

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

PABLO DE JESUS GALLO SANTOS  
VITOR MARQUES SILVA

PROJETO E DIMENSIONAMENTO DE SUSPENSÃO DE UM VEÍCULO DE FÓRMULA  
SAE

Uberlândia  
2023

PABLO DE JESUS GALLO SANTOS  
VITOR MARQUES SILVA

PROJETO E DIMENSIONAMENTO DE SUSPENSÃO DE UM VEÍCULO DE FÓRMULA  
SAE

**Dissertação** apresentada aos docentes em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **BACHAREL EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Engenharia Mecânica

Orientador: Leonardo Rosa Ribeiro da Silva

Coorientador: Lucas Melo Queiroz Barbosa

Uberlândia

2023

PABLO DE JESUS GALLO SANTOS  
VITOR MARQUES SILVA

PROJETO E DIMENSIONAMENTO DE SUSPENSÃO DE UM VEÍCULO DE FÓRMULA  
SAE

**Dissertação** apresentada aos docentes em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **BACHAREL EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Uberlândia, 01/12/2023

Banca Examinadora:

Leonardo Rosa Ribeiro da Silva – Doutor em Engenharia Mecânica (UFU)

---

Lucas Melo Queiroz Barbosa – Mestre em Engenharia Mecânica (UFU)

---

## AGRADECIMENTOS

Primordialmente, agradecer aos meus pais e ao meu irmão, que são meus exemplos em todos os âmbitos: em caráter e como profissionais. Agradecer também ao Vitor pela parceira de longa data, que culmina no presente trabalho. E ainda, porém não menos importante, a todos os vários professores que passaram pela minha jornada na educação, construindo um conhecimento que nos torna melhores como seres humanos.

*Pablo*

Quero agradecer aos meus pais e a minha namorada por toda a paciência durante essa jornada árdua da graduação, por sempre apoiarem e incentivarem minhas decisões, tanto nos bons momentos quanto nos mais difíceis, sempre me reerguendo e dando forças para continuar. Agradecer ao meu amigo da faculdade e da vida, Pablo, por manter sempre um alto astral que nos manteve motivados e alegres durante todo esse período marcante de nossas vidas. Também quero agradecer a todos os professores pelos conhecimentos e experiências passadas a nós, e principalmente, ao nosso orientador Leonardo e nosso co-orientador Lucas, que se mostraram sempre disponíveis e dedicados para que pudéssemos fazer o melhor nesse projeto final de curso. Muito obrigado!

*Vitor*

"A alma é curva e reta. Curva quando pensa e reta quando age."

- Anton Tchekhov

## RESUMO

O dimensionamento de uma suspensão para um veículo do tipo Formula SAE, é um desafio essencial na otimização do desempenho e segurança desse tipo de automóvel de competição. A pesquisa abrange uma análise detalhada dos tipos mais comuns de suspensão usados nesses veículos, destacando suas características, vantagens e desvantagens. Inicialmente, são explorados os diferentes desenhos de suspensão, como suspensões independentes, duplo A, McPherson, entre outros, oferecendo uma compreensão abrangente de suas estruturas e funcionamentos. Cada configuração é examinada quanto à sua capacidade de lidar com as demandas específicas de um veículo de competição, como agilidade, aderência, controle e conforto. Posteriormente, o estudo se aprofunda na análise das forças e momentos que atuam sobre os componentes da suspensão durante a operação do veículo. Essa etapa crítica permite identificar as tensões máximas que esses componentes da suspensão suportam. Com base nessas análises de forças e momentos, o estudo avança para simulações computacionais, onde as tensões máximas identificadas são usadas para prever e analisar as deformações nas peças da suspensão. O objetivo final dessas simulações é garantir o dimensionamento adequado e a resistência estrutural da suspensão, verificando se os componentes são capazes de suportar as demandas mecânicas e as cargas esperadas. Ao final do estudo, são apresentadas conclusões sobre o dimensionamento das bandejas, tirantes e balancim em função das máximas tensões simuladas nessas peças, conferindo um coeficiente de segurança de aproximadamente 1.3, suficiente para produção da suspensão sugerida ao longo do trabalho.

**Palavras-chave:** Fórmula SAE; suspensão; dimensionamento; simulação; frenagem; aceleração; bandeja; tirante; balancim.

## ABSTRACT

Designing a suspension for a Formula SAE vehicle is a pivotal challenge in optimizing the performance and safety of this type of competition automobile. The research encompasses a detailed analysis of the most common types of suspensions used in these vehicles, highlighting their characteristics, advantages, and disadvantages. Initially, different suspension designs such as independent suspensions, double A-arms, McPherson, among others, are explored, providing a comprehensive understanding of their structures and functionalities. Each configuration is examined concerning its ability to handle the specific demands of a competition vehicle, including agility, grip, control, and comfort. Subsequently, the study delves deeper into analyzing the forces and moments acting on the suspension components during vehicle operation. This critical stage allows for the identification of the maximum stresses these suspension components endure. Based on these force and moment analyses, the study proceeds to computational simulations where the identified maximum stresses are used to predict and analyze deformations in the suspension parts. The ultimate goal of these simulations is to ensure proper sizing and structural strength of the suspension, verifying whether the components can withstand mechanical demands and anticipated loads. At the end of the study, conclusions are drawn regarding the sizing of the trays, tie rods, and scaffold based on the maximum simulated stresses in these components, providing a safety factor of approximately 1.3, sufficient for the suggested suspension production outlined throughout the study.

**Keywords:** Formula SAE; suspension; sizing; simulation; braking; acceleration; control arm; tie rod; rocker arm."

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Representação da suspensão MacPherson .....	14
Figura 2: Representação da suspensão Duplo A (Double Wishbone).....	14
Figura 3: Representação da suspensão Multilink .....	15
Figura 4: Representação da suspensão de eixo rígido (feixe de molas) .....	16
Figura 5: Entre-eixos e bitola de um veículo.....	17
Figura 6: Camber negativo e positivo, em um sistema de suspensão MacPherson .....	18
Figura 7: Arranjo da suspensão dianteira .....	20
Figura 8: Convergência positiva e negativa dos pneus dianteiros, respectivamente.....	20
Figura 9: Ângulo de pino mestre, ou kingpin.....	21
Figura 10: Análise do centro de rolagem de uma suspensão independente .....	22
Figura 11: Ângulo de deriva de um pneu .....	23
Figura 12: Geometria básica para realização de curvas proposta por Ackermann.....	24
Figura 13: Efeitos da frenagem sobre o veículo .....	25
Figura 14: Anti-squat traseiro; (a) geometria em eixo rígido (b) geometria em suspensão traseira independente.....	26
Figura 15: Sistema de coordenadas modelo de um veículo.....	28
Figura 16: Origem do sistema de coordenadas e suas direções.....	28
Figura 17: Parâmetros definidos na vista frontal para a suspensão dianteira (azul) e traseira (laranja).....	29
Figura 18: Parâmetros definidos na vista frontal para a suspensão dianteira (azul) e traseira (laranja).....	30
Figura 19: Geometria de suspensão .....	30
Figura 20: Geometria de suspensão exportada para o Lotus Shark.....	30
Figura 21: Componentes analisados da suspensão .....	32
Figura 22: Produto entre matrizes para definição de forças e momentos.....	33
Figura 23: Valores aproximados para o fator de comprimento efetivo, K.....	35
Figura 24: Balancim .....	36
Figura 25: Medidas comerciais de tubos padrão Schedule, pela Norma NBR 5590.....	46
Figura 26: Condições de contorno da bandeja superior dianteira .....	51
Figura 27: Deformação máxima da bandeja superior dianteira.....	51
Figura 28: Tensão máxima da bandeja superior dianteira .....	52

Figura 29: Convergência da tensão com o refinamento da malha – Bandeja superior dianteira .....	52
Figura 30: Condições de contorno da bandeja inferior dianteira.....	53
Figura 31: Deformação máxima da bandeja inferior dianteira.....	53
Figura 32: Tensão máxima da bandeja inferior dianteira .....	54
Figura 33: Convergência da tensão com o refinamento da malha – Bandeja inferior dianteira .....	54
Figura 34: Condições de contorno da bandeja superior traseira.....	55
Figura 35: Deformação máxima da bandeja superior traseira.....	55
Figura 36: Tensão máxima na bandeja superior traseira .....	56
Figura 37: Convergência da tensão com o refinamento da malha.....	56
Figura 38: Condições de contorno da bandeja inferior traseira.....	57
Figura 39: Deformação máxima da bandeja inferior traseira .....	57
Figura 40: Tensão máxima na bandeja inferior traseira .....	58
Figura 41: Convergência da tensão com o refinamento da malha.....	58
Figura 42: Condições de contorno do tirante dianteiro .....	59
Figura 43: Deformação máxima do tirante dianteiro.....	60
Figura 44: Tensão máxima do tirante dianteiro.....	60
Figura 45: Convergência da tensão com o refinamento da malha – Tirante dianteiro .....	61
Figura 46: Condições de contorno do tirante traseiro.....	61
Figura 47: Deformação máxima do tirante traseiro.....	62
Figura 48: Tensão máxima do tirante traseiro .....	62
Figura 49: Convergência da tensão com o refinamento da malha.....	63
Figura 50: Condições de contorno do balancim dianteiro .....	63
Figura 51: Deformação máxima do balancim dianteiro .....	65
Figura 52: Tensão máxima do balancim dianteiro .....	65
Figura 53: Convergência da tensão com o refinamento da malha – Balancim dianteiro .....	66
Figura 54: Condições de contorno do balancim traseiro .....	67
Figura 55: Deformação total do balancim traseiro .....	68
Figura 56: Tensão máxima do balancim traseiro .....	68
Figura 57: Convergência da tensão com o refinamento da malha – Balancim traseiro .....	69

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Origem do sistema de coordenadas e suas direções .....	29
Tabela 2: Variação dos parâmetros em função do curso .....	31
Tabela 3: Variação dos parâmetros em função do ângulo de rolagem .....	31
Tabela 4: Dados do veículo (massa, altura do CG, bitola e entre-eixos.....)	37

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS.....</b>	<b>12</b>
<b>3</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>13</b>
<b>3.1</b>	<b>Tipos de suspensão.....</b>	<b>13</b>
3.1.1	Suspensão MacPherson .....	13
3.1.2	Suspensão de braço duplo A ( <i>Double Wishbone</i> ).....	14
3.1.3	Suspensão Multilink .....	15
3.1.4	Suspensão de eixo rígido ( <i>Solid Axle</i> ) .....	16
<b>3.2</b>	<b>Parâmetros dos veículos.....</b>	<b>17</b>
3.2.1	Entre eixos .....	17
3.2.2	Bitola.....	17
3.2.3	Camber.....	18
3.2.4	Caster .....	19
3.2.5	Raio de Deslizamento ( <i>Scrub radius</i> ) .....	19
3.2.6	Convergência .....	20
3.2.7	Pino mestre ( <i>kingpin</i> ).....	21
3.2.8	Centro de Rolagem ( <i>Roll Center</i> ) .....	22
3.2.9	Ângulo de Deriva.....	22
3.2.10	Geometria de Ackermann.....	23
3.2.11	Geometria <i>anti-dive</i> .....	24
3.2.12	Geometria <i>anti-squat</i> .....	26
3.2.13	Geometria <i>anti-lift</i> .....	27
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>28</b>
<b>4.1</b>	<b>Pontos de análise.....</b>	<b>28</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>37</b>
<b>5.1</b>	<b>Pontos da Suspensão.....</b>	<b>37</b>
<b>5.2</b>	<b>Transferência de Carga.....</b>	<b>14</b>
<b>5.3</b>	<b>Esforços nos componentes .....</b>	<b>13</b>
<b>5.4</b>	<b>Dimensionamento .....</b>	<b>50</b>
5.4.1	Bandejas .....	50
5.4.2	Tirantes .....	59
5.4.3	Balancins .....	63

<b>6 CONCLUSÃO</b> .....	<b>69</b>
<b>6.1 Propostas de trabalhos futuros</b> .....	<b>71</b>
<b>7 REFERÊNCIAS</b> .....	<b>73</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A Fórmula SAE é uma competição que visa enriquecer a formação de estudantes universitários de engenharia por meio da construção de carros do tipo fórmula. As universidades competem na criação de veículos testados em avaliações estáticas e dinâmicas. Na estática, são considerados construção, custo, escolhas de projeto, segurança, enquanto na dinâmica, avaliam-se o desempenho em aceleração, pista e consumo de combustível. A competição, iniciada pela SAE International em 1979 nos EUA, se expandiu para mais de 8 países, incluindo o Brasil. O regulamento da Fórmula SAE oferece ampla liberdade no design do veículo, sendo notável por não impor um peso mínimo, especialmente na categoria de combustão. Nessa categoria, que é o foco deste trabalho, são permitidos motores 4 tempos ciclo Otto com até 710 cm<sup>3</sup>, cockpit e rodas descobertas, cinto de segurança com no mínimo cinco pontos e capacidade para acomodar um adulto de pelo menos 1,80 metros (Barbosa et al, 2018).

O desenvolvimento de veículos de competição, especialmente aqueles seguindo as normas da Society of Automotive Engineers (SAE), requer um conhecimento profundo de engenharia mecânica, incluindo o projeto de sistemas de suspensão e direção eficientes e eficazes. A suspensão e direção são componentes essenciais de um veículo de competição, visto que são responsáveis pelo controle do movimento das rodas e, conseqüentemente, pela estabilidade, conforto e desempenho do carro (Gillespie, 1992).

A engenharia de suspensão automotiva é um campo vasto que engloba uma série de parâmetros críticos para o desempenho veicular. A rigidez da suspensão, por exemplo, desempenha um papel vital na capacidade do veículo de lidar com diferentes condições de superfície, enquanto a geometria da suspensão, como o caster, o camber e a convergência, afeta diretamente a estabilidade direcional e a aderência das rodas. Além disso, a distribuição do peso e a capacidade de ajuste da suspensão são fatores cruciais para otimizar a tração, a resposta ao volante e o conforto do piloto. Esses parâmetros, interconectados de maneira intrincada, são elementos fundamentais para o desempenho global do veículo e devem ser meticulosamente avaliados e calibrados para atender aos critérios exigentes de uma competição SAE.

Dentro deste escopo, o projeto e a otimização da suspensão e direção do veículo SAE envolverão uma análise abrangente desses parâmetros e seu ajuste para atingir um equilíbrio ideal entre desempenho, estabilidade e conforto. A compreensão detalhada desses elementos permite a maximização do potencial do veículo, não apenas em termos de desempenho puro, mas também em sua capacidade de manter a estabilidade em curvas, absorver impactos e oferecer uma experiência de condução precisa e controlada. Assim, a implementação de

estratégias de projeto que integrem de forma sinérgica esses parâmetros será crucial para alcançar um sistema de suspensão e direção eficiente e competitivo para os padrões da SAE.

Diversos trabalhos já foram feitos anteriormente por membros da equipe UFU Racing Formula Team, como por exemplo, Determinação de Parâmetros de Maior Influência em Algoritmo de Predição de Dinâmica Veicular na Performance em um Carro de Formula SAE (BARBOSA, 2019), Development Of An Algorithm For Prediction Of Racing Vehicle Dynamics And Comparison With A Commercial Software (BARBOSA, 2019), Influência da aerodinâmica em um carro de fórmula SAE (BARBOSA, 2018), Avaliação de peças em um veículo de Formula SAE através de escaneamento 3D de baixo custo (LEANDRO, 2023) e Análise de silenciadores de escape automotivo visando redução da emissão de ruído (REZENDE, 2020).

Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo analisar, projetar e otimizar um sistema de suspensão e direção para um carro de competição SAE, levando em consideração os desafios específicos da categoria e as necessidades dos pilotos. O projeto será desenvolvido com base em metodologias consagradas no campo da engenharia automotiva, como a abordagem de análise multicorpo (AMB) (Pacejka, 2012) e a otimização por algoritmos genéticos (Deb, 2001).

Ao longo deste trabalho, serão abordadas questões como a seleção dos tipos de suspensão e direção, a determinação das geometrias mais adequadas, a otimização das configurações para atender aos critérios de desempenho e a análise das propriedades dinâmicas do sistema. Além disso, serão utilizados softwares de simulação, como o Lotus Suspension Analysis para validar o projeto e estudar o impacto das soluções propostas no desempenho do veículo.

## 2 OBJETIVOS

De forma geral, o objetivo do presente trabalho é definir os parâmetros que influenciam a suspensão de um veículo de fórmula SAE, explicitá-los, e com base nesses conceitos, dimensionar a suspensão, baseado na simulação estática.

Detalhadamente, as seguintes condições limitarão nortearão o escopo do projeto:

- As regras vigentes nas competições de fórmula SAE devem ser respeitadas, a fim de conferir realidade à aplicabilidade do projeto.
- O entre-eixos tem um tamanho mínimo de 1550 mm, o movimento da roda deve ser maior ou igual a 50 mm e o veículo não deve tombar quando inclinado a uma angulação de 60°, equivalente a 1,7 vezes a aceleração da gravidade (aproximadamente 17 m/s<sup>2</sup>).
- Valores iniciais dos parâmetros arbitrários baseados na literatura direcionada ao tema, além das configurações utilizadas em outros carros de competição;
- Definição das forças e momentos máximos, para estudo da flambagem, transferência de carga e razão de rigidez (*motion ratio*);
- A partir das simulações estáticas, definir as tensões e deformações máximas dos componentes, e com estas avaliar o dimensionamento do sistema, com um coeficiente de segurança aceitável.

## **3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **3.1 Tipos de suspensão**

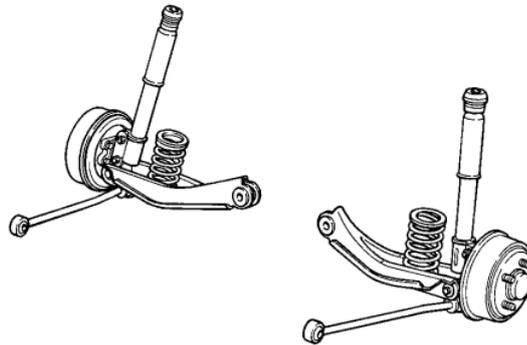
A indústria automotiva e as competições SAE utilizam diversos tipos de suspensão e direção para atender às necessidades de desempenho, conforto e segurança dos veículos. Serão explorados alguns dos tipos mais comuns e seus usos em ambos os contextos.

#### **3.1.1 Suspensão MacPherson**

A suspensão MacPherson é um tipo de sistema de suspensão automotiva independente que foi inventada pelo engenheiro britânico Earle S. MacPherson em 1947. Este sistema é majoritariamente utilizado em veículos de tração dianteira, como carros de passeio. A estrutura desse sistema possui o braço inferior fixado em relação a roda, mantendo assim a roda na direção da curvatura. Já os braços superiores são ligados à carroceria ou ao chassi, e se denota por articulações que captam as forças laterais e longitudinais (GILLESPIE, 1992).

A suspensão MacPherson é uma opção popular em veículos automotores devido à sua simplicidade e eficiência. Entre as suas vantagens, destacam-se a menor necessidade de espaço (possui menos peças que a suspensão de braço duplo, por exemplo) e a melhor estabilidade em curvas, pela disposição mais baixa da suspensão, o que leva a um centro de gravidade mais baixo, e por consequência, diminuição do deslocamento lateral. No entanto, a suspensão MacPherson (representada na Figura 1) também apresenta algumas desvantagens, como limitações de ajuste em diferentes condições de condução, menor capacidade de absorção de impactos em superfícies irregulares ou com grandes buracos, menor durabilidade em condições extremas e pode restringir o espaço para outros componentes, como o motor e o sistema de exaustão, o que pode limitar o desempenho e a eficiência do veículo em algumas situações.

Figura 1: Representação da suspensão MacPherson



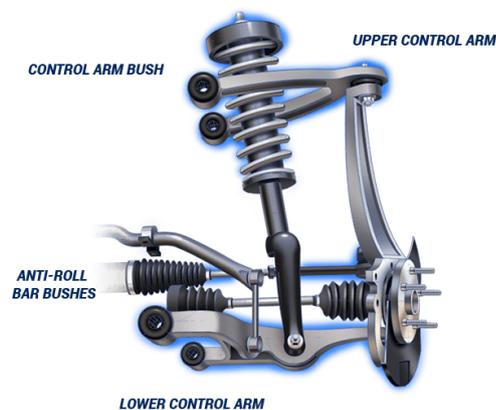
Fonte: Gillespie (1992)

### 3.1.2 Suspensão de braço duplo A (*Double Wishbone*)

Também conhecida como suspensão de braços duplos triangulados, a suspensão *Double Wishbone* utiliza uma geometria complexa para fornecer uma condução suave e controlada, mantendo a estabilidade e a aderência do veículo em curvas e em superfícies irregulares. Os braços superior e inferior se unem em uma junta esférica, permitindo que as rodas se movam verticalmente em relação à carroceria. Essa articulação também permite que as rodas girem em torno de um eixo vertical, permitindo que o veículo vire e mude de direção.

O design da suspensão *Double Wishbone* (Figura 2) permite uma grande quantidade de ajustes em relação ao ângulo de cambagem (inclinação das rodas), ao caster (ângulo da roda em relação ao plano longitudinal do veículo) e à convergência (ângulo das rodas em relação ao plano lateral do veículo). Isso permite que a suspensão seja afinada para veículos de competição, proporcionando a versatilidade necessária nesse contexto.

Figura 2: Representação da suspensão Duplo A (Double Wishbone)



Fonte: Moog Parts

### 3.1.3 Suspensão Multilink

A suspensão Multilink (Figura 3) é caracterizada por ter três ou mais braços de suspensão que se conectam a pontos diferentes do cubo de roda. Normalmente, dois braços longitudinais são conectados ao cubo de roda, enquanto um ou dois braços transversais são conectados ao chassi do veículo. Esses braços de suspensão são projetados para controlar a movimentação da roda em todas as direções, fornecendo um excelente equilíbrio entre conforto e desempenho. De forma geral, são utilizados sistemas com 4 braços, havendo exceções com 5 braços (GILLESPIE, 1992).

A principal vantagem da suspensão Multilink é que ela fornece uma condução mais suave em comparação com outros tipos de suspensão. Isso ocorre porque cada braço de suspensão é projetado para lidar com uma parte específica da carga do veículo, o que ajuda a minimizar a transferência de vibrações e impactos para a carroceria do veículo. Isso torna a condução mais confortável e reduz a fadiga do motorista em longas viagens.

Além disso, a suspensão Multilink é muito versátil e pode ser ajustada para atender a diferentes necessidades de desempenho e condução. Ela oferece um excelente equilíbrio entre estabilidade e manuseio, o que a torna ideal para veículos esportivos ou de alto desempenho. Os sedãs Audi A4 e A6 e os Mercedes-Benz Classe C são veículos que utilizam o Multilink como sistema de suspensão.

Figura 3: Representação da suspensão Multilink



Fonte: Toyota (2015)

### 3.1.4 Suspensão de eixo rígido (*Solid Axle*)

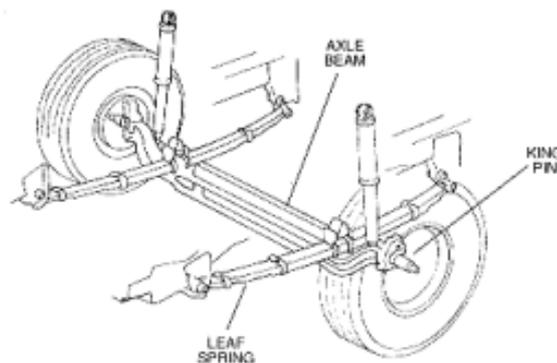
A suspensão de eixo rígido é um tipo de suspensão utilizada em veículos que consiste em um eixo sólido conectado às rodas do veículo. É muito utilizado em veículos de transporte, como caminhões, e veículos *off-road* (o Jeep Wrangler é um exemplo).

O eixo rígido é composto por um eixo principal que se estende entre as rodas e é suportado por feixes de molas (Figura 4), molas helicoidais ou ainda molas de torção, em cada extremidade. As molas são geralmente feitas de aço e são projetadas para suportar o peso do veículo e absorver as irregularidades da estrada. Os amortecedores são usados em conjunto com as molas para suavizar o movimento do eixo e minimizar o impacto das irregularidades do terreno nas rodas.

Uma das principais vantagens da suspensão de eixo rígido é a sua simplicidade e durabilidade. Como não há muitas peças móveis, a manutenção é relativamente fácil e barata.

No entanto, a suspensão de eixo rígido tem algumas desvantagens. Pelo fato do diferencial ser conectado ao eixo, o torque gerado por ele pode fazer que uma roda destracione mais fácil que a outra. Além disso, a suspensão de eixo rígido não é tão eficaz na absorção de choques quanto outros tipos de suspensão, o que pode tornar a condução desconfortável em estradas irregulares.

Figura 4: Representação da suspensão de eixo rígido (feixe de molas)



Fonte: Gillespie (1992)

## 3.2 Parâmetros dos veículos

Visando o entendimento dos pontos a serem observados no projeto da suspensão de qualquer veículo (nesse caso com foco no carro de competição Fórmula SAE), a seguir são expostos os principais pontos de análise cinemática da dinâmica veicular.

### 3.2.1 Entre eixos

É a distância entre os eixos dianteiro e traseiro de um veículo (medido do centro de cada roda) e afeta diretamente a dinâmica veicular em relação ao momento polar de inércia, distribuição de peso, tração e estabilidade.

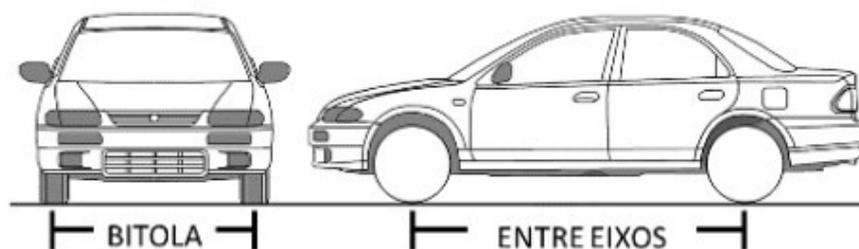
Segundo Seward em *Race Car Design*, o comportamento dinâmico do veículo também é afetado, em relação à distribuição de peso, tração e estabilidade. Por exemplo, um veículo com um entre-eixos mais longos pode ter uma distribuição de peso mais equilibrada, o que melhora a estabilidade em altas velocidades.

Todavia, o aumento desejado do entre eixos, também importante para maior espaço interno do veículo, torna-se uma barreira de projeto, ao notar-se que o aumento da deflexão da estrutura é proporcional à distância dos apoios (os próprios eixos) (PINTO FILHO, 2004).

### 3.2.2 Bitola

Por Seward (2014), bitola é a distância horizontal entre as rodas de um eixo, de centro a centro, medida perpendicularmente ao eixo longitudinal do veículo. A bitola, ilustrada na Figura 5, afeta a estabilidade, a capacidade de manobra, a aderência dos pneus e a distribuição de carga entre os eixos. Um valor mais amplo resulta em maior estabilidade em curvas (REIMPELL; STOLL; BETZLER, 2001), mas também aumenta o raio mínimo de giro do veículo.

Figura 5: Entre-eixos e bitola de um veículo



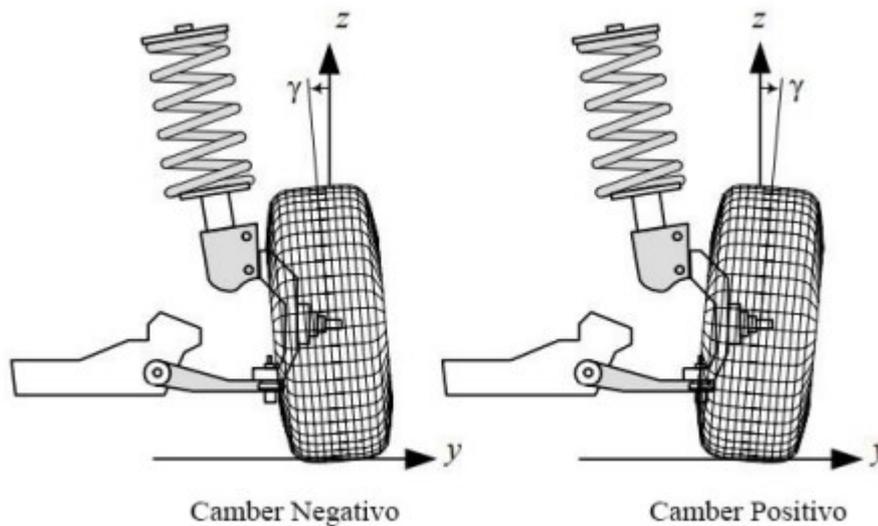
### 3.2.3 Camber

Segundo Jazar (2008), angulação de camber ( $\gamma$ ) gera uma deformação do pneu de tal forma que surge uma força lateral, a força de camber  $F_y$ . Essa força é proporcional a angulação de camber  $\gamma$  para ângulos pequenos e depende diretamente do carregamento no pneu  $F_z$ .

É o ângulo formado entre a vertical e a linha de contato entre o pneu e o solo quando visto de frente ou de trás do veículo, como mostrado na Figura 6. Quando o topo do pneu se inclina para fora do veículo, seu valor é positivo, e quando se inclina para dentro, é negativo.

O camber afeta a distribuição de carga nas rodas e, portanto, a aderência dos pneus ao solo. Um camber negativo (pneu inclinado para dentro) aumenta a aderência lateral em curvas, mas reduz a aderência em linha reta, resultando em maior desgaste dos pneus e menor eficiência de rolamento, frenagem e tração do veículo. Por outro lado, um camber positivo (pneu inclinado para fora) aumenta a aderência em linha reta, mas diminui a aderência lateral em curvas.

Figura 6: Camber negativo e positivo, em um sistema de suspensão MacPherson



Fonte: Jazar (2008)

O valor da angulação depende da aplicação do veículo e é um parâmetro ajustável na geometria da suspensão. Em carros de corrida, o camber geralmente é ajustado para maximizar a aderência em curvas, enquanto em carros de passeio, o camber é ajustado para otimizar o conforto e o desgaste dos pneus. Em geral, o valor do camber positivo é mais comum em carros de passeio, por exigir menos esforço de esterçamento, enquanto carros de corrida podem ter valores de camber negativos ou próximos de zero para maximizar a aderência em curvas.

Por Milliken (1995), para pneus de rua radiais a força devido ao camber tende a cair com ângulos acima de  $5^\circ$ . Para pneus de corrida, essa mesma força é máxima para ângulos pequenos.

### 3.2.4 Caster

Segundo Milliken (1995), o ângulo de caster (Figura 7) é a inclinação vertical do pino do pivô superior da suspensão em relação à vertical quando visto de perfil. Esse ângulo afeta a estabilidade direcional, a sensação de resposta da direção, o esforço de esterçamento, a distribuição de carga nas rodas e os ângulos de camber e convergência das rodas.

Em um veículo com caster positivo, a roda tende a se endireitar automaticamente após uma curva, o que proporciona uma resposta mais rápida da direção e aumenta a estabilidade direcional. Por outro lado, um caster negativo proporciona maior conforto em superfícies irregulares e uma menor tendência de seguir uma linha reta. Gillespie, em *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, diz que a angulação do ângulo de caster normalmente varia de  $0$  a  $5^\circ$ .

### 3.2.5 Raio de Deslizamento (*Scrub radius*)

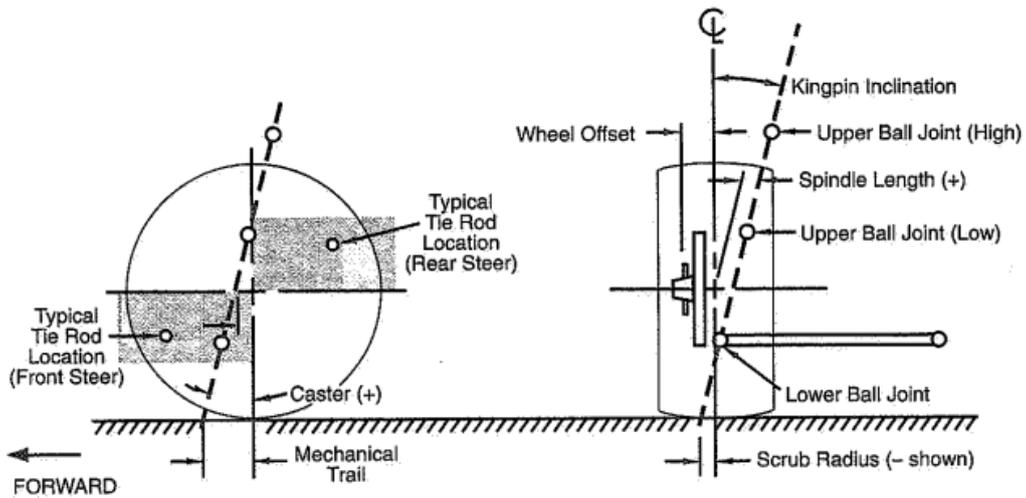
É a distância entre o ponto de interseção do prolongamento do eixo de direção com o solo e o centro de contato do pneu, na vista frontal. Ele é mostrado na Figura 7.

Segundo Milliken (1995), alguns parâmetros podem afetar o valor do *scrub radius*, como o deslocamento lateral do centro da roda (offset) e o ângulo de inclinação do pino mestre (*kingpin*).

Essa medida tem uma grande influência no comportamento do veículo, pois afeta a forma como ele se move quando as rodas estão girando. Quando o valor é zero, o centro de rotação do pneu é no ponto de contato com o solo, o que significa que o pneu não exerce nenhum momento em torno do eixo de direção durante a curva.

Um *scrub radius* positivo (ponto mais próximo da banda interna) pode aumentar a tendência do veículo a puxar para um lado durante a frenagem, enquanto um valor negativo pode tornar a direção mais pesada. Quando sua medida é zero pode oferecer um manuseio mais preciso, mas pode ser mais sensível a irregularidades na superfície da estrada.

Figura 7: Arranjo da suspensão dianteira

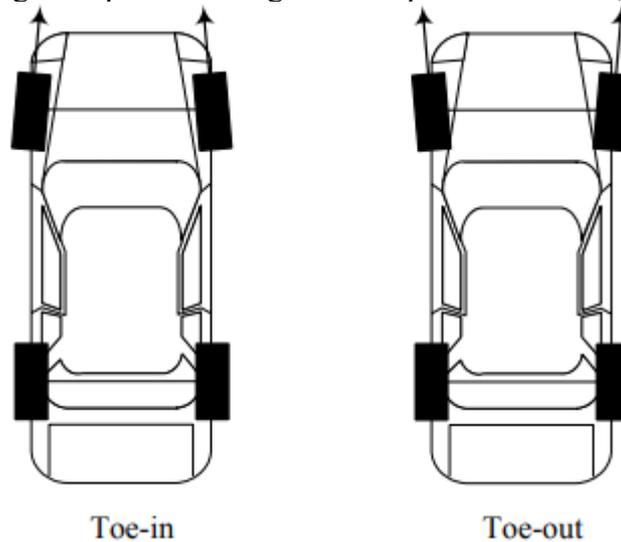


Fonte: Milliken (1995)

### 3.2.6 Convergência

É uma medida que representa o ângulo formado entre os planos dos pneus quando vistos de cima (Figura 8). A convergência pode ser positiva ou negativa. Quando a dianteira dos pneus está mais próxima uma da outra, é considerada positiva. Esse valor é negativo para o efeito inverso, quando a parte traseira está mais próxima uma da outra.

Figura 8: Convergência positiva e negativa dos pneus dianteiros, respectivamente



Fonte: Jazar (2008)

Essa angulação afeta principalmente a estabilidade do veículo em linha reta. Quando positiva, torna o veículo mais estável em linha reta, mas pode reduzir a precisão na curva. Com

relação a negativa, a precisão na curva é melhorada, mas pode tornar o veículo menos estável em uma reta.

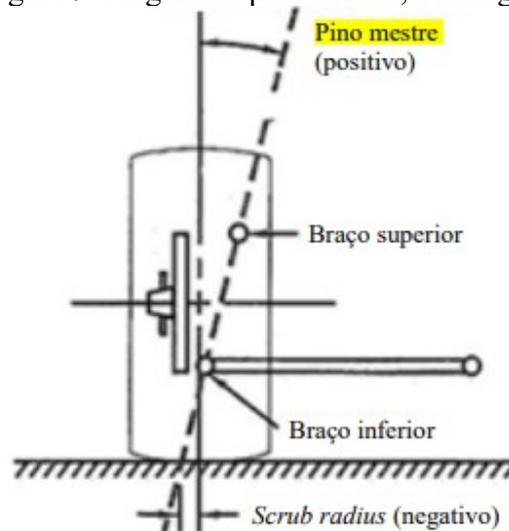
O desgaste dos pneus também é afetado. Uma convergência excessiva pode desgastar os pneus mais rapidamente na parte interna, enquanto uma convergência negativa excessiva pode desgastar os pneus mais rapidamente na parte externa.

Por Jazar (2008), as variações de convergência afetam três desempenhos principais: desgaste dos pneus, estabilidade em linha reta e dirigibilidade na entrada de curvas. Para valores convergentes é melhorado a estabilidade em linha reta e para valores divergentes a resposta da direção é aumentada.

### 3.2.7 Pino mestre (*kingpin*)

O eixo de pino mestre ou *kingpin*, mostrado na Figura 9, é medido a partir da vista frontal do veículo e no caso de uma suspensão convencional de braço duplo, passa através das juntas esféricas do braço de controle superior e do braço de controle inferior. O ângulo formado entre o kingpin e o plano vertical é chamado de KPI (*Kingpin Inclination*, ou Inclinação do Pino Mestre), que é medido em graus.

Figura 9: Ângulo de pino mestre, ou kingpin



Fonte: Milliken (1995)

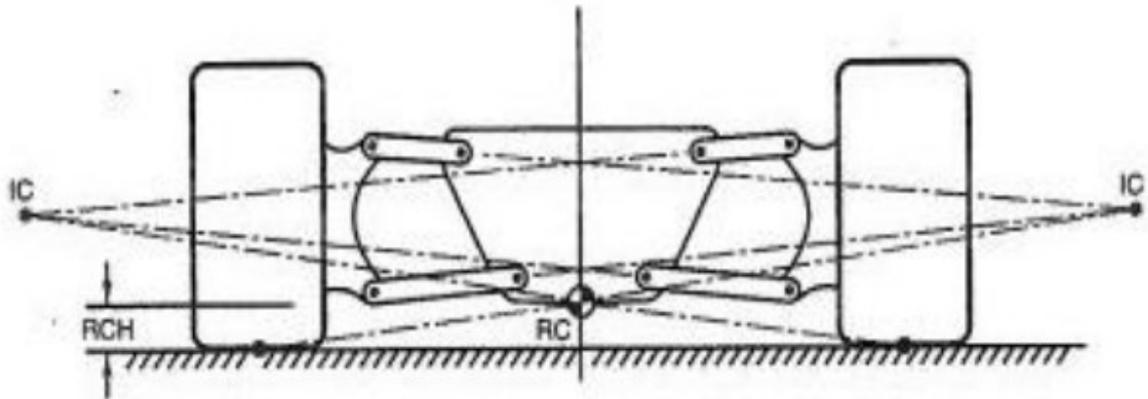
O KPI afeta diretamente o comportamento da suspensão e da direção, sendo responsável por transmitir a carga da roda para a suspensão e permitir a estabilidade direcional do veículo. Um KPI maior aumenta a estabilidade direcional em alta velocidade, enquanto um KPI menor permite maior agilidade e facilidade de manobras em baixa velocidade. Por

Gillespie (1992), para caminhões esses valores são em torno de  $0^\circ$  a  $5^\circ$ , e para carros de passeio podem variar entre  $10^\circ$  a  $15^\circ$ .

### 3.2.8 Centro de Rolagem (*Roll Center*)

Segundo Gillespie (1992), o *Roll Center* (RC), ou centro de rotação, é um ponto imaginário em torno do qual o veículo rola durante as curvas (Figura 10). Ele afeta principalmente o comportamento dinâmico do veículo, incluindo a estabilidade, a transferência de peso e a rolagem da carroceria.

Figura 10: Análise do centro de rolagem de uma suspensão independente



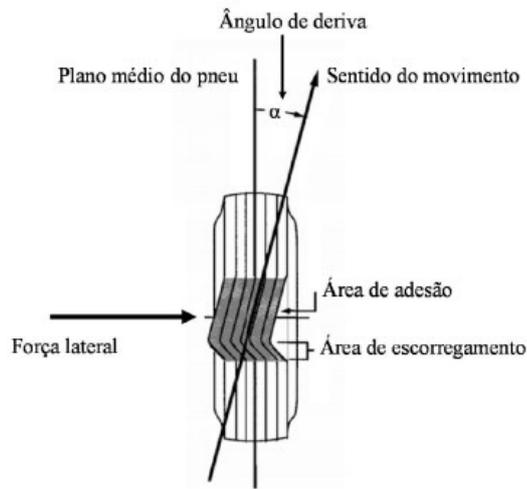
Fonte: Milliken (1995)

Quando o veículo faz uma curva, o RC influencia a inclinação do chassi, a transferência de peso lateral entre os pneus e a estabilidade direcional. A mesma técnica para encontrar o *roll center* é usada na vista lateral, porém o ponto é chamado de *pitch center*, e ele influencia o comportamento de frenagem e aceleração do veículo, devido a transferência de peso longitudinal.

### 3.2.9 Ângulo de Deriva

Na Figura 11 é mostrada a área de contato entre pneu e solo deformada, além da nova direção de movimento do pneu. O plano médio da área de contato não coincide com o plano médio do pneu devido da deformação citada, assim o pneu tem uma direção de movimento diferente do seu plano médio e essa diferença é o ângulo de deriva (BARRETO, 2015).

Figura 11: Ângulo de deriva de um pneu



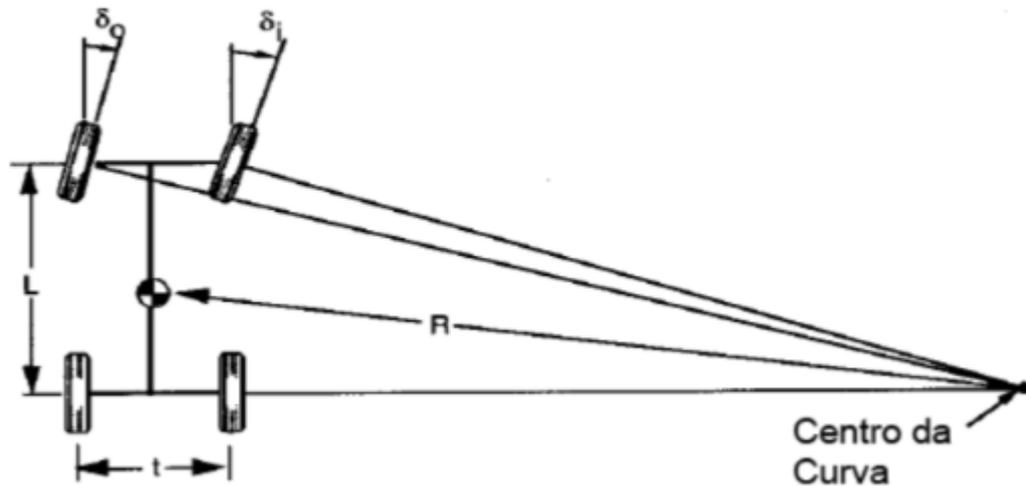
Fonte: Gillespie (1992)

Nas curvas em que os veículos atingem velocidades elevadas, os pneus geram forças laterais que resultam em deslizamento lateral à medida que se movimentam. Isso causa uma diferença entre a direção em que os pneus estão apontados e a direção em que se movem. A relação entre a força lateral e o ângulo de deriva é função da geometria, pressão e material dos pneus (BARROS, 2016).

### 3.2.10 Geometria de Ackermann

A geometria de Ackermann é uma configuração da direção em que os braços de direção são posicionados de forma que, ao girar as rodas, elas descrevem um arco com raios diferentes. De acordo com a geometria descrita (Figura 12), ao esterçar, os arcos que descrevem a trajetória das rodas interna e externa são concêntricos, porém possuem raios diferentes, de forma que o ângulo de esterçamento da roda interna é maior que o da roda externa.

Figura 12: Geometria básica para realização de curvas proposta por Ackermann



Fonte: Gillespie (1992)

Em veículos de competição, geralmente são utilizadas simulações e testes práticos para ajustar a geometria de Ackermann de acordo com as características específicas do veículo, das condições da pista e as preferências do piloto. Esse ajuste fino pode fazer a diferença em termos de desempenho e competitividade, principalmente em termos de desgaste, aderência e estabilidade.

No entanto, em certos veículos de competição, especialmente aqueles com configurações especializadas para lidar com curvas em alta velocidade, pode-se optar por ajustes na geometria das rodas que não seguem o modelo de Ackermann. Isso pode ocorrer para melhorar a estabilidade em altas velocidades, para aprimorar a resposta do veículo nas curvas ou para atender a exigências específicas de determinadas competições.

Em vez de seguir a geometria clássica de Ackermann, algumas equipes de competição ajustam deliberadamente as configurações das rodas para otimizar a dinâmica do veículo e atender aos requisitos do circuito ou das condições de corrida. Isso pode incluir alterações na convergência, camber, caster e outras configurações das rodas, buscando um desempenho máximo em determinadas situações de corrida.

### 3.2.11 Geometria *anti-dive*

A geometria *anti-dive* busca minimizar a tendência de afundamento da suspensão dianteira de um veículo durante a frenagem. De acordo com a literatura de Milliken (1995), essa configuração é obtida quando a linha que passa pelos pontos de contato dos pneus

dianteiros com o solo (chamada de linha de solo) é inclinada para trás em relação ao eixo longitudinal do veículo.

Quando o motorista freia, a força de desaceleração é transmitida para a suspensão dianteira, que tende a afundar devido à transferência de peso para a frente do veículo. Com a geometria anti-dive, a inclinação da linha de solo faz com que o centro de rotação da suspensão se desloque para cima, o que contraria o movimento de afundamento da suspensão dianteira durante a frenagem.

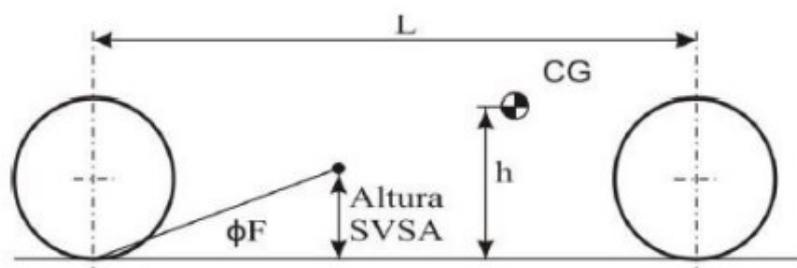
Segundo Gillespie, o valor máximo de porcentagem de *anti-dive* raramente excede 50% devido a diversos fatores, o principal deles que será focado nesse projeto, é de que o incremento desse valor não altera a transferência de carga longitudinal, e sim a distribuição de esforços que vão para a bandeja da suspensão e esforços que vão para o conjunto mola-amortecedor. Como a fabricação dos braços de suspensão (bandejas) será feita da maneira mais simples e leve possível, a fim de diminuir a massa não suspensa, os esforços transmitidos a elas também devem ser reduzidos.

Para veículos de passageiros, a faixa de valores entre 20% a 25% de *anti-dive* é uma aplicação bem sucedida, diz Dixon, em *Suspension Geometry and Computation*.

$$\% \text{ anti - dive front} = (\% \text{ front braking}) * (\tan \phi F) * \left(\frac{l}{h}\right) \quad (3.1)$$

A partir da fórmula acima, segundo Milliken (1995), foi possível determinar o ângulo  $\phi F$  (Figura 13), e assim determinar o tamanho do *side view swing arm* (distância horizontal do IC lateral até o *contact patch*), ou SVSA. O tamanho do SVSA foi definido a partir da análise de diferentes valores, para valores menores a variação do caster era aumentada. Como o objetivo é manter o caster com valor mais próximo ao estático, foi definido um valor maior que respeitasse ambos os parâmetros. Os respectivos valores são  $2,15^\circ$  e 2,8 m.

Figura 13: Efeitos da frenagem sobre o veículo



Fonte: Milliken (1995)

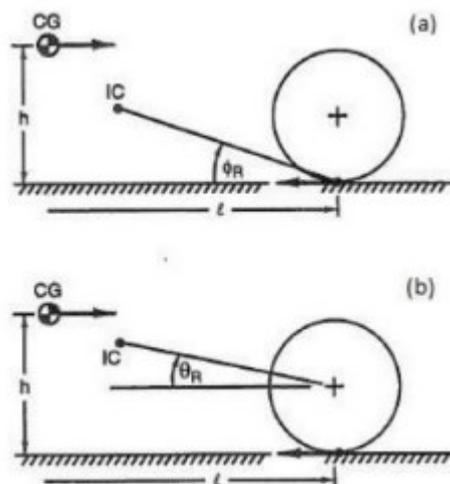
Como exemplo de aplicação da geometria anti-dive, o chefe da equipe da Mercedes, Toto Wolff, atribui como um dos principais fatores à dominância da Red Bull na Fórmula 1, o desenvolvimento do “efeito-solo” no carro, situação em que é gerada uma região de baixa pressão embaixo do veículo, aumentando a sustentação na direção do solo. Tal efeito é influenciado pelo anti-dive aplicado na suspensão.

### 3.2.12 Geometria *anti-squat*

A geometria anti-squat visa minimizar a compressão da suspensão traseira durante a aceleração. Ela é alcançada pela disposição do eixo de articulação do braço superior da suspensão traseira em relação ao centro de gravidade do veículo, segundo Milliken (1995).

Quando o veículo acelera, a força do torque tende a fazer com que a traseira do carro se abaixe, comprimindo a suspensão traseira. No entanto, com a geometria adequada, essa força é redirecionada para a frente do veículo, causando um efeito de levantamento na traseira e mantendo a suspensão traseira mais rígida. A análise é semelhante ao anti-dive porém é aplicado a traseira.

Figura 14: Anti-squat traseiro; (a) geometria em eixo rígido (b) geometria em suspensão traseira independente



Fonte: Milliken (1995)

Enquanto as geometrias anti-dive e anti-squat podem ser benéficas em certos contextos, sua aplicação exata em carros de competição do tipo Fórmula pode variar

consideravelmente com base nas estratégias de engenharia e nas demandas específicas de cada corrida ou circuito.

### **3.2.13 Geometria *anti-lift***

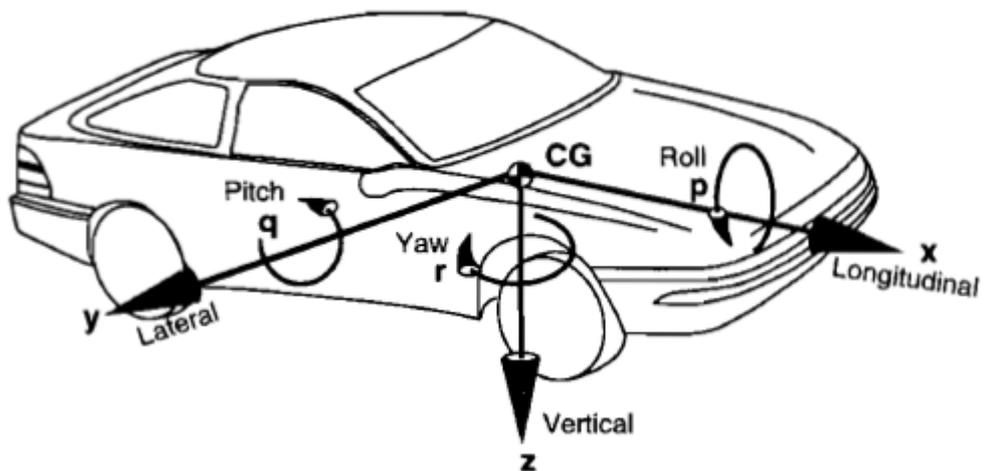
Durante a fase de frenagem, a suspensão traseira experimenta um fenômeno conhecido como *anti-lift*, caracterizado pelo levantamento da suspensão. Um *anti-mergulho* de 0% é alcançado quando os ângulos  $\phi_F$  e  $\phi_R$  são ambos zero (mostrados na Figura 13).

## 4 METODOLOGIA

### 4.1 Pontos de análise

De início, define-se como padrão um sistema de coordenadas em relação ao veículo, assim mostrado na Figura 15.

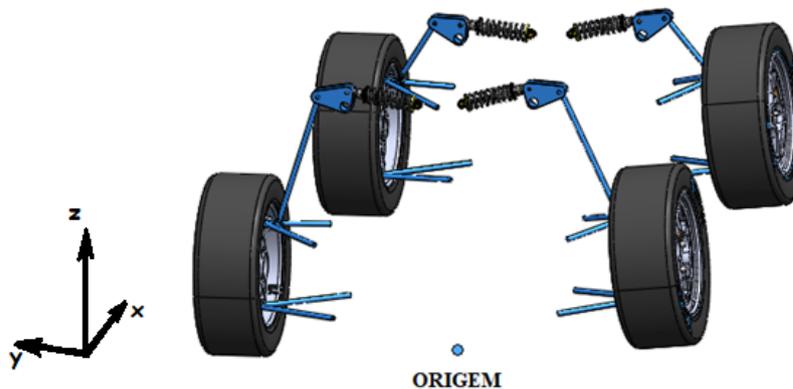
Figura 15: Sistema de coordenadas modelo de um veículo



Fonte: Milliken (1995)

Para a análise de forças, será adotado um sistema de coordenadas, e por consequência um sistema de vetores e matrizes, em que a sua origem será arbitrariamente definida no plano entre o solo e os pneus, sendo o ponto aquele coincidente entre o ponto médio da bitola e o eixo longitudinal do veículo (Figura 16).

Figura 16: Origem do sistema de coordenadas e suas direções



Fonte: Próprios autores

Em seguida, na Tabela 1, utilizam-se condições de contorno baseados nos veículos de fórmula SAE já existentes.

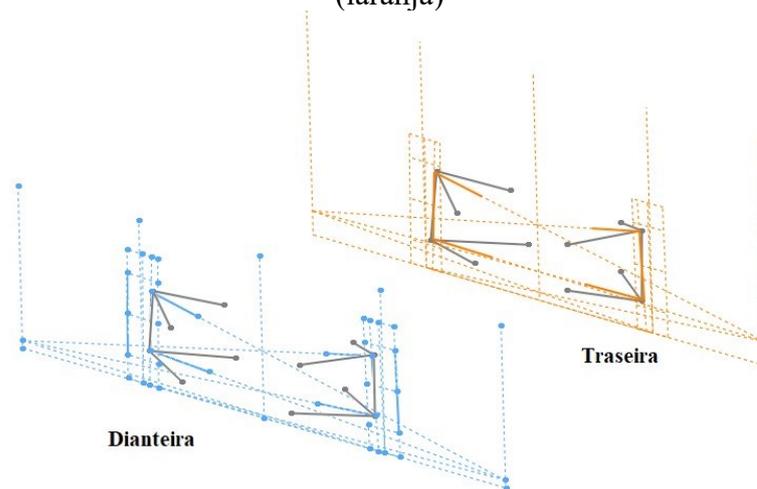
Tabela 1: Origem do sistema de coordenadas e suas direções

<b>Parâmetros iniciais</b>	<b>Dianteira</b>	<b>Traseira</b>
Entre-eixos (mm)		1550
Bitola (mm)	1200	1125
Camber (°)	-2	-1.5
Caster (°)	4	-
Convergência (°)	0.5	-0.5
Kingpin (°)	10	11
Roll Center (mm)	10	32
Anti-dive (%)		10
Anti-squat (%)		15

Fonte: Próprios autores

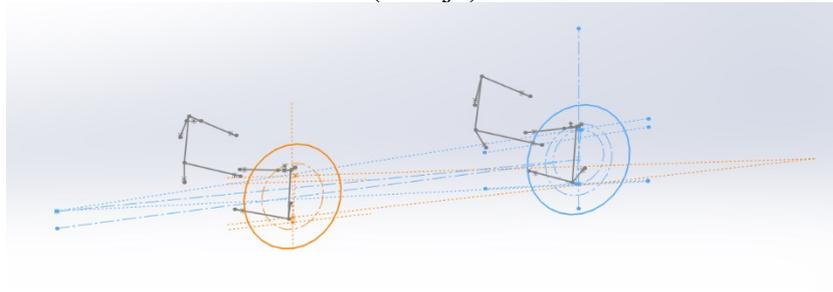
Foi feito o desenho da geometria de suspensão primeiramente no Solidworks com o intuito de definir os pontos com os parâmetros iniciais mencionados previamente, ilustrados nas Figuras 17, 18 e 19.

Figura 17: Parâmetros definidos na vista frontal para a suspensão dianteira (azul) e traseira (laranja)



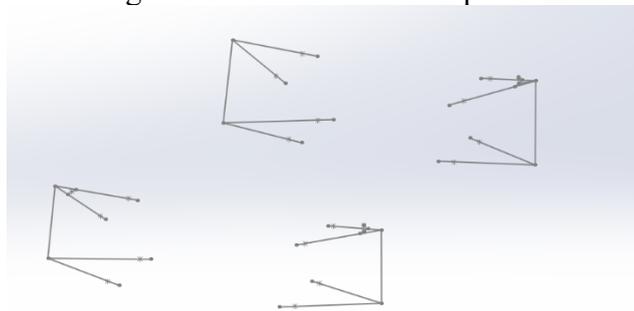
Fonte: Próprios autores

Figura 18: Parâmetros definidos na vista frontal para a suspensão dianteira (azul) e traseira (laranja)



Fonte: Próprios autores

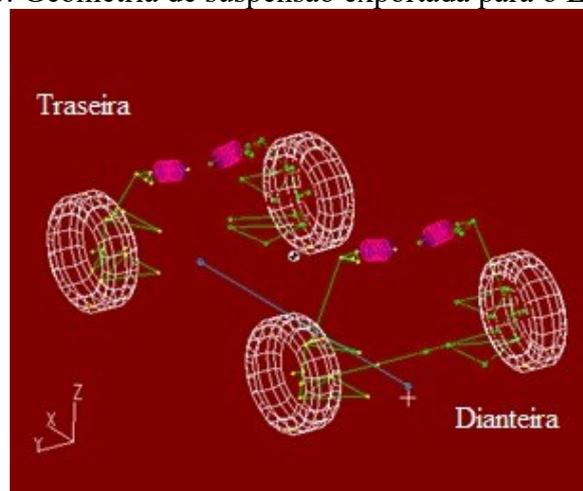
Figura 19: Geometria de suspensão



Fonte: Próprios autores

Em seguida, os pontos foram transferidos para o software Lotus Shark, com as devidas correções para o eixo de coordenadas. No Lotus é possível movimentar os pontos definidos anteriormente a fim de mudar o comportamento do sistema. Tais mudanças foram feitas e os dados obtidos foram exportados para o Excel (Tabelas 2 e 3). O tipo de suspensão ilustrado (Figura 20) utilizado foi pushrod com os tirantes conectados as bandejas superiores.

Figura 20: Geometria de suspensão exportada para o Lotus Shark



Fonte: Próprios autores

Tabela 2: Variação dos parâmetros em função do curso

		<b>Curso (mm)</b>		
		Mínimo (-25 mm)	Inicial (0 mm)	Máximo (25 mm)
<b>Camber (em graus)</b>	Dianteiro	-1.41	-2.00	-2.88
	Traseiro	-0.37	-1.00	-1.79
<b>Toe (em graus)</b>	Dianteiro	-1.67	-0.50	1.34
	Traseiro	0.31	0.50	0.74
<b>Caster (em graus)</b>	Dianteiro	3.91	4.01	4.13
	Traseiro	-	-	-
<b>Kingpin (em graus)</b>	Dianteiro	8.64	9.15	9.89
	Traseiro	8.46	9.08	9.88
<b>Anti-Dive (%)</b>	Dianteiro	7.35	10.10	13.33
	Traseiro	-	-	-
<b>Anti-Squat (%)</b>	Dianteiro	11.81	13.68	15.95
	Traseiro	-	-	-
<b>Roll Center (mm)</b>	Dianteiro	49.21	10.14	-28.60
	Traseiro	77.69	30.27	-15.91

Fonte: Próprios autores

Tabela 3: Variação dos parâmetros em função do ângulo de rolagem

		<b>Ângulo de Rolagem</b>		
		Mínimo (-3°)	Inicial (0°)	Máximo (3°)
<b>Camber (em graus)</b>	Dianteiro	-4.303	-2.003	-0.151
	Traseiro	-2.301	-1.000	0.076
<b>Toe (em graus)</b>	Dianteiro	-1.824	-0.500	1.891
	Traseiro	0.315	0.500	0.754
<b>Caster (em graus)</b>	Dianteiro	3.921	4.014	4.122
	Traseiro	-	-	-
<b>Kingpin (em graus)</b>	Dianteiro	11.539	9.148	7.130
	Traseiro	11.364	9.085	7.036

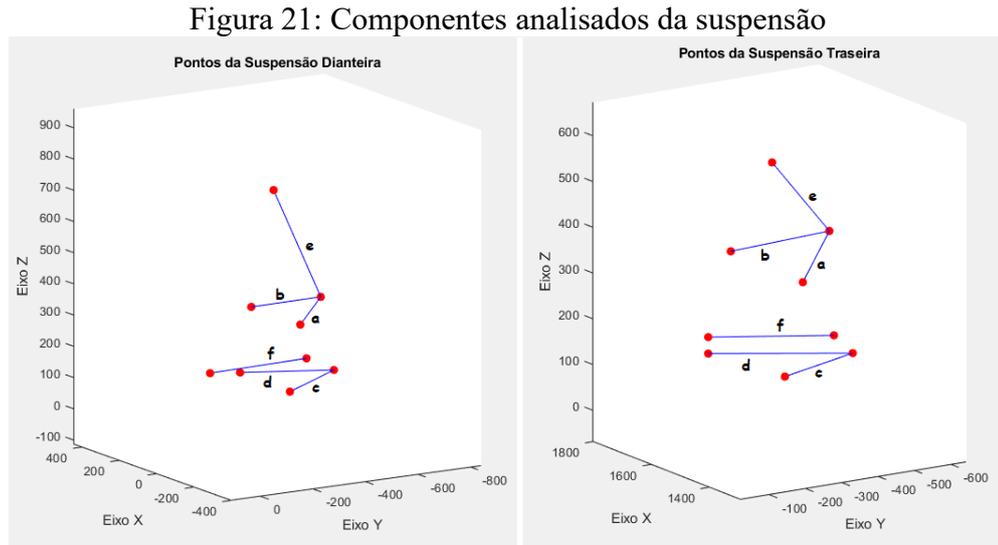
Fonte: Próprios autores

## 4.2 Sistema de forças

Algumas simplificações foram feitas no modelo, como: adotar o ponto de conexão do tirante com a bandeja sendo o mesmo ponto da bandeja superior com a manga, tratar o cubo, disco, pinça e manga como corpo rígido, desprezo do efeito da massa não suspensa nos cálculos de transferência de carga, os componentes serem carregados apenas com forças de tração e

compressão e a transferência de carga dada como uma porcentagem da carga total aplicada em Z.

Abaixo, na Figura 21, estão dispostos num espaço tridimensional os pontos de interesse para os cálculos das forças e momentos nas peças integrantes da sistema de suspensão do veículo.



Fonte: Próprios autores

#### 4.2.1 Somatório de Forças e Momentos

A abordagem utilizada para calcular os esforços nos componentes da suspensão será a mesma utilizada no artigo de Dhakar (2016). Na tese de mestrado de Flickinger (2014) também é utilizado esse método.

A suspensão é composta por seis elementos (dois para a bandeja inferior, dois para a bandeja superior, um para o tirante e um para o braço de direção ou barra antiesterçamento no caso da traseira). As forças de tração ou compressão nesses elementos são as incógnitas a serem determinadas. Um equilíbrio de forças e momentos nas direções X, Y e Z pode ser estabelecido em relação às forças no ponto de contato e calculado em relação ao centro da roda. O centro da roda é utilizado como ponto de referência para todos os cálculos. Esse equilíbrio resulta em seis equações e seis incógnitas (representando a força em cada elemento), que são organizadas em uma matriz para facilitar a resolução.

$$[A]\{x\} = \{B\}$$

A equação acima é montada da seguinte forma:

- A matriz A é uma matriz 6x6, onde as três primeiras linhas representam os vetores unitários de cada componente, e as três últimas linhas representam o produto vetorial da coordenada interna dos componentes (conexão com o chassi), de acordo com a origem adotada com o vetor unitário;
- A matriz x é uma matriz 6x1, configurada como um vetor coluna, onde cada linha e valor correspondente representam a força desconhecida em cada componente da suspensão;
- A matriz B é uma matriz 6x1, também configurada como um vetor coluna, que engloba as forças e momentos nas direções x, y e z gerados no centro da superfície de contato do pneu, calculados em relação ao centro da roda.

Dessa forma, a matriz A contém as coordenadas dos componentes, a matriz x contém as incógnitas, e a matriz B contém as informações de entrada, conforme a Figura 22.

Figura 22: Produto entre matrizes para definição de forças e momentos

$$\begin{bmatrix} \hat{a} & \hat{b} & \hat{c} & \hat{d} & \hat{e} & \hat{f} \\ r_a \times \hat{a} & r_a \times \hat{b} & r_a \times \hat{c} & r_a \times \hat{d} & r_a \times \hat{e} & r_a \times \hat{f} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \\ F_d \\ F_e \\ F_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_x \\ -F_y \\ -F_z \\ -M_x \\ -M_y \\ -M_z \end{bmatrix}$$

$$[A] \cdot \{x\} = \{B\}$$

Fonte: Próprios Autores

### 4.3 Equacionamento para transferência de carga

Para o cálculo da transferência de carga, serão analisados os casos críticos de frenagem, aceleração e combinação de ambos, conforme as equações abaixo, segundo Seward:

$$WT_{lateral} = \frac{m_{total} \cdot accel_{lat} \cdot h_{cg}}{Bitola} \quad (4.1)$$

$$WT_{longitudinal} = \frac{m_{total} * accel_{long} * h_{cg}}{Entre-eixos} \quad (4.2)$$

$$F_{z\_aplicado} = \frac{m_{total} * g}{4} + \frac{(WT_{lateral} + WT_{longitudinal})}{2} \quad (4.3)$$

$$F_{z\_ \%} = \frac{F_{z\_aplicado}}{m_{total} * g} \quad (4.4)$$

$$F_{y\_car} = m_{total} * accel_{lat} \quad (4.5)$$

$$F_{y\_aplicado} = F_{y\_carro} * F_{z\_ \%} \quad (4.6)$$

$$F_{x\_aplicado} = F_{x\_carro} * F_{z\_ \%} \quad (4.7)$$

Os termos das equações acima refere-se a:

**WT lateral:** transferência de carga lateral

**WT longitudinal:** transferência de carga longitudinal

**Fz aplicado:** Força total aplicada em z, com a transferência de carga

**Fz %:** Razão entre Fz e o peso do carro

**Fy carro:** Força lateral

**Fy aplicado:** Simplificação da força lateral aplicada como porcentagem de Fz

**m\_total:** Massa total do carro

**Accel Lat:** Aceleração lateral

**Hcg:** Altura do centro de gravidade

**g:** Aceleração da gravidade (9.81 m/s<sup>2</sup>)

#### 4.4 Flambagem

Segundo Hibbeler, em Resistência dos Materiais 7ed, podemos calcular a força crítica para flambagem de uma viga da seguinte maneira:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Onde

$P_{cr}$  = carga crítica ou carga axial máxima na coluna imediatamente antes do início da flambagem.

E = módulo de elasticidade do material (aproximadamente 205 GPa para o aço 1020)

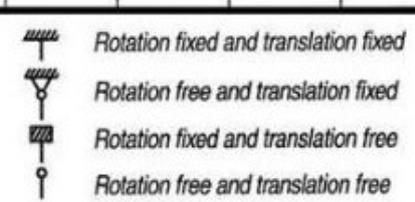
I = menor momento de inércia para a área da seção transversal da coluna

L = comprimento da coluna

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E}{L^2} * \frac{\pi^4 (D^4 - d^4)}{64}$$

A fórmula acima possui duas incógnitas, o diâmetro externo e o diâmetro interno do tubo. A carga crítica será o maior esforço calculado em todos os casos críticos de transferência de carga e L será o comprimento do maior tubo.

Figura 23: Valores aproximados para o fator de comprimento efetivo, K

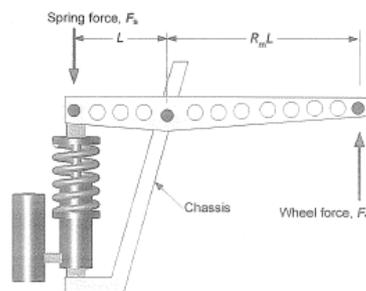
Buckled shape of column is shown by dashed line	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Theoretical K Value	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Recommended design value when ideal condition are approximated	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
End Condition code	 <ul style="list-style-type: none"> <li> Rotation fixed and translation fixed</li> <li> Rotation free and translation fixed</li> <li> Rotation fixed and translation free</li> <li> Rotation free and translation free</li> </ul>					

Fonte: ABNT 8800 (2008)

#### 4.5 Motion Ratio

O amortecedor utilizado para esse projeto possui aproximadamente 131 N/mm de rigidez. A fim de atingir o curso mínimo de 50 mm exigido pelo regulamento, com a carga crítica aplicada, é necessário um aumento da força transmitida pelo tirante até o amortecedor (Figura 24). O componente que faz esse incremento é o balancim, através de uma relação de momentos entre a força aplicada pelo tirante e a força aplicada pelo amortecedor.

Figura 24: Balancim



Fonte: Seward (2014)

$$F_s \cdot L = F_w \cdot R_m L$$

$$F_s = F_w \cdot R_m$$

$$F_w = \frac{F_s}{R_m}$$

Onde

$R_m$  = motion ratio

$F_s$  = força da mola

$F_w$  = força do pneu (no trabalho em questão é a força no tirante)

A rigidez é definida como força por deslocamento:

$$K_w = \frac{F_w}{d}$$

$$K_s = \frac{R_m F_w}{d}$$

Onde

$K_w$  = Wheel centre rate

$K_s$  = Spring rate

A razão de rigidez, ou motion ratio, é dado por:

$$R_m = \sqrt{\frac{K_s}{K_w}}$$

As fórmulas citadas são válidas para o exemplo em questão, com o balancim conectado diretamente a roda, no caso do uso de pushrod ou pullrod (tirantes para a transmissão da força ao amortecedor) é um pouco mais complexo devido a sua movimentação não ser exatamente na vertical.

## 5 RESULTADOS

Os cálculos foram feitos todos através de uma planilha no excel e estão dispostos nas tabelas abaixo:

Tabela 4: Dados do veículo (massa, altura do CG, bitola e entre-eixos)

Variáveis	Entrada	Unidades
m_total	300	Kg
Hcg	0,40	m
Bitola	1,20	m
Entre-eixos	1,55	m

Fonte: Próprios autores

### 5.1 Pontos da Suspensão

Com base nos pontos definidos através do Lotus Shark foram calculados os vetores unitários que serão utilizados na Matriz A.

## Dianteira

<b>Inboard</b>			
<b>bds</b>	-132	-343	338
	133	-344	338
<b>bdi</b>	-135	-301	129
	133	-301	133
<b>pushrod</b>	9	-341	739
<b>direção</b>	44	-123	171
<b>Outboard</b>			
<b>bts</b>	11	-523	375
	11	-523	375
<b>bti</b>	-6	-561	140
	-6	-561	140
<b>pushrod</b>	11	-523	375
<b>anti-est</b>	67	-508	168

## Traseira

<b>Inboard</b>			
<b>bds</b>	1425	-298	337
	1686	-307	338
<b>bdi</b>	1462	-278	124
	1719	-271	111
<b>pushrod</b>	1563	-323	561
<b>direção</b>	1719	-271	147
<b>Outboard</b>			
<b>bts</b>	1563	-481	390
	1563	-481	390
<b>bti</b>	1536	-524	124
	1536	-524	124
<b>pushrod</b>	1563	-481	390
<b>anti-est</b>	1600	-523	147

## Dianteira

<b>Vetores unitários (x,y,z)</b>			
<b>bds</b>	0,71	-0,70	0,00
	0,71	-0,70	0,00
<b>bdi</b>	0,92	-0,39	0,00
	0,91	-0,41	0,00
<b>pushrod</b>	0,42	-0,91	0,00
<b>direção</b>	0,58	-0,81	0,00

### Traseira

<b>Vetores unitários (x,y,z)</b>			
bds	-0,95	0,20	-0,23
	-0,97	0,18	-0,19
bdi	-0,98	0,19	-0,08
	-0,99	0,16	-0,06
pushrod	-0,92	0,19	-0,33
direção	-0,98	0,15	-0,08

Com os pontos da suspensão definidos, calculados os vetores unitários e definido também uma origem, foi montada a matriz A logo em seguida, tanto para a dianteira quanto para a traseira, com as três primeiras linhas compostas dos vetores unitários de cada componente, e as três últimas linhas compostas pelo produto vetorial da posição do ponto interno com o vetor unitário.

## 5.2 Transferência de Carga

### Dianteira

<b>Máxima Frenagem</b>	<b>Valor</b>
Aceleração longitudinal (g)	-1,7
Longitudinal Load Transfer, $\Delta W_x$	1291,1
Fz aplicado	<b>1381,3</b>
Fx carro	5003,1
Fx aplicado	<b>2348,2</b>
<b>Máxima Curva</b>	<b>Valor</b>
Aceleração lateral (g)	1,7
Lateral Load Transfer, $\Delta W_y$	1667,7
Fz aplicado	<b>1569,6</b>
Fy carro	5003,1
Fy aplicado	<b>2668,3</b>
<b>Combinado</b>	<b>Valor</b>
Aceleração lateral (g)	1,0
Aceleração longitudinal (g)	-1,0
Lateral Load Transfer, $\Delta W_y$	981,0
Longitudinal Load Transfer, $\Delta W_x$	759,5
Fz aplicado	<b>1606,0</b>
Fy/Fx carro	2943,0
Fy/Fx aplicado	<b>1606,0</b>

### Traseira

<b>Máxima Aceleração</b>	<b>Valor</b>
Aceleração longitudinal (g)	1,7
Longitudinal Load Transfer, $\Delta W_x$	1291,1
Fz aplicado	<b>1381,3</b>
Fx carro	5003,1
Fx aplicado	<b>2348,2</b>
<b>Máxima Curva</b>	<b>Valor</b>
Aceleração lateral (g)	1,7
Lateral Load Transfer, $\Delta W_y$	1667,7
Fz aplicado	<b>1569,6</b>
Fy carro	5003,1
Fy aplicado	<b>2668,3</b>
<b>Combinado</b>	<b>Valor</b>
Aceleração lateral (g)	1,0

Aceleração longitudinal (g)	1,0
Lateral Load Transfer, $\Delta W_y$	981,0
Longitudinal Load Transfer, $\Delta W_x$	759,5
Fz aplicado	1606,0
Fy/Fx carro	2943,0
Fy/Fx aplicado	1606,0

Para os cálculos de transferência de carga foi utilizado uma aceleração de 1,7 g [ $m/s^2$ ], aproximadamente 17  $m/s^2$ , conforme exigido pelo regulamento para o caso de rolagem “IN.9.2.2 Veículo não tomba quando inclinado a um ângulo de 60° em relação ao horizontal, correspondendo a 1,7 g.”. Para os casos de aceleração e frenagem também foi considerado a mesma aceleração como crítica. O regulamento possui informações sobre o layout da prova de skidpad, a qual possui um diâmetro de 18,25m. A partir disso, é possível utilizar a Equação de Torricelli a fim de determinar a velocidade no percurso com a variação dos dados de entrada (distância e aceleração).

$$v^2 = v_0^2 + 2 * a * \Delta s$$

$$v^2 = 2 * a * (2\pi * \frac{18,25}{2})$$

$$v^2 = 2 * 9,81 * (2\pi * \frac{18,25}{2})$$

$$v \approx 33,5 \text{ m/s}$$

$$v \approx 120 \text{ km/h}$$

Para uma aceleração de aproximadamente 1g (9,81  $m/s^2$ ), a velocidade encontrada foi de aproximadamente 120 km/h. Visto que o veículo não fará o skidpad nessa velocidade, ela pode ser considerada para o dimensionamento como um fator de segurança.

#### Matriz A (dianteira)

	BDS1	BDS2	BDI1	BDI2	Pushrod	Direção
$\Sigma F_x$	0,61	-0,56	0,45	-0,47	0,00	0,06
$\Sigma F_y$	-0,77	-0,81	-0,89	-0,88	-0,45	-1,00
$\Sigma F_z$	0,16	0,17	0,04	0,02	-0,89	-0,01
$\Sigma M_x$	207	215	105	111	635	172
$\Sigma M_y$	229	-211	63	-66	11	10
$\Sigma M_z$	313	-300	255	-259	-3	-37

**Matriz A (traseira)**

	<b>BTS1</b>	<b>BTS2</b>	<b>BTI1</b>	<b>BTI2</b>	<b>Pushrod</b>	<b>Anti-est</b>
$\Sigma F_x$	0,59	-0,56	0,29	-0,58	0,00	-0,42
$\Sigma F_y$	-0,78	-0,79	-0,96	-0,81	-0,68	-0,91
$\Sigma F_z$	0,23	0,24	0,00	0,04	-0,73	0,00
$\Sigma M_x$	194	194	119	79	618	133
$\Sigma M_y$	-127	-594	37	-135	1146	-62
$\Sigma M_z$	-934	-1511	-1321	-1551	-1063	-1671

**5.2.1 Frenagem – dianteira (1,7g)**

	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>z</b>
<b>F<sub>x</sub></b>	2348,23	0	0
<b>F<sub>y</sub></b>	0	0	0
<b>F<sub>z</sub></b>	0	0	1381,31
	<b>M<sub>x</sub></b>	<b>M<sub>y</sub></b>	<b>M<sub>z</sub></b>
<b>M from F<sub>x</sub></b>	-0	0	1408937,5
<b>M from F<sub>y</sub></b>	-0	0	0
<b>M from F<sub>z</sub></b>	-828786,7	0	0

**Vetor B para frenagem**

<b>F<sub>a</sub></b>	-2348,23
<b>F<sub>b</sub></b>	0
<b>F<sub>c</sub></b>	-1381,31
<b>F<sub>d</sub></b>	828786,78
<b>F<sub>e</sub></b>	0
<b>F<sub>f</sub></b>	-1408937,52

### 5.2.2 Curva – dianteira (1,7g)

	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>z</b>
<b>Fx</b>	0	0	0
<b>Fy</b>	0	2668,32	0
<b>Fz</b>	0	0	1569,6
	<b>Mx</b>	<b>My</b>	<b>Mz</b>
<b>M from Fx</b>	-0	0	0
<b>M from Fy</b>	-0	0	0
<b>M from Fz</b>	-941760	0	0

### Vetor B para curva (dianteira)

<b>Fa</b>	-2668,32
<b>Fb</b>	-1569,6
<b>Fc</b>	941760
<b>Fd</b>	0
<b>Fe</b>	0
<b>Ff</b>	0

### 5.2.3 Aceleração – traseira (1,7g)

	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>z</b>
<b>Fx</b>	2348,23	0	0
<b>Fy</b>	0	0	0
<b>Fz</b>	0	0	1381,31
	<b>Mx</b>	<b>My</b>	<b>Mz</b>

<b>M from Fx</b>	0	9392,92	1320878,91
<b>M from Fy</b>	0	0	0
<b>M from Fz</b>	-776987,6	-2141032,51	0

**Vetor B para combinado (traseira)**

<b>Fa</b>	-2348,23
<b>Fb</b>	0
<b>Fc</b>	-1381,31
<b>Fd</b>	776987,60
<b>Fe</b>	2131639,58
<b>Ff</b>	-1320878,92

**5.2.4 Curva – traseira (1,7g)**

	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>z</b>
<b>Fx</b>	0	0	0
<b>Fy</b>	0	2668,32	0
<b>Fz</b>	0	0	1569,60
	<b>Mx</b>	<b>My</b>	<b>Mz</b>
<b>M from Fx</b>	0	0	0
<b>M from Fy</b>	0	0	4135896
<b>M from Fz</b>	-882900	-2432880	0

**Vetor B para curva (traseira)**

<b>Fa</b>	<b>0</b>
<b>Fb</b>	-2668,32
<b>Fc</b>	-1569,6
<b>Fd</b>	882900
<b>Fe</b>	2432880
<b>Ff</b>	-4135896

**5.2.5 Combinado – dianteira (1g)**

	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>z</b>
<b>Fx</b>	1,605.99	0.00	0.00
<b>Fy</b>	0.00	1,605.99	0.00
<b>Fz</b>	0.00	0.00	1,605.99
	<b>Mx</b>	<b>My</b>	<b>Mz</b>
<b>M from Fx</b>	0	0	963595,2
<b>M from Fy</b>	0	0	0
<b>M from Fz</b>	-963595	0	0

**Vetor B para combinado (dianteira)**

<b>Fa</b>	-1605,99
<b>Fb</b>	-1605,99
<b>Fc</b>	963595,2
<b>Fd</b>	0
<b>Fe</b>	-963595
<b>Ff</b>	-1605,99

### 5.2.6 Combinado – traseira (1g)

	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>z</b>
<b>Fx</b>	0	0	0
<b>Fy</b>	0	2432,88	0
<b>Fz</b>	0	0	1520,55
	<b>Mx</b>	<b>My</b>	<b>Mz</b>
<b>M from Fx</b>	0	0	0
<b>M from Fy</b>	0	0	3770964
<b>M from Fz</b>	-855,309,375	-2356852,5	0

### Vetor B para combinado (traseira)

<b>Fa</b>	0
<b>Fb</b>	-2432,88
<b>Fc</b>	-1520,55
<b>Fd</b>	855309,4
<b>Fe</b>	2356853
<b>Ff</b>	-3770964

### 5.3 Esforços nos componentes

	<b>Forças nos componentes (N)</b>					
	<b>Fa</b>	<b>Fb</b>	<b>Fc</b>	<b>Fd</b>	<b>Fe</b>	<b>Ff</b>
<b>Curva</b>	-1136	-1090	1970	1740	1462	484
<b>Frenagem</b>	1021	-1259	-4512	3609	1386	472
<b>Combinado</b>	52	-1501	-1869	3574	1524	628
<b>Máxima</b>	1021	-1090	1970	3609	1524	628
<b>Mínima</b>	-1136	-1501	-4512	1740	1386	472

<b>Forças nos componentes (N)</b>						
	<b>Fa</b>	<b>Fb</b>	<b>Fc</b>	<b>Fd</b>	<b>Fe</b>	<b>Ff</b>
<b>Curva</b>	-1162	-1142	2382	326	1422	1066
<b>Aceleração</b>	384	-1377	-3862	3360	1746	644
<b>Combinado</b>	-343	-1549	-1160	2508	1719	1117
<b>Máxima</b>	384	-1142	2382	3360	1746	1117
<b>Mínima</b>	-1162	-1549	-3862	326	1422	644

Fonte: Próprios autores

Com os esforços calculados, é possível dimensionar o tubo que será utilizado para a fabricação. Para o projeto em questão, os tubos terão as mesmas dimensões, porém, podem ser utilizados tubos sextavados com terminais rotulares de roscas inversas nas extremidades (uma rosca direita e outra esquerda), no braço de direção, nos tirantes e também na barra anti-esterçamento. Tal aplicação conduz de forma mais eficaz o ajuste dos ângulos de convergência e divergência do pneu (através do braço de direção e da barra anti-esterçamento) e altura do carro (através do tirante).

### 5.3.1 Flambagem

Para o trabalho em questão não será abordado o dimensionamento de terminais rotulares, será assumido um terminal rotular M10 para conexão de todos os componentes. Esse terminal exige uma broca de 8,5 mm de diâmetro para rosquear o tubo. Por questões de segurança, foi escolhido um diâmetro externo de 1/4" ou 13,72 mm ( $D = 13,72$ ), logo, o diâmetro interno deve ser menor que 8,5 mm. A Figura 25 fornece medidas padronizadas para os tubos schedule.

Figura 25: Medidas comerciais de tubos padrão Schedule, pela Norma NBR 5590

Tubos Schedules													
Espessura da parede (mm) e Peso por Metro (kg/m)													
Diâmetro		SCH 05s		SCH 10s		SCH 40s		SCH 80s		SCH 160s		XXS	
Pol.	Externo	Parede	peso	Parede	peso	Parede	peso	Parede	peso	Parede	peso	Parede	peso
1/8"	10,29	-	-	1,24	0,2820	1,73	0,3722	2,41	0,4773	-	-	-	-
1/4"	13,72	-	-	1,65	0,5005	2,24	0,6463	3,02	0,8121	3,30	0,8642	-	-
3/8"	17,15	-	-	1,65	0,6428	2,31	0,8616	3,20	1,1219	4,75	1,4803	-	-
1/2"	21,34	1,65	0,8165	2,11	1,0198	2,77	1,2928	3,73	1,6509	4,78	1,9894	7,4700	2,6040
3/4"	26,67	1,65	1,0376	2,11	1,3024	2,87	1,7167	3,91	2,2366	5,56	2,9499	7,8200	3,7048
1"	33,40	1,65	1,3166	2,77	2,1324	3,38	2,5502	4,55	3,2991	6,36	4,3222	9,0900	5,5538
1.1/4"	42,16	1,65	1,6799	2,77	2,7422	3,56	3,4536	4,85	4,5479	6,35	5,7150	9,7000	7,9134
1.1/2"	48,26	1,65	1,9329	2,77	3,1669	3,68	4,1231	5,08	5,5130	7,14	7,3789	10,1600	9,7288
2"	60,33	1,65	2,4334	2,77	4,0072	3,91	5,5444	5,54	7,6287	8,74	11,3323	11,0700	13,7051
2.1/2"	73,03	2,11	3,7609	3,05	5,3643	5,16	8,8017	7,01	11,6315	9,52	15,1957	14,0200	20,7929
3"	88,90	2,11	4,6025	3,05	6,5808	5,49	11,5088	7,62	15,5661	11,13	21,7545	15,2400	28,2135
3.1/2"	101,60	2,11	5,2760	3,05	7,5544	5,74	13,8290	8,08	18,9914	-	-	16,1500	34,6837
4"	114,30	2,11	5,9495	3,05	8,5279	6,02	16,3827	8,56	22,7486	13,49	34,1788	17,1200	41,8140
5"	141,30	2,77	9,6442	3,40	11,7838	6,55	22,1825	9,53	31,5610	15,88	50,0562	19,0500	58,5308
6"	168,28	2,77	11,5225	3,40	14,0892	7,11	28,8001	10,97	43,3714	18,26	68,8479	21,9500	80,7251
8"	219,08	2,77	15,0590	3,76	20,3476	8,18	43,3582	12,70	65,8737	23,01	113,3884	22,2300	109,9805
10"	273,05	-	-	4,19	28,3127	9,27	61,4557	12,70	83,1002	28,57	175,5474	25,4000	158,0931
12"	323,85	-	-	4,57	36,6715	9,53	75,2845	12,70	99,3149	33,32	243,2971	25,4000	190,5225
14"	355,60	-	-	4,78	42,1457	-	-	-	-	-	-	-	-
16"	406,40	-	-	4,78	48,2485	-	-	-	-	-	-	-	-
18"	457,20	-	-	4,75	54,0138	-	-	-	-	-	-	-	-
20"	508,00	-	-	5,54	69,9604	-	-	-	-	-	-	-	-
22"	558,80	-	-	5,54	77,0336	-	-	-	-	-	-	-	-
24"	609,60	-	-	6,35	96,2746	-	-	-	-	-	-	-	-

Fonte: Mundial Inox

O tubo 1/4" SCH 80s possui um diâmetro interno de 7,68 mm o que permite o rosqueamento para encaixe do terminal rotular. O cálculo da força crítica nesse tubo é feito da seguinte forma:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E}{L^2} * \frac{\pi(13,72^4 - 7,68^4)}{64}$$

Segundo a tabela A-21 de Shigley, o módulo de elasticidade para um aço 1020 é de 205 GPa.

E = 205000 Mpa

L = 352 mm (maior tubo presente nos componentes da suspensão)

$$I = \frac{\pi}{64} * (13,72^4 - 7,68^4) = 1568,6 \text{ mm}^4$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 205000}{352^2} * 1568,6 = 25613,8 \text{ N}$$

$$P_{max} = 4512 * n = 9024 \text{ N}$$

Onde:

$P_{max}$  = força máxima calculada nos componentes

$n$  = fator de segurança aplicado (2)

Com uma inércia  $I = 1568,6 \text{ mm}^4$  foi encontrado uma força crítica  $P_{cr} = 25613,8 \text{ N}$ . Para uma carga  $P_{max}$ , a inércia necessária é dada por

$$I_{necessária} = \frac{P_{máx}}{P_{cr}} * I = \frac{9024}{25613,8} * 1568,6 = 552,6 \text{ mm}^4$$

Por fim é determinada a espessura mínima para que não ocorra a flambagem

$$I_{restante} = I - I_{necessária} = 1568,6 - 552,6 = 1016 \text{ mm}^4$$

$$d = \sqrt[4]{13,72^4 - \frac{64 I_{restante}}{\pi}}$$

$$d \approx 11,02 \text{ mm}$$

$$e_{mínima} = \frac{D - d}{2} = \frac{13,72 - 11,02}{2} \approx 1,4 \text{ mm}$$

A espessura mínima calculada foi de 1,4 mm para um coeficiente de segurança igual a 2, o tubo escolhido tem 3,02 mm de espessura, portanto, não ocorrerá flambagem.

### 5.3.2 Motion Ratio

Para a definição do motion ratio foi feita uma tabela no excel com alguns parâmetros de entrada necessários para o cálculo.

<b>Parâmetros de Entrada</b>	
Massa suspensa [kg]	300
Distância do CG ao Roll Axis [mm]	370
Distribuição da massa suspensa (dianteira) [%]	45%
Distribuição de rolagem (dianteira) [%]	55%
Bitola dianteira [m]	1,2
Bitola traseira [m]	1,125
Rigidez do pneu [N/mm]	250
Força Lateral [G]	1,7
Gravidade [m/s <sup>2</sup> ]	9,81
Deslocamento do pneu [mm]	30
Spring Rate [N/mm]	131,35

<b>Parâmetros de Saída</b>	
Distribuição da massa suspensa (traseira) [%]	55%
Distribuição de rolagem (traseira) [%]	45%
Roll Couple [Nm]	1742,3
<b>Dianteira</b>	
Momento devido a rolagem [Nm]	1018,1
Transferência de carga resultante [N]	848,4
Ride Rate [N/mm]	28,3
Wheel Center Rate [N/mm]	31,9
Massa suspensa/Roda [kg]	67,5
Motion Ratio	2,0
<b>Traseira</b>	
Momento devido a rolagem [Nm]	833,0
Transferência de carga resultante [N]	740,5
Ride Rate [N/mm]	24,7
Wheel Center Rate [N/mm]	27,4
Massa suspensa/Roda [kg]	82,5

Motion Ratio	2,2
--------------	-----

Após calcular ambas as relações, é necessário conferir se o peso estático do veículo somado a transferência de carga devido a rolagem (simplificação) permitem o deslocamento mínimo de 50 mm na roda. As forças estáticas para os tirantes foram simplificadas como a força estática no pneu.

$$F_{\text{tirante dianteiro}} = 662 \text{ N}$$

$$MR_{\text{dianteiro}} = 2$$

$$F_{\text{mola}} = F_{\text{tirante dianteiro}} * MR_{\text{dianteiro}}$$

$$F_{\text{mola}} = 1324 \text{ N}$$

$$\Delta_{\text{estático}} = \frac{F_{\text{mola}}}{K_s} = \frac{1422}{131}$$

$$\Delta_{\text{estático}} \approx 10,11 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{transf de carga}} = \frac{1524 \cdot 2}{131} = 23,27 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{roda}} = (\Delta_{\text{estático}} + \Delta_{\text{transf de carga}}) \cdot MR_{\text{dianteiro}} = (10,11 + 23,27) \cdot 2 = 66,76 \text{ mm}$$

$$F_{\text{tirante traseiro}} = 809 \text{ N}$$

$$MR_{\text{traseiro}} = 2,2$$

$$F_{\text{mola}} = F_{\text{tirante traseiro}} * MR_{\text{traseiro}}$$

$$F_{\text{mola}} = 1779,8 \text{ N}$$

$$\Delta_{\text{estático}} = \frac{F_{\text{mola}}}{K_s} = \frac{1779,8}{131}$$

$$\Delta_{\text{estático}} \approx 13,59 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{transf de carga}} = \frac{1746 \cdot 2,2}{131}$$

$$\Delta_{\text{transf de carga}} = 29,32 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{roda}} = (\Delta_{\text{estático}} + \Delta_{\text{transf de carga}}) \cdot MR_{\text{traseiro}} = (13,59 + 29,32) \cdot 2 = 85,82 \text{ mm}$$

Portanto, a altura mínima do veículo deve ser de aproximadamente 90 mm da pista de rolamento para que em nenhum caso de esterçamento, aceleração ou frenagem, o assoalho toque a pista.

## **5.4 Dimensionamento**

Os esforços utilizados para todas as simulações (Figura 26) foram os mais críticos encontrados nos cálculos, ainda que possam não ocorrer, como por exemplo a junção dos esforços, o máximo em frenagem no braço da frente da bandeja com o mínimo em frenagem e curva combinados no braço traseiro. É um caso que não irá ocorrer, porém, pode-se utilizar para dimensionamento, como um fator de segurança.

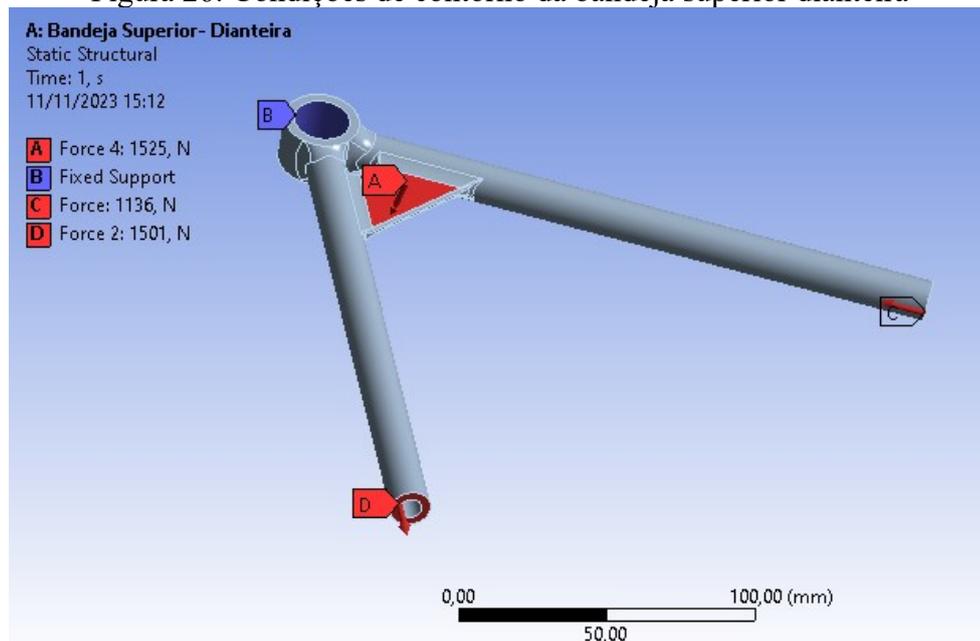
Foi considerada também, uma convergência dos resultados de tensão máxima com o refinamento da malha de até 5%.

### **5.4.1 Bandejas**

Para a simulação das bandejas, como dito anteriormente, foi considerado os maiores esforços encontrados nos cálculos, e, o suporte que faz a conexão do tirante com a bandeja foi removido, com sua carga aplicada diretamente na chapa, na mesma inclinação. A geometria da peça contém filetes nas áreas que serão soldadas para diminuir concentradores de tensão. Os efeitos de solda foram desprezados mas podem ser considerados em trabalhos futuros.

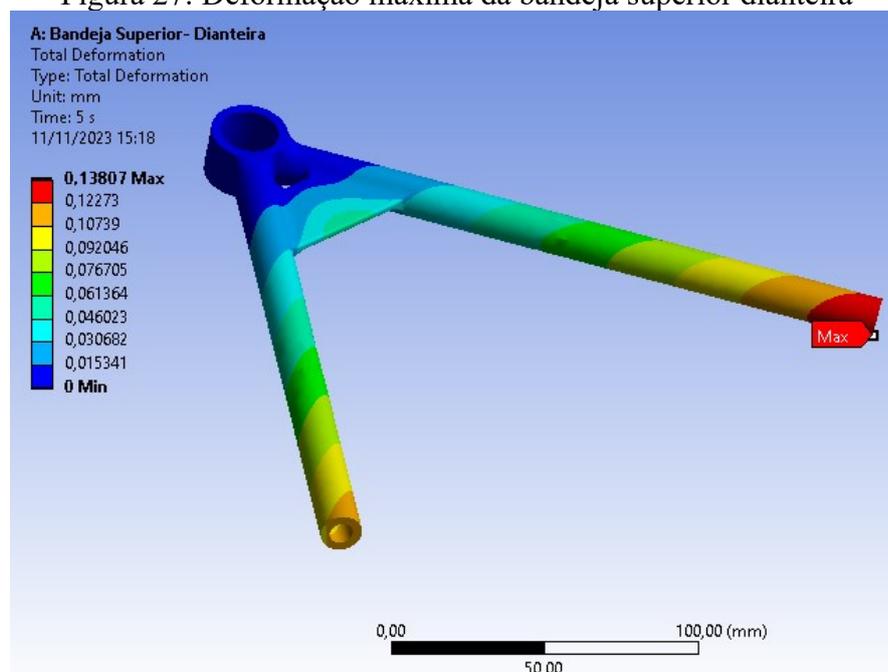
No interior do tubo que conecta os dois braços da bandeja, será alocada uma rótula esférica, que permite a movimentação com a manga de eixo. Essa rótula é fixada com um anel elástico, porém, esses componentes não foram dimensionados no trabalho presente. Foi colocada a opção de suporte fixo na face interna do tubo para observar os efeitos na própria peça. As condições de contorno estão apresentadas nas figuras 26 e 30, existem outros modos de simular o mesmo componente, mas a fim de simplificar foi adotado desta maneira. Para a bandeja inferior as condições de contorno são as mesmas, com a variação dos respectivos esforços. A única mudança é a remoção da chapa de suporte para a conexão com o tirante. Os esforços aplicados são alternados e os resultados para deformação total e tensão equivalente são apresentados nas figuras 27 e 28 (bandeja superior dianteira), figuras 31 e 32 (bandeja inferior dianteira), figuras 35 e 36 (bandeja superior traseira) e figuras 39 e 40 (bandeja inferior traseira). As figuras 29, 33, 37 e 41 mostram a convergência da malha para validação dos valores obtidos.

Figura 26: Condições de contorno da bandeja superior dianteira



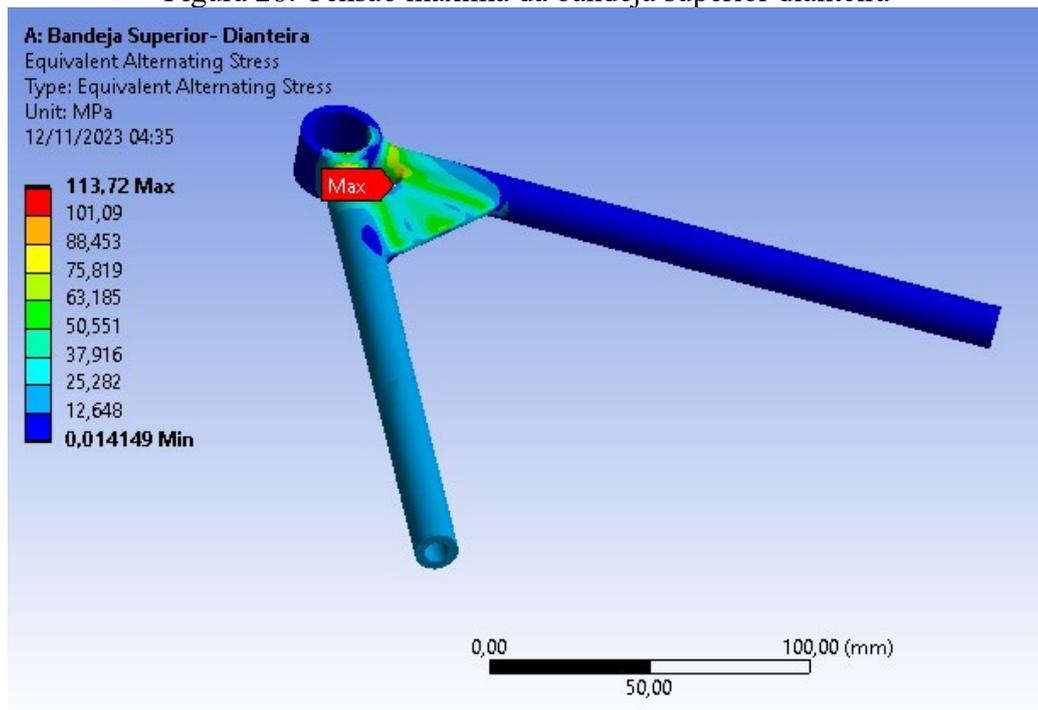
Fonte: Próprios autores

Figura 27: Deformação máxima da bandeja superior dianteira



Fonte: Próprios autores

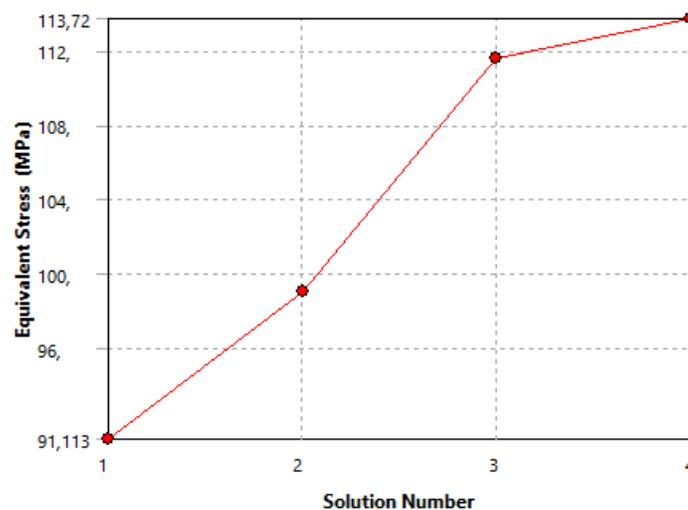
Figura 28: Tensão máxima da bandeja superior dianteira



Fonte: Próprios autores

Figura 29: Convergência da tensão com o refinamento da malha – Bandeja superior dianteira

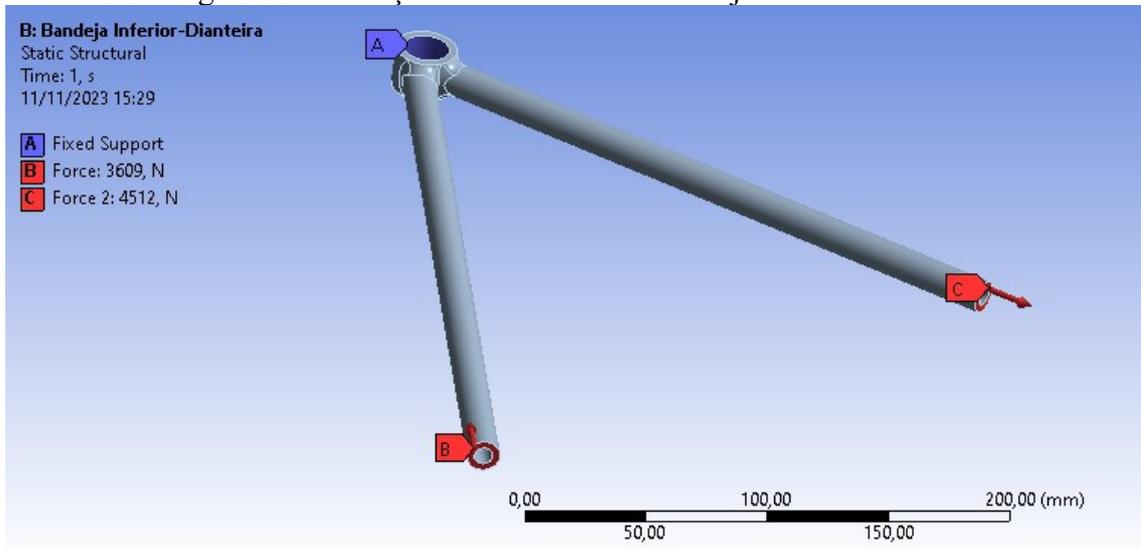
## Convergence History



	Equivalent Stress (MPa)	Change (%)	Nodes	Elements
1	91,113		7552	3967
2	99,016	8,3134	28309	17231
3	111,58	11,928	124006	81905
4	113,72	1,9048	251861	171715

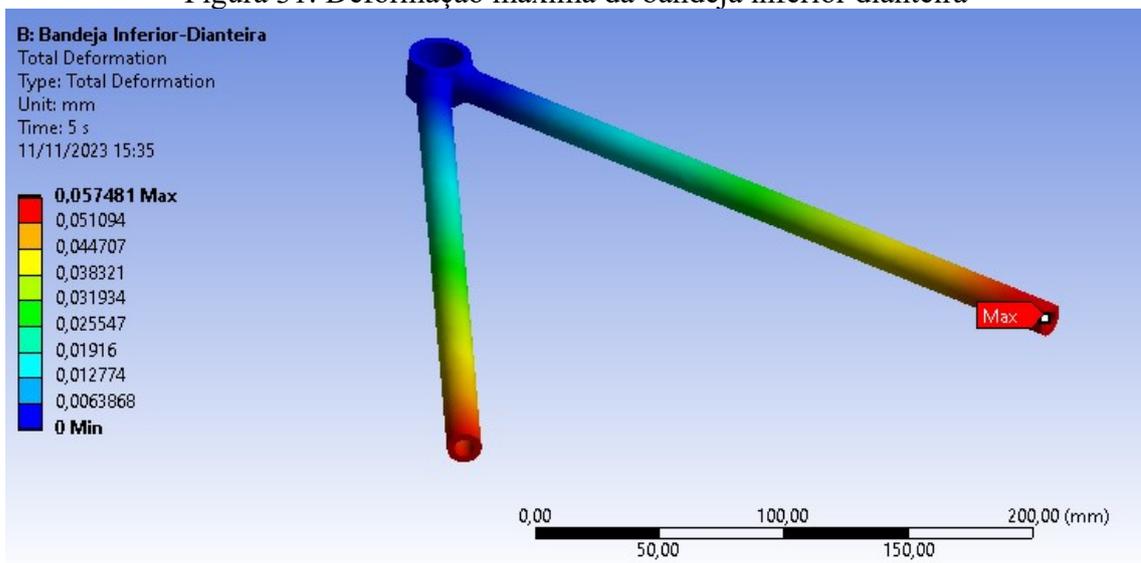
Fonte: Próprios autores

Figura 30: Condições de contorno da bandeja inferior dianteira



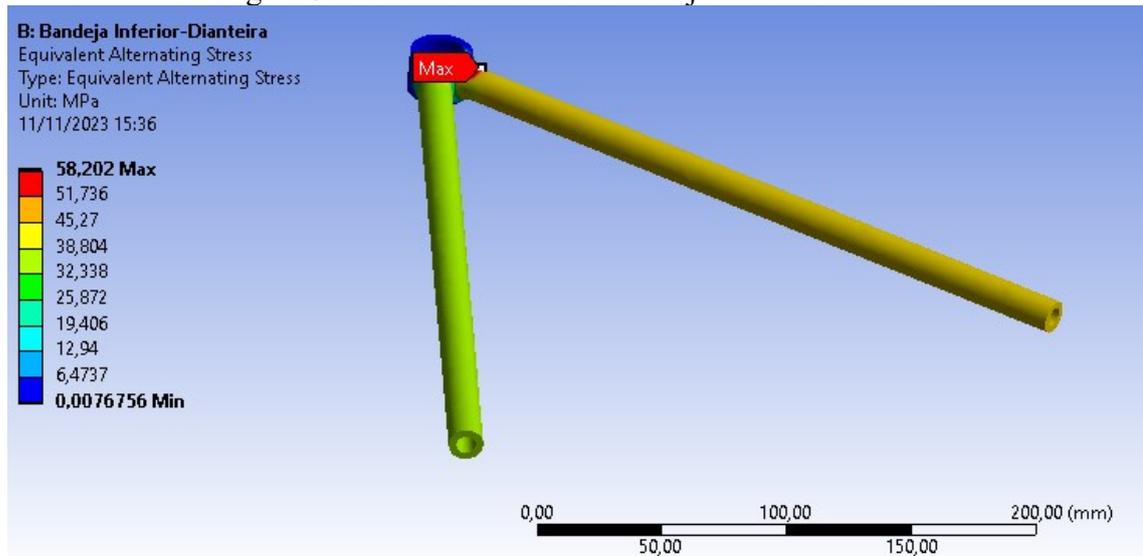
Fonte: Próprios autores

Figura 31: Deformação máxima da bandeja inferior dianteira



Fonte: Próprios autores

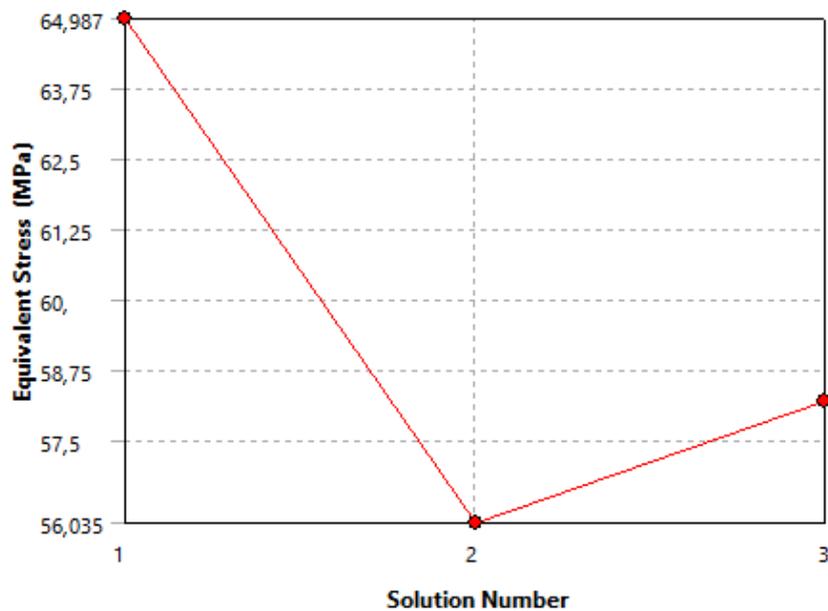
Figura 32: Tensão máxima da bandeja inferior dianteira



Fonte: Próprios autores

Figura 33: Convergência da tensão com o refinamento da malha – Bandeja inferior dianteira

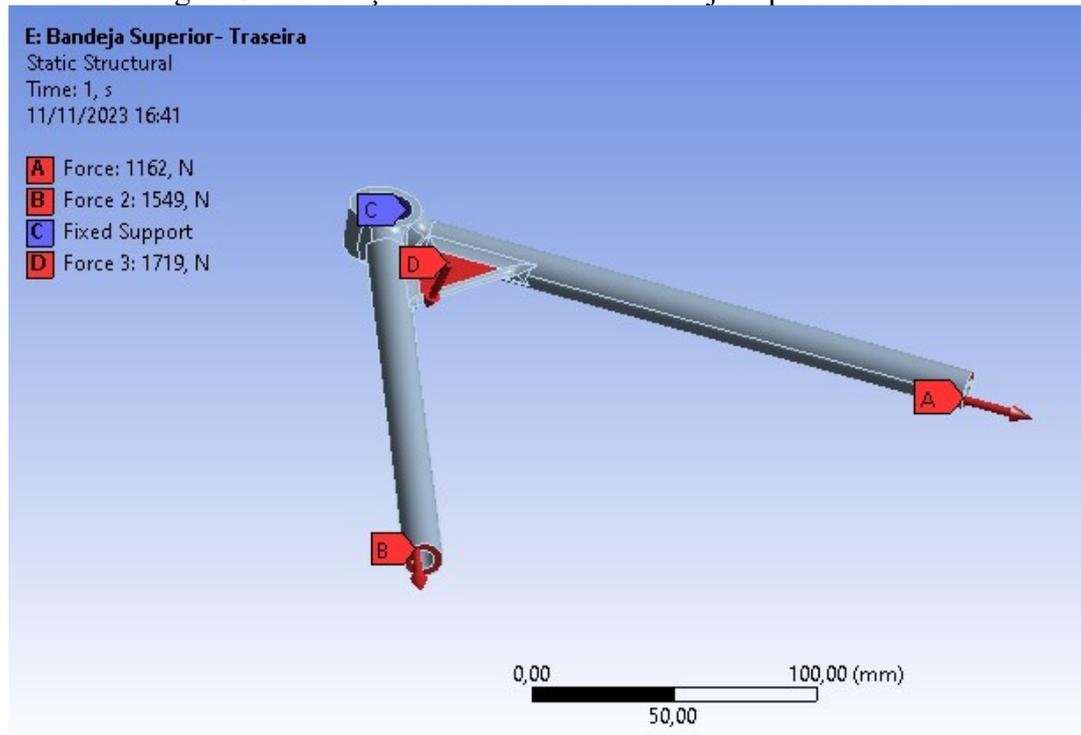
## Convergence History



	Equivalent Stress (MPa)	Change (%)	Nodes	Elements
1	64,987		10169	5602
2	56,035	-14,794	40733	24773
3	58,202	3,7936	136549	91278

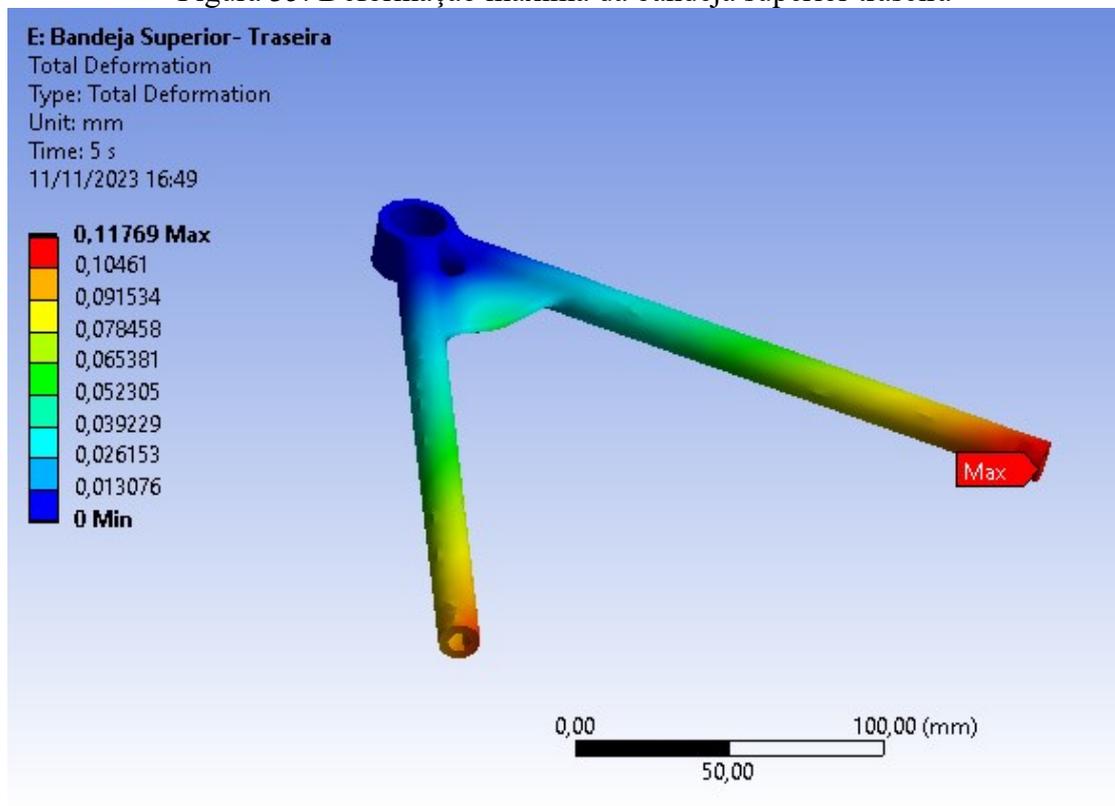
Fonte: Próprios autores

Figura 34: Condições de contorno da bandeja superior traseira



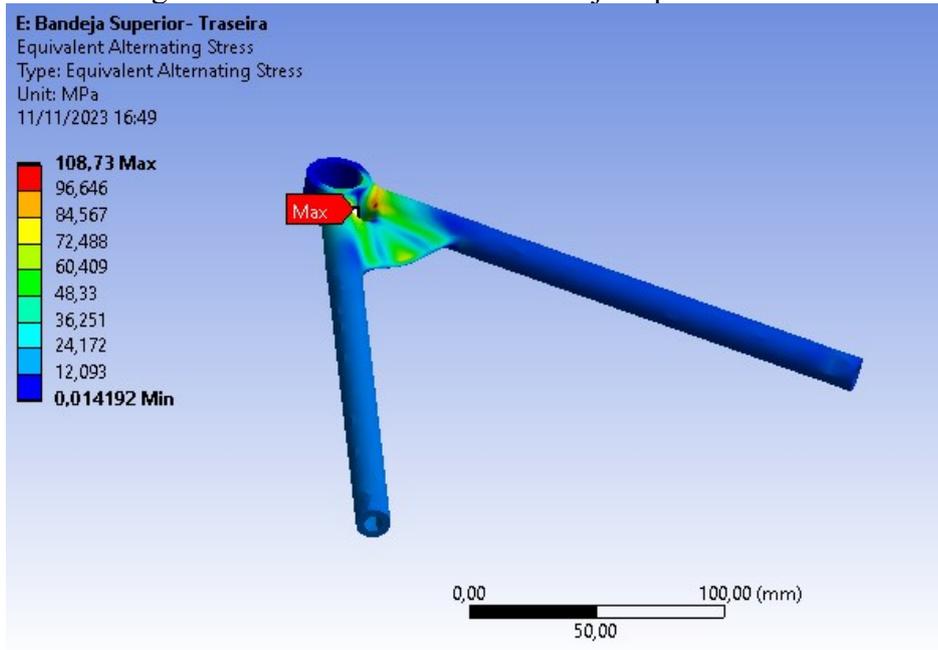
Fonte: Próprios autores

Figura 35: Deformação máxima da bandeja superior traseira



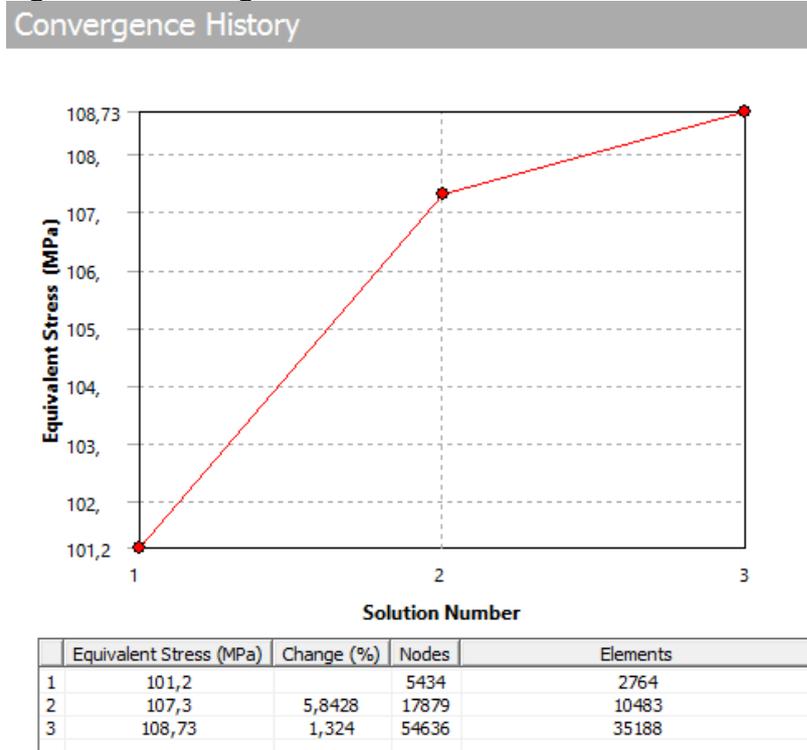
Fonte: Próprios autores

Figura 36: Tensão máxima na bandeja superior traseira



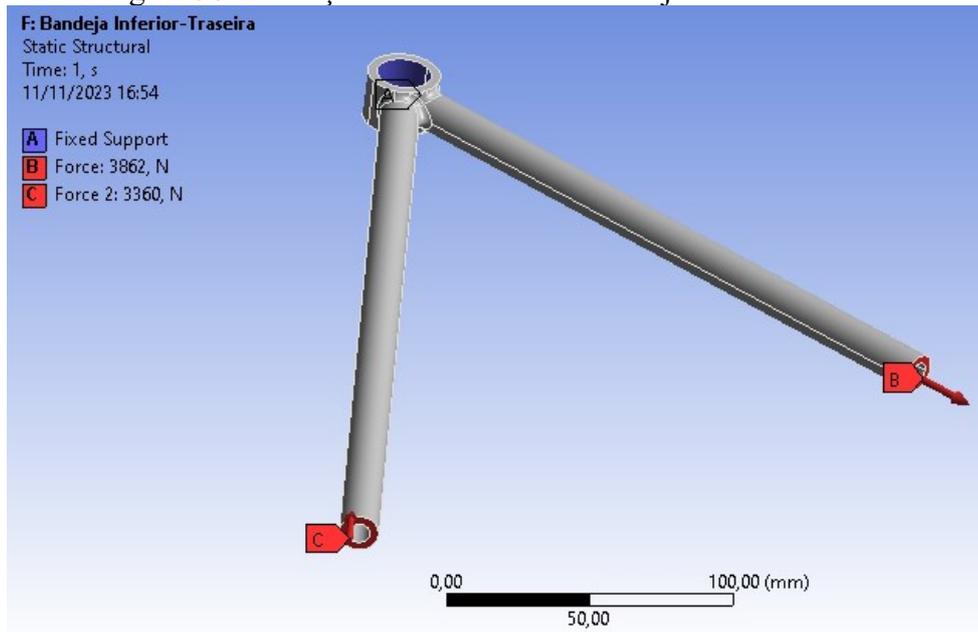
Fonte: Próprios autores

Figura 37: Convergência da tensão com o refinamento da malha



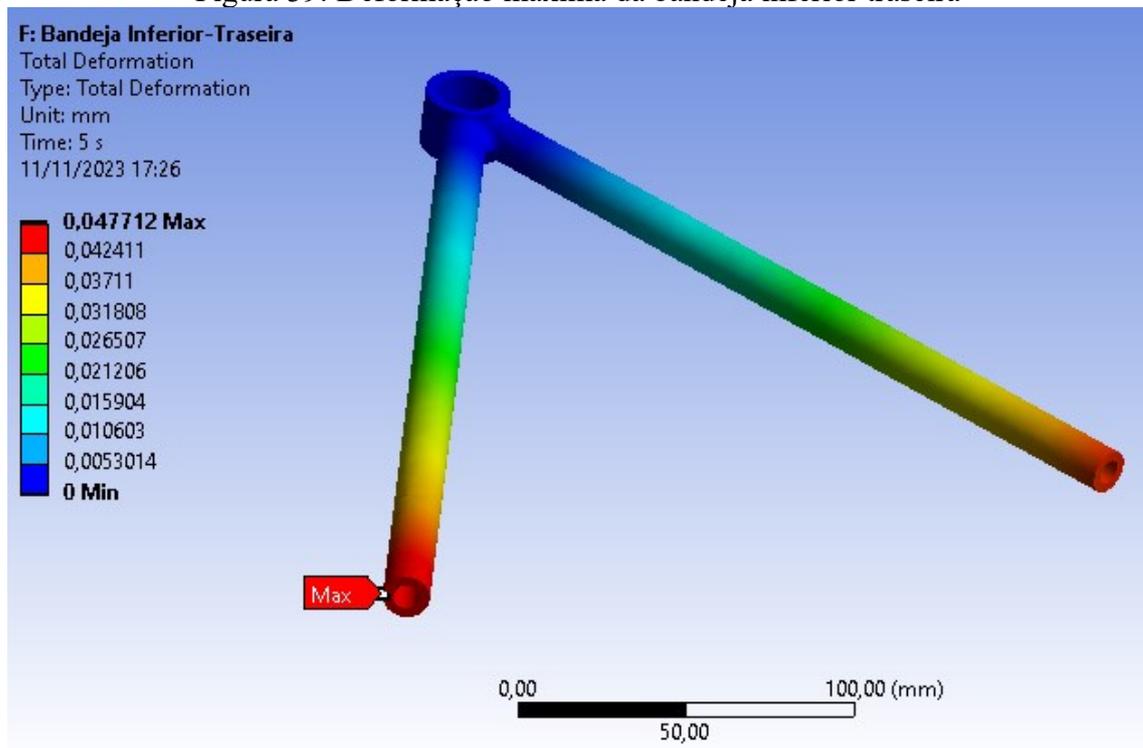
Fonte: Próprios autores

Figura 38: Condições de contorno da bandeja inferior traseira



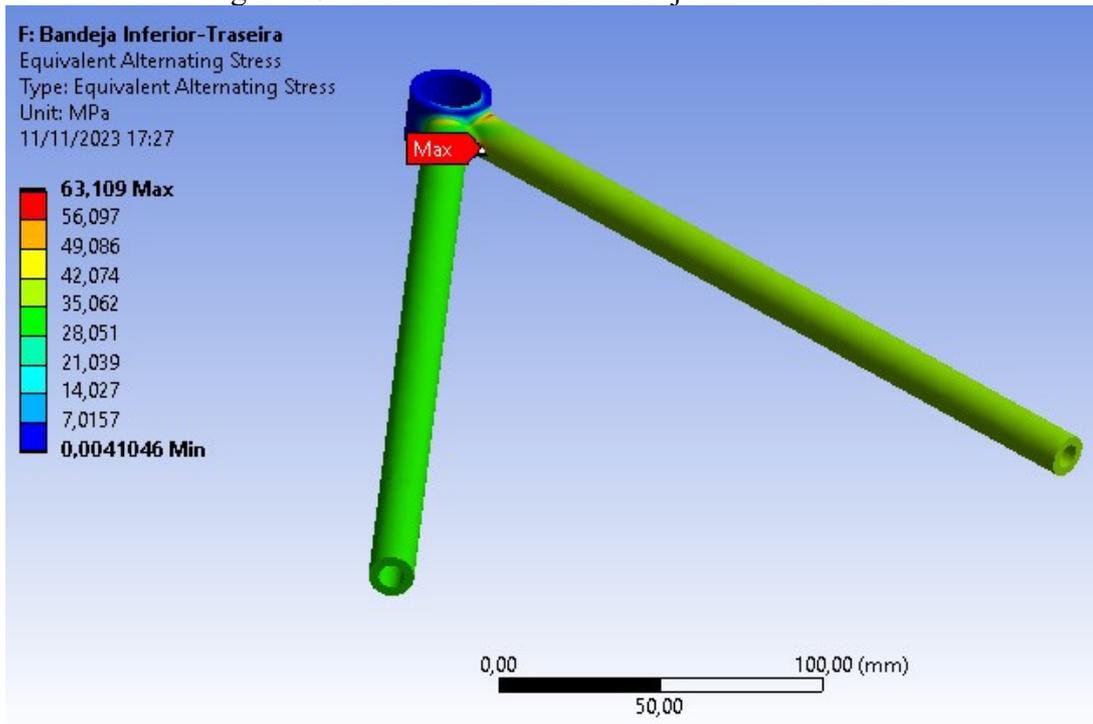
Fonte: Próprios autores

Figura 39: Deformação máxima da bandeja inferior traseira

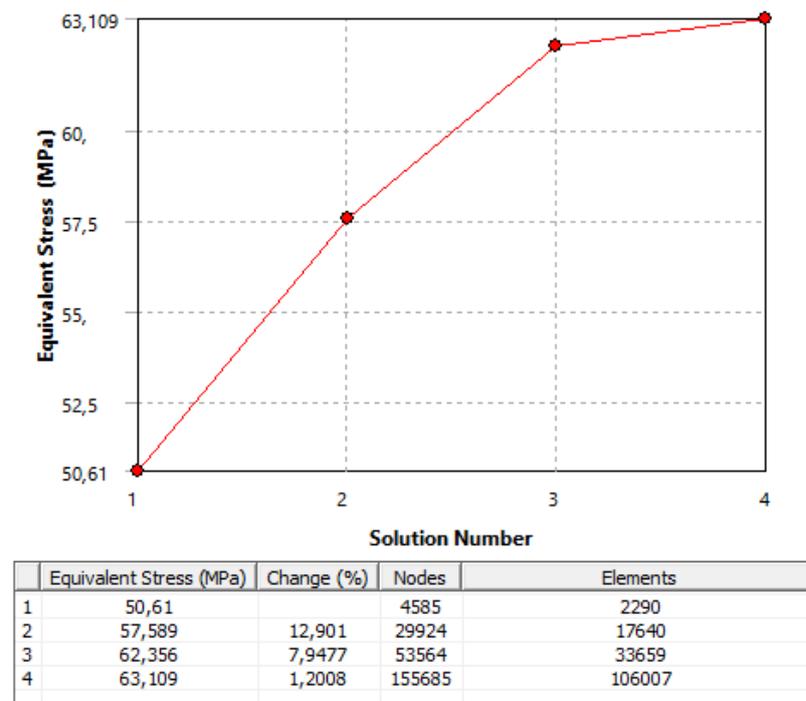


Fonte: Próprios autores

Figura 40: Tensão máxima na bandeja inferior traseira



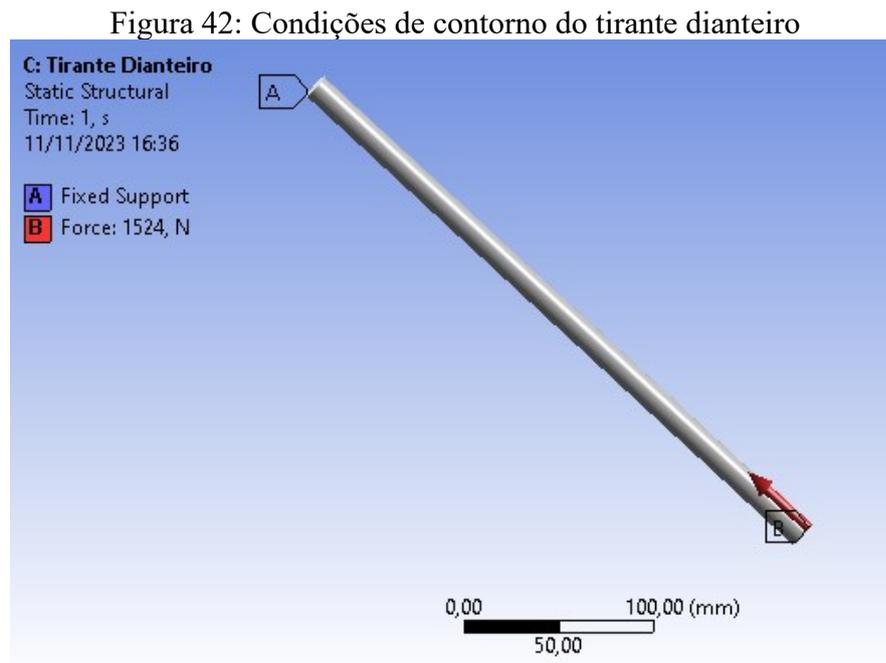
Fonte: Próprios autores

Figura 41: Convergência da tensão com o refinamento da malha  
Convergence History

Fonte: Próprios autores

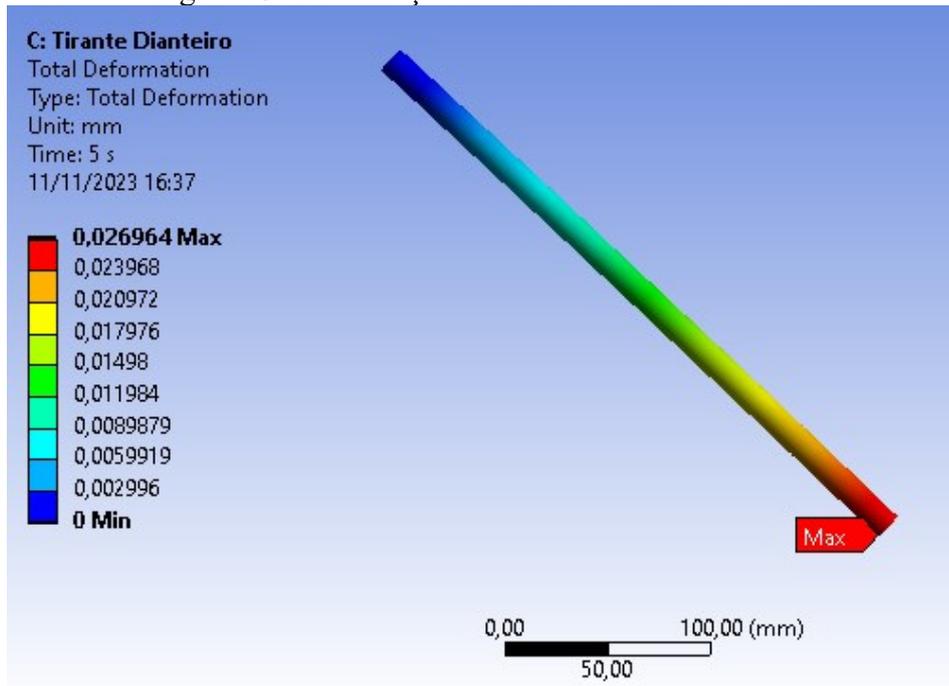
### 5.4.2 Tirantes

Na simulação dos tirantes, primeiro foram feitos os cálculos para flambagem por meio de uma planilha montada no Excel. Após validados os dados, a geometria foi desenhada com o diâmetro e espessura adotados anteriormente, e exportada ao Ansys. A simplificação feita pode ser observada nas figuras 42 e 46, onde têm-se a aplicação da carga de um lado, e um suporte fixo na face da extremidade oposta. Alguns resultados próximos do suporte estão superestimados devido a simplificação adotada, porém, ainda são considerados satisfatórios e estão apresentados abaixo para deformação total e tensão máxima, nas figuras 43 e 44 (tirante dianteiro), e nas figuras 47 e 48 (tirante traseiro). A convergência de malha, que garante a validação dos resultados obtidos, pode ser observada nas figuras 45 (tirante dianteiro) e 49 (tirante traseiro).



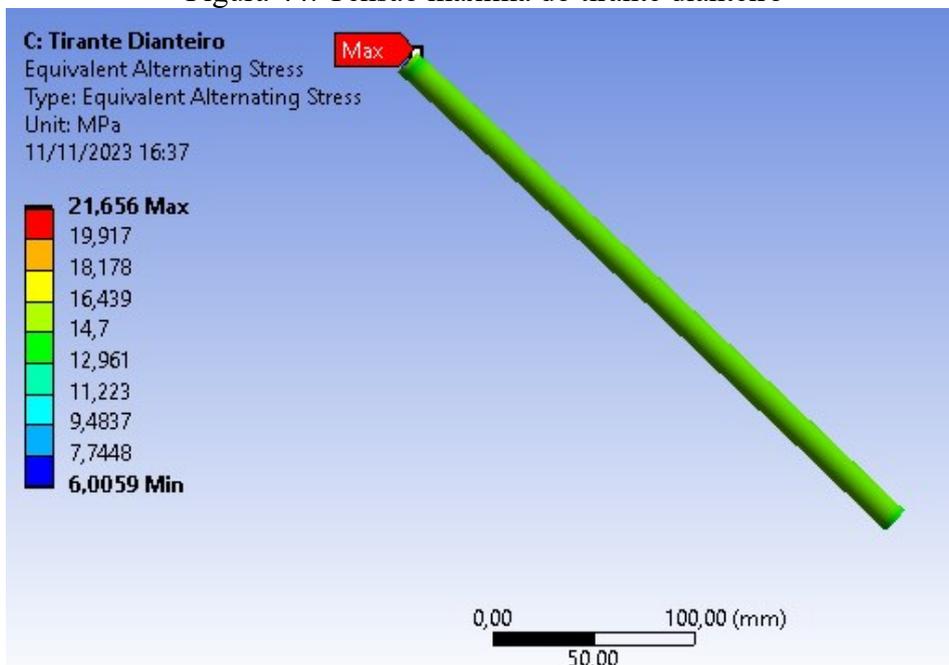
Fonte: Próprios autores

Figura 43: Deformação máxima do tirante dianteiro



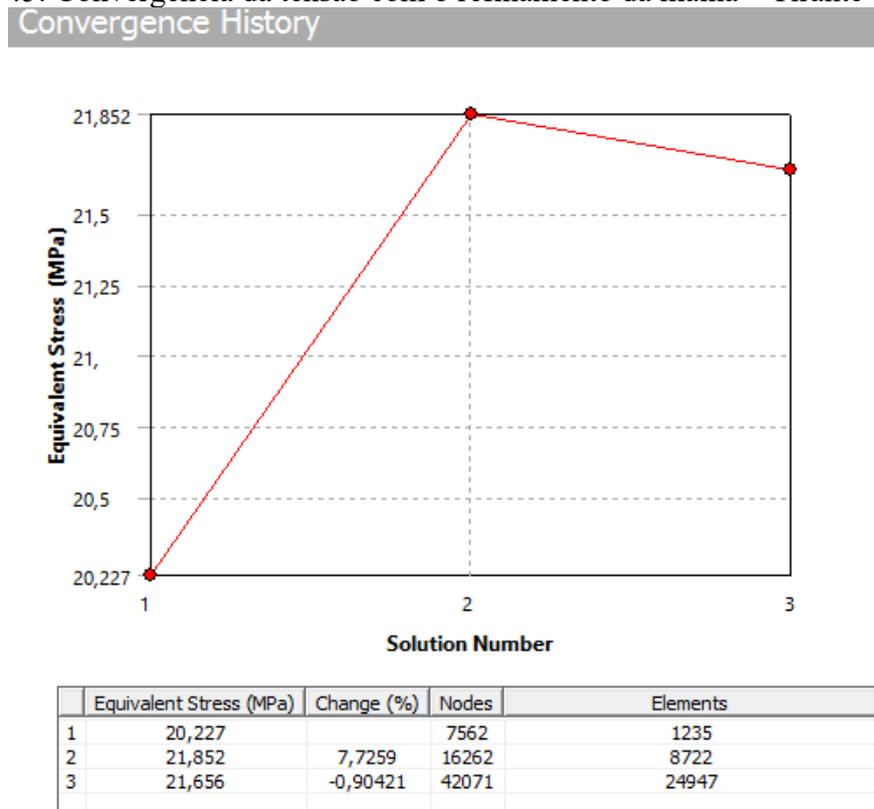
Fonte: Próprios autores

Figura 44: Tensão máxima do tirante dianteiro



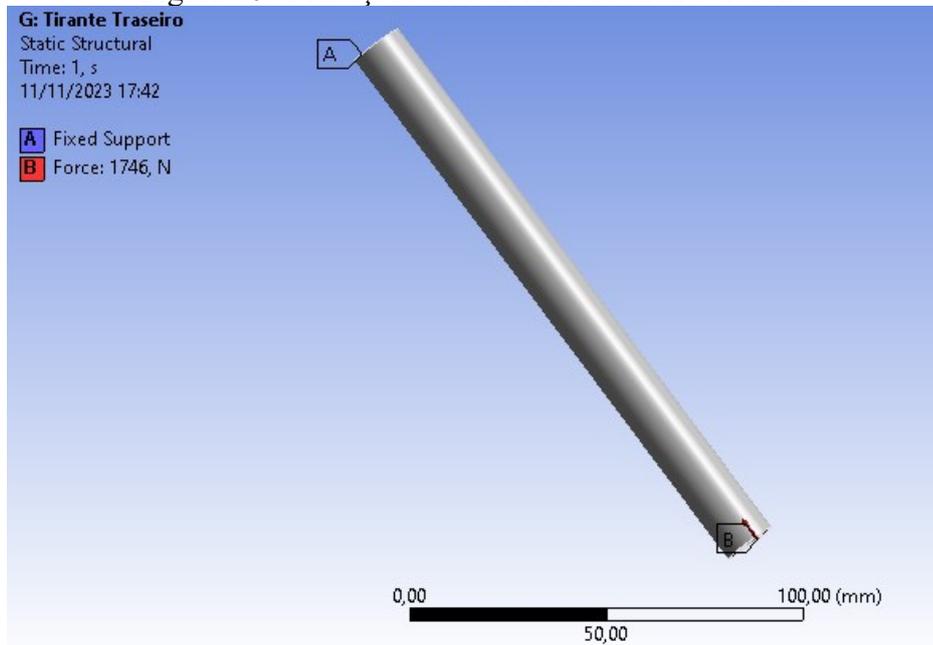
Fonte: Próprios autores

Figura 45: Convergência da tensão com o refinamento da malha – Tirante dianteiro



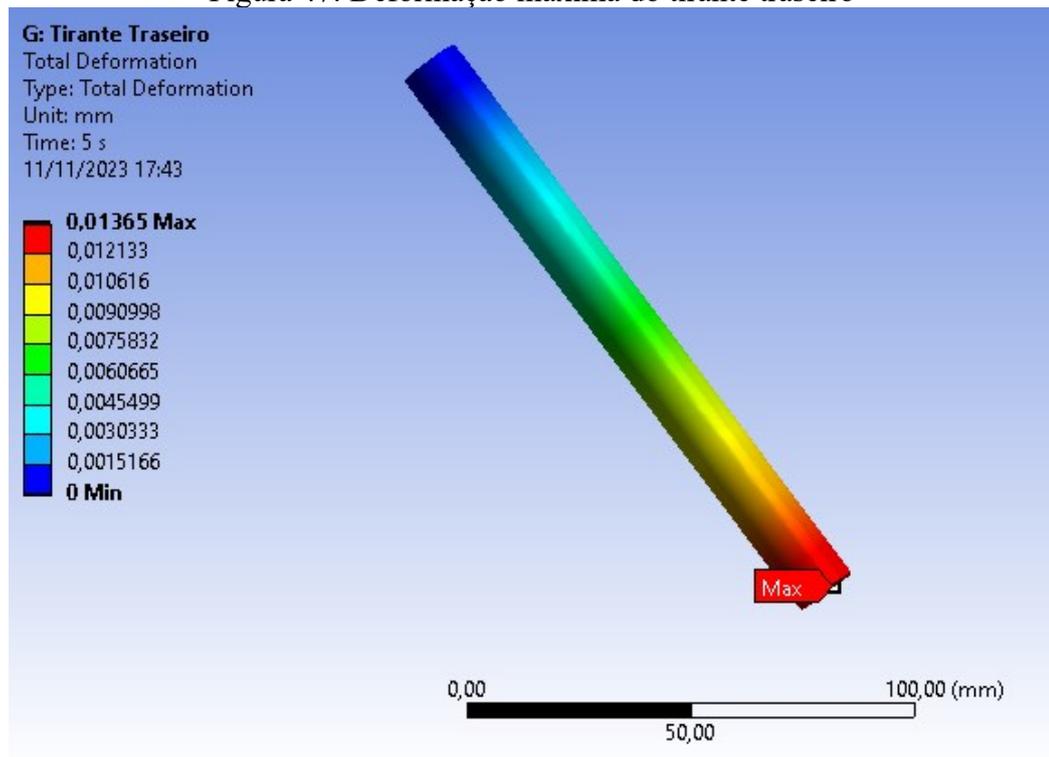
Fonte: Próprios autores

Figura 46: Condições de contorno do tirante traseiro



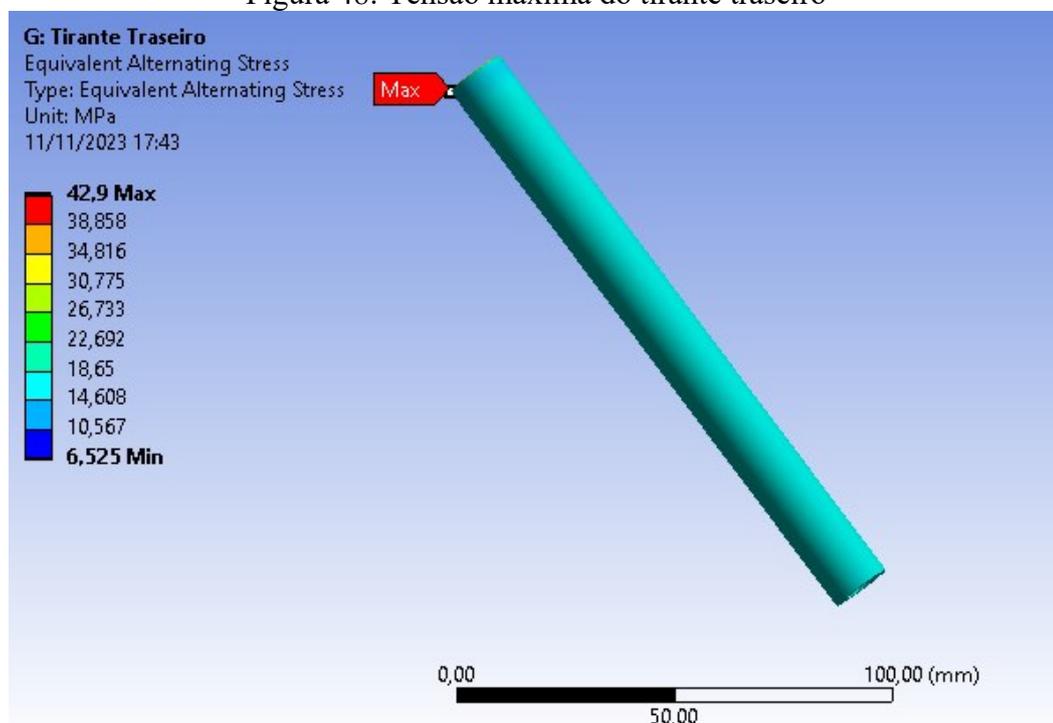
Fonte: Próprios autores

Figura 47: Deformação máxima do tirante traseiro



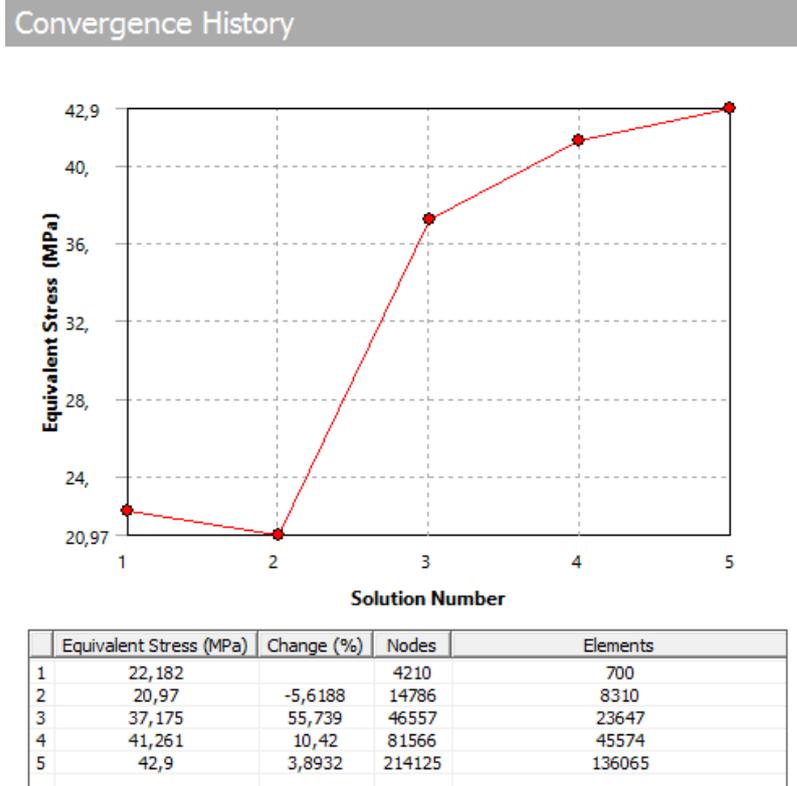
Fonte: Próprios autores

Figura 48: Tensão máxima do tirante traseiro



Fonte: Próprios autores

Figura 49: Convergência da tensão com o refinamento da malha

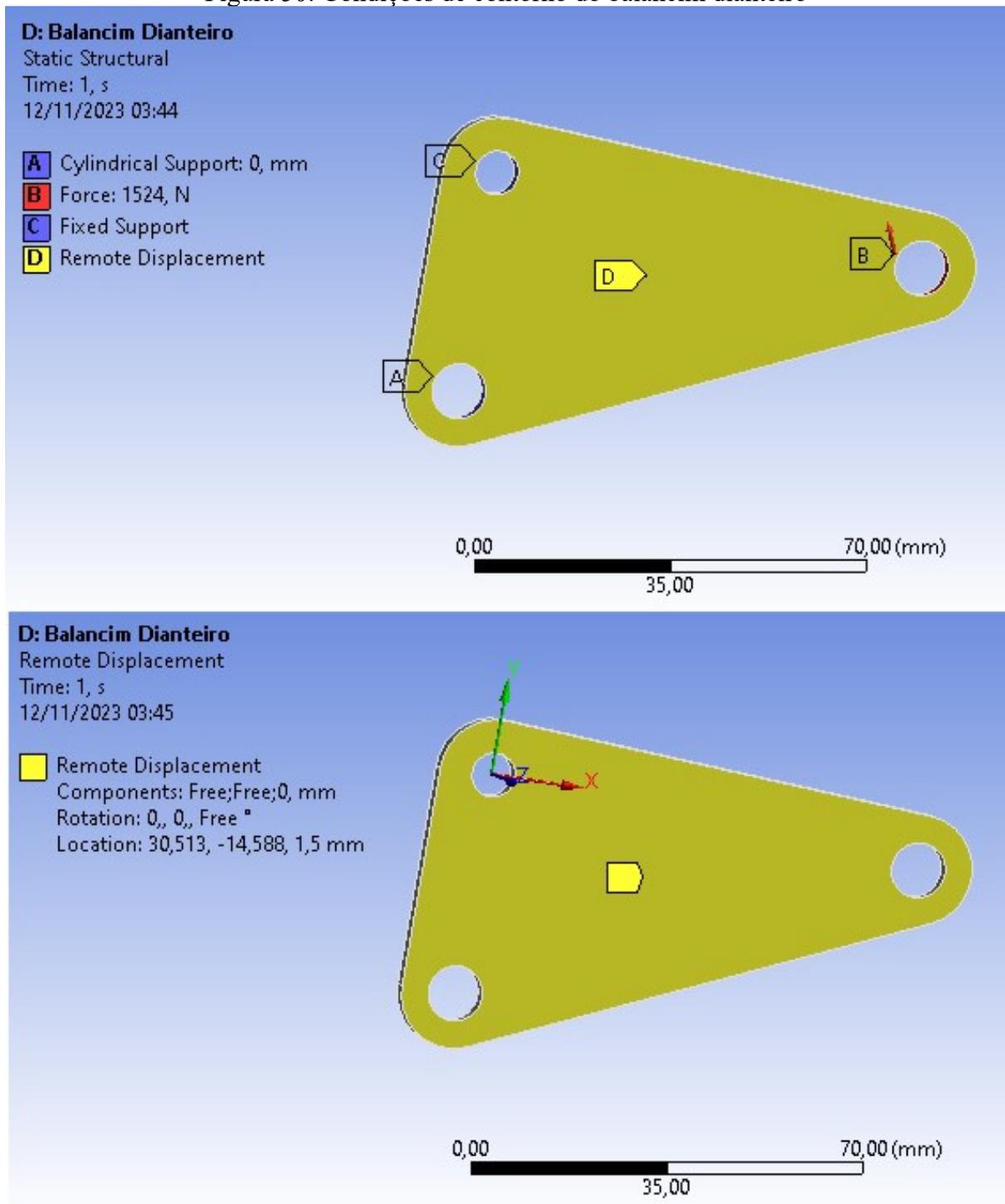


Fonte: Próprios autores

### 5.4.3 Balancins

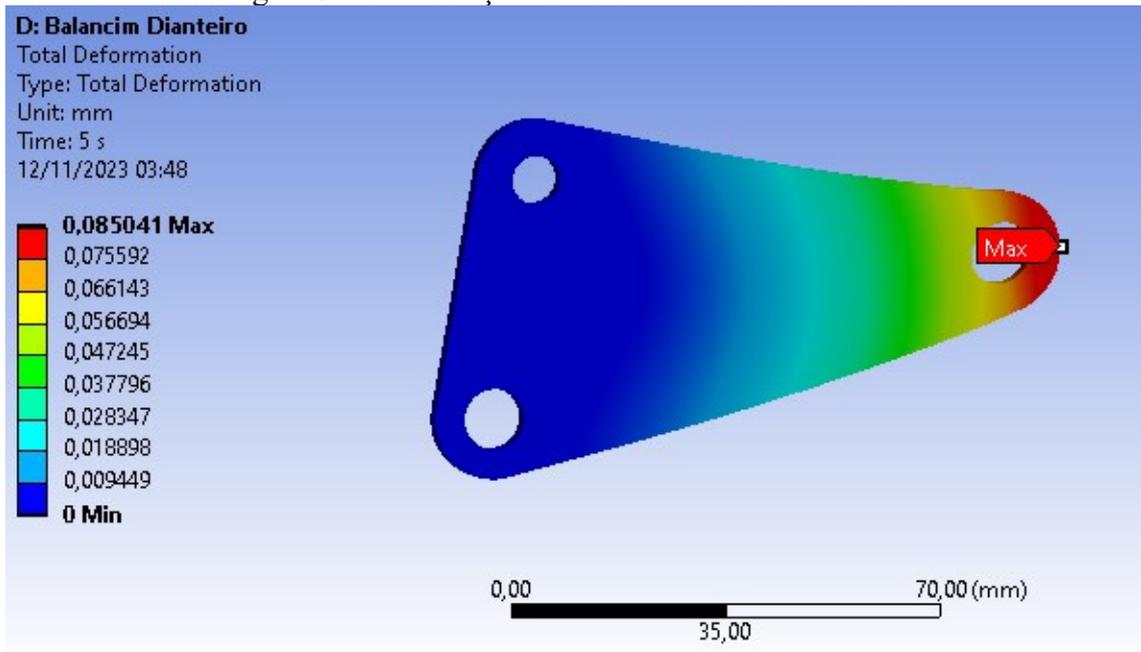
O balancim é composto por dois componentes iguais, que transmitem os esforços do tirante ao amortecedor. Para a simulação, a simplificação adotada foi considerar o amortecedor como um suporte fixo, o esforço máximo obtido dos cálculos aplicado na mesma direção do tirante, um suporte cilíndrico que representa sua fixação com o chassi, e também, uma restrição de movimento em sua face, que permite apenas a movimentação em x e y, e a rotação em torno de z. As figuras 50 (balancim dianteiro) e 54 (balancim traseiro) mostram as condições de contorno adotadas para a simulação estática e os eixos de referência.. Foi considerado apenas um dos componentes, com a mesma carga que seria aplicada em ambos, como um fator de segurança adicional. Os resultados obtidos para deformação total e tensão máxima estão apresentados nas figuras 51 e 52 para o componente dianteiro, e nas figuras 55 e 56 para o componente traseiro, assim como a convergência de malha nas figuras 53 (balancim dianteiro) e 57 (balancim traseiro), que validam tais valores.

Figura 50: Condições de contorno do balancim dianteiro



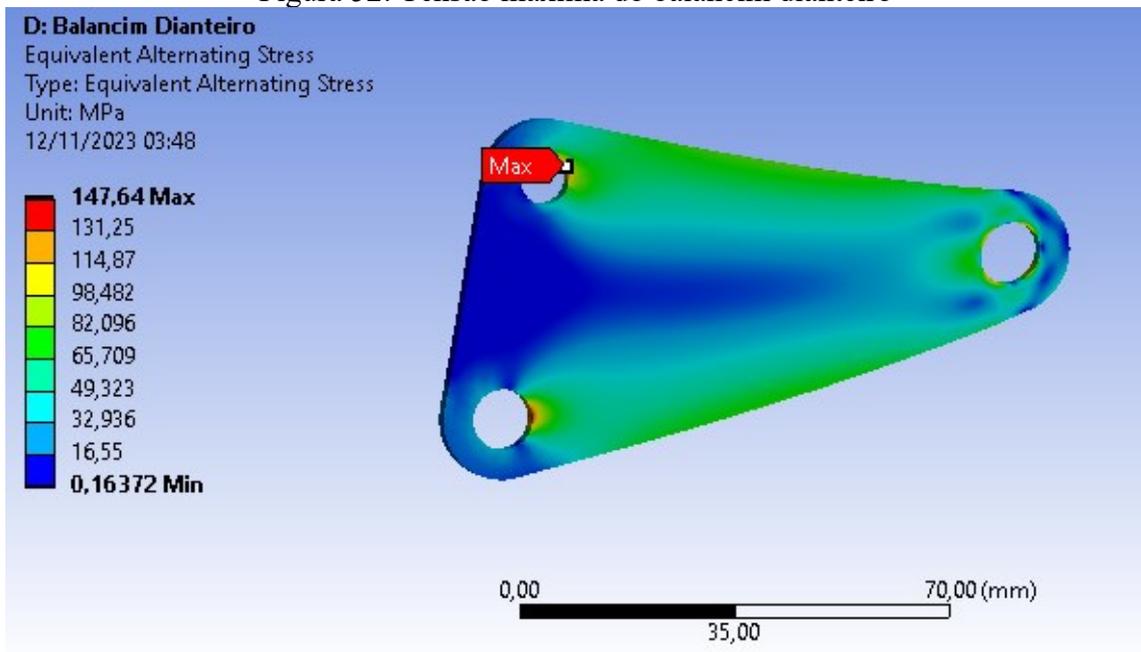
Fonte: Próprios autores

Figura 51: Deformação máxima do balancim dianteiro



Fonte: Próprios autores

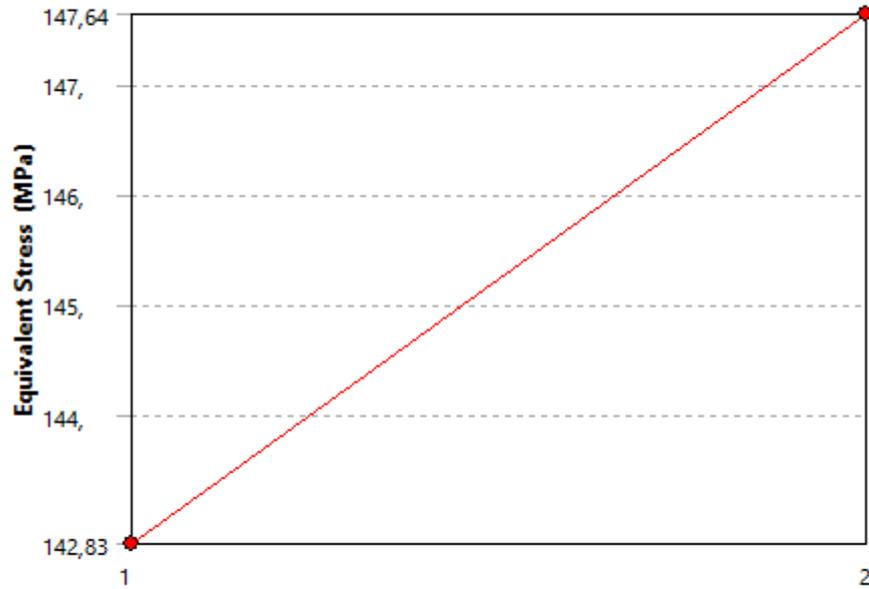
Figura 52: Tensão máxima do balancim dianteiro



Fonte: Próprios autores

Figura 53: Convergência da tensão com o refinamento da malha – Balancim dianteiro

### Convergence History

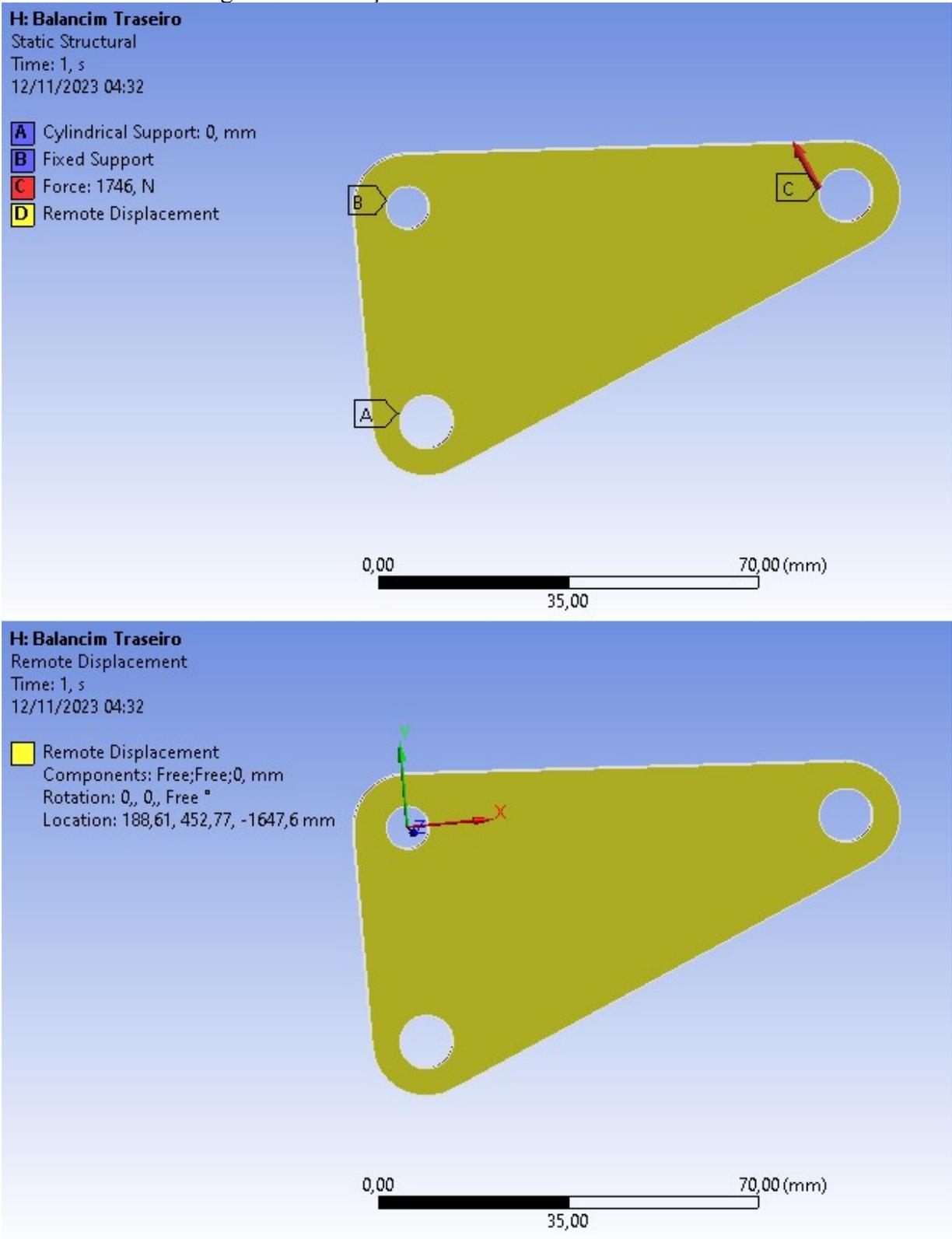


**Solution Number**

	Equivalent Stress (MPa)	Change (%)	Nodes	Elements
1	142,83		12420	2116
2	147,64	3,3098	36183	20542

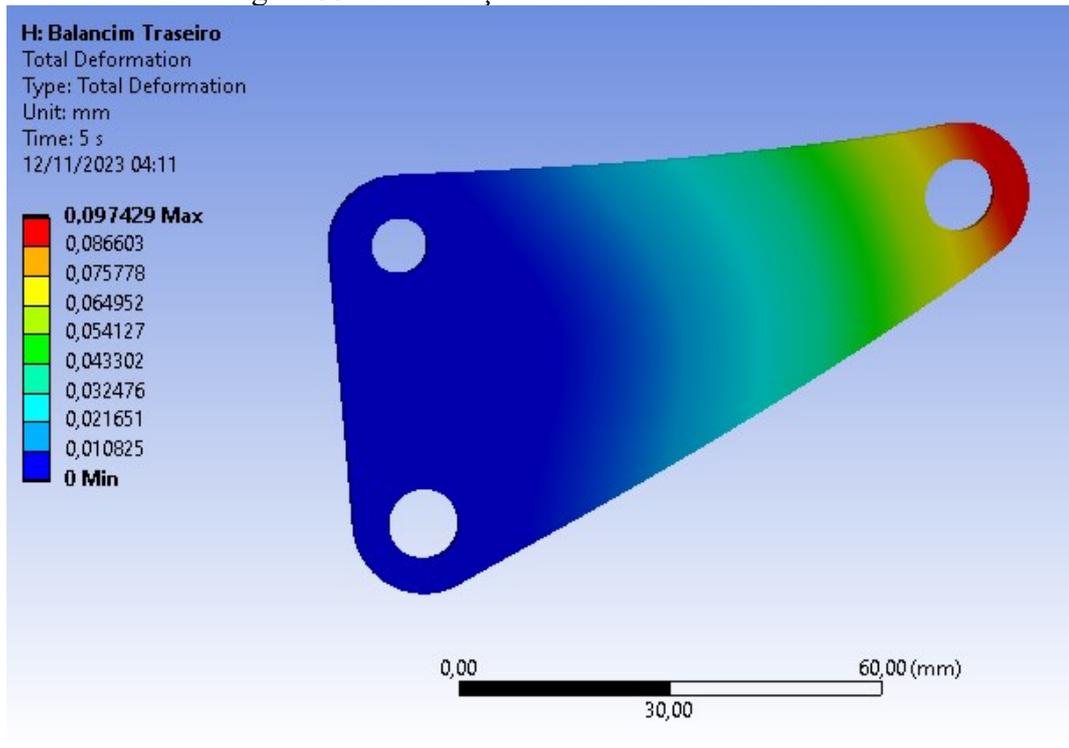
Fonte: Próprios autores

Figura 54: Condições de contorno do balancim traseiro



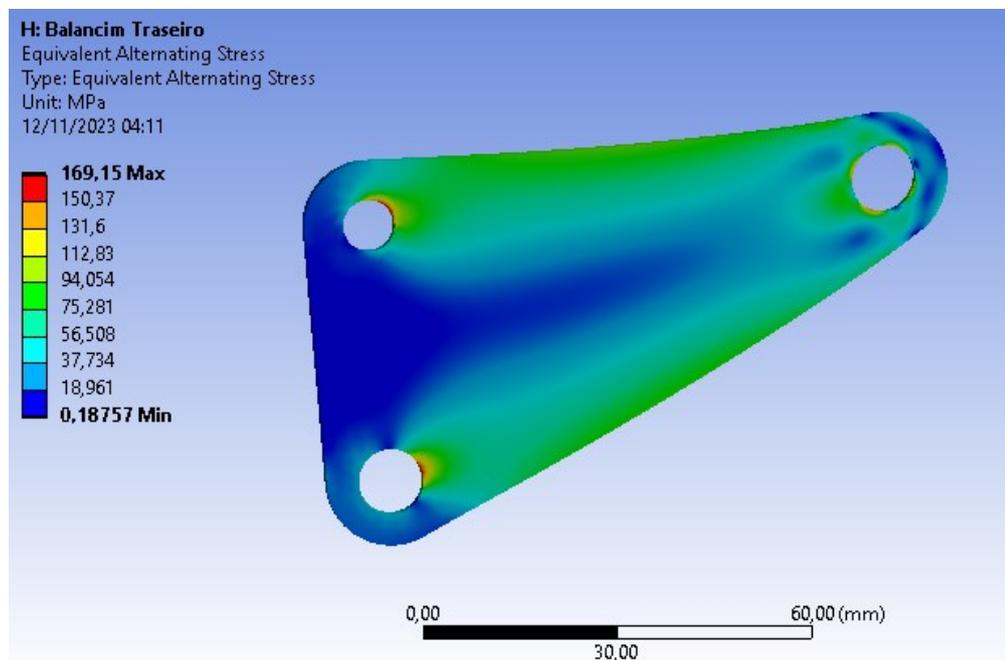
Fonte: Próprios autores

Figura 55: Deformação total do balancim traseiro



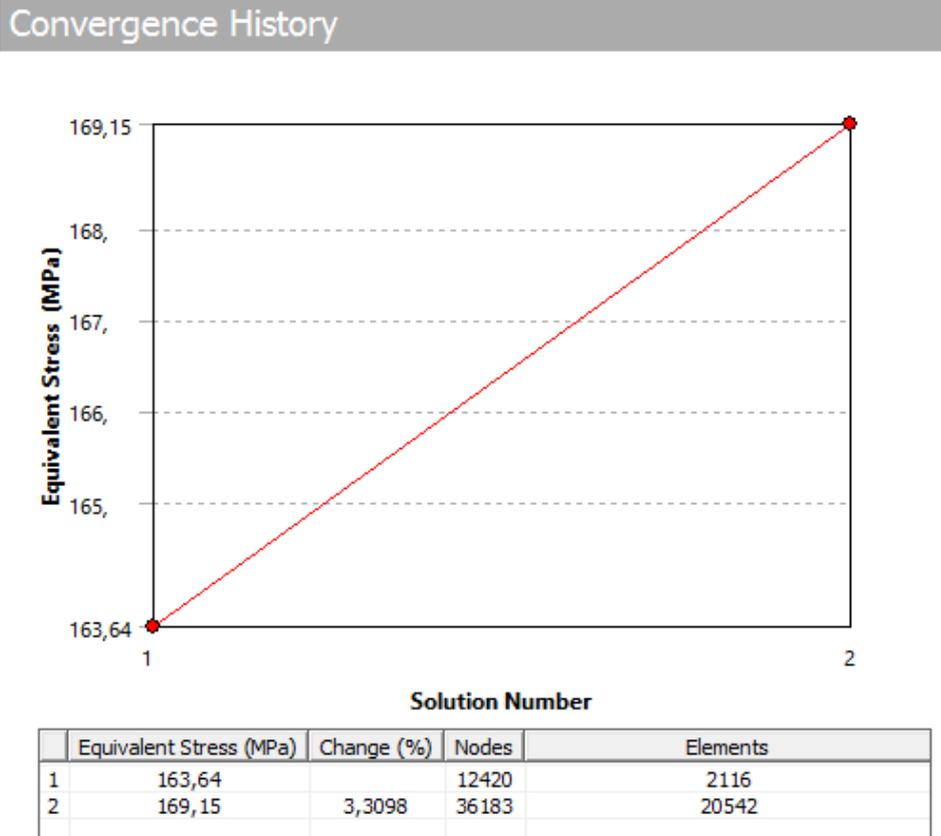
Fonte: Próprios autores

Figura 56: Tensão máxima do balancim traseiro



Fonte: Próprios autores

Figura 57: Convergência da tensão com o refinamento da malha – Balancim traseiro



Fonte: Próprios autores

## 6 CONCLUSÃO

Para o trabalho em questão, primeiro foi feito um estudo sobre os parâmetros empregados na dinâmica veicular a fim de escolher dados iniciais para o projeto de um veículo de fórmula SAE. Com os dados adotados, o desenho da geometria de suspensão foi feito e simulado no software Lotus Shark, onde é possível observar a variação de cada parâmetro de acordo com o curso da suspensão. Os resultados obtidos podem ser utilizados para a aplicação de melhorias e desempenho do veículo de acordo com o circuito, algo que não foi trabalhado no trabalho presente, mas pode ser feito em projetos futuros da equipe.

Com a geometria definida, foi feito o desenho dos componentes da suspensão no software solidworks, calculados os esforços de acordo com as literaturas citadas previamente e por fim, a simulação por meio do Ansys Mechanical.

As tabelas abaixo mostram os resultados obtidos para as simulações das bandejas. Para todos os componentes foi considerado o aço 1020 laminado a quente, que segundo Shigley, possui um limite de escoamento de 210 MPa.

<b>Bandeja Dianteira</b>	<b>Superior</b>	<b>Inferior</b>
<b>Tensão Máxima (MPa)</b>	114	58
<b>Deformação Máxima (mm)</b>	0,14	0,057

<b>Bandeja Traseira</b>	<b>Superior</b>	<b>Inferior</b>
<b>Tensão Máxima (MPa)</b>	109	67
<b>Deformação Máxima (mm)</b>	0,12	0,048

As maiores tensões aparecem na dianteira do veículo devido a menor dimensão dos componentes e condições críticas adotadas para as transferências de carga. Os resultados são considerados satisfatórios pois, ainda que os esforços adotados estejam superdimensionados, nenhuma bandeja ultrapassou o limite de escoamento e as deformações são bem pequenas, porém, podem ainda ser impactantes e deve ser feito um estudo de compliance (efeito da deformação sob aplicação de carga) para possíveis melhorias de projeto.

Os tirantes também estão dimensionados e os resultados estão apresentados na tabela abaixo.

<b>Tirante</b>	<b>Dianteiro</b>	<b>Traseiro</b>
<b>Tensão Máxima (Mpa)</b>	22	43
<b>Tensão Média (Mpa)</b>	15	16
<b>Deformação Máxima (mm)</b>	0,027	0,014

Ainda que a tensão máxima seja no tirante traseiro, a deformação máxima aparece no dianteiro. Isso se deve as condições de contorno aplicadas na simulação, e, alguns nós da malha mais próximos ao suporte fixo, perto das arestas, apresentarem resultados elevados por conta de singularidades. Por ter também quase o dobro do comprimento, e a carga crítica a flambagem ser inversamente proporcional ao quadrado do comprimento, possibilita uma maior deformação com menor carga.

Por fim, a tabela abaixo mostra os resultados obtidos com as simulações feitas para os balancins.

<b>Balancim</b>	<b>Dianteiro</b>	<b>Traseiro</b>
<b>Tensão Máxima (Mpa)</b>	148	169
<b>Deformação Máxima (mm)</b>	0,085	0,097

Os resultados obtidos são satisfatórios pelo fato de ter sido simulado apenas um dos componentes, que apresenta coeficiente de segurança de 1,3 aproximadamente, na prática o esforço é dividido entre os dois. A deformação também se mostrou pequena. Todas as peças propostas no trabalho presente foram dimensionadas com esforços acima da realidade de uma competição de fórmula SAE.

### **6.1 Propostas de trabalhos futuros**

Considerados os dados, hipóteses e simulações estudadas, verifica-se o dimensionamento apropriado dos componentes pertencentes à suspensão do veículo, respeitando o regulamento de 2023 e implicações básicas de fabricação.

Para obtenção de dados importantes que proporcionam melhorias em todos os sistemas do veículo (a própria suspensão, estrutura, direção e outros), indica-se a instalação de extensômetros (*strain gauges*), para obtenção da deformação dos componentes em situações dinâmicas de teste. Em cenários de maior investimento, ainda recomenda-se a fibra de carbono para fabricação de alguns componentes, já que possui como principal característica deter alta resistência mecânica e baixa densidade.

O veículo de FSAE, caracterizado por sua natureza de aplicação (situações de grande impacto, acelerações e frenagens bruscas e alta variação de elevação da pista), geralmente é projetado com coeficientes de segurança acima do padrão utilizado na engenharia veicular (fator 2). Tal implicação torna imprescindível algumas verificações de projeto que, em alguns casos, podem ser analisados como redundantes, como análise de qualidade dos materiais utilizados, observar e executar o projeto final de forma rigorosa, além de seguir planos de manutenção adequados.

Algumas melhorias que podem ser citadas para projetos futuros são, a utilização dos dados do TTC (Tire Test Consortium) para obtenção das forças de acordo com a variação dos parâmetros, como o ângulo de deriva (*slip angle*), e a partir desses dados obter o gráfico de fricção do pneu. Com esses dados seria possível uma análise mais aprofundada e realista do modelo, calcular os esforços nos componentes com maior precisão, e com isso buscar a redução de massa do veículo para melhorar a performance sem afetar a segurança.

Os cálculos de transferência de carga também foram simplificados para o projeto em questão, porém, é possível também calcular a influência da massa não suspensa na dinâmica

veicular, analisar os parâmetros cinemáticos a fim de buscar a melhor configuração para o veículo, circuito e regras da competição.

Não foram feitas análises dinâmicas e de vibração do sistema, dimensionamento do amortecedor e a influência da transferência de carga no comportamento oversteer e understeer do carro.

Para projetos futuros é importante também a aplicação de barras anti-rolagem, para uma melhor estabilidade do veículo e conseqüentemente uma maior facilidade de outras áreas implementarem melhorias, como por exemplo a aerodinâmica, que precisa de uma determinada estabilidade para gerar downforce.

O projeto de suspensão é um processo iterativo, por isso é importante que uma equipe de fórmula SAE busque construir seu modelo para a realização de testes e assim encontrar e melhorar os pontos fracos do veículo.

## 7 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 8800: **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.

BARRETO, Rodrigo Luís Pereira et al. **Simulação de ângulos de deriva e dinâmica veicular lateral utilizando modelo de quatro rodas com restrições geométricas e cinemáticas**. 2015.

BARROS, Clarisse Pétua Bosman et al. **Desenvolvimento de simuladores para a dinâmica veicular**. 2016.

DEB, K; GOEL, T. **Controlled elitist non-dominated sorting genetic algorithms for better convergence**. International conference on evolutionary multi-criterion optimization. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2001.

DHAKAR, A.; RANJAN, R. **Force Calculation In Upright of A FSAE Race Car**. International Journal of Mechanical Engineering and Technology, 7(2), 2016.

FLICKINGER, E. D. **Design and Analysis of Formula SAE Car Suspension Members**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - California State University, Northridge, 2014.

GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of vehicle dynamics**. Warrendale, PA - USA: Society of automotive engineers, 1992.

HIBBELER, Russell Charles. **Resistência dos materiais**. 7.ed. São Paulo : Pearson Prentice Hall, 2015.

JAZAR, R. N. **Vehicle dynamics: theory and application**. Riverdale: Springer, 2008.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. **Race car vehicle dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1995.

NICOLAZZI, L. C.; LEAL, L. da C. M.; ROSA, E. da. **Uma introdução à modelagem quase estática de automóveis**. Publicação Interna Do Grate–Departamento De Engenharia Mecânica Da Ufsc, Florianópolis, 2012.

PACEJKA, H.B.: **Tyre and Vehicle Dynamics**. Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, 2012.

PINTO FILHO, R. R, **Conception, Design and Optimization of an All Terrain Vehicle Structure**. 2004. 187 f. Dissertação (Mestrado em Engenharias) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2004.

REIMPELL, Jornsen; STOLL, Helmut; BETZLER, Jurgen. **The automotive Chassis: Engineering Principles** 2 nd Edition. SAE. Portland, OR. 2000.

SAE BRASIL. **Regulamento administrativo e técnico Baja Sae Brasil, 2023** Disponível em: <https://saebrasil.org.br/programas-estudantis/baja-sae-brasil/regras-e-relatorios-2/>. Acesso em: 10 out. 2023.

SEWARD, Derek. **Race Car design**. Macmillan Publishers Limited. Londres, Inglaterra. 2014.

SHIGLEY, J. E., BUDYNAS, R. G., KEITH, J. N. **Elementos de máquinas**. 10 ed. McGraw Hill, 2016.

SOUZA, Lucas Martins. **Proposta para sistema de validação de parâmetros de direção de protótipos Baja Sae**. 2021.

REZENDE, Marcos Carvalho. **Análise de silenciadores de escape automotivo visando redução da emissão de ruído**. 2020. 56 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Uberlândia, 2020.

LEANDRO, Guilherme Andriani. **Avaliação de peças em um veículo de Formula SAE através de escaneamento 3D de baixo custo**. 2023. 54 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2023.

BARBOSA, Lucas Melo Queiroz. **Influência da aerodinâmica em um carro de Fórmula SAE**. 2018. 58 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018.

BARBOSA, Lucas Melo Queiroz. **Determinação de Parâmetros de Maior Influência em Algoritmo de Predição de Dinâmica Veicular na Performance em um Carro de Formula SAE**. 2019. 29º Simpósio do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019.

BARBOSA, Lucas Melo Queiroz; RESENDE, Lucas Tannús; GUARATO, Alexandre Zuquete. **Development Of An Algorithm For Prediction Of Racing Vehicle Dynamics And Comparison With A Commercial Software**. 2019. 25th ABCM International Congress of Mechanical Engineering. Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019.

SOCIETY OF AUTOMOTIVE ENGINEERS INTERNATIONAL. **Formula SAE Rules 2023**. 2023.