

Freddy Alejandro Portillo Morales

**Modelagem matemática e computacional de
interação fluido-estrutura utilizando
elementos sólidos com aplicação na indústria**

Uberlândia

2023

Freddy Alejandro Portillo Morales

**Modelagem matemática e computacional de
interação fluido-estrutura utilizando elementos sólidos
com aplicação na indústria**

Universidade Federal de Uberlândia–UFU

Faculdade de Engenharia Mecânica

Programa de Pós-Graduação

Orientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

Coorientador: Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavallini Jr.

Uberlândia

2023

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

M828 Morales, Freddy Alejandro Portillo, 1993-
2023 Modelagem matemática e computacional de interação
fluido-estrutura utilizando elementos sólidos com
aplicação na indústria [recurso eletrônico] / Freddy
Alejandro Portillo Morales. - 2023.

Orientador: Aristeu da Silveira Neto.

Coorientador: Aldemir Aparecido Cavallini Jr..

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Pós-graduação em Engenharia Mecânica.

Modo de acesso: Internet.

Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.te.2023.346>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Engenharia mecânica. I. Silveira Neto, Aristeu da ,
1955-, (Orient.). II. Jr., Aldemir Aparecido Cavallini,
1983-, (Coorient.). III. Universidade Federal de
Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Mecânica. IV.
Título.

CDU: 621

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091

Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1M, Sala 212 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
Telefone: (34) 3239-4282 - www.posmecanicaufu.com.br - secposmec@mecanica.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

| | | | | | |
|------------------------------------|--|-----------------|-------|-----------------------|-------|
| Programa de Pós-Graduação em: | Engenharia Mecânica | | | | |
| Defesa de: | Tese de Doutorado Acadêmico, nº 357, PPGEM | | | | |
| Data: | 19/07/2023 | Hora de início: | 09:00 | Hora de encerramento: | 12:15 |
| Matrícula do Discente: | 11913EMC017 | | | | |
| Nome do Discente: | Freddy Alejandro Portillo Morales | | | | |
| Título do Trabalho: | Modelagem matemática e computacional de interação fluido-estrutura utilizando elementos sólidos com aplicação na indústria | | | | |
| Área de concentração: | Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos | | | | |
| Linha de pesquisa: | Dinâmica dos Fluidos e Transferência de Calor | | | | |
| Projeto de Pesquisa de vinculação: | "Modelagem de escoamentos em tubulações com presença de uma válvula" | | | | |

Reuniu-se por meio de videoconferência a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, assim composta: Professores Doutores: Aldemir Aparecido Cavallini Júnior (coorientador) - FEMEC/UFU; João Marcelo Vedovotto - FEMEC/UFU; Solidônio Rodrigues Carvalho - FEMEC/UFU; Alvaro Luiz Gayoso de Azeredo Coutinho - UFRJ; Ricardo Serfaty - PETROBRAS; e Aristeu da Silveira Neto - FEMEC/UFU, orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos, o presidente da mesa, Dr. Aristeu da Silveira Neto, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Aristeu da Silveira Neto, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/07/2023, às 12:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **João Marcelo Vedovotto, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/07/2023, às 12:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Solidonio Rodrigues de Carvalho, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/07/2023, às 12:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **ricardo serfaty, Usuário Externo**, em 19/07/2023, às 12:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Alvaro Luiz Gayoso de Azeredo Coutinho, Usuário Externo**, em 19/07/2023, às 12:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4602223** e o código CRC **4701AF28**.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à vida, pelas oportunidades, ensinamentos, experiências e momentos que tem me dado.

Agradeço à minha esposa Drieli Veloso pelo amor, companhia e carinho. Sua presença ao meu lado tem sido um verdadeiro presente da vida.

Agradeço à minha família, à que está longe e a que está perto. A meus pais, Esperanza Morales e Fredy Portillo. Aos meus irmãos, Jairo, Scarlett e Maye. A meu primo, que considero irmão, Daniel Florez. Ao meu tio Orlando Morales, quem me ensinou tanto e a toda a família Morales e Portillo.

Agradeço aos meus amigos, aqueles que sempre estiveram do meu lado, me dando forças para continuar. Aos meus amigos Gopal León e Jeffersson Serna, com quem compartilhei meus anos de adolescência. Aos meus amigos Ricardo Catta, Vinícius Hagemeyer e Rodrigo Cavalcanti, que mais do que colegas, somos camaradas.

Agradeço ao laboratório que abriu as portas para mim, o MFLab. Agradeço imensamente ao meu orientador Aristeu da Silveira Neto, quem pra mim é uma fonte de inspiração em vários aspectos da vida. Agradeço ao meu co-orientador Aldemir Cavallini pelo acompanhamento nesta jornada. Agradeço à equipe toda, Ricardo Serfaty, João Vedovotto, Millena Villar, Johnatas Teixeira, Pedro Mota, João Emmanuel, Alex Elias, Jorge Prado, Sammy Christopher, Lucas Meira, Jamilye Kessia e os demais que passaram pelo MFLab. Na colaboração está o caminho, e sou muito grato de fazer parte deste time cheio de grandes pessoas e profissionais.

Por fim, agradeço à UFU, aos sistemas públicos de ensino e de saúde, ao Brasil que me acolheu tão bem e à Colômbia minha terra querida.

*“Coisas complexas não são mais do que
uma série de coisas simples acopladas entre si
e interagindo não linearmente”*

Resumo

Problemas de interação fluido-estrutura (*Fluid Structure Interaction -FSI*) são encontrados em uma ampla variedade de áreas, entre as quais encontram-se a biologia, medicina e engenharia em geral. O fenômeno de FSI, bem como o seu nome indica, acontece quando se tem a interação entre escoamentos de fluido e uma ou mais estruturas. Neste trabalho, faz-se uma avaliação de FSI de estruturas flexíveis submetidas a escoamentos tanto compressíveis quanto incompressíveis. Usando o simulador multifísica, MFSim, ferramenta computacional desenvolvida pelo Laboratório de Mecânica dos Fluidos (MFLab), é possível realizar simulações computacionais de interação fluido-estrutura. O MFSim usa uma abordagem particionada. Esta abordagem particionada significa que o Fluido e a Estrutura, serão resolvidas de formas independentes e acopladas a cada passo de tempo, permitindo a combinação de métodos eficientes para cada subsistema a ser resolvido. Para o caso do fluido é utilizado o Método dos Volumes Finitos (*Finite Volume Method - FVM*) e para a estrutura é utilizado o Métodos dos Elementos Finitos (*Finite Element Method - FEM*). Também é utilizado o Método da Fronteira Imersa (*Immersed Boundary Method - IBM*), responsável pela modelagem da interface fluido-sólido, usando este método é possível calcular as forças fluidodinâmicas exercidas pelo fluido devido a presença de corpos imersos. Para os casos de estudo mostrado nesta tese foram utilizados elementos hexaédricos de 8 nós padrão e com funções extra de interpolação. O escopo desta tese foi o de analisar o problema de interação fluido-estrutura de uma tubulação que faz parte da Unidade de Craqueamento Catalítico Fluido (UFCC) da refinaria REPLAN da Petrobras. Para a análise de FSI do problema proposto foi considerado o fluido newtoniano, escoamento compressível, com propriedades físicas variáveis e foi utilizado um acoplamento fraco entre os subsistema fluido e estrutura para este caso específico. Para a realização da simulação computacional do problema proposto, foi utilizada uma malha cartesiana bloco-estruturada, com refinamento adaptativo, metodologia LES e Smagorinsky como modelo de fechamento da turbulência. Para os casos de validação de FSI foi utilizado acoplamento forte entre os subsistemas. Os resultados evidenciaram que a região que está suscetível a maiores vibrações é a região onde está localizada a válvula Main, a maior magnitude do deslocamento médio foi encontrada à montante

da válvula Main e acontece quando a válvula Main tem um fechamento de 44° e a válvula Slide tem uma abertura de 83%. Ao longo do trabalho são apresentadas as modelagens física, matemática diferencial e matemática computacional do problema proposto, assim como os resultados para os casos de validação e de aplicação industrial.

Palavras-chave: Interação Fluido-Estrutura, Método dos Elementos Finitos, Método dos Volumes Finitos, Elementos Sólidos Hexaédricos.

Resumen

Los problemas de interacción fluido-estructura (*Fluid Structure Interaction - FSI*) se encuentran en una amplia variedad de áreas, entre las cuales se incluyen la biología, la medicina y la ingeniería en general. El fenómeno de FSI, como su nombre indica, ocurre cuando hay una interacción entre flujos de fluido y una o más estructuras. En este trabajo, se realiza una evaluación de FSI en estructuras flexibles sometidas a flujos compresibles e incompresibles. Utilizando el simulador multifísico, MFSim, una herramienta computacional desarrollada por el Laboratorio de Mecánica de Fluidos (MFLab), es posible realizar simulaciones computacionales de interacción fluido-estructura. MFSim utiliza un enfoque particionado, lo que significa que el fluido y la estructura se resuelven de forma independiente y acoplada en cada paso de tiempo, permitiendo la combinación de métodos eficientes para cada subsistema a resolver. Para el caso del fluido se utiliza el Método de Volúmenes Finitos (Finite Volume Method - FVM) y para la estructura se emplea el Método de Elementos Finitos (Finite Element Method - FEM). También se utiliza el Método de Frontera Inmersa (Immersed Boundary Method - IBM), que es responsable de modelar la interfaz fluido-sólido. Este método permite el cálculo de las fuerzas fluidodinámicas ejercidas por el fluido debido a la presencia de cuerpos inmersos. En los casos de estudio presentados en esta tesis, se utilizaron elementos hexaédricos de 8 nodos estándar con funciones adicionales de interpolación. El alcance de esta tesis fue analizar el problema de interacción fluido-estructura de un conducto que forma parte de la Unidad de Craqueo Catalítico Fluido (UFCC) de la refinería REPLAN de Petrobras. Para el análisis de FSI del problema propuesto, se consideró un fluido newtoniano con flujo compresible y propiedades físicas variables, y se utilizó un acoplamiento débil entre los subsistemas de fluido y estructura para este caso específico. Para llevar a cabo la simulación computacional del problema propuesto, se utilizó una malla cartesiana estructurada en bloques con refinamiento adaptativo, metodología LES y Smagorinsky como modelo de cierre de la turbulencia. Para los casos de validación de FSI, se utilizó un acoplamiento fuerte entre los subsistemas. Los resultados mostraron que la región más susceptible a las mayores vibraciones es donde se encuentra la válvula Main, encontrándose la magnitud más alta del desplazamiento promedio aguas arriba de la válvula principal cuando esta está

cerrada a 44° y la válvula Slide está abierta al 83%. A lo largo del trabajo, se presentan los modelos físico, matemático diferencial y matemático computacional del problema propuesto, así como los resultados de los casos de validación y de aplicación industrial.

Palavras-chave: Interacción Fluido-Estructura, Método de los Elementos Finitos, Método de los Volúmenes Finitos, Elementos Sólidos Hexaédricos.

Abstract

Fluid-Structure Interaction (FSI) problems are found in a wide range of fields, including biology, medicine, and general engineering. The FSI phenomenon, as the name suggests, occurs when there is an interaction between fluid flows and one or more structures. In this work, an evaluation of FSI is performed on flexible structures subjected to both compressible and incompressible flows. Using the multiphysics simulator, MFSim, a computational tool developed by the Fluid Mechanics Laboratory (MFLab), it is possible to perform computational simulations of fluid-structure interaction. MFSim uses a partitioned approach, which means that the fluid and the structure are solved independently and coupled at each time step, allowing the combination of efficient methods for each subsystem to be resolved. For the fluid case, the Finite Volume Method (FVM) is used, while for the structure, the Finite Element Method (FEM) is employed. The Immersed Boundary Method (IBM) is also used, which is responsible for modeling the fluid-solid interface. This method allows the calculation of fluid-dynamic forces exerted by the fluid due to the presence of immersed bodies. In the presented study cases, 8-node hexahedral elements with additional interpolation functions were used. The scope of this thesis was to analyze the fluid-structure interaction problem of a pipeline that is part of the Fluid Catalytic Cracking Unit (FCCU) at Petrobras' REPLAN refinery. For the FSI analysis of the proposed problem, a Newtonian fluid with compressible flow and varying physical properties was considered, and a weak coupling between the fluid and structure subsystems was used for this specific case. To carry out the computational simulation of the proposed problem, a block-structured Cartesian mesh with adaptive refinement, LES methodology, and Smagorinsky as the turbulence closure model were employed. For the FSI validation cases, a strong coupling between subsystems was used. The results showed that the region susceptible to the greatest vibrations is where the Main valve is located, with the highest magnitude of average displacement found upstream of the Main valve when it is closed at 44° and the Slide valve is open at 83%. Throughout the work, physical, differential mathematical, and computational mathematical modeling of the proposed problem are presented, as well as the results for validation and industrial application cases.

Keywords: Fluid-Structure Interaction, Finite Element Method, Finite Volume Method, Solid Hexahedral Elements.

Lista de figuras

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Malha conforme (esquerda) vs. Fronteira Imersa (direita) | 26 |
| Figura 2 – Número de publicações que contém 'immersed boundary' ou 'immersed boundaries' no seu título por ano de publicação. . . . | 27 |
| Figura 3 – Domínio computacional utilizado por Correa (2020). | 29 |
| Figura 4 – Magnitude da vorticidade para 45°de fechamento da válvula borboleta. | 30 |
| Figura 5 – Magnitude da velocidade para 45°de fechamento da válvula Main. | 31 |
| Figura 6 – Aplitude vs. ângulo de fechamento da válvula para os modelos de Reissner-Mindlin e Cascas curvilíneas | 31 |
| Figura 7 – Esquema ilustrativo da tubulação escopo de problema. Medidas em mm. | 34 |
| Figura 8 – Esquema ilustrativo da tubulação com a camada de concreto refratário | 35 |
| Figura 9 – Esquema ilustrativo da distribuição e amarração do grampos que fixam a camada de concreto à tubulação. Medidas em mm. | 35 |
| Figura 10 – Esquema de discretização espacial usando malha bloco-estruturada para um volume computacional. | 45 |
| Figura 11 – Viga monoengastada discretizada por elementos hexaédricos . . | 50 |
| Figura 12 – Elemento <i>Hexa-8</i> no sistema físico de coordenadas (x, y, z) e no sistema natural de coordenadas (ξ, η, ζ). | 51 |
| Figura 13 – Esquemas ilustrativos dos tipos de acoplamento para problemas de FSI. O ponto azul representa o subsistema fluido e o vermelho o subsistema estrutura. | 59 |
| Figura 14 – Fluxograma do módulo de FSI dentro do MFSim | 62 |
| Figura 15 – Reação química instantânea de um jato turbulento. | 64 |
| Figura 16 – Malha adaptativa utilizada e carga suportada por cada proces- sador com balanço de carga a 0,1 s (esquerda) e 0,17 s (direita). | 65 |
| Figura 17 – Contornos de Iso valor de critério Q para um número de Rayleigh de $R_a = 5,56 \times 10^{11}$ | 66 |

| | |
|--|----|
| Figura 18 – Primeiro ao terceiro modo de vibração de uma viga de secção retangular (b) <i>cantilever</i> e (b) bi-apoiada | 71 |
| Figura 19 – Quarto ao sexto modo de vibração de uma viga de secção retangular (b) <i>cantilever</i> e (b) bi-apoiada | 72 |
| Figura 20 – Primeiro ao terceiro modo de vibração de uma viga de secção quadrada (b) <i>cantilever</i> e (b) bi-apoiada | 74 |
| Figura 21 – Quarto ao sexto modo de vibração de uma viga de secção quadrada (b) <i>cantilever</i> e (b) bi-apoiada | 75 |
| Figura 22 – Primeiro ao terceiro modo de vibração de um tubo (b) <i>cantilever</i> e (b) bi-apoiada | 77 |
| Figura 23 – Terceiro ao quarto modo de vibração de uma viga de secção retangular (b) <i>cantilever</i> e (b) bi-apoiada | 78 |
| Figura 24 – Localização dos pontos de aplicação de força e medição de deslocamento. | 80 |
| Figura 25 – Malha computacional utilizada para placa Lind-6 | 82 |
| Figura 26 – Níveis de refinamento de malha computacional para placa Lind-6 | 82 |
| Figura 27 – Modos de vibração para a placa Lind-6 | 83 |
| Figura 28 – Malha computacional utilizada para Lind-6 mostrando os nós de aplicação da força instantânea e de avaliação do deslocamento. | 84 |
| Figura 29 – (a) Deslocamento na direção y no tempo e (b) DFT para a placa Lind-6 submersa em ar. | 84 |
| Figura 30 – (a) Deslocamento na direção y no tempo e (b) DFT para a placa Lind-6 submersa em água | 85 |
| Figura 31 – Resultados das frequências adimensionais obtidas para Lind-5 submersa em ar e água | 86 |
| Figura 32 – Resultados das frequências adimensionais obtidas para Lind-6 submersa em ar e água | 86 |
| Figura 33 – Resultados das frequências adimensionais obtidas para Lind-7 submersa em ar e água | 87 |
| Figura 34 – Resultados das frequências adimensionais obtidas para Lind-8 submersa em ar e água | 87 |
| Figura 35 – Domínio computacional. | 91 |

| | |
|---|-----|
| Figura 36 – Campo da magnitude da velocidade e distribuição de processos com balanceamento de carga | 93 |
| Figura 37 – Deslocamento do ponto A da placa | 93 |
| Figura 38 – DFT do deslocamento no ponto A. | 94 |
| Figura 39 – Visualização renderizada de isosuperfícies do critério Q. | 95 |
| Figura 40 – Domínio computacional e condições de contorno e sistema de coordenadas global. | 97 |
| Figura 41 – Malha computacional do subsistema fluido. | 98 |
| Figura 42 – Tempo gasto por passo de tempo vs. número de cores para loadbalance ativado (azul) e desativado (vermelho) | 98 |
| Figura 43 – Malha de Fronteiras imersas e FEM referentes à tubulação e à válvula "Main"da UFCC. | 100 |
| Figura 44 – Malha de FEM e condições de contorno para a estrutura. | 101 |
| Figura 45 – Primeiro e segundo modo de vibração da tubulação | 103 |
| Figura 46 – Magnitude do deslocamento (esquerda) e critério de Von Mises (direita) para cargas estáticas devido ao próprio peso da estrutura | 104 |
| Figura 47 – Campos fluidodinâmicos de número de Mach para os ângulos de fechamento de "Main"variando de 0 ° a 50 ° com "Slide"constante com 100 % de abertura | 106 |
| Figura 48 – Campos fluidodinâmicos de número de Mach para os ângulos de fechamento de "Main"variando de 0 ° a 50 ° com "Slide"constante com 80 % de abertura | 107 |
| Figura 49 – Campos fluidodinâmicos de número de Mach para os ângulos de fechamento de "Main"variando de 0 ° a 50 ° com "Slide"constante com 60 % de abertura | 108 |
| Figura 50 – Campos fluidodinâmicos de número de Mach para os ângulos de fechamento de "Main"variando de 0 ° a 50 ° com "Slide"constante com 40 % de abertura | 109 |
| Figura 51 – Campos fluidodinâmicos de número de Mach para os ângulos de fechamento de "Main"variando de 0 ° a 50 ° com "Slide"constante com 20 % de abertura | 110 |
| Figura 52 – Localização das sondas avaliadas para a estrutura | 111 |

| | |
|---|-----|
| Figura 53 – FFT da sonda disposta à jusante da válvula "Main" com fechamento de 0 ° para todas as configurações de "Slide" avaliadas . . . | 112 |
| Figura 54 – À esquerda Iso superfícies do critério Q colorido pela magnitude da velocidade e à direita magnitude do deslocamento da estrutura com 2 segundo físicos de simulação. | 113 |
| Figura 55 – (a) Média da magnitude da velocidade à jusante da válvula "Main" com ela totalmente aberta (0°) para todas as aberturas de "Slide" e seus intervalos de confiança; (b) Médias para os deslocamentos máximos na estrutura à jusante da válvula "Main". | 114 |
| Figura 56 – Campos fluidodinâmicos de pressão e temperatura para 00m100s. | 114 |
| Figura 57 – Superfície de resposta do sistema referente à sonda C (node: 22601). | 115 |
| Figura 58 – Superfície de resposta do sistema referente à sonda D (node: 22401). | 116 |
| Figura 59 – Superfície de resposta do sistema referente à sonda E (node: 24801). | 116 |
| Figura 60 – Superfície de resposta do sistema referente à sonda F (node: 24901). | 116 |
| Figura 61 – Localização das sondas de fluido avaliadas para o caso 45m100s à montante (A) e à jusante (B) da válvula 'Main'. | 117 |
| Figura 62 – Magnitude da velocidade à montante (A) e à jusante (B). | 118 |
| Figura 63 – Pressão à montante (A) e à jusante (B). | 118 |
| Figura 64 – Espectro da energia cinética turbulenta à montante (A) e à jusante (B). | 118 |

Lista de tabelas

| | |
|---|----|
| Tabela 1 – Composição química dos gases de combustão | 33 |
| Tabela 2 – Seções transversais das estruturas | 68 |
| Tabela 3 – Propriedades físicas do aço utilizado. | 69 |
| Tabela 4 – Valores de λ_i para as condições cantilever e bi-engastada para vigas | 69 |
| Tabela 5 – Erro relativo das frequências naturais calculadas com código próprio aos resultados contínuos para | 70 |
| Tabela 6 – Erro relativo das frequências naturais calculadas com código próprio aos resultados contínuos | 70 |
| Tabela 7 – Erro relativo das frequências naturais calculadas com código próprio aos resultados contínuos | 73 |
| Tabela 8 – Erro relativo das frequências naturais calculadas com código próprio aos resultados contínuos | 73 |
| Tabela 9 – Erro relativo das frequências naturais calculadas com código próprio aos resultados contínuos | 76 |
| Tabela 10 – Erro relativo das frequências naturais calculadas com código próprio aos resultados contínuos | 76 |
| Tabela 11 – Dimensões das placas ensaiadas | 80 |
| Tabela 12 – Propriedades do material | 80 |
| Tabela 13 – Parâmetros da simulação | 81 |
| Tabela 14 – Erros das frequências adimensionais em relação ao experimento material para placa Lind-5 | 88 |
| Tabela 15 – Erros das frequências adimensionais em relação ao experimento material para placa Lind-6 | 89 |
| Tabela 16 – Erros das frequências adimensionais em relação ao experimento material para placa Lind-7 | 89 |
| Tabela 17 – Erros das frequências adimensionais em relação ao experimento material para placa Lind-8 | 90 |
| Tabela 18 – Structural properties | 91 |

| | |
|--|-----|
| Tabela 19 – Características geométricas | 91 |
| Tabela 20 – Configuração da simulação computacional | 92 |
| Tabela 21 – Resultados obtidos por Turek e Hron (2006) e os do presente trabalho. | 94 |
| Tabela 22 – Propriedades dos materiais da estrutura | 101 |
| Tabela 23 – Frequências naturais da tubulação. | 102 |
| Tabela 24 – Parâmetros da simulação computacional | 105 |

Sumário

| | | |
|------------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 21 |
| 1.1 | Objetivos | 23 |
| 1.1.1 | Objetivos gerais | 23 |
| 1.1.2 | Objetivos específicos | 23 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 24 |
| 2.1 | Interação fluido-estrutura (FSI) | 24 |
| 2.2 | Vibração da tubulação da Unidade Fluido Catalítica (UFCC) | 28 |
| 3 | METODOLOGIA | 32 |
| 3.1 | Modelagem física | 32 |
| 3.1.1 | Unidade de Craqueamento Catalítico Fluido (UFCC) - Unidade RE-PLAN da Petrobras | 32 |
| 3.2 | Modelo matemático algébrico diferencial | 36 |
| 3.2.1 | Subsistema fluido | 36 |
| 3.2.2 | Modelo de fechamento da turbulência: LES | 39 |
| 3.2.3 | Subsistema estrutural | 41 |
| 3.3 | Modelo numérico computacional | 44 |
| 3.3.1 | Subsistema fluido | 44 |
| 3.3.1.1 | Discretização espacial | 44 |
| 3.3.1.2 | Discretização do termo temporal | 45 |
| 3.3.1.3 | Discretização do termo advectivo | 46 |
| 3.3.1.4 | Acoplamento pressão-velocidade | 46 |
| 3.3.1.5 | Método da Fronteira Imersa (<i>Immersed Boundary Method - IB</i>) | 47 |
| 3.3.2 | Subsistema estrutural | 48 |
| 3.3.2.1 | Elemento sólido Hexa-8 com funções extra de interpolação | 49 |
| 3.3.3 | Acoplamento de interação fluido-estrutura | 58 |
| 3.3.4 | Método de integração temporal: Runge-Kutta-Dormand-Prince | 59 |

| | | |
|------------|--|------------|
| 3.3.5 | Fluxograma do módulo de interação fluido-estrutura implementado no MFSim | 61 |
| 3.3.6 | MFSim: simulador multifísica | 62 |
| 4 | VALIDAÇÃO | 67 |
| 4.1 | Caso de validação 1: análise modal de estruturas | 68 |
| 4.2 | Caso de validação 2: vibração de placas submersas em água e ar | 79 |
| 4.3 | Caso de validação 3: FSI para sistema cilindro-placa | 90 |
| 5 | RESULTADOS | 96 |
| 5.1 | Vibração de uma tubulação de UFCC | 96 |
| 6 | CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS | 120 |
| | REFERÊNCIAS | 123 |

1 Introdução

O fenômeno de interação fluido-estrutura (Fluid-Structure Interaction - FSI) consiste na interação entre um ou mais corpos sólidos com um escoamento externo e/ou interno de um fluido. Os problemas de FSI podem ser encontrados em uma ampla variedade de situações tanto na natureza quanto na área da engenharia. Por exemplo, na natureza, no bater das asas de um inseto, o escoamento de ar passando entre árvores ou escoamento de sangue através de veias e artérias no corpo humano. Já na área da engenharia, a análise de FSI é muito importante para o projeto mecânico de aviões e foguetes, construção de pontes ou de prédios de alta esbeltez como arranha céu, plataformas *off-shore* petrolíferas ou mesmo para projeto de turbinas eólicas, entre outros exemplos.

Simulações computacionais de problemas de FSI usualmente tem um alto grau de complexidade devido à necessidade de resolver de forma simultânea a física que envolve a fluidodinâmica e a dinâmica estrutural. Este acoplamento de subsistemas físicos podem ser feitos tanto de forma monolítica quanto particionada. A abordagem monolítica implica a resolução de um único sistema de equações que leve em consideração a fluidodinâmica e a análise estrutural. Por outro lado, a abordagem particionada consiste no uso de métodos diferentes para resolver cada uma das físicas envolvidas e acoplados entre elas.

Neste trabalho, a abordagem particionada foi adotada, usando o Método dos Elementos Finitos (Finite Element Method - FEM) para resolver o subsistema estrutural e o Método dos Volumes Finitos (Finite Volume Method - FVM) para resolver o subsistema fluido. O acoplamento entre os dois métodos é realizado através do Método da Fronteira Imersa (Immersed Boundary Method - IBM) que serve como interface entre os dois subsistemas mencionados acima. Através do IBM é possível calcular as forças fluidodinâmicas que o escoamento exerce sobre um corpo rígido através do uso do método de Multi-Forçagem Direta (Multi-Direct Forcing - MDF), após essas forças serem calculadas, elas são transmitidas ao modelo estrutural de FEM, as quais entram no vetor de forças externas para resolver a

equação do movimento correspondente.

O uso de ferramentas numérico computacionais vêm crescendo nas últimas décadas devido à possibilidade de simular problemas cada vez maiores que não poderiam ser analisados através de experimentos materiais em laboratórios, em alguns casos por causa da magnitude do problema ou por falta de controle das variáveis para reproduzi-los. Porém, não significa que as análises experimentais materiais sejam dispensadas, pois estas também são importantes em etapas de validação de simulações computacionais, então estes dois tipos de experimentos (virtuais e materiais) se retroalimentam e dialogam constantemente.

O MFSim é um software de simulação multi-física que permite analisar problemas de fluidodinâmica de escoamentos compressíveis e incompressíveis, escoamentos multifásicos, combustão, corrosão e interação fluido-estrutura. O software é desenvolvido pelo Laboratório de Mecânica dos Fluidos (MFLab) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) em parceria com a Petrobras. Diversos trabalhos foram elaborados fazendo uso do MFSim em projetos de aplicação industrial e de pesquisa acadêmica.

Os avanços tecnológicos na área da computação quanto à capacidade de armazenamento, velocidade de processamento e possibilidade do uso de códigos em paralelo, fazem da área de modelagem e simulação computacional uma área em constante evolução e crescimento. Por isso, ferramentas como o MFSim precisam estar em contínuo desenvolvimento.

Esta tese de doutorado é dividida por capítulos. No capítulo 2 faz-se a revisão bibliográfica, onde são abordados e comentados trabalhos recentes relacionados à interação fluido-estrutura em diversas aplicações e aos métodos utilizados para os desenvolvimentos realizados neste trabalho. No capítulo 3 faz-se a modelagem física dos problemas que foram resolvidos na validação do código e na aplicação em um problema proposto pela Petrobras. Também são apresentadas as modelagens matemáticas diferenciais e computacionais dos métodos utilizados para o desenvolvimento deste trabalho. No Capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos para os problemas propostos e é feita uma discussão destes. No capítulo 6 são apresentadas as conclusões e considerações finais. E por fim, no capítulo 7 são

colocadas as referências bibliográficas que formam parte deste estudo.

1.1 Objetivos

A seguir são apresentados os objetivos do presente trabalho.

1.1.1 Objetivos gerais

O presente trabalho tem como objetivo geral a análise de problemas de interação fluido-estrutura com aplicação industrial usando a plataforma MFSim do Laboratório de Mecânica dos Fluidos da Universidade Federal de Uberlândia;

1.1.2 Objetivos específicos

- Implementar elementos sólidos hexaédricos de 8 nós padrão e com funções extra de interpolação para o uso com o Método dos Elementos Finitos;
- Validar módulo estrutural sólido;
- Realizar cálculo de tensões normais, cisalhantes e de critério de Von Misses para o módulo estrutural sólido;
- Inserir módulo estrutural sólido dentro da plataforma de simulação multi-física MFSim;
- Acoplar o Método da Fronteira Imersa e o Método dos Elementos Finitos com elementos sólidos hexaédricos de 8 nós;
- Validar implementações para casos de interação fluido-estrutura;
- Aplicar novos desenvolvimentos em estudo de caso industrial;
- Redação de artigos;
- Redação e defesa da tese.

2 Revisão Bibliográfica

Simulações envolvem a discretização de domínios computacionais através de métodos numéricos, uma abordagem particionada de acoplamento multifísica permite a combinação desses métodos.

Neste capítulo é realizada uma revisão dos trabalhos que serviram como base para o desenvolvimento desta pesquisa, assim como alguns trabalhos recentes que acoplam diversos métodos para resolver problemas de FSI.

2.1 Interação fluido-estrutura (FSI)

Problemas de interação fluido-estrutura são interdisciplinares, envolvendo a mecânica dos fluidos e a mecânica dos sólidos. A avaliação de problemas de FSI varia de acordo com o grau de interação entre um ou mais corpos sólidos e o fluido. Embora muitos problemas envolvem deformação do sólido como parte integrante, há problemas em que é possível se avaliar a FSI assumindo o sólido como um corpo rígido.

A interação fluido-estrutura pode se dividir em duas categorias em função da física do escoamento como gás-sólido e líquido-sólido. Para interação entre líquidos e sólidos é assumido o escoamento como incompressível. Por outro lado, para interação de gases e sólidos o escoamento pode ser assumido como incompressível ou compressível. O escoamento pode ser assumido como incompressível, para gases, quando o número de Mach do escoamento é abaixo de 0,3. (ZIENKIEWICZ; TAYLOR; NITHIARASU, 2013).

O acoplamento entre os subsistemas fluido e estrutura pode ser feito de forma monolítica ou particionada. O acoplamento monolítico implica a resolução das físicas envolvidas em um único sistema de equações. Segundo Sotiropoulos e Yang (2014), apesar de que a abordagem monolítica seja incondicionalmente estável, o fato de se acoplar sólido e fluido no mesmo sistema de equações afeta a modularidade do software e impede o uso de solucionadores mais sofisticados para

cada um dos subsistemas de forma independente.

Por outro lado, o acoplamento particionado requer a resolução de forma separada tanto do fluido quanto da estrutura usando seus próprios métodos numéricos, estes subsistemas são acoplados entre si a cada passo de tempo através das condições de contorno na sua interface.

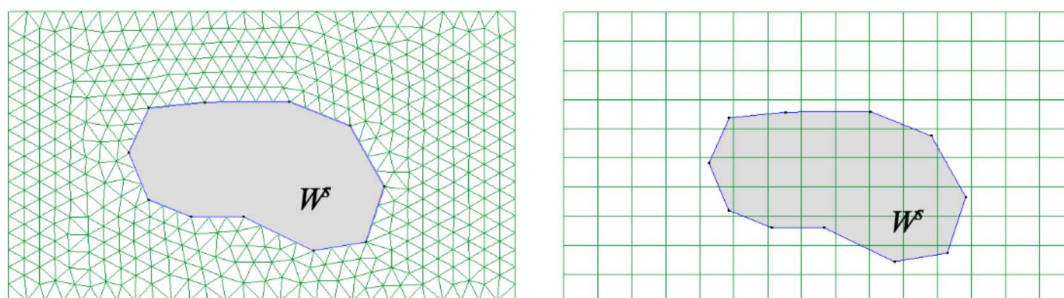
A abordagem particionada pode ser classificada em dois tipos: acoplamento fraco e acoplamento forte. No acoplamento fraco a informação entre a estrutura e o escoamento é transferida apenas uma vez por passo de tempo, enquanto no acoplamento forte é feita a comunicação entre os subsistemas de forma iterativa até atingir um critério de convergência.

Além da abordagem de resolução do problema segundo o acoplamento, tem-se a abordagem da discretização dos subdomínios fluido e estrutura. Nesse quesito as técnicas numéricas utilizadas podem se dividir em duas dependendo em se a malha de fluido está ou não em conformidade com a interface entre o fluido e a estrutura.

Para resolver problemas de interação entre fluido e sólidos de forma numérica os métodos frequentemente utilizados são: métodos com malha conforme à interface fluido-sólido (ALE) e os métodos de fronteira imersa (IBM). Na metodologia ALE, introduzida por Hirt, Amsden e Cook (1974), as condições de contorno de não deslizamento são impostas nas paredes do domínio pois a malha de fluido contorna a geometria do corpo sólido, esta abordagem apresenta alto custo computacional na geração de malha adaptativa conforme à complexidade geométrica da interface fluido-sólido aumenta. Por outro lado, nos métodos de fronteira imersa são utilizadas duas malhas independentes, uma malha langrangiana, a qual representa a interface da fronteira imersa, e uma euleriana que preenche o domínio inteiro (dentro e fora da fronteira imersa). Na Fig. 1 é mostrada a diferença das abordagens entre uma malha irregular conformada ao corpo ao corpo imerso em uma malha cartesiana aplicando o método da Fronteira Imersa.

Os métodos de fronteira imersa são um conjunto de técnicas numérico-computacionais versáteis e eficientes para resolver problemas de escoamentos que interagem com geometrias complexas usando a simplicidade e a eficiência de malhas

Figura 1 – Malha conforme (esquerda) vs. Fronteira Imersa (direita)



Fonte: Retirado de Ballatore (2020).

cartesianas estruturadas.

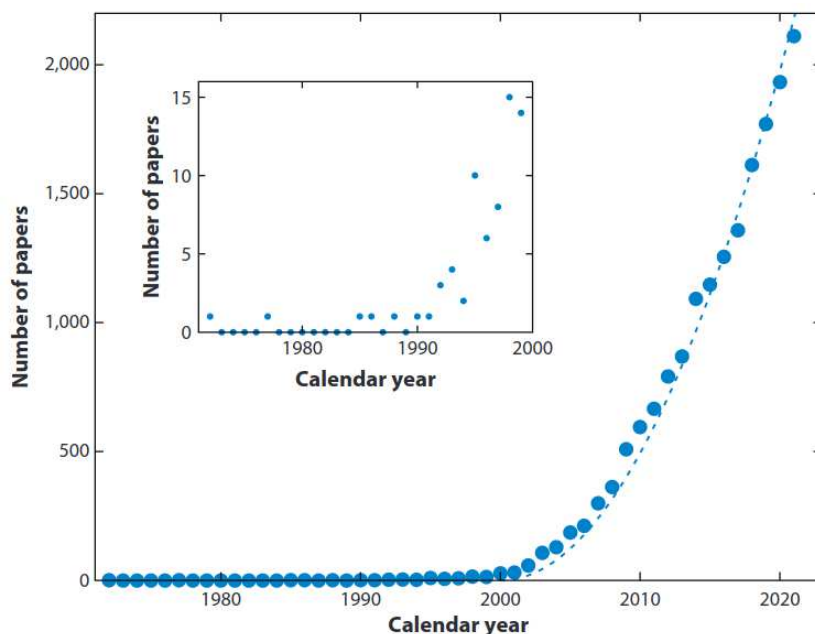
O termo ‘fronteira imersa’ foi primeiramente introduzido por Peskin (1972). No seu trabalho ele avalia o comportamento de uma válvula aórtica flexível usando o IBM considerando o escoamento em 2D. Segundo Peskin (1972) no IBM as forças são função da configuração da fronteira, por exemplo, se a fronteira é assumida como elástica, então as forças serão calculadas através da lei de Hooke.

Com o crescimento do poder computacional nas últimas décadas, nos nossos dias, é possível encontrar trabalhos usando IBM nas áreas do eletromagnetismo, combustão turbulenta, materiais piezoelétricos, interfaces químicas, dinâmica de múltiplos corpos, além dos exemplos com dinâmica dos fluidos, provocando um aumento exponencial na produção de artigos científicos a partir dos anos 90’s como mostrado na Fig. 2.

Nos métodos de fronteira imersa a interface entre o sólido e a estrutura é representada por malhas superficiais independentes e seus efeitos sobre o escoamento são levados em conta, seja pela introdução de forças de corpo fictícias nas equações de balanço ou pela modificação local da malha de fluido interna à estrutura.

Segundo Sotiropoulos e Yang (2014), quando comparados com os métodos ALE, os métodos de IB tem duas vantagens principais. Primeiramente, a geração rápida de malhas sem a necessidade de conformar a interface fluido-estrutura, a qual pode sofrer grandes deformações ou possuir formas muito complexas. Outra vantagem seria a possibilidade do uso de solucionadores de escoamento eficientes para resolver as equações de balanço na malha estacionária.

Figura 2 – Número de publicações que contém 'immersed boundary' ou 'immersed boundaries' no seu título por ano de publicação.



Fonte: Adaptado de Verzicco (2022).

Diversas combinações de metodologias são encontradas na literatura para a solução de escoamentos e sólidos acoplados entre si. A seguir são apresentados os trabalhos mais relevantes e recentes que envolvem a simulação computacional de interação fluido-estrutura.

Tian et al. (2014) utilizam o IBM como interface para acoplar os subsistemas fluido e estrutura envolvendo grandes deformações. O modelo estrutural de FEM é não linear e foram implementadas bibliotecas de elementos do tipo placa e sólido. Para a validação realizaram simulações computacionais do sistema cilindro-placa proposto por Turek e Hron. Também analisaram problemas de aplicação em sistemas biológicos como o bater das asas de um inseto e a vibração induzida pelo escoamento sobre cordas vocais.

Neto (2016) conduziu simulações computacionais de interação fluido-estrutura para uma tubulação localizada no leito marinho, responsável pelo transporte de petróleo e gás. O trabalho incluiu a implementação de elementos de viga de Timoshenko e Bernoulli no módulo estrutural do MFSim, que na época era conhecido

como Fluids3D. Os resultados das simulações permitiram avaliar o impacto da distância da tubulação ao leito marinho.

Flamini, DeAnda e Griffith (2016) empregam o IBM proposto por Peskin para modelar a interface entre o fluido e a estrutura. Foram realizadas simulações de uma válvula aórtica. Para modelar o escoamento foi utilizado o Método das Diferenças Finitas (Finite Difference Method - FDM) e para a estrutura foi utilizado o FEM. O modelo estrutural utilizado não contempla as não linearidades presentes no material biológico. Isso compromete os resultados obtidos, porém resultam em um bom avanço na área de FSI. Um dos problemas relatados pelos autores foi o alto custo computacional, pois para a simulação de um ciclo cardíaco com malha de boa qualidade foi requerido em torno de uma semana usando de 32 a 64 cores com uso de HPC (High-Performance Computing).

Jiang et al. (2021) realizaram simulações computacionais de FSI de forma particionada do tipo forte. Foram utilizados o método de Lattice Boltzmann (Lattice Boltzmann Method - LBM) para resolver o subsistema fluido, e o Método dos Elementos Finitos para resolver o subsistema estrutura. Os dois subsistemas foram acoplados através do Método da Fronteira Imersa. Também foi realizada uma implementação de processamento em paralelo com em uma Unidade de Processamento Gráfico (Graphics Processing Unit - GPU). O processamento em paralelo por GPU aumentou a velocidade de processamento em mais de 18 vezes. As implementações foram validadas com um caso de vibração induzida pelo escoamento, que consiste em um escoamento laminar interagindo com um sistema cilindro-placa proposto por Turek e Hron (2006).

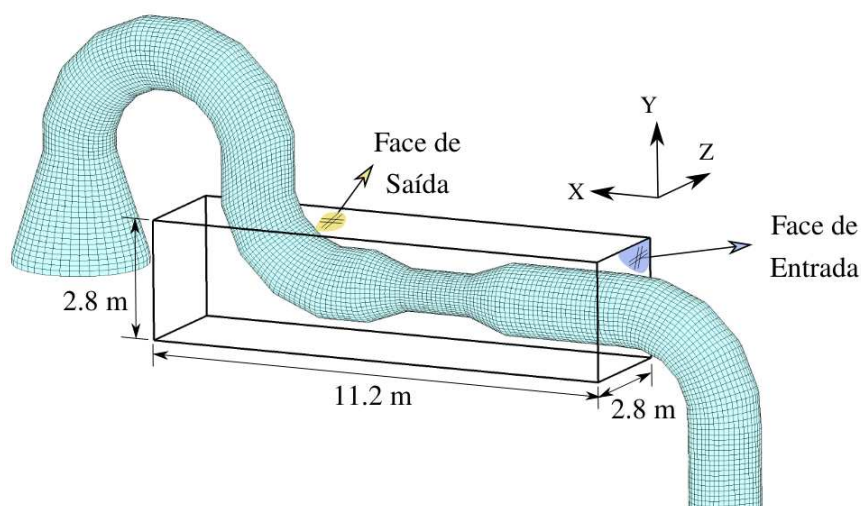
2.2 Vibração da tubulação da Unidade Fluido Catalítica (UFCC)

Nesta seção são apresentados os trabalhos relacionados diretamente com o problema proposto pela Petrobras. Mais informações sobre o caso de estudo encontram-se na seção 3.1.1. Antes desta tese, foram conduzidas simulações computacionais empregando elementos de placa e casca utilizando o código MFSim.

Correa (2020) realizou implementações no MFSim para problemas de interação fluido-estrutura com o uso de elementos de placa de Reissner-Mindlin e

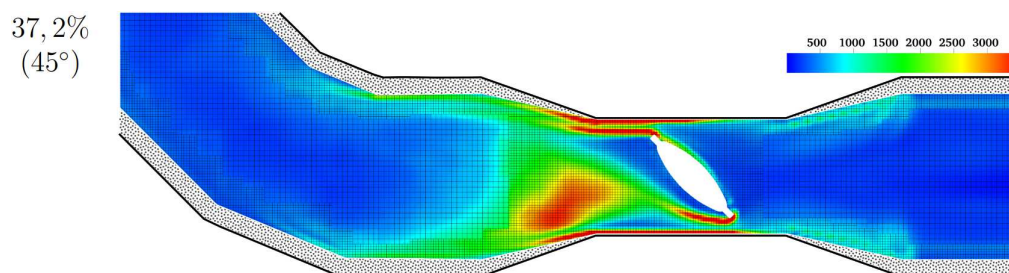
Kirchhoff. O problema de estudo foi proposto pela Petrobras e trata-se da mesma Unidade Fluido Catalítica (UFCC) objeto de estudo do presente trabalho. O escoamento foi considerado incompressível e o modelo de turbulência adotado foi um modelo submalha para LES (*Large-Eddy Simulation*), usando malha adaptativa. O domínio computacional avaliado por Correa (2020) é mostrado na Fig. 3. Para a validação dos resultados das simulações para FSI foram reproduzidos casos de placas imersas submetidas a uma força instantânea (pluck test) e comparados com os dados obtidos experimentalmente por Lindholm et al. (1965). Também foram realizadas simulações de validação para placas próximas à interface líquido-gás. Os resultados foram comparados com os resultados experimentais obtidos por Marcus (1978). Os testes do problema de aplicação da UFCC foram realizados para diferentes aberturas da válvula borboleta. Os resultados obtidos mostraram uma vibração maior da estrutura à jusante da seção da válvula, o que condiz com o desgaste percebido quando avaliada visualmente a tubulação no campo na refinaria. Segundo os resultados obtidos, também foi possível perceber um aumento na amplitude das frequências da tubulação quando a válvula tem um ângulo de fechamento de 45° , na Fig. 4 é mostrado o campo da magnitude da vorticidade para o ângulo de fechamento referido.

Figura 3 – Domínio computacional utilizado por Correa (2020).



Fonte: Retirado de Correa (2020).

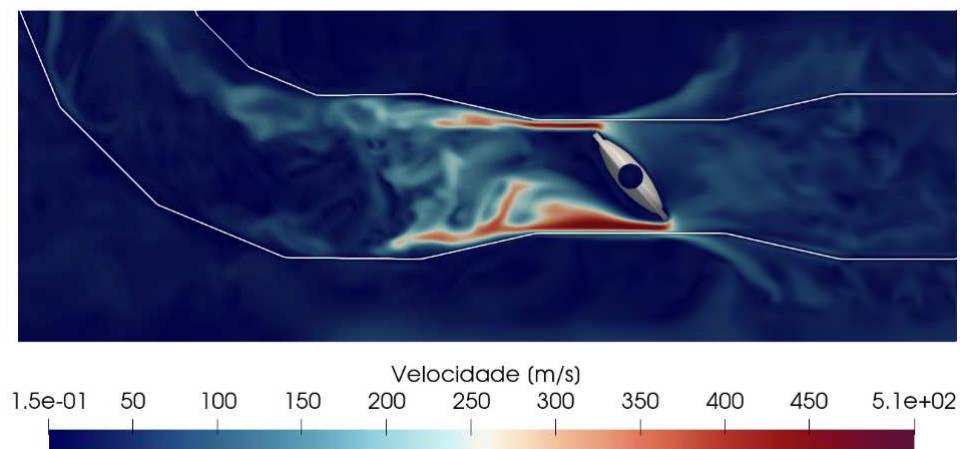
Figura 4 – Magnitude da vorticidade para 45° de fechamento da válvula borboleta.



Fonte: Retirado de Correa (2020).

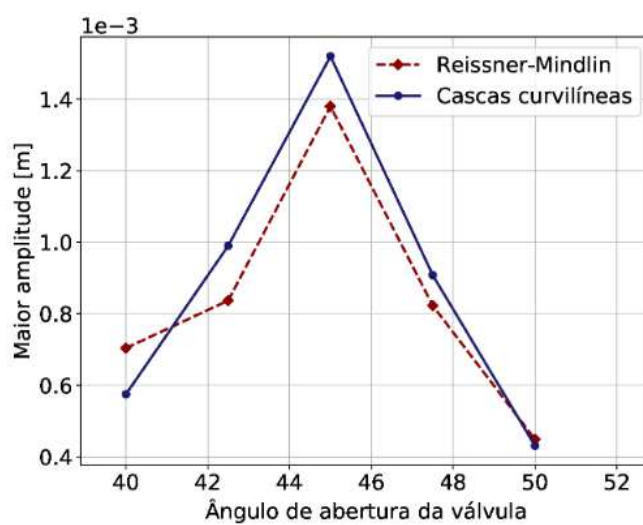
Avila (2021) implementou a biblioteca de elementos do tipo casca dentro do módulo estrutural do MFSim, realizou simulações computacionais de FSI para avaliar a vibração da tubulação e comparou os resultados com os resultados obtidos com elementos de placa por Correa (2020). As implementações realizadas no módulo estrutural para o elemento do tipo casca foram validadas comparando os resultados de vibração de placas para diferentes tipos de condições de contorno e geometrias apresentadas por Wang e Wang (2014). O autor também realizou simulações de FSI para placas submersas comparando os resultados experimentais obtidos por Lindholm e numéricos obtidos por Correa (2020) para elementos de placa Mindlin e Kirchhoff. Quando comparados os elementos de cascas curvilíneas e Reissner-Mindlin foi possível perceber uma economia absoluta de 34,87 % tempo de processamento. Para o problema da UFCC os resultados obtidos com casca coincidiram com os obtidos com elementos de placa Reissner-Mindlin, apontando que o ângulo de abertura da válvula que promove maior excitação ao sistema é de 45°.

Figura 5 – Magnitude da velocidade para 45° de fechamento da válvula Main.



Fonte: Retirado de Avila (2021).

Figura 6 – Amplitude vs. ângulo de fechamento da válvula para os modelos de Reissner-Mindlin e Cascas curvilíneas



Fonte: Retirado de Avila (2021).

3 Metodologia

Neste capítulo será apresentado em detalhe o MFSim, plataforma na qual foram realizadas as simulações computacionais, com o intuito de desenhar as capacidades atuais dele. Também serão mostradas as modelagens matemáticas diferencial e numérica e a modelagem computacional envolvidas nos casos de estudo e o problema de aplicação proposto. Foi realizada a análise do problema de FSI para uma tubulação sujeita a vibrações induzidas por escoamento interno de gases de combustão.

3.1 Modelagem física

A modelagem física é uma etapa fundamental em análises numéricas, envolvendo a identificação dos parâmetros físicos relevantes para a análise de um problema. Essa etapa é a primeira a ser realizada antes de qualquer outro tipo de modelagem, seja matemática ou material, pois é nessa etapa que é definido o domínio do problema, as condições de contorno, as condições iniciais bem como são realizadas simplificações do problema de forma a viabilizar a solução, mantendo a essência do fenômeno estudado. Essa etapa é fundamental para garantir que a simulação computacional seja confiável e os resultados obtidos sejam consistentes com o fenômeno físico real.

Na continuação serão apresentados os modelos físicos dos problemas de validação e o problema de aplicação proposto pela Petrobras.

3.1.1 Unidade de Craqueamento Catalítico Fluido (UFCC) - Unidade REPLAN da Petrobras

O problema proposto pela Petrobras consiste na análise de vibração de uma tubulação, causada pelo escoamento interno de gases de combustão na Unidade de Craqueamento Catalítico Fluido (UFCC). A tubulação da UFCC é composta por duas camadas de material, sendo a camada interna de concreto refratário

e a camada externa de uma tubulação de aço, ambas acopladas por grampos metálicos. Após a instalação de uma válvula borboleta para controlar a vazão, foram observadas grandes vibrações em alguns trechos da UFCC, resultando em trincas e desprendimento do material refratário.

Na Figura 7 apresenta-se um esquema ilustrativo para melhor entendimento do leitor. Nele estão dispostas as medidas da UFCC e são especificados os nomes das seções que a compõe.

As condições de operação da UFCC, tais como vazão mássica, pressão à jusante e pressão à montante, dependem da abertura de duas válvulas, uma válvula do tipo borboleta (chamada de válvula "Main") e uma outra válvula do tipo comporta (chamada de "Slide"), a primeira é localizada no trecho colorido de azul na Fig. 7, a segunda válvula está localizada na câmara de orifícios.

A tubulação em questão transporta os gases de combustão do coque (subproduto do carvão mineral) para serem reaproveitados na caldeira de CO (CORREA, 2020).

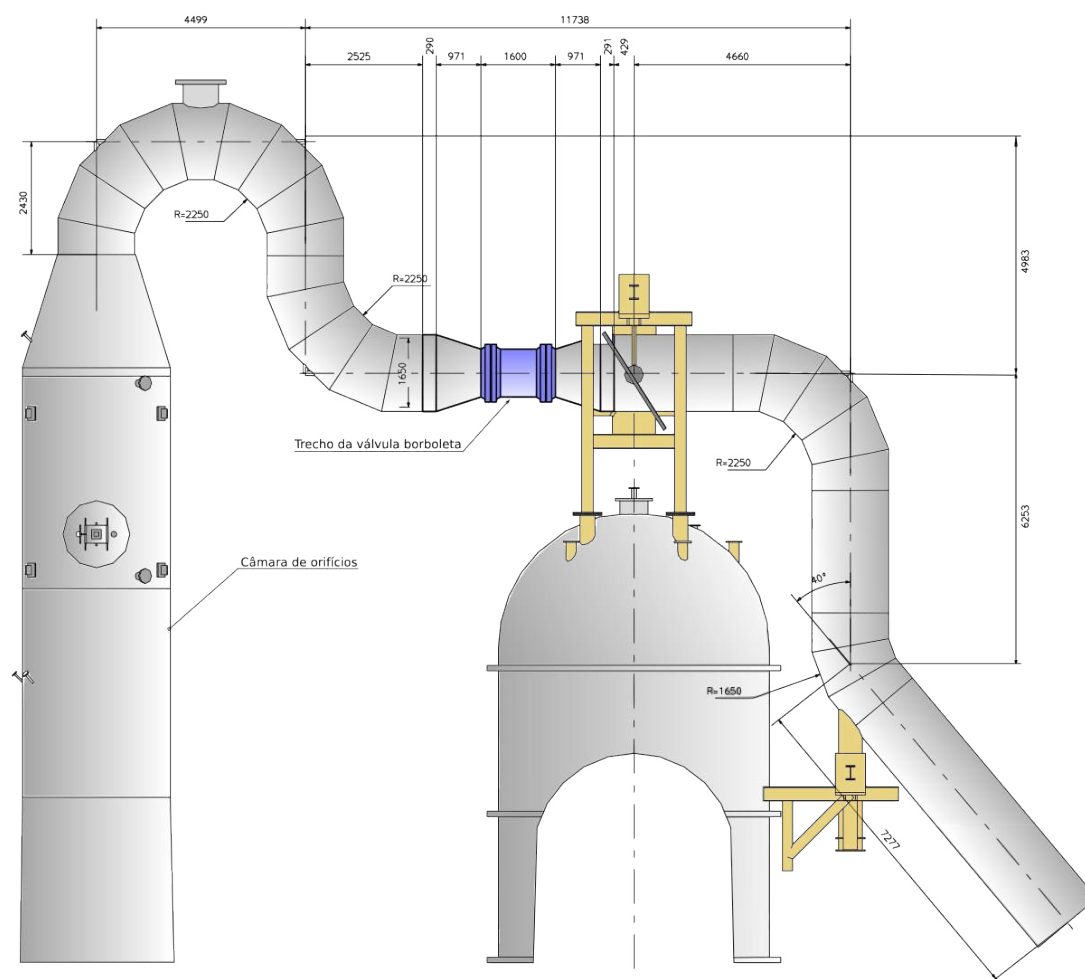
A composição química dos gases de combustão foram fornecidos pela empresa e estão dispostos a seguir na Tab. 1.

Tabela 1 – Composição química dos gases de combustão

| Componente | Composição molar [%] |
|------------|----------------------|
| CO | 5,69 |
| CO_2 | 11,38 |
| N_2 | 68,38 |
| O_2 | 0,43 |
| SO_2 | 0,11 |
| H_2O | 14,01 |

Fonte: Dados fornecidos pela Petrobras

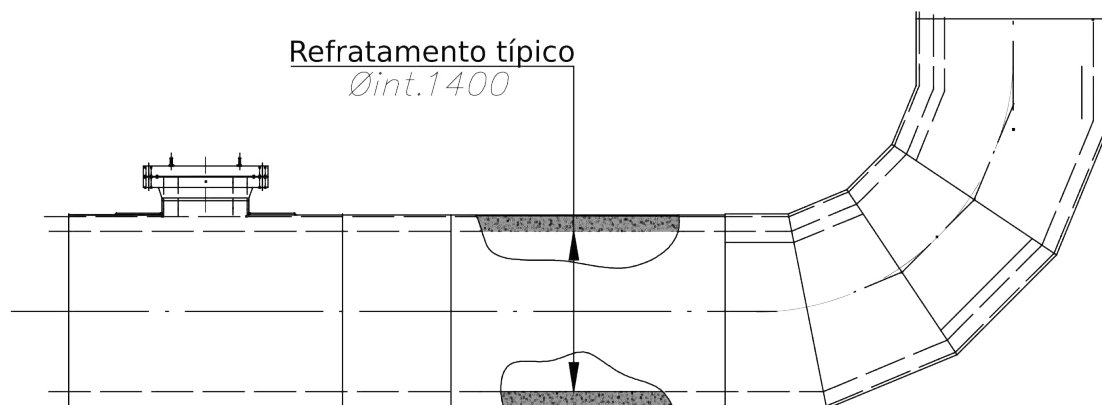
Figura 7 – Esquema ilustrativo da tubulação escopo de problema. Medidas em mm.



Fonte: Planta cedida pela Petrobras. Adaptada pelo autor.

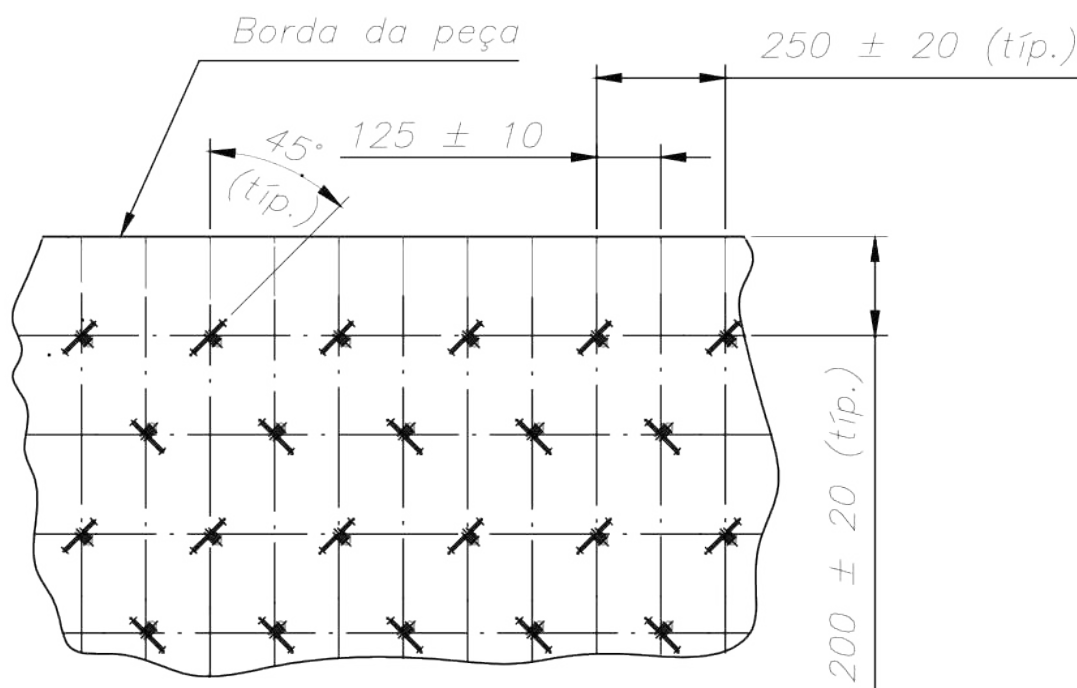
O acoplamento entre a camada de concreto refratário e a tubulação (Fig. 8) é feita através do uso de grampos metálicos dispostos como mostrado na Figura 9. No modelo estrutural este acoplamento é assumido como colado nó a nó.

Figura 8 – Esquema ilustrativo da tubulação com a camada de concreto refratário



Fonte: Figura cedida pela Petrobras. Adaptada pelo autor.

Figura 9 – Esquema ilustrativo da distribuição e amarração do grampos que fixam a camada de concreto à tubulação. Medidas em mm.



Fonte: Figura cedida pela Petrobras. Adaptada pelo autor.

Após analisar os resultados prévios obtidos por Correa (2020) e Avila (2021) na análise do problema, foram realizadas as seguintes considerações:

- Faz-se necessário considerar o escoamento compressível, já que em certas configurações de relação de fechamento das válvulas Main/Slide o escoamento ultrapassa $M=0.3$ na região da válvula Main.
- O cálculo das propriedades físicas deve ser realizado via cálculo das pressões na entrada a temperatura constante de 638 °C.
- A massa específica (ρ_f) é calculada usando a equação de estado para os gases ideais.
- Para o modelo estrutural, o uso de elementos sólidos hexaédricos permite levar em consideração os efeitos do acoplamento da camada de concreto com a tubulação, com uma maior fidelidade.
- As forças exercidas pelo escoamento sob a válvula Main devem ser modeladas, pois são consideradas mais uma fonte de vibrações. Para isso, consideram-se a válvula como um corpo rígido, mas as forças fluidodinâmicas calculadas em sua fronteira são transmitidas aos seus pontos de apoio.

Para investigar o problema, foram analisadas diferentes combinações de abertura das válvulas Main e Slide. Para a válvula Main foram avaliados os seguintes fechamentos: 0° (totalmente aberta), 10°, 20°, 30°, 40° e 45°. Para a válvula Slide foram avaliadas as aberturas 100 % (totalmente aberta), 80 %, 60 %, 40 % e 20 %.

3.2 Modelo matemático algébrico diferencial

Nesta seção será apresentado o modelo matemático diferencial para os subsistemas fluido e estrutura.

3.2.1 Subsistema fluido

Para o caso de aplicação proposto pela Petrobras, o fluido é assumido newtoniano e o escoamento é considerado compressível. São também considerados os efeitos térmicos e as propriedades físicas são variáveis.

A seguir são escritas, na forma divergente e com notação indicial, as equações de balanço de massa (Eq. 3.1), balanço de quantidade de movimento linear (Eq. 3.2) e balanço de energia térmica (Eq. 3.3), respectivamente.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_p T u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \Phi + \frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j}, \quad (3.3)$$

onde i e j variam de 1 a 3, ρ é a massa específica, t a variável temporal, u_i é uma componente do vetor velocidade \vec{u} , p é a pressão, τ é o tensor de tensões viscosas (Eq. 3.4), f_i é o termo fonte que representa as componentes do vetor de forças que atuam sobre o fluido, T é a temperatura, k a condutividade térmica, c_p é a capacidade térmica a pressão constante e Φ , que é a função de transformação viscosa de energia cinética em energia térmica, dada pela equação 3.5.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right), \quad (3.4)$$

$$\Phi = 2\mu(S_{ij}S_{ij} - \frac{1}{3}S_{kk}S_{pp}). \quad (3.5)$$

Na Eq. 3.4, δ_{ij} é o delta de Kronecker, dado pela Eq. (3.6), μ é a viscosidade dinâmica do fluido e, na Eq. 3.5, S_{ij} é o tensor taxa de deformação, $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$. Para levar em consideração a variação da massa específica em função da temperatura e da pressão, usa-se a equação de estado dada pela Eq. 3.7.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1; & \text{for } i = j \\ 0; & \text{for } i \neq j \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\rho = \frac{p + p_\infty}{RT}, \quad (3.7)$$

onde p_∞ é dada por $p_\infty = \gamma \cdot p_0$, sendo p_0 um parâmetro característico do material (para um gás ideal, tem-se que $P_0 = 0$) e $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$, c_v é a capacidade térmica a volume constante.

Estas equações diferenciais e algébricas acima descritas podem ser resolvidas computacionalmente para determinar a dinâmica do fluido em estudo. Entretanto, a solução da mesma, através de Simulação Numérica Direta (DNS, do inglês *Direct Numerical Simulation*), requer uma discretização com resolução muito elevada para a correta solução de todas as estruturas turbilhonares, inviabilizando a sua resolução, devido ao alto custo computacional para atingir o nível de resolução desejado.

Segundo Silveira-Neto (2020), Reynolds e Boussinesq propuseram aplicar o operador de média temporal como alternativa para a modelagem das equações de balanço, com a solução das equações médias para a turbulência. Esta abordagem, atende a aplicações de engenharia e de outras áreas que envolvem a dinâmica dos fluidos estacionária. Para problemas transientes teria consequências práticas importantes.

Problemas de interação fluido-estrutura, por exemplo, é uma classe que requer que o comportamento transiente dos escoamentos seja determinado (SILVEIRA-NETO, 2020).

Por causa das observações acima, opta-se pela abordagem proposta por Smagorinsky (1963), que propôs dividir a distribuição das informações de interesse em duas bandas, menores frequências, ou menores números de onda, e maiores frequências, ou maiores números de onda. Para diferenciar estas duas bandas, requer-se do conceito de frequência de corte. Para isso então, realiza-se uma filtragem de Favre (WILLIAMS, 2018) nas equações de balanço da massa, de quantidade de movimento linear e de energia, como apresentadas a seguir:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) - \tau_{ij}^{SGS} \right] + \tilde{f}_i, \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}c_p\tilde{T})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}c_p\tilde{T}\tilde{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial\tilde{T}}{\partial x_j} - q_j \right) + \tilde{\Phi} + \frac{\partial\tilde{p}}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial\tilde{p}}{\partial x_j}, \quad (3.10)$$

onde, $\tau_{ij}^{SGS} \equiv \bar{\rho}(\widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j)$ e $q_i \equiv \widetilde{u_i T} - \tilde{u}_i \tilde{T}$. Que são o tensor Global de Boussinesq-Reynolds e fluxo turbulento de energia térmica, respectivamente.

Para fazer viável a solução destas equações é necessário o uso da metodologia da simulação das grandes estruturas (*Large Eddy Simulation - LES*). A seguir é apresentado o modelo de fechamento para a turbulência, relativo à metodologia LES.

3.2.2 Modelo de fechamento da turbulência: LES

Boussinesq (1897), fazendo uma analogia com o modelo de Stokes para as tensões viscosas moleculares, introduz a ideia de que a turbulência do escoamento pode ser tratada como um tipo de viscosidade adicional, conhecida como viscosidade turbulenta μ_t . Esta viscosidade representa a resistência do fluido ao movimento turbulento, sendo responsável pelo transporte não linear de energia cinética turbulenta entre as duas bandas do espectro de energia. A seguir são apresentados os modelos de fechamento para τ_{ij} e q_j .

Boussinesq (1897) propôs o seguinte modelo de fechamento das equações filtradas para o tensor global de Boussinesq-Reynolds:

$$-\tau_{ij}^{SGS} = \mu_t \left(\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial\tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k_e \delta_{ij}. \quad (3.11)$$

Segundo Silveira-Neto (2020), de forma análoga, baseado no modelo de Fourier para transporte difusivo molecular de energia térmica, $-q_{jmol} = k(\partial T/\partial x_j)$, é modelado o fluxo turbulento de energia térmica da seguinte forma:

$$-q_{turb} = k_t \frac{\partial\tilde{T}}{\partial x_j}, \quad (3.12)$$

onde μ_t e k_t são a viscosidade dinâmica e a condutividade térmica turbulentas, respectivamente, e k_e é a energia cinética turbulenta submalha.

Substituindo as Eqs. 3.11 e 3.12 nas Eqs. 3.9 e 3.10, respectivamente, tem-se que:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\tilde{p} + \frac{2}{3}\bar{\rho}k_e \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\underbrace{(\mu + \mu_t)}_{\mu_{ef}} \left(\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\frac{\partial\tilde{u}_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \right) \right] + \tilde{f}_i \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}c_p\tilde{T})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}c_p\tilde{T}\tilde{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\underbrace{(k + k_t)}_{k_{ef}} \frac{\partial\tilde{T}}{\partial x_j} \right] + \tilde{\Phi} + \frac{\partial\tilde{p}}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial\tilde{p}}{\partial x_j}. \quad (3.14)$$

As somas $\mu_{ef} = \mu + \mu_t$ e $k_{ef} = k + k_t$ são a viscosidade dinâmica e a condutividade térmica efetivas, respectivamente.

Finalmente, na Eq. 3.13 é possível incorporar o gradiente do termo difusivo ao gradiente de pressão, resultando em uma pressão modificada (p^*), como mostrada na Eq. 3.15.

$$\tilde{p}^* = \tilde{p} + \frac{2}{3}\bar{\rho}k_e. \quad (3.15)$$

Por fim, tem-se então para a equação de balanço de quantidade de movimento linear:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial\tilde{p}^*}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\frac{\partial\tilde{u}_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \right) \right] + \tilde{f}_i, \quad (3.16)$$

e para a equação de balanço da energia térmica:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}c_p\tilde{T})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}c_p\tilde{T}\tilde{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[k_{ef} \frac{\partial\tilde{T}}{\partial x_j} \right] + \tilde{\Phi} + \frac{\partial\tilde{p}}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial\tilde{p}}{\partial x_j}. \quad (3.17)$$

Estas equações são discretizadas e resolvidas usando os métodos numerico-computacionais apresentados na secção 3.3.1.

3.2.3 Subsistema estrutural

Para derivar as equações de movimento para sistemas massa-mola, é utilizado o princípio da ação mínima, utilizando-se uma abordagem Hamiltoniana. No princípio de Hamilton usa-se o operador variacional (δ) aplicado ao lagrangiano de um sistema (Eq. 3.18).

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0, \quad (3.18)$$

onde o lagrangiano (L) é a diferença entre a energia cinética (K_e) e a energia potencial total (Π) do sistema. Substituindo o conceito de lagrangiano na Eq. 3.18, tem-se que:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (K_e - \Pi) dt = 0. \quad (3.19)$$

A energia potencial total pode ser deduzida usando os princípios da energia potencial mínima e do trabalho virtual.

A energia potencial total é a diferença entre a energia potencial interna e a energia potencial externa, em outras palavras, a energia interna de deformação (U) e o trabalho virtual externo produzido por forças externas (W_e). Por tanto, $\Pi = U - W_e$. Substituindo na Eq. 3.19 tem-se que:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (W_e - U + K_e) dt = 0. \quad (3.20)$$

As equações de campo para a mecânica dos sólidos são dadas pelo comportamento de equilíbrio (equilíbrio de momento), equações constitutivas das relações deformação-deslocamento, condições de contorno e condições iniciais (ZIENKIEWICZ; TAYLOR; NITHIARASU, 2013).

As equações de equilíbrio são dadas por:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + f_x &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\
\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + f_y &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\
\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2},
\end{aligned} \tag{3.21}$$

onde o tensor de tensões de Cauchy (σ) é:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}. \tag{3.22}$$

As equações de equilíbrio de momento linear podem ser reescritas, na forma indicial da seguinte forma:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \tag{3.23}$$

onde, $i, j = 1, 2, 3$, ρ é a massa específica, u_i é uma componente do vetor de deslocamentos e f_i é uma componente do vetor \vec{f} de forças externas. Para materiais elásticos as tensões estruturais seguem a lei de Hooke como mostrado a seguir:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{ll} + 2G \varepsilon_{ij}, \tag{3.24}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \tag{3.25}$$

onde, δ_{ij} é o delta de Kronecker dado pela Eq. 3.6, σ_{ij} é o tensor de tensões, ε_{ij} é o tensor de deformação, e λ e G são as constantes de Lamé, assumindo o material homogêneo e isotrópico, elas são definidas como:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \tag{3.26}$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \tag{3.27}$$

onde E e ν são o módulo de Young e o coeficiente de Poisson, respectivamente.

Usando o Princípio do Trabalho Virtual (Eq. 3.28) tem-se uma igualdade entre o trabalho virtual realizado por forças externas e o trabalho virtual devido a tensões internas.

$$\delta\Pi = \delta U - \delta W_e = 0 \quad (3.28)$$

$$\int_V \sigma_{ij} \delta\varepsilon_{ij} dV - \int_V f_i \delta u_i dV = 0. \quad (3.29)$$

A energia cinética (Eq. 3.30) é calculada como a integral no volume da massa específica pelo quadrado da velocidade.

$$\delta K = \frac{1}{2} \int_V \rho \frac{\partial(u_i)}{\partial t} \frac{\partial(\delta u_i)}{\partial t} dV. \quad (3.30)$$

Substituindo as Eqs. 3.29 e 3.30 na Eq. 3.20 e aplicando o teorema fundamental do cálculo variacional, obtém-se a equação do movimento para um sistema, apresentada a seguir na forma matricial por simplicidade:

$$\int_{t_1}^{t_2} ([M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\}) dt = \int_{t_1}^{t_2} \{f\} dt. \quad (3.31)$$

Onde $[M]$ é a matriz de massa do sistema, $[K]$ representa a matriz de rigidez, $\{f\}$ é o vetor de forças externas, $\{u\}$ é o vetor de deslocamentos e $\{\ddot{u}\}$ o vetor de acelerações.

As equações discretizadas por elementos finitos são obtidas a partir da avaliação da energia cinética e energia potencial elástica. Neste trabalho a estrutura é tratada com elementos do tipo sólido, cuja teoria está descrita na seção 3.3.2.

3.3 Modelo numérico computacional

3.3.1 Subsistema fluido

Escolher os métodos numéricos a serem usados na resolução de problemas de dinâmica dos fluidos é crucial para garantir a precisão e confiabilidade dos resultados obtidos nas simulações computacionais. A seguir, na Eq. 3.32 encontra-se a equação de balanço de quantidade de movimento linear, cada um dos termo ali apontados devem ser resolvidos usando métodos numéricos.

$$\underbrace{\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial t}}_{\text{Termo Temporal}} + \underbrace{\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j)}{\partial x_j}}_{\text{Termo Advectivo}} = -\frac{\partial\tilde{p}^*}{\partial x_i} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]}_{\text{Termo Difusivo}} + \underbrace{f_i}_{\text{Termo Fonte}}, \quad (3.32)$$

Nesta secção serão apresentados os métodos matemáticos utilizados para resolver computacionalmente os problemas escolhidos para validação das implementações feitas e para o problema específico de aplicação proposto pela PETROBRAS. Vários modelos advectivos e esquemas de acoplamento $p - \vec{V}$ foram adotados dependendo do problema físico a ser avaliado. Entre os modelos advectivos utilizados nesta tese encontram-se: "CUBISTA" e "TVD superbee"; e entre os esquemas de acoplamento $p - \vec{V}$ utilizados encontram-se: Passo fracionado (*Fractional step*) e PISO (*Pressure implicit with Split Operator*).

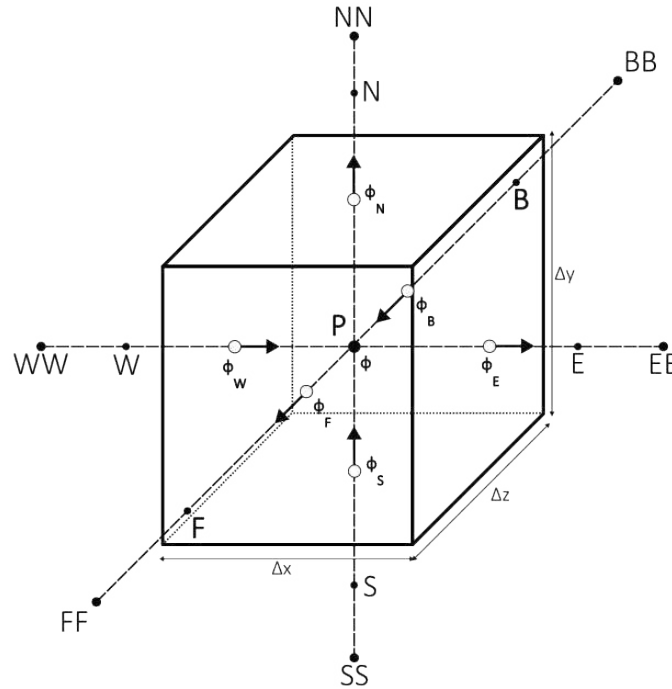
3.3.1.1 Discretização espacial

A discretização espacial estabelece da forma em que as derivadas espaciais são resolvidas no domínio computacional. No MFSim as equações do domínio fluido são discretizadas e resolvidas utilizando Método dos Volumes Finitos (FVM) com malha deslocada.

Na Fig. 10 é apresentado um elemento de fluido com a nomenclatura utilizada na discretização para FVM, onde N é a face norte, S a face sul, E a face leste, W a face oeste, B a face traseira e F a face frontal. Também tem-se que ϕ é a propriedade transportada e P é o centro da célula computacional que tem dimensões Δx , Δy e Δz .

Nesta abordagem as as propriedades transportadas são posicionadas nas faces enquanto as variáveis ρ , p e μ são localizadas no centro da célula (ponto P).

Figura 10 – Esquema de discretização espacial usando malha bloco-estruturada para um volume computacional.



Fonte: elaborada pelo autor.

3.3.1.2 Discretização do termo temporal

A escolha de discretizações implícitas, semi-implícitas ou explícitas, na solução de problemas transientes, deve basear-se nas características do problema estudado e dos recursos computacionais disponíveis para a sua resolução. Discretizações semi-implícitas são, frequentemente, uma boa alternativa, pois combinam estabilidade incondicional com um sistema linear que pode ser resolvido de maneira eficiente (FORTUNA, 2012).

Quando se estuda fenômenos transientes, métodos de $O(\Delta t)^2$ são recomendados. No presente trabalho é utilizado o método MCNAB (modified Crank-Nicolson / Adams-Bashford) para discretizar o termo temporal das equações de Navier-Stokes. A equação discretizada é mostrada a seguir na Eq. 3.33.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t_{n+1}}(\tilde{u}_i^{n+1} - \tilde{u}_i^n) = & -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p^{\tilde{n}+1}}{\partial x_i} + \frac{1}{2}[(2 + \omega_{n+1})f(\tilde{u}^n) - \omega_{n+1}f(\tilde{u}^{n-1})] + \\ & \frac{1}{16\omega_{n+1}}[(8\omega_{n+1} + 1)g(\tilde{u}^{n+1}) + (7\omega_{n+1} - 1)g(\tilde{u}^n) + \omega_{n+1}g(\tilde{u}^{n-1})], \end{aligned} \quad (3.33)$$

onde $\omega_{n+1} = \frac{\Delta t_{n+1}}{\Delta t_n}$, Δt_n é o passo de tempo avaliado no tempo n , a função f se refere ao termo difusivo discretizado e a função g se refere ao termo advectivo discretizado. Os métodos de discretização dos termos difusivo e advectivo são apresentados nas subseções seguintes.

3.3.1.3 Discretização do termo advectivo

O método de discretização usado para o termo advectivo foi o *CUBISTA* (*Convergent and Universally Bounded Interpolation Scheme for the Treatment of Advection*) proposto por Alves, Oliveira e Pinho (2003). A avaliação da velocidade na face pelo método *CUBISTA* é mostrada na Eq. 3.34.

$$\widehat{u}_f = \begin{cases} \frac{7}{4}\widehat{u}_P & \text{se } 0 < \widehat{u}_P < \frac{3}{8} \\ \frac{3}{4}\widehat{u}_P + \frac{3}{8} & \text{se } \frac{3}{8} \leq \widehat{u}_P \leq \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4}\widehat{u}_P + \frac{3}{4} & \text{se } \frac{3}{4} < \widehat{u}_P < 1 \\ \widehat{u}_P & \text{para outros valores de } \widehat{u}_P \end{cases} \quad (3.34)$$

onde,

$$\widehat{u}_P = \frac{u_P - u_U}{u_D - u_U}. \quad (3.35)$$

Na Eq. 3.35 os subscritos U e D se referem a "montante" (*upstream*) e "jusante" (*downstream*) em relação ao ponto de interesse.

3.3.1.4 Acoplamento pressão-velocidade

Para os experimentos virtuais de validação com escoamento incompressível foi utilizado o método de passo fracionado proposto por Chorin (1968). Por tanto a Eq. 3.33 é reescrita com a pressão avaliada no tempo n da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t_{n+1}}(\tilde{u}_i^{*n+1} - \tilde{u}_i^n) &= -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \tilde{p}^n}{\partial x_i} + \frac{1}{2}[(2 + \omega_{n+1})f(\tilde{u}^n) - \omega_{n+1}f(\tilde{u}^{n-1})] + \\ &\frac{1}{16\omega_{n+1}}[(8\omega_{n+1} + 1)g(\tilde{u}^{n+1}) + (7\omega_{n+1} - 1)g(\tilde{u}^n) + \omega_{n+1}g(\tilde{u}^{n-1})], \end{aligned} \quad (3.36)$$

na qual \tilde{u}^{*n+1} é a velocidade estimada do fluido. A velocidade estimada é uma solução aproximada das equações de balanço de quantidade de movimento linear. Mas como a velocidade estimada é obtida sem a contribuição do gradiente de pressão, ela não pode satisfazer a restrição de incompressibilidade para o próximo nível de tempo. Por tanto, com a equação de Poisson (Eq. 3.37) determina-se a perturbação mínima que tornará a velocidade estimada incompressível.

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial^2 Q}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{1}{\Delta t_{n+1}} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i^{*n+1}}{\partial x_i} \right), \quad (3.37)$$

onde $Q = \tilde{p}^{n+1} - \tilde{p}^n$, o qual faz referência à correção de pressão. Como o campo de velocidades \tilde{u}_i^{*n+1} é conhecido, resolvendo a Eq. 3.36, a única incógnica que resta é a variável Q . As derivadas da Eq. 3.37 são discretizadas com o Método das Diferencias Centradas (*Central Difference Scheme - CDS*) em uma malha estruturada cartesiana deslocada (NETO et al., 2019).

3.3.1.5 Método da Fronteira Imersa (*Immersed Boundary Method - IB*)

A abordagem do Método da Fronteira Imersa utilizada no presente trabalho foi proposta por Wang, Fan e Luo (2008). No seu trabalho, Wang, Fan e Luo, para garantir a condição de não deslizamento na interface entre o fluido e a estrutura, introduziram o esquema de multi-forçagem direta (*Multi-direct forcing - MDF*), com o qual são calculadas as forças fluidodinâmicas que o escoamento exerce sobre o corpo. Essas forças são modeladas através do termo fonte da Eq. 3.32 que é dado por:

$$f_i(\vec{x}, t) = \int_{\Omega} F_i(\vec{x}_k, t) \delta(\vec{x} - \vec{x}_k) dx_k, \quad (3.38)$$

sendo $\delta(\vec{x} - \vec{x}_k)$ a função delta de Dirac, \vec{x}_k a posição do ponto lagrangiano, \vec{x} a posição do ponto euleriano em análise e F_i a força na face lagrangiana. É através

deste "termo fonte", f_i , da equação de balanço de quantidade de movimento linear (Eq. 3.32) que é modelada a interface fluido-sólido.

No MDF, é estimado um campo de velocidades inicial na malha euleriana que a partir de um processo de interpolação com o campo de velocidades lagrangiano são calculadas as forças para cada um dos pontos da fronteira imersa.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t_{n+1}} (\bar{u}_i^{n+1} - \bar{u}_i^n) &= -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}^{n+1}}{\partial x_i} + \frac{1}{2} [(2 + \omega_{n+1}) f(\bar{u}^n) - \omega_{n+1} f(\bar{u}^{n-1})] + \\ &\frac{1}{16\omega_{n+1}} [(8\omega_{n+1} + 1) g(\bar{u}^{n+1}) + (7\omega_{n+1} - 1) g(\bar{u}^n) + \omega_{n+1} g(\bar{u}^{n-1})] + \frac{f_i}{\rho_f} = \\ &RHS + \frac{f_i}{\rho_f}, \end{aligned} \quad (3.39)$$

onde as funções f e g fazem referência aos termos difusivo e advectivo da equação de balanço de quantidade de movimento linear, respectivamente. Um termo temporal pode ser adicionado e subtraído da Eq. 3.39 da seguinte forma:

$$\frac{1}{\Delta t_{n+1}} (\tilde{u}_i^{n+1} + \tilde{u}_i^{*n+1} - \tilde{u}_i^{*n+1} - \tilde{u}_i^n) = RHS + \frac{f_i}{\rho_f}, \quad (3.40)$$

de forma semelhante ao método do passo fracionado, apresentado na seção 3.3.1.4 a Eq. 3.40 pode ser decomposta em:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t_{n+1}} (\tilde{u}_i^{*n+1} - \tilde{u}_i^n) &= RHS, \\ \frac{1}{\Delta t_{n+1}} (\tilde{u}_i^{*n+1} - \tilde{u}_i^n) &= \frac{f_i}{\rho_f}, \end{aligned} \quad (3.41)$$

onde f_i é calculado através da equação 3.38. Mais detalhes sobre a implementação do MDF encontram-se em Vedovoto, Serfaty e Silveira-Neto (2015).

Mais detalhes sobre a associação do pontos lagrangianos da Fronteira Imersa com o modelo estrutural de Elementos Finitos e sua interpolação podem ser encontrados no trabalho de Correa (2020).

3.3.2 Subsistema estrutural

A modelagem matemática computacional tem sido uma ferramenta essencial em diversas áreas da engenharia e da ciência, possibilitando a análise de sistemas

complexos e a previsão do seu comportamento sob diferentes condições. No campo da mecânica dos sólidos, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é amplamente utilizado para a modelagem e simulação de estruturas sob diferentes tipos de carregamentos, como cargas estáticas e/ou dinâmicas.

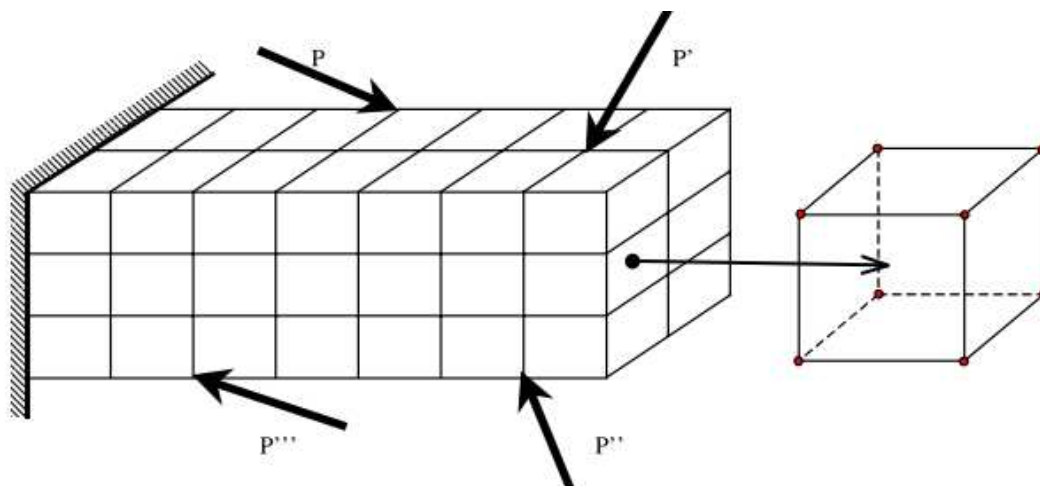
A escolha dos elementos finitos utilizados na modelagem do problema tem um papel crucial na acurácia e eficiência da solução computacional. Os elementos sólidos hexaédricos fornecem vantagens em relação aos elementos de placa, casca ou viga quando se trata de problemas com geometrias complexas tridimensionais, problemas com grandes deformações ou quando o problema a ser analisado requer a interação de diferentes materiais.

Nesta seção é apresentada a abordagem adotada para a resolução do subsistema estrutural através do Método dos Elementos Finitos com o uso de elementos sólidos hexaédricos, com a incorporação de funções extra de interpolação. Abordaremos a teoria numérico-computacional por trás dos elementos finitos, incluindo a formulação matemática utilizada na modelagem com elementos hexaédricos de 8 nós, bem como a implementação computacional para a solução computacional dos problemas.

3.3.2.1 Elemento sólido Hexa-8 com funções extra de interpolação

O método dos elementos finitos configura um método matemático usado para resolução de equações diferenciais parciais (EDP), para isto, o problema deve ser primeiramente discretizado em uma série de elementos. Para cada um destes elementos deve-se calcular as equações elementares que subsequentemente são acopladas em um sistema de equações global para ser resolvido. Existem diversos tipos de elementos para discretizar um domínio (unidimensionais, bidimensionais, tridimensionais e axissimétricos). Neste caso, são usados elementos de tipo tridimensional, mais especificamente, hexaédrico de 8 nós (*Hexa-8*). Na Fig. 11 é mostrado um exemplo de discretização de uma viga monoengastada (*cantilever*) usando elementos de tipo *Hexa-8*.

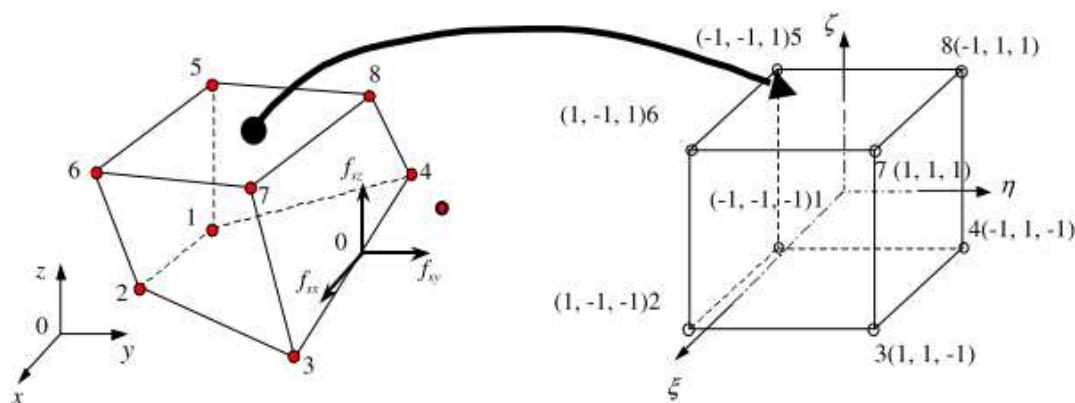
Figura 11 – Viga monoengastada discretizada por elementos hexaédricos



Fonte: Liu e Quek (2003)

Na Fig. 12 mostra-se um elemento *Hexa-8* irregular e a sua formulação isoparamétrica. Para a resolução deste tipo de elemento usando a teoria de elementos isoparaméticos faz-se uso de um sistema de coordenadas auxiliar, chamado de sistema de coordenadas natural local (ξ, η, ζ) , onde independente da forma do elemento, este é transformado em um cubo no qual a sua origem está localizada no seu centro.

Figura 12 – Elemento *Hexa-8* no sistema físico de coordenadas (x, y, z) e no sistema natural de coordenadas (ξ, η, ζ) .



Fonte : Liu e Quek (2003)

Para resolver um caso através do MEF, deve-se escolher funções de forma polinomiais. Os graus dos polinômios utilizados estão relacionados ao número de incógnitas nodais de cada elemento. As funções de interpolação do elemento *Hexa-8* padrão (tri-lineares) são insuficientes para descrever o comportamento de uma viga a flexão, daí que surgem outros tipos de elementos hexaédricos como o *Hexa-20*, composto por 20 nós, dispostos tanto nos vértices como no meio de cada uma de suas arestas.

Na busca de funções de interpolação de maior grau que não aumentam significativamente o custo computacional, foram propostos os elementos incompatíveis (ou não conformes) por Taylor (1976). Nos trabalhos de Alwathaf (2014) e Mandal e Dewangan (2017) são usados elementos incompatíveis para resolver casos de viga submetida a forças estáticas. Estes elementos adicionam um termo quadrático às funções de forma (Eq. 3.42) para elemento *Hexa-8* trilinear padrão. Na Eq. 3.44 são mostradas as funções de forma de um elemento *Hexa-8* incompatível.

$$\begin{aligned}
x &= \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i, \\
y &= \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i, \\
z &= \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i,
\end{aligned} \tag{3.42}$$

As funções de interpolação trilineares são dadas no sistema natural de coordenadas como:

$$\begin{aligned}
N_1 &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta), \\
N_2 &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta), \\
N_3 &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta), \\
N_4 &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta), \\
N_5 &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta), \\
N_6 &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta), \\
N_7 &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta), \\
N_8 &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta),
\end{aligned} \tag{3.43}$$

Adicionando o termo quadrático, as funções de interpolação são:

$$\begin{aligned}
x &= \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i + [P]\{\alpha\}, \\
y &= \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i + [P]\{\alpha\}, \\
z &= \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i + [P]\{\alpha\},
\end{aligned} \tag{3.44}$$

onde $[P]$ são os modos incompatíveis adicionais, que serão usados para corrigir o erro no deslocamento, e este termo é definido de forma matricial da seguinte forma:

$$[P] = \begin{bmatrix} P1 & P2 & P3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P1 & P2 & P3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P1 & P2 & P3 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Onde:

$$P_1 = (1 - \xi^2); \quad P_2 = (1 - \eta^2); \quad P_3 = (1 - \zeta^2); \quad (3.46)$$

e,

$$\alpha^T = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \alpha_4 \quad \alpha_5 \quad \alpha_6 \quad \alpha_7 \quad \alpha_8 \quad \alpha_9], \quad (3.47)$$

onde $\alpha_1 \dots \alpha_9$ são as constantes que são função da dimensão, curvatura e coeficiente de Poisson do elemento.

Para determinar a matriz de deformação $[B]$ (Eq. 3.48) composta por derivadas parciais das funções de forma, as quais são função do sistema de coordenadas naturais locais (ξ, η, ζ) , deve-se aplicar a lei da cadeia (Eq. 3.49) com o uso da matriz Jacobiana $[J]$ (Eq. 3.51).

$$B_i = LN_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_i}{\partial \xi} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \xi}, \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \eta}, \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \zeta},\end{aligned}\tag{3.49}$$

Que pode ser expressada na forma matricial como:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} = J \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix}\tag{3.50}$$

onde a matrix Jacobiana é definida como:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix}\tag{3.51}$$

e a sua inversa é definida como:

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} J_{11}^* & J_{12}^* & J_{13}^* \\ J_{21}^* & J_{22}^* & J_{23}^* \\ J_{31}^* & J_{32}^* & J_{33}^* \end{bmatrix}\tag{3.52}$$

A relação tensão-deformação pode ser escrita em função das derivadas das funções de forma e os deslocamentos como:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{d\}\tag{3.53}$$

onde,

$$\{d\}^T = [u_1, v_1, w_1, \dots, u_8, v_8, w_8, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9],\tag{3.54}$$

e

$$[B] = \left[[B_1], \dots, [B_8], [P'_1], [P'_2], [P'_3] \right], \quad (3.55)$$

A Eq. 3.53 pode ser escrita como:

$$\{\varepsilon\} = \sum_{i=1}^8 [B_i] \{d_i\} + [P'] \{\alpha'\}, \quad (3.56)$$

ou

$$\{\varepsilon\} = [B_a] \{d_a\} + [P'] \{\alpha'\}, \quad (3.57)$$

onde

$$[B_a] = \left[[B_1], [B_2], \dots, [B_8] \right], \quad (3.58)$$

$$\{d_a\}^T = [u_1, v_1, w_1, \dots, u_8, v_8, w_8], \quad (3.59)$$

$$[P'] \{\alpha'\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial P_2}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial P_3}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial P_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial P_2}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial P_3}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial P_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial P_2}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial P_3}{\partial z} \\ \frac{\partial P_1}{\partial y} & \frac{\partial P_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial P_2}{\partial y} & \frac{\partial P_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial P_3}{\partial y} & \frac{\partial P_3}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial P_1}{\partial z} & \frac{\partial P_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial P_2}{\partial z} & \frac{\partial P_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial P_3}{\partial z} & \frac{\partial P_3}{\partial y} \\ \frac{\partial P_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial P_1}{\partial x} & \frac{\partial P_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial P_2}{\partial x} & \frac{\partial P_3}{\partial z} & 0 & \frac{\partial P_3}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_4 \\ \alpha_7 \\ \alpha_2 \\ \alpha_5 \\ \alpha_8 \\ \alpha_3 \\ \alpha_6 \\ \alpha_9 \end{Bmatrix} \quad (3.60)$$

As derivadas das funções de forma adicionais podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_i}{\partial x} &= J_{11}^* \frac{\partial P_i}{\partial \xi} + J_{12}^* \frac{\partial P_i}{\partial \eta} + J_{13}^* \frac{\partial P_i}{\partial \zeta}, \\ \frac{\partial P_i}{\partial y} &= J_{21}^* \frac{\partial P_i}{\partial \xi} + J_{22}^* \frac{\partial P_i}{\partial \eta} + J_{23}^* \frac{\partial P_i}{\partial \zeta}, \\ \frac{\partial P_i}{\partial z} &= J_{31}^* \frac{\partial P_i}{\partial \xi} + J_{32}^* \frac{\partial P_i}{\partial \eta} + J_{33}^* \frac{\partial P_i}{\partial \zeta},\end{aligned}\tag{3.61}$$

Assim, define-se a matriz $[P']$ da seguinte forma:

$$[P'] = \begin{bmatrix} -2\xi J_{11}^* & 0 & 0 & -2\eta J_{12}^* & 0 & 0 & -2\zeta J_{13}^* & 0 & 0 \\ 0 & -2\xi J_{21}^* & 0 & 0 & -2\eta J_{22}^* & 0 & 0 & -2\zeta J_{23}^* & 0 \\ 0 & 0 & -2\xi J_{31}^* & 0 & 0 & -2\eta J_{32}^* & 0 & 0 & -2\zeta J_{33}^* \\ -2\xi J_{21}^* & -2\xi J_{11}^* & 0 & -2\eta J_{22}^* & -2\eta J_{12}^* & 0 & -2\zeta J_{23}^* & -2\zeta J_{13}^* & 0 \\ 0 & -2\xi J_{31}^* & -2\xi J_{21}^* & 0 & -2\eta J_{32}^* & -2\eta J_{22}^* & 0 & -2\zeta J_{33}^* & -2\zeta J_{23}^* \\ -2\xi J_{31}^* & 0 & -2\xi J_{11}^* & -2\eta J_{32}^* & 0 & -2\eta J_{12}^* & -2\zeta J_{33}^* & 0 & -2\zeta J_{13}^* \end{bmatrix}\tag{3.62}$$

O cálculo da matriz de rigidez elementar é realizado através da Eq. 3.63. Com a adição dos modos incompatíveis, o cálculo da matriz de rigidez é agora calculada com a Eq. 3.64. A matriz de rigidez, então, é subdividida em quatro submatrizes ($K_{aa}, K_{a\alpha}, K_{\alpha a}$ e $K_{\alpha\alpha}$). Na Eq. 3.66 é apresentada a equação de equilíbrio elementar.

$$[K_e] = \iiint_{V_e} [B]^T [D] [B] dV_e\tag{3.63}$$

$$[K_e] = \iiint_{V_e} \begin{bmatrix} [B_a]^T \\ [P']^T \end{bmatrix} [D] \begin{bmatrix} [B_a] & [P'] \end{bmatrix} dV_e\tag{3.64}$$

$$[K_e] = \iiint_{V_e} \begin{bmatrix} [B_a]^T [D] [B_a] & [B_a]^T [D] [P'] \\ [P']^T [D] [B_a] & [P']^T [D] [P'] \end{bmatrix} dV_e\tag{3.65}$$

$$\begin{bmatrix} [K_{aa}]_{24 \times 24} & [K_{a\alpha}]_{24 \times 9} \\ [K_{\alpha a}]_{9 \times 24} & [K_{\alpha\alpha}]_{9 \times 9} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_a\}_{24 \times 1} \\ \{\alpha\}_{9 \times 1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_a\}_{24 \times 1} \\ \{0\}_{9 \times 1} \end{Bmatrix}\tag{3.66}$$

Para remover os deslocamentos não nodais $\{\alpha\}$ é usada a condensação estática, o que deriva na Eq. 3.67.

$$\left[[K_{\alpha\alpha}] - [K_{a\alpha}][K_{\alpha\alpha}]^{-1}[K_{\alpha a}] \right] d_a = F_a \quad (3.67)$$

Por tanto, a matriz de rigidez elementar condensada a ser usada pela teoria do elemento incompatível é apresentada na Eq. 3.68.

$$\begin{aligned} [K_e] = \iiint_{V_e} \left[[B_a]^T [D] [B_a] - [B_a]^T [D] [P'] \right] \dots \\ \dots \left[[P']^T [D] [P'] \right]^{-1} \left[[P']^T [D] [B_a] \right] \right] dV_e. \end{aligned} \quad (3.68)$$

A matriz de massa elementar é calculada com a Eq. 3.69.

$$[M_e] = \iiint_{V_e} \rho [N]^T [N] dV_e \quad (3.69)$$

Transformando as Eq. 3.68 e 3.69 para o sistema de coordenadas isoparamétrico (ξ, η, ζ) obtem-se as Eq. 3.70 e 3.71.

$$\begin{aligned} [K_e] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \left[[B_a]^T [D] [B_a] - [B_a]^T [D] [P'] \right] \dots \\ \dots \left[[P']^T [D] [P'] \right]^{-1} \left[[P']^T [D] [B_a] \right] \right] \det[\mathbf{J}] d\xi d\eta d\zeta \end{aligned} \quad (3.70)$$

$$[M_e] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \rho [N]^T [N] \det[\mathbf{J}] d\xi d\eta d\zeta \quad (3.71)$$

As soluções para as Eq. 3.70 e 3.71 podem ser obtidas através do uso da integração numérica de Gauss, que para um elemento de 8 nós, dois pontos de integração seriam suficientes para cada uma das direções. A integração numérica de Gauss tridimensional é mostrada na Eq. 3.72.

$$I = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l w_i w_j w_k f(\xi_i, \eta_j, \zeta_k), \quad (3.72)$$

onde, w_i , w_j e w_k são as funções de peso que dependem do número de pontos da quadratura e f é a função nas coordenadas naturais isoparamétricas.

3.3.3 Acoplamento de interação fluido-estrutura

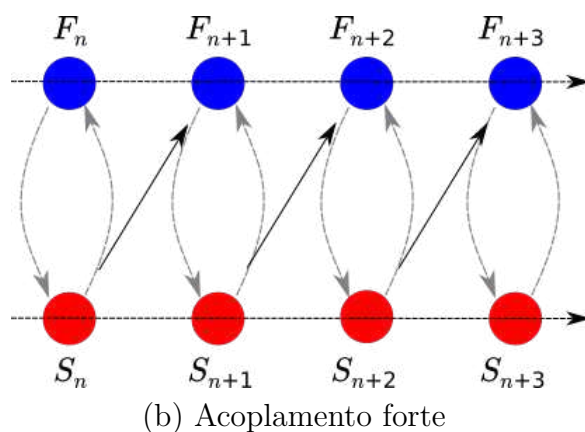
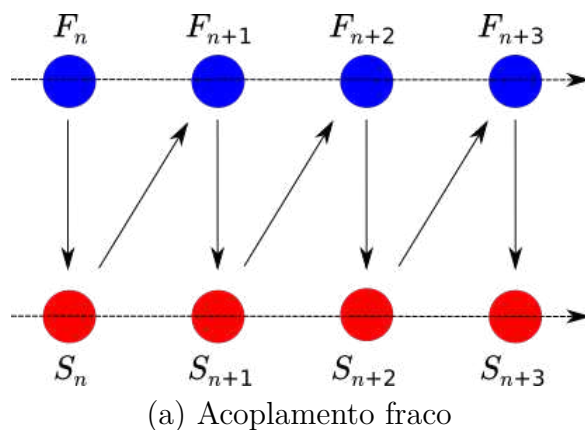
No presente trabalho é utilizada uma abordagem de acoplamento particionado de fluido-estrutura. Este tipo de acoplamento requer a resolução dos subsistemas fluido e estrutural de forma separada e acoplados a cada passo de tempo. No trabalho de Sotiropoulos e Yang (2014) o acoplamento particionado é classificado em dois tipos: fraco e forte.

O acoplamento fraco consiste na solução do subsistema fluido com a posição da estrutura no tempo t_n , calculando assim as forças fluidodinâmicas que atuam sobre a estrutura no tempo $n + 1$, F^{n+1} . Com esta força é calculada a nova posição da estrutura para o t_{n+1} . E subsequentemente é utilizada essa nova posição para calcular as forças fluidodinâmicas F^{n+2} , e assim por diante.

O acoplamento forte consiste na realização de iterações entre os subsistemas para cada passo de tempo até obter uma convergência entre eles. Nesse método deve-se resolver o subsistema fluido com a posição da estrutura no tempo t_n , obtendo-se assim a força que atua sobre a estrutura no tempo $n + 1$ na iteração k (F_k^{n+1}). A partir dessa força resolve-se o subsistema estrutura, obtendo-se a nova posição D_k^{n+1} . Devolve-se essa posição para o subsistema fluido no mesmo tempo, obtendo-se F_{k+1}^{n+1} . As iterações k são feitas até que a solução convirja. Utiliza-se então a última posição D_{Kf}^{n+1} , na qual Kf é o número total de iterações necessárias, como condição inicial no tempo $n + 2$ (próximo tempo) (NETO, 2016).

Na Fig. 13 são mostrados esquema ilustrativos dos acoplamentos fraco e forte para problemas de FSI.

Figura 13 – Esquemas ilustrativos dos tipos de acoplamento para problemas de FSI. O ponto azul representa o subsistema fluido e o vermelho o subsistema estrutura.



Fonte: Elaborado pelo autor

3.3.4 Método de integração temporal: Runge-Kutta-Dormand-Prince

O RKDP54 é um método de integração numérica de equações diferenciais ordinárias (EDOs) de quinta ordem com controle de erro adaptativo, o qual foi proposto por Fehlberg e Marshall (1968). O método consiste em uma variação do método de Runge-Kutta de quinta ordem (RK5) em que também é usado o método de Runge-Kutta de quarta ordem (RK4) para obter uma estimativa do erro na solução. O RKDP54 usa então os dois métodos RK4 e RK5 para resolver a

EDO e depois comparar os resultados para estimar o erro da solução. Se o erro é muito grande, o passo de tempo é reduzido, se o erro é muito pequeno, o passo de tempo é aumentado. O controle de passo de tempo adaptatio permite que o método tenha alta precisão minimizando os custos compuacionais. Cada passo requer o uso dos sete valores mostrados na Eq. 3.73. A seguir mostra-se o passo a passo da implementação do método RKDP54:

$$\begin{aligned}
k_1 &= hf(t_k, y_k), \\
k_2 &= hf\left(t_k + \frac{1}{5}h, y_k + \frac{1}{5}k_1\right), \\
k_3 &= hf\left(t_k + \frac{3}{10}h, y_k + \frac{3}{40}k_1 + \frac{9}{40}k_2\right), \\
k_4 &= hf\left(t_k + \frac{4}{5}h, y_k + \frac{44}{45}k_1 - \frac{56}{15}k_2 + \frac{32}{9}k_3\right), \\
k_5 &= hf\left(t_k + \frac{8}{9}h, y_k + \frac{19372}{6561}k_1 - \frac{25360}{2187}k_2 + \frac{64448}{6561}k_3 - \frac{212}{729}k_4\right), \\
k_6 &= hf\left(t_k + h, y_k + \frac{9017}{3168}k_1 - \frac{355}{33}k_2 - \frac{46732}{5247}k_3 + \frac{49}{176}k_4 - \frac{5103}{18656}k_5\right), \\
k_7 &= hf\left(t_k + h, y_k + \frac{35}{384}k_1 + \frac{500}{1113}k_3 + \frac{125}{192}k_4 - \frac{2187}{6784}k_5 + \frac{11}{84}k_6\right).
\end{aligned} \tag{3.73}$$

Após o cálculo dos coeficientes, é calculada uma primeira aproximação usando o método de Runge-Kutta de quarta ordem (RK4):

$$y_{k+1} = y_k + \frac{35}{384}k_1 + \frac{500}{1113}k_3 + \frac{125}{192}k_4 - \frac{2187}{6784}k_5 + \frac{11}{84}k_6 \tag{3.74}$$

Note que o coeficiente k_2 não é usado para o cálculo do RK4, mas é usado para a determinação do coeficiente k_3 . Depois, uma aproximação melhor da solução é calculada utilizando o método de Runge-Kutta de quinta ordem (RK5):

$$z_{k+1} = y_k + \frac{5179}{57600}k_1 + \frac{7571}{16695}k_3 + \frac{393}{640}k_4 - \frac{92097}{339200}k_5 + \frac{187}{2100}k_6 + \frac{1}{40}k_7 \tag{3.75}$$

Calcule a diferença entre os dois valores seguintes $|z_{k+1} - y_{k+1}|$:

$$|z_{k+1} - y_{k+1}| = \left| \frac{71}{57600}k_1 - \frac{71}{16695}k_3 + \frac{71}{1920}k_4 - \frac{17253}{339200}k_5 + \frac{22}{525}k_6 - \frac{1}{40}k_7 \right| \quad (3.76)$$

O tamanho ótimo do passo h_{opt} pode ser determinado pela multiplicação do escalar s pelo passo atual h . O escalar s é:

$$s = \left(\frac{\varepsilon h}{2|z_{k+1} - y_{k+1}|} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (3.77)$$

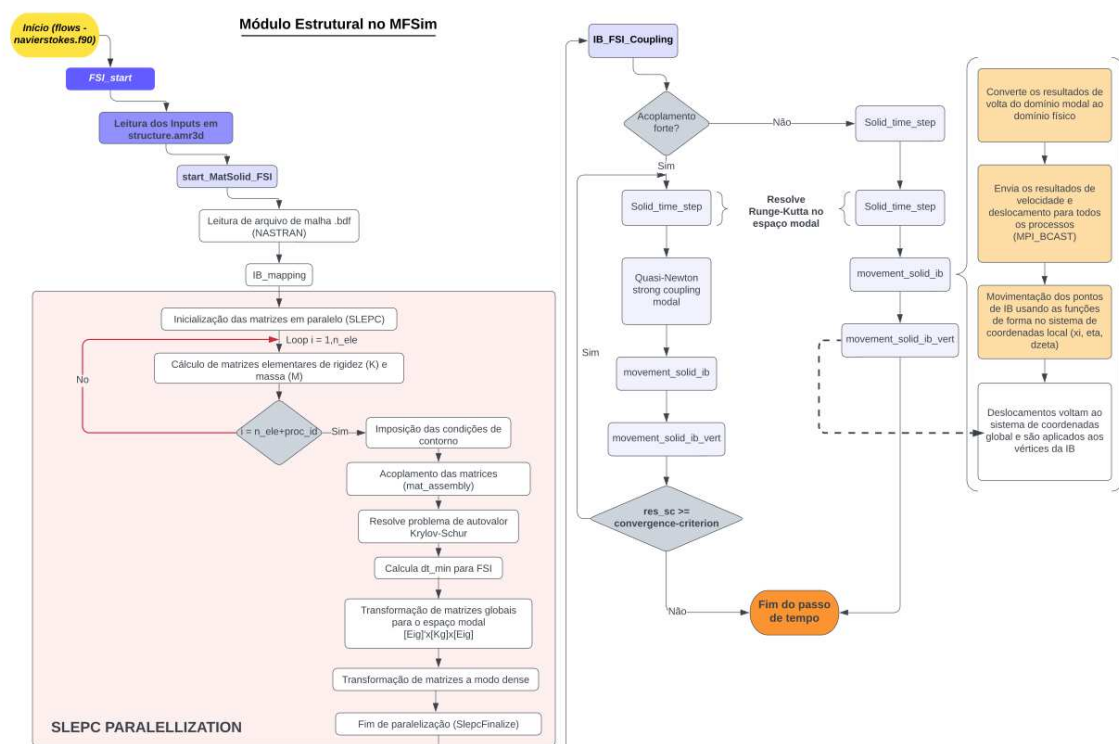
$$h_{opt} = sh$$

A tolerância usada é de $\varepsilon = 1,0 \times 10^{-6}$. O processo é realizado de forma iterativa até atingir o critério de convergência para o valor de $s < 1,0$.

3.3.5 Fluxograma do módulo de interação fluido-estrutura implementado no MFSim

Para entender melhor as implementações realizadas, apresenta-se, na Fig. 14, o fluxograma do módulo de FSI que foi implementado dentro do MFSim. Nele, é mostrado o passo a passo percorrido pelo código, para um passo de tempo, para realizar análises de interação fluido-estrutura e as rotinas implementadas, validadas e disponíveis na plataforma MFSim. O problema de autovalor é resolvido através da biblioteca SLEPc (BALAY et al., 1998) de forma paralelizada.

Figura 14 – Fluxograma do módulo de FSI dentro do MFSim



Fonte: elaborada pelo autor.

3.3.6 MFSim: simulador multifísica

O MFSim é uma plataforma de modelagem e simulação computacional multifísica desenvolvido no Laboratório de Mecânica dos Fluidos (MFLab) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) em parceria com a Petrobras. Com essa plataforma realizam-se simulações em domínios computacionais tridimensionais, conseguindo o uso de diversos métodos numéricos acoplados entre si para a resolução de problemas envolvendo mecânica dos fluidos, mecânica dos sólidos, combustão e fenômenos de tipo químico. Os domínios computacionais são discretizados usando uma malha bloco-estruturada para o módulo fluido (LIMA, 2012), e usando bibliotecas de elementos finitos de viga (NETO, 2016), placa (CORREA, 2020), casca (AVILA, 2021) e sólidos hexaédricos para o módulo estrutural, este último é apresentado nesta tese.

O código atualmente está escrito em FORTRAN (66 %), C (24 %), C++ (4 %) e Makefile (1 %). Entre as bibliotecas e ferramentas que compõem o MFSim podem-se destacar *cmake*, *Lapack* (ANDERSON et al., 1999), *PETSc* (BALAY et al., 1998), *Zoltan* e *OpenMPI*. Os resultados das simulações são gravados em arquivos do tipo *HDF5* (KORANNE, 2011) e *PVD*, permitindo a visualização através de programas de pós-processamento como *Paraview* e *Visit*.

A estrutura do código permite o processamento em paralelo, com a execução em clusters, o que possibilita o uso de múltiplos processadores e maior disponibilidade de memória especialmente para casos de alto custo computacional. O processamento em paralelo implica no uso de método de decomposição de domínio que divide o domínio computacional em subdomínios menores onde a solução do problema é feita localmente. O balanceamento de carga permite também que o MFSim faça um particionamento do domínio balanceado para se obter melhores tempos de processamento, pois cada processador terá uma carga similar a resolver. O domínio, quando particionado de forma geometricamente uniforme provoca cargas desiguais para os processadores utilizados, então se teriam processadores sobrecarregados enquanto outros ficam ociosos. Por isso a importância de se fazer este tipo de balanceamento com o intuito de usar mais eficientemente os recursos computacionais disponíveis. Este processo é realizado com o uso da biblioteca *Zoltan* empregando o método da bissecção recursiva por coordenadas (*RCB - Recursive Coordinate Bisection*).

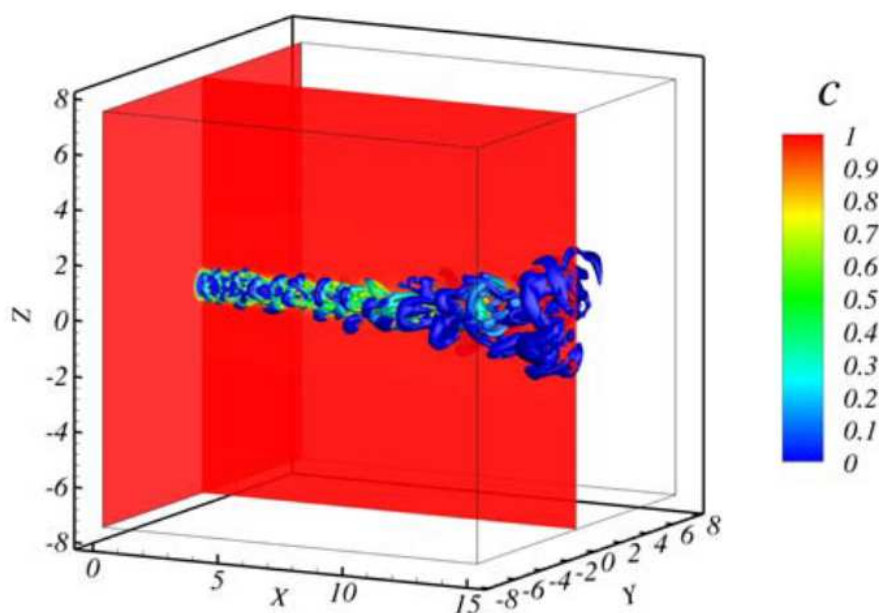
O MFSim também possui o recurso de refinamento adaptativo, ou seja, a possibilidade de uso de malhas dinâmicas refinadas em função de parâmetros como a presença de fronteira imersa, a densidade do escoamento ou o nível de vorticidade.

Diversos trabalhos têm sido escritos e publicados como produtos de desenvolvimento do software, pesquisa, validação e aplicações na indústria. A seguir são brevemente comentados trabalhos relevantes na construção e melhora do MFSim.

Vedovoto (2011) desenvolveu métodos para realizar simulações computacionais de escoamentos reativos incompressíveis com massa específica variável. Ele também incluiu o modelo de turbulência de *Smagorinsky* em sua pesquisa. Vedo-

voto conduziu experimentos computacionais em uma chama altamente turbulenta reativa pré-misturada e em um jato turbulento não confinado de alta velocidade de reagentes pré-misturados. Na Fig. 15 apresentam-se os resultados obtidos por Vedovoto no estudo do jato turbulento.

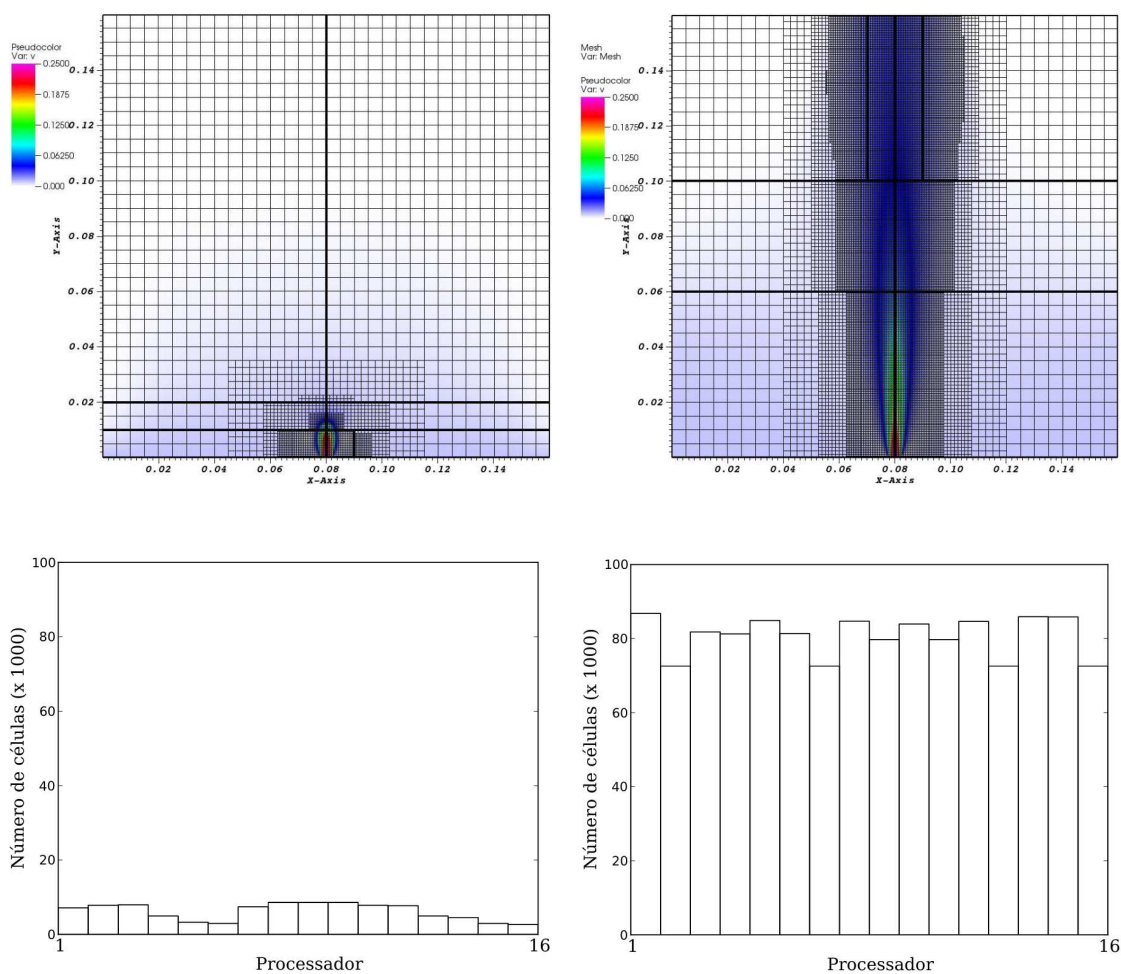
Figura 15 – Reação química instantânea de um jato turbulento.



Fonte: Vedovoto (2011)

Lima (2012) realizou implementações para a discretização de domínios computacionais usando malha bloco-estruturada com refinamento adaptativo em paralelo e balanço de carga. Lima implementou rotinas de refinamento adaptativo hierárquico baseado na metodologia desenvolvida por Berger e Oliger (1984). Para efeitos de validação metodológica das implementações, Lima realizou simulações computacionais de uma cavidade com tampa deslizante e de um jato incompressível. Na Fig. 16 são mostrados resultados obtidos para o caso do jato incompressível. Nela mostra-se a malha e o refinamento adaptativo funcionando devido ao avanço do jato e também são apresentados resultados do número de células por processo para cada instante, evidenciando a ação do balanceamento de carga com o avanço do jato.

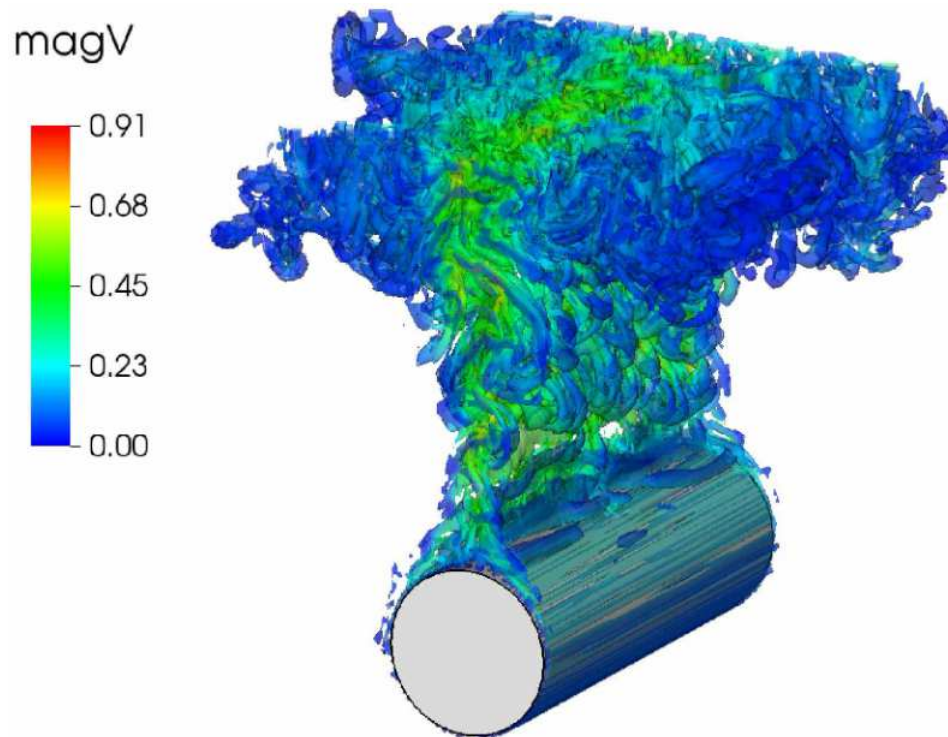
Figura 16 – Malha adaptativa utilizada e carga suportada por cada processador com balanço de carga a 0,1 s (esquerda) e 0,17 s (direita).



Fonte: Lima (2012)

Romão (2017) implementou rotinas para a simulação computacional de escoamentos turbulentos com efeitos térmicos usando o método da fronteira imersa. Os efeitos térmicos foram modelados através da equação de balanço para a energia térmica e fronteira imersa com condições de contorno de primeira, segunda e terceira espécie. Entre os problemas estudados, destaca-se o caso de validação de um cilindro aquecido. De maneira ilustrativa, na Fig. 17 é apresentado um dos resultados obtidos por Romão (2017).

Figura 17 – Contornos de Iso valor de critério Q para um número de Rayleigh de $R_a = 5,56 \times 10^{11}$.



Fonte: Romão (2017).

4 Validação

A simulação computacional de fenômenos multifísicos envolve, nos casos em que a abordagem é particionada, o acoplamento de diferentes métodos computacionais. Esta transferência de informação entre subdomínios deve ser feita de forma eficiente e fisicamente coerente. A validação computacional consiste na comparação de resultados obtidos através de simulações computacionais com resultados experimentais ou soluções contínuas conhecidas. Validar as implementações realizadas é de extrema importância. Para isso devem ser usados casos de referência que permitam avaliar a precisão e robustez dos métodos numéricos envolvidos.

Neste capítulo, serão apresentados três casos de validação da implementação de elementos finitos hexaédricos de 8 nós. O primeiro caso trata-se de análises, estática e dinâmica, de uma viga monoengastada (*cantilever*) submetida a uma força no extremo livre. O objetivo deste caso é avaliar a capacidade dos elementos finitos sólidos hexa-8 de simular a deformação, vibração e cálculo das tensões da viga sob diferentes condições de carga.

O segundo caso de validação trata sobre análise de FSI de placas submersas em dois meios diferentes, ar e água. As placas são submetidas a um pluck test e deixadas a vibrar no meio. Este caso tem como objetivo avaliar a vibração da estrutura levando em consideração o meio em que se encontra. Os dados obtidos neste caso são comparados com os resultados dos experimentos materiais realizados por Lindholm et al. (1965) e os resultados dos experimentos virtuais realizados por Correa (2020) usando elemento de placa de Kirchhoff.

Por fim, o terceiro caso consiste em um caso de FSI de um sistema cilindro-placa proposto por Turek e Hron (2006). Este caso de validação é particularmente interessante por permitir avaliar a capacidade dos elementos finitos hexaédricos para simular a interação fluido-estrutura de sistemas complexos.

A análise comparativa dos resultados obtidos em cada caso de validação permite avaliar a precisão e a robustez dos métodos numéricos e o seu acoplamento em diferentes casos.

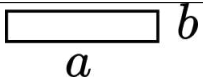

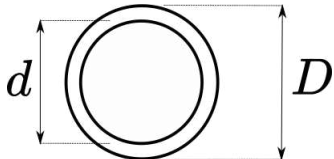
4.1 Caso de validação 1: análise modal de estruturas

Para este caso de validação foram avaliados os resultados de análise modal para três geometrias (Tab. 2) diferentes sob duas condições de contorno: engastado-livre (*cantilever*) e bi-engastada. A análise modal permite validar a montagem das matrizes de rigidez e de massa do sistema, pois o cálculo das frequências naturais do sistema e os modos de vibração são produto do problema de autovalor generalizado, mostrado na Eq. 4.1.

$$([K] - \{\omega^2\}[M])[X] = 0, \quad (4.1)$$

onde, $[K]$ e $[M]$ são as matrizes globais de rigidez e de massa respectivamente, $\{\omega\}$ é o vetor de frequências naturais do sistema (autovalor) e $[X]$ são os modos de vibrar para cada frequência natural (autovetor). Para resolver esse problema de autovalor foi utilizada a biblioteca SLEPc usando o método de Krylov-Schur (HERNANDEZ et al., 2007).

Tabela 2 – Seções transversais das estruturas

| Caso | Seção transversal | Configuração geométrica |
|------|---|--|
| 1 |  | $a = 0,05 \text{ m}; b = 0,01 \text{ m}$ |
| 2 |  | $l = 0,10 \text{ m}$ |
| 3 |  | $D = 0,50 \text{ m}; d = 0,48 \text{ m}$ |

O material utilizado nas placas foi um aço homogêneo e isotrópico com propriedades descritas na Tabela 4.

Tabela 3 – Propriedades físicas do aço utilizado.

| Propriedade | Valor | Unidade |
|------------------------------------|----------------------|----------|
| Massa Específica do aço (ρ) | 7829,00 | kg/m^3 |
| Módulo de Young (E) | $206,90 \times 10^9$ | Pa |
| Coefficiente de Poisson (ν) | 0,288 | – |

Foi realizada a análise modal usando Método dos Elementos Finitos e obtidas a frequências naturais do sistema, depois os resultados foram comparado com as soluções contínuas para cada caso. Segundo Blevins (1979) com o desenvolvimento de equações fundamentais da dinâmica, a frequência natural de vibração para vigas pode ser definida pela Eq. 4.2.

$$f = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \left(\frac{EI}{\bar{m}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.2)$$

onde λ_i , representa um parâmetro adimensional que é função das condições de contorno aplicadas à viga, L é o seu comprimento, E é o módulo de Young, I é o momento de inércia da seção transversal e \bar{m} sua massa por unidade de comprimento. Os valores de λ_i para cada modo de vibração são apresentados a seguir na Tab. 4.

Tabela 4 – Valores de λ_i para as condições cantilever e bi-engastada para vigas

| Modo (i) | <i>cantilever</i> λ_i | bi-engastada λ_i |
|--------------|----------------------------------|-----------------------------|
| 1 | 1,87510407 | 4,73004074 |
| 2 | 4,69409113 | 7,06858275 |
| 3 | 7,85475744 | 10,21017612 |
| 4 | 10,99554073 | 13,35176878 |
| 5 | 14,13716839 | 16,49336143 |
| para $i > 5$ | $(2i - 1)\frac{\pi}{2}$ | $(2i + 1)\frac{\pi}{2}$ |

As soluções contínuas das frequências naturais e os resultados obtidos usando FEM são comparados da Tab. 5 à 10, para as duas situações propostas, *cantilever* e bi-engastada.

Tabela 5 – Erro relativo das frequências naturais calculadas com código próprio aos resultados contínuos para

| Modo de vibração | Contínuo (Hz) | Presente trabalho (Hz) | Erro relativo |
|------------------|---------------|------------------------|---------------|
| 1 | 2,076 | 2,0693 | 0,33 % |
| 2 | 10,380 | 10,334 | 0,45 % |
| 3 | 13,010 | 12,967 | 0,33 % |
| 4 | 36,430 | 36,2442 | 0,51 % |
| 5 | 65,0533 | 64,596 | 0,70 % |
| 6 | 71,388 | 71,160 | 0,32 % |

Caso 1 - *cantilever*

Tabela 6 – Erro relativo das frequências naturais calculadas com código próprio aos resultados contínuos

| Modo de vibração | Contínuo (Hz) | Presente trabalho (Hz) | Erro relativo |
|------------------|---------------|------------------------|---------------|
| 1 | 13,211 | 13,124 | 0,66 % |
| 2 | 36,416 | 36,177 | 0,66 % |
| 3 | 66,053 | 65,286 | 1,16 % |
| 4 | 71,390 | 70,924 | 0,65 % |
| 5 | 118,011 | 117,251 | 0,64 % |
| 6 | 176,287 | 175,174 | 0,63 % |

Caso 1 - *bi-engastada*

A seguir, da Fig. 18 à 19, são apresentadas as visualizações dos modos de vibração, referentes à viga de seção retangular (caso 2), comparadas nas tabelas acima.

Figura 18 – Primeiro ao terceiro modo de vibração de uma viga de secção retangular
 (a) *cantilever* e (b) *bi-apoiada*

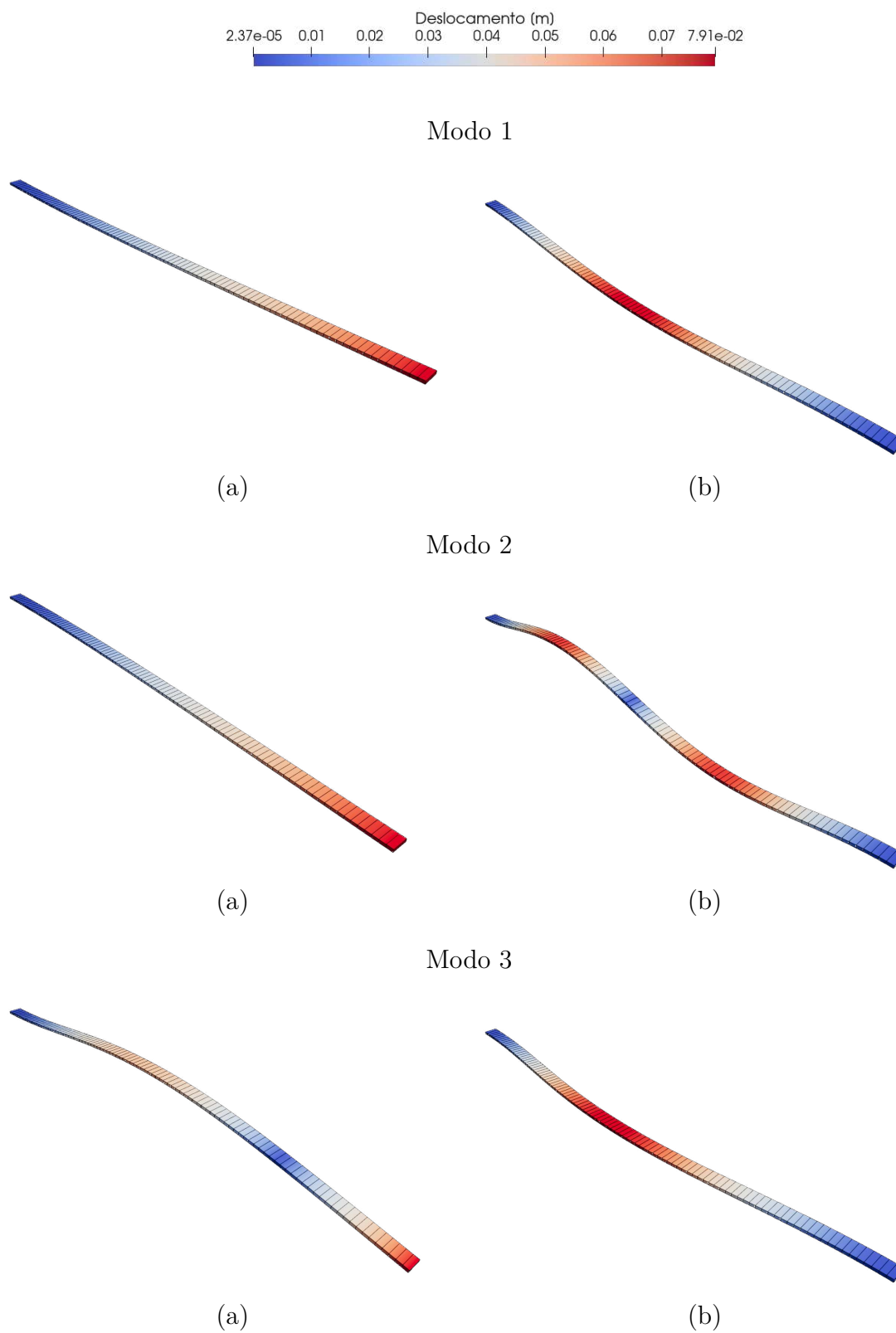


Figura 19 – Quarto ao sexto modo de vibração de uma viga de secção retangular (a) *cantilever* e (b) bi-apoiada

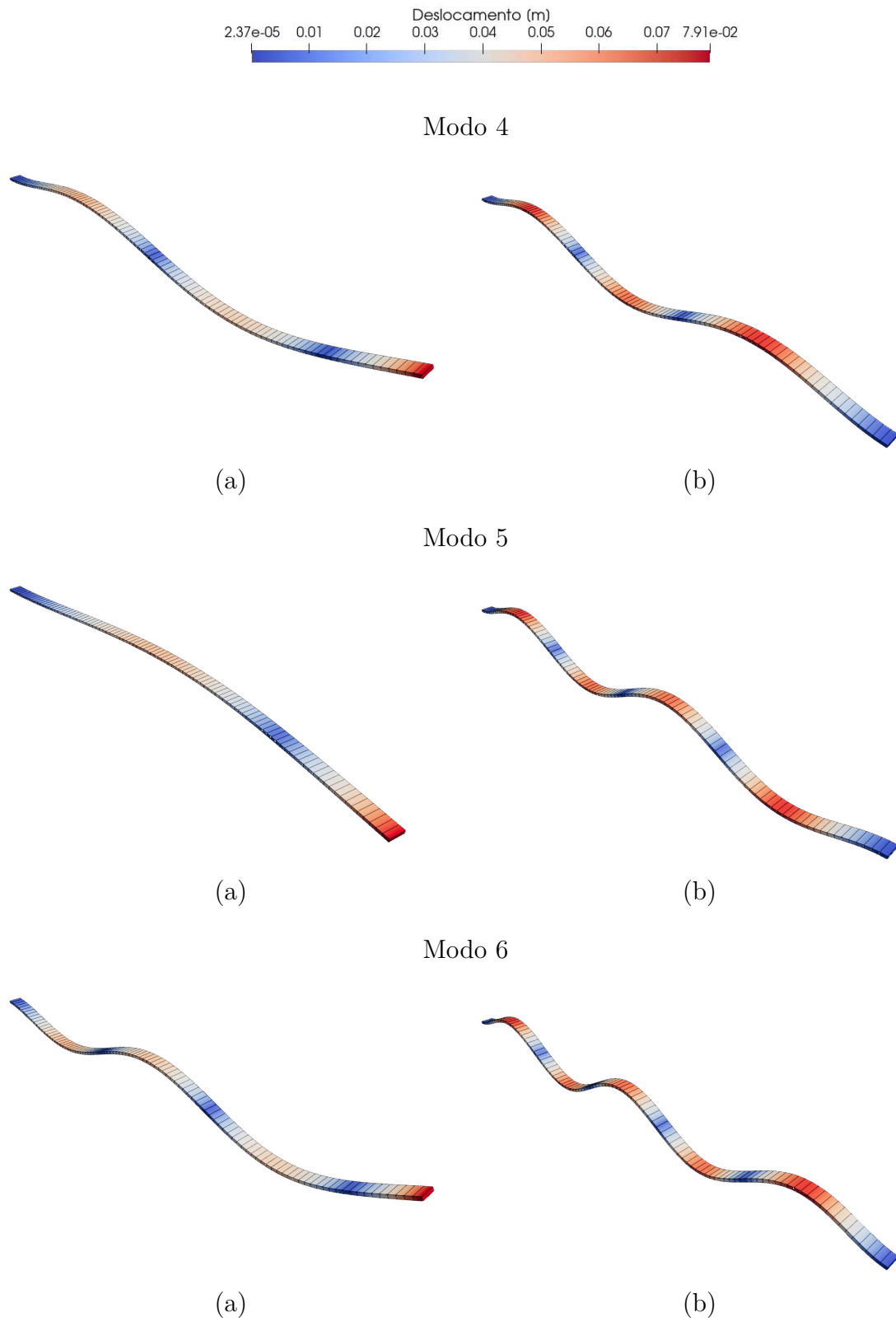


Tabela 7 – Erro relativo das frequências naturais calculadas com código próprio aos resultados contínuos

| Modo de vibração | Contínuo (Hz) | Presente trabalho (Hz) | Erro relativo |
|------------------|---------------|------------------------|---------------|
| 1 | 20,760 | 20,775 | 0,03 % |
| 2 | 20,760 | 20,775 | 0,03 % |
| 3 | 130,106 | 128,716 | 1,07 % |
| 4 | 130,106 | 128,716 | 1,07 % |
| 5 | 364,302 | 354,123 | 2,79 % |
| 6 | 364,302 | 354,123 | 2,79 % |

Caso 2 - *cantilever*

Tabela 8 – Erro relativo das frequências naturais calculadas com código próprio aos resultados contínuos

| Modo de vibração | Contínuo (Hz) | Presente trabalho (Hz) | Erro relativo |
|------------------|---------------|------------------------|---------------|
| 1 | 132,107 | 130,693 | 1,07 % |
| 2 | 132,107 | 130,693 | 1,07 % |
| 3 | 364,158 | 352,987 | 3,07 % |
| 4 | 364,158 | 352,987 | 3,07 % |
| 5 | 713,896 | 674,22 | 5,56 % |
| 6 | 713,896 | 674,22 | 5,56 % |

Caso 2 - *bi-engastada*

A seguir, da Fig. 20 à 21, são apresentadas as visualizações dos modos de vibração, referentes à viga de seção quadrada (caso 2), comparadas nas tabelas acima.

Figura 20 – Primeiro ao terceiro modo de vibração de uma viga de secção quadrada
 (a) *cantilever* e (b) *bi-apoiada*

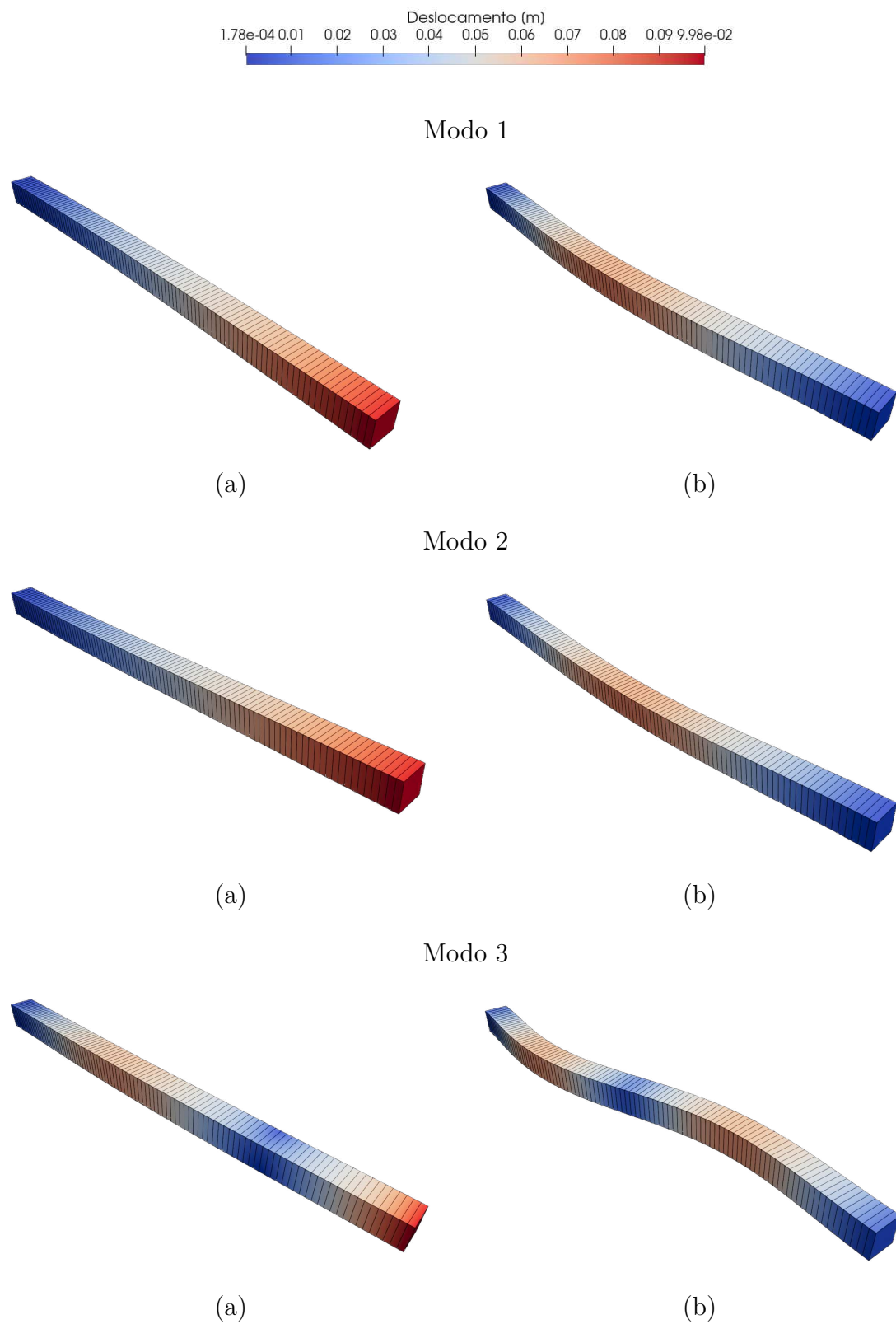


Figura 21 – Quarto ao sexto modo de vibração de uma viga de secção quadrada
 (a) *cantilever* e (b) *bi-apoiada*

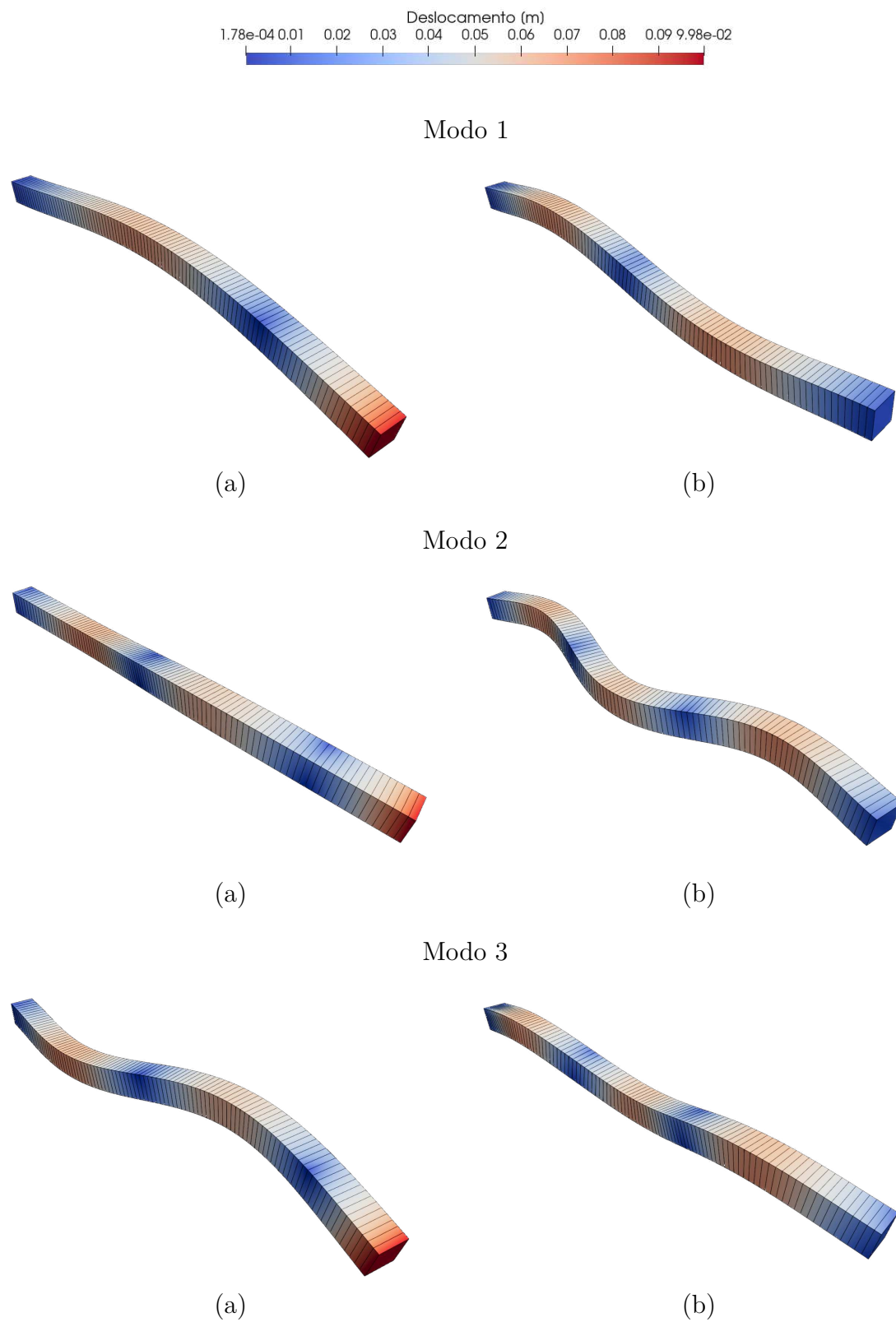


Tabela 9 – Erro relativo das frequências naturais calculadas com código próprio aos resultados contínuos

| Modo de vibração | Contínuo (Hz) | Presente trabalho (Hz) | Erro relativo |
|------------------|---------------|------------------------|---------------|
| 1 | 113,397 | 112,039 | 1,20 % |
| 2 | 113,397 | 112,039 | 1,20 % |
| 3 | 117,586 | 117,462 | 0,11 % |
| 4 | 117,586 | 117,462 | 0,11 % |
| 5 | 246,847 | 245,068 | 0,72 % |
| 6 | 246,847 | 245,068 | 0,73 % |

Caso 3 - *cantilever*

Tabela 10 – Erro relativo das frequências naturais calculadas com código próprio aos resultados contínuos

| Modo de vibração | Contínuo (Hz) | Presente trabalho (Hz) | Erro relativo |
|------------------|---------------|------------------------|---------------|
| 1 | 238,105 | 234,641 | 1,45 % |
| 2 | 238,105 | 234,641 | 1,45 % |
| 3 | 335,389 | 335,245 | 0,04 % |
| 4 | 335,389 | 335,245 | 0,04 % |
| 5 | 431,807 | 429,459 | 0,54 % |
| 6 | 431,807 | 429,459 | 0,54 % |

Caso 3 - *bi-apoiada*

A seguir, da Fig. 20 à 21, são apresentadas as visualizações dos modos de vibração referentes ao tubo (caso 3), comparadas nas tabelas acima.

Os resultados obtidos para os três casos propostos validam as implementações realizadas no módulo estrutural do MFSim.

Figura 22 – Primeiro ao terceiro modo de vibração de um tubo (a) *cantilever* e (b) bi-apoiada

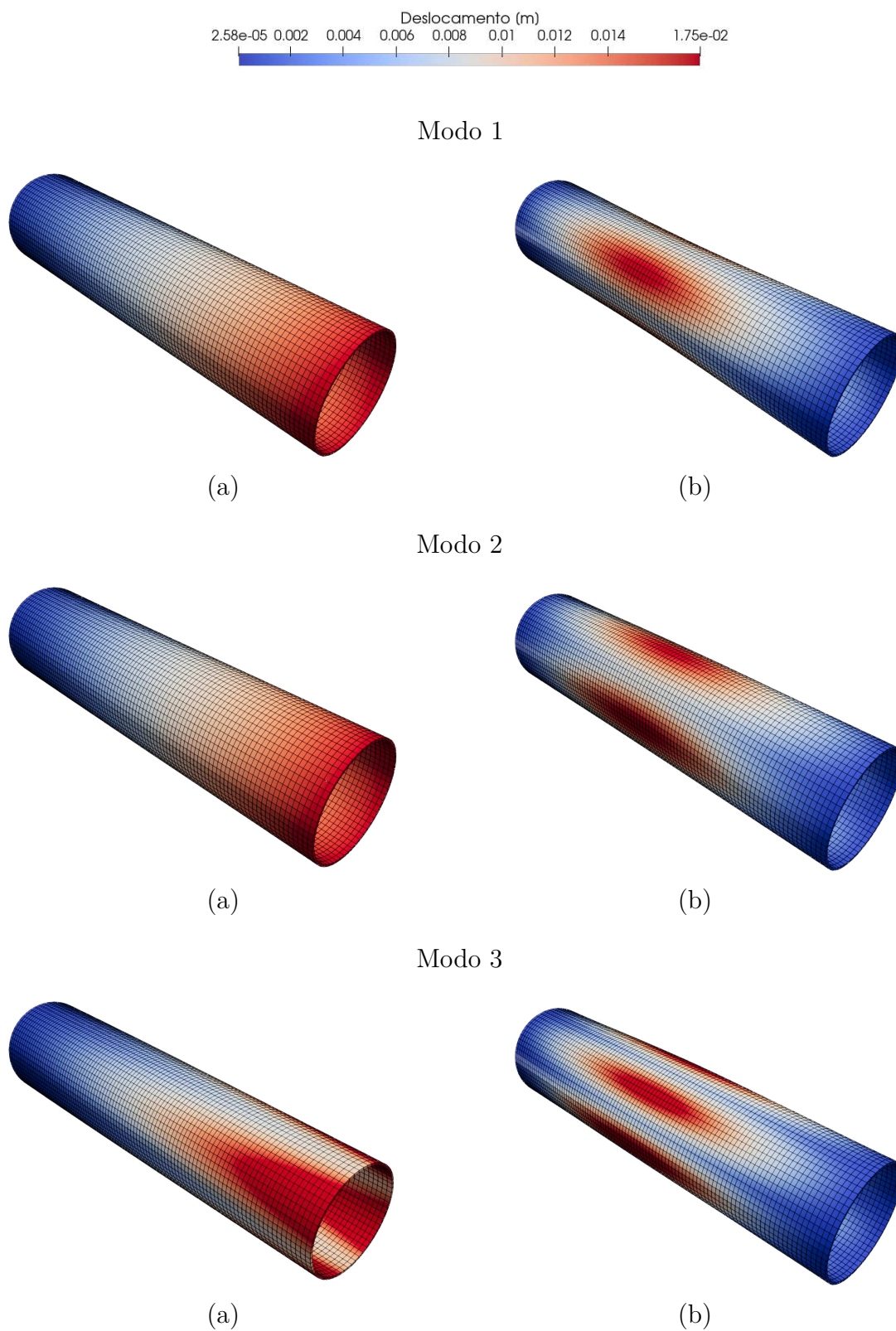
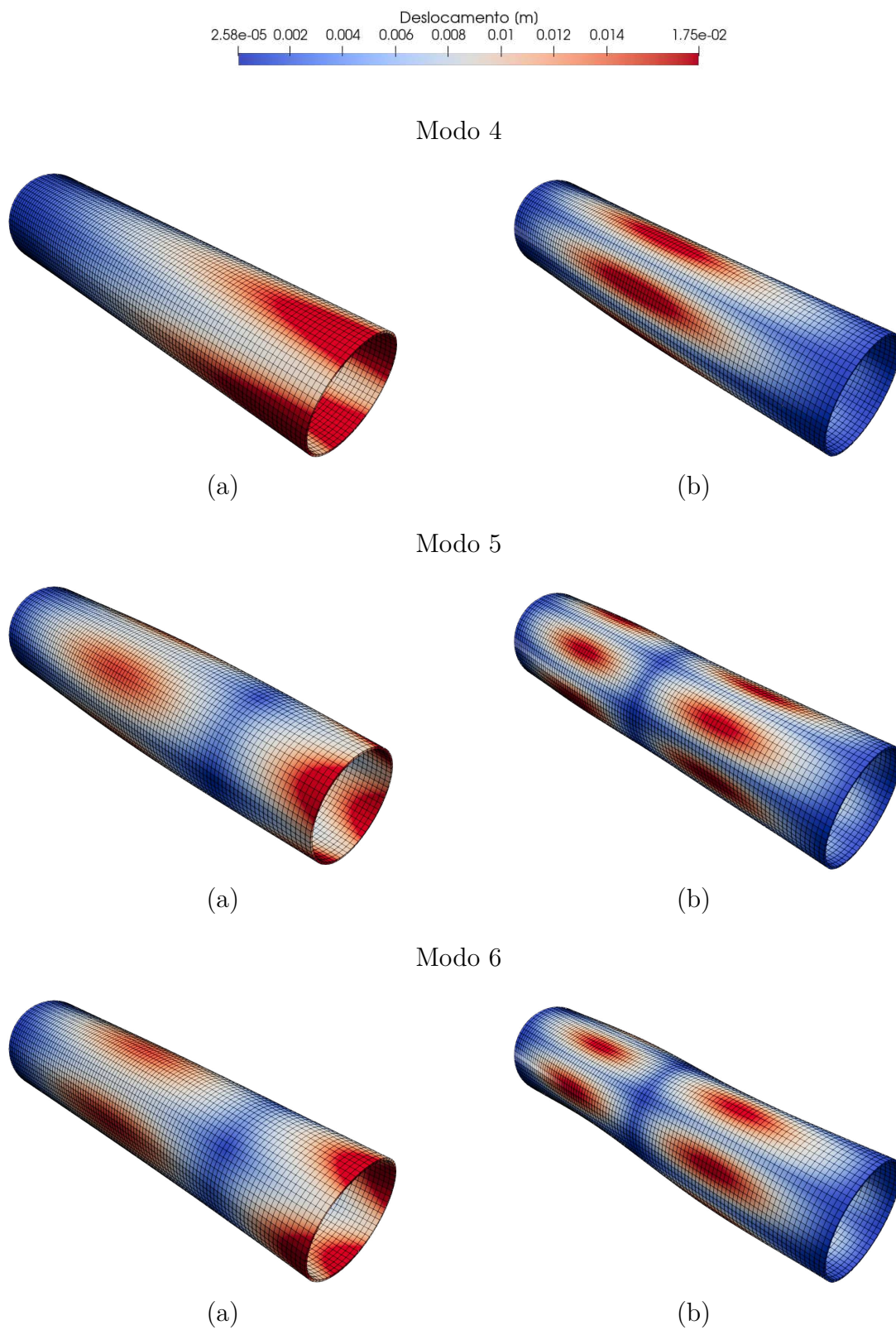


Figura 23 – Terceiro ao quarto modo de vibração de uma viga de secção retangular
 (a) *cantilever* e (b) *bi-apoiada*



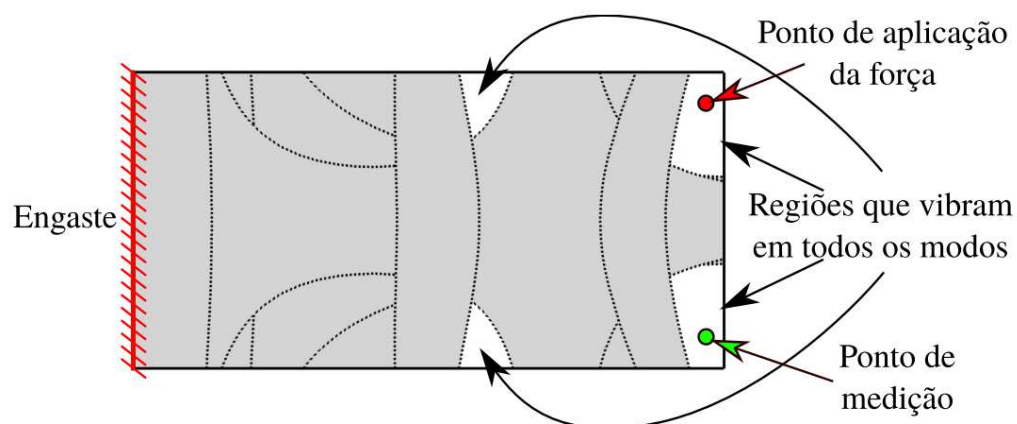
4.2 Caso de validação 2: vibração de placas submersas em água e ar

Para este caso, foram analisadas quatro placas monoengastadas submersas tanto em ar como em água, as geometrias estão dispostas na Tab. 11. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados experimentais materiais obtidos por Lindholm et al. (1965). Os testes consistiram na aplicação de uma força instantânea no extremo livre da placa e a medição dos seus deslocamentos no tempo. O ponto de aplicação da força e o ponto de medição são mostrados na Fig. 24. Estes ensaios tiveram como objetivo a medição das frequências naturais amortecidas de resposta da placa após a aplicação da força pontual e instantânea. As frequências naturais no vácuo são apresentadas na Fig. 27. As frequências naturais, levando em consideração os efeitos amortecedores do meio, são obtidas a partir de uma Transformada Discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform - DFT*) aplicada ao sinal de deslocamento no tempo. Nas Fig. 29(a) e 30(a) são mostrados os deslocamentos na direção y do ponto de análise para a placa lind-6 imersa em ar e água respectivamente. Na análise de DFT, os picos encontrados são correspondentes às frequências naturais amortecidas pelo efeito do fluido no qual está submersa a placa, como é mostrado nas Figs. 29(b) e 30(b) para a placa Lind-6 submersa em ar e água respectivamente. As frequências naturais são obtidas em termos do parâmetro de frequências adimensionais utilizando a Eq. 4.3,

$$\Omega = \frac{\omega_n 2\pi}{(D/\rho_p h a^4)^{1/2}}, \quad (4.3)$$

onde, Ω são as frequências adimensionais, ω_n são as frequências naturais em Hz , $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$ é o coeficiente de rigidez da placa, ρ_p é a massa específica da placa, h é a espessura da placa e a é o comprimento da placa. As propriedades do material da placa estão dispostas na Tabela 12.

Figura 24 – Localização dos pontos de aplicação de força e medição de deslocamento.



Fonte: Retirado de (CORREA, 2020)

Tabela 11 – Dimensões das placas ensaiadas

| Placa | Lado a (mm) | Lado b (mm) | Espessura h (mm) |
|--------|---------------|---------------|--------------------|
| Lind-5 | 203,2 | 203,2 | 4,83616 |
| Lind-6 | 406,4 | 203,2 | 4,83616 |
| Lind-7 | 609,6 | 203,2 | 4,83616 |
| Lind-8 | 1016,0 | 203,2 | 4,83616 |

Tabela 12 – Propriedades do material

| | |
|-------------------------|--------------------------------|
| Material | Aço |
| Massa específica | $\rho_s = 7850 \text{ kg/m}^3$ |
| Módulo de Young | $E_s = 210 \text{ GPa}$ |
| Coefficiente de Poisson | $\nu_s = 0.3$ |

Tabela 13 – Parâmetros da simulação

| Parâmetro | |
|--|------------------------|
| No. de células (fluido) | 247 240 |
| No. de elementos lind-5 (estrutura) | 400 |
| No. de elementos lind-6 (estrutura) | 800 |
| No. de elementos lind-7 (estrutura) | 1200 |
| No. de elementos lind-8 (estrutura) | 2000 |
| Tipo de elemento estrutural | <i>Hexa-8 com ESF</i> |
| Número de modos calculados | 12 |
| Passo de tempo | $1,0 \times 10^{-5} s$ |
| Acoplamento | forte |
| Número máximo de iterações | 50 |
| Resíduo para a convergência do acoplamento | $1,0 \times 10^{-3}$ |
| Magnitude da força (N) | $1,0 \times 10^4$ |
| Velocidade do escoamento u (m/s) | 0,0 |
| Velocidade do escoamento v (m/s) | 0,0 |
| Velocidade do escoamento w (m/s) | 0,0 |
| Método de acoplamento pressão velocidade | Passo fracionado |
| Método de discretização do termo advectivo | cube |
| Método de discretização temporal | MCNAB |
| Modelo de fechamento da turbulência | LES - Smagorinsky |
| Constante de Smagorinsky, C_s | 0,18 |
| Tempo físico simulado | 10 s |

Na Fig. 25 é mostrada a malha computacional utilizada nas simulações. Foi utilizada uma malha de cinco níveis de refinamento a partir de uma malha base de $32 \times 16 \times 16$ para o subsistema fluido como mostrado na Fig. 26.

Figura 25 – Malha computacional utilizada para placa Lind-6

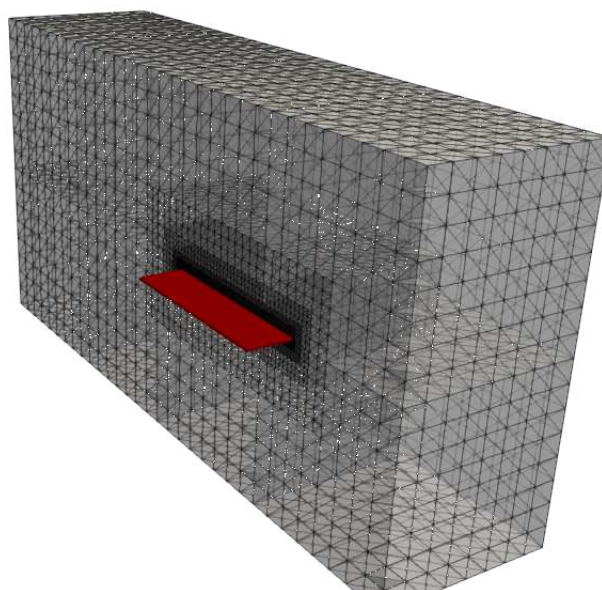


Figura 26 – Níveis de refinamento de malha computacional para placa Lind-6

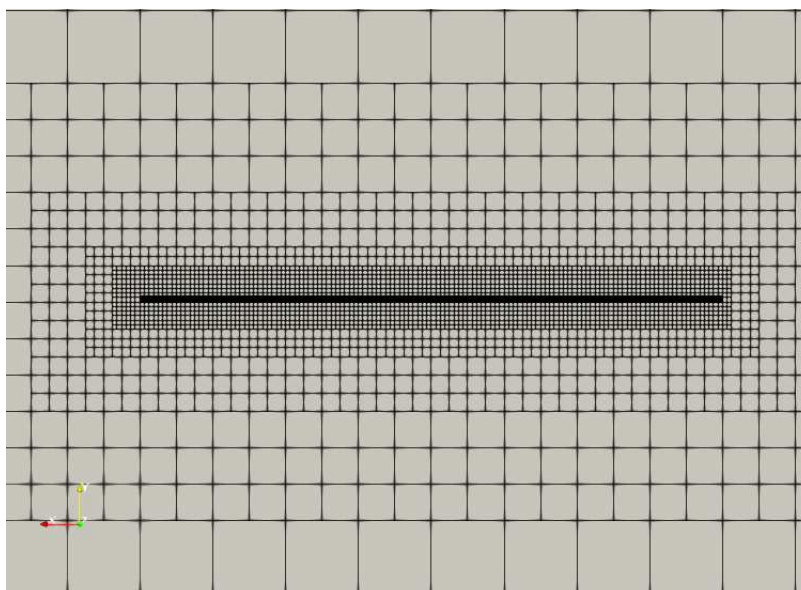
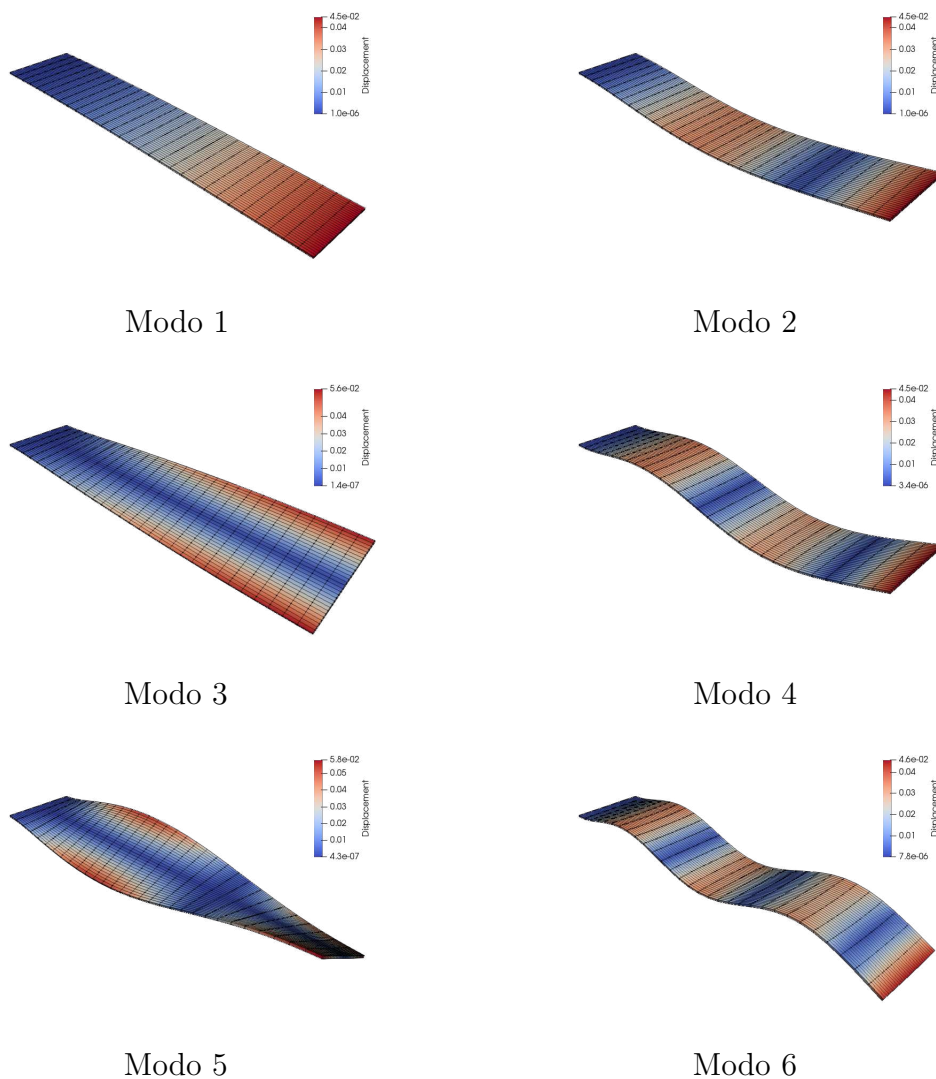


Figura 27 – Modos de vibração para a placa Lind-6



Fonte: elaborada pelo autor.

Nas Figs. 29 e 30 mostram-se os sinais de deslocamento obtidos pela avaliação do nó 838 (28) da estrutura Lind-6.

Figura 28 – Malha computacional utilizada para Lind-6 mostrando os nós de aplicação da força instantânea e de avaliação do deslocamento.

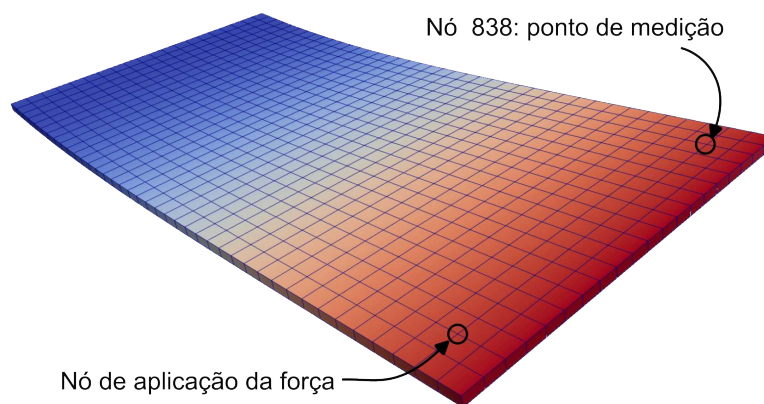
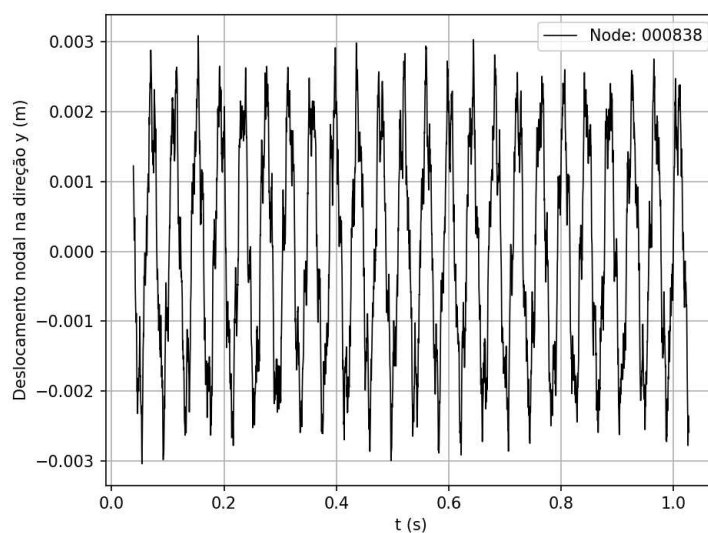
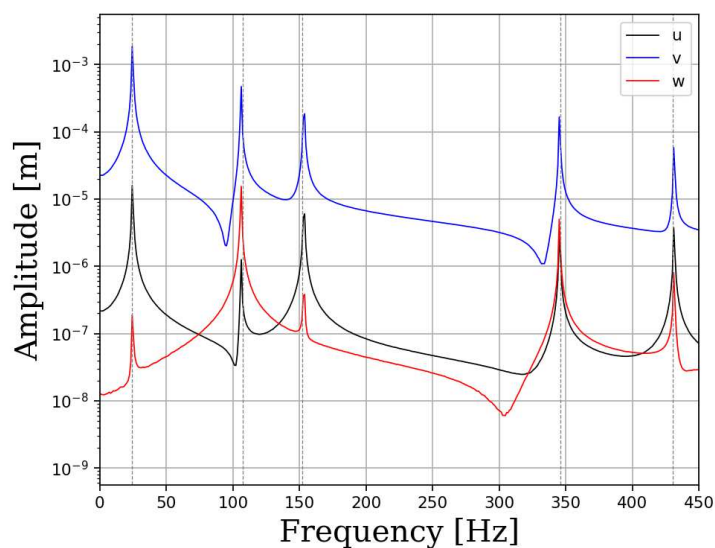


Figura 29 – (a) Deslocamento na direção y no tempo e (b) DFT para a placa Lind-6 submersa em ar.



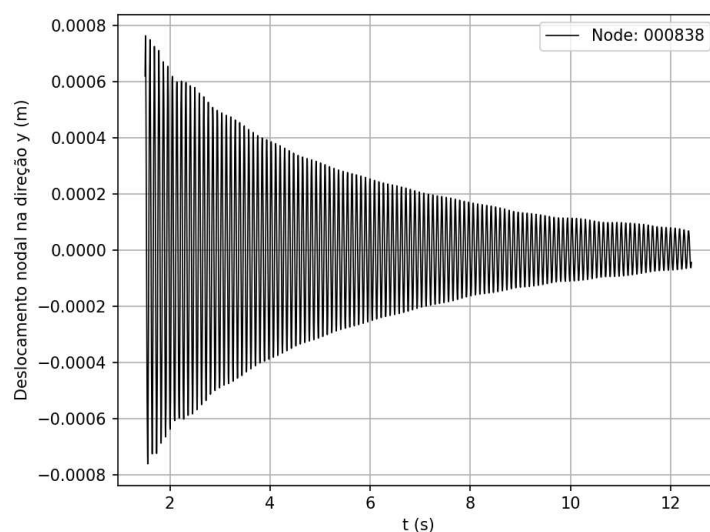
(a) Deslocamento em y do nó 838



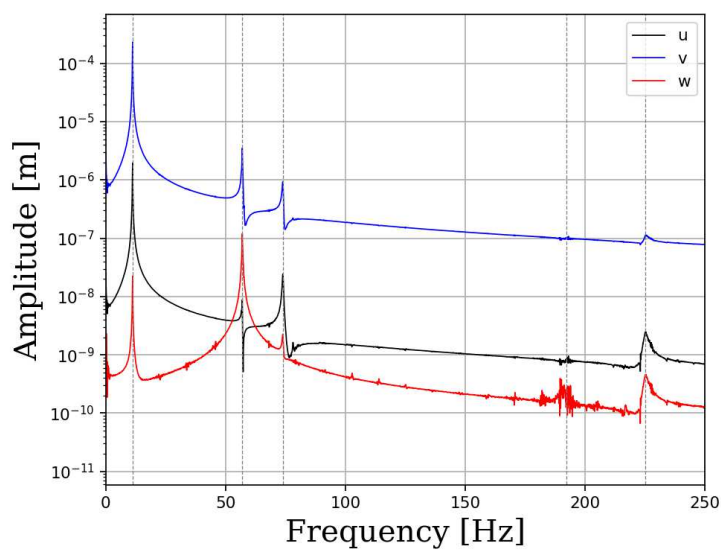
(b) DFT

Fonte: elaborada pelo autor. Feitas com a biblioteca Matplotlib (HUNTER, 2007)

Figura 30 – (a) Deslocamento na direção y no tempo e (b) DFT para a placa Lind-6 submersa em água



(a) Deslocamento em y do nó 838



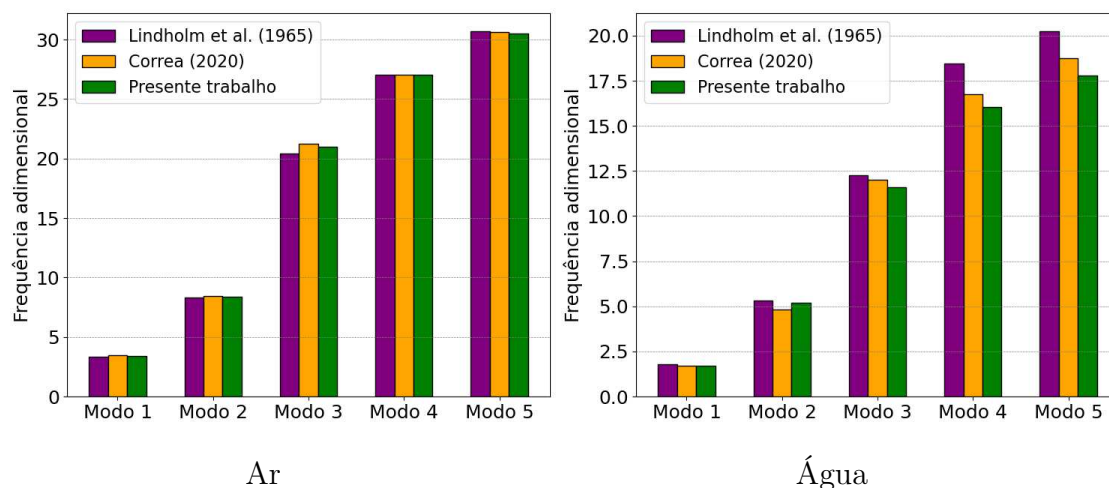
(b) DFT

Fonte: elaboradas pelo autor. Feitas com a biblioteca Matplotlib (HUNTER, 2007)

Os casos foram simulados durante 12 s físicos. Nos testes foram calculadas as frequências naturais amortecidas para as placas descritas anteriormente no vácuo e submersas em ar e água. Nas Figs. 31 à 34 são dispostos os resultados teóricos obtidos por Lindholm et al. (1965), os obtidos por Correa (2020) usando

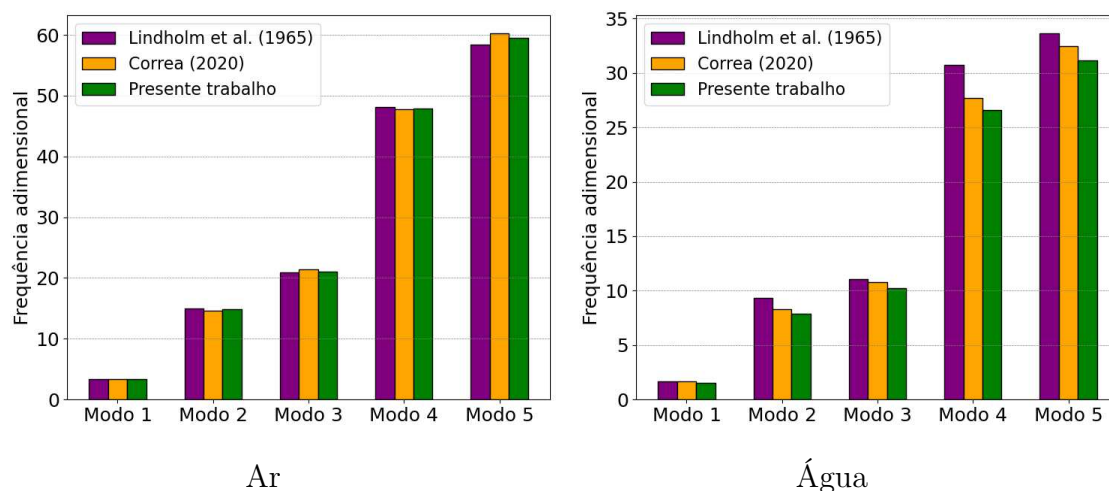
elementos de placa e os resultados obtidos através de simulação computacional usando elemento *Hexa-8 com ESF*.

Figura 31 – Resultados das frequências adimensionais obtidas para Lind-5 submersa em ar e água



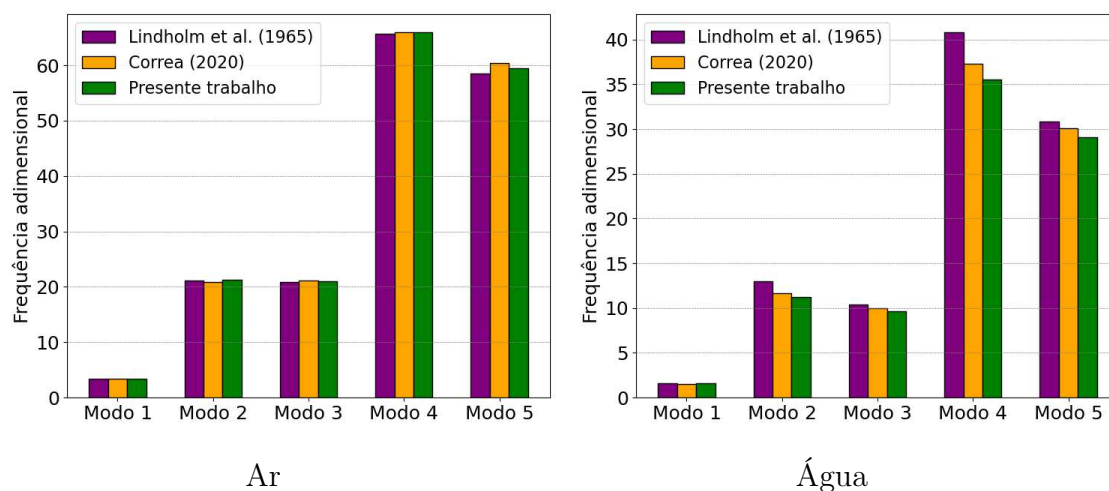
Fonte: elaborada pelo autor. Feitas com a biblioteca Matplotlib (HUNTER, 2007)

Figura 32 – Resultados das frequências adimensionais obtidas para Lind-6 submersa em ar e água



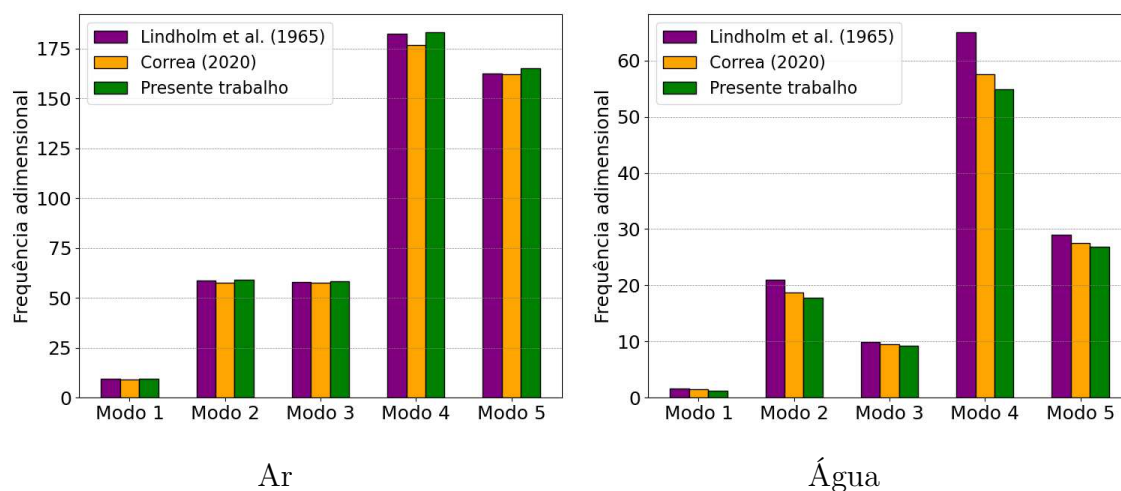
Fonte: elaborada pelo autor. Feitas com a biblioteca Matplotlib (HUNTER, 2007)

Figura 33 – Resultados das frequências adimensionais obtidas para Lind-7 submersa em ar e água



Fonte: elaborada pelo autor. Feitas com a biblioteca Matplotlib (HUNTER, 2007)

Figura 34 – Resultados das frequências adimensionais obtidas para Lind-8 submersa em ar e água



Fonte: elaborada pelo autor. Feitas com a biblioteca Matplotlib (HUNTER, 2007)

A seguir, nas Tab. 14 à 17 estão dispostos os resultados das frequências adimensionais para o experimento material e o computacional e o seu respectivo

erro relativo associado. Os resultados mostram uma maior convergência para os testes feitos com as placas submersas no ar quando comparados com os resultados obtidos para a água. Os resultados indicam que o elemento sólido com funções extra de interpolação consegue modelar de forma satisfatória casos com relação de aspecto elementar $L/h \approx 2,0$.

Tabela 14 – Erros das frequências adimensionais em relação ao experimento material para placa Lind-5

| Lind-5 | Lindholm et al. (1965) | Presente trabalho | Erro relativo |
|---------------|-------------------------------|--------------------------|----------------------|
| Vácuo | 3,443 | 3,409 | 0,98 % |
| | 21,121 | 20,386 | 0,09 % |
| | 27,575 | 26,974 | 0,49 % |
| | 31,287 | 29,872 | 0,17 % |
| | 30,694 | 30,598 | 0,31 % |
| Ar | 3,332 | 3,391 | 1,77 % |
| | 8,339 | 8,370 | 0,37 % |
| | 20,451 | 20,970 | 2,54 % |
| | 27,061 | 27,078 | 0,06 % |
| | 29,967 | 30,521 | 1,85 % |
| Água | 1,778 | 1,695 | 4,67 % |
| | 5,329 | 5,190 | 2,60 % |
| | 12,284 | 11,592 | 5,63 % |
| | 18,479 | 16,056 | 13,11 % |
| | 20,243 | 17,786 | 12,14 % |

Tabela 15 – Erros das frequências adimensionais em relação ao experimento material para placa Lind-6

| Lind-6 | Lindholm et al. (1965) | Presente trabalho | Erro relativo |
|--------|------------------------|-------------------|---------------|
| Vácuo | 3,418 | 3,407 | 0,32 % |
| | 14,672 | 14,691 | 0,13 % |
| | 21,262 | 21,316 | 0,25 % |
| | 48,031 | 47,849 | 0,38 % |
| | 57,998 | 59,787 | 3,09 % |
| Ar | 3,349 | 3,315 | 1,03 % |
| | 14,949 | 14,878 | 0,47 % |
| | 20,901 | 21,030 | 0,62 % |
| | 48,170 | 47,893 | 0,57 % |
| | 58,413 | 59,520 | 1,90 % |
| Água | 1,674 | 1,551 | 7,36 % |
| | 9,343 | 7,887 | 15,59 % |
| | 11,073 | 10,243 | 7,50 % |
| | 30,729 | 26,576 | 13,51 % |
| | 33,636 | 31,144 | 7,41 % |

Tabela 16 – Erros das frequências adimensionais em relação ao experimento material para placa Lind-7

| Lind-7 | Lindholm et al. (1965) | Presente trabalho | Erro relativo |
|--------|------------------------|-------------------|---------------|
| Vácuo | 3,394 | 3,394 | 0,00 % |
| | 21,209 | 21,010 | 0,94 % |
| | 21,240 | 21,240 | 0,00 % |
| | 66,649 | 66,004 | 0,97 % |
| | 57,928 | 59,735 | 3,12 % |
| Ar | 3,363 | 3,366 | 0,09 % |
| | 21,084 | 21,212 | 0,61 % |
| | 20,835 | 20,932 | 0,46 % |
| | 65,714 | 65,945 | 0,35 % |
| | 58,551 | 59,486 | 1,60 % |
| Água | 1,588 | 1,560 | 1,76 % |
| | 12,956 | 11,236 | 13,27 % |
| | 10,371 | 9,611 | 7,33 % |
| | 40,799 | 35,504 | 12,98 % |
| | 30,801 | 29,113 | 5,48 % |

Tabela 17 – Erros das frequências adimensionais em relação ao experimento material para placa Lind-8

| Lind-8 | Lindholm et al. (1965) | Presente trabalho | Erro relativo |
|---------------|-------------------------------|--------------------------|----------------------|
| Vácuo | 3,399 | 3,382 | 0,51 % |
| | 34,172 | 33,748 | 1,24 % |
| | 21,195 | 21,186 | 0,04 % |
| | 104,680 | 103,252 | 1,36 % |
| | 57,963 | 59,477 | 2,61 % |
| Ar | 9,343 | 9,352 | 0,09 % |
| | 58,569 | 58,923 | 0,61 % |
| | 57,876 | 58,145 | 0,46 % |
| | 182,541 | 183,181 | 0,35 % |
| | 162,643 | 165,238 | 1,60 % |
| Água | 1,539 | 1,254 | 18,54 % |
| | 20,936 | 17,743 | 15,25 % |
| | 9,948 | 9,187 | 7,65 % |
| | 65,057 | 64,961 | 15,52 % |
| | 28,981 | 26,818 | 7,46 % |

4.3 Caso de validação 3: FSI para sistema cilindro-placa

O problema de FSI cilindro-placa, proposto por Turek e Hron (2006), tem-se destacado como um dos casos mais utilizados para validação de métodos computacionais para problemas de interação fluido-estrutura.

O problema consiste em um cilindro rígido acoplado a uma placa flexível à jusante, submetido a um escoamento laminar. A placa flexível é engastada no extremo em contato com o cilindro, enquanto o extremo oposto se mantém livre para vibrar. Fizeram-se simulações para validar a implementação no módulo estrutural e além disso a abordagem de acoplamento para problemas de FSI usado no MFSim. Os resultados foram comparados com os resultados obtidos por Turek e Hron (2006) para o caso FSI3 no seu trabalho. As características geométricas e as propriedades dos materiais usados no problema são mostradas nas Tabelas 19 e 18 respectivamente. Na Figura 35 mostra-se o modelo físico do caso simulado. Os parâmetros usados na simulação estão listados a seguir na Tabela 20.

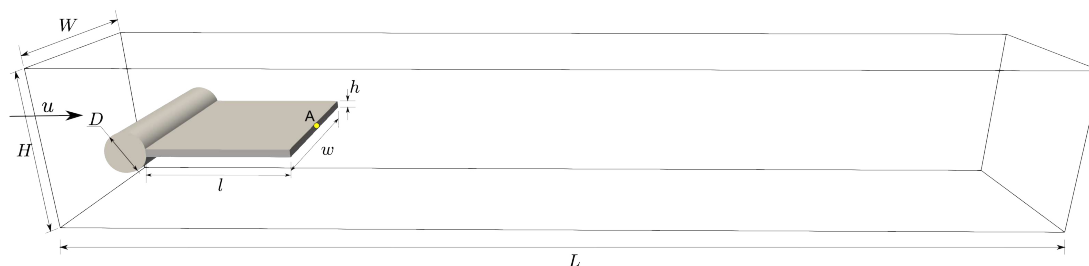
O objetivo da simulação é avaliar a resposta dinâmica da placa em função

das forças fluidodinâmicas. O caso permite analisar a precisão e robustez dos métodos numéricos envolvidos na modelagem. A análise de resposta de vibração foi feita no ponto *A* sinalizado na ilustração da Fig. 35, para isto foram obtidos os deslocamentos na direção *y* ao longo do tempo.

Tabela 18 – Structural properties

| Borracha | |
|-------------------------|--------------------------------|
| Massa específica | $\rho_r = 1000 \text{ kg/m}^3$ |
| Módulo de Young | $E_r = 5.60 \text{ MPa}$ |
| Coefficiente de Poisson | $\nu_r = 0.40$ |

Figura 35 – Domínio computacional.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 19 – Características geométricas

| Conceito | value (m) |
|---|------------------|
| Diâmetro do cilindro | $D = 0,10$ |
| Posição em <i>x</i> do centro do cilindro | $L_c = 0,25$ |
| Posição em <i>y</i> do centro do cilindro | $H_c = 0,20$ |
| Comprimento do domínio | $L = 2,5$ |
| Altura do domínio | $H = 0,41$ |
| Largura do domínio | $W = 0,41$ |
| Comprimento da estrutura flexível | $l = 0,35$ |
| Altura da estrutura flexível | $h = 0,02$ |
| Largura da estrutura flexível | $w = 0,41$ |

As condições de contorno utilizadas na simulação estão dispostas a seguir:

- Na entrada do canal é prescrito um perfil de velocidade: $v^f(0, y) = 1,5\bar{U}\frac{y(H-y)}{(\frac{H}{2})^2}$, onde \bar{U} é a velocidade média;
- Na face da saída foi imposta uma condição de contorno advectiva;
- Nas faces $y+$ e $y-$ foi imposta condição de não deslizamento;
- Nas faces $z+$ e $z-$ foi imposta uma condição de simetria;

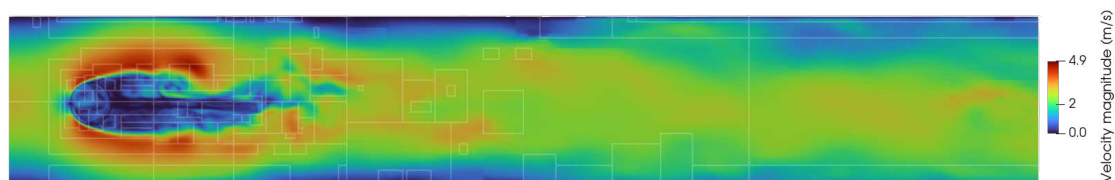
Tabela 20 – Configuração da simulação computacional

| Parâmetro | |
|---|---------------------------|
| Referência dos processadores | AMD Epyc 7452 |
| Número total de processos | 32 |
| Número de células de fluido | 1 461 398 |
| Número de elementos STL para IB | 95 620 |
| Número de elementos Hexa8 para subsistema estrutural | 4 308 |
| Número de graus de liberdade para o subsistema estrutural | 18 144 |
| Numero de modos calculados | 4 |
| Número de células no nível mais grosso (lbot) | $128 \times 16 \times 16$ |
| Número de níveis de refinamento | 4 |
| Método de acoplamento pressão-velocidade | SBDF |
| Modelo advectivo | cubista |
| Modelo de fechamento da turbulência | Smagorinsky |
| Constante de Smagorinsky | 0,18 |
| Número de modos calculados | 4 |
| Passo de tempo | $1,0 \times 10^{-4} s$ |
| Acoplamento | Forte |
| Número máximo de iterações | 20 |
| Resíduo para a convergência do acoplamento | $1,0 \times 10^{-5}$ |
| Distribuição dos processos | $4 \times 1 \times 2$ |
| Velocidade média na entrada \bar{U} | $2,00 m/s$ |
| Número de Reynolds | 200 |
| Tempo físico simulado | $10 s$ |

Para a simulação foi utilizado o balanceamento de carga com Zoltan, ele permite dividir o domínio computacional de forma similar para todos os processos.

Na Fig. 36 é apresentado o campo da magnitude da velocidade e os volumes computacionais para cada processador, os *patches* para cada processo estão demarcados com linhas.

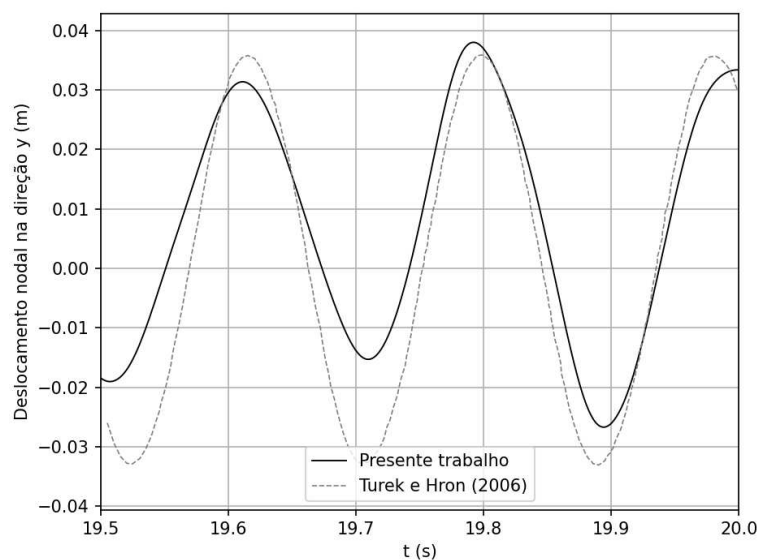
Figura 36 – Campo da magnitude da velocidade e distribuição de processos com balanceamento de carga



Fonte: elaborada pelo autor.

Os resultados para deslocamento obtidos para este caso de validação estão mostrados e comparados com os resultados de referência na Fig. 37.

Figura 37 – Deslocamento do ponto A da placa



Fonte: elaborada pelo autor. Feita com a biblioteca Matplotlib (HUNTER, 2007).

Na Fig. 37 apresentam-se os resultados para o deslocamento do ponto A na direção y . Os resultados são comparados com os obtidos por Turek e Hron (2006).

No seu artigo, Turek e Hron (2006) realizam a análise dos resultados através de três parâmetros: a média, a amplitude e a frequência (Eq. 4.4).

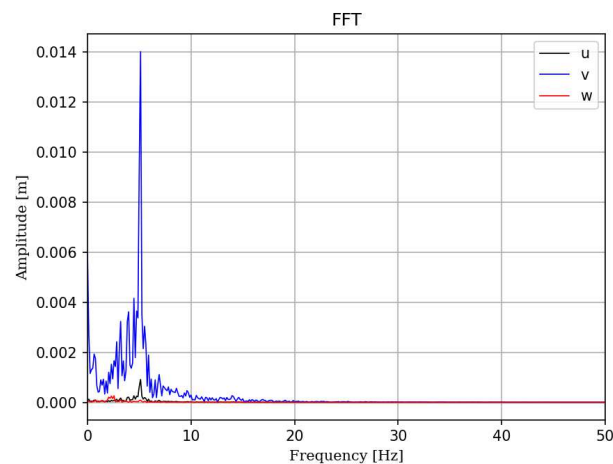
$$\begin{aligned} \text{média} &= \frac{1}{2}(\max + \min) \\ \text{amplitude} &= \frac{1}{2}(\max - \min) \\ \text{frequência} &= \frac{1}{T} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Os resultados comparativos estão dispostos na Tab. 21. Os resultados obtidos e mostrados a seguir por Turek e Hron (2006) são para a simulação, utilizando 2 níveis de refinamento e $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$. O valor da frequência para o presente trabalho foi obtido através de uma DFT aplicada ao sinal de deslocamento no ponto avaliado, este resultado é mostrado na Fig. 38.

Tabela 21 – Resultados obtidos por Turek e Hron (2006) e os do presente trabalho.

| Parâmetro | Turek e Hron (2006) | Presente trabalho | Diferença relativa (%) |
|------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| média | $1,19 \times 10^{-3}m$ | $1,14 \times 10^{-3}m$ | 4,201 |
| amplitude | $34,35 \times 10^{-3}m$ | $37,94 \times 10^{-3}m$ | -6,215 |
| frequência | $5,3Hz$ | $5,27Hz$ | 0,566 |

Figura 38 – DFT do deslocamento no ponto A.



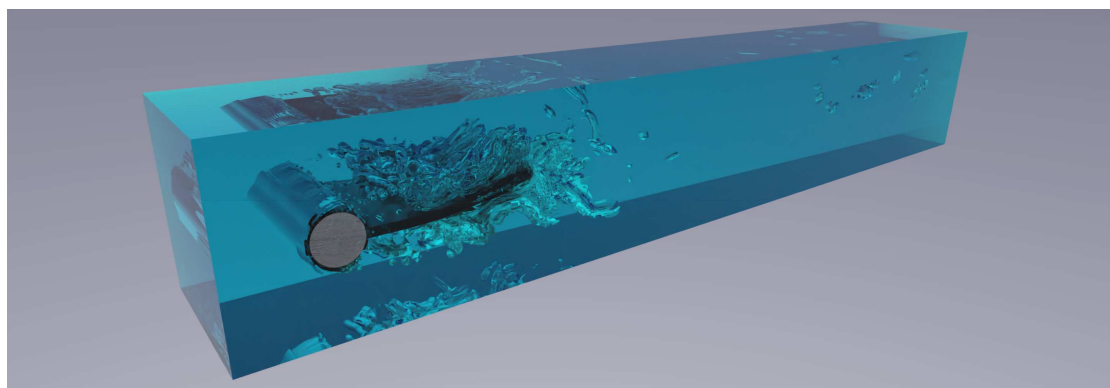
Fonte: elaborada pelo autor. Feita com a biblioteca Matplotlib (HUNTER, 2007).

Diante dos resultados obtidos no presente trabalho, algumas considerações devem ser ressaltadas, as simulações realizadas foram feitas em um domínio tridimensional, enquanto o caso de validação de Turek e Hron (2006) trata-se de uma simulação bidimensional, então efeitos tridimensionais do escoamento e da estrutura estão sendo considerados.

As diferenças entre os resultados obtidos e os resultados obtidos por Turek e Hron (2006) foi de 4,2% na média, -6,2% na amplitude e 0,56% na frequência. Estes resultados validam as implementações realizadas

Na Fig. 39 é apresentada a visualização renderizada do escoamento e do iso-contorno do critério Q para os resultados obtidos no presente trabalho.

Figura 39 – Visualização renderizada de isosuperfícies do critério Q .



Fonte: elaborada pelo autor.

5 Resultados

Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos para o problema proposto pela Petrobras. O caso de aplicação em questão foi simulado computacionalmente com o auxílio da ferramenta MFSim.

5.1 Vibração de uma tubulação de UFCC

Neste caso de aplicação industrial, foi avaliada a resposta dinâmica da tubulação devido à interação com o escoamento interno como descrito na seção 3.1.1. A seguir são apresentados os resultados obtidos por meio das simulações computacionais realizadas. Os resultados abrangem diversos aspectos, incluindo os campos fluidodinâmicos de velocidade, pressão e magnitude da vorticidade para o fluido, bem como a análise modal, magnitude dos deslocamentos e campo de tensões segundo critério de Von Mises para a estrutura.

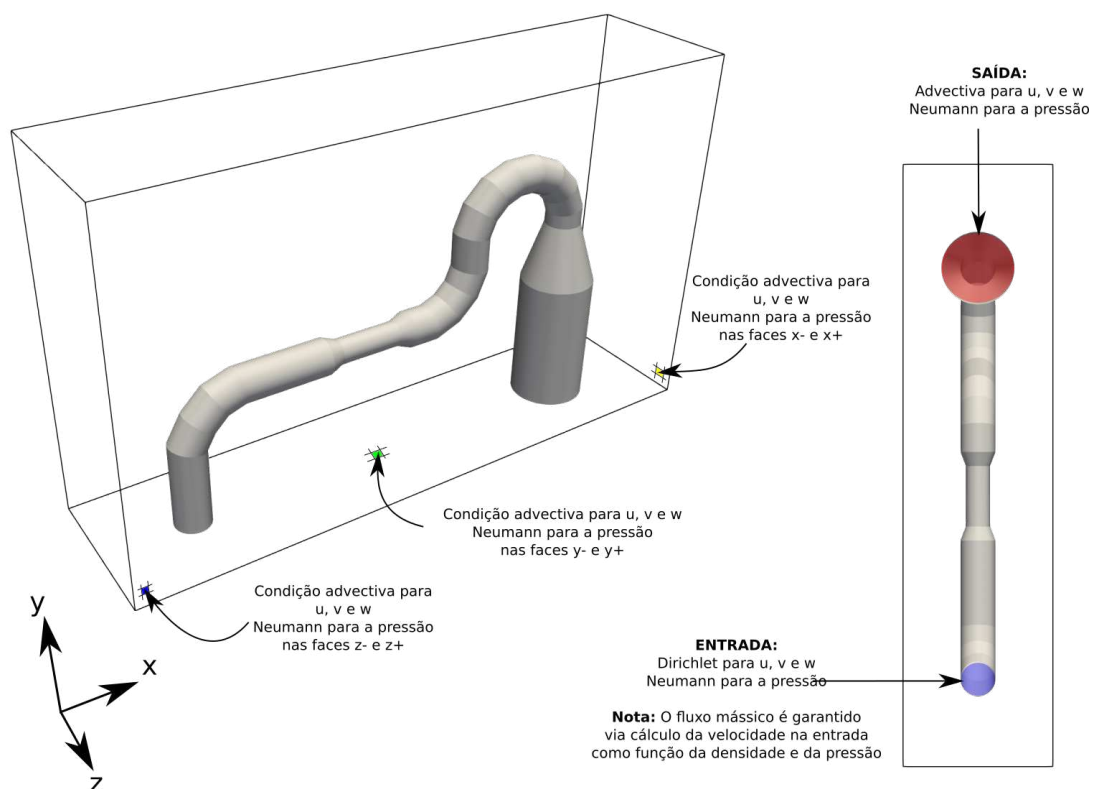
Na Fig. 40 é apresentado um esquema ilustrativo que mostra o domínio utilizado nas simulações e as condições de contorno impostas nas faces do domínio. Cabe ressaltar que para garantir a vazão mássica na entrada da tubulação é feito o cálculo da velocidade na entrada em função da pressão e a massa específica do escoamento, pois essas duas propriedades variam com o tempo.

A fim de tornar a leitura mais clara e facilitar a identificação dos casos simulados neste trabalho, adotaremos o seguinte formato: **XXmYYs**. Por exemplo, o caso 00m100s refere-se ao fechamento de 0° da válvula "Main" e a abertura de 100% da válvula "Slide".

Essa convenção de nomenclatura permite uma referência direta e concisa aos diferentes cenários simulados. O valor "XX" antes do "m" representa o ângulo de fechamento da válvula "Main", enquanto o valor "YY" após o "s" indica a porcentagem de abertura da válvula "Slide". Portanto, doravante, será utilizado o formato **XXmXXs** para identificar os casos simulados, garantindo uma comunicação mais eficiente e compreensível.

A seguir serão apresentados os resultados obtidos para as aberturas da válvula "Slide" referente a 20 %, 40 %, 60 %, 80 % e 100 %, e para as rotações da válvula "Main" referentes a 0°, 10°, 20°, 30°, 40° e 45°.

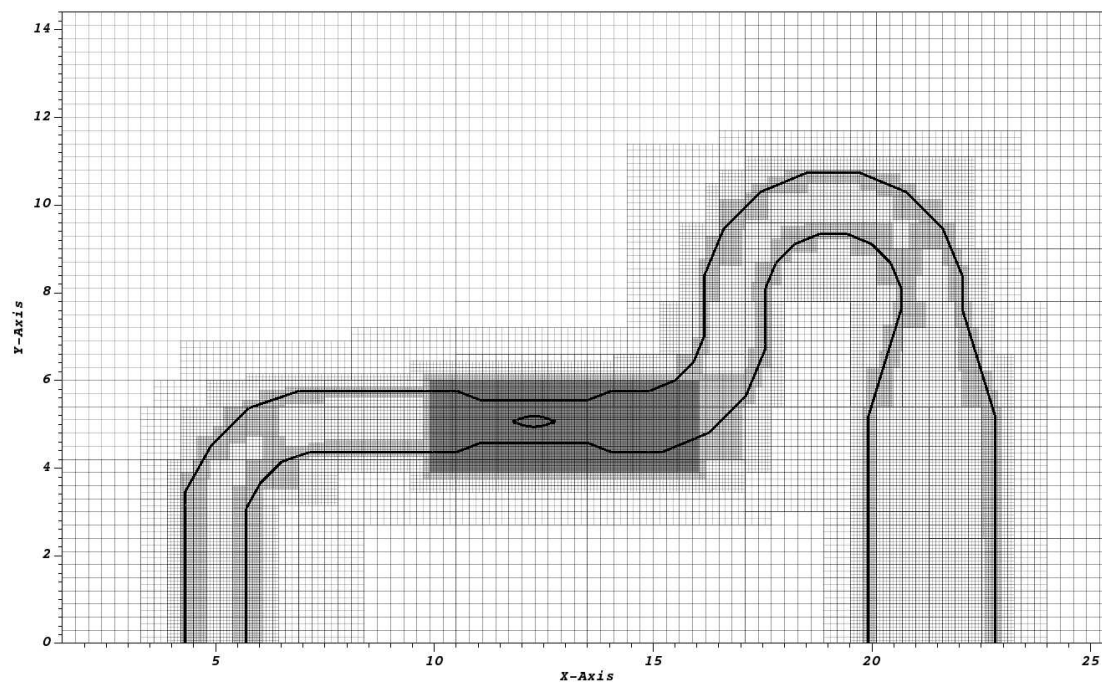
Figura 40 – Domínio computacional e condições de contorno e sistema de coordenadas global.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A malha computacional utilizada é apresentada na Fig. 41. Com o objetivo de reduzir o custo computacional, adotou-se uma abordagem multinível para resolver o problema de Fronteira Imersa. Essa abordagem consistiu na imposição de uma região de refinamento no nível mais fino da malha (*l_{top}*) na zona de interesse e apontada como a de maior vibração pelos estudos anteriores e resolvendo a fronteira imersa referente à tubulação um nível de refinamento abaixo do *l_{top}*, ou seja no *l_{top-1}*. Esta estratégia resultou em uma redução do número de volumes de controle a serem resolvidos, passando de 30 milhões para 10 milhões de células. A malha é bloco-estruturada e possui ferramentas de refinamento dinâmico.

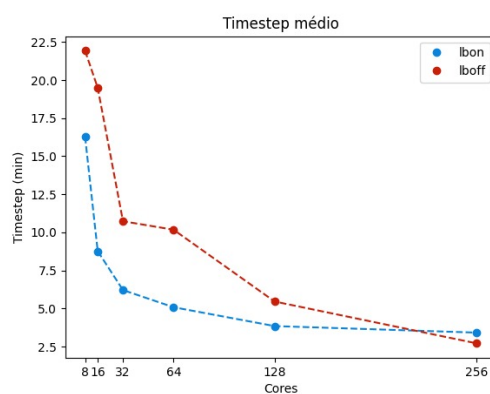
Figura 41 – Malha computacional do subsistema fluido.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para avaliar a escalabilidade e a eficiência do balanceamento de carga realizado pelo Zoltan, foram realizadas comparações com diferentes números de processadores, analisando o tempo gasto por passo de tempo. Os resultados desse teste são apresentados na Fig. 42.

Figura 42 – Tempo gasto por passo de tempo vs. número de cores para loadbalance ativado (azul) e desativado (vermelho)



A análise dos resultados apresentados na Figura 42 revela a eficiência do balanceamento de carga, evidenciando um ganho de aproximadamente 60% no tempo de processamento quando ativado em comparação aos casos em que o balanceamento de carga não é aplicado.

Além disso, é perceptível que, para os números de processadores testados, ainda é observada uma escalabilidade, ou seja, um aumento no número de processadores resulta em uma redução geral do tempo de processamento. No entanto, é importante destacar que, com 128 e 256 processadores, não é alcançada a mesma redução no tempo de processamento em comparação ao caso em que o balanceamento de carga é desativado. Vale ressaltar que desempenho do sistema, quando o balanceamento de carga é ativado, chega a ser superado pelos testes realizados sem o balanceamento de carga, quando um total de 256 processadores é utilizado. Essa observação indica que, em certas configurações, a ativação do balanceamento de carga pode resultar em uma eficiência inferior em comparação com a execução sem o balanceamento. Isso pode ser atribuído a fatores como a distribuição desigual da carga de trabalho entre os processadores ou a sobrecarga adicional introduzida pelo próprio mecanismo de balanceamento.

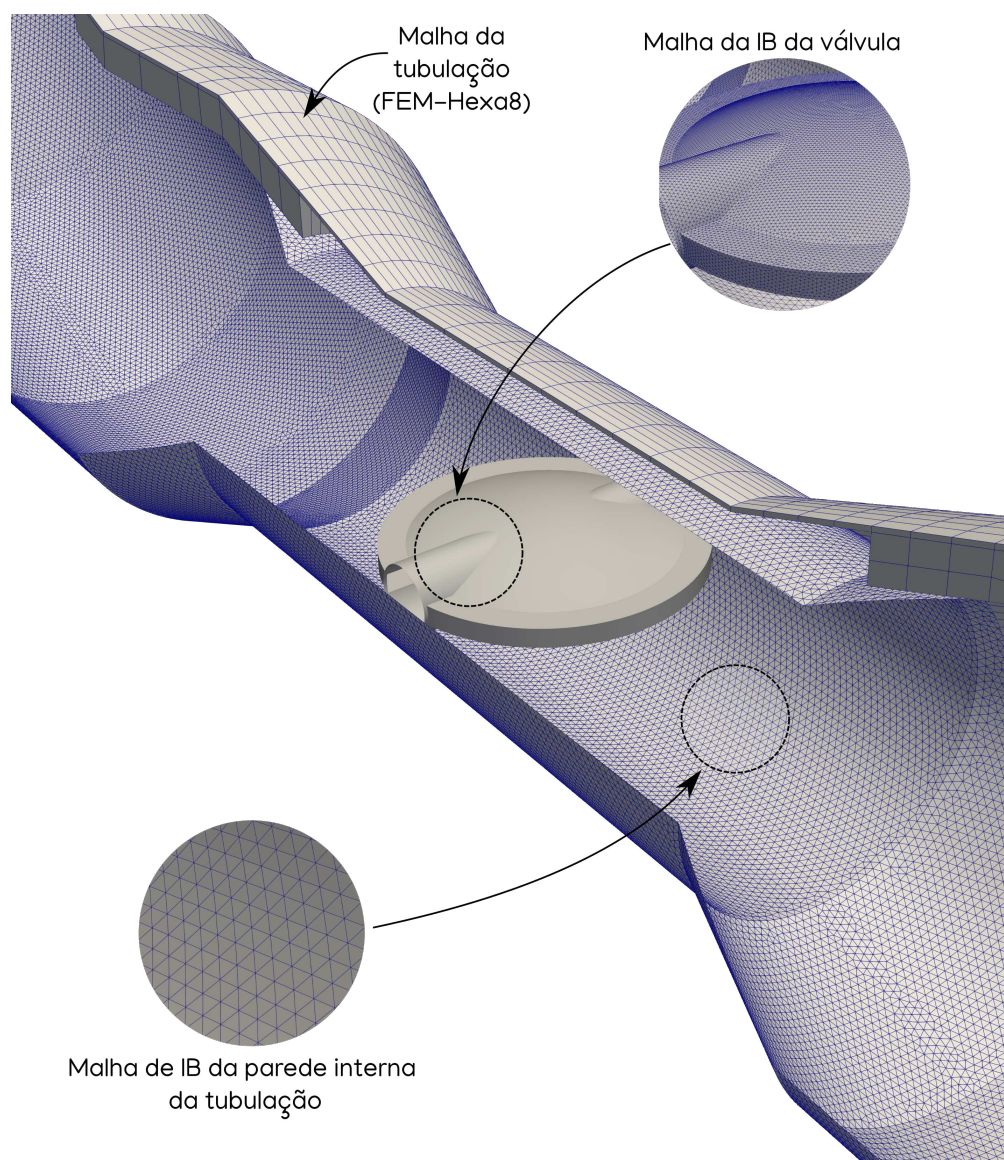
Com base nessa análise, foi tomada a decisão de utilizar 64 processadores para cada simulação realizada. Essa escolha é respaldada pelos resultados obtidos, que indicam uma eficiência adequada do balanceamento de carga nesse número de processadores, proporcionando uma redução significativa no tempo de processamento em relação aos casos sem balanceamento de carga.

A Figura 43 apresenta as malhas utilizadas para o subsistema estrutural neste estudo. Foram empregadas duas malhas de fronteira imersa, uma para a parede interna da tubulação e outra para a válvula "Main". Além disso, foi utilizada uma malha de elementos sólidos hexaédricos de 8 nós para o modelo estrutural baseado no Método dos Elementos Finitos.

As malhas de fronteira imersa foram projetadas para representar geometricamente as superfícies interna da tubulação e externa da válvula. Essas malhas permitem que as condições de contorno relevantes sejam aplicadas com precisão e que a interação entre o fluido e a estrutura seja adequadamente simulada.

O Modelo estrutural de FEM consistiu no acoplamento das camadas de aço e de concreto. As propriedades utilizadas para cada material estão listadas a seguir na Tab. 22. A malha utilizada é apresentada na Fig. 44. A malha é composta por um total de 29400 elementos hexaédricos, totalizando 42900 nós.

Figura 43 – Malha de Fronteiras imersas e FEM referentes à tubulação e à válvula "Main" da UFCC.

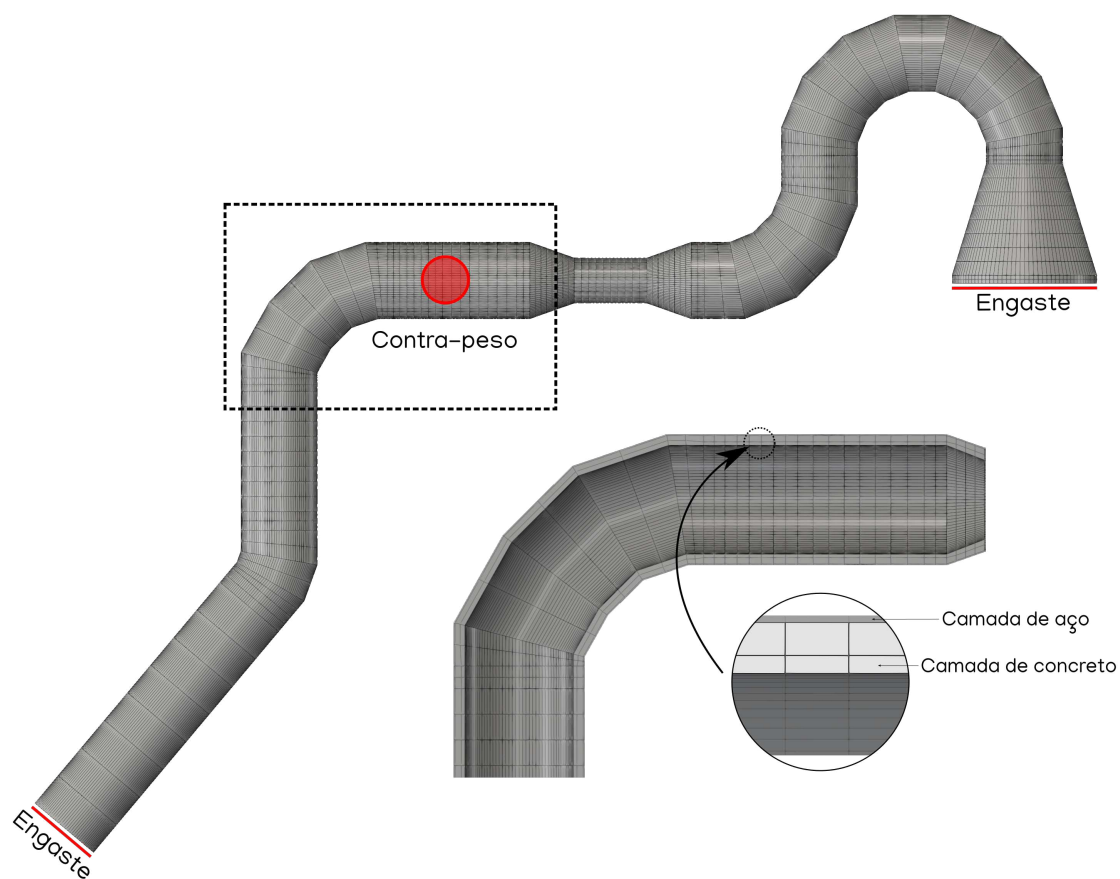


Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 22 – Propriedades dos materiais da estrutura

| Aço | |
|----------------------------|--------------------------------|
| Massa específica | $\rho_a = 7829 \text{ kg/m}^3$ |
| Módulo de Young | $E_a = 206,9 \text{ GPa}$ |
| Coefficiente de Poisson | $\nu_a = 0.288$ |
| Concreto refratário | |
| Massa específica | $\rho_c = 1750 \text{ kg/m}^3$ |
| Módulo de Young | $E_c = 9,54 \text{ GPa}$ |
| Coefficiente de Poisson | $\nu_c = 0.30$ |

Figura 44 – Malha de FEM e condições de contorno para a estrutura.



Fonte: Elaborada pelo autor.

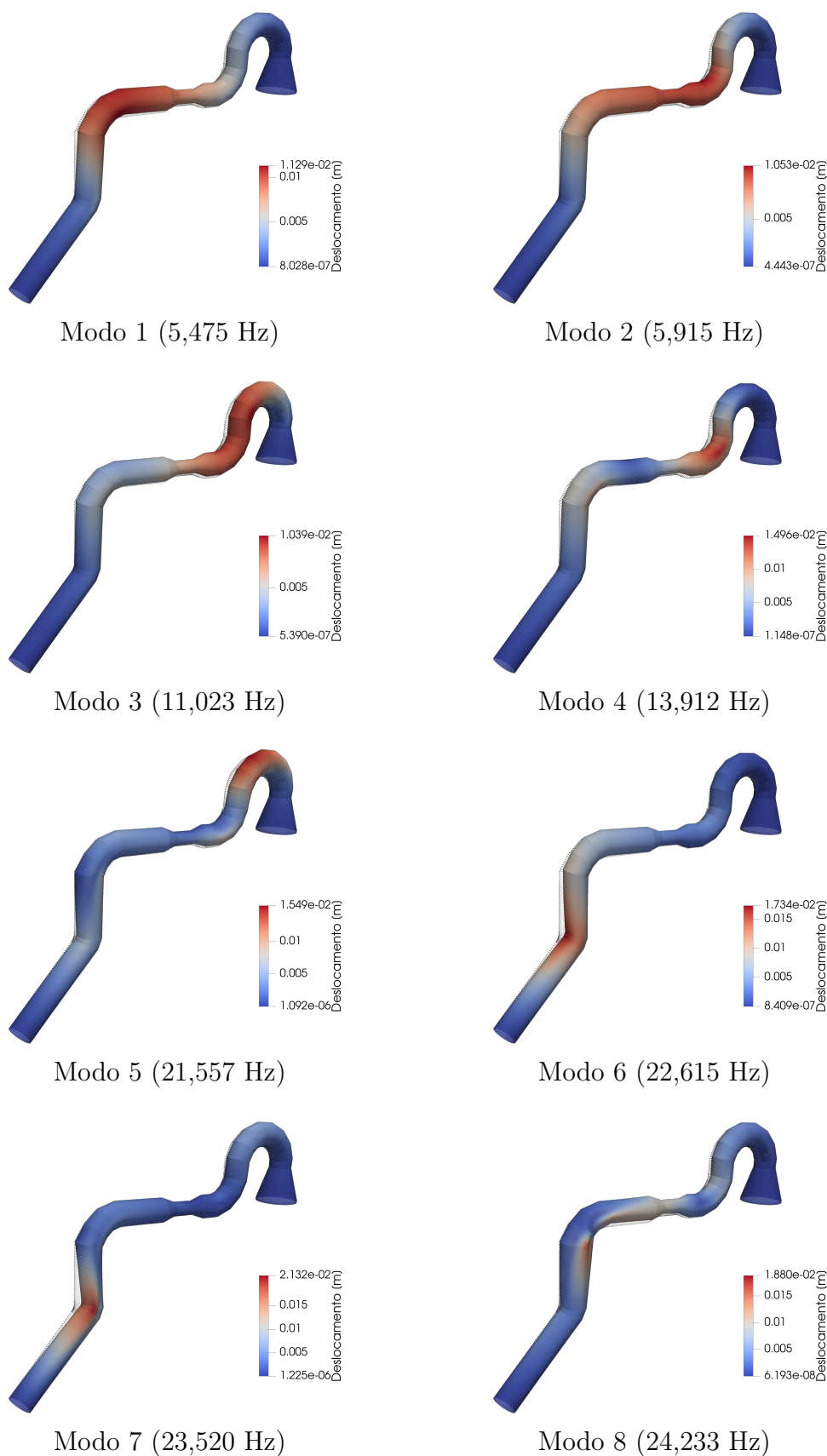
Na Tab. 23 são mostrados os resultados para os primeiros 14 modos de

vibração da tubulação obtidos por Correa (2020) e no presente trabalho. Nos resultados percebe-se um aumento na rigidez do sistema a partir do quinto modo, isto é devido à modelagem com elemento sólido levando em consideração a camada de concreto refratário. Na Fig. 45 são mostrados os primeiros oito modos de vibração da estrutura.

Tabela 23 – Frequências naturais da tubulação.

| Modo | Elemento de placa [Hz] Correa (2020) | Elemento sólido [Hz] presente trabalho |
|------|---|---|
| 1 | 5,407 | 5,475 |
| 2 | 5,806 | 5,915 |
| 3 | 11,323 | 11,023 |
| 4 | 13,303 | 13,912 |
| 5 | 17,626 | 21,557 |
| 6 | 18,858 | 22,615 |
| 7 | 25,184 | 23,520 |
| 8 | 36,091 | 24,233 |
| 9 | 41,801 | 29,599 |
| 10 | 41,920 | 30,725 |
| 11 | 42,943 | 57,402 |
| 12 | 43,929 | 58,614 |
| 13 | 45,767 | 76,441 |
| 14 | 47,181 | 80,778 |

Figura 45 – Primeiro e segundo modo de vibração da tubulação

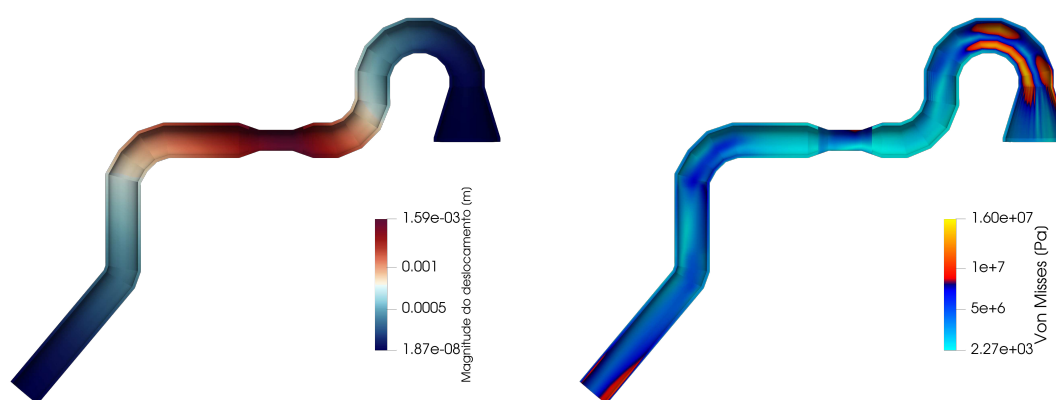


Fonte: Elaboradas pelo autor.

Também foi realizada uma análise estática da estrutura, com o uso de elementos sólidos é possível calcular as tensões na estrutura. A seguir, na Fig. 46 é apresentado o campo de tensões pelo critério de Von Mises da tubulação devido ao seu próprio peso.

Os resultados da análise estática, devido ao próprio peso da estrutura, mostram um maior deslocamento na região da válvula "Main" e também uma concentração de tensões na região de curvatura anterior à câmara de orifícios.

Figura 46 – Magnitude do deslocamento (esquerda) e critério de Von Mises (direita) para cargas estáticas devido ao próprio peso da estrutura



Fonte: Elaborada pelo autor.

O número total de casos simulados são 40, eles correspondem à combinação das diferentes aberturas das válvulas "Main" e "Slide". Para cada caso foram usados 64 processadores, totalizando 2560 processadores. Devido à magnitude dos recursos computacionais necessários para a realização das simulações, estas foram rodadas no cluster "Atena", de domínio da Petrobras.

A modo de resumo, na Tab. 24 são listados os parâmetros gerais das simulações realizadas.

Tabela 24 – Parâmetros da simulação computacional

| Parâmetro | |
|--|---|
| Referência dos processadores | AMD Epyc 7452 |
| Número total de processadores | 64 |
| Número total de nós | 1 |
| Número de células de fluido | 9 999 080 |
| Número de níveis físicos | 5 |
| Tamanho das células no <i>ltop</i> | 18,75 mm |
| Número de elementos de IB | 664 328 |
| Número de elementos Hexa-8 | 29 400 |
| Número de GDL do subsistema estrutura | 128 700 |
| Número de modos avaliados | 20 |
| Número de células no <i>lbot</i> | $80 \times 40 \times 20$ |
| Passo de tempo | $1,0 \times 10^{-6}$ Acoplamento fluido-estrutura Fraco |
| Método de acoplamento pressão-velocidade | PISO |
| Método de discretização temporal | MCNAB |
| Modelo advectivo | TVD_SUPERBEE |
| Modelo de fechamento da turbulência | LES - Smagorinsky |
| Constante de Smagorinsky | 0,18 |
| Distribuição de processadores | $8 \times 4 \times 2$ |
| Tempo físico simulado | 2,00s |

Para a avaliação das propriedades do campo fluidodinâmico, foram dispostas um total de 816 sondas, nelas foram gravadas as velocidades u , v e w , pressão, massa específica, viscosidade dinâmica e temperatura a cada passo de tempo.

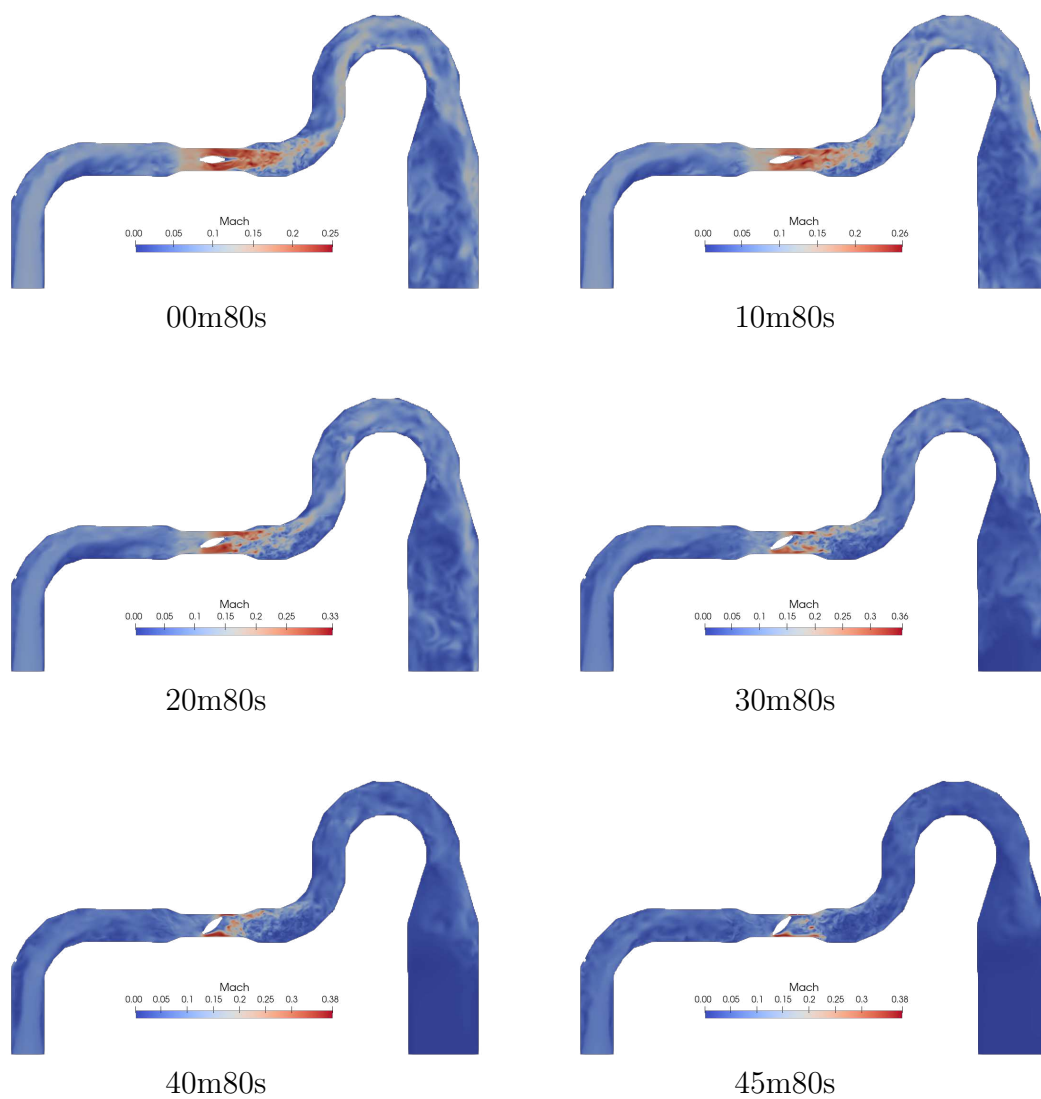
A seguir, da Fig. 47 à 51, são apresentados os campos fluidodinâmicos referentes ao número de Mach para as simulações realizadas. Em cada conjunto de figuras, encontram-se os resultados para as simulações variando o ângulo de fechamento da válvula "Main" e mantendo constante a abertura da válvula "Slide".

Figura 47 – Campos fluidodinâmicos de número de Mach para os ângulos de fechamento de "Main" variando de 0 ° a 50 ° com "Slide" constante com 100 % de abertura



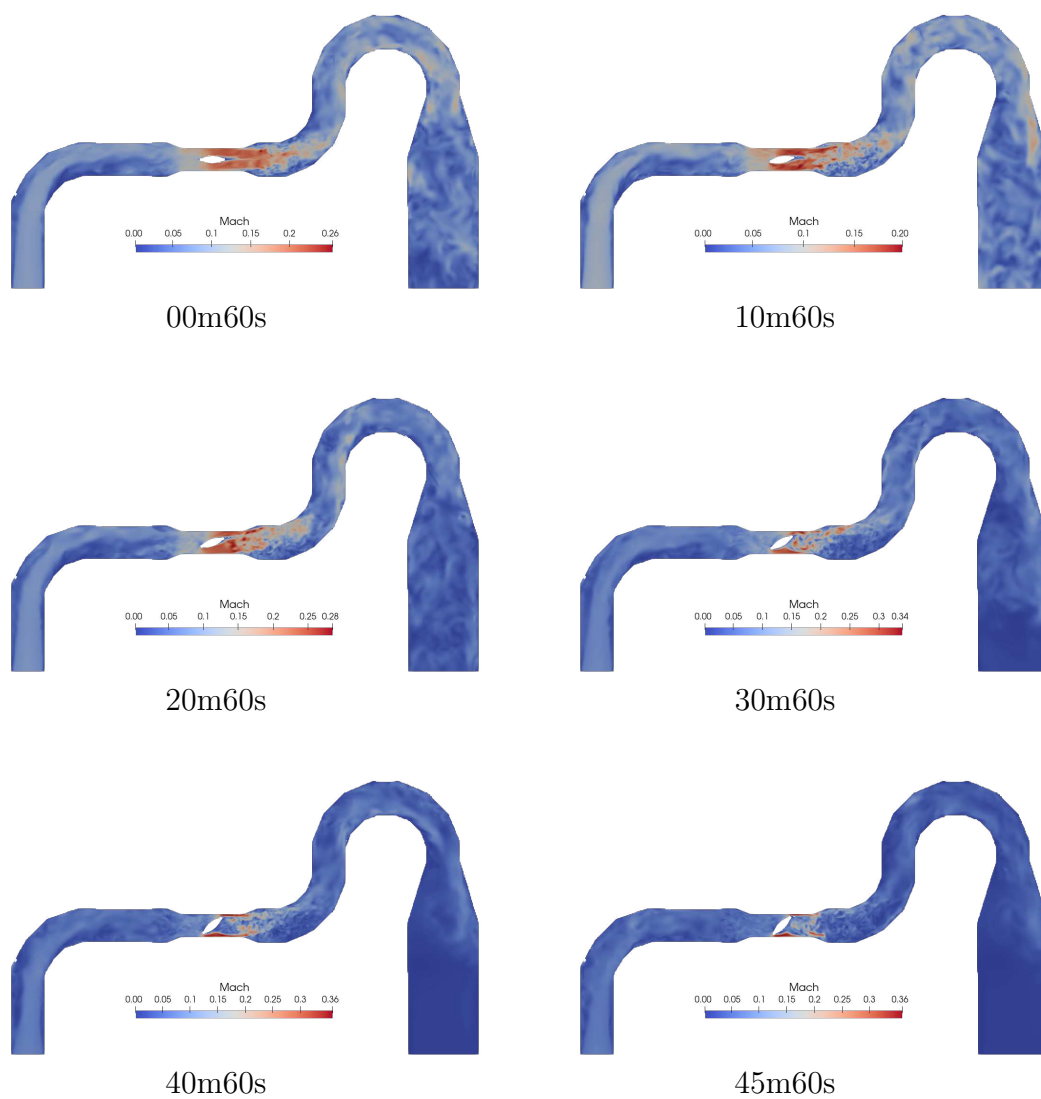
Fonte: elaboradas pelo autor.

Figura 48 – Campos fluidodinâmicos de número de Mach para os ângulos de fechamento de "Main" variando de 0 ° a 50 ° com "Slide" constante com 80 % de abertura



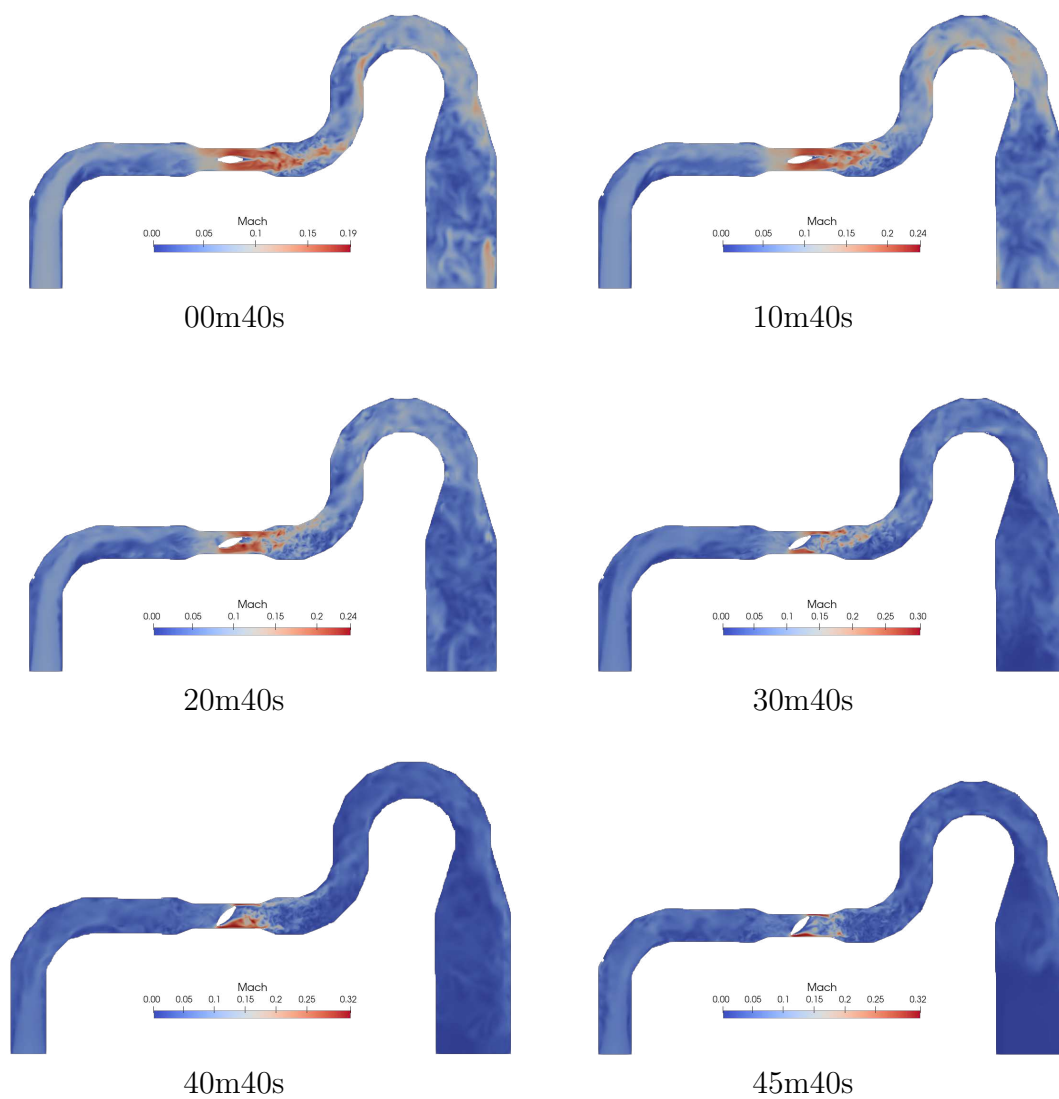
Fonte: elaboradas pelo autor.

Figura 49 – Campos fluidodinâmicos de número de Mach para os ângulos de fechamento de "Main" variando de 0 ° a 50 ° com "Slide" constante com 60 % de abertura



Fonte: elaboradas pelo autor.

Figura 50 – Campos fluidodinâmicos de número de Mach para os ângulos de fechamento de "Main" variando de 0 ° a 50 ° com "Slide" constante com 40 % de abertura



Fonte: elaboradas pelo autor.

Figura 51 – Campos fluidodinâmicos de número de Mach para os ângulos de fechamento de "Main" variando de 0° a 50° com "Slide" constante com 20 % de abertura



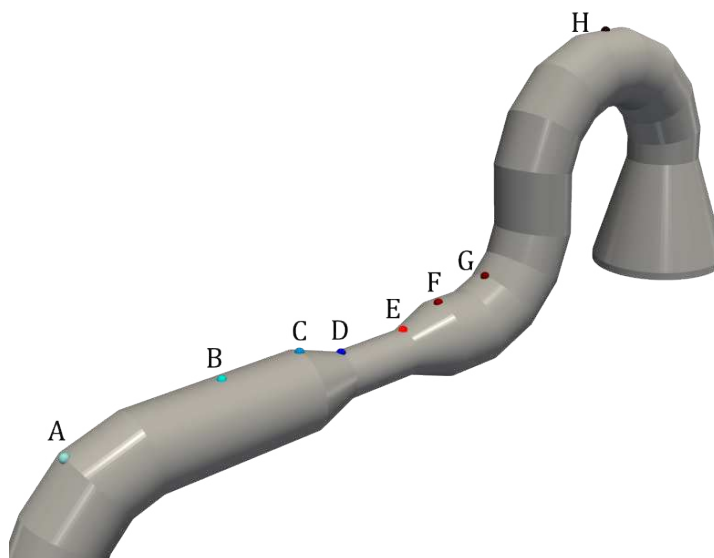
Fonte: elaboradas pelo autor.

Para as análises da estrutura, foram escolhidos sondas localizadas na região que apresenta maior magnitude de deslocamento. As sondas estruturais analisadas são mostradas na Fig. 52.

Na Fig. 53, são apresentadas as análises realizadas nas sondas dispostas ao longo da malha de FEM para a estrutura. Foram avaliados os deslocamentos e as

velocidades nodais nas três direções em função do tempo. Para isso, aplicou-se uma DFT aos sinais obtidos nos nós localizados a jusante e a montante da válvula "Main". A seguir, serão apresentados os resultados parciais das simulações, mantendo a válvula "Main" totalmente aberta (00m) e variando a abertura da válvula "Slide" para 20%, 40%, 60%, 80% e 100%.

Figura 52 – Localização das sondas avaliadas para a estrutura



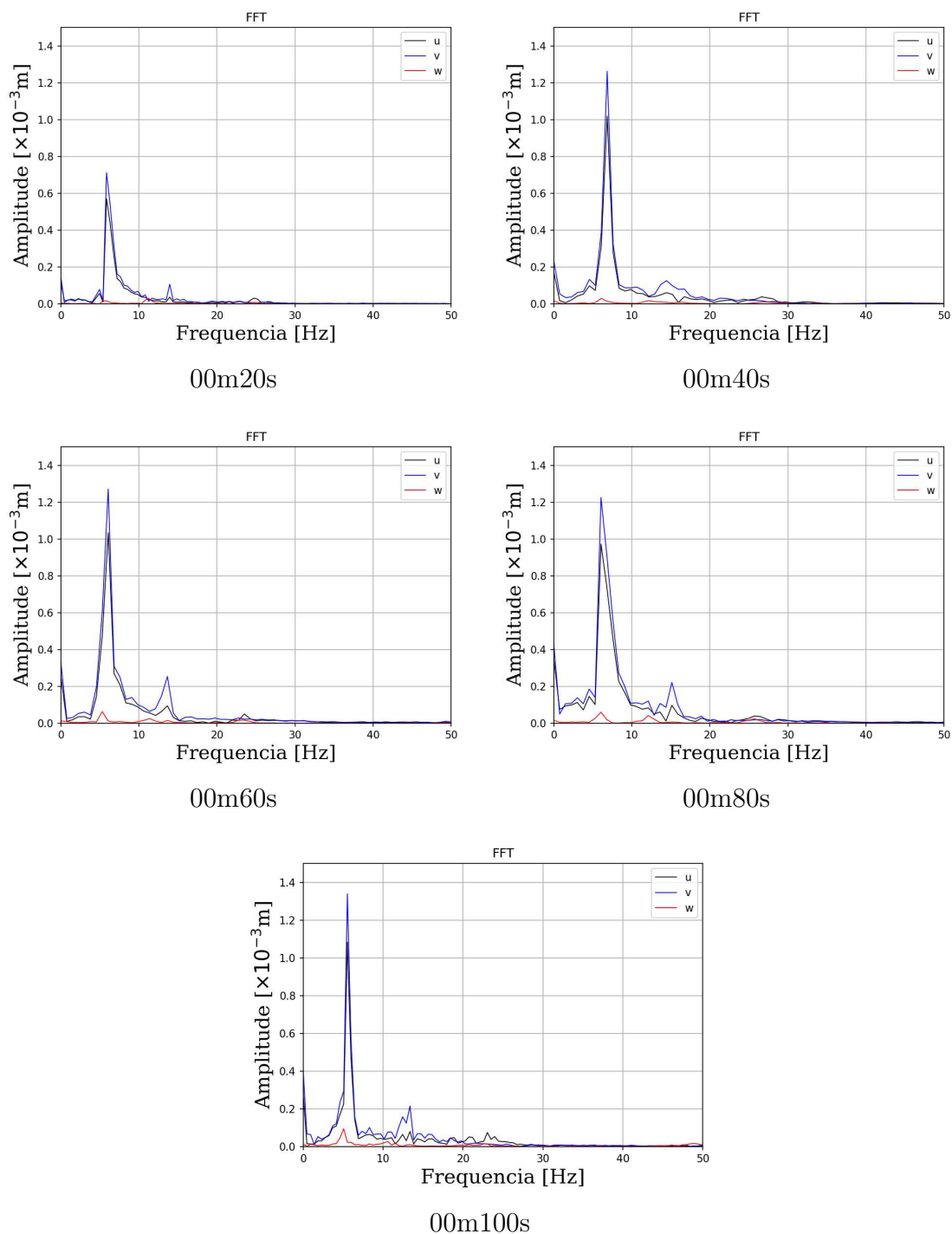
Fonte: elaborada pelo autor.

Na Fig. 53 é possível apontar que as frequências com maior amplitude extraídas da FFT são muito próximas do segundo modo de vibração da estrutura ($5,915\text{ Hz}$). Também percebe-se um aumento na amplitude de vibração em função da abertura da válvula "Slide".

Na Figura 54, são apresentados os resultados da simulação para o caso 00m100s. À esquerda, são mostradas as isosuperfícies do critério Q, colorido pela magnitude da velocidade do escoamento. À direita, é apresentada a magnitude do deslocamento da estrutura para o mesmo instante de tempo.

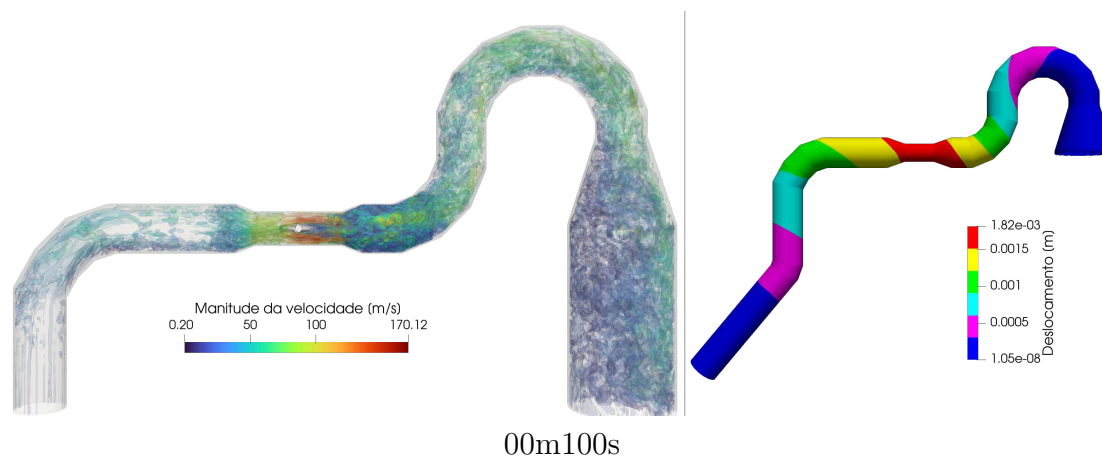
Através dessas visualizações, é possível observar a relação entre a magnitude do deslocamento da estrutura e a distribuição da velocidade do escoamento. A concentração de deslocamento e vorticidade a jusante da válvula "Main" indica a presença de fenômenos dinâmicos relevantes nessa região.

Figura 53 – FFT da sonda disposta à jusante da válvula "Main" com fechamento de 0 ° para todas as configurações de "Slide" avaliadas



Fonte: elaboradas pelo autor.

Figura 54 – À esquerda Iso superfícies do critério Q colorido pela magnitude da velocidade e à direita magnitude do deslocamento da estrutura com 2 segundo físicos de simulação.



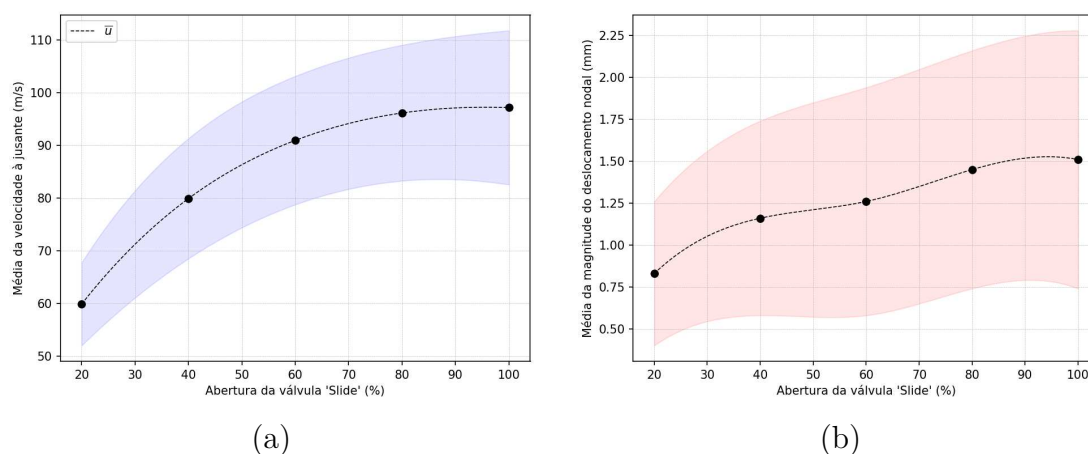
Fonte: elaborada pelo autor

Para investigar a influência da abertura da válvula "Slide" na velocidade média a jusante da válvula, foram calculadas as médias e os desvios padrão para cada abertura, mantendo a válvula "Main" totalmente aberta. Além disso, foi realizada uma análise da relação entre a abertura da válvula "Slide" e a vibração induzida pelo escoamento a jusante. Os resultados dessa análise são apresentados na Figura 55.

Na Figura 55, é possível observar que, para a configuração em que a válvula "Main" está totalmente aberta (0°) e diferentes aberturas da válvula "Slide", há uma correlação entre a velocidade média do escoamento a jusante e a amplitude de vibração da estrutura no ponto avaliado.

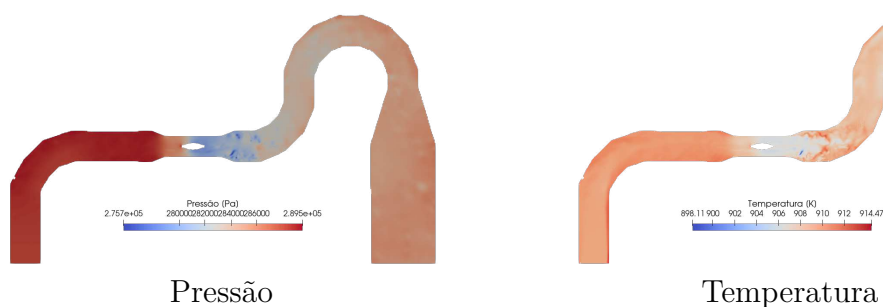
Os resultados indicam que quanto maior a velocidade média do escoamento a jusante da válvula, maior é a amplitude da vibração da estrutura. Essa relação mostra que a abertura da válvula "Slide" exerce influência direta no comportamento dinâmico da estrutura e na vibração induzida pelo escoamento, devido ao aumento da vazão em função de sua abertura.

Figura 55 – (a) Média da magnitude da velocidade à jusante da válvula "Main" com ela totalmente aberta (0°) para todas as aberturas de "Slide" e seus intervalos de confiança; (b) Médias para os deslocamentos máximos na estrutura à jusante da válvula "Main".



Para efeitos de visualização, são mostrados a seguir na Fig. 56 os campos de pressão, temperatura e densidade para o caso 00m100s.

Figura 56 – Campos fluidodinâmicos de pressão e temperatura para 00m100s.



Fonte: elaborada pelo autor.

Para analisar a grande quantidade de dados gerados, optou-se pelo uso da metodologia de superfície de resposta (RSM, do inglês *Response Surface Methodology*), introduzida primeiramente por Box e Draper (1959). A RSM explora as

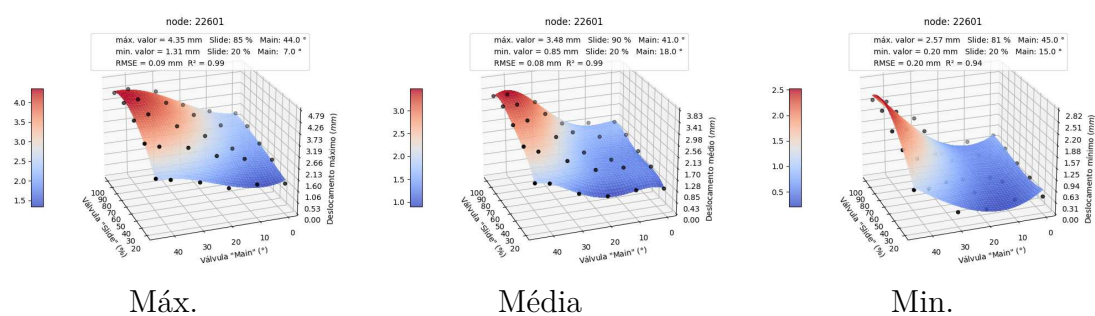
relações entre várias variáveis de entrada e variáveis de resposta. Esta abordagem é utilizada para modelar e otimizar processos complexos.

A RSM consiste na criação de um modelo matemático que descreve a relação entre as variáveis de entrada e de saída. Essa relação é geralmente representada por uma equação polinomial ou por uma função interpoladora.

No contexto deste estudo, as aberturas das válvulas "Main" e "Slide" foram consideradas como variáveis de entrada, enquanto a magnitude do deslocamento máximo na estrutura foi considerada como a variável de saída. A aplicação da RSM permite uma interpretação mais fácil do comportamento do sistema em relação às variáveis definidas.

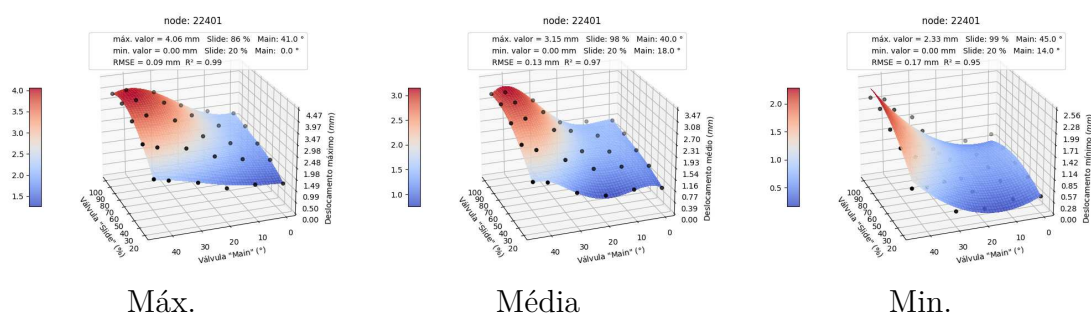
Da Fig. 57 à 60, é apresentado o resultado obtido por meio da aplicação da RSM para as sondas que pertencem à região com maior amplitude de vibração. Essas figuras ilustram a superfície de resposta gerada a partir de modelos estatísticos com o uso de aprendizado de máquina, proporcionando uma visualização clara das relações entre as variáveis de entrada e a variável de saída. Para avaliar o erro superfície de resposta gerada mostram-se dois parâmetros, o RMSE (Raiz do erro quadrático médio) e o R^2 (Coeficiente de determinação).

Figura 57 – Superfície de resposta do sistema referente à sonda C (node: 22601).



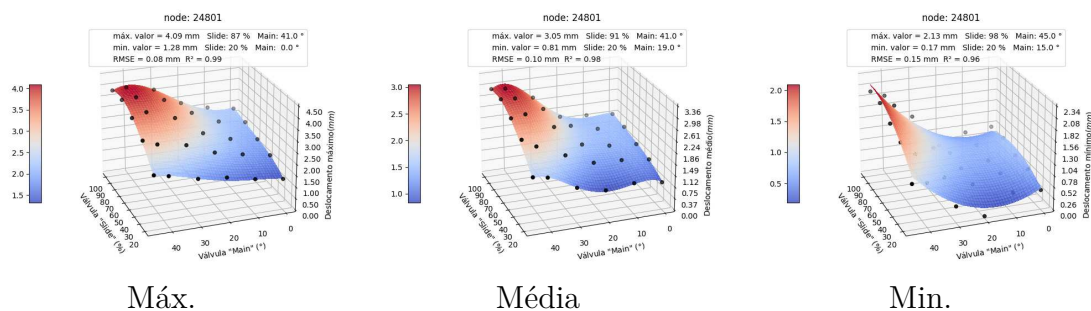
Fonte: elaboradas pelo autor.

Figura 58 – Superfície de resposta do sistema referente à sonda D (node: 22401).



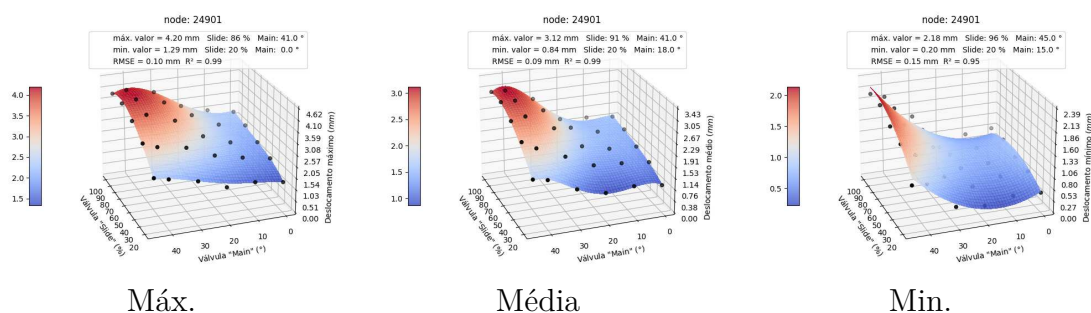
Fonte: elaboradas pelo autor.

Figura 59 – Superfície de resposta do sistema referente à sonda E (node: 24801).



Fonte: elaboradas pelo autor.

Figura 60 – Superfície de resposta do sistema referente à sonda F (node: 24901).

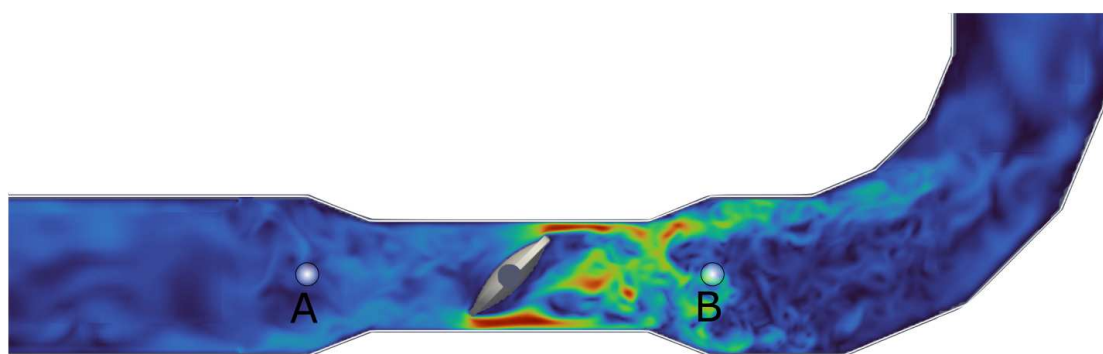


Fonte: elaboradas pelo autor.

Através da análise das superfícies de resposta geradas é possível identificar que as maiores amplitudes médias da estrutura encontram-se na região da sonda estrutural C, porém não podem ser desprezados os deslocamentos obtidos para toda a região da válvula 'Main' que envolve as sondas estruturais C, D, E e F.

Para analisar o escoamento à montante e à jusante da válvula 'Main' foram avaliadas as propriedades do fluido nas sondas localizadas nas posições mostradas na Fig. 61.

Figura 61 – Localização das sondas de fluido avaliadas para o caso 45m100s à montante (A) e à jusante (B) da válvula 'Main'.



Fonte: elaborada pelo autor.

Após a identificação do caso que teve a maior magnitude do deslocamento (45m100s), foram avaliadas as propriedades do escoamento para este caso específico. A seguir da Fig. 62 à 64 são apresentados os resultados gravados nas sondas A e B para os campos de magnitude da velocidade, pressão e os espectros de energia cinética turbulenta.

Figura 62 – Magnitude da velocidade à montante (A) e à jusante (B).

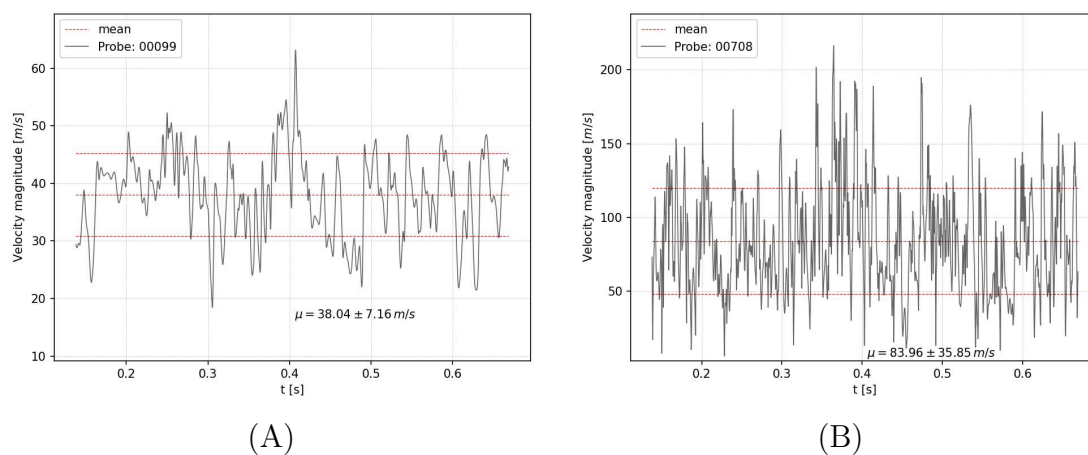


Figura 63 – Pressão à montante (A) e à jusante (B).

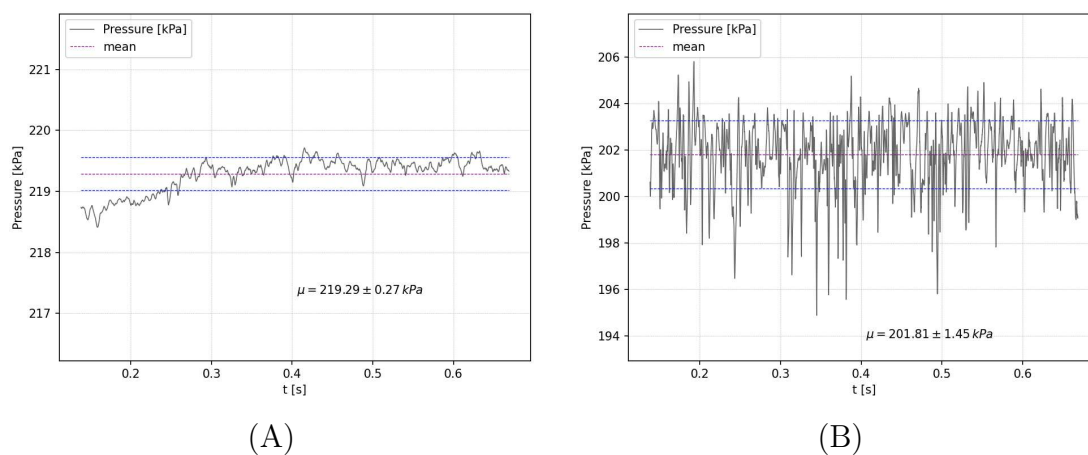
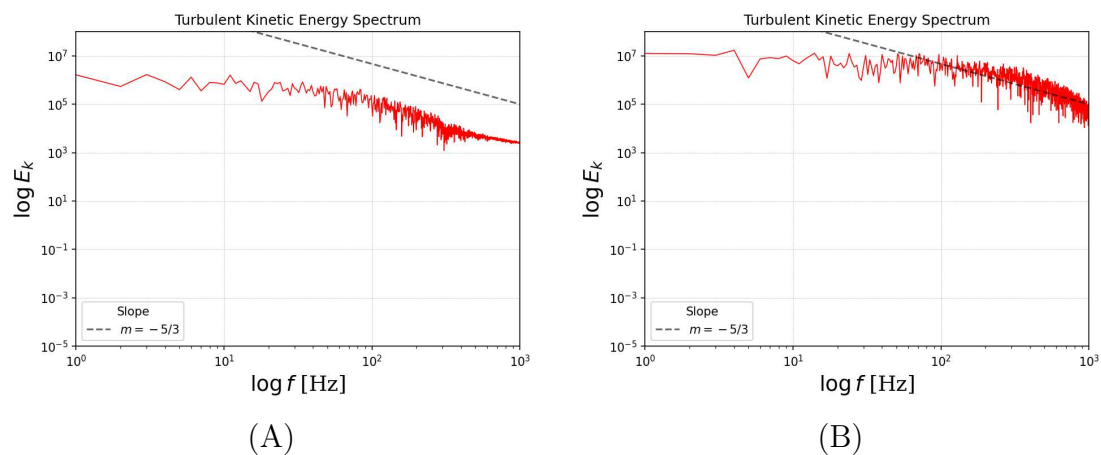


Figura 64 – Espectro da energia cinética turbulenta à montante (A) e à jusante (B).



A partir da análise dos resultados mostrados acima, pode ser destacar que a pesar de que na sonda à jusante (B) tem-se um aumento na energia cinética turbulenta, esta região apresenta uma magnitude do deslocamento estrutural menor.

A sonda à montante (A) apresentou uma pressão ainda em 17,48 Pa e um desvio padrão menor quando comparados os resultados com a sonda à montante.

O acoplamento entre os dois subsistema envolvem efeitos fisicamente não lineares. Por tanto os deslocamentos da estrutura dependem das configurações geométricas, condições de contorno e efeitos fluidodinâmicos. As forças fluidodinâmicas excitam os modos de vibração da estrutura, e os resultados parciais indicam as duas primeiras frequências naturais da mesma.

Estas vibrações na região identificada provocam a criação de trincas na camada de concreto refratário e promovem o desprendimento do material.

6 Conclusões e perspectivas

Nesta tese, apresentaram-se as modelagens numérico-computacionais de problemas de interação fluido-estrutura por meio de simulações computacionais detalhadas. Diversos casos de interação fluido-estrutura foram abordados, proporcionando uma base sólida para a validação dos resultados e as implementações realizadas no código MFSim.

As simulações computacionais foram realizadas usando malha cartesiana bloco-estruturada com refinamento dinâmico com o Método dos Volumes Finitos para o subsistema fluido. Também, foi utilizado o Método da Fronteira Imersa para modelar a interface fluido-sólido. E por fim, foi usado o Método dos Elementos Finitos com elementos sólidos para modelar a estrutura. Estes três métodos acoplados entre si para resolver problemas de interação fluido-estrutura.

Na etapa de validação foram simulados computacionalmente três casos. O primeiro consistiu em uma validação do módulo estrutural através da análise modal de diferentes estruturas e geometrias. Os resultados obtidos neste primeiro caso demonstraram que as implementações do elemento sólido hexaédrico de 8 nós com funções extra de interpolação foi bem sucedida. Também foi demonstrada a versatilidade deste tipo de elemento, pois ele consegue modelar desde estruturas esbeltas, até estruturas em que os efeitos tridimensionais não podem ser negligenciados.

O segundo estudo, sobre as placas submersas proposto por Lindholm et al. (1965), foi utilizado como validação de acoplamento de metodologias de interação fluido-estrutura. Os resultados obtidos mostraram uma boa concordância com os resultados obtidos no experimento físico por Lindholm et al. (1965). Os erros máximos encontrados nas simulações foram de 1,90% e 18,54% para ar e água respectivamente, erros compatíveis com os obtidos por Correa (2020) com o uso de elementos de placa.

O terceiro estudo, que trata sobre a análise de FSI de um sistema cilindro-placa proposto por Turek e Hron (2006), os resultados obtidos foram satisfatórios, o erro obtido foi de 4,2% na média, -6,2% na amplitude e 0,56% na frequência.

Os resultados obtidos na etapa de validação foram satisfatórios mostrando assim que o acoplamento entre os métodos e a sua implementação foi realizada com robustez e eficiência no código MFSim. Através dessas simulações, foi possível verificar a consistência dos resultados com dados experimentais e estudos teóricos pré-existentes, validando assim as modelagens e as implementações realizadas.

A análise realizada no caso de aplicação industrial proposto pela Petrobras para a vibração de uma tubulação de uma UFCC revelou informações importantes sobre os deslocamentos máximos da estrutura para diferentes configurações de abertura das válvulas "Main" e "Slide". Os resultados indicaram que a maior amplitude de vibração ocorre na região da contração da tubulação, especificamente na sonda estrutural "C", com um valor máximo de 4,01 mm. Essa condição de maior vibração é estimada, através da superfície de resposta, para acontecer quando a válvula "Main" estava aberta a 44° e a válvula "Slide" a 83%.

Por outro lado, os resultados mostraram que a menor magnitude do deslocamento ocorre quando a válvula "Main" está aberta a 21° e a válvula "Slide" a 20%. Embora a sonda estrutural "C" tenha apresentado a maior amplitude de vibração, é importante ressaltar que toda a região da válvula "Main" está sujeita a grandes vibrações, conforme observado nas análises realizadas para as outras sondas estruturais.

Essas informações fornecem uma compreensão mais aprofundada do comportamento da tubulação e permitem à Petrobras tomar medidas adequadas para mitigar os efeitos indesejados das vibrações, como reforçar a estrutura, ajustar as configurações das válvulas ou implementar outras soluções técnicas necessárias para garantir a segurança e eficiência do sistema.

Sugere-se como trabalhos futuros implementações de modelos de Elementos Finitos de malhas mistas, modelos para grandes deformações, ampliar a biblioteca de elementos disponíveis e a avaliação de integração de bibliotecas ou ferramentas *Open Source* disponíveis para acoplamento com o MFSim, por exemplo FEniCS ou OpenFoam. A abordagem particionada do MFSim, permite o uso de ferramentas poderosas para a solução de cada subsistema de forma acoplada.

Os estudos realizados e seus resultados demonstram a capacidade da fer-

ramenta MFSim para resolver problemas de interação fluido-estrutura complexos. As implementações realizadas contribuem para ampliar as opções disponíveis aos usuários na modelagem computacional da física de problemas de FSI.

Referências

- ALVES, M. A.; OLIVEIRA, P. J.; PINHO, F. T. A convergent and universally bounded interpolation scheme for the treatment of advection. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, v. 41, n. 1, p. 47–75, 2003. ISSN 02712091. Citado na página 46.
- ALWATHAF, A. H. Development of 3D Finite Element Code of Incompatible Displacement Mode for Flexural Analysis. *Arabian Journal for Science and Engineering*, v. 39, n. 8, p. 6009–6016, 2014. Citado na página 51.
- ANDERSON, E. et al. *LAPACK Users' Guide*. Third. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999. ISBN 0-89871-447-8 (paperback). Citado na página 63.
- AVILA, A. Modelagem matemática e computacional de interação fluido-estrutura com elementos de casca curvilíneos tridimensionais. Universidade Federal de Uberlândia, 2021. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Citado 4 vezes nas páginas 30, 31, 35 e 62.
- BALAY, S. et al. Petsc, the portable, extensible toolkit for scientific computation. *Argonne National Laboratory*, v. 2, n. 17, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 63.
- BALLATORE, A. Immersed boundary method in openfoam: Numerical validation and applications to wheel geometries. 2020. Citado na página 26.
- BERGER, M. J.; OLIGER, J. Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, v. 53, p. 484–512, 1984. Citado na página 64.
- BLEVINS, R. D. *Formulas for natural frequency and mode shape*. [S.l.: s.n.], 1979. ISSN 0021-8936. ISBN 0442207107. Citado na página 69.
- BOUSSINESQ, J. *L'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides*. [S.l.]: Gauthier-Villars, 1897. Citado na página 39.
- BOX, G. E.; DRAPER, N. R. A basis for the selection of a response surface design. *Journal of the American Statistical Association*, v. 54, p. 622–654, 1959. ISSN 1537274X. Citado na página 114.
- CHORIN, A. J. Numerical Solution of the Navier-Stokes. *Mathematics of computation*, v. 22, n. 104, p. 745–762, 1968. Citado na página 46.

CORREA, P. R. Modelagem matemática e computacional da interação fluido-estrutura utilizando elementos de placa e a metodologia les em um ambiente de malha adaptativa. Universidade Federal de Uberlândia, 2020. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Citado 13 vezes nas páginas 13, 28, 29, 30, 33, 35, 48, 62, 67, 80, 85, 102 e 120.

FEHLBERG, E.; MARSHALL, G. C. Classical fifth-, sixth-, seventh-, and eighth-order runge kutta formulas with stepsize control. 10 1968. Citado na página 59.

FLAMINI, V.; DEANDA, A.; GRIFFITH, B. E. Immersed boundary-finite element model of fluid–structure interaction in the aortic root. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Springer New York LLC, v. 30, p. 139–164, 4 2016. ISSN 14322250. Citado na página 28.

FORTUNA, A. de O. *Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos: conceitos básicos e aplicações*. [S.l.: s.n.], 2012. Citado na página 45.

HERNANDEZ, V. et al. Scalable library for eigenvalue problem computations krylov-schur methods in slepc. 2007. Manual. Disponível em: <<http://slepc.upv.es>>. Citado na página 68.

HIRT, C. W.; AMSDEN, A. A.; COOK, J. L. An arbitrary lagrangian-eulerian computing method for all flow speeds. *JOURNAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS*, v. 14, p. 227–253, 1974. Citado na página 25.

HUNTER, J. D. Matplotlib: A 2d graphics environment. *Computing in science & engineering*, IEEE, v. 9, n. 3, p. 90–95, 2007. Citado 6 vezes nas páginas 84, 85, 86, 87, 93 e 94.

JIANG, F. et al. A gpu-accelerated fluid–structure-interaction solver developed by coupling finite element and lattice boltzmann methods. *Computer Physics Communications*, Elsevier B.V., v. 259, 2 2021. ISSN 00104655. Citado na página 28.

KORANNE, S. Hierarchical data format 5: Hdf5. In: *Handbook of Open Source Tools*. [S.l.]: Springer, 2011. p. 191–200. Citado na página 63.

LIMA, R. S. Desenvolvimento e implementação de malhas adaptativas bloco-estruturadas para computação paralela em mecânica dos fluidos. Universidade Federal de Uberlândia, 2012. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Citado 3 vezes nas páginas 62, 64 e 65.

LINDHOLM, U. et al. Elastic Vibration Characteristics of Cantilever Plates in Water. *Journal of Ship Research*, v. 9, n. 1, p. 123, 1965. Disponível em: <<http://oai.dtic.mil/oai/oai?verb=getRecord&metadataPrefix=html&identifier=AD0643240>>. Citado 8 vezes nas páginas 29, 67, 79, 85, 88, 89, 90 e 120.

LIU, G.; QUEK, S. *FEM for 3D solids*. [S.l.]: Elsevier, 2003. 199–232 p. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 51.

MANDAL, R. R.; DEWANGAN, U. K. Finite element modeling of beam with eight noded brick element using MATLAB. *International Journal of Civil Engineering and Technology*, v. 8, n. 5, p. 646–656, 2017. Citado na página 51.

MARCUS, M. S. A finite-element method applied to the vibration of submerged plates. *Journal of Ship Research*, v. 22, p. 94 – 99, 1978. Citado na página 29.

NETO, H. R. Modelagem Matemática Para a Interação Fluido Estrutura Acoplando escoamentos Incompressíveis E Viga De Timoshenko. Universidade Federal de Uberlândia, 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Citado 3 vezes nas páginas 27, 58 e 62.

NETO, H. R. et al. Influence of sea bed proximity on the vibration responses of a pipeline accounting for fluid-structure interaction. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Elsevier Ltd, v. 114, p. 224–238, 2019. Citado na página 47.

PESKIN, C. S. Flow patterns around heart valves: A numerical method. *Journal of Computational Physics*, v. 10, p. 252–271, 1972. Citado na página 26.

ROMÃO, R. Modelagem e simulação de escoamentos turbulentos com efeitos térmicos, utilizando a metodologia da fronteira imersa e malha adaptativa. 2017. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Citado 2 vezes nas páginas 65 e 66.

SILVEIRA-NETO, A. D. *Escoamentos turbulentos: análise física e modelagem teórica*. [S.l.]: Composer, 2020. 634 p. ISBN 978-65-990365-1-4. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.

SMAGORINSKY, J. General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review*, v. 91, n. 3, 1963. Citado na página 38.

SOTIROPOULOS, F.; YANG, X. Immersed boundary methods for simulating fluid-structure interaction. *Progress in Aerospace Sciences*, Elsevier, v. 65, p. 1–21, 2014. ISSN 03760421. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.paerosci.2013.09.003>>. Citado 3 vezes nas páginas 24, 26 e 58.

- TAYLOR, R. L. A non-conforming element for stress analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 10, p. 1211–1219, 1976. Citado na página 51.
- TIAN, F.-b. et al. Fluid – structure interaction involving large deformations : 3D simulations and applications to biological systems. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 258, p. 451–469, 2014. Citado na página 27.
- TUREK, S.; HRON, J. Proposal for numerical benchmarking of fluid-structure interaction between an elastic object and laminar incompressible flow. *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, Springer Verlag, v. 53, p. 371–385, 2006. ISSN 14397358. Citado 8 vezes nas páginas 18, 28, 67, 90, 93, 94, 95 e 120.
- VEDOVOTO, J. M. Mathematical and numerical modeling of turbulent reactive flows using a hybrid les / pdf methodology. *Universidade Federal de Uberlândia*, 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Citado 2 vezes nas páginas 63 e 64.
- VEDOVOTO, J. M.; SERFATY, R.; SILVEIRA-NETO, A. da. Mathematical and numerical modeling of turbulent flows. *Anais da Academia Brasileira de Ciencias*, Academia Brasileira de Ciencias, v. 87, p. 1195–1232, 7 2015. ISSN 16782690. Citado na página 48.
- VERZICCO, R. Annual review of fluid mechanics immersed boundary methods: Historical perspective and future outlook. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2023, v. 55, p. 129–155, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-120720->>. Citado na página 27.
- WANG, C.; WANG, C. *STRUCTURAL VIBRATION: Exact Solutions for Strings, Membranes, Beams, and Plates*. [S.l.: s.n.], 2014. v. 53. 1689-1699 p. ISSN 1098-6596. ISBN 9788578110796. Citado na página 30.
- WANG, Z.; FAN, J.; LUO, K. Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles. *International Journal of Multiphase Flow*, Elsevier, v. 34, p. 283–302, 2008. Citado na página 47.
- WILLIAMS, F. A. *Combustion theory*. [S.l.]: CRC Press, 2018. Citado na página 38.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; NITHIARASU, P. *The Finite Element Method for Fluid Dynamics: Seventh Edition*. [S.l.: s.n.], 2013. 1-544 p. ISBN 9781856176354. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 41.