Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Matemática

Licenciatura em Matemática

Modelagem Matemática e GeoGebra: uma proposta educativa para a formação em Educação Ambiental de estudantes do Ensino Médio

Gabriel Simão Mucci

Uberlândia-MG
2023

Gabriel Simão Mucci

Modelagem Matemática e GeoGebra: uma proposta educativa para a formação em Educação Ambiental de estudantes do Ensino Médio

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Giselle Moraes Resende Pereira (orientadora)

Uberlândia-MG

2023

Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Matemática

Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática

A banca examinadora, conforme abaixo assinado, certifica a adequação deste trabalho de conclusão de curso para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Uberlândia, 28 de novembro de 2023.

BANCA EXAMINADORA

Giselle Moraes Resende Pereira (orientadora)

Arlindo José de Souza Junior

Danilo Elias de Oliveira

Uberlândia-MG
2023

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, que me deu forças durante toda minha graduação. Agradeço, também, à minha família, pelo apoio e pela motivação, durante a realização deste trabalho; à professora Giselle, pela paciência, carinho e estusiasmo, que foram essenciais para a formulação das atividades; e, por fim, aos meus colegas e amigos da Universadade, pelo companheirismo e pela troca de experiências que me permitiram crescer como pessoa e como profissional.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar e discutir uma proposta educativa, que aborda questões ambientais na perspectiva da Modelagem Matemática, para estudantes do Ensino Médio, por meio de uma construção geométrica dinâmica no GeoGebra. Buscamos compreender como uma proposta educativa, nessa perspectiva, se apresenta, destacando às ferramentas e recursos utilizados no GeoGebra e, paralelamente, articulando com as competências e habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Pautados nos pressupostos da pesquisa qualitativa, elaboramos uma proposta educativa para ser utilizada por professores e estudantes em aulas de Matemática do Ensino Médio; aplicamos essa proposta para os estudantes do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública; e discutimos essa proposta quanto às ferramentas e aos recursos utilizados no GeoGebra, destacando a articulação com as competências e habilidades previstas BNCC. Assim, pudemos concluir que, em relação à questão norteadora – Como se apresentam as propostas educativas, de Modelagem Matemática, para a formação em Educação Ambiental, de estudantes do Ensino Médio? – é possível afirmar que as propostas se apresentam através de: elementos sociais, relacionados às potencialidades das propostas, quanto ao reconhecimento e tratamento das questões ambientais, consciência ambiental e mudanças de hábitos; de elementos pedagógicos, relacionados à uma estratégia de ensino, que neste trabalho foi a Modelagem Matemática, contemplando habilidades, de três, das cinco compentências específicas de Matemática e suas Tecnologias, da BNCC, para o Ensino Médio; e de elementos tecnológicos, relacionados ao uso de tecnologias digitais, como o *software* GeoGebra.

Palavras-chave: Educação Ambiental. Modelagem Matemática. Tecnologias Digitais. GeoGebra. Ensino de função.

Abstract

This work has as objective to present and to discuss an educational proposal, which addresses environmental issues from the perspective of Mathematical Modeling, for high school students, through a dynamic geometric construction in GeoGebra. We look to understand as an educational proposal, in this perspective, presents itself, highlighting the tools and courses used in GeoGebra and, in parallel, articulating with the skills and abilities provided for in the National Common Curricular Base (BNCC). Based on the assumption of qualitative research, we developed an educational proposal to be used by teachers and students in high school mathematics classes; we applied this proposal to students in the first year of high school at a public school; and we discussed this proposal regarding the tools and resources used in GeoGebra, highlighting the articulation with the BNCC predicted skills and abilities. From this, we were able to conclude that, in relation to the guiding question - How are the educational proposals, Mathematical Modeling, for training in Environmental Education for high school students? - it is possible to say that proposals are presented through social elements, related to potential of the proposals, regarding the recognition and treatment of environmental issues, conscience environmental and changes in habits; of pedagogical elements, related to a strategy teaching, which in this work was Mathematical Modeling, covering skills, of three, of the five specific competencies in Mathematics and its Technologies, from BNCC, for the high school; and technological elements, related to the use of digital technologies, such as software GeoGebra.

Keywords: Environmental education. Mathematical Modeling. Digital Technologies. GeoGebra. Function teaching.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

1. Introdução

Como estudante, a Matemática sempre me proporcionou sensações muitos fortes. Tais sensações oscilavam entre sentimentos bons e ruins. Muito do que me foi apresentado, na Matemática, soava como algo difícil de se entender e que se não houvesse esforço, não seria possível “aprender". Mesmo tendo essa visão predominante, sobre essa área, nunca deixei de admirá-la. Essa admiração fazia com que a vontade de explorar seus conteúdos só aumentasse a cada dia, proporcionando mais envolvimento e mais compromentimento.

Mesmo sendo uma área de interesse muito grande pela minha pessoa, meu maior apreço sempre foi o estudo pela vida animal e vegetal. Programas de televisão, documentários, aplicativos e outras tecnologias que estavam relacionadas a essas temáticas, se mostravam o deleite de minha alma. Porém, por limitações, aplicadas por familiares na época, não pude direcionar meu futuro para a área das Ciências Biológicas.

Quando adentrei no ensino superior, na Universidade Federal de Uberlândia, no curso de Licenciatura Matemática, não havia grandes expectativas para minha pessoa, pois não foi a primeira opção de curso. Havia interesse nos cursos de Engenharia Civil e Arquitetura e Urbanismo, porém a resposta de ambos os cursos não foi imediata, possibilitando o meu ingresso no curso que estou formando.

Durante o curso, me envolvi com projetos de Iniciação Científica, Extensão e Ensino. Durante os dois primeiros anos, os projetos foram relacionados com a Matemática Pura, na área da Álgebra não comutativa. Mesmo tendo trabalhado esse longo período, com essa área, não existia tanta admiração. A partir disso, abandonei essa vertente e comecei a me envolver com a Matemática Aplicada e a Educação Matemática, e foi nesse momento que percebi que meu lugar na Matemática estaria relacionado com a Modelagem.

As disciplinas de Modelagem Matemática e de O.P.P. (Oficina de Práticas Pedagógicas), foram grandes influenciadoras em minha decisão. Nessas disciplinas, realizei trabalhos intercalando as duas macro áreas citadas acima (Matemática Aplicada e a Educação Matemática). Na primeira, juntamente com um colega de curso, realizei uma pesquisa sobre como o óleo de cozinha, despejado nas pias residenciais, pode afetar no crescimento de plantas (relacionamos conceitos de funções do segundo grau com o crescimento das plantas). Na segunda, desenvolvi um projeto que relacionava os conceitos de Áreas e de Volumes com o derramamento de petróleo nos oceanos. Em ambas, pude ver que a Modelagem Matemática se fez, fortemente, presente.

A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real

(BASSANEZI, 2011).

Um modelo matemático pode ser considerado como uma simplificação ou abstração de um problema ou situação, do mundo real, numa forma matemática; convertendo, assim, o problema real em um problema matemático. O problema matemático pode, então, ser resolvido utilizando quaisquer técnicas conhecidas para se obter uma solução matemática. Esta solução é, assim, interpretada e traduzida em termos reais.

As vantagens do emprego da Modelagem, em termos de pesquisa, podem ser constatadas nos avanços obtidos em vários campos como a Física, a Química, a Biologia e a Astrofísica, entre outros. A Modelagem pressupõe multidisciplinariedade. E, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa (BASSANEZI, 2011).

A aplicação correta da Matemática nas Ciências factuais deve aliar, de maneira equilibrada, a abstração e a formalização, não perdendo de vista a fonte que originou tal processo. Este procedimento construtivo conduz ao que se convencionou chamar de Matemática Aplicada (BASSANEZI, 2011).

No setor educacional, a aprendizagem realizada por meio da Modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da Matemática com seu potencial de aplicações. E mais, com este material, o estudante vislumbra alternativas no direcionamento de suas aptidões ou formação acadêmica. Nesse sentido, é também um método científico que ajuda a preparar o indivíduo para assumir seu papel de cidadão: A educação inspirada nos princípios da liberdade e da solidariedade humana tem por fim o preparo do indivíduo e da sociedade para o domínio dos recursos científicos e tecnológicos que lhes permitem utilizar as possibilidades e vencer as dificuldades do meio (Lei 4024 - 20/12/61).

A Modelagem na Educação Matemática se faz presente em diversas pesquisas que buscam compreender, experimentar e apresentar propostas educativas na intenção de promover melhorias nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

Muitos professores de Matemática têm buscado, via Modelagem, a sua utilização, enquanto estratégia de ensino e aprendizagem, para dar espaço às questões relacionadas ao cotidiano dos estudantes e, assim, viabilizar a interação da Matemática, apresentada em sala de aula, com a Matemática presente na realidade desses estudantes.

Essa temática encontra-se em destaque nas mais recentes pesquisas, devido à recente implantação do Novo Ensino Médio (2022). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe a organização dos conteúdos por meio de Temas Contemporâneos Transversais (TCT), que buscam a contextualização do que é ensinado nas escolas.

Os TCT estão compreendidos em seis macroáreas temáticas: saúde, ciência e tecnologia, cidadania e civismo, meio ambiente, economia e multiculturalismo. Das seis macroáreas existentes, a área de Meio Ambiente está dividida em Educação Ambiental e Educação para o Consumo.

A Educação Ambiental fornece um vasto campo de aplicações na Matemática, sobretudo ao se considerar o aspecto da Modelagem. A junção da Educação Ambiental com a Modelagem

Matemática apresenta-se como caminho fértil para propostas que objetivam inspirar consciência ambiental, estabeler relações entre o meio ambiente e a Matemática, e contribuir para a formação de indivíduos éticos, críticos, participativos e com responsabilidade social.

Munhoz (2001) e Caldeira (1998) trouxeram experiências relacionadas à junção da Educação Matemática com a Educação Ambiental no Ensino Médio. No primeiro trabalho, uma dissertação, a autora desenvolveu uma pesquisa com alunos do 1º ano a partir de atividades interdisciplinares com a temática ambiental, e, no segundo, uma tese, o autor relacionou a Modelagem Matemática e a Educação Ambiental ao confeccionar vários modelos resgatando o uso de diversos conteúdos matemáticos. Ambos trouxeram resultados positivos.

A junção Modelagem Matemática e Educação Ambiental será o foco deste estudo, com base na proposta da BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias na etapa do Ensino Médio. Assim, esta pesquisa tem como objetivo compreender como as propostas educativas que abordam questões ambientais se apresentam na perspectiva da Modelagem Matemática para estudantes do Ensino Médio.

Mais especificamente, intencionamos responder a seguinte questão norteadora: **Como se apresentam as propostas educativas de Modelagem Matemática para a formação em Educação Ambiental de estudantes do Ensino Médio?**

Pautados nos pressupostos da pesquisa qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994), realizamos uma pesquisa que se encontra na intercessão de práticas educativas que utilizam a Modelagem Matemática e a Educação Ambiental que resultou na elaboração de uma proposta educativa (modelando a conta de energia elétrica) para as aulas de Matemática do Ensino Médio com a utilização do *software* GeoGebra; além disso, aplicamos essa proposta em sala de aula com estudantes do Ensino Médio de uma escola pública; e, discutimos a proposta elaborada quanto às ferramentas e aos recursos utilizados no GeoGebra e, paralelamente, destacamos a articulação com as competências e habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Com isso, buscamos por elementos que respondam nossos questionamentos.

Vale ressaltar que a proposta educativa foi aplicada em sala de aula com estudantes do Ensino Médio no espaço físico de uma escola pública que tem parceria com o Programa Residência Pedagógica (PRP). O PRP tem por objetivo induzir o aperfeiçoamento da formação prática nos cursos de licenciatura, promovendo a imersão do licenciando na escola de Educação Básica, a partir da segunda metade de seu curso.

Assim, enquanto residente, participante do PRP, tive a oportunidade de apresentar a proposta educativa deste Trabalho de Conclusão de Curso em uma turma de estudantes do ensino médio em aulas de Matemática, cujo docente era preceptor do programa, em horários compatíveis, e combinados previamente, contribuindo para inferirmos a resposta em relação à questão norteadora. Além disso, o programa contribuiu com minhas experiências profissionais, mostrando-me quais eram os momentos para determiandas ações (colocações, pedidos, aulas fora de sala de aula, etc).

O texto está organizado em cinco capítulos. O capítulo 1 se define por essa Introdução. No capítulo 2, de referencial teórico, buscamos articular a Base Nacional Comum Curricular

(BNCC), da área de Mátemática e suas Tecnologias, com a Modelagem, na Educação Matemática e na Educação Ambiental. Além disso, evidenciamos a sinergia com as Tecnologias Digitais e apresentamos o *software* GeoGebra. Por fim, apresentaremos a temática relacionada à funções, o desenvolvimento do conceito, a abordagem feita pelos professores e as ideias relacionadas.

No capítulo 3, apresentaremos a opção metodológica utilizada nesta pesquisa, o contexto do cenário, e algumas características para a realização deste trabalho.

No capítulo 4, apresentaremos uma proposta educativa, elaborada para uma aula de Matemática sobre função afim e função definida por partes, em uma turma do Ensino Médio, de uma escola pública, na perspectiva da Educação Ambiental e da Modelagem Matemática. Discutiremos essa proposta quanto aos elementos sociais, pedagógicos e tecnológicos, destacando às ferramentas e os recursos utilizados no GeoGebra e articulando com as competências e habilidades previstas BNCC.

Por fim, no capítulo 5, apresentaremos as considerações finais, destacando a resposta da questão norteadora, e as sugestões para continuidade desta pesquisa. Em seguida, as referências bibliográficas e os apêndices.

2. Referencial teórico

Neste capítulo se faz a revisão de literatura, articulando a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), da área de Mátemática e suas Tecnologias com a Modelagem na Educação Matemática e na Educação Ambiental. Além disso, evidencia-se a sinergia com as Tecnologias Digitais e apresenta-se o *software* GeoGebra. Apresenta-se, também, o tema função, o desenvolvimento do conceito, a abordagem feita pelos professores e as ideias relacionadas.

2.1 BNCC da área de Mátemática e suas Tecnologias

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os currículos escolares, se identificam na comunhão de princípios e valores que orientam a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) e as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN). Dessa maneira, reconhecem que a Educação tem um compromisso com a formação e o desenvolvimento humano geral, em suas dimensões intelectual, física, afetiva, social, ética, moral e simbólica (BNCC, 2018).

Essas diretrizes tem como objetivo incorporar, aos currículos e às propostas pedagógicas, a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora. Entre eles está a **Educação Ambiental**, foco deste trabalho. Esse tema foi incorporado, na esfera educacional, após inúmeras mobilizações de orgão governamentais e não-governamentais.

Nas Competências Gerais da Educação Básica, temos que o aluno deve argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta (BNCC, 2018).

A BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias, na etapa do Ensino Médio, propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental. Para tanto, propõe colocar os conhecimentos já explorados, na etapa anterior, a fim de possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos.

Dessa maneira, quanto à realidade e à referência, leva-se em conta as vivências cotidianas dos estudantes. Os estudantes da etapa do Ensino Médio são, de diferentes maneiras, impactados pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos sociais, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. Nesse contexto, destaca-se a importância dos recursos das tecnologias e dos aplicativos digitais, tanto para a investigação matemática quanto para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa do Ensino Fundamental.

Na BNCC, o estímulo ao pensamento criativo, ao lógico e ao crítico, é efetuado por meio de várias estratégias que privilegiam a construção e o fortalecimento da capacidade de fazer questionamentos, de analisar e avaliar respostas, de refletir, de argumentar, de investigar e de fazer o uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). Isso possibilita aos estudantes ampliar sua compreensão de si mesmos, do mundo e das relações dos seres humanos entre si e com a natureza.

Além disso, a BNCC propõe a organização dos conteúdos por meio de Temas Contemporâneos Transversais (TCTs), que buscam a contextualização do que é ensinado nas escolas e são considerados como conteúdos essenciais para a Educação Básica, em função de sua contribuição para o desenvolvimento das habilidades vinculadas aos componentes curriculares. São, portanto, grandes articuladores para que o currículo escolar não seja fragmentado e não tenha suas disciplinas distantes uma das outras, sem uma abordagem interdisciplinar.

Os TCTs, na BNCC, estão compreendidos em seis macroáreas temáticas: meio ambiente, economia, saúde, cidadania e civismo, multiculturalismo e ciência e tecnologia. Das seis macroáreas existentes, a área de **Meio Ambiente** está dividida em **Educação Ambiental** e **Educação para o Consumo**, sendo a primeira, conforme mencionamos, o foco deste trabalho.

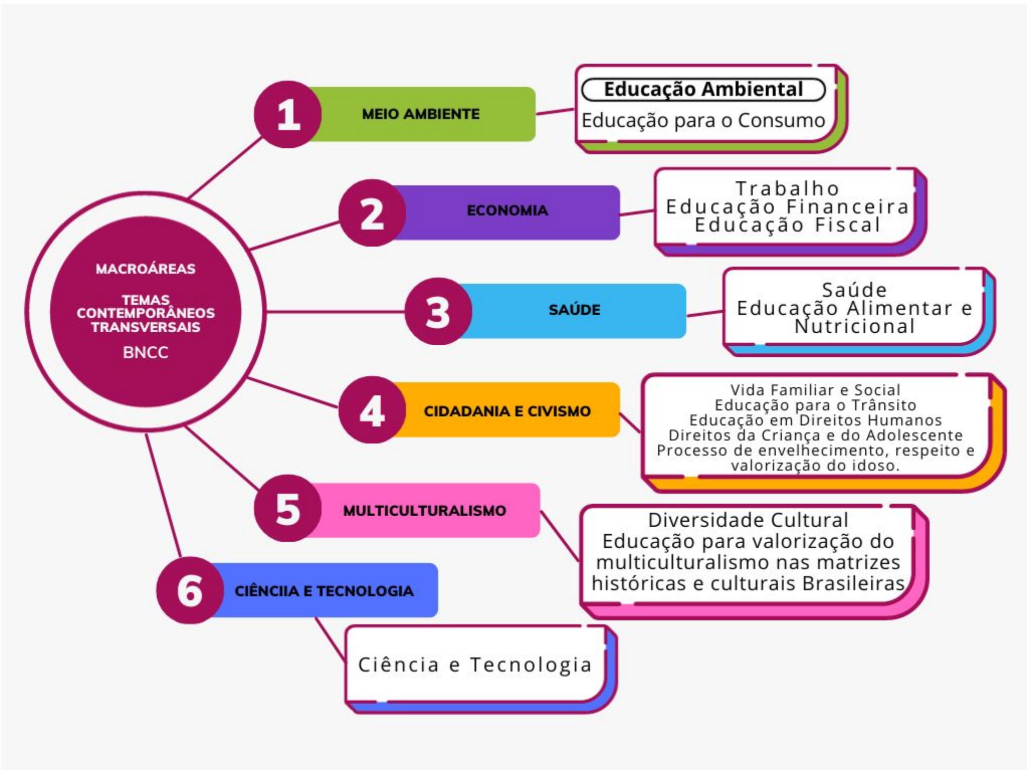

Figura 2.1: Temas Contemporâneos Transversais (Elaborada pelo autor)

A configuração atual dos TCTs deu-se a partir das demandas sociais, que promoveram a formulação de marcos legais. Os marcos legais da Educação Ambiental[1] asseguram fundamentação e maior grau de exigência e exequibilidade para esse TCT.

A metodologia de trabalho com os TCTs estará baseada em quatro pilares: Problematização da realidade e das situações de aprendizagem; Superação da concepção fragmentada do conhecimento para uma visão sistêmica; Integração das habilidades e competências curriculares à resolução de problemas; Promoção de um processo educativo continuado e do conhecimento como uma construção coletiva (BRASIL, 2019).

Figura 2.2: Metodologia de trabalho com os TCTs (Elaborada pelo autor)

Esses pilares sustentam opções metodológicas com os TCTs e guiam sua abordagem nos currículos e nas práticas pedagógicas das escolas.

O trabalho com os TCTs estimula a busca por estratégias, que relacionem os diferentes componentes curriculares, de forma que os estudantes ressignifiquem os diferentes saberes disciplinares e transversais. Visando isso, temos uma integração ao contexto social e uma identificação dos conhecimentos próprios (BRASIL, 2019).

Associada às questões educacionais, a Educação Ambiental é relevante não apenas como uma Ciência que dedica-se a ensinar sobre a natureza, mas sobretudo de educar para e com a

[1]Leis Nº 9.394/1996 (2ª edição, atualizada em 2018. Art. 32, Inciso II), Lei Nº 9.795/1999, Parecer CNE/CP Nº 14/2012 e Resolução CNE/CP Nº 2/2012. CF/88 (Art. 23, 24 e 225). Lei Nº 6.938/1981 (Art. 2). Decreto Nº 4.281/2002. Lei Nº 12.305/2010 (Art. 8). Lei Nº 9.394/1996 (Art. 26, 32 e 43). Lei Nº 12.187/2009 (Art. 5 e 6). Decreto Nº 2.652/1998 (Art. 4 e 6). Lei Nº 12.852/2013 (Art. 35). Tratado de Educação Ambiental para Sociedades Sustentáveis e Responsabilidade Global. Carta da Terra. Resolução CONAMA Nº 422/2010. Parecer CNE/CEB Nº 7/2010. Resolução CNE/CEB Nº 04/2010 (Diretrizes Gerais Ed. Básica). Parecer CNE/CEB Nº 05/2011 e Resolução CNE/CEB Nº 02/2012 (Art. 10 e 16 - Ensino Médio). Parecer CEN/CP Nº 08/2012. Parecer CNE/CEB Nº 11/2010, Resolução CNE/CEB Nº 07/2010 (Art. 16 - Ensino Fundamental), Resolução CNE/CP Nº 02/2017 (Art. 8, § 1º) e Resolução CNE/CEB Nº 03/2018 (Art. 11, § 6º - Ensino Médio).

natureza (MOLINA, 1987). Além disso, tem se mostrado um caminho possível para mudanças de atitudes, na compreenção da realidade, na qual vivemos, e no estímulo da consciência ambiental e da cidadania.

A articulação do ensino de Matemática com o Meio Ambiente pode ser compreendida a partir de situações nas quais o meio ambiente é utilizado para proporcionar o ensino de Matemática de qualidade e a formação em Educação Ambiental. Essa relação apresenta-se com naturalidade, dada à vivência de um mundo físico e social. Nessa direção, a partir da reflexão sobre a realidade dos estudantes, os conteúdos são apresentados para o desenvolvimento de competências e habilidades.

2.1.1 Competências específicas e habilidades na BNCC

As aprendizagens previstas, para o Ensino Médio, são fundamentais para que o letramento matemático[2] dos estudantes se torne ainda mais eficiente, tendo em vista que eles irão aprofundar e ampliar as habilidades propostas para o Ensino Fundamental e terão mais ferramentas para compreender a realidade e propor as ações de intervenção especificadas, para essa etapa.

Considerando esses pressupostos, e em articulação com as competências gerais da Educação Básica e com as da área de Matemática do Ensino Fundamental, no Ensino Médio, a área de Matemática e suas Tecnologias deve garantir aos estudantes o desenvolvimento de **competências específicas**. Assim, relacionadas a cada uma delas, serão indicadas, posteriormente, **habilidades** a serem alcançadas.

As competências não têm uma ordem preestabelecida. Elas formam determinada conecção, de modo que, o desenvolvimento de uma requer, em determinadas situações, a mobilização de outras. Cabe observar que essas competências consideram que, além da cognição, os estudantes devem desenvolver atitudes de autoestima, de perseverança, na busca de soluções, e de respeito ao trabalho e às opiniões dos colegas, mantendo predisposição para realizar ações em grupo.

De acordo com a BNCC (2018), existem cinco competências específicas de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio. Temos então:

> 1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
> 2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
> 3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

[2] O letramento matemático refere-se à capacidade de identificar e compreender o papel da Matemática no mundo moderno, de tal forma a fazer julgamentos com embasamento e a utilizar e envolver-se com a Matemática, com o objetivo de atender às necessidades do indivíduo no cumprimento de seu papel de cidadão consciente, crítico e construtivo.

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

O desenvolvimento da **primeira competência específica** pressupõe habilidades que podem favorecer a interpretação e compreensão da realidade pelos estudantes, utilizando conceitos de diferentes campos da Matemática, para fazer julgamentos bem fundamentados. Já a **segunda competência específica** amplia a anterior por colocar os estudantes em situações nas quais precisam investigar questões de impacto social, que os mobilizem a propor ou participar de ações individuais ou coletivas, que visem solucionar eventuais problemas.

As habilidades indicadas para o desenvolvimento da **terceira competência específica** estão relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos, geométricos, estatísticos, probabilísticos, entre outros.

Convém destacar a justificativa do uso, na BNCC, de "Resolver e Elaborar Problemas" em lugar de "Resolver Problemas". Essa opção amplia e aprofunda o significado dado à resolução de problemas: a elaboração pressupõe que os estudantes investiguem outros problemas que envolvem os conceitos tratados; sua finalidade é também promover a reflexão e o questionamento sobre o que ocorreria se algum dado fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescentada ou retirada (BNCC, 2018).

As habilidades vinculadas a **quarta competência específica** tratam da utilização, das diferentes representações de um mesmo objeto matemático, na resolução de problemas em vários contextos, como os socioambientais e da vida cotidiana, tendo em vista que elas têm um papel decisivo na aprendizagem dos estudantes.

O desenvolvimento da **quinta competência específica** pressupõe habilidades voltadas às capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos, que podem emergir de experiências decorrentes de investigações e experimentações com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais, por exemplo. Além disso, envolve a busca de contraexemplos para refutá-las e, quando necessário, procurar argumentos para validá-las.

2.2 Modelagem em Educação Ambiental e Educação Matemática

A Educação é uma prática que estrutura cidadãos críticos à sua realidade, ou seja, nao alienados. Segundo a LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional), Lei $n°$ 9.394/1996, Art. 2°, a Educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.

Além disso, a BNCC nos diz que devemos, através do ensino, valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva (BNCC, 2018).

Nesse contexto, a Educação Ambiental se faz necessária, pois além de trabalhar conceitos ambientais, também se envolve com o ambiente em que os alunos estão inseridos. Ela focaliza todo aspecto natural, social, cultural, sociocultural e econômico; tentando conscientizar e sensibilizar estes para um pensamento crítico em relação aos problemas vivenciados (GARCIA, 2012).

A Educação Ambiental tornou-se lei em 27 de abril de 1999 (Lei $n°$ 9.795), onde, em seu Art. 1°, afirma: Entendem-se por Educação Ambiental os processos por meio dos quais o indivíduo e a coletividade constroem valores sociais, conhecimentos, habilidades, atitudes e competências voltadas para a conservação do meio ambiente, bem de uso comum do povo, essencial à sadia qualidade de vida e sua sustentabilidade.

Além disso, em seu Art. 2°, temos que a Educação Ambiental é um componente essencial e permanente da Educação nacional, devendo estar presente, de forma articulada, em todos os níveis e modalidades do processo educativo, em caráter formal e não-formal.

Como as grandes descobertas da humanidade surgiram a partir da investigação, individual ou coletiva, e da necessidade de resolver problemas, a Modelagem se enquadrou perfeitamente nesse cenário, principalmente na área da Educação Ambiental.

Existe, por parte dos profissionais da Educação, uma busca por novas metodologias que envolvam seus estudantes, a interação entre a **Modelagem** e as questões ambientais pode ser uma ferramenta poderosa para tal ação.

Segundo Bassanezi (2011), a Modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. A **Modelagem Matemática** é uma estratégia de ensino que relaciona situações do dia a dia do estudante (situações de dentro e/ou fora da escola) a conteúdos matemáticos, sendo, portanto, um modo de educar matematicamente que conquistou e conquista muitos adeptos, sobretudo da área de Educação Matemática.

Além disso, essa abordagem pedagógica permite trabalhar a interdisciplinaridade e mostrar aos alunos como a Matemática pode ser aplicada em situações do cotidiano. Ela tem potencial de estimular o pensamento crítico[3], a resolução de problemas e o trabalho colaborativo (BARBOSA, 2018).

Em Rapelli (2019) encontramos um trabalho, por meio do desenvolvimento de fichas matemáticas ambientais, que utilizou a Modelagem Matemática através de análise de problemas reais que afligem o meio ambiente, introduzindo conceitos matemáticos que, através de uma série de exercícios, levaram os alunos a um pensar e repensar no mundo entendendo as informações, analisando dados fazer previsões e encontrar soluções para melhorar sua vida e de sua comunidade.

[3]Atuar de forma inteligente e interrogativa frente as asserções ou informações.

Assim como Rapelli (2019) entendemos que a Modelagem Matemática apresenta-se como um caminho possível e potencialmente positivo para o trabalho com a Educação Ambiental da macroárea Meio Ambiente dos TCTs.

2.2.1 Tecnologias em Educação Matemática

A aplicação da Modelagem em Ciência e Tecnologia está associada ao uso dos conceitos matemáticos, estatísticos e computacionais para descrever fenômenos do mundo real, por meio da compreenção e da resolução de problemas de forma consistente.

As tecnologias estão inseridas em praticamente todas as ações realizadas no nosso cotidiano. Sua importância para a área educacional - inserção das tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem - é evidenciada a partir de necessidades e demandas que se impõe a sociedade atual. A BNCC prevê que a escola possibilite aos estudantes apropriar-se das linguagens das tecnologias digitais e tornar-se fluentes em sua utilização.

A importância da construção de ambientes de aprendizagem, com utilização de tecnologias, é evidenciada por Franchi (2007), por permitir a interação do aluno com o conhecimento, a participação no desenvolvimento das atividades e a exploração de informações à sua maneira. O uso de tecnologias, na Educação Matemática, está também relacionado com a utilização de *softwares*. Um dos *softwares* conhecidos, na área de Matemática e, que foi utilizado nesse trabalho, foi o GeoGebra, o qual abordaremos a seguir.

2.2.2 O *software* GeoGebra

O GeoGebra é um programa/aplicativo dinâmico de matemática, com finalidades didáticas, para ser utilizado em situações de ensino e aprendizagem. Com ele é possível realizar cálculos aritméticos, algébricos e utilizar múltiplas representações gráficas de objetos matemáticos.

O GeoGebra (aglutinação das palavras Geometria e Álgebra) recebeu esse nome pela possibilidade de operar com as representações aritméticas, álgebricas e geométricas, conjuntamente. Isso significa que um objeto construído, com o mouse ou digitando sua sintaxe na "Entrada", pode possuir mais de uma representação: geométrica e aritmética ou algébrica.

Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburgo, é o idealizador do projeto do programa e é um de seus principais desenvolvedores, em conjunto com Yves Kreis, da Universidade de Luxemburgo. Os desenvolvedores do GeoGebra permitem que ele seja baixado do site oficial (www.geogebra.org) e instalado em computadores ou em dispositivos móveis, com sistemas operacionais diversos.

Além disso, oferece uma plataforma *online* com mais de 1 milhão de recursos gratuitos, criados por uma comunidade em vários idiomas. Esses recursos podem ser facilmente compartilhados através da plataforma de colaboração GeoGebra Tarefa, onde o progresso dos alunos pode ser monitorado em tempo real. O aplicativo tornou-se o fornecedor líder de *software* dinâmico de matemática, apoiando a Educação em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (STEM) e inovações no ensino e aprendizagem em todo o mundo. O mecanismo matemático do

GeoGebra alimenta centenas de *sites* educacionais em todo o mundo, de diferentes maneiras; desde demonstrações simples até sistemas de avaliação *online* completos.

A interface padrão do GeoGebra, instalado em um computador, ao ser carregado, apresenta uma configuração composta por:

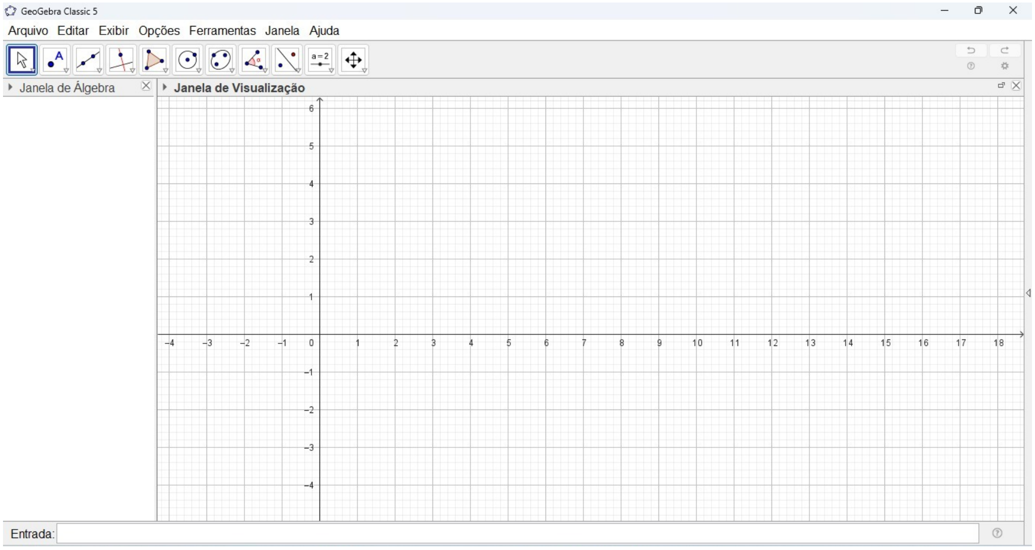

Figura 2.3: Interface do GeoGebra (Criado pelo autor)

- Barra de Menus: disponibiliza opções para salvar o projeto em arquivo (.ggb) e para controlar configurações gerais.

- Barra de Ferramentas: concentra todas as ferramentas úteis para construir pontos, retas, figuras geométricas, obter medidas de objetos construídos, entre outros. Cada ícone dessa barra esconde um menu com outras ferramentas, que podem ser acessados clicando com o mouse em seu canto inferior direito.

- Janela de Álgebra: área em que são exibidas as coordenadas, equações, medidas e outros atributos dos objetos construídos.

- Entrada: campo de texto para digitação de comandos.

- Janela de Visualização: área de visualização gráfica de objetos que possuam representação geométrica e que podem ser desenhados com o mouse, após clicar nos ícones da Barra de Ícones. Vale destacar que as construções exibidas na Janela de Visualização também podem ser realizadas via comandos digitados na Entrada.

- Lista de Comandos: listagem de comandos predefinidos. Entre eles há comandos relacionados aos ícones da Barra de Ferramentas.

Para realizar uma construção, o usúario deve selecionar uma ferramenta na Barra de Ferramentas e clicar na Janela de Visualização ou digitar os valores de entrada, solicitados pelo GeoGebra. Ao concluir uma construção, a ferramenta utilizada continua ativa. Caso o mouse seja clicado na Janela de Visualização, é iniciada uma nova construção de um novo objeto. Para que isso não ocorra, é necessário que, ao término de uma construção, seja selecinonada a ferramenta “Mover”, clicando em seu ícone ou pressionando a tecla “Esc” do teclado.

Nesta pesquisa, apresentaremos uma construção na qual enfatizaremos as ferramentas utilizadas e suas funcionalidades, além dos passos necessários para a construção básica de um modelo.

2.3 Conteúdo Matemático

2.3.1 Função Afim

Uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se **afim**, quando existem constantes $a, b \in \mathbb{R}$, tais que $f(x) = a \cdot x + b$, para $\forall x \in \mathbb{R}$.

O gráfico de uma função **afim** pode ser representado por uma reta. A natureza dessa reta depende da constante a, podendo ser **oblíqua** $(a = 0)$, em relação ao eixo das abscissas (eixo x), **crescente** $(a > 0)$ e **decrescente** $(a < 0)$.

- Exemplo de função afim oblíqua. O gráfico é expresso pela função $f(x) = \frac{3}{4}$.

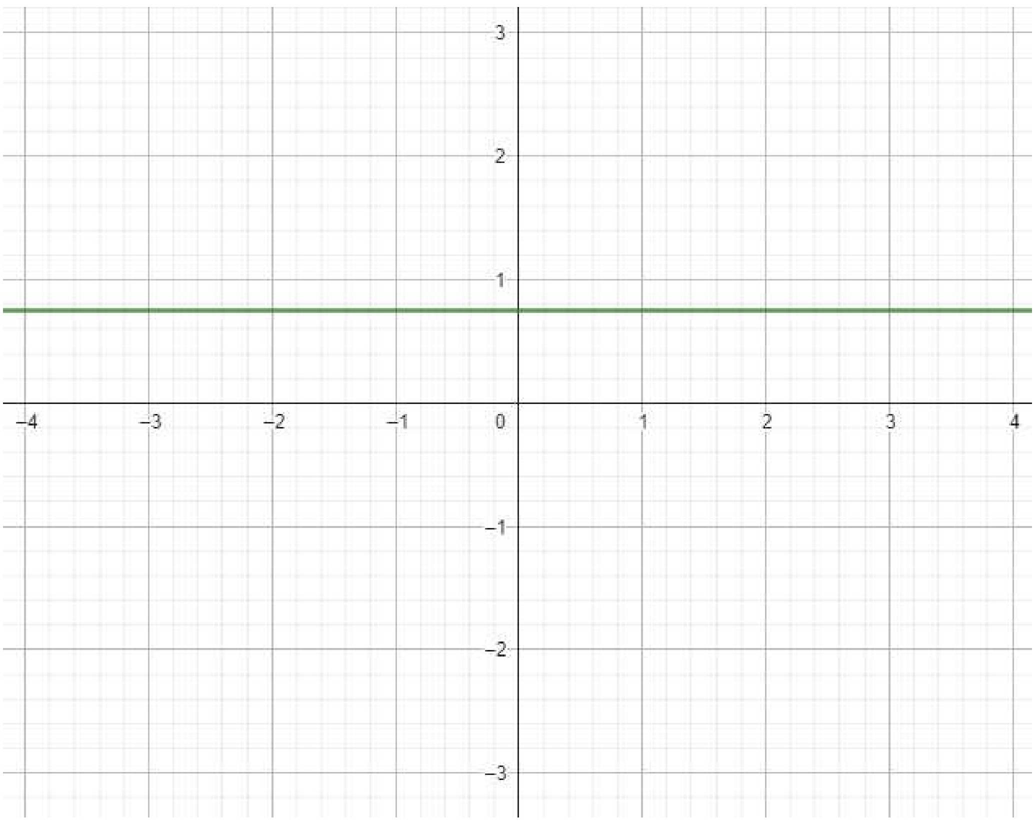

Figura 2.4: Função afim oblíqua (Criado pelo autor, utilizando o software GeoGebra)

- Exemplo de função afim crescente. O gráfico é expresso pela função $f(x) = 2 \cdot x - 1$.

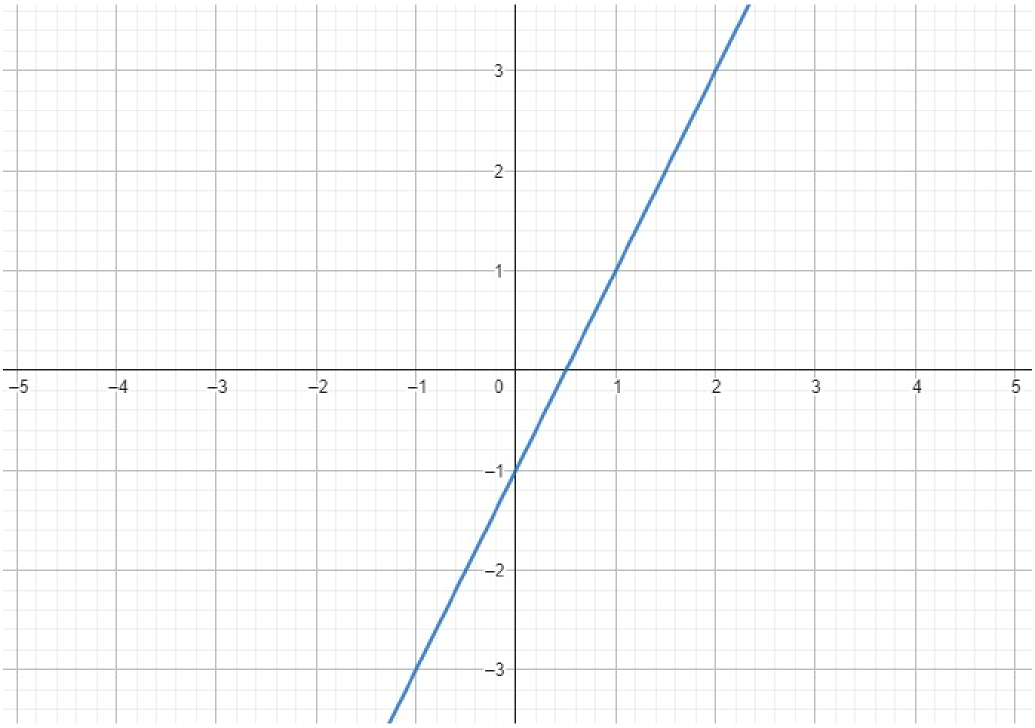

Figura 2.5: Função afim crescente (Criada pelo autor, utilizando o software GeoGebra)

- Exemplo de função afim decrescente. O gráfico é expresso pela função $f(x) = -x$.

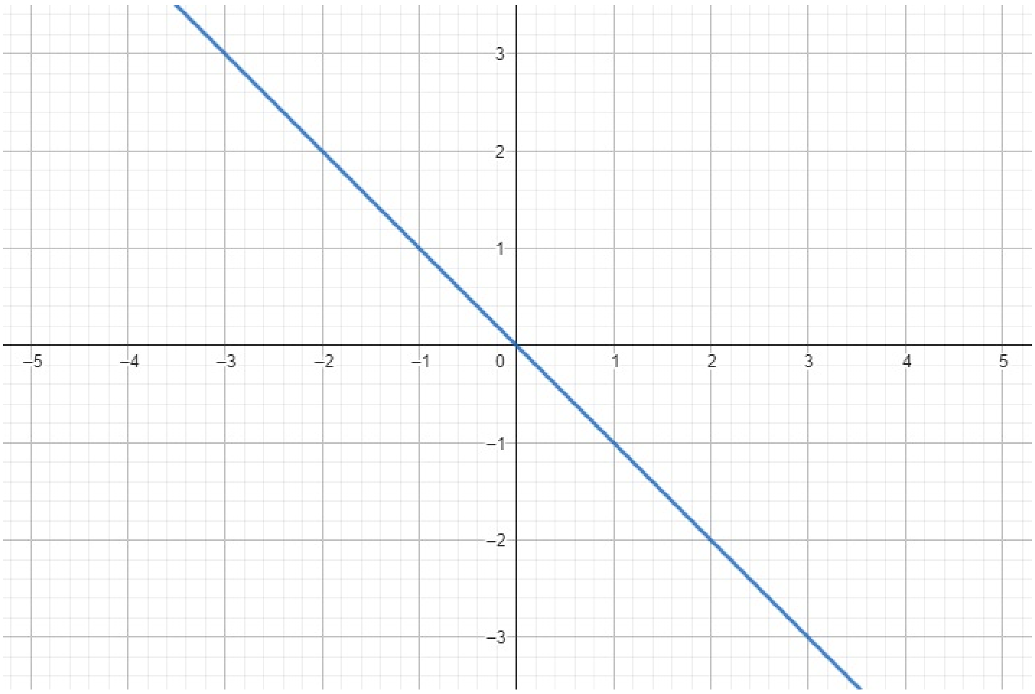

Figura 2.6: Função afim decrescente (Criada pelo autor, utilizando o software GeoGebra)

Raízes, de uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, são os valores de $x \in \mathbb{R}$, tais que $f(x) = 0$. Esse conceito, relacionado a uma função afim, nos mostra o seguinte resultado:

$$f(x) = 0$$
$$a \cdot x + b = 0$$

$$a \cdot x = -b$$
$$x = \frac{-b}{a}$$

Assim, para determinar a raíz de uma função afim, temos que calcular o valor $\frac{-b}{a}$, com $a \neq 0$.

2.3.2 Função definida por mais de uma sentença ou Função definida por partes

Em alguns casos, é necessário mais de uma expressão algébrica para f, para o cálculo da imagem de x, dependendo do intervalo em que o valor x está. Uma função que possui essa característica é denominada **função definida por mais de uma sentença** ou **função definida por partes**. Várias situações do nosso cotidiano empregam funções definida por partes, tais como: valor cobrado em um estacionamento rotativo, valor de um produto quando há promoções na compra de certa quantidade, valores cobrados em corridas de táxi, valor cobrado na contas de energia elétrica residenciais, entre outros.

De maneira algébrica, temos que uma função $f : A \to R$ para $A \subset R$ é dita ser definida por partes, quando particionamos o domínio A em subconjuntos U_i tais que $A = \sum U_i$ e, para cada U_i a função é dada por uma regra diferente.

Como visto anteriormente, as raízes, de uma função $f : \mathbb{A} \to \mathbb{R}$, com $A \subset R$, são os valores de $x \in \mathbb{A}$, tais que $f(x) = 0$. Assim, irá depender de qual expressão algébrica está se definindo (uma função afim, uma função do segundo grau, uma função modular, uma função exponencial, entre outras). No nosso caso, trabalharemos apenas com expressões algébricas de **funções afim**, aplicadas em **funções definidas por mais de uma sentença** ou **funções definidas por partes**.

Um primeiro exemplo seria uma função f, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x, & x \leq -1 \\ x^2, & x > -1 \end{cases}$$

Para determinar o gráfico dessa função, teremos que utilizar suas duas sentenças, ou seja, $f(x) = 1 - x$ e $f(x) = x^2$.

O gráfico de uma **Função definida por mais de uma sentença ou Função definida por partes** irá depender das expressões algébricas que ela possui. O gráfico pode apresentar retas, parábolas, pontos, entre outros.

- Exemplo 1. O gráfico é expresso pela função $f(x) = \begin{cases} 1 - x, & x \leq -1 \\ x^2, & x > -1 \end{cases}$

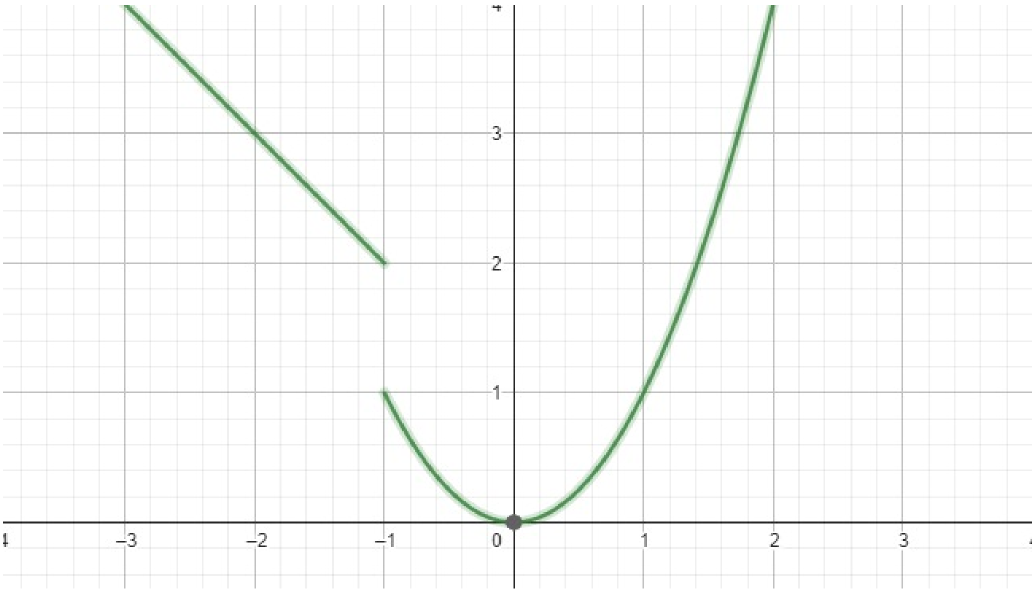

Figura 2.7: Função definida por partes (Criado pelo autor, utilizando o software GeoGebra)

- Exemplo 2. O gráfico é expresso pela função $f(x) = \begin{cases} -x^2+1, & x<0 \\ e^x, & x \geq 0 \end{cases}$

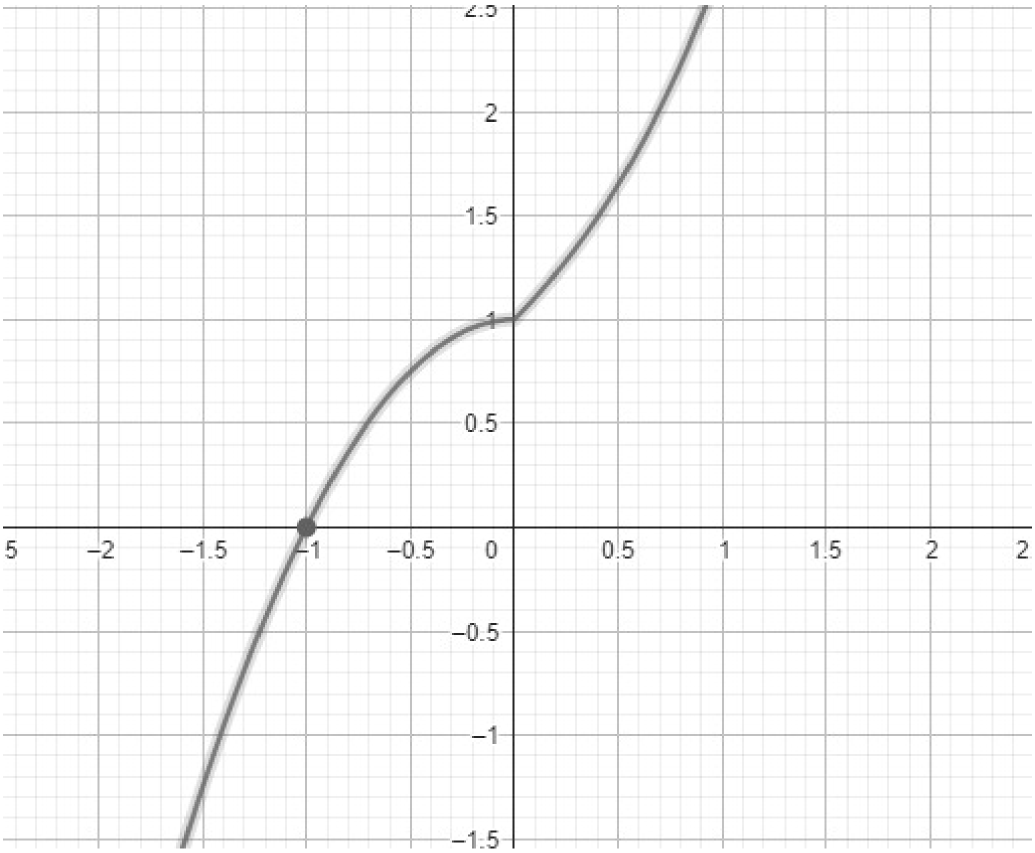

Figura 2.8: Função definida por partes (Criado pelo autor, utilizando o software GeoGebra)

2.3.3 Sobre o ensino de função

As funções, na Educação Básica, são apresentadas por meio de conceitos abstratos que, muitas vezes, ficam perdidos na aprendizagem dos alunos. Segundo Tinoco et. al. (1996), as dificuldades dos alunos em relação à aprendizagem ocorrem também por falta de preparação para a construção de conceitos ao longo dos anos de escolaridade, salientando que os alunos só aprendem o conceito de função quando passam por quatro níveis de compreensão:

- Primeiro Nível – Compreensão Intuitiva (Estabelecimento de leis de formação, construção de tabelas, etc);
- Segundo Nível – Matematização Inicial (Reconhecimento de variáveis dependentes e independentes, interpretação de gráficos cartesianos, etc);
- Terceiro Nível – Abstração (Distinção entre equações e funções, Caracterização de relações funcionais, etc);
- Quarto Nível – Formalização (Domínio, Imagem, Operações com funções, etc).

No Ensino Médio, o estudo das funções inicia-se no 1º ano e tem continuidade no 2º e 3º ano. No entanto, a principal série é o 1º ano, pois é nela em que há o maior aprofundamento no assunto. Nas outras séries, as funções são utilizadas para a resolução de problemas, envolvendo outros assuntos específicos, como na Trigonometria e na Geometria Analítica.

Muitas vezes, a maneira como o conteúdo de Funções é tratado mostra que o objetivo principal está sendo apenas a sua compreensão, deixando os estudantes a mercê de imposições educacionais. Em função disso, a Modelagem Matemática, com o auxilio das Tecnologias Digitais, traz a possibilidade de se criar um ambiente que permite obter situações, que levem à construção intuitiva deste conceito.

De acordo com Chaves (2005), as funções, nas suas diferentes apresentações, como um conjunto de símbolos e de relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real, são modelos matemáticos. Se as funções são modelos, são, portanto, resultados de processos da Modelagem Matemática e surgiram do esforço de pessoas, com interesses afins, para resolver problemas reais.

Seguindo essa linha, o ensino de Matemática tem a responsabilidade de garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de Função e suas aplicações em situações diversas. Através de uma variedade de situações problema, de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar soluções, ajustando seus conhecimentos sobre funções, para construir modelos de interpretação e investigação em Matemática.

3. Metodologia desenvolvida

Este capítulo é dedicado à apresentação da opção metodológica utilizada nesta pesquisa, do contexto do cenário, e de algumas características para a realização deste trabalho.

A metodologia de pesquisa utilizada neste trabalho é a qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Optamos por esse tipo de pesquisa por acreditar que, a partir da construção da questão norteadora deste trabalho, realizamos um estudo de caráter fundamentalmente descritivo e interpretativo. Essa vertente é muito requisitada para as investigações em pesquisas educacionais.

Para a construção dos dados desta pesquisa, utilizamos os seguintes instrumentos:

- notas de campo;
- fotografias (preservando a identidade de possíveis participantes);
- documentos disponíveis (planos de aulas, protocolos de construções no GeoGebra, arquivos do GeoGebra (.ggb), atividade na plataforma GeoGebra.org, relatórios parciais e finais do Programa Residência Pedagógica e apresentações; e,
- registros da aplicação da proposta.

Em cada instrumento se manisfetaram conceitos importantes para o desenvolvimento do trabalho. As notas de campo foram importantes no processo de registro dos acontecimentos; as fotografias, por carregar mensagens subjetivas, expressam características importantes pelo olhar do pesquisador; os registros dos documentos, ao serem analisados de forma atenciosa, revelam as potencialidades da proposta e como estas se apresentam; já os registros, da aplicação da proposta, foram importantes para percebermos as interações com os estudantes, por meio da **Observação Participante**.

De acordo com Vianna (2007), na Observação Participante, o observador é parte dos eventos que estão sendo pesquisados. Essa interação possibilita o acesso a determinados acontecimentos, que seriam privativos a um observador qualquer, colocando o pesquisador que adota tal procedimento em um lugar beneficiado. Também permite a apreciação de atitudes, comportamentos, sentimentos e opiniões, além de poder influenciar o que presencia, por sua condição de participante.

Ao optarmos pela Observação Participante, enquanto procedimento desta pesquisa, nos colocamos em uma perspectiva natural do vivido, estimulamos a troca de saberes da experiência e, além disso, estabelecemos relações para responder à questão norteadora desta pesquisa –

Como se apresentam as propostas educativas de Modelagem Matemática, para a formação em Educação Ambiental, de estudantes do Ensino Médio?

A proposta educativa, que apresentaremos neste trabalho, para as aulas de Matemática do Ensino Médio, com a utilização do *software* GeoGebra, foi desenvolvida em um laboratório de informática de uma escola estadual, da cidade de Uberlândia (MG), em uma turma do 1º ano do Ensino Médio. A turma era composta por cerca de 30 estudantes, sendo a maioria do sexo feminino. A escolha da turma, se deu em função da disponibilidade do professor de Matemática, que ministrava aulas para o 1º ano do Ensino Médio.

A escolha da escola, onde foi aplicada a proposta educativa, se deu pelo motivo de o autor já ter participado, de suas atividades, com o Programa de Residência Pedagógica (PRP). Segundo dados do Censo/2020, as turmas de 1º ano do ensino Médio (11 turmas) têm aulas no período da tarde e noite. De forma geral, é um ambiente de grande espaço físico. Suas instalações contam com 24 salas de aulas, sala de diretoria, sala de professores, laboratório de informática (possui 15 computadores e, apesar da escola ter acesso à internet banda larga, nem todos estavam com acesso a rede de internet, durante a aplicação da atividade), laborarório de ciências, quadra de esportes coberta, quadra de esportes descoberta, cozinha, biblioteca, sala de secretaria, refeitório, despensa, almoxarifado, pátio coberto e área verde. Além disso, possui equipamentos como TV, DVD, antena parabólica, impressora, aparelho de som e projetor multimídia (datashow).

No próximo capítulo, apresentaremos a proposta educativa, elaborada para uma aula de Matemática, sobre funções afim e funções definidas por partes, na perspectiva da Educação Ambiental e da Modelagem Matemática. Discutiremos essa proposta quanto à forma como ela se apresentou, destacando os recursos utilizados no GeoGebra e articulando com as competências e habilidades previstas na BNCC.

4. Resultados e Discussões

Neste capítulo apresentaremos uma proposta educativa, elaborada para uma aula de Matemática sobre funções afim e funções definidas por partes, em uma turma do Ensino Médio, de uma escola pública, na perspectiva da Educação Ambiental e da Modelagem Matemática. Discutiremos essa proposta quanto aos elementos sociais, pedagógicos e tecnológicos, destacando às ferramentas e os recursos utilizados no GeoGebra e articulando com as competências e habilidades previstas na BNCC.

4.1 A proposta educativa: modelando a conta de energia elétrica

A proposta educativa, utilizando Modelagem em Educação Ambiental e o *software* GeoGebra, consistiu em apresentar para uma turma do 1° ano do Ensino Médio, de uma escola pública, um material didático, disponibilizado na plataforma do Geogebra.org (https://www.geogebra.org/classroom/jevcj5qr), com o título **Modelando a conta de energia elétrica (antes de impostos)** por meio de uma construção para auxiliar na discussão do conteúdo de função afim, inspirado em uma proposta de Nunes e Martim (2008).

Utilizando a Modelagem Matemática, a metodologia de trabalho com os TCTs e o *software* GeoGebra esta atividade propôs desenvolver, junto com os estudantes, um estudo sobre como calcular o consumo de energia elétrica residencial e os valores das tarifas, utilizando a tarifa residencial convencional e a tarifa de baixa renda nas bandeiras verdes, amarela e vermelha 1 (antes dos tributos estaduais - ICMS, federais - PIS/COFINS e municipais - CIP).

A atividade foi desenvolvida em etapas:

- A primeira, consistiu nos estudantes encontrarem uma função, a partir das suas contas de energia elétrica, que determine o consumo médio mensal (kWh)[1] em função da potência e do tempo de consumo.

- Em seguida, foi solicitado o preenchimento de uma tabela de consumo de energia, com aparelhos e lâmpadas de alguma residência (nesse caso, pode ser tanto a residência do professor, quanto as residências dos alunos). Neste applet com a tabela, foi feito o cálculo

[1] kWh - quilowatt-hora - quantidade de energia utilizada para alimentar uma carga, com potência de $1000W$, pelo período de uma hora.

do consumo médio mensal, em cada equipamento da residência, e o consumo médio mensal de energia elétrica, em determinado local.

Com isso, objetivamos promover a redução do consumo de energia elétrica a partir da análise dos dados e da conscientização ambiental.

- A terceira etapa consistiu em, por meio do applet da construção do *software* GeoGebra, encontrar o valor gasto com as tarifas convencional e baixa renda (antes da aplicação de impostos) nas bandeiras verde, amarela e vermelha 1; e descobrir os descontos, em porcentagem, para quem utiliza a tarifa baixa renda.
- A quarta etapa consistiu nos estudantes encontrarem uma função, a partir das suas contas de energia elétrica, que determine o valor a ser pago pelo serviço de energia, em função da quantidade de energia consumida por hora em kWh.
- A última etapa consistiu em verificar o desconto, em porcentagem, para aqueles que utilizam a tarifa baixa renda; E, por fim, refletir, traçar planos e possibilidades para reduzir o consumo de energia elétrica nas residências.

4.1.1 Bandeiras tarifárias

De acordo com informações presentes no site da Cemig[2], a conta de luz corresponde aos valores necessários para a compra da energia, os custos da transmissão e da distribuição, além de encargos setoriais e tributos.

Os tributos federais são cobrados de todos mas, o Governo de Minas isenta da cobrança de ICMS (Imposto sobre Operações relativas à Circulação de Mercadorias e sobre Prestações de Serviços de Transporte Interestadual e Intermunicipal e de Comunicação) as unidades consumidoras, classificadas nas subclasses Residencial Baixa Renda, que sejam beneficiárias da Tarifa Social de Energia Elétrica – TSEE e cujo faturamento mensal corresponda ao consumo médio de até 3 kWh (três quilowatts/hora) por dia.

As bandeiras tarifárias são uma forma diferente de apresentar um custo, que hoje já está na conta de energia, mas geralmente não é percebido pelo consumidor. Anteriormente, os custos com compra de energia, pelas distribuidoras, eram incluídos no cálculo das tarifas dessas distribuidoras e repassados aos consumidores até um ano depois de sua ocorrência, quando a tarifa era reajustada.

Com as bandeiras, a sinalização mensal do custo de geração da energia elétrica, que é cobrado do consumidor, passa a constar nas faturas, com acréscimo já no mês da ocorrência do custo adicional com a compra de energia. Essa sinalização dá ao consumidor a oportunidade de adaptar seu consumo, ajudando a evitar um repasse maior posteriormente.

O sistema de bandeiras tarifárias funciona, portanto, como um "semáforo", no qual indica a diferença de custo de geração de energia para os consumidores. A cor das bandeiras tarifárias

[2]https://www.cemig.com.br . Maior empresa integrada do setor de energia elétrica do Brasil que atua nas áreas de geração, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica e ainda na distribuição de gás natural.

é definida pela Agência Nacional de Energia Elétrica (Aneel), de acordo com as condições de geração energética. Elas valem para todo o território nacional, sendo o mesmo valor aplicado para todos os consumidores no país.

Na bandeira verde, que representa condições favoráveis de geração de energia. A tarifa não sofre nenhum acréscimo.

Com a bandeira amarela, que representa a geração em condições menos favoráveis, a tarifa sofrerá acréscimo de R$$1,874$ a cada 100 quilowatt-hora (kWh) consumido (valor informado sem cálculo de impostos).

Na bandeira vermelha – Patamar 1: condições mais custosas de geração. A tarifa sofre acréscimo de R$ $3,971$ para cada 100 quilowatt-hora (kWh) consumido.

Com a bandeira vermelha – Patamar 2: condições ainda mais custosas de geração. A tarifa sofre acréscimo de R$ $9,492$ para cada 100 quilowatt-hora (kWh) consumido.

Por fim, na bandeira escassez hídrica – patamar especial criado por determinação da Câmara de Regras Excepcionais para Gestão Hidroenergética (CREG), para custear, com recursos da bandeira tarifária, os custos excepcionais do acionamento de usinas térmicas e da importação de energia. A tarifa sofre acréscimo de R$ $14,20$ para cada 100 quilowatt-hora (kWh) consumido.

Na proposta de atividade utilizamos informações das tarifas do grupo B, antes de impostos, e de baixa tensão. Além disso, trabalhamos até a bandeira vermelha – Patamar 1. A tarifa da Cemig, apresentada, nas Figuras 4.1 e 4.2, a seguir, vigora de 28 de maio de 2023 até 27 de maio de 2024 e foi definida pela Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL, autarquia em regime especial, vinculada ao Ministério de Minas e Energia, criada para regular o setor elétrico brasileiro.

B1 - RESIDENCIAL BAIXA RENDA	BANDEIRA VERDE - CONSUMO R$/KWH	BANDEIRA AMARELA - CONSUMO R$/KWH	BANDEIRA VERMELHA 1 - CONSUMO R$/KWH
Consumo mensal até 30 kWh (R$/kWh)	0,22405	0,234512	0,246800
Consumo mensal entre 31 até 100 kWh (R$/kWh)	0,3841	0,402034	0,423100
Consumo mensal entre 101 até 220 kWh (R$/kWh)	0,57615	0,603051	0,634650
Consumo mensal superior a 220 kWh (R$/kWh)	0,64018	0,670070	0,705180

Figura 4.1: Tarifas de Baixa Renda (Imagem retirada do site Cemig)

B1- RESIDENCIAL NORMAL	BANDEIRA VERDE - CONSUMO R$/KWH	BANDEIRA AMARELA - CONSUMO R$/KWH	BANDEIRA VERMELHA 1 - CONSUMO R$/KWH
Residencial Normal (Consumo R$/kWh)	0,74906	0,778950	0,814060

Figura 4.2: Tarifas Convencionais (Imagem retirada do site Cemig)

4.1.2 Como é calculado o consumo de energia elétrica?

Na atividade[3], disponibilizada na plataforma GeoGebra.org e no Apêndice deste trabalho, iniciamos com um tópico sobre a análise de contas de energia elétrica. Solicitamos, aos estudantes, que fossem feitas leituras/análises das contas de energia elétrica, de cada aluno, atentando-se aos valores cobrados e a outros itens importantes. Alguns deles eram:

- Valor total a pagar;
- Consumo kWh;
- Tarifa/preço (por kWh);
- Classe e subclasse;
- Bandeira.

Este primeiro momento foi importante para trazer informações e promover reflexões com os seguintes questionamentos:

- Tem algum valor que é fixo e não muda de acordo com o consumo?
- Qual valor está variando, de acordo com a quantidade de energia gasta? O que determina este valor final?
- O que é a unidade de medida kWh?

Além disso, apresentamos informações sobre a taxa mínima, que é um valor mínimo de pagamento da conta, caso ela não atinja um certo consumo de energia.

Na sequência, o questionamento "Como é calculado o consumo de energia elétrica?" é colocado à ribalta. O cálculo do consumo de energia elétrica é diretamente proporcional à POTÊNCIA (W - *watt*) e ao TEMPO (h - *hora*) em que o equipamento fica ligado, ou seja, quanto maior a potência e o tempo de uso, maior será a energia elétrica consumida e, consequentemente, maior será o valor a ser pago por essa energia.

[3] https://www.geogebra.org/classroom/jevcj5qr

Para isto, foram propostas, inicialmente, duas tarefas na plataforma. A primeira, **tarefa 1**, com um exemplo, envolvendo uma situação em que um chuveiro elétrico, de $3500W$ de potência, é utilizado em uma residência, durante 10 minutos por dia. O intuito dessa situação-problema era saber qual será a energia consumida por esse equipamento ao final de um mês de utilização (em kWh - quantidade de energia utilizada para alimentar uma carga, com potência de $1000W$, pelo período de uma hora).

A segunda, **tarefa 2**, com o intuito dos estudantes encontrarem um modelo para o consumo de energia elétrica, considerando W como a energia consumida, P como a potência do equipamento elétrico e t como o tempo de utilização. Como resultado, escreveram a expressão $W = P \cdot t$, qual fornece o cálculo do consumo de energia elétrica em kWh.

4.1.3 Tabela de consumo

Continuando a atividade, outras seis tarefas foram apresentadas.

A terceira, **tarefa 3**, consistiu em uma **Tabela de Consumo**, inserida por meio de um applet de uma construção, que utilizou a ferramenta **Planilha** do GeoGebra, conforme a Figura a seguir.

Tarefa 3

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Descrição	Potência	Dias estimados uso/mês	Média de utilização dia	Gasto mensal	Consumo Médio mensal		
2	Lâmpadas	100	30	5	15000	15		
3	AR-CONDICIONADO 7.500 BTU	1000	30	2	60000	60		
4	CHUVEIRO ELÉTRICO	3500	30	1	105000	105		
5	FOGÃO COMUM	30	30	1	900	0.9		
6	LAVADORA DE ROUPAS	500	12	1	6000	6		
7	COMPUTADOR/	180	30	3	16200	16.2		
8	Secador de cabelo	1400	30	0.16	6720	6.72		
9		50	2	1	100	0.1		
10		50	1	2	100	0.1		
11		50	3	4	600	0.6		
12		50	3	5	750	0.75		
13		50	4	5	1000	1		
14		50	5	5	1250	1.25		
15		50	6	5	1500	1.5		
16		50	7	5	1750	1.75		
17		50	8	5	2000	2		
18		50	9	5	2250	2.25		
19						221.12		
20								

Figura 4.3: Tabela de Consumo (Tarefa disponibilizada aos estudantes na plataforma GeoGebra)

Nessa etapa, os estudantes preencheram a tabela disponibilizada. Em "descrição" foram preenchidos os equipamentos que fazem uso de energia elétrica da residência. Além da "descrição", foi necessário o preenchimento da potência de cada aparelho, em W (quantidade de energia concedida, por uma fonte, a cada unidade de tempo), da quantidade de dias de utilização no mês e do tempo médio de utilização no dia. Com esses dados, a última coluna forneceu o consumo médio mensal de cada equipamento, em kWh, e, ao final, o somatório dos consumos. É importante destacar que neste momento foi tratado a questão de que $1kW = 1000W$.

4.1.4 Modelo x Bandeiras

Após serem discutidas questões sobre as tarifas de energia elétrica - bandeiras tarifárias, apresentamos as tarefas 4, 5, 6, 7 e 8.

A quarta, **tarefa 4**, objetivou encontrar um modelo para a função tarifa convencional (bandeira verde), considerando W a energia consumida e que a taxa convencional, na bandeira verde, é de $0,74906$. Os estudantes tiveram que escrever a expressão que fornece o valor da tarifa convencional.

Já na quinta, **tarefa 5**, objetivou-se encontrar um modelo para a função tarifa baixa renda (bandeira verde), considerando W a energia consumida e as tarifas baixa renda, na bandeira verde, apresentadas na tabela. Assim como na anterior, os estudantes deveriam escrever a expressão que forneceria o valor da tarifa baixa renda.

Na sexta, **tarefa 6**, foi apresentado um gráfico, inserido por meio de um applet de uma construção, que utilizou as ferramentas da **Janela de Visualização** do GeoGebra, conforme a Figura a seguir.

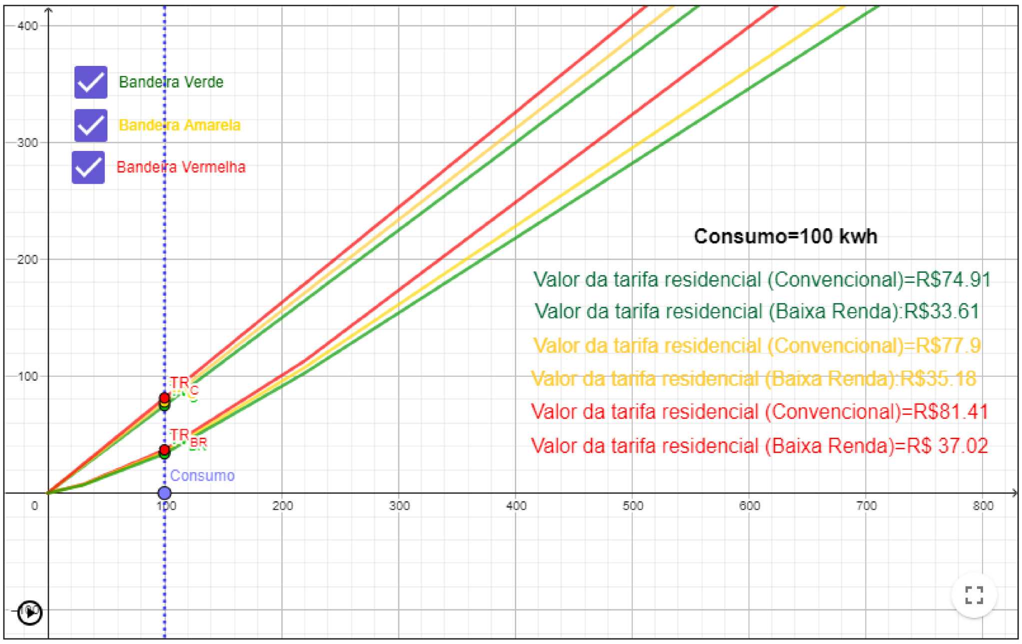

Figura 4.4: Gráficos das Bandeiras Tarifárias (Tarefa disponibilizada aos estudantes na plataforma GeoGebra)

Nesta proposta os estudantes tiveram a possiblidade de movimentar o ponto "Consumo" até o valor do consumo da sua residência, obtido em kWh. O intuito dessa etapa é que seja possível acompanhar o valor das tarifas residenciais, nas 3 primeiras bandeiras tarifárias, e perceber que a função tarifa baixa renda é a mais econômica, para quem consome menos energia, e à medida que se consome mais energia, a diferença entre a tarifa convencional fica menor.

Vale ressaltar que tentamos fazer com que os dois applets, das tarefas 3 e 6, se comunicassem, de modo que após o cálculo, do consumo médio final, do primeiro applet, o valor já aparecesse em **Consumo**, do segundo applet. No entanto, este procedimento não foi possível devido a algumas limitações para realizar essa integração com programação.

A sétima, **tarefa 7**, objetivou encontrar o valor da tarifa residencial convencional para o consumo, dos estudantes, na bandeira verde. Além disso, é solicitado, também, o mesmo valor na tarifa residencial baixa renda e o desconto, em porcentagem, para quem utiliza a tarifa baixa renda.

Por fim, a oitava, **tarefa 8**, consistiu na determinação do valor da tarifa residencial convencional, da tarifa residencial baixa renda e do desconto, em porcentagem, para quem utiliza a tarifa baixa renda, para o consumo de $35kWh$, na bandeira verde.

Visando essas atividades propostas, foi disponibilizado tempo para que os estudantes refletissem sobre o que foi aprendido. A pergunta norteadora para essa etapa foi: Quais aparelhos são os mais responsáveis pelo gasto de energia elétrica e qual o valor médio mensal, pago pelos seus usos? Verifique possibilidades para reduzir o consumo de energia elétrica na sua residência.

4.2 ENCONTRANDO UM MODELO

Nesta seção apresentaremos um modelo matemático para a função tarifa convencional e tarifa baixa renda nas bandeiras verde, amarela e vermelha.

Utilizaremos uma variável que representará o número de kWh consumidos, representada por "q", e uma variável que representará o valor da tarifa, denominada por "$V(q)$".

1. Modelando a função tarifa convencional, na Bandeira Verde

    - Para qualquer consumo:

$$
\begin{aligned}
&V(0) = 0.74906 \cdot 0\\
&V(1) = 0.74906 \cdot 1\\
&V(2) = 0.74906 \cdot 2\\
&\vdots\\
&V(220) = 0.74906 \cdot 220\\
&V(q) = 0.74906 \cdot q
\end{aligned}
$$

2. Modelando a função tarifa convencional, na Bandeira Amarela

    - Para qualquer consumo:

$$
\begin{aligned}
&V(0) = 0.778950 \cdot 0\\
&V(1) = 0.778950 \cdot 1\\
&V(2) = 0.778950 \cdot 2\\
&\vdots\\
&V(220) = 0.778950 \cdot 220\\
&V(q) = 0.778950 \cdot q
\end{aligned}
$$

3. Modelando a função tarifa, convencional, na Bandeira Vermelha

- Para qualquer consumo:

$$
\begin{aligned}
&V(0) = 0.814060 \cdot 0\\
&V(1) = 0.814060 \cdot 1\\
&V(2) = 0.814060 \cdot 2\\
&\vdots\\
&V(220) = 0.814060 \cdot 220\\
&V(q) = 0.814060 \cdot q
\end{aligned}
$$

4. Modelando a função tarifa de baixa renda, na Bandeira Verde

- Para o consumo de até $30kWh$:

$$
\begin{aligned}
&V(0) = 0,22405 \cdot 0\\
&V(1) = 0,22405 \cdot 1\\
&V(2) = 0,22405 \cdot 2\\
&\vdots\\
&V(30) = 0,22405 \cdot 30\\
&V(q) = 0,22405 \cdot q
\end{aligned}
$$

- Para o consumo na faixa de $30kWh < q \leq 100kWh$:

$$
\begin{aligned}
&V(31) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot (31 - 30)\\
&V(32) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot (32 - 30)\\
&V(33) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot (33 - 30)\\
&\vdots\\
&V(100) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot (100 - 30)\\
&V(q) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot (q - 30)\\
&V(q) = 6,7215 + 0,3841 \cdot q - 11,523\\
&V(q) = 0,3841 \cdot q - 4,8015
\end{aligned}
$$

- Para o consumo na faixa de $100kWh < q \leq 220kWh$:

$$
\begin{aligned}
&V(101) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot 70 + 0,57615 \cdot (101 - 100)\\
&V(102) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot 70 + 0,57615 \cdot (102 - 100)\\
&V(103) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot 70 + 0,57615 \cdot (103 - 100)\\
&\vdots\\
&V(220) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot 70 + 0,57615 \cdot (220 - 100)\\
&V(q) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot 70 + 0,57615 \cdot (q - 100)\\
&V(q) = 6,7215 + 26,887 + 0,57615 \cdot q - 57,615\\
&V(q) = 0,57615 \cdot q - 24,0065
\end{aligned}
$$

- Para o consumo na faixa de $q > 220kWh$:

$V(221) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot 70 + 0,57615 \cdot 120 + 0,64018 \cdot (221 - 220)$
$V(222) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot 70 + 0,57615 \cdot 120 + 0,64018 \cdot (222 - 220)$
$V(223) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot 70 + 0,57615 \cdot 120 + 0,64018 \cdot (223 - 220)$
$\vdots$
$V(q) = 0,22405 \cdot 30 + 0,3841 \cdot 70 + 0,57615 \cdot 120 + 0,64018 \cdot (q - 220)$
$V(q) = 6,7215 + 26,887 + 69,138 + 0,64018 \cdot q - 140,8396$
$V(q) = 0,64018 \cdot q - 38,0931$

5. Modelando a função tarifa de baixa renda, na Bandeira Amarela

- Para o consumo de até $30kWh$:

$V(0) = 0,234512 \cdot 0$
$V(1) = 0,234512 \cdot 1$
$V(2) = 0,234512 \cdot 2$
$\vdots$
$V(30) = 0,234512 \cdot 30$
$V(q) = 0,234512 \cdot q$

- Para o consumo na faixa de $30kWh < q \leq 100kWh$:

$V(31) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot (31 - 30)$
$V(32) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot (32 - 30)$
$V(33) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot (33 - 30)$
$\vdots$
$V(100) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot (100 - 30)$
$V(q) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot (q - 30)$
$V(q) = 7,03536 + 0,402034 \cdot q - 12,06102$
$V(q) = 0,402034 \cdot q - 5,02566$

- Para o consumo na faixa de $100kWh < q \leq 220kWh$:

$V(101) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot 70 + 0,603051 \cdot (101 - 100)$
$V(102) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot 70 + 0,603051 \cdot (102 - 100)$
$V(103) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot 70 + 0,603051 \cdot (103 - 100)$
$\vdots$
$V(220) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot 70 + 0,603051 \cdot (220 - 100)$
$V(q) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot 70 + 0,603051 \cdot (q - 100)$
$V(q) = 7,03536 + 28,14238 + 0,603051 \cdot q - 60,3051$
$V(q) = 0,603051 \cdot q - 25,1273$

- Para o consumo na faixa de $q > 220kWh$:

$$V(221) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot 70 + 0,603051 \cdot 120 + 0,670070 \cdot (221 - 220)$$
$$V(222) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot 70 + 0,603051 \cdot 120 + 0,670070 \cdot (222 - 220)$$
$$V(223) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot 70 + 0,603051 \cdot 120 + 0,670070 \cdot (223 - 220)$$
$$\vdots$$
$$V(q) = 0,234512 \cdot 30 + 0,402034 \cdot 70 + 0,603051 \cdot 120 + 0,670070 \cdot (q - 220)$$
$$V(q) = 7,0353628,14238 + 72,26612 + 0,670070 \cdot q - 147,4154$$
$$V(q) = 0,670070 \cdot q - 39,87154$$

6. Modelando a função tarifa de baixa renda, na Bandeira Vermelha

- Para o consumo de até $30kWh$:

$$V(0) = 0,246800 \cdot 0$$
$$V(1) = 0,246800 \cdot 1$$
$$V(2) = 0,246800 \cdot 2$$
$$\vdots$$
$$V(30) = 0,246800 \cdot 30$$
$$V(q) = 0,246800 \cdot q$$

- Para o consumo na faixa de $30kWh < q \leq 100kWh$:

$$V(31) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot (31 - 30)$$
$$V(32) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot (32 - 30)$$
$$V(33) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot (33 - 30)$$
$$\vdots$$
$$V(100) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot (100 - 30)$$
$$V(q) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot (q - 30)$$
$$V(q) = 7,404 + 0,423100 \cdot q - 12,693$$
$$V(q) = 0,634650 \cdot q - 26,444$$

- Para o consumo na faixa de $100kWh < q \leq 220kWh$:

$$V(101) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot 70 + 0,634650 \cdot (101 - 100)$$
$$V(102) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot 70 + 0,634650 \cdot (102 - 100)$$
$$V(103) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot 70 + 0,634650 \cdot (103 - 100)$$
$$\vdots$$
$$V(220) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot 70 + 0,634650 \cdot (220 - 100)$$
$$V(q) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot 70 + 0,634650 \cdot (q - 100)$$
$$V(q) = 7,404 + 29,617 + 0,634650 \cdot q - 63,4650$$
$$V(q) = 0,634650 \cdot q - 26,444$$

- Para o consumo na faixa de $q > 220kWh$:

$$
\begin{aligned}
&V(221) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot 70 + 0,634650 \cdot 120 + 0,705180 \cdot (221 - 220)\\
&V(222) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot 70 + 0,634650 \cdot 120 + 0,705180 \cdot (222 - 220)\\
&V(223) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot 70 + 0,634650 \cdot 120 + 0,705180 \cdot (223 - 220)\\
&\vdots\\
&V(q) = 0,246800 \cdot 30 + 0,423100 \cdot 70 + 0,634650 \cdot 120 + 0,705180 \cdot (q - 220)\\
&V(q) = 7,404 + 29,617 + 76,158 + 0,705180 \cdot q - 165,396\\
&V(q) = 0,705180 \cdot q - 41,9606
\end{aligned}
$$

Os modelos encontrados têm a pretensão de representar, por intermédio da linguagem matemática, uma situação-problema do meio em que vivemos, tentando compreender melhor as tarifas de energia elétrica residencial baixa renda e convencional nas diferentes bandeiras.

Com isso, podemos montar algumas tabelas, para cada bandeira, onde mostraremos o consumo, os valores das tarifas e os descontos, em porcentagem (uma medida de razão, com base 100), aplicados a essas tarifas. O desconto é calculado pela fórmula:

$$\left(1 - \frac{T_{BR}}{T_C}\right) \cdot 100,$$

onde T_{BR} representa os valores das tarifas de Baixa Renda e T_C representa os valores das tarifas Convencionais. Assim, segue-se:

Tabela 4.1: Bandeira Verde

Consumo (kWh)	Tarifas Baixa Renda ($R\$$)	Tarifas Convencionais ($R\$$)	Desconto (%)
30	6,7215	22,4718	70,08918
100	33,6085	74,906	55,13243
220	102,7465	164,7932	37,65125
300	153,9609	224,718	31,48706

Tabela 4.2: Bandeira Amarela

Consumo (kWh)	Tarifas Baixa Renda ($R\$$)	Tarifas Convencionais ($R\$$)	Desconto (%)
30	7,0353	23,3685	69,89408
100	35,2083	77,895	54, 8002
220	107,5438	171,369	37,2443
300	161,1494	233,685	31,03987

Tabela 4.3: Bandeira Vermelha

Consumo (kWh)	Tarifas Baixa Renda ($R\$$)	Tarifas Convencionais ($R\$$)	Desconto (%)
30	7,404	24,4218	69,68282
100	37,021	81,406	54,5230
220	113,179	179,0932	36,80441
300	169,5934	244,218	30,55655

Vemos que nas primeiras colunas, das tabelas, estão descritos os consumos, em kWh, para as três Bandeiras Tarifárias. Nas segundas e terceiras colunas, temos as tarifas, em $R\$$, para as residências que se enquadram em Baixa Renda e em Convencionais. Já nas últimas colunas, são apresentados os descontos, aplicados da forma que foi descrita acima. Vale ressaltar que esses valores são aplicados em residências. Ao completar-se os quadros mostra-se o descontos em porcentagem para quem utiliza a tarifa baixa renda.

4.3 Construção do modelo relacionado a conta de energia elétrica

Nesta seção, apresentamos uma breve abordagem do *software* GeoGebra, apresentando sua interface e algumas funcionalidades, relacionadas aos passos necessários para a construção básica do modelo relacionado a conta de energia elétrica. No apêndice disponibilizamos o roteiro completo da construção.

A **Entrada** do GeoGebra é um campo de texto para digitação de comandos. No campo de Entrada, definimos $Consumo = Ponto\ (EixoX)$. Na sequência, definimos $a = x\ (Consumo)$, ou seja, a abscissa do ponto deve estar sobre o eixo x. É importante ressaltar que toda construção foi elaborada no primeiro quadrante ($a > 0$).

Para modelar as funções das tarifas Convencionais, nas bandeiras de cores verde, amarelo e vermelho, utilizamos o comando predefinido **Se** de uma listagem.

O condicional Se[<Condição>, <Então>] é um comando que realiza um teste lógico de uma expressão: <Condição>. Caso o teste retorne um valor verdadeiro, é executada a segunda parte do comando: <Então>. Em uma sintaxe mais completa, o comando **Se** possui três parâmetros: Se[<Condição>, <Então>, <Senão>] Caso o valor de <Condição> seja verdadeiro é executada a expressão <Então>. Se a <Condição> for falsa, é executada a expressão <Senão>.

Visando essa funcionalidade, o comando **Se** pode, ainda, ser utilizado para construir funções definidas por partes. Nesta construção utilizamos:

$$V_C(a) = \text{Se }(a > 0, 0.74906a)$$
$$A_C(a) = \text{Se }(a > 0, 0.778950a)$$
$$R_C(a) = \text{Se }(a > 0, 0.814060a)$$

Podemos ver tais funções na seguinte imagem:

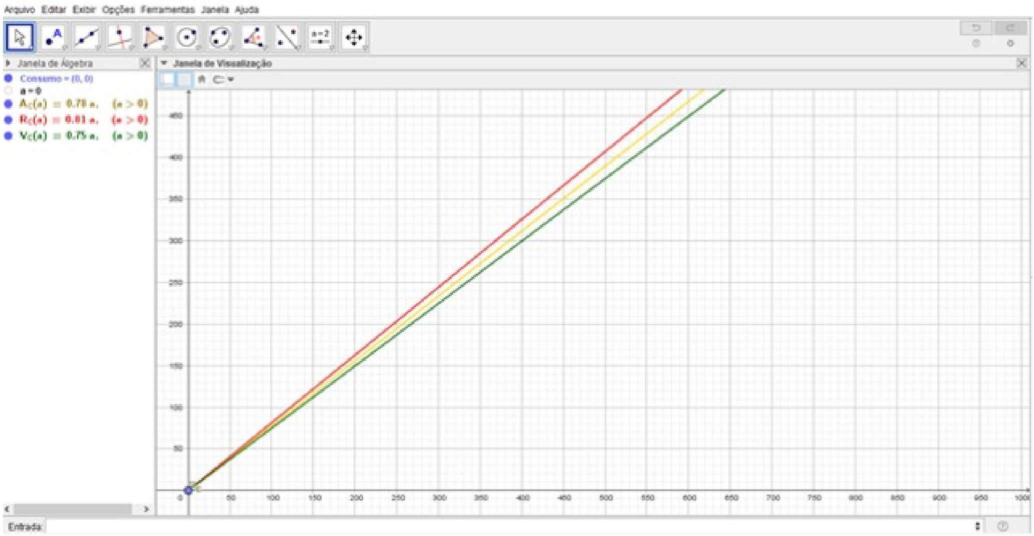

Figura 4.5: Funções das Tarifas Convencionais (Criada pelo autor, utilizando o software GeoGebra)

Para modelar as funções das tarifas de Baixa Renda, nas bandeiras de cores verde, amarelo e vermelho, também utilizamos o comando **Se** quatro vezes, sendo um para cada faixa de Kw, em cada bandeira.

Na bandeira verde, temos: $p(x) =$ Se $(0 \leq x \leq 30, 0.22405x,$ Se $(30 < x \leq 100, 0.3841x - 4.8015,$ Se $(100 < x \leq 220, 0.57615x - 24.0065,$ Se $(x > 220, 0.64018x - 38.0931))))$

Na bandeira amarela, temos: $h(x) =$ Se $(0 \leq x \leq 30, 0.234512x,$ Se $(30 < x \leq 100, 0.402034x - 5.02566,$ Se $(100 < x \leq 220, 0.603051x - 25.12736,$ Se $(x > 220, 0.670070x - 39.87154))))$

Por fim, na bandeira vermelha, temos: $f(x) =$ Se $(0 \leq x \leq 30, 0.246800x,$ Se $(30 < x \leq 100, 0.423100x - 5.289,$ Se $(100 < x \leq 220, 0.634650x - 26.444,$ Se $(x > 220, 0.75180x - 52.217))))$

Essas funções são apresentadas na seguinte imagem:

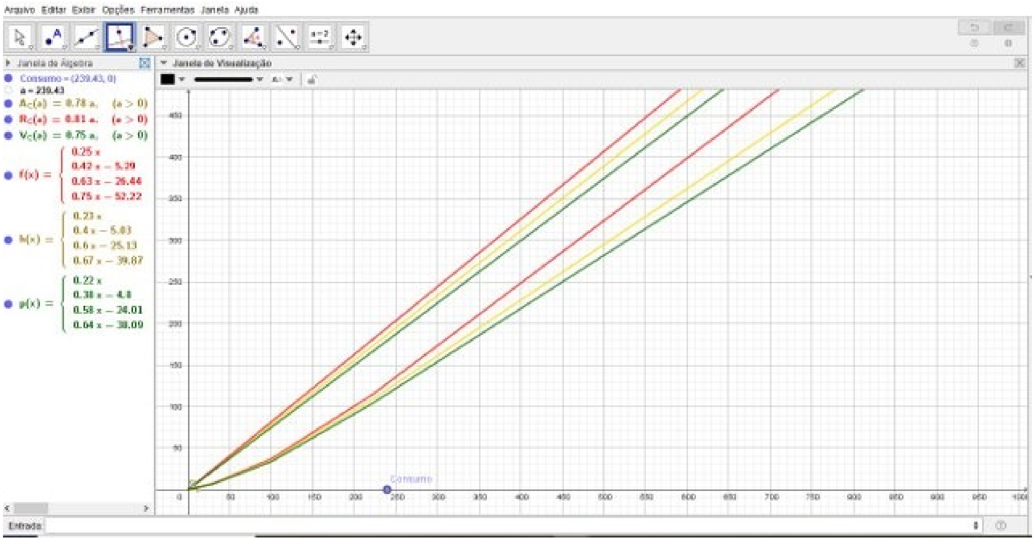

Figura 4.6: Funções das Tarifas de Baixa Renda (Criada pelo autor, utilizando o software GeoGebra)

Outra ferramenta utilizada, na construção, foi a **Reta Perpendicular**. Com a utilização da ferramenta **Reta Perpendicular**, podemos construir retas perpendiculares a uma reta, a uma semirreta, a um segmento e a um vetor. Para construir uma reta perpendicular a uma reta, basta clicar na ferramenta **Reta Perpendicular** e, em seguida, clicar na reta. Por último, deve-se clicar em um ponto sobre a reta ou um não pertencente a ela.

No caso da nossa construção, a reta desejada passa pelo ponto $Consumo$ e é perpendicular ao eixo x.

O GeoGebra, apesar de possuir ferramentas acessíveis e de fácil uso, ele também permite a utilização de comandos por meio da linha de **Entrada**. Assim, o processo realizado, utilizando a ferramenta **Reta Perpendicular**, poderia ser feito utilizando o comando **Perpendicular** $(Consumo, EixoX)$, no campo de **Entrada**.

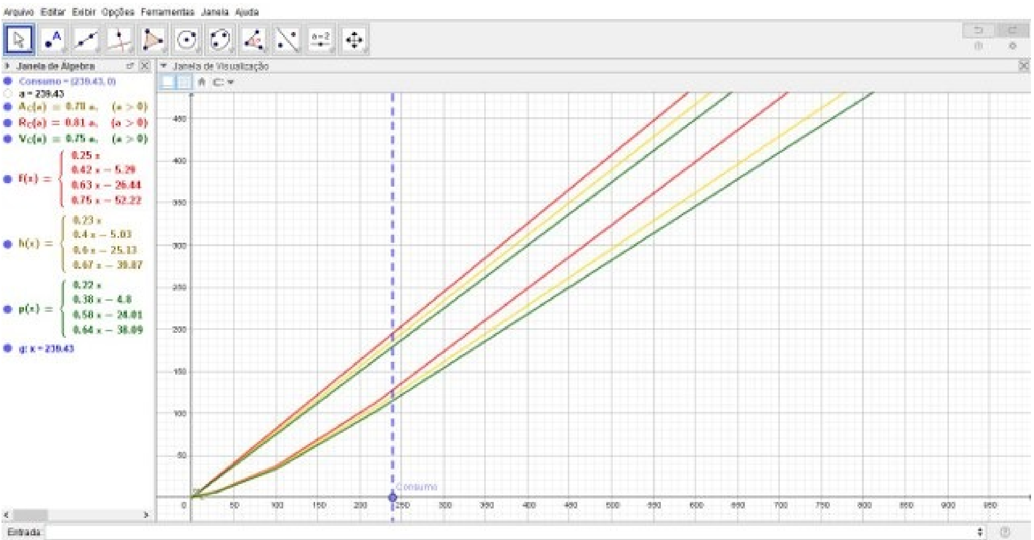

Figura 4.7: Reta Perpendicular (Criada pelo autor, utilizando o software GeoGebra)

Para encontrar o valor das tarifas Convencionais, cobrados (antes dos impostos) em cada bandeira por kw, é necessário obter as intercessões da reta perpendicular, que encontramos anteriormente, com as retas $V_C(a)$, $A_C(a)$, $R_C(a)$. Para isto, utilizamos a ferramenta **Interseção de dois objetos**, produzindo os pontos TV_C, TA_C e TR_C, respectivamente.

A ferramenta **Interseção de dois objetos** cria um ponto fixo, que pertence aos dois objetos ao mesmo tempo. Nos casos em que a interseção é um conjunto, que contém mais de um ponto, apenas um ponto será criado. Para utilizar essa ferramenta, basta selecioná-la e, em seguida, selecionar os dois objetos que serão utilizados.

Neste processo de selecionar as retas, para encontrar os pontos de intersessões, recomendamos que as retas $V_C(a)$, $A_C(a)$ e $R_C(a)$ sejam selecionadas, pela **Janela de Álgebra**, para evitar seleções equivocadas, pela **Janela de Visualização**.

É possível ver esse passo na seguinte imagem:

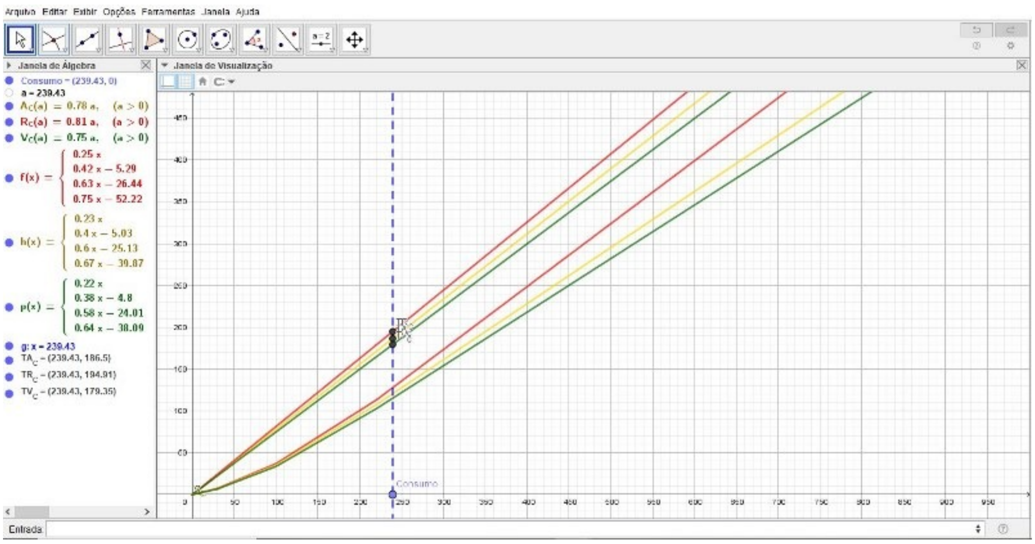

Figura 4.8: Intercessões da reta perpendicular (Criada pelo autor, utilizando o software GeoGebra)

De modo análogo, para encontrar o valor das tarifas de Baixa Renda, cobrados (antes dos impostos) em cada bandeira por Kw, é necessário obter as intersessões da reta perpendicular, que encontramos anteriormente, com as funções $p(x)$, $h(x)$, $f(x)$. Para isto, utilizamos a ferramenta **Interseção de dois objetos**, produzindo os pontos TV_{BR}, TA_{BR} e TR_{BR}, respectivamente. Como se segue:

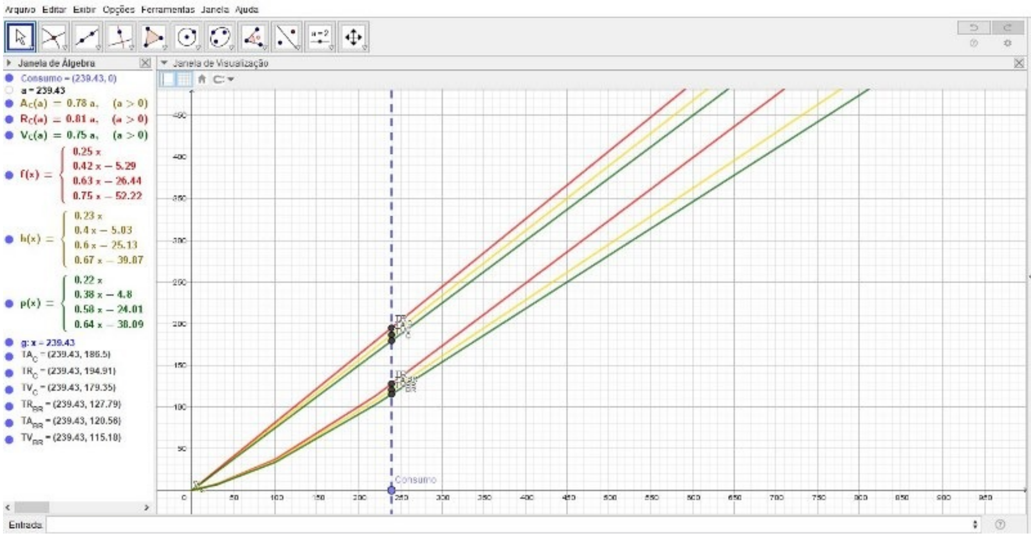

Figura 4.9: Intercessões da reta perpendicular (Criada pelo autor, utilizando o software GeoGebra)

Outra ferramenta utilizada nesta construção foi a ferramenta **Texto**, que permite a criação de um texto para ser exibido na Janela de Visualização, a partir da posição selecionada.

Com objetivo de deixar em evidência o valor do $Consumo$, optamos por digitar $Consumo = a$ (o “a” foi selecionado em **Objetos**, para o texto ser atualizado ao modificarmos o $Consumo$). Trata-se de um **Texto Dinâmico**, onde o estudante visualiza determinada informação diretamente na **Janela de Visualização**, de forma dinâmica, com atualização de valores. Os textos dinâmicos mesclam diversos símbolos matemáticos e variáveis, que podem ser alterados pelo usuário.

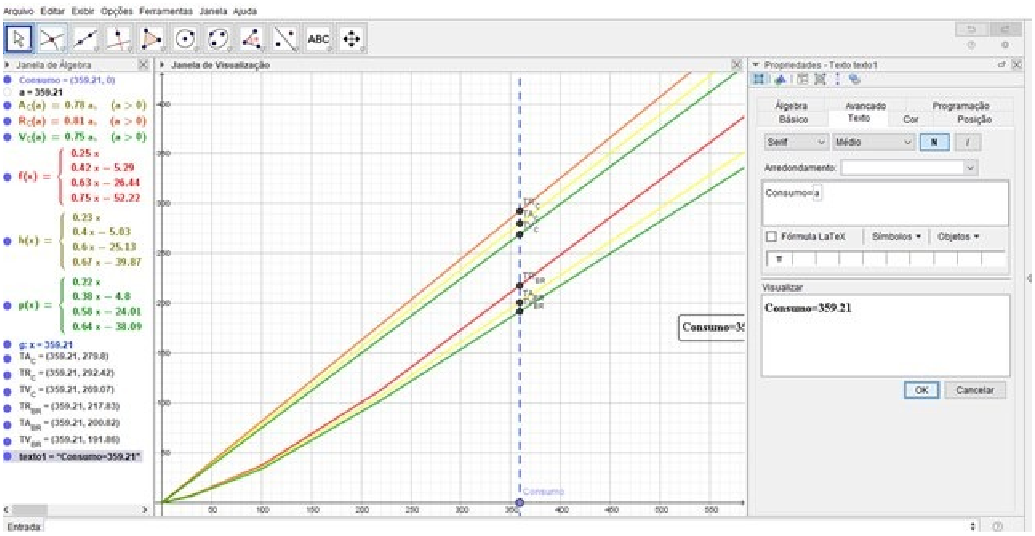

Figura 4.10: Texto Dinâmico (Criada pelo autor, utilizando o software GeoGebra)

Definimos, também, os seguintes números (eles irão aparecer apenas na **Janela de Álgebra**):

- $b = V_C(a)$
- $c = A_C(a)$
- $d = R_C(a)$
- e= Se $(0 \leq a \leq 30, 0.22405a$, Se $(30 < a \leq 100, 0.3841a - 4.8015$, Se $(100 < a \leq 220, 0.57615a - 24.0065$, Se $(a > 220, 0.64018a - 38.0931))))$
- i = Se $(0 \leq a \leq 30, 0.234512a$, Se $(30 < a \leq 100, 0.402034a - 5.02566$, Se $(100 < a \leq 220, 0.603051a - 25.12736$, Se $(a > 220, 0.670070a - 39.87154))))$
- j = Se $(0 \leq a \leq 30, 0.246800a$, Se $(30 < a \leq 100, 0.423100a - 5.289$, Se $(100 < a \leq 220, 0.634650a - 26.444$, Se $(a > 220, 0.75180a - 52.217))))$

Novamente, com a ferramenta **Texto** habilitada, digitamos, para as bandeiras verde, amarelo e vermelho, respectivamente:

- Bandeira Verde:

Valor da tarifa residencial (Convencional)=R\$$b$ (o "b" foi selecionado em "Objetos");
Valor da tarifa residencial (Baixa Renda)=R\$$e$ (o "e" deve ser selecionado em "Objetos").

- Bandeira Amarela:

Valor da tarifa residencial (Convencional)= R\$$c$ (o "c" deve ser selecionado em "Objetos").
Valor da tarifa residencial (Baixa Renda)= R\$$i$ (o "i" deve ser selecionado em "Objetos").

- Bandeira Vermelha:

Valor da tarifa residencial (Convencional)=R\$$d$ (o "d" deve ser selecionado em "Objetos").
Valor da tarifa residencial (Baixa Renda)=R\$$j$ (o "j" deve ser selecionado em "Objetos").

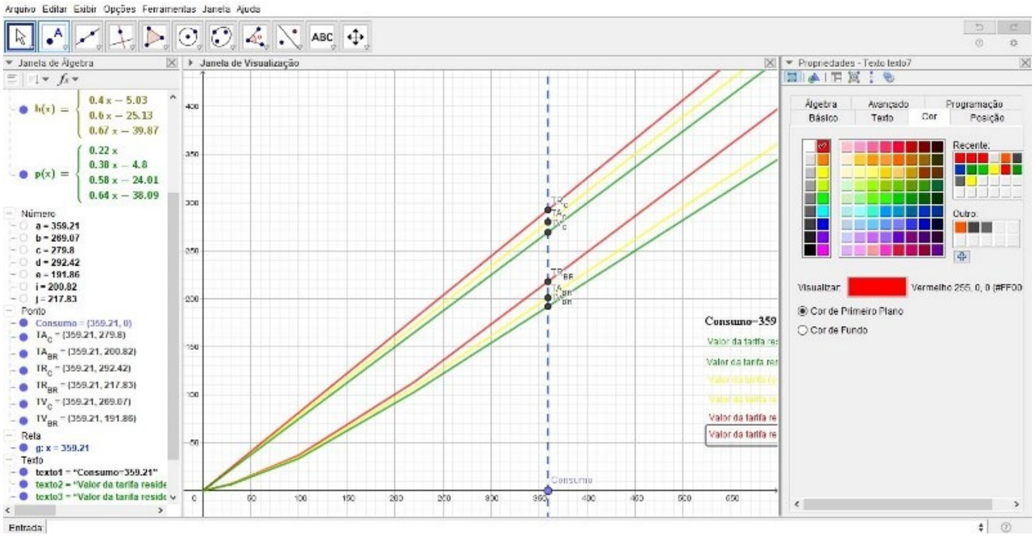

Figura 4.11: Texto Dinâmico (Criada pelo autor, utilizando o *software* GeoGebra)

Além disso, outro recurso utilizado foi a ferramenta **Caixa para Exibir/Esconder Objetos**. Essa ferramenta cria um ambiente onde é possível selecionar quais objetos serão exibidos ou não na Janela de Visualização. Basta selecionar a ferramente e, em seguida, selecionar quais objetos estarão nesse ambiente.

Assim, ao fazer uma caixa para a "Bandeira Verde" selecionamos os objetos relacionados a esta bandeira. O mesmo processo foi realizado para as outras bandeiras (amarela e vermelha).

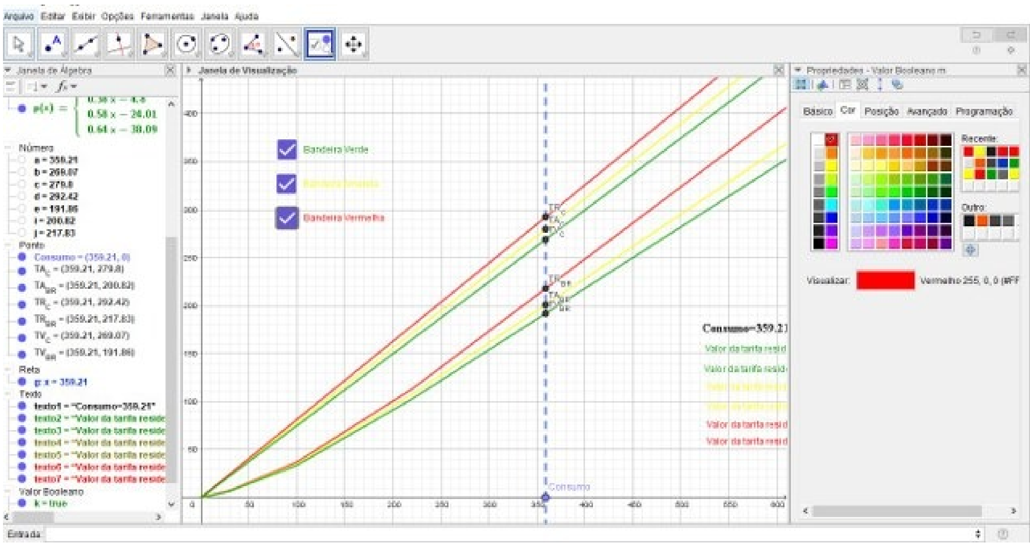

Figura 4.12: Caixa para Exibir/Esconder Objetos (Criada pelo autor, utilizando o *software* GeoGebra)

Existe, ainda, a possibilidade de fazer aparecer exclusivamente os elementos relacionados à uma bandeira específica, quando selecionada a sua caixa. Este processo está descrito no roteiro, que está no Anexo disponibilizado. Foram utilizadas as propriedades do **valor booleano** (o usuário pode usar as Variáveis Booleanas "verdadeiro" e "falso", no GeoGebra, digitando, por exemplo, "a = true" ou "b = false", no Campo de Entrada e pressionar a tecla Enter) e, por meio da **Programação** desses valores, podem ser utilizados comandos como

$$k = true \quad l = false \quad m = false, \text{ para a bandeira verde;}$$
$$k = false \quad l = true \quad m = false, \text{ para a bandeira amarela; e,}$$
$$k = false \quad l = false \quad m = true, \text{ para a bandeira vermelha.}$$

Optamos por não realizar tal procedimento, visto que, ao aparecer de forma simultânea, o estudante poderá fazer comparações entre as três bandeiras (valores, descontos, entre outros). Achamos interessante deixar indicado esta possibilidade no roteiro.

Nossa Janela de Álgebra ficou dessa forma:

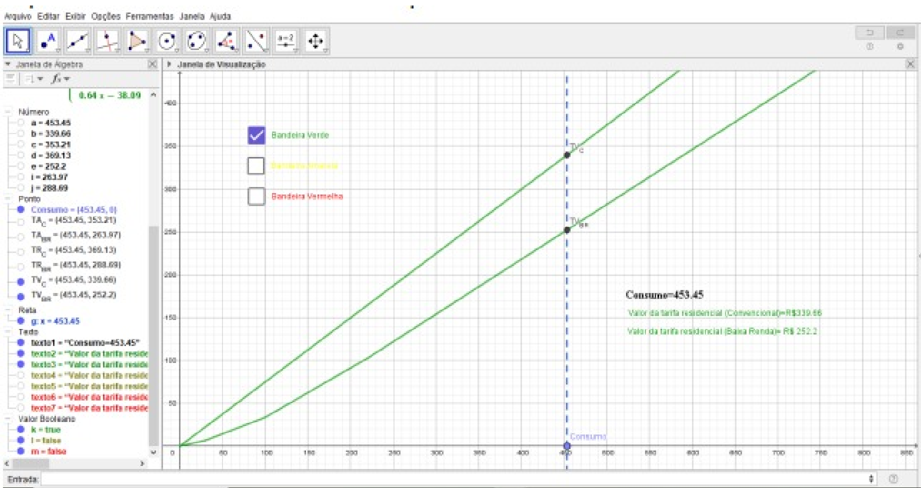

Figura 4.13: Exibindo as Bandeiras Verdes (Criada pelo autor, utilizando o *software* GeoGebra)

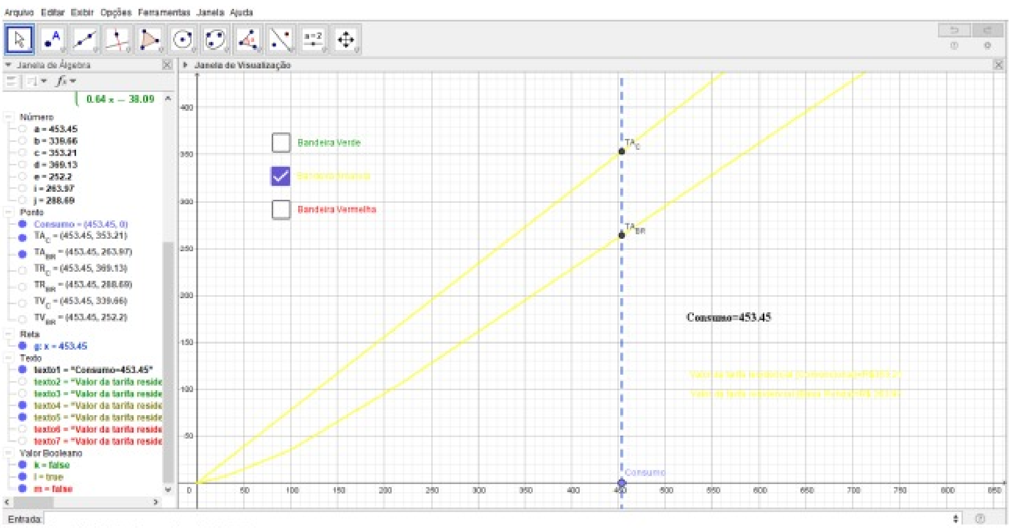

Figura 4.14: Exibindo as Bandeiras Amarelas (Criada pelo autor, utilizando o *software* GeoGebra)

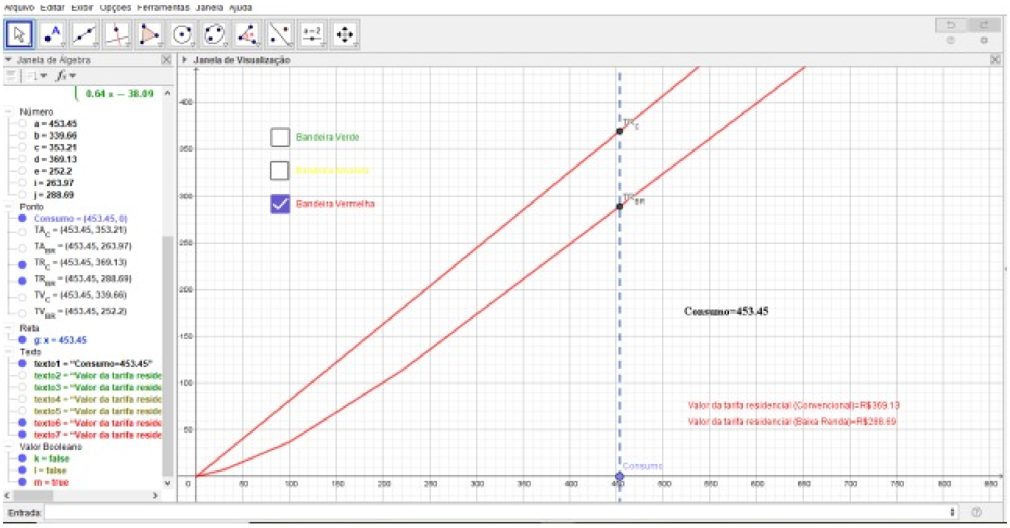

Figura 4.15: Exibindo as Bandeiras Vermelhas (Criada pelo autor, utilizando o *software* GeoGebra)

O usuário do GeoGebra, também, pode usar as Variáveis Booleanas como números (valores 0 e 1). Isto permitirá o uso da Caixa de Seleção como um acelerador em uma apresentação animada, possibilitando que inicie ou pare a animação. Neste caso, o botão de animação será exibido apenas na Janela de Visualização, se houver, também, uma apresentação animada com velocidade estática.

A nossa perspectiva, ao apresentar esse roteiro de construção, é que o professor possa reproduzi-la e, também, que desenvolva sua autonomia para adapatar, personalizar e criar novas propostas de aulas, com construções do GeoGebra. Cada professor, com suas experiências individuais, com as tecnologias digitais e com o conhecimento que tem de cada turma, poderá ver qual a melhor forma de usá-la em cada situação.

Entendemos que a construção apresentada neste trabalho, referente a modelagem de contas de energia elétrica (antes de impostos), é possível de ser feita junto com boa parte dos estudantes. A parte dos textos dinâmicos, por exemplo, pode ser levada pronta para auxiliar na análise de valores e para discutir os conceitos. Acima de tudo, esperamos que os leitores vislumbrem as possibilidades desses recursos no GeoGebra, para o trabalho em sala de aula com os estudantes.

4.4 A proposta educativa: experiência em sala de aula

A atividade pode ser econtrada em: https://www.geogebra.org/classroom/jevcj5qr. Seu processo se deu em uma escola estadual, da cidade de Uberlândia (MG), em uma turma do 1° ano, do Ensino Médio. A turma estava composta por cerca de 30 estudantes, com a maioria sendo meninas. Além disso, os conteúdos, da atividade, foram apresentados em uma sala de informática, que contava com 15 computadores.

Nas figuras a seguir apresentamos o ambiente da atividade, desenvolvida no laboratório de informática da escola.

Figura 4.16: Ambiente da atividade (Retirada pelo autor)

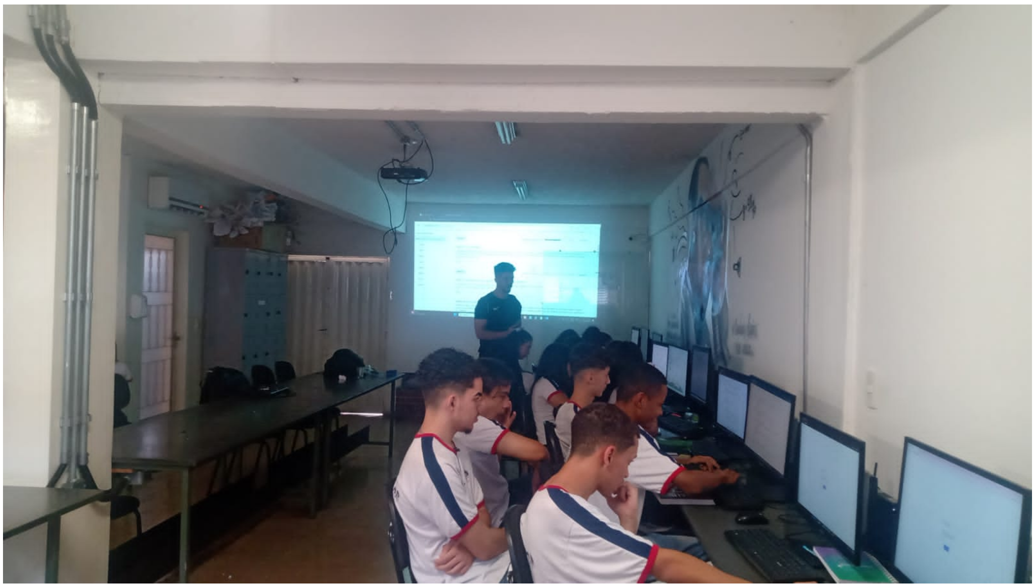

Figura 4.17: Ambiente da atividade (Retirada pelo autor)

De início, os estudantes foram separados em grupos de duas a três pessoas, com o intuito de que todos pudessem interagir, virtualmente, com a atividade. Porém, alguns computadores estavam sem acesso a rede de internet da escola, o que ocasionou mudanças nas quantidades de membros dos grupos. Como o desenvolvimento só se daria com o uso de uma rede de internet, alguns grupos passaram a ter mais de 6 integrantes.

Essa disposição gerou desconforto e desinteresse por parte de alguns estudantes, que não quiseram participar ativamente da atividade. Além disso, por conta da defasagem educacional, em relação aos conceitos matemáticos, e do tempo concedido (duas horas aula), apenas algumas partes da atividade foram desenvolvidas completamente. Em alguns cassos, foi necessário explicar e redigir as fórmulas e soluções, juntamente com os estudantes. Isso se deu pela falta de experiência com a plataforma GeoGebra.

As tarefas realizadas foram: **tarefa 1**, **tarefa 2**, **tarefa 3**, **tarefa 4**, **tarefa 6** e a primeira pergunta da **tarefa 7**. Alguns motivos, para o ocorrido, foram: o tempo disponibilizado pela escola (duas horas-aula) para a realização da atividade, a defasagem dos alunos em relação aos conteúdos de funções definidas por partes e a falta de contato com a plataforma GeoGebra.

Como resultado, os estudantes conseguiram interpretar os problemas propostos. Desenvolveram funções, a partir das suas contas de energia elétrica, que determinavam o consumo médio mensal (kWh), em função da potência e do tempo de consumo; preencheram as tabelas de consumo de energia; encontraram o valor gasto com as tarifas convencionais, na Bandeira Verde; e, por fim, puderam investigar um pouco da atividade por interesse próprio.

Para encontrar o modelo para o cálculo de energia elétrica, utilizou-se as variáveis da tarifa baixa renda e tarifa convencional, mostrando assim que a função tarifa baixa renda é a mais econômica, para quem consome menos energia, e à medida que se consome mais energia, a diferença entre a tarifa convencional fica menor.

Pode-se perceber que algumas estudantes ficaram surpresas com o quanto de energia um secador de cabelo utiliza, gerando uma preocupação nos custos que elas proporcionavam para suas residências. Outros alunos observaram quais aparelhos mais consumiam energia, com o intuito de diminuirem seu uso diário.

Reflexões como estas nos permitem reafirmar que a proposta se apresentou através de **elementos sociais** por apresentar resultados relacionados às potencialidades da proposta, quanto ao reconhecimento e tratamento das questões ambientais, de consciência ambiental e sobretudo para mudanças de hábitos; e por **elementos pedagógicos**, na perspectiva da Modelagem Matemática e do trabalho com os Temas Contemporâneos Transversais, contemplando competências e habilidades previstas na BNCC para o ensino de função.

Coadunamos com Pereira (2019) na compreensão de que nos dias de hoje, fazer Modelagem é fazê-la em diferentes tipos de **interação e interatividade**[4], propiciando a autoria dos estudantes. Também coadunamos com Alves (2017), na compreensão de que as interações têm o potencial de transformar as informações em conhecimentos por meio da práxis[5] criadora da Modelagem Matemática.

Nesta perspectiva, na proposta educativa elaborada, os alunos puderam estudar as informações perceptíveis, sobre a conta de energia elétrica, relacionadas à Educação Ambiental e produziram novas - antes imperceptíveis, sob a orientação do professor. Por meio dos processos interativos, essas informações foram processadas com auxílio das tecnologias digitais utilizadas.

Acima de tudo, analisamos que a proposta educativa contemplou habilidades da primeira, terceira e quarta competências específicas, de Matemática e suas Tecnologias, para o Ensino Médio.

[4]Adotamos nesta pesquisa a conceituação de interatividade como discutida por Lopes (2019), Tonus (2007) e Torrezzan e Behar (2009), na ocorrência da relação homem-máquina, e de interação quando se refere a relações humanas.

[5]Assim como Alves (2017), compreendemos a práxis não apenas pelos extremos (teoria ou prática), que são importantes na ação criadora, mas pela interação entre reflexão e ação. Práxis, através da qual a consciência se transforma e por esse movimento que só tem sentido quando o humano altera a realidade por meio de sua conduta.

Na primeira competência:

- Habilidade (EM13MAT101) - Interpretação de situações das Ciências da Natureza ou Humanas, com a interpretação crítica de situações econômicas, sociais e fatos que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Na terceira competência:

- Habilidade (EM13MAT302) - Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

- Habilidade (EM13MAT314) - Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).

Na quarta competência:

- Habilidade (EM13MAT404) - Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

- Habilidade (EM13MAT405) - Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

Por fim, analisamos que a proposta educativa, também, se apresentou através de **elementos tecnológicos** ao estar relacionada ao uso de tecnologias digitais, como o *software* GeoGebra e a plataforma GeoGebra.org. O GeoGebra foi um *software* adequado para mostrar os conceitos de função afim e função definida por partes, para os estudantes, pois podemos manipular suas ferramentas, mostrar as características das funções, despertar o interesse dos alunos pelo conteúdo e facilitar o aprendizado.

A seguir, apresentamos, em síntese, como se formulou a proposta educativa de Modelagem Matemática, para a formação em Educação Ambiental, de estudantes do Ensino Médio.

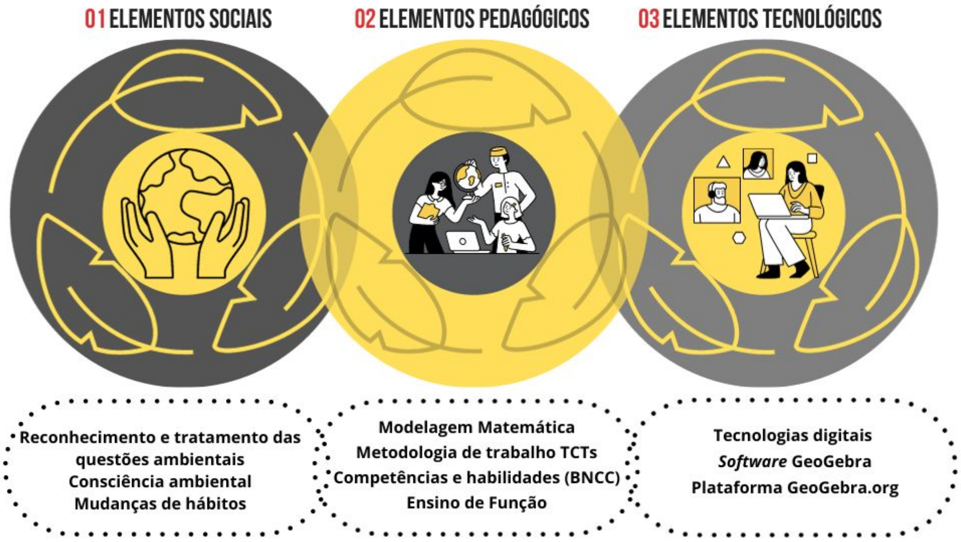

Figura 4.18: A proposta educativa (Elaborada pelo autor)

5. Considerações finais

Em relação à questão norteadora – Como se apresentam as propostas educativas, de Modelagem Matemática, para a formação, em Educação Ambiental, de estudantes do Ensino Médio? – é possível afirmar que as propostas se apresentam através de **elementos sociais**, relacionados às potencialidades das propostas, quanto ao reconhecimento e tratamento das questões ambientais, consciência ambiental e mudanças de hábitos. Os estudantes foram capazes de interpretar quais estratégias seriam eficazes para favorecer tanto o meio ambiente quanto suas residências.

Econtram-se, também, **elementos pedagógicos**, relacionados à uma estratégia de ensino, que neste trabalho foi a Modelagem Matemática e o trabalho com os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs); contemplando habilidades, de três, das cinco compentências específicas de Matemática e suas Tecnologias da BNCC para o Ensino Médio.

O processo de Modelagem possibilitou a interação e o envolvimento dos alunos, compartilhando suas dúvidas, falas, experiências, propostas e assim, a participação ativa no processo. Essa participação foi de suma importância para o desenvolvimento das atividades, podendo entender e salientar as desafasagens, nas aprendizagens dos alunos.

Além disso, afirmamos que as propostas se apresentam através de **elementos tecnológicos**, relacionados ao uso de tecnologias digitais, como o *software* GeoGebra e a plataforma GeoGebra.org. A inserção das tecnologias, em sala de aula, proporciona um ambiente confortável para os estudantes, que estão em contato, com ela, diariamente. São favorecidas, também, a troca e absorção de conhecimentos.

Como trabalho futuro, entendemos ser interessante um estudo para fazer a integração de dois applets. Apesar de não ter atrapalhado a ideia da nossa proposta, desenvolvida na plataforma GeoGebra, acreditamos que a comunicação entre dois applets, em uma atividade, pode ser um recurso útil. Além disso, uma possíbilidade, também interessante, está relacionada à questão da função diferença, que não foi abordada neste trabalho, e que pode ser aprofundada a partir da construção por nós apresentada.

A partir do exposto, acreditamos que tais atividades possam ser utilizadas por professores que optarem por seguir com o trabalho via Modelagem Matemática e do trabalho com os TCTs, com o auxílio do GeoGebra, a partir da compreensão da necessidade de formulação de propostas, que sejam formadoras de hábitos, atitudes e comportamentos e que propiciem a identificação de problemas, no sentido da preservação do meio ambiente, bem como, o desenvolvimento e aprofundamento dos conteúdos de Matemática, com intencionalidade e significado, de forma dinâmica e com uma visão crítica. Dessa maneira, o ensino de Matemática terá um significado socioambiental, onde professores e estudantes passam a exercer a cidadania em prol de um mundo economicamente sustentável e melhor, com potencial para criarem melhores condições.

Referências Bibliográficas

[1] ALVES, D. B. Modelagem matemática no contexto da cultura digital: uma perspectiva de educar pela pesquisa no curso de técnico em meio ambiente integrado ao ensino médio. 2017. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017.

[2] BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: a Matemática do dia a dia. NOVA ESCOLA, 2018. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/12628/modelagem-matematica-a-matematica-do-dia-a-dia. Acesso em: 23, out. de 2023.

[3] BASSANEZI, R. C. *Ensino–aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.* São Paulo: Contexto, 2011.

[4] BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.* Tradução Maria João Alvarez; Sara Bahia dos Santos; Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

[5] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

[6] BRASIL. Ministério da Educação.Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília: MEC, 2019.

[7] CALDEIRA, A. D. Educação Matemática e Ambiental: um Contexto de Mudança, 1998. 328 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

[8] CHAVES, M. I. A. Modelando Matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de funções na 1a série do Ensino Médio. 2005. 151 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

[9] FRANCHI, R. H. de O. L. Ambientes de Aprendizagem Fundamentados na Modelagem Matemática e na Informática como Possibilidades para a Educação Matemática. In: Modelagem Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais, Recife, 2007. v.3, p.177-193.

[10] GARCIA, A. A educação ambiental como ferramenta no ensino da Matemática. Monografia apresentada ao Curso de Especialização do Programa de Pós-Graduação em Educação Ambiental, da Universidade de Santa Maria (UFSM, RS). Santa Maria, pág. 72. 2012.

[11] LOPES, E. M. C. Integração de mídias na disciplina de geometria analítica em um curso de graduação em matemática. 2019. 270 p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2019.

[12] MOLINA, O. Quem engana quem: professor x livro didático. Campinas, SP: Papirus,

1987.

[13] MUNHOZ, R. H. Educação Matemática e Educação Ambiental: Implantação de Atividades Insterdisciplinares. 2001. 137 f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Bauru. 2001.

[14] NUNES, A; MARTIM, G. Modelando a conta de Energia Elétrica. Dia a dia educação, 2008. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2239-8.pdf

[15] PEREIRA, G. M. R. Cálculo diferencial e integral no curso de agronomia: uma perspectiva de trabalho de projetos com modelagem matemática e tecnologias digitais de informação e comunicação. 2019. 321 p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2019.

[16] RAPELLI, O. Modelagem Matemática e Educação Ambiental: Desenvolvimento de Fichas Ambientais para aplicação no Ensino Básico. Monografia apresentada ao Programa de Pós-Graduação PROFMAT, da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar, SP). São Carlos, pág. 119. 2019.

[17] TINOCO, L. A. A, (Org.). Construindo o Conceito de Função no 1º Grau. Equipe do Projeto Fundão Rio de Janeiro: Instituto de Matemática – UFRJ, 1996.

[18] TONUS, M. Interações digitais: uma proposta de ensino de radiojornalismo por meio das TIC. 2007. Tese (Doutorado em Multimeios) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

[19] TORREZZAN, C. A. W.; BEHAR, P. A. Parâmetros para a construção de materiais educacionais digitais do ponto de vista do design pedagógico. In: BEHAR, P. A. (org.). Modelos pedagógicos em educação a distância. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. p. 33-65.

[20] VIANNA, H. M. Pesquisa em educação: a observação. Série Pesquisa, v. 5. Brasília: Leber Livro Editora, 2007. p. 108.

A. Apêndice

- Roteiro de construção básica:

(1) Na linha de Entrada digite Consumo=Ponto(EixoX)

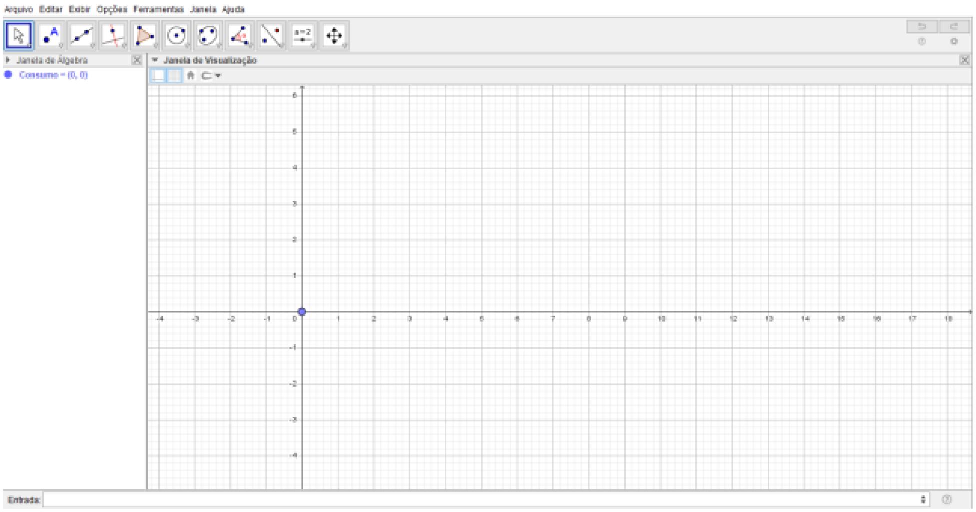

Figura A.1: Passo 1 (Elaborado pelo autor)

(2) Em Entrada digite a=x(Consumo)

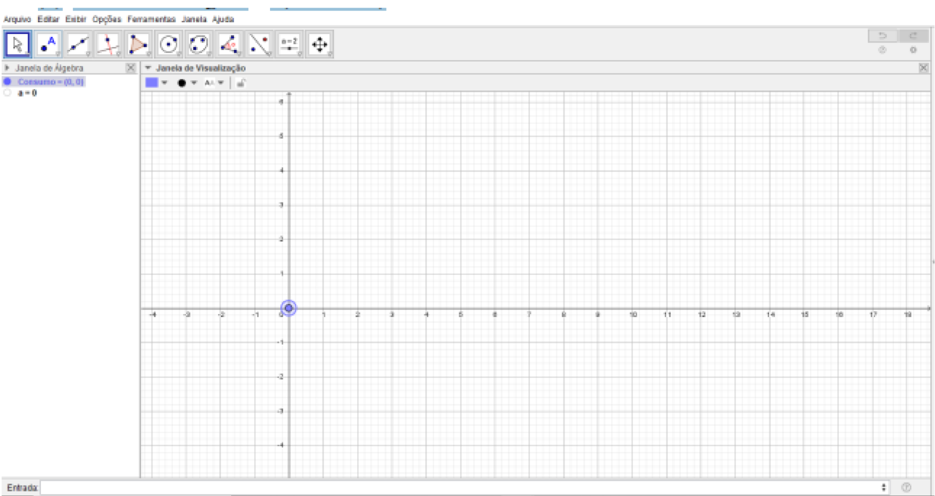

Figura A.2: Passo 2 (Elaborado pelo autor)

(3) Redimensione a Janela de Visualização e arraste (com o mouse) os eixos cartesianos, posicionando-os, aproximadamente, como na figura abaixo.

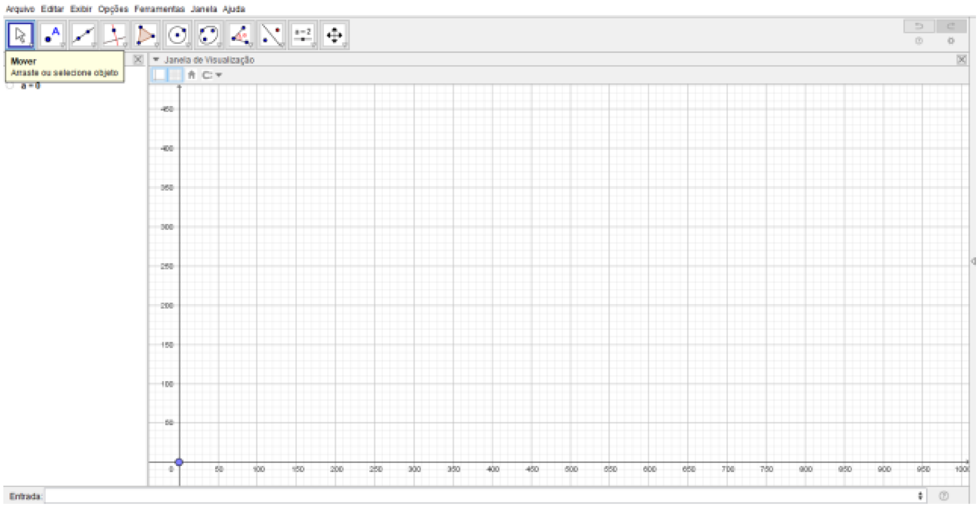

Figura A.3: Passo 3 (Elaborado pelo autor)

(4) Em Entrada digite $A_C(a) = Se(a > 0, 0.778950a)$

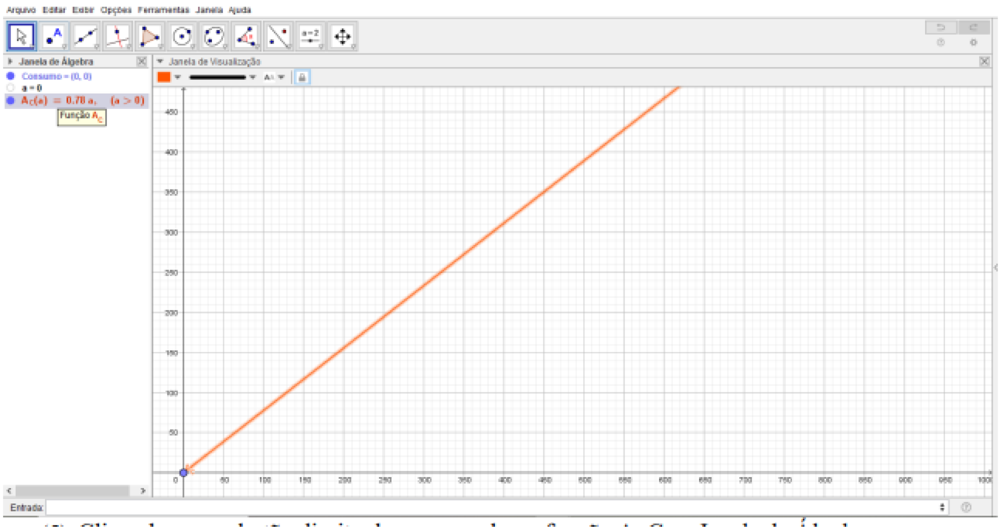

Figura A.4: Passo 4 (Elaborado pelo autor)

(5) Clicando com o botão direito do mouse sobre a função A_C na Janela de Álgebra, acesse suas propriedades e altere a cor para amarelo.

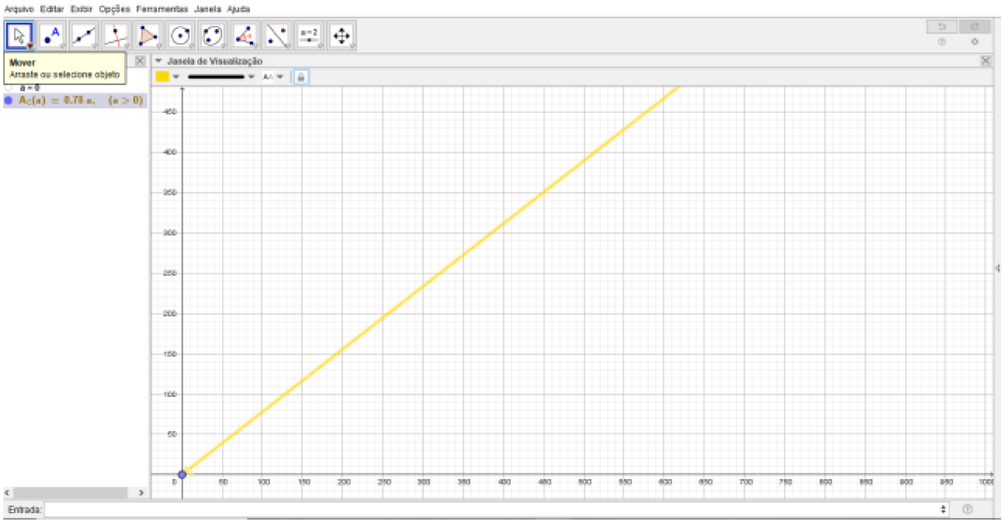

Figura A.5: Passo 5 (Elaborado pelo autor)

(6) Em Entrada digite $R_C(a) = Se(a > 0, 0.814060a)$

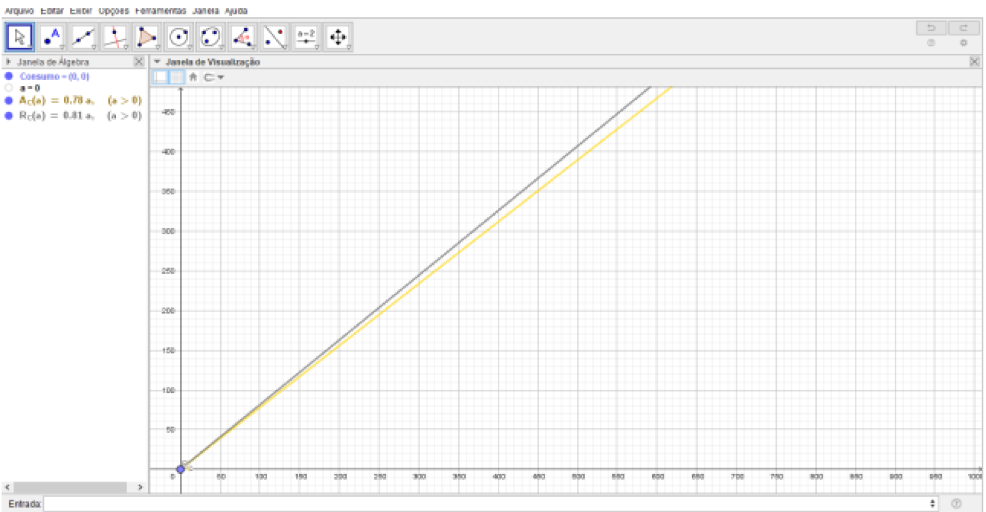

Figura A.6: Passo 6 (Elaborado pelo autor)

(7) Clicando com o botão direito do mouse sobre a função R_C na Janela de Álgebra, acesse suas propriedades e altere a cor para vermelho.

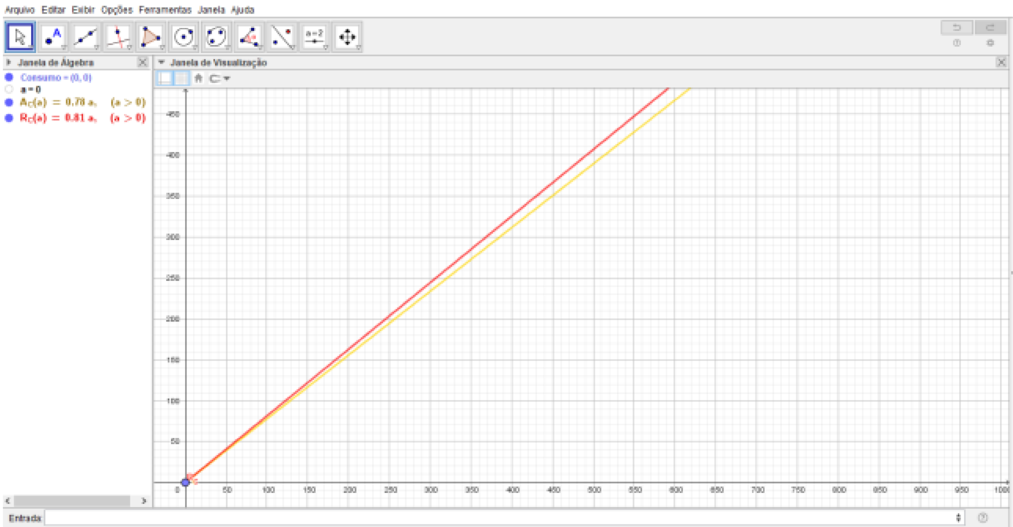

Figura A.7: Passo 7 (Elaborado pelo autor)

(8) Em Entrada digite $V_C(a) = Se(a > 0, 0.74906a)$

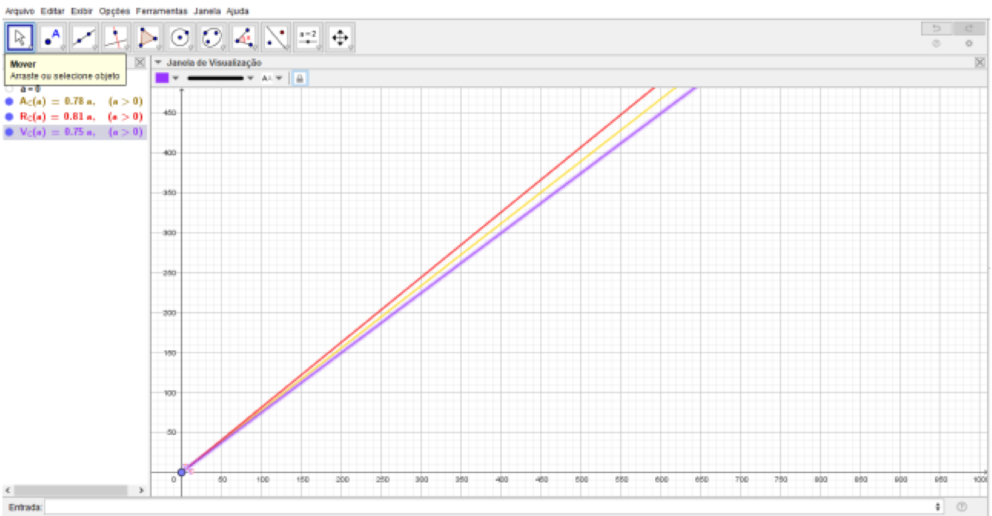

Figura A.8: Passo 8 (Elaborado pelo autor)

(9) Clicando com o botão direito do mouse sobre a função V_C na Janela de Álgebra, acesse suas propriedades e altere a cor para verde.

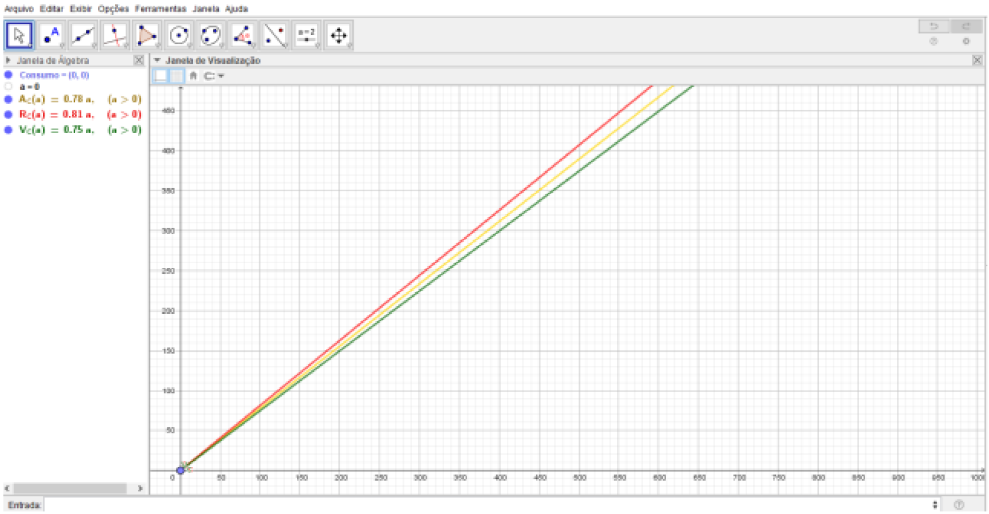

Figura A.9: Passo 9 (Elaborado pelo autor)

(10) Em Entrada digite $f(x) = Se(0 \leq x \leq 30, 0.246800x, Se(30 < x \leq 100, 0.423100x - 5.289, Se(100 < x \leq 220, 0.634650x - 26.444, Se(x > 220, 0.75180x - 52.217))))$

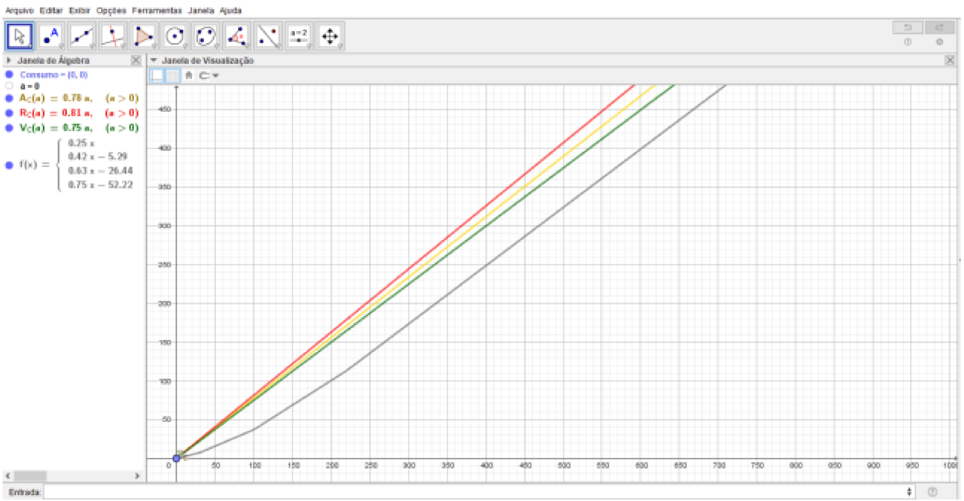

Figura A.10: Passo 10 (Elaborado pelo autor)

(11) Clicando com o botão direito do mouse sobre a função $f(x)$ na Janela de Álgebra, acesse suas propriedades e altere a cor para vermelho.

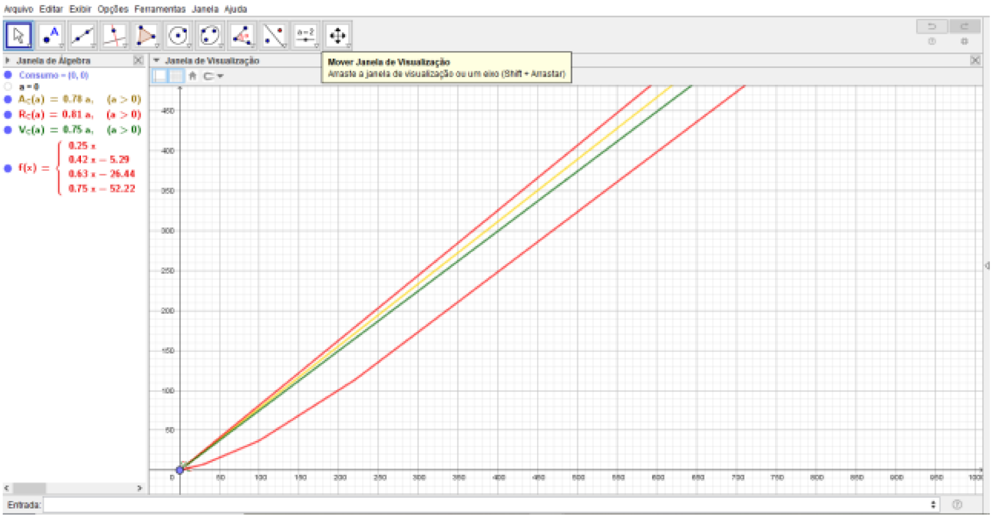

Figura A.11: Passo 11 (Elaborado pelo autor)

(12) Em entrada digite $h(x) = Se(0 \leq x \leq 30, 0.234512x, Se(30 < x \leq 100, 0.402034x - 5.02566, Se(100 < x \leq 220, 0.603051x - 25.12736, Se(x > 220, 0.670070x - 39.87154))))$

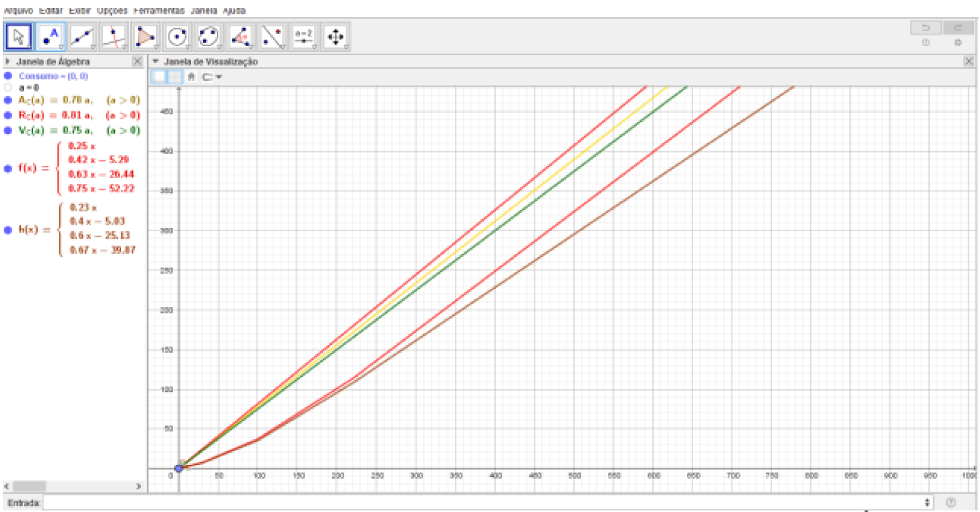

Figura A.12: Passo 12 (Elaborado pelo autor)

(13) Clicando com o botão direito do mouse sobre a função $h(x)$ na Janela de Álgebra, acesse suas propriedades e altere a cor para amarelo.

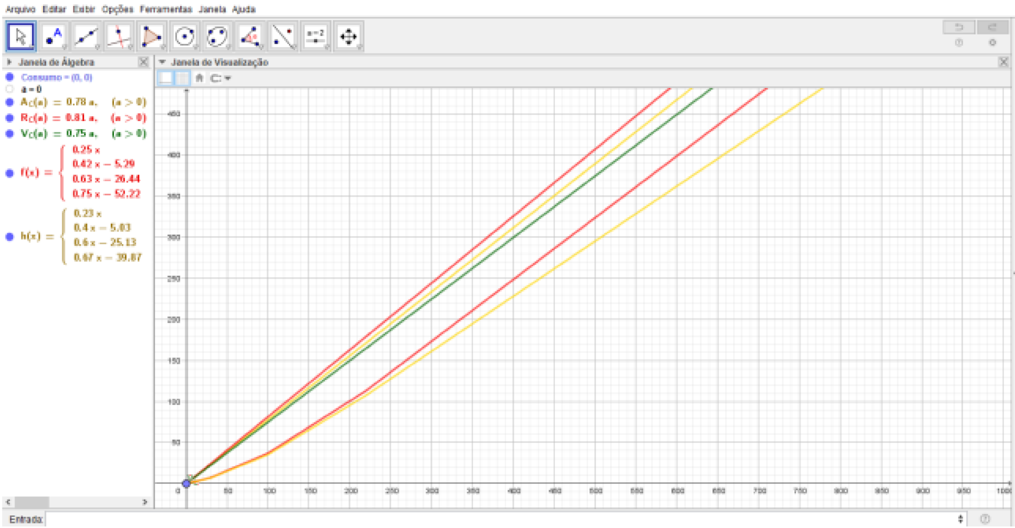

Figura A.13: Passo 13 (Elaborado pelo autor)

(14) Em Entrada digite $p(x) = Se(0 \leq x \leq 30, 0.22405x, Se(30 < x \leq 100, 0.3841x - 4.8015, Se(100 < x \leq 220, 0.57615x - 24.0065, Se(x > 220, 0.64018x - 38.0931))))$

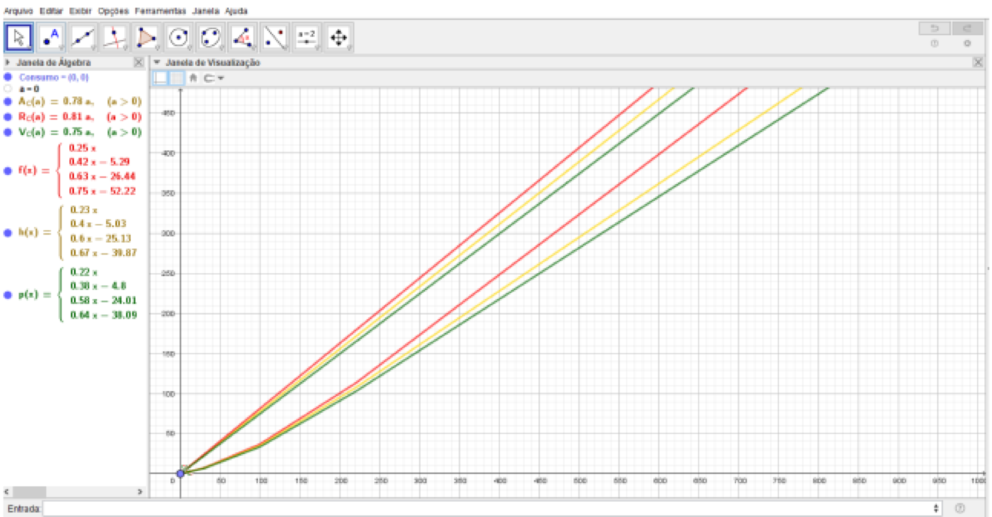

Figura A.14: Passo 14 (Elaborado pelo autor)

(15) Clicando com o botão direito do mouse sobre a função $p(x)$ na Janela de Álgebra, acesse suas propriedades e altere a cor para verde.

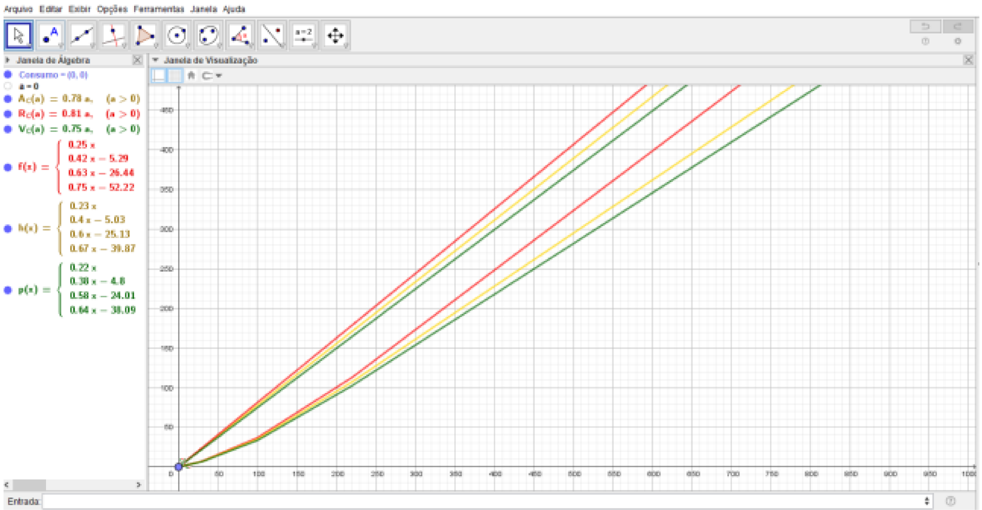

Figura A.15: Passo 15 (Elaborado pelo autor)

(16) Clique com o botão direito do mouse sobre o Ponto "Consumo", na Janela de Álgebra, e habilite o Exibir Rótulo.

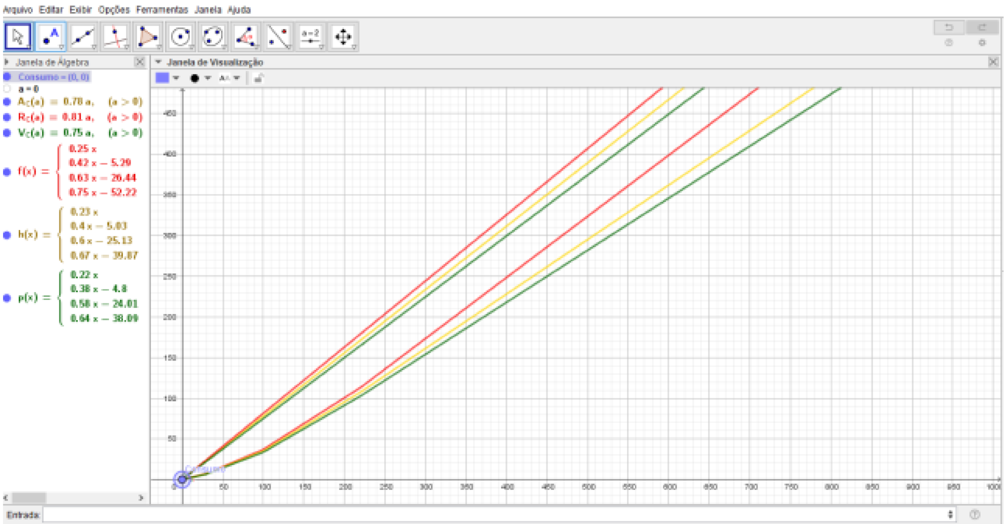

Figura A.16: Passo 16 (Elaborado pelo autor)

(17) Habilite a ferramenta "Reta perpendicular", selecione o Ponto Consumo e na sequência clique no eixo x. (OBS.: De modo análogo, você poderia ter utilizado o comando Perpendicular(Consumo, EixoX) na linha de Entrada).

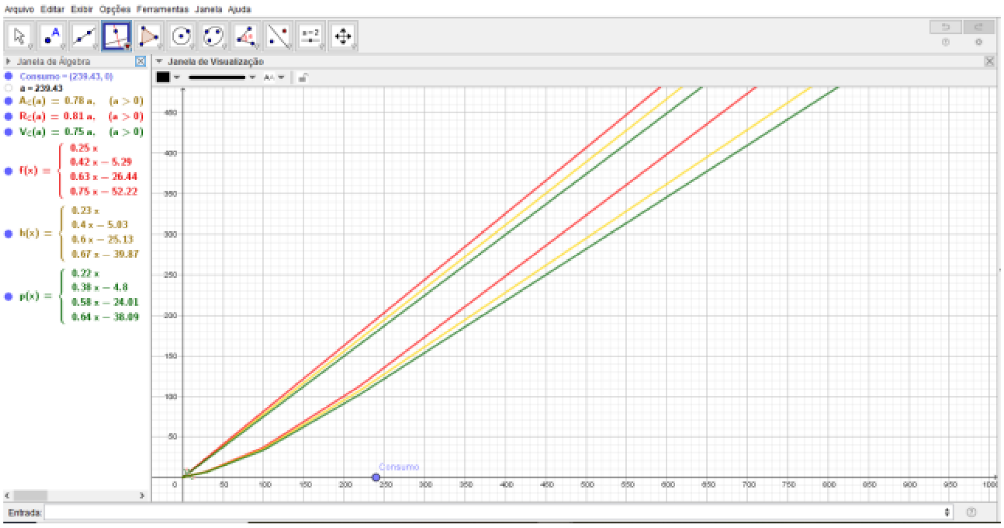

Figura A.17: Passo 17 (Elaborado pelo autor)

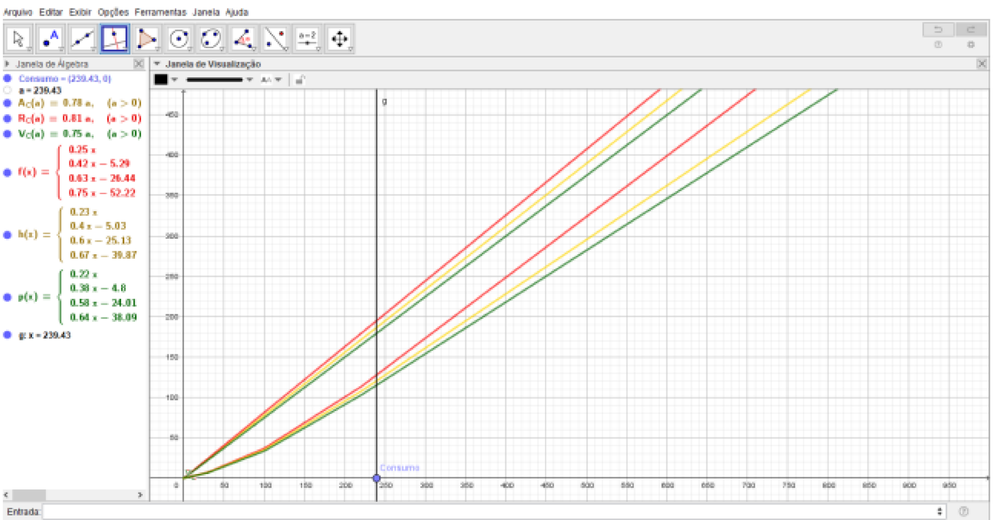

Figura A.18: Passo 17 (Elaborado pelo autor)

(18) Com o botão direito do mouse clique sobre a reta g criada. Acesse as propriedades dessa reta e em Cor altere a cor para azul e em Estilo escolha o tracejado. Feche a janela.

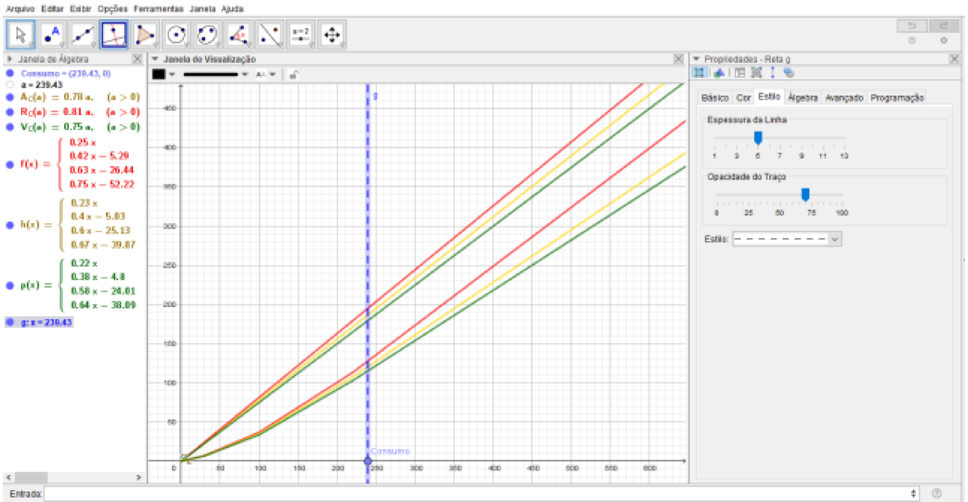

Figura A.19: Passo 18 (Elaborado pelo autor)

(19) Ainda na reta g, com o botão direito do mouse oculte o rótulo, desabilitando o Exibir Rótulo.

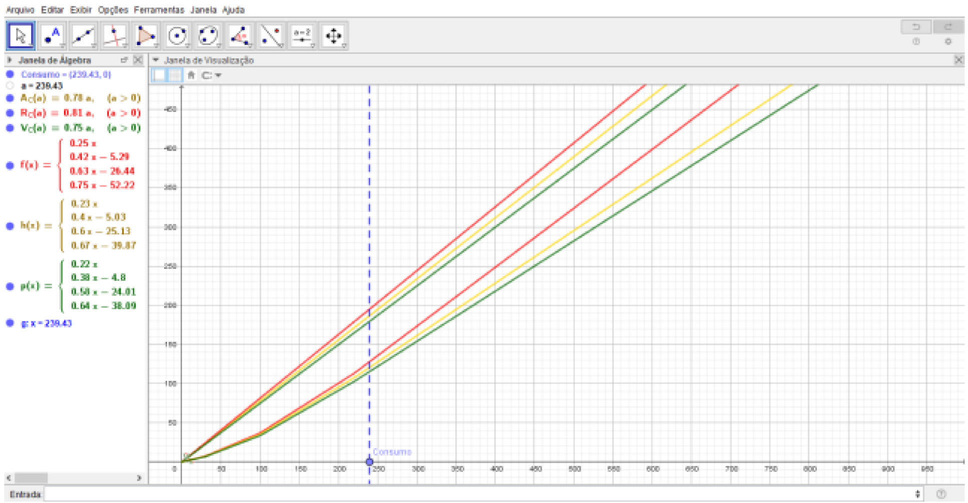

Figura A.20: Passo 19 (Elaborado pelo autor)

(20) Habilite a Ferramenta “Interseção de dois objetos”; Clique na reta g e na sequência clique na reta $A_C(a)$ (para facilitar este processo recomendamos que a reta $A_C(a)$ seja selecionada pela Janela de Álgebra).

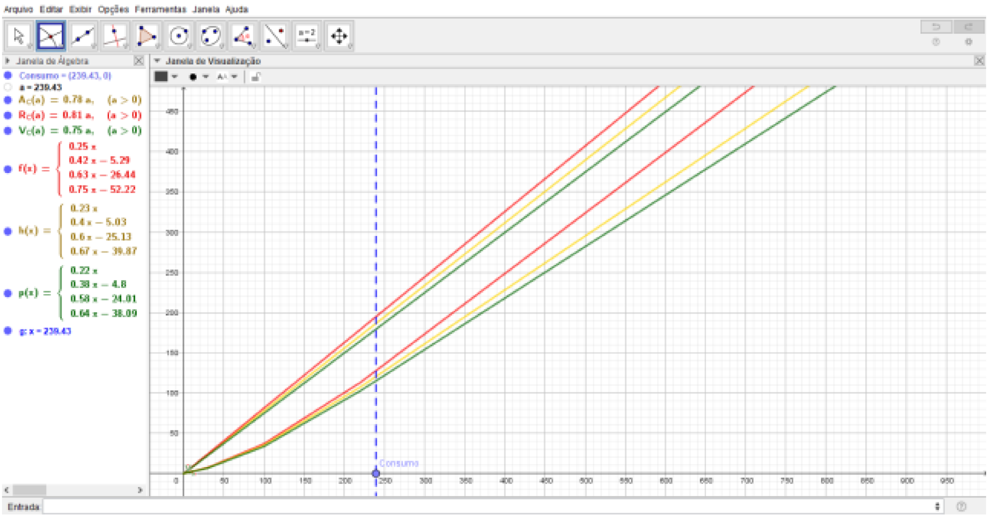

Figura A.21: Passo 20 (Elaborado pelo autor)

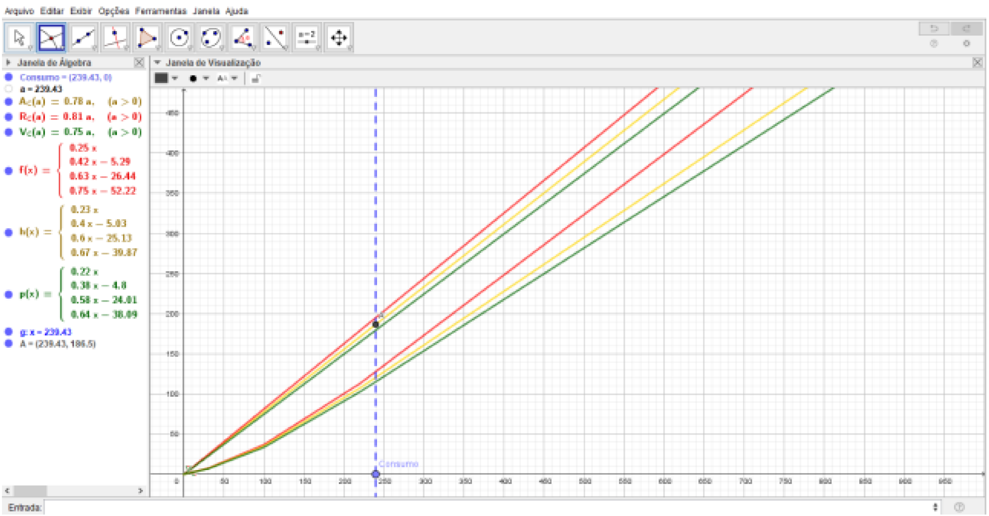

Figura A.22: Passo 20 (Elaborado pelo autor)

(21) Na janela de Álgebra clique no ponto A criado com o botão direito do mouse selecione Renomear. Digite TA_C e clique em OK.

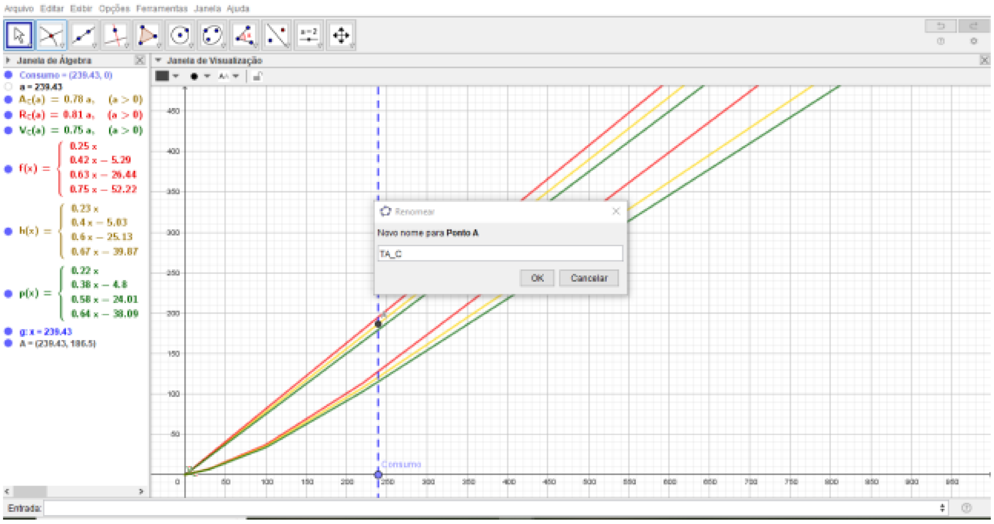

Figura A.23: Passo 21 (Elaborado pelo autor)

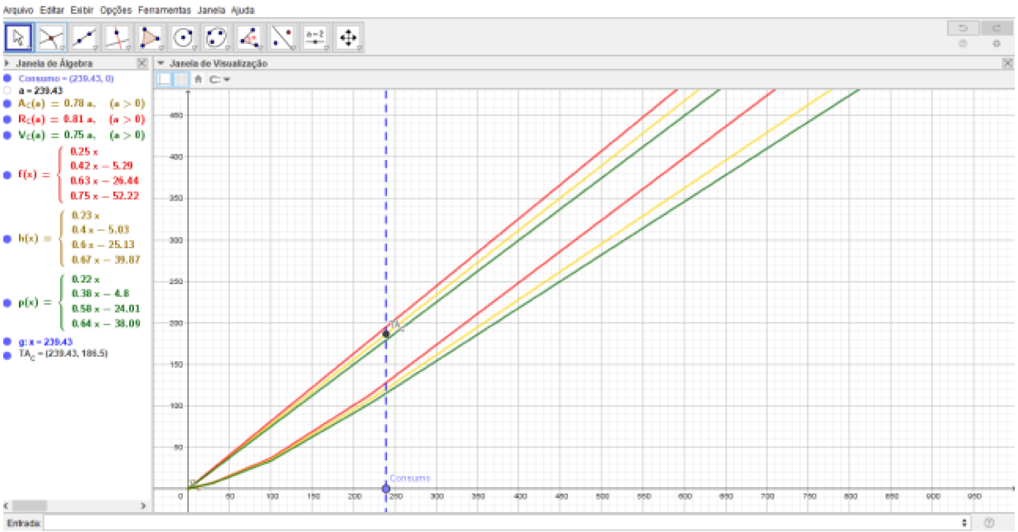

Figura A.24: Passo 21 (Elaborado pelo autor)

(22) Com a Ferramenta "Interseção de dois objetos" habilitada clique na reta g e na sequência clique na reta $R_C(a)$ (para facilitar este processo recomendamos que a reta $R_C(a)$ seja selecionada pela Janela de Álgebra).

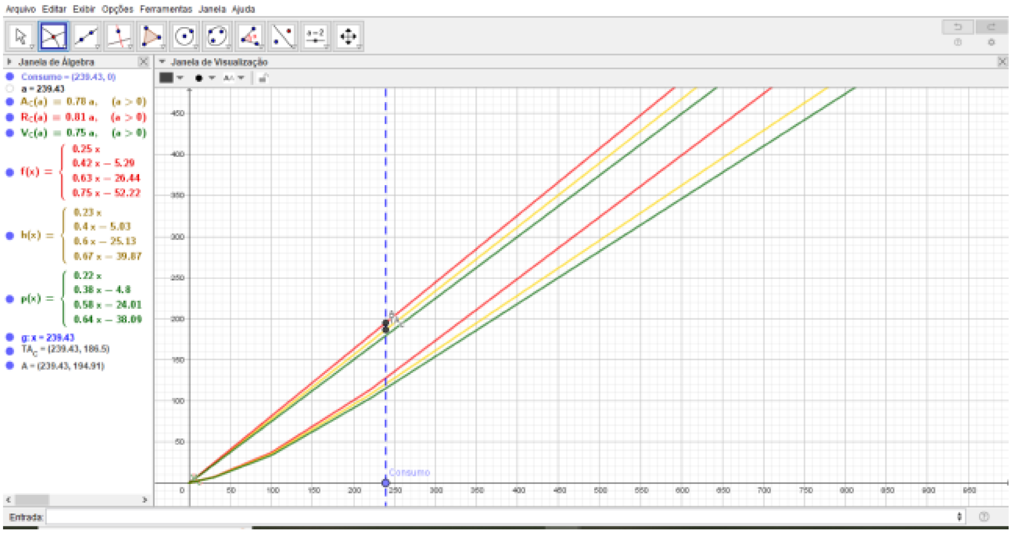

Figura A.25: Passo 22 (Elaborado pelo autor)

(23) Na janela de Álgebra clique no ponto A criado com o botão direito do mouse selecione Renomear. Digite TR_C e clique em OK.

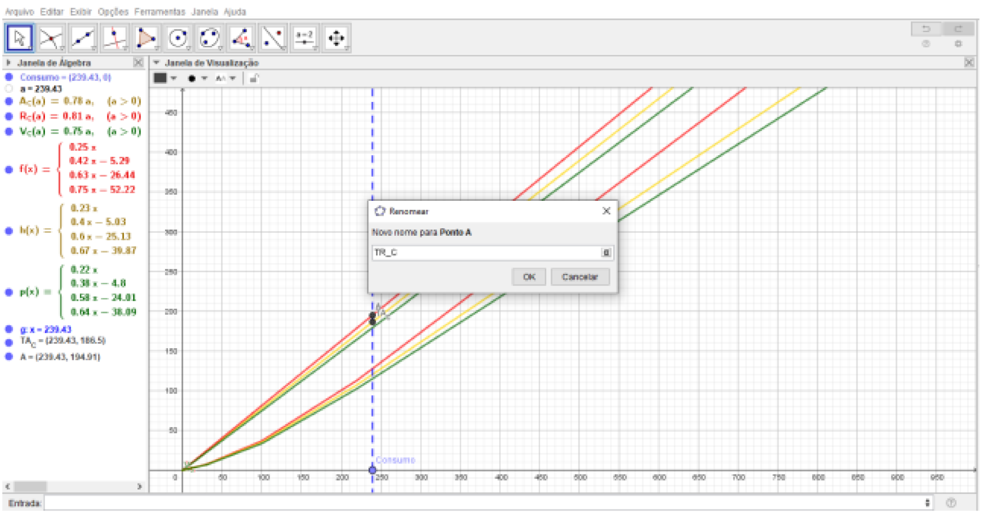

Figura A.26: Passo 23 (Elaborado pelo autor)

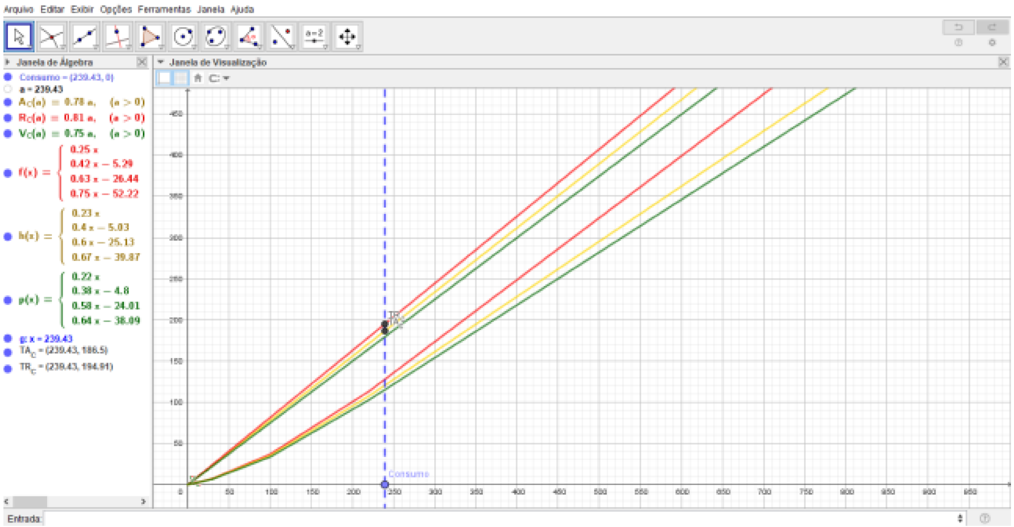

Figura A.27: Passo 23 (Elaborado pelo autor)

(24) Com a Ferramenta "Interseção de dois objetos" habilitada clique na reta g e na sequência clique na reta $V_C(a)$ (para facilitar este processo recomendamos que a reta $V_C(a)$ seja selecionada pela Janela de Álgebra).

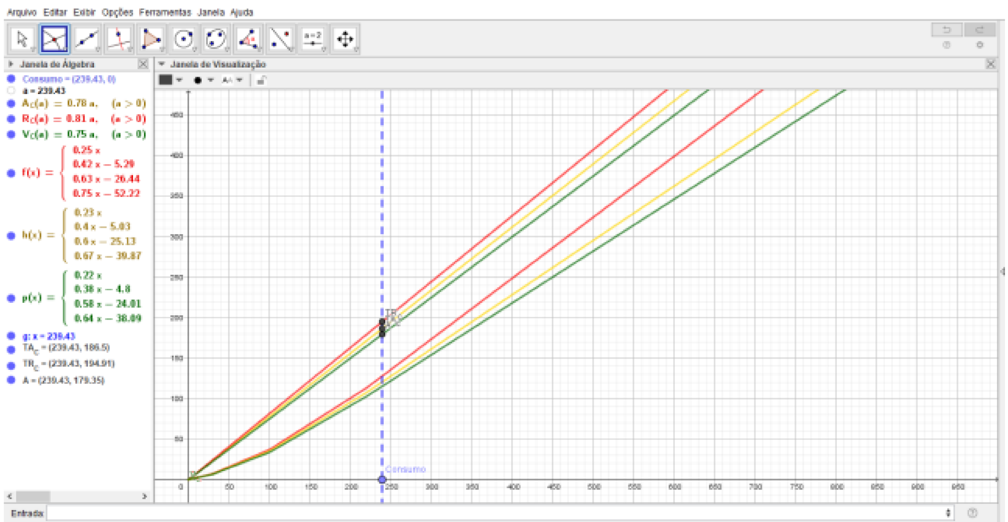

Figura A.28: Passo 24 (Elaborado pelo autor)

(25) Na janela de Álgebra clique no ponto A criado com o botão direito do mouse selecione Renomear. Digite TV_C e clique em OK.

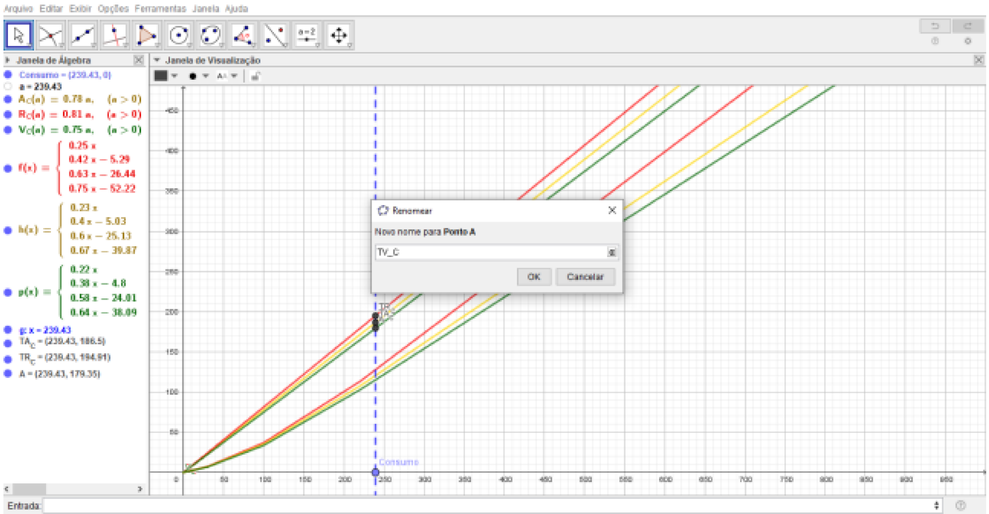

Figura A.29: Passo 25 (Elaborado pelo autor)

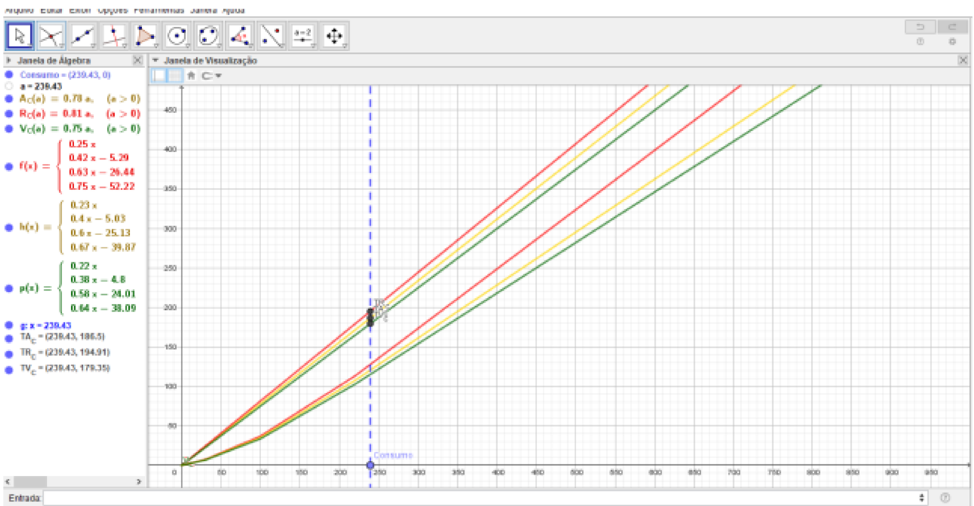

Figura A.30: Passo 25 (Elaborado pelo autor)

(26) Com a Ferramenta "Interseção de dois objetos" habilitada clique na reta g e na sequência clique em $f(x)$ (para facilitar este processo recomendamos que $f(x)$ seja selecionada pela Janela de Álgebra).

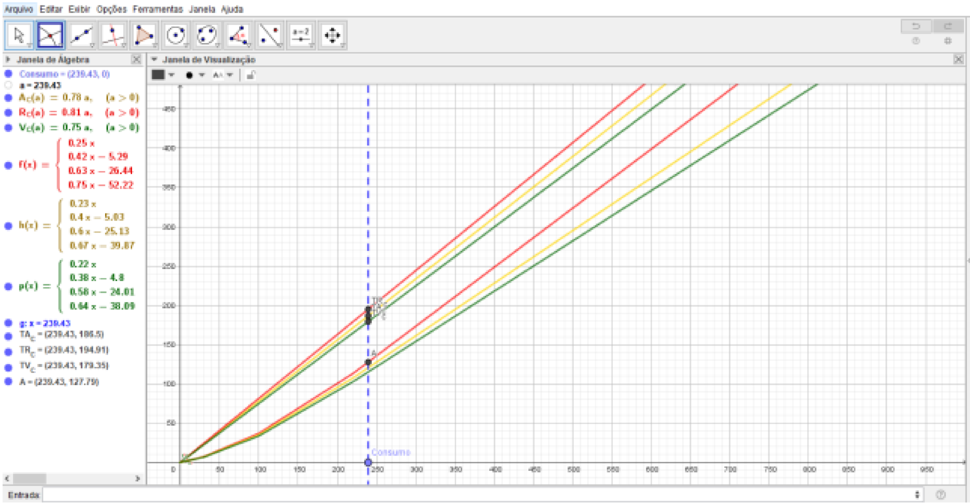

Figura A.31: Passo 26 (Elaborado pelo autor)

(27) Na janela de Álgebra clique no ponto A criado com o botão direito do mouse selecione Renomear. Digite TR_{BR} e clique em OK.

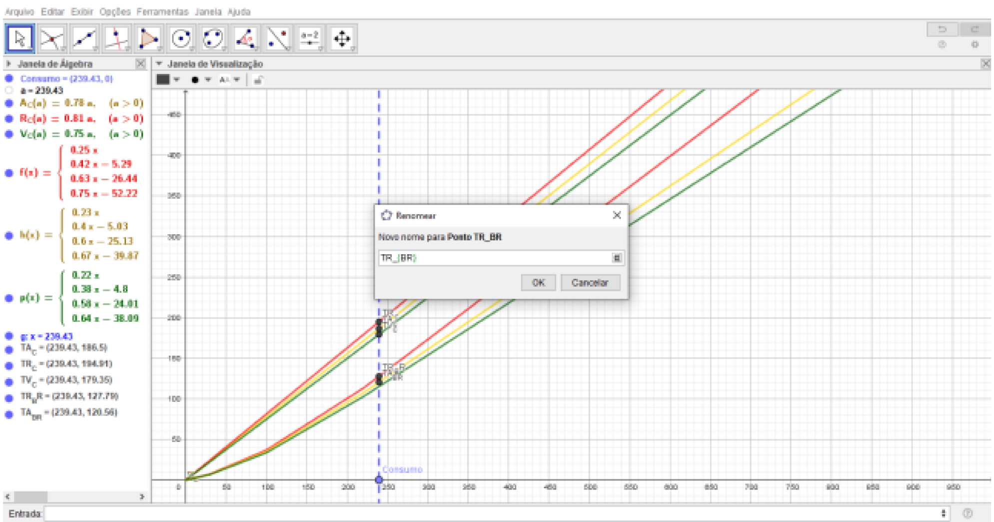

Figura A.32: Passo 27 (Elaborado pelo autor)

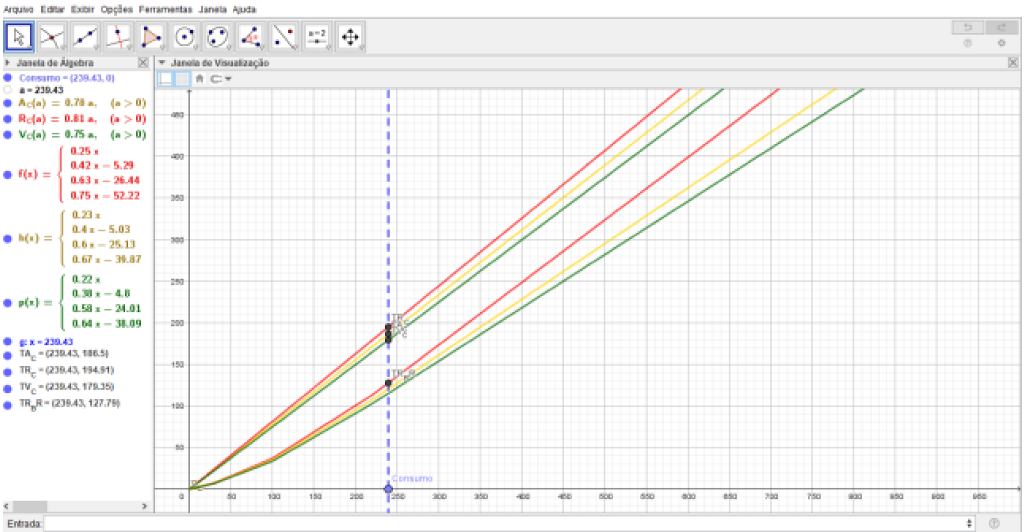

Figura A.33: Passo 27 (Elaborado pelo autor)

(28) Com a Ferramenta “Interseção de dois objetos” habilitada clique na reta g e na sequência clique em $h(x)$ (para facilitar este processo recomendamos que $h(x)$ seja selecionada pela Janela de Álgebra).

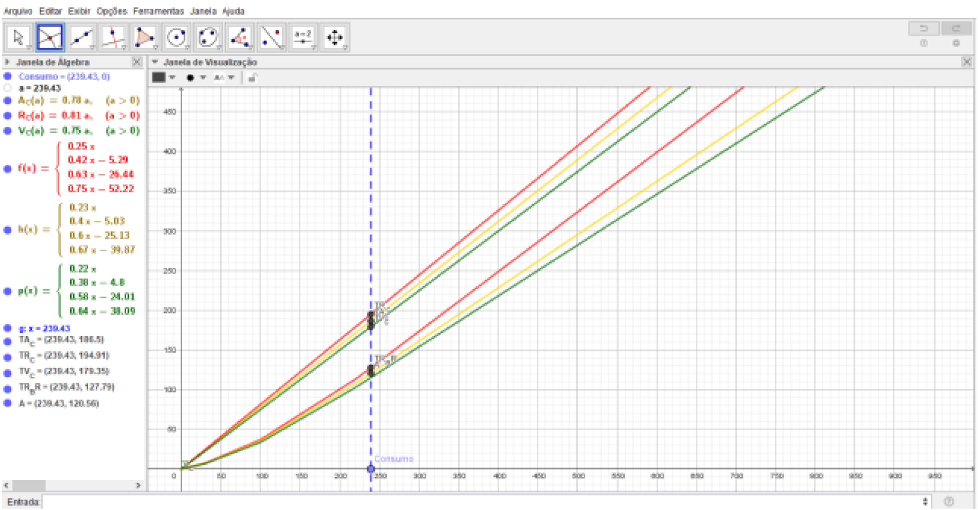

Figura A.34: Passo 28 (Elaborado pelo autor)

(29) Na janela de Álgebra clique no ponto A criado com o botão direito do mouse selecione Renomear. Digite TA_{BR} e clique em OK.

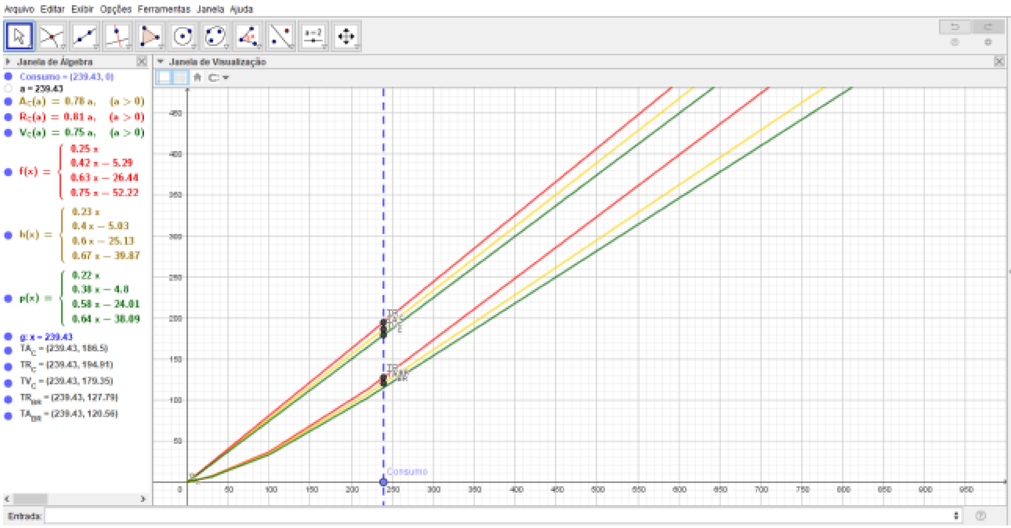

Figura A.35: Passo 29 (Elaborado pelo autor)

(30) Com a Ferramenta "Interseção de dois objetos" habilitada clique na reta g e na sequência clique em $p(x)$ (para facilitar este processo recomendamos que $p(x)$ seja selecionada pela Janela de Álgebra).

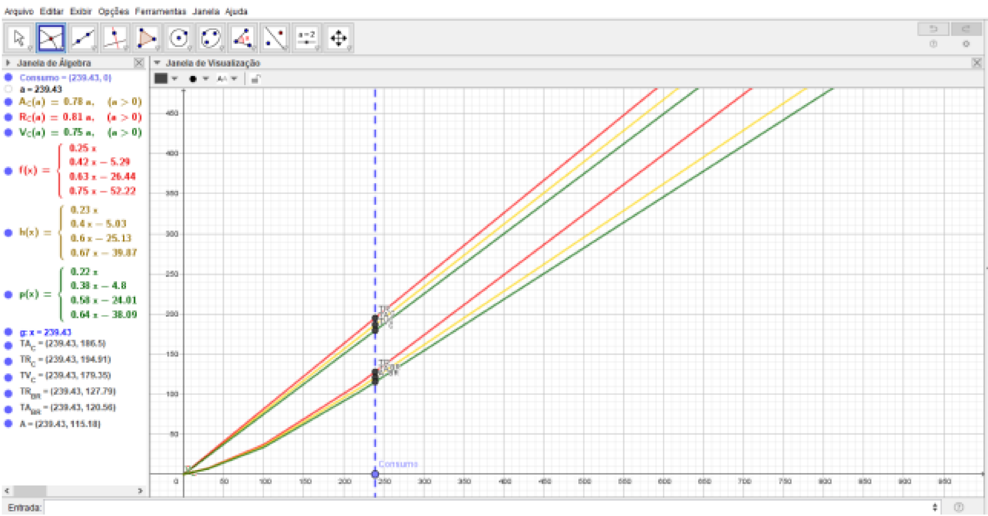

Figura A.36: Passo 30 (Elaborado pelo autor)

(31) Na janela de Álgebra clique no ponto A criado com o botão direito do mouse selecione Renomear. Digite TV_{BR} e clique em OK.

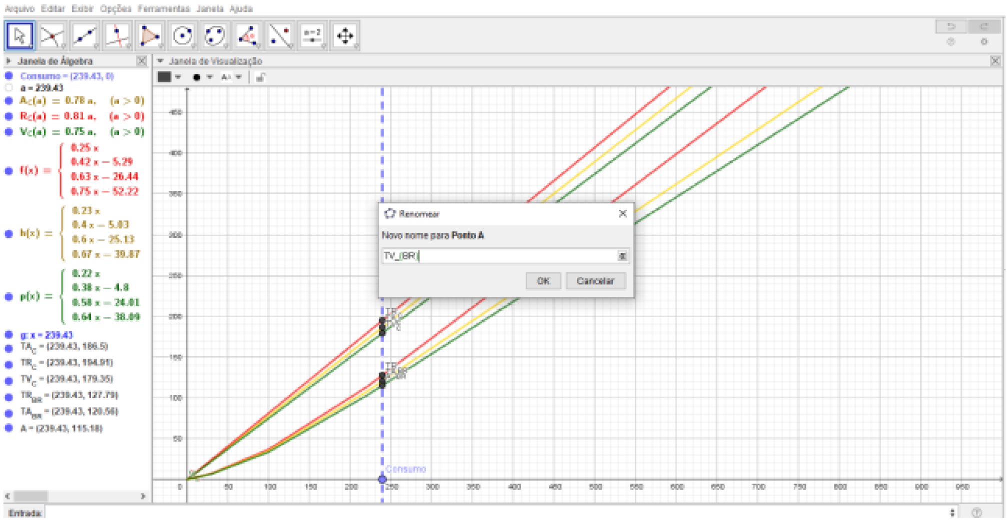

Figura A.37: Passo 31 (Elaborado pelo autor)

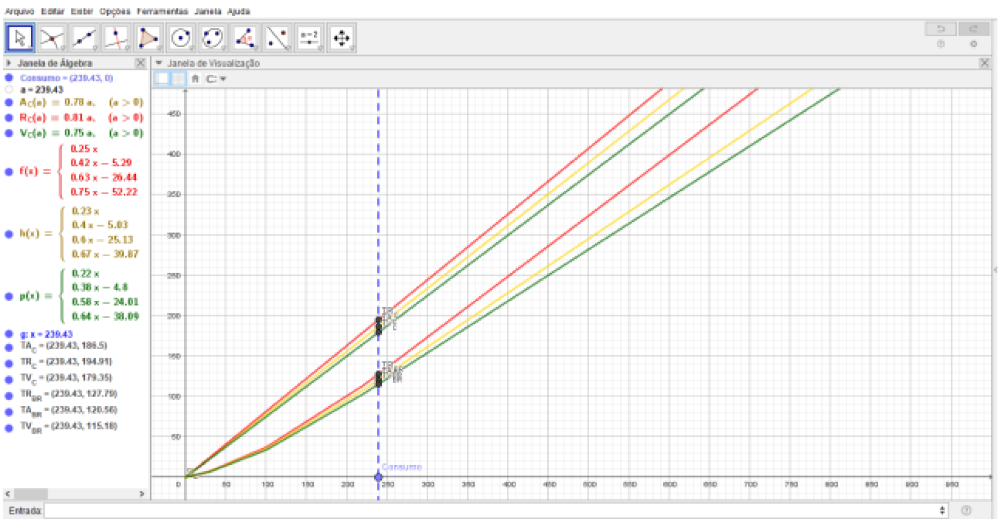

Figura A.38: Passo 31 (Elaborado pelo autor)

(32) Habilite a ferramenta "Texto". Clique na Janela de visualização e em Editar digite Consumo=a (o "a" deve ser selecionado em Objetos).

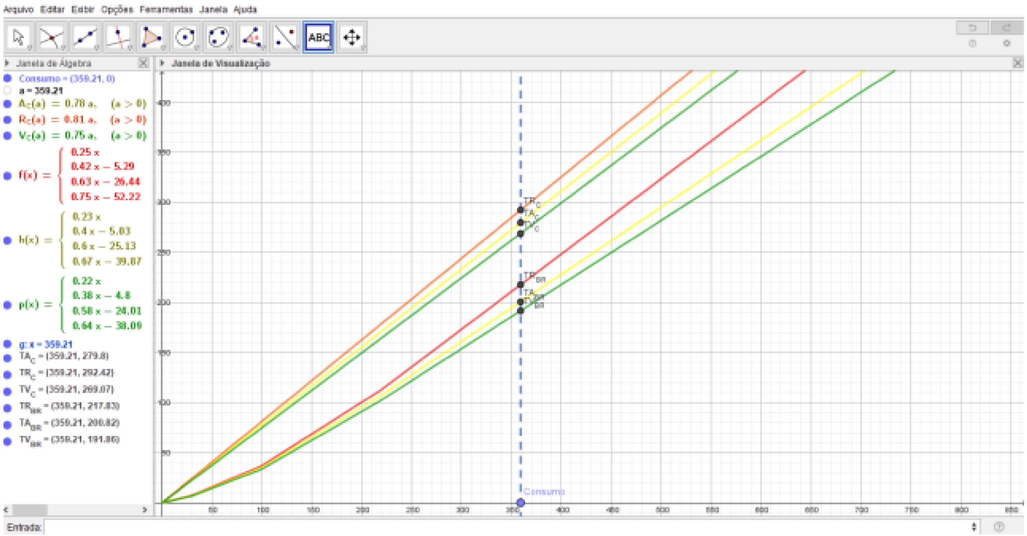

Figura A.39: Passo 32 (Elaborado pelo autor)

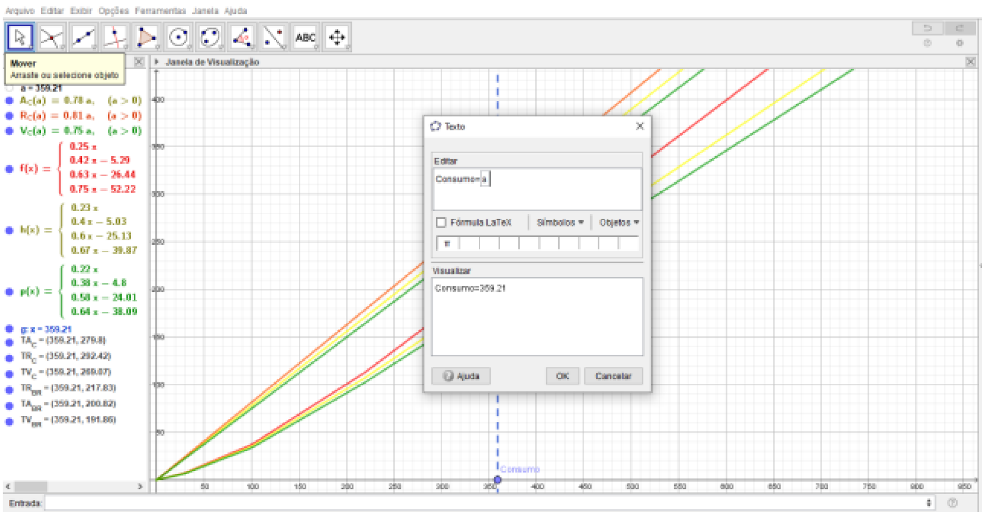

Figura A.40: Passo 32 (Elaborado pelo autor)

(33) Com o botão direito do mouse clique em texto1 e em Propriedades coloque Fonte Serif, tamanho médio e em negrito). Feche.

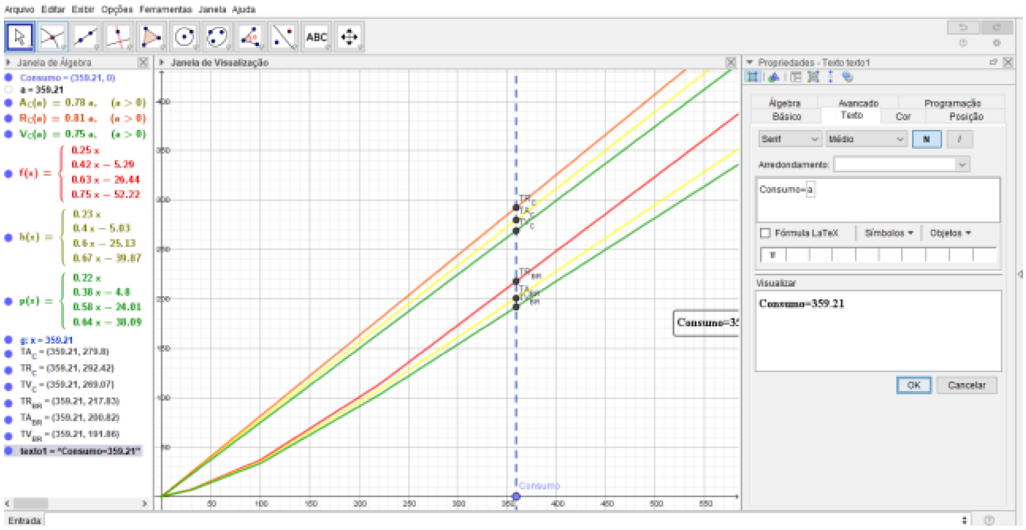

Figura A.41: Passo 33 (Elaborado pelo autor)

(34) Na linha de Entrada defina os seguintes números (note que eles aparecerão apenas na janela de Álgebra):

-
- $b = V_C(a)$
- $c = A_C(a)$
- $d = R_C(a)$
- $e = Se(0 \leq a \leq 30, 0.22405a, Se(30 < a \leq 100, 0.3841a - 4.8015, Se(100 < a \leq 220, 0.57615a - 24.0065, Se(a > 220, 0.64018a - 38.0931))))$
- $i = Se(0 \leq a \leq 30, 0.234512a, Se(30 < a \leq 100, 0.402034a - 5.02566, Se(100 < a \leq 220, 0.603051a - 25.12736, Se(a > 220, 0.670070a - 39.87154))))$
- $j = Se(0 \leq a \leq 30, 0.246800a, Se(30 < a \leq 100, 0.423100a - 5.289, Se(100 < a \leq 220, 0.634650a - 26.444, Se(a > 220, 0.75180a - 52.217))))$

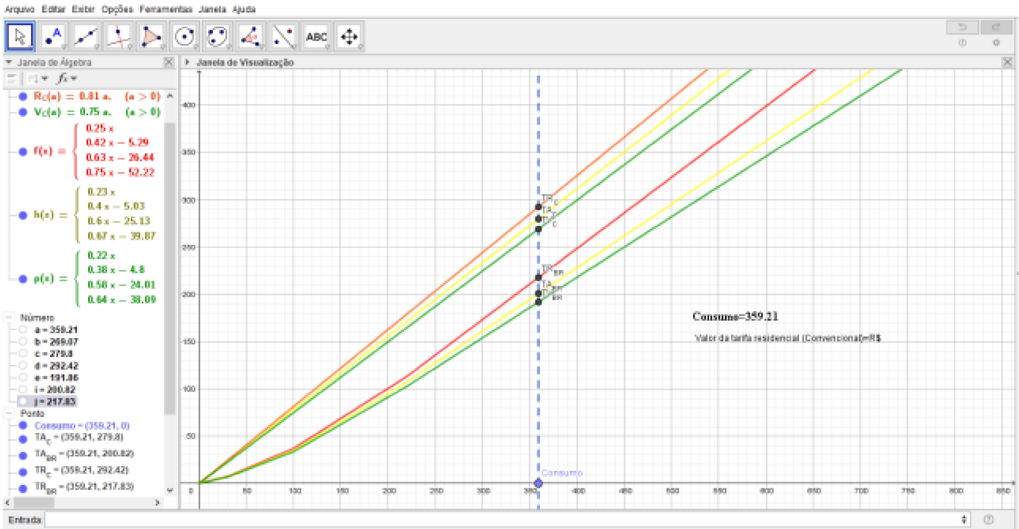

Figura A.42: Passo 34 (Elaborado pelo autor)

(35) Com a ferramenta “Texto” habilitada, clique na Janela de visualização e em Editar digite Valor da tarifa residencial (Convencional)=R$b (o “b” deve ser selecionado em Objetos)

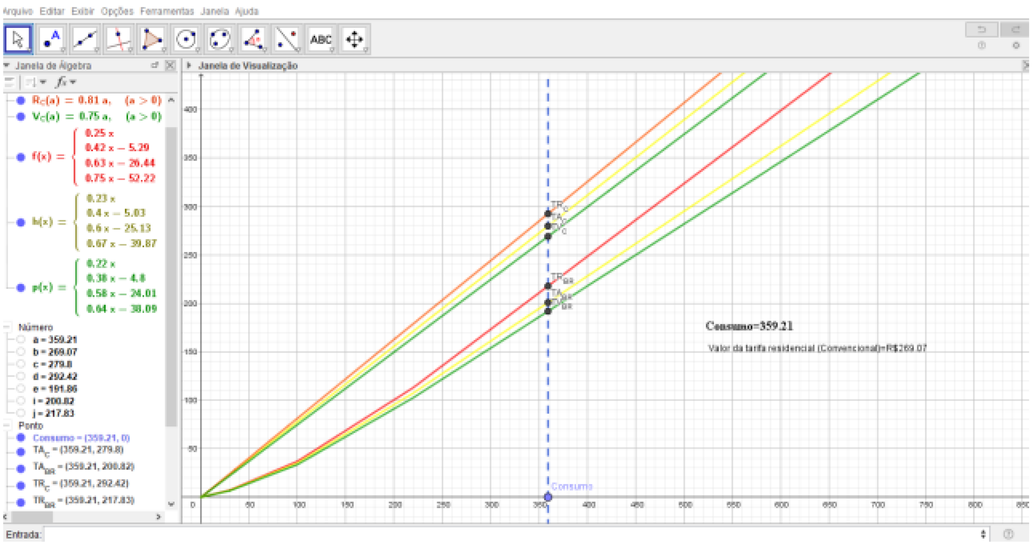

Figura A.43: Passo 35 (Elaborado pelo autor)

(36) Clique no texto2 com o botão direito do mouse e em Propriedades coloque na cor verde.

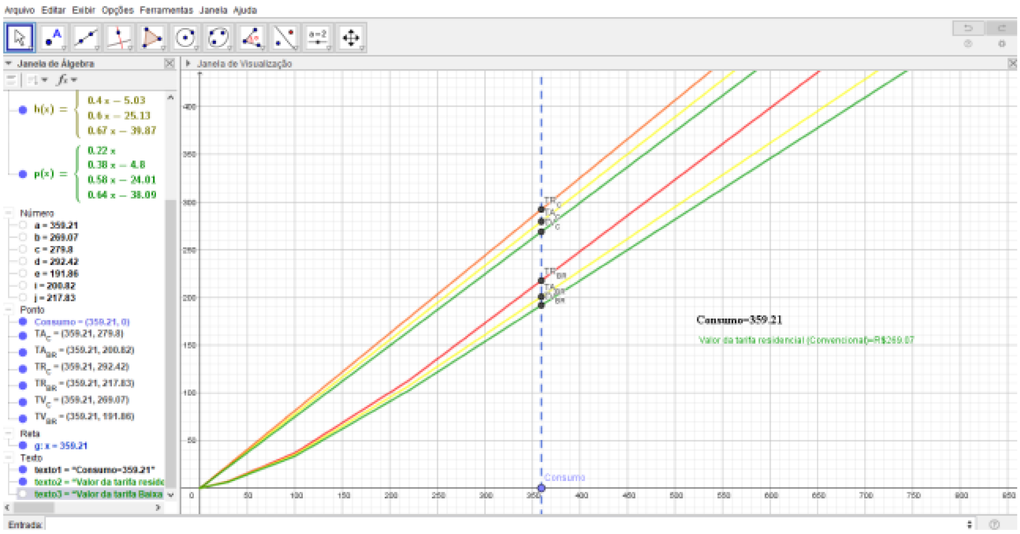

Figura A.44: Passo 36 (Elaborado pelo autor)

(37) Com a ferramenta "Texto" habilitada, clique na Janela de visualização e em Editar digite Valor da tarifa residencial (Baixa Renda)=R$e (o "e" deve ser selecionado em Objetos). Na sequência clique no texto3 com o botão direito do mouse e em Propriedades coloque na cor verde.

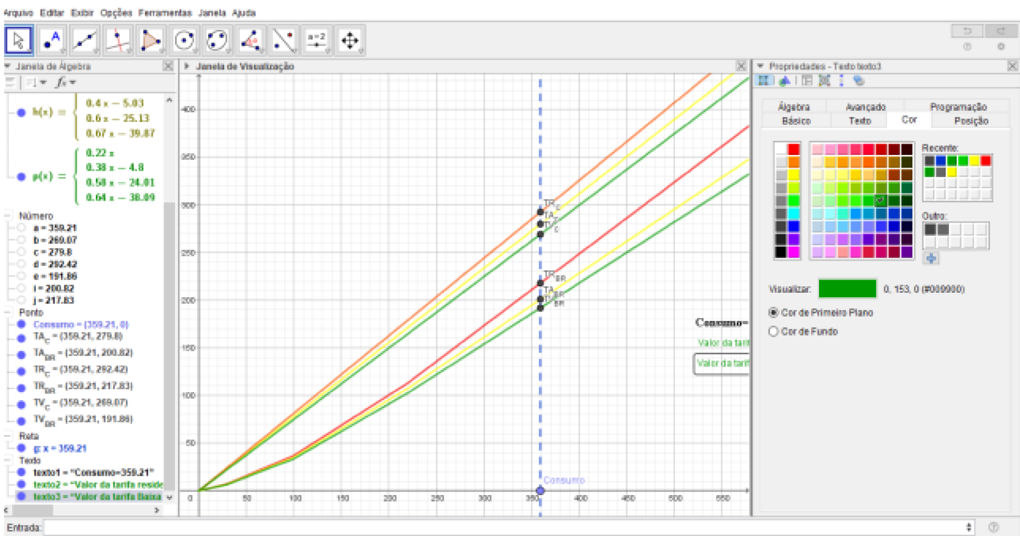

Figura A.45: Passo 37 (Elaborado pelo autor)

(38) Com a ferramenta "Texto" habilitada, clique na Janela de visualização e em Editar digite Valor da tarifa residencial (Convencional)=R$c (o "c" deve ser selecionado em Objetos). Na sequência clique no texto3 com o botão direito do mouse e em Propriedades coloque na cor amarelo.

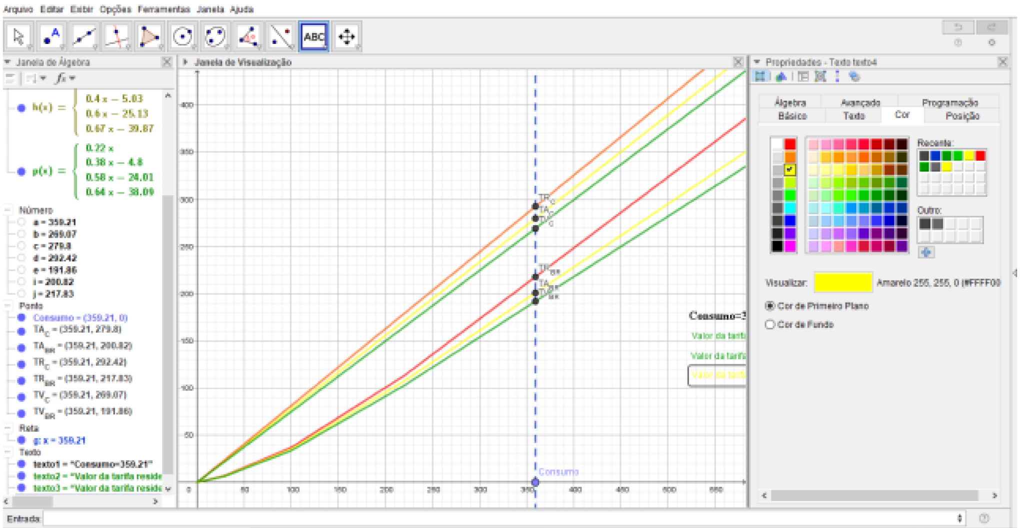

Figura A.46: Passo 38 (Elaborado pelo autor)

(39) Com a ferramenta “Texto” habilitada, clique na Janela de visualização e em Editar digite Valor da tarifa residencial (Baixa Renda)=R$i (o “i” deve ser selecionado em Objetos). Na sequência clique no texto3 com o botão direito do mouse e em Propriedades coloque na cor amarelo.

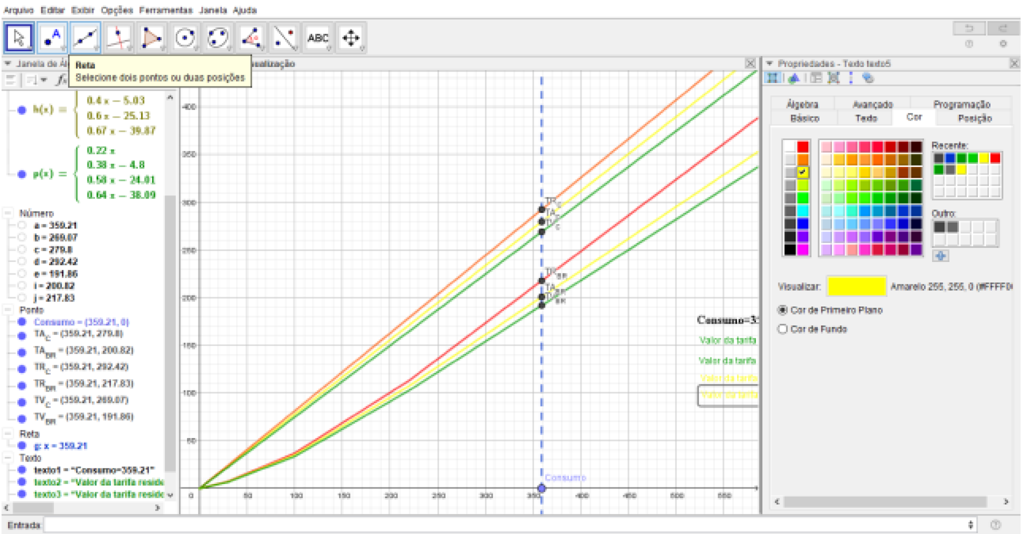

Figura A.47: Passo 39 (Elaborado pelo autor)

(40) Com a ferramenta “Texto” habilitada, clique na Janela de visualização e em Editar digite Valor da tarifa residencial (Convencional)=R$d (o “d” deve ser selecionado em Objetos). Na sequência clique no texto3 com o botão direito do mouse e em Propriedades coloque na cor vermelho.

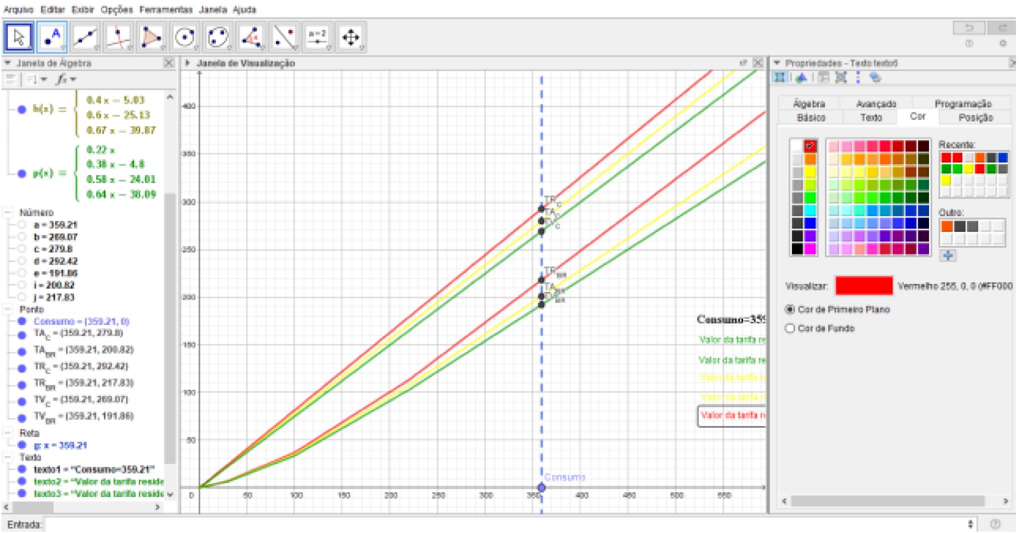

Figura A.48: Passo 40 (Elaborado pelo autor)

(41) Com a ferramenta "Texto" habilitada, clique na Janela de visualização e em Editar digite Valor da tarifa residencial (Baixa Renda)=R\$j (o "j" deve ser selecionado em Objetos). Na sequência clique no texto3 com o botão direito do mouse e em Propriedades coloque na cor vermelho.

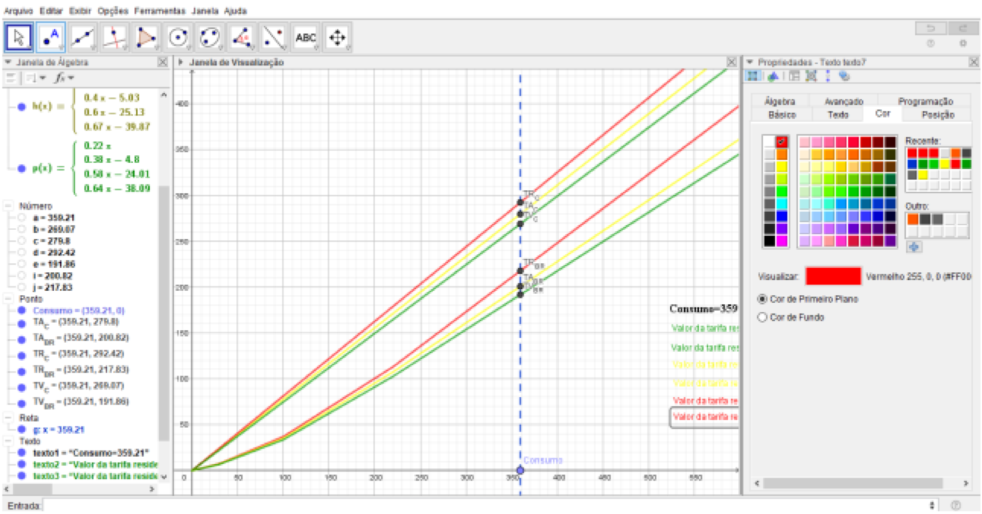

Figura A.49: Passo 41 (Elaborado pelo autor)

(42) Com a ferramenta "Caixa para Exibir/Esconder objetos" selecionada, escreva na legenda "Bandeira Verde" e selecione os objetos:

- Função Vc
- Função p
- Ponto TV_C
- Ponto TV_{BR}

- Texto texto2
- Texto texto3
- Clique em aplicar.

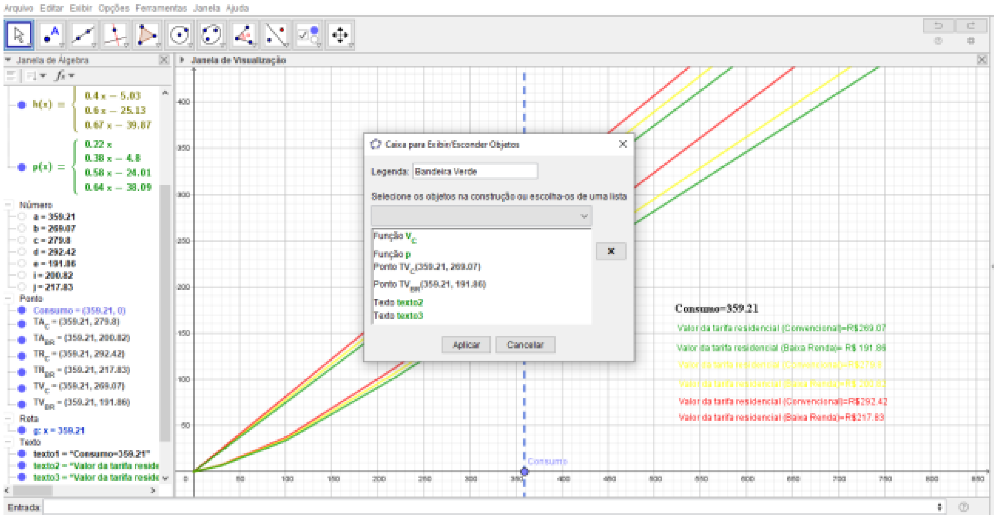

Figura A.50: Passo 42 (Elaborado pelo autor)

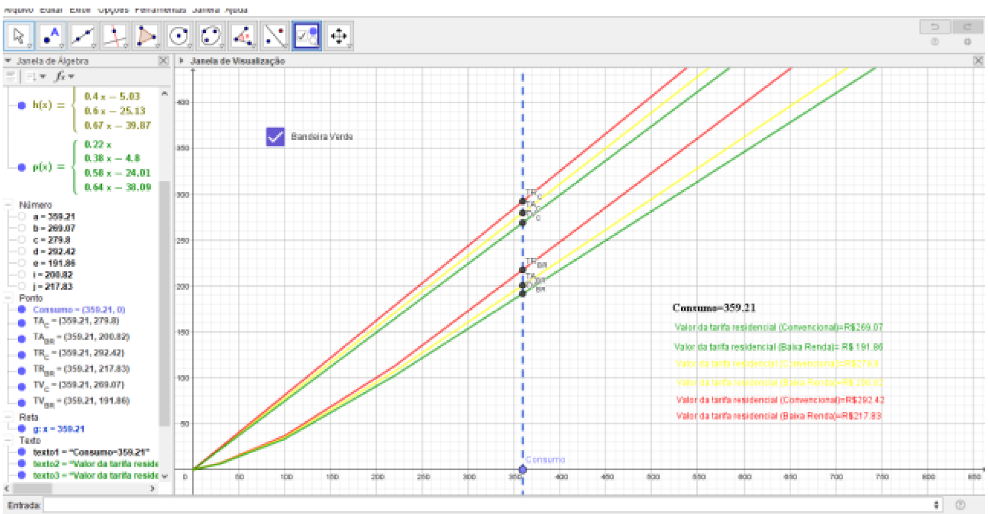

Figura A.51: Passo 42 (Elaborado pelo autor)

(43) Clique com o botão direito do mouse sobre a caixa criada e em Propriedades coloque na cor verde.

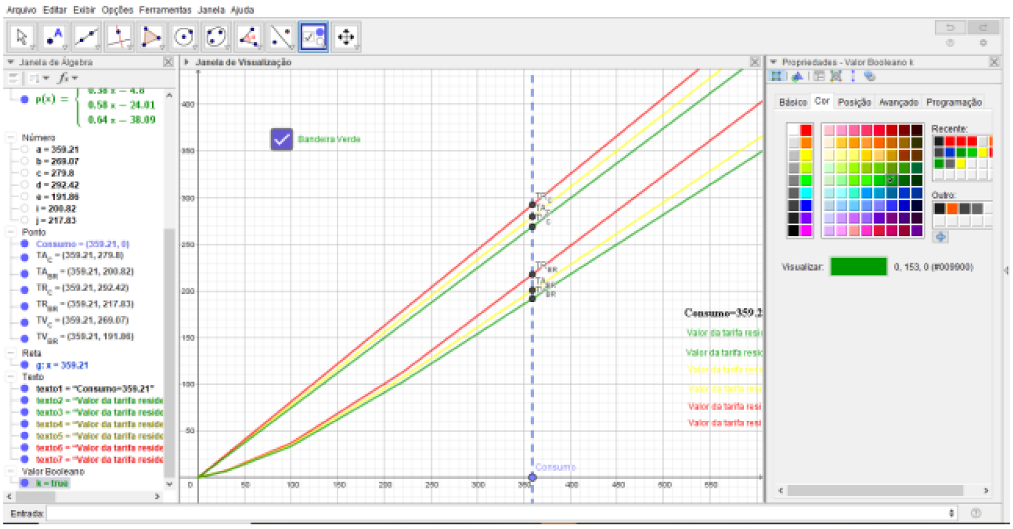

Figura A.52: Passo 43 (Elaborado pelo autor)

(44) Com a ferramenta “Caixa para Exibir/Esconder objetos” selecionada escreva na legenda “Bandeira Amarela” e selecione os objetos:

-
- Função Ac
- Função h
- Ponto TA_C
- Ponto TA_{BR}
- Texto texto4
- Texto texto5
- Clique em aplicar

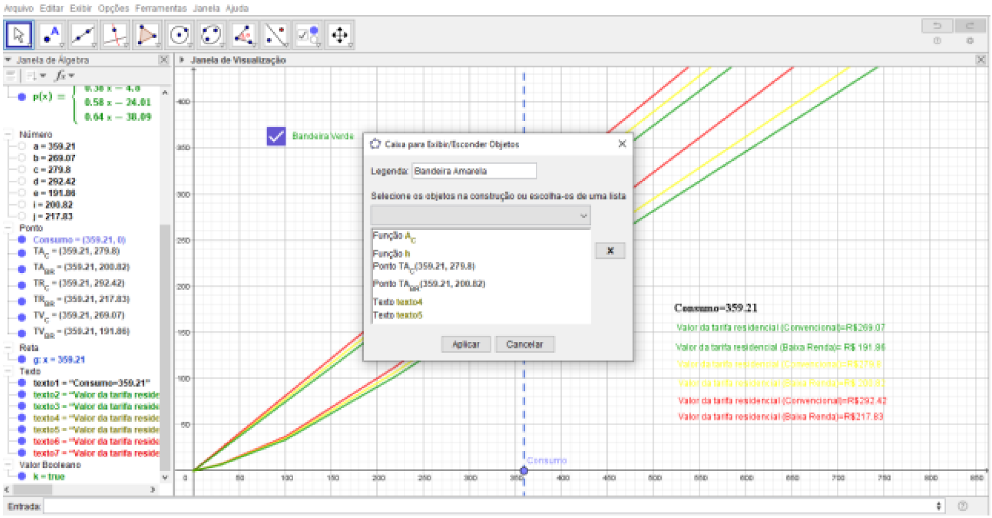

Figura A.53: Passo 44 (Elaborado pelo autor)

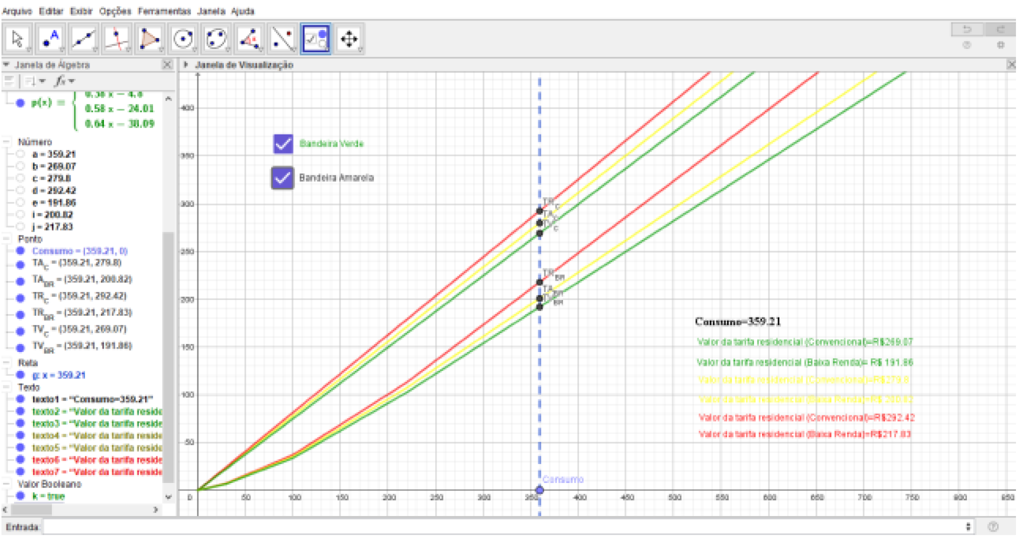

Figura A.54: Passo 44 (Elaborado pelo autor)

(45) Clique com o botão direito do mouse sobre a caixa criada e em Propriedades coloque na cor amarelo.

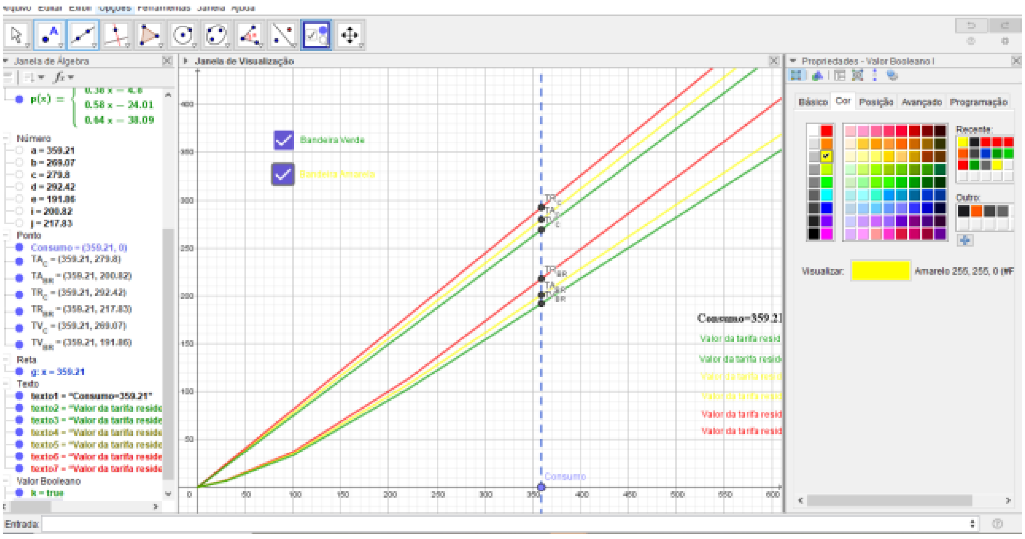

Figura A.55: Passo 45 (Elaborado pelo autor)

(46) Com a ferramenta "Caixa para Exibir/Esconder objetos" selecionada escreva na legenda "Bandeira Vermelha" e selecione os objetos:

- Função Rc
- Função f
- Ponto TR_C
- Ponto TR_{BR}
- Texto texto6
- Texto texto7
- Clique em aplicar

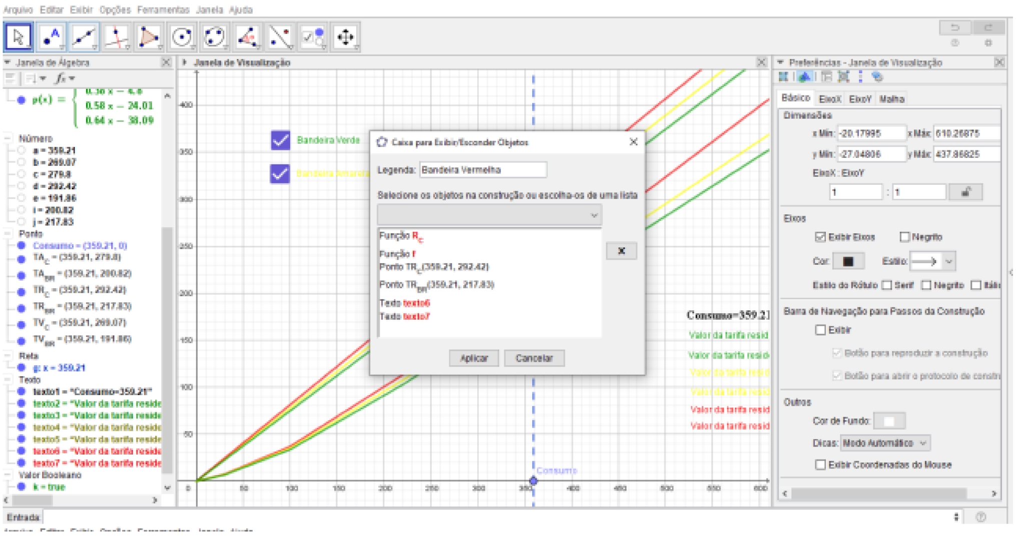

Figura A.56: Passo 46 (Elaborado pelo autor)

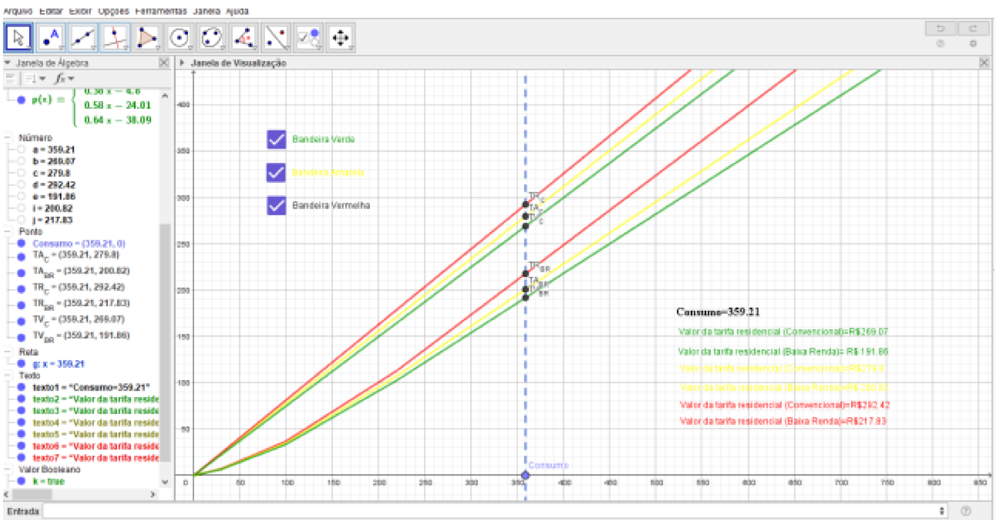

Figura A.57: Passo 46 (Elaborado pelo autor)

(47) Clique com o botão direito do mouse sobre a caixa criada e em Propriedades coloque na cor vermelho.

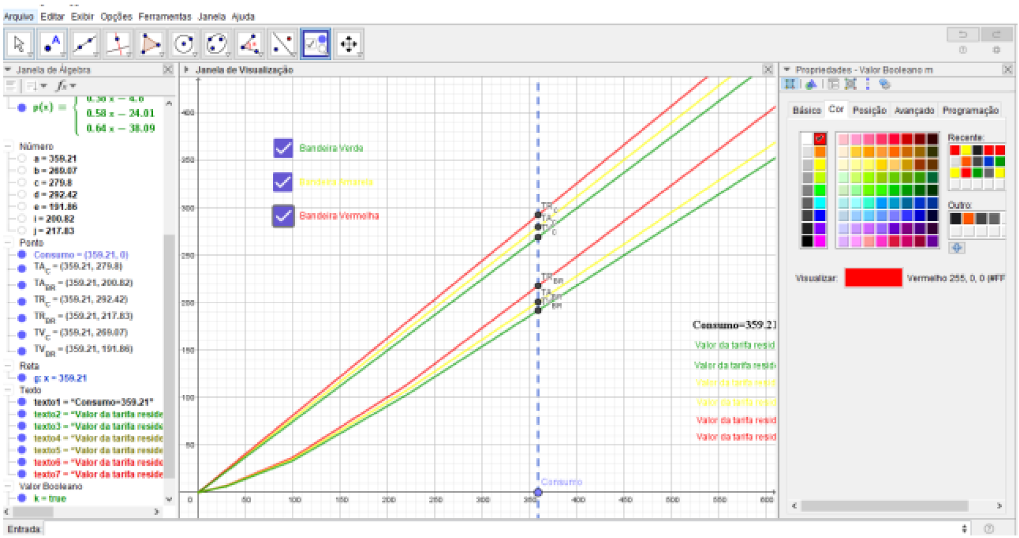

Figura A.58: Passo 47 (Elaborado pelo autor)

(48) Até este passo sua construção ficará semelhante a apresentada abaixo.

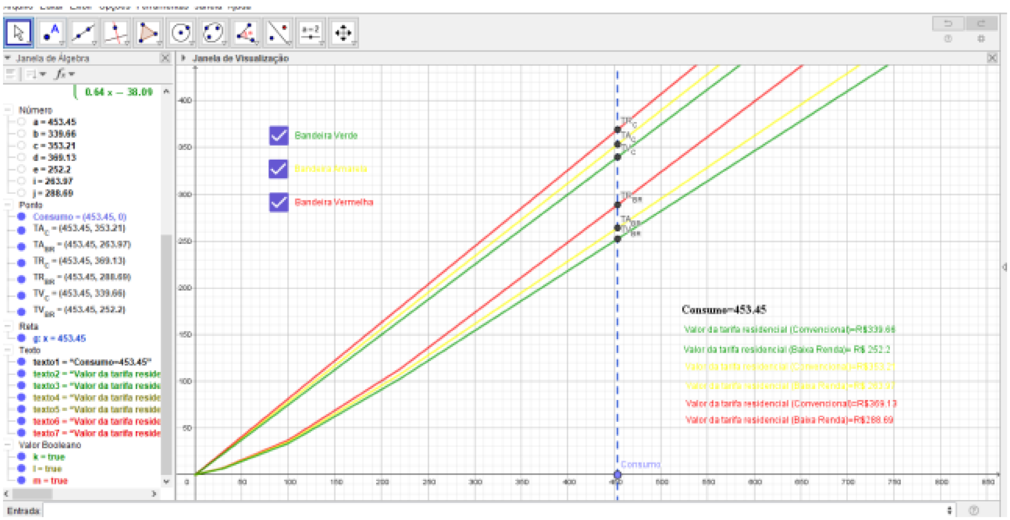

Figura A.59: Passo 48 (Elaborado pelo autor)

(49) Opcional: Para aparecer exclusivamente os elementos relacionados à uma bandeira específica, quando selecionada a sua caixa, faça:

- Bandeira Verde: Vá nas propriedades do valor booleano "k"e, na aba "Programação", na a aba "Ao Atualizar", digite k=true l=false m=false.

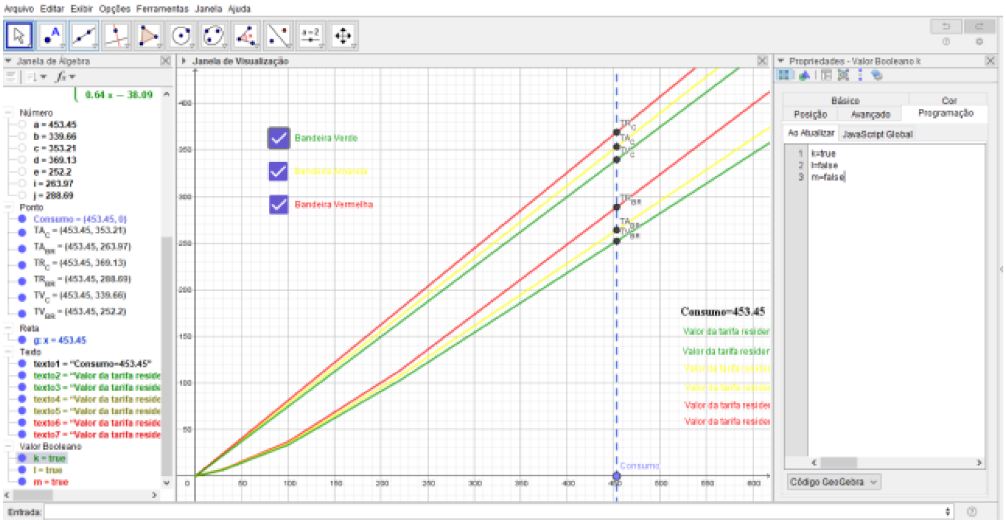

Figura A.60: Passo 49 (Elaborado pelo autor)

- Bandeira Amarela: Vá nas propriedades do valor booleano "l"e, na aba "Programação", na a aba "Ao Atualizar", digite k=false l=true m=false.

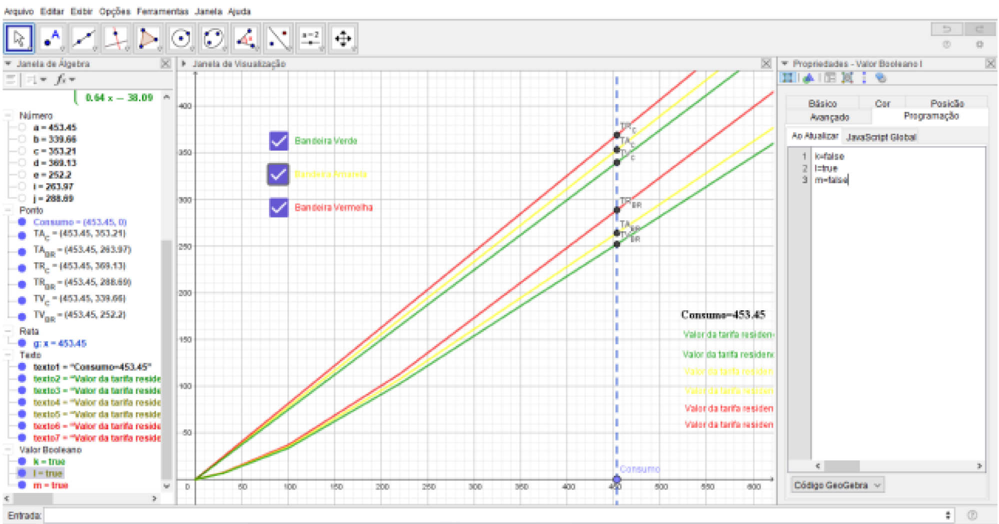

Figura A.61: Passo 49 (Elaborado pelo autor)

Bandeira Vermelha: Vá nas propriedades do valor booleano "m"e, na aba "Programação", na a aba "Ao Atualizar", digite k=false l=false m=true.

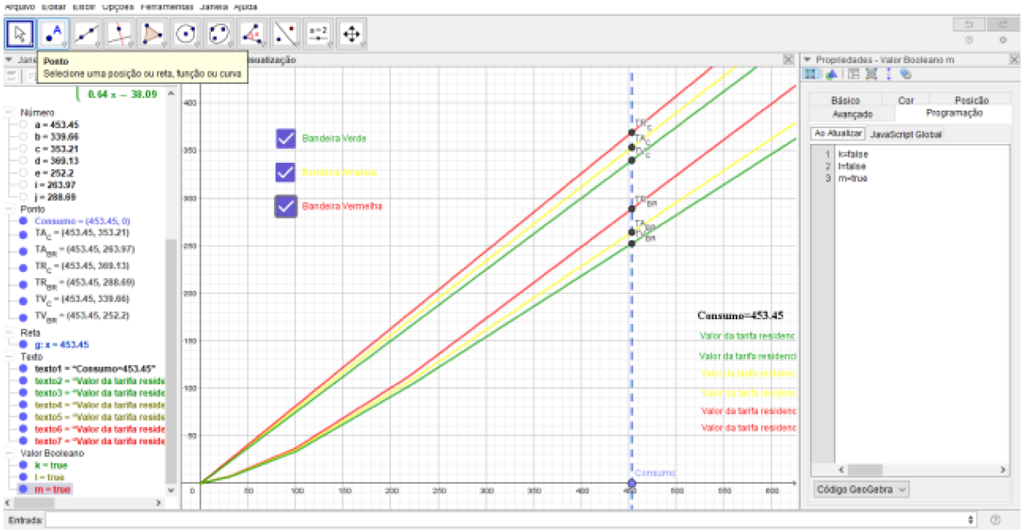

Figura A.62: Passo 49 (Elaborado pelo autor)

- Faça os testes! Selecione cada caixa e verifique!

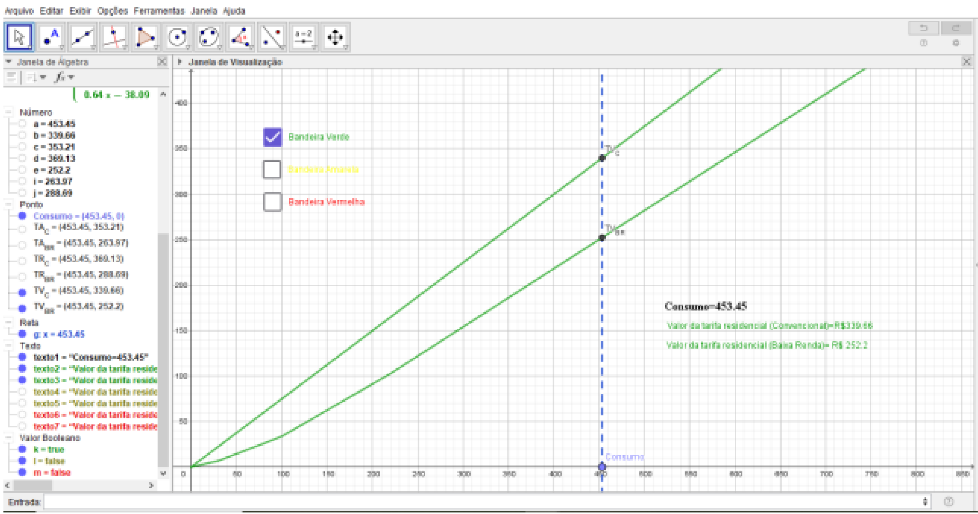

Figura A.63: Passo 49 (Elaborado pelo autor)

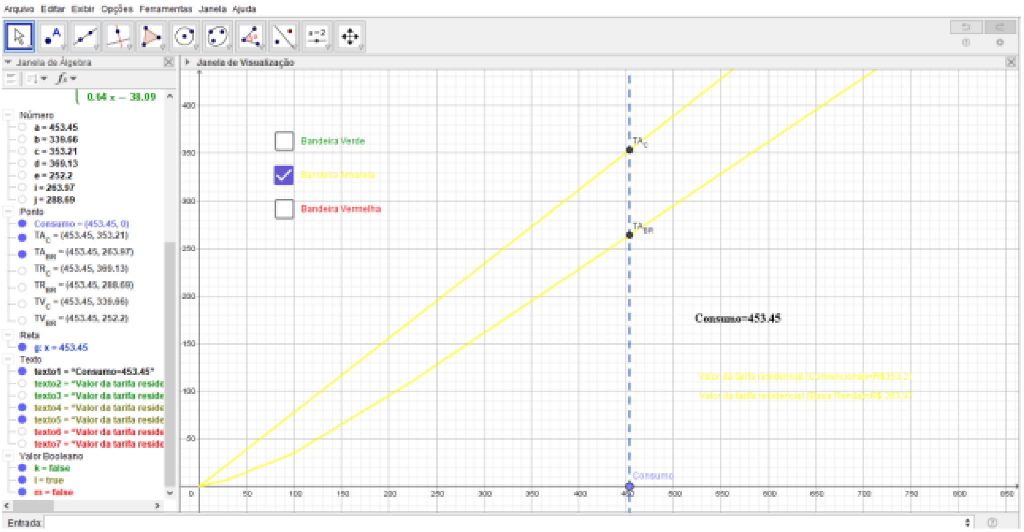

Figura A.64: Passo 49 (Elaborado pelo autor)

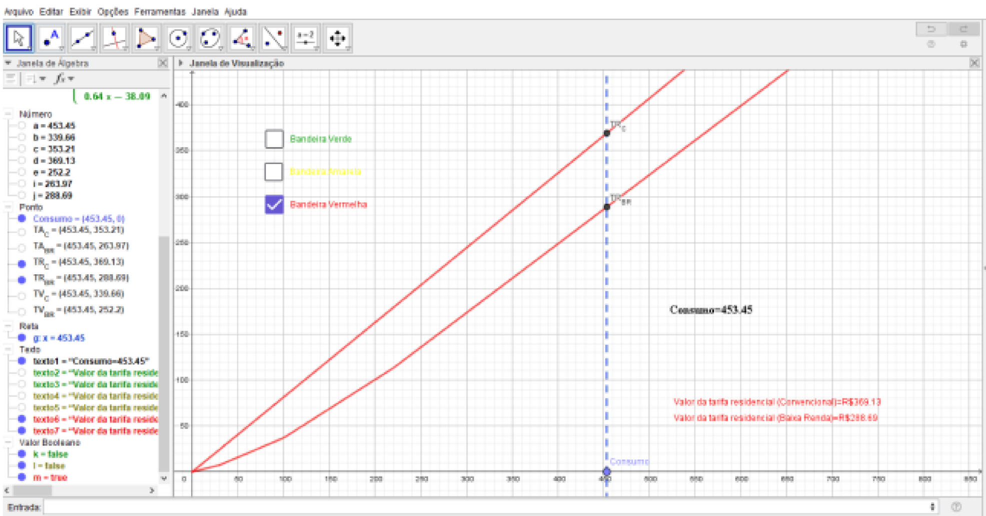

Figura A.65: Passo 49 (Elaborado pelo autor)

Bom trabalho!

B. Apêndice

- Atividade na plataforma GeoGebra:

Modelando a conta de energia elétrica (antes de impostos)

Autor: Giselle Moraes Moraes Resende Pereira, Gabriel Simão Mucci

Utilizando a Modelagem Matemática e o software GeoGebra esta atividade propõe um estudo sobre como calcular o consumo de energia elétrica residencial e os valores das tarifas, utilizando a tarifa residencial convencional e a tarifa de baixa renda nas bandeiras verde, amarela e vermelha 1 (antes dos tributos estaduais - ICMS, federais - PIS/COFINS e municipais - CIP).
A atividade será desenvolvida em etapas:

- A primeira, consiste nos estudantes encontrarem uma função, a partir das suas contas de energia elétrica, que determine o consumo médio mensal (kwh) em função da potência e do tempo de consumo.

- Em seguida, iremos preencher uma tabela de consumo de energia, com aparelhos e lâmpadas de alguma residência (nesse caso, pode ser tanto a residência do professor, quanto as residências dos alunos). Nessa tabela, iremos calcular o consumo médio mensal em cada equipamento da residência; feito isso, conseguiremos calcular, no final, o consumo médio mensal de energia elétrica, em determinado local. Assim, podemos promover a redução do consumo de energia elétrica a partir da análise dos dados.

- A terceira etapa consiste em encontrar o valor gasto com as tarifas convencional e baixa renda (antes da aplicação de impostos) nas bandeiras verde, amarela e vermelha 1; e descobrir os descontos em porcentagem para quem utiliza a tarifa baixa renda.

- A quarta etapa consiste nos estudantes encontrarem uma função, a partir das suas contas de energia elétrica, que determine o valor a ser pago pelo serviço de energia em função da quantidade de energia consumida por hora em kwh.

Figura B.1: Introdução

- A última etapa consiste em verificar o desconto em porcentagem para aqueles que utilizam a tarifa baixa renda; E por fim, refletir, traçar planos e possibilidades para reduzir o consumo de energia elétrica nas residências.

Figura B.2: Introdução

Analisando a conta de energia elétrica:

Faça uma leitura/análise de sua conta de energia elétrica, atentando-se aos valores cobrados e a outros itens importantes:

- Valor total a pagar;
- Consumo kWh;
- Tarifa/preço (por kWh);
- Classe e subclasse;
- Bandeira;
- Tem algum valor que é fixo e não muda de acordo com o consumo?;
- Qual valor está variando de acordo com a quantidade de energia gasta? O que determina este valor final?;
- O que é a unidade de medida kwh?;
- Taxa mínima? A taxa mínima é um valor mínimo de pagamento da conta, caso ela não atinja um certo consumo de energia.

Como é calculado o consumo de energia elétrica?

O cálculo do consumo de energia elétrica é diretamente proporcional à POTÊNCIA (w - watt) e ao TEMPO (h - hora) em que o equipamento fica ligado, ou seja, quanto maior a potência e o tempo de uso, maior será a energia elétrica consumida e, consequentemente, maior será o valor a ser pago por essa energia.

Figura B.3: Primeira Etapa

Como é calculado o consumo de energia elétrica?

O cálculo do consumo de energia elétrica é diretamente proporcional à POTÊNCIA (w - watt) e ao TEMPO (h - hora) em que o equipamento fica ligado, ou seja, quanto maior a potência e o tempo de uso, maior será a energia elétrica consumida e, consequentemente, maior será o valor a ser pago por essa energia.

Um exemplo:

Sabendo que um chuveiro elétrico de 3500 w de potência é utilizado em uma residência durante 10 minutos por dia, qual será a energia consumida por esse equipamento ao final de um mês de utilização (em kwh - quilowatt-hora (quantidade de energia utilizada para alimentar uma carga com potência de 1000w pelo período de uma hora))?

Aa π Digite sua resposta aqui...

Encontrando um modelo: consumo de energia elétrica

Considerando W como a energia consumida, P como a potência do equipamento elétrico e t como o tempo de utilização, escreva a expressão que fornece o cálculo do consumo de energia elétrica em kwh.

Aa π Digite sua resposta aqui...

Figura B.4: Primeira Etapa

Tabela de consumo:

Preencha a tabela a abaixo. Em "descrição", você deve completar com os equipamentos, da residência escolhida, que fazem uso de energia elétrica. Podem perceber que apresentamos algumas sugestões para você editar e preencher apenas com aqueles aparelhos que são utilizados (o consumo é por residência e não individual).

Além da descrição, você deve preencher a potência de cada aparelho em w (quantidade de energia concedida por uma fonte a cada unidade de tempo), a quantidade de dias de utilização no mês e o tempo médio de utilização no dia.

A última coluna fornecerá o consumo médio mensal de cada equipamento, em kwh, e, ao final, o somatório. É importante lembrar que 1kw=1000w.

Figura B.5: Segunda Etapa

Descrição	Potência	Dias estimados uso/mês	Média de utilização dia	Gasto mensal	Consumo Médio mensal
Lâmpadas	100	30	5	15000	15
AR-CONDICIONADO 7.500 BTU	1000	30	2	60000	60
CHUVEIRO ELÉTRICO	3500	30	1	105000	105
FOGÃO COMUM	30	30	1	900	0.9
LAVADORA DE ROUPAS	500	12	1	6000	6
COMPUTADOR/	180	30	3	16200	16.2
Secador de cabelo	1400	30	0.16	6720	6.72
	50	2	1	100	0.1
	50	1	2	100	0.1
	50	3	4	600	0.6
	50	3	5	750	0.75
	50	4	5	1000	1
	50	5	5	1250	1.25
	50	6	5	1500	1.5
	50	7	5	1750	1.75
	50	8	5	2000	2
	50	9	5	2250	2.25
					221.12

Figura B.6: Segunda Etapa

Tarifas de energia elétrica: bandeiras tarifárias

O sistema de bandeiras tarifárias funciona como um "semáforo" que indica a diferença de custo de geração de energia para os consumidores e impacta diretamente na conta de luz.
Com esse sistema o valor das contas de energia, podem sofrer acréscimos gradativos, de acordo com o consumo. Existem 5 bandeiras, mas nesta atividade modelamos as 3 primeiras: verde, amarela e vermelha 1.
Existe também a diferenciação para tarifas de subclasse residencial (Convencional ou Baixa Renda).

B1- RESIDENCIAL NORMAL	BANDEIRA VERDE - CONSUMO R$/KWH	BANDEIRA AMARELA - CONSUMO R$/KWH	BANDEIRA VERMELHA 1 - CONSUMO R$/KWH
Residencial Normal (Consumo R$/kWh)	0,74906	0,778950	0,814060

Figura B.7: Terceira Etapa

B1 - RESIDENCIAL BAIXA RENDA	BANDEIRA VERDE - CONSUMO R$/KWH	BANDEIRA AMARELA - CONSUMO R$/KWH	BANDEIRA VERMELHA 1 - CONSUMO R$/KWH
Consumo mensal até 30 kWh (R$/kWh)	0,22405	0,234512	0,246800
Consumo mensal entre 31 até 100 kWh (R$/kWh)	0,3841	0,402034	0,423100
Consumo mensal entre 101 até 220 kWh (R$/kWh)	0,57615	0,603051	0,634650
Consumo mensal superior a 220 kWh (R$/kWh)	0,64018	0,670070	0,705180

Figura B.8: Terceira Etapa

Encontrando um modelo: a função tarifa convencional (bandeira verde)

Considerando que W é a energia consumida e que a taxa convencional na bandeira verde é de 0,74906, escreva a expressão que fornece o valor da tarifa convencional.

Aa π Digite sua resposta aqui...

Encontrando um modelo: a função tarifa baixa renda (bandeira verde)

Considerando W a energia consumida e as tarifas baixa renda na bandeira verde apresentadas na tabela, escreva a expressão que fornece o valor da tarifa baixa renda.

Aa π Digite sua resposta aqui...

Figura B.9: Terceira Etapa

Ao preencher a tabela na construção anterior você descobriu o consumo da sua residência. Agora você poderá acompanhar o valor da sua tarifa residencial, nas 3 primeiras bandeiras tarifárias, a partir da construção abaixo. Movimente o ponto "Consumo"até o valor do consumo da sua residência obtido em kwh.

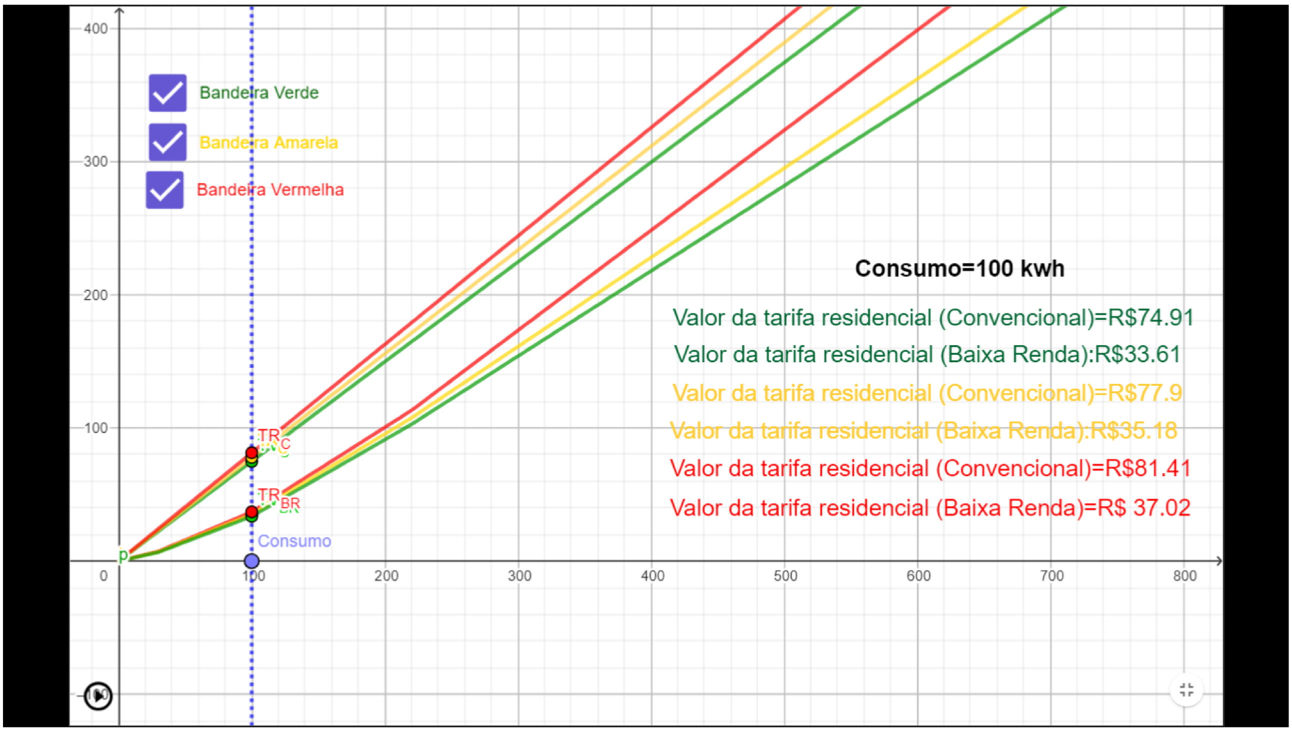

Figura B.10: Quarta Etapa

Qual o valor da tarifa residencial convencional para o seu consumo na bandeira verde? E na tarifa residencial baixa renda? Nessa situação, qual o desconto em porcentagem para quem utiliza a tarifa baixa renda?

Aa π Digite sua resposta aqui...

Qual o valor da tarifa residencial convencional para o consumo de 35kwh na bandeira verde? E na tarifa residencial baixa renda? Nessa situação, qual o desconto em porcentagem para quem utiliza a tarifa baixa renda?

Aa π Digite sua resposta aqui...

PARA REFLETIR - Energia elétrica: como economizar?

Quais aparelhos são os mais responsáveis pelo gasto de energia elétrica e qual o valor médio mensal pago pelos seus usos? Verifique possibilidades para reduzir o consumo de energia elétrica na sua residência.

Figura B.11: Quinta Etapa

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
Faculdade de Matemática
Av. João Naves de Àvila, 2121, Bloco 1F - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
Telefone: +55 (34) 3239-4158/4156/4126 - www.famat.ufu.br - famat@ufu.br

ATA DE DEFESA - GRADUAÇÃO

Curso de Graduação em:	Matemática				
Defesa de:	Trabalho de Conclusão de Curso 2 (FAMAT31804)				
Data:	28/11/2023	Hora de início:	14h00min	Hora de encerramento:	15h15min
Matrícula do Discente:	11911MAT044				
Nome do Discente:	Gabriel Simão Mucci				
Título do Trabalho:	**Modelagem Matemática e GeoGebra: uma proposta educativa para a formação em Educação Ambiental de estudantes do Ensino Médio**				

A carga horária curricular foi cumprida integralmente?	(x) Sim ( ) Não

Reuniu-se no formato remoto a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Curso de Graduação em Matemática, assim composta pelos Professores: Prof. Dr. Arlindo José de Souza Junior – FAMAT/UFU, Prof. Dr. Danilo Elias de Oliveira – FAMAT/UFU e a Profa. Dra. Giselle Moraes Resende Pereira – FAMAT/UFU, orientadora do candidato.

Iniciando os trabalhos, a presidente da mesa, Profa. Dra. Giselle Moraes Resende Pereira, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao discente a palavra, para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do curso.

A seguir a senhora presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir o candidato. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o candidato:

(X) Aprovado ( ) Reprovado

Nota: 95

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Giselle Moraes Resende Pereira**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 28/11/2023, às 15:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Danilo Elias de Oliveira**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 28/11/2023, às 15:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Arlindo José de Souza Junior**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 28/11/2023, às 18:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4997346** e o código CRC **F57AC6E5**.

Referência: Processo nº 23117.080371/2023-50 SEI nº 4997346