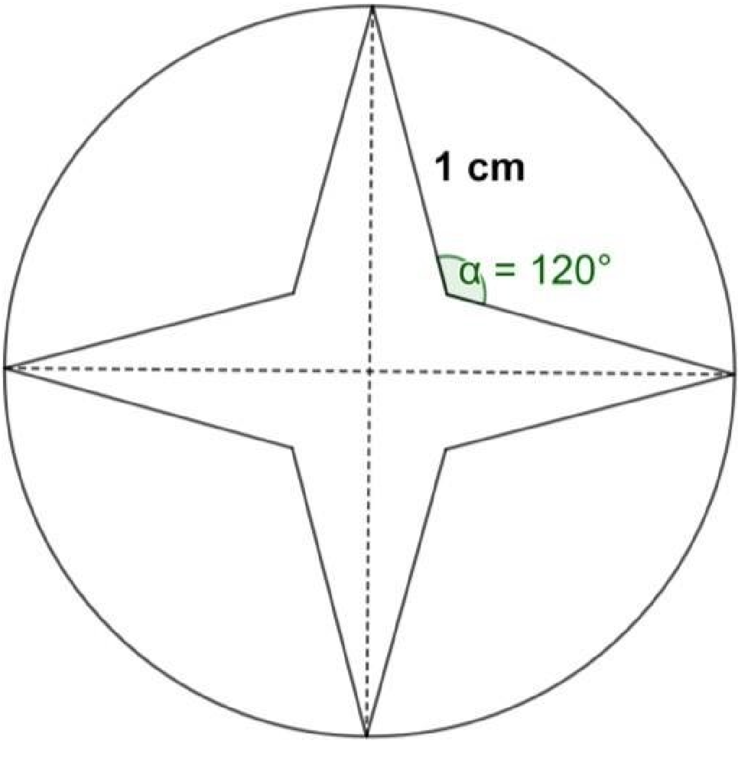
CONVERSA COM

o(a) Professor(a) de **Matemática**

GEOMETRIA



Júnio Fábio Ferreira
Vlademir Marim

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP) SISTEMA DE BIBLIOTECA DA UFU

FERREIRA, JÚNIO FÁBIO, 1984 –

CONVERSA COM O(A) PROFESSOR(A) DE MATEMÁTICA: Geometria / Júnio Fábio Ferreira; 1 ed. – Uberlândia, MG, 2021.

PREZADO(A) PROFESSOR(A)

Este trabalho foi pensado para que você, professor(a), para que possa refletir sobre a importância do conhecimento da área da Matemática na formação plena dos alunos. Há nesse contexto, a necessidade de ressaltar o papel que a resolução de problemas possui, uma vez que é uma habilidade que a todo momento os alunos podem colocar em prática.

Esse material visa também permitir que você possa perceber de que maneira seu agir em sala de aula está entrecortado pelas experiências que ocorrem fora desse ambiente e assim, possa despertar para os fatores que contribuem para sua prática docente.

Espero que a leitura e estudo deste material o leve a refletir sobre a importância dos saberes docentes no ensino de Matemática, e contribua para que prática docente continue a ser um meio de promoção de qualidade no processo de ensino e aprendizagem.

BOA LEITURA!

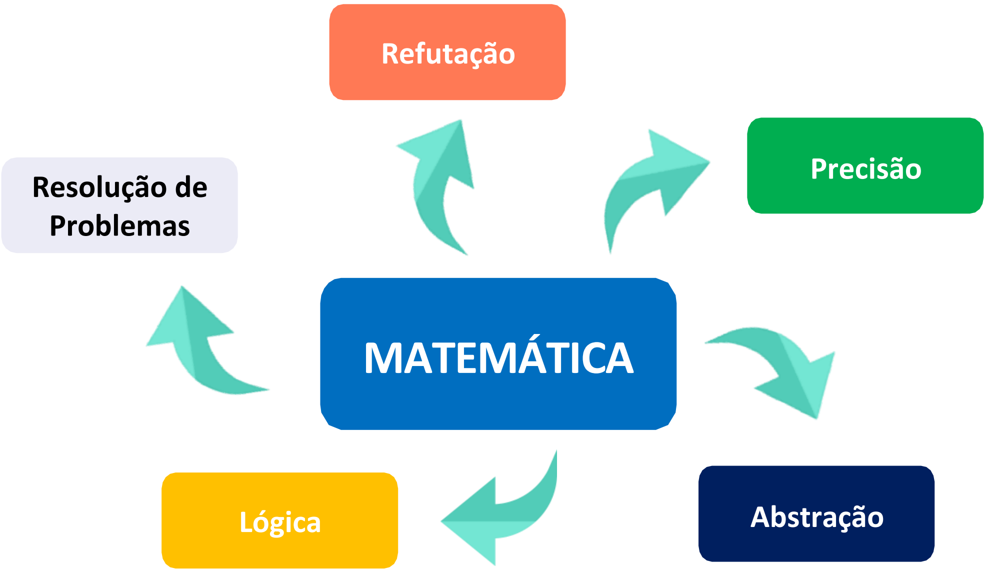
PREZADO(A) PROFESSOR(A)

PREZADO(A) PROFESSOR(A)

A Matemática é uma das áreas de grande relevância para nossa vida, uma vez que o seu aprendizado permite que sejam desenvolvidas habilidades relacionas à abstração, precisão, lógica, refutação, resolução de problemas, entre outros (BNCC, 2018). As capacidades aprimoradas pela Matemática permitem que o aluno consiga perceber as questões que lhe são apresentadas de uma forma mais ampla, e assim o aluno pode criar autonomia para a resolução dos problemas.

O conhecimento construído torna-se perceptível nos afazeres diários, quando as pessoas conseguem compreender o funcionamento de sua rotina, como, por exemplo, apreender o intervalo de tempo entre os ônibus da linha que utilizam para trabalhar.

Os conceitos formados pela Matemática permitirão que os alunos entendam melhor o mundo à sua volta, uma vez que o funcionamento da sua vida será organizado a partir da compreensão de como comparamos objetos ou situações, inferimos informações e resolvemos problemas.



Fonte: Brasil (2018).

PREZADO(A) PROFESSOR(A)

A proposta da BNCC para a Matemática no Ensino Médio tem como base as competências e habilidades já formadas na etapa anterior, para que seja possível o desenvolvimento de uma postura mais crítica da Educação Básica sobre os problemas que demandarem resolução.

> *Tais considerações colocam a área de Matemática e suas Tecnologias diante da responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes, para promover ações que estimulem e provoquem seus processos de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos e que favoreçam a tomada de decisões orientadas pela ética e o bem comum* (BRASIL, 2018).

A formação do aluno pretende ampliar sua capacidade crítica, uma vez que já consegue perceber a relação entre a Matemática e sua vida. O processo de ensino e aprendizagem volta-se aos processos mais complexos, uma vez que permitirá que o aluno intervenha como agente de seu conhecimento ao expor suas percepções sobre o mundo que o cerca.

Para a BNCC, ao final da Educação Básica o aluno deve conseguir, em diversos contextos, utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para propor e participar de ações investigativas, analisando, interpretando, construindo e resolvendo problemas pela investigação e estabelecimento de conjecturas.

A Geometria está presente em nosso cotidiano, e em cada forma do meio ambiente natural, como um todo, pode-se encontrar forma geométrica. A todo o momento estamos utilizando conhecimentos geométricos em nossas atividades. Sendo assim o estudo da geometria é indispensável para o pleno desenvolvimento do ser humano, pois ajuda na compreensão do mundo, desenvolve o raciocínio lógico e proporciona um melhor entendimento de outras áreas do conhecimento.

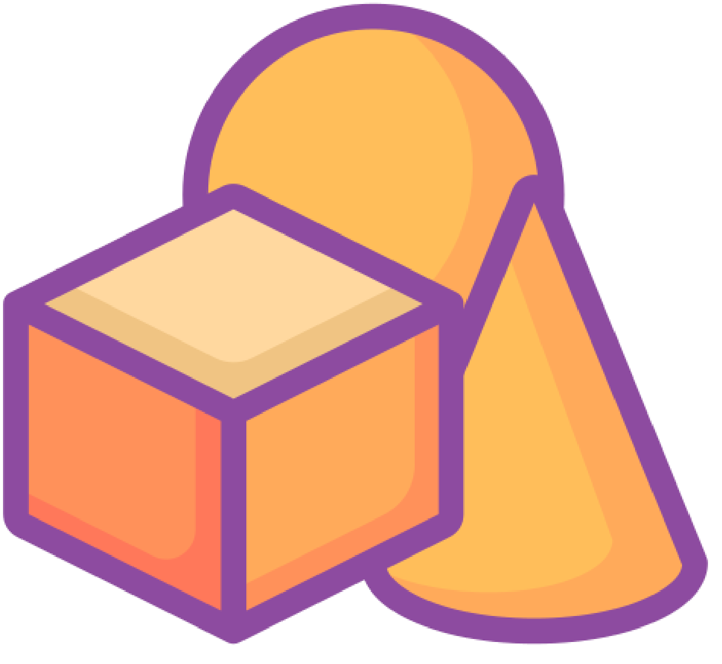
BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

Fonte: Brasil (2018)

PREZADO(A) PROFESSOR(A)

Considerando a aplicabilidade inerente à Matemática, deve-se esclarecer a importância do ensino da Geometria como meio de desenvolver as habilidades e competências necessárias ao aluno.

A Geometria pode ser percebida em nossa rotina, de algumas maneiras: na linguagem, na aplicação de problemas cotidianos, em todos os ramos da Matemática, na compreensão de conceitos matemáticos avançados e de outras áreas das ciências, no desenvolvimento espacial; na organização lógica e também no valor estético e cultural.



Fonte: Brasil (2018).

PREZADO(A) PROFESSOR(A)

A BNCC preocupou-se em organizar a área da Matemática de modo a permitir que os alunos possam compreender como a resolução de problemas faz parte de nossas vidas e, principalmente, no que diz respeito à Geometria. É a formalização de uma proposta curricular que busca destacar a relação intrínseca entre ensino e vida, entre aprendizagem e vivência.

Professor(a), essa nova proposta traz à tona a importância de que o ensino seja a peça-chave na formação de um indivíduo autônomo. Você, que estará em contato com seus alunos, terá oportunidades que podem ser construídas e consolidadas pelo ensino de Geometria: observação, comparação, imaginação, criação, e dedução, por exemplo, estimulando a descoberta de relações e resolução de problemas.

Por isso mesmo é que você deve ter sempre em mente de que forma nos níveis de Van Hiele podem auxiliá-lo na sua prática, pois apresentam as habilidades esperadas ao longo do ensino na Educação Básica. No nível 0, espera-se que os alunos façam abstrações; já no nível 1, espera-se que o aluno reconheça as características básicas das figuras. No nível 3, espera-se que por conjecturas os alunos reconheçam as característica; e, por último, no nível 4, os alunos podem analisar as relações em sistemas axiomáticos.

O desenvolvimento das habilidades esperadas na área da Geometria deve estar subsidiado por recursos didáticos que contribuam para que os alunos possam construir conceitos que, por si só, são abstrações e, muitas vezes, são de difícil assimilação. O ensino deve romper com a perspectiva de que as ferramentas disponíveis ao docente são limitadas e adotar uma proposta na qual os recursos podem ser encontrados em objetos simples e pertencentes à rotina de alunos e professor(a).

Logo, você, professor(a), deve conhecer e identificar qual recurso melhor auxiliará no desenvolvimento das competências esperadas – contexto possível quando tem-se um profissional adequadamente formado para o exercício de seu papel. Pensar a profissão docente como sendo finalizada na conclusão do curso é inadequado em um contexto em que os saberes e conhecimentos disponíveis são atualizados constantemente.

Em virtude disso, a prática docente tem sido motivo de grandes discussões, uma vez que se tornou evidente a necessidade de ser revista, a fim de atender às demandas impostas pelos mais recentes documentos em vigor na nossa educação.

O importante é o olhar para que a formação do(a) professor(a) seja de qualidade e que possa atender às necessidades.

PREZADO(A) PROFESSOR(A)

Em um momento em que buscamos consolidar em nossos alunos a relação entre saber científico e a prática cotidiana, é imperativo que a ação docente seja repensada, uma vez que é por meio dela que o(a) professor(a) abrirá caminho para a formação esperada e necessária de nossos discentes.

O processo formativo deve ser construído sob a perspectiva de que o conhecimento está em relação direta com a vida dos alunos, e, por conseguinte, é preciso superar a compreensão de que bastaria a memorização de regras e conteúdos desconectados das vivências. Logo, o docente deve buscar caminhos que_ propiciem recursos aos alunos, de modo que estes consigam perceber na vida o conhecimento construído a partir dos momentos de sala de aula.

Nesse contexto, torna-se imperioso analisar de que maneiras os saberes docentes podem contribuir para as mudanças no cenário educacional, tanto nas práticas quanto nas concepções da formação docente. Espera-se que os(as) es(as) possam tornar-se protagonistas do próprio processo de formação (TARDIF, 2002).

A nova demanda educacional extrapola a formação acadêmica, na medida em que requer que o perfil do futuro docente seja de um profissional que busque constante atualização. Essa postura requer que se acompanhe as necessidades do contexto no qual o(a) professor(a) está inserido e do qual faz parte e é agente primordial.

PREZADO(A) PROFESSOR(A)

Saber não deve ser pensado como um conhecimento a ser transmitido, uma vez que não é da ordem de um produto ou está acabado. O saber é da ordem da vivência e é construído pelo sujeito, assim como também lhe é constitutivo. Logo, pensar o saber docente é pensar na singularidade de cada docente e de que forma ele é mobilizado no exercício de sua profissão.

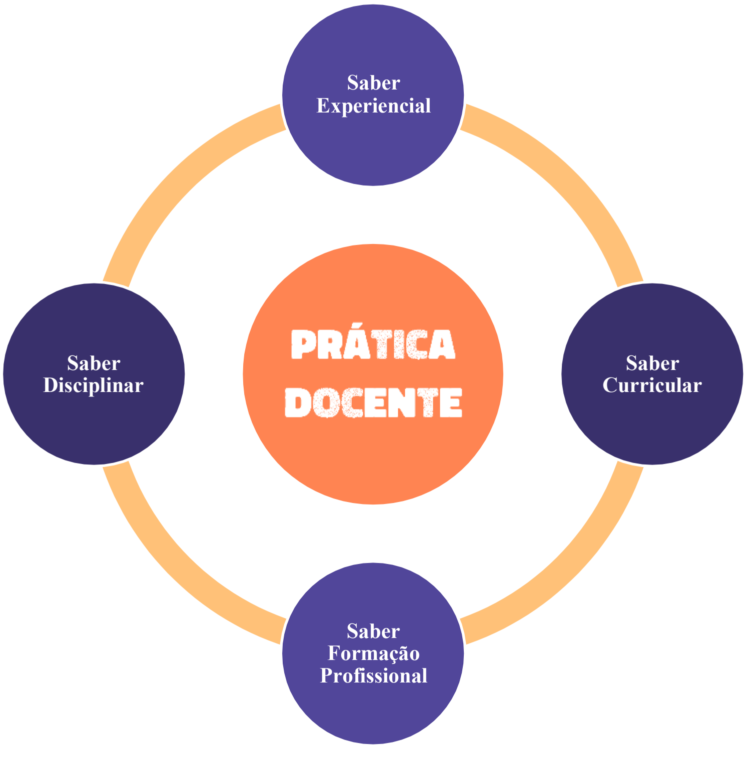
O saber docente está relacionado com a pessoa e sua identidade, com sua experiencia de vida e com sua história profissional. Por isso, é necessário estudá-los, relacionando-os com os elementos constitutivos do trabalho docente (TARDIF, 2002).

PREZADO(A) PROFESSOR(A)

Os estudos voltados à compreensão dos saberes são diversos e levaram à elaboração de denominações distintas. Os autores abaixo estudam, ainda que não diretamente, os saberes docentes, na medida em que preocupam-se com a prática enquanto uma ação entrecortada por conhecimentos e discursos que lhe são externos, mas que também lhe são constitutivos.

TARDIF	Saberes experienciais, saberes curriculares, saberes disciplinares, saberes da formação profissional (saberes das ciências da educação, saberes pedagógicos).
GAUTHIER	Saberes experienciais, saberes curriculares, saberes disciplinares, saberes das ciências da educação, saberes da tradição pedagógica, saberes da ação pedagógica.
SHULMAN	Saber do conteúdo, saber pedagógico do conteúdo, saber curricular.
PIMENTA	Conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento curricular.
SAVIANI	Saber atitudinal, saber crítico-contextual, saberes específicos, saber pedagógico e saber didático-curricular.
NÓVOA	Saber (conhecimento), saber-fazer (capacidade), saber-ser (atitudes)
ALTET	Saberes teóricos (saberes disciplinares, saberes da cultura do(a) professor(a), saberes didáticos, saberes pedagógicos) e saberes práticos ou saberes da experiência e saberes racionais.

Fonte: Neto e Costa (2016, p. 89).



Fonte: Tardif (2002).

Tendo em vista a pluralidade das categorias apresentadas, optaremos por seguir a perspectiva de Tardif, uma vez que, como afirmam Puentes, Aquino e Neto (2009), Tardif foi um dos pioneiros na discussão sobre a temática dos saberes docentes no Brasil e buscou definir o que seja o “saber”.

SABERES EXPERIENCIAIS

Esse tipo de saber pode ser constatado quando o(a) professor(a), enquanto sujeito, evidencia suas experiências para lidar com as demandas de sua profissão. Assim, tem-se o que lhe é interior, internalizado e constitutivo sendo relacionado com o que lhe é exigido externamente – as suas vivências são mobilizadas no exercício docente. Em complementação, tem-se os saberes curriculares e disciplinares.

PREZADO(A) PROFESSOR(A)

SABERES CURRICULARES

Os saberes curriculares que os(as) professores(a) transmitem situam-se numa posição de exterioridade em relação à prática docente: eles aparecem como produtos que já se encontram consideravelmente determinados em sua forma e conteúdos.

SABERES DISCIPLINARES

Esse saberes são oriundos da tradição cultural e dos grupos produtores de saberes sociais e incorporados à prática docente através das disciplinas, programas escolares, matérias e conteúdo a serem transmitidos (TARDIF, 2012). Devemos pensar esse tipo de saber como sendo os da ordem do conhecimento adquirido a longo da vida acadêmica, aqueles que são internalizados pela via da aprendizagem.

Os últimos saberes (das ciências da educação e pedagógicos) relacionam-se à perspectiva pela qual nossos(as) professores(as) são formados.

SABERES PEDAGÓGICOS

Os saberes pedagógicos apresentam-se como doutrinas ou concepções provenientes de reflexões sobre a prática educativa no sentido amplo do termo, reflexões racionais e normativas que conduzem a sistemas mais ou menos coerentes de representação e de orientação da atividade educativa (TARDIF, 2012).

Esses saberes condizem com os conhecimentos que os(as) professores(as) têm contato durante sua formação acadêmica. Podemos percebê-los na prática que ainda está em vigor nas salas de aula, segundo as quais, em boa parte dos casos, o(a) professor(a) detém toda a responsabilidade sobre o processo de ensino e aprendizagem, na medida em que é o único a conduzi-lo, ou seja, o aluno continua a ser um espectador passivo, sem participação.

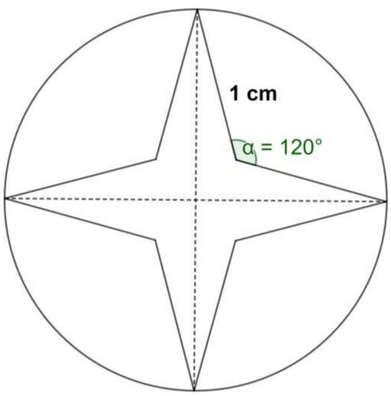
A atividade docente desenvolvida pelos(as) professores(as) favorece a produção e ampliação de seus conhecimentos, habilidades e competências, constituindo-se em saberes docentes para transformar a organização e a realização do trabalho do(a) professor(a) no contexto escolar, em especial na sala de aula principalmente na resolução de situações problemas.

A utilização de problemas para o desenvolvimento de conteúdos é uma ferramenta muito poderosa e utilizada tanto no ensino básico como no ensino superior. No caso específico desse trabalho, o problema permite fazer revisão de conceitos básicos de Geometria, incluindo cálculo de áreas envolvendo trigonometria, além de uma revisão de teoremas e suas principais características.

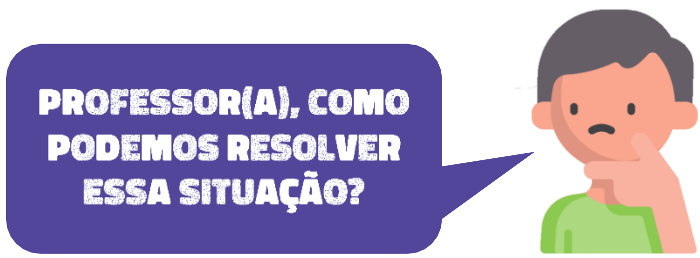
Nesse sentido buscamos enfatizar situação problema voltada ao ensino Geometria mais propriamente dito trigonometria, para que professores possam fazer uma apreciação da situação problema em questão para resolução de problemas.

PREZADO(A) PROFESSOR(A)

Com o intuito de decorar o piso da sala de estar da minha residência, projetamos colocar no centro dela uma figura que representa um polígono regular, como demonstrado a seguir:



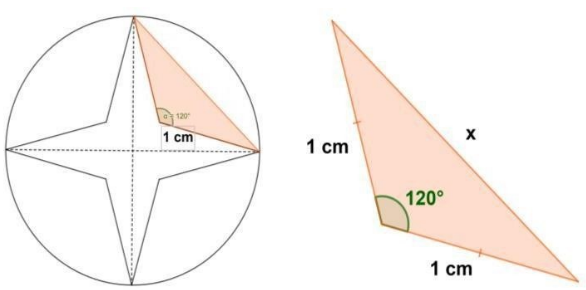
Porém, como sala é pequena, iremos colocar este detalhe somente no centro.



Fonte: Adaptado de HAUSS, 2018.

Para calcular tais medidas, adotaremos o valor do lado da figura igual a 1 cm e o ângulo α (alfa) medindo 120º graus. Então iniciamos calcular valor do raio desta circunferência circunscrita por meio da **Lei dos Cossenos e o Teorema de Pitágoras.**

PROFESSOR(A), POR QUE USAR A LEI DOS COSSENOS?



Temos um triângulo de lado 1 cm e ângulo igual a 120°. Para encontrar o valor do outro lado, vamos utilizar a lei dos cossenos.

RELEMBRANDO:

O quadrado de um dos lados do triângulo é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados, menos o dobro do produto desses dois lados pelo cosseno do ângulo formado entre eles.

VALE A PENA SABER!

LEI DOS COSSENOS

A lei dos cossenos permite encontrar a medida do lado de um triângulo qualquer se as medidas dos outros lados e do ângulo formado por eles forem conhecidas. Ao traçar a altura de um triângulo acutângulo, transformamos esse triângulo em **dois triângulos retângulos**.

O triângulo retângulo é a forma geométrica que possui um ângulo reto (90°) e dois outros ângulos agudos (menores que 90°).

Nesse problema, os raios traçados são perpendiculares. Neste caso, temos um triângulo retângulo de catetos **r** e hipotenusa $\sqrt{3}$.

PROFESSOR(A), MAS COMO CHEGAMOS A ESSE VALOR DA HIPOTENUSA? CONSEGUE RECORDAR?

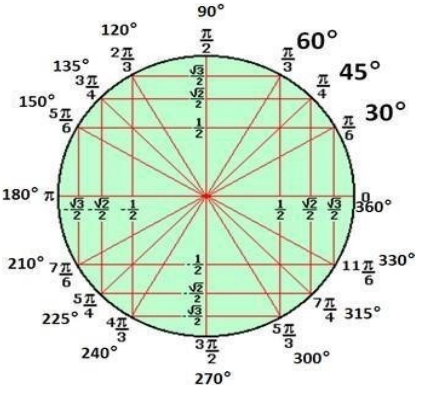
$x^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \times 1 \times$
$x^2 = 1 + 1 \quad \left(\frac{1}{-2}\right)$
$-2 \times$
$x^2 = 1 + 1$
$+ 1 \sqrt{\ }$

Diante desse resultado, como podemos pensar na aplicação da nossa situação problema? Existe meio de calcular área negativa e positiva?

Como sabemos, a área pode ser apenas positiva, por isso:

O VALOR DO LADO X É $\sqrt{3}$.

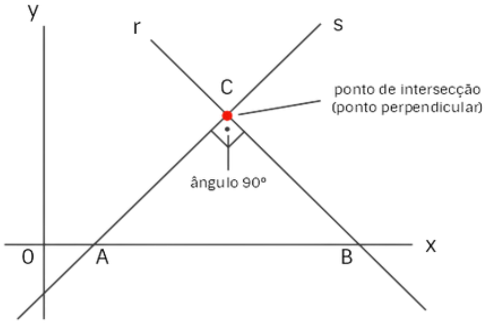
Agora vamos retomar o ciclo?



O ângulo de 120° está no 2º quadrante e corresponde ao ângulo de 60° (1º quadrante) cujo cosseno é igual a ½. Como no 2º quadrante os cossenos são negativos, **COS 120° = – ½.**

É preciso ainda recordar dois conceitos importantes: **perpendicularidade** e **Teorema de Pitagoras**.

VALE A PENA SABER! RAIOS PERPENDICULARES

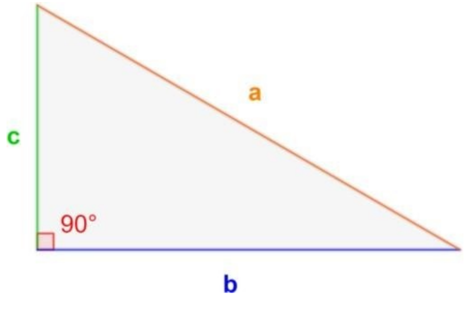


Como pode ser visto no plano cartesiano, o que define uma reta como **perpendicular** é o seu ponto de intersecção com outra linha. Caso seja formado um ângulo reto, pode- se afirmar que se trata de uma **perpendicularidade**.

VALE A PENA SABER! TEOREMA DE PITÁGORAS

O Teorema de Pitágoras relaciona as medidas dos lados de um triângulo retângulo da seguinte maneira: em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. É um teorema muito importante para a Matemática, tendo influenciado na resolução de problemas.

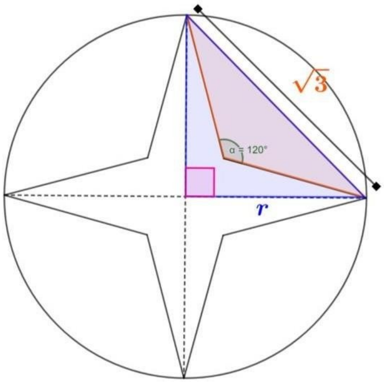
Para aplicação do teorema de Pitágoras, é necessário compreender as nomenclaturas dos lados de um triângulo retângulo. O maior lado do triângulo fica sempre oposto ao maior ângulo, que é o ângulo de 90°. Esse lado recebe o nome de hipotenusa e será representado aqui pela letra **a**. Os demais lados são chamados de catetos e serão aqui representados pelas letras **b** e **c**.



O teorema afirma que é válida a relação a seguir:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Assim, podemos dizer que o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.



Professor(a), retomando à nossa situação problemas, ao traçar um triângulo retângulo com o vértice do no centro da circunferência, temos que a hipotenusa será dada pelo valor de x encontrado ($\sqrt{3}$) e que os catetos serão dados pelo valor do raio da circunferência.

Pelo Teorema de Pitágoras, sabemos que:

A hipotenusa ao quadrado é igual à soma dos catetos ao quadrado"

Portanto, podemos utilizá-lo para encontrar o valor do raio da circunferência e, consequentemente, determinar sua área:

$$(\sqrt{3})^2 = r^2 + r^2$$
$$(-2r^2 = -3)(\times -1)$$
$$r = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

Racionalizando

$$r = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{\;}}{\sqrt{\;}}$$
$$r = \frac{\sqrt{\;}\,2}{\sqrt{6}}$$
$$r = \frac{\sqrt{\;}\,4}{6}$$

O RAIO DA CIRCUNFERÊNCIA VALE $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Racionalização *é o processo pelo qual "retiramos" o radical de um denominador.*

A área do polígono é obtida pela equação:

$$A_{polígono} = A_{quadrado} - 4A_{triângulo} = (\sqrt{3})^2 - 4 \times \frac{\sqrt{3} \times 0,5}{2} = (3 - \sqrt{3}) \text{ cm.}$$

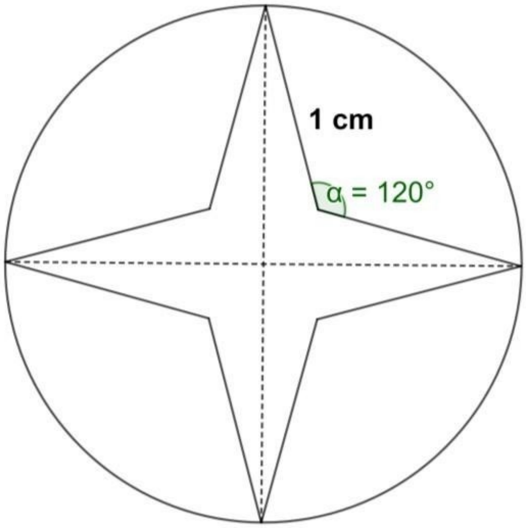
A área da circunferência é calculada pela equação:

$$A_{circunferência} = \pi r^2 = 3,14 \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right) = 4,71 \text{ cm.}$$

$A_{POLÍGONO} = (3 - \sqrt{3})$ cm e $A_{CIRCUNFERÊNCIA} = 4{,}71$ cm.

RETOMANDO O PROBLEMA

Considerando o problema inicial, decorar o piso da sala de estar da minha residência, projetamos colocar no centro dela uma figura que representa um polígono regular, conforme o desenho projetado.



Fonte: Adaptado de HAUSS, 2018.

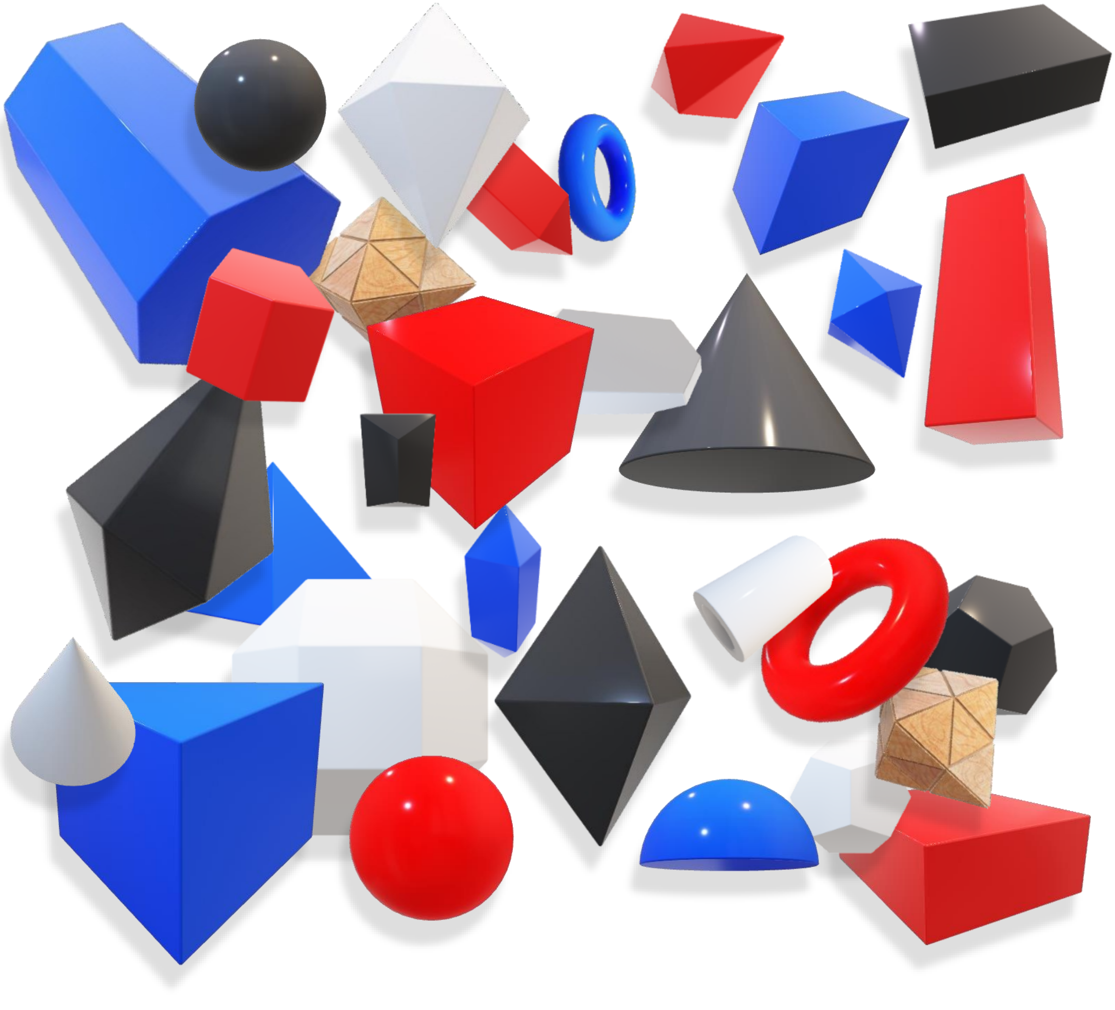
Após percorrermos caminhos e estratégias para descobrir qual seria a área a ser decorada, chegamos à conclusão que será decorada uma área de 4,71 cm.

PARA FINALIZAR

Caro(a) professor(a),

Este Produto busca ressaltar a importância da resolução de problemas envolvendo a Geometria, especificamente a trigonometria.

A Geometria é parte integrante nos currículos escolares e de aplicação prática no nosso dia a dia. Logo, a construção do conhecimento pode ser estimulado por pesquisas de fatos históricos acerca da geometria e suas aplicações nas construções civis, na agricultura, na pecuária e em destaque na resolução de problemas, que envolvem cálculos e medidas, que são nosso foco em questão.



JÚNIO FÁBIO FERREIRA

Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Possui graduação em Matemática pelo Centro Universitário de Patos de Minas (2008).

Possui experiência na área de Coordenação de Estágio Supervisionado e Empregabilidade (NESE), na Coordenação de Pós Graduação a Distância e Coordenação de Educação a Distância (EAD) e na docência do Ensino Superior – nas áreas de Metodologia Científica, Matemática Fundamental, Cálculo I e II, Estágio Supervisionado I e II, TCC I e II. Atualmente é Professor e Coordenador de área do Ensino de Matemática na Escola Estadual Professor Zama Maciel da SEE/MG.

VLADEMIR MARIM

Bacharel e Licenciado em Matemática, Pedagogo, Psicopedagogo, mestre e doutor em Educação Currículo pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Possui pós-doutorado em Políticas Públicas de Formação Docente pela Universidade Autônoma de Madrid (UAM).

Atualmente é professor associado da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal (ICENP), no curso de Matemática. Professor do quadro permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM/UFU) – Mestrado Profissional. Autor da coleção "Faça Matemática do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental", publicada pela Editora FTD (2020). Coordenador Institucional do Programa Residência Pedagógica (PRP).

REFERÊNCIAS

BRASIL ESCOLA, 2009. **Importância do ensino de Geometria**. Disponível em: http://www.educador.brasilescola.com/estrategiasensino/importancia-ensino- geometria.htm. Acesso em: 25 jan. 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 out 2021.

HAUSS, Eugenia. Como Desenhar uma Estrela (Pontas Múltiplas). Disponível em: https://design.tutsplus.com/pt/tutorials/how-to-draw-a-star--cms-30828. Acesso em: 18 nov. 2021.

PAIS, L. C. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria.** Disponível em: http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/analise_significado.pdf. Acesso em: 18 nov. 2021.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional.** 4. ed. Petrópolis, RJ, Vozes, 2002.

TARDIF, Maurice. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, 2000, n. 13. Disponível em: http://www.ergonomia.ufpr.br/Metodologia/RBDE13_05_MAURICE_TARDIF.pdf. Acesso em: 25 out. 2021.

TARDIF, Maurice; LESSARD, Claude; LAHANE, Louise. Os professores face ao saber: Esboço de uma problemática do saber docente. **Teoria & Educação**, n. 4, 1991. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4118869/mod_resource/content/1/TARDIF%2C%20Maurice%20et%20al.%20Os%20professores%20face%20ao%20saber%20-%20esbo%C3%A7o%20de%20uma%20problem%C3%A1tica%20do%20saber%20docente.pdf. Acesso em: 02 nov. 2021.