

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FAMAT

RONEY ANDRADE DA SILVA

**O Ensino de Juros Simples e Compostos em uma Perspectiva Investigativa.**

Uberlândia

2023

RONEY ANDRADE DA SILVA

**O Ensino de Juros Simples e Compostos em uma Perspectiva Investigativa.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade da Matemática da Universidade Federal de Uberlândia como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientadora: Érika Maria Chioca Lopes

Uberlândia

2023



RONEY ANDRADE DA SILVA

**O Ensino de Juros Simples e Compostos em uma Perspectiva Investigativa.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade da Matemática da Universidade Federal de Uberlândia como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Uberlândia, 23 de novembro de 2023

Banca Examinadora:

---

Érika Maria Chioca Lopes – Doutorado (UFU)

---

Arlindo José de Souza Junior – Doutorado (Unicamp)

---

Ana Cláudia Molina Zaqueu Xavier – Doutorado (Unesp)

Dedico este trabalho à minha mãe, e a todos  
que percorrem o caminho tortuoso dos sonhos.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) pelas bolsas concedidas durante minha participação no Programa de Residência Pedagógica (PRP) e no Programa de Educação Tutorial (PET), respectivamente.

Além disso, quero expressar minha sincera gratidão à minha orientadora, que esteve ao meu lado desde os primeiros passos desta pesquisa, inicialmente no âmbito do PET, na Iniciação Científica e neste trabalho.

## RESUMO

Este estudo buscou desenvolver uma sequência didática pautada na investigação, unindo a Investigação Matemática em Sala de Aula juntamente com os Cenários para Investigação no contexto da Educação de Jovens e Adultos (EJA), confrontando-a com a prática tradicional de ensino matemático. Guiado pela busca dos desafios e potencialidades dessa abordagem no ensino de juros, foi feito um estudo bibliográfico dos autores, do conceito matemático, de produções com mesma abordagem e objeto de estudo, elaboração de uma sequência didática, desenvolvimento na escola e posterior análise qualitativa dos dados produzidos durante o processo. Após o estudo dos principais autores, Pedro da Ponte (2006) e Ole Skovsmose (2000), foi possível estabelecer um diálogo entre eles de maneira propícia a abordar juros simples e compostos dentro da esfera da Educação Financeira ao mesmo tempo que se estabeleceu um sentido prático para os conceitos relacionados com a Matemática Financeira. A análise das notas de campo evidenciou a necessidade de incentivar uma abordagem mais argumentativa e reflexiva em relação aos conceitos matemáticos, em contraposição à mera resolução de exercícios, quando se objetiva uma participação ativa dos alunos na construção do conhecimento, em consonância com o que foi estudado dos autores. A metodologia investigativa despertou maior engajamento e estimulou a reflexão matemática dos alunos, evidenciando um potencial para o desenvolvimento de habilidades de raciocínio, resolução de problemas e compreensão conceitual mais aprofundada. Contudo, os desafios na implementação eficaz dessa metodologia foram identificados, principalmente relacionados à familiaridade e resistência dos alunos à mudança de paradigma no ensino de matemática. Esses resultados fornecem insights valiosos para aprimorar a prática de ensino de juros simples e composto, destacando a relevância e os desafios da aplicação da Investigação Matemática como uma estratégia pedagógica inovadora.

**Palavras-chave:** Investigação Matemática; Juros; Cenários para Investigação; Educação Financeira; Matemática Financeira.

## ABSTRACT

This study aimed to develop a didactic sequence based on inquiry, merging Mathematical Inquiry in the Classroom along with Scenarios for Inquiry within the context of Adult and Youth Education (AYE), contrasting it with the traditional practice of mathematical teaching. Guided by exploring the challenges and potentialities of this approach in teaching interest rates, a bibliographical study of the authors, the mathematical concept, productions with a similar approach and subject of study were conducted, followed by the development of a didactic sequence, implementation in the school, and subsequent qualitative analysis of the data produced during the process. After studying the main authors, Pedro da Ponte (2006) and Ole Skovsmose (2000), it was possible to establish a dialogue between them in a way that appropriately addressed simple and compound interest rates within the realm of Financial Education while simultaneously establishing a practical sense for concepts related to Financial Mathematics. Analysis of field notes highlighted the need to encourage a more argumentative and reflective approach towards mathematical concepts, contrasting mere exercise resolution, when aiming for active student participation in knowledge construction, in line with the authors' studies. The investigative methodology sparked greater engagement and stimulated students' mathematical reflection, demonstrating potential for the development of reasoning skills, problem-solving, and deeper conceptual understanding. However, challenges in the effective implementation of this methodology were identified, primarily related to students' familiarity and resistance to a change in thinking in mathematics education. These findings offer valuable insights to enhance the practice of teaching simple and compound interest rates, underscoring the relevance and challenges of applying Mathematical Inquiry as an innovative pedagogical strategy.

**Keywords:** Mathematical Investigation; Interest Rates; Scenarios for Investigation; Financial Education; Financial Mathematics.



## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1: Manipulação da fórmula de juros simples. ....                                      | 26 |
| Figura 2: QRcode que direciona para o formulário on-line.....                                | 38 |
| Figura 3: Linha temporal da sequência didática. ....   | 40 |
| Figura 4: Análise de produtos e formas de pagamento. ....                                    | 41 |
| Figura 5: Perguntas norteadoras. ....  | 42 |
| Figura 6: Perguntas iniciais sobre o conceito de Juro. ....                                  | 42 |
| Figura 7: Breve apresentação da dinâmica de uma aula investigativa. ....                     | 44 |
| Figura 8: Anúncio de empréstimo consignado baseado no Auxílio Brasil. ....                   | 44 |
| Figura 9: Primeiro quadro de investigação, calculando os juros simples.....                  | 45 |
| Figura 10: Cálculo dos juros a partir do Montante e Capital.....                             | 46 |
| Figura 11: Induzindo o cálculo da Taxa de Juros.....   | 46 |
| Figura 12: Cálculo da Taxa de Juros utilizando regra de três. ....                           | 47 |
| Figura 13: Induzindo a ideia de juros em investimentos. ....                                 | 47 |
| Figura 14: Fórmula de montante no regime de juros simples. ....                              | 48 |
| Figura 15: Dedução da fórmula de juros simples através de substituições. ....                | 49 |
| Figura 16: Gráfico de juros simples. ....  | 49 |
| Figura 17: Tabela com cálculo de montante mês-a-mês. ....                                    | 50 |
| Figura 18: Exemplo de generalização. ....  | 51 |
| Figura 19: Comparação gráfica entre juros simples e juros compostos. ....                    | 53 |
| Figura 20: Comparação dos juros quando $0 < t < 1$ .....                                     | 53 |
| Figura 21: Dedução formal através de indução finita.....                                     | 54 |
| Figura 22: Buscando entender como era o papel do aluno no orçamento doméstico. ....          | 58 |
| Figura 23: Contraposição entre uma atividade tradicional e uma pautada na investigação. .... | 60 |
| Figura 24: Exemplo de anúncio que oferece desconto para pagamento à vista. ....              | 61 |
| Figura 25: <i>Site</i> que oferece empréstimos e faz simulações. ....                        | 63 |
| Figura 26: Atividade não prevista. ....  | 65 |
| Figura 27: Segundo quadro de investigação, calculando o Montante. ....                       | 68 |

## LISTA DE QUADROS

|   |    |
|---|----|
| Quadro 1: Momentos na realização de uma investigação matemática. ....   | 17 |
| Quadro 2: Elementos presentes em uma aula investigativa. ....   | 18 |
| Quadro 3: Ambientes de Aprendizagem. ....   | 22 |
| Quadro 4: Habilidades previstas na BNCC sobre Educação Financeira dentro da componente curricular de Matemática. .... | 28 |
| Quadro 5: Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC. ....                      | 29 |
| Quadro 6: Diálogo entre Investigação em Sala de Aula e Cenários para Investigação com referência à realidade. ....    | 34 |

## **LISTA DE TABELAS**

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1: Comparativo entre os juros gerados em cada regime. .... | 27 |
|---|----|

## LISTA DE GRÁFICOS

|   |    |
|---|----|
| Gráfico 1: Comparativo de faixa etária. ....                              | 38 |
| Gráfico 2: Resultados da pesquisa sobre a fonte de renda dos alunos. .... | 39 |

## SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. INTRODUÇÃO.....</b>   | <b>12</b> |
| <b>2. APORTE TEÓRICO .....</b>  | <b>16</b> |
| 2.1. Investigação Matemática em Sala de Aula .....                            | 16        |
| 2.2. Cenários para investigação .....   | 21        |
| 2.3. Juros simples e compostos .....  | 24        |
| 2.4. Ensino de Juros e as Orientações Curriculares .....                      | 28        |
| 2.5. Ensino de Juros e investigação matemática nas pesquisas acadêmicas ..... | 30        |
| 2.6. Reflexões sobre os autores no contexto do ensino de juros .....          | 34        |
| <b>3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....</b>                                    | <b>35</b> |
| 3.1. Caracterização da pesquisa.....  | 35        |
| 3.2. Caracterização dos participantes .....                                   | 37        |
| <b>4. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>  | <b>39</b> |
| 4.1. Planejamento da sequência didática .....                                 | 39        |
| 4.2. Aplicação da sequência didática .....                                    | 56        |
| <b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>  | <b>70</b> |
| <b>REFERÊNCIAS .....</b>  | <b>73</b> |
| <b>APÊNDICE A .....</b>   | <b>75</b> |

## 1. INTRODUÇÃO

Discussões em torno da aprendizagem matemática dos alunos são recorrentes entre os estudantes e professores de Licenciatura de Matemática. De fato, manifestações do baixo desempenho dos estudantes rompe os muros da Universidade e se manifesta de diferentes formas. De maneira institucionalizada, os resultados do *Programme for International Student Assessment – PISA*<sup>1</sup>/2018 tem preocupado a comunidade envolvida na Educação Matemática tendo em vista o histórico de baixo desempenho dos alunos brasileiros se comparado com a média dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (Brasil, 2020, p. 108).

Muito se discute sobre tais avaliações, tanto no seu caráter limitado em medir o saber matemático quanto na lógica de se avaliar igualmente indivíduos que aprendem de maneiras diversas, entre outros fatores. Entretanto, na minha experiência como educador, o baixo desempenho dos alunos é perceptível também entre os professores. Atualmente, trabalhando em uma escola pública e periférica na cidade de Uberlândia, lecionando a disciplina de Núcleo de Inovação Matemática, me vi envolvido com este problema de maneira mais direta. Nesse sentido, me colocando como professor pesquisador<sup>2</sup>, proponho a seguinte pergunta: Como tornar o aprendizado matemático mais significativo e atrativo para os alunos? Para responder a essa pergunta, refleti sobre o caminho que me trouxe até aqui.

Desde o começo dos meus estudos, senti afinidade com a Matemática, mantendo boas notas na escola e bem acima da média. Durante o Ensino Médio, comecei um curso de Aprendizagem Eletrônica, no qual gostei, especialmente, da disciplina de Comandos Elétricos, em que podíamos testar componentes eletroeletrônicos voltados para controle e automação industrial, montar diagramas e entender a funcionalidade na prática. Em seguida, entrei em um curso Técnico de Mecânica Industrial, o qual não me agradou muito, exceto pela disciplina de Controladores Lógicos Programáveis que simulava digitalmente a disciplina Comandos Elétricos. Finalmente, na graduação em Engenharia Civil, notei como as

---

<sup>1</sup> O PISA é um estudo comparativo internacional realizado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) que avalia o desempenho acadêmico de jovens de 15 anos em matemática, leitura e ciências a cada três anos.

<sup>2</sup> Professor pesquisador é aquele que parte de questões relativas à sua prática, com objetivo de aprimorá-la (Garcia, 2009).

disciplinas que eu mais gostava estavam relacionadas com o processo de teste e descoberta. Entretanto, meu olhar como educador veio um pouco mais adiante.

Ingressei no curso de Matemática motivado pela insatisfação com a atual carreira e pela afinidade com as ciências exatas. O gosto pela docência veio um pouco depois, quando notei o apreço que sinto em discutir teorias relacionadas com o processo de ensino e de aprendizagem. Me surpreendi ao notar que desenvolvi o hábito de assistir às aulas na universidade e pensar: “como eu abordaria esse assunto se fosse o professor?”.

Atuando como professor da Educação Básica, me propus a investigar minha própria prática, buscando refletir sobre minhas motivações e como elas influenciam o meu modo de ensinar, buscando impactar positivamente na formação de meus alunos. Como fruto dessa investigação, nasceu uma pesquisa de Iniciação Científica, a qual deu origem a este trabalho.

Tal qual uma pesquisa preocupada com o ensino de Matemática, se faz necessário investigar como se aprende e como se ensina a Matemática (Garcia, 2009). Nesse sentido, Fiorentini (1995, p. 4) afirma que “[...] por trás de cada modo de ensinar, esconde-se uma particular concepção de aprendizagem, de ensino, de Matemática e de Educação.” Outros autores, partindo de diferentes concepções e metodologias, chegaram a conclusões próximas. Imenes (1990), que buscava explicações que justificassem o malogro da Educação Matemática, se depara com reflexão semelhante:

Observo que me custou a perceber que durante muitos anos convivi com uma concepção de Matemática, jamais explicitada, mas sempre presente, implicitamente, ao longo de minha formação. Afirmo também que demorei muito para compreender que tal concepção, tradicionalmente, inspira, permeia, marca o ensino de Matemática em todos os níveis. (Imenes, 1990, p. 21)

Com o intuito de simplificar as diferentes classificações de concepções de Matemática, consideremos a divisão destacada por Cury (1994) entre absolutismo e falibilismo. A visão absolutista vem da ideia da Matemática como um produto pronto, lógico, imutável, acabado e perfeito. Já na concepção falibilista, a Matemática é um processo, algo derivado da atividade e necessidade humana.

Vejo na visão falibilista o entendimento que melhor se alinha com a minha maneira de estudar e ensinar Matemática, em consonância com o viés de teste e descoberta que destaquei. Sendo assim, buscando mudanças na dinâmica da sala de aula que levem a um aprendizado construído pelo próprio aluno, a aula investigativa se apresenta como uma alternativa para o aprendizado de conceitos matemáticos a partir de um processo ativo, estabelecendo uma visão da Matemática como algo mutável e dinâmico.

Ao lecionar no Ensino Médio, procurei trazer tais características ao ensinar os conceitos relacionados com a Matemática Financeira<sup>3</sup>. Ao notar dificuldades por parte dos alunos, busquei autores que estavam familiarizados com o tema. Segundo Teixeira (2015), dentre os trabalhos analisados, os conteúdos de Matemática Financeira estão sendo “transmitidos” aos alunos de maneira descontextualizada. O autor indica a importância de unir teoria e prática, fazer referência ao cotidiano, com o objetivo de conectar essa disciplina com a Educação Financeira<sup>4</sup>.

Diante desses pressupostos, é possível traçar um problema de pesquisa: Quais os desafios e potencialidades encontrados ao desenvolver uma sequência didática para o ensino de Matemática Financeira inspirada em princípios investigativos? Para responder essa pergunta, o objetivo principal desta pesquisa é desenvolver uma sequência didática que aborde o ensino de juros simples e compostos inspirada em princípios investigativos. Nesse sentido, podemos traçar como objetivos específicos:

1. Compreender as principais características de uma aula investigativa;
2. Identificar dificuldades que o professor pode encontrar ao optar por essa abordagem;
3. Estabelecer um diálogo entre Cenários para Investigação, de Ole Skovsmose, com os estudos de João Pedro da Ponte sobre a investigação matemática;
4. Elaborar uma sequência didática inspirada em princípios investigativos;
5. Desenvolver a sequência didática e;
6. Analisar os dados produzidos durante tal prática.

A partir dessa introdução, segue-se o “Aporte Teórico”, onde serão apresentados os conceitos que embasam a pesquisa. Serão abordadas as duas perspectivas - a Investigação Matemática em Sala de Aula e os Cenários para Investigação; serão apresentados os conceitos de juros simples e compostos, o ensino de juros em relação à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), bem como trabalhos acadêmicos que abordam tal ensino, nessas perspectivas.

---

<sup>3</sup> A Matemática Financeira é o conhecimento técnico, entendido como “um ramo que estuda as alterações do valor do dinheiro com o passar do tempo, assim como apresenta diversos mecanismos que permitem avaliar como essas alterações ocorrem com o passar do tempo” (Macedo, 2014, p. 13).

<sup>4</sup> A Educação Financeira pode ser entendida como "o processo pelo qual consumidores/investidores financeiros aprimoram sua compreensão sobre produtos, conceitos e riscos financeiros e, por meio de informação, instrução e/ou aconselhamento objetivo, desenvolvem as habilidades e a confiança para se tornarem mais conscientes de riscos e oportunidades financeiras, a fazer escolhas informadas, a saber onde buscar ajuda, e a tomar outras medidas efetivas para melhorar seu bem estar financeiro" (OCDE, 2005, p. 5).



No capítulo ‘Procedimentos Metodológicos’ serão detalhados os métodos e procedimentos adotados, incluindo, o tipo de pesquisa adotado, as etapas, os instrumentos de coleta e produção de dados além de uma caracterização dos participantes da pesquisa.

O capítulo ‘Resultados e Discussão’ constituirá a quarta seção do trabalho. Nessa parte, serão apresentados e analisados os resultados obtidos a partir do estudo realizado, materializados na sequência didática elaborada e na sua execução na escola. Serão discutidas as características da aula investigativa, as dificuldades encontradas pelo professor ao adotar essa abordagem e como os autores se relacionam dentro da dinâmica investigativa.

O último capítulo, intitulado "Considerações Finais", será o espaço para conclusões e reflexões finais da pesquisa. Serão destacados os principais *insights* obtidos, as contribuições do estudo para o ensino de Matemática Financeira e sugestões para futuras pesquisas.

## 2. APORTE TEÓRICO

Cotton (1998) discute a disparidade entre a abordagem convencional de sala de aula, baseada na prática de exercícios, e uma abordagem mais investigativa. Ele descreve como os professores geralmente introduzem conceitos matemáticos antes de os alunos aplicarem esses conceitos na resolução de exercícios. Essa observação destaca a passividade dos alunos no processo de aprendizado, onde, após a exposição do conteúdo pelo professor, eles se tornam executores dos exercícios propostos.

Com o objetivo de criar uma sequência didática que transite da aula tradicional para a aula investigativa, o aporte teórico foi dividido em cinco tópicos. O primeiro traz as bases para criar uma aula investigativa, segundo os preceitos estabelecidos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), enquanto o segundo, pauta a necessidade de criar cenários que retratem a realidade do aluno e como fazê-lo de modo a criar um ambiente propício para a investigação, segundo Ole Skovsmose (2000).

Em “Juros Simples e Compostos”, são apresentados os conceitos matemáticos relacionados ao tema da sequência didática. Em seguida, o tópico “Ensino de Juros e as Orientações Curriculares” contextualiza o tema dentro das diretrizes curriculares nacionais e estaduais, ou seja, tanto para a Matemática quanto para o itinerário Núcleo de Inovação Matemática. Ao fim, no tópico “Ensino de Juros e Investigação” buscou-se relacionar as pesquisas da última década que abordam o ensino de juros sob a perspectiva investigativa.

### 2.1. Investigação Matemática em Sala de Aula

Dentre os autores que pesquisaram a dinâmica das aulas investigativas, destaca-se João Pedro da Ponte. Juntamente com Joana Brocardo e Hélia Oliveira, ele traz, em seu livro “Investigações Matemáticas em Sala de Aula”, ideias que foram trabalhadas desde os anos 80 e 90. Apesar dos trabalhos serem de Portugal e da datação das obras estudadas, tais ideias são fundamentais para trabalhar a investigação matemática no Brasil tendo em vista a relevância de seus estudos.

Logo no primeiro capítulo, os pesquisadores relatam o processo investigativo narrado por Poincaré (1854-1912), destacando três fases distintas: compilação de informação e experimentação (sem produzir resultados palpáveis), iluminação súbita para, então, fazer uma sistematização e verificação dos resultados. Comparando com outros trabalhos e refinando

essas fases por anos de estudos e pesquisas, Ponte e seus colaboradores elaboraram o Quadro 1, que divide a realização de uma investigação matemática em quatro momentos:

**Quadro 1:** Momentos na realização de uma investigação matemática.

|                                     |  |
|-------------------------------------|--|
|                                     | Reconhecer uma situação problemática                           |
| Exploração e formulação de questões | Explorar a situação problemática                               |
|                                     | Formular questões  |
| Conjecturas                         | Organizar dados  |
|                                     | Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura) |
| Testes e reformulação               | Realizar testes  |
|                                     | Refinar uma conjectura   |
| Justificação e avaliação            | Justificar uma conjectura                                      |
|                                     | Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio              |

Fonte: Ponte; Brocardo; Oliveira (2006, p. 21)

Percebe-se que o quadro acima busca sistematizar a maneira como os matemáticos trabalham, ou seja, como se dá o processo de descoberta. Dessa forma, a primeira etapa da aula investigativa diz respeito à exploração da problemática e o levantamento de dados. Assim como no trabalho de um pesquisador matemático, as crianças devem partir de um problema central e evitar tirar conclusões precipitadas. Em se tratando de uma aula, esta etapa é o momento em que os estudantes “[...] apropriam-se mais plenamente do sentido da tarefa” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2006, p.30).

Em um segundo momento, os alunos passam a produzir conjecturas que corroborem os dados obtidos a partir da exploração anterior. Essas conjecturas podem surgir de diversas maneiras, sejam por observação direta ou por analogia com outras conjecturas. De toda forma, essas conjecturas devem ser comunicadas aos colegas, tanto do próprio grupo quanto dos demais. Nesse sentido, os alunos se deparam com a necessidade do registro escrito de suas ideias.

Os testes dessas conjecturas podem levar a reformulações ou aperfeiçoamentos da escrita. Segundo os autores, esta etapa costuma ser mais facilmente internalizada pelos estudantes, tendendo a se fundir com a fase de levantamento de conjecturas. Nesse sentido, os autores esclarecem que: “[...] a manipulação dos dados começa a apontar no sentido de certa conjectura para logo em seguida essa ser refutada por um caso em que não se verifica” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2006, p.33).

Por fim, uma aula investigativa deve passar pela justificação das conjecturas e avaliação dos pares, tomando cuidado para que investigação matemática não seja

comprometida. É necessário ter atenção nesta etapa, pois os alunos tendem a tomar suas conjecturas como conclusões, não se atentando para o caráter provisório das conjecturas. Eles devem compreender que, somente por meio de provas matemáticas, elas tornam-se válidas como afirmações globais. Este momento se torna propício para trabalhar a linguagem matemática formal, de modo que o estudante entenda a necessidade dela e possa atribuir significado ao que escreve e lê, matematicamente.

Tais etapas estruturam a investigação a ser feita pelos estudantes, destacando uma postura diferente daquela posta na aula tradicional. Além disso, o próprio educador desempenha um papel distinto. Nesse sentido, com base nas reflexões feitas a partir da leitura do livro, buscou-se identificar elementos que se espera encontrar numa aula pautada pela investigação, reunidas no Quadro 2:

**Quadro 2:** Elementos presentes em uma aula investigativa.

|           |                                |
|-----------|--------------------------------|
| Aluno     | Delimitação da questão central |
|           | Aparente estagnação            |
|           | Registro escrito               |
|           | Autonomia do aluno             |
|           | Validação da comunidade        |
| Professor | Delimitação da questão central |
|           | Postura do professor           |

Fonte: O autor.

Ao elaborar o quadro acima, foram considerados dois elementos da sala de aula: aluno e professor. Em seguida, buscou-se identificar comportamentos desejáveis e aspectos esperados quando a aula acontece dentro da Investigação Matemática em Sala de Aula.

### - Delimitação da questão central

É necessário que o professor se atente à delimitação da questão central no primeiro contato do aluno com a tarefa<sup>5</sup>. Nesta primeira fase, não se costuma produzir resultados palpáveis, sendo assim, é indispensável ao investigador ter um foco sobre o que se pretende investigar. Este aspecto se faz nítido no trecho “[...] o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2006,

<sup>5</sup> Na perspectiva de Ponte (2003), “uma tarefa tem quatro dimensões básicas: o seu grau de dificuldade, a sua estrutura, o seu contexto referencial e o tempo requerido para a sua resolução”. Ao considerar as duas primeiras características, ele obtém quatro tipos de tarefas: exercícios, problemas, investigações e tarefas de exploração.

p. 16). Buscando auxiliar os alunos nessa primeira etapa, o professor pode dialogar e propor questionamentos abrangentes que possam guiar a investigação para questões mais específicas.

#### **- Aparente estagnação**

Ainda na primeira fase, é natural que o professor sinta que a atividade está estagnada devido à aparente inatividade dos estudantes. Entretanto, essa aparente estagnação é esperada. Nesta parte inicial, os alunos devem explorar a situação problema e formular questões acerca do tema. O educador precisa compreender que, assim como os matemáticos fazem, é necessário empreender algum tempo estudando e se familiarizando com os dados (além da própria apropriação do sentido da tarefa).

Sendo assim, o professor precisa ficar atento ao trabalho dos alunos, mas sem interrompê-los, sobretudo, não oferecendo “a dica”. O indicado é confrontar os alunos com mais perguntas, para que eles dialoguem entre si a validade de suas colocações, passando a buscar cada vez menos a aprovação do professor.

#### **- Registro escrito**

Ao trabalhar com os dados, algumas conjecturas podem ser levantadas, testes realizados e outros dados gerados. A organização desses dados é fundamental para o reconhecimento de padrões ou confecção de futuras conjecturas. Sendo assim, o registro das atividades passa a ser um elemento importante.

Inicialmente, a comunicação pode ser feita oralmente, do aluno para o professor, pois assim, ele tem a possibilidade de refletir sobre o que pensa ao tentar comunicar suas ideias com alguém que já possui conhecimento matemático sobre o assunto. Com o desenvolvimento da autonomia, os alunos devem passar a conversar cada vez mais entre si, dentro do grupo de investigação, porém é fundamental incentivar a migração da comunicação oral para o registro escrito.

Para isso, a apresentação final dos grupos, prevista nas etapas da investigação, se apresenta como um incentivo ao registro escrito tendo em vista a necessidade de comunicação das descobertas feitas ao longo de várias aulas. Além disso, o professor pode optar por outras técnicas, tal qual o diário de bordo, onde os grupos devem registrar as discussões.

Vale destacar que, por vezes, os alunos podem apresentar dificuldade em trabalhar com a exploração e com o registro. De fato, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 33) relatam uma atividade investigativa e explicam: “Verifica-se, pois, alguma dificuldade por parte do

grupo em conciliar estas duas facetas da investigação: a exploração e a escrita dos resultados”. Entretanto, o registro escrito estimula a necessidade de refletir sobre suas conjecturas e trabalhar a capacidade de se comunicar matematicamente, a qual será necessária para a etapa de validação da comunidade.

#### **- Validação da comunidade**

Semelhante ao trabalho de um pesquisador matemático, que deve passar pelo crivo da comunidade científica, o trabalho de investigação matemática, realizado pelos alunos, deve passar pela análise de seus pares. Nesse caso, a comunidade se restringe à sala de aula. Este processo é especialmente importante pois encaminha toda a turma para um entendimento do que significa investigar, além de exigir dos alunos a necessidade de se comunicar matematicamente. Entretanto, para que esses aspectos sejam trabalhados, é altamente indicado que os grupos com o menor número de conjecturas (ou aquelas que são comuns a todos) se apresentem primeiro.

Por fim, tem-se o momento de exposição dos resultados que, simultaneamente, é quando ocorre o reconhecimento perante seus pares bem como uma oportunidade de gerar discussões entre os grupos, fazendo com que aqueles que levantaram menos conjecturas aprendam com os colegas, podendo, até mesmo, aparecer novas hipóteses.

#### **- Autonomia do aluno**

A princípio, é natural que os alunos tenham uma postura mais afirmativa do que interrogativa, no sentido de buscarem “a resposta certa” ao invés de levantarem questionamentos (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2006). Conforme eles vão internalizando o sentido de uma aula investigativa, é esperado que diminua a procura pela aprovação do professor e, no lugar, apareçam mais constatações a serem exibidas. Porém, essa autonomia não se desenvolve naturalmente, é necessário que o professor entenda seu papel e que conduza os alunos na atividade, sem lhes dar respostas que possam impor sua maneira de ver o problema.

#### **- Postura do professor**

Como explicitado, é esperado que os alunos procurem o professor para validar seus trabalhos, em especial, no começo das atividades. Para que os alunos passem a ser mais autônomos na formulação de conjecturas, o professor não deve corrigir cada afirmação ou

conceito matematicamente incorreto, pois o propósito é que os alunos trilhem o caminho da descoberta e percebam eventuais “furos” em seus raciocínios.

Diante dessas observações, a aula investigativa, sobretudo na etapa de formulação do problema, requer um cuidado especial do docente. É nesse momento que a base para toda a investigação é lançada, e a conduta do professor é fundamental para orientar os alunos na identificação e delimitação clara do que será explorado. Embora o processo possa parecer estagnado inicialmente, essa fase é crucial para a formulação de questões pertinentes. O papel do docente, nesse sentido, é guiar sem interromper, promovendo um ambiente propício para o surgimento de questionamentos mais profundos e orientando-os na busca por respostas. Ao encorajar a autonomia dos alunos e ao evitar oferecer soluções prontas, o professor instiga o desenvolvimento de habilidades investigativas e reflexivas, tornando a aula um espaço de descoberta e aprendizado contínuo.

## 2.2. Cenários para investigação

Dentro do paradigma do exercício<sup>6</sup>, fortemente relacionado com a aula “tradicional”, Cotton (1998) aponta que os exercícios partem da premissa central de que existe apenas uma resposta correta, além de não apresentarem relevância prática para a realidade dos estudantes, uma vez que foram elaborados por uma autoridade externa à sala de aula. Para Skovsmose (2000), este paradigma pode ser contraposto por uma abordagem investigativa, caracterizada por ele como Cenários para Investigação.

Skovsmose (2000) se debruça sobre a investigação para estudar sua relação com a Educação Matemática Crítica (EMC), a qual destaca-se pelo desenvolvimento da *materacia*<sup>7</sup>, que visa a capacidade de interpretar e agir diante de situações políticas e sociais estruturadas pela Matemática, não se restringindo às habilidades matemáticas. A EMC destaca que a Matemática não deve ser vista apenas como um tema para ensinar e aprender. Em vez disso, ela deve ser objeto de reflexão em si mesma.

---

<sup>6</sup> Em suas observações em salas de aula na Inglaterra, Cotton (1998) identificou uma estrutura comum nas aulas de matemática: o professor introduz conceitos e técnicas matemáticas seguido pela participação dos alunos em exercícios selecionados.

<sup>7</sup> Skovsmose emprega o termo "Matemacia" em suas obras, enquanto Ubiratan D'Ambrósio utiliza o conceito semelhante sob a denominação de "Materacia" (Pizzolatto, Pontarolo, Bernartt, 2020).

Nesse sentido, Skovsmose busca nos Cenários para Investigação uma maneira de desenvolver uma Educação Matemática como parte integrante da nossa preocupação com a democracia, em especial, quando a sociedade é constituída por tecnologias que utilizam a Matemática como um elemento estruturante.

O Cenário para Investigação se estabelece pelo convite aos alunos de formularem perguntas e procurarem pela resposta. Tal convite fica evidenciado pelo professor com frases como “O que acontece se...?”. O aceite ao convite é essencial para que a dinâmica aconteça, caso contrário, uma mesma atividade que culminou numa investigação, pode não acontecer em outras ocasiões.

Diferentemente da aula convencional, a abordagem se fundamenta no ato de convidar, não impondo, e está condicionada a três diferentes aspectos: a natureza do convite, a forma como o professor realiza o convite e o interesse dos alunos no momento. A natureza do convite refere-se à sua capacidade de atrair os alunos. Já a postura do professor influencia na percepção do convite, podendo ser interpretado como uma ordem. Por fim, os interesses dos alunos também são relevantes, uma vez que influenciam na resposta ao convite no momento apresentado.

As práticas educacionais que utilizam um Cenário para Investigação na sala de aula são significativamente diferentes daquelas que se baseiam em exercícios. Essa distinção advém da combinação entre a contraposição dos dois paradigmas (do paradigma do exercício e dos cenários para investigação) e de três diferentes tipos de referência: à matemática pura (atividades que fazem referência à própria Matemática e somente ela), à semi-realidade (não se trata da realidade, mas de um cenário simplificado construído com um propósito específico) e à realidade (situações da vida real), como retratado no Quadro 3.

**Quadro 3:** Ambientes de Aprendizagem.

| Referência        | Exercícios | Cenário para Investigação |
|-------------------|------------|---------------------------|
| à matemática pura | (1)        | (2)                       |
| à semi-realidade  | (3)        | (4)                       |
| à realidade       | (5)        | (6)                       |

Fonte: Skovsmose (2000, p. 8).

No ambiente (1), os exercícios costumam ser aplicações diretas de métodos de resolução algébricos, não permitindo múltiplas interpretações do que foi proposto, voltado apenas para a “matemática pura”. Nesse ambiente, é comum encontrar alunos contestando a possibilidade de algum dia utilizarem tais cálculos.



No tipo (2), o ambiente ainda faz referência apenas à Matemática, entretanto requer maior grau de interpretação, não se restringindo às fórmulas ou algoritmos.

No ambiente tipo (3) é possível estabelecer alguma realidade construída, porém com o objetivo de aplicar algum conceito matemático em contexto prático, ainda que muito distante da realidade dos alunos ou da sociedade em que vivem. Nesse tipo de ambiente, é esperado que os alunos forneçam soluções mais práticas para contornar o problema (como utilizar calculadora) ou adicionando outros aspectos importantes para a tomada de decisão, não descritos na atividade, fugindo ao objetivo de realizar cálculos específicos. Dessa forma, percebe-se que existem “acordos não explicitados” entre aluno e professor, que possibilitam a resolução do problema através de métodos previstos. Nesse sentido, “a semi-realidade é totalmente descrita pelo texto do exercício; nenhuma outra informação é relevante para a resolução do exercício; mais informações são totalmente irrelevantes; o único propósito de apresentar o exercício é resolvê-lo” (Skovsmose, 2000, p 9).

O ambiente (4) também contém referência à semi-realidade. Entretanto, ela é utilizada como um convite aos alunos, incentivando que façam problematizações.

Quanto ao ambiente (5), os exercícios são desenvolvidos tendo como base a vida real, tornando plausível questionar ou suplementar determinadas informações dentro do contexto da atividade, oferecendo a possibilidade de diálogo entre professor e aluno no que tange às dúvidas sobre o contexto do exercício.

Por fim, o ambiente (6) pode ser encontrado em trabalhos de projeto, onde os alunos são encorajados/desafiados com um questionamento inicial, para que então lancem mão de ferramentas matemáticas que possibilitem a análise dos dados, a fim de chegar a conclusões que confrontem a pergunta norteadora.

Questionado sobre como desenvolver uma Educação Matemática Crítica, Skovsmose (2000) esclarece que essa reestruturação do ensino matemático não perpassa pela necessidade de total quebra com a aula “tradicional”, mas sim, numa busca por diferentes ambientes de aprendizagem que forneçam ao cidadão uma dimensão crítica à Matemática.

Nunca ousarei afirmar que o abandono do paradigma do exercício para explorar cenários para investigação forneceria uma resposta para essas questões. Nem afirmaria que é suficiente construir uma educação matemática baseada somente em referências à vida real. Minha expectativa é que a busca de um caminho entre os diferentes ambientes de aprendizagem possa oferecer novos recursos para levar os alunos a agirem e refletirem e, dessa maneira, oferecer uma educação matemática de dimensão crítica. (Skovsmose, 2000, p. 21)

Skovsmose destaca que o Quadro 3 retrata uma simplificação da realidade em sala de aula, evidenciando que a linha vertical que separa o paradigma do exercício dos Cenários para Investigação, bem como as linhas horizontais que separam as referências, não é uma divisão evidente, mas sim uma fronteira em gradiente, onde a transição ocorre gradualmente.

### **2.3. Juros simples e compostos**

Para a proposta de aplicação da Investigação Matemática em Sala de Aula, foi escolhido o estudo do conceito de Juros. Dentro da capitalização, que trata do processo de constituição de um capital futuro, destacam-se dois regimes: juros simples e compostos. Embora o conceito matemático esteja presente tanto na Matemática Financeira como na Educação Financeira, se faz necessário fazer a distinção entre os dois para entender como a investigação matemática pode atuar para potencializar o ensino e quando será necessário lançar mão dos cenários para investigação.

A Matemática Financeira (MF) utiliza diferentes conceitos matemáticos para entender as alterações de valor do dinheiro em relação ao tempo. Nesse sentido:

[...] Matemática Financeira é um ramo que estuda as alterações do valor do dinheiro com o passar do tempo, assim como apresenta diversos mecanismos que permitem avaliar como essas alterações ocorrem com o passar do tempo. Possui linguagem própria, que possibilita a leitura e interpretação pelo olhar das finanças. (Macêdo, 2014, p. 13)

Perceba que a definição de MF está intimamente relacionada ao correto entendimento e aplicação das ferramentas de cálculo e análise fornecidas pela Matemática. Dessa forma, a aula investigativa fornece os preceitos para que exista uma construção do saber, por parte do estudante, de tais ferramentas matemáticas (por exemplo, da fórmula de juros simples e compostos).

Em contrapartida, a Educação Financeira (EF) se apresenta na forma de um tema transversal e multidisciplinar. Em registros oficiais, como o documento preparado pelo Departamento de Educação Financeira do Banco Central do Brasil, com a contribuição dos membros do Comitê Nacional de Educação Financeira – CONEF, o termo é definido como:

[...] o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram sua compreensão dos conceitos e dos produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação claras, adquiram os valores e as competências necessários para se tornarem conscientes das oportunidades e dos riscos neles envolvidos e, então, façam escolhas bem informadas, saibam onde procurar ajuda,

adotem outras ações que melhorem o seu bem-estar, contribuindo, assim, de modo consistente para formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro. (OCDE, 2005, anexo)

Logo, o que se tem é um conceito mais amplo, que não se limita aos cálculos ou conceitos matemáticos, adentrando à cultura financeira da população e de seus indivíduos. Dessa forma, os cenários para investigação fornecem a possibilidade de abordar os temas matemáticos de maneira crítica, em conformidade com a realidade dos alunos, do cenário político e cultural da sociedade. Nesse contexto, entendendo o papel que cada teoria desempenhará na dinâmica da aula investigativa sobre juros, se faz necessário conceitualizar o tema.

De acordo com Mathias e Gomes (2013), juros são encargos financeiros que representam o custo do crédito ou a remuneração de uma aplicação, ou seja, são valores pagos, em um determinado período, pelo uso do poder de compra. Portanto, aqueles que tomam empréstimos precisam pagar juros, enquanto aqueles que emprestam, os recebem. Em outras palavras, o juro é o “aluguel” que se cobra para utilizar um dinheiro que não se tem, seja o indivíduo um agente deficitário (quando toma empréstimo do banco, por exemplo) ou superavitário (quando empresta seu dinheiro ao banco, também conhecido como investimento).

O cálculo do juro se dá de duas maneiras diferentes: juro simples e composto. O cálculo do juro simples se dá pela fórmula:

$$J = C \cdot i \cdot n \quad (1)$$

Onde:

$J = \text{juros};$

$C = \text{capital inicial};$

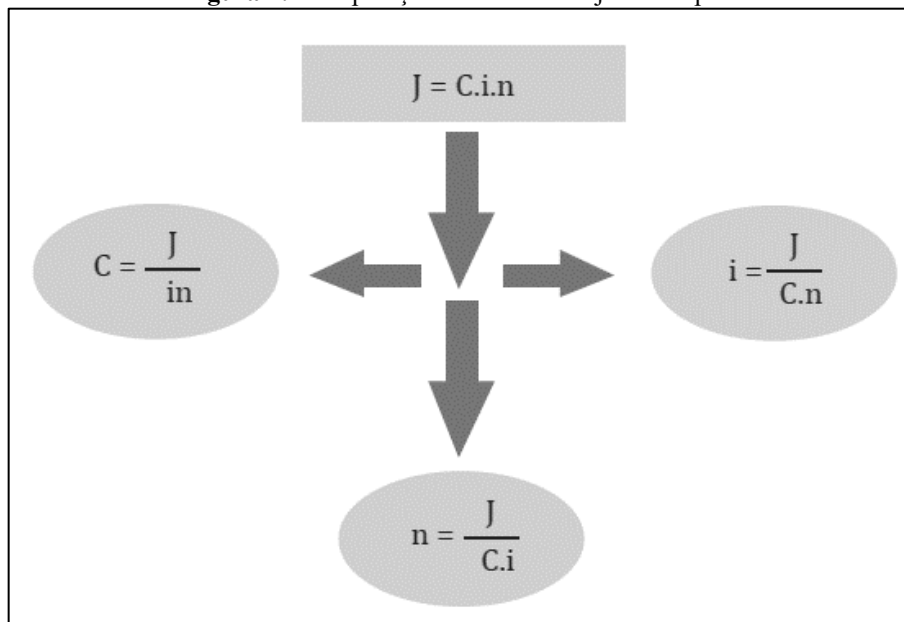
$i = \text{taxa de juros};$

$n = \text{prazo de aplicação}.$

O capital inicial é a quantia que será exposta à ação do tempo, ou seja, é a quantidade de dinheiro disponível antes da ação do tempo. A taxa de juros é representada por um coeficiente que corresponde a uma porcentagem que incidirá sobre o capital inicial a cada medida de tempo específica (juros ao mês, ano etc.) enquanto o prazo é, justamente, a quantidade de tempo em que a taxa de juros incidirá sobre o capital, de acordo com a medida

de tempo atrelada à taxa de juros. Essa fórmula pode ser manipulada para se adequar aos dados fornecidos (Figura 1), podendo ser utilizada para diferentes objetivos:

**Figura 1:** Manipulação da fórmula de juros simples.



Fonte: Adaptado de Macêdo (2014, p.19).

Outra leitura para o juro é a relação que ele possui com o capital inicial. Ao emprestar (ou tomar emprestado) uma certa quantia, espera-se encontrar um valor superior a essa quantia. Para esse total final, transcorrido o tempo, dá-se o nome de montante. Sendo assim, os juros podem ser calculados como a diferença entre o capital ( $C$ ) e o montante ( $M$ ):

$$J = M - C \quad (2)$$

Onde:

$J = \text{juros};$

$C = \text{capital inicial};$

$M = \text{montante}.$

Ao pautar os estudos na realidade, tal qual a noção de referência oferecida por Skovsmose (2000), encontram-se diversas situações em que o objetivo é calcular o montante de uma determinada aplicação. Assim sendo, ao isolar o montante da fórmula (2) e aplicar a fórmula (1), temos:

$$M = C + J \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} M = C + C \cdot i \cdot n \Leftrightarrow M = C(1 + i \cdot n) \quad (3)$$

Ao trabalhar com regime de juro composto, é necessário fazer alguns ajustes nas fórmulas apresentadas. Esse ajuste ocorre devido à necessidade de calcular o juro mês-a-mês, conforme exemplo apresentado na Tabela 1.

**Tabela 1:** Comparativo entre os juros gerados em cada regime.

| Período | Juros Simples |                           |           | Juros Compostos |                              |             |
|---------|---------------|---------------------------|-----------|-----------------|------------------------------|-------------|
|         | Capital       | Juros                     | Montante  | Capital         | Juros                        | Montante    |
| 1       | R\$ 1.000     | R\$ 1.000 x 0,3 = R\$ 300 | R\$ 1.300 | R\$ 1.000       | R\$ 1.000 x 0,3 = R\$ 300    | R\$ 1.300   |
| 2       | R\$ 1.000     | R\$ 1.000 x 0,3 = R\$ 300 | R\$ 1.600 | R\$ 1.300       | R\$ 1.300 x 0,3 = R\$ 390    | R\$ 1.690   |
| 3       | R\$ 1.000     | R\$ 1.000 x 0,3 = R\$ 300 | R\$ 1.900 | R\$ 1.690       | R\$ 1.690 x 0,3 = R\$ 507    | R\$ 2.197   |
| 4       | R\$ 1.000     | R\$ 1.000 x 0,3 = R\$ 300 | R\$ 2.200 | R\$ 2.197       | R\$ 2.197 x 0,3 = R\$ 659,10 | R\$ 2856,10 |

Fonte: Adaptado de Macêdo (2014).

Como mostra a tabela acima, o valor do capital de cada período é composto pelo capital inicial acrescido do juro gerado no período anterior. Dessa forma, diferentemente do regime de juros simples, o capital inicial no regime de juro composto é cumulativo, sendo diferente para cada período. Nessa perspectiva, fica evidente a necessidade de desenvolver algum tratamento matemático mais direto, buscando eliminar a necessidade de criar tabelas que retratem a evolução do capital mês-a-mês.

Sendo assim, pode-se generalizar a fórmula de cálculo do montante em regime de juro composto, partindo das fórmulas de juros simples, da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 M_1 &= C_1(1 + i \cdot 1) \\
 M_2 &= M_1(1 + i \cdot 1) \Rightarrow M_2 = C_1(1 + i \cdot 1)(1 + i \cdot 1) \Rightarrow M_2 = C_1(1 + i \cdot 1)^2 \\
 M_3 &= M_2(1 + i \cdot 1) \Rightarrow M_3 = C_1(1 + i \cdot 1)^2(1 + i \cdot 1) \Rightarrow M_3 = C_1(1 + i \cdot 1)^3 \\
 M_4 &= M_3(1 + i \cdot 1) \Rightarrow M_4 = C_1(1 + i \cdot 1)^3(1 + i \cdot 1) \Rightarrow M_4 = C_1(1 + i \cdot 1)^4 \\
 &\vdots \\
 M_n &= C_1(1 + i \cdot 1)^n \Rightarrow M = C(1 + i \cdot 1)^n
 \end{aligned} \tag{4}$$

É importante salientar que, sob a perspectiva das Investigações Matemáticas em Sala de Aula (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2006), a formalidade no trato matemático é um fator

importante, sendo ele explícito na etapa final da investigação (Quadro 1), onde se busca afirmações globais que possam comprovar as conjecturas. Nesse sentido, o desenvolvimento da fórmula (4) se apresenta como uma “pergunta norteadora” da investigação.

Assim, após o desenvolvimento da fórmula, os alunos podem utilizá-la para analisar situações reais “extremas”, onde o cálculo período-a-período é inviável, contextualizando o conhecimento matemático formal com situações práticas.

## 2.4. Ensino de Juros e as Orientações Curriculares

A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) consiste em um conjunto de diretrizes que orientam a formulação dos currículos de escolas públicas e privadas em todo o país. Essa base estabelece conhecimentos, competências, habilidades e aprendizagens necessárias para crianças e jovens em cada fase da Educação Básica.

Com a reforma do Ensino Médio, implementada pela Lei nº 13.415/2017, as habilidades relacionadas com o ensino de juros permaneceram as mesmas para a formação geral básica, sendo elas reunidas no Quadro 4:

**Quadro 4:** Habilidades previstas na BNCC sobre Educação Financeira dentro da componente curricular de Matemática.

|            |  |
|------------|--|
| EF06MA13   | Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros. |
| EF07MA02   | Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.                    |
| EF08MA04   | Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.  |
| EF09MA05   | Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.         |
| EM13MAT304 | Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.  |

Fonte: Brasil (2018).

A BNCC propõe que os alunos resolvam e elaborem problemas envolvendo porcentagens, aplicando conceitos de proporcionalidade sem depender da "regra de três". Além disso, a norma destaca a resolução de questões que lidam com acréscimos e decréscimos simples, uso de tecnologias digitais para cálculos percentuais e a compreensão de funções exponenciais em contextos como o da Matemática Financeira. Essas habilidades

visam preparar os estudantes para aplicar conceitos matemáticos em situações financeiras do cotidiano, promovendo uma compreensão mais ampla e prática dos juros e porcentagens.

Ao mesmo tempo, os Itinerários Formativos trouxeram habilidades que exprimem características análogas à investigação matemática (vide Quadro 5), sendo eles implementadas em todos os níveis do Ensino Médio a partir de 2023. Tais itinerários referem-se a um conjunto de opções<sup>8</sup> de disciplinas que os estudantes podem escolher, conforme disponibilidade da instituição de ensino.

Esses itinerários permitem que os alunos se aprofundem em uma ou mais áreas do conhecimento, como Matemática e suas Tecnologias, Linguagens e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, bem como na formação técnica e profissional (FTP). Dentro dos eixos estruturantes propostos na BNCC para os itinerários formativos, a Investigação Científica estabelece:

[...] Este eixo tem como ênfase ampliar a capacidade dos estudantes de investigar a realidade, compreendendo, valorizando e aplicando o conhecimento sistematizado, por meio da realização de práticas e produções científicas relativas a uma ou mais Áreas de Conhecimento, à Formação Técnica e Profissional, bem como a temáticas de seu interesse. (Brasil, 2019)

(esclarecer que é do currículo de minas) Dessa forma, é importante atentar para as novas habilidades deste eixo estruturante, sendo elas relacionadas no Quadro 5.

**Quadro 5:** Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC.

|          |   |
|----------|---|
| EMIFCG01 | Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.  |
| EMIFCG02 | Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade. |
| EMIFCG03 | Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.  |

Fonte: Minas Gerais (2022, p. 58).

Essas habilidades, voltadas especificamente para a área de Matemática e suas Tecnologias, se apresentam de maneira quase análoga às características de uma investigação. Analisando-as no contexto do componente curricular “Núcleo de Inovação Matemática”, o aluno deve ser capaz de:

<sup>8</sup> Em muitos casos, pode não existir a possibilidade de escolha, acarretado pela impossibilidade da escola de oferecer mais de uma opção.

[...] Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização. (Minas Gerais, 2022, p. 58).

No contexto dos Itinerários Formativos do Ensino Médio, as habilidades propostas expressam uma abordagem que se assemelha à investigação matemática. Especificamente no componente curricular "Núcleo de Inovação Matemática", embora não se expresse explicitamente uma metodologia investigativa para o ensino de juros simples e compostos, as competências propostas refletem aspectos essenciais dessa abordagem. Ao analisar as habilidades apresentadas, notamos que se alinham quase que analogamente às características de uma investigação matemática.

Dentro deste contexto, espera-se que o aluno seja capaz de formular hipóteses, testá-las utilizando a linguagem matemática, avaliar e generalizar modelos que expliquem ou solucionem uma situação-problema específica. Este conjunto de habilidades delineadas para a área de Matemática e suas Tecnologias sinaliza uma perspectiva voltada para a exploração, indagação e argumentação matemática, características fundamentais na abordagem investigativa no ensino.

## **2.5. Ensino de Juros e investigação matemática nas pesquisas acadêmicas**

Para construir uma dinâmica em sala de aula pautada na investigação matemática, se fez necessário buscar trabalhos acadêmicos que abordem os regimes de capitalização sob a luz da investigação matemática. Nessa pesquisa, foram utilizadas duas fontes, o *Google Acadêmico* e o repositório do Encontro Nacional de Matemática – ENEM (edições XII e XIII).

No *Google Acadêmico*, buscou-se trabalhos que contivessem a palavra “investigação” e “financeira”, juntamente com suas variações no período de dez anos. No repositório do XII ENEM, na aba “Comunicações Científicas”, foi pesquisado por “financeira” nas 17 páginas disponíveis, sem nenhum resultado pertinente, a partir da análise dos títulos encontrados. No repositório do XIII ENEM foram feitas buscas dentro do subeixo 7: “Resolução de problemas e investigações matemáticas” que contivessem a palavra “financeira”. Com apenas um resultado encontrado, optou-se por realizar nova pesquisa sem restrições de subeixo. Foram encontrados 37 resultados para a palavra “financeira”.



Pela leitura dos títulos e resumos, onde buscou-se propostas que trabalhassem o ensino de juros sob uma perspectiva investigativa, foram selecionados 4 trabalhos que compuseram esta revisão bibliográfica: Cunha e Laudares (2019), Barros (2012), Franzoni e Quartieri (2020), Scolari e Grando (2016). A seguir, discute-se brevemente cada um deles, buscando relacioná-los com a proposta desta pesquisa.

- *“Promover a Educação Financeira Enfocando Conceitos e Cálculos Da Matemática Financeira”*

O artigo escrito por Clístenes Lopes da Cunha e João Bosco Laudares, encontrado no ENEM XIII, apresentou uma maneira de abordar conceitos da Matemática Financeira sob os preceitos de uma aula investigativa.

Cunha e Laudares (2019) produziram o artigo, oriundo de uma tese de mestrado, com o objetivo de trabalhar a Educação Financeira de maneira reflexiva e crítica, dando enfoque aos conceitos e cálculos relacionados com a Matemática Financeira. Apesar de optarem pela metodologia de Resolução de Problemas e, posterior, Análise de Erros baseados nos Eixos Cognitivos presentes na Matriz de Referência para o Novo ENEM (BRASIL, 2009), em diversos momentos fica evidenciado como a investigação matemática (segundo a perspectiva de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006)) influenciou os autores. No capítulo dois, eles explicam a escolha da metodologia voltada para a Resolução de Problemas, ao mesmo tempo que estabelecem um forte vínculo com a Investigação Matemática em Sala de Aula. Tal vínculo fica nítido ao explicar como funcionaria a atividade em duplas, onde o objetivo era de que os alunos deveriam “...defender o seu ponto de vista, abarcando elementos dos textos, vinculando-os a conceitos matemáticos para construir sua argumentação, inicialmente, perante seu parceiro, para, posteriormente, levar suas ideias à sala.” (Cunha; Laudares, 2019, p. 3).

Ao estudar o artigo (e a tese que o gerou) foi possível analisar a atividade proposta de maneira a estabelecer um paralelo para o presente trabalho. Enquanto os autores buscaram uma atividade exploratória que utilizava calculadoras para trabalhar com as fórmulas prontas, pretende-se planejar uma atividade investigativa onde os alunos busquem otimizar os cálculos de juros através do desenvolvimento próprio de fórmulas. Assim, os resultados e atividades apresentadas por Cunha e Laudares (2019) ajudaram no planejamento.

- *“Educação Financeira: Uma Possibilidade De Ensino A Partir Dos Cenários Para Investigação”*

Dentro da plataforma *Google Acadêmico*, buscou-se por produções que contivessem as palavras “investigação” e “financeira”, juntamente com suas variações. Dentre os resultados, destacou-se a monografia escrita pela Talitha Santana De Barros em 2012, a qual tinha o objetivo de apresentar propostas de atividades investigativas que possibilitassem aos estudantes do Ensino Fundamental trabalhar com situações reais relacionadas com transações comerciais e financeiras. Dentre os principais autores pesquisados, destacam-se João Pedro da Ponte e Ole Skovsmose.

Este trabalho contribuiu de diferentes maneiras. O prefácio apresenta uma breve história da autora, destacando suas dificuldades e conquistas acadêmicas, demarcando muito bem o ponto de vista de quem produziu o texto em contrariedade ao comum distanciamento e impessoalidade que os acadêmicos buscam em suas produções. Além disso, a autora traz quatro atividades que trabalham com os conceitos de Lucro, Descontos e Acréscimos, pagamento à vista e a prazo, Juros Simples e Rendimento de poupança.

Por fim, a tabela 4 (Barros, 2012, p. 46) se aplica no desenvolvimento de atividades que trabalhem com juros compostos, podendo facilitar o processo de desenvolver uma fórmula que trabalhe com o conceito de Juros Compostos. Sendo assim, foi fundamental no desenvolvimento da Sequência Didática desta pesquisa.

- *“Tarefas Investigativas Relacionadas à Educação Financeira: possibilidades de conjecturas e estratégias de resolução”*

O segundo material selecionado na pesquisa dentro da plataforma *Google Acadêmico* foi o artigo das autoras Patrícia Franzoni e Marli Teresinha Quartieri, voltado para analisar as possibilidades que uma aula investigativa (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2006) fornece para o estabelecimento de conjecturas e estratégias de resolução. Com uma metodologia qualitativa, foram analisadas duas atividades desenvolvidas junto aos licenciandos em Matemática da universidade no estado do Rio Grande do Sul que envolvia uma abordagem investigativa no trato de conceitos ligados à Matemática Financeira, dentro dos preceitos da Educação Financeira.

As atividades presentes nesta pesquisa foram apresentadas de maneira resumida, dividida em dois quadros: *“Tarefa Investigativa: formas de investimento”* e *“Tarefa Investigativa: decisão de compra com porcentagem”*. Tais tarefas aparentam simplicidade, porém se demonstraram longas na execução, com duração de duas horas para a Exploração, Conjecturas e Testes, seguida de uma hora para Avaliação por pares. Levando em

consideração que tais tarefas foram realizadas por alunos da graduação, fica nítido que o planejamento deve prever maior tempo disponível para alunos do primeiro ano do Ensino Médio, especialmente se levado em consideração o tempo de isolamento social e escolar. Devido a esse aspecto, optou-se por elaborar uma sequência didática que tenha objetivos mais singelos, podendo ser aplicada em um número reduzido de aulas.

- *“Educação financeira: uma proposta desenvolvida no ensino fundamental”*

O artigo buscou estabelecer uma proposta didático-pedagógica que possibilitasse a apropriação de significados relacionados à Educação Financeira ao mesmo tempo que trabalhasse em conjunto com temas transversais, como ética, cidadania, meio ambiente, entre outros. Para tanto, Lidinara Castelli Scolari e Neiva Ignês Grando desenvolveram uma pesquisa de abordagem qualitativa que foi realizada em quinze aulas junto à uma turma do 7º ano de uma escola da rede municipal de Getúlio Vargas/RS.

Um aspecto presente neste artigo chamou a atenção acima de outros que poderiam ser citados. Diferentemente dos outros materiais pesquisados, este artigo traz uma perspectiva da Educação Matemática voltada para enfatizar como propagandas que incentivam o consumo são (muitas vezes) voltadas para as crianças. Este aspecto se mostra enfático na primeira etapa da pesquisa, onde a professora pesquisadora apresenta um vídeo intitulado “Criança a alma do negócio”<sup>9</sup>.

Além disso, Scolari e Grando (2016) forneceram toda a sequência didática, desde a introdução ao tema Educação Financeira, passando pelos conceitos matemáticos (razão, proporção, grandezas direta e inversamente proporcionais, regra de três simples, porcentagem e juro simples), até a finalização com a produção de livros em que os alunos deveriam reunir todo o conhecimento adquirido ao longo dessas quinze aulas.

Por fim, as autoras estabeleceram questionários que foram aplicados antes e depois da sequência didática, onde os alunos deveriam pedir autorização dos responsáveis para participar do estudo. Foi importante notar as diversas fontes de respostas que os pesquisadores tiveram para analisar os resultados, tais como: respostas dos questionários, transcrições das aulas (gravadas em áudio), planos de aula, atividades dos estudantes e as experiências vividas pelo pesquisador.

---

<sup>9</sup> Direção de Estela Renner, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=ur9lIf4RaZ4> .

Esta revisão bibliográfica, foi relevante para a presente pesquisa, pois traz exemplos de aulas investigativas voltadas para o ensino de juros. Ficou evidente a necessidade de se abordar a Educação Financeira, não se restringindo apenas aos conceitos matemáticos relacionados a ela.

## 2.6. Reflexões sobre os autores no contexto do ensino de juros

Refletindo sobre os referenciais teóricos estudados, buscamos estabelecer um diálogo entre a discussão de Skovsmose (2000) relativa aos Cenários para Investigação relativos à realidade e a teoria de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) sobre Investigações Matemáticas em Sala de Aula. Não foi encontrada bibliografia que tratasse da interação entre as duas perspectivas. Sendo assim, optou-se por relacioná-las limitando as reflexões à proposta da sequência didática. Ao mesmo tempo, tendo em vista a abrangência de possibilidades proporcionadas pelos Cenários para Investigação, limitou-se à referência à realidade (Quadro 3), sendo essa onde melhor se enquadra a proposta da sequência didática.

Diante disso, pensando nos Cenários para Investigação, o estudante se vê confrontado com a necessidade de desenvolver o saber matemático relativo aos juros simples e compostos. Nessa perspectiva, a investigação surge como uma consequência da necessidade de compreender e agir diante de uma situação real. Por outro lado, do ponto de vista de Ponte (2006), a investigação é um sistema que permite ao estudante construir o próprio saber.

Desse modo, o conceito matemático pode ser desenvolvido pelo estudante ao invés de transmitido a ele, sendo cada etapa da investigação voltada para o tratamento formal desse conceito, adentrando à Matemática Financeira. Em contrapartida, os Cenários para Investigação abordam o conceito matemático no contexto cultural do indivíduo, trazendo para ele uma abordagem crítica e ampla, perpassando por diversos saberes (não limitados à Matemática), ou seja, dentro de um tema transversal tal qual a Educação Financeira.

Ambas as perspectivas compartilham a compreensão de que o aluno e o professor desempenham papéis semelhantes, onde o primeiro é o agente ativo na construção do conhecimento, enquanto o segundo tem o papel de orientar os alunos, convidando-os para a investigação e delineando direções a seguir através de perguntas direcionadas a eles.

**Quadro 6:** Diálogo entre Investigação em Sala de Aula e Cenários para Investigação com referência à realidade.

| Aspecto | Investigação em Sala de Aula | Cenários para Investigação relativos à realidade |
|---------|------------------------------|--|
|---------|------------------------------|--|

|                     |   |   |
|---------------------|---|---|
| Investigação        | A investigação se constitui como meio de compreender os conceitos matemáticos ao passo que eles são desenvolvidos pelo estudante.   | A investigação se apresenta como meio pelo qual o estudante percebe a necessidade de entender os conceitos matemáticos que permitem compreender e agir matematicamente diante de situações reais.     |
| Conceito Matemático | Desenvolver bases matemáticas através da construção própria dos conceitos, perpassando análise de dados, conjectura e teste com o intuito de encontrar uma generalização. | Compreender o conceito bem como ele se insere na realidade, dando uma dimensão crítica para este conhecimento (seja de maneira direta ou como requisito para outros conceitos de utilização prática). |
| Aluno               | O aluno é tido como pesquisador, sendo ele o protagonista da investigação.  | O aluno é tido como sujeito crítico dotado de experiências, sendo ele o protagonista da investigação.   |
| Professor           | É responsável por incentivar os alunos com perguntas, estabelecendo uma direção para a investigação.  | É responsável por incentivar os alunos com perguntas, buscando convidar os alunos para a investigação.  |

Fonte: o autor.

Diante do exposto sobre os Cenários para Investigação, o referencial teórico fornecido por Skovsmose (2000) propicia a criação de uma dinâmica de aula próxima à realidade dos alunos, contextualizando o conhecimento matemático com os saberes que muitos dos envolvidos possuem acerca do tema, fornecendo assim, um caminho que leva à necessidade de desenvolver algum tratamento matemático que trabalhe com juros. Através de exercícios que trabalhem com cenários reais, os alunos podem aplicar a investigação em um contexto que seja de seu interesse, aliando o estudo da Matemática Financeira (relacionada aos conceitos matemáticos) com o da Educação Financeira (conceito mais amplo, relacionado com a maneira como o estudante se relaciona com o dinheiro).

### 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta seção refere-se aos métodos e procedimentos adotados nesta pesquisa e encontra-se estruturada em duas subseções. A primeira descreve o tipo de pesquisa adotada, as etapas e os instrumentos de produção de dados. A segunda se refere à caracterização dos participantes, onde são encontradas informações preliminares que orientaram a escolha do grupo.

#### 3.1. Caracterização da pesquisa

Os autores Bogdan e Birklen (1994) propõem cinco características<sup>10</sup> que estão presentes na pesquisa qualitativa, seja em maior ou menor grau. A primeira traduz a proposta desta pesquisa, onde o pesquisador se torna o principal instrumento, imergindo no ambiente natural onde os eventos educativos acontecem (Bogdan; Birklen, 1994, p. 47). Ao mesmo tempo, as atividades propostas dentro da sequência pedagógica objetivam produzir informações a respeito das percepções dos alunos e como se dão as interações, ao invés de uma análise estatística baseada na quantidade de acertos. Nesse sentido, a pesquisa se alinha com a característica 2 (Bogdan; Birklen, 1994, p. 48), que explicita que a produção de dados se dá primordialmente através palavras e não de números, bem como a característica 3 (Bogdan; Birklen, 1994, p. 49), que enfatiza o interesse do pesquisador pelo processo e não apenas pelo resultado.

Diante disso, essa pesquisa se caracteriza como qualitativa, pois precisa investigar os fenômenos educacionais considerando as perspectivas dos participantes, suas percepções e experiências em relação à abordagem investigativa no ensino de Matemática Financeira, a fim de identificar os desafios e potencialidades propiciados.

Em sua fase inicial, realizou-se uma pesquisa bibliográfica, envolvendo uma revisão da literatura disponível sobre o assunto, uma prática comum para fundamentar e contextualizar o trabalho subsequente. Essa pesquisa de referências serve como alicerce para a análise e as conclusões que se seguem. Ela teve como propósito revisar a literatura acadêmica relacionada às teorias que fundamentam a abordagem investigativa em sala de aula, bem como explorar estudos que tratam do ensino de Matemática Financeira sob uma perspectiva investigativa. A pesquisa bibliográfica possibilitou a compreensão dos conceitos-chave, fundamentos teóricos e abordagens metodológicas relevantes para o desenvolvimento desta pesquisa.

A segunda etapa envolveu a elaboração de uma sequência didática baseada nos princípios da abordagem investigativa em aulas de Matemática Financeira. Essa sequência didática foi planejada com o objetivo de promover um processo de aprendizagem ativo e participativo, permitindo que os alunos desenvolvessem seus conhecimentos matemáticos por meio da exploração, registro e investigação de situações problemáticas relacionadas à Matemática Financeira.

---

<sup>10</sup> Interesse pelo significado, consideração do contexto, natureza descritiva, enfoque processual e a relação direta entre o pesquisador e o objeto estudado.

Na terceira etapa, estava prevista a aplicação da sequência didática em uma sala de aula. Primeiramente, foi feita uma aplicação piloto, realizada no final de 2022, em uma turma regular de 1º ano de Ensino Médio de uma escola estadual de Uberlândia, na qual o pesquisador era professor. Após essa primeira aplicação, a sequência didática foi reformulada com base nas observações e análises realizadas, visando aprimorar a proposta para uma nova execução, bem como adaptá-la ao público-alvo. Ficou evidente a necessidade de maior tempo para aplicação da aula investigativa. Sendo assim, algumas atividades foram suprimidas, como a pesquisa *on-line* sobre tipos de investimentos e entrevista com os familiares, que abordava Educação Financeira. Ao mesmo tempo, foi suprimido a discussão crítica sobre o consumismo, o qual utilizava um documentário voltado para as crianças.

Com essas modificações, a proposta reformulada foi aplicada em uma turma da Educação de Jovens e Adultos (EJA) em uma escola selecionada para a pesquisa, na qual o professor pesquisador já havia atuado e contava com o apoio do corpo docente, no primeiro semestre de 2023. Após autorizada pelo vice-diretor, a proposta foi exposta aos professores da escola, buscando aqueles que poderiam ceder aulas para a aplicação.

A produção de dados da terceira etapa foi realizada por meio de observações feitas pelo pesquisador durante a execução da sequência didática, resultando nas notas de campo, e na aplicação de questionário<sup>11</sup> respondido pelos alunos no decorrer das aulas, planejado para ser apresentado antes e após a sequência didática, com o objetivo de entender como os estudantes lidam com o dinheiro no seu dia a dia e quais mudanças de pensamentos foram possíveis de detectar após as aulas, respectivamente.

### **3.2. Caracterização dos participantes**

A escola onde foi aplicada a sequência didática pertence à rede Estadual de Ensino de Minas Gerais, localizada no bairro São Jorge, próximo a um assentamento irregular, em uma região carente da cidade. Os alunos que participaram das aulas, em sua maioria, são de classe baixa e trabalham durante o dia. No ano de aplicação (primeiro semestre de 2023) a escola contava com duas salas de EJA no 1º ano do Ensino Médio, duas para o 2º e uma para o 3º, cada uma, com cerca de 22 alunos matriculados, todas no turno noturno.

---

<sup>11</sup> Apêndice A

Além desses dados preliminares, foi elaborado um questionário (Apêndice A) com o intuito de entender como os estudantes lidam com o dinheiro no seu dia a dia e quais mudanças de pensamentos foram possíveis de detectar após as aulas. Esse questionário foi disponibilizado para os alunos através de *link* que os direcionava para o formulário *on-line*, exposto em sala nos *slides* e impresso (Figura 2).

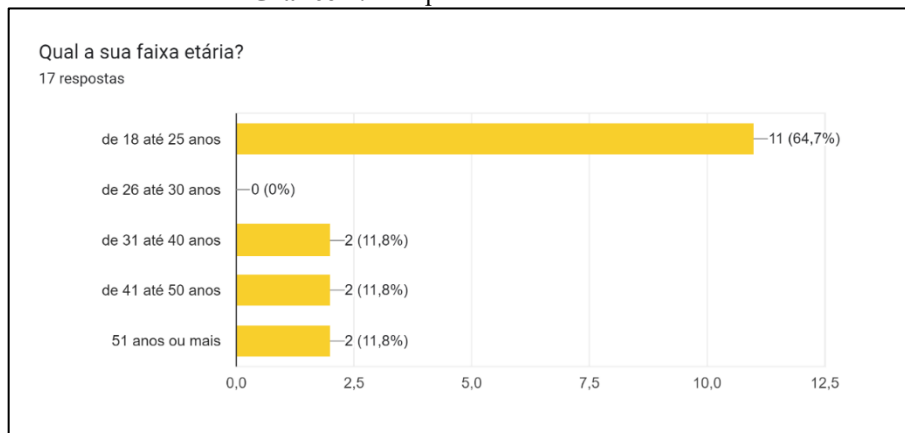
**Figura 2:** QRcode que direciona para o formulário on-line.



Fonte: O autor

Tendo em vista que as aulas e a análise dos resultados fazem parte de uma pesquisa, foi adicionado um pedido de autorização para utilização dos dados durante as aulas. Foram recebidas 17 respostas, sendo a maioria dos entrevistados (64,7%) com faixa etária entre 18 e 25 anos, e o restante, dividido igualmente, nas faixas de 31 a 40 anos, 41 a 50 anos e 51 ou mais, conforme mostra o Gráfico 1.

**Gráfico 1:** Comparativo de faixa etária.

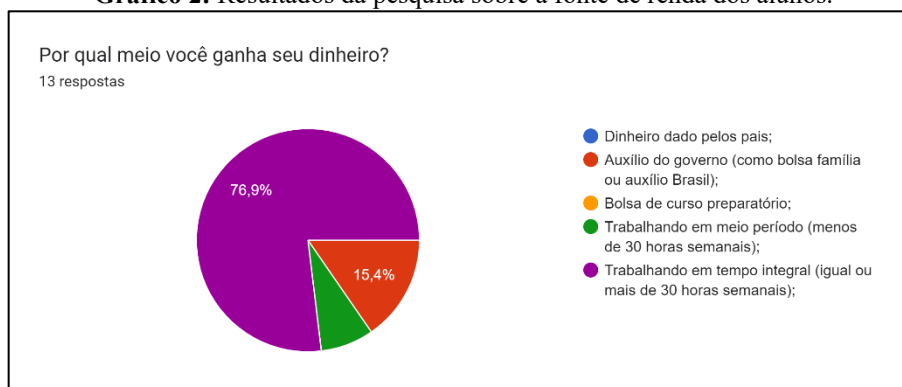


Fonte: O autor



Por se tratar de uma sala de aula voltada para o EJA, todos os alunos possuem idade superior a dezoito anos, exigência legal para ingresso nessa modalidade de ensino. Nesse sentido, a sequência didática foi moldada para atender este público, adaptando as aulas para pessoas que, em sua maioria, são sujeitos ativos no trato com o dinheiro, tendo a maioria (76,9%) declarado que trabalha em tempo integral (Gráfico 2).

**Gráfico 2:** Resultados da pesquisa sobre a fonte de renda dos alunos.



Fonte: O autor

Com esses dados, espera-se obter uma análise da aula, pensando nos sujeitos submetidos à aula com metodologia investigativa como cidadãos inseridos no contexto financeiro, habituados com o trato do dinheiro em seu dia a dia.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, dividiremos as discussões em dois eixos de análise. O primeiro deles, apresentado no item 4.1, refere-se à apresentação da sequência didática elaborada como resultado da pesquisa bibliográfica, de acordo com os referenciais teóricos adotados. O segundo, refere-se à descrição e análise da aplicação da sequência didática na escola, apresentados no item 4.2.

### 4.1. Planejamento da sequência didática

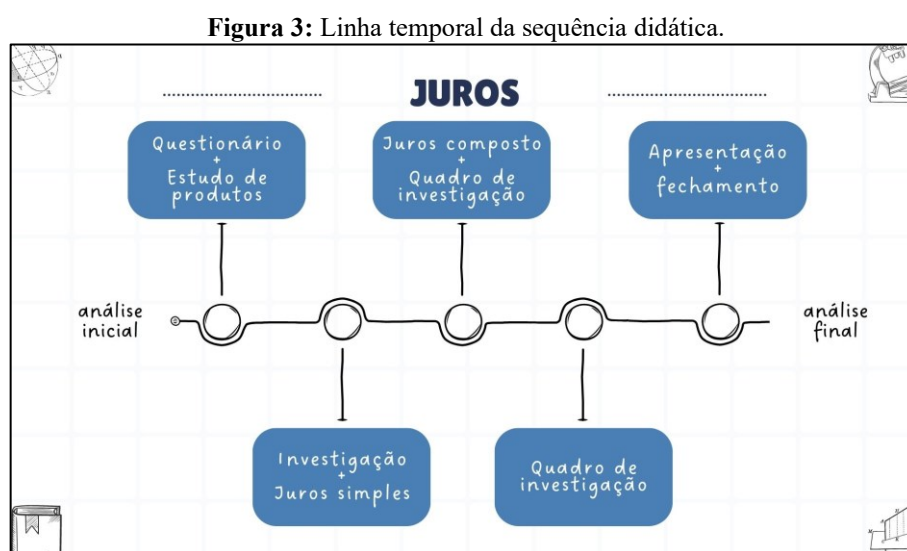
A partir da análise de trabalhos que utilizaram a abordagem investigativa para o ensino do conceito de juro, criou-se o desejo em aproximar a metodologia de ensino desenvolvida por Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) (onde o objetivo é adaptar o processo inerente ao trabalho de pesquisadores matemáticos) com os cenários para investigação de Skovsmose

(2000), trazendo nas atividades, um sentido prático para o aprendizado do conceito, com a intenção de formar pessoas críticas, capazes de pensar e agir matematicamente diante de situações que envolvem o trato do dinheiro através do tempo.

Nesse sentido, elaborou-se a dinâmica de ensino dividida em quatro etapas: a) avaliação dos hábitos e reflexões a respeito do consumo dos estudantes; b) análise de opções de compra de produtos e elaboração de perguntas; c) explicação de como se dá uma atividade investigativa, apresentação dos juros simples e realização da investigação sobre juros compostos; d) análise das fórmulas no GeoGebra e apresentação de resultados.

### a) Primeira etapa

Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.30) salientam que o “professor tem de garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade”. Aliado a isso, propõe-se iniciar de forma que os alunos entendam o sentido prático e crítico das atividades (na perspectiva da Educação Financeira) bem como o que se esperava fazer ao longo dessa proposta de investigação em sala de aula. Nesse sentido, planejou-se apresentar para os alunos uma linha temporal, apresentada na Figura 3, na qual eles pudessem ver toda a sequência didática, os entregáveis (atividades que deverão ser feitas pelos alunos e entregues ao professor) ao longo da sequência didática e o que se espera alcançar ao final.



Fonte: O autor.

Em seguida, aplica-se um questionário a respeito do tema da pesquisa e hábitos de consumo por parte dos estudantes (Apêndice A). Esses questionamentos preliminares servem

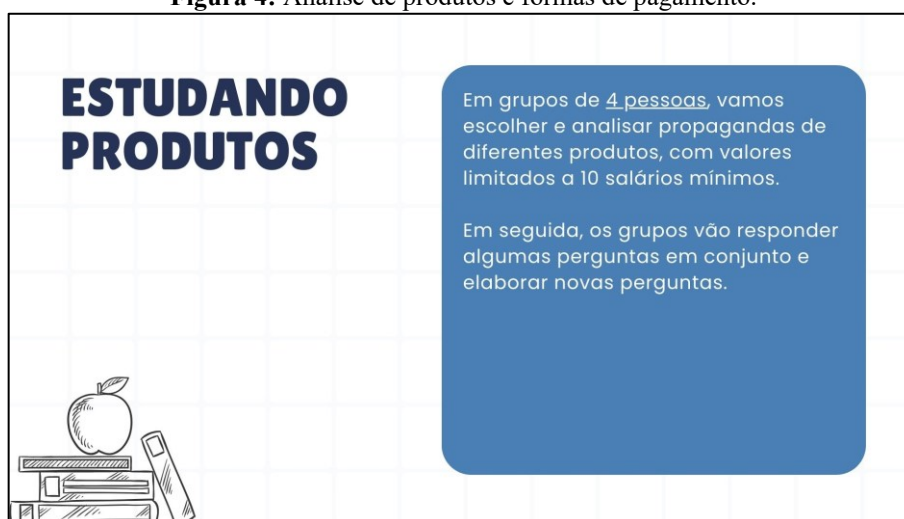
para nortear os alunos no sentido da atividade que eles devem desenvolver durante essa proposta pedagógica bem como para conhecer seu perfil de consumo.

### b) Segunda etapa

Em seguida, na mesma aula, o referencial teórico fornecido por Skovsmose foi fundamental para a construção de uma atividade que se apresentasse como um convite para a investigação.

Diante dessa perspectiva, os alunos devem ser indagados sobre quais bens eles têm interesse em adquirir tendo em mente um preço que seja suficientemente grande para que seja inviável o pagamento à vista, sendo necessário recorrer a alguma forma de parcelamento da compra (Figura 4).

**Figura 4:** Análise de produtos e formas de pagamento.



Fonte: O autor

Dessa forma, os alunos devem ser separados em grupos de quatro pessoas para que cada grupo pudesse escolher algum produto o qual todos integrantes tinham desejo em adquirir. Assim, o convite à investigação se alicerça no desejo de compra, cabendo ao professor guiar os grupos com alguns questionamentos que induzissem a criticidade dos grupos apoiada em conceitos matemáticos.

Na primeira aplicação desta sequência didática, em 2022, buscou-se chamar a atenção das crianças para o consumismo através do documentário Criança, a Alma do Negócio<sup>12</sup>, trabalhando a Educação Financeira de maneira mais ampla e em parceria com outras

<sup>12</sup> Direção de Estela Renner, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=ur9IIf4RaZ4>.

disciplinas. Para a segunda aplicação, optou-se por suprimir esta etapa devido ao tempo reduzido que as turmas do turno noturno dispunham.

Assim, a Figura 5 apresenta as perguntas que buscam instigar nos alunos a necessidade de utilizar a Matemática como ferramenta de análise de uma situação cotidiana.

**Figura 5:** Perguntas norteadoras.

|  |   |
|--|---|
| 1- Reúnam-se em grupos de até 3 pessoas para responder as perguntas a seguir com base na escolha de produto que seu grupo fez: |   |
| a) Se uma pessoa comprar este produto parcelado em 12 vezes (a prazo), qual será o seu valor total?                            | d) Por que o valor à vista está em destaque nas propagandas? A porcentagem de desconto para esse pagamento também está em destaque?   |
| b) Qual é a diferença do preço a prazo para o preço à vista?   | e) Observando o anúncio, indique algumas informações que a propaganda traz para que o comprador fique mais atraído em adquirir este produto. Por que a loja destaca tais informações? |
| c) Se o pagamento for a prazo, qual é a porcentagem que você pagaria a mais em relação ao preço à vista?                       | f) Na opinião do grupo, é melhor comprar o computador à vista ou a prazo? Justifique.   |


Fonte: O autor

Após terminar a atividade de pesquisa, deve-se discutir os resultados que os grupos encontraram, analisando os valores encontrados e enfatizando como esse hábito comum de pesquisa de preços se relaciona com o conceito de juro.

Para finalizar a primeira aula, os grupos devem desenvolver estudos por conta própria, fora do momento da aula na forma de uma atividade na qual deverão listar três dúvidas que eles possuam sobre o tema Juro, escrevê-las em folha separada e deixar espaço para a resposta (Figura 6).

**Figura 6:** Perguntas iniciais sobre o conceito de Juro.

## ESTUDANDO PRODUTOS

 **Atividade:**

Discutam o que vocês entendem sobre juros e listem três dúvidas que vocês possuem sobre o tema. Escreva as perguntas em folha separada e deixem espaço para resposta.

Quando é necessário pedir emprestado algum valor em dinheiro ou financiar uma compra, é comum se pagar um valor além do preço do produto.

A esse valor pago a mais chamamos de juros. Em outras palavras, o juro pode ser visto como o "aluguel" pela utilização de uma determinada quantia em dinheiro.

Entende-se como juro a diferença entre o Montante total pago e o valor do Capital inicial, sendo essa diferença calculada a partir de uma determinada Taxa de juros.

Fonte: O autor

Esta atividade visa desenvolver a autonomia dos alunos, sendo essa uma característica importante na metodologia de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006). Concomitantemente, espera-se que os alunos internalizem a importância das perguntas no processo investigativo.

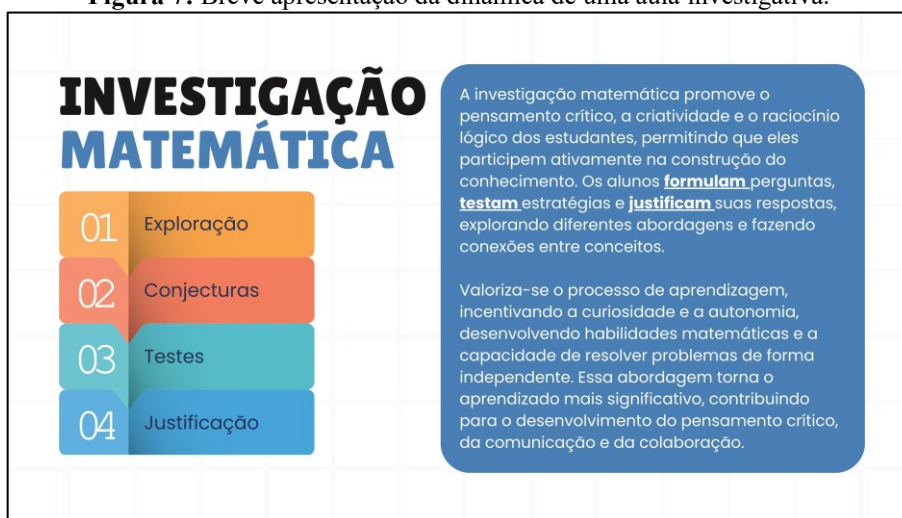
No começo da segunda aula, os grupos devem entregar a folha com as três perguntas para o professor, para que, então, sejam distribuídas entre os grupos da sala e respondidas por outros grupos.

Este processo, no qual outros grupos deverão responder perguntas para as quais eles não tiveram o ensino formal, tem por finalidade estimular a troca de ideias entre os grupos, aspecto fundamental dentro da teoria de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) e presente na quarta fase de Investigação Matemática em Sala de Aula (ver Quadro 1). Dessa forma, trabalhando algumas das características da aula investigativa antes de começar a investigação do tema Juro, espera-se proporcionar uma transição mais suave de uma aula tradicional para a investigativa.

### c) Terceira etapa

Para facilitar a assimilação dessa nova maneira de se organizar os estudos, destaca-se o trecho “Ao iniciar a investigação, é importante também que o aluno saiba o que lhe é pedido, em termos de produto final” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2006, p. 29). Nesse sentido, optou-se por apresentar um resumo do processo investigativo ao qual eles seriam convidados a participar (Figura 7). Espera-se que dessa forma os alunos tenham maior clareza de como se dará a produção do produto dentro de uma dinâmica nova tal qual é a aula investigativa.

**Figura 7:** Breve apresentação da dinâmica de uma aula investigativa.



Fonte: O autor

Pode ser oportuno entregar aos alunos orientações por escrito de como se dará a distribuição de notas, explicando cada produto que eles deverão entregar ao final da sequência didática.

Após essa breve explanação (predominantemente verbal) de como funciona uma aula investigativa, deve-se apresentar o conceito de juros simples tendo em mente duas finalidades principais: fornecer os subsídios teóricos para as investigações relacionadas com os juros compostos e guiar as formalizações a partir dos conhecimentos dos próprios estudantes. Como objeto de estudo, foi escolhido um anúncio de crédito pessoal na categoria de empréstimo consignado<sup>13</sup> (Figura 8).

**Figura 8:** Anúncio de empréstimo consignado baseado no Auxílio Brasil<sup>14</sup>.

<sup>13</sup> O empréstimo consignado é uma modalidade de crédito em que o pagamento das parcelas é descontado diretamente da folha de pagamento do solicitante.

<sup>14</sup> O Auxílio Brasil foi um programa social do governo brasileiro que visou fornecer suporte financeiro para famílias em situação de vulnerabilidade. Instituído em outubro de 2021, ele substituiu o antigo programa chamado Bolsa Família.

**JUROS SIMPLES**

Vamos realizar (**juntos**) uma investigação a respeito dos juros simples. Para isso, vamos utilizar um anúncio de **empréstimo consignado**. Recentemente, o Governo Federal liberou uma modalidade de empréstimo consignado para beneficiários do chamado Auxílio Brasil. Ao consultar uma empresa, encontramos o seguinte anúncio:

**Empréstimo Auxílio Brasil**

Você é

Beneficiário Auxílio Brasil

De quanto você precisa?

taxa a partir de **x% a.m.**

24 parcelas de

**R\$ 62,00**

Para fazer uma simulação personalizada, **cadastre-se**.

**Quero contratar**

Fonte: O autor

Partindo da experiência pessoal do professor, observou-se que, durante as eleições de 2022, a oferta dessa modalidade de empréstimo durante o primeiro e segundo turno fomentou discussões políticas. Pelo teor da polêmica, os conceitos matemáticos envolvendo juros se tornam peça central para análise e discussão de um tema político, dando à Matemática uma dimensão cidadã, ou seja, em consonância com os estudos do Skovsmose (2000) sobre o papel da Matemática na sociedade.

É importante salientar que as discussões podem tomar rumos pouco produtivos quando se objetiva o estudo do conceito matemático Juro. Assim, cabe ao professor fomentar as discussões de maneira a evidenciar que os argumentos devem ser pautados na análise matemática. Assim, se cria o campo fértil para introduzir os cálculos relacionados com os juros simples.

A exemplo de como os juros simples podem ser trabalhados a partir do conhecimento dos próprios estudantes, segue abaixo (Figura 9) uma sugestão, onde o professor pode partir de perguntas como: Como calcular os juros se você conhece a quantia que você recebe no empréstimo e quanto você vai pagar ao final? E a partir daí, ir preenchendo o quadro junto com os alunos tomando como base valores de empréstimos fixados.

**Figura 9:** Primeiro quadro de investigação, calculando os juros simples.

**JUROS SIMPLES**

Pense e responda: Esse empréstimo vale a pena?  
Para responder essa pergunta, vamos preencher uma tablea com os valores de Montante e Capital, e tentar descobrir se o empréstimo é viável.

| Capital | Montante | Juros |
|---------|----------|-------|
| 600     |          |       |
| 1200    |          |       |
| 1800    |          |       |
| 2400    |          |       |

Como vocês encontraram o valor do juros?  
Consegue pensar em alguma fórmula que sirva para todos os casos?

Fonte: O autor

Os valores de Montante são obtidos a partir de simulações feitas diretamente no site que oferece o empréstimo, ficando a cargo dos alunos operacionalizar o cálculo dos juros para cada simulação. Assim, espera-se chegar a um consenso de fórmula para o cálculo de juros simples a partir do Montante e Capital (Figura 10).

**Figura 10:** Cálculo dos juros a partir do Montante e Capital.

**JUROS SIMPLES**

Pense e responda: Esse empréstimo vale a pena?  
Para responder essa pergunta, vamos preencher uma tablea com os valores de Montante e Capital, e tentar descobrir se o empréstimo é viável.

| Capital | Montante | Juros |
|---------|----------|-------|
| 600     |          |       |
| 1200    |          |       |
| 1800    |          |       |
| 2400    |          |       |

Como vocês encontraram o valor do juros?  
Consegue pensar em alguma fórmula que sirva para todos os casos?

$$J = M - C$$

*J = juros*  
*M = montante*  
*C = capital*

Fonte: O autor.

Os alunos devem ser confrontados com a necessidade de se desenvolver uma fórmula que sirva para todos os valores apresentados bem como outro valor qualquer. Dessa forma, para explicar a Taxa de Juros (e fazer a diferenciação do que é o Juro), abre-se o questionamento acerca da vantagem de se pegar o empréstimo ou não (Figura 11).

**Figura 11:** Induzindo o cálculo da Taxa de Juros.



**JUROS SIMPLES**

Pense e responda: Esse empréstimo vale a pena?  
Para responder essa pergunta, vamos preencher uma tabela com os valores de Montante e Capital, e tentar descobrir se o empréstimo é viável.

| Capital | Montante | Juros |
|---------|----------|-------|
| 600     |          |       |
| 1200    |          |       |
| 1800    |          |       |
| 2400    |          |       |

$J = M - C$

$J = \text{juros}$   
 $M = \text{montante}$   
 $C = \text{capital}$

Na sua opinião, só com esses cálculos é possível dizer se o empréstimo vale a pena?

Perceba que é difícil dizer se vale a pena, o valor do juros varia com o valor do capital...

Fonte: O autor

Em seguida, tendo como base o problema inicial do empréstimo consignado, optou-se por fazer um cálculo simples utilizando regra de três (Figura 12).

**Figura 12:** Cálculo da Taxa de Juros utilizando regra de três.

**JUROS SIMPLES**

Perceba que é difícil dizer se vale a pena, o valor do juros varia com o valor do capital..  
Como contornar esse fato?  
Podemos pensar em termos de comparação. Por exemplo: 488 reais é muito para um empréstimo de 1000 reais? E se for um empréstimo de 1 milhão de reais?

No exemplo dado, vamos considerar o valor total ao final das 24 parcelas, ou seja, para encontrar a taxa de juros basta fazer uma regra de 3:

1000 → 100%  
488 → x%

Ou seja, no total, a taxa de juros é de 48,8% após os 2 anos.

**Empréstimo Auxílio Brasil**

Você é  Beneficiário Auxílio Brasil

De quanto você precisa?  
- R\$ 1.000,00 +

taxa a partir de x% a.m.

24 parcelas de **R\$ 62,00**

Para fazer uma simulação personalizada, **cadastre-se**.

**Quero contratar**

Fonte: O autor

Tendo em vista que, ao final, espera-se que os alunos deduzam a fórmula de cálculo de Montante a partir de parâmetros definidos, por meio da metodologia da Investigação em Sala de Aula, se faz necessário induzir os alunos a se questionarem como trabalhar com os juros em aplicações financeiras. Dessa forma, na Figura 13, o objetivo é discutir com os alunos como se dá o acúmulo de dinheiro através de investimentos.

**Figura 13:** Induzindo a ideia de juros em investimentos.

**JUROS SIMPLES**

A taxa de juros corresponde a uma parte do valor do Capital. Assim, se for uma aplicação (investimento), podemos calcular o valor do **Montante** (valor a receber) apenas com o Capital investido e o valor da Taxa de juros?

Fonte: O autor

Voltando aos valores selecionados para Capital, no exemplo do empréstimo consignado, é possível direcionar os alunos para o desenvolvimento da fórmula a partir de testes no quadro abaixo. Ao mesmo tempo, observa-se que a Figura 14 traz a taxa de juros na forma de porcentagem, fornecendo assim uma atividade que trabalha o parâmetro tanto na forma decimal quanto em porcentagem.

**Figura 14:** Fórmula de montante no regime de juros simples.

**JUROS SIMPLES**

A taxa de juros corresponde a uma parte do valor do Capital. Assim, se for uma aplicação (investimento), podemos calcular o valor do **Montante** (valor a receber) apenas com o Capital investido e o valor da Taxa de juros?

| Capital | Montante | Taxa de Juros | período |
|---------|----------|---------------|---------|
| 600     | ?        | 50%           | 2       |
| 1200    | ?        | 25%           | 1       |
| 1800    | ?        | 10%           | 5       |
| 2400    | ?        | 100%          | 2       |

Faça os cálculos que você achar mais adequado para encontrar o valor de Montante.

Adote C=Capital e i=taxa de juros. Consegue criar uma fórmula que sirva para todos os cálculos feitos ao lado?

$$M = C + (C \cdot i \cdot t)$$

Fonte: O autor

Em seguida, é feita a substituição de alguns termos da fórmula inicial de cálculo de juros, trocando o Montante pela sua fórmula (considerando que o valor do Montante é desconhecido, ou seja, numa situação de investimento).

Este processo de “dedução” da fórmula de cálculo de juros a partir do Capital e da Taxa de Juros deve ser feito junto com os alunos, buscando dialogar com eles para que, ao

final, eles sintam que fizeram parte dessa dedução, sendo ela parte integrante das conclusões que os grupos deverão apresentar ao final da investigação. Como incentivo de participação, espera-se utilizar a situação inversa, onde os juros representam um aliado, ou seja, em aplicações financeiras cujo objetivo é obter ganho financeiro.

Ao fim das deduções relacionadas com os juros simples, deve-se buscar fazer um processo semelhante ao que os alunos farão no processo de dedução da fórmula de juros compostos, fazendo sucessivas substituições (Figura 15).

**Figura 15:** Dedução da fórmula de juros simples através de substituições.

**JUROS SIMPLES**

Usando a mesma ideia de substituição de valores por letras e "juntando" as fórmulas, podemos encontrar uma fórmula para prever o quanto teremos ao final do tempo de uma determinada aplicação:

$$M = C + J$$

$$\Downarrow J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C + J = C + (C \cdot i \cdot t)$$

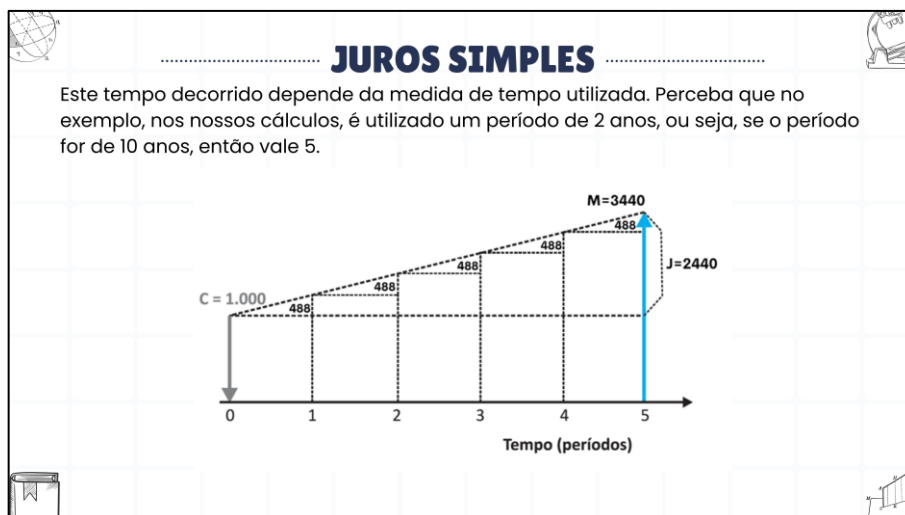
$$\Downarrow \text{colocando } C \text{ em evidência}$$

$$M = C + J = C + (C \cdot i \cdot t) = C + Cit = C \cdot (1 + i \cdot t)$$

Fonte: O autor

Por fim, pode ser produtivo apresentar um gráfico ou tabela que evidencie a maneira como os juros se acumulam, sendo sempre calculado tendo como base o Capital inicial, resultando em um crescimento linear do Montante. Assim, a Figura 16 apresenta visualmente como se dá o acúmulo dos juros ao longo do tempo no regime de juros simples.

**Figura 16:** Gráfico de juros simples.



Fonte: O autor

Após a conclusão dos estudos relacionados aos juros simples, deve-se questionar os estudantes quanto à utilidade dessa fórmula, em qual situação ela é adequada e questionar se eles percebem algum problema nos cálculos. Espera-se que os alunos sejam capazes de apontar a necessidade de se ter uma fórmula de cálculo de Montante pois é o valor que se busca conhecer ao fazer um investimento. Ao mesmo tempo, deve-se fomentar a discussão em torno do que é praticado no mercado, destacando o fato de que o comum é utilizar o regime de juros compostos.

A partir deste momento, se iniciam as atividades que deverão culminar no desenvolvimento da fórmula matemática que retorna o valor do montante a partir de um capital inicial seguido de uma taxa de juros definida. Para isso, os estudantes podem ser apresentados a diferentes tipos de aplicações, destacando suas características e seu retorno esperado (expresso em porcentagem). A atividade pode ser enriquecida com o auxílio do *ChatGPT*<sup>15</sup>, delegando à inteligência artificial a tarefa de esclarecimento quanto às características de diferentes aplicações financeiras voltadas para o investimento.

A partir de considerações próprias, os alunos deverão escolher uma dessas aplicações e preencher um quadro com os valores para encontrar o montante gerado a cada período (Figura 17).

**Figura 17:** Tabela com cálculo de montante mês-a-mês.

<sup>15</sup> *ChatGPT* (sigla inglesa para *chat generative pre-trained transformer*, em português, transformador pré-treinado de gerador de conversas) é um assistente virtual inteligente no formato *chatbot* online com inteligência artificial desenvolvido pela *OpenAI*, especializado em diálogo, lançado em novembro de 2022. (Wikipedia. “ChatGPT”). Acessado em 16 de maio de 2023.

**JUROS COMPOSTOS**

Escolha uma das aplicações e simule o Montante total eu o você teria ao final de 4 anos de investimento. Use a tabela abaixo:

| Período | Capital (R\$) | Taxa de Juros (%) | Taxa de Juros (decimal) | Juros (R\$) | Montante |
|---------|---------------|-------------------|-------------------------|-------------|----------|
| 1       |               |                   |                         |             |          |
| 2       |               |                   |                         |             |          |
| 3       |               |                   |                         |             |          |
| 4       |               |                   |                         |             |          |

1. Qual é a fórmula geral para o cálculo de Montante? (DICA: substitua os valores pelas letras que representam, substitua no período seguinte. Faça isso até notar o padrão de comportamento.)

2. Utilize a fórmula que vocês desenvolveram. O valor de Montante é o mesmo do que foi encontrado pela tabela?

Fonte: O autor

Para esta sequência didática, planeja-se utilizar a taxa Selic<sup>16</sup>, eliminando a necessidade de tempo para pesquisa por parte dos estudantes, ao mesmo tempo que fornece um potencial de fomentar discussões em torno da taxa básica de juros praticada pelo Banco Central, de que forma ela influencia o poder de compra, no retorno financeiro das aplicações, entre outras possibilidades.

Caso o professor perceba dificuldade por parte dos alunos nas generalizações e substituições necessárias para encontrar uma fórmula, o professor tem a opção de sugerir que eles elaborem um quadro com os valores apresentados no empréstimo consignado do Auxílio Brasil, destacando as diferenças entre o preenchimento segundo os juros simples e como seria no regime de juros compostos. A exemplo disso, segue na Figura 18 a montagem desse quadro.

**Figura 18:** Exemplo de generalização.

<sup>16</sup> Define-se Taxa Selic como a taxa média ajustada dos financiamentos diários apurados no Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (Selic) para títulos públicos federais.

**JUROS COMPOSTOS**

Atenção! Sabemos que, no mundo real, as empresas praticam o Regime de Juros Compostos. A diferença primordial entre os dois regimes é no capital aplicado. Veja o quadro abaixo:

| Período (mês) | Capital (RS) | Taxa de juros (%) | Taxa de juros (decimal) | Juros (RS) | Montante (RS) |
|---------------|--------------|-------------------|-------------------------|------------|---------------|
| 1             | 1000         | 3,39%             | 0,0339                  | 33,90      | 1033,90       |
| 2             | 1033,90      | 3,39%             | 0,0339                  | 35,05      | 1068,95       |
| ...           |              |                   |                         |            |               |

| Período (mês) | Capital (RS) | Taxa de juros (%) | Taxa de juros (decimal) | Juros (RS) | Montante (RS) |
|---------------|--------------|-------------------|-------------------------|------------|---------------|
| 1             | C            | i%                | i                       | J (1)      | M (1)         |
| 2             | C (2)        | i%                | i                       | J (2)      | M (2)         |
| ...           |              |                   |                         |            |               |

Perceba que a diferença consiste em aplicar a taxa de juros no Montante do período anterior. Dessa forma, o Montante cresce cada vez mais, pois a taxa de juros incide sobre o Juros gerado no período anterior.

Fonte: O autor

Uma das maneiras de encontrar a fórmula é fazer substituições consecutivas até encontrar um padrão que satisfaça qualquer período:

$$M_1 = C(1 + i \cdot t)$$

$$M_2 = C_2(1 + i \cdot 1) = M_1(1 + i) = C(1 + i)(1 + i) = C(1 + i)^2 \quad (5)$$

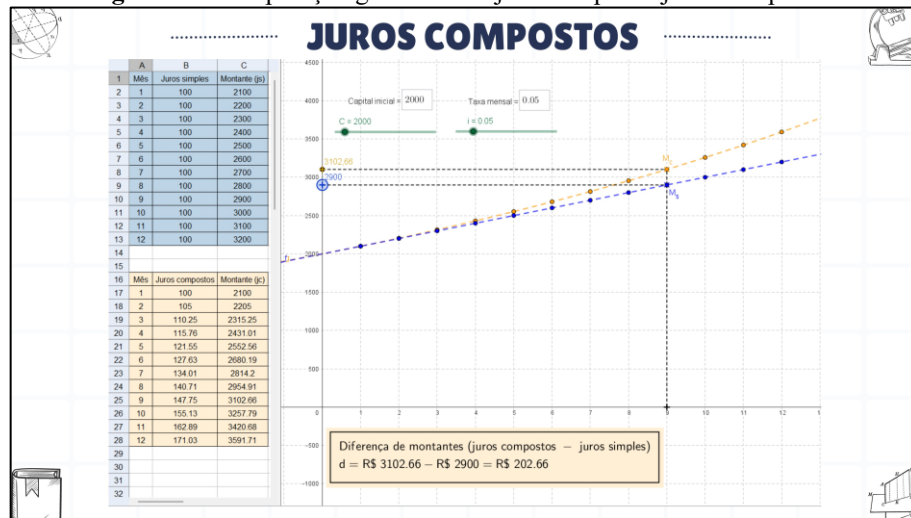
Espera-se que, ao terminar o preenchimento da tabela e posterior substituição dos valores pelas variáveis, os alunos percebam que o valor do expoente na equação (4) depende da quantidade de período adotado (seja ele medido dias, meses, anos etc.) bem como quais variáveis de entrada devem permanecer (montante, capital e taxa de juros na forma decimal).

#### d) Quarta etapa

Após a realização da investigação acerca do cálculo de montante a partir de juros compostos, os alunos devem apresentar seus resultados. Para isso, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) sugerem uma preparação prévia do professor, estabelecendo uma ordem de apresentação em que os grupos que tenham identificado um menor número de regularidades apresentem primeiro, deixando o fechamento para os grupos com mais resultados.

Após as apresentações, o professor pode apresentar de maneira gráfica (Figura 19) a diferença entre os dois regimes de juros, podendo, assim, relacionar os montantes calculados no regime de juros simples com a função afim e, os montantes calculados no regime de juros compostos, com a função exponencial.

**Figura 19:** Comparação gráfica entre juros simples e juros compostos.



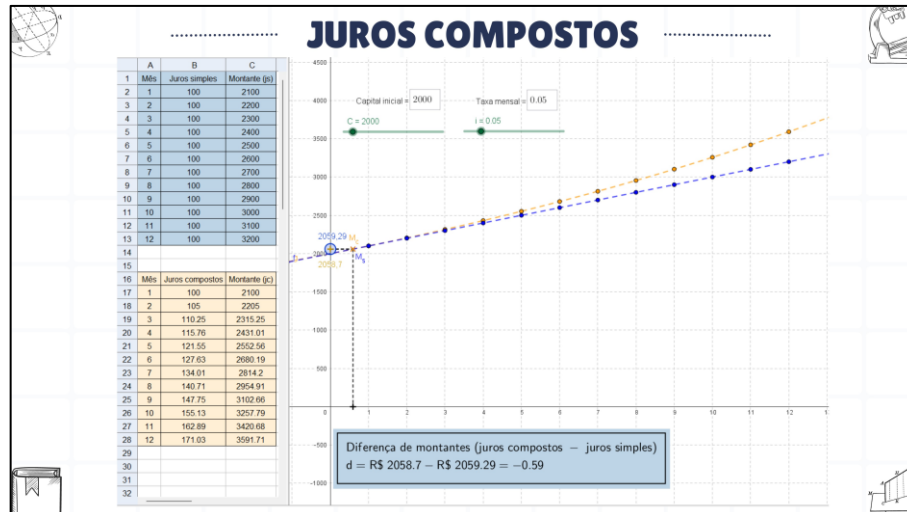
Fonte: O autor

Neste *applet*<sup>17</sup>, os alunos podem comparar o tempo necessário para se obter o montante desejado quando utilizado o modelo de juro composto em comparação com o modelo de juro simples.

Além disso, pode-se questionar os estudantes quanto à forma de cálculo de juros proveniente do atraso diário da conta de água, por exemplo. Tal cálculo é feito com base no Juros de Moratória, onde o valor é calculado sob regime de juros simples diário, pois no período  $0 < t < 1$ , o valor dos juros gerados em regime simples é superior ao capitalizado pelos juros compostos, como mostra a Figura 20.

**Figura 20:** Comparação dos juros quando  $0 < t < 1$ .

<sup>17</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/ybygc5zx>




Fonte: O autor

Durante todas as aulas, é importante lembrar que se trata de um processo investigativo, pautada na proposta dos Cenários para Investigação, onde o interesse dos alunos movimentava a aula. Dessa forma, os questionamentos dos alunos devem ser estimulados na forma do convite à busca por respostas.


Ao mesmo tempo, a Investigação Matemática em Sala de Aula requer a formalidade matemática no trato dos dados, isto é, são necessárias argumentações dedutivas para a efetiva comprovação de uma conjectura, não sendo adequada (dentro do rigor matemático) a simples observação de uma tendência de comportamento dos dados. Nas palavras dos autores, “[...] é fundamental, para que o processo investigativo não saia empobrecido, que o professor procure levar os alunos a compreender o caráter provisório das conjecturas.” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2006, p.38). Nesse sentido, a dinâmica aqui apresentada deverá ser finalizada com uma dedução formal da fórmula de cálculo de montante no regime de juros compostos.

**Figura 21:** Dedução formal através de indução finita.





## ..... JUROS COMPOSTOS .....





**Passo 1:** Caso Base ( $n = 1$ )  
Quando  $t=1$ , a fórmula de juros compostos se reduz à fórmula de juros simples:


$$M = C \times (1+i)$$

O que é verdade, pois essa é a fórmula de juros simples.


**Passo 2:** Suposição de Indução  
Suponhamos que a fórmula dos juros compostos seja verdadeira para um valor arbitrário de  $t=k$ , ou seja:

$$M \text{ de } k = C \times (1+i)^k$$



## ..... JUROS COMPOSTOS .....



**Passo 3:** Passo de Indução  
Agora, queremos mostrar que a fórmula é válida para  $t=k+1$ . Vamos calcular o montante  $M$  de  $k+1$  usando essa suposição:



$$M \text{ de } k+1 = C \times (1+i)^{k+1}$$


Usando a nossa suposição de indução, podemos escrever  $M$  de  $k+1$  como:

$$M \text{ de } k+1 = C \times (1+i)^{k+1} = C \times (1+i)^k \times (1+i)^1$$


Agora, vamos manipular a expressão:

$$M \text{ de } k+1 = C \times (1+i)^{k+1} = M \text{ de } k \times (1+i)$$



## ..... JUROS COMPOSTOS .....





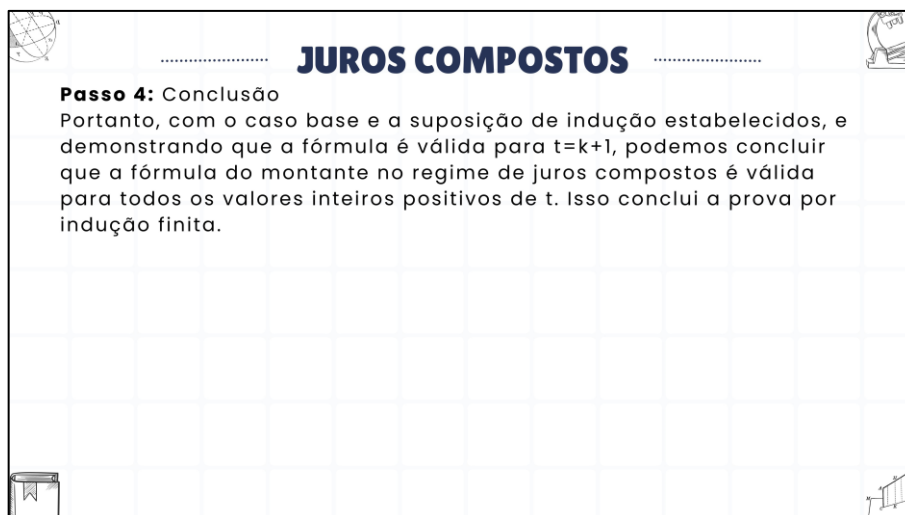
**Passo 3:** Passo de Indução  
Agora, vamos manipular a expressão:

$$M \text{ de } k+1 = C \times (1+i)^{k+1} = M \text{ de } k \times (1+i)$$

Sabemos que  $M$  de  $k$  é válido de acordo com a nossa suposição de indução. Assim, o termo  $(1+i)$  que multiplica o termo  $M$  de  $k$  indica que se tem um valor de Montante já conhecido e válido, multiplicado pela taxa de juros por mais um período, ou seja, período  $k+1$ .

**OBS:** Mesmo sendo uma demonstração simplificada, percebam que tratamos o valor de  $t$  de maneira genérica, ou seja, o valor  $t=k$  serve para qualquer valor de  $k$  que pertença à medida de tempo utilizada.



**JUROS COMPOSTOS**

**Passo 4:** Conclusão  
 Portanto, com o caso base e a suposição de indução estabelecidos, e demonstrando que a fórmula é válida para  $t=k+1$ , podemos concluir que a fórmula do montante no regime de juros compostos é válida para todos os valores inteiros positivos de  $t$ . Isso conclui a prova por indução finita.

Fonte: O autor.

Assim, com essa sequência, espera-se demonstrar o caráter genérico e, portanto, geral da indução finita.

#### 4.2. Aplicação da sequência didática

Neste item, encontram-se os aspectos relativos ao processo de execução da sequência didática numa turma de EJA, localizada em uma escola pública da rede estadual mineira, relatados a partir da perspectiva do professor pesquisador. Foram planejadas cinco aulas para realização da investigação, distribuídas na forma da sequência didática. Entretanto, devido às circunstâncias que se apresentaram no decorrer da aplicação, tivemos que fazer adaptações. Fatores como o tempo reduzido das aulas no turno noturno (normalmente de 50 minutos, reduzidas para 40 ou 30 minutos), atrasos dos alunos constantes no primeiro horário (de 19:00 até 19:50), espaçamento entre a quinta e sexta aula devido à semana de provas finais e o fim do semestre, que representa o fim do ano letivo para alunos do EJA. Sendo assim, foram realizadas sete aulas, ocorridas nos meses de maio a julho de 2023.

##### Primeira aula

No primeiro dia, me apresentei para os alunos, explicando que as aulas faziam parte de uma pesquisa acadêmica. Para formalizar o consentimento que todos deram com relação à utilização dos dados para análise da pesquisa, planejei ir ao laboratório para que os alunos pudessem preencher o formulário “Conhecendo os Hábitos de Consumo” (Figura 2) e começar a análise de produtos. Tendo em vista o prazo para aplicação das aulas, optei por

alterar o plano inicial, compartilhando a conexão de *internet* com os alunos, para que eles pudessem preencher o formulário pelo próprio aparelho celular.

Refletindo sobre esse início de aula, percebo que o pouco tempo para a aplicação da sequência didática me preocupou desde o início das aulas, levando à supressão de etapas já estabelecidas na fase de elaboração. Essa pressa foi intensificada, uma vez que esse trabalho dependia da finalização adequada das aulas, uma vez que a primeira aplicação (em 2022, enquanto era professor da referida escola) não foi finalizada adequadamente do ponto de vista de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006).

Uma das alunas apresentou dificuldade em preencher o formulário, demonstrando resistência e desconforto com o manejo do celular para tal tarefa. Ao constatar que a recusa da aluna era causada por dificuldades em lidar com o recurso tecnológico, optei por disponibilizar *link* por meio do *WhatsApp*, para que ela e os demais colegas (que faltaram à primeira aula) pudessem responder o questionário. Isso foi importante para não prejudicar o andamento da aula, onde já tinham alunos pesquisando os produtos *on-line* (Figura 4), mas também para contornar o fato de que muitos haviam faltado a esse dia de aula. Nesse sentido, as respostas e autorizações foram coletadas ao longo da semana.

Essa solução foi importante para obter a autorização de todos os estudantes, porém prejudicou a análise prévia das respostas dos alunos, uma vez que eu planejava realizar uma leitura dessas respostas e entender a percepção deles em relação à Educação Financeira e Matemática Financeira.

Enquanto o restante da turma respondia ao questionário, ficou evidente a dificuldade que eles tinham ao responder à pergunta “Você participa do orçamento doméstico?”. Ao elaborar essa pergunta, o intuito era averiguar quantos deles se consideravam como pessoas participativas do orçamento doméstico, para então, entender qual significado eles atribuíam ao termo “orçamento doméstico” a partir de perguntas que buscavam contextualizar com o que acontecia em suas casas no sentido orçamentário (Figura 22).

**Figura 22:** Buscando entender como era o papel do aluno no orçamento doméstico.

Você participa do orçamento doméstico? \*

Sim

Não

---

Para quem participa do orçamento doméstico:

Como você contribui para o orçamento da sua casa? \*

Sua resposta \_\_\_\_\_

---

Para quem não participa do orçamento doméstico:

Por que você não participa do orçamento da sua casa?

Sua resposta \_\_\_\_\_

Fonte: O autor

A hipótese adotada é de que o receio de errar dificultou a obtenção das respostas, tolhendo a liberdade deles de se expressarem de maneira aberta no questionário. Esse fato ressalta a o papel do professor, onde me vi dividido entre deixar que os alunos respondessem sem muitas orientações (estimulando a autonomia dos alunos) ou fazer uma leitura coletiva (ênfase na literatura indica sobre a fase inicial da investigação, onde é preciso deixar claro o objetivo da atividade).

Em retrospectiva, talvez fosse preferível alterar a estrutura do questionário, ou a própria pergunta, de maneira a deixar claro que a definição de “ajuda no orçamento doméstico” é subjetiva de cada aluno (pelo menos neste primeiro contato). Pensando em uma aula investigativa cuja atividade possibilite o uso de computadores com acesso à *internet*, cabe ao professor incentivar a independência do estudante ao propor uma pesquisa rápida

sobre o termo, podendo expandir a pesquisa para uma breve apresentação, reforçando algumas das características inerentes à Investigação Matemática em Sala de Aula.

Ao analisar as respostas dos alunos sobre o que eles entendem que seja orçamento doméstico, muitos deles conseguiam relacionar com as despesas da família. A maioria deles responderam que participam do orçamento doméstico (82,4%). Entretanto, sete responderam com negativas ou respostas vagas, com textos curtos, como “exercícios” ou “pouca coisa” a respeito da pergunta “O que você entende por Educação Financeira?”. Das demais respostas, apenas quatro relacionaram a pergunta com os gastos pessoais.

No momento, eu não tinha acesso a essas informações. Sendo assim, segui o planejamento inicial e, em consonância com o aporte teórico, Skovsmose (2000) sinaliza que o cenário para investigação deve se apresentar como um convite. Nesse sentido, preferi deixar que os alunos se organizassem em grupos à sua própria escolha, mas limitando a quatro alunos. Ao final, foram formados quatro grupos, dois deles com 4 pessoas e dois com 3 pessoas (total de 14 alunos), prevendo a possibilidade de aumentar a quantidade de integrantes dos grupos tendo em vista a quantidade de alunos que faltaram à aula. De maneira geral, a primeira atividade contou com grande participação dos alunos, expressa na quantidade de perguntas e discussões vindas deles, indicando alinhamento com a proposta do autor. Entretanto, a sequência didática foi planejada com base no pressuposto de que pesquisar preços por meio eletrônico não seria um problema, uma vez que os alunos eram pessoas habituadas à dinâmica de consumo.

Em oposição ao esperado, todos os grupos apresentaram certa dificuldade em compreender a tarefa, consultando a todo momento o professor para verificar se suas respostas estavam corretas, demonstrando um comportamento que considero típico de uma aula pautada no paradigma do exercício (onde a busca pela resposta correta guia os estudantes, tal qual apontado por Cotton em 1998). Em retrospectiva, acredito que uma nova intervenção, na forma de uma discussão com todos os alunos, poderia ter contribuído para contornar a dificuldade apresentada.

A hipótese assumida foi de que, em vista da estranheza com a dinâmica da aula investigativa, os estudantes recorriam a todo momento ao professor em busca de validação ao invés de propor hipóteses acerca dos aspectos relevantes para análise do anúncio, discutindo com seus colegas suas hipóteses, defendendo seu ponto de vista através de argumentos colocados por eles. Nesse contexto, busquei estimular que os alunos entendessem que suas

perspectivas tinham valor, perguntando o que eles tinham respondido e estabelecendo discussões com base nas respostas, evidenciando que suas considerações eram válidas.

Ponte e colaboradores destacam que essa situação é esperada no começo de uma atividade investigativa, quando “O aluno deve sentir que suas ideias são valorizadas e que se espera que as discuta com os colegas, não sendo necessária a validação constante por parte do professor.” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2006, p.28). Entretanto, novamente, me vi indeciso entre “ajudar demais” ao ponto de interferir nas colocações (pessoais) dos alunos e dar instruções insuficientes, levando à não execução das atividades.

Ao contrário da aula tradicional de Matemática (descrita por Cotton como paradigma do exercício), nesse tipo de atividade são trabalhadas situações reais, onde a complexidade é condizente com a dinâmica do mercado, demonstrando, na prática, a diferença entre uma atividade pautada no paradigma do exercício e outra pautada na investigação. Dessa forma, algumas empresas apresentavam desconto maior dependendo da modalidade de pagamento, outras ofereciam parcelamento sem juros contanto que a compra fosse feita por meio de cartão de crédito próprio. Esses e outros aspectos constituíram uma gama diversificada de fatores a serem analisados, tal qual demonstrado na Figura 23.

**Figura 23:** Contraposição entre uma atividade tradicional e uma pautada na investigação.

**7.** Uma pessoa aplicou R\$ 3.000,00 à taxa de 2% a.m. durante 5 meses no regime de juro simples.

a) Quanto receberá de juros ao final desse período?

b) Que montante terá ao final dessa aplicação?

---

 Cartão Casas Bahia

---

 Cartão de Crédito

---

 Pix

---

 Boleto

---

 Geladeira Brastemp BRM44HK Frost Free Duplex com Compartimento Extrafrío e Fresh Zone Inox - 375L  
R\$ 3.262,00

---

Pix

**R\$ 3.033,66**

Com 7% de desconto utilizando o Pix.

---

**Como funciona?**

- Após finalizar sua compra, o código Pix ficará disponível durante 30 minutos para você pagar no Banco da sua escolha.
- A aprovação do pagamento é imediata.

**O que é Pix?**

O Pix é a nova forma de pagamento instantâneo criada pelo Banco Central. O pagamento é aprovado a qualquer hora e todos os dias. É muito fácil, rápido e seguro.

Fonte: Prisma Matemática: sistemas, matemática financeira e grandezas, 2020, p. 72 (acima);  
www.casasbahia.com.br (abaixo).

Nesse sentido, essas situações potencializam a atividade do ponto de vista de um Cenário para Investigação. Em contrapartida, dificulta a coleta e análise dos dados do ponto

de vista da Investigação Matemática em Sala de Aula, uma vez que a gama de aspectos a serem considerados aumenta.

Tendo em vista o que foi dito, ficou nítida a dificuldade de guiar a aula quando se trabalha com uma atividade pautada no Ambiente de Aprendizagem 6 (vide Quadro 3), onde o aluno deve não só lidar com o saber matemático, mas também precisa aprender a analisar os diversos fatores envolvidos em um problema real e separar aqueles mais relevantes para a tomada de decisão.

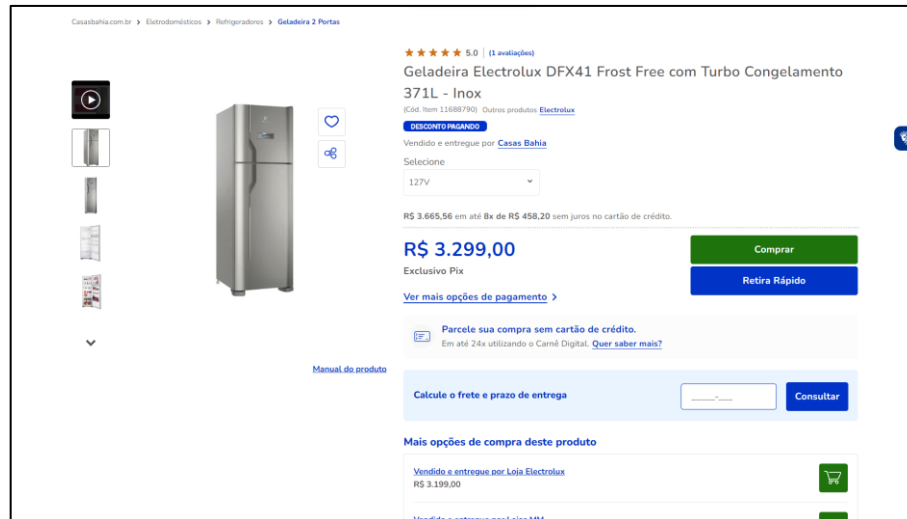
### **Segunda aula**

Na segunda aula, um dos professores da escola cedeu uma aula no último horário, porém, devido a uma reunião do corpo docente que ocorreu durante o intervalo, o recreio foi estendido até 21h10min ocasionando a redução dos dois últimos horários para 30 minutos. Sendo assim, a aula começou às 21h10min e não foi possível avançar nas pesquisas de preços. Os alunos estavam visivelmente cansados, sendo relatados por eles que quase a totalidade da turma trabalhava durante o dia. Além disso, foi necessário retomar algumas orientações fornecidas no dia anterior para alguns dos alunos que haviam faltado à primeira aula.

Outro aspecto que retardou a finalização da atividade foi a falta de compreensão quanto às informações apresentadas acerca dos valores praticados pelas empresas pesquisadas. Por exemplo, muitas ofereciam desconto para pagamentos à vista e diziam não haver juros para o pagamento a prazo. Todavia, para fins práticos, existe uma diferença de valores para cada tipo de pagamento, ou seja, existe uma taxa de juros não explicitada (Figura 24). Dessa forma, a partir da letra (C) do questionário, foi necessário realizar algumas contas a fim de encontrar o real valor da taxa de juros praticada.

Esta situação tem característica ambígua quanto ao desenvolvimento da aula. Por um lado, retarda a finalização da atividade, reforçando minha preocupação inicial com o tempo para aplicação da sequência didática. Ao mesmo tempo, temos uma situação que apresenta as características esperadas de uma atividade que forneça um Cenário para Investigação, qual explicitado por Skovsmose (2000).

**Figura 24:** Exemplo de anúncio que oferece desconto para pagamento à vista.



Fonte: <https://www.casasbahia.com.br/>.

Para além da dificuldade com a manipulação matemática, os alunos apresentaram diversas dúvidas ao responder as perguntas da Figura 5, sendo requerida a ajuda do professor a todo instante no sentido de explicitar o carácter subjetivo das respostas. Esse fato corrobora a colocação dos autores quanto às aulas investigativas:

Não devemos esquecer, porém, que a interpretação da tarefa deve ser, ela própria, um dos objetivos dessas aulas, pelo que, gradualmente, deve esperar-se que o aluno a realize autonomamente ou com os seus colegas. (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2006, p.28)

Neste momento foi necessário refletir até onde eu deveria influenciar a investigação dos alunos. Por um lado, a investigação prescinde de autonomia por parte dos estudantes, ao mesmo tempo, os autores esclarecem que “em particular, quando os alunos estão pouco ou nada familiarizados com a investigação, é importante que tal seja feito...” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2006, p.28) referindo-se ao repasse de orientações por demais pormenorizados.

Escolhi encorajar a interpretação dos alunos, buscando que eles expressassem suas ideias tal qual eles estavam pensando, sem se preocupar se a resposta estava correta ou nem mesmo se a colocação seria coerente. Como complemento, o professor apresentou algumas conjecturas após as colocações dos alunos, com o intuito de somar às possibilidades mencionadas pelos estudantes. Ao fim da segunda aula, não foi possível concluir esta etapa da sequência didática, mas percebeu-se um avanço na compreensão do que se esperava com esse tipo de proposta.

### Terceira aula



Na terceira aula, que ocorreu numa sexta-feira, foi possível concluir esta atividade. Entretanto, grande parte dos alunos faltaram à aula, fato corriqueiro para este dia da semana no turno noturno. Os grupos entregaram os registros escritos, sendo mantidos 4 grupos, mas agora com metade deles com 4 pessoas e a outra metade com 5 pessoas. Na semana seguinte, os professores da escola cederam duas aulas seguidas, sendo possível, assim, fazer um progresso significativo na sequência didática.

### Quarta e quinta aula

Com a etapa de pesquisa de produtos concluída, iniciou-se a aula discutindo juros de maneira direta, uma vez que ao assunto tinha sido abordado de maneira tangente na atividade anterior. Assim, foi possível abrir o *site* de empréstimo consignado (Figura 25) e projetar a tela do computador no quadro, para que pudessem preencher a tabela presente na Figura 10.

**Figura 25:** Site que oferece empréstimos e faz simulações.

The screenshot shows the 'meu tudo' website interface. At the top, there is a navigation bar with links for 'Quem somos', 'Seu crédito', 'Blog', 'Carreiras', 'Ajuda', and 'Entrar'. A pink banner below the navigation bar contains a warning icon and the text: 'Neste momento, a contratação está pausada. Mas você pode continuar se cadastrando normalmente para descobrir oportunidades para INSS, se for aposentado ou pensionista, e FGTS, caso possua saldo.' Below this, the main heading reads 'Empréstimo Auxílio Brasil'. The central message is 'Conte com a gente e a melhor taxa do mercado no seu novo consignado'. A woman is shown holding a smartphone. Below the message, there is a form with two input fields: 'Você é?' with a radio button selected for 'Beneficiário Auxílio Brasil', and 'De quanto você precisa?' with a value of '0,00'. To the right, a dark box displays 'Taxas de 3,39% a.m.', '24 parcelas de R\$ 0,00', and a 'Cadastrar agora' button. A small note at the bottom of the form states: 'Contratação sujeita a análise e aprovação prévia. O valor simulado pode mudar na contratação.'

Fonte: <https://meutudo.com.br/emprestimo-auxilio-brasil/>.

Ao invés de apresentar fórmulas, a sequência didática aplicada busca partir do conhecimento do aluno e construir as formalizações matemáticas de maneira conjunta e investigativa. Assim, ao preencher a tabela, os alunos foram questionados sobre como eles poderiam saber o valor dos juros a partir dos dados fornecidos pelo *site* e anotados na tabela.

A maioria da sala respondeu prontamente que bastava encontrar a diferença entre o “valor pego no empréstimo e o valor pago”. Nesse sentido, eles foram convidados a fazer os cálculos dos juros para diferentes simulações e introduzindo a nomenclatura adequada para cada dado (montante, capital, juros), algo previsto na sequência didática e indispensável para

a obtenção de fórmulas e formalização dos conceitos. Tal convite se fez pela apresentação da necessidade de comunicação das descobertas que os grupos viessem a fazer.

Após preenchida a tabela, foi levantado um questionamento com o intuito de orientar a investigação para a obtenção da Taxa de Juros: O empréstimo é vantajoso? De imediato, a maioria dos alunos respondeu que não, pois perceberam que “o valor dos juros eram quase metade do empréstimo. Nesse ponto vale destacar dois aspectos dessa resposta: os alunos pautaram o raciocínio na noção de porcentagem sem que ela fosse calculada e deram a resposta pensando do ponto de vista do devedor, e não do credor.

Seguindo o material preparado, estava previsto abordar o segundo aspecto quando o objeto de investigação fosse o cálculo de Montante, onde os alunos se colocariam na posição de investidor. Quanto ao primeiro aspecto, fica evidente a noção de comparação entre o valor de juros gerado e o valor tomado no empréstimo, ou seja, a noção de porcentagem estava presente no raciocínio da maioria dos alunos, mesmo não sabendo expressar o conceito ou nem mesmo calculá-lo.

Na aula anterior, os alunos haviam feito o cálculo de juros com um dos valores de empréstimo retirados do *site*, sendo assim, foram propostos os seguintes questionamentos: esse valor de 302 reais é muito para esse empréstimo de 600 reais? E se o empréstimo fosse de 1 milhão de reais? Imediatamente todos responderam sim para a primeira pergunta e não para a segunda, destacando novamente a ideia de porcentagem aplicada ao valor do capital sem ter a noção de porcentagem. Sendo assim, o conceito de porcentagem foi revisado de maneira contextualizada com a atividade da Figura 9, levantando o questionamento se o valor percentual de juros mudaria dentro das diversas simulações que fizeram. Uma das alunas sugeriu que fizéssemos o cálculo da porcentagem de juros, sendo essa a deixa para que os alunos fizessem isso, tal qual a Figura 12, utilizando regra de três.

Os alunos conheciam a ferramenta, porém poucos sabiam executá-la corretamente. De fato, a maioria não sabia nem mesmo os seus fundamentos lógicos. Assim, fez-se uma breve explanação sobre o tema e, então, a execução dos cálculos. Dentro da sequência didática, esta etapa foi planejada apenas como um apoio para a investigação, sendo assim, utilizamos apenas uma das simulações de empréstimo.

Após feitas as contas, seguiu-se para a discussão e diversos alunos manifestaram insegurança acerca dos seus cálculos, além de diversos deles terem apresentado dificuldade na execução das contas. Somado a esses aspectos, foi levantada a dúvida se o valor de taxa de juros encontrada seria a mesma para todos os empréstimos. Diante das respostas incertas, o

professor notou uma oportunidade de investigação que não tinha planejado inicialmente. Assim, alterei os *slides* rapidamente e prossegui para o cálculo de taxa de juros para cada uma das simulações feitas na etapa de cálculo de juros simples (Figura 26).

**Figura 26:** Atividade não prevista.

**JUROS SIMPLES**

Para os valores já coletados, utilize regra-de-3 para estimar a taxa de juros e aplique o valor encontrado ao Capital ao lado e verifique se os valores de Montante das contas conferem com a tabela.

| Capital | Montante | Juros   |
|---------|----------|---------|
| 600     | 902,40   | 302,40  |
| 1200    | 1804,80  | 604,8   |
| 1800    | 2707,20  | 907,20  |
| 2400    | 3609,36  | 1209,36 |

Exemplo:  $1000 \rightarrow 100\%$   
 $488 \rightarrow x\%$

Teste a regra de 3 e verifique se a taxa de juros é igual para todos as simulações.

Fonte: O autor.

Alguns alunos apresentaram muita dificuldade, sendo necessário um maior tempo para a tarefa e ajuda do professor na utilização da regra de três, onde ficou nítida a dificuldade dos alunos com os conceitos e execução dos cálculos relacionados com as equações. Ao andar pelas mesas, percebi a dificuldade desses alunos, sendo necessário fazer um dos testes no quadro. A dificuldade não desapareceu, porém com persistência, todos alunos que se puseram a fazer conseguiram executar os cálculos e ainda expressaram entendimento de algumas características da regra de três.

Este momento foi importante para pensar a respeito do meu trabalho, tanto como professor quanto como pesquisador. Pude refletir como, mesmo com planejamento baseado em revisão bibliográfica, me vejo em situações não planejadas que podem prejudicar ou enriquecer uma Aula Investigativa, causando ao mesmo tempo, desconforto e excitação diante dessas duas possibilidades. Felizmente, notei que a maioria dos alunos estavam engajados na investigação, curiosos com as perguntas que surgiam no decorrer da aula, proporcionando um estudo que fazia conexões com o conhecimento que eles mesmos já tinham. Nesse sentido, os autores destacam:

Pode sempre programar-se o modo de começar uma investigação, mas nunca se sabe como ela irá acabar. A variedade de percursos que os alunos seguem, os seus avanços e recuos, as divergências que surgem, o modo como a turma

reage às intervenções do professor são elementos largamente imprevisíveis numa aula de investigação. (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2006, p.25)

Para esta atividade não prevista na sequência didática, não foi orientado que se sentassem em grupo, entretanto, a maioria dos alunos optou por fazer a atividade em conjunto, formando duplas. Além disso, não foram estabelecidas regras de como seria a entrega nem foi exigido que todos fizessem as anotações, tendo em vista que era uma atividade menor inserida no contexto da investigação sobre juros. Surpreendentemente, a maioria dos alunos acompanhou a aula e fez anotações, cálculos, perguntas, participando ativamente da aula.

Dentre os estudantes, destacou-se uma aluna que se sentava mais à frente, no canto esquerdo da sala. Luana (nome fictício) demonstrou demasiada dificuldade com as operações, apresentando erros nas operações básicas. Porém, se demonstrou muito participativa na aula a todo tempo, com perguntas e considerações.

Em seguida, planejei apresentar o segundo quadro de investigação, onde o objetivo seria encontrar uma fórmula para cálculo de montante a partir da taxa de juros e capital, entretanto, os alunos apresentavam visível cansaço, tanto pelo tempo de aula (dois horários de 50 minutos) e por passar das 22 horas. Minha intenção era discutir a necessidade da fórmula a partir de diálogos sobre a necessidade de prever o valor de retorno a partir de um valor investido, e pedir a eles que tentassem aplicar as simulações feitas no quadro e verificar por padrões. Porém, percebi que os alunos ficaram um pouco confusos com o preenchimento do quadro, especialmente com a utilização da taxa de juros na forma decimal. Nesse sentido, dispensei-se maior tempo nesse tópico (taxa de juros) do que o planejado, sugerindo duas maneiras de se pensar nessa taxa: na forma decimal e dividindo os juros em porcentagem por 100%.

Alguns alunos demonstraram um melhor entendimento do trato da taxa de juros, porém o cansaço era visível, tornando a aula mais lenta e os estudantes menos participativos. Exemplificando esta percepção, a Luana (que anteriormente estava com dificuldades, mas ainda muito participativa) apresentou dificuldade novamente, porém não estava tão participativa quanto na atividade anterior. Sendo assim, resolvi não pressionar a turma e voltar nesse ponto na aula seguinte.

Neste ponto, surge a ponderação sobre a quantidade de aulas necessária para a conclusão da sequência didática tendo em vista que a investigação voltada para os juros compostos (objetivo final da proposta) ainda não havia se iniciado. Este panorama é agravado

pela iminência do encerramento do semestre, especialmente considerando que o término do ano letivo para a turma do Ensino de Jovens e Adultos (EJA) se dá ao final deste semestre. Portanto, a estratégia focalizou-se na conclusão da dinâmica ao longo das próximas duas aulas.

### Sexta aula

Devido à semana de provas finais, houve uma pausa de uma semana entre a quinta e sexta aula. Esse hiato pode representar uma quebra no processo de construção do conhecimento, interrompendo o fluxo natural de perguntas, respostas, debates e reflexões necessárias para o desenvolvimento da investigação.

Diante dessa adversidade, revisamos as atividades recentes, percorrendo cronologicamente o que havia sido abordado, dedicando parte do tempo para relembrar alguns conceitos relacionados ao cálculo de juros. Além disso, dispendeu-se algum tempo para discutir o ENEM e as oportunidades oferecidas pela Universidade Federal de Uberlândia aos novos estudantes, tendo em vista o interesse manifestado por alguns deles.

Durante a revisão, o enfoque foi relembrar as primeiras fórmulas que criamos juntos, partindo de simulações realizadas com o empréstimo consignado do Bolsa Família, perpassando pela fórmula (1) e (2):

$$J = C \cdot i \cdot n$$

$$M = C + J$$

Relembramos que, na fórmula (2), era necessário saber o capital e o montante de antemão para encontrar o valor dos juros, enquanto na fórmula (1) o Montante nem mesmo era mencionado. Propus que eles pensassem nos juros na perspectiva do credor, ou seja, eles que deveriam “emprestar” o dinheiro, mas com uma diferença: esse “empréstimo”, na realidade, se apresenta na situação de investimento. Dessa maneira, era possível receber a quantia total, Juros e Capital, a qualquer momento. Sendo assim, propus que criássemos uma fórmula, mas agora com o objetivo de encontrar o montante a partir do capital e da taxa de juros.

A partir dessa proposta, foi introduzido o segundo quadro de investigação (Figura 27), onde o objetivo é calcular o valor do Montante com os mesmos valores de Capital do primeiro

quadro de investigação (Figura 9) mas com diferentes percentagens de juros dentro do regime de capitalização simples.

**Figura 27:** Segundo quadro de investigação, calculando o Montante.

**JUROS SIMPLES**

A taxa de juros corresponde a uma parte do valor do Capital. Assim, se for uma aplicação (investimento), podemos calcular o valor do Montante (valor a receber) apenas com o Capital investido e o valor da Taxa de juros?

| Capital | Montante | Taxa de Juros | período |
|---------|----------|---------------|---------|
| 600     | ?        | 50%           | 2       |
| 1200    | ?        | 25%           | 1       |
| 1800    | ?        | 10%           | 5       |
| 2400    | ?        | 100%          | 2       |

Faça os cálculos que você achar mais adequado para encontrar o valor de Montante.

Adote C=Capital e i=taxa de juros. Consegue criar uma fórmula que sirva para todos os cálculos feitos ao lado?

Fonte: O autor.

A princípio, todos os alunos manifestaram descontentamento com a atividade pois a consideravam muito difícil. Para contornar esta indisposição, buscou-se na segunda linha demonstrar que eles possuíam conhecimento matemático para completar o quadro, ao contrário do que todos eles alegavam. Por exemplo, tomando a segunda linha da tabela a percentagem da taxa de juros é de 50%. Em experiências pessoais do autor em sala de aula, notou-se que esta percentagem é interpretada pelos alunos como “metade” de alguma coisa, tornando o cálculo mental quase instantâneo para qualquer valor de capital. Dessa forma, quando perguntados qual seria o valor do Montante para esta aplicação, três estudantes sentados à frente da sala responderam prontamente com a resposta correta.

Entretanto, outros alunos continuaram com dificuldades, demonstrando um crescente desinteresse pela investigação na forma do crescente volume das conversas paralelas. Pensando no que Skovsmose (2000) apresenta em seu trabalho, deparou-se com a preocupação com a possibilidade de a investigação deixar de ser interessante aos olhos dos discentes, perdendo o seu caráter de convite. Nesse sentido, o professor foi até um pequeno grupo ao fundo da sala e conversou com eles, questionando o andamento da atividade. Ao constatar que eles ainda se encontravam na segunda linha do quadro, os dados da atividade foram retomados de forma oral. A resposta foi rápida e correta, de forma que foram convencidos de sua própria capacidade em finalizar a tarefa.

Devido à dificuldade dos alunos com a manipulação da porcentagem, foi necessário separar um momento da aula especificamente para explicar um pouco sobre o conceito, buscando fazer com que eles entendessem como e o porquê de trabalhar com a porcentagem da taxa de juros na sua forma decimal. Conseqüentemente, não foi possível concluir a dedução da fórmula de cálculo de Montante no regime de juros simples, nem mesmo o preenchimento do quadro com os valores dos montantes.

### Sétima aula

Devido ao final do semestre, muitos alunos precisavam verificar suas notas com diferentes professores, sendo necessário se ausentar da sala a todo momento. Mesmo os alunos que anteriormente estavam engajados na investigação apresentavam desinteresse pela atividade, dispersos em outras atividades. Somado a isso, muitos alunos tinham o hábito de atrasar para a primeira aula, que começa às 19:00 horas. Nesse cenário, a aula foi sensivelmente prejudicada, quase inviabilizando a finalização da investigação.

Ao constatar que não seria possível realizar a etapa final da investigação, onde os grupos apresentariam suas conclusões acerca do tema, optou-se por fazer uma discussão com toda a sala, encorajando-os a compartilharem suas descobertas, não se limitando às fórmulas e formalidade matemática.

Em uma das interações, um aluno ressaltou a mudança na sua visão acerca do Juro, em como ele agora enxerga uma maneira de usar esse conceito ao seu favor, em investimentos:

**Professor:** *o que vocês acharam desse tipo de aula, o que vocês aprenderam no sentido de “nossa, não tinha parado pra pensar nisso”?*

**Fulano:** *Observar as coisas com outro ângulo né.*

**Professor:** *em que sentido?*

**Fulano:** *a gente achava que os juros só prejudicavam a gente, mas agora a gente tá vendo que eles podem nos beneficiar de alguma forma.*

**Professor:** *o que mais, pessoal?*

*Outra aluna declara sua mudança de mentalidade ao pesquisar e adquirir um bem, prestando especial atenção ao juro praticado:*

**Ciclano:** *que quando você compra um produto, você tem que ver os juros, a parcela...*

**Professor:** *então agora você não vai só olhar a parcela né?*

**Ciclano:** *não, tem que olhar os juros.*

Com as interações, notei que as repostas dos alunos estavam voltadas para a utilização do saber matemático de maneira prática, pensando nos riscos e oportunidades financeiras, ou seja, com respostas voltadas para Educação Financeira. Sendo assim, busquei relatos que se inserissem mais especificamente no conhecimento técnico, que expressassem maior ou menor entendimento acerca dos cálculos voltados para a Matemática Financeira.

*Aluno: taxa de juros é a porcentagem que você vai pagar sobre algo e o juros é o valor total que você vai pagar em cima desse algo.*

Dentro das considerações, um dos alunos destacou que a fórmula de cálculo de Montante desenvolvida em sala não se aplicaria na “vida real”. Ao questioná-lo, ele esclareceu que no cotidiano o que acontece é o “juros sobre juros”. Ao buscar mais detalhes do que ele queria dizer com essa expressão, ele explicou através de exemplos numéricos como o Capital se altera para cada período, sendo somado aos juros já acumulado no período anterior.

Ficou nítido que a ideia de Juros Compostos estava bem estabelecida no imaginário deste aluno, mesmo que de maneira rudimentar e sem o rigor matemático. Tendo em vista que não era possível prosseguir com a investigação dos juros compostos, buscou-se manter a curiosidade implantada nos alunos, explicando brevemente como seria o cálculo de montante no regime de juros compostos e comparando graficamente a velocidade de acúmulo monetário entre os dois regimes.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao estudar os autores envolvidos com a investigação matemática, foi possível compreender algumas características dessa abordagem. Os papéis dos alunos e professores são distintos daqueles postos pela aula “tradicional”. Durante as aulas, o professor precisa se colocar como um mediador enquanto os alunos trabalham de maneira ativa, registrando suas descobertas, visando tanto a organização de suas ideias quanto a posterior validação da comunidade científica.

Durante a aplicação da sequência didática, foi possível dimensionar alguns desafios que o professor poderá enfrentar ao optar por essa abordagem. Os alunos, de maneira geral, não estão habituados com o ato de indagar, levantar perguntas, questionar. Ainda, mesmo que transpassado esse obstáculo, eles tendem a apresentar resistência em arriscar hipóteses que



possam levar ao erro, debilitando o processo de testes e conclusões. Por outro lado, ao finalizar uma investigação, mesmo que incompleta no ponto de vista da metodologia proposta por Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), os alunos encontram satisfação em seu trabalho, tornando as aulas de Matemática em um momento agradável.

Do ponto de vista do aprendizado matemático, o estudante consegue fazer conexões com outras áreas do conhecimento, contextualizando o conceito estudado com situações práticas, inseridas em seu próprio contexto cultural. Este processo de aprendizado contribui para a construção de um conhecimento duradouro, para além da memorização de fórmulas e algoritmos. Entretanto, tais resultados só foram possíveis com a combinação do aporte teórico fornecido por Ponte e Skovsmose.

Esta afirmação parte do pressuposto que, para grande parte dos estudantes do ensino regular, as aulas de Matemática representam uma obrigação pela qual eles precisam se submeter para a obtenção de nota, visando apenas “passar de ano”. À vista disso, aulas que ocorrem fora do conteúdo programático do professor que ministra a disciplina de Matemática e distribui as notas, tendem a despertar menos engajamento nos estudantes. Entretanto, ao trabalhar a Investigação Matemática em Sala de Aula, introduzida dentro de um Cenário Para Investigação, foi possível gerar interesse nos alunos pelo estudo da matemática que fundamentava as situações financeiras apresentadas.

Com as aulas ministradas para este trabalho, verificou-se que a aula investigativa requer maior tempo para execução, especialmente se professor e alunos não estiverem habituados com essa dinâmica. Aula reduzidas de 50 para 40 minutos, atrasos dos alunos e faltas recorrentes são elementos que impactam seriamente o andamento de atividades que são desenvolvidas em grupo e que são planejadas para serem continuação de atividades anteriores.

Diante desses desafios, a aula aplicada e relatada nesse trabalho não foi concluída conforme as quatro etapas de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006). A conclusão ficou especialmente prejudicada tendo em vista que foi necessário finalizar precocemente a etapa de apresentação dos grupos. Nesse sentido, espera-se que futuras execuções desta dinâmica (ou trechos dela) possam analisar a aplicação da aula investigativa em sua totalidade, demonstrando o que foi feito para contornar a limitação de tempo.

Além disso, ao analisar os dados coletados durante as aulas, notou-se que os registros dos alunos foram negligenciados. Suas anotações se assemelham a exercícios de uma aula tradicional ao invés de dados gerados durante a investigação. Não há argumentação acerca de

conceitos matemáticos, nem mesmo explicações de como desenvolveram suas pesquisas ou as contas derivadas delas.

Outro aspecto relevante para as pesquisas relacionadas com a investigação matemática é como essa abordagem se relaciona com avaliações formais, como ENEM, vestibulares etc. Por um lado, busca-se alcançar um aprendizado significativo dos conceitos matemáticos, o que (supostamente) deveria refletir-se em um bom desempenho nesses exames. Entretanto, o caráter conteudista desses testes não leva em consideração o raciocínio da pessoa avaliada, sendo recompensados aqueles capazes de decorar mais conteúdos e de alcançar a resposta correta mais rapidamente.

Em síntese, a proposta de uma sequência didática embasada na investigação apresenta-se como uma perspectiva promissora para o ensino de juros, demonstrando que o engajamento do aluno prescinde da nota que será atribuída, mas sim do significado que essa matemática passa a ter para o estudante. Ao unir teoria e prática, conectar a Educação Financeira com a Matemática Financeira e promover uma aprendizagem contextualizada, busca-se formar cidadãos críticos e conscientes da realidade financeira que os cerca. Esta abordagem transcende o modelo tradicional de ensino, proporcionando uma experiência educacional mais engajadora e integrada ao contexto cultural dos estudantes.

## REFERÊNCIAS

- BARROS, T. S. **Educação financeira**: uma possibilidade de ensino a partir dos cenários para investigação. 2012. 1 CD-ROM. Trabalho de conclusão de curso (licenciatura - Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: Uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos, Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Matriz de Referência do Novo ENEM**. Brasília, 2009. Disponível em < [https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz\\_referencia.pdf](https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf)>. Acessado em 29 de julho de 2022.
- BRASIL. **Brasil no Pisa 2018**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020.
- BRASIL. Portaria n.º 1432, de 28 de dezembro de 2018. **Estabelece os referenciais para elaboração dos itinerários formativos conforme preveem as Diretrizes Nacionais do Ensino Médio**. Diário Oficial da República Federativa do Brasil. Brasília, DF, edição 66, seção 1, p. 94, 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- COTTON, T. **Towards a Mathematics Education for Social Justice**. (thesis, Ph.D), 1998.
- CUNHA, C. L. da; LAUDARES, J. B. Promover a Educação Financeira Enfocando Conceitos a Cálculos da Matemática Financeira. **Anais Eletrônicos XIII Encontro Nacional De Educação Matemática**. Mato Grosso: Cuiabá, 2019. Disponível em: <<https://www.sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/anais.php>>. Acesso em 5 de setembro de 2022.
- CURY, H. **As concepções de Matemática dos professores e suas formas de considerar erros dos alunos**. 1994. 276p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1994.
- FIorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil. **Revista Zetetike**, Campinas, n. 4, p. 1-37, 1995.
- FRANZONI, P.; QUARTIERI, M. T. Tarefas Investigativas Relacionada à Educação Financeira: possibilidades de conjecturas e estratégias de resolução. **Revista Ciência & Educação**, São Paulo: Bauru, v. 26, 2020. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/ciedu/a/mnNQn5Xfmmm4ZHNpJNpH6NK/?lang=pt>>. Acesso em 30 de julho de 2022.
- GARCIA, V. C. V. Fundamentação teórica para as perguntas primárias: O que é Matemática? Por que ensinar? Como se ensina e como se aprende? **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 32,

n. 2, 2009. Disponível em: <<https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/view/5516>>. Acesso em: 6 nov. 2023.

IMENES, L. M. Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da Matemática. **Bolema**, UNESP-Rio Claro, n. 6, p. 21-27, 1990.

MACÊDO, A. F. P. de. **Matemática financeira**. Mossoró: EdUFERSA, 2014.

MATHIAS, W. F.; GOMES, J. M. **Matemática financeira**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2013.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Caderno Pedagógico Itinerário Formativo**. Orientações para o 1º ano Novo Ensino Médio 2022. Belo Horizonte, 2022.

ORGANIZAÇÃO DE COOPERAÇÃO E DE DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). **Recommendation on principles and good practices for financial education and awareness**. 2005. Disponível em: <[https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/\[PT\]%20Recomenda%C3%A7%C3%A3o%20Princ%C3%ADpios%20de%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20Financeira%202005%20.pdf](https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/[PT]%20Recomenda%C3%A7%C3%A3o%20Princ%C3%ADpios%20de%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20Financeira%202005%20.pdf)>. Acesso em 30 de julho de 2022.

PIZZOLATTO, C.; PONTAROLO, E.; BERNARTT M. L. A educação matemática crítica na formação do cidadão para sua emancipação social. **Revista de Educação, Ciência e Cultura - RECC**, Canoas, v. 25, n. 1, 303-314, março, 2020

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação matemática na sala de aula**. 1ª edição, 160 P. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, J. P. Investigar, ensinar e aprender. **Actas do ProfMat 2003**. (CD-ROM, p. 25-39). Lisboa: APM, 2003.

SCOLARI, L. C.; GRANDO, N. I. Educação financeira: uma proposta desenvolvida no ensino fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.18, n.2, p. 671-695, 2016.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, UNESP-Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

TEIXEIRA, J. **Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - PUC/SP. São Paulo, 2015.

## APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO ONLINE DE IDENTIFICAÇÃO DE HÁBITOS FINANCEIROS DOS ESTUDANTES.

Questionário on-line para compreender os hábitos financeiros dos estudantes.

Insira seu nome completo: \*

Sua resposta

O que você entende por Educação Financeira? \*

Sua resposta

Onde você já ouviu falar sobre esse assunto? Você pode marcar mais de uma alternativa. \*

Na escola.

Em casa.

Na televisão.

Nas redes sociais.

Entre amigos.

Outro: \_\_\_\_\_

Você participa do orçamento doméstico? \*

Sim

Não

Caso a resposta seja sim:

Para quem participa do orçamento doméstico:

Como você contrubui para o orçamento da sua casa? \*

Sua resposta \_\_\_\_\_

Caso a resposta seja não:

Para quem não participa do orçamento doméstico:

Por que você não participa do orçamento da sua casa?

Sua resposta \_\_\_\_\_

A seguir, é questionado se o aluno possui renda mensal:

Renda própria:

Você possui renda mensal? Ou seja, ganha dinheiro mensalmente, seja por meio de seus pais, trabalhando, auxílio governamental, etc. \*

Sim.

Não.

Em caso afirmativo, o aluno responde uma questão extra:

**Que possui renda:**

Por qual meio você ganha seu dinheiro? \*

- Dinheiro dado pelos pais;
- Auxílio do governo (como bolsa família ou auxílio Brasil);
- Bolsa de curso preparatório;
- Trabalhando em meio período (menos de 30 horas semanais);
- Trabalhando em tempo integral (igual ou mais de 30 horas semanais);
- Outro: \_\_\_\_\_

Por último. O aluno é questionado a respeito dos seus hábitos de consumo:

**Hábitos de consumo:**

Você consegue (ou conseguiria caso você não possua renda) administrar seu dinheiro de tal forma que não falte até o próximo ganho? \*

- Sim
- Não

No seu caso particular, o que você entende que são gastos necessários e gastos supérfluos? \*

Sua resposta \_\_\_\_\_

Como você gasta seu dinheiro? Considere a escala de 1 a 5 abaixo: \*

|                   |                       |                       |                       |                       |                       |                    |
|-------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------|
|                   | 1                     | 2                     | 3                     | 4                     | 5                     |                    |
| Gastos supérfluos | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | Gastos necessários |

Você considera a matemática importante para a tomada de decisão na hora de gastar seu dinheiro? Considere a escala de 1 a 5 abaixo: \*

|                                       |                       |                       |                       |                       |                       |                                       |
|---------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------------------------|
|                                       | 1                     | 2                     | 3                     | 4                     | 5                     |                                       |
| Não, a matemática é pouco importante. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | Sim, a matemática é muito importante. |

Você se considera preparado para tomar decisões financeiras (do ponto de vista dos conceitos matemáticos)? Considere a escala de 1 a 5 abaixo: \*

|   |                       |                       |                       |                       |                       |  |
|---|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--|
|   | 1                     | 2                     | 3                     | 4                     | 5                     |  |
| Não, desconheço as ferramentas matemáticas. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | Sim, conheço as ferramentas matemáticas. |