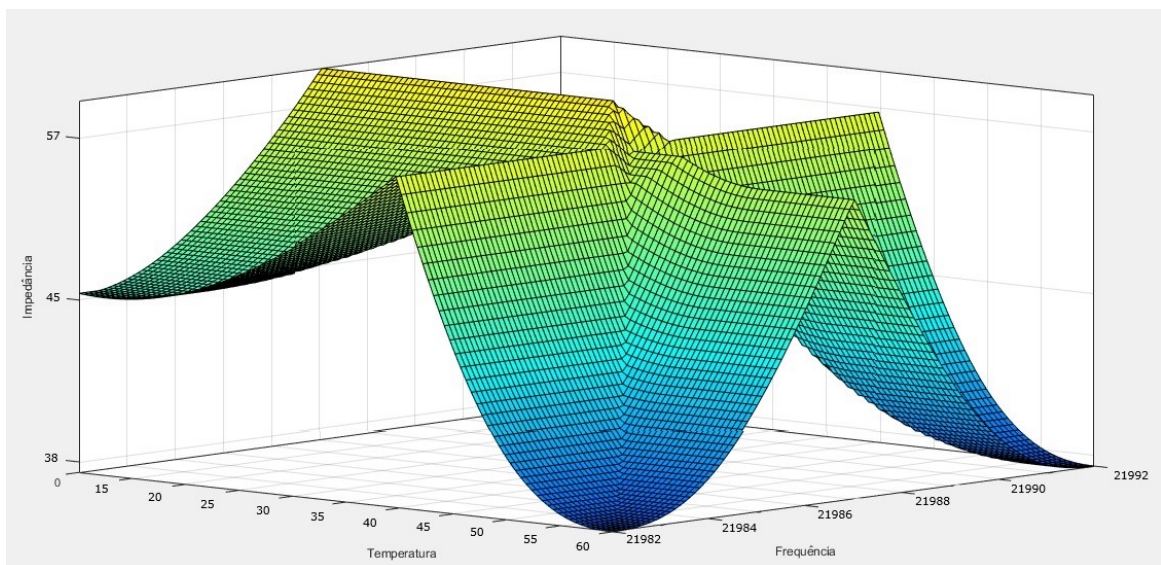
Figura 5.5: Gráficos de funções de pertinência para saída  $Re(Z)$ .



Fonte: Acervo dos Autores.

Na Figura 5.6 é exibida a superfície gerada a partir do treinamento.

Figura 5.6: Superfície gerada a partir do SBRF.



Fonte: Acervo dos Autores.

Nas Figuras 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, 5.12, 5.13, 5.14 e 5.15 estão representadas as médias do CCD para cada combinação de funções de pertinência em cada PZT. No eixo das abscissas, estão representadas as quantidades de funções de pertinência, enquanto no eixo das ordenadas, observa-se a média dos valores do CCD (em vermelho) com base nos dados de validação.

Figura 5.7: Médias dos CCD, previstas pelo HyFIS, do PZT 1.

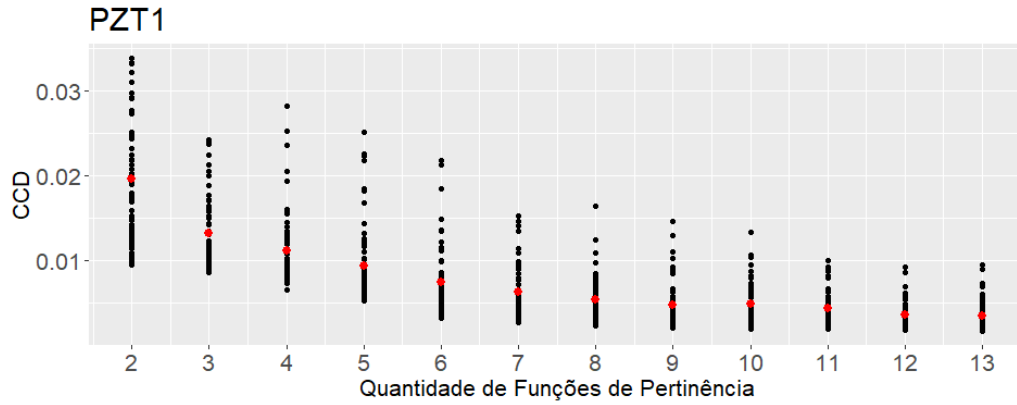


Figura 5.8: Médias dos CCD, previstas pelo HyFIS, do PZT 2.

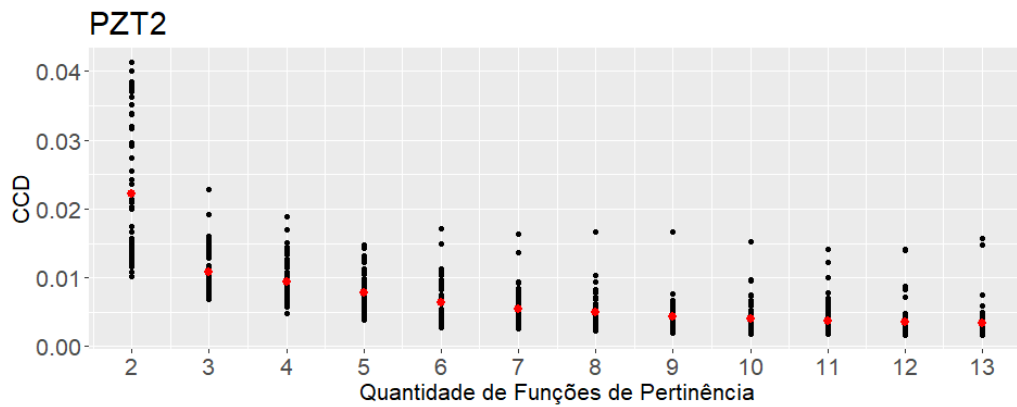


Figura 5.9: Médias dos CCD, previstas pelo HyFIS, do PZT 3.

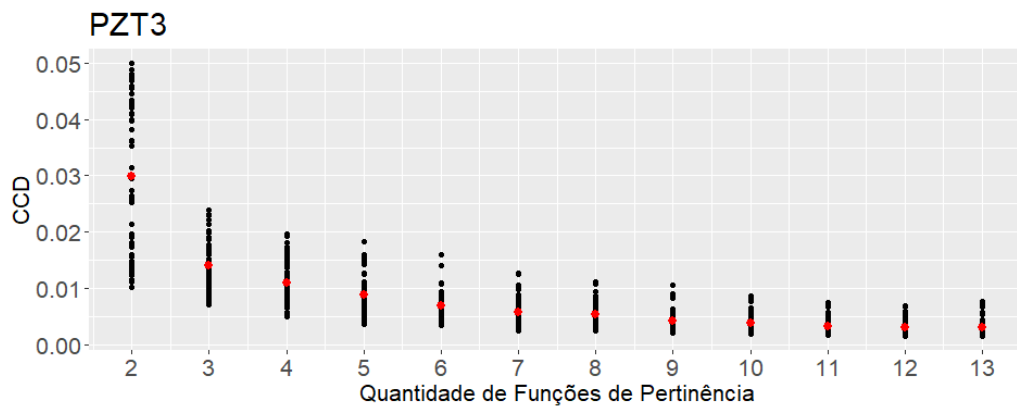
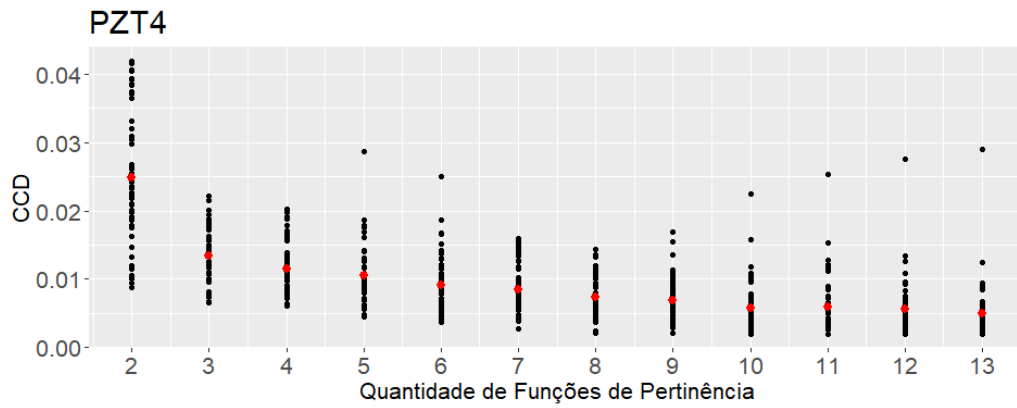
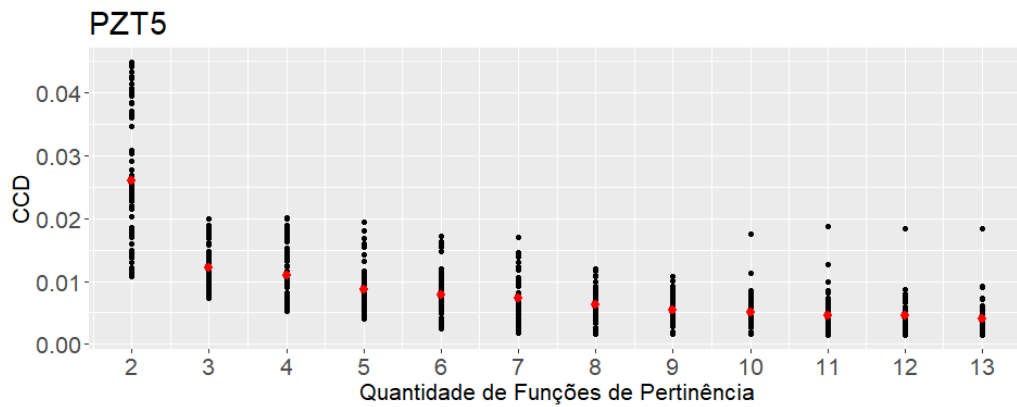


Figura 5.10: Médias dos CCD, previstas pelo HyFIS, do PZT 4.



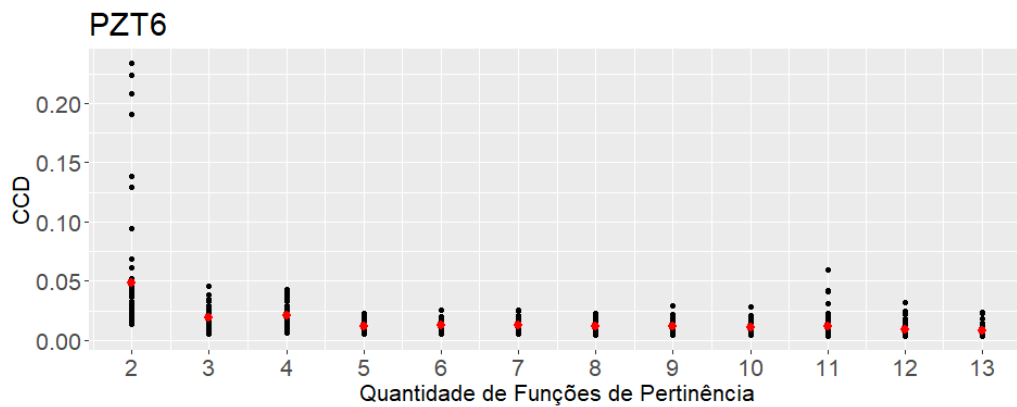
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.11: Médias dos CCD, previstas pelo HyFIS, do PZT 5.



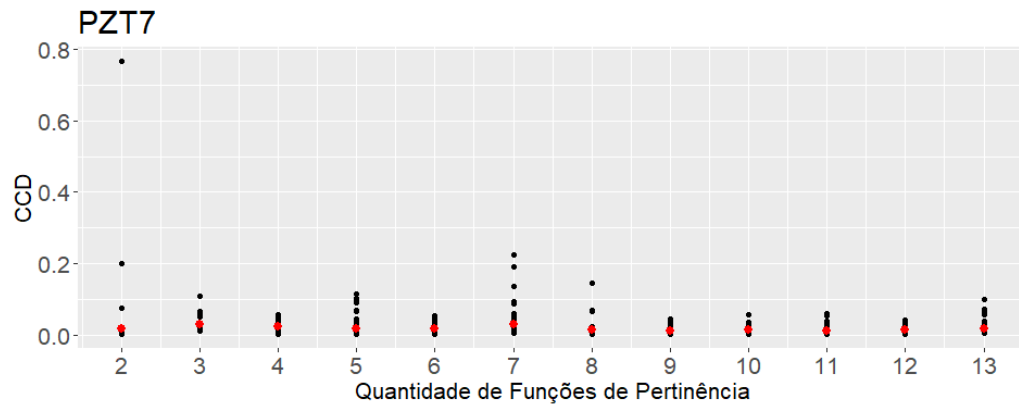
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.12: Médias dos CCD, previstas pelo HyFIS, do PZT 6.



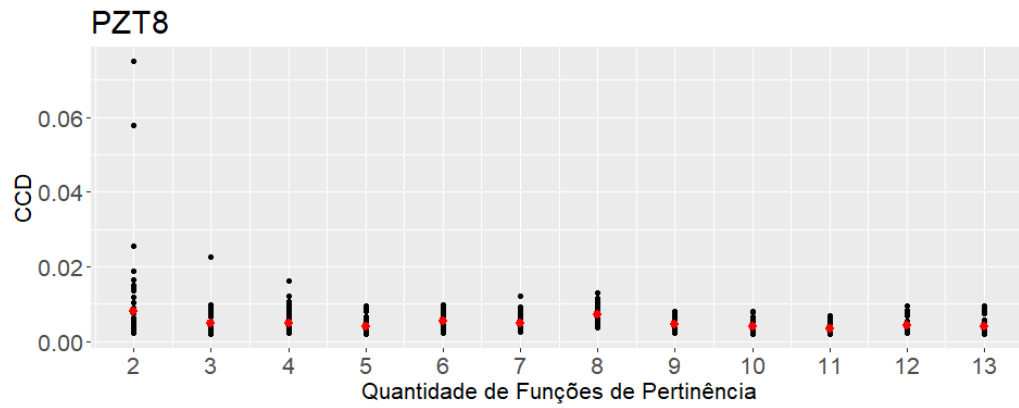
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.13: Médias dos CCD, previstas pelo HyFIS, do PZT 7.



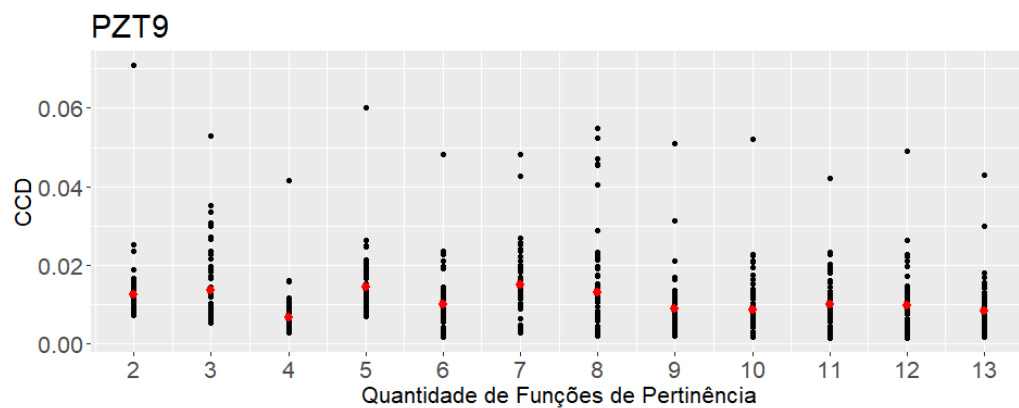
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.14: Médias dos CCD, previstas pelo HyFIS, do PZT 9.



Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.15: Médias dos CCD, previstas pelo HyFIS, do PZT 9.



Fonte: Acervo dos Autores.

Note pelos gráficos das Figuras 5.7 a 5.15 e pelos valores da Tabela 5.5, quando a quantidade de funções de pertinência aumenta, os valores do CCD diminuem, a menos dos



PZT 8 e 9. No PZT 8 o aumento foi insignificante e no PZT 9 os dados não apresentam um comportamento estável em relação a quantidade de funções de pertinência.

Neste experimento também foi realizado a contagem do tempo de processamento para cada rede neuro-fuzzy. O computador utilizado possui um processador Intel (R) Core(TM) i5-10500 CPU @ 3.10GHz, 3101 Mhz, modelo do sistema OptiPlex 5080 e uma quantidade de 8,00 GB de RAM. Na Tabela 5.4 está indicado a combinação que teve o menor e o maior tempo de processamento. Vale destacar que a relação da quantidade de funções de pertinência com o tempo é crescente, ou seja, conforme aumento o número de funções de pertinência, aumenta o tempo de processamento. Note que o treinamento para este experimento é necessário ser realizado somente uma vez.

Tabela 5.4: Tempo de processamento para treinamento do HyFIS, em horas.

HyFIS		
PZT	Menor tempo de processamento: 2MF	Maior tempo de processamento: 13MF
PZT 1	0,99	4,62
PZT 2	0,95	4,21
PZT 3	0,73	7,39
PZT 4	0,81	5,05
PZT 5	0,85	4,98
PZT 6	0,98	3,78
PZT 7	0,76	8,32
PZT 8	0,70	6,71
PZT 9	0,72	8,66

Fonte: Acervo dos autores.

Na Tabela 5.5 estão descrito os menores valores das médias do CCD em cada PZT, gerados pelo HyFIS, destacando a quantidade de funções de pertinência que se adequou melhor em cada caso.

Tabela 5.5: Média do CCD da melhor combinação de MF para cada PZT, no HyFIS.

PZT	Quantidade de MF	Média do CCD
1	13	0,0035
2	13	0,0033
3	13	0,0031
4	13	0,0050
5	13	0,0041
6	13	0,0080
7	13	0,0115
8	11	0,0040
9	04	0,0066

Fonte: Acervo dos autores.

Essa análise ajuda a determinar a configuração mais apropriada para cada PZT, garantindo um desempenho satisfatório do sistema HyFIS com base nas características individuais de cada conjunto de dados.

### 5.3.2 Resultados Obtidos pelo ANFIS

Através do sistema ANFIS foram gerados 495 SBRF do tipo Takagi-Sugeno para cada quantidade de funções de pertinência diferentes variando de duas a treze, nos quais as funções são do tipo gaussiana para cada entrada. As regras *fuzzy* com duas funções de pertinência geradas, para o PZT 1 e frequências 29828 Hz e 29840 Hz, estão descritas a seguir:

Regra 1 : Se ( $t$  é Alta) e ( $f$  é Baixa) então  $i_3 = 0,0245 \cdot t + 0,291 \cdot f - 8656,2$ ;

Regra 2 : Se ( $t$  é Alta) e ( $f$  é Alta) então  $i_4 = -0,0212 \cdot t + 0,2054 \cdot f - 6106,9$ ;

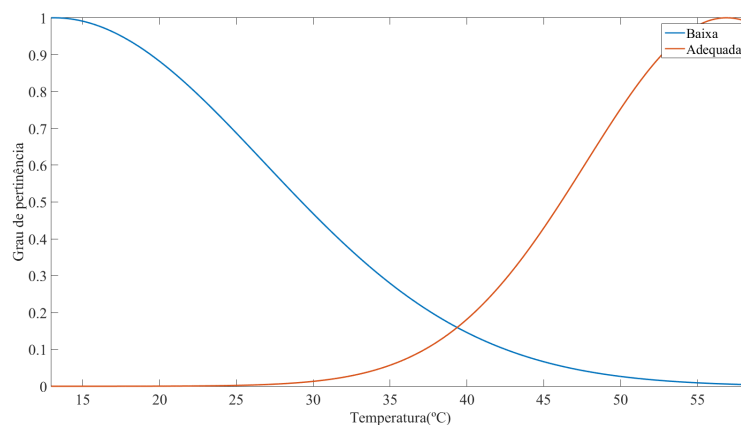
Regra 3 : Se ( $t$  é Baixa) e ( $f$  é Baixa) então  $i_2 = -0,0151 \cdot t + 0,158 \cdot f - 4690,7$ ;

Regra 4 : Se ( $t$  é Baixa) e ( $f$  é Alta) então  $i_1 = 0,0256 \cdot t - 0,076656 \cdot f + 2308,6$ .

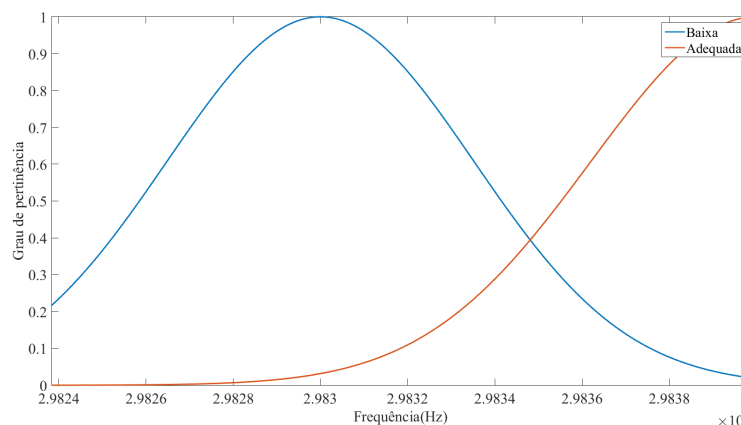
As funções de pertinência para a temperatura estão representadas na Figura 5.16a, e para frequência, as funções estão representadas na Figura 5.16b.

Figura 5.16: Funções de pertinência das entrada do SBRF, através da ANFIS.

(a) Funções de pertinência para a entrada de temperatura.



(b) Funções de pertinência para a entrada de frequência.



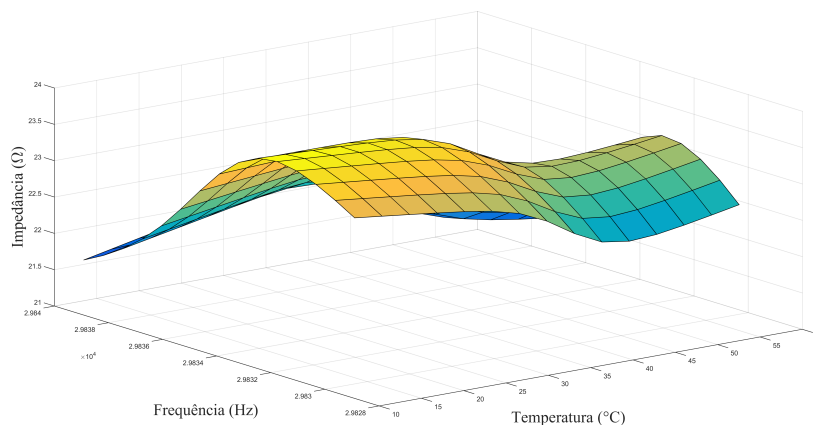
Fonte: Acervo dos Autores.

Na Figura 5.17 é exibida a superfície gerada a partir do treinamento.

Nas Figuras 5.18, 5.19, 5.20, 5.21, 5.22, 5.23, 5.24, 5.25 e 5.26 estão representadas as médias do CCD para cada combinação de funções de pertinência em cada PZT, gerados a partir

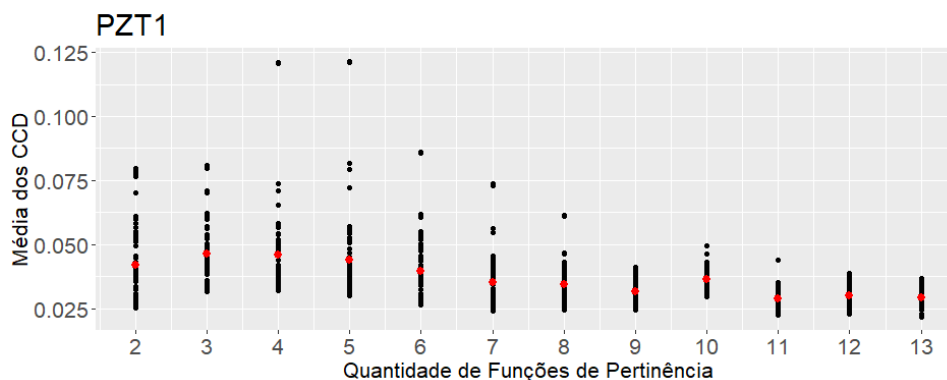
da ANFIS. No eixo das abscissas, estão representadas as diferentes quantidades de funções de pertinência, enquanto no eixo das ordenadas, observa-se a média dos valores do CCD (em vermelho) com base nos dados de validação.

Figura 5.17: Superfície gerada a partir do SBRF a partir do ANFIS.



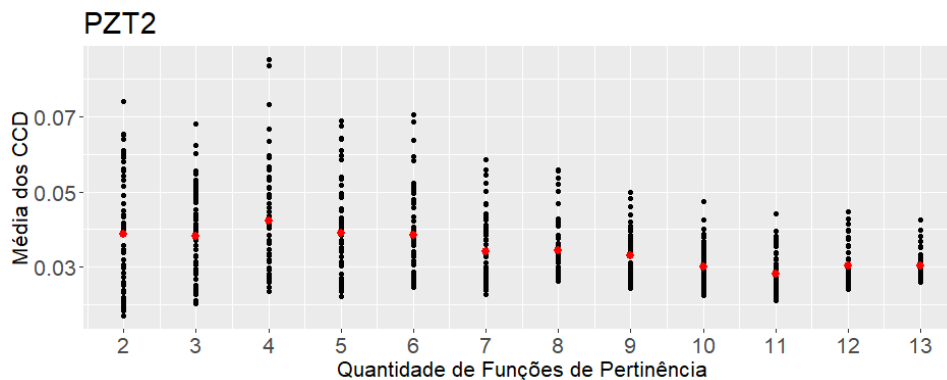
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.18: Médias dos CCD, previstas pelo ANFIS, do PZT 1.



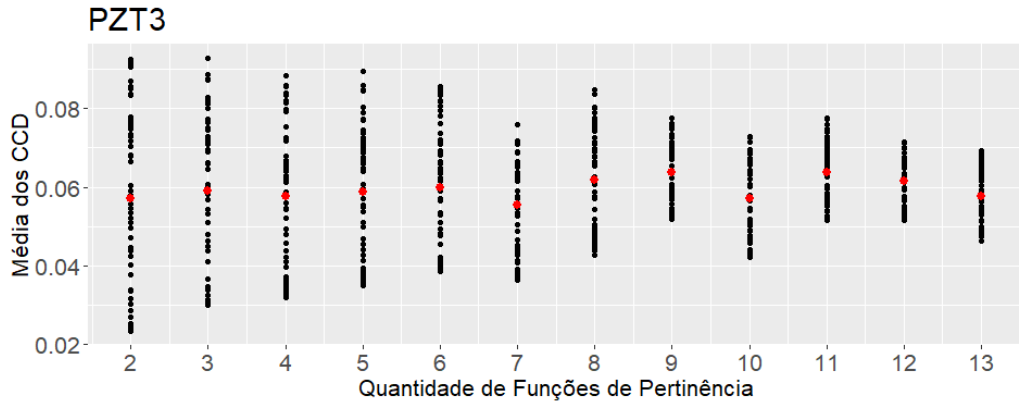
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.19: Médias dos CCD, previstas pelo ANFIS, do PZT 2.



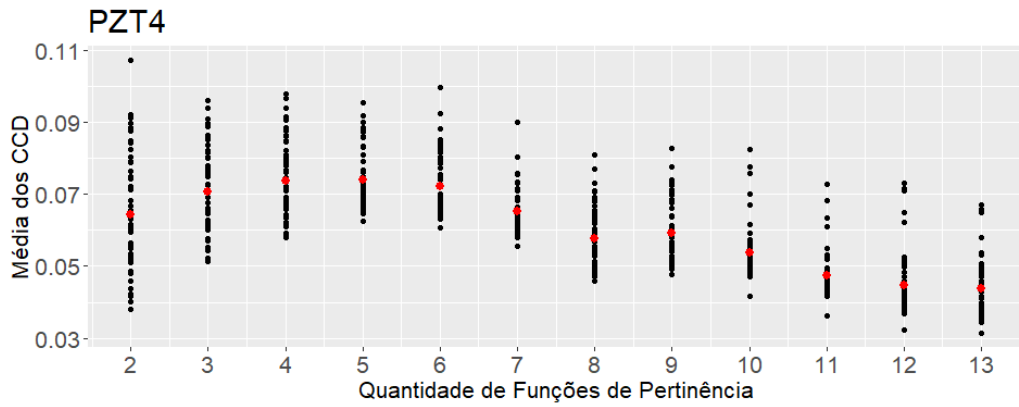
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.20: Médias dos CCD, previstas pelo ANFIS, do PZT 3.



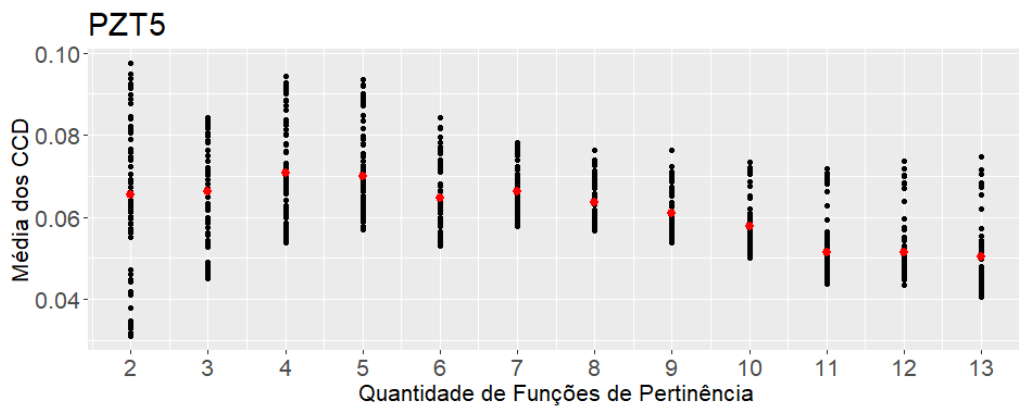
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.21: Médias dos CCD, previstas pelo ANFIS, do PZT 4.



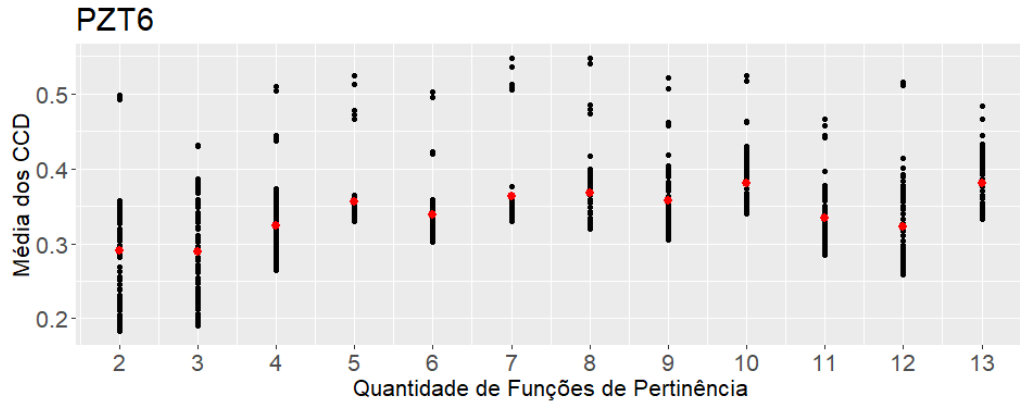
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.22: Médias dos CCD, previstas pelo ANFIS, do PZT 5.



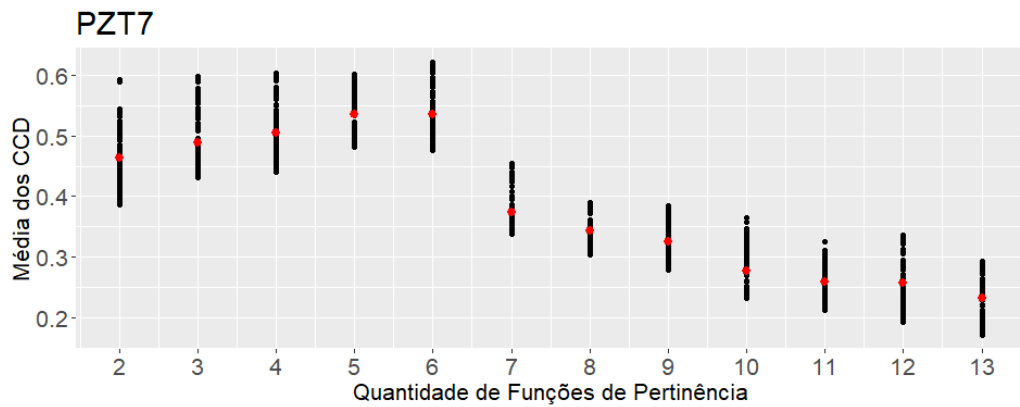
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.23: Médias dos CCD, previstas pelo ANFIS, do PZT 6.



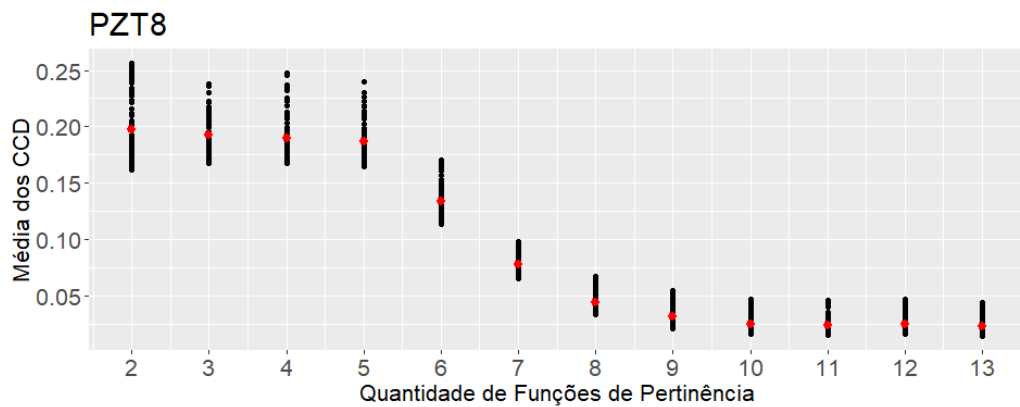
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.24: Médias dos CCD, previstas pelo ANFIS, do PZT 7.



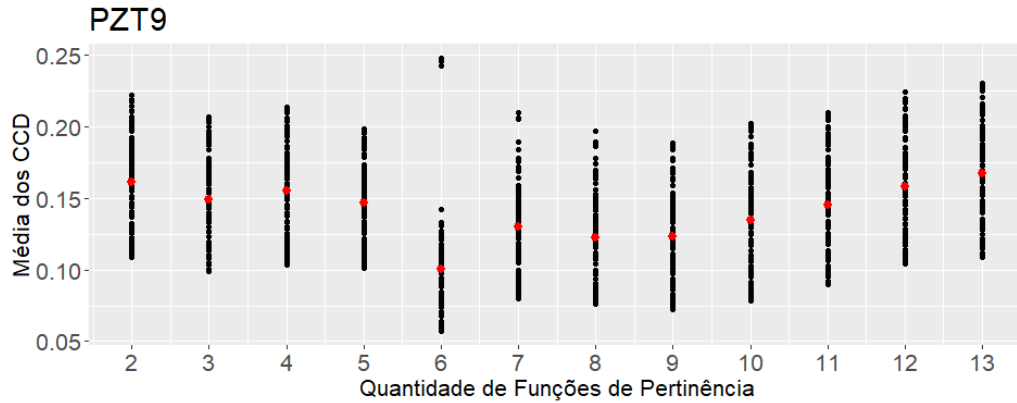
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.25: Médias dos CCD, previstas pelo ANFIS, do PZT 8.



Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.26: Médias dos CCD, previstas pelo ANFIS, do PZT 9.



Fonte: Acervo dos Autores.

A mesma máquina é utilizada para realizar o treinamento do sistema pela rede neural do ANFIS. Na Tabela 5.6 está indicado a combinação que teve o menor e o maior tempo de processamento, lembrando que a relação da quantidade de funções de pertinência e tempo de processamento é crescente.

Tabela 5.6: Tempo de processamento para treinamento do ANFIS, em horas.

ANFIS		
PZT	Menor tempo de processamento: 2MF	Maior tempo de processamento: 13MF
PZT 1	0,92	4,54
PZT 2	0,94	2,87
PZT 3	0,86	2,76
PZT 4	0,97	2,79
PZT 5	0,91	3,28
PZT 6	0,96	3,29
PZT 7	0,89	3,11
PZT 8	0,87	3,19
PZT 9	0,81	3,34

Fonte: Acervo dos autores.

Na Tabela 5.7 estão descritos os menores valores das médias do CCD em cada PZT, gerados pelo ANFIS, destacando a quantidade de funções de pertinência que se adequam melhor em cada caso.

Observe os gráficos das Figuras 5.18 a 5.26 e os valores da Tabela 5.7 que a média dos CCD não tem um comportamento estável em relação ao número de funções de pertinência.

Essa análise auxilia na determinação da configuração mais adequada para cada PZT, garantindo um desempenho otimizado do sistema ANFIS com base nas características individuais de cada conjunto de dados.

Tabela 5.7: Média do CCD da melhor combinação de MF para cada PZT, no ANFIS.

PZT	Quantidade de MF	Média do CCD
1	11	0,0290
2	11	0,0282
3	07	0,0555
4	13	0,0439
5	13	0,0504
6	03	0,2898
7	13	0,2324
8	11	0,0228
9	06	0,1003

Fonte: Acervo dos autores.

## 5.4 Assinaturas de Impedância: Real $\times$ Predito

Nesta seção é realizada uma comparação entre os dados reais de impedância e as previsões geradas pelo sistema HyFIS e ANFIS para diferentes temperaturas. Essa análise permitirá a avaliação do desempenho e da precisão desses sistemas na modelagem das assinaturas de impedância. São ilustrados os gráficos das combinações de funções de pertinência que foram melhores em cada PZT para ANFIS e HyFIS, apresentado na Seção 5.3.

Inicia-se com a apresentação dos dados reais de impedância obtidos em diversas temperaturas. Esses dados representam as medições reais coletadas durante o estudo e servem como referência para a avaliação da qualidade das previsões feitas pelos sistemas HyFIS e ANFIS.

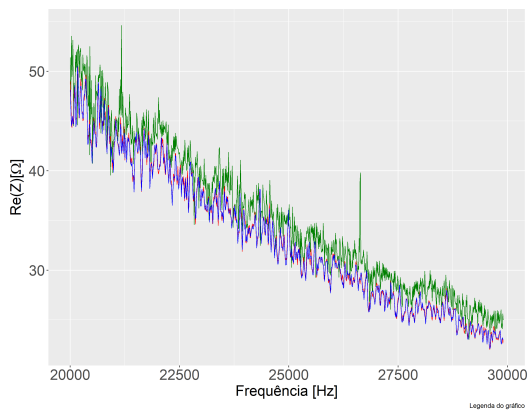
A seguir, as previsões geradas pelos sistemas HyFIS e ANFIS são exibidas para as mesmas temperaturas em que os dados reais estão disponíveis. As previsões dos sistemas são comparadas com os valores reais de impedância a fim de determinar o grau de concordância entre o sistema e os dados observados.

Nos resultados apresentados a seguir, os valores das temperaturas com as menores médias dos CCD obtidas pelas previsões feitas pelos sistemas HyFIS e ANFIS são destacados. Cada PZT é analisado individualmente.

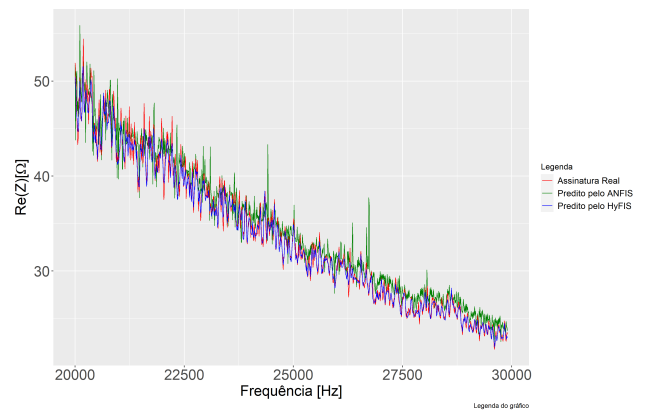
Dois exemplos para cada PZT são apresentados nas Figuras 5.27, 5.28, 5.29, 5.30, 5.31, 5.32, 5.33, 5.34 e 5.35 para valores específicos de temperaturas, destacados em cada figura. Em cada um desses gráficos está representada a curva de impedância dos valores *baseline*, preditas pelo HyFIS e preditos pelo ANFIS, em uma determinada temperatura.

Figura 5.27: Comparação das assinaturas reais e previstas entre HyFIS e ANFIS no PZT 1.

(a) Temperatura:  $49,79^{\circ}C$ .



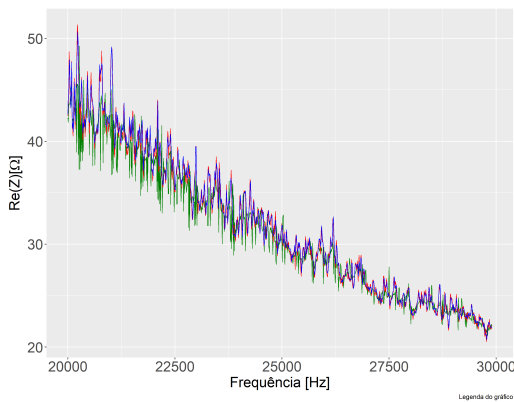
(b) Temperatura:  $40,18^{\circ}C$ .



Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.28: Comparação das assinaturas reais e previstas entre HyFIS e ANFIS no PZT 2.

(a) Temperatura:  $50,17^{\circ}C$ .



(b) Temperatura:  $39,7^{\circ}C$ .

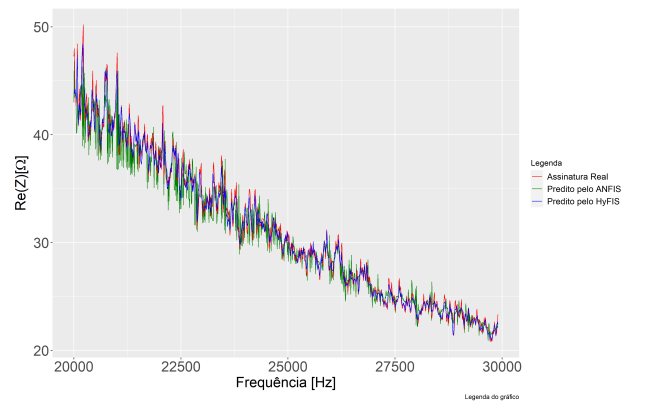
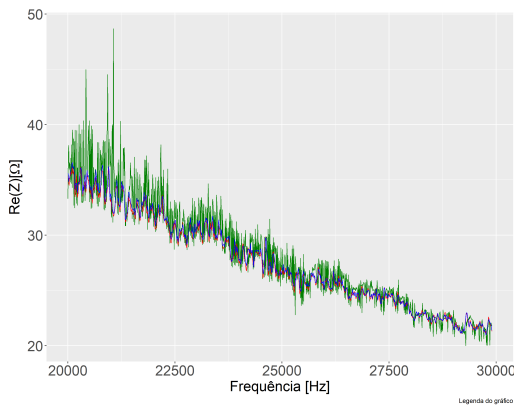


Figura 5.29: Comparação das assinaturas reais e previstas entre HyFIS e ANFIS no PZT 3.

(a) Temperatura:  $55,01^{\circ}C$ .



(b) Temperatura:  $50,98^{\circ}C$ .

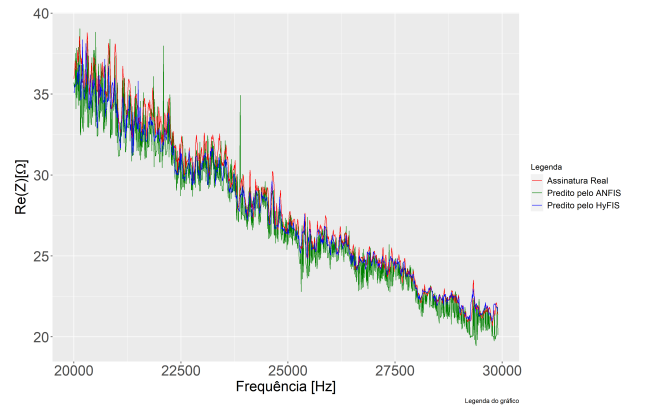
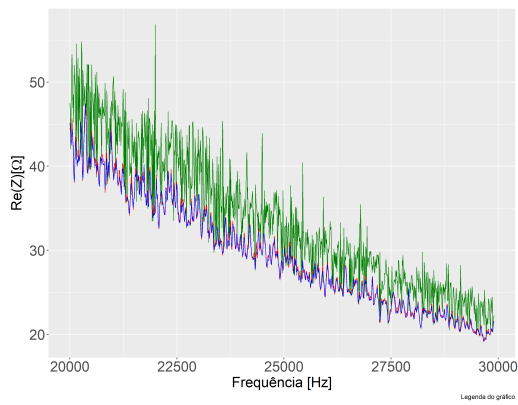




Figura 5.30: Comparação das assinaturas reais e previstas entre HyFIS e ANFIS no PZT 4.

(a) Temperatura:  $56,62^{\circ}C$ .



(b) Temperatura:  $23,59^{\circ}C$ .

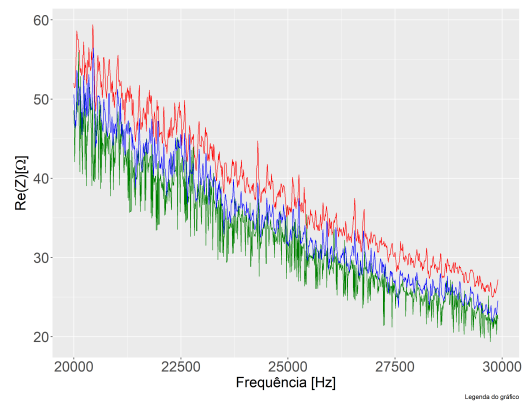
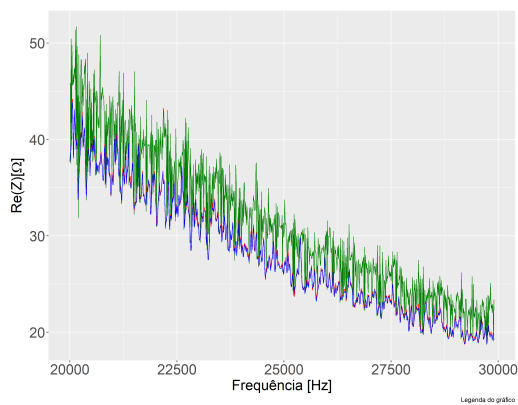


Figura 5.31: Comparação das assinaturas reais e previstas entre HyFIS e ANFIS no PZT 5.

(a) Temperatura:  $56,46^{\circ}C$ .



(b) Temperatura:  $34,87^{\circ}C$ .

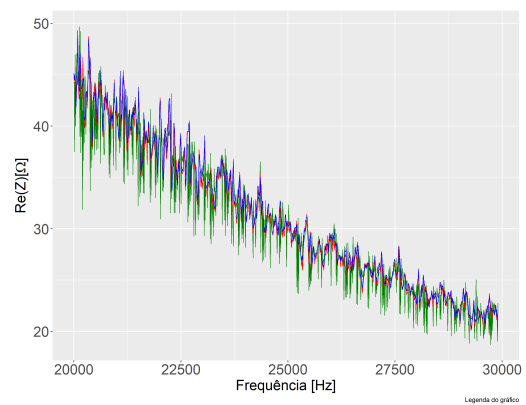
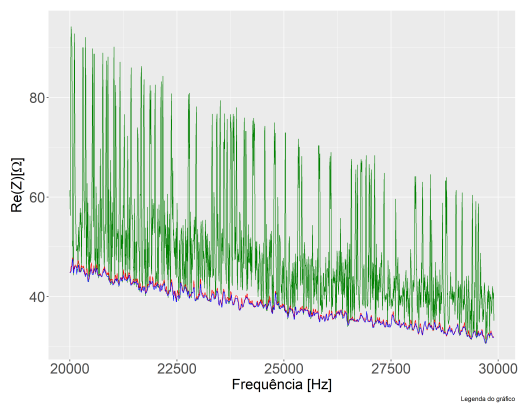


Figura 5.32: Comparação das assinaturas reais e previstas entre HyFIS e ANFIS no PZT 6.

(a) Temperatura:  $55,65^{\circ}C$ .



(b) Temperatura:  $20,37^{\circ}C$ .

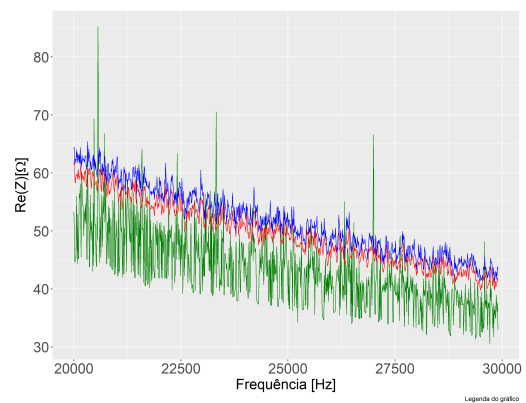


Figura 5.33: Comparação das assinaturas reais e previstas entre HyFIS e ANFIS no PZT 7.

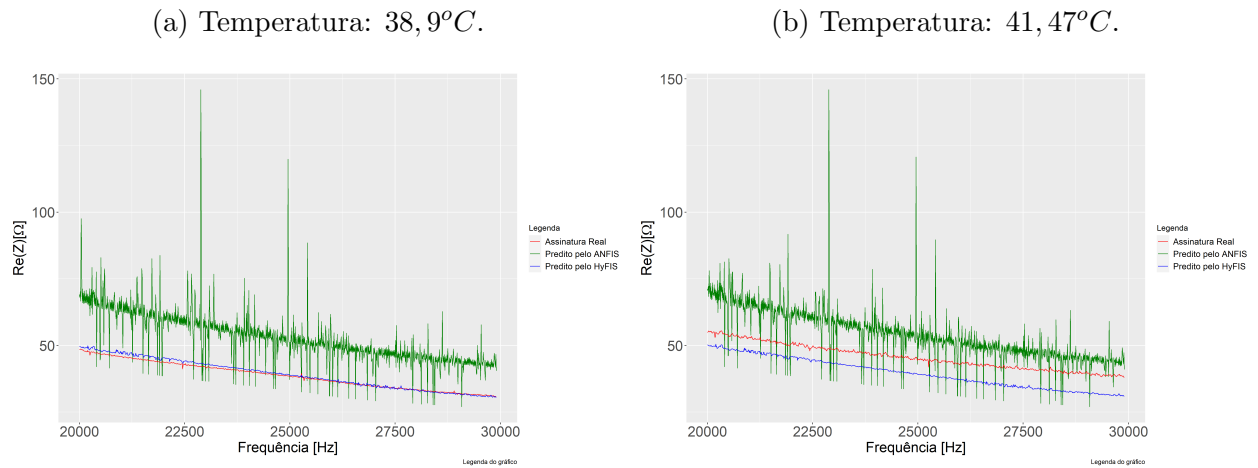


Figura 5.34: Comparação das assinaturas reais e previstas entre HyFIS e ANFIS no PZT 8.

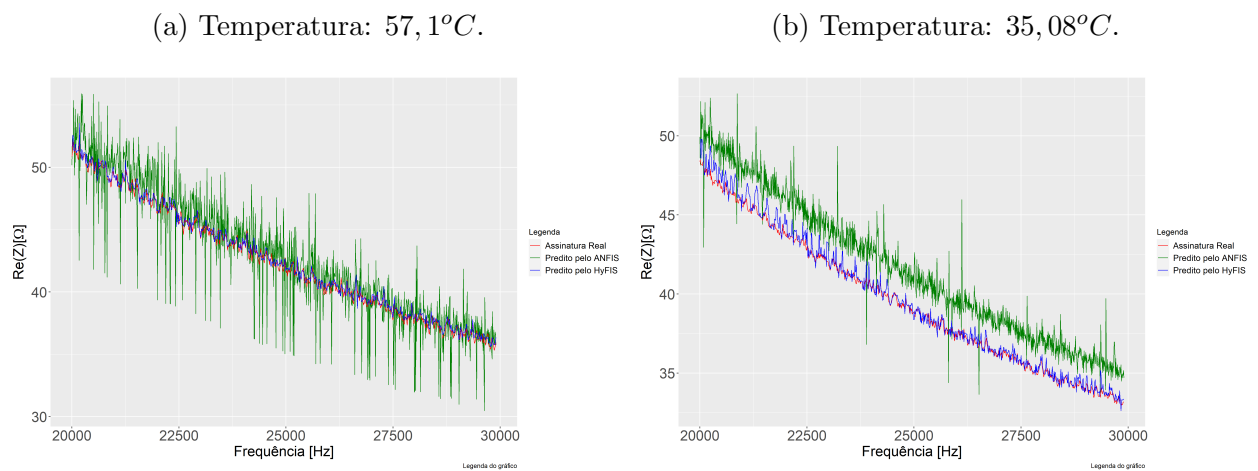
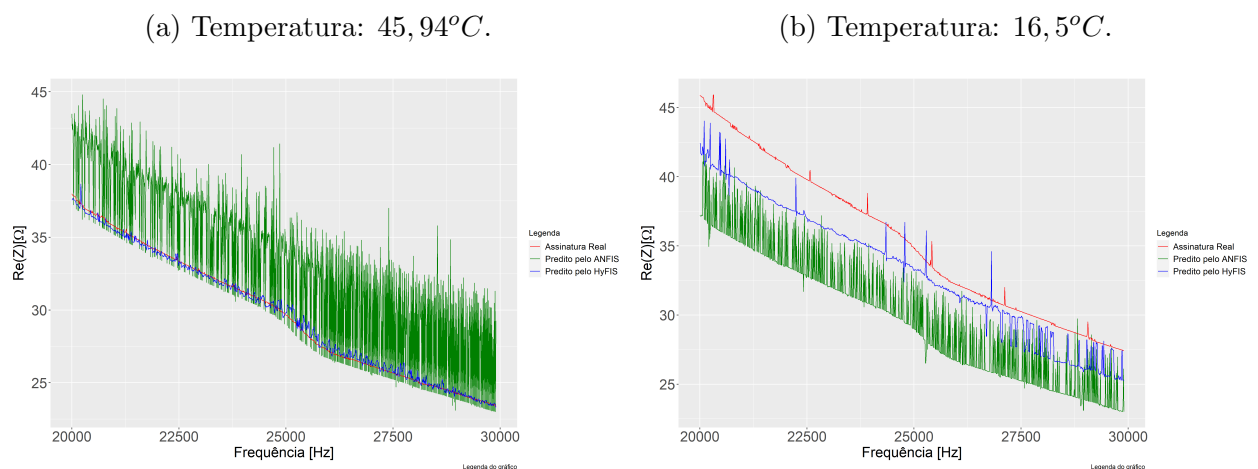


Figura 5.35: Comparação das assinaturas reais e previstas entre HyFIS e ANFIS no PZT 9.



Na Tabela 5.8 estão representados os valores obtidos para a métrica de dano CCD para cada um dos PZT em temperaturas específicas.

Nessa análise, são destacadas as temperaturas associadas às previsões de menor CCD realizadas pelos sistemas HyFIS e ANFIS para cada PZT, fornecendo uma visão abrangente das temperaturas em que ambos os sistemas obtiveram o melhor desempenho de previsão.

Nas Figuras 5.27 a 5.35, os resultados das comparações entre as assinaturas de impedância *baseline* e das previstas pelos SBRF de Mamdani gerados pelo HyFIS e de Takagi-Sugeno gerados pelo ANFIS, em cada PZT, ilustram diferenças significativas. Visualmente, a proximidade das curvas previstas pelo SBRF de Mamdani em relação às de *baseline* é mais evidente do que as previsões feitas pelo SBRF de Takagi-Sugeno. Isso foi confirmado pelos valores de CCD, na Tabela 5.8 indicando uma superioridade do HyFIS em termos de precisão e ajuste aos dados reais.

Tabela 5.8: Valores do CCD para cada rede neural em determinada temperatura.

PZT	Temperatura ( $^{\circ}C$ )	CCD - HyFIS	CCD - ANFIS
1	49,79	0,0016	0,0353
	40,18	0,0019	0,0294
2	50,17	0,0018	0,311
	39,7	0,0021	0,2102
3	55,01	0,0014	0,0533
	50,98	0,0048	0,0365
4	56,62	0,0019	0,0650
	23,59	0,0092	0,0312
5	56,46	0,0013	0,0701
	34,87	0,0023	0,0406
6	55,65	0,0031	0,4665
	20,37	0,0149	0,3537
7	38,9	0,0059	0,1820
	41,47	0,0099	0,1706
8	57,1	0,0023	0,0361
	35,08	0,0040	0,0138
9	45,94	0,0026	0,2497
	16,5	0,0071	0,1732

Fonte: Acervo dos autores.

As assinaturas previstas pelo SBRF de Takagi-Sugeno demonstraram picos mais íngremes e frequentes, destacando-se pela proximidade desses picos em uma escala de frequência cada vez menor. Esta característica é notável ao observar como esses pontos de pico se aproximam mais rapidamente entre si, evidenciando uma tendência de variação sem transições suaves em comparação com as previsões do SBRF de Mamdani. O que pode indicar uma precisão diferenciada em áreas específicas das assinaturas previstas.

Considerando a aplicação prática desses resultados, a precisão do SBRF de Mamdani pode ter implicações significativas na identificação de danos ou em decisões críticas em sistemas baseados em impedância.

## 5.5 Compensação de Temperaturas na Identificação de Danos

O dano na seção do teto do tanque, conforme o experimento realizado nas instalações do campus Santa Mônica da Universidade Federal de Uberlândia, foi causado por um processo de

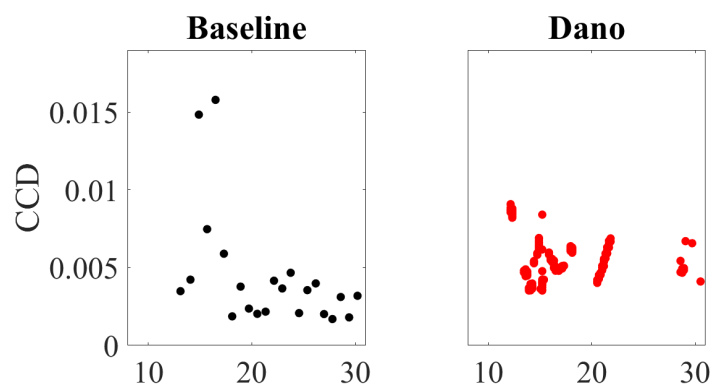
esmerilhamento intencional em um ponto próximo aos PZT 2 e 3. Os modelos gerados durante o treinamento do algoritmo, conforme detalhado nas seções 5.3, 5.4 e 5.2 foram armazenados e utilizados para prever assinaturas de referência correspondentes às assinaturas observadas.

A comparação para identificação de danos é realizada com base nas assinaturas *baseline*, as quais são geradas a partir das redes neuro-fuzzy. Devido a essa abordagem, é possível que ocorram disparidades em relação às assinaturas reais *baseline*, resultando em valores de CCD que se espera que seja cada vez mais próximos de zero. No entanto, quando a assinatura observada é coletada durante a investigação de danos na estrutura e se alguma modificação estrutural estiver presente, espera-se que o valor da métrica calculada seja maior do que o valor da métrica para os dados *baseline*. Nesse contexto, a métrica representa mais do que simples variações devido ao acaso, também reflete a presença de alterações estruturais significativas.

Os resultados obtidos permitem concluir que o dano ocasionado pelo esmerilhamento não alterou expressivamente os valores das métricas analisadas o que pode ser observado comparando a métrica com os dados *baseline* e a métrica com dano nos nove PZT.

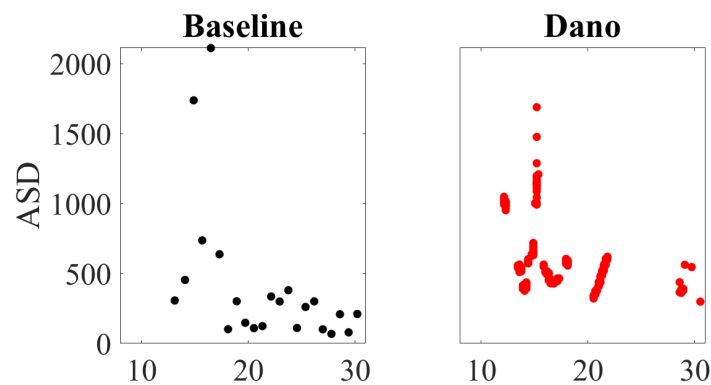
As métricas que conseguiram ser mais sensíveis para esta aplicação foram o CCD, a ASD e a RMSD4 por mais que não conseguiram fazer uma distinção completa entre os conjuntos. Nas Figuras 5.36, 5.37 e 5.38 são representadas as comparações das métricas com dados *baseline* e os dados com danos no PZT 2.

Figura 5.36: PZT 2 - Identificação de danos pela métrica CCD.



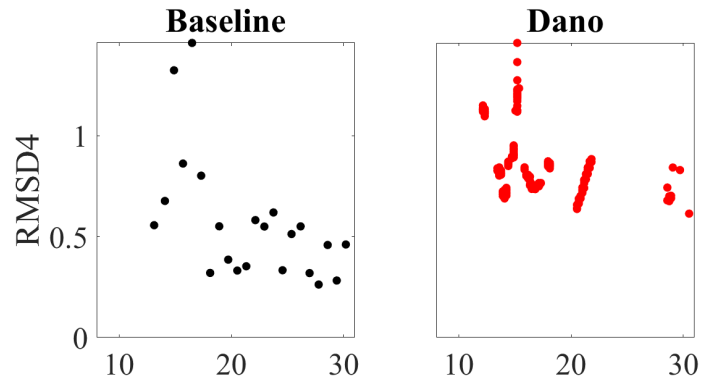
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.37: PZT 2 - Identificação de danos pela métrica ASD.



Fonte: Acervo dos Autores.

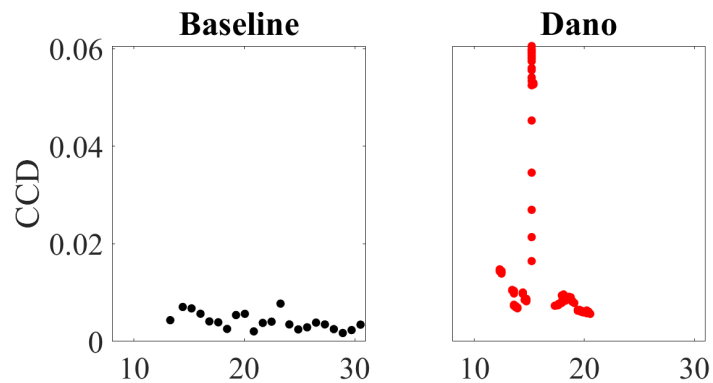
Figura 5.38: PZT 2 - Identificação de danos pela métrica RMSD4.



Fonte: Acervo dos Autores.

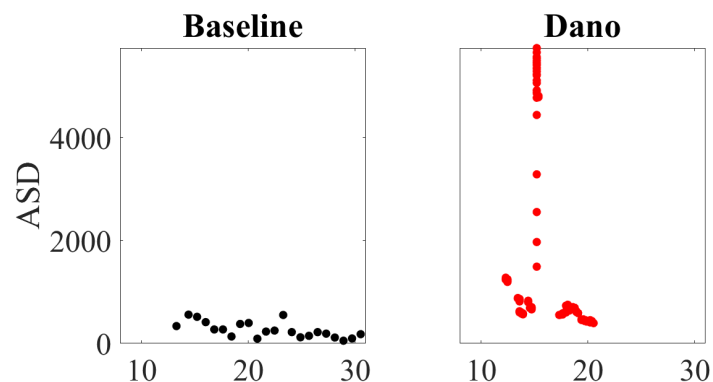
Analogamente, nas Figuras 5.39, 5.40 e 5.41 são representadas as mesmas comparações no PZT 3. Foram escolhidos tais PZT por estarem mais próximos da região que foi esmerilhada.

Figura 5.39: PZT 3 - Identificação de danos pela métrica CCD.



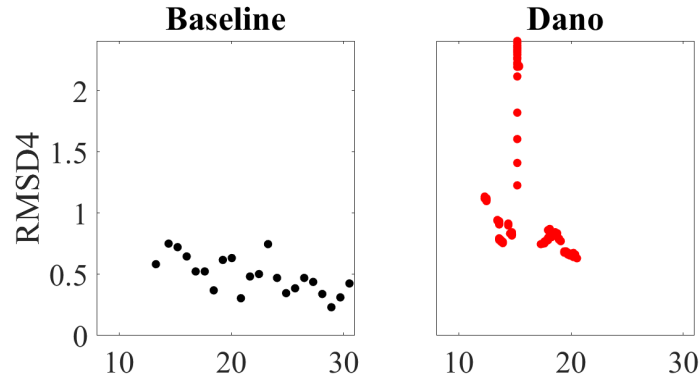
Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.40: PZT 3 - Identificação de danos pela métrica ASD.



Fonte: Acervo dos Autores.

Figura 5.41: PZT 3 - Identificação de danos pela métrica RMSD4.



Fonte: Acervo dos Autores.

Observe que a diferença entre os conjuntos fica mais evidente no PZT 3, embora exista pequenas interseções nos valores das métricas apresentadas. Essa significativa vantagem do PZT 3 pode ser explicada pelo fato do mesmo estar mais próximo da região que foi realizada o esmerilhamento do que o PZT 2.

Apesar de apresentarem valores mínimos de CCD, ASD e RMSD4 mais elevados com os dados *baseline*, é importante notar que os intervalos de ocorrência dos valores, ou seja, a faixa na qual esses valores são observados, possuem uma considerável sobreposição nos dois cenários (*baseline* e dano). Em outras palavras, embora os valores mínimos possam variar, ainda existe uma significativa interseção nos valores das métricas observados em ambos os grupos. Isso sugere que a diferença entre eles pode não ser estatisticamente significativa. Portanto, a elevação dos valores mínimos, por si só, não é suficiente para concluir que existe uma diferença substancial entre as condições de *baseline* e dano.

## 5.6 Conclusão

Ao longo deste estudo, uma análise abrangente foi realizada para investigar o desempenho dos sistemas HyFIS e ANFIS na previsão de assinaturas de impedância em diferentes cenários, com foco especial em situações de dano estrutural. A análise abrangeu a avaliação de diversas combinações de funções de pertinência, a identificação das melhores configurações para cada PZT e a comparação dos resultados obtidos pelos dois sistemas.

O tempo de processamento para treinar os SBRF a partir do ANFIS foi inferior em comparação com o tempo gasto pelo HyFIS na maioria das combinações de funções de pertinência. No entanto, os resultados obtidos evidenciaram de forma significativa a superioridade do sistema HyFIS em relação ao ANFIS em todas as etapas da análise. O HyFIS demonstrou um desempenho notável na previsão das assinaturas de impedância, com a obtenção de CCD menores, o que indica uma capacidade de modelagem mais eficaz. Esse desempenho superior foi observado em diversas configurações de PZTs e para uma variedade de combinações de funções de pertinência.

Além disso, a análise das temperaturas com os menores CCD revelou de forma consistente que o HyFIS proporcionou previsões mais precisas quando comparado ao ANFIS. A presença de uma sobreposição significativa nos intervalos de ocorrência de valores entre os grupos de *baseline* e dano sugere que a elevação dos valores mínimos não é estatisticamente significativa.

No entanto, é importante observar que, apesar do desempenho superior do HyFIS na modelagem das assinaturas de impedância, não se conseguiu identificar danos estruturais em

nenhuma das redes neurais avaliadas.

Portanto, com base nos resultados obtidos, pode-se concluir que o sistema HyFIS se destaca como a opção preferencial para a realização de previsões precisas de assinaturas de impedância em cenários de dano estrutural, evidenciando um desempenho superior ao ANFIS em todas as etapas da análise.

# Capítulo 6

## Considerações Finais

As redes neuro-fuzzy representam uma fusão entre a inteligência artificial, particularmente as redes neurais, e a teoria dos conjuntos fuzzy. Essa combinação resulta em sistemas altamente eficazes, que se tornam ferramentas de modelagem de alto nível. No contexto deste trabalho, essa abordagem específica foi adotada para estabelecer a hipótese central.

Na teoria do SHM, a compensação de temperatura representa uma etapa crucial em sua metodologia. Este estudo propôs abordagens inovadoras para determinar o SBRF, permitindo prever padrões de temperatura de referência em cenários não contemplados nos dados de coleta.

O estudo com as duas redes neuro-fuzzy foram realizados em três estruturas construídos em diferentes formatos nos materiais: alumínio e aço.

Ressalta-se que os experimentos foram realizados em câmara climática e em condições ambientais com diferentes variações de temperaturas. No segundo experimento realizado no Campus Glória, as temperaturas variando de  $8,93^{\circ}C$  a  $30,52^{\circ}C$ , enquanto no terceiro experimento ocorreu no Campus Santa Mônica com as temperaturas de  $13,82^{\circ}C$  a  $58,07^{\circ}C$ . Em todos os casos, a rede neuro-fuzzy HyFIS gerou SBRF que obtiveram uma acurácia com mais de 90% de acerto.

Os resultados obtidos permitem que a equipe do projeto “Aplicação de Transdutores Piezelétricos em Sistemas Mecânicos para Monitoramento de Integridade Estrutural para Tanques de Armazenamento” possa conduzir testes mais aprofundados para avaliar a viabilidade dessa metodologia em empresas de exploração de petróleo, com foco especial na Petrobras - Petróleo Brasileiro S.A.

Das métricas analisadas, o CCD se destacou pela eficácia em proporcionar uma comparação qualitativa entre os dados, traduzindo-os em representações quantitativas ao comparar conjuntos de dados base e danificados. Cada métrica foi empregada na detecção de danos na estrutura, destacando-se o desvio do coeficiente de correlação, a diferença média quadrática e o desvio médio da raiz quadrada 4 como as mais sensíveis para essa detecção.

A comparação entre as duas redes neurais em cada experimento foi realizada utilizando o CCD, a métrica escolhida para validar a metodologia. Segundo os dados do CCD, a rede neuro-fuzzy ANFIS demonstrou consistentemente valores mais elevados do que a HyFIS em todos os casos. Essa tendência também se refletiu na análise visual dos gráficos comparativos entre dados reais e previstos, evidenciando uma maior instabilidade na ANFIS em comparação com a HyFIS.

Este trabalho resultou na publicação nos anais do evento da II Reunião Mineira de Matemática (PRUDENTE *et al.*, 2023). Além disso, um artigo detalhado sobre os resultados e estudos apresentados no Capítulo 4 está submetido a uma revista científica. Neste capítulo, foi possível realizar a identificação de danos com base nos dados obtidos, contribuindo assim para o avanço do conhecimento na área.

Este estudo pode ter implicações significativas para o campo da detecção de danos em



estruturas metálicas, fornecendo *insights* valiosos para o desenvolvimento de metodologias e técnicas mais robustas e precisas para a identificação precoce de danos em equipamentos industriais sensíveis. A metodologia apresentada pode ser aplicada em uma variedade de contextos industriais, contribuindo para a manutenção preventiva e a segurança operacional de estruturas críticas.

Um trabalho futuro que pode trazer grandes contribuições é construir um experimento que consiga detectar as diferenças da impedância. Utilizando essas diferenças por várias métricas determinar localização e o nível de dano, através de SBRF (FREITAS, 2021), (MARGOTTI; HAFEMANN; SANTANA, 2023). Além disso, no trabalho pode ser acrescentado a metodologia de conjuntos fuzzy do tipo 2 intervalar para a construção do SBRF com dados de estruturas similares, através das redes neuro-fuzzy deste tipo (JAFELICE; BERTONE, 2021).

# Referências Bibliográficas

- AFFONSO, C. d. O.; SASSI, R. J. Aplicação de redes neuro fuzzy ao processamento de peças automotivas por meio de injeção de polímeros. *Production*, SciELO Brasil, v. 25, p. 157–169, 2014.
- AGGARWAL, C. C. *et al.* Neural networks and deep learning. *Springer*, Springer, v. 10, n. 978, p. 3, 2018.
- ANDREUCCI, R. Ensaio por ultrassom. *São Paulo: Associação Brasileira de Ensaio Não Destrutivos*, 2003.
- BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. *Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática*. Campinas, SP: UNICAMP/IMECC, 2015. 426 p. ISBN 85-87185-05-5.
- BEZERRA. *Reservoir Computing com Hierarquia para Previsão de Vazões Médias Diárias*. Tese (Doutorado) — Dissertação (Mestrado)—Universidade de Pernambuco, 2016.
- BISHOP, C. M.; NASRABADI, N. M. *Pattern recognition and machine learning*. New York, Wiley: Springer, 2006. v. 4.
- BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. *Numerical Analysis*. Stamford: Cengage Learning, 1985.
- COSTA, T. V. V. *Sistema Nervoso: Notas de Aula*. 2018. ([https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4476305/mod\\_resource/content/1/Sist-Nervoso.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4476305/mod_resource/content/1/Sist-Nervoso.pdf)).
- DETRAN. *Respeite os limites de velocidade das vias*. 2017. 02 de outubro de 2023. Disponível em: (<https://www.detran.ms.gov.br/respeite-os-limites-de-velocidade-das-vias-alerta-detran-ms/>).
- FARRAR, C. R.; WORDEN, K. *Structural health monitoring: a machine learning perspective*. UK, Wiley: John Wiley & Sons, 2012.
- FREITAS, F. A. *Aplicação da Teoria dos Conjuntos Fuzzy no Estudo da Impedância Eletromecânica*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2021.
- FREITAS, F. A.; JAFELICE, R. M.; SILVA, J. W.; RABELO, D. S.; NOMEINI, Q. S. S.; MOURA, J. R. V. d.; GALLO, C. A.; CUNHA, M. J.; RAMOS, J. E. A new data normalization approach applied to the electromechanical impedance method using adaptive neuro-fuzzy inference system. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Springer, v. 43, p. 1–13, 2021.
- GIURGIUTIU, V. Tuned lamb wave excitation and detection with piezoelectric wafer active sensors for structural health monitoring. *Journal of intelligent material systems and structures*, Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, v. 16, n. 4, p. 291–305, 2005.
- GRISSE, B. L.; PEAIRS, D. M.; INMAN, D. J. Impedance-based health monitoring of composites. *IMAC XXII Dearborn, MI Jan*, p. 26–29, 2004.

- INC., T. M. *MATLAB version: 9.13.0 (R2022b)*. Natick, Massachusetts, United States: The MathWorks Inc., 2022. Disponível em: <https://www.mathworks.com>).
- JAFELICE, R. S. M. *Modelagem fuzzy para dinamica de transferencia de soropositivos para HIV em doença plenamente manifesta*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, 2003.
- JAFELICE, R. S. M.; BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. Teoria dos conjuntos fuzzy com aplicações. *Notas em Matemática Aplicada*, v. 17, p. 121, 2023.
- JAFELICE, R. S. M.; BERTONE, A. M. A. *Biological Models via Interval Type-2 Fuzzy Sets*, Springer, p. 136, 2021.
- JANG, J.-S. Anfis: Adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, IEEE, v. 23, n. 3, p. 665–685, 1993. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/21.256541>).
- KIM, J.; KASABOV, N. Hyfis: Adaptive neuro-fuzzy inference systems and their application to nonlinear dynamical systems. *Neural Networks*, v. 12, n. 9, p. 1301–1319, 1999. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/S0893-6080\(99\)00067-2](https://doi.org/10.1016/S0893-6080(99)00067-2)).
- KRISHNAMURTI, G. S.; NAIDU, R. Solid–solution equilibria of cadmium in soils. *Geoderma*, Elsevier, v. 113, n. 1-2, p. 17–30, 2003.
- MARGOTTI, F.; HAFEMANN, E.; SANTANA, L. M. *Implementação computacional da tomografia por impedância elétrica*. Rio de Janeiro, RJ: Editora do IMPA, 2023.
- MCCULLOCH, W. S.; PITTS, W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *The bulletin of mathematical biophysics*, Springer, v. 5, p. 115–133, 1943.
- PARK, G.; SOHN, H.; FARRAR, C. R.; INMAN, D. J. *et al.* Overview of piezoelectric impedance-based health monitoring and path forward. *Shock and vibration digest*, Washington, DC: The Center, v. 35, n. 6, p. 451–464, 2003.
- PEAIRS, D. M. *High frequency modeling and experimental analysis for implementation of impedance-based structural health monitoring*. Tese (Doutorado) — Virginia Polytechnic Institute and State University, 2006.
- Posit team. *RStudio: Integrated Development Environment for R*. Boston, MA, 2023. Disponível em: <http://www.posit.co/>).
- PRA, A. A. D. *Avaliação imobiliária através de inteligência computacional*. Monografia (Graduação) — Departamento de informática e estatística, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC., 2023.
- PRUDENTE, F. A. D.; JAFELICE, R. S. M.; SILVA, J. W.; RABELO, D. S. Aplicação de redes neuro-fuzzy na técnica de monitoramento de integridade estrutural baseado em impedância. 2023. Acessado em 06/12/2023.
- RABELO, D. S. *Técnicas avançadas de normalização de dados aplicadas ao método de monitoramento de integridade estrutural baseado em impedância eletromecânica*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2017.
- RAJU, V. *Implementing impedance-based health monitoring*. Tese (Doutorado) — Virginia Tech, 1997.

- ROSS, T. J. *Fuzzy logic with engineering applications*. Chennai, India: John Wiley & Sons, 2009.
- SANDMANN, H. R. *Predição não-linear de séries temporais usando sistemas de arquitetura neuro-fuzzy*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2006.
- SANTANA, P. V. *Abordagens de Sistemas Neuro-Fuzzy em Modelos Econômicos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2021.
- SHEIKH, H.; PRINS, C.; SCHRIJVERS, E. *Mission AI: The New System Technology*. Cham: Springer Nature, 2023.
- STEWART, J.; ROMO, J. H. *Cálculo*. São Paulo – SP: Cengage Learning, 2017.
- TSENG, K. K.; NAIDU, A. S. Non-parametric damage detection and characterization using smart piezoceramic material. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 11, n. 3, p. 317, 2002.
- WANG, L.-X.; MENDEL, J. M. Generating fuzzy rules by learning from examples. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, IEEE, v. 22, n. 6, p. 1414–1427, 1992.
- WITTE, R. S.; WITTE, J. S. *Statistics*. LTC: John Wiley & Sons, 2017.
- YU, L.; GIURGIUTIU, V. Multi-mode damage detection methods with piezoelectric wafer active sensors. *Journal of intelligent material systems and structures*, Sage Publications Sage UK: London, England, v. 20, n. 11, p. 1329–1341, 2009.
- ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and control*, Elsevier, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965.