



FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA - FEMEC
ENGENHARIA AERONÁUTICA

Modelagem e Simulação de Aeronaves em Ambiente Simulink/Matlab

Arthur Alex Akihiro KANO

Uberlândia

2023

Arthur Alex Akihiro Kano

Modelagem e Simulação de Aeronaves em Ambiente Simulink/Matlab

Projeto de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica, da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Aeronáutica.

Área de concentração: Mecânica de voo

Orientador: Prof. Dr. Tobias Souza Morais

Uberlândia

2023

Resumo

O trabalho apresenta o desenvolvimento de um modelo matemático para a simulação da dinâmica de voo de aeronaves, utilizando o software MATLAB/Simulink. O modelo é construído de forma modular, permitindo sua adaptação para diferentes aeronaves apenas alterando os dados específicos de cada uma. Além da modelagem matemática das equações que regem o movimento da aeronave, são desenvolvidos modelos para o cálculo das forças aerodinâmicas, propulsivas e gravitacionais. Também é implementado um modelo de atmosfera em Simulink para simular as condições de voo da aeronave. O trabalho aborda ainda conceitos e parâmetros importantes para uma configuração adequada da simulação e apresenta uma metodologia baseada no método de otimização Newton-Raphson Generalizado para calcular as condições de equilíbrio da aeronave. Finalmente, são apresentados os resultados de simulação para diferentes entradas de comando da aeronave em estudo.

Palavras-chave: Mecânica de voo, simulação, equações do movimento, modelo aerodinâmico, condições de equilíbrio.

Abstract

This work presents the development of a mathematical model for simulating aircraft flight dynamics using MATLAB/Simulink software. The model is modular, allowing for adaptation to different aircraft by modifying their specific data. In addition to the mathematical modeling of equations governing aircraft motion, models are developed to calculate aerodynamic, propulsive, and gravitational forces. A Simulink atmosphere model is implemented to simulate the aircraft's flight conditions. The study discusses important concepts and parameters for proper simulation setup and presents a methodology based on the Generalized Newton-Raphson optimization method to calculate the aircraft's equilibrium conditions. Finally, simulation results for different control inputs of the studied aircraft are presented.

Keywords: Flight dynamics, simulation, equations of motion, aerodynamic model, equilibrium conditions.

Sumário

Símbolos	5
1 Introdução	7
2 Aeronave CRM-PEA	10
3 Definições	12
3.1 Geodésia	12
3.2 Centro de Massa e Gravidade	14
3.3 Referenciais	15
3.3.1 Referencial Inercial	15
3.3.2 Referencial Normal Fixo à Terra	16
3.3.3 Referencial Normal Fixo à Aeronave	17
3.3.4 Referencial do Corpo	17
3.3.5 Referencial de Estabilidade	17
3.3.6 Referencial Aerodinâmico	18
3.3.7 Referencial Cinemático	18
3.3.8 Transformação de Referenciais	19
3.4 Ângulos de Euler	22
3.5 Cinemática do Corpo Rígido	25
4 Modelagem	28
4.1 Equações do Movimento	30
4.1.1 Equação de Força	32
4.1.2 Equação de Momentos	34
4.1.3 Equações Cinemáticas de Atitude	36
4.1.4 Equações de Navegação	40
4.1.5 Forças e Momentos Totais	42
4.2 Aerodinâmica	44
4.2.1 Entradas	46
4.2.2 Asa-Fuselagem	49
4.2.3 Empenagem Horizontal	53
4.2.4 Empenagem Vertical	55
4.2.5 Forças e Momentos Aerodinâmicos Totais	57
4.3 Motor	58

4.3.1	Empuxo estático	59
4.3.2	Dinâmica	60
4.3.3	Forças e Momentos Propulsivos	63
4.4	Propriedades de Massa	64
4.4.1	Tensor de Inércia	65
4.4.2	Forças Peso	67
4.5	Atmosfera	68
4.6	Velocidades e Ângulos	75
4.7	Saídas Calculadas	83
5	Simulação	84
5.1	Condições de Equilíbrio	87
5.1.1	Metodologia	88
5.1.2	Exemplo de Trimagem	92
5.2	Tipos de Simulação	96
5.2.1	Simulações em Estado Estacionário	96
5.2.2	Simulações no Tempo Não Real	97
5.2.3	Simulações no Tempo Real	97
5.2.4	Tipos de Entradas	99
5.3	Parâmetros de Simulação	100
5.3.1	Frequência de Amostragem	100
5.3.2	Frequência de Simulação	100
5.3.3	Passo de Simulação	101
5.3.4	Soluções Numéricas	102
5.4	Simulações	103
5.4.1	Perturbação de Profundor	103
5.4.2	Pertubação de Aileron	106
5.4.3	Pertubação de Leme	110
6	Conclusão	114

Símbolos

Símbolo	Descrição	Unidade
AR	Alongamento	
A_1	Contribuição devido ao ângulo de incidência	
A_2	Contribuição devido a deflexão da superfície de controle	
b	Envergadura	m
BOW	Peso básico operacional	kg
CG	Centro de gravidade	
CM	Centro de massa	
C_D	Coefficiente de arrasto	
C_L	Coefficiente de sustentação	
C_M	Coefficiente de momento de arfagem	
C_N	Coefficiente de momento de guinada	
C_R	Coefficiente de momento de rolagem	
C_X	Coefficiente de força no eixo x	
C_Y	Coefficiente de força no eixo y	
C_Z	Coefficiente de força no eixo z	
\bar{c}	Corda média aerodinâmica	m
DCM	Matriz dos cossenos diretores	
e	Fator de Oswald	
F	Força	N
F_a	Referencial aerodinâmico	
F_b	Referencial do corpo	
F_e	Referencial normal fixo à Terra	
F_I	Referencial inercial	
F_k	Referencial cinemático	
F_o	Referencial normal fixo à aeronave	
F_s	Referencial de estabilidade	
g	Âceleração da gravidade	m s^{-2}
h	Momento angular	m s^{-2}
I	Tensor de inércia	
I_{xx}	Momento de inércia em relação ao eixo x	kg m^2
I_{yy}	Momento de inércia em relação ao eixo y	kg m^2
I_{zz}	Momento de inércia em relação ao eixo z	kg m^2
m	Massa	kg
M	Momento	N m
$MTOW$	Peso máximo de decolagem	kg
N	Fator de carga	g
p	Momento angular	m s^{-2}
p	Velocidade angular de rolagem	rad s^{-2}
q	Velocidade angular de arfagem	rad s^{-2}
r	Velocidade angular de guinada	rad s^{-2}
R	Raio	m
S_{ht}	Área da empenagem horizontal	m^2
S_{vt}	Área da empenagem vertical	m^2
S_w	Área da asa	m^2

Símbolo	Descrição	Unidade
TLA	Manete do motor	%
u	Velocidade do eixo x	m s^{-1}
v	Velocidade do eixo y	m s^{-1}
w	Velocidade do eixo z	m s^{-1}
α	Ângulo de ataque	rad
β	Ângulo de derrapagem	rad
γ	Ângulo de subida	rad
δ_a	Deflexão do aileron	rad
δ_e	Deflexão do profundor	rad
δ_f	Deflexão do flap	rad
δ_r	Deflexão do leme	rad
δ_s	Ângulo do estabilizador horizontal	rad
ϵ	Ângulo de downwash	rad
θ	Ângulo de arfagem	rad
μ	Coefficiente de viscosidade	
ϕ	Ângulo de rolagem	rad
ϕ_T	Ângulo de pitch do motor	rad
χ	Ângulo de proa	rad
ψ	Ângulo de guinada	rad
ψ_T	Ângulo de toe do motor	rad

Sample Reference symbols: $??$, v , $??$, $??$, F .

1 Introdução

Um simulador de voo é um dispositivo que recria artificialmente o voo de uma aeronave e o ambiente em que ela voa, para treinamento de pilotos, design ou outros fins. Inclui a replicação das equações que governam como as aeronaves voam, como elas reagem às aplicações dos controles de voo, os efeitos de outros sistemas da aeronave e como a aeronave reage a fatores externos, como densidade do ar, turbulência, cisalhamento do vento, nuvens, precipitação, etc. A simulação de voo é usada por uma variedade de razões, incluindo treinamento de voo, o projeto e desenvolvimento da própria aeronave e pesquisa sobre as características da aeronave e qualidade de voo. A Figura 1 apresenta alguns tipos de simuladores de voo, incluindo simuladores de base fixa, base móvel, *full flight simulator* (FFS) e *Iron bird*.

Figura 1: Tipos de simuladores de voo.



Fonte: Montagem de imagens da internet. <<https://www.gtec.at/pt-pt/product/ghisys/>>, <<https://aerosyseng.com/full-flight-simulators/>>, <<https://aerolatinnews.com/aviation-industry/tru-simulation-training-qualifies-second-boeing-737-max-full-flight-simulator/>>, <<https://www.airbus.com/en/newsroom/news/2017-05-taking-flight-with-the-airbus-iron-bird>>.

Os simuladores de base fixa são uma ferramenta útil para treinamento de pilotos, pesquisa e desenvolvimento de aeronaves, e testes de sistemas de voo. Eles oferecem um ambiente de treinamento virtual realista, mas sem a mesma sensação física de movimento encontrada em simuladores de movimento completo. Mesmo assim, eles continuam sendo uma opção acessível e eficaz para o treinamento de pilotos e desenvolvimento de novas tecnologias de aviação.

Os simuladores de base móvel são uma categoria de simuladores de voo que oferecem uma experiência de treinamento mais realista e imersiva do que os simuladores de base fixa, graças à inclusão de um sistema de movimento físico. Eles são particularmente úteis para treinamento de pilotos em manobras avançadas e simulação de condições extremas de voo. No entanto, eles são mais caros e complexos de se construir e operar do que os simuladores de base fixa.

O *Full Flight Simulator*, ou FFS, é um dos tipos mais avançados e sofisticados de

simulador de voo. Ele é projetado para fornecer uma experiência de treinamento altamente realista e imersiva para os pilotos, permitindo que eles pratiquem procedimentos de emergência e tomem decisões críticas em um ambiente seguro e controlado. Embora sejam caros e complexos de construir e operar, os FFSs são uma ferramenta essencial para o treinamento de pilotos em situações de voo reais.

O *Iron Bird* é um tipo de simulador de voo que é utilizado principalmente na fase de desenvolvimento e testes de novas aeronaves. Ele é usado para integrar e testar os sistemas da aeronave antes do seu primeiro voo real. O *Iron Bird* é equipado com os principais sistemas da aeronave, como o sistema hidráulico, o sistema elétrico, o sistema de comunicação, entre outros. Os sistemas são integrados em um único simulador que permite a simulação de diversas condições de voo e de falhas de equipamentos. Os engenheiros e técnicos da equipe de desenvolvimento de uma aeronave usam o *Iron Bird* para testar e validar os sistemas e componentes em um ambiente controlado. Isto permite que os testes sejam realizados em condições repetidas e extremas, que seriam perigosas ou impossíveis de simular em um ambiente de teste real. Os benefícios do *Iron Bird* incluem a redução dos riscos e dos custos associados aos testes em aeronaves reais, a melhoria da eficiência de desenvolvimento e a garantia de que todos os sistemas da aeronave estejam integrados e funcionando corretamente antes do primeiro voo real.

Em suma, os simuladores de voo são ferramentas vitais para o desenvolvimento e aprimoramento de aeronaves modernas. Compreender os diferentes tipos de simuladores e suas aplicações é fundamental para a realização de testes precisos e eficientes.

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma ferramenta de simulação de voo de uma aeronave em ambiente Simulink/Matlab, que permita que sua estrutura seja usada para diferentes aeronaves e que parâmetros importantes para o desenvolvimento de um projeto aeronáutico possam ser avaliados e ajustados com facilidade. Além disso, serão apresentados boas práticas de modelagem e provisões para implementação de outras modelagens matemáticas que também englobam a física de voo da aeronave. Durante este trabalho, serão abordados diversos temas relevantes para a compreensão do assunto em questão, com uma análise detalhada dos capítulos que compõem o desenvolvimento da ferramenta de simulação. A seguir, será apresentado um resumo dos principais assuntos de cada capítulo.

O segundo capítulo é dedicado à apresentação da aeronave utilizada como base para o desenvolvimento do modelo de simulação. Neste capítulo, será justificado o motivo de sua escolha e serão expostos seus principais dados.

No terceiro capítulo, serão abordadas definições, fundamentos e hipóteses necessárias para o desenvolvimento do trabalho. Conceitos da geodésia serão apresentados para justificar a utilização do modelo simplificado de Terra. Serão apresentados os diferentes referenciais utilizados para a simulação de aeronaves e como realizar a transformação entre eles, além de um fundamento da cinemática de corpo rígido essencial para o desenvolvimento das equações do movimento.

O quarto capítulo aborda o desenvolvimento da ferramenta de simulação, dividido em subcapítulos para cada componente do modelo. Nele, são desenvolvidas as equações do movimento que regem a dinâmica de voo da aeronave. Uma estrutura de banco de dados aerodinâmico é responsável por fornecer as forças e momentos aerodinâmicos. Uma modelagem simplificada de um motor aeronáutico *turbofan* é apresentada. Um modelo para leitura das propriedades de massa da aeronave e um método para estimar momentos

de inércia são abordados. Neste capítulo, também é apresentado o modelo de atmosfera padrão de 1976.

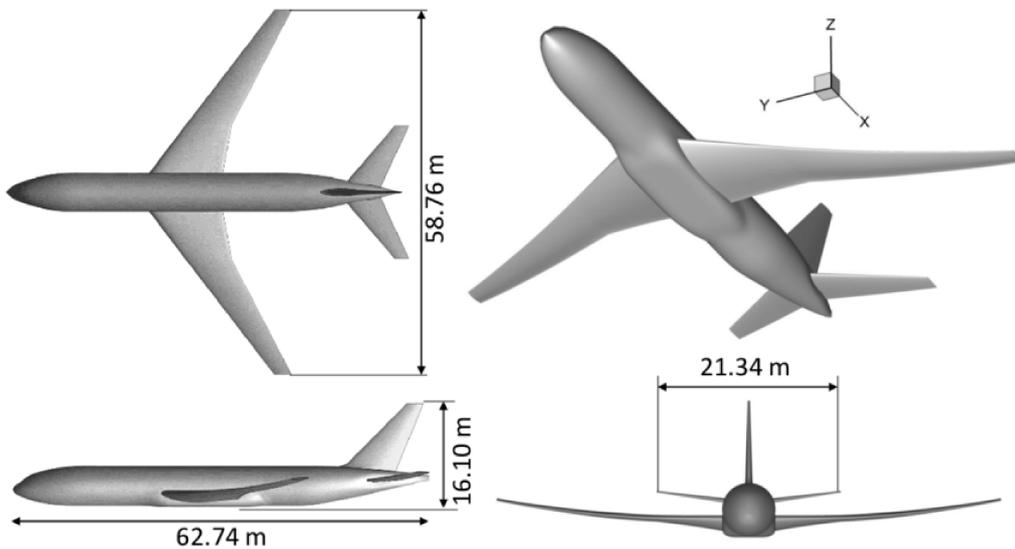
O capítulo cinco trata da realização de simulações a partir do modelo desenvolvido no capítulo anterior. Será apresentado um método robusto para estimar as condições de equilíbrio da aeronave, pois essas serão as condições iniciais da simulação. Além disso, serão abordados conceitos essenciais para uma boa configuração da rodada de simulação, incluindo a definição de parâmetros importantes. Resultados de simulação para diferentes entradas da superfície de comando da aeronave serão apresentados para verificar o comportamento do modelo desenvolvido.

Por fim, o sexto capítulo apresenta as conclusões e considerações finais do estudo, abordando as principais contribuições do trabalho, bem como as limitações e sugestões para futuros estudos.

2 Aeronave CRM-PEA

O objetivo deste trabalho é focar na estruturação da modelagem e rotinas de simulação, ao invés de obter dados específicos da aeronave. Dessa forma, foi escolhido o *Common Research Model* (CRM) como aeronave para o desenvolvimento do modelo, que é baseado no Boeing 777-200LR. Esta aeronave de estudo tem dados disponíveis de ensaios em túnel de vento realizados pelo *Langley Research Center* (LRC) e *Ames Research Center* (ARC). O CRM foi concebido em 2007 e seu projeto aerodinâmico foi concluído em 2008 para atender às necessidades da comunidade aeronáutica internacional de geometrias modernas e relevantes para a indústria, juntamente com dados experimentais avançados para estudos de validação de fluidodinâmica computacional aplicada (RIVERS, 2019). A Figura 2 apresenta as vistas e dimensões do modelo utilizado para ensaio em túnel de vento.

Figura 2: Modelo para túnel de vento da aeronave CRM.



Fonte: (FUJIWARA et al., 2018).

A figura 3 apresenta uma comparação da geometria sobreposta do CRM com o Boeing 777-200R, evidenciando a perfeita correspondência geométrica entre as duas aeronaves. Essa similaridade permitiu que dados complementares para o desenvolvimento do modelo fossem calculados a partir de dados públicos da aeronave da Boeing.

Figura 3: Comparação de geometria 777-200R e CRM



Fonte: (JAVIEL, 2021).

O *CRM* é uma aeronave de transporte que segue os requisitos de certificação CRF 14

Part 25/ CS 25/ RBAC 25 , o que significa que os limites de envelope de operação, como os fatores de carga, são considerados de acordo com os requisitos estabelecidos pelo *Part 25*.

Os coeficientes aerodinâmicos longitudinais foram obtidos a partir de dados públicos de ensaios em túnel de vento realizados pelo *LRC* e *ARC* (NASA, s.d.). A validade dos dados para os coeficientes aerodinâmicos C_L , C_D e C_M é para a faixa de número de *Mach* entre 0.7 e 0.9. Já os dados obtidos de *downwash* são válidos para a faixa de *Mach* entre 0.7 e 0.88. Por sua vez, os coeficientes latero-direcionais foram obtidos por meio do *software Open Vehicle Sketch Pad (OpenVSP)* , bem como por métodos empíricos do *Engineering Sciences Data Unit (ESDU)* .

Tabela 2: Dados gerais da Aeronave CRM

Parâmetro	Valor	Unidade
MTOW	308799	kg
BOW	147427	kg
CG	14.42	% \bar{c}_w
S_w	383.70	m^2
\bar{c}_w	7.005	m
b_w	58.75	m
AR_w	9	-
S_{ht}	92.88	m^2
S_{vt}	55.89	m^2

3 Definições

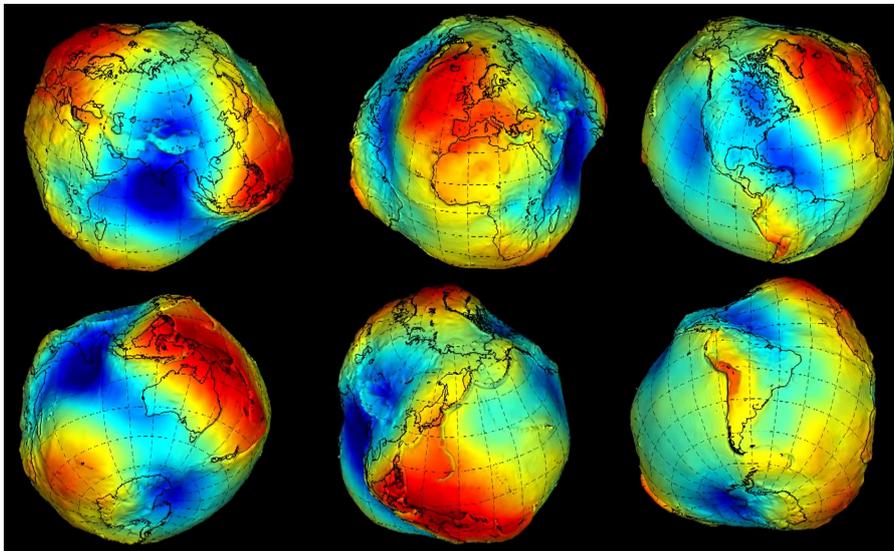
3.1 Geodésia

A geodésia ou geodesia é um ramo das geociências e da engenharia que trata da medição e da representação da forma e dimensões da Terra, seja globalmente ou regionalmente, bem como do seu campo gravitacional e rotação da Terra. Para modelagem de aeronaves estes dois conceitos são importantes parâmetros para dinâmica de voo da aeronave.

(*National Ocean Service*) descreve como "É a ciência que estuda a medição precisa e o entendimento de três propriedades fundamentais da terra: a forma geométrica, a sua orientação no espaço e seu campo gravitacional".

Os estudos de geodésia envolvem em geral três conceitos de superfícies terrestre. A superfície topográfica da terra, com toda a sua topografia. Entender a topologia é bastante necessário para uma operação segura em aeroportos, pois a aeronave se encontra próxima a superfície. A superfície de referência geométrica/matemática (elipsoide) da terra, que é a geometria que melhor representa superfície da terra. E por último a superfície que apresenta um campo gravitacional contante, equipotencial, chamada de geoide. Devido à distribuição de massa irregular da terra, o campo gravitacional também é irregular. A Figura 4 apresenta uma representação do formato irregular da Terra, juntamente com sua topografia, em que as diferentes altitudes são indicadas pelas cores. O azul representa as áreas de menor altitude, enquanto o vermelho representa as áreas de maior altitude.

Figura 4: Distribuição de massa da Terra.



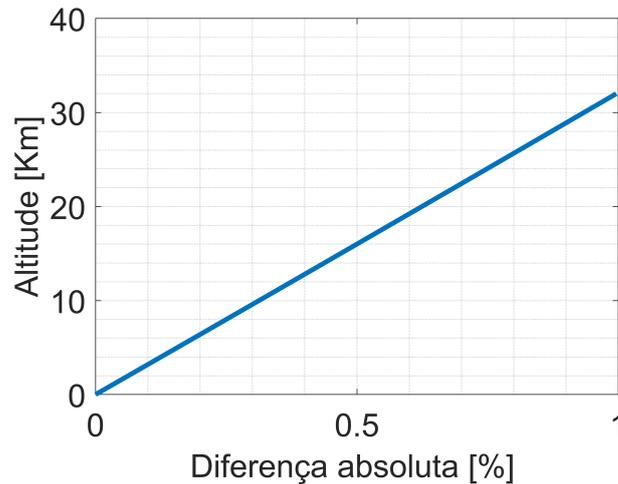
Fonte: (OFICINA DE TEXTOS, 2018).

Utilizando o modelo de terra esférica (JEAN-LUC, 1998) para calcular a aceleração gravitacional para diferentes altitudes de voo.

$$g = \frac{Gm_t}{(R_t + h)^2} \quad (1)$$

E comparando a diferença da aceleração local com a altitude zero, é encontrado erro de até 1 por cento para altitudes de até 32km (104987 ft), Figura 5. Altitude de voos de aeronaves comerciais e executivas operam abaixo de 52000 ft . Assim, para fins práticos de simulação, considerar o campo gravitacional da terra constante apresenta pequenos erros para as altitudes de voo.

Figura 5: Variação da gravidade por altitude.



Fonte: Autor.

O referencial inercial é essencial para o desenvolvimento das equações do movimento. Ao considerar a Terra como inercial, é comum desprezar o movimento de rotação que ela possui. No entanto, de acordo com (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015), começa a ser relevante considerar a rotação da Terra para velocidades de voo acima de 2000ft/s ou 1184.96kts . Além disso, para navegação em grandes distâncias, imprecisões nas acelerações angulares da aeronave podem ocorrer, geralmente da ordem de 10^{-7}rad/s^2 a 10^{-9}rad/s^2 . Essa ordem de imprecisão correspondem a acelerações angulares geradas pela deflexão das superfícies de controle da ordem de 10^{-7}rad , ou seja pequenos comandos da aeronave para corrigir a trajetória. Este efeito em simulações de grandes distâncias pode ser minimizado discretizando a simulação em distâncias menores pela utilização de *ways points*.

Assim, como premissa para o desenvolvimento do trabalho será considerado o modelo simplificado da Terra, o qual apresenta as seguintes considerações:

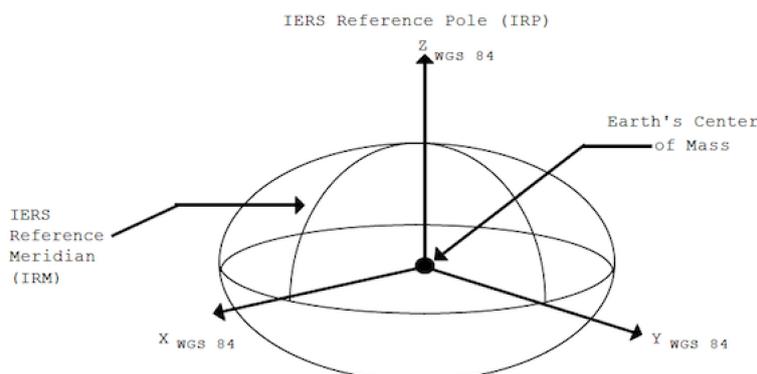
- Movimento de rotação em torno do eixo desprezado (Referencial Inercial).
- Aceleração gravitacional considerada constante e independente das coordenadas de altura, latitude e longitude.
- Raio da terra considerado infinito (Planificação).

Para o posicionamento da aeronave será utilizado o sistema de referência *World Geodetic System 1984* (WGS 84), adotado pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos

(DoD), que é a principal referência para o posicionamento na superfície terrestre. Esse sistema é definido pela Organização Internacional de Aviação Civil (ICAO) como referência padrão para coordenadas de latitude e longitude para navegação.

O WGS 84 utiliza um elipsoide como forma geométrica para representar a Terra e seu sistema de coordenadas é ortogonal, com origem no centro de massa da Terra, conforme Figura 6. Por ser fixo, as latitudes e longitudes acompanham o movimento de rotação terrestre.

Figura 6: Coordenadas do WGS 84.



Fonte: (WGS, 1987).

3.2 Centro de Massa e Gravidade

O centro de massa (CM) é um ponto que se comporta como se toda a massa de um corpo estivesse concentrada sobre ele. O cálculo do CM depende da distribuição da massa do corpo e pode ser usado para simplificar o cálculo do carregamento da aeronave. Quando a densidade é constante (ou seja, não depende das coordenadas x , y e z), o centro de massa é equivalente ao centro geométrico, também conhecido como centróide. Para encontrar o CM da aeronave, pode-se dividir seus componentes, como motor, asa e fuselagem, em elementos de volumes simples para encontrar seus respectivos centróides e, em seguida, computar o CM da aeronave completa.

Alguns fatores durante a operação da aeronave acarretam em movimentações do CM em relação ao corpo como:

- Consumo de combustível;
- Movimentação da tripulação e passageiros;
- Deformações da aeronave;
- Lançamentos de carga.

O centro de gravidade (CG) é o ponto onde podemos considerar o peso total do corpo ou sistema de partículas. Seu cálculo é semelhante ao do CM, porém a integral é em relação ao peso e não à massa.

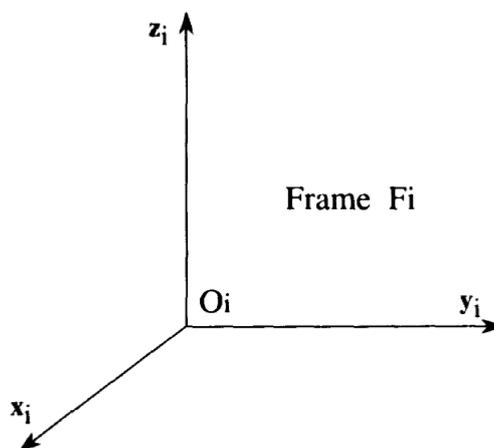
É importante destacar que o CM e o CG apresentam diferenças significativas quando um corpo possui grandes dimensões, resultando em diferentes intensidades de gravidade ao longo de sua extensão ou quando está imerso em um campo gravitacional fraco, gerando variações significativas na gravidade.

No meio aeronáutico, o centro de massa é comumente referenciado como centro de gravidade, e isso é válido porque pode-se considerar o campo gravitacional como uniforme na faixa atmosférica em que a aeronave está inserida. Além disso, as dimensões da aeronave são muito inferiores em relação às distâncias que ocorrem variações significativas na gravidade. Dessa forma, para fins práticos de dinâmica de voo em grandes campos gravitacionais como o da Terra, a posição do CM e do CG são equivalentes.

3.3 Referenciais

Um referencial é um conjunto de pontos interligados que permite a medição e registro de grandezas físicas, tais como posição, velocidade e aceleração. Cada referencial possui um sistema de coordenadas fixo para a localização de pontos no espaço. Todos os referenciais utilizados neste trabalho são ortogonais e seguem a regra da mão direita. A nomenclatura utilizada para um referencial i é $F_i(O_i, x_i, y_i, z_i)$, onde x_i , y_i e z_i são os vetores unitários de cada eixo e O_i é a origem do referencial, conforme mostrado na Figura 7.

Figura 7: Exemplo de referencial.

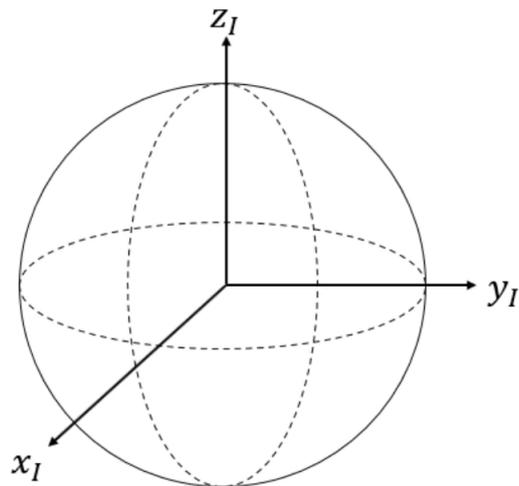


Fonte: (JEAN-LUC, 1998).

3.3.1 Referencial Inercial

O referencial inercial $F_I(A, x_I, y_I, z_I)$ tem sua origem fixa no centro de massa da Terra, em A . O eixo z_I é alinhado com o eixo de rotação da Terra, enquanto os eixos x_I e y_I formam um plano equatorial e têm direções fixas, ou seja, a direção do referencial é mantida fixa, independentemente da rotação da Terra, conforme mostrado na Figura 8. Sob o ponto de vista da mecânica de voo atmosférica, o referencial inercial F_I é considerado a melhor referência para um referencial galileano.

Figura 8: Referencial inercial.

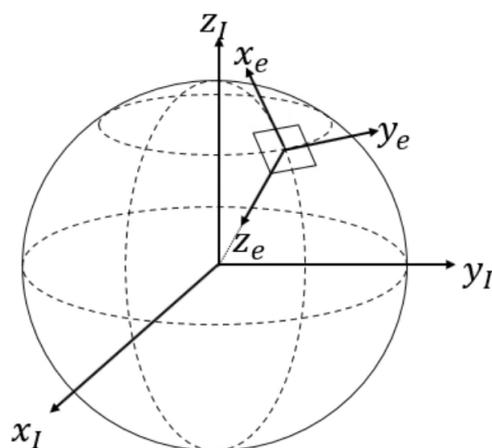


Fonte: (JEAN-LUC, 1998).

3.3.2 Referencial Normal Fixo à Terra

O referencial normal fixo à Terra, $F_e(O, x_e, y_e, z_e)$, tem sua origem fixada na superfície terrestre, em O . Seu eixo x_e aponta para o norte geográfico, enquanto o eixo y_e aponta para o leste. O plano formado pelos eixos x_e e y_e tangencia a superfície terrestre. O eixo z_e é orientado seguindo a direção da aceleração gravitacional local g , localizada em O , conforme Figura 9. Neste trabalho, a origem do referencial será fixada em um ponto conveniente da superfície do geóide para cada análise, de forma que a altitude em O seja igual a zero.

Figura 9: Referencial normal fixo à Terra.



Fonte: (JAVIEL, 2021).

3.3.3 Referencial Normal Fixo à Aeronave

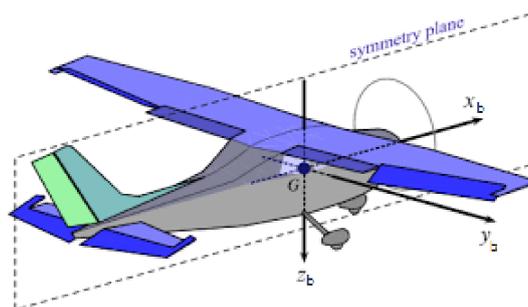
O referencial normal fixo à aeronave, $F_o(G, x_o, y_o, z_o)$, tem a mesma direção e sentido do referencial normal fixo à Terra, porém com sua origem fixada no centro de massa da aeronave, em G . Por suas características, este referencial é importante para definir a orientação da aeronave no espaço (ângulos de Euler) e calcular as componentes das forças gravitacionais atuando no corpo da aeronave.

3.3.4 Referencial do Corpo

O referencial do corpo, $F_b(G, x_b, y_b, z_b)$, está ligado ao corpo da aeronave (subscrito "b", *body*). Sua origem, em G , coincide com o centro de massa da aeronave, que, pela hipótese de campo gravitacional constante, é também o centro gravitacional. O eixo x_b está orientado para frente e está dentro do plano de simetria da aeronave. Para fuselagens cilíndricas, o eixo x_b é comumente paralelo à geratriz, o que torna a definição do ângulo de ataque arbitrária. O eixo z_b também pertence ao plano de simetria da aeronave e está orientado para baixo. O eixo y_b é perpendicular ao plano de simetria e aponta para a asa direita, conforme Figura 10.

Na definição do referencial do corpo, utiliza-se o plano de simetria da aeronave por ser uma escolha comum e conveniente para a maioria das aplicações. No entanto, para o desenvolvimento de equações de movimento, outros planos de simetria também podem ser utilizados, como os planos inercial, geométrico e propulsivo. A escolha de um plano diferente para o referencial do corpo pode levar a uma forma mais conveniente das equações de movimento para analisar diferentes fenômenos físicos. Portanto, a escolha do referencial do corpo deve ser feita de acordo com a finalidade do estudo e a conveniência matemática, mas é importante manter a consistência em todas as equações do movimento utilizadas na análise.

Figura 10: Referencial do corpo.

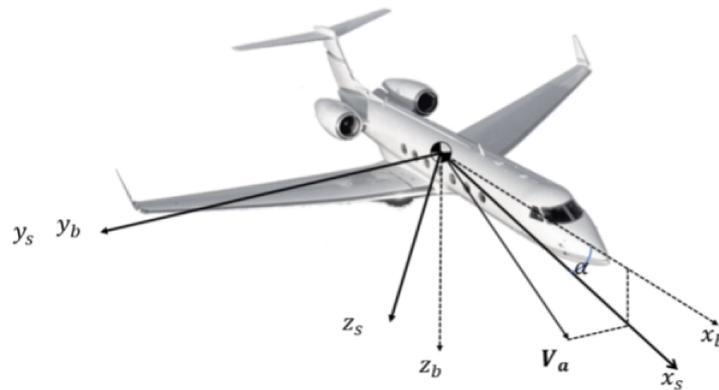


Fonte: (BERNDT; MARCO, s.d.).

3.3.5 Referencial de Estabilidade

O referencial de estabilidade, $F_s(G, x_s, y_s, z_s)$, é obtido por uma rotação do referencial do corpo. Portanto, possui a mesma origem em G e o eixo y_s é o mesmo que o eixo y_b . O eixo x_s é orientado pela projeção do vetor de velocidade aerodinâmica no plano de simetria (x_b, z_b), conforme Figura 11. O ângulo de rotação necessário para transformar o referencial do corpo F_b em F_s é o ângulo de ataque aerodinâmico da aeronave, α .

Figura 11: Referencial de estabilidade.



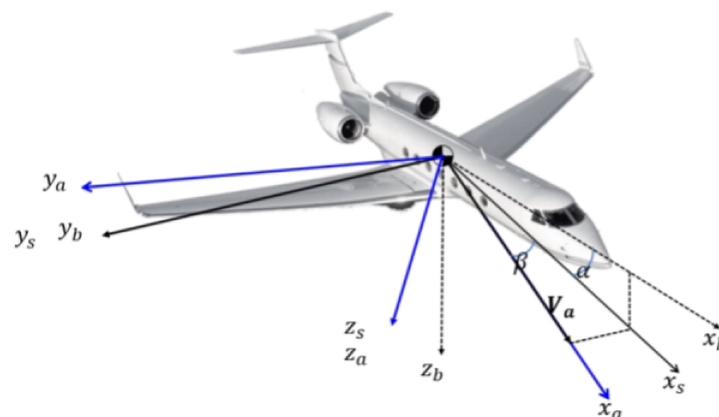
Fonte: (JAVIEL, 2021).

3.3.6 Referencial Aerodinâmico

O referencial aerodinâmico ou do vento, $F_a(G, x_a, y_a, z_a)$, é obtido por meio de uma transformação do referencial do corpo, mantendo a mesma origem em G , conforme Figura 12. Sua definição é dada por:

- O eixo x_a é orientado pelo vetor da velocidade aerodinâmica;
- Os dois ângulos de rotação α e β para transformação de F_b para F_a são os ângulo de ataque aerodinâmico e o ângulo de derrapagem aerodinâmico;
- O eixo z_a pertence ao plano de simetria (x_b, z_b) .

Figura 12: Referencial aerodinâmico.



Fonte: (JAVIEL, 2021).

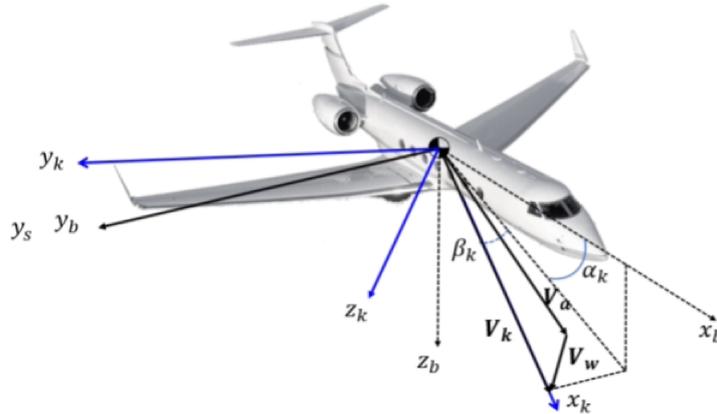
3.3.7 Referencial Cinemático

O referencial cinemático, $F_k(G, x_k, y_k, z_k)$, é semelhante ao referencial aerodinâmico, mas considera o vetor de velocidade cinemático da aeronave. Ambos os referenciais têm

a mesma origem em G , conforme mostrado na Figura 13.

- O eixo x_k é orientado pelo vetor da velocidade cinemática V_k ;
- Os dois ângulos de rotação α_k e β_k para transformação de F_b para F_k são os ângulo de ataque cinemático e o ângulo de derrapagem cinemático.

Figura 13: Referencial cinemático.



Fonte: (JAVIEL, 2021).

A velocidade cinemática é definida como o vetor de velocidade da aeronave observado no referencial inercial. A diferença entre V_k e V_a é causada pelo deslocamento da atmosfera, portanto, em uma condição de vento nulo, as duas velocidades se equivalem. No entanto, é importante destacar que a saída das equações do movimento é V_k , enquanto os cálculos dos coeficientes aerodinâmicos utilizam V_a , a velocidade em relação ao escoamento. Essa distinção é crucial para a análise e projeto de aeronaves, pois a velocidade em relação ao escoamento é a que afeta diretamente o comportamento aerodinâmico da aeronave.

3.3.8 Transformação de Referenciais

A transformação de referenciais é um processo importante na modelagem e simulação de sistemas dinâmicos, incluindo sistemas de navegação, aeronaves e robôs. Na dinâmica de voo, a transformação de referencial é usada para converter as informações de posição e orientação da aeronave em relação ao solo (referencial inercial) para as informações de posição e orientação em relação à aeronave (referencial de corpo rígido). Isso é importante para a determinação das forças e momentos aerodinâmicos atuantes na aeronave, permitindo que os sistemas de controle de voo e navegação possam operar de maneira eficaz. Assim, uma forma de transformação de referencial será desenvolvida. A transformação de referenciais envolve a aplicação de uma matriz de transformação para converter as coordenadas de um referencial para outro. As projeções de um vetor \mathbf{x} nos referenciais F_i e F_j são relacionados por:

$$\mathbf{x}^i = \mathbf{T}_{i/j} \mathbf{x}^j \quad (2)$$

O termo \mathbf{x}^i representa a projeção do vetor \mathbf{x} no referencial F_i . A matriz $\mathbf{T}_{i/j}$ é a matriz de transformação de um referencial F_i para F_j . Esta matriz é ortogonal, pois é associada

à rotação em torno de um eixo que passa pela origem do referencial ortogonal. Por esta propriedade, a matriz inversa $\mathbf{T}_{i/j}^{-1}$ é igual a sua transposta $\mathbf{T}_{i/j}^t$.

$$\mathbf{T}_{i/j}^{-1} = \mathbf{T}_{i/j}^t \quad (3)$$

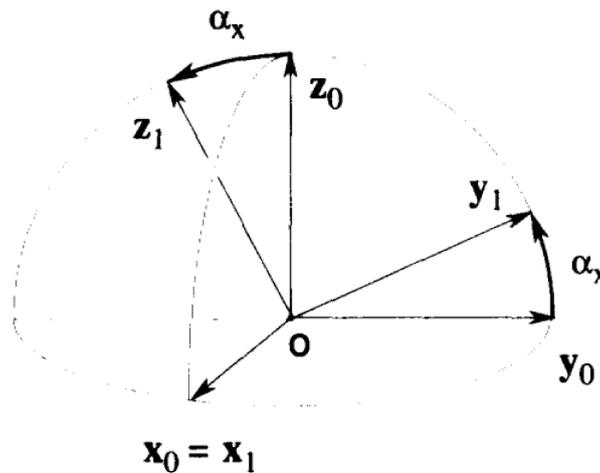
Esta característica é benéfica, visto que é demandante computacionalmente calcular a inversa de uma matriz. Outra característica é que o determinante da matriz de transformação é unitário, portanto, não altera a magnitude do vetor resultante, apenas a direção.

As rotações elementares em torno dos eixos x , y e z estão representadas nas Figuras 14, 15 e 16. As matrizes das rotações elementares são dadas por:

- Rotação no eixo x

$$\mathbf{T}(a_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos a_x & -\text{sen } a_x \\ 0 & \text{sen } a_x & \cos a_x \end{bmatrix} \quad (4)$$

Figura 14: Rotação elementar sobre eixo x .

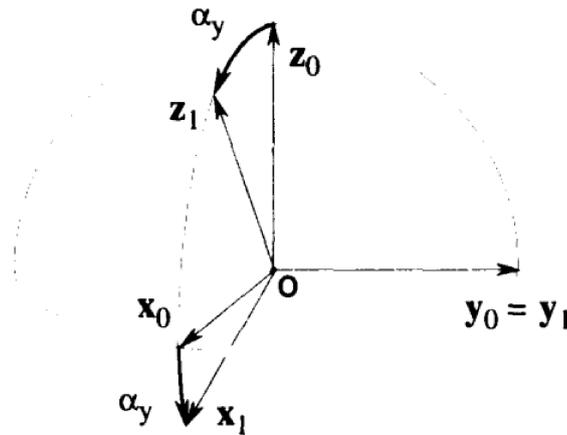


Fonte: (JEAN-LUC, 1998).

- Rotação no eixo y

$$\mathbf{T}(a_y) = \begin{bmatrix} \cos a_y & 0 & \text{sen } a_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen } a_y & 0 & \cos a_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

Figura 15: Rotação elementar sobre eixo y.

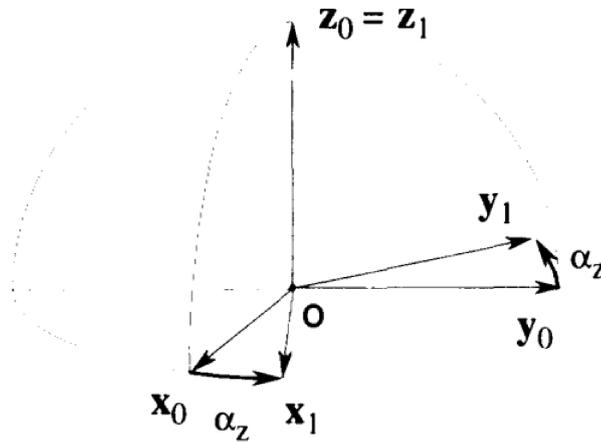


Fonte: (JEAN-LUC, 1998).

- Rotação no eixo z

$$\mathbf{T}(a_z) = \begin{bmatrix} \cos a_z & -\text{sen } a_z & 0 \\ \text{sen } a_z & \cos a_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Figura 16: Rotação elementar sobre eixo z.



Fonte: (JEAN-LUC, 1998).

A transformação do referencial F_i para F_j é geralmente feito por três rotações (a_1, a_2, a_3) sobre os três eixos. Seguindo a ordem, primeira rotação a_1 , segunda a_2 e terceira a_3 , a matriz de transformação, $\mathbf{T}_{i/j}$, é definida por:

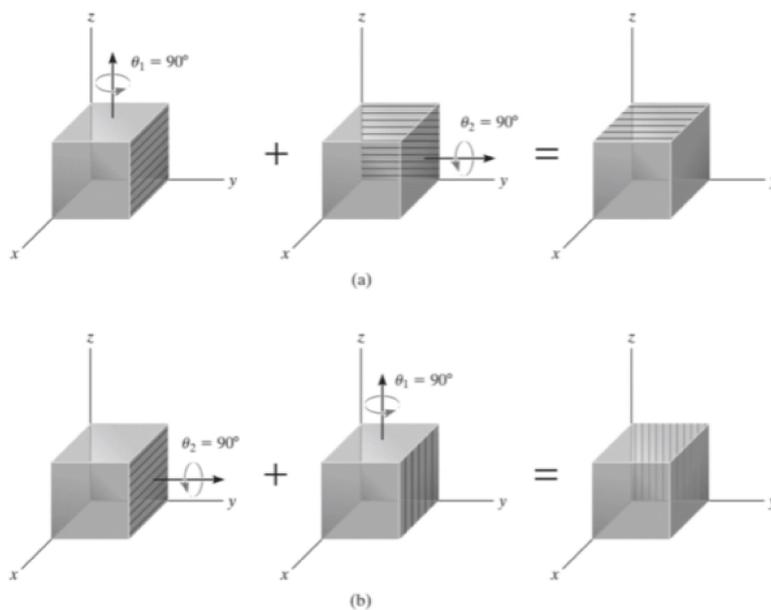
$$\mathbf{T}_{i/j} = T(a_1)T(a_2)T(a_3) \quad (7)$$

Uma coordenada é inalterada por rotação e a próxima rotação é feita no novo eixo gerado pela rotação anterior. A ordem das rotações também importam. Rotações finitas

não obedecem a propriedade comutativa de adição vetorial. A Figura 17 demonstra que sequências diferentes produzem resultados distintos.

Pela matriz de transformação ter relação de senos e cossenos, os quais fornecem direção ao vetor escrito no sistema de referência de mudança, ela é chamada de matriz de cossenos diretores (DCM).

Figura 17: Diferentes ordens de rotação.



Fonte: (HIBBELER, 2005).

3.4 Ângulos de Euler

Os ângulos de Euler são muito importantes na dinâmica de aeronaves, pois eles são usados para descrever a atitude e a orientação de um avião no espaço tridimensional. Para isto, são usados três ângulos de Euler para transformação entre o referencial normal fixo a aeronave, F_o , e o referencial do corpo, F_b . Para análise de dinâmica de aeronaves, a descrição destes ângulos e a convenção da ordem das rotações são evidenciados abaixo:

- 1ª: ψ (Proa/Guinada/*Heading/Yaw/Azimuth*);
- 2ª: θ (Arfagem/Inclinação/*Pitch/Iclination*);
- 3ª: ϕ (Rolagem/*Bank/Roll*).

Considerando a sequencia de rotações da convenção, encontra-se a matriz de rotação, $\mathbf{L}_{b/o}$, do referencial F_o para F_b , por os seguintes passos:

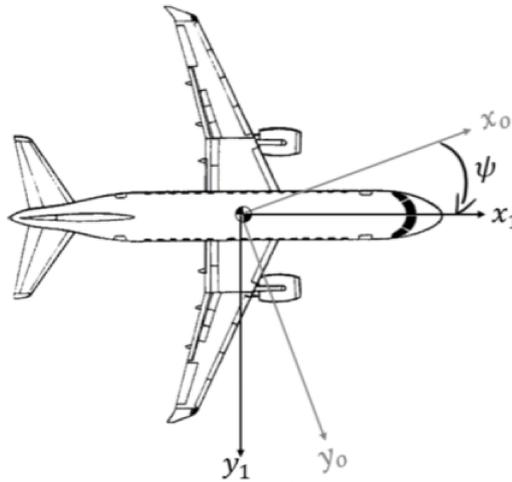
A primeira rotação é feita em torno do eixo z_o , eixo do referencial F_o . É rotacionado o ângulo ψ . Assim, a matriz de transformação é dada pela rotação elementar em torno deste eixo, equação (6).

$$\mathbf{L}_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sen \psi & 0 \\ -\sen \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Após esta rotação, chegasse no primeiro eixo intermediário, F_1 , o qual é representado pelas coordenadas (x_1, y_1, z_1) e apresentado na Figura 18.

$$F_o = \mathbf{L}_\psi F_1 \quad (9)$$

Figura 18: Rotação em torno do eixo z_o .



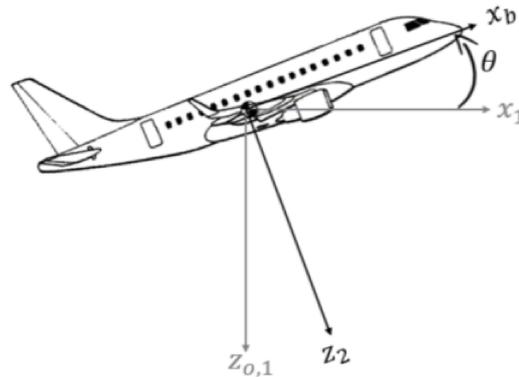
Fonte: (JAVIEL, 2021).

A segunda rotação é realizada em F_1 pelo ângulo θ em torno do eixo y_1 . Portanto, a matriz de transformação é dada pela rotação elementar neste eixo, equação (5).

$$\mathbf{L}_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sen \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sen \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (10)$$

Analogamente, após esta rotação, o segundo eixo intermediário F_2 é encontrado, conforme Figura 19.

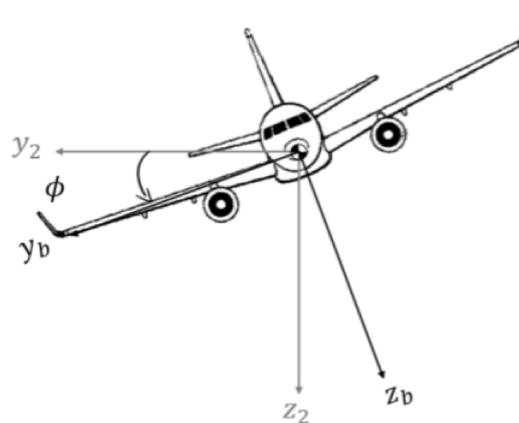
$$F_1 = \mathbf{L}_\theta F_2 \quad (11)$$

Figura 19: Rotação em torno do eixo y_1 .

Fonte: (JAVIEL, 2021).

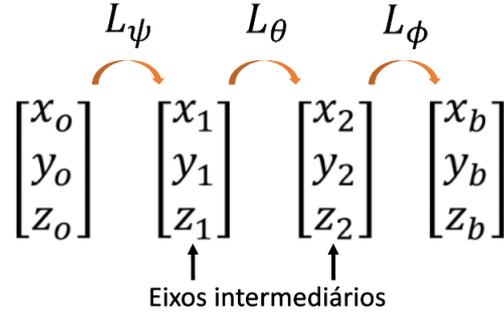
A terceira rotação é realizado em F_2 com o ângulo ϕ , conforme Figura 20. Esta rotação é feita em torno de x_2 , por este motivo x_b é igual a x_2 e a matriz de transformação segue a equação (4).

$$\mathbf{L}_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \text{sen } \phi \\ 0 & -\text{sen } \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (12)$$

Figura 20: Rotação em torno do eixo x_2 .

Fonte: (JAVIEL, 2021).

Nota-se que a transformação de F_o para F_b passa por eixos intermediários, conforme Figura 21. Esta definição será importante posteriormente para descrever as variações no tempo dos ângulos de Euler.

Figura 21: Sequência de referencias da transformação de F_o para F_b .

Fonte: Autor.

Por fim, a matriz de transformação de F_o para F_b é dada pela multiplicação de cada matriz de rotação, equação (7).

$$\mathbf{L}_{b/o} = \mathbf{L}_\psi \mathbf{L}_\theta \mathbf{L}_\phi \quad (13)$$

Sendo:

$$\mathbf{L}_{b/o} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{b/o} \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} \quad (15)$$

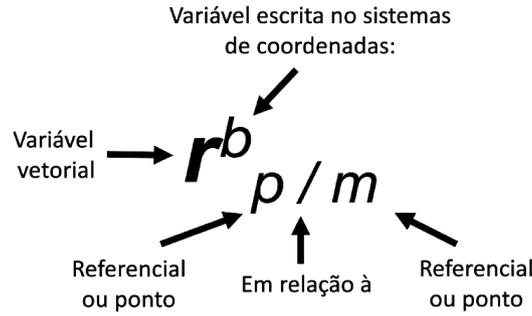
A validade desta matriz de transformação é para a seguinte faixa de valores de ângulos de Euler:

$$\begin{aligned} -180^\circ < \psi &\leq 180^\circ \\ -90^\circ &\leq \theta \leq 90^\circ \\ -180^\circ < \phi &\leq 180^\circ \end{aligned}$$

3.5 Cinemática do Corpo Rígido

Para descrever a cinemática do corpo rígido será utilizado a convenção de símbolos baseado em (JEAN-LUC, 1998) e utilizada como norma pela *Flight Dynamics Model Exchange Standard, AIAA*. A variável vetorial $\mathbf{r}_{p/m}^b$ está escrita no sistema de coordenadas F_b e é medida no referencial/ponto p em relação ao referencial/ponto m , conforme Figura 22. A sua derivada temporal em relação ao referencial F_o é descrita por ${}^o\dot{\mathbf{r}}_{p/m}^b$. Será utilizado também negrito quando se referir a uma variável vetorial.

Figura 22: Convenção de símbolo.



Fonte: Autor.

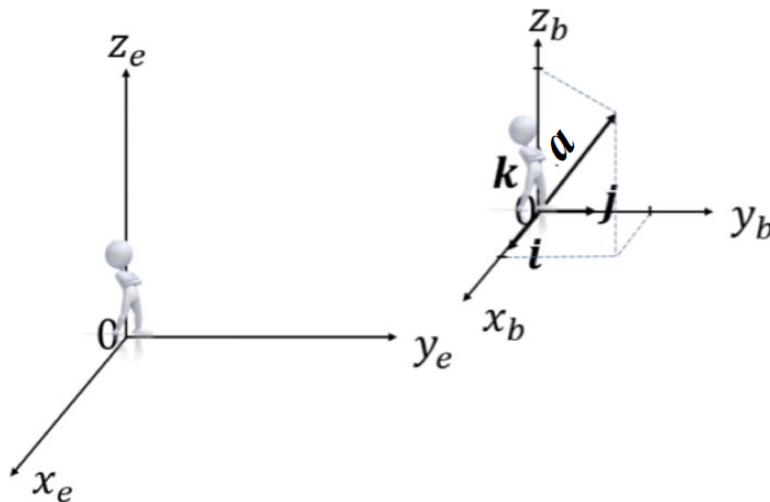
Sendo \mathbf{a}^b uma variável vetorial escrita no sistema F_b , sua derivada temporal medida no mesmo referencial, ${}^b\dot{\mathbf{a}}^b$, é dada pela derivada das suas componente cartesianas.

$$\mathbf{a}^b = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \quad (16)$$

$${}^b\dot{\mathbf{a}}^b = \dot{a}_x \mathbf{i} + \dot{a}_y \mathbf{j} + \dot{a}_z \mathbf{k} \quad (17)$$

Sendo $\mathbf{a}_{b/e}^b$ um vetor escrito no referencial F_b e medido como F_b em relação a F_e . Para um observador em um referencial diferente, F_e , a mudança de módulo do vetor ou translação pura são vistas por este observador da mesma forma que o observador em F_b , conforme Figura 23.

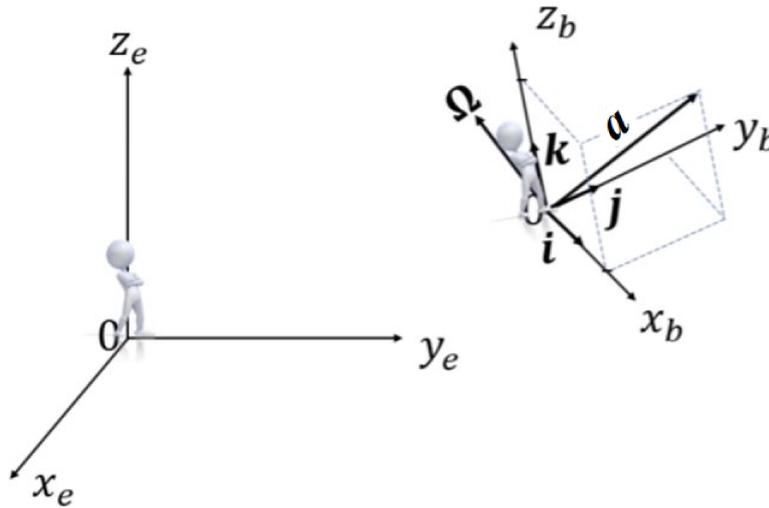
Figura 23: Translação pura entre referenciais.



Fonte: (JAVIEL, 2021).

Caso o referencial F_b possuir uma rotação pura, $\Omega_{b/e}^b$, ou seja sem mudança de módulo ou direção do vetor $\mathbf{a}_{b/e}^b$. Nenhuma mudança é percebida pelo observador em F_b , pois o observador rotacionou junto ao referencial. Porém, para o observador em F_e , a mudança causada por $\Omega_{b/e}^b$ é percebida, conforme mostrando na Figura 24.

Figura 24: Rotação pura entre referenciais.



Fonte: (JAVIEL, 2021).

O referencial F_b possui rotação (não inercial) desta forma as leis de newton não são aplicáveis. Desta forma é necessário uma transformação vetorial para um referencial fixo (inercial), F_e . Para o movimento geral do referencial F_b , a taxa de variação do vetor $\mathbf{a}_{b/e}^b$ em relação ao referencial inercial é descrito por:

$${}^e\dot{\mathbf{a}}_{b/e}^b = {}^b\dot{\mathbf{a}}_{b/e}^b + \boldsymbol{\Omega}_{b/e}^b \times \mathbf{a}_{b/e}^b \quad (18)$$

4 Modelagem

O modelo de simulação de aeronaves será desenvolvido em módulos/componentes, onde cada um aborda uma área específica do conhecimento, conforme mostrado na Figura 25. A vantagem dessa abordagem é a flexibilidade do modelo, permitindo que diferentes equipes possam trabalhar em áreas específicas do desenvolvimento de uma aeronave de forma mais eficiente e com menor chance de erros. Além disso, o uso de um software de versionamento permite um melhor controle do desenvolvimento, com a possibilidade de adicionar comentários sobre atualizações e mudanças, criando um registro completo que pode ser consultado e, se necessário, as alterações podem ser revertidas. Isso garante uma maior confiabilidade e precisão do modelo, facilitando sua utilização para análises e simulações em diferentes cenários.

Figura 25: Componentes do modelo de simulação.



Fonte: Autor.

A técnica de criação de bibliotecas no Simulink é especialmente útil para componentes e estruturas que se repetem no modelo. Cada componente será transformado em uma biblioteca, permitindo sua reutilização em vários modelos. A adição de uma biblioteca ao modelo cria um bloco vinculado, de forma que as alterações feitas no arquivo principal da biblioteca são transmitidas a todos os blocos vinculados. Isso ajuda a garantir a consistência e a evitar erros decorrentes da replicação manual de blocos. Além disso, a utilização de bibliotecas torna o desenvolvimento do modelo mais eficiente e ágil, uma vez que a equipe pode se concentrar na criação de novos componentes e na resolução de problemas complexos, em vez de se preocupar com a duplicação de blocos.

Como prática recomendada de modelagem, adota-se a padronização dos nomes de sinais, variáveis, arquivos e da programação gráfica, com o objetivo de permitir um melhor entendimento visual do modelo e reduzir erros. Os nomes das variáveis e sinais são representados pelo seu nome seguido pela sua respectiva unidade de medida, contribuindo para uma melhor clareza e compreensão do modelo.

```
Variável_Unidade  
Aileron_deg  
Massa_kg
```

Os dados utilizados no modelo, como geometria e coeficientes aerodinâmicos, são declarados em forma de estrutura (*struct*). O primeiro nome da estrutura é a sua área de origem, seguido pelo nome da variável. Essa prática torna o ambiente de desenvolvimento mais organizado e reduz a poluição de dados no *Workspace*.

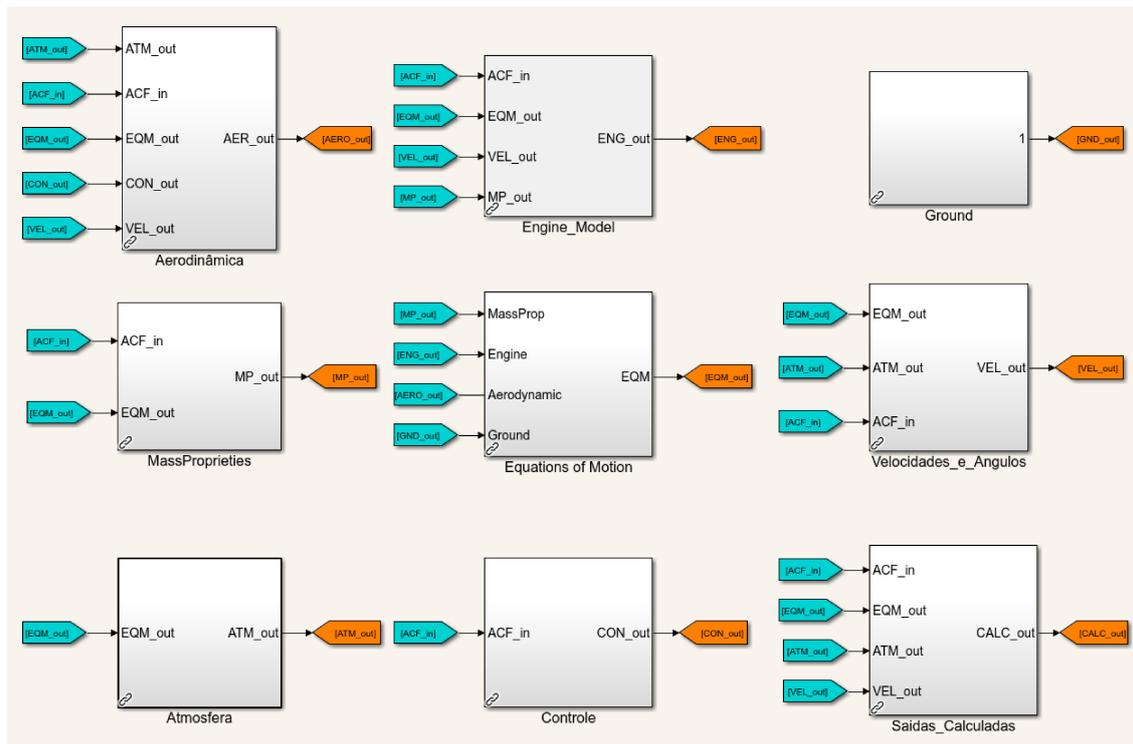
```
Componente.Dados  
Mass.MTOW  
Engine.Thrust
```

Esses dados estão contidos em *scripts* que precisam ser inicializados antes de realizar a simulação. Os arquivos de inicialização seguem uma padronização de nomenclatura, sendo iniciados com a palavra "init" seguida do nome do respectivo componente. Isso permite uma melhor organização dos arquivos e facilita a localização dos dados necessários para a simulação.

```
init_componente  
init_Aerodynamics  
init_MassProprieties
```

Como prática de padronização na programação visual, é sempre adotado um mesmo sentido para as conexões dos blocos: dados de entrada na esquerda e saídas na direita. As entradas são representadas pela cor ciano e as saídas pela cor laranja. Além disso, para tornar o modelo mais enxuto, será adotado apenas um barramento de saída nos componentes. A Figura 26 apresenta os componentes do modelo de simulação implementados no Simulink.

Figura 26: Componentes do modelo no Simulink.

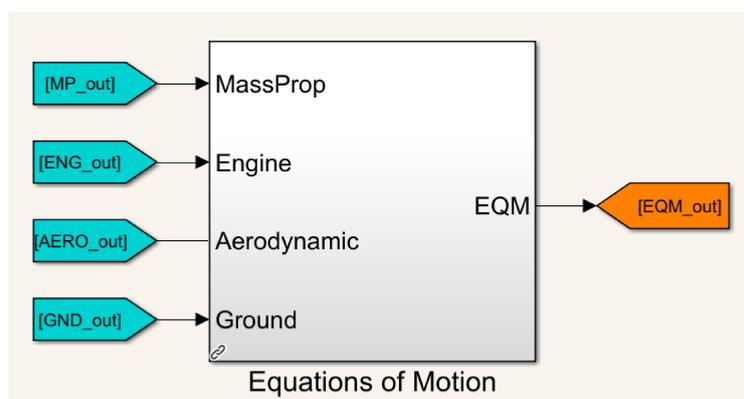


Fonte: Autor.

4.1 Equações do Movimento

O componente de equações do movimento é responsável por receber os barramentos de saída das bibliotecas de propriedades de massa, motor, aerodinâmica e solo. Esse componente é responsável por realizar os cálculos que descrevem o movimento da aeronave e, em seguida, liberar em seu barramento de saída os parâmetros relacionados a esse movimento, como posição, velocidade, aceleração, ângulos de atitude, entre outros. A Figura 27 apresenta o componente das equações do movimento com suas entradas e saída.

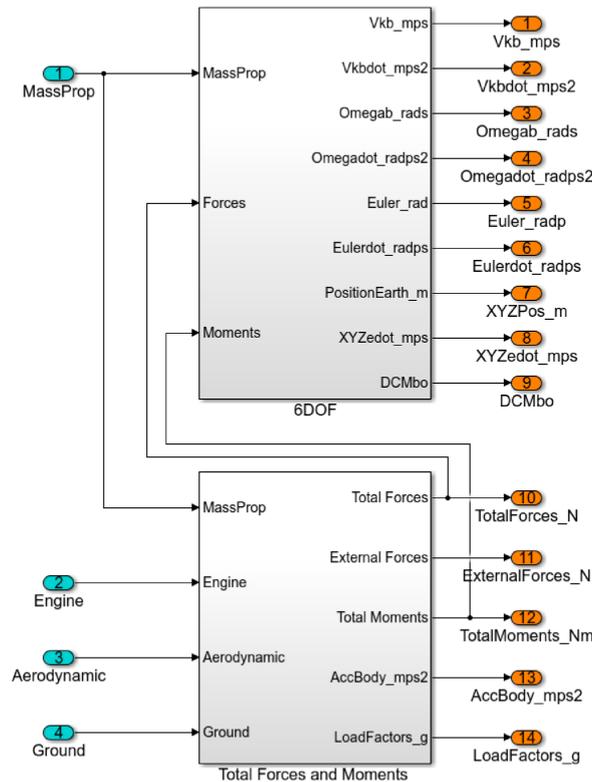
Figura 27: Máscara principal da biblioteca de equações do movimento.



Fonte: Autor.

A biblioteca de equações do movimento consiste em dois subsistemas principais, conforme mostrado na Figura 28. O primeiro bloco é o modelo de seis graus de liberdade, que recebe o barramento de propriedades de massa e as forças e momentos totais no corpo da aeronave. O segundo bloco é responsável pelo cálculo das forças e momentos totais a partir dos parâmetros de motor, aerodinâmica e solo.

Figura 28: Sub-máscara da biblioteca de equações do movimento.



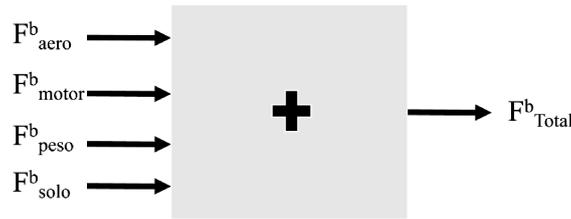
Fonte: Autor.

O subsistema de seis graus de liberdade contém as equações que descrevem o movimento da aeronave a partir das forças e momentos totais que agem no corpo. Esse subsistema é dividido em cinco subcomponentes:

- Equação de Forças;
- Equação de Momento;
- Equações Cinemáticas de Euler;
- Equações de Navegação.

O subsistema de Forças e Momentos Totais é responsável por computar as forças e momentos totais que atuam na aeronave, a partir das informações fornecidas pelos blocos de propriedades de massa, motor, aerodinâmica e solo, conforme Figura 29. Além disso, ele realiza o cálculo da aceleração inercial e dos fatores de carga, que são importantes para a análise da estabilidade e controle da aeronave.

Figura 29: Cálculo da força total no corpo por meio de somatório



Fonte: Autor.

4.1.1 Equação de Força

Será adotada, no desenvolvimento das equações do movimento, a simbologia maiúscula em negrito para representar os vetores de forças, velocidade e momento. Essa escolha visa à distinção de outros termos frequentemente representados pelas mesmas letras em minúsculo e tem como objetivo tornar a notação mais clara e objetiva. É ressaltado que, embora essa simbologia seja comumente utilizada para representar matrizes, optou-se por sua utilização exclusiva para os vetores em questão.

A segunda lei de Newton, também chamada de princípio fundamental da dinâmica, afirma que a força resultante \mathbf{F} em uma partícula é igual à taxa temporal de variação do seu momento linear \mathbf{p} em um sistema de referência inercial:

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(\mathbf{p}) = \frac{d}{dt}(m\mathbf{V}) \quad (19)$$

Aplicando a segunda lei de Newton para a aeronave é necessário realizar o somatório de todas as forças que agem no corpo. Considerando a aeronave como um ponto, a velocidade é tomado pelo centro de gravidade.

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{V}_{cg}) = m\dot{\mathbf{V}}_{cg} + \dot{m}\mathbf{V}_{cg} \quad (20)$$

Para pequenos intervalos de tempo pode-se considerar o fluxo de massa (\dot{m}) nulo.

$$\sum \mathbf{F} = m\dot{\mathbf{V}}_{cg} \quad (21)$$

Para simulações de longa duração, é recomendável integrar o fluxo de combustível para obter a massa total da aeronave em cada instante de tempo. É importante considerar o fluxo de massa proveniente dos gases de combustão no modelo do motor para calcular a tração líquida.

$$m_c = \int_0^t \dot{m}_c dt \quad (22)$$

As forças que são inseridas na biblioteca de equações do movimento são expressas no eixo do corpo. Isso é feito para facilitar a transformação das forças aerodinâmicas, propulsivas e gravitacionais em relação a este referencial. As forças aerodinâmicas estão

relacionadas aos ângulos de ataque e de derrapagem, enquanto as forças propulsivas são calculadas a partir da posição do motor em relação ao corpo da aeronave. Com base na atitude da aeronave, as componentes gravitacionais podem ser decompostas nos eixos do corpo.

A velocidade cinemática em relação ao referencial inercial é representada por $\mathbf{V}_{b/e}^b$, enquanto a aceleração cinemática correspondente é dada por $\dot{\mathbf{V}}_{b/e}^b$. A partir da equação de relação cinemática, que é a equação (18), obtém-se a seguinte relação:

$${}^e\dot{\mathbf{V}}_{b/e}^b = {}^b\dot{\mathbf{V}}_{b/e}^b + \boldsymbol{\omega}_{b/e}^b \times \mathbf{V}_{b/e}^b \quad (23)$$

Substituindo (23) em (21):

$$\sum \mathbf{F}^b = m({}^b\dot{\mathbf{V}}_{b/e}^b + \boldsymbol{\omega}_{b/e}^b \times \mathbf{V}_{b/e}^b) \quad (24)$$

Isolando ${}^b\dot{\mathbf{V}}_{b/e}^b$, temos:

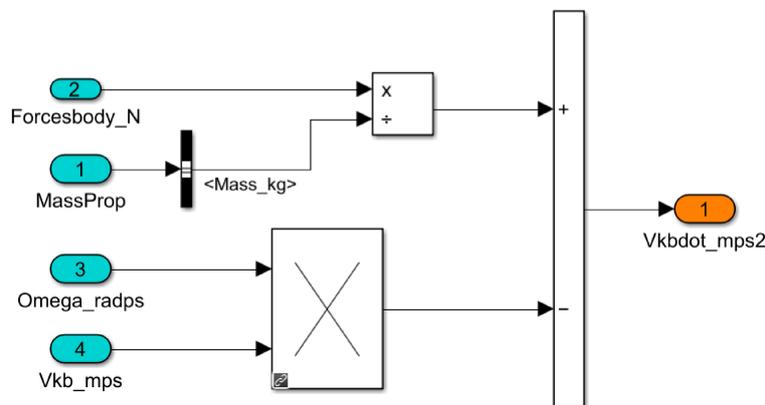
$${}^b\dot{\mathbf{V}}_{b/e}^b = \frac{\sum \mathbf{F}^b}{m} - \boldsymbol{\omega}_{b/e}^b \times \mathbf{V}_{b/e}^b \quad (25)$$

Sendo:

$$\mathbf{V}^b = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\omega}^b = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}^b = \begin{bmatrix} F_x^b \\ F_y^b \\ F_z^b \end{bmatrix}$$

O subsistema de equação de força compreende na implementação da equação (25), conforme Figura 30.

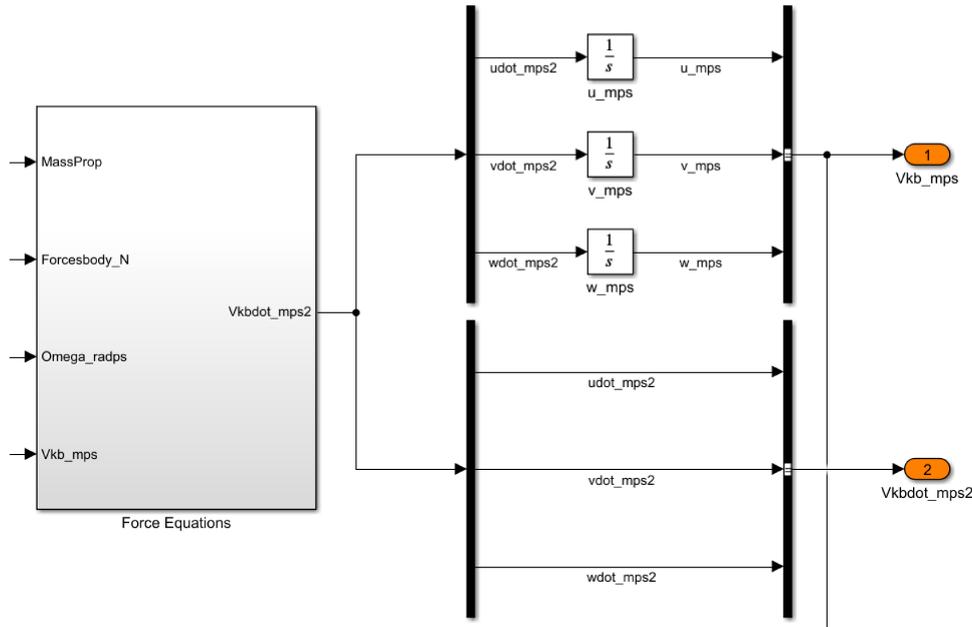
Figura 30: Programação gráfica da equação de força.



Fonte: Autor.

Para calcular as velocidades cinemáticas da aeronave, é necessário integrar as acelerações obtidas ao longo do tempo. Para isso, é utilizado um integrador de tempo contínuo, conforme mostrado na Figura 31.

Figura 31: Integração das acelerações cinemáticas.



Fonte: Autor.

4.1.2 Equação de Momentos

Como o referencial a ser utilizado é o do corpo com origem no centro de massa, o somatório de momentos será composto por contribuições aerodinâmicas e propulsivas. Caso a aeronave esteja em solo, também devem ser considerados os momentos gerados pela força de apoio do trem de pouso com o solo. Como os momentos são em torno do CG, a gravidade não gera momento, sendo apenas os momentos gerados por forças externas. De forma equivalente à equação de força, temos que o somatório de momentos é igual à taxa de variação do momento angular:

$$\sum M = \dot{h} \quad (26)$$

A partir da relação cinemática, equação (18), temos que o momento angular agindo sobre o corpo, medido no referencial inercial, é:

$${}^e \dot{h}_{b/e}^b = {}^b \dot{h}_{b/e}^b + \omega_{b/e}^b \times h_{b/e}^b \quad (27)$$

Substituindo (27) em (26), temos:

$$\sum M^b = {}^b \dot{h}_{b/e}^b + \omega_{b/e}^b \times h_{b/e}^b \quad (28)$$

O momento angular pode ser expresso em função do tensor de inércia e da velocidade angular do corpo.

$$h^b = I^b \omega_{cg} \quad (29)$$

Substituindo (29) em (28), temos:

$$\sum \mathbf{M}^b = \mathbf{I}^b \dot{\boldsymbol{\omega}}_{b/e}^b + \boldsymbol{\omega}_{b/e}^b \times \mathbf{I}^b \dot{\boldsymbol{\omega}}_{b/e}^b \quad (30)$$

Sendo:

$$\mathbf{M}^b = \begin{bmatrix} M_x^b \\ M_y^b \\ M_z^b \end{bmatrix}$$

A derivada do tensor de inércia é considerado como nulo. Assumindo que não há variação da distribuição de massa durante o passo de integração. Isolando o termo derivativo, $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{b/e}^b$, temos:

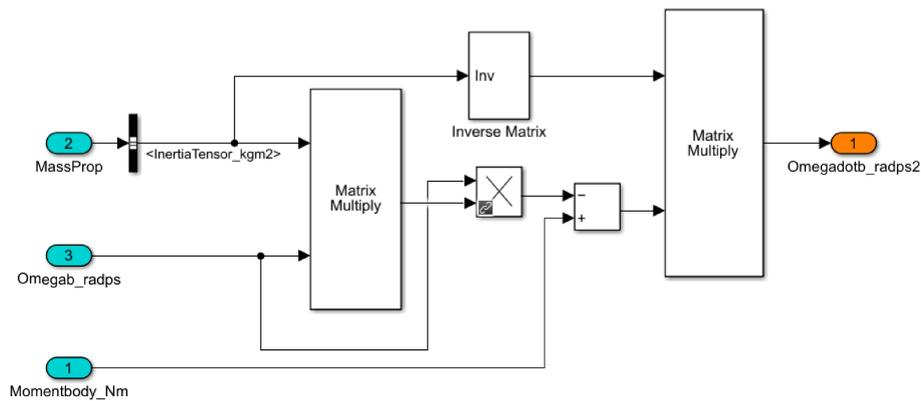
$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{b/e}^b = (\mathbf{I}^b)^{-1} (\sum \mathbf{M}^b - \boldsymbol{\omega}_{b/e}^b \times \mathbf{I}^b \dot{\boldsymbol{\omega}}_{b/e}^b) \quad (31)$$

O tensor de inércia, \mathbf{I} , é equivalente à massa na equação de força. É uma propriedade que representa a inércia do corpo em relação ao movimento angular e resiste ao momento. Por se tratar de corpos tridimensionais, a inércia é representada por uma matriz.

$$\mathbf{I}^b = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (32)$$

O sobrescrito b significa que o tensor de inércia foi calculado em relação ao eixo do corpo. O subsistema de equação de momento compreende a equação (31), que permite obter as acelerações angulares. A implementação no Simulink é mostrada na Figura 32.

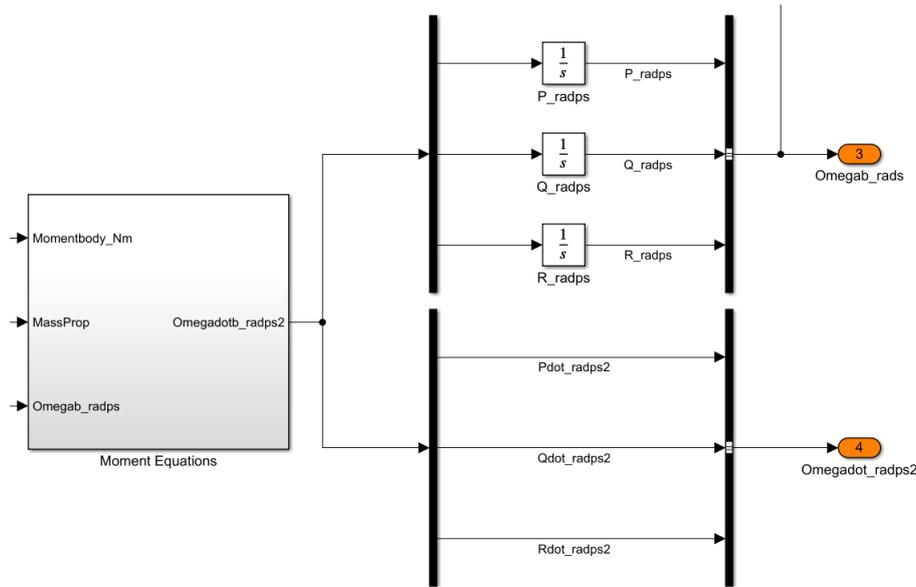
Figura 32: Implementação gráfica da equação de momento.



Fonte: Autor.

Utilizando o integrador numérico, é possível integrar a aceleração angular em relação ao tempo para obter as velocidades angulares, conforme Figura 33.

Figura 33: Integração das acelerações angulares.



Fonte: Autor.

4.1.3 Equações Cinemáticas de Atitude

Existem diversos métodos para descrever a atitude de uma aeronave, como as equações cinemáticas de Euler e os quatérnios. No entanto, neste trabalho será utilizada a primeira opção, uma vez que é mais amplamente difundida no campo da dinâmica de voo.

As variações no tempo dos ângulos de Euler ($\dot{\psi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\phi}$) são funções das velocidades angulares no eixo do corpo (p , q , r), já que, quando a aeronave sofre uma rotação, ela altera sua atitude. Portanto, é essencial estabelecer uma relação entre as velocidades angulares e os ângulos de Euler, conforme a equação (33), para descrever a atitude da aeronave.

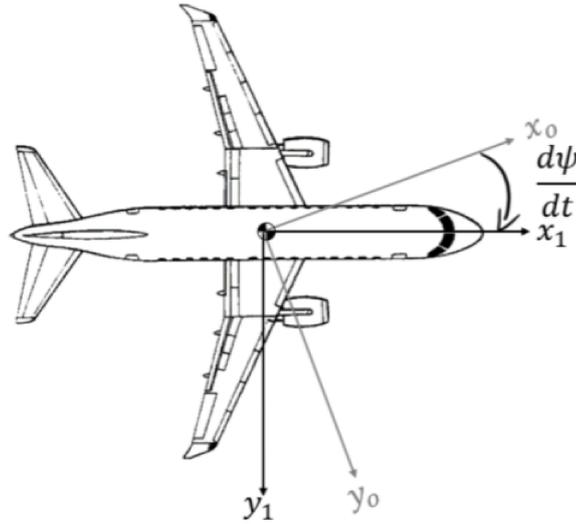
$$\boldsymbol{\omega} = p\mathbf{i} + q\mathbf{j} + r\mathbf{k} = \dot{\boldsymbol{\psi}} + \dot{\boldsymbol{\theta}} + \dot{\boldsymbol{\phi}} \quad (33)$$

A relação entre as variações no tempo dos ângulos de Euler ($\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}$) e as velocidades angulares no eixo do corpo (p, q, r) é essencial para descrever a atitude da aeronave. Essa relação pode ser obtida analisando a transformação dos ângulos de Euler, que foi apresentada no capítulo 3.4. A transformação parte do referencial normal fixo ao corpo e passa por dois eixos intermediários até o referencial do corpo.

Sendo \mathbf{i}_1 , \mathbf{j}_1 e \mathbf{k}_1 os vetores unitários do primeiro eixo intermediário, que representa a rotação de ψ , a variação no tempo de ψ é dada por:

$$\dot{\boldsymbol{\psi}} = \dot{\psi}\mathbf{k}_1 \quad (34)$$

A Figura 34 mostra a variação de ψ no tempo.

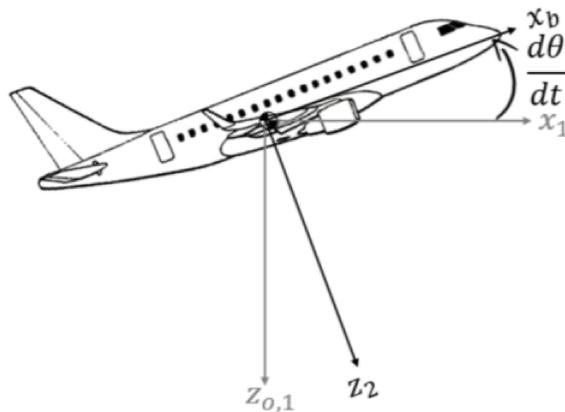
Figura 34: Variação de ψ no tempo.

Fonte: (JAVIEL, 2021).

A avaliação da variação temporal de θ está relacionada com $\dot{\theta}$ através do vetor unitário \mathbf{j}_2 , correspondente ao segundo eixo intermediário da transformação dos ângulos de Euler.

$$\dot{\theta} = \dot{\theta} \mathbf{j}_2 \quad (35)$$

A Figura 35 mostra a variação de θ no tempo.

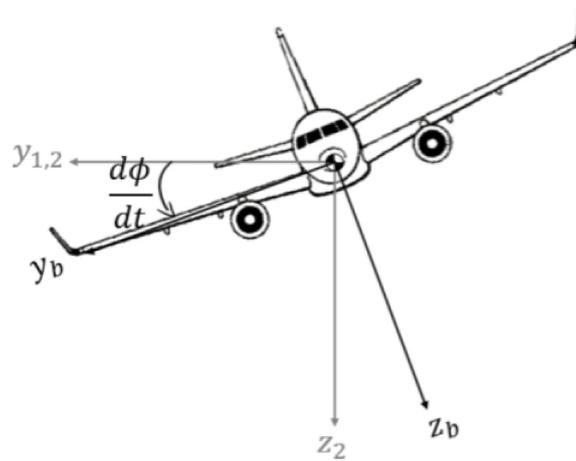
Figura 35: Variação de ψ no tempo.

Fonte: (JAVIEL, 2021).

Analogamente, a relação de $\dot{\phi}$ com $\dot{\phi}$ é dada por \mathbf{i} , vetor unitário do eixo do corpo.

$$\dot{\phi} = \dot{\phi} \mathbf{i} \quad (36)$$

A Figura 36 mostra a variação de ϕ no tempo.

Figura 36: Variação de ψ no tempo.

Fonte: (JAVIEL, 2021).

Substituindo na equação (33) as relações encontradas em (34), (35) e (36):

$$\boldsymbol{\omega} = p\mathbf{i} + q\mathbf{j} + r\mathbf{k} = \dot{\psi}\mathbf{k}_1 + \dot{\theta}\mathbf{j}_2 + \dot{\phi}\mathbf{i} \quad (37)$$

Para que as variáveis estejam no mesmo referencial, é necessário transformar $\dot{\psi}\mathbf{k}_1$ e $\dot{\theta}\mathbf{j}_2$ para o referencial do corpo, que é representado por \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} . Conforme ilustrado na figura 21, a transformação de \mathbf{k}_1 para \mathbf{k} é dada por $\mathbf{L}_\phi\mathbf{L}_\theta$, enquanto a transformação de \mathbf{j}_2 para \mathbf{j} é dada apenas por \mathbf{L}_ϕ .

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{L}_\phi \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{L}_\phi\mathbf{L}_\theta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (38)$$

Substituindo as matrizes de transformação, temos:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\phi} + \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \phi \\ -\sin \phi \end{bmatrix} \dot{\theta} + \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \sin \theta \cos \theta \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \dot{\psi} \quad (39)$$

Agrupando os termos chegamos na relação desejada:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \theta \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (40)$$

Sendo $\dot{\Phi}$ o vetor das taxas de variação dos ângulos de Euler no tempo e \mathbf{R} a matriz de transformação, é obtido a seguinte equação:

$$\boldsymbol{\omega}^b = \mathbf{R}\dot{\Phi} \quad (41)$$

Para a implementação do modelo, é desejável isolar o termo derivativo dos ângulos de Euler para a integração numérica. Portanto, após o isolamento, temos:

$$\dot{\Phi} = \mathbf{R}^{-1}\omega^b \quad (42)$$

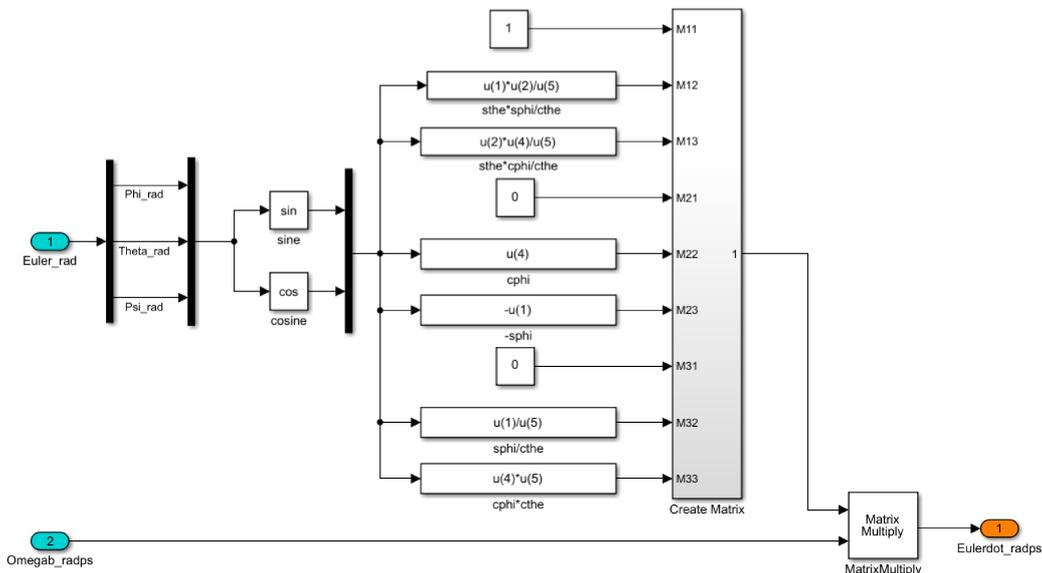
Sendo:

$$\mathbf{R}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\text{sen } \theta \text{ sen } \phi}{\cos \theta} & \frac{\text{sen } \theta \text{ cos } \phi}{\cos \theta} \\ 0 & \cos \theta & -\text{sen } \phi \\ 0 & \frac{\text{sen } \phi}{\cos \theta} & \frac{\text{cos } \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix} \quad (43)$$

Uma limitação do método dos ângulos de Euler é evidenciada na matriz inversa de \mathbf{R} . Há termos que possuem o denominador sendo o cosseno de θ . Quando θ é igual a 90° ou -90° , ocorre uma singularidade devido à divisão por zero. Isso acarreta em limitações para simular uma manobra de *loop*, por exemplo, na qual a aeronave atinge esses valores de atitude. É possível contornar numericamente esse problema, saturando o sinal de $\cos \theta$ para não atingir valores que tendam ao infinito.

O subsistema de equações cinemáticas é responsável por obter as taxas de variação dos ângulos de Euler e é composto pela equação (42). A implementação no Simulink é mostrado na Figura 37.

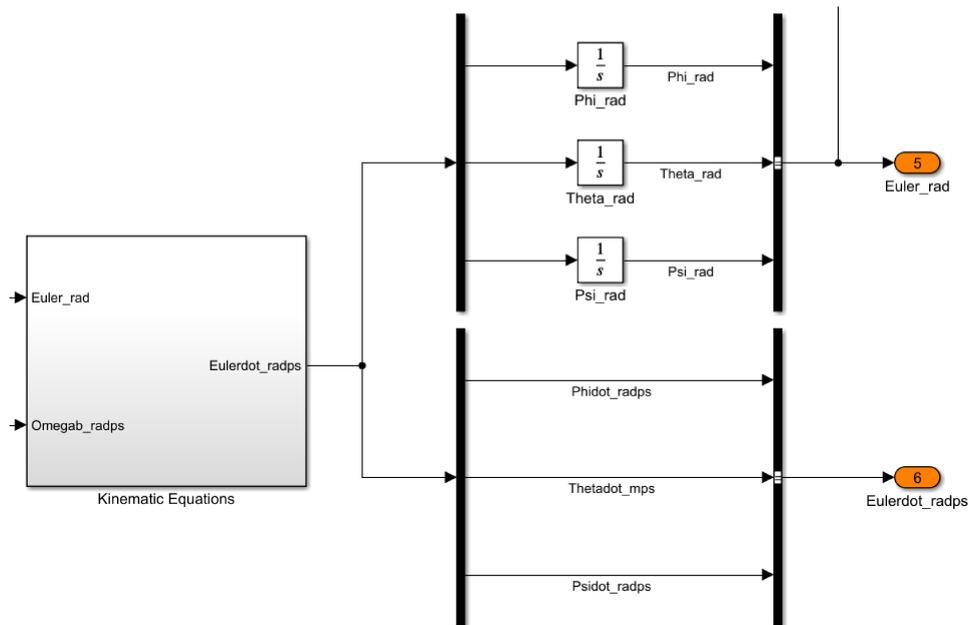
Figura 37: Equações cinemáticas de atitude implementadas no Simulink.



Fonte: Autor.

Passando o sinal da taxa de variação no tempo dos ângulos de Euler pelo integrador de tempo contínuo, é possível obter os valores dos ângulos de Euler no próximo passo de integração, Figura 38.

Figura 38: Integração dos ângulos de Euler.

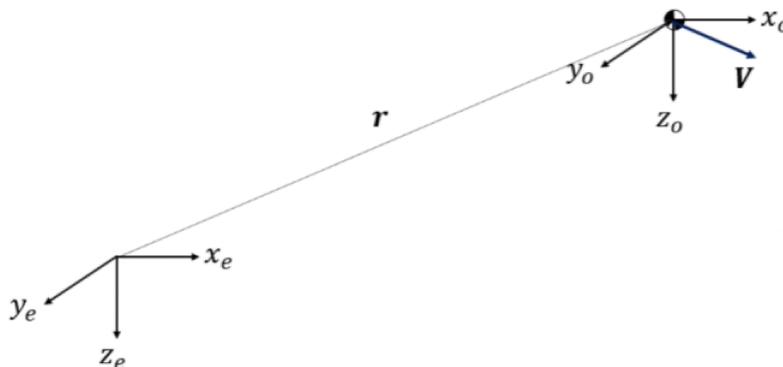


Fonte: Autor.

4.1.4 Equações de Navegação

As componentes de velocidade no referencial inercial e no referencial fixo à aeronave sempre possuem o mesmo sentido. Assim, integrando no tempo essas componentes de velocidade, obtemos as componentes de posição da aeronave. A distância percorrida pode ser encontrada a partir das coordenadas de posição, conforme Figura 39.

Figura 39: Vetor distância percorrida.



Fonte: (JAVIEL, 2021).

Porém, as componentes de velocidade obtidas na equação de força são dadas no eixo do corpo, enquanto as componentes de posição são dadas no referencial inercial. Portanto,

é necessária uma transformação para o referencial normal fixo à aeronave, o que pode ser feito utilizando a matriz de cossenos diretores.

$$\mathbf{V}^e = \mathbf{L}_{b/o}^{-1} \mathbf{V}^b \quad (44)$$

Como a velocidade é derivada no tempo do vetor posição, podemos reescrever como:

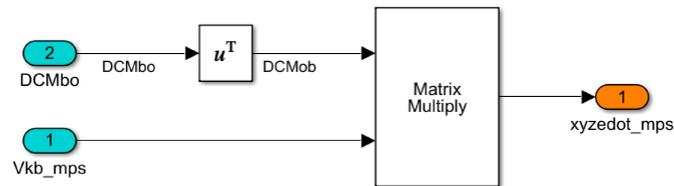
$${}^e \dot{\mathbf{r}}^e = \mathbf{L}_{o/b} \mathbf{V}^b \quad (45)$$

Sendo:

$$\mathbf{r}^e = \begin{bmatrix} x^e \\ y^e \\ z^e \end{bmatrix} \quad {}^e \dot{\mathbf{r}}^e = \begin{bmatrix} \dot{x}^e \\ \dot{y}^e \\ \dot{z}^e \end{bmatrix}$$

O subsistema de equações de navegação compreende a equação (45), a qual resulta na taxa de variação da posição, ou seja as velocidades da aeronave em relação ao referencial inercial. A implementação no Simulink é mostrado na Figura 40.

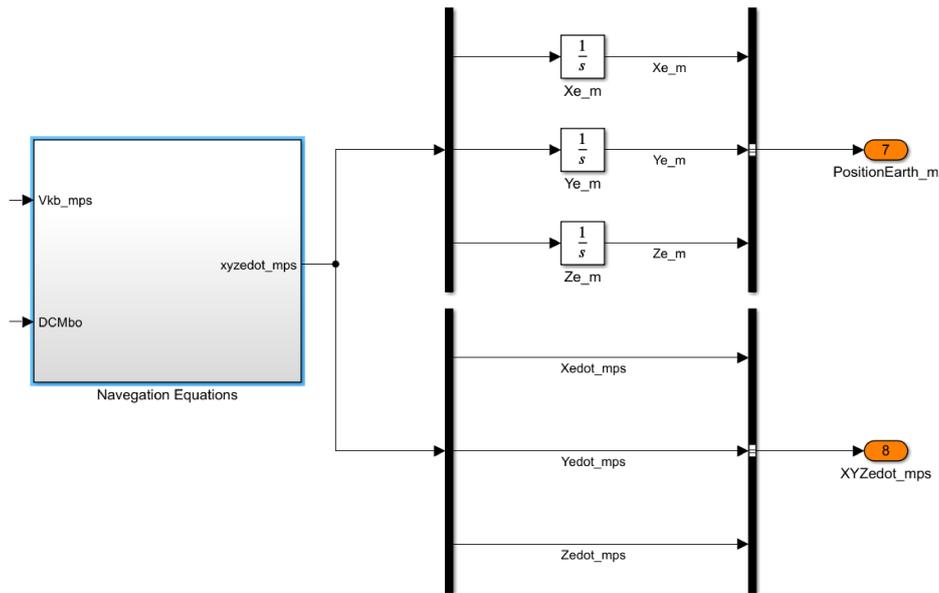
Figura 40: Equações de navegação no Simulink



Fonte: Autor.

Os vetores de posição da aeronave em relação a Terra é encontrado pela integração das componentes de velocidade, conforme Figura 41.

Figura 41: Integração das componentes de velocidade



Fonte: Autor.

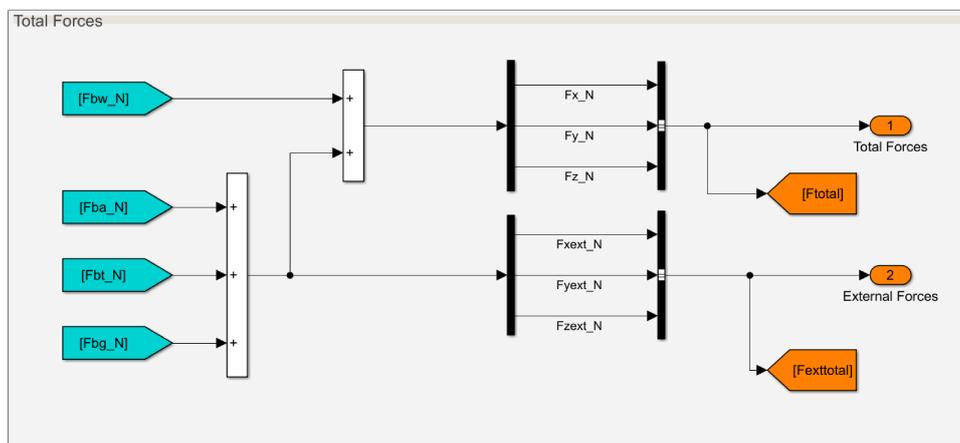
4.1.5 Forças e Momentos Totais

As forças que atuam na aeronave podem ser divididas em forças totais e forças externas. As forças totais são compostas pelo somatório das forças aerodinâmicas, propulsivas, de reação do solo e gravitacionais que atuam sobre a aeronave. Porém, a força gravitacional não é considerada uma força externa, uma vez que é gerada internamente pela própria aeronave devido à atração gravitacional entre a Terra e a aeronave. A Figura 42 apresenta a implementação no Simulink para obter as forças totais e externas.

$$\mathbf{F}_{Total} = \mathbf{F}_{aerodinmica} + \mathbf{F}_{propulsiva} + \mathbf{F}_{solo} + \mathbf{F}_{gravitacional} \quad (46)$$

$$\mathbf{F}_{externa} = \mathbf{F}_{aerodinmica} + \mathbf{F}_{propulsiva} + \mathbf{F}_{solo} \quad (47)$$

Figura 42: Forças totais.



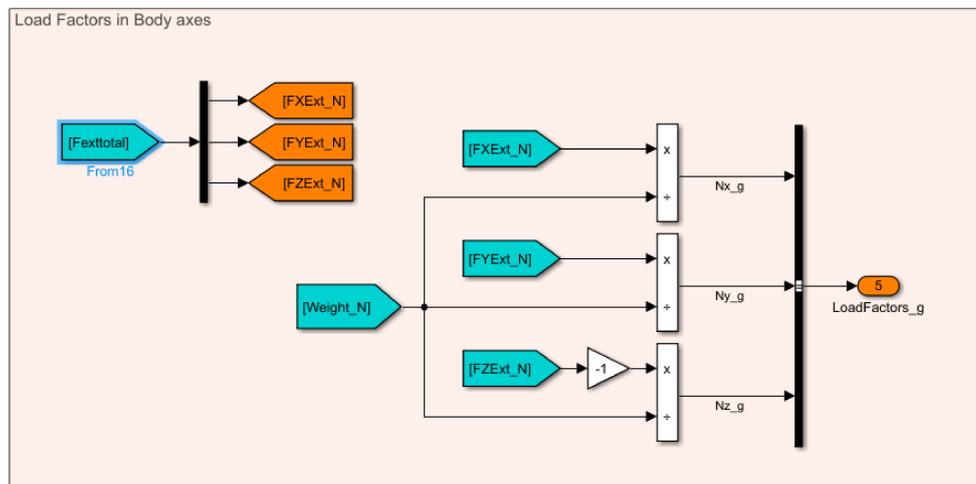
Fonte: Autor.

Para calcular as componentes do fator de carga da aeronave, utiliza-se o somatório das forças externas. Sendo $i = x, y$ e z as componentes do eixo da aeronave, o fator de carga pode ser obtido pela seguinte expressão:

$$N_i = \frac{F_{i\text{externo}}}{W} \quad (48)$$

A convenção de sinais utilizada para o fator de carga difere da convenção aplicada na dinâmica das aeronaves. Enquanto na dinâmica das aeronaves a componente z é considerada positiva para baixo, na convenção para o fator de carga ela é considerada positiva para cima. Por essa razão, o sinal desta componente deve ser trocado ao calcular o fator de carga da aeronave, conforme mostrado na Figura 43.

Figura 43: Fator de carga no eixo do corpo.

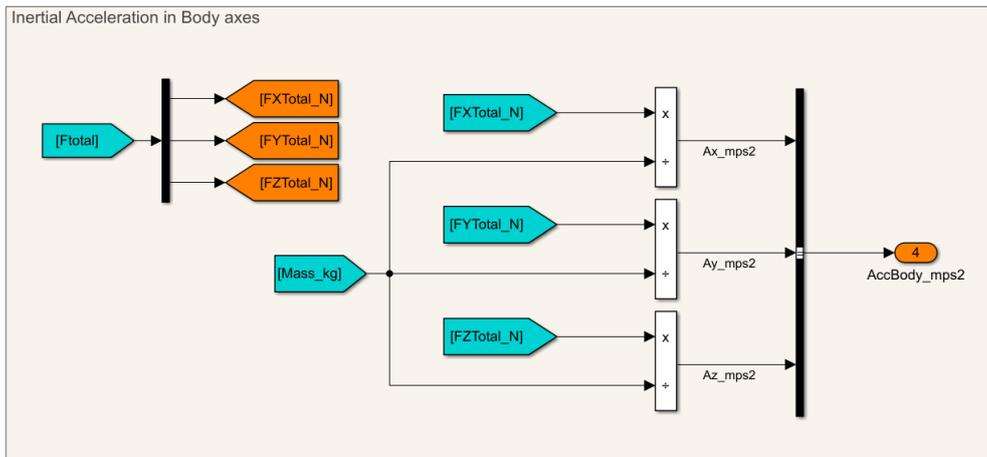


Fonte: Autor.

A aceleração inercial é a aceleração que é percebida por um observador fixo em relação à Terra. Por essa razão, não é necessário recorrer a relações cinemáticas e a segunda lei de Newton pode ser aplicada diretamente. Dessa forma, a aceleração inercial do corpo pode ser obtida a partir do somatório das forças totais atuando na aeronave, bem como da sua massa, Figura 44.

$${}^e\dot{\mathbf{V}}_{b/e}^b = \frac{\sum \mathbf{F}^b}{m} \quad (49)$$

Figura 44: Aceleração inercial.

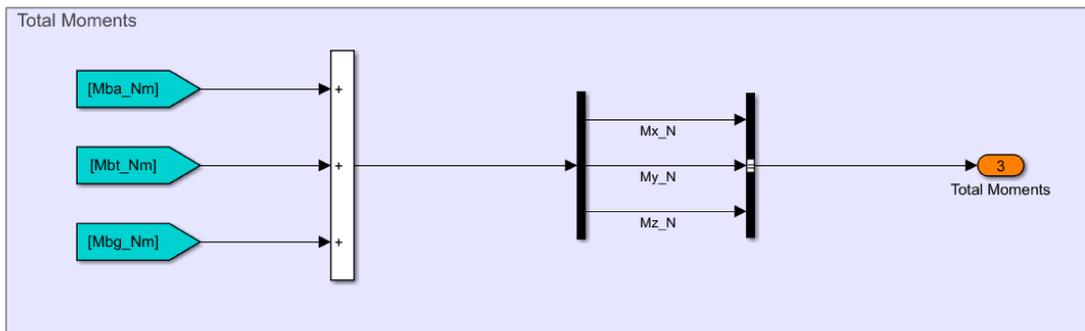


Fonte: Autor.

Os momentos totais que agem no CG da aeronave é contabilizado pelas contribuições aerodinâmica, propulsiva e reação do solo. As forças gravitacionais não geram momento no centro de gravidade da aeronave. A implementação da somatória dos momentos no Simulink é mostrado na Figura 45.

$$\mathbf{M}_{Total} = \mathbf{M}_{aerodinmica} + \mathbf{M}_{propulsiva} + \mathbf{M}_{solo} \quad (50)$$

Figura 45: Momentos totais.

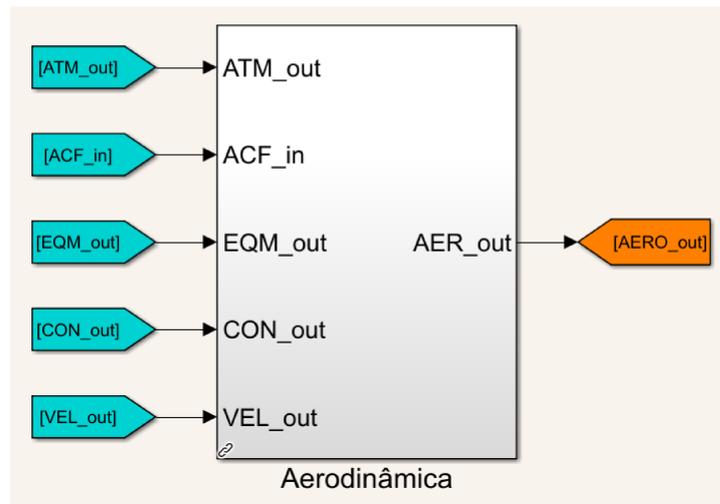


Fonte: Autor.

4.2 Aerodinâmica

O modelo aerodinâmico tem como objetivo determinar as forças e momentos aerodinâmicos que atuam sobre a aeronave. Para isso, ele utiliza como base um banco de dados aerodinâmicos contido no arquivo inicializador de aerodinâmica. A cada passo da integração, as forças e momentos são calculados de acordo com a condição em que a aeronave se encontra. A biblioteca recebe as informações dos modelos de atmosfera, equações do movimento, superfície de controle, velocidades e ângulos, além de outras entradas do modelo, para determinar a condição de voo. A máscara da biblioteca juntamente com suas entradas e saída é mostrando na Figura 46.

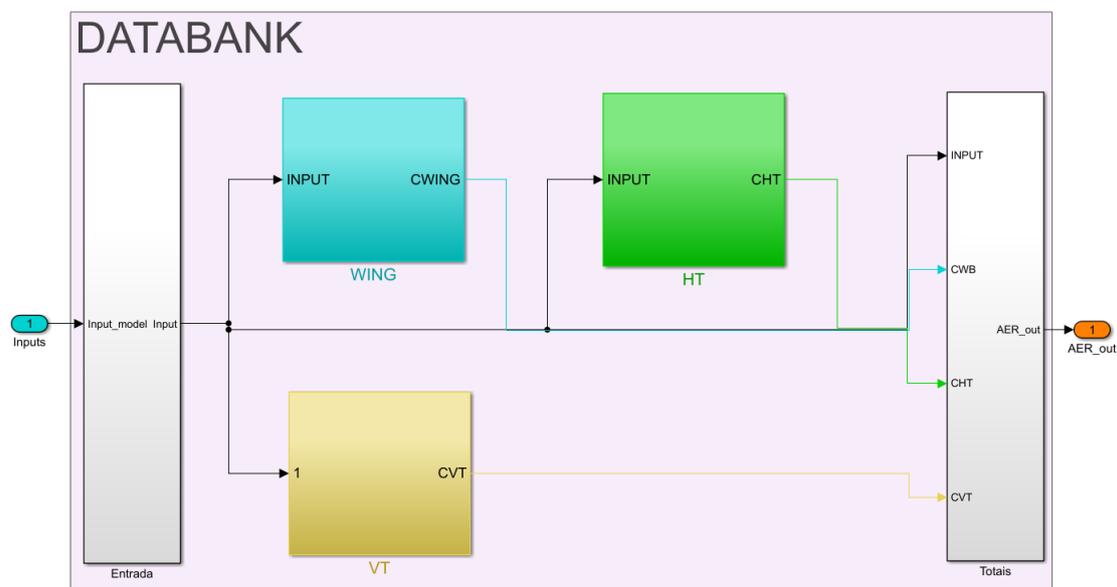
Figura 46: Máscara principal da biblioteca aerodinâmica.



Fonte: Autor.

O modelo aerodinâmico é composto por três tipos de blocos: entrada, componentes e totais, conforme ilustrado na Figura 47. O bloco de entrada é responsável pelo cálculo dos parâmetros que serão utilizados nos blocos de componentes. Para cada componente da aeronave - asa-fuselagem, empenagem horizontal e vertical - há um bloco dedicado. Por fim, o bloco de totais realiza o cálculo das forças e momentos aerodinâmicos totais, bem como a transformação desses valores para o eixo do corpo da aeronave.

Figura 47: Sub-máscara da biblioteca aerodinâmica.

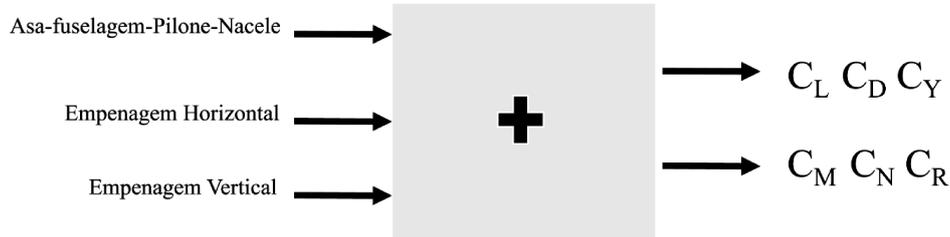


Fonte: Autor.

A técnica utilizada para o desenvolvimento do modelo aerodinâmico é conhecida como *Build-up Model*, que consiste na construção do modelo a partir da soma das partes. Dentro do bloco de cada componente, é calculada a contribuição deste para os seis coeficientes

aerodinâmicos, sendo estes separados em três coeficientes de força (C_L , C_D e C_Y) e três coeficientes de momento (C_M , C_N e C_R), conforme ilustrado na Figura 48.

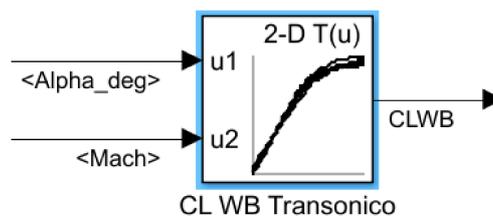
Figura 48: Exemplificação do *build-up model*.



Fonte: Autor.

Os dados dos coeficientes aerodinâmicos da aeronave são inseridos no arquivo inicializador de aerodinâmica, chamado *init_aerodinamica*, em forma de tabelas. Essas tabelas contêm os valores dos coeficientes para diferentes condições, como o ângulo de ataque e a velocidade do ar. Por exemplo, uma tabela pode conter os valores do coeficiente de sustentação (C_L) para diferentes valores de ângulo de ataque e número de *Mach*. Para obter o valor dos coeficientes durante a simulação, o modelo aerodinâmico utiliza técnicas de interpolação linear, como *look-up tables* ilustrado na Figura 49, para encontrar os valores correspondentes aos parâmetros atuais da simulação. Isso permite que o modelo aerodinâmico seja facilmente ajustado para diferentes condições de voo e configurações da aeronave.

Figura 49: *Look-up table* para leitura de C_L .

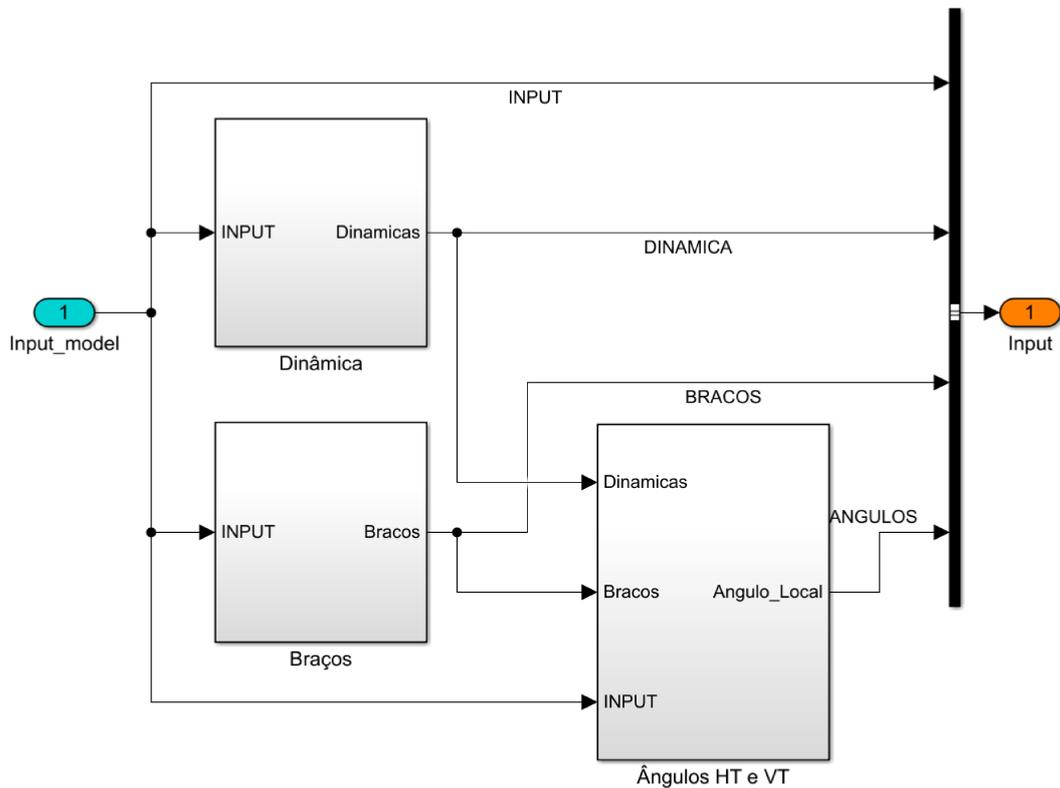


Fonte: Autor.

4.2.1 Entradas

O subsistema de entradas é composto por três blocos responsáveis pelo cálculo da dinâmica, definição dos braços de momentos e cálculo dos ângulos aerodinâmicos das empenagens. A Figura 50 mostra o subsistema de entradas implementados no Simulink.

Figura 50: Bloco de entradas.



Fonte: Autor.

Devido ao método de construção do modelo aerodinâmico, os ângulos aerodinâmicos das empenagens precisam ser calculados separadamente da asa. Essa separação é necessária devido aos efeitos de *downwash*, *sidewash* e aos ângulos induzidos pela velocidade angular da aeronave.

O efeito de *downwash* é gerado pela asa quando produz sustentação. O fluxo de ar que passa por cima da asa é curvado para baixo, criando uma região de baixa pressão acima da asa. Esse fenômeno causa um fluxo descendente (*downwash*) que afeta as empenagens da aeronave. Esse fluxo descendente pode reduzir a eficiência das empenagens, diminuindo a pressão dinâmica e a sustentação gerada por elas. Portanto, é necessário considerar esse efeito ao calcular os ângulos aerodinâmicos das empenagens.

O efeito de *sidewash* ocorre quando a aeronave possui um ângulo de derrapagem, como em uma curva ou manobra. Nesse caso, o fluxo de ar é deslocado lateralmente em relação à direção de voo, criando um ângulo de incidência lateral nas empenagens. Esse ângulo lateral pode afetar a estabilidade e controle da aeronave, sendo importante considerá-lo ao calcular os ângulos aerodinâmicos das empenagens.

Além desses efeitos, o movimento angular da aeronave também modifica o fluxo de ar incidente na empenagem, afetando o ângulo aerodinâmico percebido por ela. É importante levar em conta todos esses efeitos para calcular com precisão os ângulos aerodinâmicos das empenagens, garantindo a estabilidade e controle da aeronave.

É válido ressaltar que, no modelo aerodinâmico em questão, apenas os efeitos de *downwash* e ângulos induzidos foram considerados. Os dados de *sidewash* não foram

obtidos nos ensaios de túnel de vento, mas são de segunda ordem para pequenos ângulos de derrapagem.

Para a empenagem horizontal também é levado em conta o efeito da variação do ângulo de ataque. Quando há uma variação rápida do ângulo de ataque, a velocidade do fluxo de ar também varia rapidamente, causando uma mudança no ângulo de incidência da empenagem. Com estas considerações, o ângulo de ataque percebido pela empenagem horizontal é dado por:

$$\alpha_{ht} = \alpha - \epsilon + i_{ht} + \alpha_{induzido} + \dot{\alpha} \frac{d\alpha}{d\dot{\alpha}} \quad (51)$$

Já o ângulo de derrapagem percebido pela empenagem vertical é corrigido apenas pelo ângulo induzido $\beta_{induzido}$:

$$\beta_{vt} = \beta + \beta_{induzido} \quad (52)$$

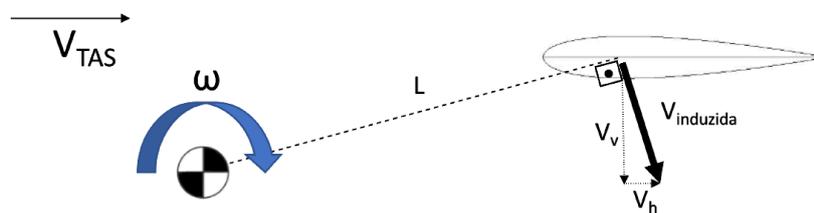
Os efeitos de *downwash* e variação do ângulo de ataque são obtidos a partir dos ensaios em túnel de vento. Já o efeito dos ângulos induzidos são calculados neste bloco entradas. No caso do $\alpha_{induzido}$ na empenagem horizontal é considerado a velocidade angular q e para o $\beta_{induzido}$ na empenagem vertical as velocidades p e r .

Sendo ω uma velocidade angular da aeronave em torno de seu CG e L a distância do centro aerodinâmico da empenagem ao CG, a velocidade induzida é:

$$V_{induzida} = \omega L \quad (53)$$

Seu sentido é perpendicular ao braço adotada para o calculo, conforme ilustra a Figura 51. Para transformar a velocidade induzida em uma variação de ângulo de ataque é necessário realizar a decomposição do vetor no sentido de voo da aeronave.

Figura 51: Ângulo induzido na empenagem por uma rotação ω .



Fonte: Autor.

Sendo V_v a componente perpendicular e V_h a componente horizontal ao vetor velocidade da aeronave, o ângulo induzido é dado por:

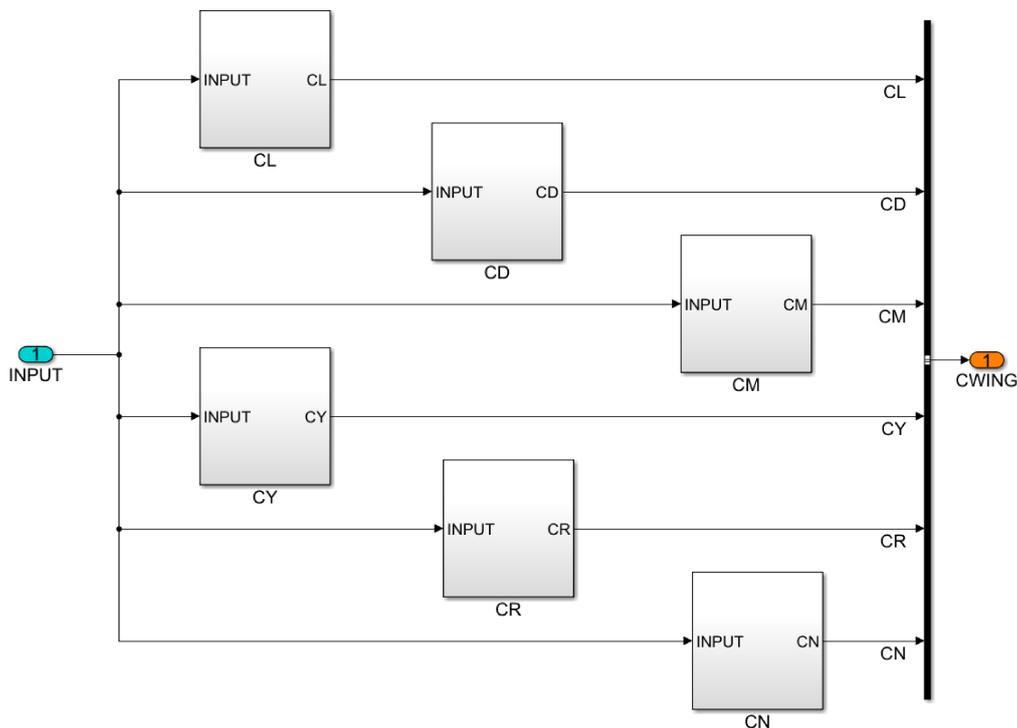
$$\alpha_{induzido} = \arctan\left(\frac{V_v}{V_{TAS}}\right) \quad (54)$$

A contabilização dos ângulos induzidos para as empenagens é uma forma de calcular os efeitos dinâmicos, ou seja, a contribuição das derivadas de estabilidade por p , q e r das empenagens sendo inseridas diretamente ao ângulo de ataque percebido.

4.2.2 Asa-Fuselagem

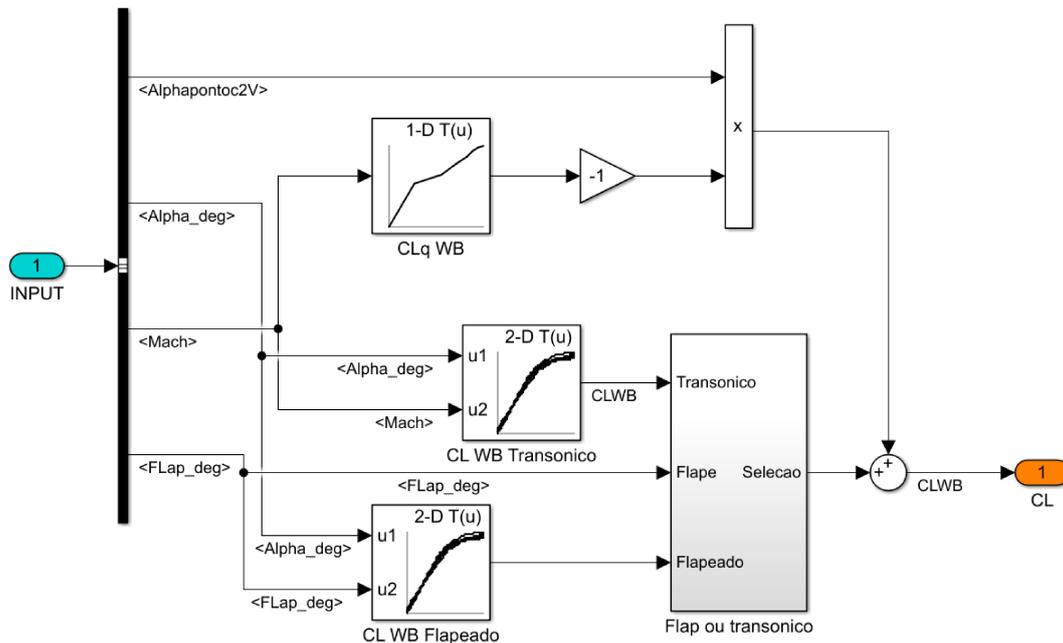
O subsistema da asa-fuselagem possui um bloco para cada coeficiente aerodinâmico, conforme ilustrado na Figura 52. Isso permite uma organização mais eficiente, pois as contribuições para cada coeficiente são agrupadas em um único bloco.

Figura 52: Subsistema da asa.



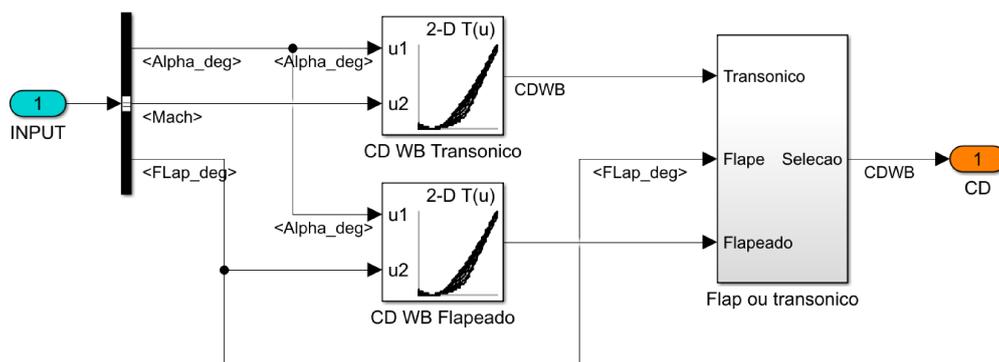
Fonte: Autor.

Para calcular o coeficiente de sustentação da asa, são consideradas as curvas aerodinâmicas em função do ângulo de ataque e número de $Mach$, além da contribuição da sustentação devida à velocidade angular de $pitch$ (q). Como a aeronave possui três posições de $flap$, é necessário utilizar um bloco de chaveamento para selecionar a curva aerodinâmica correspondente a cada posição de $flap$ e somar suas contribuições para obter o valor final do coeficiente. A Figura 53 mostra a implementação do subsistema do cálculo do CL da asa.

Figura 53: Subsistema C_L da asa.

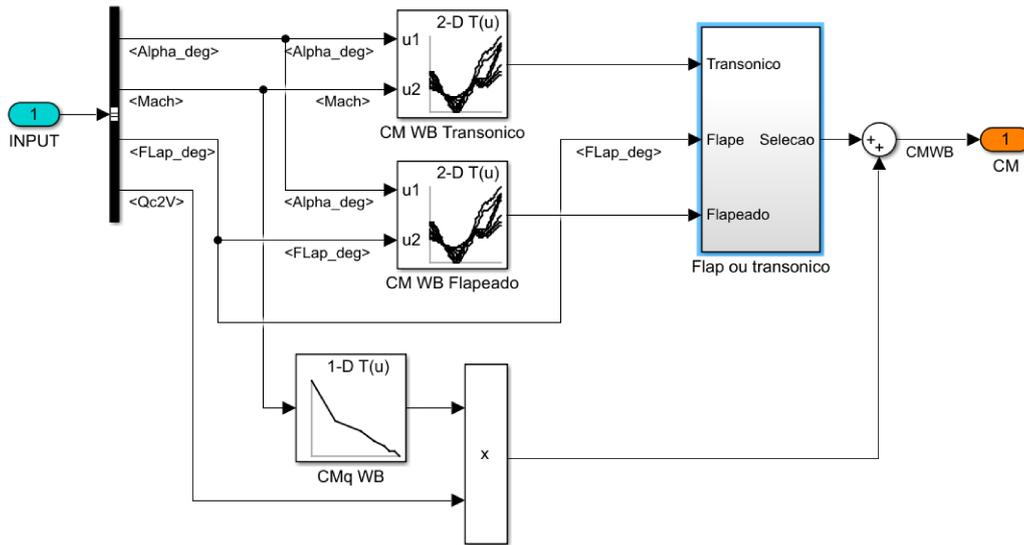
Fonte: Autor.

As curvas aerodinâmicas de arrasto são obtidas por meio de interpolação linear, (*look-up tables*), para a aeronave limpa e com *flap* em diferentes posições. Em seguida, é utilizado um bloco de chaveamento para calcular a contribuição do *flap*, de acordo com sua deflexão. A implementação no Simulink é apresentado na Figura 54.

Figura 54: Subsistema C_D da asa.

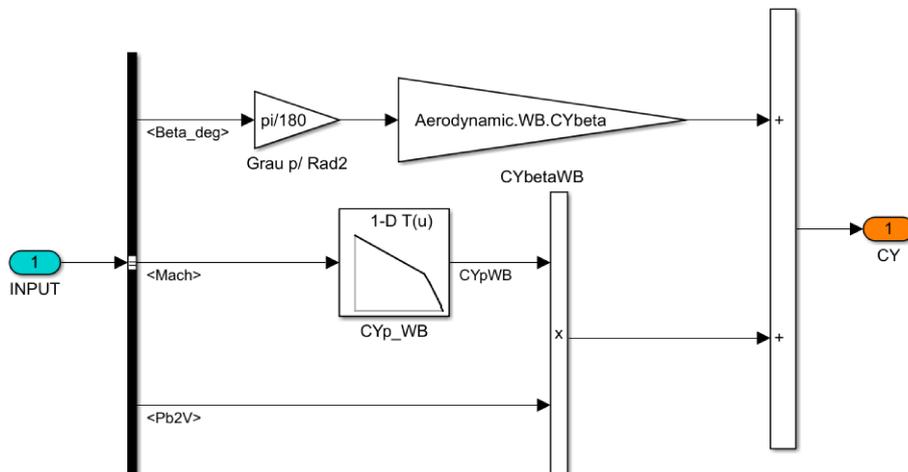
Fonte: Autor.

O coeficiente de momento da asa-fuselagem é a soma dos dados obtidos em túnel de vento, que variam em função do ângulo de ataque (α) e número de *Mach*, com a contribuição do efeito dinâmico devido à velocidade angular (q). A Figura 55 exemplifica o cálculo do coeficiente de momento.

Figura 55: Subsistema C_M da asa.

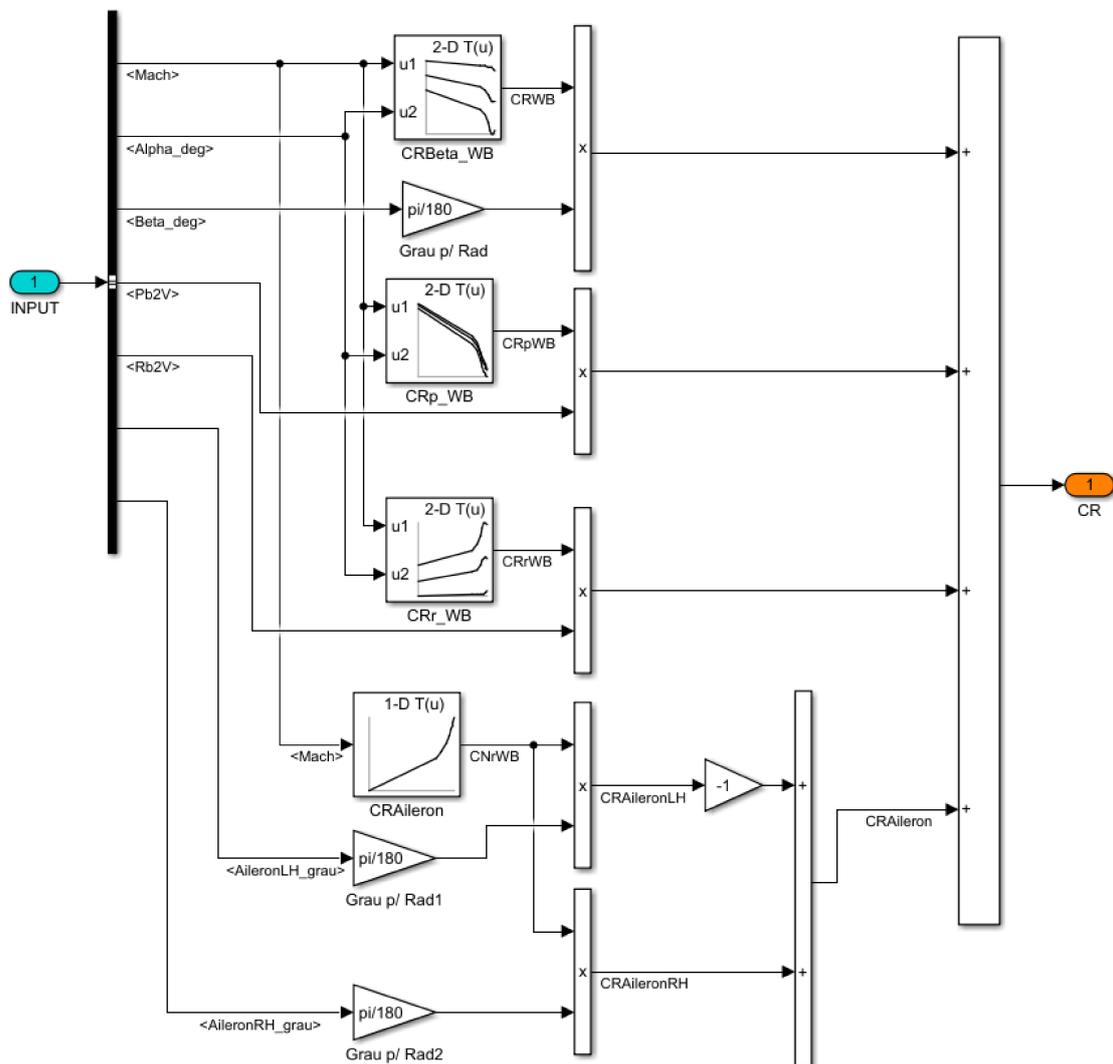
Fonte: Autor.

A Figura 56 apresenta o cálculo do coeficiente de força lateral, levando em consideração tanto a derivada linear em relação ao ângulo de deslizamento lateral (β) quanto a contribuição da velocidade angular de rolagem (p).

Figura 56: Subsistema C_Y da asa.

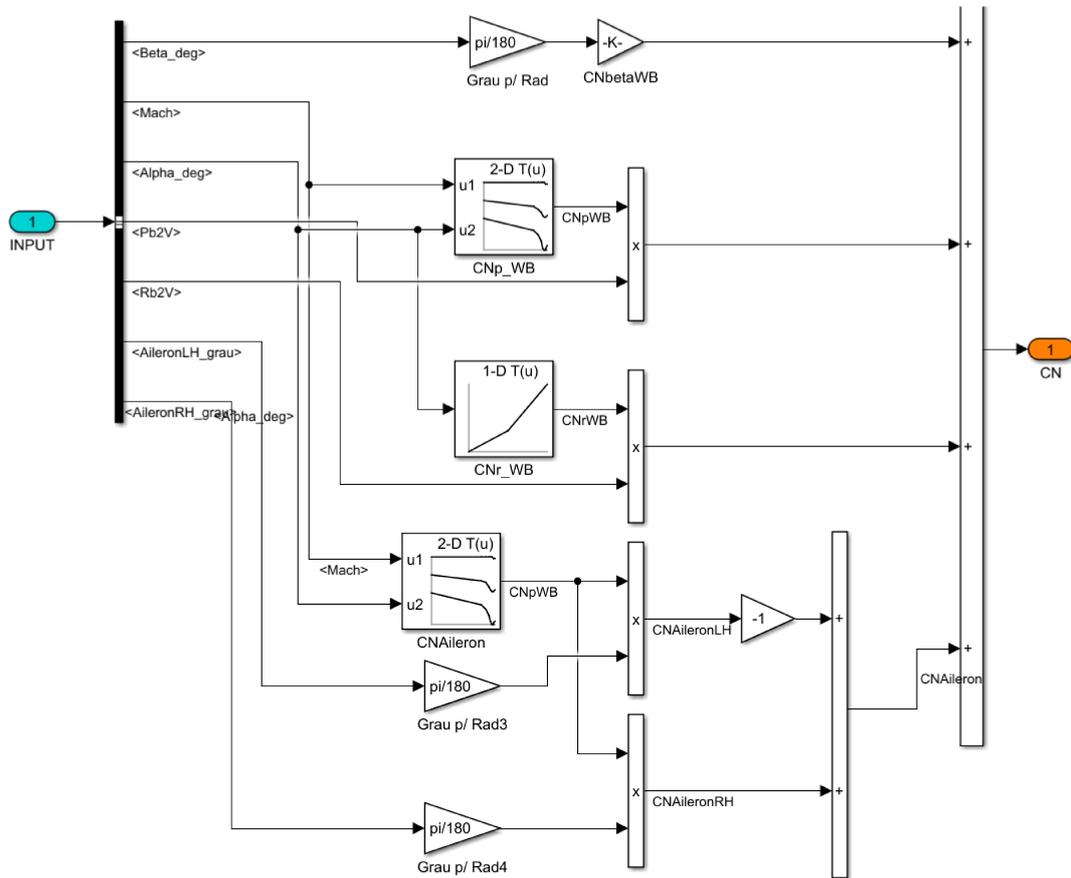
Fonte: Autor.

O coeficiente de rolagem é a soma das contribuições do ângulo de derrapagem β , velocidades angulares p e r , e do controle dos *aileron*. Para permitir o controle da deflexão de cada *aileron*, a contribuição dos *aileron* é tratada separadamente, com curvas de contribuição de rolagem para a deflexão de apenas um *aileron* disponíveis no banco de dados. A Figura 57 apresenta implementação do subsistema do coeficiente de rolagem.

Figura 57: Subsistema C_R da asa.

Fonte: Autor.

O coeficiente de guinada é calculado levando em conta a derivada linear em relação ao ângulo de derrapagem β , a contribuição devido às velocidades angulares p e r , além da contribuição de cada aileron separadamente. Vale ressaltar que os *aileron* também geram momento de guinada, devido à diferença de arrasto gerado pela deflexão de um aileron para cima e outro para baixo. A Figura 58 exemplifica a implementação.

Figura 58: Subsistema C_N da asa.

Fonte: Autor.

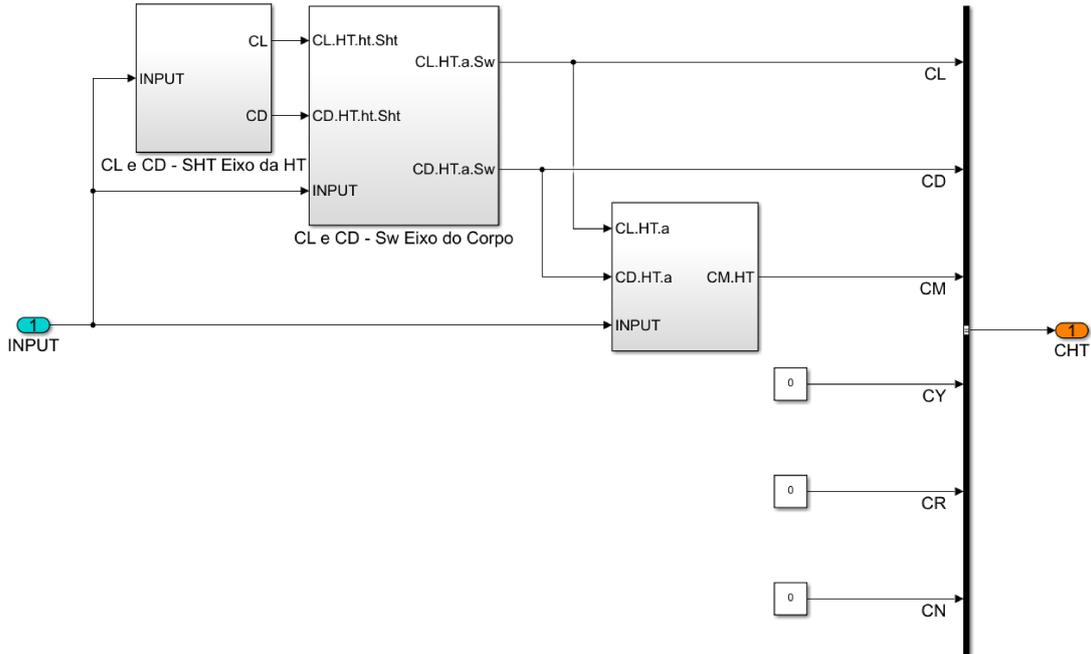
4.2.3 Empenagem Horizontal

Os coeficientes aerodinâmicos da empenagem horizontal incluem apenas os coeficientes longitudinais, mas há provisão para implementação dos coeficientes latero-direcionais, conforme mostrado na Figura 59. Como a superfície de controle é simétrica e não gera rolagem, considera-se uma abordagem razoável.

Os coeficientes de sustentação e arrasto são calculados a partir do ângulo de ataque incidente na empenagem, equação (51). No entanto, como esse ângulo é diferente do ângulo de ataque da asa, é realizada uma transformação para o mesmo referencial (eixo do vento). Além disso, os dados aerodinâmicos da empenagem usam a área de referência da empenagem, enquanto os dados da asa usam a área de referência da asa. Portanto, é necessária uma transformação adicional para harmonizar os dados da empenagem com os dados da asa.

Após essa harmonização, o coeficiente de momento é calculado usando os braços de momento da empenagem em relação ao centro de gravidade da aeronave.

Figura 59: Subsistema Empenagem Horizontal.



Fonte: Autor.

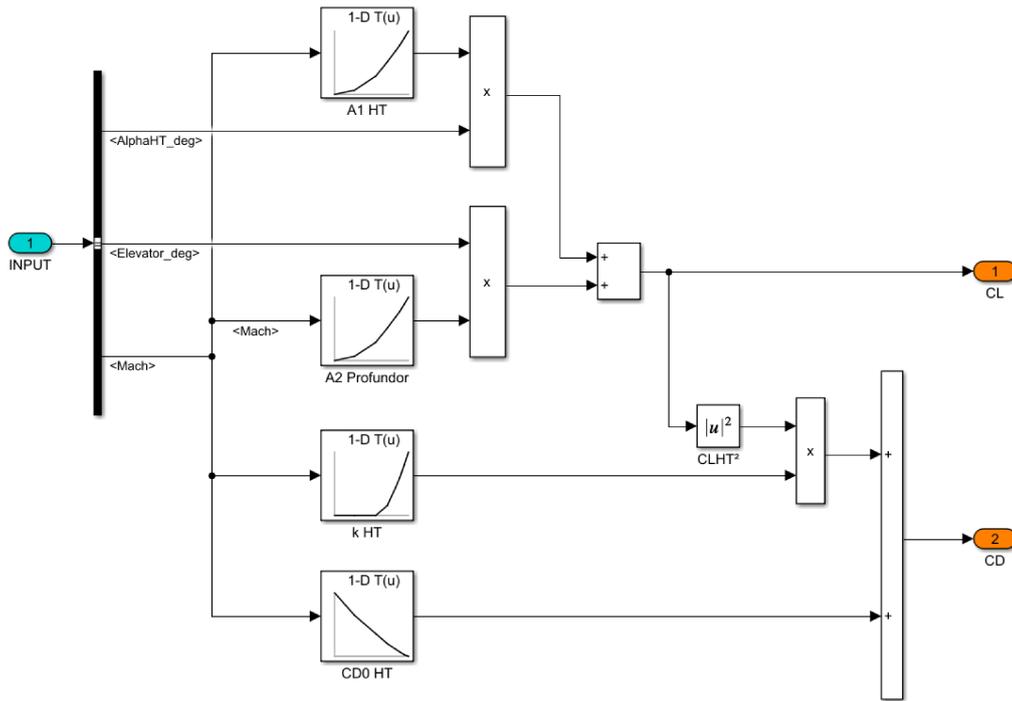
O coeficiente de sustentação é calculado como a soma das contribuições do ângulo de ataque na empenagem horizontal e da deflexão do profundor, de acordo com a Figura 60. Os coeficientes que representam as contribuições da parte fixa e da superfície móvel são comumente chamados de A_1 e A_2 , respectivamente. Já o arrasto devido ao estabilizador horizontal e sua superfície de controle é calculado a partir do CD_0 e do arrasto induzido.

$$CL_{ht} = A_{1_{ht}} \alpha_{ht} + A_{2_{ht}} \delta_e \quad (55)$$

$$CD_{ht} = CD_{0_{ht}} + CL_{ht}^2 K \quad (56)$$

Sendo:

$$K = \frac{1}{\pi e AR} \quad (57)$$

Figura 60: Subsistema C_L e C_D da empenagem horizontal no eixo da HT .

Fonte: Autor.

A contribuição do momento em torno do centro de gravidade (CG) proporcionada pela empenagem horizontal é determinada pela multiplicação do coeficiente de sustentação e do coeficiente de arrasto pelos seus respectivos braços efetivos. É importante notar que os braços efetivos devem levar em conta o ângulo de ataque da aeronave, o qual é utilizado para a decomposição dos coeficientes no eixo do vento. Os braços de momento efetivos horizontal e vertical são dados pelas seguintes expressões:

$$X_{\alpha_{ht}} = X_{ht} \cos \alpha + Z_{ht} \sin \alpha \quad (58)$$

$$Z_{\alpha_{ht}} = Z_{ht} \cos \alpha - X_{ht} \sin \alpha \quad (59)$$

Em que X_{ht} e Z_{ht} são as distâncias horizontal e vertical, respectivamente, entre o centro aerodinâmico da empenagem horizontal e o centro de gravidade da aeronave. Dessa forma, o coeficiente de momento total é a soma das contribuições do coeficiente de sustentação e do coeficiente de arrasto, expressos como:

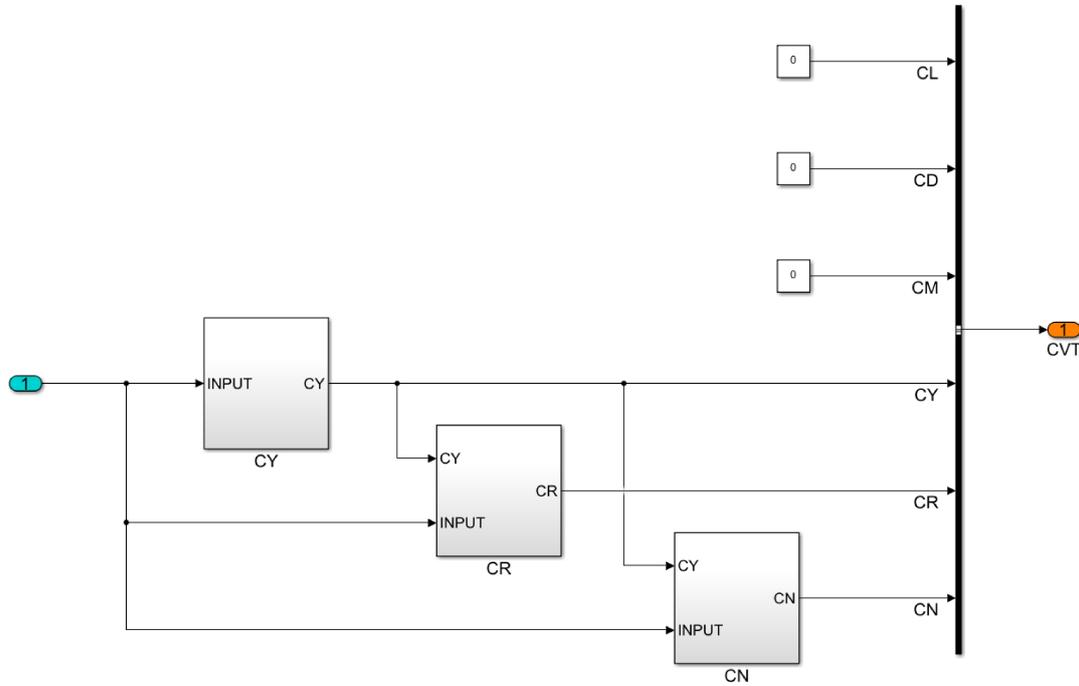
$$C_{M_{ht}} = C_{L_{ht}} X_{\alpha_{ht}} + C_{D_{ht}} Z_{\alpha_{ht}} \quad (60)$$

4.2.4 Empenagem Vertical

Em aeronaves de configuração convencional de cauda, a empenagem vertical e sua superfície de comando são projetadas para fornecer a principal contribuição ao movimento latero-direcional da aeronave. Assim, a contribuição desses elementos para os coeficientes

de sustentação, arrasto e momento, representados por C_L , C_D e C_M , respectivamente, pode ser negligenciada sem causar perda significativa na representação da dinâmica da aeronave. Porém, provisões para implementação destes coeficientes são suportadas pela forma que é estruturado o modelo aerodinâmico, conforme mostrado na Figura 61.

Figura 61: Subsistema Empenagem Vertical.



Fonte: Autor.

A empenagem vertical é incidida por um ângulo β , equação (52), em uma derrapagem, o que produz sustentação no sentido do eixo Y do referencial de estabilidade. De forma similar à empenagem horizontal, o coeficiente de força lateral pode ser escrito como função dos coeficientes A_{1vt} e A_{2vt} da empenagem vertical.

$$C_{Y_{vt}} = A_{1vt}\beta_{vt} + A_{2vt}\delta_r \quad (61)$$

Os momentos de rolagem e guinada produzidos pela empenagem vertical são encontrados pelos braços de momento efetivos.

$$X_{\alpha_{vt}} = X_{vt} \cos \alpha + Z_{vt} \sin \alpha \quad (62)$$

$$Z_{\alpha_{vt}} = Z_{vt} \cos \alpha - X_{vt} \sin \alpha \quad (63)$$

Onde X_{vt} e Z_{vt} são as distâncias horizontal e vertical, respectivamente, do centro aerodinâmico da empenagem vertical ao centro de gravidade. A partir dos braços efetivos, os momentos de guinada e rolagem são encontrados pela multiplicação do coeficiente de força lateral $C_{Y_{vt}}$.

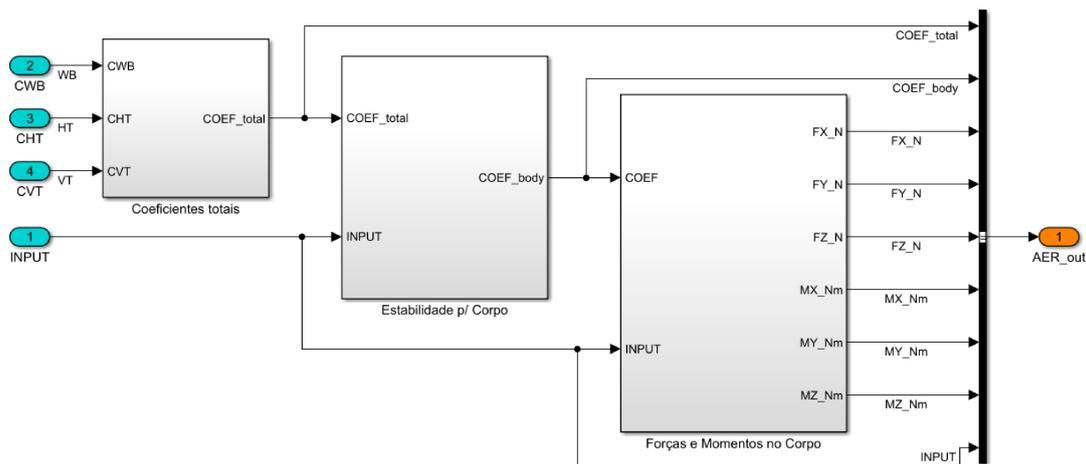
$$C_{N_{vt}} = C_{Y_{vt}} X_{\alpha_{vt}} \quad (64)$$

$$C_{R_{vt}} = C_{Y_{vt}} Z_{\alpha_{vt}} \quad (65)$$

4.2.5 Forças e Momentos Aerodinâmicos Totais

Depois de contabilizar as contribuições de cada componente da aeronave, é necessário somar os coeficientes para obter os coeficientes totais. Isso só é possível porque todos os coeficientes estão adimensionalizados pelos mesmos parâmetros e estão no mesmo referencial. Essa soma é realizada no bloco de coeficientes totais. Já o bloco de estabilidade do corpo realiza a conversão dos coeficientes para o referencial do corpo, preparando-os para serem transformados em forças e momentos no eixo do corpo. Essa tarefa é realizada dentro do bloco de forças e momentos totais, conforme mostrado na Figura 62. A implementação destes blocos no subsistema de Totais é apresentada na Figura 62.

Figura 62: Subsistema Totais.



Fonte: Autor.

Os coeficientes C_L e C_D são obtidos no eixo do vento. Ao utilizar o coeficiente C_Y , que está alinhado com o eixo y do corpo, pode-se inferir que o referencial comum dos coeficientes de força é o eixo de estabilidade. A transformação do referencial de estabilidade para o eixo do corpo é dada por uma matriz de rotação.

$$\begin{bmatrix} C_X \\ C_Y \\ C_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_L \\ C_D \\ C_Y \end{bmatrix} \quad (66)$$

A transformação dos coeficientes em forças e momentos deve seguir a forma como foram adimensionalizados. Para esse trabalho, foi adotada a forma comumente utilizada em dinâmica de voo, e a transformação para cada coeficiente é dada pelas seguintes equações:

$$F_{X_{aero}} = C_X \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \quad (67)$$

$$F_{Y_{aero}} = C_Y \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \quad (68)$$

$$F_{Z_{aero}} = C_Z \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \quad (69)$$

$$M_{X_{aero}} = C_R \frac{1}{2} \rho V^2 S_w b_w \quad (70)$$

$$M_{Y_{aero}} = C_M \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \bar{c}_w \quad (71)$$

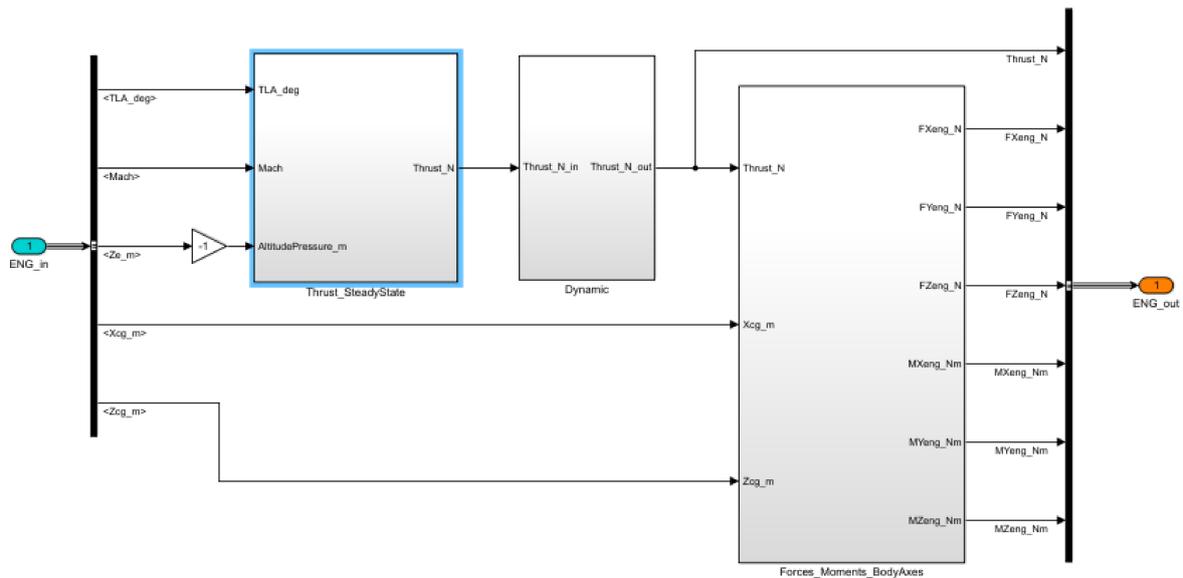
$$M_{Z_{aero}} = C_N \frac{1}{2} \rho V^2 S_w b_w \quad (72)$$

4.3 Motor

O modelo do motor é responsável por calcular as forças e momentos propulsivos que atuam na aeronave. O empuxo gerado pelo motor é a força resultante, enquanto o momento é devido ao posicionamento do motor em relação ao centro de gravidade (CG) da aeronave. O empuxo gerado depende do comando de manete de potência (*throttle*) e das condições de velocidade e altitude da aeronave. A resposta do motor para uma entrada de comando apresenta uma dinâmica transiente que varia de acordo com o modelo do motor.

A modelagem do motor é realizada em três etapas: leitura dos dados estáticos do empuxo do motor, modelagem da resposta transiente e cálculo das forças e momentos propulsivos no eixo do corpo. A biblioteca do motor é composta por três subsistemas, conforme a ilustra Figura 63, cada um responsável por uma das funções mencionadas.

Figura 63: Biblioteca do Motor.



Fonte: Autor.

4.3.1 Empuxo estático

Os motores são certificados para fornecer empuxos padrões, que podem variar dependendo das condições de voo. O empuxo é normalmente medido em kN ou lbs . Um *rating* é uma configuração de potência predefinida que o piloto pode selecionar e que é apropriada para condições de voo específicas. A terminologia de classificação dos *ratings* difere entre aeronaves civis e militares, refletindo os diferentes requisitos desses tipos de aviação. As classificações típicas de aviões comerciais incluem:

- *Maximum Takeoff Thrust* (MTO);
- *Maximum Continuous thrust* (MCT);
- *Maximum Climb Thrust* (MCL);
- *Maximum Cruise Thrust* (MCR);
- *Flight idle*.

O fabricante da aeronave/motor deve declarar os MTO e a MCT às autoridades certificadoras, uma vez que essas definem os limites seguros de operação do motor/aeronave.

O *Maximum Takeoff Thrust* (MTO) é o empuxo máximo que o motor pode fornecer por cinco minutos no envelope de decolagem da aeronave. O pico de empuxo geralmente é alcançado quando o motor está estático. No entanto, a condição mais exigente para um motor *turbofan* moderno é o final da pista durante a decolagem, gerando as maiores tensões e temperaturas no motor. Portanto, o uso desta classificação é permitido apenas por até cinco minutos de operação.

Fora do envelope de voo definido para MTO, o *rating* MCT define o empuxo máximo que pode ser exigido pelo piloto do motor de forma contínua. Em caso de falha do motor em voo, a aeronave terá empuxo máximo disponível pela MCT para prosseguir para o seu destino ou para o aeroporto de desvio mais próximo.

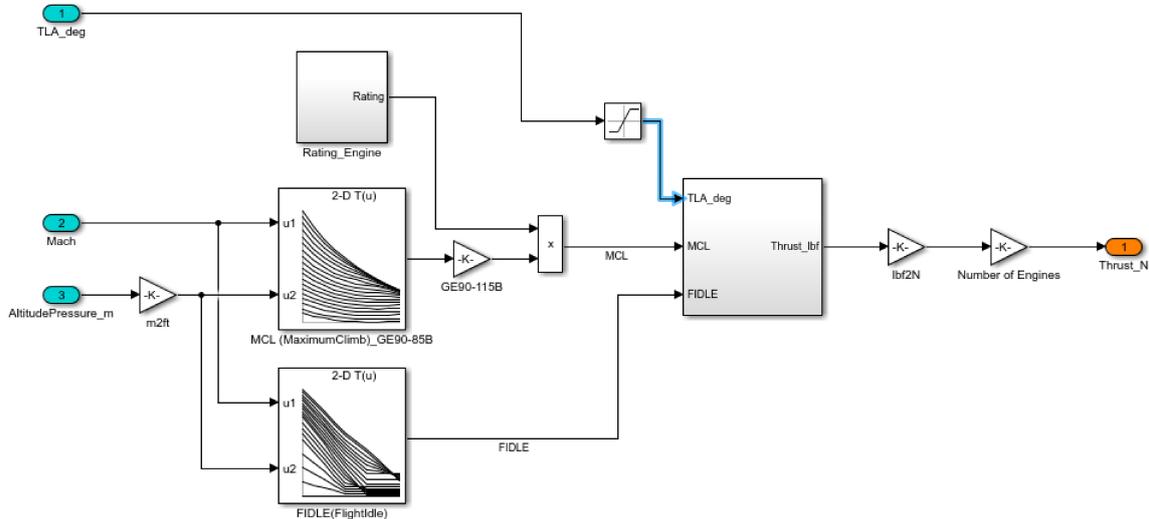
O *Maximum Climb Thrust* (MCL) é o *rating* de empuxo que o fabricante recomenda ser usado durante a fase de subida de um voo típico. Pode ser o mesmo que o empuxo contínuo máximo. O topo da fase de subida é normalmente a condição mais desafiadora para um motor *turbofan* fora do regime de decolagem e é um requisito de projeto crítico. A redução da taxa pode ser aplicada ao empuxo MCL para prolongar a vida útil do motor, mas ao custo de um tempo de subida mais lento e um aumento ligeiro do consumo de combustível.

O *Maximum Cruise Thrust* (MCR) nem sempre é definido, pois não é um *rating* particularmente útil. Durante o cruzeiro, o piloto/piloto automático usará o empuxo necessário para manter a altitude e a velocidade aerodinâmica constantes.

O modo de operação *Flight idle* é utilizado para manter o motor funcionando durante o voo com um empuxo mínimo necessário para fornecer serviços secundários à aeronave, como energia hidráulica e elétrica. Além disso, em grandes altitudes, é necessário manter o motor funcionando para fornecer ar à cabine de passageiros a uma pressão adequada. A definição do empuxo mínimo é um parâmetro importante, pois quanto menor o empuxo, mais rápido a aeronave pode descer.

A tabela de máximo e mínimo empuxo para cada *rating* do motor é armazenada no banco de dados do motor e pode ser acessada pelo arquivo inicializador *init_engine*. Para fornecer o empuxo da aeronave, o bloco de empuxo estático utiliza a posição da manete de potência, a velocidade e a altitude da aeronave como entrada. A Figura 64 mostra o subsistema de empuxo estático do modelo do motor.

Figura 64: Subsistema de empuxo estático.



Fonte: Autor.

Para obter os valores de máximo e mínimo empuxo do motor, é necessário acessar o banco de dados com as informações de velocidade e altitude da aeronave. Com base nesses valores, é possível calcular o empuxo corrente da aeronave usando a porcentagem de comando da manete de potência.

O cálculo do empuxo da aeronave é feito pela seguinte equação: considerando TLA a porcentagem do comando de potência e MR o máximo empuxo para um dado *rating*, temos:

$$Empuxo = \frac{TLA - 1}{-1} (FIDLE - MR) + MR \quad (73)$$

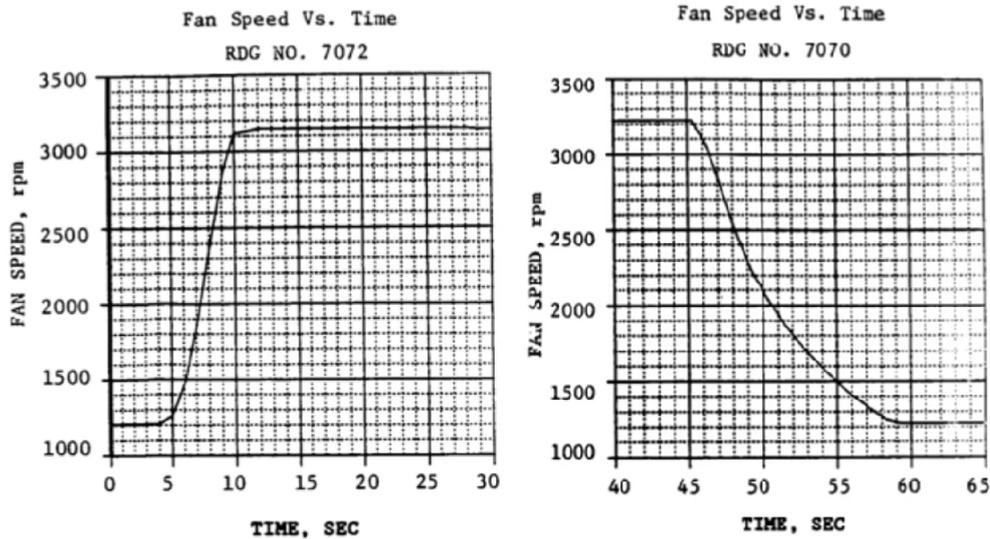
Essa equação é utilizada para determinar o valor do empuxo comandado pela manete de potência, considerando as condições de voo e o *rating* do motor.

4.3.2 Dinâmica

O relatório NASA-CR-168211 (STEARNS, 1985) apresenta a análise preliminar e projeto de um avançado sistema de propulsão de Voo conduzido pela companhia General Electric. O programa *Energy Efficient Engine* (motor E3) fez parte do programa de eficiência energética de aeronaves da *National Aeronautics and Space Administration* (NASA). O objetivo do programa foi melhorar substancialmente a eficiência de aeronaves de transporte comercial que entraria em serviço no final dos anos 1980 e início dos anos 1990. O motor E3 cominou no desenvolvimento dos motores presente no Boeing 777, que é uma

aeronave de grande porte utilizada para voos de longa distância. Devido a esta similaridade com a aeronave de estudo, os dados de respostas transientes presentes neste relatório, Figura 65, serão utilizados para a modelagem do motor.

Figura 65: Resposta transiente da velocidade do *fan* do motor E3.



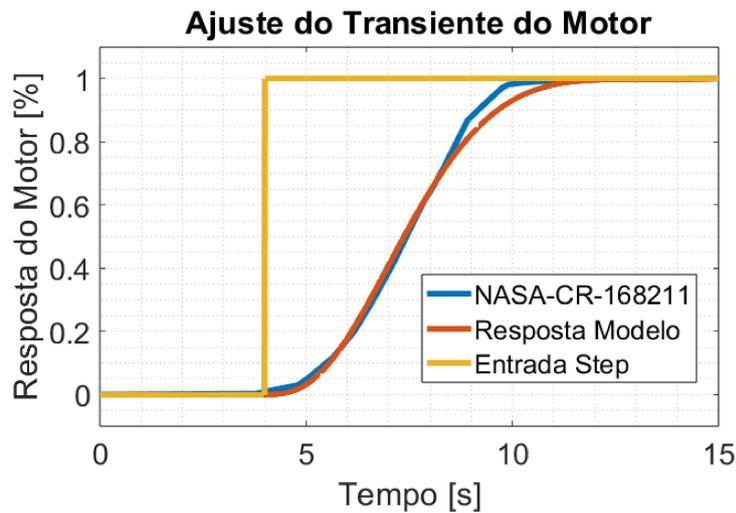
Fonte: (STEARNS, 1985).

Constatou-se que uma dinâmica de terceira ordem tem boa representatividade com a resposta apresentada pelo motor E3. A dinâmica é modelada por um filtro. Os parâmetros do filtro de terceira ordem foram ajustados comparando a resposta normalizada do modelo a uma entrada degrau. Os parâmetros utilizados no filtro e a resposta temporal são mostrados na Tabela 3 e Figura 66, respectivamente.

Tabela 3: Parâmetros ajustados do filtro.

Filtro	Parâmetro	Valor
1°	- Constante de tempo	2.50
2°	ω_n - Frequência natural não amortecida	0.80 rad/s
	- Coeficiente de amortecimento	0.51

Figura 66: Comparação entre a resposta do modelo e o motor E3.

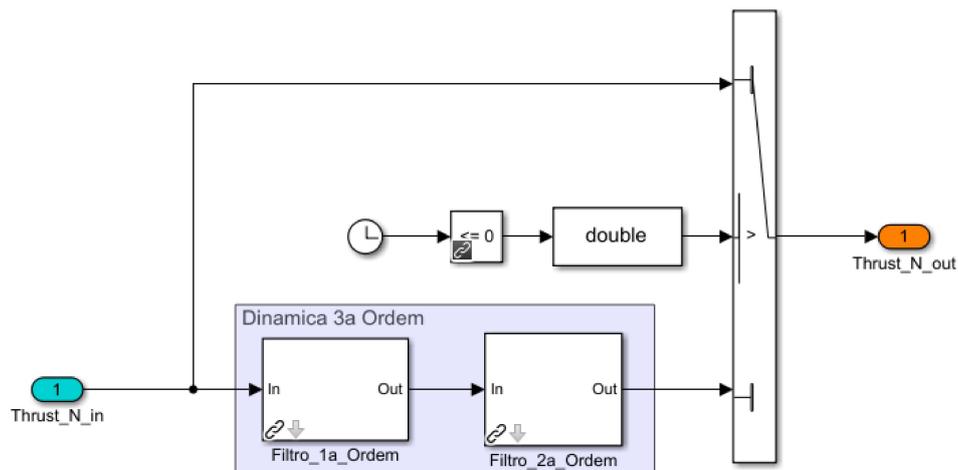


Fonte: Autor.

Um filtro de terceira ordem pode ser modelado como a combinação de dois filtros, um de primeira ordem e outro de segunda ordem. No entanto, em simulações de estado estacionário, a dinâmica do motor não é desejável, pois o valor em regime permanente é constante. Para esses casos, em que a simulação ocorre com tempo igual a zero, o valor em regime permanente é diretamente passado e a dinâmica transiente do filtro não é utilizada. A implementação desta lógica é mostrada na Figura 67.

Assim, é possível reduzir a complexidade do modelo sem comprometer a precisão da simulação, economizando tempo computacional. No entanto, em simulações transientes, em que a dinâmica do motor é importante, o filtro de terceira ordem deve ser utilizado para garantir a representatividade da resposta do motor.

Figura 67: Implementação do filtro de terceira ordem.

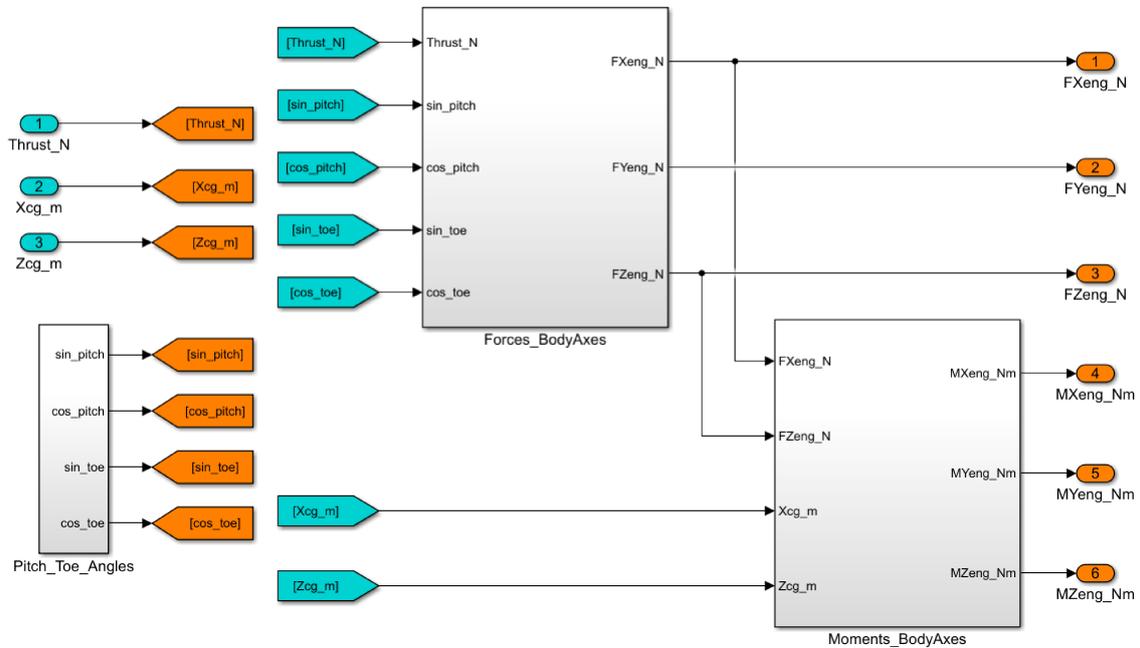


Fonte: Autor.

4.3.3 Forças e Momentos Propulsivos

A Figura 68 ilustra a implementação do subsistema que realiza o cálculo das forças e momentos propulsivas agindo na aeronave.

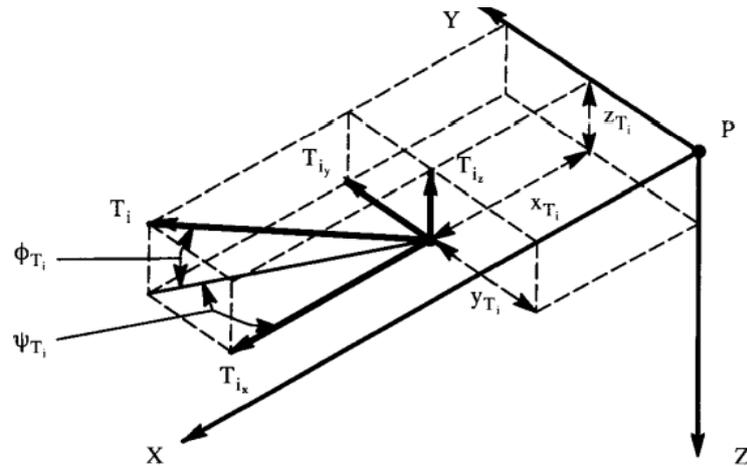
Figura 68: Subsistema de Forças e Momentos Propulsivos.



Fonte: Autor.

O posicionamento do motor de uma aeronave pode ser crucial para sua performance em diferentes condições de voo. É possível ajustar o ângulo do motor para atingir uma tração mínima requerida em projeto, melhorar o alcance e tempo de voo, além de auxiliar na trimagem longitudinal e reduzir o arrasto trimado. Além disso, o ângulo do motor pode ser ajustado para melhorar a razão de subida e reduzir o tempo mínimo para atingir o cruzeiro. Os ângulos de *pitch* ϕ_{T_i} e *toe* ψ_{T_i} , exemplificados na figura 69, são especificados para determinar a orientação do motor.

Figura 69: Componentes da força de empuxo do motor.



Fonte: (ROSKAM, 1998).

A partir destes ângulos as componentes de força propulsivas no eixo do corpo da aeronave é dado por:

$$F_{X_{motor}} = T_i \cos \phi_{T_i} \cos \psi_{T_i} \quad (74)$$

$$F_{Y_{motor}} = T_i \cos \phi_{T_i} \sin \psi_{T_i} \quad (75)$$

$$F_{Z_{motor}} = T_i \sin \phi_{T_i} \quad (76)$$

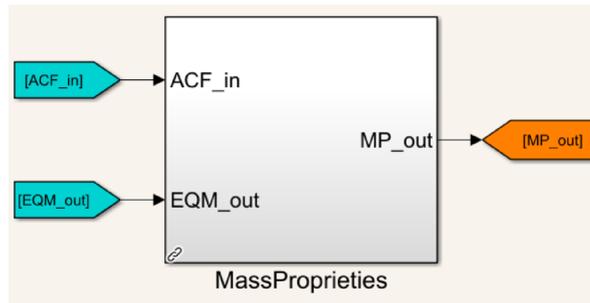
Para um avião com dois motores, estes são normalmente posicionados de forma simétrica em relação ao plano xz da aeronave, o que resulta em um momento propulsivo em torno do eixo y . Esse momento é calculado a partir das distâncias do motor em relação ao centro de gravidade da aeronave, representadas por X_{T_i} e Z_{T_i} , e das forças propulsivas geradas pelo motor, representadas por $F_{X_{motor}}$ e $F_{Z_{motor}}$. A equação para o cálculo do momento propulsivo é dada por:

$$M_{Y_{motor}} = F_{X_{motor}} Z_{T_i} - F_{Z_{motor}} X_{T_i} \quad (77)$$

4.4 Propriedades de Massa

A biblioteca de propriedades de massa, Figura 70, é uma parte essencial do modelo de simulação de uma aeronave, sendo responsável por computar o tensor de inércia e as componentes da força peso no eixo do corpo. O tensor de inércia é uma medida da resistência que um corpo oferece a uma mudança em sua velocidade angular e desempenha um papel crítico na estabilidade e manobrabilidade da aeronave. As componentes da força peso são a projeção do peso da aeronave em cada um dos eixos do corpo e também são fundamentais para o comportamento dinâmico da aeronave. A biblioteca de propriedades de massa permite que o modelo de simulação seja altamente preciso e realista, levando em consideração as propriedades físicas da aeronave.

Figura 70: Biblioteca Propriedades de Massa.



Fonte: Autor.

4.4.1 Tensor de Inércia

O tensor de inércia é representado por uma matriz dos momentos de inércia e produtos de inércia da aeronave. Para determinar os momentos de inércia, a referência (ROSKAM, 1999) propõe um método empírico chamado de classe 1. Esse método oferece uma metodologia rápida para estimar os momentos de inércia. O método classe 1 assume que, dentro da mesma categoria de aeronaves, é possível identificar um raio de giração, $R_{x,y,z}$, para a aeronave. Os momentos de inércia são encontrados pelas seguintes equações:

$$I_{xx} = \frac{R_x^2 W}{g} \quad (78)$$

$$I_{yy} = \frac{R_y^2 W}{g} \quad (79)$$

$$I_{zz} = \frac{R_z^2 W}{g} \quad (80)$$

O raio de giração adimensional é uma medida utilizada para descrever a distribuição de massa de uma aeronave em relação aos seus eixos principais. Essa medida é importante para a determinação dos momentos de inércia da aeronave, que são necessários para a modelagem da dinâmica de voo. O raio de giração adimensional pode ser relacionado com os raios de giração R_x , R_y e R_z em relação aos eixos x , y e z , respectivamente, pelos seguintes fatores de escala:

$$\bar{R}_x = \frac{2R_x}{b} \quad (81)$$

$$\bar{R}_y = \frac{2R_y}{L} \quad (82)$$

$$\bar{R}_z = \frac{2R_z}{e} \quad (83)$$

Onde b é a envergadura da aeronave, L é o comprimento e e é um fator de correção calculado como a média entre a envergadura e o comprimento da aeronave. Aeronaves similares projetadas para cumprir a mesma missão tendem a possuir valores similares de

raio de giração adimensional, o que facilita a estimativa dos momentos de inércia por meio de métodos empíricos, como o método da classe 1 proposto por (ROSKAM, 1999). A Figura 71 apresenta a tabela de raios de giração adimensionais para jatos de transporte.

Figura 71: Raios de giração adimensionais para jatos de transporte.

Airplane Type	GW lbs	Wing Span, b, ft	Total Length, L, ft	e = (b+L)/2, ft	\bar{R}_x	\bar{R}_y	\bar{R}_z	Number of engines and disposition
Convair 880	185,000	120.0	124.2	122.1	0.320	0.342	0.465	4 on wing
Convair 880	191,500	120.0	124.2	122.1	0.322	0.339	0.464	4 on wing
Convair 990	240,000	120.0	134.8	127.4	0.335	0.338	0.473	4 on wing
Convair 990	245,000	120.0	134.8	127.4	0.305	0.334	0.472	4 on wing
Boeing 727-100	165,000	108.0	133.2	120.6	0.249	0.375	0.452	3 on fusel.
Boeing 727-100*	89,000	108.0	133.2	120.6	0.247	0.442	0.518	3 on fusel.
Boeing 727-200	180,000	108.0	153.2	130.6	0.248	0.394	0.502	3 on fusel.
Boeing 727-200*	100,000	108.0	153.2	130.6	0.240	0.451	0.550	3 on fusel.
Boeing 737-200	113,000	93.0	100.0	96.5	0.246	0.382	0.456	2 on wing
Boeing 737-200*	62,000	93.0	100.0	96.5	0.264	0.456	0.517	2 on wing
Boeing 747-100B	800,000	195.7	231.3	213.5	0.290	0.329	0.445	4 on wing
Boeing 747-100B*	350,000	195.7	231.3	213.5	0.332	0.380	0.508	4 on wing
McDD DC9-10	74,000	89.4	104.3	96.9	0.242	0.360	0.435	2 on fusel.
McDD DC8	210,000	142.4	150.5	146.5	0.301	0.349	0.434	4 on wing

*at W_{OE}

Fonte: (ROSKAM, 1998).

Substituindo as equações (81), (82) e (83) em (78), (79) e (80) os momentos de inercia são dados por:

$$I_{xx} = \frac{b^2 W \bar{R}_x^2}{4g} \quad (84)$$

$$I_{yy} = \frac{L^2 W \bar{R}_y^2}{4g} \quad (85)$$

$$I_{zz} = \frac{e^2 W \bar{R}_z^2}{4g} \quad (86)$$

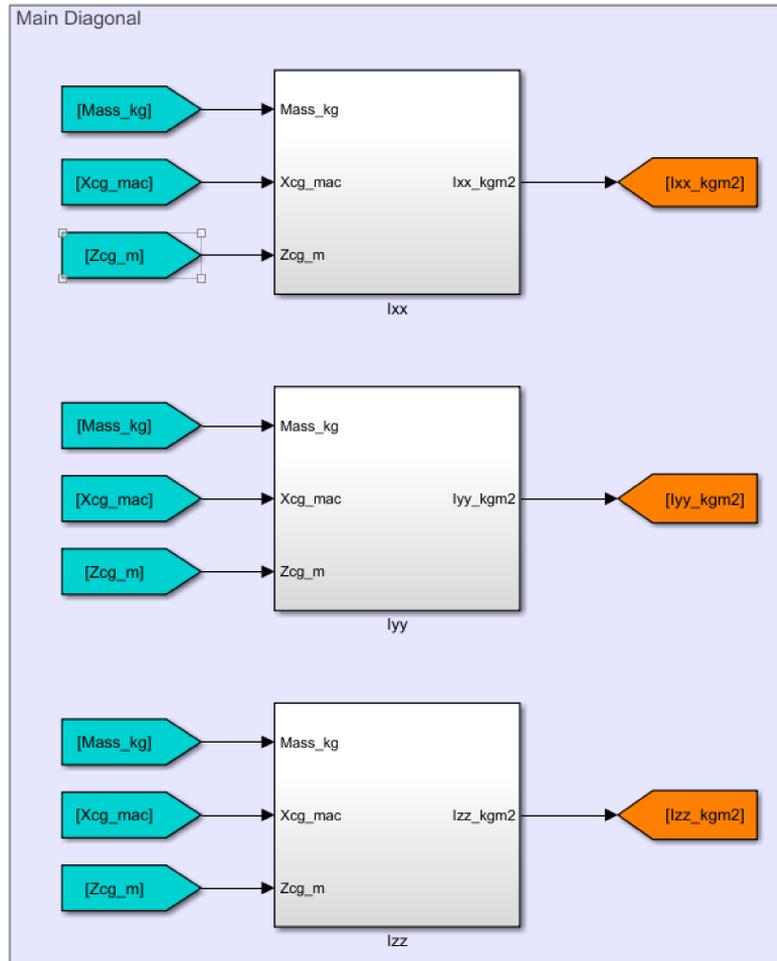
Depois de analisar os dados disponíveis de raio de giração, foi verificado que o Boeing 747-100 é a aeronave mais semelhante à aeronave de estudo. Através das equações dos momentos de inércia em cada eixo (I_x , I_y e I_z) e dos valores adimensionais encontrados para o 747-100, foi possível obter os valores dos momentos de inércia para a aeronave de estudo. Os momentos de inércia foram calculados para o BOW e o MTOW. Os resultados estão presentes na Tabela 4. Dessa forma, a biblioteca de propriedades de massa realiza uma interpolação linear entre essas duas condições extremas para determinar o momento de inércia para o peso atual da aeronave durante a simulação.

Tabela 4: Momentos de inercia calculados.

	BOW	MTOW	
I_{xx}	1.69×10^7	2.71×10^7	kg m ²
I_{yy}	2.16×10^7	3.39×10^7	kg m ²
I_{zz}	3×10^7	8.19×10^7	kg m ²

Como uma provisão para dados mais precisos, a posição do centro de gravidade (CG) foi adicionada como entrada disponível no modelo, conforme mostrado na Figura 72. O produto de inércia I_{xz} foi considerado nulo devido à simetria da aeronave. Já os produtos de inércia I_{xy} e I_{yz} foram negligenciados, uma vez que, em fases iniciais do projeto, geralmente não são relevantes.

Figura 72: Interpolação dos momentos de inercia.



Fonte: Autor.

4.4.2 Forças Peso

A decomposição da força peso nos eixos do corpo da aeronave é diretamente influenciada pela sua atitude, já que a orientação dos eixos do referencial fixo da aeronave segue o sentido da aceleração da gravidade. O eixo z desse referencial é, portanto, orientado no sentido oposto ao da gravidade. Por essa razão, é possível tratar a força peso como uma componente desse referencial, e assim realizar a decomposição nos eixos do corpo da aeronave.

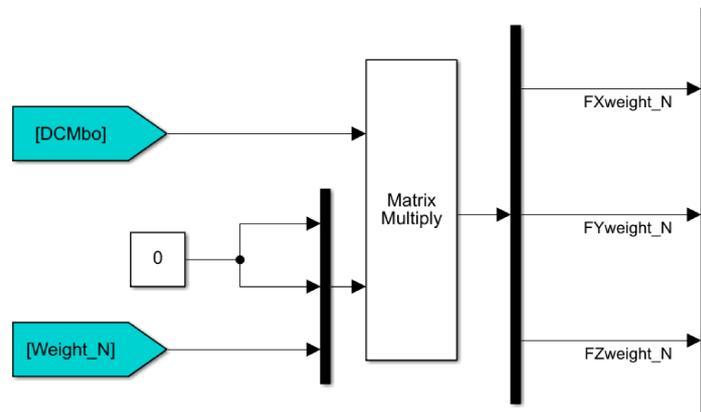
$$\mathbf{F}_{peso}^o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix} \quad (87)$$

Desta forma, as componentes da força peso no referencial do corpo, F_{peso}^b , é encontrado pela matriz de transformação DCM , pela seguinte equação:

$$\mathbf{F}_{peso}^b = \mathbf{L}_{bo} \mathbf{F}_{peso}^o \quad (88)$$

A Figura 73 apresenta a implementação no Simulink.

Figura 73: Componentes da força peso no eixo do corpo.



Fonte: Autor.

4.5 Atmosfera

O modelo de atmosfera é a implementação da Atmosfera Padrão de 1976 (OCEANIC; ADMINISTRATION; FORCE, 1976) para as altitudes típicas de voo de aeronaves comerciais e executivas. O modelo é uma revisão da versão de 1962 e é amplamente utilizado na indústria aeronáutica. Nas altitudes de interesse o modelo é similar a *International Standard Atmosphere* (ISA) e possui domínio público. As constantes adotadas para o modelo são apresentadas na tabela abaixo:

Tabela 5: Parâmetros utilizados no modelo de atmosfera.

Constante	Valor	Unidade	Descrição
g_0	9.80665	m/s^2	Gravidade ao nível do mar
P_0	1.01325×10^5	Pa	Pressão ao nível do mar
T_0	288.15	K	Temperatura ao nível do mar
M_0 (Ar)	28.9644	kg/kmol	Peso molecular do ar ao nível do mar
ρ_0	1.225	kg/m^3	Densidade do ar ao nível do mar
γ	1.40	-	Coefficiente de calor específico do ar a pressão constante sobre volume constante
β	1.458×10^{-6}	$kg/(smK^{1/2})$	Constante
S	110.4	K	Constante de Sutherland
R^*	8.31432×10^3	Nm/(kmolK)	Constante dos universal dos gases
R (Ar)	287.0531	J/kg/K	Constante dos universal dos gases (Ar)
r_0	6.356766×10^3	km	Raio efetivo da Terra

A aceleração da gravidade adotada é o somatório vetorial de duas forças: a atração gravitacional na latitude de 45° , de acordo com a Lei da Gravitação Universal de Newton, e a força centrífuga. O valor da gravidade para estas condições é definido por $9.80665 m/s^2$.

Sendo a Z a altitude geométrica, o potencial gravitacional V é definido por:

$$V = \int_0^z g dZ \quad (89)$$

A unidade de medida geopotencial é padronizada pelo metro geopotencial, o qual representa o trabalho realizado por levantar em um metro uma unidade de massa a aceleração de $9.80665 m/s^2$. O potencial de um ponto qualquer em relação ao nível do mar, expresso em metros geopotencial, é chamado de altitude geopotencial. Portanto, a altitude geopotencial H é dado por:

$$H = \frac{V}{g_0} \quad (90)$$

Substituindo (89) em (90):

$$H = \frac{1}{g_0} \int_0^z g dZ \quad (91)$$

Com a altitude geopotencial definida na equação (91), sua forma diferencial pode ser expressa por:

$$g_0 dH = g dZ \quad (92)$$

A lei da gravitação universal apresenta a relação entre estes termos:

$$g = g_0 \left(\frac{r_0}{r_0 + Z} \right)^2 \quad (93)$$

Integrando a equação (91) após substituição da equação (93) para g , encontramos a seguinte relação de altitude geopotencial e geométrica:

$$H = \frac{r_0 Z}{r_0 + Z} \quad (94)$$

ou

$$Z = \frac{r_0 H}{r_0 - H} \quad (95)$$

Devido a premissa adotada de planificação da Terra, temos o limite de $r_0 \rightarrow \infty$ nas equações (94) e (95), portanto, a seguinte igualdade é obtida:

$$H = Z \quad (96)$$

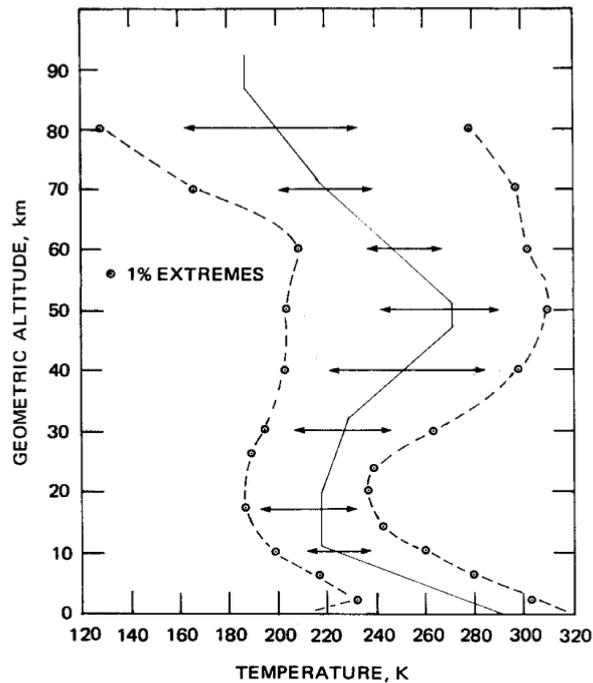
Assim, não há distinção utilizar qualquer um dos conceitos de altitude para o modelo de atmosfera padrão de 1976. Estas premissas são adotadas para simplificações no cálculo de pressão. Erro por adotar $H = Z$ é menor que 1% para altitudes até $86km$. Está consideração é bastante razoável visto que a altitude de operação das aeronaves são menores que $20km$.

O modelo de pressão utiliza a altitude geopotencial e a temperatura molecular T_M . Esta escala de temperatura é definida em um ponto como o produto da temperatura cinemática T vezes a razão M_0/M , onde M é o peso molecular do ar no ponto de interesse e M_0 o valor ao nível do mar. Analiticamente:

$$T_M = T \frac{M_0}{M} \quad (97)$$

Para altitude de até $79km$ a razão M_0/M é unitária. Desta forma, para o modelo de atmosfera será considerado $T_M = T$. A Figura 74 apresenta o perfil de temperatura molecular médio por altitude geopotencial, medidos em diferentes pontos da Terra.

Figura 74: Perfil de temperatura e suas variações.



Fonte: (OCEANIC; ADMINISTRATION; FORCE, 1976).

A relação da T_M com H pode ser tratada como uma série de sete sucessivas de equações lineares. A forma geral dessas equações lineares é:

$$T_M = T_{M,b} + L_{M,b}(H - H_b) \quad (98)$$

O valor do subscripto b varia de 0 a 6 de acordo com cada um das sete sucessivas camadas. O Valor de $T_{M,b}$ para a primeira camada ($b = 0$) é idêntico a temperatura ao nível do mar, $288.15K$. Com este primeiro valor de $T_{M,b}$ definido e os seis valores de H_b e seis valores de L_b correspondentes, definidos na Tabela 6, a função T_M por H é completamente definida até a altitude geopotencial de $85.825km$.

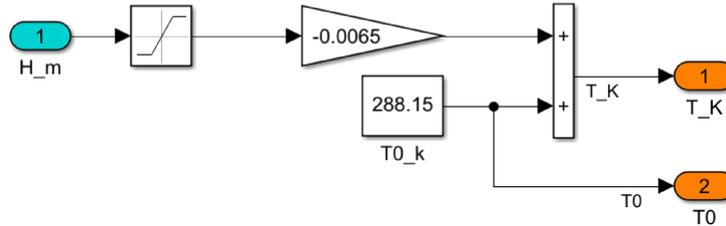
Tabela 6: Níveis de referência definidos e gradientes do perfil de temperatura.

b	H_b [km]	$L_{M,b}$ [K/km]	Relação T por H
0	0	-6.5	Linear
1	11	0.0	Linear
2	20	1.0	Linear
3	32	2.8	Linear
4	47	0.0	Linear
5	51	-2.8	Linear
6	71	-2.0	Linear

Para fins de mecânica de voo, o perfil de temperatura até a altitude de $20km$ é adequado. Dessa forma, a modelagem desses dois perfis é realizada pela primeira equação

linear para representar o perfil até 11km . Como o segundo perfil apresenta derivada nula, ou seja, não há variação da temperatura após 11km , o sinal de altitude é saturado para representar esse efeito, conforme mostrado na Figura 75.

Figura 75: Modelagem do perfil de temperatura.



Fonte: Autor.

Considerando a atmosfera em equilíbrio hidrostático e estratificada horizontalmente, a variação de pressão dP é relacionada ao diferencial de altitude por:

$$dP = -g \rho dZ \quad (99)$$

Da lei geral dos gases ideais, temos:

$$\rho = \frac{P}{RT} \quad (100)$$

Sendo:

$$R = \frac{R^*}{M} \quad (101)$$

Uma outra forma da equação hidrostática pode ser obtida eliminando a densidade da equação (99) por meio da substituição de (100) e (101). Essa forma da equação é utilizada como base para o cálculo da pressão em altitudes mais baixas.

$$d \ln P = \frac{dP}{P} = \frac{-gM}{R^*T} dZ \quad (102)$$

Por questões de simplificação e para permitir a integração da equação (102), é necessário fazer substituições nos termos que variam com a altitude. Esses termos incluem a gravidade, a temperatura cinética e a massa molecular, e eles são substituídos por valores conhecidos a partir das equações (92) e (97).

$$d \ln P = \frac{-g_0 M_0}{R^* T_M} dH \quad (103)$$

Aplicando a técnica de integração por substituição, é possível obter a seguinte expressão para a pressão em uma dada altitude H em relação à pressão em outra altitude H_b :

$$\int_{H_b}^H d \ln P = \int_{H_b}^H \frac{-g_0 M_0}{R^* T_M} dH \quad (104)$$

Para as camadas em que a temperatura molecular é constante com a altitude, ou seja, camadas $b = 1$ e 4 , a integração da equação (104) resulta na seguinte equação para a pressão:

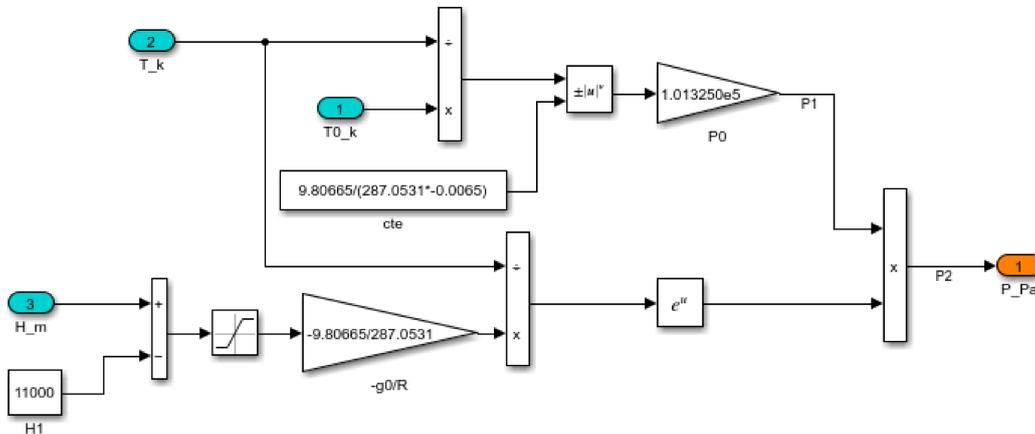
$$P = P_b \exp \left[\frac{-g_0 M_0 (H - H_b)}{R^* T_{M,b}} \right] \quad (105)$$

Para as camadas em que a T_M varia com a altitude, isto é, as camadas $b = 0, 2, 3, 5$ e 6 , o resultado da integração para a pressão é dada pela seguinte expressão:

$$P = P_b \left[\frac{T_{M,b}}{T_{M,b} + L_{M,b}(H - H_b)} \right]^{\frac{g_0}{R L_{M,b}}} \quad (106)$$

O denominador da equação (106) representa a temperatura molecular para a altitude H . É importante destacar que apenas as camadas 1 e 2 são relevantes para o modelo de simulação de aeronave. Por esse motivo, a equação (105) foi implementada para o intervalo de altitude de 0 a 11km , enquanto a equação (106) foi utilizada para o intervalo de 11 a 20km , conforme mostrado na Figura 76.

Figura 76: Modelagem da pressão.



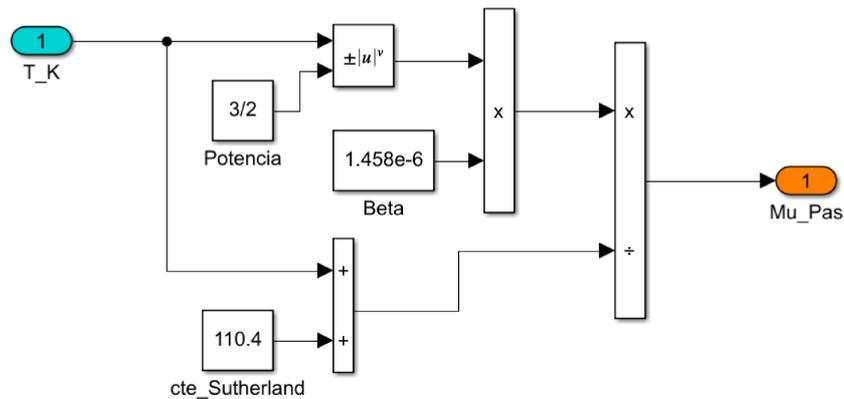
Fonte: Autor.

O coeficiente de viscosidade dinâmica μ é definido como um coeficiente de fricção interna desenvolvido pelo cisalhamento, isto é, movimento adjacente do gás com diferentes velocidades. A expressão utilizada para o modelo é da teoria cinemática, mas com constantes obtidas empiricamente.

$$\mu = \frac{\beta T^{3/2}}{T + S} \quad (107)$$

Sendo β uma constante igual a 1.458×10^{-6} ($kg/(smK^{1/2})$) e S é a constante de Sutherland, igual a $110.4K$. A Figura 77 ilustra a implementação no Simulink do cálculo da viscosidade.

Figura 77: Modelagem do coeficiente de viscosidade do ar.



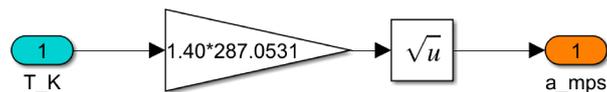
Fonte: Autor.

Sendo γ a razão do calor específico do ar a pressão constante sobre volume constante, a velocidade do som é dado por:

$$V_{sound} = \sqrt{\gamma RT_M} \quad (108)$$

A implementação em programação gráfica é mostrada na Figura 78.

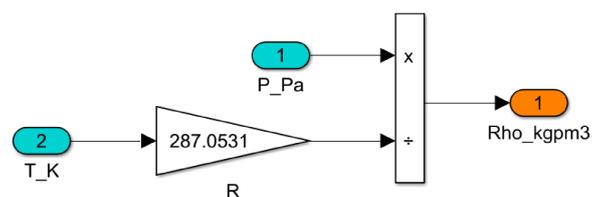
Figura 78: Modelagem da velocidade do som.



Fonte: Autor.

A densidade do ar é obtida por meio da lei geral dos gases ideais, expressa pela equação (100). Sua implementação é ilustrada na Figura 79.

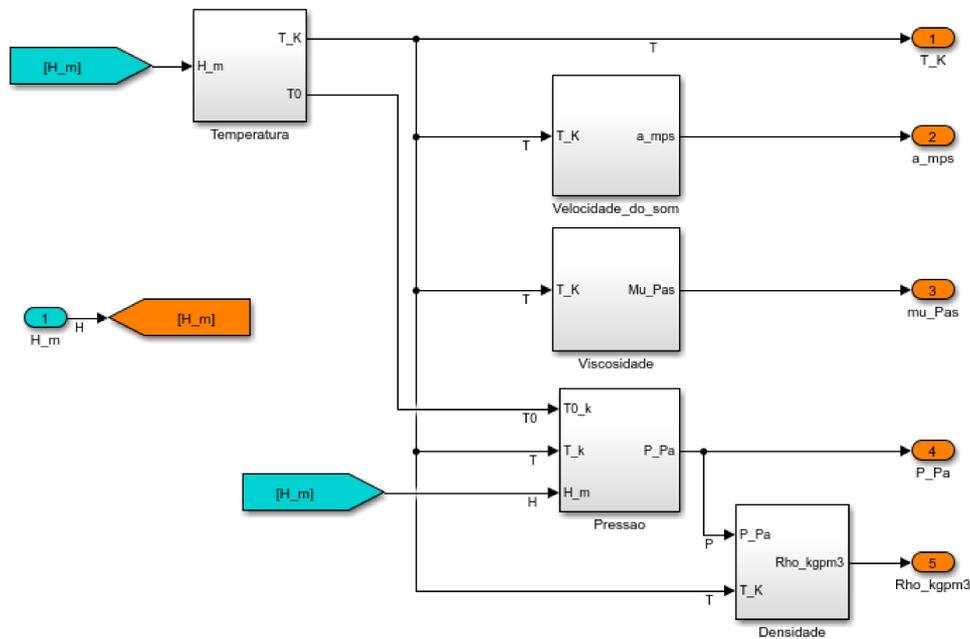
Figura 79: Modelagem da densidade do ar.



Fonte: Autor.

A biblioteca de atmosfera é composta por cinco subsistemas responsáveis, respectivamente, pelo cálculo da temperatura, velocidade do som, viscosidade, pressão e densidade do ar, conforme mostrado na Figura 80.

Figura 80: Subsistemas da biblioteca de atmosfera padrão.



Fonte: Autor.

4.6 Velocidades e Ângulos

A biblioteca de velocidades e ângulos fornece informações de velocidade e ângulos que não são calculados diretamente no modelo de equações do movimento para outros modelos. Além disso, é responsável por calcular medidas de velocidade importantes para a operação de todas as aeronaves. Quando essas medidas são apresentadas em nós, o prefixo 'K' é adicionado. As medidas de velocidade calculadas nesta biblioteca incluem:

- KTAS - Velocidade verdadeira;
- Mach - Número de *Mach*;
- KCAS - Velocidade calibrada;
- KEAS - Velocidade equivalente;

A velocidade verdadeira, *True Air Speed* (TAS), é a velocidade aerodinâmica da aeronave. Portanto a partir da velocidade verdadeira em metros por segundo, KTAS é obtido pela seguinte conversão de unidade:

$$KTAS = V_a \frac{1}{0.514444} \quad (109)$$

A partir da velocidade do som calculada no modelo de atmosfera, o número de *Mach*, M , é obtido pela fração da velocidade da aeronave em relação a V_{sound} .

$$M = \frac{V_a}{V_{sound}} \quad (110)$$

As medidas de velocidade calibrada e equivalente são transformações da TAS, possuindo um nível de equivalência através da pressão de impacto e dinâmica, respectivamente. A pressão de impacto, q_s , é definida como a diferença entre a pressão total e a pressão estática em escoamentos compressíveis. Ela é medida pelo instrumento de bordo da aeronave chamado tubo de *Pitot*. A fórmula para o cálculo da pressão de impacto é:

$$q_s = P_t - P_s = P_s \left\{ \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right\} \quad (111)$$

A pressão dinâmica é a mesma diferença, mas considerando o escoamento como incompressível. Esta medida é obtida a partir do cálculo da TAS e da pressão estática, utilizando as equações de Bernoulli para escoamento incompressível.

$$q = \frac{\rho V^2}{2} \quad (112)$$

A velocidade calibrada, também conhecida como *Calibrated Air Speed (CAS)*, é uma medida de velocidade que leva em conta os efeitos de compressibilidade do ar na aeronave. Ela é definida como a velocidade que produz a mesma pressão de impacto que a velocidade verdadeira a uma altitude de referência, geralmente o nível do mar. Substituindo a equação (112) na equação (111) e utilizando o valor do coeficiente adiabático γ para o ar, pode-se relacionar a pressão de impacto com a velocidade pela equação (113).

$$q_s = P \left\{ \left[1 + \frac{1}{7} \frac{\rho}{P} V^2 \right]^{\frac{7}{2}} - 1 \right\} \quad (113)$$

Isolando o termo de velocidade da equação (113), obtém-se a seguinte expressão para a velocidade calibrada, que fornece a mesma pressão de impacto medida em voo ao nível do mar:

$$V_{CAS} = \left\{ \frac{7P_0}{\rho_0} \left[\left(\frac{q_c}{P_0} + 1 \right)^{\frac{2}{7}} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (114)$$

A velocidade equivalente é definida como a velocidade que resulta na mesma pressão dinâmica em relação ao nível do mar

$$\frac{\rho V_a^2}{2} = \frac{\rho_0 V_{EAS}^2}{2} \quad (115)$$

Portanto, a velocidade equivalente é relacionada por meio de σ , que representa a razão entre a densidade do ar na altitude e ao nível do mar.

$$V_{EAS} = \sqrt{\sigma} V_a \quad (116)$$

As velocidades em nós, KCAS e KEAS, são obtidas pela conversão de unidade apresentada em (109).

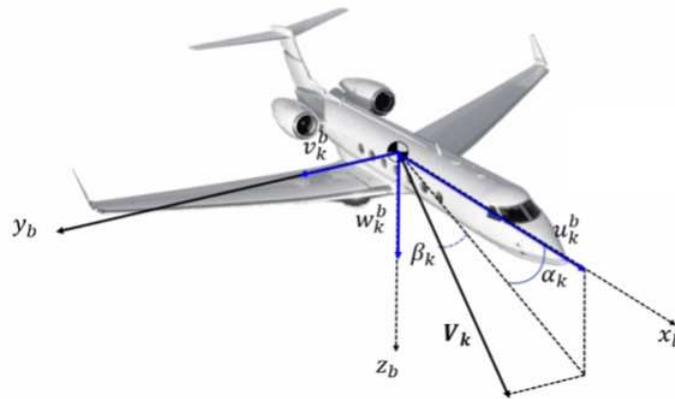
As componentes da velocidade resultantes da integração das equações do movimento são as cinemáticas. No modelo de equação do movimento, elas são obtidas no referencial do corpo, F_b . A partir delas, são calculados os ângulos de ataque e de derrapagem cinemáticos, bem como o vetor resultante destas componentes, conforme ilustrado na Figura 81.

$$V_k = \sqrt{u_k^{b2} + v_k^{b2} + w_k^{b2}} \quad (117)$$

$$\alpha_k = \tan^{-1}\left(\frac{w_k^b}{u_k^b}\right) \quad (118)$$

$$\beta_k = \text{sen}^{-1}\left(\frac{v_k^b}{V_k^b}\right) \quad (119)$$

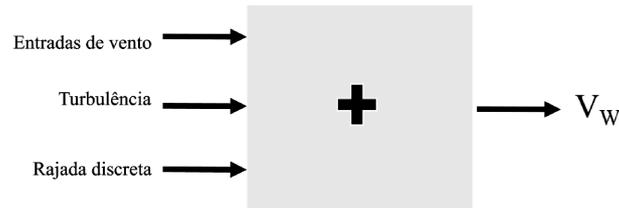
Figura 81: Vetores da velocidade e ângulos cinemáticos.



Fonte: (JAVIEL, 2021).

O vento estacionário é uma entrada importante para o modelo de simulação, e suas componentes são definidas no referencial fixo da Terra ou em outro referencial fixo conveniente, como a cabeceira de uma pista. Na biblioteca de velocidades e ângulos, o valor das componentes do vento estacionário é implementado como a soma das parcelas de vento estacionário com vento variante no tempo e no espaço, provenientes de rajadas e turbulências. A inclusão das componentes não estacionárias é uma provisão para a sofisticação do modelo, permitindo a adição de um modelo de turbulência. A Figura 82 ilustra o somatório das componentes do vento.

Figura 82: Contribuições do vento total agindo sobre aeronave.



Fonte: Autor.

O parâmetro ψ_{ref} é definido para o caso de simulação em que o referencial fixo escolhido é diferente de F_e . Nesse caso, as componentes de vento declaradas no referencial F_e devem ser rotacionadas para o novo referencial. Essa transformação é dada por:

$$u_w^{e'} = u_w^e \cos \phi_{ref} + v_w^e \sin \phi_{ref} \quad (120)$$

$$v_w^{e'} = v_w^e \cos \phi_{ref} - u_w^e \sin \phi_{ref} \quad (121)$$

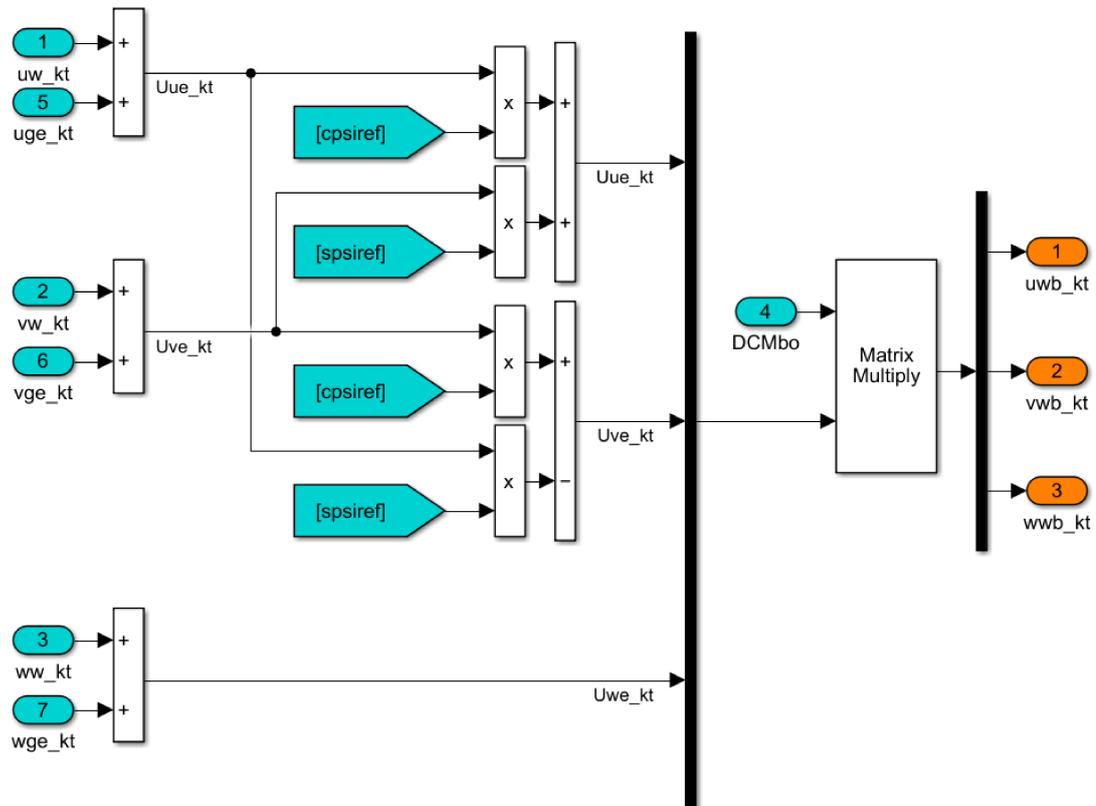
$$w_w^{e'} = w_w^e \quad (122)$$

A matriz de transformação DCM é usada para transformar as componentes do vento do referencial fixo para o referencial do corpo.

$$V_w^b = L_{b/o} V_w^e \quad (123)$$

A Figura 83 apresenta a implementação no Simulink do cálculo das componentes do vento no eixo do corpo.

Figura 83: Cálculo das componentes do vento no eixo do corpo.



Fonte: Autor.

Combinando a velocidade cinemática da aeronave com a velocidade do vento transformada para o referencial do corpo, a velocidade aerodinâmica é obtida por meio da operação de subtração vetorial.

$$V_a = V_k - V_w \quad (124)$$

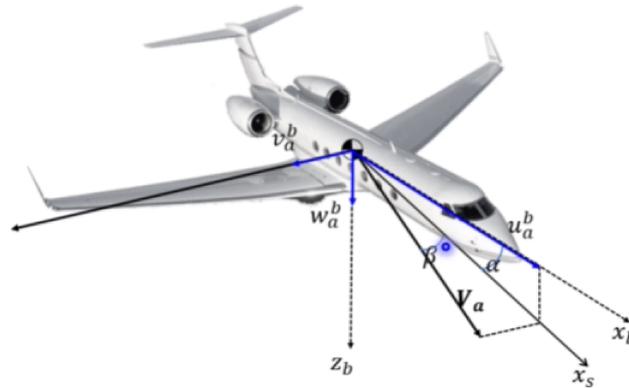
Sendo u_a^b , v_a^b e w_a^b as componentes da velocidade aerodinâmica medidas no referencial do corpo, os ângulos de ataque e de derrapagem aerodinâmicos são dados por:

$$\alpha_a = \tan^{-1}\left(\frac{w_a^b}{u_a^b}\right) \quad (125)$$

$$\beta_a = \sin^{-1}\left(\frac{v_a^b}{V_a^b}\right) \quad (126)$$

A Figura 84 ilustra os vetores da velocidade aerodinâmica e os ângulos correspondentes, que são fundamentais para a análise da dinâmica de voo de uma aeronave.

Figura 84: Vetores da velocidade e ângulos aerodinâmicos.



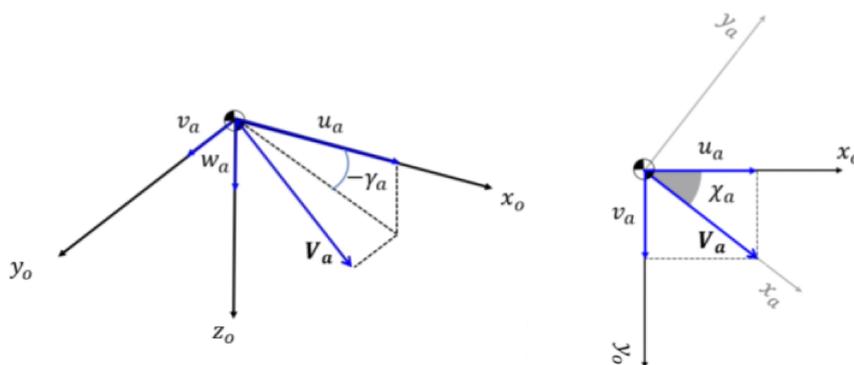
Fonte: (JAVIEL, 2021).

Pode-se analisar o comportamento do vetor velocidade aerodinâmica a partir dos ângulos em relação ao referencial F_o , os quais são conhecidos como ângulos de subida e proa aerodinâmicos, como ilustrado na Figura 85. As componentes do vetor velocidade aerodinâmica no sistema de coordenadas de F_o são u_a^o , v_a^o e w_a^o . Os ângulos de subida e proa aerodinâmicos, γ_a e χ_a , são calculados pelas seguintes equações:

$$\gamma_a = -\tan^{-1}\left(\frac{w_a^o}{u_a^o}\right) \quad (127)$$

$$\chi_a = -\tan^{-1}\left(\frac{v_a^o}{u_a^o}\right) \quad (128)$$

Figura 85: Ângulos de subida e proa aerodinâmicos.



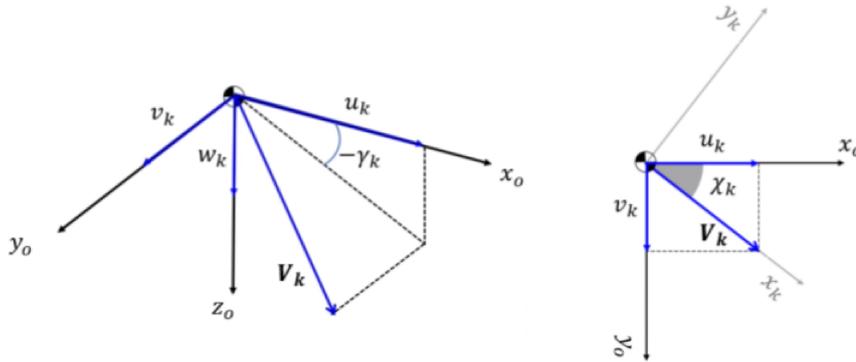
Fonte: (JAVIEL, 2021).

De forma análoga, podem ser definidos os ângulos de trajetória/subida cinemática, γ_k , e de proa cinemática (*track angle*), χ_k . A definição desses ângulos é apresentada na Figura 86.

$$\gamma_k = -\tan^{-1}\left(\frac{w_k^o}{u_k^o}\right) \quad (129)$$

$$\chi_k = -\tan^{-1}\left(\frac{v_k^o}{u_k^o}\right) \quad (130)$$

Figura 86: Ângulos de subida e proa cinemáticos.

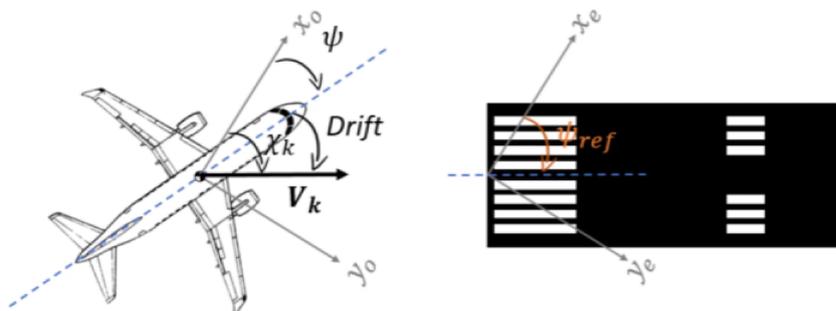


Fonte: (JAVIEL, 2021).

Durante a simulação, esses ângulos cinemáticos são especialmente importantes no pouso, sendo que o ângulo de *track* demonstra a trajetória da aeronave em relação ao referencial inercial, conforme ilustrado na Figura 87. Portanto, na condição de pouso com vento cruzado, é fundamental que o ângulo de *track* esteja alinhado com a proa da pista, garantindo uma aterrissagem segura. Além disso, o ângulo formado pelo eixo x_b e V_k é denominado de *Drift*, o qual representa a derrapagem na aproximação do pouso.

$$Drift = \chi_k - \psi \quad (131)$$

Figura 87: Representação do ângulo de *Drift*.



Fonte: (JAVIEL, 2021).

A biblioteca de velocidades e ângulos também é responsável por calcular a taxa de variação no tempo do ângulo de ataque, que é importante para calcular o atraso de

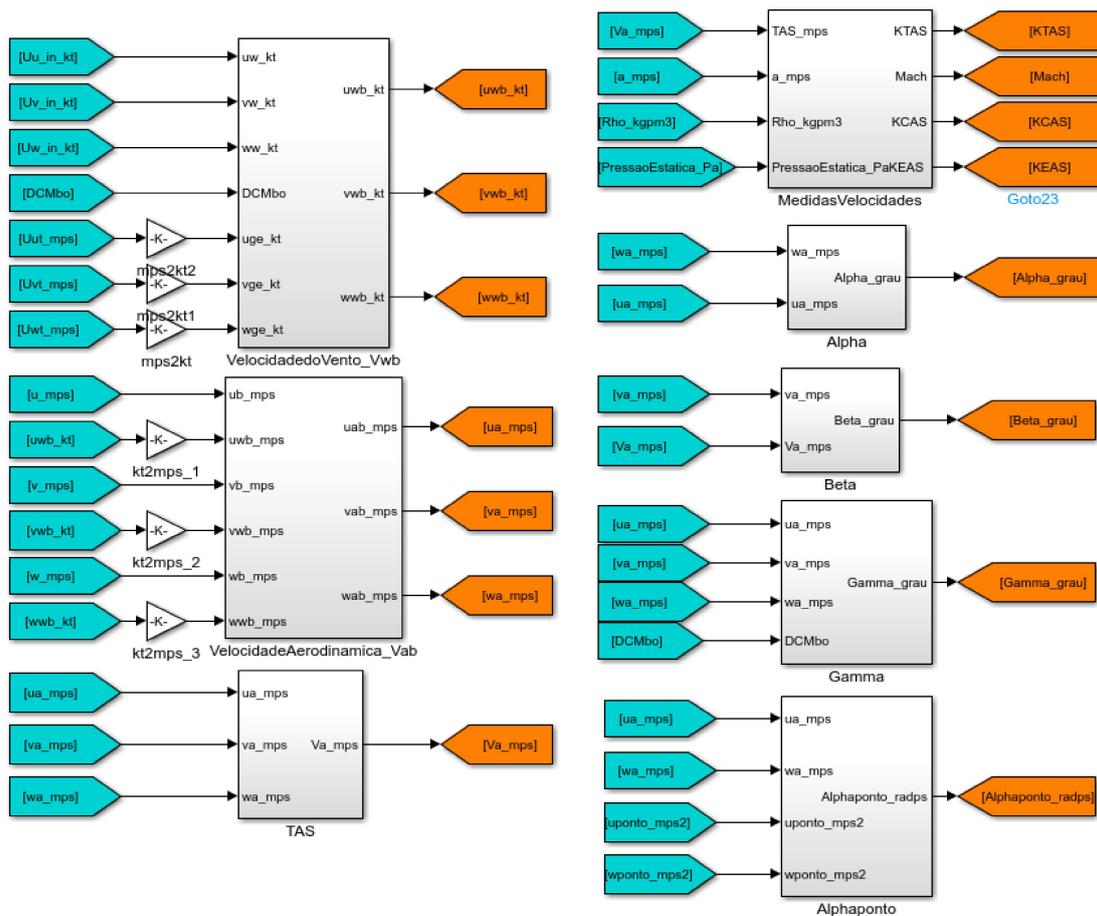
downwash sentido pela empenagem. Ao aplicar a derivada temporal na equação do ângulo de ataque (125), temos:

$$\dot{\alpha} = \frac{u_a \dot{w}_a - w_a \dot{u}_a}{u_a^2 + w_a^2} \quad (132)$$

As derivadas temporais \dot{u}_a e \dot{w}_a são obtidas a partir de medidas aerodinâmicas. No cálculo de $\dot{\alpha}$, elas são aproximadas por \dot{u}_k e \dot{w}_k , que são obtidas das equações de movimento. Isso evita a necessidade de criar novos estados para o modelo de simulação. Vale ressaltar que essa aproximação é válida mesmo em situações de turbulências ou rajadas, nas quais as componentes aerodinâmicas apresentam altas frequências. Nessas situações, embora a velocidade aerodinâmica possa sofrer variações temporais, a dinâmica da aeronave acaba filtrando essas variações, não havendo necessariamente mudanças na velocidade cinemática.

A biblioteca de ângulos e velocidades contempla o desenvolvimento apresentado e foram organizados em subsistemas como mostrado na Figura 88.

Figura 88: Subsistemas da biblioteca de Velocidades e Ângulos.

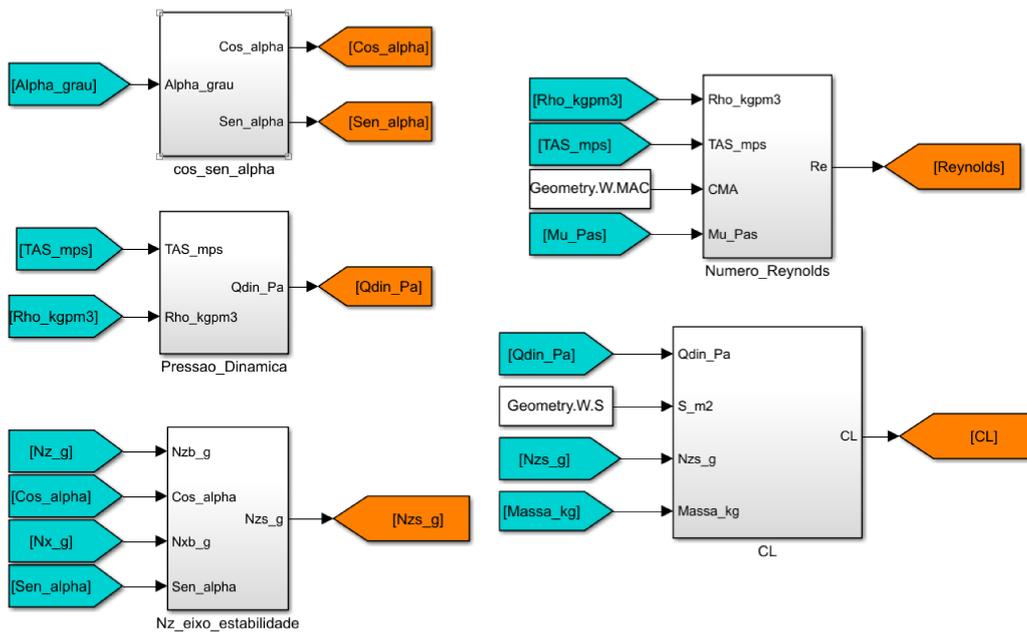


Fonte: Autor.

4.7 Saídas Calculadas

A biblioteca de saídas calculadas é um bloco dedicado ao cálculo de parâmetros que sejam de interesse para a análise da dinâmica do voo da aeronave a partir das saídas do modelo de simulação. A Figura 89 apresenta os subsistemas implementados na biblioteca de saídas calculadas.

Figura 89: Subsistemas da biblioteca de Saídas Calculadas.



Fonte: Autor.

O número de *Reynolds* é um importante parâmetro para manter similaridade em análises aerodinâmica. Desta forma, para criar um registro deste parâmetro nas simulações foi implementado um subsistema com seu cálculo, dado por:

$$Re = \frac{\rho V_a \bar{c}}{\mu} \quad (133)$$

Na indústria aeronáutica, modelos de simulação são comparados com ensaios em voo com o objetivo de ajustá-los para atingir a similaridade desejada entre o modelo e a aeronave real. A instrumentação da aeronave registra os dados de voo, e os parâmetros de interesse são obtidos a partir do processo de redução de dados. Para isso, na biblioteca de saídas calculadas foi implementado o cálculo do coeficiente de sustentação, da mesma forma que é obtido pela redução dos ensaios em voo:

$$C_L = \frac{N_z^s W}{\bar{q} S_w} \quad (134)$$

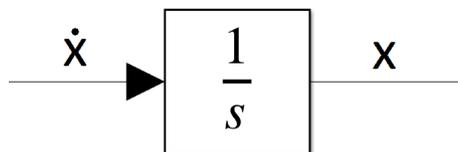
Onde o fator de carga no eixo Z medido do referencial de estabilidade, N_z^s , é obtido pela transformação do fator de carga medido no referencial do corpo para o de estabilidade:

$$N_z^s = N_z^b \cos \alpha + N_x^b \sin \alpha \quad (135)$$

5 Simulação

Uma aeronave possui seis graus de liberdade, o que significa que ela pode se mover em seis direções distintas: para frente, para os lados, para baixo, além de poder girar em torno dos seus eixos de guinada, arfagem e rolagem. Para descrever o estado desse sistema com seis graus de liberdade, são necessárias seis variáveis de estado. O estado de um sistema dinâmico é o menor conjunto de variáveis, chamadas de variáveis de estado, que, juntamente com o conhecimento das entradas em um determinado tempo, determinam completamente o comportamento do sistema para qualquer tempo posterior. Esse conceito é descrito em (OGATA et al., 2010). No Simulink, os estados do modelo de equações de movimento são obtidos por meio do uso do integrador de tempo contínuo (*Continuous-time integration*), conforme ilustrado na Figura 90.

Figura 90: Integrador de tempo contínuo.



Fonte: Autor.

O modelo de simulação da aeronave desenvolvido possui doze variáveis de estados. Além dos seis estados que definem as velocidades lineares e angulares, há mais três estados que definem a atitude e três estados que definem a posição da aeronave.

A entrada em um modelo de simulação é uma variável definida pelo usuário que representa algum aspecto do sistema real que se deseja simular e que pode ser controlada durante a simulação. Essas entradas podem incluir, por exemplo, forças externas, velocidades do vento, ângulos de atitude, comandos de superfícies de controle, entre outros. O objetivo de especificar essas entradas é permitir que o modelo seja ajustado para representar o comportamento real do sistema o mais precisamente possível, possibilitando fazer previsões precisas sobre o comportamento futuro do sistema.

Para este modelo em particular, foram escolhidas como entradas as superfícies de controle, *flaps* e manete de potência. Além disso, a massa da aeronave, a posição do centro de gravidade e as componentes de velocidade do vento também foram selecionadas para permitir a facilidade de alteração em cada caso de simulação. As entradas e estados do modelo de simulação são apresentados na Tabela 7.

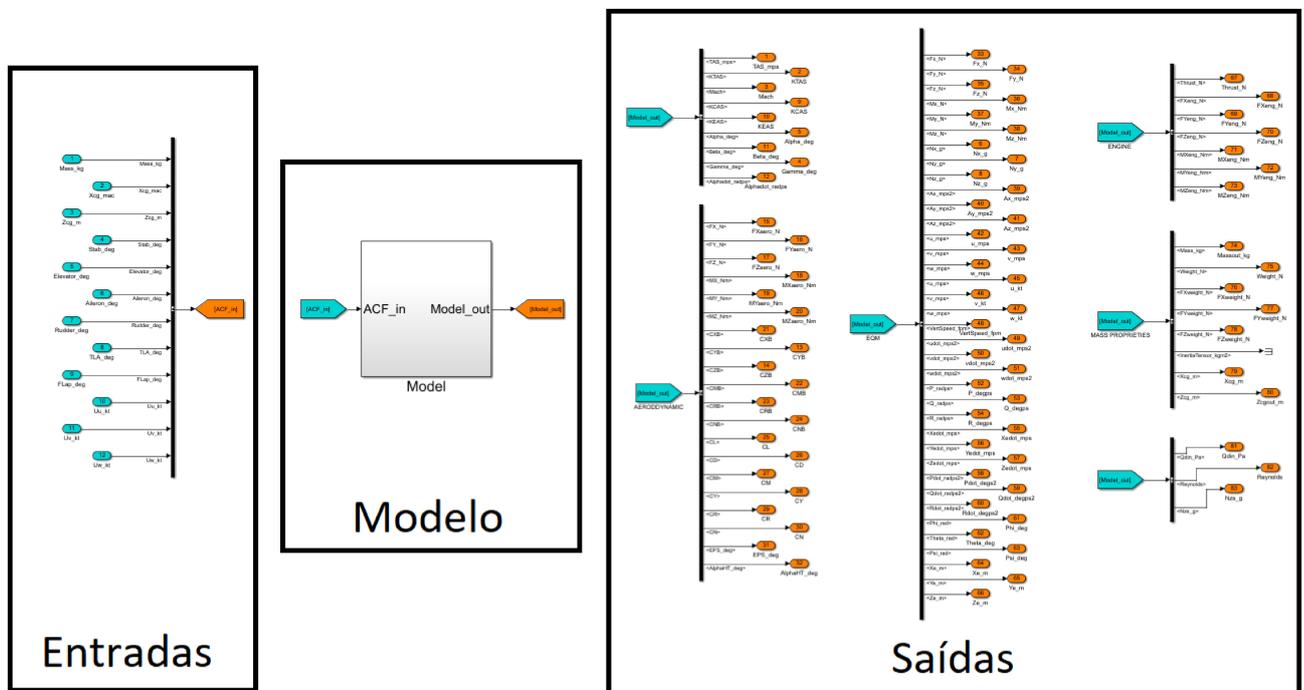
Tabela 7: Entradas e estados do modelo de simulação.

Entradas		Estados	
Massa	δ_r	u	ϕ
x_{cg}	δ_f	v	θ
y_{cg}	TLA	w	ψ
δ_s	u_w	p	x_e
δ_e	v_w	q	y_e
δ_a	w_w	r	z_e

As saídas de um modelo de simulação são as variáveis que representam o resultado da simulação e que são de interesse para o usuário. São as informações que permitem analisar o comportamento do sistema simulado ao longo do tempo ou em condições específicas. As saídas podem ser qualquer parâmetro calculado dentro do modelo, como ângulo de ataque, ângulo de trajetória, velocidade calibrada, entre outros. No modelo de simulação, as saídas foram separadas de acordo com a sua biblioteca de origem.

As entradas, saídas e modelo de simulação estão organizados na máscara principal do modelo, conforme a Figura 91.

Figura 91: Máscara principal do modelo de simulação.



Fonte: Autor.

O modelo desenvolvido é um sistema não-linear, cujos estados podem ser representados por equações diferenciais de estado. As derivadas temporais dos estados $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n$

podem ser escritas como funções dos estados x_1, x_2, \dots, x_n e das entradas u_1, u_2, \dots, u_p do modelo.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_p) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_p) \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_p) \end{cases}$$

Na forma vetorial pode-se representar como:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_p) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_p) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_p) \end{bmatrix} \quad (136)$$

Sendo:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix}$$

Da mesma forma, as saídas y_1, y_2, \dots, y_q do modelo são funções dos estados e entradas.

$$\begin{cases} y_1 = g_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_p) \\ y_2 = g_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_p) \\ \vdots \\ y_q = g_q(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_p) \end{cases}$$

Vetorialmente:

$$\mathbf{y} = g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_p) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_p) \\ \vdots \\ g_q(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_p) \end{bmatrix} \quad (137)$$

Sendo:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_q \end{bmatrix}$$

Portanto, de forma enxuta é possível escrever o modelo não linear por dois conjuntos de equações, as equações dos estados pontos e as equações de saída.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (138)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (139)$$

5.1 Condições de Equilíbrio

Para iniciar a simulação, é necessário definir as condições iniciais, ou seja, o valor dos estados (x) e entradas (u) no tempo $t = 0$. Pode-se definir qualquer valor para as condições iniciais, mas não necessariamente seriam valores que representam uma condição real de operação da aeronave. Assim, é interessante iniciar a simulação da aeronave em uma condição de equilíbrio (trimada). Condições de equilíbrio são condições na qual os estados selecionados não variam no tempo, ou seja, $\dot{x} = 0$.

Como exemplo, uma curva nivelada de raio constante é uma condição de equilíbrio na qual a altitude e velocidade não variam no tempo, assim os estados ponto relacionados a estes parâmetros são nulos, porém os estados relacionados à trajetória variam. Observa-se que também é necessário possuir entradas no sistema que não causem variação desses estados, no exemplo da curva nivelada, comandos das superfícies de controle e manete de potência que mantenham a aeronave nesta condição. Portanto, é necessário encontrar o conjunto de estados e entradas (\mathbf{x}, \mathbf{u}) que satisfaçam a condição de equilíbrio, a qual certos valores de $\dot{\mathbf{x}}$ e \mathbf{y} são conhecidos. Analiticamente são o conjunto (\mathbf{x}, \mathbf{u}) que satisfazem ao mesmo tempo os valores de $\dot{\mathbf{x}}$ e \mathbf{y} desejáveis pelas equações de estados (138) e saídas (139).

Este problema pode ser tratado como um sistema de equações não-lineares, com as incógnitas e restrições definidas. Para encontrar a solução deste problema será utilizado o método de *Newton-Raphson*, desenvolvido por *Isaac Newton* e *Joseph Raphson*, que tem como objetivo estimar as raízes de uma função. Conhecido também como método das tangentes, utiliza as derivadas para encontrar as raízes. É importante destacar que o método de *Newton-Raphson* requer um bom valor inicial para convergência, pois pode ser afetado por descontinuidades próximas das raízes. No entanto, esse método é bastante robusto para encontrar as condições de equilíbrio, uma vez que é possível dar um bom "chute" inicial para a condição de voo da aeronave.

O método de Newton-Raphson é conhecido por sua convergência quadrática, desde que a condição inicial esteja próxima da solução. Em poucas iterações, é possível alcançar resíduos baixos. Embora o método de Newton seja uma ferramenta poderosa para resolver equações de uma única variável, sua forma generalizada permite a solução de problemas mais complexos, como a resolução de sistemas de equações não-lineares do tipo $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, em que \mathbf{x} e \mathbf{b} são vetores e A é uma matriz. Portanto, é possível utilizar a forma generalizada para resolver um sistema de equações não-lineares, que representa uma solução particular de um modelo não-linear com k incógnitas e k equações (restrições).

O método de Newton-Raphson Generalizado para sistemas não-lineares utiliza equações no seguinte formato:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (140)$$

Onde \mathbf{x} é um vetor de k incógnitas, \mathbf{f} é uma função vetorial de k variáveis e $\mathbf{0}$ é o vetor nulo de k dimensões.

A matriz jacobiana \mathbf{J} , que é a matriz das derivadas parciais de \mathbf{f} em relação a \mathbf{x} , é dada por:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_k} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_k}{\partial x_1} & \frac{\partial f_k}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_k}{\partial x_k} \end{bmatrix} \quad (141)$$

Assim, a atualização da solução é dada pela equação (142).

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n - \mathbf{J}(\mathbf{x}_n)^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}_n) \quad (142)$$

Onde \mathbf{x}_n é a solução atual e \mathbf{x}_{n+1} é a próxima solução. A matriz jacobiana é avaliada em cada iteração. Esse processo é repetido até que uma condição de convergência seja atingida, como a redução do valor absoluto de $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ abaixo de um limite pré-determinado.

5.1.1 Metodologia

Para o desenvolvimento de um método para encontrar as condições de equilíbrio, será utilizada a nomenclatura *float* para estados, entradas e saídas nos quais seus valores podem variar durante o processo para atingir a condição desejada e *freeze* quando seu valor é uma restrição do problema, ou seja, seu valor define a condição a ser alcançada.

- Variáveis (\dot{x}_{float} , x_{float} , u_{float})
- Restrições (\dot{x}_{freeze} , x_{freeze} , u_{freeze})

Como exemplo para o desenvolvimento da metodologia, será utilizado uma trimagem logitudinal para um voo reto nivelado. O método consiste nos seguintes passos:

1. Definição da condição de voo desejada
2. Definição das incógnitas e restrições
3. Definição das condições iniciais do processo iterativo
4. Processo iterativo para buscar as incógnitas que satisfaçam as restrições
5. Critérios de parada

O primeiro passo para o processo de trimagem é definir a condição de voo da aeronave, que inclui a altitude, a velocidade, a configuração aerodinâmica (posição dos flaps), o peso, a posição do centro de gravidade (CG) e o caso de carregamento (fator de carga).

O segundo passo é a definição das incógnitas e restrições do problema, estas dependem da condição de equilíbrio buscada. Para este caso de exemplo, as incógnitas do problema estão relacionadas ao movimento longitudinal da aeronave. As variáveis de estado que descrevem esse movimento são as componentes de velocidade u e w , o ângulo de atitude θ e a velocidade angular q .

As variáveis de entrada relacionadas ao movimento longitudinal são a manete de potência e a incidência do estabilizador horizontal. Geralmente, a incidência do estabilizador horizontal é considerada como o comando primário para a trimagem longitudinal, mas poderia ser utilizado o profundor em seu lugar.

Portanto, as variáveis de estado e de entrada *float* (ou seja, as variáveis desconhecidas que precisam ser encontradas durante o processo iterativo) são:

$$\mathbf{x}_{float} = \begin{bmatrix} u \\ w \\ \theta \\ q \end{bmatrix} \quad (143)$$

$$\mathbf{u}_{float} = \begin{bmatrix} TLA \\ \delta_s \end{bmatrix} \quad (144)$$

Para que uma condição de equilíbrio seja atingida no processo de trimagem, as variações temporais dos estados selecionados devem ser nulas. Além disso, como se trata de um voo reto e nivelado, o ângulo de trajetória γ deve ser nulo e a velocidade aerodinâmica deve ser constante. Assim, as variáveis *freeze* deste problema são:

$$\dot{\mathbf{x}}_{freeze} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = 0 \quad (145)$$

$$\mathbf{y}_{freeze} = \begin{bmatrix} V_a \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix} \quad (146)$$

Portanto, para resolver esse problema de trimagem longitudinal para um voo reto e nivelado, é definido um conjunto de seis incógnitas e seis restrições. Para garantir a convergência do método, é ideal ter o mesmo número de restrições e incógnitas. Cada restrição é representada por uma equação, que pode ser do tipo (138) quando relacionada aos estados ou do tipo (139) quando relacionada às saídas, e deve ser solucionada durante o processo iterativo. Ter o mesmo número de restrições e incógnitas é necessário para que o sistema seja possível e determinado.

Entre os estados selecionados para o sistema, nota-se que os estados de posição não foram incluídos. Em geral, esses estados não afetam a dinâmica da aeronave. No entanto, em altitudes próximas à camada limite atmosférica, os efeitos de cisalhamento podem afetar a dinâmica da aeronave se esses efeitos forem modelados. Além disso, em condições próximas ao solo, ocorre o efeito solo, o que também pode afetar a dinâmica da aeronave.

O terceiro passo consiste em definir as condições iniciais para o processo de iteração. Para o primeiro passo de iteração, são necessários seis valores iniciais, ou "chutes". As

velocidades u e w podem ser estimadas a partir da velocidade verdadeira e um ângulo de ataque médio. Uma boa aproximação para o ângulo de arfagem θ é o próprio ângulo de ataque médio. Já a velocidade angular q deverá convergir para zero, o que faz dela uma boa condição inicial. Quanto às entradas, um meio comando de manete de potência e uma incidência nula do estabilizador são valores iniciais razoáveis. Além das condições iniciais para os estados e entradas relacionadas às incógnitas do sistema, é necessário definir uma condição inicial para o valor do estado z_e , que é a altitude de voo. Isso garante que a trimagem seja realizada nessa altitude.

A escolha das condições iniciais pode ser guiada pelo conhecimento da condição de voo da aeronave, porém pela robustez do método escolher condições dentro da operação da aeronave, irá garantir convergência em poucas iterações.

O quarto passo é o processo iterativo utilizando o método de Newton-Raphson generalizado. Para a utilização do método na solução do problema de trimagem, é necessário transformar as equações (136) e (137) na forma $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, equação (140). Para isso, pode-se reescrever as equações em uma forma mais genérica. Esta forma é dada pelas equações (136) e (137) menos suas respectivas restrições, que devem ser nulos.

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_{float}, \mathbf{u}_{float}) - \dot{\mathbf{x}}_{freeze} = 0 \quad (147)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_{float}, \mathbf{u}_{float}) - \mathbf{y}_{freeze} = 0 \quad (148)$$

Para preparação do método, as incógnitas x_{float} e u_{float} são agrupadas em um único vetor \mathbf{z} , pois é necessário resolver todas equações ao mesmo tempo:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \\ u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} \quad (149)$$

E as equações (147) e (148) são agrupadas na ordem das incógnitas de (149) em \mathbf{w} :

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} f_1 - \dot{x}_{1_{freeze}} \\ f_2 - \dot{x}_{2_{freeze}} \\ \vdots \\ f_n - \dot{x}_{n_{freeze}} \\ g_1 - y_{1_{freeze}} \\ g_2 - y_{2_{freeze}} \\ \vdots \\ g_q - y_{q_{freeze}} \end{bmatrix} \quad (150)$$

Portanto, substituindo (149) e (150) na equação da atualização da solução do método, equação (142), temos:

$$\mathbf{z}_{i+1} = \mathbf{z}_i - J_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)^{-1} \mathbf{w}_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i) \quad (151)$$

O processo iterativo consiste na equação (151). Ela é atualizada a cada novo passo de iteração com seu resultado anterior, até atingir um dos critérios de parada.

A matriz jacobiana presente na equação (151) é uma matriz formada pelas derivadas parciais de primeira ordem da função vetorial. Ela pode ser obtida a partir da linearização do sistema. A sua matriz é composta por quatro grupos, A , B , C e D :

$$J_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)}{\partial \mathbf{x}} & \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)}{\partial \mathbf{u}} \\ \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)}{\partial \mathbf{x}} & \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)}{\partial \mathbf{u}} \end{bmatrix} \quad (152)$$

Sendo que:

$$\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)}{\partial \mathbf{x}} = A_i \quad (153)$$

$$\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)}{\partial \mathbf{u}} = B_i \quad (154)$$

$$\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)}{\partial \mathbf{x}} = C_i \quad (155)$$

$$\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)}{\partial \mathbf{u}} = D_i \quad (156)$$

Em que, i é o passo de iteração. A_i representa a resposta dos estados pontos a perturbação dos estados, B_i a resposta dos estados pontos a perturbação de entradas, C_i é a matriz que representa a resposta das saídas a uma perturbação dos estados e por fim a matriz D_i a resposta das saídas a uma perturbação das entradas.

O quinto e último passo é a parada do processo iterativo ao atingir algum dos critérios definidos. Assim, três critérios foram definidos.

1. Satisfazer precisão desejada;
2. Ausência de convergência entre iterações;
3. Numero máximo de iterações alcançado.

Sendo $\Delta \mathbf{z}_i$ a diferença das variáveis com a iteração anterior, temos as seguintes equações:

$$\Delta \mathbf{z}_i = -J_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)^{-1} \mathbf{w}_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i) \quad (157)$$

$$\mathbf{z}_{i+1} = \mathbf{z}_i + \Delta \mathbf{z}_i \quad (158)$$

O primeiro critério para avaliar a convergência do método de Newton-Raphson Generalizado é a precisão, representada pelo valor ϵ . Essa precisão é estabelecida para identificar quando a variação dos resultados entre as iterações se torna menor do que a desejada. Em outras palavras, quando o resíduo das iterações, $\Delta \mathbf{z}_i$, fica abaixo do valor ϵ , pode-se considerar que o método convergiu. Valores típicos para ϵ variam entre 10^{-5} e 10^{-6} .

O segundo critério para avaliar a convergência do método é a ausência de convergência entre iterações, que é verificada por meio do resíduo em cada iteração. Esse resíduo é expresso pela equação:

$$r_{i+1} = \sum |\mathbf{z}_{i+1} - \mathbf{z}_i| < \epsilon \quad (159)$$

Um indício de falta de convergência é quando a diferença entre resíduos não reduz após um certo número de iterações. Portanto, é definido um critério para a diferença de resíduos entre iterações, e se o módulo dessa diferença for menor que δ , as iterações cessam.

$$|r_{i+1} - r_i| < \delta \quad (160)$$

Devido ao método de Newton-Raphson Generalizado apresentar convergência quadrática, geralmente é possível alcançar a solução em poucas iterações, muitas vezes em até cinco iterações. No entanto, caso os primeiros critérios definidos para verificar a convergência falhem, é definido um terceiro critério que limita o número máximo de iterações permitidas. Nesse caso, é definido um valor em torno de 30 iterações, pois acima desse número, é improvável que o sistema ainda possa convergir para uma solução.

Para garantir que o sistema seja possível e determinado, além de possuir o mesmo número de restrições e incógnitas, é necessário verificar o posto da matriz jacobiana. O posto deve ser igual ao número de equações e incógnitas. O posto da matriz indica quantas linhas/colunas da matriz jacobiana são linearmente independentes. Isso garante que as equações escolhidas são relevantes para o sistema, já que algumas restrições podem ser combinações lineares das entradas já definidas.

O método de condição de equilíbrio apresentado é uma ferramenta robusta para encontrar uma solução de trimagem de aeronaves. Embora tenha sido utilizado para a trimagem longitudinal, sua aplicação pode ser estendida para a trimagem lateral-direcional ou até mesmo a combinação de ambos os modos. Essa simplificação foi feita apenas para fins didáticos, a fim de reduzir o número de variáveis apresentadas nos equacionamentos. Desde que as definições para criar um sistema possível e determinado sejam seguidas, o método pode ser aplicado a qualquer caso. Portanto, essa metodologia pode ser utilizada como uma ferramenta eficaz no processo de projeto de aeronaves, ajudando a garantir a estabilidade e segurança do voo.

5.1.2 Exemplo de Trimagem

Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos para a trimagem longitudinal da aeronave CRM-PEA, utilizando o método desenvolvido de condição de equilíbrio. Será apresentado o valor das entradas de controle convergidas, assim como os estados e saídas correspondentes, que satisfazem as condições impostas para o voo reto e nivelado.

A Tabela 8 apresenta a condição de voo utilizada no método de trimagem longitudinal desenvolvido.

Tabela 8: Parâmetros de voo para a condição de equilíbrio de exemplo.

Condições de voo		
Massa	200000	kg
Mach	0.80	-
Altitude	37000	ft
x_{cg}	0.30	%CMA
γ	0	°

As Figuras 92, 93 e 94 mostram o resultado deste ponto de trimagem. O método convergiu em apenas 4 iterações, resultando nas entradas de estabilizador horizontal e manete de potência convergindo para os valores de 1.13° e 46% , respectivamente. Essas variáveis foram definidas como *float* para a realização do processo de trimagem longitudinal da aeronave CRM-PEA.

Os estados de velocidade u e w convergiram para valores que atendem à condição de velocidade imposta de *Mach* 0.8, e um ângulo de ataque de equilíbrio de 3.37° foi encontrado. Os estados ponto correspondentes convergiram para zero devido às restrições impostas. O estado de velocidade angular q e sua derivada temporal convergiram para zero, atendendo à condição de equilíbrio. A altitude de voo de 37.000 pés definida como condição inicial para z_e foi mantida.

As saídas de velocidade de *Mach* e ângulo de trajetória γ foram definidas como *freeze* devido à restrição imposta na condição de voo. Por outro lado, todas as outras saídas do modelo são definidas como *float*, pois não possuem restrições e podem variar livremente para atingir a condição de equilíbrio desejada.

Figura 92: Resultados da trimagem, informações do processo iterativo e entradas e estados encontrados.

```

Numero de Restricoes (Equacoes): 6
Numero de Incognitas: 6
Posto da Matriz Jacobiana: 6
Precisão Absoluta: 1e-06
Tolerancia Relativa: 1e-06
Iter 1: Residuo: 1.3748
Iter 2: Residuo: 0.011531
Iter 3: Residuo: 1.8961e-06
Iter 4: Residuo: 2.6747e-09
-----
Entradas
-----
{'N°'} {'Entrada' } {'Condicao'} {'Valor' }
[[ 1]] {'Mass_kg' } {'Freeze' } {[200000]}
[[ 2]] {'Xcg_mac' } {'Freeze' } {[0.3000]}
[[ 3]] {'Zcg_m' } {'Freeze' } {[ 0]}
[[ 4]] {'Stab_deg' } {'Float' } {[1.1313]}
[[ 5]] {'Elevator_deg'} {'Freeze' } {[ 0]}
[[ 6]] {'Aileron_deg' } {'Freeze' } {[ 0]}
[[ 7]] {'Rudder_deg' } {'Freeze' } {[ 0]}
[[ 8]] {'TLA_deg' } {'Float' } {[0.4600]}
[[ 9]] {'FLap_deg' } {'Freeze' } {[ 0]}
[[10]] {'Uu_kt' } {'Freeze' } {[ 0]}
[[11]] {'Uv_kt' } {'Freeze' } {[ 0]}
[[12]] {'Uw_kt' } {'Freeze' } {[ 0]}
-----
Estados
-----
{'N°'} {'Estado' } {'Condicao'} {'Valor' } {'Condicao'} {'Valor Ponto'}
[[ 1]] {'u_mps' } {'Float' } {[ 235.6485]} {'Freeze' } {[[-8.0872e-12]}
[[ 2]] {'Phi_rad' } {'Freeze' } {[ 0]} {'Float' } {[ 0]}
[[ 3]] {'Theta_rad' } {'Float' } {[ 0.0587]} {'Freeze' } {[ [9.2753e-25]}
[[ 4]] {'Psi_rad' } {'Freeze' } {[ 0]} {'Float' } {[ 0]}
[[ 5]] {'v_mps' } {'Freeze' } {[ 0]} {'Float' } {[ 0]}
[[ 6]] {'w_mps' } {'Float' } {[ 13.8595]} {'Freeze' } {[ [2.6665e-09]}
[[ 7]] {'Ze_m' } {'Freeze' } {[[-1.1278e+04]} {'Float' } {[ [1.7764e-15]}
[[ 8]] {'Q_radps' } {'Float' } {[ 9.2753e-25]} {'Freeze' } {[ [9.7316e-14]}
[[ 9]] {'Alphaponto_radps'} {'Freeze' } {[ 0]} {'Float' } {[ [1.1279e-09]}
[[10]] {'P_radps' } {'Freeze' } {[ 0]} {'Float' } {[ 0]}
[[11]] {'R_radps' } {'Freeze' } {[ 0]} {'Float' } {[ 0]}
[[12]] {'Xe_m' } {'Freeze' } {[ 0]} {'Float' } {[ [236.0557]}
[[13]] {'Ye_m' } {'Freeze' } {[ 0]} {'Float' } {[ 0]}

```

Fonte: Autor.

Figura 93: Continuação dos resultados da trimagem, saídas encontradas.

```

-----
Saidas
-----
{'N°'}      {'Saida'      } {'Condicao'} {'Valor'      }
{[ 1]}      {'TAS_mps'    } {'Float'     } {[ 236.0557]}
{[ 2]}      {'KTAS'       } {'Float'     } {[ 458.8559]}
{[ 3]}      {'Mach'        } {'Freeze'    } {[ 0.8000]}
{[ 4]}      {'Gamma_deg'  } {'Freeze'    } {[ -4.3116e-16]}
{[ 5]}      {'Alpha_deg'  } {'Float'     } {[ 3.3659]}
{[ 6]}      {'Nx_g'       } {'Float'     } {[ 0.0587]}
{[ 7]}      {'Ny_g'       } {'Float'     } {[ 0]}
{[ 8]}      {'Nz_g'       } {'Float'     } {[ 0.9983]}
{[ 9]}      {'KCAS'       } {'Float'     } {[ 259.7020]}
{[10]}      {'KEAS'       } {'Float'     } {[ 244.6834]}
{[11]}      {'Beta_deg'   } {'Float'     } {[ 0]}
{[12]}      {'Alphadot_radps'} {'Float'     } {[ 0]}
{[13]}      {'CYB'        } {'Float'     } {[ 0]}
{[14]}      {'CZB'        } {'Float'     } {[ -0.5256]}
{[15]}      {'FXaero_N'   } {'Float'     } {[ 1.6291e+04]}
{[16]}      {'FYaero_N'   } {'Float'     } {[ 0]}
{[17]}      {'FZaero_N'   } {'Float'     } {[ -1.9571e+06]}
{[18]}      {'MXaero_Nm'  } {'Float'     } {[ 0]}
{[19]}      {'MYaero_Nm'  } {'Float'     } {[ -3.5835e+05]}
{[20]}      {'MZAero_Nm'  } {'Float'     } {[ 0]}
{[21]}      {'CXB'        } {'Float'     } {[ 0.0044]}
{[22]}      {'CMB'        } {'Float'     } {[ -0.0137]}
{[23]}      {'CRB'        } {'Float'     } {[ 0]}
{[24]}      {'CNB'        } {'Float'     } {[ 0]}
{[25]}      {'CL'         } {'Float'     } {[ 0.5249]}
{[26]}      {'CD'         } {'Float'     } {[ 0.0265]}
{[27]}      {'CM'         } {'Float'     } {[ -0.0400]}
{[28]}      {'CY'         } {'Float'     } {[ 0]}
{[29]}      {'CR'         } {'Float'     } {[ 0]}
{[30]}      {'CN'         } {'Float'     } {[ 0]}
{[31]}      {'EPS_deg'    } {'Float'     } {[ 4.6596]}
{[32]}      {'AlphaHT_deg'} {'Float'     } {[ -0.1623]}
{[33]}      {'Fx_N'       } {'Float'     } {[ -1.6174e-06]}
{[34]}      {'Fy_N'       } {'Float'     } {[ 0]}
{[35]}      {'Fz_N'       } {'Float'     } {[ 5.3330e-04]}
{[36]}      {'Mx_Nm'      } {'Float'     } {[ 0]}
{[37]}      {'My_Nm'      } {'Float'     } {[ 2.4920e-06]}
{[38]}      {'Mz_Nm'      } {'Float'     } {[ 0]}
{[39]}      {'Ax_mps2'    } {'Float'     } {[ -8.0872e-12]}
{[40]}      {'Ay_mps2'    } {'Float'     } {[ 0]}
{[41]}      {'Az_mps2'    } {'Float'     } {[ 2.6665e-09]}
{[42]}      {'u_mps'      } {'Float'     } {[ 235.6485]}

```

Fonte: Autor.

Figura 94: Continuação dos resultados de saídas encontradas.

```

{[43]} {'v_mps'      } {'Float' } {[      0]}
{[44]} {'w_mps'      } {'Float' } {[  13.8595]}
{[45]} {'u_kt'       } {'Float' } {[  773.1249]}
{[46]} {'v_kt'       } {'Float' } {[      0]}
{[47]} {'w_kt'       } {'Float' } {[  45.4709]}
{[48]} {'VertSpeed_fpm'} {'Float' } {[ -3.4968e-13]}
{[49]} {'udot_mps2'   } {'Float' } {[ -8.0872e-12]}
{[50]} {'vdot_mps2'   } {'Float' } {[      0]}
{[51]} {'wdot_mps2'   } {'Float' } {[  2.6665e-09]}
{[52]} {'P_degpps'    } {'Float' } {[      0]}
{[53]} {'Q_degpps'    } {'Float' } {[  5.3143e-23]}
{[54]} {'R_degpps'    } {'Float' } {[      0]}
{[55]} {'Xedot_mps'   } {'Float' } {[  236.0557]}
{[56]} {'Yedot_mps'   } {'Float' } {[      0]}
{[57]} {'Zedot_mps'   } {'Float' } {[  1.7764e-15]}
{[58]} {'Pdot_degs2'  } {'Float' } {[      0]}
{[59]} {'Qdot_degs2'  } {'Float' } {[  5.5758e-12]}
{[60]} {'Rdot_degs2'  } {'Float' } {[      0]}
{[61]} {'Phi_deg'     } {'Float' } {[      0]}
{[62]} {'Theta_deg'   } {'Float' } {[   3.3659]}
{[63]} {'Psi_deg'     } {'Float' } {[      0]}
{[64]} {'Xe_m'        } {'Float' } {[      0]}
{[65]} {'Ye_m'        } {'Float' } {[      0]}
{[66]} {'Ze_m'        } {'Float' } {[ -1.1278e+04]}
{[67]} {'Thrust_N'    } {'Float' } {[  9.8929e+04]}
{[68]} {'FXeng_N'     } {'Float' } {[  9.8865e+04]}
{[69]} {'FYeng_N'     } {'Float' } {[      0]}
{[70]} {'FZeng_N'     } {'Float' } {[ -863.3046]}
{[71]} {'MXeng_Nm'    } {'Float' } {[      0]}
{[72]} {'MYeng_Nm'    } {'Float' } {[  3.5835e+05]}
{[73]} {'MZeng_Nm'    } {'Float' } {[      0]}
{[74]} {'Massout_kg'  } {'Float' } {[  200000]}
{[75]} {'Weight_N'     } {'Float' } {[  1961330]}
{[76]} {'FXweight_N'  } {'Float' } {[ -1.1516e+05]}
{[77]} {'FYweight_N'  } {'Float' } {[      0]}
{[78]} {'FZweight_N'  } {'Float' } {[  1.9579e+06]}
{[79]} {'Xcg_m'       } {'Float' } {[   31.6195]}
{[80]} {'Zcgout_m'    } {'Float' } {[      0]}
{[81]} {'Qdin_Pa'      } {'Float' } {[  9.7049e+03]}
{[82]} {'Reynolds'    } {'Float' } {[  4.0517e+07]}
{[83]} {'Nzs_g'        } {'Float' } {[   1.0000]}

```

Trimado com sucesso!

Fonte: Autor.

5.2 Tipos de Simulação

5.2.1 Simulações em Estado Estacionário

Simulações em estado estacionário são úteis para investigar o comportamento da aeronave em uma condição estacionária, sem variações temporais nos estados de voo. Elas são adequadas para verificar requisitos da aeronave em que o caminho para atingir a condição não é relevante, mas sim o estado final em si. Por exemplo, ao verificar o consumo de combustível em uma subida no limite de velocidade, não é importante saber se a aeronave acelerou suavemente ou rapidamente até esse ponto, mas sim sua condição estacionária neste ponto. É importante destacar que estado estacionário não significa uma posição fixa, mas sim um comportamento fixo.

O método desenvolvido para encontrar as condições de equilíbrio é uma ferramenta muito útil para definir as condições iniciais para a simulação e também para simulações em estado estacionário. Ele permite investigar a mecânica de voo em situações onde a variação temporal não é importante, sendo possível encontrar diversas condições de equilíbrio, como por exemplo, a razão de subida e o *Steady Head Side Slip*. Além disso, é possível definir um valor desejado para a variação de estado para que o método encontre, permitindo a análise da efetividade de superfícies de controle, como a taxa de rolagem devido a deflexão de aileron, entre outras análises relevantes.

5.2.2 Simulações no Tempo Não Real

Simulações no tempo são uma ferramenta essencial para a validação e ajuste do modelo matemático desenvolvido. Diferente das simulações em estado estacionário, as simulações no tempo permitem capturar a dinâmica da aeronave de forma mais realista e representativa do comportamento em voo. Essas simulações são adequadas para realizar comparações entre o modelo e ensaios de voo, usando como entrada os mesmos comandos realizados durante o ensaio para comparar a resposta do modelo com os dados medidos pelos sensores da aeronave. A partir dessas comparações, é possível ajustar os parâmetros e/ou coeficientes aerodinâmicos para obter uma correspondência entre o modelo e a aeronave.

As simulações no tempo são uma ferramenta importante para projetar e testar sistemas dinâmicos, como aumentos de estabilidade (SAS), pilotos automáticos e sistemas autônomos. Além disso, as simulações no tempo permitem explorar o envelope de voo da aeronave, testar diversas combinações e verificar a qualidade de voo em diferentes cenários. É importante destacar que as simulações no tempo e em estado estacionário são ferramentas complementares, e o mesmo processo de ajuste de modelo pode ser realizado utilizando dados de voo em que a aeronave está em condições de equilíbrio.

As simulações no tempo podem ser realizadas em dois tipos: tempo não real e tempo real. A simulação em tempo não real é aquela em que o intervalo de simulação é processado em um tempo que depende do poder computacional disponível. Essas simulações podem ser executadas rapidamente e dependem das características do hardware. Elas são importantes para o desenvolvimento de aeronaves, já que possibilitam testar diversas combinações e explorar o envelope de voo da aeronave em um curto espaço de tempo. Por exemplo, é possível simular intervalos de horas em questão de minutos.

Essa abordagem de simulação no tempo não real pode ser especialmente útil durante a fase de projeto, permitindo aos engenheiros avaliar rapidamente a resposta da aeronave a diferentes configurações de parâmetros e condições de voo. Isso pode ajudar a identificar rapidamente possíveis problemas e orientar o desenvolvimento de soluções antes de avançar para testes mais extensos em tempo real. Além disso, a simulação em tempo não real pode ajudar a economizar tempo e recursos financeiros durante a fase de desenvolvimento, uma vez que permite avaliar rapidamente diversas configurações de projeto.

5.2.3 Simulações no Tempo Real

A simulação em tempo real é uma ferramenta importante na engenharia aeronáutica para testar e validar sistemas de controle e simular situações de voo em tempo real. Ela permite que os engenheiros avaliem o desempenho de um sistema em um ambiente seguro e controlado antes de implementá-lo em um avião real. Além disso, a simulação em

tempo real é frequentemente utilizada em treinamento de pilotos, onde é possível simular situações de emergência ou adversas em um ambiente controlado e seguro.

Para executar uma simulação em tempo real, é necessário que o modelo de simulação seja configurado para processar os dados em tempo real. Isso significa que o modelo deve ser capaz de resolver as equações e funções de estado que representam a aeronave em um tempo menor que o passo de tempo fixo. Caso contrário, ocorrerá um atraso na simulação em relação ao tempo real, o que pode afetar a precisão dos resultados.

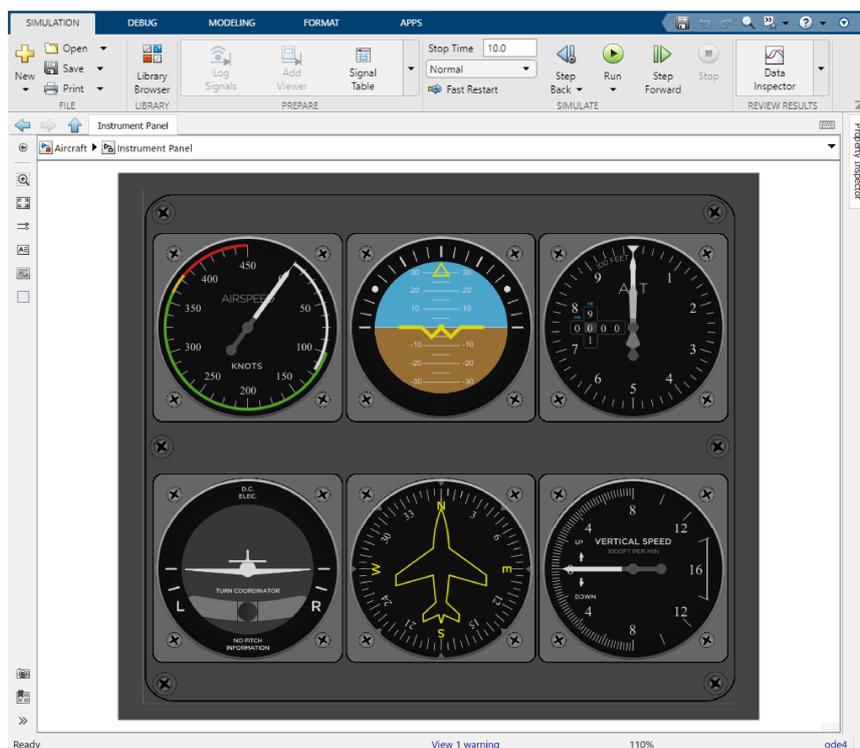
A simulação em tempo real tem como uma de suas principais vantagens a possibilidade de utilizar um piloto no loop. Isso significa que é possível ter um piloto real ou um controlador de voo atuando no simulador para verificar a qualidade de voo da aeronave. Com essa abordagem, é possível testar o comportamento da aeronave sob diferentes condições e manobras, bem como avaliar a resposta dos sistemas de controle e as interfaces homem-máquina.

Além disso, a simulação em tempo real é usada em uma variedade de aplicações, como em simuladores de treinamento de pilotos (FFS) e em simuladores de voo de bancada (*iron bird*). Esses simuladores são essenciais para o treinamento de pilotos e para o desenvolvimento e teste de sistemas de controle de aeronaves.

Em resumo, a simulação em tempo real é uma ferramenta valiosa para engenheiros aeronáuticos e pilotos, pois permite a simulação de situações de voo em tempo real, teste e validação de sistemas de controle e treinamento de pilotos em um ambiente seguro e controlado.

A Figura 95 apresenta a implementação, no Simulink, de um painel de instrumentos para ser utilizado em simulações em tempo real.

Figura 95: Painel de instrumentos para simulação em tempo real.



Fonte: Autor.

5.2.4 Tipos de Entradas

Além da classificação em relação ao tempo, os simuladores também podem ser classificados em relação ao tipo de entrada que utilizam. No modelo desenvolvido, adota-se como entrada o comando direto nas superfícies de comando. Essa abordagem é útil para realizar ajustes do modelo com dados de voo, uma vez que os instrumentos de voo capturam os valores de deflexão das superfícies de controle. No entanto, é importante ressaltar que esse tipo de entrada não leva em consideração os esforços realizados pelos pilotos, o que pode limitar a fidelidade do modelo em determinadas situações.

Assim, pode-se utilizar como entrada para o modelo de simulação os comandos aplicados no manche, pedal, *yoke*, *side-stick*, dependendo da configuração da aeronave. Para isso, é necessário modelar a interação entre o comando do piloto e as superfícies de controle da aeronave, de modo a obter as forças que o piloto deve fazer para realizar determinada manobra. Isto é de grande valia para cumprir requisitos de certificação, visto que é necessário que sejam cumpridos determinados limites, uma vez que pode ser muito demandante para o piloto em condições extremas.

As forças que atuam nas superfícies de controle da aeronave são modeladas de forma diferente, dependendo se a aeronave é controlada por cabos mecânicos ou por um sistema *fly-by-wire*. A utilização deste tipo de entrada possibilita, especialmente para as aeronaves *fly-by-wire*, a modelagem dos atuadores e das leis de controle. Com isso, é possível simular com maior fidelidade o comportamento da aeronave sob a perspectiva do piloto, o que é fundamental tanto para o treinamento de pilotos quanto para o desenvolvimento de sistemas de controle e estabilidade.

Em simulações em tempo real, a entrada nas superfícies de comando pode ser realizada por meio de dispositivos chamados *inceptors*. Esses dispositivos são *hardware* que geram sinais de entrada para o simulador. Os *inceptors* podem variar desde simples *joysticks* até réplicas de *hardware* utilizados em aeronaves reais, proporcionando assim maior fidelidade na simulação do voo.

Figura 96: Exemplo de *inceptors*.



Fonte: Montagem de imagens da internet. <<https://www.microsoft.com/en-us/d/thrustmaster-tflight-full-kit-x/8wk8zjg9gg0w?activetab=pivot:overviewtab>>, <<https://www.aviationtoday.com/2014/10/24/sagem-introduces-new-generation-active-side-stick-unit/>>, <https://mb.cision.com/Public/342/9648508/984775fcb9399d1a_800x800ar.jpg>.

5.3 Parâmetros de Simulação

5.3.1 Frequência de Amostragem

O processo de amostragem é essencial para aquisição e processamento de sinais em sistemas digitais, inclusive em sistemas embarcados de aeronaves. A amostragem é utilizada para transformar sinais analógicos contínuos em sinais digitais discretos, permitindo que os sinais sejam processados por algoritmos digitais. No entanto, é importante garantir que a taxa de amostragem seja suficientemente alta para evitar distorções ou perda de informações.

O teorema da amostragem de Nyquist-Shannon é fundamental para a determinação da taxa de amostragem necessária para evitar a perda de informações do sinal original. Ele estabelece que a frequência de amostragem deve ser pelo menos duas vezes maior que a maior frequência presente no sinal contínuo, para que a representação discreta seja funcionalmente idêntica à forma original. Esse teorema é importante para a garantia da qualidade do sinal digital obtido a partir da amostragem, e é amplamente utilizado em diversas áreas, incluindo na indústria aeronáutica.

$$F_N = \frac{F_s}{2} \quad (161)$$

Para dinâmica de corpo rígido para aeronaves as maiores frequências são geralmente de 2 Hz. Assim, para análises de dados de um ensaio em voo por exemplo é necessário identificar as maiores frequências que podem ocorrer para um processamento correto dos dados. A utilização de duas vezes a maior frequência garante uma correta captura das oscilações, porém não necessariamente captura a forma da onda.

Para determinar a frequência máxima presente em um sinal, é comum utilizar técnicas de análise de Fourier, que permitem decompor um sinal em suas componentes de frequência. A partir dessa análise, pode-se determinar a frequência de amostragem necessária para capturar todas as componentes relevantes do sinal, garantindo uma representação fiel do comportamento dinâmico da aeronave.

Além disso, é importante ressaltar que a escolha da taxa de amostragem deve levar em conta também outros fatores, como a capacidade de armazenamento e processamento do sistema de aquisição de dados, bem como a resolução e a precisão dos sensores utilizados para medir as grandezas físicas. Uma taxa de amostragem muito alta pode gerar um grande volume de dados, o que pode ser inviável em termos de armazenamento e processamento. Por outro lado, uma taxa de amostragem muito baixa pode comprometer a precisão das medições e limitar a capacidade de análise dos dados.

5.3.2 Frequência de Simulação

A frequência de amostragem, como já mencionado, é a frequência com que um sinal contínuo é medido em intervalos regulares para ser transformado em um sinal discreto e, posteriormente, ser processado por um computador digital. É importante garantir que a taxa de amostragem seja suficientemente alta para capturar todas as informações do sinal analógico original, de acordo com o teorema de Nyquist-Shannon.

Já a frequência de simulação é a frequência com que um modelo matemático é atualizado ou avaliado durante uma simulação. Em outras palavras, é a frequência com que as equações e modelos são resolvidos para determinar as condições da aeronave em um determinado momento durante a simulação.

É importante observar que a frequência de simulação e a frequência de amostragem podem ter uma relação direta ou indireta, dependendo do modelo e das entradas do sistema. Por exemplo, se a simulação de uma aeronave inclui a entrada de sinais discretos de sensores, é provável que a frequência de amostragem seja diretamente relacionada à frequência de simulação para garantir que as leituras sejam atualizadas com precisão. Por outro lado, se a simulação de uma aeronave é baseada em equações diferenciais contínuas, a frequência de simulação pode ser independente da frequência de amostragem.

Em geral, ambas as frequências são importantes considerações em simulação e processamento de sinais para garantir uma precisão adequada na modelagem e análise de sistemas dinâmicos, como aeronaves.

A frequência de simulação tem um efeito significativo na estabilidade e precisão da simulação de sistemas dinâmicos. Uma frequência de simulação baixa pode levar a imprecisões e instabilidades numéricas na solução das equações de movimento, levando a resultados incorretos. Por outro lado, uma frequência de simulação muito alta pode aumentar o tempo de processamento do modelo de simulação e tornar a execução da simulação impraticável.

Idealmente, a frequência de simulação deve ser escolhida de forma a capturar as dinâmicas relevantes do sistema sem introduzir imprecisões ou instabilidades numéricas. Conforme citado por (MORELLI; KLEIN, 2016), uma frequência de simulação 25 vezes maior que a frequência natural do sistema e das entradas esperadas é considerada uma boa opção. No caso da maior frequência natural de corpo rígido de aeronaves, que geralmente é em torno de 2 Hz, a frequência de simulação recomendada seria de 50 Hz, considerando que as frequências das entradas sejam menores. Entretanto, é importante ressaltar que é preciso verificar a convergência dos integradores numéricos para garantir a precisão e estabilidade da simulação.

5.3.3 Passo de Simulação

O passo de integração é uma das principais configurações da simulação e define a frequência de simulação. Ele determina o intervalo de tempo que o *software* de simulação, como o Simulink, avança a cada cálculo da simulação. Por exemplo, se o passo de integração for definido como 0,01 segundos, a cada cálculo da simulação, o *software* avança a simulação por um intervalo de 0,01 segundos.

Existem dois tipos principais de passo de integração: passo fixo e passo variável. O passo fixo é aquele em que o intervalo de tempo é constante durante toda a simulação, ou seja, a cada cálculo, o *software* avança a simulação pelo mesmo intervalo de tempo. Já no passo variável, o intervalo de tempo pode ser ajustado dinamicamente pelo *software* de acordo com a necessidade da simulação, o que significa que o intervalo de tempo pode variar de acordo com a dinâmica do sistema.

No contexto da simulação de aeronaves, o uso do passo fixo é geralmente recomendado, pois fornece uma frequência de simulação constante e previsível, o que é importante para garantir a estabilidade da simulação e evitar problemas numéricos. Além disso, o passo

fixo permite uma melhor sincronização com as entradas do sistema, como comandos de controle, que geralmente são amostrados em intervalos regulares.

5.3.4 Soluções Numéricas

Um *solver* é um componente essencial do Simulink, ele define a solução numérica a ser utilizada para simular o sistema dinâmico. O *solver* do Simulink é responsável por resolver as equações matemáticas que descrevem o comportamento do sistema em questão. Em outras palavras, ele determina como o sistema evolui ao longo do tempo, levando em consideração as entradas e condições iniciais especificadas.

O *solver* é um algoritmo numérico que implementa uma técnica de solução de equações diferenciais. Ele calcula a solução do sistema de equações diferenciais que descrevem o comportamento do modelo no tempo. Existem diferentes tipos de *solvers* disponíveis no Simulink, cada um com suas próprias características e desempenho. Esses *solvers* diferem na forma como resolvem as equações diferenciais e podem ser selecionados com base nas necessidades específicas do modelo a ser simulado.

O Simulink oferece vários *solvers* que podem ser selecionados para simular modelos dinâmicos. A seguir, são descritos brevemente os principais *solvers* disponíveis no Simulink:

- **ode1** (Euler): O *solver* Euler é um *solver* de tempo discreto que utiliza o método de Euler para aproximar a solução de sistemas dinâmicos discretos. É útil para modelar sistemas simples e lineares, bem como simulações de sistemas de controle digital e processamento de sinais discretos. No entanto, pode não ser adequado para sistemas que requerem alta precisão e simulações de sistemas complexos que possuem não-linearidades significativas.
- **ode1be** (Baward Euler): O Backward Euler é um *solver* de passo fixo para resolver modelos dinâmicos com equações diferenciais ordinárias (ODEs) que mudam de estado continuamente no tempo. Ele é capaz de lidar com sistemas não-lineares e de ordem elevada, tornando-o adequado para simular sistemas complexos, como sistemas elétricos, hidráulicos e mecânicos. No entanto, o *solver* Backward Euler é um método implícito, o que significa que a equação diferencial precisa ser resolvida por meio de um algoritmo iterativo, o que pode aumentar o tempo de processamento.
- **ode2** (Heun): O *Solver* Heun é um *solver* de passo fixo do tipo Runge-Kutta de segunda ordem que é usado para simular modelos dinâmicos com equações diferenciais ordinárias (ODEs). Ele é mais preciso do que o método de Euler, mas ainda é menos preciso do que métodos de ordem superior, como o *solver* ode4.
- **ode4** (Runge-Kutta): O *solver* Runge-Kutta é um método numérico de quarta ordem. Ele é capaz de resolver equações diferenciais complexas com alta precisão, tornando-o adequado para modelar sistemas dinâmicos complexos e sistemas de controle. O *solver* Runge-Kutta é capaz de lidar com sistemas que possuem múltiplas entradas e saídas, bem como sistemas de ordem elevada.

Esses são apenas alguns dos *solvers* disponíveis no Simulink. A escolha do *solver* correto depende das características do modelo a ser simulado, incluindo sua precisão,

tempo de resposta e complexidade. A escolha de um *solver* adequado é fundamental para garantir que o modelo seja simulado com precisão e eficiência.

Neste trabalho, optou-se por utilizar o método de passo fixo com o *solver* Runge-Kutta para a simulação da aeronave em questão. A escolha desse método foi baseada em sua capacidade de lidar com sistemas complexos, como aeronaves, e de fornecer resultados precisos e confiáveis, além de oferecer uma frequência de simulação constante e adequada.

5.4 Simulações

Neste capítulo, serão apresentados os resultados das simulações realizadas com o modelo de simulação para avaliar sua eficácia em responder a diferentes entradas de comando. Para verificar a validade e a precisão do modelo em simular o comportamento da aeronave, perturbações foram aplicadas nos controles primários da aeronave. Essas simulações são cruciais para identificar possíveis problemas ou limitações do sistema e aprimorar a precisão do modelo.

As simulações foram realizadas no modo de tempo não real, com as entradas sendo aplicadas através de *scrits* de comandos. A frequência de simulação utilizada é de 100hz com passo fixo. Para garantir a precisão e a consistência dos resultados, as simulações foram iniciadas a partir do ponto de trimagem apresentado no capítulo 5.1.1. A partir dessa condição de equilíbrio, foram aplicadas perturbações nos controles primários da aeronave para avaliar a resposta do modelo.

5.4.1 Perturbação de Profundor

A aplicação de uma perturbação no profundor é uma forma comum de avaliar a estabilidade longitudinal da aeronave, bem como a capacidade do modelo de simulação em prever a resposta da aeronave a mudanças bruscas no ângulo de ataque. Para essa simulação, a perturbação consistiu em uma diminuição da deflexão do profundor seguida por um aumento de mesma intensidade após alguns segundos. As Figuras 97 e 98 apresentam os resultados obtidos, bem como a entrada de profundor.

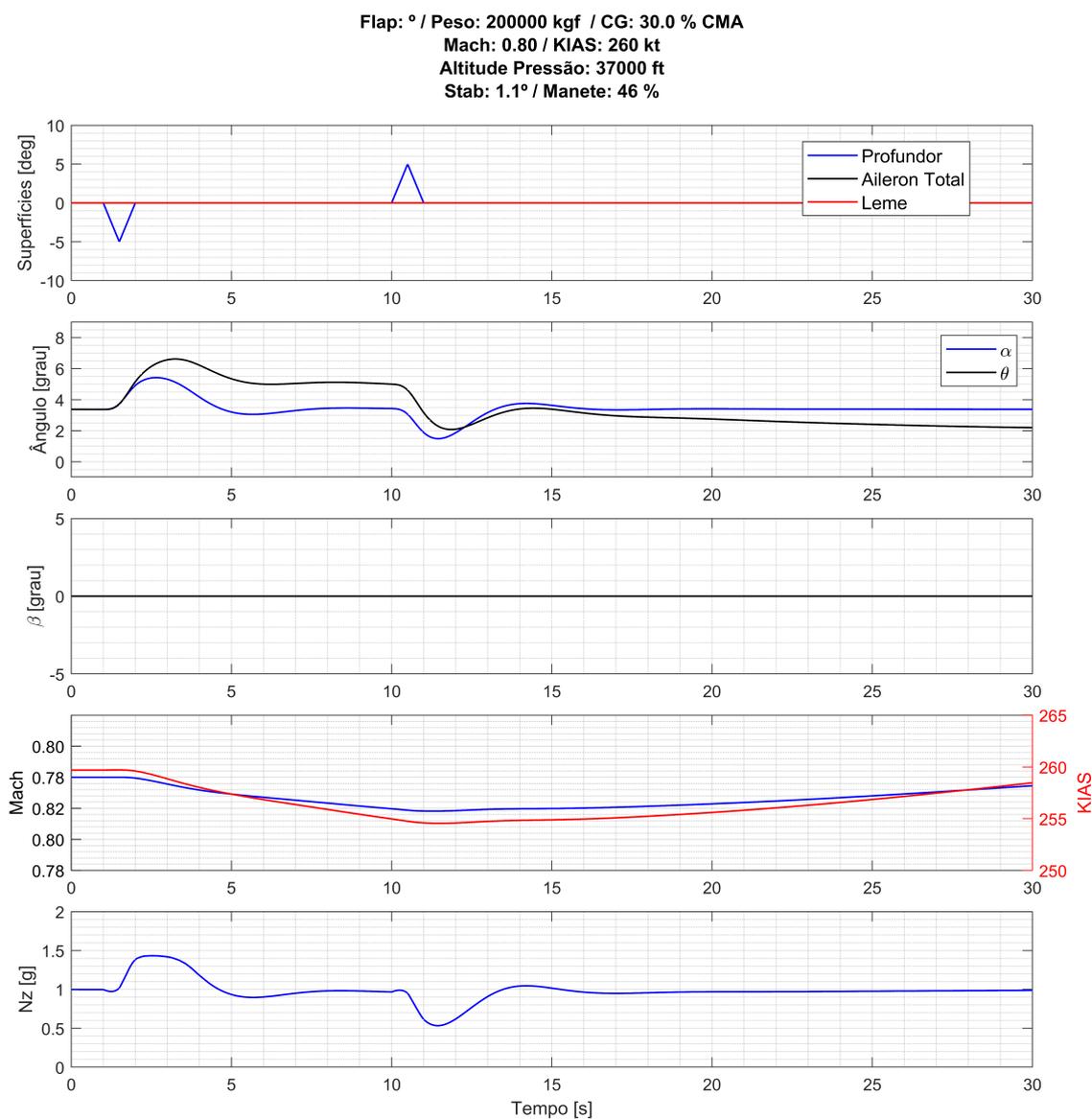
Conforme o esperado, a deflexão negativa do profundor gerou um momento positivo de CM, aumentando o ângulo de ataque da aeronave e, conseqüentemente, gerando uma velocidade angular de arfagem (q), que foi verificada pelo modelo de simulação. Esse aumento no ângulo de ataque também elevou o fator de carga, que foi verificado. Ao mudar a atitude da aeronave em direção ao arfar, o ângulo de trajetória γ também aumentou, enquanto a velocidade reduziu como esperado, já que o empuxo se manteve constante. Ao defletir o profundor em direção ao picar, os efeitos inversos são esperados e também foram capturados pelo modelo de simulação.

Analisando a perturbação de profundor em um intervalo de tempo mais longo, foi possível observar que a aeronave entrou no modo oscilatório de corpo rígido conhecido como fugóide. Neste modo, o ângulo de ataque permanece constante e há uma troca contínua de energia cinética com potencial, resultando em um movimento longitudinal senoidal no qual a aeronave troca altitude por velocidade e vice-versa. Este fenômeno é evidenciado pela defasagem de fase entre as respostas de altitude e velocidade.

Para uma melhor compreensão do fenômeno do modo oscilatório de corpo rígido conhecido como fugóide, a Figura 99 apresenta a mesma perturbação, mas com uma duração

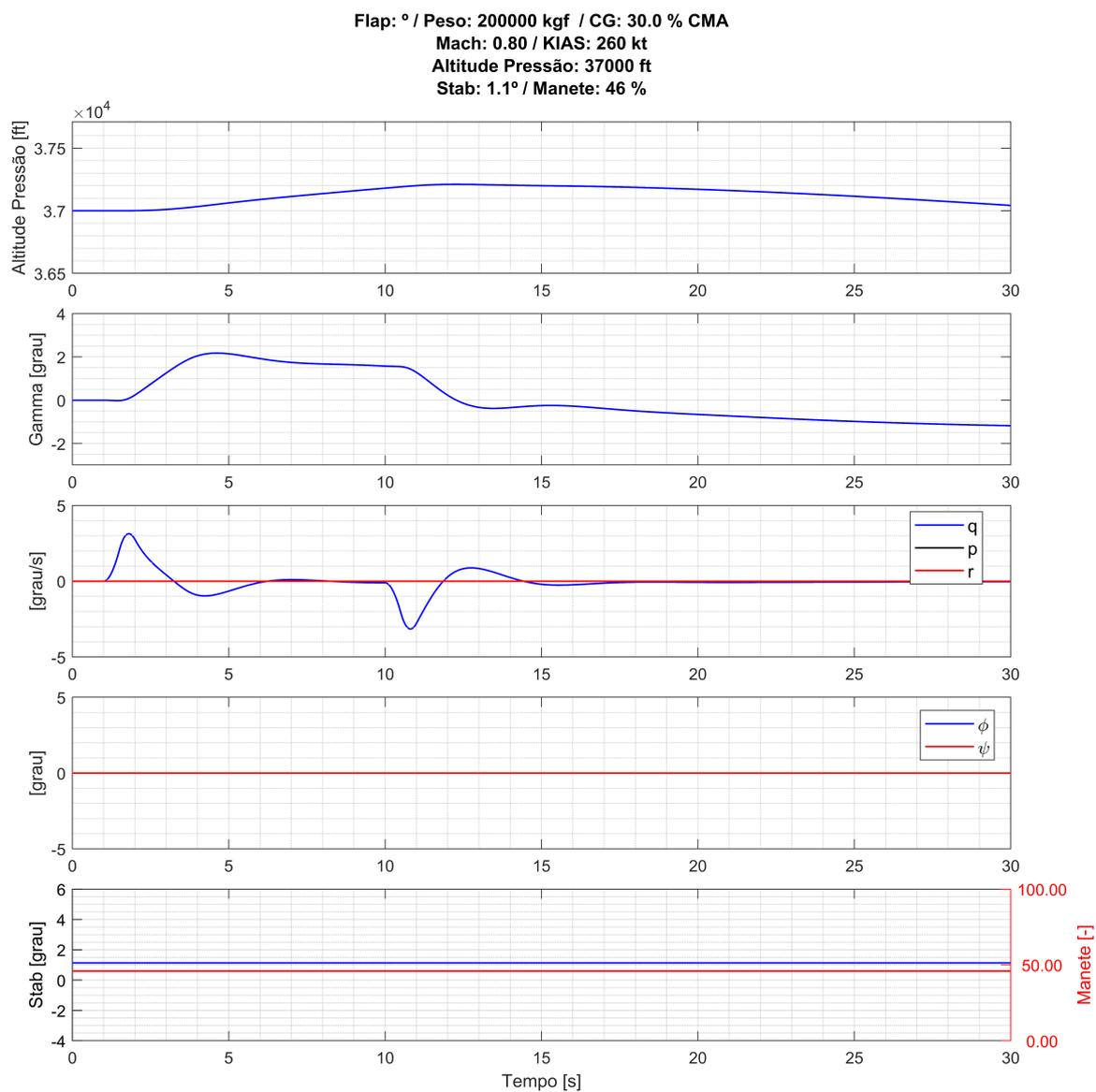
de tempo mais longa, considerando que o período de oscilação deste modo é alto. Além disso, são apresentados na figura os parâmetros relacionados a este modo, o que permite uma análise clara.

Figura 97: Resposta a uma perturbação de profundor.



Fonte: Autor.

Figura 98: Resposta a uma perturbação de profundor - Continuação.



Fonte: Autor.

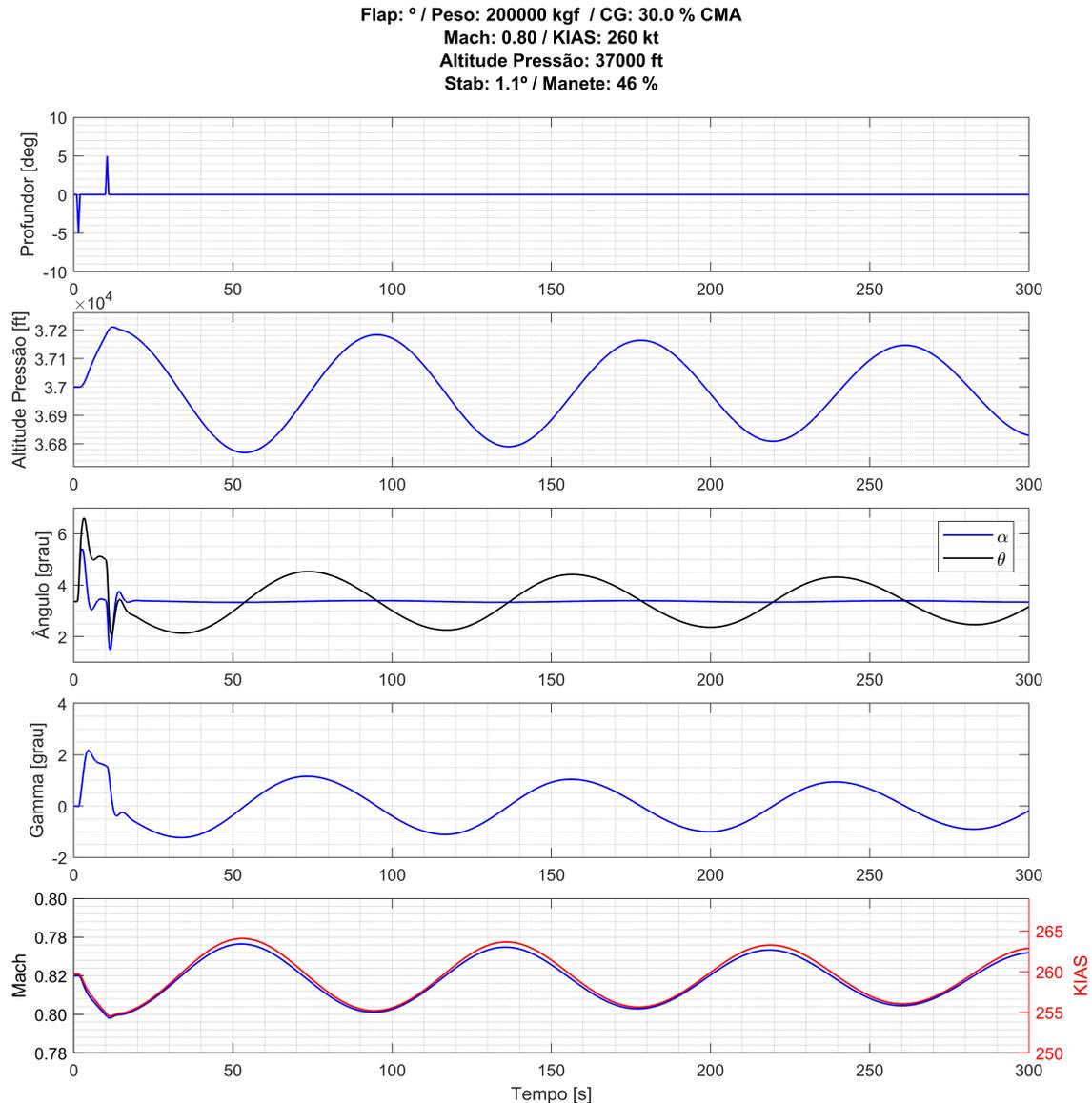


Figura 99: Fugóide excitado pela perturbação longitudinal.

Fonte: Autor.

5.4.2 Perturbação de Aileron

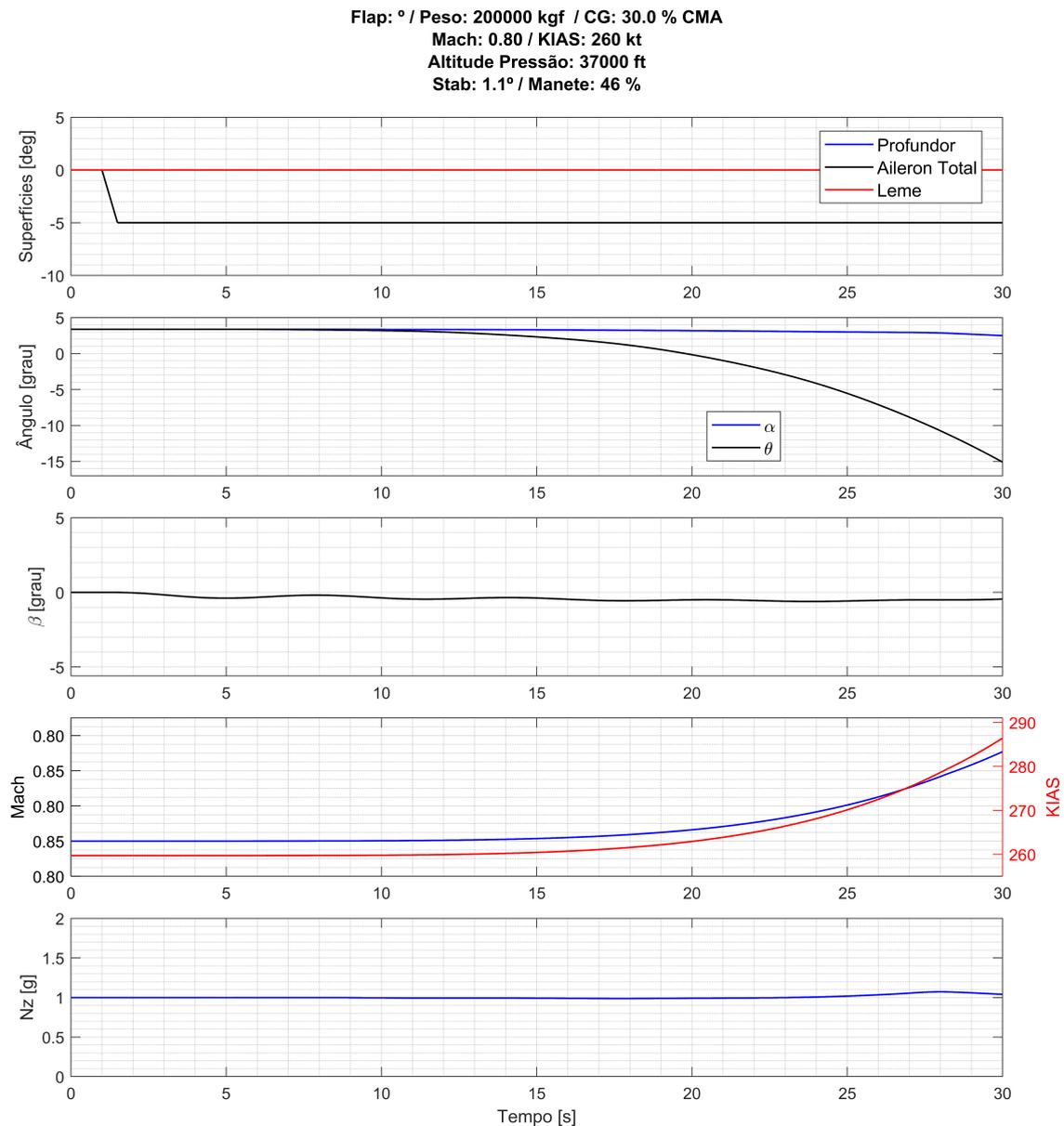
Neste capítulo, serão apresentados os resultados da simulação para a entrada degrau nos *aileron*s, com a realização de deflexões positivas e negativas para verificar o sentido de rolagem e o efeito da entrada degrau. Para este trabalho, foi adotada o sentido da deflexão em relação ao aileron direito. Vale destacar que, neste contexto, deflexão positiva significa o movimento do aileron direito para baixo e do aileron esquerdo para cima.

Ao defletir negativamente os *aileron*s, um momento de rolagem positivo é criado pela diferença de sustentação gerada entre as duas asas da aeronave. Este comportamento é capturado nas Figuras 100 e 101, nas quais é possível observar uma mudança no ângulo de rolagem (ϕ) em sentido negativo, com a asa direita baixando. Devido a entrada ser um de-

grau, o ângulo ϕ diminui continuamente como esperado. Vale destacar que esta simulação não incluiu nenhuma compensação longitudinal, ou seja, movimentação do profundor ou estabilizador, resultando em uma diminuição da atitude de arfagem (θ) e um aumento da velocidade de acordo com a conversão de energia potencial em cinética, conforme esperado.

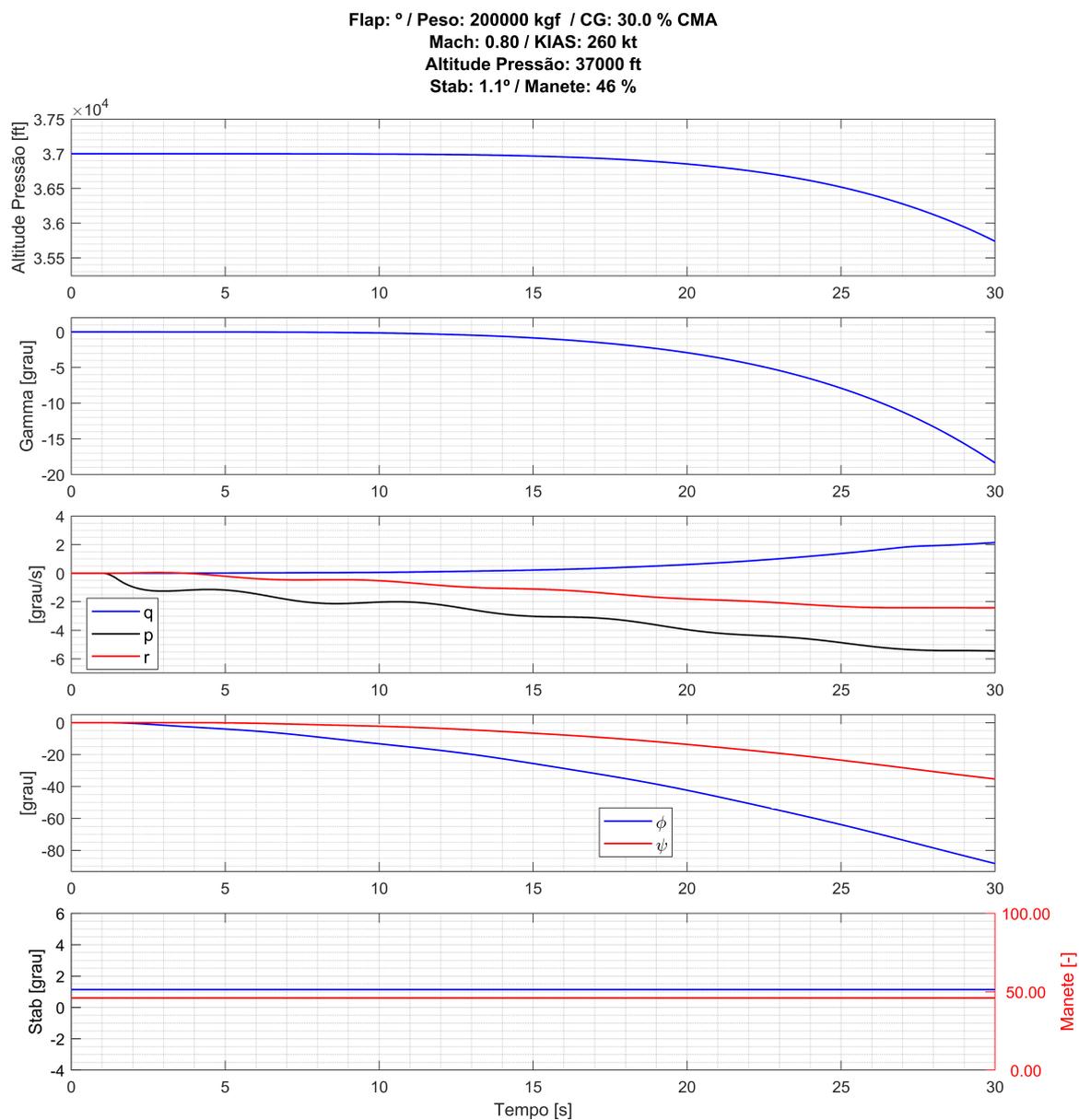
Para o degrau em sentido oposto nos *aileron*s, as figuras 102 e 103 mostram a resposta da aeronave. Como esperado, a atitude de rolagem e a velocidade angular p apresentam um comportamento oposto em relação à deflexão positiva dos *aileron*s. No entanto, a perda de altitude e o ganho de velocidade ocorrem da mesma forma que na deflexão positiva.

Figura 100: Resposta ao degrau negativo de ailerons.



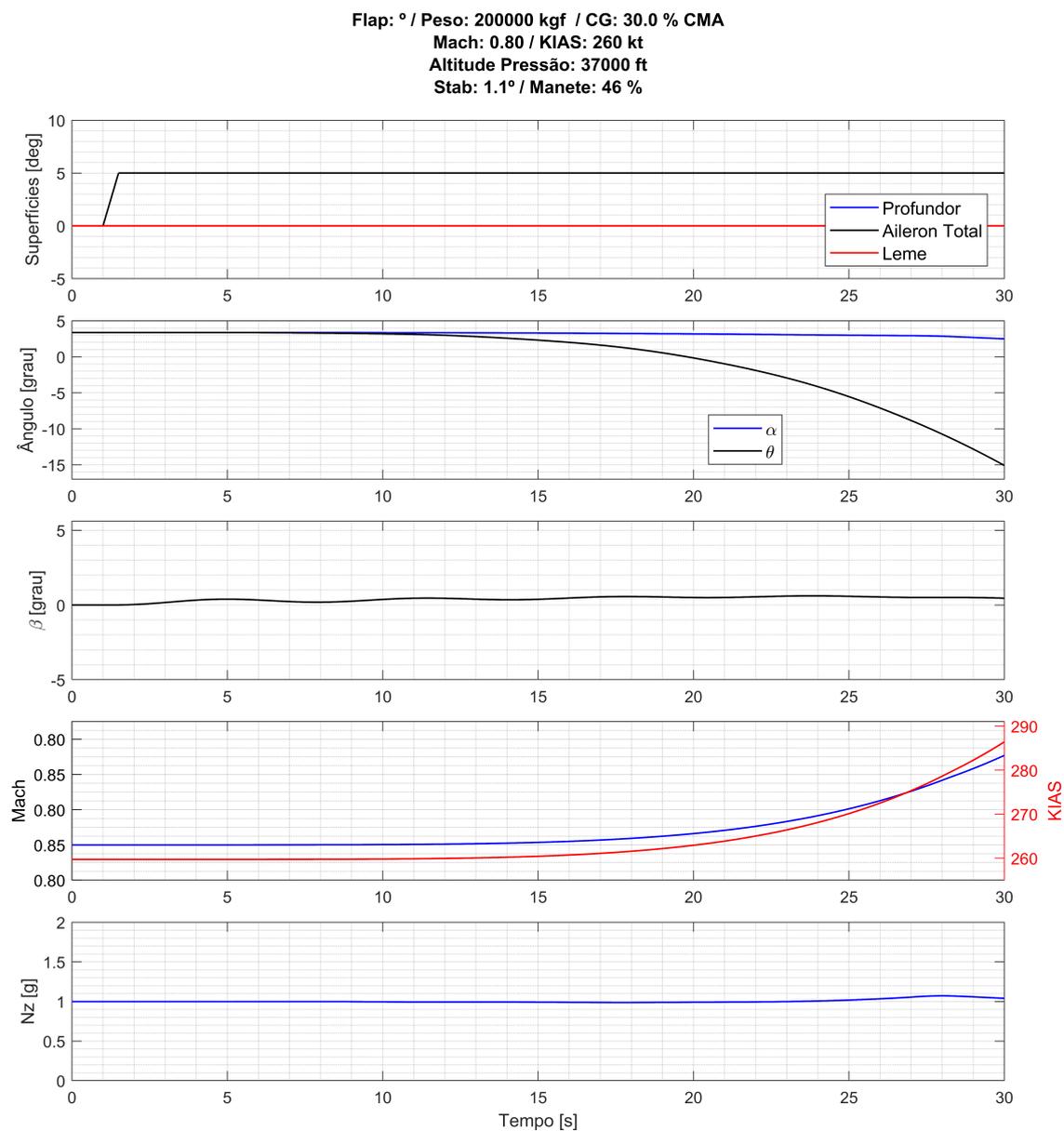
Fonte: Autor.

Figura 101: Continuação da resposta ao degrau negativo de ailerons.



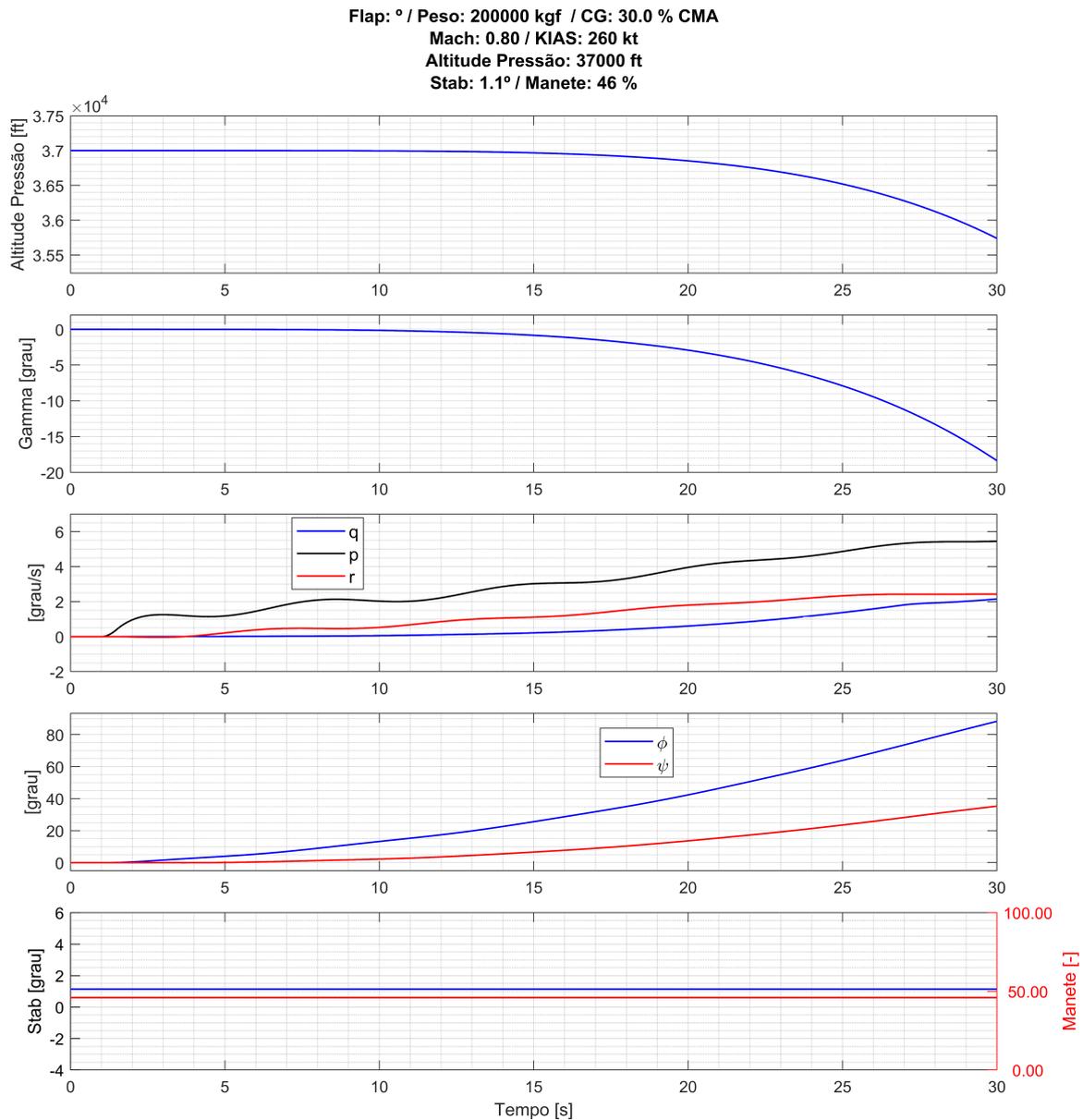
Fonte: Autor.

Figura 102: Resposta ao degrau positiva de ailerons.



Fonte: Autor.

Figura 103: Continuação da resposta ao degrau positiva de ailerons.



Fonte: Autor.

5.4.3 Perturbação de Leme

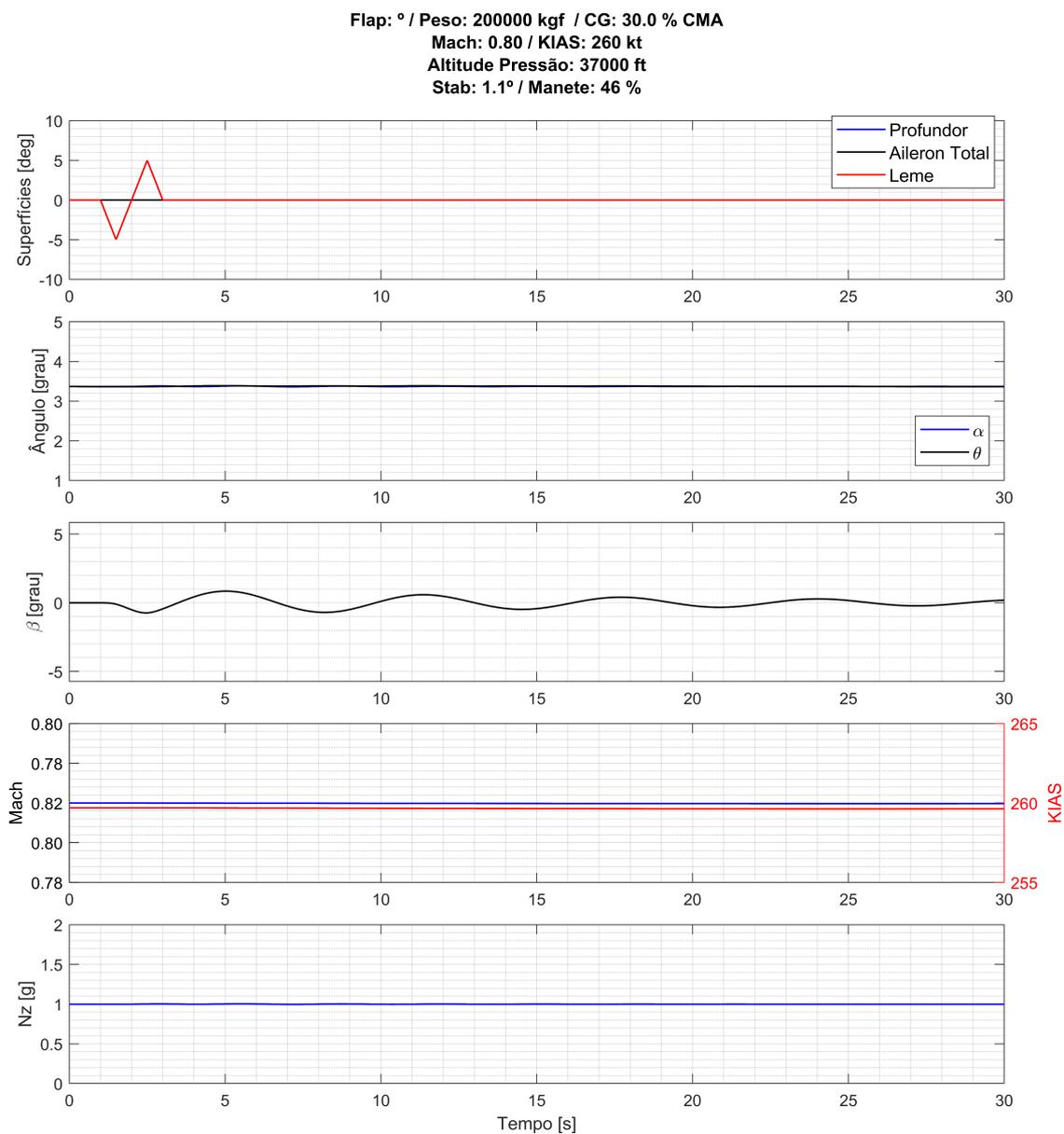
Para a perturbação no leme, foi aplicado um *doublet* de pedal, que consiste na deflexão do leme em um sentido seguida pela deflexão no sentido oposto. Esse tipo de entrada é comumente utilizado para excitar o modo oscilatório de corpo rígido conhecido como *dutch roll*. Esse modo é caracterizado por uma oscilação combinada de rolagem e derrapagem, e pode ser bastante instável. Ao aplicar o *doublet* de pedal, é possível verificar como o modelo de simulação da aeronave responde a esse tipo de perturbação e se é capaz de prever o comportamento da aeronave nesse modo oscilatório.

Ao aplicar uma deflexão negativa de leme, é esperado gerar um momento de guinada positivo, que é capturado pelo modelo, como visto nas Figuras 104 e 105. Por afetar principalmente o movimento lateral-direcional, praticamente não há mudança nos parâmetros relacionados ao movimento longitudinal.

A entrada utilizada excitou o modo oscilatório *dutch roll*, caracterizado por uma combinação de rolagem e movimento de guinada. Durante o *dutch roll*, a aeronave oscila lateralmente em torno do eixo de rolamento, enquanto ao mesmo tempo oscila em guinada em torno do eixo vertical. Isso resulta em uma trajetória em forma de oito no plano horizontal. Neste caso, o período de oscilação é relativamente alto, próximo de 6.5 segundos, mas é amortecido.

A evidência deste modo é vista na análise das velocidades angulares de guinada (r) e rolagem (p).

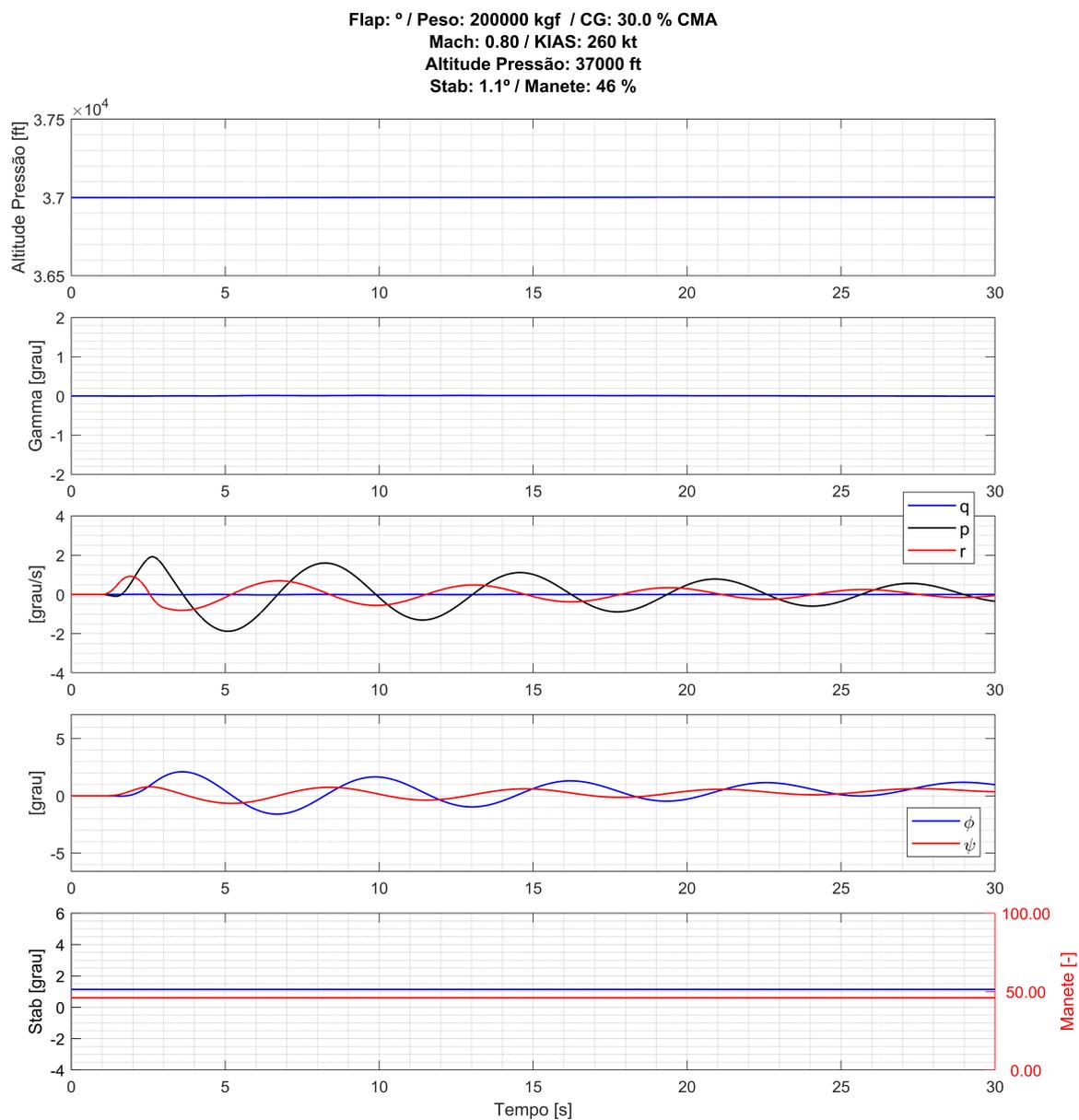
Figura 104: Resposta a perturbação do leme.



Fonte: Autor.

Figura 105: Continuação da resposta a perturbação do leme.

Fonte: Autor.



6 Conclusão

O trabalho apresentou o desenvolvimento de um modelo matemático para simulação da dinâmica de voo de uma aeronave. A modelagem foi realizada utilizando o software MATLAB/Simulink e consiste em subsistemas para cada área do conhecimento.

Por meio da análise das respostas da aeronave a diferentes perturbações, foi possível verificar a precisão do modelo de simulação utilizado. Essa verificação é fundamental para garantir a confiabilidade dos resultados obtidos, o que é essencial para aprimorar o conhecimento e desenvolvimento na área de simulação de aeronaves.

O modelo aerodinâmico desenvolvido apresenta uma estrutura flexível que permite a incorporação de diferentes bibliotecas para modelar sistemas e efeitos adicionais na aeronave. Apesar de alguns coeficientes terem sido negligenciados, a estrutura para receber a contribuição desses coeficientes foi mantida, assim como no modelo de propriedades de massa, que permite a incorporação de produtos de inércia adicionais. Além disso, o modelo possui dois blocos adicionais como provisão para futuras implementações: solo e controle. O bloco solo é dedicado para implementação da modelagem das reações de apoio do contato do trem de pouso com o solo, o que permite a simulação de decolagem e pouso da aeronave. As forças do solo já estão implementadas no modelo de equações do movimento, facilitando a inclusão do modelo de solo na simulação.

O subsistema de controle do modelo é uma provisão para a implementação de controladores de voo, que são ferramentas úteis para analisar e simular a dinâmica de aeronaves em diferentes condições. Por meio da análise dos sinais de resposta da aeronave, é possível implementar controladores PID em malha fechada. Como exemplo, a partir da resposta do ângulo de rolagem (ϕ), é possível controlar os ailerons da aeronave para manter um determinado ângulo de inclinação.

Além disso, em aeronaves com sistemas fly-by-wire, o comando dado pelo piloto passa pela Flight Command Computer (FCC), que processa a entrada do piloto e comanda as superfícies de controle de acordo com a lei de controle implementada. O modelo desenvolvido permite a implementação de uma nova biblioteca para modelagem de uma FCC e suas leis de controle, além da dinâmica dos atuadores da aeronave.

A profundidade de modelagem é definida de acordo com os fenômenos físicos relevantes a serem simulados. Assim, construção do modelo de simulação foi realizada de forma a permitir a utilização da mesma estrutura para diferentes aeronaves, alterando apenas os arquivos de inicialização com os dados geométricos, tabelas dos coeficientes aerodinâmicos, tração e propriedades de massa. Caso a configuração seja diferente, é possível mudar a biblioteca correspondente sem comprometer o modelo como um todo, seguindo as entradas e saídas que cada biblioteca necessita. Essa estrutura flexível e dinâmica traz benefícios para o desenvolvimento de aeronaves, permitindo a troca rápida de componentes para análises de diferentes configurações e performances.

Como conclusão, é importante destacar que o modelo desenvolvido possui uma estrutura modular que permite a fácil implementação de novos sistemas e efeitos para a simulação de diferentes aeronaves. Essa estrutura modular também facilita a utilização do modelo em ambientes acadêmicos, uma vez que pode ser adaptada para a transferência de conhecimento para os alunos. Assim, o modelo será disponibilizado para os docentes com o intuito de auxiliar na preparação dos alunos na área de dinâmica de voo de aeronaves.

Referências

- BERNDT, J. S.; MARCO, A. D. *Frames of reference | JSBSim Manual*. s.d. <<https://jsbsim-team.github.io/jsbsim-reference-manual/mypages/user-manual-frames-of-reference/>>. (Accessed on 04/02/2023).
- ECFR :: 14 CFR Part 25 – Airworthiness Standards: Transport Category Airplanes (FAR Part 25). <<https://www.ecfr.gov/current/title-14/chapter-I/subchapter-C/part-25?toc=1>>. (Accessed on 04/03/2023).
- ESDU: About Us. s.d. <https://www.esdu.com/cgi-bin/ps.pl?sess=unlicensed_1230114224646mft&t=root&p=aboutusroot>. (Accessed on 04/02/2023).
- FUJIWARA, G. E. et al. Aerostructural design optimization of a flexible wing aircraft with continuous morphing trailing edge. In: *2018 Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 3571.
- HIBBELER, R. C. *Dinâmica: mecânica para engenharia*. [S.l.]: Pearson Education do Brasil, 2005.
- JAVIEL, B. *Modelagem e Simulação de Aeronaves*. 2021. <<https://engenhariaaeronautica.com.br/curso/curso-modelagem-e-simulacao-de-aeronaves/>>. (Accessed on 04/02/2023).
- JEAN-LUC, B. *The dynamics of flight: The equations*. [S.l.]: JOHN WILEY AND SONS, 1998.
- MORELLI, E. A.; KLEIN, V. *Aircraft system identification: theory and practice*. [S.l.]: Sunflyte Enterprises Williamsburg, VA, 2016. v. 2.
- NASA. *NASA Common Research Model | providing data worldwide*. s.d. <<https://commonresearchmodel.larc.nasa.gov/>>. (Accessed on 04/02/2023).
- OCEANIC, U. S. N.; ADMINISTRATION, A.; FORCE, U. S. A. *US standard atmosphere, 1976*. [S.l.]: National Oceanic and Atmospheric Administration, 1976. v. 76.
- OGATA, K. et al. *Modern control engineering*. [S.l.]: Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2010. v. 5.
- OPENVSP. *OpenVSP*. s.d. <<https://openvsp.org/>>. (Accessed on 04/02/2023).
- RIVERS, M. B. *NASA common research model: a history and future plans*. 2019. 3725 p.
- ROSKAM, J. *Airplane flight dynamics and automatic flight controls*. [S.l.]: DARcorporation, 1998.
- ROSKAM, J. Airplane design: component weight estimation (part v). *DAR Corporation: Lawrence, UK*, 1999.
- STEARNS, E. M. *Energy Efficient Engine integrated core/low spool design and performance report*. [S.l.], 1985.
- STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L.; JOHNSON, E. N. *Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015.

VOCê sabe o que é geoide? s.d. <<https://blog.ofitexto.com.br/geologia-minas/voce-sabe-o-que-e-geoide/>>. (Accessed on 04/02/2023).

WGS. *Department of Defense World Geodetic System 1984: its definition and relationships with local geodetic systems*. [S.l.]: Defense Mapping Agency, 1987. v. 8350.

WHAT is geodesy? s.d. <<https://oceanservice.noaa.gov/facts/geodesy.html>>. (Accessed on 04/02/2023).