

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
INSTITUTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS
GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

**BACKTESTING DO EFEITO DE VOLATILIDADE EM PORTFÓLIOS
NO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO ENTRE 2000 e 2020.**

ANDRÉ LUIZ BARBOSA DE SOUSA

UBERLÂNDIA/MG

2023

ANDRÉ LUIZ BARBOSA DE SOUSA

**BACKTESTING DO EFEITO DE VOLATILIDADE EM
PORTFÓLIOS NO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO ENTRE
2000 e 2020.**

Monografia apresentada ao Instituto de Economia e Relações Internacionais da Universidade Federal de Uberlândia como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas, sob orientação do Prof. Dr. Júlio Fernando Costa Santos.

UBERLÂNDIA

2023

ANDRÉ LUIZ BARBOSA DE SOUSA

**BACKTESTING DO EFEITO DE VOLATILIDADE EM
PORTFÓLIOS NO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO ENTRE
2000 e 2020.**

Monografia apresentada ao Instituto de
Economia e Relações Internacionais da
Universidade Federal de Uberlândia como
requisito parcial à obtenção do título de
Bacharel em economia,

Banca de avaliação:

Prof. Dr. Júlio Fernando Costa Santos
Orientador(a)

Prof.^a. Dr.^a Vanessa da Costa Val Munhoz
Membro

Prof. Dr. Guilherme Jonas Costa da Silva
Membro

Uberlândia (MG), 17 de novembro de 2023

RESUMO

Este estudo investiga estratégias de baixa volatilidade no mercado de ações brasileiro, analisando dados de 2000 a 2020 para fornecer *insights* sobre seu desempenho em comparação com estratégias neutras e o índice Ibovespa. Descobriu-se que essas estratégias frequentemente oferecem retornos ajustados ao risco mais altos, embora estejam suscetíveis a riscos decorrentes de extremos de mercado, ressaltando a necessidade de abordagens de investimento diversificadas. Contribuindo para a literatura financeira, este trabalho auxilia investidores e gestores na seleção de estratégias e incentiva pesquisas futuras sobre estratégias de baixa volatilidade em diferentes mercados, o impacto de variáveis macroeconômicas e o aprimoramento de modelos de investimento através de técnicas avançadas de aprendizado de máquina.

Palavras-chave: Baixa volatilidade. Diversificação. Estratégias de investimento. Gestão de riscos. Mercado de ações.

ABSTRACT

This study investigates low volatility investment strategies in the Brazilian stock market, analyzing data from 2000 to 2020 to provide insights into their performance against neutral strategies and the Ibovespa index. It was found that these strategies often yield higher risk-adjusted returns, though they are susceptible to risks from market extremes, emphasizing the need for diversified investment approaches. Contributing to financial literature, this work assists investors and managers in strategy selection and prompts further research into low volatility strategies in different markets, the impact of macroeconomic variables, and the enhancement of investment models through advanced machine learning techniques.

Key-words: Diversification. Investment strategies. Low volatility. Market risk. Risk management. Stock market.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – A relação risco-retorno e o mercado	22
Figura 2 – O <i>drawdown</i> do fator de alto e baixo risco em relação ao mercado.....	23
Figura 3 – Carteiras Neutras e Baixa Volatilidade	32
Figura 4 – Retorno Acumulado das Carteiras (2001 – 2020)	35
Figura 5 – Quantidade de Ativos ao Longo dos Anos	37
Figura 6 – <i>Rolling Regression</i>	41
Figura 7 – Janela temporal de desvio padrão	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Abordagens comuns para o fator baixo risco	23
Tabela 2 – Estatística descritiva da série	38
Tabela 3 – Resultados anuais das estratégias	40

SUMÁRIO

RESUMO	5
1. Introdução	11
2. Referencial Teórico	12
2.1. Hipótese dos Mercados Eficientes	12
2.2. <i>Capital Asset Pricing Model</i> (CAPM):	14
2.3. Os 3 e 5 Fatores de Fama e French	16
2.3.1. O Modelo de Três Fatores de Fama e French	16
2.3.2 O Modelo de Cinco Fatores de Fama e French	17
2.4. <i>Factor Investing</i>	19
2.4.1. Baixa Volatilidade	20
3. Revisão Aplicada	25
4. Metodologia	26
4.1 Dados	26
4.2 Método	27
4.3 Critério para formação das carteiras	28
4.4 Estratégias de Portfólio Balanceado	30
4.4.1 Estratégia Neutra	30
4.5 Estratégia de Baixa Volatilidade	31
5. Análise do Resultados	31
6. Conclusão	43
Referências:	46
Apêndice A – Carteira 1 – 2000 a 2020	48
Apêndice B - Carteira 2 – 2000 a 2020	49
Apêndice C – Carteira 3 – 2000 a 2020	50
Apêndice D – Carteira 4 – 2000 a 2020	51
Apêndice E – Carteira 5 – 2000 a 2020	52

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

B/M	<i>Book-to-market</i>
B3	Brasil, Bolsa e Balcão
CAPM	<i>Capital Asset Pricing Model</i>
CMA	<i>Conservative minus aggressive</i>
E/P	<i>Earnings/Price</i>
ETFs	<i>Exchanged Traded Funds</i>
HME	Hipótese dos mercados eficientes
HML	<i>High minus low</i>
RMW	<i>Robust minus weak</i>
SMB	<i>Small minus big</i>

1. Introdução

Desde a formulação da Hipótese dos Mercados Eficientes (HME), a busca por estratégias de investimento eficazes tem sido um tema central nas finanças, levando à formulação de teorias e modelos como o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Este modelo tem sido fundamental para entender a relação entre risco e retorno, propondo que ativos devem ser avaliados considerando seu risco sistemático (SHARPE, 1964). No entanto, o debate sobre a eficácia das estratégias de investimento continua, especialmente considerando as diferentes manifestações da eficiência de mercado. Isso abre caminho para novas abordagens e inovações, buscando compreender e explorar as oportunidades que surgem em diferentes contextos de mercado.

O mercado de ações, com suas complexidades e nuances, tem revelado anomalias e padrões de comportamento que desafiam as premissas da HME e do CAPM, destacando a necessidade de abordagens alternativas. As finanças comportamentais surgem como uma resposta a esses desafios, integrando percepções psicológicas às finanças para entender como os vieses cognitivos influenciam as decisões de investimento e os preços dos ativos. Além disso, modelos multifatoriais, como o Modelo de Três Fatores e o Modelo de Cinco Fatores de Fama e French, têm se mostrado cruciais para explicar as variações nos retornos das ações, integrando fatores adicionais além do risco de mercado para proporcionar uma compreensão mais abrangente das expectativas de retorno. O *factor investing*, que se baseia na identificação e no investimento em determinados fatores de risco, tem emergido como uma abordagem inovadora, buscando capturar prêmios de risco específicos e melhorar o desempenho ajustado ao risco.

Neste cenário, as estratégias de baixa volatilidade surgem como uma alternativa intrigante, desafiando a noção convencional de que maior risco é igual a maior retorno. Este trabalho se propõe a explorar estratégias de baixa volatilidade no mercado de ações brasileiro, uma abordagem que tem ganhado atenção devido à sua capacidade de gerar retornos ajustados ao risco superiores. Utilizamos uma metodologia empírica, analisando dados históricos e formando carteiras com base na volatilidade das ações para avaliar seu desempenho em relação

a estratégias neutras e ao índice Ibovespa. Nosso objetivo é compreender como essas estratégias de baixa volatilidade se comportam em diferentes cenários de mercado e qual o impacto de eventos extremos em seu desempenho. Os dados para este estudo foram coletados por meio do software Economática, proporcionando um conjunto abrangente de informações sobre as ações negociadas na B3, a bolsa de valores brasileira, durante o período de 2000 a 2020. Posteriormente, empregamos o R, uma ferramenta de programação, para analisar e manipular esses dados, o que nos permitiu realizar simulações detalhadas de diversas estratégias de investimento.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta a revisão da literatura, discutindo os principais conceitos e teorias. No Capítulo 3 listamos os principais trabalhos aplicados relacionados às estratégias de investimento e volatilidade das ações. No Capítulo 4, detalhamos a metodologia utilizada para a formação das carteiras, critérios de seleção das ações e as métricas de desempenho adotadas. Os resultados da análise empírica são apresentados e discutidos no Capítulo 5, destacando as principais descobertas e implicações dos resultados. Por fim, o Capítulo 6 conclui o trabalho, resumindo as principais contribuições do estudo, limitações e sugestões para pesquisas futuras. O trabalho encerra com a seção de bibliografia utilizada para a sua construção.

2. Referencial Teórico

Nesta seção, exploramos os fundamentos teóricos que embasam a análise de volatilidade em portfólios no mercado acionário. Iniciamos com a Hipótese dos Mercados Eficientes (HME), que estabelece a base para entender como as informações são refletidas nos preços dos ativos. Em seguida, discutimos o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), um modelo crucial para entender a relação entre risco e retorno. Aprofundamos nosso entendimento com os modelos de Fama e French, que introduzem fatores adicionais para explicar os retornos das ações além do risco de mercado. Por fim, abordamos o conceito de *Factor Investing*, uma abordagem moderna que se concentra na identificação e exploração de fatores de risco e retorno. Esses conceitos teóricos são vitais para contextualizar a análise de estratégias de baixa volatilidade no mercado acionário brasileiro, permitindo uma compreensão mais profunda dos resultados obtidos na presente pesquisa.

2.1 Hipótese dos Mercados Eficientes

A Hipótese de Mercados Eficientes (HME), proposta inicialmente por Eugene Fama em 1970, é uma teoria amplamente estudada no campo das finanças. Fama (1970) defende que os preços dos ativos financeiros refletem de maneira rápida e correta todas as informações disponíveis. Segundo a HME, é praticamente impossível obter retornos superiores à média do mercado, ajustados pelo risco, por meio da análise de informações públicas e da aplicação de estratégias de investimento.

No que tange ao nível de informações disponíveis no preço, a HME é dividida em três formas distintas (FAMA, 1970):

- **Forma fraca:** Afirma que os preços dos ativos já incorporam todas as informações históricas, o que torna inútil a análise de dados passados, como preços e volumes, para prever movimentos futuros de preços.
- **Forma semiforte:** Sugere que os preços dos ativos já incluem todas as informações públicas disponíveis, como notícias e anúncios corporativos. Nessa perspectiva, somente informações não públicas (privilegiadas) poderiam ser utilizadas para obter vantagem no mercado.
- **Forma forte:** Alega que os preços refletem todas as informações existentes, públicas e privadas. Isso implica que nem mesmo o uso de informações privilegiadas permitiria a obtenção de retornos superiores à média do mercado.

A HME tem implicações importantes para investidores e estratégias de investimento. Se os mercados forem eficientes, a seleção de ações baseada na análise fundamentalista ou técnica não seria capaz de gerar retornos superiores de forma consistente (FAMA, 1991). No entanto, alguns estudos empíricos afirmam que através de algumas estratégias de investimento é factível obter retorno maior assumindo um menor nível de risco, sugerindo que os mercados podem não ser completamente eficientes em todos os momentos, comprovando a existência de anomalias no mercado acionário.

Além disso, pesquisas em finanças comportamentais, lideradas por autores como Daniel Kahneman e Amos Tversky (1979), demonstram que os investidores nem sempre agem de maneira racional e tendem a apresentar vieses comportamentais. Esses vieses são consequentes de heurísticas simplificadoras e limitações cognitivas dos seres humanos na tomada de decisão, que provocam desvios do julgamento racional.

Algumas dessas descobertas incluem o viés de excesso de confiança que se refere à tendência dos investidores em superestimar a precisão de suas previsões e suas habilidades de

investimento. Este viés pode levar a tomadas de decisão inadequadas, como a realização de transações excessivas e a escolha de investimentos arriscados (GRIFFIN; TVERSKY, 1992).

A aversão à perda é outro viés comportamental, que descreve a preferência dos investidores em evitar perdas em vez de obter ganhos equivalentes. Isso pode resultar em comportamentos irracionais, como segurar investimentos perdedores por tempo excessivo, na esperança de recuperar as perdas, em vez de vender e realocar os recursos de forma mais eficiente (KAHNEMAN; TVERSKY, 1979).

O efeito disposição é um viés relacionado à aversão à perda, no qual os investidores tendem a vender ações que apresentam ganhos rapidamente, enquanto mantêm ações que apresentam perdas na expectativa de que os preços se recuperem. Isso pode levar a uma realização prematura de lucros e retenção excessiva de investimentos perdedores. Dito isso, a presença desses vieses sugere que os investidores não são sempre os agentes racionais que a Hipótese do Mercado Eficiente (HME) assume, o que pode resultar em ineficiências de mercado e oportunidades para obter retornos superiores (SHEFRIN; STATMAN, 1985).

A HME também tem sido desafiada por estudos que investigam o desempenho de fundos de investimento ativos, que buscam superar a média do mercado. Pesquisas, como a realizada por Carhart (1997), mostram que alguns fundos de investimento ativos conseguem superar a média do mercado, mesmo após considerar os custos e riscos, indicando que a eficiência de mercado pode não ser absoluta.

2.2 . *Capital Asset Pricing Model (CAPM):*

Criado por William Sharpe (1964) e John Litner (1965) o *Capital Asset Pricing Model (CAPM)* é uma teoria do campo das finanças que busca explicar a relação entre o risco e o retorno de um ativo. Derivado da Teoria do Portfólio de Markowitz (1959) o modelo é composto por uma série de pressupostos, que incluem:

- Os investidores são racionais e buscam maximizar a utilidade de sua riqueza;
- Os investidores têm aversão ao risco;
- Os investidores têm expectativas homogêneas em relação aos retornos dos ativos;
- Os investidores podem comprar e vender ativos a preços competitivos, sem custos de transação ou impostos;
- Os investidores podem emprestar e tomar emprestado à taxa de juros livre de risco;
- A distribuição de retornos dos ativos é normal;
- Existem muitos ativos, e cada investidor possui uma pequena parte do mercado.

No CAPM, dois tipos principais de risco são considerados, o risco sistemático (não diversificável), que é o risco inerente ao mercado como um todo e afeta todos os ativos financeiros. É causado por eventos macroeconômicos e outros fatores que afetam o mercado em geral e não pode ser eliminado por meio da diversificação do portfólio, visto que está presente em todos os ativos financeiros (SHARPE, 1964).

Há também o risco não sistemático (diversificável), que diz respeito a empresas ou setores específicos. Nele, o risco incorre devido à fatores específicos da empresa ou do setor, como a gestão da empresa, a concorrência do setor, questões regulatórias ou outras variáveis que afetam apenas a empresa ou o setor em questão. O risco não sistemático pode ser reduzido ou eliminado através da diversificação do portfólio, investindo em ativos que não estão correlacionados (SHARPE, 1964).

Visto isso, o CAPM ressalta que o retorno de um ativo é igual ao retorno da taxa livre de risco mais um prêmio pelo risco. Este que é determinado pela covariância entre o retorno do ativo e o retorno do mercado, dividido pela variância do retorno do mercado.

A equação do modelo é:

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i \cdot [E(R_m) - R_f] \quad (1)$$

Onde:

- $E(R_i)$: retorno esperado do ativo.
- R_f : taxa livre de risco (e.g. Tesouro)
- α_i : retorno livre de risco do ativo;
- β_i : O coeficiente Beta do ativo, que simboliza a sensibilidade do ativo às flutuações do mercado.: $\beta_i = Cov(R_i, R_m) / Var(R_m)$
- R_m : retorno esperado do mercado
- $E(R_m) - R_f$: prêmio pelo risco de mercado.

Apesar de sua importância histórica e de ser amplamente utilizado, o CAPM enfrenta algumas críticas e limitações, como a ausência de custos de transação e impostos; a impossibilidade do teste empírico pela não existência da carteira de mercado como é proposta; ser um modelo de fator único. Ainda assim, o CAPM é um modelo fundamental na teoria das finanças e serve de base para muitos modelos para precificação de ativos.

2.3. Os 3 e 5 Fatores de Fama e French

Fama e French demonstraram que, além do risco de mercado, existem outros fatores importantes que ajudam a explicar o retorno médio no mercado de ações. Embora esses fatores não estejam fortemente ligados à teoria econômica do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), os modelos desenvolvidos por esses autores mostram que a adição de fatores específicos pode melhorar a explicação da variabilidade do retorno individual da ação quando comparada a um modelo univariado, tal como o CAPM.

2.3.1. O Modelo de Três Fatores de Fama e French

O primeiro avanço significativo na pesquisa de Fama e French foi o desenvolvimento do Modelo de Três Fatores. Este modelo expande o CAPM¹ ao incluir dois fatores adicionais: o tamanho de mercado das empresas (*Small minus Big – SMB*), que foram agrupadas em empresas pequenas e em empresas grandes a partir dos decis da amostra tomando a parte comprada como o decil inferior e a parte vendida o decil superior, com balanceamentos periódicos desta carteira. O achado empírico foi que havia um prêmio positivo para a exposição as empresas de tamanho menor na amostra. Além desse fator, foi adicionado também no modelo o índice *book-to-market* (B/M), que se refere à razão do valor contábil das ações pelo seu valor de mercado. Ações com índices B/M reduzidos são denominadas como empresas de crescimento (*growth stocks*), enquanto aquelas com índices B/M elevados recebem a designação de ações de valor (*value stocks*) (FAMA; FRENCH, 1992).

Fama e French (1992) investigaram a influência dessas variáveis no retorno dos ativos, formando portfólios e utilizando os dois fatores de risco adicionais em seu modelo. A pesquisa se concentrou em ações negociadas nas bolsas dos Estados Unidos, entre 1963 e 1991.

O modelo é representado pela equação:

$$Rp_t = RF_t + \beta_M (R_{M_t} - RF_t) + b_{SMB} .SMB + b_{HML} .HML + E \quad (2)$$

Sendo que:

- Rp_t : é o retorno do portfólio no período t;
- RF_t : é o retorno livre de risco no período t;

¹ Ou pelo menos uma versão que capture o risco sistemático do mercado em moldes diferentes do CAPM.

- R_{M_t} : é o retorno do mercado no período t;
- *SMB*: Diferença entre o retorno de portfólios diversificados de ações de firmas de pequeno porte e firmas de grande porte;
- *HML*: é a diferença entre o retorno de portfólios diversificados de ações de alta razão na B/M e baixa razão na relação B/M;
- *a.b.s.h* – coeficientes de regressão que representa a exposição do portfólio ou ativo aos fatores associados;
- $R_{M_t} - RF_t$: é o prêmio ao risco de mercado.
- *E*: representa o erro residual ou a diferença entre o retorno do portfólio (R_p) no período t e a soma dos componentes explicativos da equação

O estudo de Fama e French (1992) revelou que as duas variáveis, tamanho e B/M, parecem explicar os retornos médios das ações. Os resultados indicam uma relação sólida entre o fator B/M e os retornos médios entre 1963-1990. Além disso, empresas com alta razão B/M tendem a ter retornos baixos sobre ativos, enquanto empresas menores apresentam períodos prolongados de baixos retornos, diferentemente das grandes empresas.

2.3.2 O Modelo de Cinco Fatores de Fama e French

Posteriormente, Fama e French (2015) ampliaram seu modelo ao incluir mais dois fatores, resultando no Modelo de Cinco Fatores. Embora os fatores propostos no modelo original sejam coerentes com o modelo de dividendos descontados, os autores observam que, algebricamente, é possível identificar outros fatores ainda não explorados relacionados aos retornos esperados. Estes fatores adicionais, conhecido como fatores de qualidade, incluem taxas de receita previstas e valor contábil da empresa. Os pesquisadores ressaltam que aumentos nas receitas esperadas (lucro) e no valor contábil da empresa (investimento) implicam em maiores retornos esperados. Contudo, as dificuldades empíricas para utilizar essas variáveis residiam na falta de *proxies* confiáveis para esses fatores até então.

Os fatores adicionais são:

- **RMW (*robust minus weak*)**

Nesse fator, observa-se que ações provenientes de empresas com uma rentabilidade mais substancial tendem a apresentar retornos médios mais elevados quando comparadas às ações de empresas com rentabilidade inferior. Essa associação entre rentabilidade e retornos

médios constitui um elemento de considerável relevância no âmbito da análise de investimentos, destacando a importância da solidez financeira das empresas como um fator determinante significativo no desempenho de seus ativos no mercado financeiro.

- **CMA (*conservative minus aggressive*)**

Nesse fator, observa-se que ações emitidas por empresas que registram um crescimento de ativos moderado tendem a exibir retornos médios superiores quando comparadas às ações de empresas que demonstram um crescimento de ativos mais acentuado.

Sendo assim, o modelo de cinco fatores é dado pela fórmula:

$$Rp_t = RF_t + \beta_M (R_{M_t} - RF_t) + b_{SMB} \cdot SMB + b_{HML} \cdot HML + b_{RMW} \cdot RMW + b_{CMA} \cdot CMA + E \quad (3)$$

Sendo que:

- Rp_t : é o retorno do portfólio no período t;
- RF_t : é o retorno livre de risco no período t;
- R_{M_t} : é o retorno do mercado no período t;
- *SMB*: Diferença entre o retorno de portfólios diversificados de ações de firmas de pequeno porte e firmas de grande porte;
- *HML*: é a diferença entre o retorno de portfólios diversificados de ações de alta razão na B/M e baixa razão na relação B/M;
- *RMW*: é a diferença entre o retorno de portfólios diversificados de ações com robusta lucratividade e com baixa lucratividade;
- *CMA*: é a diferença entre o retorno de portfólios que adotam estratégias conservadoras e aqueles que adotam estratégias agressivas;
- *a.b.s.h* – coeficientes de regressão que representa a exposição do portfólio ou ativo aos fatores associados;
- $R_{M_t} - RF_t$: é o prêmio ao risco de mercado.

De acordo com os autores, os resultados mostraram que o modelo de cinco fatores apresentou melhor desempenho na descrição dos retornos das ações em comparação ao modelo de três fatores. O novo modelo conseguiu capturar variações nos retornos das ações,

relacionadas aos fatores de investimento e lucratividade, que o modelo de três fatores não abordava adequadamente (FAMA; FRENCH, 2015).

2.4. Factor Investing

Factor Investing é um conceito que fundamenta a estratégia de investimento baseada na identificação e exploração de fatores de risco e retorno, que explicam o desempenho de uma carteira de investimentos. A ideia central é construir uma carteira de ativos com exposição a fatores específicos, buscando superar o desempenho médio do mercado. Esse conceito foi desenvolvido a partir de modelos de precificação de ativos, como o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) de Sharpe (1964) e o modelo de três fatores de Fama e French (1992).

Os fatores de risco e retorno geralmente estão associados a características específicas dos ativos, e são essas características que podem ajudar a explicar seu desempenho. Fama e French (1992) identificaram três fatores principais - mercado, tamanho e valor - que podem explicar a maior parte do retorno esperado de uma carteira de ações.

Anteriormente, Banz (1981), já havia explorado a dinâmica entre o tamanho da empresa e os retornos ajustados ao risco, revelando que empresas menores tendiam a apresentar retornos superiores em comparação às empresas maiores. Esse “efeito tamanho” persistia há pelo menos quatro décadas anteriores ao estudo, desafiando as especificações do CAPM e destacando uma relação não linear entre o valor de mercado e os retornos. O impacto mais pronunciado desse fenômeno ocorre nas empresas de menor porte, enquanto as empresas de tamanho médio e grande mostram pouca variação nos retornos.

Em um estudo posterior, Basu (1982) aprofunda essa análise, examinando como os lucros, o tamanho da empresa e os retornos sobre as ações ordinárias interagem entre si nas empresas listadas na bolsa de Nova Iorque. Ele confirma que as empresas com altos índices de E/P (*Earnings/Price*) tendem a oferecer retornos ajustados ao risco mais elevados, mesmo quando controladas as diferenças das empresas. Curiosamente, enquanto as empresas menores inicialmente parecem oferecer retornos expressivamente mais altos, essa vantagem de tamanho se atenua quando se ajusta para diferenças de risco e índices de E/P. Esses resultados indicam que o efeito E/P não é completamente independente do tamanho da empresa e que a interação entre essas variáveis e os retornos esperados é mais intrincada do que os estudos anteriores haviam documentado, integrando-se perfeitamente ao quadro multifatorial proposto por Fama e French.

Mais tarde, Jegadeesh e Titman (1993) documentaram um novo fator - o momento – que também desempenha um papel importante na explicação dos retornos de ativos. Além disso, Carhart (1997) também contribuiu para a literatura ao evidenciar em sua pesquisa a relevância do fator *momentum*. Outros fatores também foram identificados, como a qualidade, a volatilidade e o *carry* (ANG, 2014).

Avançando no estudo dos fatores de risco e retorno, Fama e French (2015) evoluíram seu modelo inicial, introduzindo dois fatores adicionais, conhecido como “fatores de qualidade”: rentabilidade e estratégia de investimento. O objetivo desta ampliação era contemplar as dinâmicas que não eram completamente explicadas pelo modelo anterior de três fatores. Assim, ao incorporar a rentabilidade (relação entre lucros e valor contábil) e a estratégia de investimento (relação entre crescimento dos ativos e valor contábil), este modelo de cinco fatores oferece uma compreensão mais abrangente dos determinantes dos retornos das ações, permitindo uma melhor captura de prêmios de risco de forma sistemática.

A estratégia de *factor investing* tem sido amplamente estudada e aplicada em diversos contextos de investimento, desde a construção de carteiras de ações até a alocação em múltiplas classes de ativos. Os investidores podem aproveitar as estratégias de diversas formas, como por meio de fundos mútuos, ETFs ou estratégias de gestão ativa (ASNESS, 2015).

Em resumo, o conceito apresentado é uma abordagem baseada na identificação e exploração de fatores de risco e retorno para melhorar o desempenho da carteira. Entre os principais modelos e autores que contribuíram para o desenvolvimento desse conceito, destacam-se o CAPM de Sharpe (1964), o modelo de três fatores de Fama e French (1992), os artigos de Banz (1981), Basu (1982), Jegadeesh e Titman (1993), Carhart (1997) e as pesquisas de Ang (2014) e Fama e French (2015).

2.4.1. Baixa Volatilidade

A estratégia de baixo risco é baseada na escolha de ações levando em consideração seus níveis de volatilidade e risco. A estratégia se propõe em identificar e investir em ações que apresentam baixo beta, baixa volatilidade e baixo desvio padrão. Geralmente, ao adotar a estratégia, o investidor tem um maior retorno e menos volatilidade comparado à investimentos com maior risco/retorno e em relação as estratégias gerais do mercado no longo prazo (ZAKER, 2019).

Em seu paper “*On the Evidence Supporting The Existence of Risk Premiums in The Capital Market*”, Haugen e Heins (1972), buscaram descrever a relação entre os preços das

ações e seus atributos de risco, e como resultado, identificaram deficiências conceituais em estudos empíricos anteriores que sustentavam a ideia de prêmios de risco e o *trade-off* entre risco e retorno. Para contornar essas deficiências, os autores propuseram um método de medição alternativo. Os resultados de sua pesquisa desafiaram a hipótese tradicional de que o risco gera recompensas especiais. Pelo contrário, observaram que, a longo prazo, carteiras de ações com menor volatilidade de retornos mensais tendem a apresentar retornos médios superiores.

Assim como retratado no estudo de Haugen e Heins, a anomalia de retorno associada à utilização de investimentos de baixo risco desafia a teoria da Hipótese dos Mercados Eficientes (HME). Conforme citado anteriormente, na seção 2.1, a teoria pressupõe que os preços dos ativos já refletem todas as informações disponíveis no mercado, impossibilitando a obtenção de retornos consistentemente acima da média por meio da seleção de ativos (FAMA, 1991). Portanto, sob a ótica da HME, não se esperaria que o *trade-off* entre risco e retorno fosse desrespeitado. Qualquer ponto na relação risco-retorno, em uma alocação eficiente, deveria estar alinhado com a reta de eficiência de mercado. No entanto, os resultados empíricos indicam que os investidores que optam por minimizar o risco ainda hoje podem se beneficiar de uma anomalia que resulta em retornos ponderados pelo risco mais favoráveis.

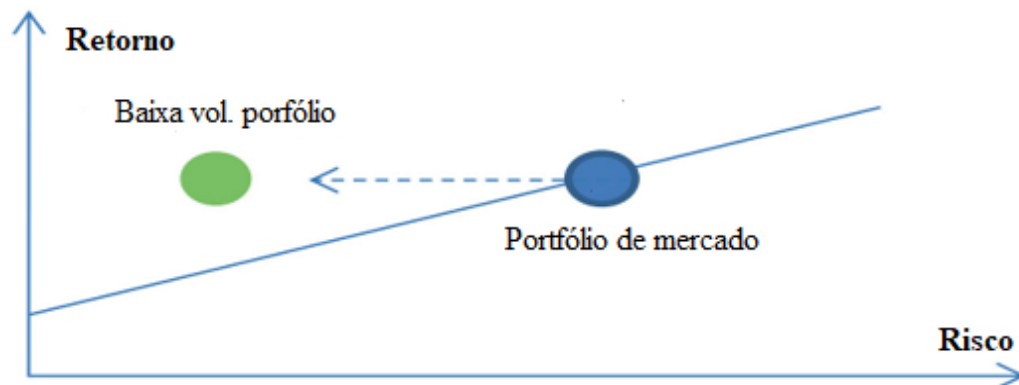
A persistência da anomalia pode ser explicada por vieses comportamentais que afetam a tomada de decisões dos investidores. Dentre esses vieses, destacam-se a aversão a perdas, que leva os investidores a evitar riscos excessivos mesmo quando as recompensas potenciais são atrativas (KAHNEMAN; TVERSKY, 1979). Há também o viés de excesso confiança, no qual os investidores tendem a superestimar sua habilidade em avaliar e prever o comportamento do mercado (GRIFFIN; TVERSKY, 1992). Além disso, a busca por retornos extraordinários também desempenha papéis significativos na persistência da anomalia de baixa volatilidade. Com frequência, investidores são atraídos por ações que apresentam características de loteria, oferecendo um potencial de ganhos excepcionais, ainda que isso implique em riscos substanciais (ZAHER, 2019).

O princípio básico da estratégia de baixo risco é identificar as ações menos sensíveis às flutuações do mercado e que possam fornecer um retorno constante ao longo do tempo. Para isso, é envolvida o uso de análise quantitativa para selecionar as ações com base em vários indicadores financeiros, tais como beta, volatilidade, desvio padrão e variância.

Em se tratando do principal benefício do *Equity Factor Investing*: Baixo Risco é a capacidade de performar de forma consistente com menor risco e menor volatilidade comparado ao restante do mercado. Visto isso, a estratégia é vista como atraente para investidores que procuram preservar o capital ao mesmo tempo em que geram retornos constantes. No entanto,

é importante observar que essa estratégia pode apresentar desempenho inferior durante mercados de alta, quando investimentos de alto risco e alto retorno apresentam melhor desempenho.

Figura 1- A relação risco-retorno e o mercado.

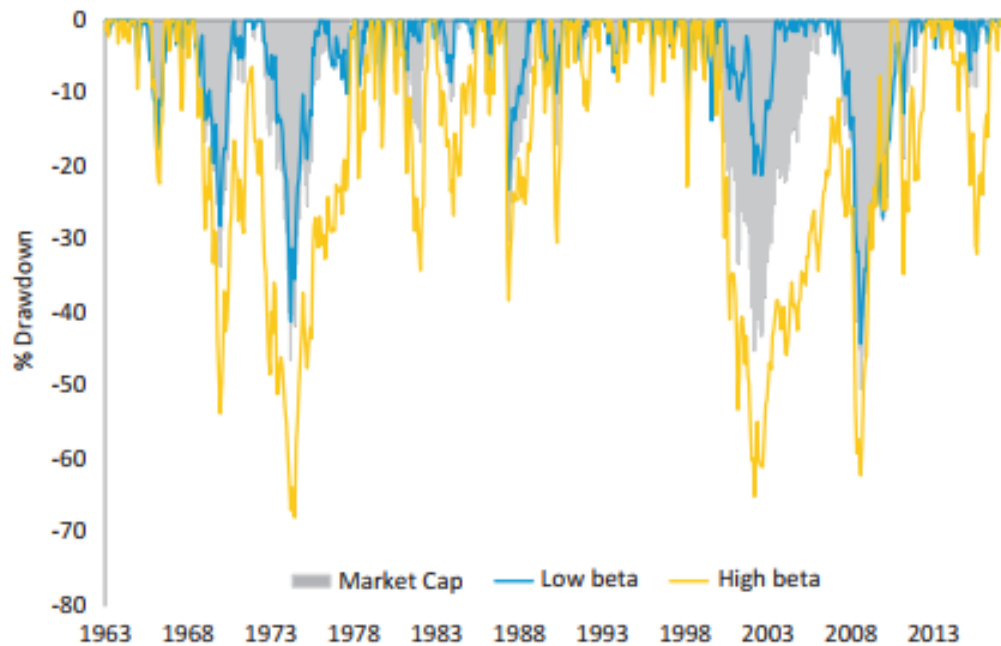


Fonte: Fadi Zaher, 2019. Nota: o índice de capitalização é tipicamente a representação da ampla carteira de mercado. A taxa livre de risco é geralmente um ativo do tesouro nacional.

Regularmente, investidores ignoram ou não gostam de baixa volatilidade pois sentem-se limitados ao ganho, visto que as ações não apresentam retornos expressivos em períodos de volatilidade, em que o retorno de ações com maiores betas é mais alto (perda também).

Na figura, nota-se como se espera que a baixa volatilidade altere o espectro risco-retorno de um índice de capitalização de mercado tradicional.

Figura 2- O *drawdown* do fator de alto e baixo risco em relação ao mercado



Fonte: Fadi Zaher, 2019. O drawdown dos fatores de risco baixo e alto versus o mercado geral. Cálculo do autor, banco de dados Kenneth French, jul.1963–dez. 2017 para os EUA.

Nessa outra figura, é exposto o *drawdown* dos fatores de baixo e alto risco comparado ao mercado amplo. A queda máxima para o fator de baixa volatilidade é menor do que a do mercado amplo. Historicamente, as ações de alto beta apresentaram maior queda em comparação com as ações de baixo beta e o índice de capitalização de mercado.

Tabela 1 - Abordagens comuns para o fator de baixo risco

Abordagens de construção de portfólio	Medidas de Risco	Ponderação
Baixa Volatilidade	Desvio padrão dos retornos	<ul style="list-style-type: none"> • Valor de mercado ponderado;
Baixo Beta	Beta dos retornos das ações comparados à um benchmark	<ul style="list-style-type: none"> • O inverso do risco; • Inclinação ou classificação de títulos por baixo risco
Mínima variância	Desvio padrão e correlação entre ações	Minimização dos objetivos e metas de investimento sujeitos à volatilidade

Semi-variancia	Desvio padrão dos retornos das ações com retornos negativos	<ul style="list-style-type: none"> • Ponderações de ações semelhantes para baixa volatilidade e beta; • Minimização dos objetivos e metas de investimento sujeitos à volatilidade
-----------------------	---	---

Fonte: Fadi Zaher, 2019.

A primeira abordagem é a mais direta, pois classifica os títulos com base em seu desvio padrão de retornos históricos. Esta abordagem não leva em conta as correlações entre as ações no processo de seleção. A segunda abordagem é uma versão parecida com a primeira, mas mede a sensibilidade de cada título diretamente ao mercado geral (índice de capitalização de mercado), também referido como beta. A terceira abordagem é mais sofisticada e envolve técnicas de otimização que visam minimizar a volatilidade total da carteira, levando em consideração as correlações entre os títulos. A quarta abordagem é conhecida como volatilidade negativa. Ao contrário da abordagem de volatilidade padrão, que usa retornos positivos e negativos, a volatilidade negativa considera apenas retornos negativos. Esta abordagem visa reduzir o risco negativo sem limitar o potencial de alta a longo prazo (ZAHER, 2019).

As duas primeiras abordagens para o fator de baixo risco são o desvio padrão e a ponderação das ações através do beta e são as abordagens mais comuns devido sua simplicidade e transparência. A primeira, baseada na ponderação da volatilidade, cria o fator para selecionar ações com a menor volatilidade diretamente, sem a necessidade de assumir premissas ou utilizar modelos adicionais. Com a simplicidade, surgem algumas limitações. Em primeiro lugar, a estratégia não leva em consideração a correlação entre as ações ou uma medida direta de risco para o mercado em geral (beta). Isso é importante, já que uma alta correlação entre os ativos pode criar carteiras que são sistematicamente sensíveis ao mercado em geral, o que é um resultado indesejado. A segunda abordagem é uma alternativa ao desvio padrão simples e envolve a ponderação usando o beta de mercado do ativo, que leva implicitamente em consideração a correlação das ações individuais com o mercado em geral.

Em geral, essas abordagens dependem da volatilidade do retorno total histórico como entrada em uma janela de tempo típica de 1 a 5 anos de dados diários ou semanais. A ideia é que se a volatilidade passada for um bom indicador da volatilidade futura, então as técnicas de baixa volatilidade funcionarão muito bem. No entanto, existe uma distinção entre diferentes

abordagens de construção de portfólio, especialmente sobre como a volatilidade histórica ou esperada é usada na ponderação dos títulos (ZAHER, 2019).

3. Revisão Aplicada

O artigo "*The Cross-Section of Volatility and Expected Returns*," publicado em 2006 no *Journal of Finance*, investiga a relação entre a volatilidade e os retornos esperados no mercado financeiro. Contrariando a ideia convencional de que ativos mais arriscados devem oferecer retornos mais altos, os autores identificaram uma anomalia chamada de "anomalia de baixa volatilidade." Isso significa que, na prática, ações com volatilidade mais baixa tendem a proporcionar retornos esperados superiores em comparação com ações mais voláteis (ANG *et al.*, 2006). Esse achado tem implicações importantes para investidores, sugerindo que estratégias de seleção de ações baseadas na volatilidade podem ser rentáveis. Os autores também exploram possíveis razões para essa anomalia, incluindo a aversão ao risco dos investidores, custos de transação e restrições de investimento.

No artigo intitulado "*The volatility effect: lower risk without lower return*", os autores Blitz e van Vliet (2007) trazem à tona evidências empíricas que sinalizam ações de baixa volatilidade rendendo altos retornos ajustados ao risco. Eles identificaram que, no período de 1986 a 2006, a diferença anual do alfa de portfólios globais de decil de baixa e alta volatilidade chegava a 12%. O efeito da volatilidade também foi observado nos mercados isolados dos EUA, Europa e Japão. Blitz e van Vliet (2007) argumentam que este efeito não pode ser justificado por outros efeitos conhecidos como valor e tamanho. Segundo os autores, investidores em ações tendem a pagar a mais por ações arriscadas, e possíveis razões para isso incluem restrições de alavancagem, processos de investimento ineficientes e vieses comportamentais dos investidores. Como proposta, defendem que, para aproveitar o efeito da volatilidade na prática, os investidores devem incluir ações de baixo risco como uma classe de ativos separada durante a fase de alocação estratégica de seus investimentos.

Luciano França, em sua tese de mestrado "Avaliação de ativos de baixa volatilidade no mercado brasileiro: menor risco com maiores retornos" se concentra na avaliação do comportamento das carteiras formadas por ativos do mercado de ações do Brasil, organizados com base em sua volatilidade com o objetivo de investigar a anomalia de baixa volatilidade. No período entre janeiro de 2003 e junho de 2017 foi observado que o portfólio de baixa

volatilidade apresentou um retorno anual superior a 15,5% em comparação ao portfólio de maior volatilidade. Essa diferença de retorno exibiu relevância estatística tanto na geração de alfa como na melhoria do Índice de Sharpe quando contrastada com o conjunto de ativos do mercado (FRANÇA, 2017).

Em um artigo subsequente intitulado "Avaliação de Ativos de Baixa Volatilidade", França, em colaboração com Teles e Filho (2022), empregou dados de ações do mercado acionário brasileiro que foram ordenados por sua volatilidade no período compreendido entre janeiro de 2003 e dezembro de 2021, com o objetivo de investigar a anomalia de baixa volatilidade. Neste estudo, foi identificada uma relação inversa entre o retorno e o risco dos ativos. Embora os resultados obtidos no mercado local se assemelhem aos encontrados em pesquisas conduzidas em diversos países ao redor do mundo, eles se apresentam em menor escala, especialmente quando comparados ao estudo conduzido por Blitz e Van Vliet (2007).

No decorrer da pesquisa, as carteiras que resultaram da classificação das ações com base em sua volatilidade demonstraram uma relação inversa em relação às expectativas do modelo CAPM. As ações de menor volatilidade, representando 30% do total, apresentaram um desempenho superior, medido em termos de retorno absoluto e Índice de Sharpe, em comparação com o conjunto total de ações e a carteira formada pelos ativos de maior volatilidade. Esses resultados corroboram não apenas com as descobertas apresentadas por Blitz e Van Vliet (2007) em sua pesquisa que abrangeu países da América do Norte, Europa e Ásia, mas também com os resultados de Ang *et al.* (2006), que revelaram alfas negativos em ações norte-americanas com alta volatilidade idiossincrática, ao analisarem um histórico de volatilidade de 1 ano.

4. Metodologia

4.1 Dados

Para a elaboração do modelo empregado no presente estudo, foram utilizadas as informações provenientes do mercado de ações brasileiro no período compreendido entre 2000 e 2020. A obtenção desses dados foi realizada por meio da plataforma Economática.

Com o objetivo de garantir a robustez dos resultados obtidos, os preços dos ativos foram corrigidos em relação a eventos como desdobramentos, agrupamentos, pagamentos de dividendos e juros sobre capital próprio. Essa correção se mostrou indispensável dada a

abrangência temporal do estudo, uma vez que a omissão dessa etapa poderia introduzir distorções significativas nos resultados analisados.

É relevante destacar que, na composição da amostra, foram incluídas todas as ações que tiveram registro ativo, bem como aquelas que foram canceladas durante o período analisado. Esse critério foi adotado com o intuito de prevenir qualquer tipo de viés de sobrevivência que pudesse comprometer a integridade e representatividade da análise.

O tratamento dos dados e a implementação da estratégia foram conduzidos usando o software R. Foi criado um *script* em linguagem R que incorporou o uso de diversos pacotes externos, incluindo *corrplot*, *tidyr*, *dplyr*, *qcc*, *RcppRoll*, *tidyquant* e *xlsx*. O objetivo principal era realizar a manipulação e o tratamento dos dados, resultando em uma base organizada e de fácil utilização.

4.2 Método

A elaboração deste trabalho tem como objetivo proporcionar uma compreensão abrangente do fator de baixa volatilidade. A metodologia de pesquisa adotada se baseia principalmente na utilização de dados históricos e análises quantitativas para avaliar o desempenho do fator de baixa volatilidade em comparação a uma estratégia de capitalização de mercado ao longo do tempo. Ademais, será investigada a evolução das carteiras desse fator, especialmente em resposta a eventos significativos, como a crise financeira de 2008, o *impeachment* da presidente Dilma (2016) e a pandemia do Coronavírus em 2020.

A abordagem para construção da metodologia das carteiras de baixa volatilidade foi inspirada no livro *Index Fund Management: A practical Guide to Smart Beta, Factor Investing and Risk Premia*”, de Fadi Zaher (2019).

Conforme indicado pelo autor do livro a escolha de período de formação das carteiras de baixa volatilidade desempenha um papel central na robustez e eficácia desta estratégia. Ele também enfatizou que o intervalo temporal adequado se dá na faixa de 1 a 5 anos de dados de retornos diários ou semanais.

É importante ressaltar que, ao revisar a literatura acadêmica, identificamos que muitos estudos correlatos, como o de Ang *et al.* (2006), Blitz e Van Vliet (2007) e os de França (2017; 2022) adotaram intervalos de tempo alinhados com essa recomendação reforçando sua relevância e validade. Portanto, considerando o escopo e os objetivos específicos desse trabalho, optamos por adotar um período de formação de 12 meses.

O período de formação refere-se ao intervalo de tempo em que analisamos os dados históricos das ações para formar a base de nossa estratégia. Após a definição desse período, adotamos um critério de seleção baseado na volatilidade para determinar as ações que serão incluídas nas carteiras. As ações com menor volatilidade no ano anterior serão as eleitas para compra no ano seguinte e assim sucessivamente, durante os 20 anos de análise. Em outras palavras, nossa estratégia parte da suposição de que se as ações demonstraram baixa volatilidade em um período anterior, a maior parte delas permanecerá sendo as de menor volatilidade no ano seguinte.

Para ilustrar melhor o processo, consideremos o exemplo da volatilidade das ações no ano de 2000. Avaliamos e as submetemos a um filtro e critérios de seleção para a carteiras, incluindo somente as que atendem aos parâmetros estabelecidos. Posteriormente, essas ações são negociadas no ano de 2001. O mesmo procedimento é replicado para ações de 2001 no ano de 2002, e assim por diante, seguindo um ciclo de rebalanceamento anual das carteiras.

Para a nossa estratégia, optaremos por uma abordagem de ponderação de carteira que consiste em manter um portfólio igualmente balanceado ao decorrer do ano. Isso implica que todas ações terão a mesma proporção e serão reequilibradas diariamente.

Uma vez determinado o método de ponderação das carteiras, prosseguiremos com duas subdivisões: a estratégia de baixa volatilidade e a estratégia neutra. Esta última será formada por ações listadas na bolsa de valores brasileira no ano em análise, desde que passem pelos critérios de liquidez e será usada como ponto de referência para avaliar o desempenho global do mercado. Visto isso, neste trabalho replicaremos a estratégia no mercado acionário brasileiro e investigaremos a persistência da anomalia de baixa volatilidade ao longo do tempo.

4.3 Critério para formação das carteiras

Para a formação das carteiras de ativos, foram consideradas várias variáveis da seguinte maneira:

- **Data:** Registra a data no formato Dia/Mês/Ano.
- **Preço:** Refere-se ao preço de fechamento diário dos ativos.
- **Ano:** Indica o ano correspondente ao período de análise.
- **Pregões:** Representa o número de dias em que uma ação participou das negociações da bolsa.

- **Participação Percentual em Pregões:** Essa métrica reflete a porcentagem de envolvimento de uma ação nas sessões de negociação ao longo do ano. Sua relevância advém das flutuações no número de dias em que a bolsa de valores está aberta para transações a cada ano. Para manter um critério de liquidez, apenas ações com participação superior a 90% nos pregões ao longo do ano foram consideradas.
- **Retorno Diário:** representa o desempenho diário de uma ação, podendo ser positivo ou negativo. Neste contexto, é ajustado os dias em que não há um retorno numérico, replicando o retorno do dia anterior para o preço não variar, ficando assim um dia de retorno igual a zero. É dado pela fórmula:

$$r_t = \Delta P / P_{t-1} \quad (4)$$

- **Retorno anual:** Se dá pelo retorno acumulado diariamente durante o ano:

$$r_{anual} = \prod_{i=0}^{N-1} (1 + r_{t-i}) \quad (5)$$

- **Risco Anualizado:** Na teoria de carteiras em finanças, o risco é quantificado por meio do desvio padrão do retorno, que avalia o nível de dispersão dos retornos em relação à média. Ao multiplicar o desvio padrão pelo valor da raiz quadrada do número de sessões de negociação em um ano, obtém-se uma medida anualizada desse risco.

$$Risco = s d(Rt) \cdot \sqrt{pregões} \quad (6)$$

- **Decil de Retorno Anual Acumulado:** Esse indicador divide o retorno anual acumulado em dez partes iguais na amostra. Dependendo do decil em que a variável se encontra, ele indica em qual posição a ação se situa na amostra. Nos decis iniciais, as ações podem apresentar retornos anuais acumulados mais negativos (ou menos positivos), enquanto nos decis finais, as ações têm retornos anuais acumulados menos negativos (ou mais positivos).
- **Decil de Risco Anualizado:** O Decil de Risco segue um princípio semelhante, classificando as ações em termos de risco. As ações nos decis mais baixos têm um risco reduzido, enquanto aquelas nos decis mais altos, como 8, 9 e 10, são consideradas de alto risco, ou seja, apresentam maior volatilidade histórica.
- **Negócios:** Este dado computa o número de transações realizadas durante o ano para uma ação específica, abrangendo tanto as compras quanto as vendas.

- **Negócios Percentual:** É a proporção do número total de dias em que ocorreram negociações em relação ao total de dias em que a bolsa de valores esteve aberta para negociações na B³. Ter uma boa liquidez implica em um volume de negociações razoável e, igualmente, um volume financeiro significativo. Portanto, foi estabelecido um filtro de negócios percentual para selecionar apenas ações na amostra que tiveram uma taxa de negociação superior a 90% durante o ano.
- **Financeiro:** Calcula o valor em moeda corrente que determinado ativo alcançou em termos de negociações em um dia de pregão.
- **Financeiro percentual:** Porcentagem de dias no ano que houve informações financeiras.
- **Média Financeira Anual:** Trata-se de uma média calculada a partir de todos os ativos listados na bolsa de valores do Brasil, uma vez que o volume financeiro da bolsa funciona como um indicador que representa um nível substancial de atividade financeira no mercado brasileiro. Isso é fundamental para estabelecer um filtro de liquidez com base nesse critério. Esse filtro tem como objetivo selecionar exclusivamente as ações dentro de nosso conjunto total de ativos que apresentem um volume financeiro superior a 10% da média anual do volume financeiro da bolsa de valores. Essa abordagem ajuda a assegurar que apenas as ações com um nível mínimo de liquidez sejam consideradas para análise e investimento.

4.4 Estratégias de Portfólio Balanceado

Após a definição das variáveis e a aplicação de critérios de seleção com base na liquidez, procedemos à segmentação da amostra em conjuntos, correspondendo a cada um dos anos simulados. Isso resultou na criação de 21 listas de dados anuais. Essas listas, por sua vez, foram usadas para desenvolver estratégias de portfólio, incluindo estratégias neutras e de baixa volatilidade.

4.4.1 Estratégia Neutra

Em se tratando da estratégia neutra, o objetivo central consiste em investir 100% do capital disponível nas ações consideradas elegíveis em cada ano de análise. Essa abordagem tem a finalidade de servir como um indicador do desempenho do mercado brasileiro, sendo

referência para avaliar se estratégia de baixa volatilidade apresenta um desempenho superior em cada ano.

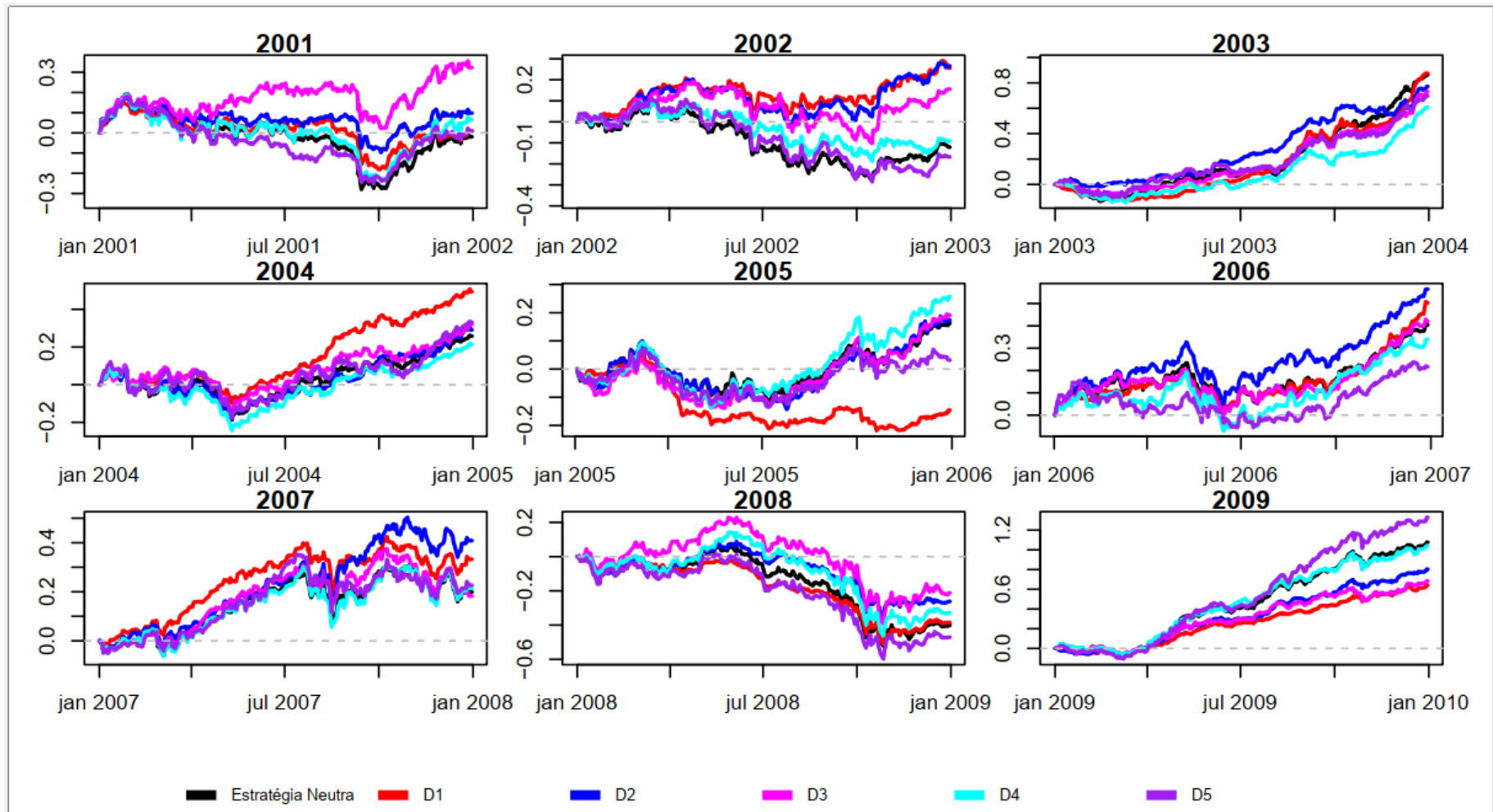
Vale destacar que optamos por não utilizar o índice Ibovespa devido à sua alta concentração, o que o torna inadequado para representar fielmente o retorno médio do mercado brasileiro. Deste modo, para esta estratégia, as ações são ponderadas de igual maneira buscando reproduzir o retorno médio geral de forma mais eficaz. Então, todas ações terão a mesma proporção dentro da carteira e serão reequilibradas diariamente.

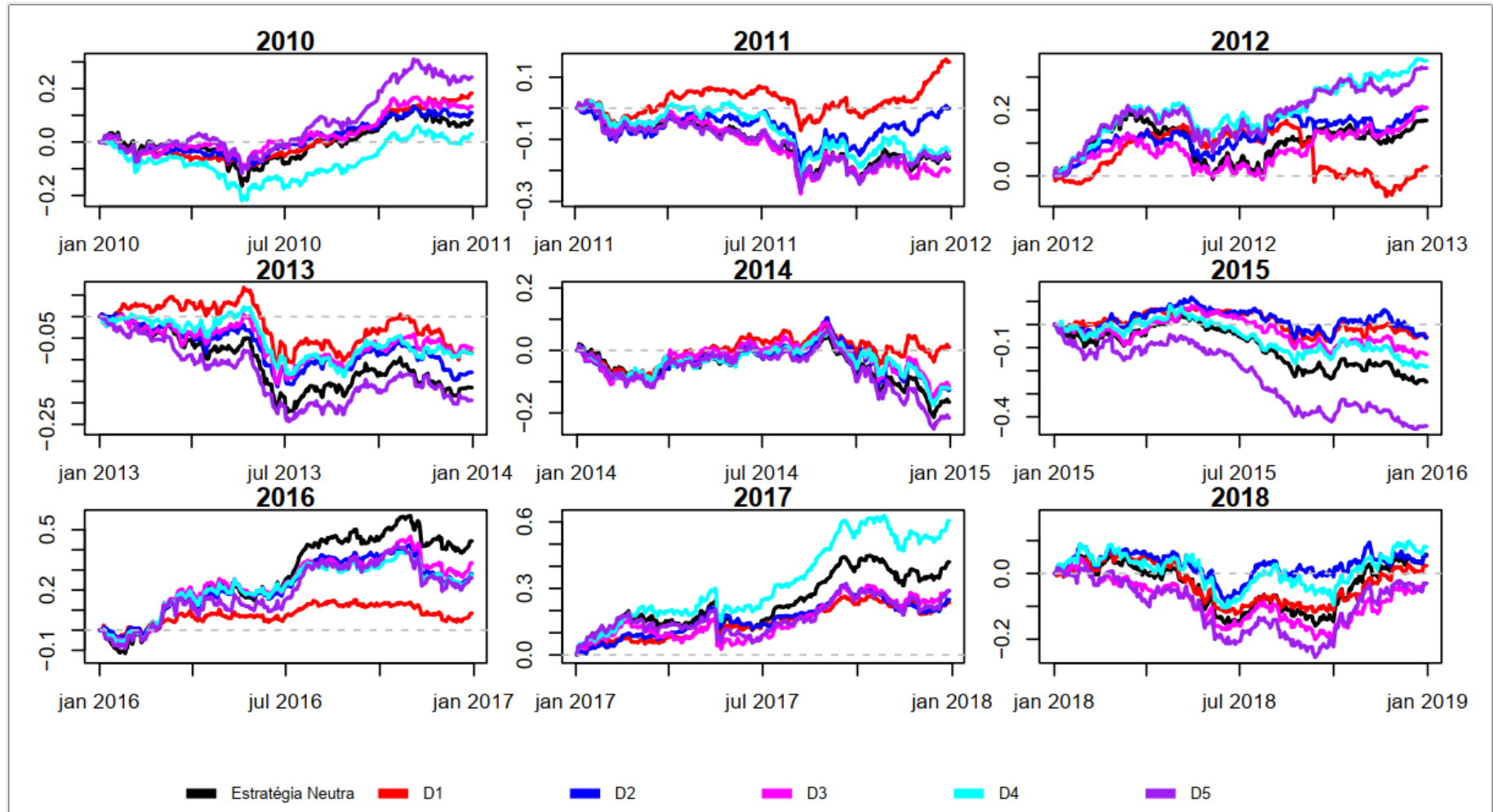
4.5 Estratégia de Baixa Volatilidade

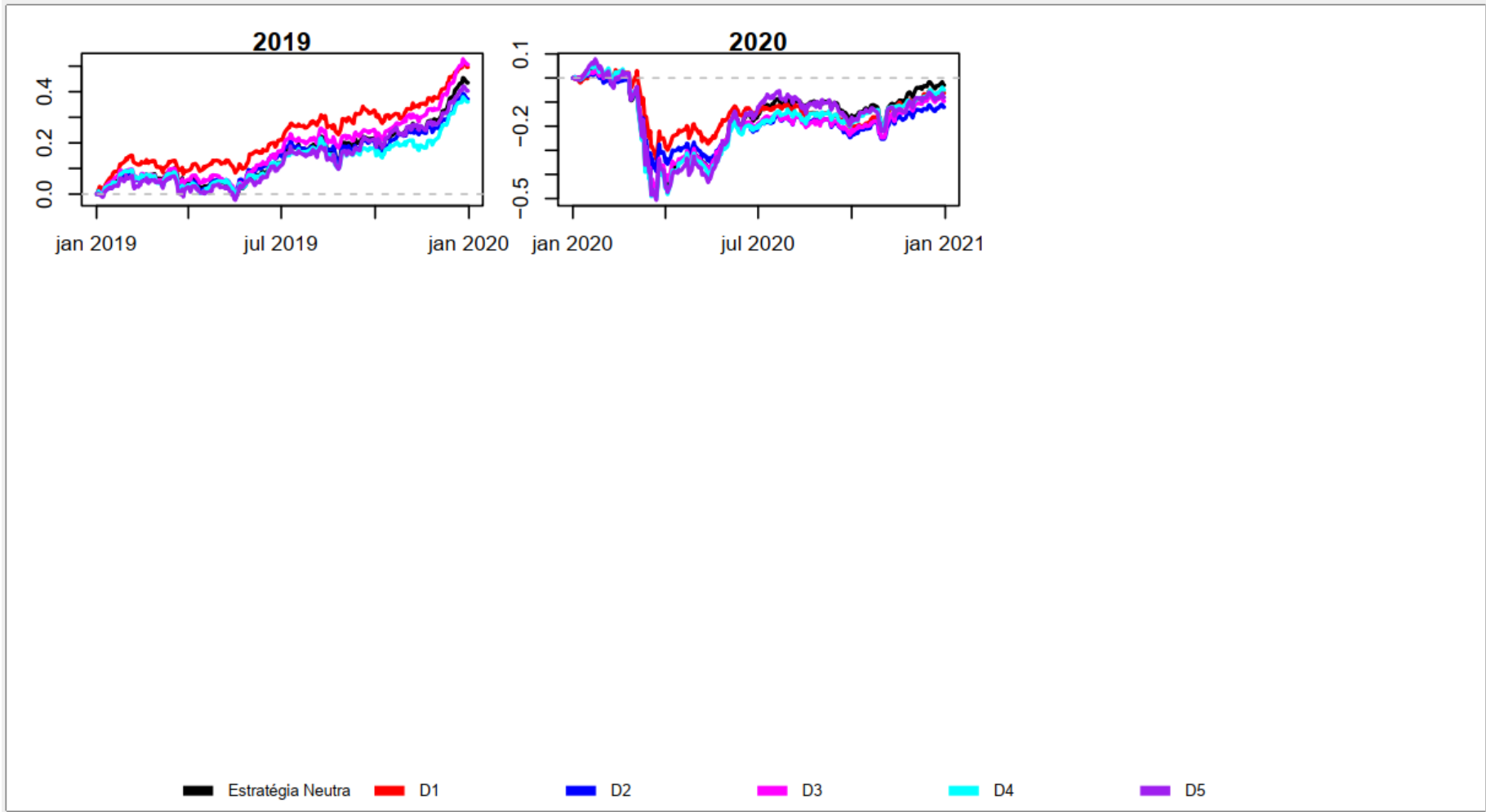
Para as carteiras de baixa volatilidade, foram criados cinco portfólios, correspondido por cinco percentis, cada um com cerca de 10 a 20 ativos, utilizando um processo de classificação com base na volatilidade dos ativos. O ranqueamento foi realizado de forma ascendente, de modo que os ativos com menor volatilidade foram incluídos nos primeiros portfólios, enquanto os ativos mais voláteis foram alocados nos portfólios subsequentes. Esses portfólios foram organizados e numerados de 1 a 5, com o primeiro portfólio denominado D1 e o último portfólio chamado D5. Portanto, visto que as ações nos quintis mais baixos têm um risco reduzido, enquanto aquelas nos percentis mais altos, como 4 e 5 são consideradas de alto risco, ou seja, apresentam maior volatilidade histórica.

5. Análise do Resultados

Figura 3- Carteiras Neutras e Baixa Volatilidade

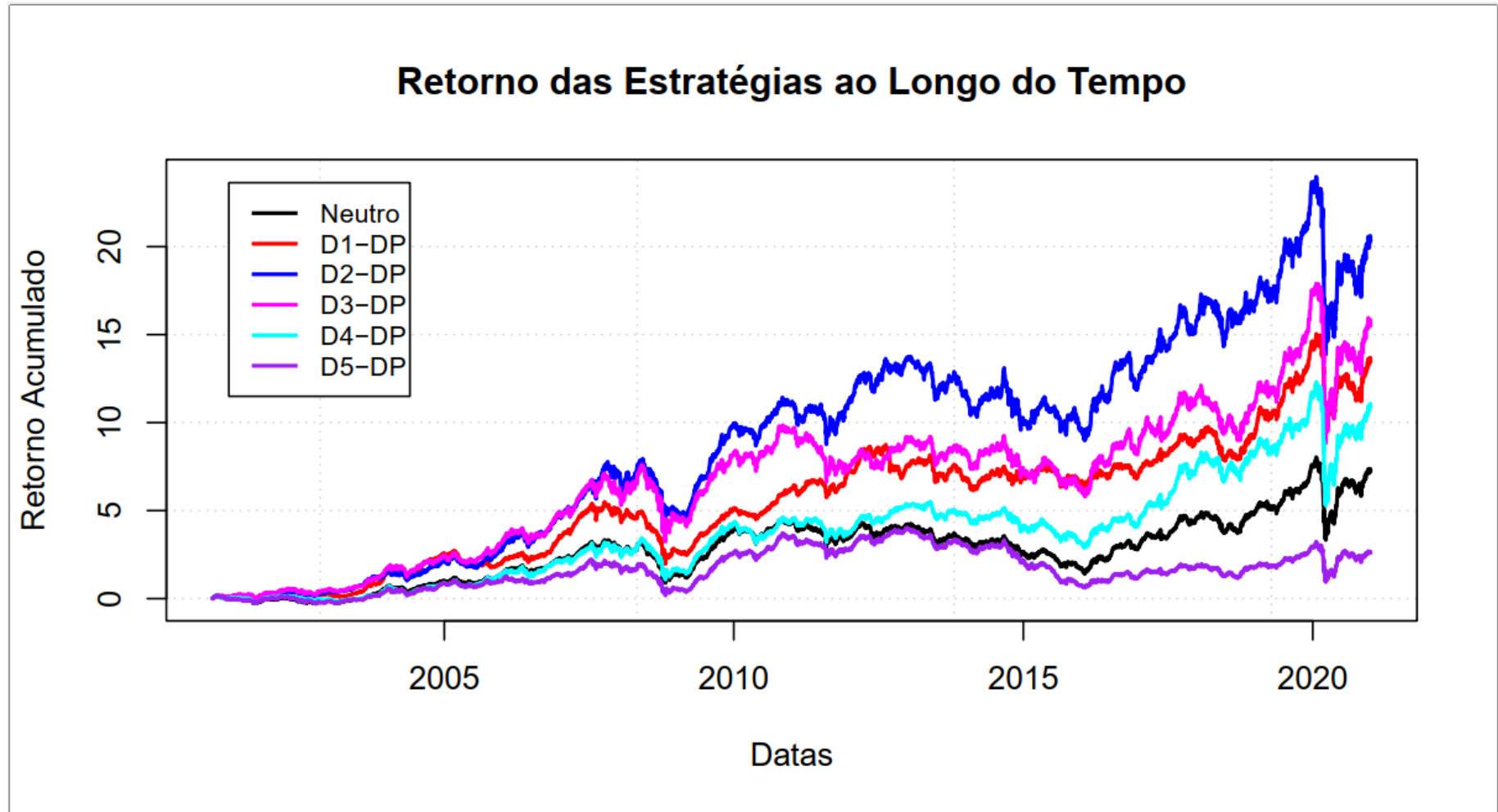






Fonte: Elaboração própria do autor.

Figura 4- Retorno Acumulado das Carteiras (2001 – 2020)



Fonte: Elaboração própria do autor.

Ao longo das três partes da figura 3, encontram-se os resultados anuais das carteiras propostas neste estudo. O destaque recai sobre os portfólios de baixa volatilidade, D1 e D2, que superaram a estratégia neutra em 12 dos 21 anos avaliados, ou 57% do período analisado.

O *factor investing* centra-se na ideia de que certos fatores, como a baixa volatilidade, podem explicar e potencialmente prever retornos dos ativos. Neste contexto, nossas carteiras D1 e D2 – representativo para portfólios de baixa volatilidade – corroboram essa perspectiva ao exibir performances consistentes.

É importante ressaltar que na formação das carteiras de baixa volatilidade, o único filtro utilizado foi o ranqueamento com base na volatilidade individual dos ativos, sem levar em conta o efeito da covariância entre o retorno dos ativos.

Dessa forma, a metodologia de seleção de ativos proposta é bastante simples, uma vez que adiciona um ativo ao portfólio se ele pertencer ao percentil inferior da amostra. Ocorre que ao utilizarmos uma divisão simples como essa, estamos desconsiderando o efeito da minimização de risco através da covariância média entre os ativos, uma vez que a variância de um portfólio igualmente balanceado, composto por N ativos, pode ser descrito por (BURTON; SHAH, 2013):

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{N}\right)^2 \cdot \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{1 \leq i < j \leq N} \left(\frac{1}{N}\right)^2 \cdot \sigma_{i,j}^2 \quad (1)$$

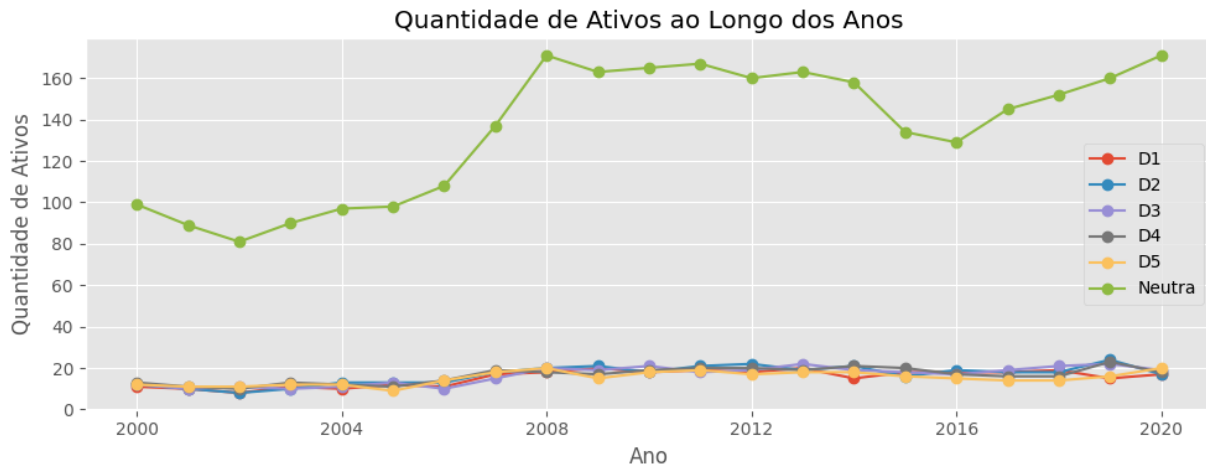
Onde σ_p^2 é a variância do retorno do portfólio, $1/N$ é o share do ativo no portfólio, σ_i^2 é a variância individual do retorno dos ativos entre $i = 1, \dots, N$ e $\sigma_{i,j}^2$ é a covariância entre os retornos dos ativos do portfólio.

A expressão acima, deixa claro que se $N \rightarrow \infty$, $\sigma_p^2 \rightarrow \bar{\sigma}_{i,j}$. Em outras palavras, se nossa estratégia simples tiver poucos ativos (algo como menor que 10), temos a possibilidade de ainda estarmos expostos ao risco não sistemático e diversificável do mercado.

Ao analisar a Figura 5, nota-se que independentemente do nível de volatilidade, todos os portfólios mantiveram uma quantidade de ativos considerada ideal ao longo do período analisado. Este fenômeno foi observado tanto nos portfólios de baixa volatilidade (D1 e D2) quanto nos de alta volatilidade (D4 e D5), bem como naqueles com volatilidade intermediária (D3). A manutenção de um número ideal de ativos em cada portfólio evidencia que a abordagem foi capaz de mitigar o risco não sistemático, promovendo uma diversificação efetiva e contribuindo para a estabilidade dos retornos. Esta constatação prática ressalta a validade da

estratégia de seleção de ativos, mesmo diante da ausência de consideração explícita da covariância entre os retornos dos ativos.

Figura 5 - Quantidade de Ativos ao Longo dos Anos



Fonte: Elaboração própria do autor

Conforme previamente destacado em nossa metodologia, um dos propósitos deste estudo é analisar a evolução das carteiras influenciadas por este fator, especialmente em face de eventos marcantes. Dessa forma, ao considerar eventos como a crise financeira de 2008, o *impeachment* da presidente Dilma em 2015 e a pandemia do Coronavírus em 2020, observa-se que as carteiras de baixa volatilidade exibiram uma performance mais robusta quando comparadas à estratégia neutra e a carteira com o percentil de risco mais elevado, resultando em um *drawdown* reduzido.

Reforça-se que portfólios com baixa volatilidade tendem a ser menos vulneráveis durante adversidades. Contudo, a literatura aponta que, após crises a estratégia pode demonstrar uma resposta menos significativas à mercados em ciclo de alta. Tal fenômeno é corroborado por ZAHER (2019), que afirma que, em mercados com tendência de alta, ativos de maior risco frequentemente exibem melhores rendimentos. Isto também é visto nos estudos de Haugen e Heins (1972), que indicam que em períodos onde o retorno do mercado supera as expectativas (mercados em alta), há uma correlação positiva entre os retornos dos portfólios e suas respectivas variâncias. Isso sugere que, durante esses períodos, portfólios mais arriscados, ou seja, com maior volatilidade, tendem a gerar retornos mais altos. Em contraste, em períodos de baixa no mercado, a relação tende a ser inversa. Portanto, enquanto portfólios de baixa volatilidade podem oferecer proteção em tempos de incerteza, eles podem não capitalizar

plenamente em ciclos de mercado em alta. Essa dinâmica é evidenciada na Figura 3, onde, nos anos de 2009, 2016 e 2017 e final de 2020, o mercado mostrou tendência de recuperação e portfólios com maior risco, tais como D5 e a estratégia neutra, superaram as carteiras D1 e D2.

Além disso, a robustez da estratégia de baixa volatilidade não se limita à sua performance superior em momentos de queda de mercado, mas também à sua capacidade de minimizar perdas. Por isso, é essencial reconhecer que, apesar de poder não capturar o potencial de valorização em mercados ascendentes, elas oferecem uma proteção valiosa contra quedas muito expressivas, como observado nas figuras acima. Isso levanta uma questão relevante sobre o viés de aversão à perda. Os investidores, frequentemente, sentem mais dor ao perder dinheiro do que prazer ao ganhar uma quantia equivalente. Isso pode levar a uma preferência por carteiras, que, embora não tenham um desempenho ótimo em mercados de alta, são resilientes em mercados de baixa, minimizando potenciais perdas. Dito isso, a capacidade de uma carteira ser resistente a quedas expressivas pode ser especialmente atraente para investidores que são fortemente influenciados por esse viés comportamental.

Tabela 2 - Estatística Descritiva da Série

	D1	D2	D3	D4	D5	Neutro	Ibovespa
Semi Deviation	0,0082	0,0091	0,0104	0,0106	0,012	0,0108	0,0126
Gain Deviation	0,0075	0,0086	0,0100	0,0102	0,0116	0,0102	0,0122
Loss Deviation	0,0089	0,0097	0,0113	0,0119	0,0130	0,0118	0,0129
Downside Deviation (MAR=210%)	0,0128	0,0136	0,0148	0,0152	0,0164	0,0152	0,017
Downside Deviation (Rf=0%)	0,0079	0,0088	0,0101	0,0106	0,0118	0,0106	0,0123
Downside Deviation (0%)	0,0079	0,0088	0,0101	0,0106	0,0118	0,0106	0,0123
Maximum Drawdown	0,5428	0,4103	0,5073	0,5294	0,6788	0,5658	0,5996
Historical VaR (95%)	-0,0163	-0,018	-0,0207	-0,0217	-0,024	-0,022	-0,027
Historical ES (95%)	-0,0261	-0,0288	-0,0332	-0,0346	-0,0384	-0,0345	-0,04
Modified Var (95%)	-0,0172	-0,0187	-0,0212	-0,0225	-0,0248	-0,0226	-0,0265
Modified ES (95%)	-0,0375	-0,0365	-0,0391	-0,0169	-0,0459	-0,0492	-0,044

Fonte: Elaboração própria do autor.

Ao analisar a Tabela 2, percebemos que as métricas *Gain Deviation* e *Loss Deviation*, que quantificam a volatilidade dos retornos, corroboram com as teorias revisadas no estudo. Carteiras como D1 e D2, com menores índices dessas métricas, são representativas da anomalia de baixa volatilidade, sugerindo que uma menor volatilidade pode levar à uma melhor performance ajustada ao risco. Isto é contraposto pela estratégia neutra e pelo Ibovespa que, com sua elevada volatilidade, ressoa com a abordagem tradicional que frequentemente associa maior risco a maior retorno.

A métrica *Downside Deviation*, que avalia a volatilidade dos retornos abaixo de um benchmark definido, mostra que D1 e D2 têm a melhor gestão de riscos em relação as outras estratégias. Isso reforça a ideia de que uma abordagem de baixa volatilidade, quando bem executada, pode proteger os investidores de retornos negativos extremos.

O *Maximum Drawdown* é uma métrica fundamental utilizada para avaliar o risco de investimento, representando a maior perda máxima experimentada por um investimento ou carteira durante um período específico. Quanto menor o valor do máximo *drawdown*, menor é o risco de perda significativa. Na tabela fornecida, observamos que a carteira D2 apresenta o menor *drawdown*, indicando que, durante o período analisado, essa carteira teve a menor perda máxima em relação ao valor inicial. Por outro lado, a carteira Neutra e o Ibovespa mostraram os maiores *drawdowns*, o que sugere um maior risco de perdas substanciais ao longo do período.

Em se tratando do *Historical Var*, as carteiras D1 e D2 demonstraram um menor potencial de perda. Em contrapartida, tanto quanto o índice Ibovespa, a estratégia neutra e a carteira D5 possuem os maiores potenciais de perda. De maneira similar, no que tange ao *Modified Var* e a *Historical ES*, D1 e D2 manifestam riscos reduzidos em comparação com as outras carteiras, especialmente quando confrontados com o Ibovespa e a estratégia neutra.

Resumindo, quando aplicadas os fundamentos de baixa volatilidade, como esperado, D1 e D2 emergem como as carteiras mais resilientes e com menor risco dentre as analisadas. O Ibovespa destaca-se pelo risco elevado, ostentando a maior volatilidade e potencial de perda, indicando que o mercado em geral é mais volátil. Por fim, a estratégia neutra posiciona-se em um patamar intermediário de risco, e as carteiras D3, D4 e D5 revelam um incremento progressivo no risco à medida que transitamos de D3 pra D5.

Tabela 3 - Resultados Anuais das Estratégias

D1	D2	D3	D4	D5	Neutro	Ibovespa
----	----	----	----	----	--------	----------

<i>Annualized Return</i>	0,1377	0,1593	0,1450	0,1272	0,0640	0,1073	0,1043
<i>Annualized Std Dev</i>	0,1762	0,1979	0,2270	0,2353	0,2625	0,2330	0,2783
<i>Annualized Sharpe (Rf = 0%)</i>	0,7814	0,8040	0,6387	0,5406	0,2437	0,4604	0,3747

Fonte: Elaboração própria do autor.

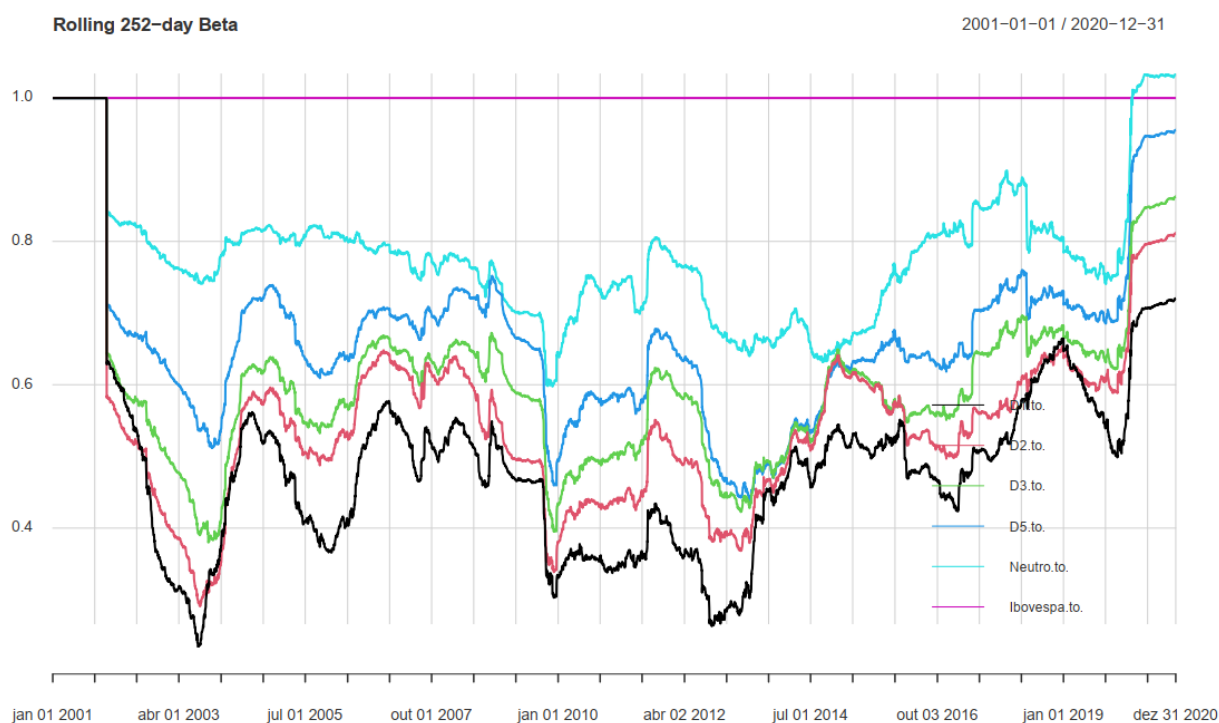
Examinando a Tabela 3, é possível depreender informações valiosas sobre o desempenho das carteiras através de métricas como retorno anualizado, desvio padrão anualizado e o Índice de Sharpe.

Começando pelo retorno anualizado, que fornece uma visão do desempenho ao longo do tempo, a Carteira D2 destaca-se positivamente com um robusto 15,93%, enquanto a Em contraste, o Ibovespa e a estratégia Neutra obtêm performances menos notáveis, alcançando retornos de 10,43% e 10,73%, respectivamente.

O desvio padrão anualizado nos permite avaliar a volatilidade do investimento. Aqui, o Ibovespa se mostra o mais volátil, marcando 27,83%. Comparativamente, as carteiras D1 e D2 são significativamente mais estáveis, com volatilidades de 17,62% e 19,79%. Estes dados corroboram a possibilidade de se obter bons retornos com menor risco, explorando a anomalia da baixa volatilidade.

Ao analisarmos o Índice de Sharpe, que compara o retorno ao risco assumido, a Carteira D2 mais uma vez se sobressai com um índice de 0,80, demonstrando sua eficácia em equilibrar retorno e gestão de risco. Em contraste, a carteira D5, com o menor Índice de Sharpe de 0,24, juntamente com o Ibovespa e a estratégia Neutra, que apresentam índices de Sharpe de 0,37 e 0,46, respectivamente, mostram uma eficiência menor em termos de retorno ajustado ao risco.

Figura 6 - Rolling Regression



Fonte: Elaboração própria do autor

Ao examinar a Figura 6, que apresenta regressões móveis entre os retornos diários das carteiras e os do índice Ibovespa, é possível traçar algumas considerações em relação às carteiras propostas. O coeficiente beta atua como um indicador que mede a sensibilidade dos retornos de um ativo ou portfólio em relação ao mercado. No contexto deste estudo, o Ibovespa serve como *benchmark* do mercado.

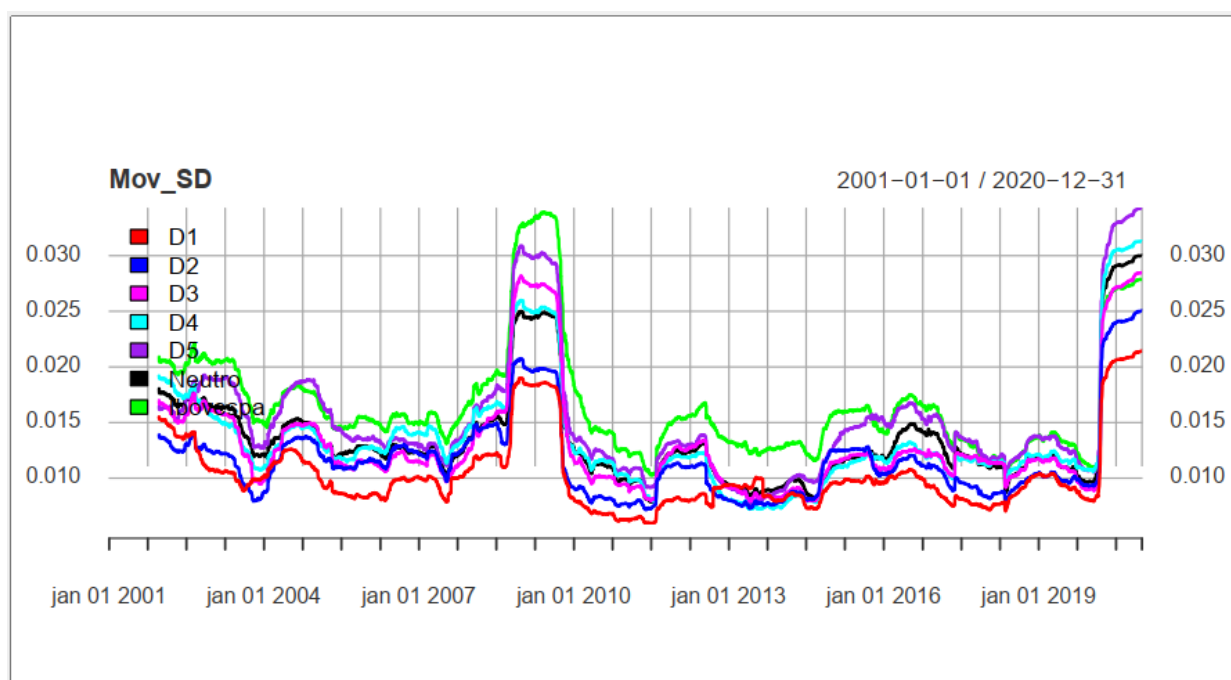
As carteiras D1 e D2, representantes de estratégias de baixa volatilidade, tendem a exibir betas consistentemente abaixo de 1 ao longo do tempo. Isso sugere que, em comparação com o Ibovespa e a estratégia neutra, essas carteiras têm uma volatilidade relativa menor, corroborando os resultados encontrados anteriormente, que destacam a superioridade dessas carteiras em 12 dos 21 anos avaliados.

Tais tendências de baixa volatilidade, observadas em D1 e D2, são confirmadas pelos dados da Tabela 2. Nestas carteiras, métricas como *Gain Deviation* e *Loss Deviation* mostram-se inferiores as demais. Estas métricas quantificam a volatilidade dos retornos, e quando as associamos com o gráfico das regressões de beta, evidenciam a natureza resiliente das carteiras de baixa volatilidade.

Ao analisar os eventos marcantes sob a ótica do gráfico, é possível observar que, durante períodos turbulentos, as carteiras de baixa volatilidade mantiveram um beta estável e abaixo de 1, indicando menor sensibilidade às flutuações de mercado e, conseqüentemente em face das adversidades. Em contrapartida, quando observamos períodos de recuperação de mercado, como 2009, 2016 e 2017, as carteiras com maior risco, como D5 e a Estratégia Neutra, tendem a exibir betas mais elevados. Isto está alinhado com os estudos de Haugen e Heins (1972), que indicam correlação positiva entre os retornos dos portfólios e suas respectivas variâncias em mercados em alta.

Em resumo, o gráfico de janelas móveis de beta, quando analisado em conjunto com os resultados anteriores, fornece uma imagem clara da relação entre risco e retorno das carteiras propostas. A estratégia de baixa volatilidade, representada pelas carteiras D1 e D2, destaca-se não apenas por sua capacidade de oferecer retornos consistentes, mas também por sua robustez e resiliência diante de cenários adversos do mercado.

Figura 7 - Janela temporal de desvio padrão



Fonte: Elaboração própria do autor.

Ao analisar a Figura 7, que ilustra as janelas móveis de desvio padrão para as carteiras, é possível perceber padrões distintos que se alinham com as premissas de baixa volatilidade.

As carteiras D1 e D2, mantêm consistentemente os menores desvios padrões ao longo de todos os períodos analisados. Isso reforça a ideia de que estas estratégias são mais estáveis e menos susceptíveis a flutuações extremas do mercado, oferecendo uma opção mais segura.

Por outro lado, D5 e a estratégia Neutra, exibem os maiores desvios padrões. Esta tendência é observada de maneira consistente, evidenciando um portfólio mais arriscado, com maior potencial de variações abruptas nos retornos.

Interessantemente, todas as carteiras e estratégias apresentam picos significativos de desvio padrão durante períodos de crise, como a crise financeira de 2008 e a pandemia do COVID-19. Estes picos refletem a instabilidade do mercado global durante esses eventos, destacando a importância de uma gestão de risco eficaz e a escolha de estratégias que se alinhem com o apetite de risco do investidor.

Sendo assim, o gráfico de janelas móveis de desvio padrão oferece uma visão clara das diferenças de risco entre as diversas estratégias e carteiras, com D1 e D2 se destacando como as opções de menor volatilidade, enquanto D5 e a estratégia Neutra apresentam um perfil de risco significativamente maior. Além disso, os picos observados durante os períodos de crise reforçam a necessidade de uma análise cuidadosa e de uma gestão de risco robusta.

6. Conclusão

Neste estudo, buscamos avaliar a eficácia das estratégias de investimento baseadas na baixa volatilidade no mercado de ações brasileiro entre 2000 e 2020. Em mercados desenvolvidos como os Estados Unidos e a Europa, pesquisadores como ANG *et al.* (2006) e Blitz e Van Vliet (2007) têm consistentemente confirmado a anomalia de baixa volatilidade, com ativos menos voláteis oferecendo retornos ajustados ao risco superiores. No entanto, para o Brasil, as evidências ainda são escassas. Portanto, nosso trabalho não apenas dialoga com essas descobertas globais, mas também examina a aplicabilidade e o desempenho dessa estratégia em um contexto de mercado emergente, apoiando-se nos achados de França (2017; 2022), que destacam a presença dessa anomalia no mercado brasileiro. Ao alinhar as peculiaridades locais com os resultados internacionais, reforçamos a discussão sobre as estratégias de baixa volatilidade no Brasil, propondo uma compreensão mais profunda das dinâmicas de mercado que podem influenciar a eficácia dessas estratégias de investimento. Este enfoque destaca a importância de fatores comportamentais, desafiando o modelo CAPM e abrindo novas perspectivas para o investimento em economias emergentes.

Nossas análises revelaram insights valiosos sobre o desempenho de carteiras de baixa volatilidade em comparação com estratégias neutras e o índice Ibovespa. Identificamos que, em diversos contextos, as estratégias de baixa volatilidade apresentaram retornos ajustados ao risco superiores, consolidando-se como uma abordagem promissora para investidores que buscam otimizar a relação entre risco e retorno em suas carteiras. Podemos também observar em nosso estudo que a carteira D2 – uma das representantes dos portfólios de baixa volatilidade – é a carteira que mais obtém rentabilidade acumulada em comparação com os *benchmarks* aqui propostos.

Em se tratando dos momentos de crise, nota-se que os portfólios de baixa volatilidade apresentaram uma maior resiliência, mas em contrapartida, não aproveitaram ao máximo os mercados em alta, entrando em consonância com o que foi evidenciado por Haugen e Heins (1972). Esta estratégia oferece proteção contra quedas acentuadas do mercado e se alinha com a aversão à perda dos investidores, que muitas vezes valorizam a minimização de perdas acima dos ganhos.

As simulações realizadas com estratégias de investimento específicas, incluindo uma carteira neutra e cinco carteiras baseadas em suas volatilidades, forneceram uma visão abrangente sobre o comportamento dessas estratégias em diferentes condições de mercado. No entanto, é importante destacar que, apesar dos resultados promissores, estratégias de baixa volatilidade não estão isentas de riscos e requerem uma análise cuidadosa e uma gestão rigorosa do portfólio. Eventos extremos de mercado, como crises financeiras e pandemias, podem impactar significativamente o desempenho dessas estratégias, ressaltando a necessidade de uma abordagem equilibrada e diversificada ao investir.

Este estudo contribui para a literatura financeira ao lançar luz sobre o comportamento das estratégias de baixa volatilidade no mercado brasileiro, um tema que, até o momento, não havia sido explorado extensivamente. Além disso, as implicações práticas deste trabalho são vastas, auxiliando investidores, gestores de fundos e tomadores de decisão a navegar pelo complexo universo das estratégias de investimento.

Para pesquisas futuras, recomenda-se investigar estratégias de baixa volatilidade em outros mercados emergentes e examinar o impacto de variáveis macroeconômicas sobre essas estratégias. Poderiam ser adicionados filtros como diversificação setorial, que, conforme Sharpe (1964) e Markowitz (1952), podem aprimorar a relação risco-retorno por meio da redução da volatilidade não sistêmica. Ademais, a integração de técnicas avançadas como *machine learning* e *deep learning* pode revelar padrões complexos, contribuindo para o desenvolvimento de modelos preditivos mais acurados. A inclusão de outros fatores de risco,

como tamanho e valor, e fatores de qualidade conforme sugerido por Fama e French (1992; 2015), poderia proporcionar uma compreensão mais holística do comportamento dos ativos, resultando em estratégias de investimento mais robustas e eficazes. Estas abordagens prometem não apenas melhorar a performance das carteiras, mas também oferecer insights mais ricos sobre a dinâmica dos mercados financeiros.

Referências:

ANG, A.; HODRICK, R. J.; XING, Y.; ZHANG, X. *The Cross-Section of Volatility and Expected Returns*. 2006.

ANG, A. *Asset management: A systematic approach to factor investing*. Oxford: Oxford University Press, 2014.

ASNESS, C. S. *Fact, fiction, and value investing*. *Journal of Portfolio Management*, v. 42, n. 1, p. 34-52, 2015.

BANZ, R. W. *The relationship between return and market value of common stocks*. *Journal of Financial Economics*, v. 9, n. 1, p. 3-18, Mar. 1981.

BASU, S. *The Relationship Between Earnings' Yield, Market Value and Return for NYSE Common Stocks: Further Evidence*. 1982.

BLITZ, D.; VAN VLIET, P. *The Volatility Effect: Lower Risk Without Lower Return*. *Journal of Portfolio Management*. 2007, p. 102-113.

BURTON, E. T.; SHAH, S. N. *Behavioral Finance: Understanding the Social, Cognitive, and Economic Debates*. Wiley Finance, 2013.

CARHART, M. M. *On persistence in mutual fund performance*. *The Journal of Finance*, p. 57-82, 1997.

FAMA, E. F. *Efficient capital markets: A review of theory and empirical work*. *The Journal of Finance*, p. 383-417, 1970.

FAMA, E. F. *Efficient capital markets: II*. *The Journal of Finance*, p. 1575-1617, 1991.

FAMA, E.; FRENCH, K. *The cross-section of expected stock returns*. *The Journal of Finance*, p. 427-465, 1992.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. *A five-factor asset pricing model*. *Journal of Financial Economics*, v. 116, n. 1, p. 1-22, 2015.

FRANÇA, L. B. *Avaliação de ativos de baixa volatilidade no mercado brasileiro: menor risco com maiores retornos*. Dissertação (Mestrado em Economia) – Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, São Paulo, 2017.

FRANÇA, L.; DE AVELAR FERNANDES FILHO, M. C.; PORTELLA TELES, P. P. *Low Volatility Asset Valuation in Brazilian Stock Market: Lower Risk with Higher Returns*. Jun. 2022.

GRIFFIN, D.; TVERSKY, A. *The weighing of evidence and the determinants of confidence*. *Cognitive Psychology*, p. 411-435, 1992.

JEGADEESH, N.; TITMAN, S. *Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. The Journal of Finance*, p. 65-91, 1993.

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. *Prospect Theory: an analysis of decision under risk. Econometrica*, p. 263-291, 1979.

LINTNER, J. *The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. The Review of Economics and Statistics*, v. 47, p. 13-37, 1965.

MARKOWITZ, H. *Portfolio selection. Journal of Finance*, v. 7, n. 1. 1952.

SHEFRIN, H.; STATMAN, M. *The disposition to sell winners too early and ride losers too long: Theory and evidence. The Journal of Finance*, p. 777-790, 1985.

SHARPE, W. F. *Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. The Journal of Finance*, p. 425-442, 1964.

ZAHER, F. *Index Fund Management: A Practical Guide to Smart Beta, Factor Investing, and Risk Premia*. 2019.

Apêndice A – Carteira 1 – 2000 a 2020

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
BBAS3	BDLL4	CMET4	ABEV3	ABEV3	AMBV4	ABEV3	ABEV3	ABEV3	ABEV3	ALPA4
BDLL4	BESP4	CNFB4	AMBV4	ARCZ6	ARCZ6	ACES4	ACES4	BRTP3	AMBV4	AMBV4
BRKM5	CMET4	PRGA4	ARCE4	COCE5	ETER3	ALPA4	ALPA4	CGAS5	BNCA3	ARTR3
ELET3	FFTL4	SDIA4	DURA4	ETER3	FESA4	AMBV4	AMBV4	CLSC4	CGAS5	CGAS5
ITSA4	PETR4	SUZB5	ETER3	FESA4	FFTL4	CNFB4	CGAS5	CMIG3	CLSC4	CMIG3
PCAR4	PRGA4	TSEP4	FFTL4	FFTL4	ITSA4	CPFE3	CTAX4	COCE5	CMIG3	COCE5
PETR4	UBBR4	UNIP6	GOAU4	MAGS5	MAGS5	CPSL3	EMBR3	GETI3	CMIG4	CPFE3
TBLE6	UNIP6	VALE3	PETR4	UGPA4	POMO4	FFTL4	FFTL4	GETI4	COCE5	CPLE6
TEBA5	VALE3		POMO4	VCPA4	RAPT4	GETI3	GRND3	GRND3	CPFE3	EGIE3
TMGR6	VALE5		UGPA4	WEGE4	TNLP4	RIPI4	GUAR3	MDIA3	CTAX4	ENBR3
UBBR4			VALE5		VIVT3	VIVT3	LEVE4	ODPV3	EGIE3	GETI3
					WEGE4		MAGS5	PSSA3	ETER3	GETI4
							PSSA3	TMCP4	GETI3	LIGT3
							RIPI4	TOTS3	GETI4	PSSA3
							TMCP3	VIVT3	LIGT3	TRPL4
							UGPA4	VIVT4	PSSA3	UGPA4
							VIVO3	VLID3	TAAE11	VIVT4
								WSON33	TRPL4	VLID3
									VIVT4	
									VLID3	

2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
ABEV3	ABRE11	ABEV3	ABEV3	ABEV3	ABEV3	ABEV3	AALR3	ABCB4	ALUP11
AMBV4	ALSC3	BRFS3	BRFS3	BRFS3	AESB3	AESB3	ABEV3	AESB3	BBSE3
ARTR3	AMBV4	CGAS5	CGAS5	CGAS5	CPFE3	ALUP11	AESB3	ALUP11	CAML3
CCRO3	ARTR3	CIEL3	CTIP3	CIEL3	CTIP3	CPFE3	ALUP11	BBSE3	CESP6
CMIG3	BBDC4	COCE5	DAGB33	CTIP3	DAGB33	EGIE3	BBSE3	CESP6	CPFE3
CMIG4	CGAS5	CPFE3	EMBR3	DAGB33	EGIE3	ENBR3	CPFE3	CPFE3	CRFB3
COCE5	CPFE3	CRUZ3	EQTL3	EGIE3	ENBR3	EQTL3	EGIE3	ENGI11	EGIE3
CPFE3	CSAN3	CTIP3	HYPE3	EMBR3	EQTL3	HYPE3	ENEV3	EQTL3	ENBR3
CPLE6	EGIE3	ECOR3	LAME3	EQTL3	GRND3	ITSA3	ENGI11	IGTA3	ITUB3
ECOR3	ENBR3	EGIE3	LAME4	GETI4	HYPE3	ITSA4	EQTL3	ITSA3	KEPL3
EGIE3	EZTC3	EQTL3	MDIA3	ITUB3	IGTA3	ITUB3	FIBR3	ITUB3	ODPV3
ELET6	IMCH3	FLRY3	ODPV3	KLBN11	LINX3	ITUB4	KLBN11	LEVE3	PSSA3
ELPL4	MDIA3	GUAR3	PCAR4	LEVE3	MULT3	RADL3	MAGG3	TAAE11	RADL3
ENBR3	PCAR4	MDIA3	TAAE11	ODPV3	RADL3	TAAE11	OMGE3	TRPL4	SLCE3
EQTL3	PSSA3	MULT3	WEGE3	SEDU3	SLCE3	TIMS3	SAPR11	VIVT4	TAAE11
GETI3	SCAR3	RENT3		TAAE11	TRPL4	TRPL4	SAPR4		TRPL4
GETI4	TGMA3	TAAE11		UGPA3	UGPA3	UGPA3	SMTO3		VIVT3
TRPL4	VIVT4	UGPA3		WEGE3	VIVT4	VIVT4	TAAE11		
UOLL4		VIVT4					TRPL4		
		WEGE3							

Apêndice B - Carteira 2 – 2000 a 2020

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
ARCZ6	ARCE4	DURA4	BBDC3	ARCE4	BRAP3	ARCZ6	BBDC3	AMBV4	BBDC3	ABEV3
BRKM5	CNFB4	FFTL4	CRUZ3	ARCZ6	CCRO3	BRAP3	BBDC4	CMIG3	BEMA3	ALPA4
CPLE3	DURA4	GOAU4	CTNM4	BBDC3	CPFE3	CNFB4	CLSC4	CMIG4	CMIG4	BBDC3
DURA4	GOAU4	RPSA4	ITSA4	BBDC4	EMBR4	CTNM4	CMIG4	CPFE3	CNFB4	BBDC4
FFTL4	ITSA4	SUZB5	ITUB4	CRUZ3	GETI3	ETER3	COCE5	CREM3	CPLE6	BRFS3
GOAU4	PETR3	TCOC3	MAGS5	CSPC4	ITSA4	PETR3	CPFE3	CSMG3	CREM3	CMIG4
MAGS5	PETR4	UGPA4	PETR3	CTNM4	ITUB4	PETR4	DPPI4	CTAX4	CRUZ3	CRUZ3
PETR3	SDIA4	VALE5	PETR4	ITSA4	PETR3	POMO4	ELPL4	EGIE3	CSMG3	CSMG3
SBSP3	UGPA4		VALE3	ITUB4	PETR4	SZPQ4	GETI3	ENBR3	DASA3	CTAX4
UGPA4	VIVT4		VIVT4	PETR4	PSSA3	UNIP6	GETI4	IGTA3	ELET6	DAYC4
UNIP6				POMO4	RPSA4	VALE5	GPIV33	KROT11	ELPL4	ELPL4
VALE3				SUZB5	UGPA4	VIVT4	ITUB3	NTCO3	ENBR3	GSHP3
				TCOC3	VCPA4	WEGE4	MDIA3	PCAR4	EQTL3	IGTA3
							ODPV3	RADL3	IGTA3	ITSA4
							RIPI4	SLED4	ITUB3	ITUB3
							SUZB5	SULA11	MDIA3	ITUB4
							VIVT3	TAE11	NTCO3	TVIT3
							VLID3	TRPL4	PCAR4	WSO33
								UNIP6	PETR4	
								UOLL4	TOTS3	
									UGPA4	

2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
ALSC3	ABEV3	ALPA4	ALPA4	CIEL3	ALSO3	ALSO3	ABCB4	AALR3	ABCB4
BBDC3	ALSO3	BBDC4	ALSO3	CYRE3	ALUP11	B3SA3	ALSC3	ALSO3	ABEV3
BBDC4	BBDC3	CCRO3	BBSE3	FLRY3	BEEF3	BBDC3	BKBR3	BBDC4	AESB3
CCRO3	BRAP4	CSAN3	BRKM5	GETI3	BRFS3	BBDC4	BPAC11	BRML3	CPFE3
CESP6	BRFS3	CZLT33	CIEL3	GRND3	CGAS5	BBSE3	CPLE3	CRFB3	ENGI11
CGAS5	CCRO3	DAGB33	EGIE3	GUAR3	CIEL3	BEEF3	CRFB3	EGIE3	EQTL3
CIEL3	CRUZ3	ENAT3	GUAR3	ITSA4	FLRY3	CIEL3	GRND3	EMBR3	FESA4
CRUZ3	CZLT33	GETI3	KLBN4	ITUB4	HYPE3	ENGI11	HYPE3	ENBR3	FLRY3
CSMG3	ECOR3	HYPE3	LEVE3	LINX3	ITUB3	IGTA3	IGTA3	ENEV3	GRND3
ELET3	ENBR3	IGTA3	LREN3	LREN3	KLBN11	KLBN11	IRBR3	GRND3	ITSA4
GRND3	FLRY3	ITSA4	MULT3	MDIA3	LAME3	LAME3	ITUB3	ITSA4	ITUB4
GSHP3	GRND3	ITUB3	MYPK3	RADL3	LREN3	MAGG3	ITUB4	ITUB4	KLBN11
LIGT3	GUAR3	ITUB4	PSSA3	TRPL4	MDIA3	MULT3	LEVE3	KLBN11	KLBN4
MULT3	ITUB3	MYPK3	QUAL3	TUPY3	MRVE3	PSSA3	MPLU3	MULT3	LEVE3
PETR4	JHSF3	PCAR4	SMLS3	VIVT4	SMT03	SLCE3	MULT3	MYPK3	NEOE3
PSSA3	LEVE3	RAPT4	TAE11	VLID3	TAE11	SMT03	ODPV3	ODPV3	OMGE3
SBSP3	MULT3	RENT3	TRPL4		TUPY3	SULA11	VIVT4	OMGE3	TIMS3

VALE3	NTCO3	SCAR3	TUPY3		WEGE3	WEGE3	WEGE3	PSSA3	
VALE5	UGPA3	SULA11	UGPA3		WIZS3			RAIL3	
VIVR3	VALE5		VIVT4					RLOG3	
VLID3	VLID3		VLID3					SANB11	
	WEGE3							SMTO3	
								TIMS3	
								WEGE3	

Apêndice C – Carteira 3 – 2000 a 2020

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
ARCZ6	ABEV3	AMBV4	ARCZ6	AMBV4	ALPA4	ARTR3	ARCZ6	ALPA4	AMAR3	AMAR3
BBAS4	AMBV4	ARCE4	BBDC4	BRTP4	BBDC4	BBDC3	CMIG3	AMAR3	ARTR3	BBAS3
BRDT4	ARCE4	BRDT4	CMET4	CSPC4	CPL3	CGAS5	CNFB4	BBDC3	BBDC4	CREM3
CMIG4	BBDC3	CRUZ3	C RTP5	DURA4	CPSL3	CMIG4	COCE5	BEMA3	CCRO3	CSNA3
CNFB4	BBDC4	EMBR4	SDIA4	PCAR4	CRUZ3	EMBR3	CPL6	BRFS3	CESP6	EMBR3
CPL6	BRDT4	ITSA4	TASA4	PETR3	CTNM4	RAPT4	CPNY3	CNFB4	DUFB11	EQTL3
CRUZ3	CSNA3	PETR4	UNIP6	RAPT4	GGBR3	SUZB5	GGBR3	CPL6	ELET3	FLRY3
CSNA3	ITUB4	RPSA4	VCPA4	RPSA4	PCAR4	TNLP4	GGBR4	CRUZ3	GRND3	ITSA3
CSTB4	VCPA4	VCPA4	VIVT3	SDIA4	SUZB5	UGPA4	ITSA4	CTNM4	ITSA4	LAME3
GETI4	VIVT3	VIVT3	VIVT4	UBBR11	VALE3	VALE3	ITUB4	DASA3	LOGN3	NETC4
ITUB4		VIVT4		VIVT4	VALE5		PCAR4	ELET6	PETR3	NTCO3
VALE5					VCPA4		TMAR5	EMBR3	RADL3	PCAR4
					VIVT4		TNLP4	GUAR3	SLED4	PETR3
							UBBR11	LAME3	SULA11	PETR4
							VIVT4	LIGT3	TNLP3	RDNI3
								RDNI3	TNLP4	SLED4
								STBP11	TOTS3	STBP11
								SUZB5	UOLL4	SULA11
								UGPA4	WEGE3	VALE3
								VIVO3		VALE5
										WEGE3

2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
ALPA4	ALPA4	ALSC3	ABCB4	ABCB4	ALPA4	AALR3	BBDC4	ABEV3	ABCB4
BBAS3	BPAN4	ALSO3	ARTR3	ALSC3	ALSC3	ALSC3	BRML3	ALPA4	B3SA3
BRAP4	BRPR3	ARTR3	BEEF3	ALUP11	BBDC3	BRFS3	CAML3	ARZZ3	BRAP4
BRFS3	CCRO3	BBAS3	COCE5	B3SA3	BRML3	BRKM5	CGAS5	BBDC3	BRPR3
BRPR3	CIEL3	BBDC3	CRUZ3	BBDC3	BRPR3	BRPR3	CSMG3	BRML3	BRSR6
CTAX4	CPL6	BPAN4	CYRE3	BBDC4	CSAN3	CCRO3	DIRR3	BRPR3	CMIG4
FFTL4	CTIP3	CESP6	ENAT3	BRPR3	EVEN3	CGAS5	FLRY3	CAML3	CPL3
GUAR3	GETI3	CYRE3	FLRY3	CVCB3	ITSA3	CSAN3	IGTA3	CMIG4	CPL6
ITSA4	GETI4	EZTC3	GETI3	FIBR3	ITSA4	CVCB3	ITSA4	CPL3	CSAN3

ITUB4	ITUB4	GETI4	MPLU3	GPIV33	ITUB4	FLRY3	LAME3	CSMG3	CSMG3
KROT11	LIGT3	GRND3	NTCO3	IGTA3	KLBN11	GRND3	PCAR4	FLRY3	ENEV3
MDIA3	ODPV3	IGTA3	RADL3	LAME3	LEVE3	LINX3	PSSA3	HYPE3	HYPE3
NTCO3	RADL3	LAME4	RENT3	LREN3	MRFG3	LREN3	RADL3	JPSA3	MDIA3
PETR3	SBSP3	MAGG3	SIMH3	MPLU3	ODPV3	MRVE3	RLOG3	LCAM3	SAPR11
RDCD3	SMTO3	MILS3	SULA11	MULT3	SANB11	ODPV3	SBSP3	LREN3	SAPR4
VIVR3	TECN3	PSSA3	SUZB5	PCAR4	SBSP3	PCAR4	SULA11	MDIA3	SULA11
VIVT4	TOTS3	QUAL3	TOTS3	SMTO3	TOTS3	RENT3	TEND3	MEAL3	SUZB3
WEGE3	VALE3	RDNI3	VVAR11	SULA11		SBSP3	TIMS3	PCAR4	TUPY3
	YDUQ3	SANB11	WSON33			TOTS3	TOTS3	PETR3	VALE3
		SIMH3					TUPY3	PETR4	
		TOTS3					VALE3	SAPR11	
		YDUQ3						TUPY3	

Apêndice D – Carteira 4 – 2000 a 2020

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
AMBV4	ARCZ6	BBDC3	BRTP4	BRAP3	ABEV3	ARCE3	BBAS3	BBDC4	BBAS3	BRKM5
BBDC3	BRDT4	BBDC4	CMET4	CCRO3	BBDC3	BBDC3	BNCA3	BRKM5	BRFS3	CCRO3
CMIG3	BRKM5	CRTP5	CNFB4	CPL3	BRTP4	BBDC4	BRAP3	CCPR3	BRSR6	CNFB4
CSTB4	CGAS5	CSTB4	GGBR4	EMBR4	LAME4	BRAP4	CNFB4	CCRO3	DAYC4	ELET3
EGIE3	CMIG4	CTNM4	LAME4	GOAU4	RIPI4	COCE5	CSMG3	DXCO3	FESA4	ELET6
ELET6	CRUZ3	EMBR3	OIBR4	KLBN4	SBSP3	EGIE3	DASA3	ELET3	GVTT3	EZTC3
EMBR4	PCAR4	GGBR4	PCAR4	LAME4	SUZB5	GETI4	ELET6	ELPL4	ITSA4	GUAR3
GGBR4	RPSA4	ITSA4	PRGA4	PRGA4	TMAR5	GGBR3	GOAU4	ETER3	ITUB4	KROT11
KLBN4	SBSP3	PCAR4	RPSA4	TNLP4	TNLP3	GGBR4	PETR3	FESA4	KROT11	MDIA3
OIBR4	TNLP4	PETR3	SUZB5	TPRC6	UBBR11	GOAU4	PETR4	KLBN4	MULT3	MULT3
RPSA4	TSEP4		TNLP4	TSEP4	UNIP6	GRND3	PFRM3	LOGN3	NETC4	OIBR4
UBBR11			TPRC6	VALE5		GUAR3	PTIP4	MRFG3	OIBR4	RAPT4
VIVT3			TSEP4			ITSA4	RAPT4	PLAS3	ROMI3	SANB11
						VCPA4	SLED4	PRBC4	TGMA3	SBSP3
							TCSL4	PRVI3	TMAR5	SMTO3
							TMCP4	ROMI3	UNIP6	TMAR5
							TRPL4	SCAR3	VIVO4	TNLP4
							UNIP6	WEGE3		VALE3
							VCPA4			VIVO4

2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
AMIL3	AMAR3	ABCB4	ALSC3	ALPA4	ABCB4	ABCB4	B3SA3	BBAS3	ARZZ3
BEEF3	APER3	ABRE11	ALUP11	ARZZ3	ALPA4	ALPA4	BBDC3	BRDT3	B3SA3
BRAP4	AUTM3	APER3	AMAR3	BBSE3	ARZZ3	BRKM5	CESP6	BRSR6	BBDC3

CSAN3	COCE5	BBDC3	BHGR3	CPFE3	B3SA3	BRML3	CPLE6	CMIG3	BBDC4
CTIP3	CSMG3	BHGR3	CESP6	CPLE6	BBDC4	CESP6	CSAN3	CPLE6	BEEF3
CZLT33	DAGB33	BRML3	COGN3	CSAN3	BBSE3	CZLT33	ENBR3	CSAN3	BRDT3
DAGB33	DXCO3	CMIG3	CVCB3	CVCB3	CCRO3	DAGB33	GUAR3	DXCO3	CARD3
ENEV3	EMBR3	KLBN4	DAYC4	DXCO3	CSMG3	FESA4	LAME4	GGBR4	CMIG3
FLRY3	EQTL3	LEVE3	ECOR3	ENBR3	CVCB3	LAME4	LREN3	GNDI3	HAPV3
HBOR3	ETER3	LREN3	EZTC3	EZTC3	EZTC3	LEVE3	MDIA3	GUAR3	PARD3
ITUB3	IGTA3	NTCO3	FIBR3	HYPE3	FESA4	MDIA3	MEAL3	HAPV3	QUAL3
KLBN4	ITSA4	ODPV3	GGBR4	LAME4	HGTX3	PETR3	MRVE3	IRBR3	RAIL3
MAGG3	KLBN4	RADL3	GRND3	MRVE3	LAME4	QUAL3	MYPK3	LAME3	RLOG3
MPLU3	LAME4	SLED4	HGTX3	PSSA3	MAGG3	SANB11	PTBL3	PCAR4	SANB11
ODPV3	LPSB3	TCSA3	IGTA3	RENT3	MEAL3	TUPY3	RAIL3	POMO4	SBSP3
PCAR4	LREN3	TECN3	ITUB3	SANB11	PSSA3	VLID3	SANB11	RADL3	TOTS3
SLED4	MAGG3	TPIS3	SLCE3	SLCE3	TIMS3			RAPT4	VULC3
TIMS3	MILS3	TRPL4	SMTO3	SUZB5				RENT3	WEGE3
TNLP4	ODPV3	VLID3	SUZB5	TIMS3				SULA11	
WSON33	SLCE3		VALE3	TOTS3				TGMA3	
			VALE5					TOTS3	
								UNIP6	
								VULC3	

Apêndice E – Carteira 5 – 2000 a 2020

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
BBDC4	CPLE3	ACES4	ACES4	BBAS3	ACES3	BRKM5	ALLL11	AEDU11	ABCB4	AMIL3
BESP4	CPLE6	ARCZ6	BBAS3	BRAP4	BBAS3	CMIG3	BBAS3	AMIL3	CSNA3	BRAP4
CLSC4	CSTB4	CLSC4	BRAP4	CPSL3	DASA3	CPLE3	BRKM5	ARTR3	DAYC4	BRML3
ELPL5	ELPL5	ITUB4	BRTP3	EMBR3	EMBR3	CPLE6	BRTP4	BEEF3	EZTC3	CESP6
LIGT3	GGBR4	LAME4	CSNA3	KLBN4	GOAU3	EBTP4	CCRO3	BISA3	LAME4	CTIP3
PRGA4	KLBN4	OIBR4	CSTB4	OIBR4	GRND3	EGIE3	CSNA3	BRSR6	MYPK3	CZLT33
SDIA4	OIBR4	PETR3	SBSP3	SALM4	RIPI4	ELPL5	DURA4	CZRS4	POMO4	DASA3
TNLP4	PTIP4	SBSP3	SUZB5	TMCP3	SDIA4	ENBR3	ELET3	ENEV3	RAPT4	DXCO3
TSEP3	TCOC3	TMAR5	TMAR5	TNCP4	SZPQ4	ITUB4	ENBR3	EZTC3	RENT3	GGBR3
VCPA4	TSEP4	TNLP4	TNLP3	UNIP6		KLBN4	EQTL11	FESA4	SBSP3	GGBR4
VIVT3	UBBR11	UBBR4	TRPL4	VALE3		MYPK4	GOLL4	LPSB3	STBP11	LAME4
VIVT4			UBBR4	VIVT3		PCAR4	MEDI3	MEDI3	TCSL4	MAGG3
						PTIP4	MYPK4	PINE4	USIM5	MRF3
						SLED4	POMO4	RAPT4	VALE5	POMO4
							POSI3	SBSP3	YDUQ3	PRBC4
							SBSP3	SFSA4		RADL3

