

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE CIÊNCIAS INTEGRADAS DO PONTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA MESTRADO PROFISSIONAL**

GISELLE ALVES DE FREITAS GABRIEL

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA GEOMETRIA ESPACIAL: ANÁLISE
DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO**

ITUIUTABA

2023

GISELLE ALVES DE FREITAS GABRIEL

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA GEOMETRIA ESPACIAL: ANÁLISE
DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre, sob orientação da Prof.^a Dr.^a Odaléa Aparecida Viana.

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática

ITUIUTABA

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

G118a Gabriel, Giselle Alves de Freitas, 1984-
2023 Aprendizagem significativa da geometria espacial [recurso eletrônico] : análise de uma sequência didática para o Ensino Médio / Giselle Alves de Freitas Gabriel. - 2023.

Orientadora: Odaléa Aparecida Viana.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.
Modo de acesso: Internet.
Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2023.8027>
Inclui bibliografia.

1. Matemática - Estudo e ensino. I. Viana, Odaléa Aparecida, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. III. Título.

CDU: 51:37

André Carlos Francisco
Bibliotecário - CRB-6/3408



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1A, Sala 207 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
Telefone: (34) 3230-9419 - www.ppgecm.ufu.br - secretaria@ppgecm.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Ensino de Ciências e Matemática				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Profissional - PPGECM				
Data:	01/02/2023	Hora de início:	09:00	Hora de encerramento:	11:20
Matrícula do Discente:	12012ECM010				
Nome do Discente:	Giselle Alves de Freitas Gabriel				
Título do Trabalho:	Aprendizagem significativa da geometria espacial: análise de uma sequência didática para o ensino médio				
Área de concentração:	Ensino de Ciências e Matemática				
Linha de pesquisa:	Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática				
Projeto de Pesquisa de vinculação:					

reuniu-se por meio da plataforma Google Meet, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, assim composta: Professores Doutores: Odaléia Aparecida Viana - orientador(a) /ICENP; Vlademir Marim/ ICENP; Marcelo Carlos de Proença/ Universidade Estadual de Maringá (UEM). Iniciando os trabalhos a presidente da mesa apresentou a Comissão Examinadora e a candidata, agradeceu a presença do público, e concedeu à discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação da discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa. A seguir, a presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir a candidata. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu os conceitos finais. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando a candidata:

Aprovada

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Carlos de Proença, Usuário Externo**, em 02/02/2023, às 16:26, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Odalea Aparecida Viana, Usuário Externo**, em 02/02/2023, às 23:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Vlademir Marim, Professor(a) do Magistério Superior**, em 02/03/2023, às 15:41, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4234768** e o código CRC **DA740F68**.

Dedico este trabalho à minha família, em especial minha mãe e meu tio, que sempre me incentivaram a conquistar meus objetivos por meio dos estudos. Também dedico ao meu companheiro por acreditar sempre na minha capacidade e me encorajar a prosseguir nessa trajetória.

AGRADECIMENTOS

A **Deus** pelo dom da vida, pela fé e força, para realização de mais esta etapa da minha vida.

A orientadora **Dra. Odaléa Aparecida Viana**, por acreditar em mim, pela sabedoria, compreensão, paciência e as incansáveis horas de orientação dedicada a esse trabalho para que fosse realizado da melhor forma.

Ao Professor **Dr. Vlademir Marim**, que em todas as oportunidades que tinha quando encontrávamos insistia para que eu cursasse o curso de formação docente.

Aos meus pais, **Edite e Ademilson**, que com muito carinho, amor e compreensão, tiveram papel fundamental na minha vida e na formação do meu carácter.

Ao meu tio/padrinho **Cinézio**, pelo amor e carinho que sempre teve por mim como uma filha, pelas inúmeras vezes que me incentivou com relação aos estudos.

Ao meu **companheiro Conrado**, meu amigo, que sempre permaneceu me incentivando, por acreditar incondicionalmente no meu potencial, pelo amor e paciência em toda minha caminhada.

A todos os **professores** que passaram por minha vida e participaram de toda a minha formação, pelo aprendizado e saberes que contribuíram para meu desenvolvimento profissional.

Aos meus **colegas de trabalho**, à equipe gestora da Escola Estadual Governador Israel Pinheiro (EEGIP), na pessoa da diretora, Héliida Gomes Muniz e vice-diretor Dr. Carlos Eduardo Petronilho Boiago, com os quais muito aprendi durante esse período de convivência e aos que se tornaram verdadeiros amigos, pelo incentivo, amizade e parceria.

Aos **amigos e amigas** que estiveram presentes, me aconselhando e incentivando com carinho e dedicação durante esta trajetória.

Aos meus **alunos e todos** aqueles que, de algum modo, contribuíram para a realização deste trabalho.

Meus mais sinceros agradecimentos.

RESUMO

O presente trabalho, caracterizado como pesquisa do professor, teve por objetivo analisar uma sequência didática, direcionada a alunos do ensino médio no tema geometria espacial, quanto à potencialidade significativa do material de aprendizagem e a sua contribuição para a formação conceitual e para o desenvolvimento de habilidades geométricas. Para esta pesquisa optou-se pela abordagem qualitativa e descritiva, preocupando-se em apresentar os fenômenos educativos ocorrentes. Fundamentou-se na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e nos modelos teóricos de níveis de formação conceitual e de habilidades geométricas de Pierre Van Hiele e de Alan Hoffer, respectivamente. A sequência didática foi aplicada a 20 alunos do terceiro ano do ensino médio em dois ambientes distintos de uma escola pública estadual mineira (uma sala de aula vinculada à biblioteca e o laboratório de informática), totalizou seis aulas semanais de 50 minutos cada e foi constituída de três módulos: o primeiro módulo foi aplicado em três aulas com materiais concretos; o segundo módulo foi aplicado em uma aula com materiais concretos e impressões de planificações em folhas de papel A4; e o terceiro módulo foi desenvolvido em duas aulas no laboratório de informática, contendo instruções básicas e noções do software GeoGebra, um tutorial de construções de sólidos geométricos e tarefas de construção. As aulas foram gravadas e as tarefas foram recolhidas após sua realização. Conclui-se que o material tinha características de um material potencialmente significativo, já que as atividades estavam organizadas segundo uma hierarquia conceitual lógica e hierárquica e possibilitaram, por meio da exploração dos materiais físicos, da promoção de diálogos e da utilização do software GeoGebra, o mecanismo da aprendizagem significativa (conhecimentos prévios, significativa x mecânica, recepção x descoberta, diferenciação progressiva e reconciliação integradora). Em relação aos níveis de pensamento geométrico, considera-se que a sequência tenha contribuído para obtenção do Nível 2, já que as atividades permitiram a identificação de propriedades das figuras espaciais e o estabelecimento de algumas relações, o que caracteriza algum avanço para o Nível 3. Quanto às habilidades geométricas, as atividades da sequência didática podem ter contribuído para o desenvolvimento das habilidades verbal – notadamente no incentivo ao diálogo e na execução das tarefas – e visual e gráfica – especialmente nas atividades de planificação de sólidos e nas animações favorecidas pelo software GeoGebra. Considera-se que a sequência didática tenha contribuído para o ensino de vários conteúdos de geometria espacial do ensino básico, especialmente na situação pós-pandemia, e que a realização desta pesquisa tenha tido notável relevância para a formação continuada desta pesquisadora. Espera-se que o produto educacional produzido – contendo a sequência, os objetivos, as atividades (roteiro e materiais), um resumo dos principais tópicos teóricos e algumas reflexões oriundas da experiência de aplicação do material em sala de aula – contribua para a área de ensino e aprendizagem da matemática.

Palavras-chave: Geometria Plana e Espacial; Aprendizagem Significativa; Formação Conceitual; Habilidades Geométricas; software GeoGebra.

ABSTRACT

The present work, characterized as a teacher's research, aimed to analyze a didactic sequence, aimed at high school students on the subject of spatial geometry, regarding the significant potential of the learning material and its contribution to the conceptual formation and to the development of geometric skills. For this research, a qualitative and descriptive approach was chosen, concerned with presenting the educational phenomena that occur. It was based on David Ausubel's Theory of Meaningful Learning and theoretical models of conceptual training levels and geometric skills by Pierre Van Hiele and Alan Hoffer, respectively. The didactic sequence was applied to 20 students of the third year of high school in two different environments of a state public school in Minas Gerais (a classroom linked to the library and the computer lab), totaling six weekly classes of 50 minutes each and consisting of three modules: the first module was applied in three classes with concrete materials; the second module was applied in a class with concrete materials and impressions of plans on A4 sheets of paper; and the third module was developed in two classes in the computer lab, containing basic instructions and notions of the GeoGebra software, a tutorial on the construction of geometric solids and construction tasks. The classes were recorded and the tasks were collected after completion. It is concluded that the material had characteristics of a potentially significant material, since the activities were organized according to a logical and hierarchical conceptual hierarchy and made possible, through the exploration of the physical materials, the promotion of dialogues and the use of the GeoGebra software, the meaningful learning mechanism (prior knowledge, meaning x mechanics, reception x discovery, progressive differentiation and integrative reconciliation). Regarding the levels of geometric thinking, it is considered that the sequence has contributed to obtaining Level 2, since the activities allowed the identification of properties of spatial figures and the establishment of some relationships, which characterizes some progress towards Level 3. As for geometric skills, the activities in the didactic sequence may have contributed to the development of verbal skills – notably in encouraging dialogue and performing tasks – and visual and graphic skills – especially in solid planning activities and animations favored by the software GeoGebra. It is considered that the didactic sequence has contributed to the teaching of various contents of spatial geometry in basic education, especially in the post-pandemic situation, and that carrying out this research has had notable relevance for the continuing education of this researcher. It is expected that the educational product produced – containing the sequence, objectives, activities (script and materials), a summary of the main theoretical topics and some reflections arising from the experience of applying the material in the classroom – will contribute to the area of teaching and learning mathematics.

Keywords: Plane and Spatial Geometry; Meaningful Learning; Conceptual Training; Geometric Skills; GeoGebra software.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 - Competências Gerais da Educação Básica para o Ensino Médio	29
Figura 02 – Resumo das análises a serem realizadas	46
Figura 03 – Realização da 1ª Atividade	52
Figura 04 - Coleções formadas na 2ª atividade	53
Figura 05 - Coleções formadas na 2ª atividade e identificação	54
Figura 06 - Respostas na 3ª Atividade	55
Figura 07 - Coleções formadas na 4ª atividade	57
Figura 08 - Coleções formadas na 5ª atividade	58
Figura 09 - Desenhos na 6ª atividade	58
Figura 10 - Coleções de poliedros em ordem na 7ª atividade	59
Figura 11 - Tabelas preenchidas na Tarefa 3 da 8ª atividade	60
Figura 12 - Respostas da Tarefa 4 e da Tarefa 5	61
Figura 13 - Coleções formadas na 9ª atividade	62
Figura 14 - Tabelas preenchidas na Tarefa 6 na 10ª atividade	64
Figura 15 - Preenchimento da Tarefa 7 e 8 na 11ª Atividade	65
Figura 16 - Coleção de poliedros na 12ª atividade	66
Figura 17 - Coleções formadas na 13ª atividade	67
Figura 18 - Respostas e desenhos na 14ª atividade	68
Figura 19 - Realização da 1ª atividade do 2º módulo	70
Figura 20 - Desenhos da Tarefa 10 da 2ª atividade do 2º módulo	71
Figura 21 - Ícone do software GeoGebra	73
Figura 22 - Tela inicial do software GeoGebra	74
Figura 23 - Barra de menus e de ferramentas da janela 2D	74
Figura 24 - Tela do GeoGebra com três janelas de visualização	75
Figura 25 - Janela de visualização 2D e 3D	76
Figura 26 - Realização da segunda atividade do terceiro módulo	76
Figura 27 - Tela do GeoGebra com a construção do polígono	77
Figura 28 - Tela do GeoGebra com as três janelas de visualização	78
Figura 29 - Tela do GeoGebra com o cubo e sua planificação	79
Figura 30 - Tela do GeoGebra com a construção do polígono	79
Figura 31 - Tela do GeoGebra com as três janelas de visualização	80

Figura 32 - Tela do GeoGebra com o tetraedro e sua planificação	81
Figura 33 - Tela do GeoGebra com a construção do polígono.....	82
Figura 34 - Tela do GeoGebra com as três janelas de visualização	83
Figura 35 - Tela do GeoGebra com o prisma e sua planificação	83
Figura 36 - Tela do GeoGebra com a construção do polígono.....	84
Figura 37 - Tela do GeoGebra com as três janelas de visualização	85
Figura 38 - Tela do GeoGebra com o prisma e sua planificação	85
Figura 39 - Construções dos alunos para a Tarefa 11	87
Figura 40 - Construções dos alunos para a Tarefa 12	87
Figura 41 - Construções dos alunos para a Tarefa 13	89
Figura 42 - Construções dos alunos para a Tarefa 14	89
Figura 43 - Construções dos alunos para a Tarefa 15	90
Figura 44 - Construções dos alunos para a Tarefa 16	91
Figura 45 - Mapa conceitual relativo ao material de aprendizagem	95

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Resumo dos trabalhos que compõem a revisão bibliográfica dessa pesquisa	24
Quadro 2 - Habilidades e níveis de conceituação em geometria	36
Quadro 3 - Módulos da sequência didática	48
Quadro 4 - Linguagem utilizada por alunos na Tarefa 1	101
Quadro 5 - Linguagem utilizada por alunos na Tarefa 9.....	101
Quadro 6 - Desenhos produzidos nas Tarefa 2, 4 e 9.....	103

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

APAC	Associações de Proteção e Assistência aos Condenados
APCN	Processo de Avaliação de Propostas de Novos Cursos de Pós-Graduação Stricto Sensu
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEFAM	Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério
CF	Constituição Federal
CLMD	Curso de Licenciatura em Matemática a Distância
CNE	Conselho Nacional de Educação
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CRMG	Currículo Referência de Minas Gerais
COVID-19	Corona Vírus <i>Disease</i> de 2019
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica
EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
FACIP	Faculdade de Ciências Integradas do Pontal
FEIT	Fundação Educacional de Ituiutaba
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
NCPPEM	Núcleo Colaborativo de Práticas e Pesquisa em Ensino de Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PET	Plano de Estudos Tutorado
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PNE	Plano Nacional de Educação
PPGECM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
REANP	Regime Especial de Atividades Não Presenciais
SEE	Secretaria Estadual De Educação
TDIC	Tecnologia Digital de Informação e Comunicação
UFABC	Universidade Federal do ABC
UFPel	Universidade Federal de Pelotas
UFS	Universidade Federal de Sergipe
UFU	Universidade Federal de Uberlândia

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
1 REVISÃO DE LITERATURA	17
2 REFERENCIAIS CURRICULARES E TEÓRICOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA	27
2.1 A geometria da BNCC e o Currículo Referência de Minas Gerais	27
2.2 O pensamento geométrico	30
2.3 As Habilidades Geométricas	34
2.4 Aprendizagem significativa	37
3 PROCEDIMENTOS METODOLOGICOS	43
3.1 Objetivos e tipologia da pesquisa	44
3.2 Campo de pesquisa, participantes, materiais e procedimentos	44
3.3 Critérios de análises	45
4 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA	47
4.1 Aplicação da sequência didática em sala	50
5 ANÁLISES E DISCUSSÃO DOS DADOS	93
5.1 Análise da potencialidade significativa da sequência didática	93
5.1.1 A organização conceitual lógica e hierárquica do material da sequência didática	93
5.1.2 Os elementos evidenciáveis do mecanismo de aprendizagem significativa .	93
5.2 Análise das contribuições da sequência didática para o desenvolvimento de conceitos e de habilidades geométricas	100
CONSIDERAÇÕES FINAIS	105
REFERÊNCIAS	109
APÊNDICE – PRODUTO EDUCACIONAL	116

INTRODUÇÃO

O ano de 2020 deverá ser lembrado no meio educacional brasileiro devido a, pelo menos, dois fatos marcantes: o isolamento social tomado como medida de segurança em virtude do enfrentamento à pandemia Covid-19 e a suspensão imediata das aulas presenciais pelo Conselho Nacional de Educação (CNE), em 18 de março de 2020, que reorganizou o calendário escolar e possibilitou o cômputo de atividades não presenciais para fins de cumprimento da carga horária mínima anual (BRASIL, 2020).

No intuito de minimizar as consequências causadas no aprendizado dos estudantes durante o período de isolamento social, o poder público dispôs de uma resolução sobre as normas para a oferta de Regime Especial de Atividades Não Presenciais (REANP), publicada pela Secretaria Estadual de Ensino de Minas Gerais, de nº 4310/2020 MG de 17 de abril de 2020, no qual se instituiu o Regime Especial de Teletrabalho nas escolas públicas de Educação Básica e de Educação Profissional para o cumprimento da carga horária mínima exigida (MINAS GERAIS, 2020a; 2020b).

Para atender às necessidades oriundas do trabalho remoto no âmbito escolar, os professores passaram a utilizar recursos tecnológicos voltados ao processo de ensino e aprendizagem dos diversos conteúdos curriculares. Souza e Pataro (2009, p.18) já apontavam que “os recursos tecnológicos em sala de aula podem oferecer uma grande contribuição para a aprendizagem, além de valorizar o professor que, ao contrário do que possa vir a pensar, poderá ensinar com maior segurança e estará mais próximo da realidade extraclasse do aluno”. No entanto, a realidade imposta pelo contexto da pandemia revelou a falta de preparo do professor e a consequente insegurança para o trabalho exigido.

Como profissional da educação que vivenciou a experiência de atuar neste cenário, foi possível perceber muitos problemas, tais como: as adversidades encontradas para planejar e aplicar as aulas, o despreparo dos professores para trabalhar com as tecnologias digitais¹, as limitações quanto ao acesso à Internet, as dificuldades de adaptação dos estudantes e das famílias quanto às condições para acompanhamento das aulas remotas, entre outros. Os trabalhos de Santos, Rosa e Souza (2020), de Schwanz e Felcher (2020) e de Souza, Lira, Barbosa e Castro (2020), entre outros que trataram de questões referentes ao ensino remoto e

¹ Somente no ano de 2021, o Estado de Minas Gerais disponibilizou cursos na modalidade de Educação a Distância (EaD), gratuito, visando à formação continuada dos professores, como por exemplo, o curso “Google for Education: recursos e possibilidades”, para potencializar de forma prática e objetiva os recursos disponíveis na plataforma; o “Curso Saúde Vocal do Professor”; curso de “Introdução a Formação Pedagógica – EJA Novos Rumos”; entre outros.

às funcionalidades das tecnologias digitais, evidenciam que há indícios de uma nova concepção dos docentes acerca do uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) como instrumento contributivo para o ensino de matemática, desde que adequadas às realidades de alunos e professores.

O Currículo Referência de Minas Gerais, em conformidade com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), propõe e incentiva o uso de tecnologias digitais (calculadora, planilhas eletrônicas, softwares etc.) como apoio ao desenvolvimento das habilidades matemáticas. De acordo com o documento, o uso de tecnologias para fins educacionais, além de tornar as aulas mais atrativas e despertar a curiosidade e atenção dos estudantes, permite o desenvolvimento de competência crítica para utilizar esse recurso de forma responsável e consciente, a serviço das diferentes práticas sociais (MINAS GERAIS, 2019, p. 287).

Nessa perspectiva podem ser vistos alguns estudos, como os de Pereira (2012) e Silva, Miranda e Viana (2013) e Borsoi (2016), que trataram do uso de tecnologias digitais e se valeram do GeoGebra, um software livre de matemática dinâmica que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo. Esses trabalhos avaliaram que as aulas ministradas com o auxílio do GeoGebra tornaram-se mais atrativas e motivadoras e apresentaram resultados satisfatórios quanto ao desenvolvimento de conceitos geométricos e da habilidade visual dos alunos.

Apesar do avanço tecnológico voltado à educação, considera-se que há muitos desafios a serem enfrentados quanto ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Com relação à Geometria, tema de interesse desse trabalho, algumas pesquisas na área da Psicologia da Educação Matemática² – como as de Viana (2009), Proença e Pirola (2011), Rodrigues (2015) e Silva (2018) – buscaram explicar como os alunos aprendem e se desenvolvem em relação à geometria e várias têm se apoiado no modelo teórico de Van Hiele (1986) – que trata dos níveis de formação conceitual – e na descrição das habilidades geométricas propostas por Alan Hoffer (1981). As teorias citadas apoiaram a realização do trabalho aqui apresentado.

No contexto do ensino e da aprendizagem de conceitos em geometria, considera-se que o professor procure proporcionar atividades de sala de aula que possam mobilizar o conhecimento prévio dos estudantes de modo a favorecer a atribuição de significados. Essa é

² A Psicologia da Educação Matemática é uma área de conhecimento que estuda aspectos cognitivos e afetivos que influenciam o ensino e a aprendizagem da matemática; são tratados entre outros temas, os aspectos de desenvolvimento, aprendizagem, ensino, desempenho e avaliação, com ênfase em: aprendizagem de conceitos, solução de problemas e atitudes em relação à matemática (BRITO, 2011).

a perspectiva da teoria da aprendizagem significativa, proposta por David Ausubel na década de 1970 e reiterada recentemente em Ausubel (2003), que estabelece que o processo de criação de significados acontece quando o aprendiz relaciona, de maneira não arbitrária e não literal, uma nova ideia com alguma ideia relevante já existente em sua estrutura cognitiva. Em uma breve busca por pesquisas já desenvolvidas nesta temática, foram encontrados os trabalhos de Viana (2011), Boiago (2015), Barbosa (2018), Silva (2018) e Guiana (2020), que aplicaram sequências didáticas e discutiram formas de promover a aprendizagem significativa de conceitos e procedimentos geométricos.

A Geometria é uma das unidades temáticas propostas pela BNCC (BRASIL, 2018) para a área da Matemática no ensino fundamental. Para o ensino médio, o documento coloca foco na construção de uma visão integrada da matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos, e associada a aspectos da nossa cultura e da nossa história. Entre as cinco competências a serem desenvolvidas no ensino médio, a BNCC apresenta que o estudante deva:

Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas (BRASIL, 2018, p. 531).

O documento orienta que, para resolver um problema, os estudantes devem identificar os conceitos e procedimentos matemáticos necessários, formular matematicamente a situação, aplicar os conceitos, executar os procedimentos e, ao final, validar os resultados e comunicar a solução aos colegas por meio de argumentação consistente e linguagem adequada. Especificamente quanto à Geometria, salienta que esta parte não pode ficar reduzida à mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume, nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas, mas sim contribuir para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo (BRASIL, 2018, p.272).

Apesar dessas indicações do documento, pesquisas mostraram uma disposição dos professores em centrar sua prática na aplicação de fórmulas e não na interpretação e na construção de modelos tridimensionais: esta última opção contribuiria para o desenvolvimento da capacidade de relacionar conceitos e propriedades relativos à geometria espacial (BORSOI, 2016). Vários autores relataram algumas dificuldades dos alunos, ou seja, ao se confrontarem com as representações planas e espaciais existentes nos livros didáticos, muitos não relacionavam o objeto tridimensional às suas diversas representações (BORSOI,

2016); outros não conseguiam formar imagens mentais das figuras espaciais nem realizavam os cálculos algébricos necessários à solução de problemas (CHAQUIAM, et al, 2020) e também foram encontrados estudantes que não diferenciavam figuras planas de figuras não planas por meio de seus atributos definidores e de exemplos e não exemplos (PROENÇA, 2008).

Com base em nossa experiência no ensino de matemática do ensino médio, pode-se afirmar que muitos alunos parecem não ter desenvolvido adequadamente a habilidade visual para relacionar as representações bidimensionais (desenhos em perspectiva e planificações) às formas tridimensionais nas aulas de geometria. Acredita-se que a utilização do GeoGebra pode contribuir para o entendimento dos alunos, pois o software permite animações que sugerem a visualização em 3D.

O contato com os aspectos aqui mencionados – sejam as definições teóricas relativas à aprendizagem da geometria, as indicações do documento BNCC e os resultados de algumas pesquisas da área de educação matemática – fez com que aumentassem as inquietações dessa pesquisadora em aprofundar os estudos acerca dos processos de ensino e aprendizagem da geometria no ensino médio. Soma-se a isso a aflição ocasionada pelo contexto da pandemia em ter que dominar recursos tecnológicos para ministrar as aulas, tanto no ensino remoto como no presencial, com um pouco mais de eficiência e segurança. Nesse cenário, surgiu a oportunidade de participar de um curso de formação continuada direcionado a professores de matemática e oferecido pela Universidade Federal do ABC nos meses de fevereiro a maio de 2021.

A formação continuada dos professores é uma tendência mundial que tem sido muito investigada nos últimos anos e atualmente está amparada no Brasil pela Resolução N° 02/2019 que define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). O documento enfatiza sobre a importância do profissional docente e de sua valorização profissional, assegurada pela garantia de formação inicial e continuada, plano de carreira, salário e condições dignas de trabalho (BRASIL, 2019, p.3). Ou seja, o governo tem valorizado o aperfeiçoamento profissional e apoiado programas voltados para a formação inicial e continuada de docentes da Educação Básica.

Estudiosos como Day (2001) e Garcia (2009) já defendiam a importância da formação continuada durante toda a carreira docente com a finalidade de aprimorar seus conhecimentos e adquirir novo saberes para o processo de ensino e aprendizagem. Marim e Rodrigues (2020,

p.17) enfatizam que uma formação docente competente que garanta qualidade no processo de ensino e aprendizagem depende de ações conjuntas entre governantes e educadores, ou seja, “o professor não é o único responsável pelo bom ou mau desempenho dos alunos, o Estado não é o único responsável pela boa formação docente”.

Assim, considerou-se que, além da formação continuada proporcionada pelo curso de Mestrado Profissional do PPGECM/UFU, a participação no curso de extensão promovido pela Fundação Universidade Federal do ABC intitulado “Modelagem de logotipos figurais utilizando o GeoGebra: aspectos teóricos e práticos da aprendizagem geométrica básica”, contribuiu para o aumento do conhecimento pretendido. Além disso, o convite da professora ministrante para participar da elaboração e testagem de algumas atividades certamente despertou o interesse por entender como se deu a organização do material apresentado aos participantes.

A experiência de participar ativamente do mencionado curso³, ao mesmo tempo em que trouxe mais segurança a esta pesquisadora quanto à tomada de decisão no âmbito da prática docente, trouxe inquietações do ponto de vista teórico. Um dos questionamentos feitos dizia respeito à potencialidade significativa de um material de aprendizagem relativo à geometria espacial.

Após a participação no curso – e com a influência dos temas ali trabalhados – foi elaborada uma sequência didática direcionada a alunos do ensino médio com conteúdo de geometria, valendo-se de materiais concretos e do software GeoGebra. As circunstâncias da escola⁴ nos anos de 2020 e 2021 não favoreceram a aplicação das atividades; assim, somente no ano de 2022, com o retorno de 100% das aulas presenciais, foi possível trabalhar com os alunos em sala de aula e tentar resgatar os conteúdos referentes à geometria do ensino fundamental. Além da preocupação em tentar avançar nos níveis de formação conceitual dos alunos, inquietou-se em saber se a sequência favorecia a atribuição de significados e se ajudaria a desenvolver algumas habilidades geométricas conforme as teorias vistas durante o curso.

Assim, este trabalho apresenta a seguinte questão de pesquisa: **Qual a potencialidade significativa de uma sequência didática direcionada a alunos do ensino médio no tema geometria espacial e qual a sua contribuição para o desenvolvimento de conceitos e habilidades geométricas?**

³ Parte dessa experiência foi relatada em Viana, Gabriel & Teixeira (2022).

⁴ Esta pesquisadora atua desde 2016 na escola em que foi aplicada a sequência didática.

Portanto, essa pesquisa tem por objetivo analisar uma sequência didática no tema geometria espacial direcionada aos alunos do ensino médio quanto à potencialidade significativa do material de aprendizagem e quanto a sua contribuição para a formação conceitual e para o desenvolvimento de habilidades geométricas.

Acrescenta-se que este trabalho é uma investigação realizada no âmbito do Mestrado Profissional, sendo, portanto, uma pesquisa oriunda da prática docente no exercício da sua profissão, caracterizando-se como “pesquisa do professor”, conforme Carneiro (2008).

A presente dissertação, além desta introdução, é composta por seis seções, sendo apresentadas a seguir.

A Seção 1 apresenta uma revisão da literatura acerca dos temas: aprendizagem significativa da geometria, geometria plana e espacial no ensino fundamental e médio, utilização das tecnologias digitais, software GeoGebra e ensino remoto.

A Seção 2 tem como foco o embasamento teórico e os referenciais curriculares, apresentando as competências geométricas de acordo com a BNCC, as ideias sobre pensamento geométrico e habilidades embasadas pelos autores Van Hiele e Alan Hoffer, assim como uma introdução à teoria da aprendizagem significativa de Davis Ausubel.

Os procedimentos metodológicos, os objetivos, a tipologia, o campo de pesquisa e participantes, e os critérios de análise formam a Seção 3.

Na Seção 4 apresenta-se a sequência didática elaborada e descreve-se sua aplicação aos alunos do ensino médio, participantes da pesquisa.

A Seção 5 é constituída das análises e, por fim, seguem as considerações finais em que são apontadas reflexões sobre a pesquisa e observações relevantes realizadas ao longo da investigação, seguidas pelas referências bibliográficas que embasaram este trabalho, apêndices e anexos que compuseram a pesquisa.

O produto final desta pesquisa, vinculado ao Mestrado Profissional do PPGECM/UFU, conforme o regimento deste programa (UFU, 2018), foi elaborado a partir do Documento Orientador de APCN, Área 46, Ensino, da Capes (BRASIL, 2019a) na forma de um material a ser publicado e disseminável para outros profissionais do magistério. Será constituído por uma proposta de ensino na forma de uma sequência didática em que são descritos os objetivos, as atividades da sequência didática (roteiro e materiais), um resumo dos principais tópicos teóricos abordados na dissertação e que embasam a proposta e algumas reflexões oriundas da experiência de aplicação do material em sala de aula. Espera-se que o produto educacional produzido possa servir como material de apoio para a geometria do ensino médio.

1 REVISÃO DE LITERATURA

Para avançar em uma pesquisa, é importante que o pesquisador tenha um conhecimento científico sobre uma determinada área do conhecimento, mesmo que não seja de uma forma integral, mas o suficiente para dar direção aos temas a serem abordados. Desta forma, busca-se em outros trabalhos as reflexões e contribuições mais relevantes na forma de uma revisão de literatura. Alves (1992) argumenta que a revisão de literatura demonstra como outros estudiosos têm abordado temas semelhantes ao pesquisado e auxilia a conduzir o caminho a ser definido e trilhado pelo pesquisador, desde a definição do problema, a elaboração de referenciais teóricos e metodológicos até a interpretação de resultados.

Conforme Galvão e Ricarte (2020), revisão de literatura é um termo genérico, que compreende todos os trabalhos publicados que favorecem um conhecimento acerca de assuntos específicos. Os autores diferenciam a revisão de conveniência da revisão sistemática. A revisão de conveniência, também chamada de revisão narrativa (ELIAS et al., 2012), restringe-se a uma seleção dos estudos cuja interpretação das informações pode estar sujeita à subjetividade dos autores e é muito utilizada em trabalhos de conclusão de curso, dissertações de mestrado e teses de doutorado; não utiliza critérios explícitos e sistemáticos para a busca e a análise crítica da literatura; nem aplica estratégias de busca sofisticadas e exaustivas. Já a revisão sistemática é propriamente uma modalidade de pesquisa, já que segue protocolos específicos, busca entender e dar alguma logicidade a um grande corpus documental e verifica a validade de resultados em dado contexto.

Sendo assim, realizou-se uma revisão de conveniência, buscando-se os trabalhos no banco de dados Google Acadêmico, nos repositórios de dissertações de programas de pós-graduação em ensino de matemática e em periódicos da área de ensino de matemática. Foi feito um levantamento das publicações dos últimos cinco anos acerca das temáticas: geometria plana e espacial no ensino fundamental e médio, aprendizagem significativa, tecnologias digitais, GeoGebra e ensino remoto. A partir da leitura dos resumos, foram selecionados aqueles que estavam mais próximos das temáticas deste trabalho e que seguem descritos.

No âmbito do ensino da geometria na educação básica, Manoel (2019) realizou uma pesquisa qualitativa do tipo naturalista com o objetivo de verificar como onze eixos (Currículo, História, Outras Áreas do Conhecimento, Natureza, Cotidiano, Afetividade, Resolução de Problemas, Habilidades Cognitivas, Pensamento Crítico, Apreciação Estética e Criatividade) tomados como metodologias de ensino de geometria podem contribuir para a

aprendizagem nas situações propostas. A pesquisa foi realizada em duas escolas da cidade de Sorocaba – SP, utilizando os registros das atividades de cinco docentes. A coleta de dados ocorreu com o registro das atividades em duas etapas: a primeira, com os dados pessoais e ao final uma pergunta referente aos 11 eixos como metodologia de ensino de Geometria; e a segunda, um quadro em que se identificavam quais eixos era contemplado em cada atividade, sendo solicitado ao docente que justificasse as características que o levaram a indicar cada campo. Após a coleta dos dados, foi possível concluir que os 11 eixos de ensino de Geometria auxiliam os professores na sua prática, já que orientam na escolha e na criação de atividades e na seleção de materiais didáticos que apresentem o maior número de eixos, contribuindo assim para a preparação de aulas mais diversificadas, formativas, críticas, estimulantes e criativas, propiciando um melhor ensino de Matemática e um auxílio a outras disciplinas como Ciências, Física e Artes.

Já o pesquisador Lindote (2019), também no campo do ensino da geometria na educação básica, buscou investigar as influências que o uso de materiais concretos e a técnica de dobraduras origami causam no processo de ensino-aprendizagem dos alunos do Ensino Fundamental II. O trabalho foi estruturado a partir do levantamento de dificuldades dos estudantes frente às avaliações internas e externas acerca da aprendizagem da geometria e de elementos que caracterizam o abandono do ensino deste tipo de conhecimento no cenário educacional brasileiro. Configurou-se como uma pesquisa de campo, pois explorou a prática dentro de sala de aula, sendo realizada com 41 alunos de duas turmas do sétimo ano do ensino fundamental de uma escola municipal da cidade de Rio Bonito – RJ. Foram aplicadas provas pré-teste e pós-teste e, com os alunos divididos em grupo, foram realizadas atividades práticas como a construção de um cubo e de um tetraedro por meio de origamis e a confecção de uma ficha descritiva sobre os materiais concretos apresentados. A partir dos resultados da pesquisa, considerou-se que os recursos didáticos (utilização de materiais concretos, aplicação e manipulação das técnicas de dobraduras) contribuíram para o desenvolvimento da habilidade visual de Alan Hoffer e para um avanço no nível de pensamento geométrico de Van Hiele.

Quanto à disciplina de geometria espacial no ensino médio, a pesquisadora Guiana (2020) propôs uma oficina didática com materiais reutilizáveis e teve como objetivo analisar possíveis evidências de aprendizagem significativa da geometria espacial. A pesquisa foi fundamentada na concepção teórica da aprendizagem significativa de Ausubel (2003) e foi desenvolvida em uma escola pública estadual da cidade de Manaus, contemplando sete turmas de alunos do 2º ano. Foram realizados 18 encontros sob a temática lixo urbano. A coleta de

dados foi realizada por meio de fotos e gravações audiovisuais das aulas, das respostas aos questionários aplicados e dos registros feitos pela pesquisadora em um diário de campo sobre as manifestações ocorridas, ideias e opiniões dos participantes. Apesar das dificuldades enfrentadas pelos estudantes, a autora concluiu que a estratégia desenvolvida para facilitar a aprendizagem significativa, levando em consideração o que o estudante traz consigo, não só da vida acadêmica, mas principalmente da sua vida social, fez com eles ficassem motivados, sentindo-se capazes de enfrentar os desafios propostos pelo pesquisador.

Ainda sobre o conteúdo de geometria espacial para o ensino médio (definição de poliedros e suas classificações, áreas de figuras espaciais e outros), a pesquisadora D'Ávila (2018) propôs uma sequência didática para estudantes do 3º ano do ensino médio, visando promover uma aprendizagem significativa, por meio de utilização de materiais concretos e do uso do software GeoGebra. Este estudo adotou como metodologia uma abordagem quanti qualitativa. Na abordagem qualitativa foi analisada a aprendizagem dos estudantes em relação ao conteúdo de geometria à luz da Teoria de Aprendizagem de Ausubel (1968). Já para abordagem quantitativa, foi utilizado o cálculo de ganho de aprendizagem descrito na metodologia de Hake (2002), citado pela pesquisadora. A sequência didática foi aplicada no período de 6 semanas consecutivas durante o segundo e terceiro trimestres de 2018, no total de 21 aulas com duração de uma hora por aula. Foi aplicado um pré-teste inicialmente para identificar os conhecimentos prévios já existentes na estrutura cognitiva dos estudantes e, ao final, foi aplicado o pós-teste, com o intuito de avaliar o ganho de aprendizagem em relação aos conhecimentos adquiridos. O pré e pós-teste, aplicados a 13 estudantes, eram compostos por 10 questões oriundas de vestibulares nacionais e ENEM. Os resultados comparativos entre o pré e o pós-teste foram apresentados em gráficos e, pelo método do ganho na aprendizagem, constatou-se um ganho médio positivo de 69,23 %. Tal ganho também foi percebido no decorrer das atividades, em que os estudantes manifestaram mudanças quanto à sua postura e motivação frente aos desafios propostos. Ao final da aplicação da sequência didática, concluiu-se que as interações professor-estudante e estudante-estudante nas diversificadas situações de aprendizagem oportunizaram o desenvolvimento de competências e de habilidades, viabilizando assim uma aprendizagem significativa.

A pesquisadora Silva (2017) retratou uma pesquisa, do tipo qualitativa e de caráter exploratório, realizada com estudantes da terceira série do ensino médio regular da rede estadual do Rio de Janeiro e que avaliou a contribuição do software GeoGebra 3D como recurso pedagógico para a aprendizagem significativa de conceitos da geometria espacial, em especial de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera. Foram propostos seis encontros com

oito estudantes do 3º ano ensino médio regular da rede estadual do Rio de Janeiro, no contraturno, com duração de uma a duas horas. Na aplicação da proposta de ensino, a pesquisadora obteve respostas muito favoráveis no que diz respeito à contribuição do GeoGebra 3D como material facilitador e potencializador no ensino de geometria espacial. Concluiu-se que atividades que despertem no estudante o desejo de adquirir conhecimentos geométricos como o uso do software GeoGebra é importante para compreender significativamente tais conceitos e utilizá-los corretamente, o que requereu a participação ativa dos estudantes.

No campo da aprendizagem significativa de Ausubel (2003), a pesquisa de Van Der Mer (2017), apresentou uma sequência didática na forma de uma oficina a estudantes do curso de Matemática da Faculdade de Ciências Integradas do Pontal (FACIP/UFU) que eram participantes do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID/UFU). Buscou-se analisar uma proposta didática para o ensino do conceito de volume que era direcionada a alunos do ensino fundamental, mas que foi compartilhada junto aos licenciandos. Em três encontros semanais de noventa minutos e com base na teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, teve-se por objetivos: (a) analisar a potencialidade do material apresentado, composto por dois tipos de atividades: aquelas que, por meio de questionamentos, discussões e manipulação de materiais visaram articular as grandezas volume, massa e conteúdo; e as que envolviam a solução de problemas envolvendo comparação, medição e produção de paralelepípedos; (b) analisar o desempenho dos licenciandos no desenvolvimento das atividades e (c) analisar as opiniões deles acerca do trabalho desenvolvido. Os dados foram coletados por meio de filmagem, gravação de áudio, registros fotográficos e registros em fichas de papel preenchidas pelos licenciandos e recolhidos pela pesquisadora. A análise da aplicação da sequência indica que as questões e os problemas propostos favoreceram as articulações necessárias para a formação do conceito e que o material tem elementos para ser considerado como potencialmente significativo para a construção do conceito de volume e pode ser aplicado a alunos do ensino fundamental, desde que seja adaptado à sua realidade.

Já a pesquisa de Barbosa (2018), também no campo da aprendizagem significativa, teve por objetivo analisar as contribuições de uma sequência didática para a formação do conceito de polígono, composta por atividades de reconhecimento, de definição, de análise de algumas propriedades, de construção e de classificação de polígonos. As atividades foram direcionadas aos alunos do sexto ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Ituiutaba – MG, na qual a pesquisadora era professora. Seu trabalho foi fundamentado nas

teorias psicológicas de Ausubel (2003), Pozo (1998) e Duval (2009, 2011, 2012), citados pela autora. Trinta e dois alunos participaram das atividades que foram distribuídas em 15 aulas. Após aplicação e análise da sequência, tanto do material didático quanto das manifestações e produções dos alunos ao longo das atividades, considerou-se que a sequência didática era potencialmente significativa, já que: estava organizada de acordo com uma hierarquia conceitual; mobilizou os conhecimentos prévios dos alunos; atendeu aos mecanismos da aprendizagem significativa (princípios de diferenciação progressiva e reconciliação integradora); utilizou uma linguagem e um vocabulário adequados e ainda desenvolveu atitudes favoráveis às atividades.

A pesquisa de Rodrigues e Kaiber (2019) teve como objetivo investigar contribuições da utilização de uma Unidade de Ensino e Aprendizagem (UEA), com recurso às tecnologias digitais, para o desenvolvimento de conceitos da geometria espacial. A pesquisa apresentada é de base qualitativa, porém utilizaram-se dados quantitativos que destacaram aspectos e elementos importantes à análise. Foi desenvolvida a um grupo de 40 estudantes do 3º ano do ensino médio da Escola Estadual Marechal Rondon, no município de Canoas, Rio Grande do Sul, no primeiro semestre de 2017. Esse grupo era constituído de estudantes com idade variando de 15 a 18 anos. A investigação foi organizada em três etapas: na primeira, foi aplicado um questionário para avaliar o perfil do grupo; na segunda, com base nas respostas da primeira etapa, foi estruturada e aplicada a UEA, constituída por um conjunto de atividades com uso de recursos tecnológicos digitais; e na terceira, são apresentadas a organização e a análise dos dados. A abordagem qualitativa tomou como referência o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele (1986). Os resultados apontados destacam que os recursos tecnológicos, em particular o software GeoGebra, possibilitaram a visualização, construção e movimentação de diferentes objetos geométricos permitindo identificar propriedades, analisar e propor soluções. A análise ainda permitiu perceber um avanço dos estudantes do nível de visualização para o nível de análise, ou seja, indícios de transição desse nível para o de dedução informal.

Os pesquisadores Souza, Lira, Barbosa e Castro (2020) realizaram uma pesquisa com o objetivo de analisar as contribuições de uma formação remota sobre o ensino da geometria espacial a partir da utilização de diferentes ferramentas tecnológicas. A oficina integrou um projeto de mestrado vinculado a Universidade Federal do Ceará (UFC), em que 20 professores da educação básica discutiram e validaram a proposição de atividades práticas ancoradas no desenvolvimento de habilidades do pensamento geométrico para o ensino médio com suporte da Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). Foram

realizados 5 encontros, no período de 13 de maio a 20 de junho de 2020, na forma remota, estruturados em cinco encontros síncronos (*Google Meet*) e ferramentas assíncronas (*Google Classroom* e *WhatsApp*). Os materiais de discussão teórica e as construções elaboradas pelos participantes foram organizados e compartilhados em pastas no Google Drive. Os instrumentos de coletas de dados foram: os encontros vídeos gravados, formulário on-line e os protocolos registrados no grupo do *WhatsApp*. Os resultados obtidos por meio da análise de conteúdo indicam contribuições relacionadas com a apropriação e o aprofundamento de conhecimento de tecnologias, a aplicação das TDIC no ensino da geometria e a formação de uma rede colaborativa em grupos do *Google Classroom* e do *WhatsApp*, tornando-se referência no processo de ensino e aprendizagem.

Ainda no que se refere a Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) para o ensino de geometria espacial, o software GeoGebra tem se tornado uma ferramenta auxiliar e aliada do professor. A autora Borsoi (2016) trata desse assunto expondo a dificuldade dos alunos em compreender os conceitos relativos à geometria espacial e como o software pode contribuir no desenvolvimento da habilidade de visualização espacial. Seu estudo trata de uma sequência didática que explora conceitos da geometria espacial, em especial as representações de figuras espaciais, com uso do software e com fundamentação teórica em Van Hiele (1986) e Duval (2003, 2012), citados pela autora. A proposta didática foi implementada em uma turma de 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual de Farroupilha/RS, no ano de 2015; foi composta por 5 encontros, programados em 10 horas-aulas, com trabalhos em duplas pelos alunos e tendo o professor como mediador. A pesquisadora concluiu que: houve constante progresso dos alunos com relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico espacial; a abordagem tradicional está distante da realidade do aluno; o trabalho com a geometria deve ser investigativo, ou seja, deve estimular o aluno a explorar e analisar situações geométricas; o uso do GeoGebra possibilita o desenvolvimento de habilidades espaciais; as aulas com os recursos tecnológicos se tornam motivacionais para a aprendizagem da geometria.

No âmbito do ensino remoto, os pesquisadores Santos, Rosa e Souza (2020) realizaram uma pesquisa exploratória com o objetivo de identificar aspectos que implicariam na prática do professor de matemática. A pesquisa foi realizada em cinco estados brasileiros (Alagoas, Bahia, Santa Catarina e Sergipe), pelo Núcleo Colaborativo de Práticas e Pesquisa em Ensino de Matemática (NCPPEM/CNPq/UFS) vinculado a Universidade Federal de Sergipe. O processo de coleta de dados foi por meio de um questionário online disponibilizado pela plataforma SurveyMonkey, composto por 5 questões de múltipla escolha

e 5 dissertativas, aplicado a 32 professores de matemática atuantes nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio. Após análise dos dados os pesquisadores verificaram: a falta de formação dos professores para atuarem com tecnologias; ausência de interação com os alunos ocasionada pela pouca acessibilidade às redes de internet e indícios de um novo olhar dos docentes em relação ao uso das TDIC como instrumento contributivo ao ensino de matemática para as aulas presenciais.

Atuar em aulas remotas parece ser um desafio a professores de matemática. Nesse sentido, as pesquisadoras Schwanz e Felcher (2020) analisaram os desafios dos professores e estudantes quanto à aprendizagem de matemática no ensino remoto. A pesquisa foi realizada no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado III do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância (CLMD) da Universidade Federal de Pelotas (UFPEL), Rio Grande do Sul, em uma turma com 26 alunos do terceiro ano do Ensino Médio da rede estadual de ensino. O estágio foi desenvolvido em duas etapas na forma remota, na plataforma Google Classroom, adotada pelas redes estaduais. A primeira etapa, com duração de duas semanas, consistiu na observação e docência compartilhada, com objetivo de conhecer a turma, a dinâmica trabalhada e as particularidades do grupo de estudantes, que foram importantes para a elaboração dos planos de aulas e atividades. A segunda etapa teve duração maior, cinco semanas; nesta etapa o estagiário preparou os planos de aulas, postou atividades na plataforma, disponibilizou vídeo aula, realizou web conferência para esclarecer dúvidas, e, por fim, foi solicitado aos alunos que respondessem a um questionário online, no Google Forms, com oito questões, sendo 6 fechadas e duas abertas, visando levantar os desafios enfrentados pelos alunos em aprender matemática na forma remota. O questionário foi respondido por 12 alunos dos 26 que estavam nessa turma e os professores regentes da turma. Os resultados apontam que: a maioria dos estudantes e professores classificam suas dificuldades pela falta de experiência prévia com plataformas online; a maioria dos estudantes considera que as vídeoaulas e web conferências são importantes para a aprendizagem; um ponto positivo citado é que o aluno pode adaptar sua rotina de estudos de acordo com suas disponibilidades; em contrapartida, dois pontos negativos citados foram a falta de acesso à internet e a dificuldade em aprender sozinho. Por fim, um fator de grande importância observado nessa pesquisa foi o grande índice de não participação dos estudantes no ensino remoto, mais de 50% dos estudantes da turma, uma realidade que merece atenção e configura-se como um dos maiores desafios do ensino remoto.

Para uma melhor identificação das pesquisas realizadas neste capítulo, o Quadro 1 foi elaborado com apresentação dos 12 trabalhos ordenados conforme a fundamentação teórica e em ordem alfabética.

O Quadro 1 apresenta resumidamente os dados das pesquisas descritas nesta seção.

Quadro 1 - Resumo dos trabalhos que compõem a revisão bibliográfica dessa pesquisa

Autor/ano/título	Conteúdo/participantes	Tipo/Metodologia	Fundamentação
BARBOSA (2018) Aprendizagem significativa do conceito de polígono: uma sequência didática para o sexto ano do ensino fundamental	Geometria Plana/ alunos do 6º ano EF	Aplicação de Sequência didática	Teoria da Aprendizagem Significativa (Ausubel)
D'ÁVILA (2018). Sequência didática como proposta metodológica para a aprendizagem significativa da geometria espacial no ensino médio	Geometria Espacial/ alunos do 3º ano EM	Aplicação de Sequência didática, GeoGebra	Teoria da Aprendizagem Significativa (Ausubel)
GUIANA (2020). Aprendizagem significativa da Geometria Espacial facilitada por materiais reutilizáveis.	Geometria Espacial /alunos do 2º ano EM	Aplicação de oficina, materiais recicláveis	Teoria da Aprendizagem Significativa (Ausubel)
SILVA (2017). O uso do GeoGebra 3D e a aprendizagem significativa da geometria espacial no ensino médio	Geometria Espacial/ Alunos do 3º ano EM	Aplicação de sequência didática, GeoGebra	Teoria da Aprendizagem Significativa (Ausubel)
VAN DER MER (2017). Aprendizagem do conceito de volume: uma proposta didática compartilhada com licenciandos da matemática	Geometria Espacial e Volume/ Licenciandos Matemática	Aplicação de sequência didática	Teoria da Aprendizagem Significativa (Ausubel)
BORSOI (2016). GeoGebra 3D no Ensino Médio: uma possibilidade para a aprendizagem da geometria espacial	Geometria espacial/ alunos do 3º ano EM	Aplicação de sequência didática, GeoGebra	Modelo do Pensamento geométrico (Van Hiele)
RODRIGUES; KAIBER (2019). A Geometria Espacial no Ensino Médio: contribuições da utilização de uma Unidade de Ensino e Aprendizagem (UEA)	Geometria espacial/ alunos do 3º ano EM	Aplicação de sequência didática, GeoGebra	Modelo do Pensamento geométrico (Van Hiele)
MANOEL (2019). Uma proposta de ensino para a Geometria nos anos finais do ensino fundamental	Geometria / alunos anos finais	Aplicação de sequência didática	Modelo do Pensamento geométrico (Van Hiele) e Habilidades (Hoffer)
LINDOTE (2019). A influência do uso das técnicas de dobraduras e do uso de materiais concretos no ensino de geometria espacial em duas turmas do 7º ano do ensino fundamental	Geometria / alunos do 7º ano do ensino fundamental	Aplicação de sequência didática	Modelo do Pensamento geométrico (Van Hiele) e Habilidades (Hoffer)
SANTOS et al. (2020). O Ensino	Ensino Remoto/ professores de	Investigação sobre	Conhecimento acerca

de Matemática Online: um cenário de reformulação e superação	matemática EF e EM	práticas docentes	de tecnologias digitais e ensino remoto
SCHWANZ; FELCHER. (2020) Reflexões acerca dos desafios da aprendizagem matemática no ensino remoto	Ensino Remoto/ alunos do 3º ano EM e estagiários	Investigação sobre práticas docentes	Conhecimento acerca de tecnologias digitais e ensino remoto
SOUZA et al (2020). Tecnologias Digitais e Geometria Espacial: contribuições de uma formação de professores na perspectiva do ensino remoto	Metodologia de ensino de Geometria Espacial, Tecnologias Digitais/ professores do EB	Investigação sobre práticas docentes	Conhecimento acerca de tecnologias digitais e ensino remoto

Fonte: elaborado pela pesquisadora

Por meio da revisão de literatura realizada, foi possível verificar que o modelo de Van Hiele e a descrição das habilidades geométricas de Alan Hoffer fornecem elementos teóricos para avaliar propostas didáticas para o ensino de geometria. Vários trabalhos evidenciam que atividades diversificadas, criativas e estimulantes – especialmente com o uso de materiais concretos – podem favorecer o avanço nos níveis de pensamento geométrico e o desenvolvimento de certas habilidades nos alunos do ensino fundamental e médio, especialmente no tema geometria espacial.

Foi verificado que a utilização de ferramentas tecnológicas, como o software GeoGebra – que aparece como um material facilitador e um recurso potencialmente útil no ensino de geometria –, possibilitam a visualização, construção e movimentação de diferentes objetos geométricos permitindo identificar propriedades, analisar e propor soluções para problemas.

Parte dos trabalhos apresentados teve fundamentação na teoria da aprendizagem significativa e possibilitou entender que um material potencialmente significativo deve possuir uma organização conceitual lógica e hierárquica e deve facilitar a mobilização de conhecimentos prévios dos alunos, podendo fazer o uso ou não de recursos tecnológicos, adaptando de acordo com as estruturas cognitivas dos aprendizes, promovendo o estabelecimento de relações entre as ideias, possibilitando a reformulação de uma nova ideia, estimulando o interesse dos alunos.

Em se tratando de aulas remotas e tecnologias digitais, os trabalhos analisados indicam que as dificuldades encontradas pelos alunos e professores são devidas à falta de experiência em atuarem com plataformas digitais e à pouca acessibilidade às redes de internet. Por outro lado, indicam que as TDIC podem trazer contribuições ao ensino e que a necessidade de sua utilização por conta da pandemia favoreceu um novo olhar dos docentes em relação ao seu uso mesmo em aulas presenciais.

Desse modo, o planejamento do material da sequência didática aqui apresentada seguiu uma concepção de organização hierárquica, fazendo o uso de materiais concretos e do recurso GeoGebra, com embasamento na teoria da aprendizagem significativa, no modelo de Van Hiele e nas habilidades geométricas propostas por Van Hiele.

2 REFERENCIAIS CURRICULARES E TEÓRICOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Nesta seção é apresentada uma visão geral da Base Nacional Comum Curricular e do Currículo Referência de Minas Gerais em que serão destacados a área de Matemática e o conteúdo de Geometria. São apresentados também os pressupostos teóricos relativos à aprendizagem significativa e ao desenvolvimento dos níveis de formação conceitual e das habilidades geométricas.

2.1 A Geometria na BNCC e o Currículo Referência de Minas Gerais

O documento que regulamenta e estabelece as diretrizes educacionais essenciais para a aprendizagem dos alunos é a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), que procura assegurar os direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que determina o Plano Nacional de Educação – PNE (BRASIL, 2014). Esse documento é fundamentado no Artigo 205 da Constituição federal de 1988 e no § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996) que:

está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) (BRASIL, 2018, p. 7).

A BNCC é um instrumento fundamental e integrador da política nacional da Educação Básica que contribui para o seu alinhamento nos âmbitos federal, estadual e municipal. Ela apresenta um patamar comum de aprendizagem a todos os estudantes de modo a garantir o desenvolvimento de competências gerais em um contexto pedagógico. O documento define competência “como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2018, p.8).

O Estado de Minas Gerais elaborou o Currículo Referência de Minas Gerais - CRMG (MINAS GERAIS, 2019), fundamentado na Constituição Federal (CF/1988), na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB 9394/96), no Plano Nacional de Educação (PNE/2014) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC/2017), com o intuito de orientar na elaboração dos planos e ações educacionais do Estado, buscando se adequar aos diversos

contextos curriculares de forma inclusiva, justa e democrática, com relação às diferenças culturais, sociais e étnicas.

Dessa forma, o Currículo Referência de Minas Gerais, elaborado a partir dos fundamentos educacionais expostos, seguiu o mesmo entendimento da BNCC, sobre a importância da Matemática e as competências específicas que devem ser seguidas em todos os sistemas de ensino. O documento destaca a divisão do conteúdo em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

A unidade temática da geometria nos anos iniciais tem como objetivo o desenvolvimento do pensamento geométrico, em que consta o conjunto de conceitos e procedimentos, as habilidades de interpretar e representar a localização ou deslocamento no espaço, a identificação de transformações isométricas e a produção de ampliações e reduções de figuras planas e espaciais. Conforme a BNCC:

Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (BRASIL, 2018, p. 271).

O documento indica que o ensino da geometria nos anos finais do ensino fundamental é a consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas nos anos iniciais. Os alunos precisam ser capazes de reconhecer condições necessárias de congruência ou semelhança de triângulos, aplicando demonstrações simples e contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo. Enfatiza que:

a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras (BRASIL, 2018, p. 272).

Em continuidade ao proposto para o Ensino Fundamental, a BNCC e o Currículo Referência do Ensino Médio se organizam centrados no desenvolvimento de competências e orientados pelo princípio da educação integral. As competências gerais da Educação Básica orientam igualmente as aprendizagens essenciais, tornando-se imprescindível a busca por uma organização curricular flexível e diversificada de modo a “romper com a centralidade das disciplinas nos currículos e substituí-las por aspectos mais globalizados e que abrangem a

complexidade das relações existentes entre os ramos da ciência no mundo real” (MINAS GERAIS, 2018, p. 36).

Nesse sentido, a BNCC define que as aprendizagens essenciais serão organizadas por áreas do conhecimento, conforme previsto na Lei nº 13.415/2017 (BRASIL, 2017): Linguagens e Suas Tecnologias, Matemática e Suas Tecnologias, Ciências da Natureza e Suas Tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas (Figura 1).

Figura 1 - Competências Gerais da Educação Básica para o Ensino Médio



Fonte: BNCC, 2018, p. 469

Para cada competência específica, foram definidas habilidades a serem desenvolvidas. No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias,

os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos anteriormente e agregar aos novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade” (BRASIL, 2018, p. 471).

A Matemática para o Ensino Médio deve ser oferecida em três anos, conforme a Lei nº 13.415/2017 (BRASIL, 2017), sem indicação da seriação das habilidades, permitindo a flexibilização na decisão para a definição anual dos currículos e propostas pedagógicas de cada escola (BRASIL, 2018, p. 530).

Embora em nenhum dos documentos seja apresentado explicitamente o assunto de Geometria Espacial, o que se propõe são as competências com vistas a desenvolver as habilidades geométricas necessárias, como por exemplo, (EM13MAT309):

Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p. 537).

Uma das competências específicas constantes no documento diz respeito à capacidade para investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. No caso da geometria espacial, supõe-se que o desenvolvimento dessas competências deva se dar, inicialmente, a partir de experiências empíricas com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p.540).

Assim, para este trabalho, a partir do entendimento das unidades temáticas e de algumas habilidades e competências constantes nos currículos nacional (BNCC) e estadual (CRMG), foi escolhido o tema Geometria, especificamente a Geometria Espacial e o estudo de figuras geométricas espaciais. Justifica-se a opção pelo tema com base nas experiências profissionais que temos vivenciado desde 2016 e nas conclusões de trabalhos como os de Borsoi (2016), Marques e Caldeira (2018) e Settimy e Bairral (2020) que mostram as dificuldades dos alunos no trabalho com figuras bidimensionais e tridimensionais, na interpretação e representação de deslocamentos (rotação e translação), na redução e ampliação de imagens e na aplicação de conceitos e propriedades em contextos de resolução de problemas. Diante desse cenário, optou-se por desenvolver uma sequência didática que trate de figuras geométricas espaciais com o auxílio de materiais concretos, de modo a levar os alunos a investigar e estabelecer conjecturas a respeito de conceitos e propriedades, e do GeoGebra para que, mesmo se valendo de tela bidimensional, os alunos possam formar e manipular imagens tridimensionais.

2.2 O pensamento geométrico

Em meados dos anos 50, Pierre Marie Van Hiele atuava como docente na Holanda e, vivenciando as dificuldades encontradas pelos seus alunos quanto ao conhecimento da

geometria, começou a se questionar como poderia ajudá-los a atingir um nível mais elevado de raciocínio geométrico. Partindo desse questionamento, na tese de seu doutorado na Universidade de Utrecht, submeteu-se ao estudo de um modelo de pensamento⁵ geométrico, nomeado como Modelo de Van Hiele ou Níveis de Van Hiele ou Teoria de Van Hiele, que poderia ser usado para a orientação na formação de professores, e também para avaliar o nível de formação conceitual dos alunos.

Os estudos de Van Hiele demoraram para ter o reconhecimento internacional: a partir na década de 1960 seus trabalhos influenciaram na reformulação do currículo de geometria na União Soviética e na década de 1970, por intermédio do professor americano Izaak Wirszup, seus estudos tornaram-se conhecidos mundialmente.

O modelo de pensamento ou de formação conceitual consiste em cinco níveis de compreensão. Com base em experiências educacionais apropriadas, Van Hiele (1986) afirma que o aluno progride no processo de aprendizagem, partindo de um nível básico de visualização, ou seja, do reconhecimento; depois passa a analisar propriedades; a deduzir informalmente até chegar ao nível da dedução formal e, finalmente, ao nível de rigor, com alto grau de abstração.

Esses níveis de Van Hiele (1986) são resumidamente descritos a seguir:

No Nível 1, da visualização, os alunos reconhecem as formas geométricas pela sua aparência física global e não pelas suas propriedades ou atributos, podendo até reproduzir uma figura ou copiar no papel. Um exemplo: o aluno conseguiria diferenciar e nomear um quadrado e um retângulo, porém não identificaria ângulos, vértices e lados.

O Nível 2, da análise, é considerado como o primeiro raciocínio chamado “matemático”, em que os alunos são capazes de reconhecer as características das figuras, porém ainda não são capazes de relacionar suas propriedades. Um exemplo: o aluno consegue reconhecer as diagonais de um retângulo, de um paralelogramo ou até mesmo de um quadrado; no entanto, não consegue relacioná-las e nem as utilizar para identificar a existência dos dois triângulos congruentes produzidos pelo traçado de uma das diagonais em cada um dos quadriláteros mencionados.

O Nível 3, da dedução informal ou da ordenação, é aquele em que o aluno consegue ordenar logicamente as figuras e compreender as inter-relações de propriedades tanto dentro das figuras quanto entre elas. Neste nível, consegue classificar e entender a inclusão de

⁵ A expressão “*levels of thinking in geometry*” referente a Van Hiele, tem sido traduzida como “níveis de pensamento em geometria”, “níveis de conceituação em geometria”, “níveis de raciocínio em geometria”, “níveis de conceito em geometria” ou como “níveis de pensamento geométrico”.

classes, reconhecendo suas propriedades e compreendendo os requisitos de uma definição correta. Um exemplo: o aluno é capaz compreender as demonstrações formais, mas não de construí-las, ou seja, não compreende a estrutura axiomática da geometria.

No Nível 4, da dedução, o aluno consegue dar um significado para suas demonstrações e deduções como uma estratégia para estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. Um exemplo: o aluno consegue provar que as diagonais de um retângulo são congruentes e que se cruzam em seu ponto médio, utilizando o caso LAL (lado, ângulo, lado) de congruência de triângulos.

Finalmente, no Nível 5, chamado de rigor, o aluno consegue trabalhar em vários sistemas axiomáticos, podendo avançar para geometrias não-euclidianas e comparar sistemas diferentes (VAN HIELE, 1986). Uma vez que Nasser (1990) vem reforçar que, esse último nível mais avançado é raramente alcançado pelos alunos do ensino médio e passa a ter maior relevância no ensino superior.

Além de fornecer uma compreensão em cada nível de pensamento geométrico, o autor Van Hiele (1986) identifica algumas características do modelo que são descritas a seguir:

- a) Sequencial – a estrutura é hierárquica, isto é, torna-se impossível passar de um nível para outro sem ter assimilado os parâmetros do nível anterior.
- b) Avanço – nenhum método de ensino permite ao aluno pular de nível, mas alguns métodos podem acelerar o progresso, que depende mais do conteúdo e métodos de instrução recebida do que da idade.
- c) Intrínseco e extrínseco – os objetos matemáticos assumem distintas funções nos seus níveis de aprendizagem. Por exemplo, se no Nível 1 o objeto matemático é o paralelogramo (reconhecimento da figura), na sequência tem-se que no Nível 2 os objetos passam a ser as propriedades de um paralelogramo (lados paralelos) e no Nível 3 o paralelismo de retas cortadas por transversais passa a ser estudado para produzir afirmações que relacionam propriedades.
- d) Linguística – cada nível tem seus próprios símbolos linguísticos e seus próprios sistemas de relações que ligam esses símbolos. Assim, a cada nível, as palavras podem ter significado diferente, como por exemplo, a palavra “demonstrar”: pode significar apenas a comprovação de uma afirmação como verdadeira ou falsa para certos casos por meio de medições em experimentos com materiais manipuláveis ou pode designar uma linha de prova formal com raciocínio lógico-dedutivo (VIANA, 2000).
- e) Combinação inadequada - quando o professor utiliza um material didático, conteúdo e/ou vocabulário de um nível superior ao que o aluno se encontra, ele não será capaz de

acompanhar os processos de pensamento que estão sendo empregados, não ocorrendo à aprendizagem no nível desejado.

Segundo o modelo de Van Hiele, durante o processo de ensino e aprendizagem é necessário que se passe por cinco fases sequenciais de modo a favorecer o desenvolvimento do aluno nos níveis de aprendizado pretendidos. Essas fases são descritas por Van Hiele (1986) da seguinte forma:

- a) Interrogação ou Informação – etapa inicial, em cujas atividades se estabelecem um diálogo sobre os objetos de estudo do respectivo nível com propósito duplo: o professor avalia o conhecimento prévio dos alunos sobre o assunto e os alunos ficam sabendo em que direção os estudos avançarão.
- b) Orientação dirigida – o professor, baseando-se nas observações feitas no nível anterior, prepara cuidadosamente uma sequência didática para que sejam gradualmente desenvolvidas as estruturas características deste nível pretendido.
- c) Explicação – os alunos trocam experiências e expressam suas opiniões sobre as estruturas observadas anteriormente. Já o professor tem pequena participação, apenas orienta os alunos para que utilizem linguagem adequada.
- d) Orientação livre – os alunos são confrontados com tarefas mais complexas, podendo ser resolvidas de várias formas, mas cabe somente a eles, com o seu ganho de experiência, decidir o caminho para resolver.
- e) Integração – os alunos reveem tudo o que aprenderam com o objetivo de formar uma nova visão geral sobre objetos e relações compreendidos. O professor, neste nível, auxiliaria na elaboração desta síntese.

Considerando que os alunos tenham alcançado um novo nível de pensamento, substituindo o antigo, eles estariam prontos para o aprendizado no nível seguinte. Jaime e Gutiérrez (1990) definem esse processo de aprendizagem em geometria como sendo o mecanismo pelo qual uma pessoa passa a utilizar novos métodos e ferramentas de raciocínio próprio de um nível superior ao que utilizava anteriormente e que lhe permite ter acesso a conhecimentos mais profundos. Viana (2000) complementa afirmando que na aprendizagem da geometria são produzidas modificações na estrutura cognitiva; as estruturas mentais atuais são transformadas em outras novas, mais complexas, que absorvem as anteriores, passando assim de um nível de raciocínio para outro.

Para este trabalho, algumas características do modelo de Van Hiele serão utilizadas para orientar a elaboração, a aplicação e a análise das atividades da sequência didática aqui

apresentada e que também compõe o Produto Educacional a ser apresentado como requisito do Programa.

2.3 As habilidades geométricas

Complementando a perspectiva de níveis do raciocínio geométrico, Hoffer (1981) descreve cinco habilidades que deveriam ser desenvolvidas nas aulas de geometria no ensino básico. Essas habilidades são descritas a seguir.

- a) habilidade visual – está conectada à capacidade de formar imagens mentais, reconhecer suas propriedades e informações, e manipular imagens mentais; por exemplo, o aluno poderia realizar compor e decompor figuras, planificar poliedros etc.
- b) habilidade verbal – refere-se ao uso das palavras presentes na geometria, à capacidade de reconhecer e descrever as propriedades de uma figura na linguagem materna. Por exemplo, utilizar corretamente o termo baricentro e descrevê-lo como sendo o ponto de encontro das medianas de um triângulo.
- c) habilidade gráfica – capacidade de desenhar o que está intimamente relacionado com a formação do conceito geométrico; saber traduzir as informações obtidas de maneira visual ou verbal e realizar construções manuscritas utilizando corretamente instrumentos de desenho como régua, compasso, transferidor e, no caso de ambientes computacionais, saber utilizar os comandos de softwares de geometria dinâmica como, por exemplo, o GeoGebra.
- d) habilidade lógica – capacidade de reconhecer e analisar figuras geométricas de acordo com suas semelhanças e diferenças, estabelecer propriedades e elaborar demonstrações. Por exemplo, usar as propriedades de uma figura para determinar em quais classes de figuras ela pertence: o cubo é um paralelepípedo, é um prisma, é um hexaedro regular etc. Outro exemplo seria demonstrar o Teorema de Pitágoras com compreensão.
- e) habilidade de aplicação – capacidade de aplicar conceitos e procedimentos matemáticos com situações práticas da realidade do aluno. Por exemplo, modelar as variadas formas de logotipos utilizados no apelo visual da propaganda ou aplicar a geometria em soluções de diversas áreas como a economia, biologia, moda, agronomia, entre outras.

Neste contexto, a habilidade de aplicação evidencia a matemática utilitária, quando, por exemplo, solicita-se ao aluno descrever as formas do reservatório de água da escola ou de sua casa. Segundo Viana (2000) não se deveria reduzir o estudo da geometria a aplicações práticas; no entanto, desconsiderá-las seria tornar cada vez menos significativo o ensino desta disciplina.

Cabe ressaltar que, para o estudo das habilidades, devem-se levar em consideração dois aspectos: um mais relativo ao próprio conceito de habilidade e outro ligado à dimensão da geometria que realmente deveria ser ensinada nas escolas. Quanto ao primeiro aspecto, tem-se que as habilidades podem ser entendidas como sendo traços diferenciadores dos indivíduos ou então como destrezas (VIANA, 2000). Neste trabalho, será adotado o segundo entendimento.

Já as dimensões referem-se às concepções acerca dos currículos de geometria nas escolas – estudo da visualização, do desenho e da construção de figuras; estudo do mundo real, físico e estudo do sistema dedutivo euclidiano – e Usiskin (1994) afirma que, dependendo da dimensão em que o ensino de geometria é proposto, algumas habilidades podem se desenvolver mais do que as outras. De qualquer forma, considera-se que todas as habilidades propostas por Hoffer (1981) deveriam ser desenvolvidas nos alunos.

Hoffer classificou as habilidades e as relacionou com o modelo proposto por Van Hiele, considerando, dessa forma, que se possa estudar os níveis de pensamento dos alunos através das diferentes habilidades apresentadas por eles ao responder questões, executar tarefas ou solucionar problemas. O Quadro 2 a seguir apresentado por Viana (2000) resume essa relação.

Quadro 2- Habilidades e níveis de conceituação em geometria

NÍVEIS						
HABILIDADES		RECONHECIMENTO	ANÁLISE	ORDENAÇÃO	DEDUÇÃO	RIGOR
	VISUAL	Reconhece figuras diferentes num desenho. Reconhece informações rotuladas numa figura.	Percebe as propriedades de uma figura como parte de uma figura maior.	Reconhece relações entre diferentes tipos de figuras. Reconhece propriedades comuns de diferentes tipos de figuras.	Usa informação sobre uma figura para produzir outras informações.	Reconhece suposições injustificadas feitas através do uso de figuras. Concebe figuras relacionadas em vários sistemas dedutivos.
	VERBAL	Associa o nome correto com uma figura dada. Interpreta sentença que descreve figuras.	Descreve acuradamente várias propriedades de uma figura.	Define palavras precisas e concisamente. Formula sentenças mostrando relações entre figuras.	Entende a distinção entre definições, postulados e teoremas, reconhece o que é dado num problema e o que se pede.	Formula extensões de resultado conhecidos. Descreve vários sistemas dedutivos.
	GRÁFICA	Faz esquemas de figuras identificando acuradamente as partes dadas.	Traduz numa figura a informação verbal dada. Usa as propriedades de figura para desenhar ou construir as figuras.	Dadas certas figuras é capaz de construir outras figuras relacionadas as figuras dadas.	Reconhece quando e como usar elementos auxiliares numa figura. Deduz a partir da informação dada como desenhar ou construir uma figura específica.	Entende as limitações e capacidades de vários instrumentos de desenho. Representa pictoricamente conceitos de vários sistemas dedutivos.
	LÓGICA	Percebe que há diferenças e semelhanças entre figuras. Entende a conservação da forma das figuras em posições diferentes.	Entende que figuras podem ser classificadas em diferentes critérios. Percebe que propriedades podem ser usadas para distinguir as figuras.	Entende qualidades de uma boa definição. Usa propriedades de uma figura para determinar se uma classe de figuras está contida numa outra classe.	Usa regras de lógica para desenvolver provas. É capaz de deduzir consequências a partir de informações dadas.	Entende as limitações e capacidades de hipóteses e postulados. Sabe quando um sistema de postulado é independente, consistente e categórico.
	APLICAÇÃO	Identifica formas geométricas em objetos físicos.	Reconhece propriedades geométricas de objetos físicos. Representa fenômenos físicos em papel ou num modelo.	Entende o conceito de um modelo matemático que representa relações entre objetos.	É capaz de deduzir propriedades de objetos a partir de informações dadas ou obtidas. É capaz de resolver problemas que relacionam objetos.	Usa modelos matemáticos para representar sistemas abstratos. Desenvolve modelos matemáticos para descrever fenômenos físicos, sociais e da natureza.

Fonte: (VIANA, 2000, com base em Hoffer, 1981).

Para este trabalho, pretendeu-se tomar algumas descrições constantes do quadro acima para elaborar as atividades que compõem a sequência didática direcionada aos alunos do ensino médio.

2.4 Aprendizagem significativa

A Teoria da Aprendizagem Significativa foi proposta por David Ausubel (1918-2008) em 1963, na obra *The Psychology of Meaningful Verbal Learning*. Ausubel (2003) define a aprendizagem significativa como sendo o processo que permite que uma nova informação se relacione de modo substantivo com as ideias já existentes em sua estrutura cognitiva. Moreira (2012) evidencia o modo substantivo da interação, ou seja, a relação do conhecimento novo com o pré-existente deve ser não-literal e não-arbitrária. Quando se diz não-literal, quer dizer “não ao pé da letra”, ou seja, o aprendiz não faz uma internalização utilizando exatamente as mesmas palavras, mas sim, matizada com significados pessoais; não-arbitrária quer dizer que a ideia nova não interage com qualquer conhecimento prévio que exista na estrutura cognitiva, mas com conhecimentos especificamente relevantes.

Para Ausubel (2003, p.81) a aprendizagem significativa é o mecanismo humano, por excelência, para adquirir e armazenar a vasta quantidade de ideias e informações representadas em qualquer campo de conhecimento. A sua teoria trata especificamente da aprendizagem significativa de conceitos, que podem ser definidos como “objetos, acontecimentos, situações ou propriedades que possuem atributos específicos comuns e são designados pelo mesmo signo ou símbolo” (AUSUBEL, 2003, p.2).

A aprendizagem de conceitos⁶ no âmbito escolar deve acontecer em duas dimensões: a primeira se refere ao tipo de aprendizagem realizada pelo aluno (ou significativa ou memorística); a segunda está relacionada à estratégia de instrução planejada para estimular essa aprendizagem (ou por recepção ou por descoberta).

Quanto à primeira dimensão, Ausubel (2003) explica que na aprendizagem significativa o sujeito necessita fazer um esforço cognitivo para relacionar os novos conceitos com os já existentes na sua estrutura cognitiva; assim sendo, a nova informação fica retida por mais tempo, ampliando sua capacidade de entender e aprender outros conteúdos. Na aprendizagem mecânica, os conteúdos estão relacionados entre si de uma maneira arbitrária e há carência de significados e de sentidos – o que dificulta a retenção.

O autor ainda evidencia que, apesar de existirem diferenças entre a aprendizagem significativa e a mecânica, elas fazem parte de um contínuo, não sendo uma simples

⁶ Convém esclarecer que os conteúdos escolares podem ser classificados, conforme proposição de Coll e Vall (1998), em conceituais, procedimentais e atitudinais. Neste trabalho será colocado foco nos conteúdos conceituais, já que eles envolvem fatos, dados e conceitos.

dicotomia. Sendo assim, é possível que uma aprendizagem inicialmente mecânica passe, progressivamente, à significativa.

Desta forma, Ausubel (2003) afirma que um material potencialmente significativo também pode ser aprendido por meio da memorização (caso o mecanismo da aprendizagem do aprendiz não seja significativo). As tarefas de aprendizagem por memorização podem relacionar-se com a estrutura cognitiva, mas de forma aleatória e restrita, não resultando na aquisição de novos significados.

Quanto à segunda dimensão, o autor argumenta que, na aprendizagem por recepção, o conteúdo total do que está por aprender é apresentado ao aluno em sua forma acabada (por exemplo, o professor faz as definições e esclarece a relação entre os conceitos, dá exemplos e propõe tarefas na sequência). Já a característica essencial da aprendizagem pela descoberta é que o conteúdo principal do que está por aprender não é dado, mas deve ser descoberto de modo independente pelo aprendiz antes de este o poder interiorizar (por exemplo, a formação de conceitos se inicia com resolução de problemas). Tanto a aprendizagem por recepção como a aprendizagem por descobrimento podem ser significativa ou mecânica, o que se conclui que estratégias de ensino não levam, necessariamente, a determinada forma de aprendizagem.

A linguagem, segundo Ausubel (2003), desempenha um papel importante nos processos de aprendizagem significativa (tanto por recepção, quanto por descoberta). De acordo com o autor, a linguagem do professor pode ajudar na mobilização dos conhecimentos prévios dos alunos e na atribuição de significados, de modo que os conceitos e proposições se tornem mais precisos e transferíveis.

O material de aprendizagem – isto é, todo o conteúdo organizado a ser apresentado ao aluno, bem como as tarefas, exercícios e avaliações propostas – deve possuir um significado lógico, isto é, deve estar relacionado de forma não arbitrária e não literal com uma estrutura cognitiva apropriada e relevante; evidentemente, a estrutura cognitiva particular do aprendiz deve conter ideias ancoradas relevantes com as quais se possa relacionar o novo material.

A teoria de Ausubel (2003) enfatiza que para ter um material potencialmente significativo é necessário mobilizar ideias âncoras relevantes e promover uma interação entre estas e os novos significados. Pozo (1998) define conhecimento prévio como construções próprias do indivíduo, alguns de ordem mais espontânea e que podem apresentar incoerência no ponto de vista científico, porém, aceitável no ponto de vista do estudante. Outro aspecto que merece destaque é que “os conhecimentos dos alunos são bastante estáveis e resistentes à mudança, muitas vezes persistindo apesar de muitos anos de instrução científica” (POZO, 1998, p.39).

Os conhecimentos prévios dos alunos, além de diferirem quanto à área do conhecimento, diferem também na sua natureza, pois, de acordo com Pozo (1998, p. 39), “alguns conhecimentos são mais conceituais e outros, mais procedimentais; uns mais descritivos e outros mais explicativos; uns mais gerais e outros, mais específicos, etc.”. Segundo o autor, o conhecimento prévio pode ter origem nas concepções espontâneas (quando formadas na tentativa de dar significado às atividades cotidianas); nas concepções transmitidas socialmente (quando o conhecimento se origina do meio social e das crenças socialmente induzidas sobre fatos e fenômenos) e nas concepções analógicas (quando ocorrem por meio da ativação de um pensamento analógico utilizado para dar significado a algo).

Existem diversas maneiras de diagnosticar o conhecimento prévio, segundo Pozo (1998): por meio de aplicação de questionários, a resolução de situações-problemas e as entrevistas, podendo ser individuais ou coletivas. Uma das justificativas para o professor realizar tal avaliação é permitir conhecer as ideias principais dos alunos sobre determinado assunto, e dessa forma, poder planejar melhor o material de aprendizagem. A avaliação do conhecimento prévio também é importante para o próprio sujeito, pois permite a ele tomar consciência dos conceitos e procedimentos já formados na sua estrutura cognitiva, justificar suas crenças, refletir sobre elas, resolver contradições, organizar ideias, comparar seus pontos de vista por meio de discussões em grupo, de modo a favorecer também a aprendizagem de procedimentos e de atitudes.

Assim, no planejamento de um material de aprendizagem potencialmente significativo é necessário levar em conta:

(1) os aspectos da estrutura cognitiva dos aprendizes que são mais relevantes para relacionar com o novo conceito ou procedimento e até que ponto eles têm clareza e estabilidade;

(2) como levar os alunos a estabelecer semelhanças e diferenças entre as ideias anteriores e as novas, resolvendo contradições reais ou aparentes;

(3) se há possibilidades de reformulação do material em termos dos antecedentes intelectuais idiossincráticos e do vocabulário do aprendiz em particular.

Além disso, há necessidade de o material ter uma organização hierárquica que reconheça os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora: no primeiro, os alunos diferenciam as ideias, já existentes; no segundo, as tarefas e as explicações do professor ajudam a resolver contradições e inconsistências reais ou aparentes,

a combinar ou integrar ideias semelhantes que sejam logicamente relacionais umas com as outras e a tornar as relações mais claras e transferíveis.

A aprendizagem significativa não pode ser considerada como sinônimo de aprendizagem de material significativo, uma vez que este processo é próprio do sujeito. O material de aprendizagem pode ser constituído de componentes com uma significação potencialmente lógica, isto é, contém elementos que permitem ao sujeito, no âmbito da capacidade humana, estabelecer relações entre os conhecimentos novos e prévios. Já o significado psicológico depende de aspectos idiossincráticos do aprendiz⁷. Além do material e da atuação docente, fatores como a idade, a inteligência, a ocupação, a vivência cultural, etc., influenciam na conversão do significado ‘lógico’ em significado “psicológico” ou verdadeiro.

Nesse sentido, Ausubel (2003) anuncia dois princípios que podem explicar a ocorrência da aprendizagem significativa: (a) a disponibilidade, a estabilidade e a clareza de ideias ancoradas e especificamente relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz e (b) a capacidade para a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora das ideias para a assimilação de conceitos e proposições.

Ausubel (2003) traz uma diferenciação entre representações, conceitos e proposições. Um tipo de aprendizagem que se aproxima da memorização é a aprendizagem de representações. A aprendizagem representacional é aquela em que símbolos arbitrários passam a representar seus referentes objetos, eventos, conceitos. A aprendizagem conceitual é também uma aprendizagem de representações, pois conceitos também são representados por símbolos isolados (palavras-conceito, nome). Entretanto, conceitos são genéricos, categoriais, representam regularidades em objetos, eventos, fenômenos que apresentam diversidades ao longo de distintas dimensões que compartilham certos atributos e características. Já a aprendizagem proposicional, refere-se aos significados de ideias expressas em um grupo de palavras-conceitos disposto em sentenças. Um exemplo de proposição em geometria é que todo quadrado (4 lados congruentes e 4 ângulos retos) é um paralelogramo, mas nem todo paralelogramo é um quadrado.

Como um fator também importante para a potencialidade do material de aprendizagem é o chamado “organizador avançado” (Ausubel, 2003) ou “organizador prévio” (Moreira, 2008): um recurso instrucional que ajuda a implementar os princípios da diferenciação

⁷ O significado psicológico é, invariavelmente, um fenômeno idiossincrático. Contudo, a sua natureza idiossincrática não exclui a possibilidade de significados sociais ou partilhados: os vários significados individuais que os diferentes membros de uma determinada cultura atribuem aos mesmos conceitos e proposições são, no geral, suficientemente semelhantes para permitirem uma comunicação e uma compreensão interpessoal (AUSUBEL, 2003, p.78).

progressiva e da reconciliação integradora pois estabelece uma ligação entre aquilo que o aprendiz já sabe e aquilo que precisa de saber – caso necessite de apreender novos materiais de forma mais rápida e eficiente. Em boa parte dos contextos de aprendizagem, os conhecimentos prévios são demasiado gerais e não possuem uma particularidade de relevância e de conteúdo suficiente para servirem como ideias ancoradas eficientes relativamente às novas ideias introduzidas pelo material de instrução em questão. Com o organizador avançado, busca-se resolver esta dificuldade, pois ideias mais específicas são ativadas antes de o aprendiz entrar em contato com os novos conhecimentos.

A natureza do processo e as condições de aprendizagem significativa por recepção significativa ativa exigem, também, um tipo de ensino expositivo que reconheça os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora nos materiais de instrução. O princípio da diferenciação progressiva reconhece que a aprendizagem, a retenção e organização das matérias são hierárquicas por natureza, procedendo de cima para baixo em termos de abstração, generalidade e inclusão. Já a reconciliação integradora é realizada a partir de uma associação entre as ideias relevantes e novas ideias, tendo por objetivo facilitar o ensino expositivo por meio de problematizações que explicitam as semelhanças e diferença entre as novas ideias e as ideias relevantes. O que definirá o significado da aprendizagem será a forma como o aprendiz realizará, ou não, a ancoragem das novas ideias àquelas existentes em sua estrutura cognitiva.

Segundo Ausubel (2003) a nova informação pode se vincular a aspectos preexistentes na estrutura cognitiva por meio de três formas de assimilação: aprendizagem subordinada, aprendizagem superordenada e aprendizagem combinatória.

Na aprendizagem subordinada, os conteúdos abordados devem seguir uma hierarquia subordinada em termos de abstração, generalidade e inclusão, com ideias preexistentes na estrutura cognitiva do indivíduo, que garanta os significados das ideias de forma progressiva, ou seja, é a relação dos conceitos novos com os existentes na estrutura cognitiva, interagindo entre si, dando uma nova ideia ao conceito. Para Viana (2011), nessa aprendizagem pode haver a inclusão derivativa, quando a nova informação “a” é vinculada à ideia geral já estabelecida “A”, sem mudança de critérios e representa um exemplo específico ou ilustrativo. Na inclusão correlativa, quando a nova informação “x” é vinculada à ideia “X”, porém é uma modificação, uma elaboração, uma qualificação ou uma delimitação de “X”.

Na aprendizagem superordenada, os conteúdos novos são reconciliados com os preexistentes, alinhando as diferenças e suas similaridades, que condicionará o surgimento de várias ideias, no decorrer do seu raciocínio ou por indução por meio do material apresentado.

E por fim, na aprendizagem combinatória, os conteúdos novos são relacionados com os preexistentes, porém não existe uma relação hierárquica e nem mais específicas e inclusivas do que a outra, sem nenhuma relação com ideias específicas da estrutura cognitiva, e sim em um modo geral. A nova ideia “A” possui alguns atributos de critério em comum com as ideias preexistentes “B”, “C” e “D”, sendo possível que a nova incorporação de novos conceitos no mesmo nível hierárquico possa culminar na necessidade de diferenciá-los ou integrá-los dentro de um novo conceito mais geral.

Desta forma, é necessário que o professor faça uma análise conceitual do material de aprendizagem para identificar sua estrutura, as ideias, os conceitos e as proposições envolvidas para que não haja nem falta de explicações claras e consistentes nem excesso de informações desnecessárias que possam dificultar a organização cognitiva. Apesar de se considerar a complexidade na identificação dos princípios norteadores de um material didático em uma situação real de aprendizagem, estes foram adotados para a elaboração da sequência didática e a realização das análises neste trabalho.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Três partes compreendem essa seção. Na primeira, são apresentados o objetivo e a tipologia da pesquisa; na segunda, é exposta, brevemente, o campo de pesquisa, os participantes do presente trabalho, os materiais que foram utilizados e procedimentos realizados durante a aplicação da sequência. Por fim, a terceira parte, apresenta os critérios adotados para análise.

3.1 Objetivos e tipologia da pesquisa

A pesquisa teve por objetivo analisar uma sequência didática no tema geometria espacial direcionada a alunos do ensino médio quanto a:

- a) potencialidade significativa do material de aprendizagem e
- b) sua contribuição para a formação conceitual e para o desenvolvimento de habilidades geométricas.

A pesquisa aqui apresentada foi realizada a partir de uma ação pedagógica da própria pesquisadora, o que caracteriza a chamada “pesquisa do professor”, conforme aponta Carneiro (2008). Segundo o autor, a pesquisa acadêmica e a do professor apresentam algumas diferenças: a primeira tem a preocupação com a originalidade, a validade e o reconhecimento por uma comunidade científica, enquanto a segunda tem caráter instrumental e utilitário em contextos educacionais concretos, busca o conhecimento acerca da realidade para transformá-la, visando à melhoria das práticas pedagógicas.

Nessa perspectiva, Fiorentini e Lorenzato (2009) apontam algumas etapas que devem ser atendidas neste tipo de pesquisa: a escolha de um tema oriundo de inquietações do professor, uma justificativa, uma revisão bibliográfica, uma questão norteadora, uma teoria que sirva de base para as análises de sua prática, um referencial metodológico, uma ação didática e, posteriormente, uma análise dos dados, as considerações finais e, a partir disso, a geração de um material didático pedagógico.

Diante desse tipo de investigação que vem da prática e traz propostas voltadas para a prática, a situação do “professor-pesquisador” é centralizar a prática, forçando as fronteiras entre o relato de experiência e a pesquisa (CARNEIRO, 2008, p.203).

O Conselho Nacional de Educação amparou essa concepção de pesquisa pelo parecer (CNE/CP) nº 9/2001 (BRASIL, 2002):

[...] a pesquisa (ou investigação) que se desenvolve no âmbito do trabalho de professor refere-se, antes de mais nada, a uma atitude cotidiana de busca de compreensão dos processos de aprendizagem e desenvolvimento de seus alunos e à autonomia na interpretação da realidade e dos conhecimentos que constituem seus objetos de ensino. Portanto, o foco principal [...] é o próprio processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos escolares na educação básica. (BRASIL, 2002, p. 35).

Em parecer mais recente, pode-se verificar a importância atribuída à pesquisa quando o CNE indica um dos fundamentos pedagógicos dos cursos destinados à Formação Inicial de Professores para a Educação Básica:

a conexão entre o ensino e a pesquisa com centralidade no processo de ensino e aprendizagem, uma vez que ensinar requer, tanto dispor de conhecimentos e mobilizá-los para a ação, como compreender o processo de construção do conhecimento (BRASIL, 2019b, p.5).

Portanto, para esta pesquisa optou-se pela abordagem qualitativa e descritiva (LÜDKE, 2001), em que se teve a preocupação em apresentar os fenômenos educativos que ocorreram nas duas situações: (a) no planejamento da sequência didática e (b) na aplicação da sequência didática visando a aprendizagem significativa e a sua contribuição para o desenvolvimento de conceitos e habilidades geométricas.

3.2 Campo de pesquisa, participantes, materiais e procedimentos

A pesquisa foi realizada numa escola da rede estadual localizada na cidade de Ituiutaba/MG. Essa escola é bem-conceituada pela sua diversidade, pois possui mais de 1500 alunos e oferece Educação Básica e Profissional, sendo: Ensino Fundamental Regular dos Anos Finais; Ensino Médio Regular; Educação de Jovens e Adultos Fundamental dos Anos Finais; Educação de Jovens e Adultos do Ensino Médio; Educação de Jovens e Adultos Fundamental dos Anos Finais – APAC; Educação de Jovens e Adultos do Ensino Médio – APAC; e Ensino Técnico Profissionalizante.

Participaram 20 alunos do terceiro ano do ensino médio que frequentaram o primeiro e o segundo ano pelo ensino remoto por meio do REANP – Regime Especial de Atividades Não Presenciais, e retornaram em 2022 ao ensino presencial. Os alunos não conheciam e nem haviam trabalhado com o software GeoGebra, mas tinha afinidade com outros aplicativos e tecnologias. A professora elaborou um passo a passo com o uso dos comandos e instruções do software para apresentar aos alunos antes da execução das atividades que envolviam os trabalhos no laboratório de informática.

A sequência didática foi aplicada nos horários em que a pesquisadora ministrava aulas para aquela turma na instituição, fora da sala de aula tradicional, em dois ambientes distintos: na sala de aula vinculada à biblioteca, onde havia mesas adequadas para formação de grupos de estudos – o que facilitou a manipulação dos materiais concretos trabalhados durante toda a sequência – e no laboratório de informática, onde cada aluno dispunha de um computador com acesso à internet para a realização das atividades.

Foram utilizados materiais concretos (sólidos geométricos de papel e de acrílico), fichas de papel preenchidas pelos alunos (e recolhidas pela pesquisadora) e o software GeoGebra.

As aulas foram gravadas para transcrição dos diálogos e foram tiradas fotos dos materiais e da lousa da professora.

3.3 Critérios de análise

Para analisar a potencialidade significativa do material de aprendizagem foram tomadas como categorias dos elementos teóricos da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (2003):

- a organização conceitual lógica e hierárquica
- os elementos evidenciáveis do mecanismo de aprendizagem significativa (conhecimentos prévios, significativa x mecânica, recepção x descoberta, diferenciação progressiva e reconciliação integradora).

Para analisar a contribuição da sequência didática para o desenvolvimento de conceitos e habilidades geométricas foram tomadas como categorias:

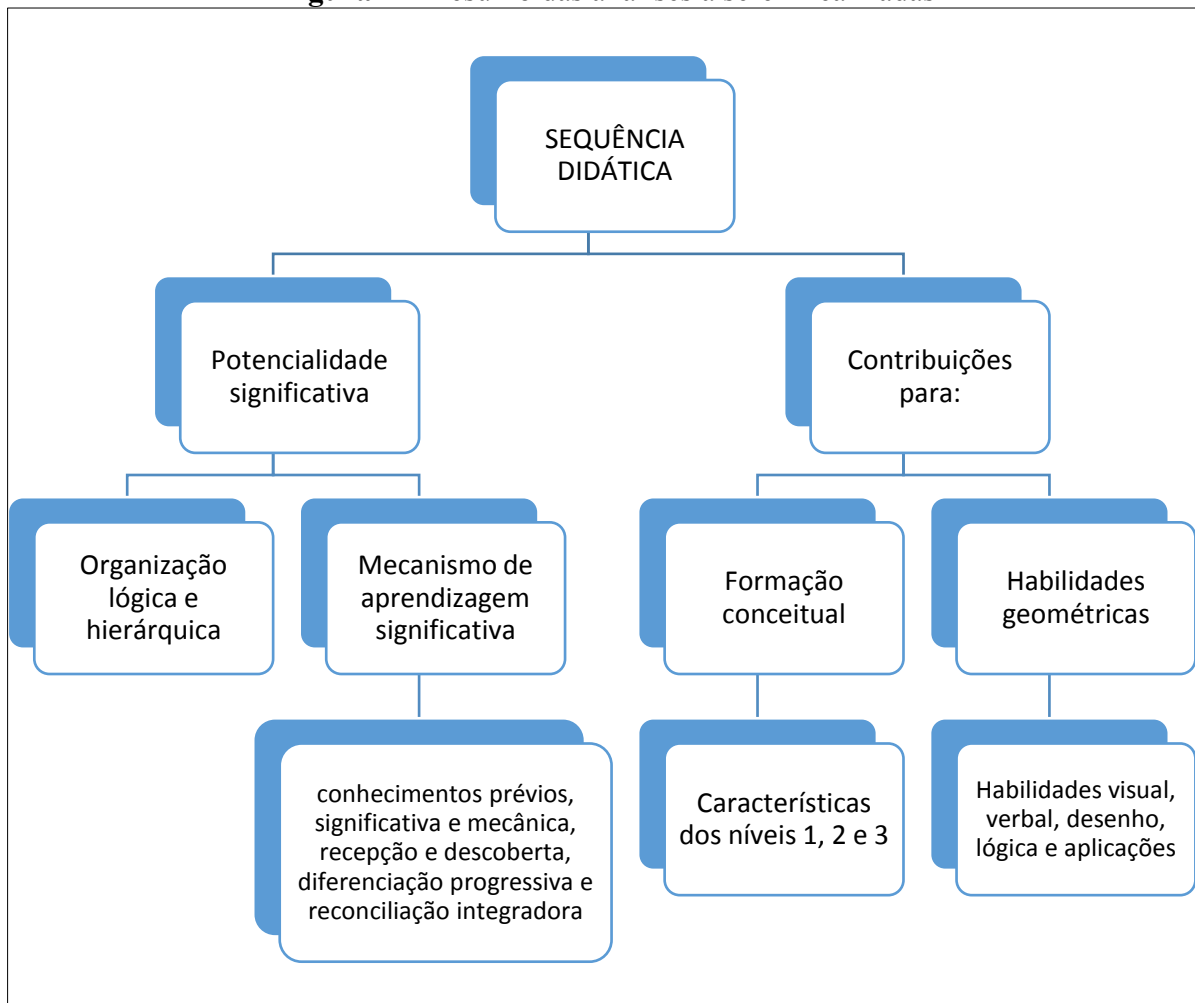
- as características dos níveis 1, 2 e 3 de Van Hiele (1976) e
- as habilidades: visual, verbal, desenho, lógica e aplicações de Hoffer (1981).

Para verificar a organização conceitual lógica e hierárquica foi analisado o planejamento da sequência didática, ou seja, como os conceitos aparecem nas atividades, como elas são sequenciadas e como são agrupadas nos módulos de aplicação. Para isso o material de aprendizagem foi organizado de maneira a identificar a estrutura conceitual intrínseca do conteúdo e elaborado um mapa conceitual para servir de apoio à professora, que segundo o autor Novak (1998), os mapas conceituais, diagramas bidimensionais que indicam relações entre conceitos, são ferramentas gráficas para organizar e representar o conhecimento em uma determinada área.

Os elementos do mecanismo de aprendizagem significativa assim como as características dos níveis de formação conceitual e as habilidades foram evidenciados nas expressões utilizadas para descrever os objetivos propostos no planejamento, os diálogos estabelecidos entre a professora e os alunos, as ações executadas, as respostas escritas e os desenhos dos alunos constantes nas fichas que lhe foram entregues bem como as produções realizadas no GeoGebra.

A Figura 2 resume os critérios adotados.

Figura 2 – Resumo das análises a serem realizadas



Fonte: Elaborado pela Autora

4 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Na elaboração da sequência didática optou-se por uma estrutura de três módulos, cada um deles contendo várias atividades: estas são entendidas como situações em que há explicações e comandos da professora seguidos de ações dos alunos, interação entre os alunos no grupo e entre os grupos para emitir opiniões e justificar suas respostas. Constam nas atividades as instruções para utilizar os comandos do GeoGebra e dois tipos de “tarefas”: as que são formadas por questões em fichas impressas a serem respondidas individualmente pelos alunos (com vistas a avaliar o desenvolvimento de certos conceitos e habilidades) e aquelas referentes às produções realizadas no GeoGebra.

As atividades foram distribuídas em seis aulas, com três módulos: o primeiro módulo denominado “Explorando sólidos geométricos⁸” foi aplicado em três aulas com materiais concretos e totalizou quinze atividades em que foram executadas dez tarefas. Nele os alunos tiveram a oportunidade de identificar as principais figuras geométricas espaciais, explorar suas propriedades e estabelecer relações entre elas.

O segundo módulo denominado “Explorando planificações dos sólidos geométricos” foi aplicado em uma aula com materiais concretos e impressões das planificações em folhas de papel A4, totalizou três atividades e uma tarefa. Nele os alunos tiveram a oportunidade de associar as figuras geométricas espaciais às suas planificações e explorar possibilidades de desenhos de planificação.

Por fim, o terceiro módulo denominado “Explorando o software GeoGebra” foi aplicado em duas aulas, no laboratório de informática onde havia um Datashow e uma tela de projeção à disposição da professora. Cada aluno tinha um computador com acesso à internet e ao software GeoGebra online. Foram realizadas três atividades: na primeira foram dadas instruções básicas para utilização do software; na segunda atividade os alunos acompanharam a professora em várias construções de figuras geométricas como exemplos; e na terceira atividade eles realizaram seis tarefas que consistiam nas próprias construções, apenas sob a inspeção da professora, sendo que as produções individuais foram entregues via e-mail.

No Quadro 3 é apresentada a organização das atividades nos três módulos com as respectivas atividades, os objetivos, os materiais utilizados, a metodologia e a duração. Vale ressaltar que as aulas eram realizadas uma vez por semana com duas aulas geminadas (100

⁸ Não foi encontrada uma distinção precisa acerca das definições de sólidos geométricos e de figuras geométricas. Na descrição das atividades da sequência, essas expressões serão utilizadas, ora para designar um objeto material concreto (feito de acrílico ou de papelão), ora para se referir a desenhos em perspectiva no papel ou na tela do computador.

min), havendo um espaçamento de tempo de uma semana, o que colaborou para que a aplicação fosse bem distribuída.

Quadro 3 – Módulos da sequência didática

MÓDULO 1 - Explorando sólidos geométricos			
Atividades	Objetivos	Materiais e metodologia	Duração
1ª-Propriedades dos poliedros	Identificar propriedades dos poliedros (faces, vértices e arestas).	A professora apresenta alguns sólidos de acrílico e apresenta as propriedades: faces, vértices e arestas.	5 minutos
2ª- Poliedros e não poliedros	Classificar poliedros e não poliedros	Tendo um kit de sólidos geométricos dispostos nas carteiras, cada grupo de alunos forma, a partir da apresentação da professora, duas coleções de figuras que serão depois chamadas de poliedros e não poliedros.	5 minutos
3ª- Definindo poliedros e não poliedros	Definir poliedros e não poliedros e dar exemplos	Cada aluno recebe a Ficha 1 (Apêndice A) e na Tarefa 1 deve: a) definir o que são poliedros e não poliedros; b) elaborar um desenho em perspectiva de um poliedro e outro de um não poliedro.	10 minutos
4ª – Poliedros Convexos e não convexos (introdução)	Classificar poliedros em convexos e não convexos com base em exemplos da professora	Tendo a coleção de poliedros dispostos nas carteiras, cada grupo de alunos forma, com base na classificação feita pela professora, duas coleções de figuras que serão chamadas de poliedros convexos e poliedros não convexos.	5 minutos
5ª – Propriedades dos poliedros convexos e não convexos	Classificar poliedros em convexos e não convexos a partir de suas propriedades	As coleções feitas anteriormente são revisadas pelos alunos de modo a se ter os poliedros convexos e os poliedros não convexos.	5 minutos
6ª - Definindo poliedros convexos e não convexos	Definir poliedros convexos e não convexos	Na Ficha 1, Tarefa 2, cada aluno elabora um desenho em perspectiva de um poliedro convexo e outro de um poliedro não convexo.	5 minutos
7ª –Classificando poliedros pelo número de faces	Classificar e os poliedros pelo número de faces	Com a coleção de poliedros dispostos nas carteiras, cada grupo de alunos classifica os poliedros pelo número de faces.	5 minutos
8ª – Nomeando poliedros pelo número de faces	Nomear os poliedros pelo número de faces	Na Ficha 2 (Apêndice B), Tarefa 3, cada aluno completa a tabela. Na Tarefa 4, cada aluno elabora um desenho de um poliedro e nomeia quanto à convexidade e quanto ao número de faces. Na Tarefa 5, cada aluno nomeia quatro poliedros dados.	10 minutos
9ª – Classificando poliedros regulares e não regulares	Classificar os poliedros em regulares e não regulares a partir da congruência das faces	Com a coleção de poliedros dispostos nas carteiras, cada grupo de alunos classifica os poliedros em regulares (todas as faces congruentes) e poliedros não regulares (nem todas as faces são congruentes).	5 minutos
10ª – Definindo poliedros regulares e não regulares	Definir e identificar os 5 poliedros regulares	Os alunos são solicitados a deixar apenas a coleção dos poliedros regulares nas carteiras. Na Ficha 3 (Apêndice C), Tarefa 6, completa a tabela dos Poliedros regulares.	5 minutos
11ª – Relação de Euler	Identificar a Relação de Euler e aplicá-la a	Na Ficha 3, Tarefa 7, os alunos são solicitados a identificar a Relação de Euler	10 minutos

	outros poliedros.	a partir da regularidade de números em uma tabela e aplicar a relação em outros poliedros, que se encontra na Tarefa 8.	
12ª – Prismas e Pirâmides	Classificar os poliedros em pirâmides e prismas, dos que não são nem prismas e nem pirâmides.	Com a coleção de todos os poliedros dispostos nas carteiras, cada grupo de alunos forma três coleções de figuras com base no que acreditaria serem prismas e pirâmides, e nem prismas e nem pirâmides.	5 minutos
13ª - Propriedades dos prismas e pirâmides	Classificar prismas e pirâmides a partir de suas propriedades	As coleções feitas anteriormente são revisadas pelos alunos de modo a se ter prismas e pirâmides, e nem prismas e nem pirâmides.	5 minutos
14ª – Definindo prismas e pirâmides	Definir prismas e pirâmides	Na Ficha 4 (Apêndice D), Tarefa 9, cada aluno elabora um desenho em perspectiva de um prisma ou pirâmide e nomeia quanto à base.	10 minutos
15ª – Nomeando os poliedros	Nomear os poliedros	A professora sorteia uma fichinha com o nome do sólido de acordo com sua nomenclatura, e os alunos (com todos os sólidos sobre a mesa) identifica e levanta algumas peças para a professora conferir.	10 minutos
MÓDULO 2 - Explorando planificações dos sólidos geométricos			
Atividades	Objetivos	Materiais e metodologia	Duração
1ª- Explorando planificações do cubo	Reconhecer as possíveis e não possíveis planificações do cubo	A professora apresenta várias planificações do cubo e apresenta as possibilidades e não possibilidades.	15 minutos
2ª- Representando planificações	Representar no plano a planificação possível das figuras geométricas	Na Ficha 4, Tarefa 10, cada aluno escolhe uma figura geométrica e elabora um desenho de sua possível planificação.	15 minutos
3ª- Associando planificações	Associar as planificações aos seus sólidos geométricos	A professora apresenta várias planificações na lousa e solicita que o grupo identifique a qual sólido geométrico corresponde cada planificação.	15 minutos
MÓDULO 3 - Explorando o software GeoGebra			
Atividades	Objetivos	Materiais e metodologia	Duração
1ª- Conhecendo instruções para o uso do GeoGebra 5.0	Apresentar instruções básicas de noção do software GeoGebra, comandos, construções e planificações.	A professora apresenta via Datashow no laboratório de informática, slides com animação, de maneira a apresentar o software GeoGebra, um passo a passo para construção e planificação de sólidos geométricos.	15 minutos
2ª- Construindo sólidos geométricos com o uso do software GeoGebra	Construir com o uso do software GeoGebra sólidos geométricos, explorando os conceitos e procedimentos em geometria, juntamente com os comandos para construções e planificações.	A professora faz construções dos sólidos geométricos (cubo, tetraedro, prisma pentagonal regular, prisma pentagonal não regular) com sua tela compartilhada via Datashow com seus alunos para que possam acompanhar e realizar as construções juntamente com a professora.	35 minutos
3ª- Construindo prismas e pirâmides com o uso do software GeoGebra	Construir figuras geométricas com o uso do software GeoGebra explorando os conceitos e procedimentos em	A professora acompanha as construções de figuras geométricas propostas: Tarefa 11 (construir um prisma regular de base quadrangular), Tarefa 12 (construir um prisma regular de base triangular), Tarefa	50 minutos

	geometria	13 (construir um prisma com base em “L”), Tarefa 14 (construir uma pirâmide regular de base triangular), Tarefa 15 (construir um pirâmide regular de base quadrangular), Tarefa 16 (prisma não convexo). Nesse momento a professora acompanha individualmente e também de forma coletiva, orientando e tirando as dúvidas surgidas.	
--	-----------	---	--

Fonte: Elaborado pela Autora (2023)

Para a realização dos módulos, foram seguidas as instruções do quadro elaborado acima conforme sua organização e sua respectiva ordem de execução das atividades.

4.1 Aplicação da sequência didática em sala

Nessa subseção, serão descritos detalhadamente a execução dos três módulos, com transcrições dos diálogos, imagens da professora e alunos executando as atividades, e figuras das atividades realizadas pelos alunos.

Módulo 1 – Explorando Sólidos Geométricos com o uso de materiais concretos

Esse primeiro módulo foi realizado em três aulas de 50 minutos, com aplicação de quinze atividades: todas elas contaram com materiais (sólidos geométricos) confeccionados de papel rígido. Além da manipulação do material, das respostas às perguntas feitas pela professora e dos diálogos estabelecidos entre os alunos, houve a oportunidade de os estudantes registrarem em uma ficha de papel (Tarefas) as suas ideias e conclusões e de representarem as figuras na forma de desenhos no papel.

1ª ATIVIDADE - Propriedades dos poliedros

Inicialmente foi solicitado aos estudantes que formassem quatro grupos com 4 ou 5 alunos em cada. Na mesa da professora estava uma caixa com uma coleção de sólidos geométricos em acrílico que foi apresentada aos alunos. Cada grupo recebeu um kit com diversos sólidos geométricos em papel rígido (papel cartão), contendo poliedros (pirâmides, prismas e outros) e não poliedros (cilindro, cone, esfera e outros), e cartões denominados poliedros e não poliedros, poliedros convexos e não convexos, poliedros regulares e não regulares, prismas e pirâmides, nem primas e nem pirâmides.

A apresentação das figuras geométricas espaciais deu-se na seguinte sequência: a professora posicionada na frente da sala pegou um prisma de base hexagonal (sem defini-lo),

apresentou-o como um sólido geométrico⁹ ou figura geométrica espacial, formado por seis faces iguais¹⁰ (faces formadas por polígonos retangulares) e duas faces opostas, também chamadas de bases (formadas por polígonos hexagonais). Salientou que todas as faces são formadas por superfícies planas, apoiando-as na lousa para melhor entendimento do significado. Apresentou os elementos que compõem essa figura: faces (são as superfícies planas, compostas por, no mínimo, três arestas e que correspondem, no plano, aos polígonos), arestas (intersecção entre duas faces, ou seja, um segmento de reta comum a duas faces) e vértices (são os “bicos” ou “pontas”, ou seja, o ponto de encontro de três ou mais arestas) e enumerou suas quantidades a partir da manipulação do sólido. Em seguida, pegou uma pirâmide de base pentagonal (sem defini-la), apresentou-a também como um sólido geométrico, esse formado por cinco faces iguais e uma face diferente. Fez, então, algumas indagações aos alunos. Parte desse diálogo encontra-se a seguir:

Professora: Nesse momento, estou com outro sólido geométrico em minhas mãos, e gostaria de saber qual polígono forma essa face lateral?

Alunos: Triângulo.

Professora: E nessa outra face lateral, qual é o polígono?

Alunos: Também é um triângulo.

Professora: E ele é do mesmo tamanho da anterior?

Alunos: Sim.

Professora: Com isso, o que vocês podem notar?

Alunos: Que todas as faces laterais desse sólido geométrico são formadas por triângulos iguais.

Professora: Agora, qual polígono forma essa face, que também é chamada de base, onde todas as faces laterais se apoiam?

Alunos: Um pentágono.

Professora: Muito bem. Então, todas as faces desse sólido geométrico são formadas por superfícies planas. Agora eu quero saber, quantas faces, arestas e vértices tem esse sólido geométrico? Mas quero que apenas um representante de cada grupo responda e que todos estejam de acordo.

Alunos do grupo 1: Tem 6 faces, 10 arestas e 6 vértices.

Alunos do grupo 2: Tem 5 faces, 10 arestas e 6 vértices.

Alunos do grupo 3: Tem 6 faces, 10 arestas e 5 vértices.

Alunos do grupo 4: Tem 6 faces, 10 arestas e 6 vértices.

Professora: A resposta correta é: 6 faces, 10 arestas e 6 vértices.

Na sequência, pegou um hexaedro regular (sem defini-lo), apresentou também como um sólido geométrico, formado por seis faces, todas iguais, formadas por quadrados. A professora fez algumas indagações aos alunos:

Professora: Por qual nome vocês conhecem esse sólido?

Alunos: Cubo.

⁹ A professora explicou que a expressão “sólidos geométricos” não se referia explicitamente ao material, já que as peças eram de papel ou acrílico e que, portanto, eram objetos “ocós” e não “sólidos”.

¹⁰ Ainda se utilizou a palavra “iguais” em vez de “congruentes”.

Professora: Ok. Observe que todas as faces são formadas por superfícies planas. Agora eu quero saber, quantas faces, arestas e vértices tem o cubo? Mas quero que apenas um representante de cada grupo responda e que todos estejam de acordo.

Alunos do grupo 1: Tem 6 faces, 12 arestas e 8 vértices.

Alunos do grupo 2: Tem 6 faces, 12 arestas e 8 vértices.

Alunos do grupo 3: Tem 6 faces, 12 arestas e 8 vértices.

Alunos do grupo 4: Tem 6 faces, 12 arestas e 8 vértices.

Professora: Todos concordam com as respostas dadas?

Alunos: Sim.

Professora: Todos estão corretos. São 6 faces, 12 arestas e 8 vértices.

Colocou os três sólidos geométricos que já tinham sido apresentados de um lado da mesa. Na sequência, pegou um cilindro e um cone (sem defini-los), apresentou-os também como sólidos geométricos classificados que são chamados de corpos redondos, formados por uma ou mais superfícies que não são planas. A professora, apontando os sólidos, fez uma indagação aos alunos: *Por quais nomes vocês conhecem esses sólidos?* Os alunos responderam: *Cilindro e cone.* Então a professora fez os alunos observarem que o cone tem uma superfície plana, mas esta não é chamada de face porque não é um polígono; que o cilindro tem duas faces planas na forma de círculo (portanto não são faces, são chamadas de bases e pertencem a planos distintos e paralelos) e por uma superfície lateral curva. Conclui, então, que nem todos os sólidos geométricos apresentam faces, vértices e arestas, mas podem possuir outras propriedades. Acrescentou que os sólidos geométricos podem ser chamados de figuras geométricas tridimensionais. Na Figura 03 são mostradas imagens da atividade sendo realizada pela professora na sala vinculada a biblioteca da escola.

Figura 03 - Realização da 1ª atividade



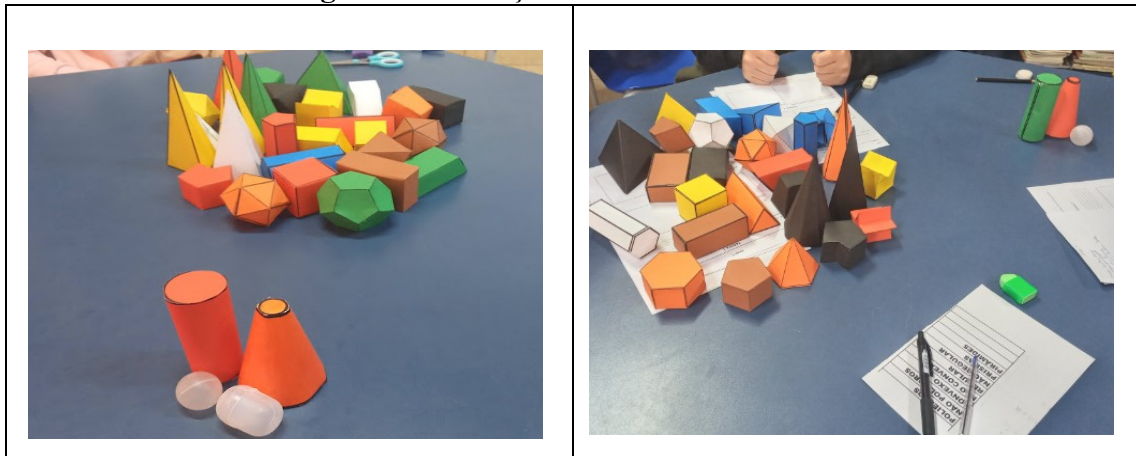
Fonte: Elaborada pela pesquisadora

Nessa atividade durante as indagações feitas pela professora para saber se os alunos conheciam alguns dos sólidos apresentados, foi possível evidenciar os conhecimentos prévios dos alunos, as dificuldades na habilidade de visualização e esclarecer as dúvidas.

2ª ATIVIDADE - Poliedros e não poliedros

Com os sólidos dispostos nas carteiras, foi pedido para que os alunos formassem somente duas coleções, sendo que em uma delas só deveriam aparecer figuras formadas por faces, vértices e arestas (Coleção 1) e na outra coleção figuras que não fossem inteiramente formadas por faces, vértices e arestas (Coleção 2). A Figura 04 mostra dois exemplos de coleções formadas pelos alunos.

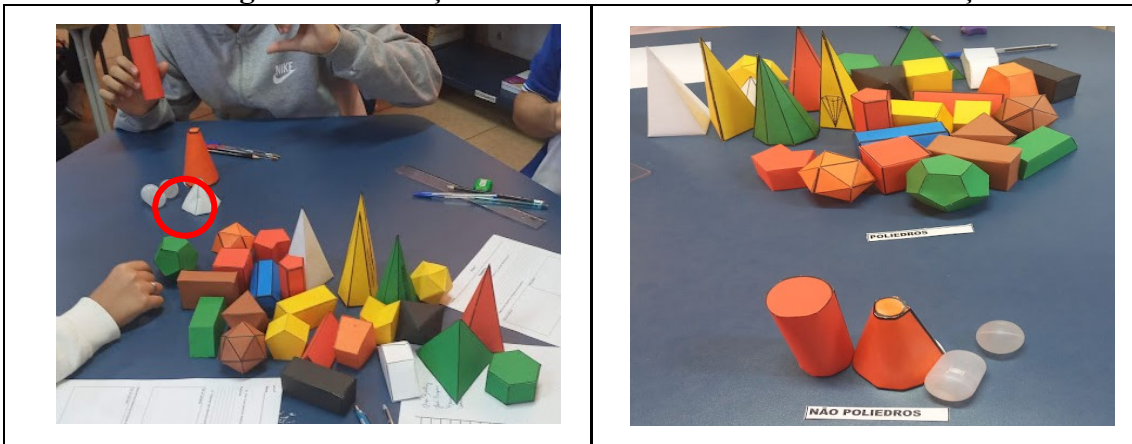
Figura 04 - Coleções formadas na 2ª atividade



Fonte: Elaborada pela pesquisadora

A professora percorreu os grupos dos alunos e verificou se realmente a classificação estava correta. Ao se deparar com alguma figura errada, sem identificar qual seria, questionava: “*Nessa coleção de sólidos geométricos tem uma figura errada, identifique-a e coloque na coleção correta*”. E se, mesmo assim, a figura permanecesse na coleção errada, a professora pegava o sólido e questionava: “*Porque esta figura está na coleção errada?*”. Na Figura 05 são mostradas imagens da atividade sendo realizada pelos alunos: na primeira há um sólido na coleção errada e a segunda imagem mostra os sólidos agrupados e identificados corretamente.

Figura 05 - Coleções formadas na 2ª atividade e identificação



Fonte: Elaborada pela pesquisadora

Com as coleções corretamente formadas, a professora explicou que as figuras da Coleção 1 podiam ser chamadas de “Poliedros” e as da Coleção 2 de “Não Poliedros”. Pediu para que eles identificassem com os cartões nominiais que foram entregues junto com o kit.

A partir da identificação correta de cada grupo, a professora fez algumas indagações, pedindo para que eles respondessem levantando os sólidos geométricos de acordo com cada pergunta: *“No grupo dos não poliedros, há cilindro? Há cones? Há esferas? Existe outra figura diferente, mas que se enquadra como não poliedros? (por exemplo: uma esfera “cortada ao meio”, um cilindro “cortado ao meio” de forma longitudinal).* Em cada indagação, a professora observava se algum dos grupos levantava algum sólido geométrico errado, e caso isso acontecesse, questionava os componentes do grupo se estavam certos da resposta e nos casos de erros, a professora explicava no exato momento o motivo da resposta estar errada.

3ª ATIVIDADE - Definindo poliedros e não poliedros

Para finalizar a exploração do conceito de poliedro, foi entregue a cada aluno a Ficha 1 em que constava a Tarefa 1: a) definir o que são poliedros e não poliedros; b) elaborar um desenho à mão livre em perspectiva de um poliedro e outro de um não poliedro (podendo escolher sólidos que estavam sobre as carteiras). Na Figura 06 são mostradas algumas respostas dos alunos. Observou-se que a maioria dos alunos conseguiu descrever os atributos dos poliedros e indicar algumas características dos não poliedros; destacaram que nos poliedros todas as superfícies são planas e que os não poliedros possuem uma curva ou uma face arredondada. Quanto aos desenhos, a maioria dos alunos optou pelo cubo como exemplo

de poliedro e outros desenharam paralelepípedo e prismas; já para os não poliedros, muitos optaram pelo cilindro ou pela esfera.

Figura 06 - Respostas na 3ª Atividade

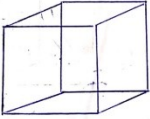

TAREFA 1

a) Com suas palavras, explique: O que são Poliedros? E o que são Não Poliedros?

Resposta:

Poliedro é aquele que tem faces planas, todas as faces unidas.
 Não poliedro é aquele que tem alguma face arredondada que não esteja em superfície plana, ou seja, não tem vértices e bordas.

b) Elaborar dois desenhos de figuras em perspectiva:

<p>De um poliedro</p> 	<p>Não poliedro</p> 
---	--

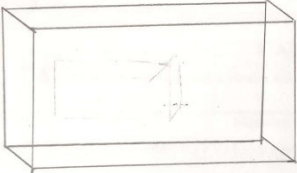

TAREFA 1

a) Com suas palavras, explique: O que são Poliedros? E o que são Não Poliedros?

Resposta:

Poliedros são todos os corpos que contém as faces planas, todas as faces unidas.
 Não poliedros são os corpos que possuem uma ou mais faces arredondadas, ou seja, não possuem vértices e bordas.

b) Elaborar dois desenhos de figuras em perspectiva:

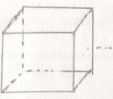

<p>De um poliedro</p> 	<p>Não poliedro</p> 
---	---

TAREFA 1

a) Com suas palavras, explique: O que são Poliedros? E o que são Não Poliedros?

Resposta: Poliedros: *tem lados e as faces planas.*
 Não poliedros: *tem parte arredondada, curvas e sem faces planas.*

b) Elaborar dois desenhos de figuras em perspectiva:



De um poliedro	Não poliedro
	

TAREFA 1

a) Com suas palavras, explique: O que são Poliedros? E o que são Não Poliedros?

Resposta: Poliedros possuem *lados, faces e aresta e forma plana.*
 Não poliedros *tem parte arredondada, curvas e sem faces planas.*

b) Elaborar dois desenhos de figuras em perspectiva:

De um poliedro	Não poliedro
	

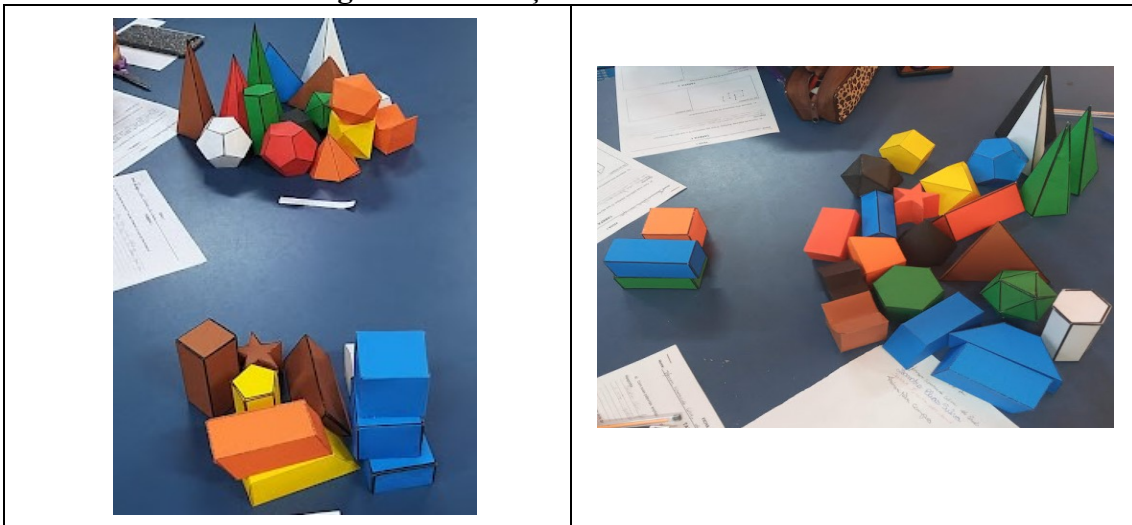
Fonte: Elaborada pela pesquisadora

Durante a execução dessa atividade, pode-se observar a capacidade de desenho dos alunos em perspectivas tridimensional e a obtenção das informações quando descreve os atributos e características nas definições.

4ª ATIVIDADE - Poliedros Convexos e não convexos (introdução)

Na continuidade, os alunos foram solicitados a deixar apenas os poliedros sobre a mesa. Em seguida, tendo apenas os poliedros sobre sua mesa, a professora pegou quatro poliedros: dois convexos e dois não convexos e formou assim duas coleções; disse aos alunos que eles deveriam adivinhar qual o critério utilizado por ela e que deveriam fazer a mesma classificação com o seu kit, ou seja, formar duas coleções. Algumas coleções organizadas pelos alunos podem ser vistas na Figura 07.

Figura 07 - Coleções formadas na 4ª atividade



Fonte: Elaborada pela pesquisadora

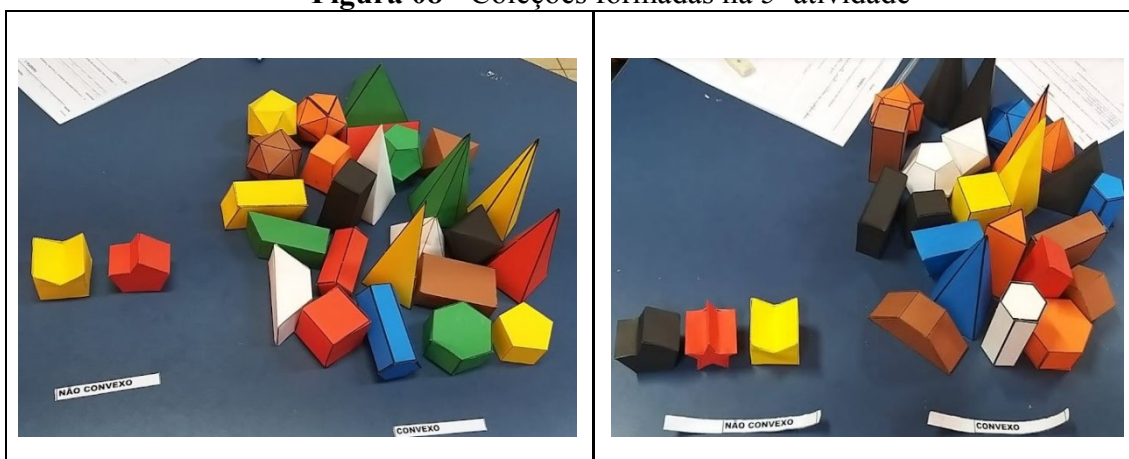
A professora percorreu os grupos dos alunos avaliando as coleções e indagando acerca do critério utilizado por eles. Percebendo que a primeira classificação feita por ela não era suficiente para trabalhar o conceito (muitos haviam se equivocado na formação das coleções e estavam inseguros ao explicar o critério adotado), pegou mais dois exemplos de figuras e ampliou as duas coleções anteriormente apresentadas. Pediu, então, que observassem as suas coleções e fizessem as alterações necessárias.

5ª ATIVIDADE - Propriedades dos poliedros convexos e não convexos

A professora observou que os grupos estavam mudando os sólidos geométricos de coleção; logo após essas mudanças, informou que na primeira coleção ela havia colocado exemplos de “Poliedros Convexos” e na segunda coleção exemplos de “Poliedros Não Convexos”. Com um poliedro na mão, explicou que poliedros convexos são aqueles que possuem a seguinte característica: ao se ligarem dois pontos quaisquer pertencentes à região interna do poliedro, o segmento de reta obtido (que tem extremidades nestes pontos) fica totalmente contido no interior do poliedro. Com um Poliedro Não Convexo em mãos, explicou que a característica é: existe segmento de reta que conecta dois pontos da região interna do poliedro e que não fica totalmente contido no interior desse poliedro.

Após a definição, os alunos foram solicitados a avaliar as coleções formadas e, caso estas estivessem corretas, a utilizar os cartões para fazer a identificação dos poliedros convexos e dos não convexos, conforme pode ser visto na Figura 08.

Figura 08 - Coleções formadas na 5ª atividade



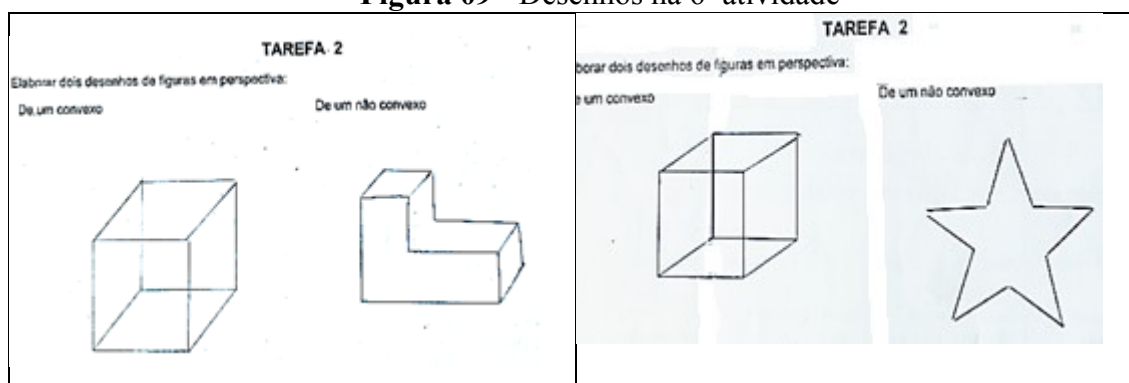
Fonte: Elaborada pela pesquisadora

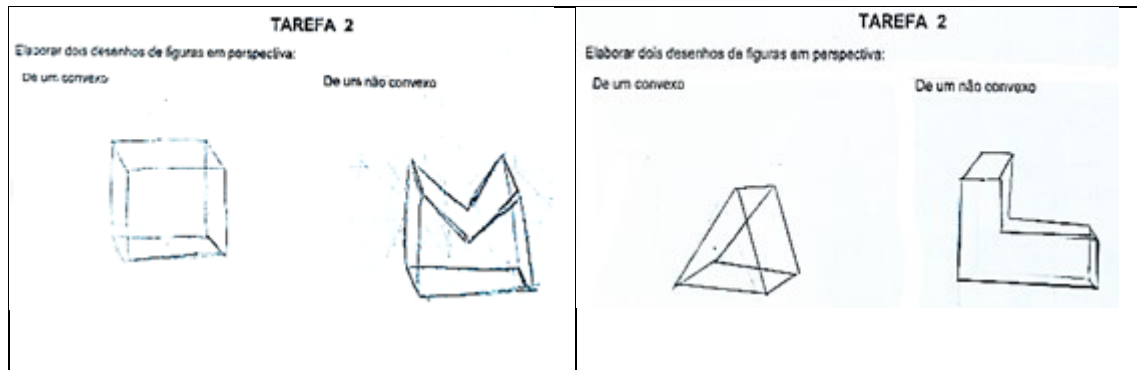
Durante a realização da quarta e quinta atividades, houve uma demanda de tempo para conseguirem entender os critérios adotados, mas em um segundo momento após as definições os alunos conseguiram reconciliar os critérios adotados com um novo conceito e fazer a identificação correta.

6ª ATIVIDADE- Definindo poliedros convexos e não convexos

Os alunos foram solicitados a realizar a Tarefa 2 (Ficha 1), em que deviam elaborar um desenho em perspectiva de um poliedro convexo e outro de um poliedro não convexo (podiam escolher poliedros que estavam em cima da carteira). Foi observado que a maioria dos alunos optou por desenhar o cubo ou um quadrado como exemplo de poliedros convexos; como exemplo de poliedros não convexos, utilizaram os exemplos de prismas que estavam sobre a carteira: alguns apoiavam sobre a folha apenas uma de suas faces e a contornavam, outros tentaram desenhar em perspectiva. A Figura 09 ilustra alguns desenhos elaborados nessa atividade.

Figura 09 - Desenhos na 6ª atividade





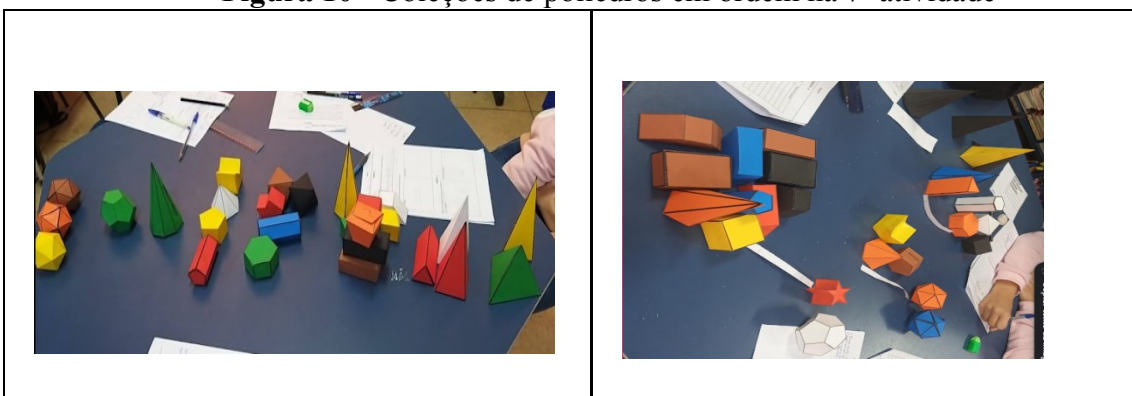
Fonte: Elaborada pela pesquisadora

Na realização da sexta atividade, os alunos pareciam traduzir numa figura as informações verbais e transcrever as figuras com algum entendimento tridimensional.

7ª ATIVIDADE - Classificando poliedros pelo número de faces

A professora pegou um poliedro e contou o número de faces. A seguir pediu para que cada aluno pegasse um poliedro e contasse o número de faces da sua figura. Então, solicitou que cada grupo ordenasse o seu kit, ou seja, que colocasse uma fila de poliedros (ou de subcoleções) em ordem crescente de acordo com o número de faces. Apesar de terem dificuldade para contar as faces do icosaedro, acertaram facilmente à contagem para os outros sólidos. As coleções de sólidos geométricos dispostos em ordem pelos alunos foram expostas na Figura 10.

Figura 10 - Coleções de poliedros em ordem na 7ª atividade



Fonte: Elaborada pela pesquisadora

Nessa atividade, a professora ajudou os alunos a contarem as faces do icosaedro, e os demais fizeram sozinhos. Os alunos entenderam que diferentes formas podem pertencer a um mesmo grupo de nomenclaturas.

8ª ATIVIDADE - Nomeando poliedros pelo número de faces

Depois de os alunos terem ordenado os poliedros sobre a mesa, a professora entregou aos alunos a Ficha 2, Tarefa 3, e solicitou que completassem uma tabela em branco com o número de faces e o respectivo nome do poliedro; fez o primeiro com 4 faces (tetraedro) e o último com vinte faces (icosaedro), indagando qual seria o nome mais apropriado a partir da utilização de “edro” com o significado de face. A professora percorreu os grupos dos alunos e verificou se realmente a nomenclatura estava correta. Ao se deparar com nomenclatura errada, a professora fazia indagações sobre o prefixo e corrigia. Na Figura 11 são exibidas duas tabelas elaboradas por dois grupos de alunos com as nomenclaturas corretas.

Figura 11 - Tabelas preenchidas na Tarefa 3 da 8ª atividade

TAREFA 3				TAREFA 3			
Complete a Tabela				Complete a Tabela			
Nº de faces	Nome do poliedro	Nº de faces	Nome do poliedro	Nº de faces	Nome do poliedro	Nº de faces	Nome do poliedro
4	Tetraedros	20	icosaedros	4	Tetraedro	20	Icosaedro
5	Pentaedros			5	Quintaedro		
6	hexaedros			6	Hexaedro		
7	heptaedros			7	Heptaedro		
8	octaedros			8	Octaedro		
9	eneaedros			9	Enaedro		
10	decaedros			12	Dodecaedro		

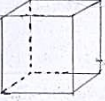
Fonte: Elaborada pela pesquisadora

Para finalizar esse momento, a professora solicitou que realizassem na Ficha 2, Tarefa 4: na primeira questão tinham que desenhar um poliedro e nomeá-lo quanto ao número de faces e à convexidade. Na Tarefa 5 eram apresentadas algumas figuras e pedia-se o número de faces e a classificação quanto à convexidade. Notou-se que a maioria dos alunos desenhou poliedros convexos, principalmente o cubo. Também tiveram alguns alunos que optaram pelo desenho de poliedros não convexos, utilizando-se dos exemplos de prismas que estavam sobre a carteira, apoiando apenas uma de suas faces na folha. Na Figura 12 podem ser vistas as tarefas 4 e 5 de três grupos distintos.

Figura 12 – Respostas da Tarefa 4 e da Tarefa 5





TAREFA 4

Faça um desenho em perspectiva de um poliedro, nomeie quanto à convexidade (convexo ou não convexo) e nomeie quanto ao número de faces.

Desenho 	Nomeação Convexo 6 faces, hexaedro.
--	---


TAREFA 5

Para cada poliedro a seguir, nomeie quanto à convexidade e quanto ao número de faces.

a) 	b) 	c) 	d) 
Quanto à convexidade: Não convexo Quanto ao nº de faces: 8 faces	Quanto à convexidade: convexo Quanto ao nº de faces: 5 faces	Quanto à convexidade: convexo Quanto ao nº de faces: 7 faces	Quanto à convexidade: Não convexo Quanto ao nº de faces: 7 faces





TAREFA 4

Faça um desenho em perspectiva de um poliedro, nomeie quanto à convexidade (convexo ou não convexo) e nomeie quanto ao número de faces.

Desenho 	Nomeação Tetraedro 4 faces Convexo
--	---

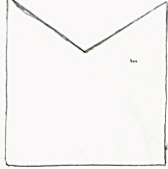
TAREFA 5

Para cada poliedro a seguir, nomeie quanto à convexidade e quanto ao número de faces.

a) 	b) 	c) 	d) 
Quanto à convexidade: não convexo Quanto ao nº de faces: 8	Quanto à convexidade: convexo Quanto ao nº de faces: 5	Quanto à convexidade: convexo Quanto ao nº de faces: 7	Quanto à convexidade: não convexo Quanto ao nº de faces: 7





TAREFA 4

Faça um desenho em perspectiva de um poliedro, nomeie quanto à convexidade (convexo ou não convexo) e nomeie quanto ao número de faces.

Desenho 	Nomeação Poliedro não convexo Heptaedro
--	---

TAREFA 5

Para cada poliedro a seguir, nomeie quanto à convexidade e quanto ao número de faces.

a) 	b) 	c) 	d) 
Quanto à convexidade: não convexo Quanto ao nº de faces: 8 faces	Quanto à convexidade: convexo Quanto ao nº de faces: 5 faces	Quanto à convexidade: convexo Quanto ao nº de faces: 7 faces	Quanto à convexidade: não convexo Quanto ao nº de faces: 7 faces

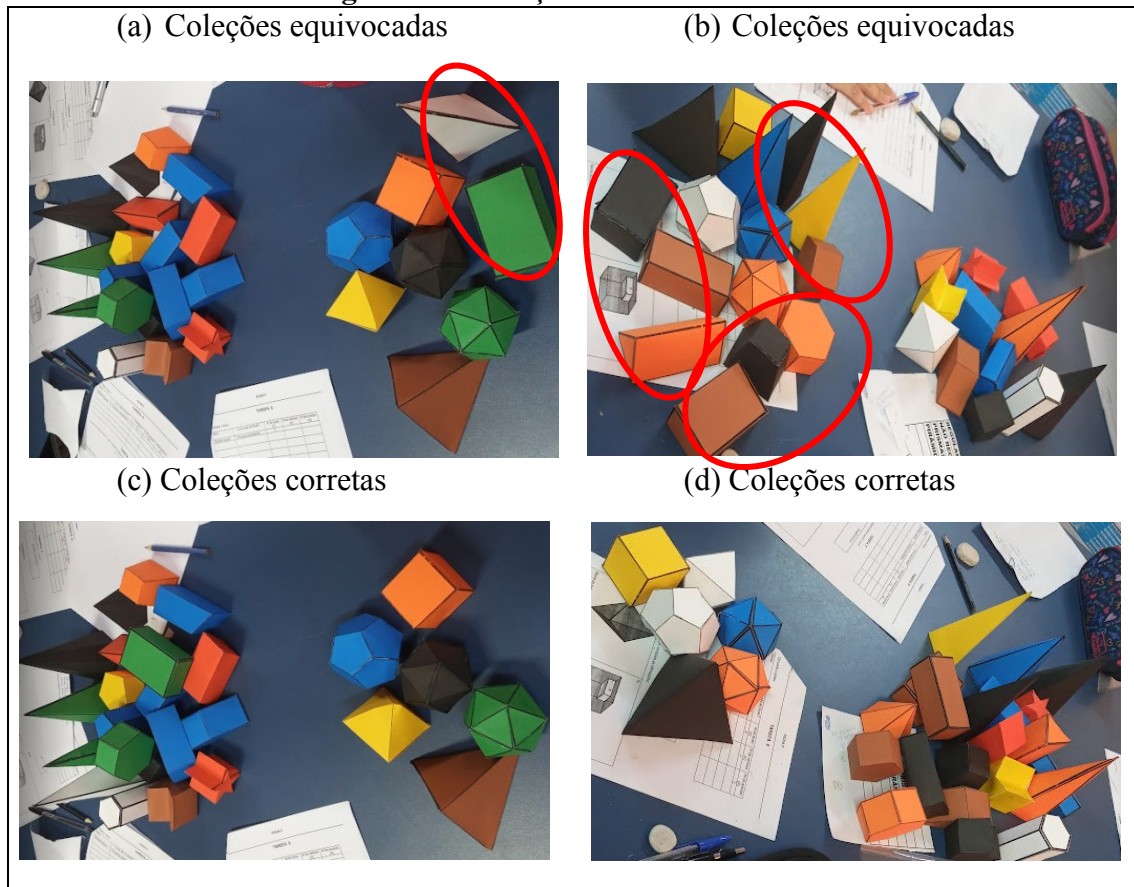
Fonte: Elaborada pela pesquisadora

Na oitava atividade, os alunos demonstraram entendimento e reconhecimento dos diferentes tipos de figuras e suas classificações mediante identificação de suas características.

9ª ATIVIDADE – Classificando poliedros regulares e não regulares

Escolhendo entre os sólidos que estavam dispostos sobre sua mesa, a professora pegou quatro poliedros: dois regulares (um cubo e um tetraedro) e dois não regulares (um prisma e uma pirâmide), formou duas coleções e indagou aos alunos: “*Sem que eu explique o critério que estou adotando, tente separar os seus poliedros em duas coleções, com o mesmo critério*”. A professora percorreu os grupos avaliando as coleções e observou que a maioria dos alunos não conseguiu identificar o critério adotado por ela. A professora então explicou que na primeira coleção cada poliedro tinha todas as faces iguais (ou congruentes) e que na outra coleção estavam poliedros que não tinham todas as faces congruentes. Após a explicação, com os critérios definidos, a professora pediu para que eles tentassem fazer a mesma classificação com o seu kit novamente. Podem-se notar visivelmente na Figura 13, as duas coleções formadas de maneira equivocada e duas coleções corretas.

Figura 13 - Coleções formadas na 9ª atividade



Fonte: Elaborada pela pesquisadora

Para a realização dessa atividade, foram necessários mais sólidos como exemplos, para que os alunos adivinhassem os critérios que estavam sendo adotados, no qual os alunos conseguiram fazer uma diferenciação entre eles e os reconciliavam logo em seguida pertencendo ao mesmo grupo.

10ª ATIVIDADE – Definindo poliedros regulares e não regulares

Após percorrer os grupos e verificar que as coleções estavam corretas, a professora informou que no primeiro grupo ela havia colocado dois exemplos de “Poliedros Regulares” e no segundo dois exemplos de “Poliedros Não Regulares”. Com um poliedro regular na mão, construiu a definição junto com os alunos, indagando:

Professora: Como vamos definir o que são poliedros regulares?

Alunos: São os poliedros em que todas as faces são iguais.

Professora: Mas estas faces devem ser como?

Alunos: Polígonos regulares

Professora: E o que são polígonos regulares?

Alunos: São aqueles que possuem lados e ângulos congruentes.

Professora: Os poliedros regulares são todos convexos?

Alunos: Sim.

Professora: É possível ser regular e não convexo?

Alunos: Não.

Professora: Então vocês acham que podemos definir que: Poliedros Regulares são aqueles que possuem todas as faces congruentes e formadas por polígonos regulares?

Alunos: Sim.

Professora: E como podemos definir os Poliedros Não Regulares?

Alunos: São todos os poliedros em que as faces não são todas congruentes.

A professora então definiu que Poliedros Regulares são aqueles que:

- a) têm todas as suas faces congruentes e formadas por polígonos regulares
- b) de cada vértice parte o mesmo número de arestas.

Nesse momento, os alunos foram solicitados a avaliar a sua classificação anterior e a deixar em cima das carteiras apenas os poliedros regulares. A professora questionou:

Professora: Quantos poliedros existem na coleção dos poliedros regulares?

Alunos: São cinco.

Professora: Vocês acham que existe outro poliedro regular, além desses cinco?

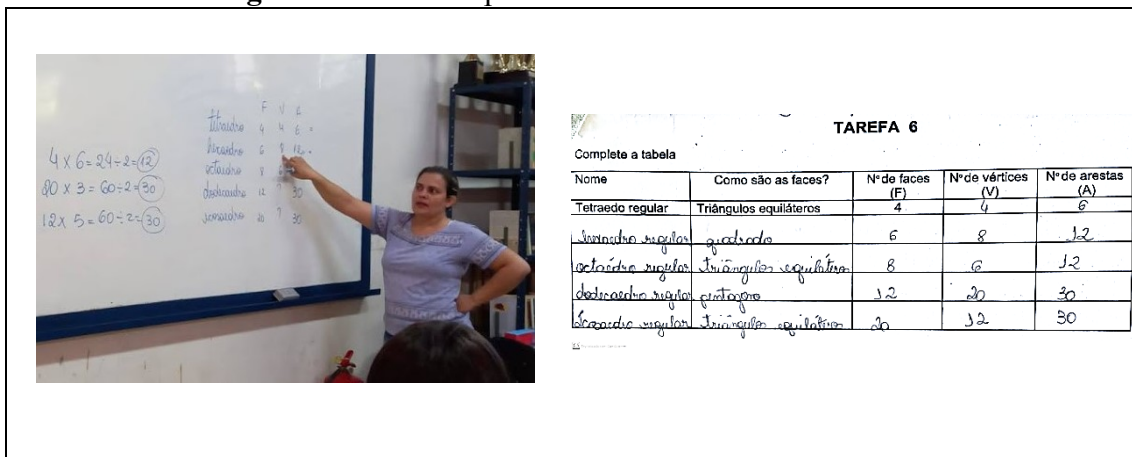
Alunos: Não.

Professora: Perfeito! Realmente não existe outro poliedro regular, além desses cinco.

A seguir, os alunos recebem a Ficha 3 e foram solicitados a preencher a tabela da Tarefa 6. Para encaminhar o preenchimento da tabela, a professora pediu para que cada grupo

levantasse o primeiro poliedro com o menor número de faces, nomeasse as faces, contasse os vértices e arestas e completasse a primeira linha da tabela que estava na lousa. O preenchimento da tabela foi feito em conjunto com a professora, com alguns questionamentos como: “Se o octaedro regular tem 8 faces triangulares e cada face é um triângulo, não deveria ter $8 \times 3 = 24$ arestas?”. Na Figura 14 são ilustradas imagens da tabela sendo preenchida pela professora na lousa e a tabela feita por um aluno nesta tarefa.

Figura 14 - Tabelas preenchidas na Tarefa 6 na 10ª atividade



Fonte: Elaborada pela pesquisadora

Durante a realização da décima atividade, a professora fazia indagações a todo o momento sobre: a nomenclatura, a forma poligonal de cada face da figura e a quantidade dos elementos que compunha em cada sólido.

11ª ATIVIDADE - Relação de Euler

Após terem preenchido a tabela da Tarefa 6 juntamente com a professora, ela fez algumas indagações aos alunos para ver se conseguiam reconhecer alguma relação entre F, V e A. Segue parte desse diálogo:

Professora: Meninos, olhando a tabela da Tarefa 6 preenchida, vocês conseguem enxergar alguma relação que envolva o número de faces, vértices e arestas?

Alunos: Não.

Professora: Ok. Observe na linha do tetraedro: se eu somar o número de faces com número de vértices, qual valor que eu tenho?

Alunos: Oito.

Professora: Ótimo. A soma dá oito e o número de aresta é seis. Agora vamos para a linha do hexaedro: se eu somar o número de faces com o número de vértices, qual resultado que eu tenho?

Alunos: Quatorze.

Professora: Isso mesmo. A soma dá quatorze e o número de aresta é doze. Com base nessas duas linhas que calculamos vocês conseguem verificar a existência de alguma relação?

Alunos: Sim.

Professora: Qual?

Alunos: A soma do número de face com o número de vértice são duas unidades maiores que o número de arestas.

Professora: Isso mesmo. Então, faça a verificação para o octaedro, dodecaedro e icosaedro.

Após a verificação solicitada e o reconhecimento da existência da relação entre F, V e A, a professora escreveu no quadro que essa relação era representada por $V + F = A + 2$ e denominada Relação de Euler – essa informação deveria ser preenchida no quadro da Tarefa 7, na Ficha 3.

A professora então afirmou que todo poliedro em que vale a Relação de Euler é chamado de poliedro euleriano. Na sequência, a professora pegou um prisma de base pentagonal e uma pirâmide de base quadrangular e fez na lousa a verificação da Relação de Euler para poliedros não regulares. Com essa verificação, concluiu que a Relação de Euler também se pode valer para poliedros não regulares, e em seguida, pediu para que os alunos realizassem a Tarefa 8, da Ficha 3. Essas tarefas podem ser vistas na Figura 15, realizada por um aluno.

Figura 15 - Preenchimento da Tarefa 7 e 8 na 11ª Atividade

TAREFA 7

A partir da tabela anterior, qual a relação existente entre F, V e A?

RELAÇÃO DE EULER


$F + V = A + 2$

$F + V = A + 2$
 $F + V = A + 2$
 $12 + 8 = 20 + 2$
 $20 + 8 = 28 + 2$

TAREFA 8

Para cada poliedro a seguir, complete as afirmações:

a)

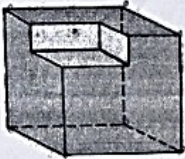


Nome do poliedro (quanto ao número de faces):
 F=...8... V=...6... A=...12...

Vale a Relação de Euler? Sim

É um poliedro regular? Sim

b)



Nome do poliedro (quanto ao número de faces):
 F=...9... V=...14... A=...21...

Vale a Relação de Euler? Sim

É um poliedro regular? Não

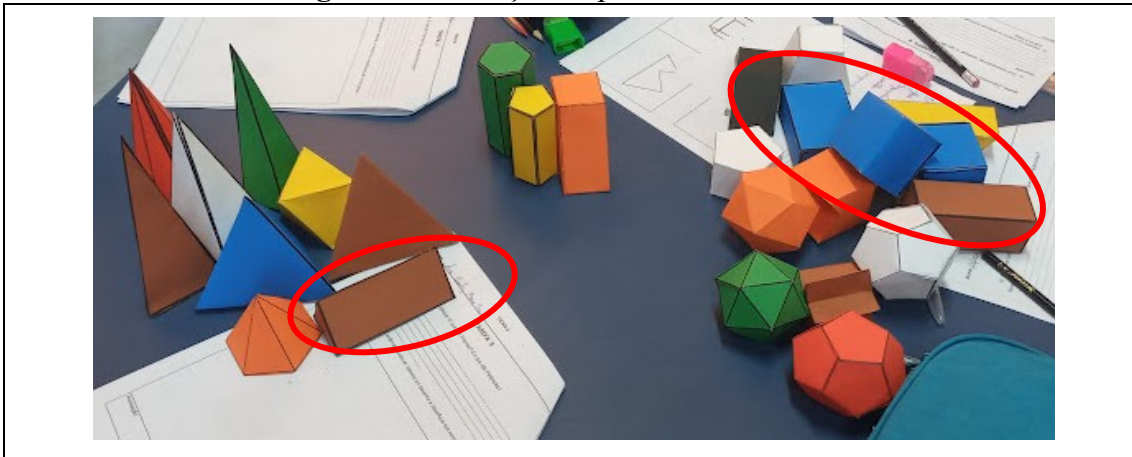
Fonte: Elaborada pela pesquisadora

Valendo-se de diálogo para reconhecer a relação existente entre faces, vértices e arestas, os alunos conseguiram enxergar a relação existente e realizar a Tarefa 8 corretamente.

12ª ATIVIDADE – Prismas e pirâmides

Para a realização dessa atividade, foi solicitado que os alunos dispusessem todos os poliedros sobre a mesa. Em seguida, foi pedido para que formassem somente três coleções: uma de pirâmides, outra de prismas (ou que julgassem ser coleção de prismas) e uma terceira coleção formada por poliedros não classificados nem em prismas nem em pirâmides. Na Figura 16, onde uma coleção foi montada pelos alunos, nota-se que algumas figuras foram colocadas nas coleções de maneira equivocada.

Figura 16 - Coleção de poliedros na 12ª atividade



Fonte: Elaborada pela pesquisadora

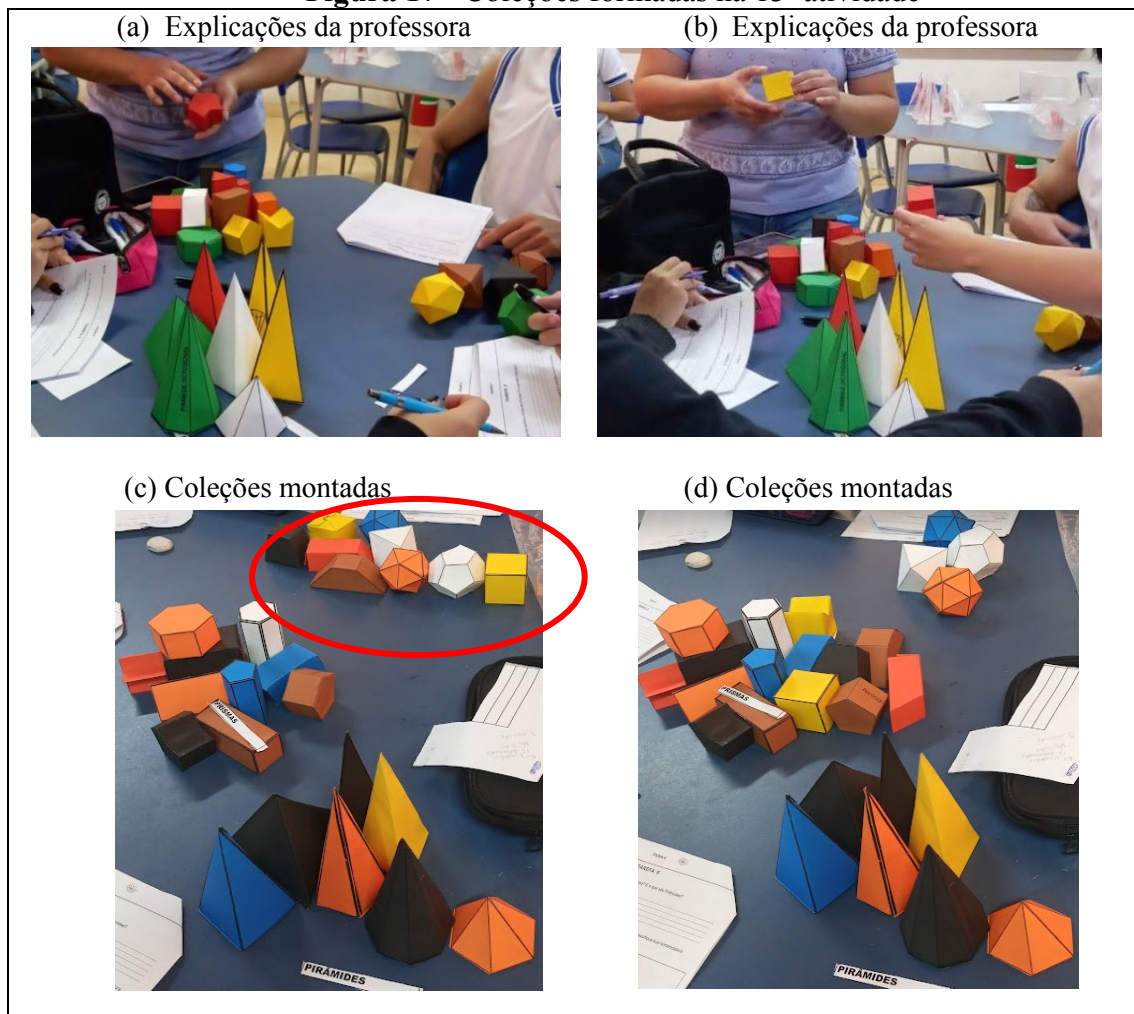
Contando somente com os conhecimentos prévios do ensino fundamental, notou-se nessa atividade que a maioria dos alunos não conseguia identificar todos os prismas, principalmente aqueles que tinham como bases poliedros não convexos, deixando-os na coleção de nem prismas e nem pirâmides. Ainda foi possível observar que os alunos consideravam que qualquer sólido geométrico que tivesse face triangular pertencia ao grupo das pirâmides.

13ª ATIVIDADE - Propriedades dos prismas e pirâmides

Como a professora percorreu pelos grupos e notou algumas dificuldades, ela pegou um prisma e descreveu as propriedades dos prismas (possuem duas bases paralelas e congruentes e faces laterais formadas sempre por paralelogramos). Com dois poliedros nas mãos, fez algumas indagações: “Qual desses dois sólidos é um prisma? E por que chegaram a essa conclusão?”. Depois, pegou uma pirâmide e descreveu para os alunos as propriedades das pirâmides (possui todos os vértices pertencentes ao plano da base (a base é um polígono qualquer) com exceção de um vértice. Além disso, as faces laterais são formadas sempre por triângulos com um vértice comum. Da mesma forma, pegou um exemplo e um não exemplo

de pirâmide e indagou: “Qual desses dois sólidos é uma pirâmide? E por que chegaram a essa conclusão”? Após ouvir as explicações dos alunos, pediu para que conferissem as coleções que haviam feito e, caso algum sólido estivesse na coleção errada, que mudassem para a coleção correta. A professora voltou a percorrer os grupos e quando encontrava algum sólido classificado de modo errado, solicitava a identificação de suas propriedades e pedia para que o grupo o colocasse na coleção correta. Observou-se que a maioria dos alunos não conseguiu identificar como prismas aqueles que tinham trapézios e que os deixaram na coleção de nem prismas e nem pirâmides. A Figura 17 (a) e (b) exibe dois episódios em que a professora apontava as características dos prismas e das pirâmides, e as classificações podem ser vistas na Figura 17 (c) e (d): aquela feita de modo equivocado, antes da explicação da professora, e a coleção correta montada após as explicações.

Figura 17 - Coleções formadas na 13ª atividade



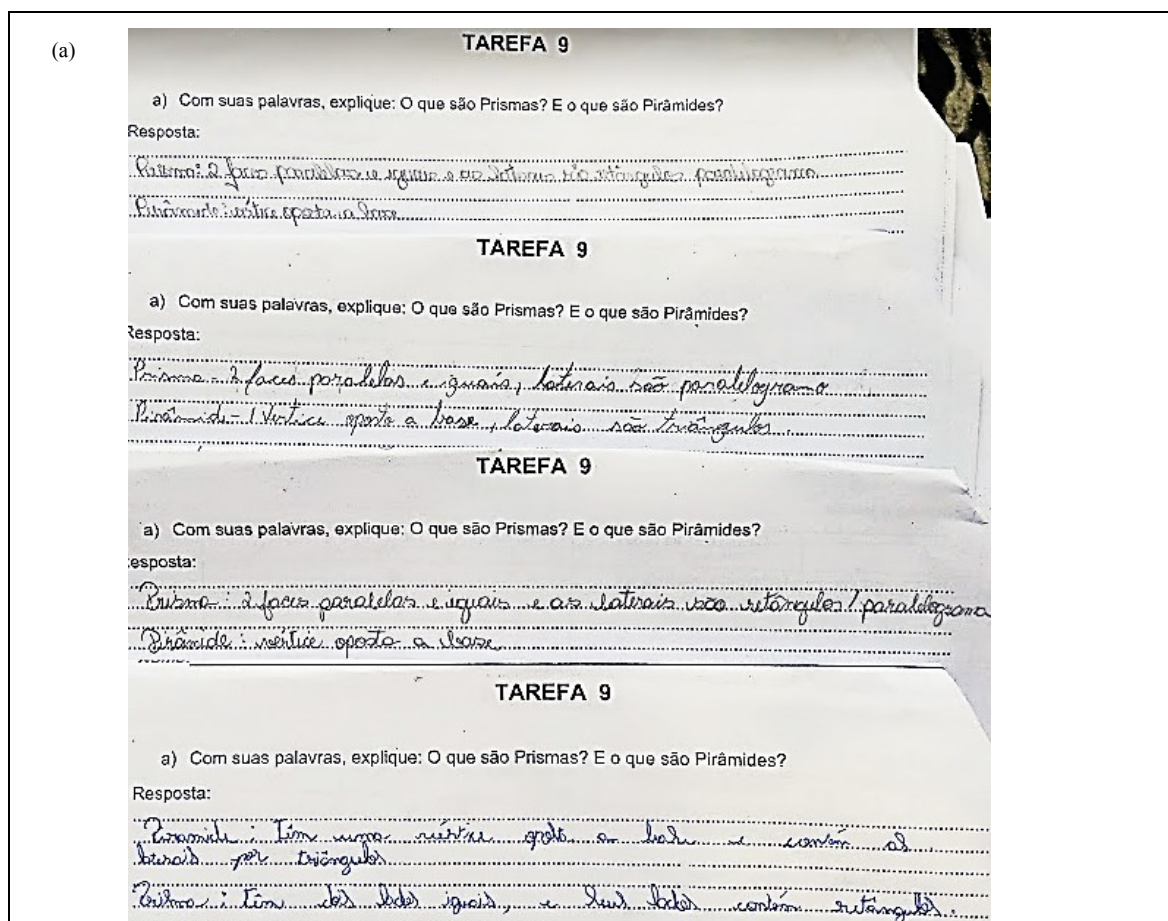
Fonte: Elaborada pela pesquisadora

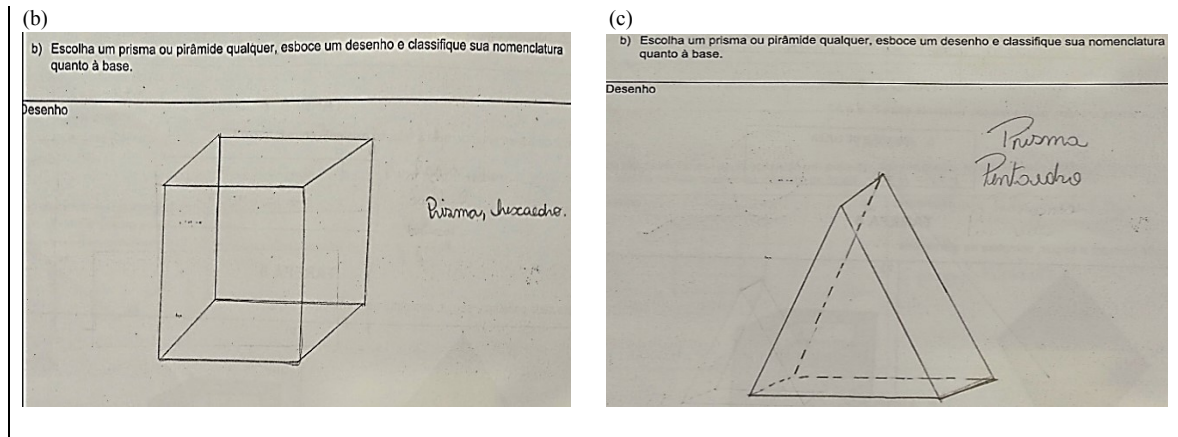
Pode-se observar que os alunos reconhecem as características das diferentes figuras geométricas apresentadas no sólido geométrico, porém as suas propriedades ainda de forma generalizada.

14ª ATIVIDADE - Definindo prismas e pirâmides.

Na sequência, a professora entregou a Ficha 4 com a Tarefa 9: a) definir o que são prismas e pirâmides; b) esboce um desenho à mão livre de um prisma ou pirâmide qualquer e classifique sua nomenclatura quanto à base. Exemplo: pirâmide de base decagonal, ou ainda, prisma de base pentagonal. Enquanto realizavam as atividades, a professora caminhava pelos grupos observando e corrigindo quando necessário. Observou-se que a maioria dos alunos conseguiu descrever os atributos relacionados aos prismas e pirâmides, identificando algumas características que os diferem. Quanto aos desenhos feitos em perspectiva, todos os alunos optaram por desenhar um prisma, sendo o cubo e o paralelepípedo os exemplos da maioria; alguns alunos optaram pelo prisma de base triangular apoiados na face lateral. A Figura 18 ilustra imagens: (a) as respostas da definição de prismas e pirâmides, (b) e (c) a segunda atividade da Tarefa 9.

Figura 18 - Respostas e desenhos na 14ª atividade





Fonte: Elaborada pela pesquisadora

Pode-se constatar que na realização da atividade os alunos descrevem com palavras precisas a definição e os diferenciam com relação as suas propriedades desenhando em perspectivas tridimensionais.

15ª ATIVIDADE – Nomeando os poliedros

Após recolher a Ficha 4 com a Tarefa 9 realizada, a professora pediu para que os alunos colocassem todos os sólidos geométricos sobre a mesa. Com uma caixinha sobre sua mesa, que continha todos os nomes dos sólidos trabalhados (exemplos: tetraedro, octaedro, pirâmide de base pentagonal, prisma de base triangular, entre outros), sorteava uma fichinha com a nomenclatura do sólido e um aluno de cada grupo deveria identificar qual era esse sólido e levantar para que a professora pudesse conferir se a nomenclatura estava de acordo com o sólido levantado. A professora perguntava se todos os demais componentes do grupo estavam de acordo com as respostas dadas e, caso houvesse erros, ela faria as correções necessárias.

Módulo 2 – Explorando planificações dos sólidos geométricos

Nesse módulo, com duração de uma aula de 50 minutos, foram trabalhadas as planificações dos sólidos geométricos, com aplicação de três atividades; em cada uma delas foram distribuídas planificações confeccionadas em papel A4 juntamente com os kits dos sólidos geométricos confeccionados de papel rígido. Foram feitas indagações objetivando a associação das figuras geométricas com as respectivas planificações, a identificação das diferentes planificações possíveis e não possíveis e o desenho das planificações no papel.

1ª ATIVIDADE – Explorando planificações do cubo

Inicialmente a professora colou na lousa planificações feitas de papel dizendo que havia algumas planificações possíveis e outras impossíveis de um determinado poliedro. Depois entregou para cada grupo cinco planificações diferentes do cubo já cortadas, porém abertas, para que os alunos pudessem montar e desmontar. A professora, sem identificar as planificações, perguntou: *“Qual sólido geométrico está representado nessas planificações?; todos responderam: um cubo”*. Em seguida, a professora pegou o cubo e o colocou sobre sua mesa, apresentou outras duas planificações (uma possível e outra não possível) diferentes das que foram entregues e que já estavam cortadas e as dobrou, apontando sua possibilidade e não possibilidade. Na sequência, pediu para que os alunos fizessem o mesmo com as planificações que foram entregues e identificassem quais seriam possíveis e não possíveis. Depois que os alunos identificaram as planificações, dirigiu-se a lousa onde estavam algumas planificações já coladas, apontou-as e perguntou: *“Quais dessas planificações do cubo, vocês acham que são representações possíveis?”* Para cada uma, pedia para que levantassem as mãos aqueles que concordavam que a planificação era possível, anotava na lousa a quantidade de alunos que concordava ou discordava e, em seguida, pedia para que o grupo que estivesse com aquela planificação levantasse e mostrasse a resposta correta fazendo as dobraduras. Por fim, a professora separou quais as planificações eram possíveis e quais não eram possíveis. Observou-se que, no início, os alunos encontraram certa dificuldade naquela distinção, mas a partir da terceira planificação apontada pela professora na lousa, a maioria dos alunos já conseguia distinguir as planificações possíveis das não possíveis. Na Figura 19 pode ser vistas imagens da primeira atividade do segundo módulo sendo desenvolvida pelos alunos.

Figura 19 - Realização da 1ª atividade do 2º módulo





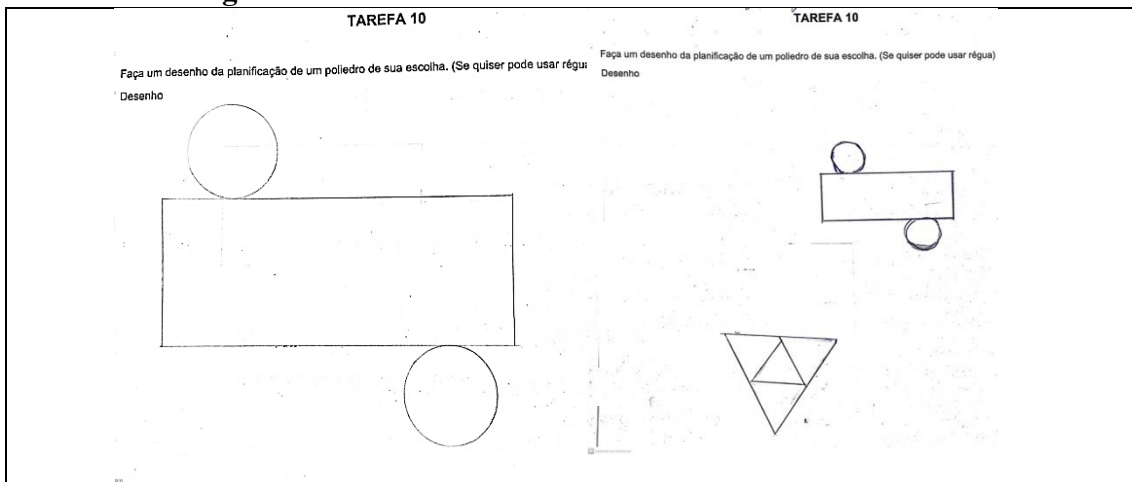
Fonte: Elaborada pela pesquisadora

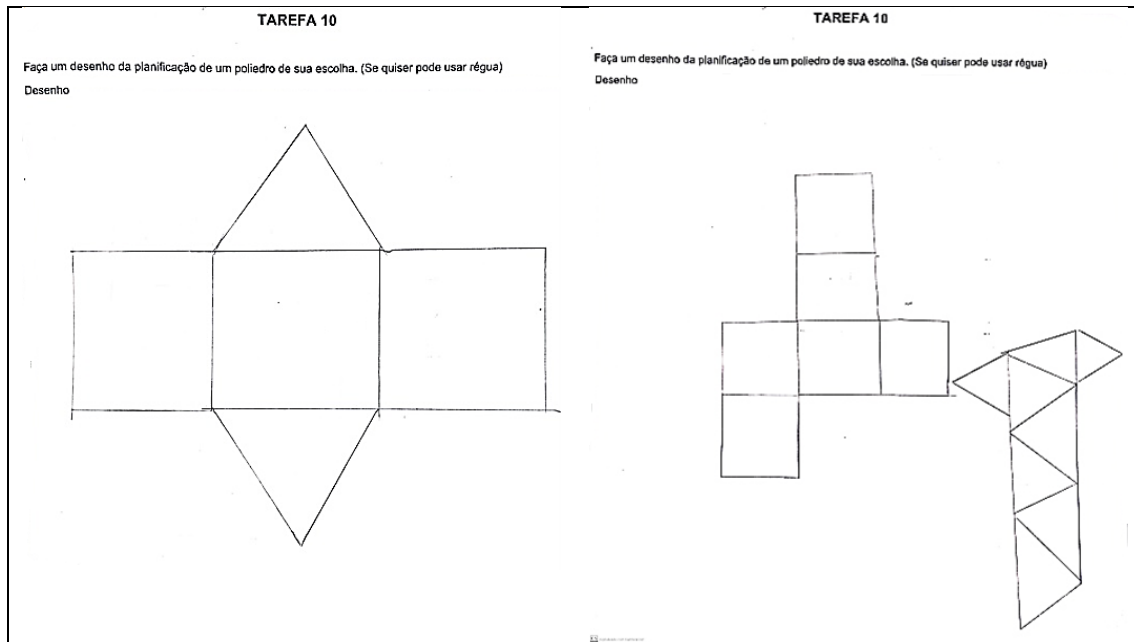
Observou-se que nessa atividade tiveram uma boa repercussão, os alunos conseguiam chegar as respostas corretas por meio de movimentos de rotação com as mãos e manipulações dos sólidos, pareciam que os alunos realizavam as planificações mentais tentando sobrepor suas faces num plano.

2ª ATIVIDADE – Representando planificações

Ao final da dinâmica da primeira atividade das planificações, a professora pediu para que cada aluno escolhesse um sólido geométrico de seu kit, e propôs na Ficha 4, Tarefa 10, que tentasse fazer sua planificação. Observou-se que a maioria dos alunos não se restringiu ao desenho da planificação do cubo, e sim diversificou as figuras: cilindro, tetraedro, paralelepípedo, prisma triangular, entre outros. A realização da Tarefa 10 é ilustrada na Figura 20, sendo uma imagem de cada componente dos grupos.

Figura 20 – Desenhos da Tarefa 10 da 2ª atividade do 2º módulo





Fonte: Elaborada pela pesquisadora

Durante o planejamento dessa atividade, já se imaginava que alguns alunos teriam dúvidas com relação à planificação dos sólidos que envolveria a manipulação mental de suas faces ao plano. Porém, todos encontraram meios para desenvolver suas habilidades gráficas.

3ª ATIVIDADE – Associando planificações

Após o esboço das planificações dos sólidos geométricos de livre escolha na Tarefa 10, a professora pediu que os alunos colocassem sobre a mesa todos os poliedros, enquanto isso colava na lousa várias planificações de poliedros em folha de papel A4. A seguir, apontou para cada uma delas e perguntou: “*Qual sólido geométrico está representado nessa planificação?*”. Para responder esse questionamento, pediu para que os alunos levantassem o sólido correspondente. Em caso de sólidos identificados erroneamente, a professora questionava se todos os componentes estavam de acordo e os corrigia. Após todos os grupos terem identificado cada sólido corretamente, indagava: “*Vocês saberiam me dizer qual o nome desse sólido?*”. Em caso de respostas incorretas, ela os corrigia. Observou-se que a maioria dos alunos nessa atividade identificou e nomeou corretamente as figuras.

Ao fim desse módulo, almejou-se que os alunos tivessem a capacidade de interpretar informações a partir de figuras, manipular imagens mentais para o reconhecimento das inter-relações e propriedades comuns entre diferentes tipos de figuras geométricas

Módulo 3 – Explorando Sólidos Geométricos com o uso do software GeoGebra

Nesse último módulo, formado por duas aulas de 50 minutos, foram aplicadas três atividades, todas realizadas no laboratório de informática, onde cada aluno teve um computador com internet para acessar o software GeoGebra online. Com o auxílio do Datashow – que projetou na lousa a tela do computador da professora – foram apresentados os comandos e algumas instruções básicas acerca do software e realizadas certas construções de figuras e de suas planificações, com exploração de vários conceitos de geometria. Na última aula, os alunos realizaram as tarefas individualmente, solicitando orientação da professora em caso de surgimento de dúvidas, e entregaram as produções via e-mail.

1ª ATIVIDADE – Instruções para o uso do GeoGebra 5.0

A professora levou os alunos para o laboratório de informática, onde cada aluno teve disponível um computador com acesso ao software GeoGebra Online, e projetou as instruções para o uso do GeoGebra 5.0 na parede via Datashow. Enquanto seguia mostrando o passo a passo, os alunos acompanhavam e repetiam os comandos em seus computadores. Segue abaixo as instruções no seu passo a passo:

1. Iniciar o GeoGebra 5.0, gratuitamente e on-line pelo link: <https://www.GeoGebra.org/classic?lang=pt>, ou ainda, é possível baixar e instalar gratuitamente.

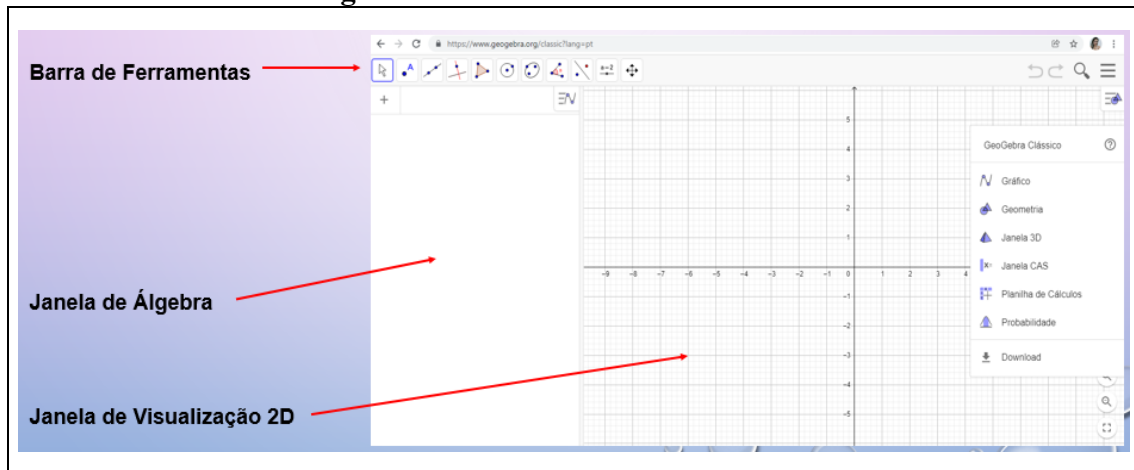
Figura 21 - Ícone do software GeoGebra



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

2. Na área de trabalho há uma barra de ferramentas e duas janelas: a janela algébrica, a janela de visualização geométrica em **2D** e o menu de configurações.

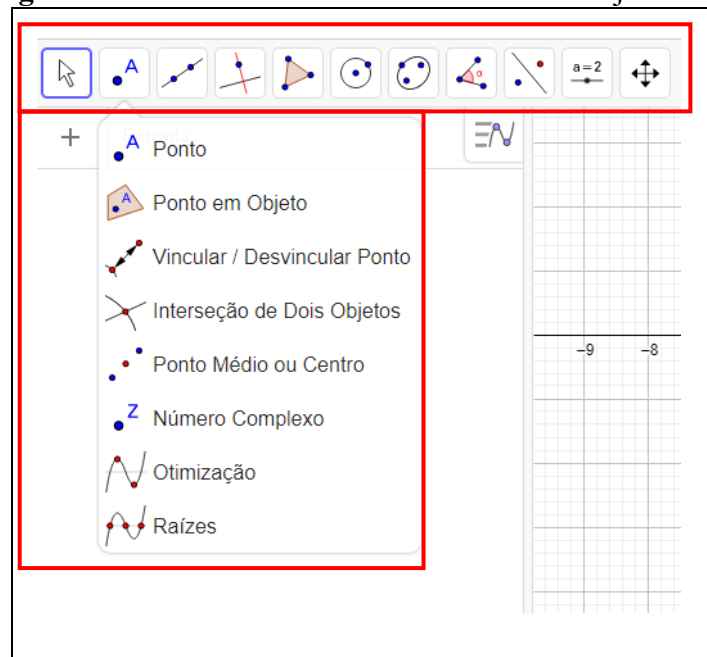
Figura 22 - Tela inicial do software GeoGebra



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

3. Na parte superior da tela do lado esquerdo existe uma barra: BARRA DE MENUS, que está dividida em 11 janelas e que cada uma possui vários comandos. Para visualizar as principais funções de cada janela, basta clicar no ícone desejado e aparecerão na parte de baixo suas funções.

Figura 23 - Barra de menus e de ferramentas da janela 2D



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

4. Para exibir a Janela de Visualização **3D**, basta no menu canto superior.

que irá abrir um outro menu de opções.

Em seguida, clica agora nos três pontos.

que irá abrir novamente mais um outro menu

e por fim clique na opção

Janela de visualização **3D**

OBS.: Você também pode obter a Janela de Visualização **3D**, Pressionando **Ctrl + Shift + 3**

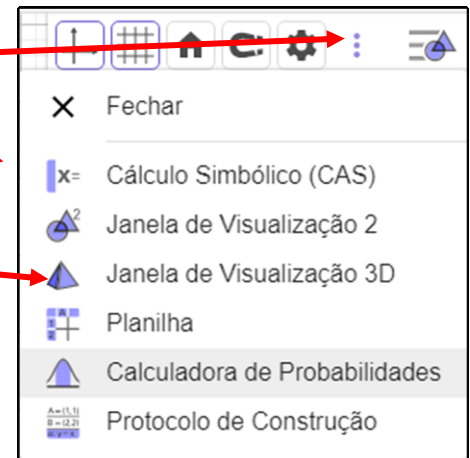
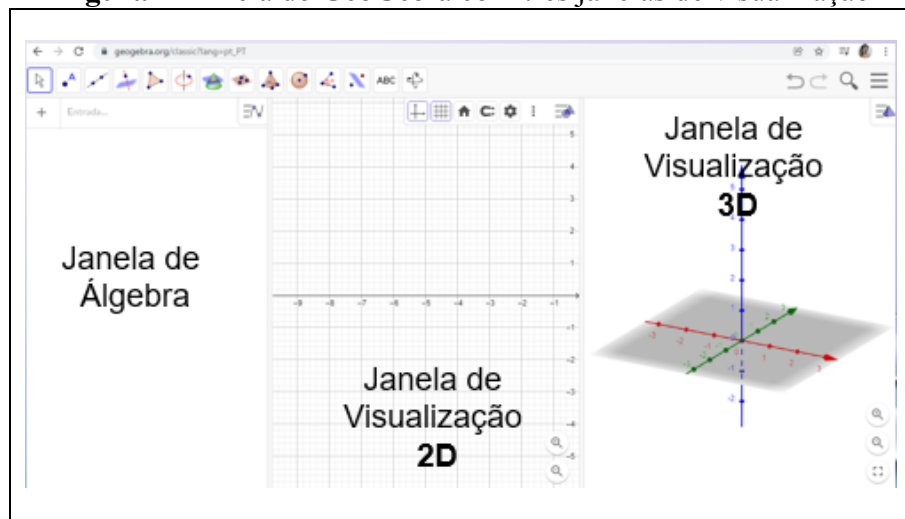


Figura 24 - Tela do GeoGebra com três janelas de visualização

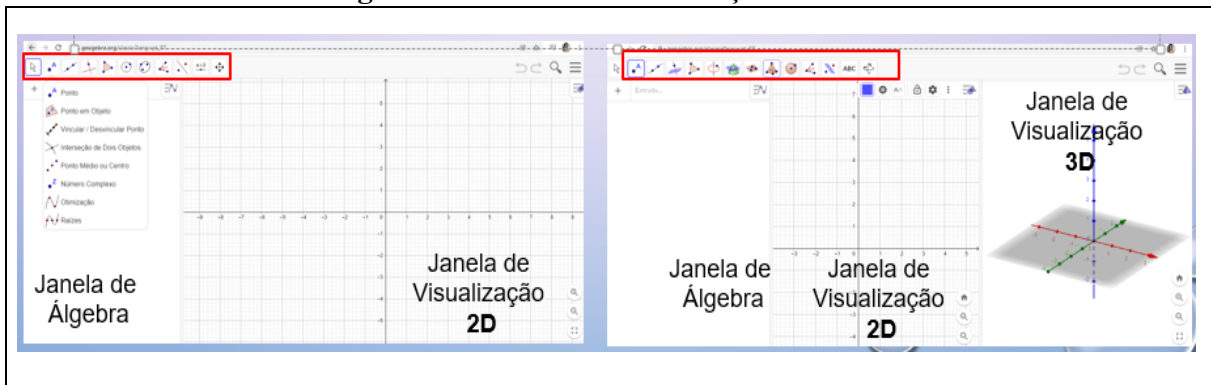


Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

5. As mudanças nas telas de visualização 2D para 3D:

Na Barra de Ferramentas que estava dividida em 11 janelas aumentou para 14 janelas, onde novos ícones importantes para a construção de alguns sólidos e suas planificações, entre vários outros comandos.

A Barra de Ferramenta altera de acordo com qual Janela de Visualização **2D/3D** você esteja trabalhando, ou seja, basta clicar em qual tela você irá trabalhar e depois clicar no ícone, e o programa abrirá as opções referentes a esta janela.

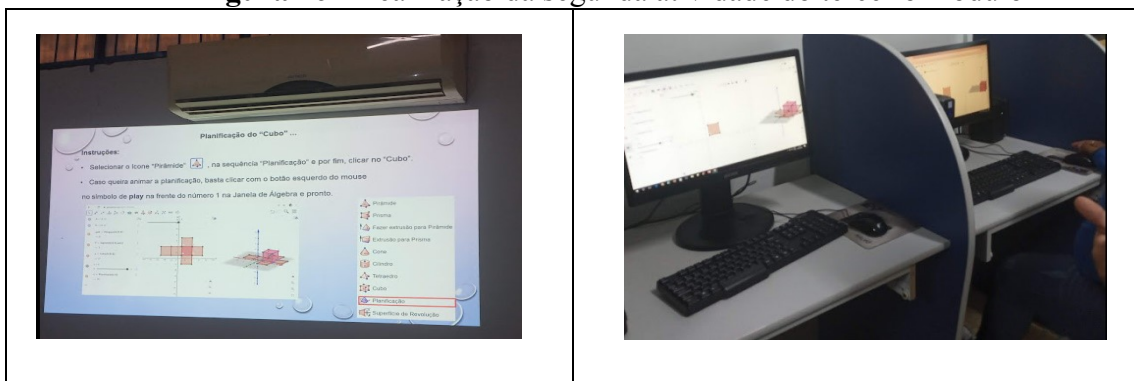
Figura 25 - Janela de visualização 2D e 3D

Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

Com essa atividade, pretendia-se que os alunos tivessem um primeiro contato com o software GeoGebra, e entendessem como seria possível explorar alguns comandos e instruções básicas acerca de construções de figuras e suas planificações.

2ª ATIVIDADE – Construções de sólidos geométricos com o uso do software GeoGebra 5.0

A professora, ainda no laboratório de informática, informou o passo a passo dos exemplos de construções de sólidos geométricos com o uso do software GeoGebra projetado na parede com Datashow de maneira que os alunos pudessem reproduzir as construções em seus computadores juntamente com a professora. A Figura 26 mostra as instruções sendo desenvolvidas pelos alunos e professora.

Figura 26 - Realização da segunda atividade do terceiro módulo

Fonte: Elaborada pela pesquisadora

As instruções de construção e planificação dos sólidos (cubo, tetraedro, prisma pentagonal regular e prisma pentagonal não regular) foram feitas em sequência visando agregar novas informações às experiências que os alunos tinham a respeito do uso de tecnologias. Os alunos reproduziam todos os passos e demonstravam naturalidade e segurança

nas execuções, além de entusiasmo com a utilização de certos comandos, como a animação da planificação e a rotação dos eixos, que possibilitavam visualizar os sólidos por diversos ângulos. Segue abaixo as instruções para cada construção:

1) Siga as instruções para a construção e planificação de um “Cubo” (Figura 27, 28 e 29):

a) Abrir o GeoGebra e na sequência a Janela de Visualização 2D.

b) Clicar com o botão direito no ícone “Polígono”

e em seguida em Polígono Regular.

c) Clicar em dois pontos quaisquer no plano cartesiano,

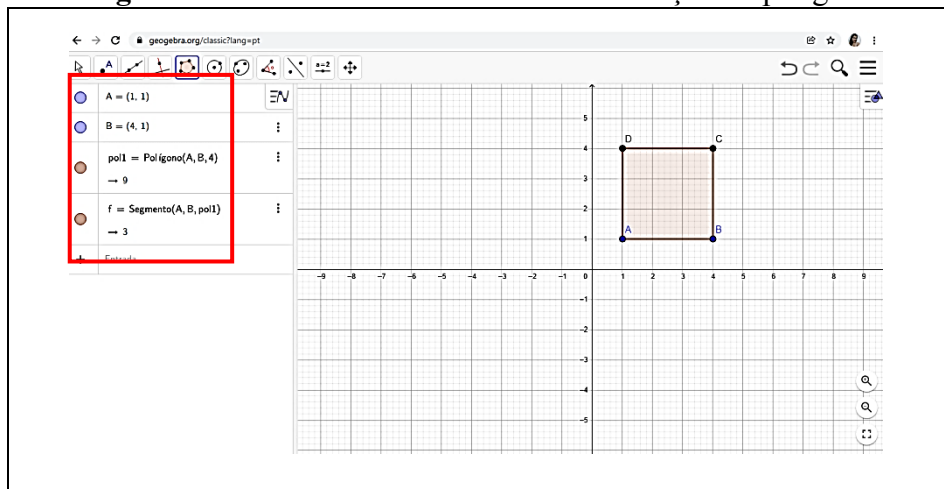
A(1,1) e B(4,1) exemplos, em seguida aparecerá uma Janela Vértice para inserir número de vértices, digite “4” e clique em “OK”.

d) Observe, na figura abaixo, que aparecerá um Polígono de lados iguais (quadrado).

e) Observe que toda nossa movimentação aparece na Janela de Álgebra.



Figura 27 - Tela do GeoGebra com a construção do polígono



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

f) No menu de opções, selecionar a Janela de Visualização **3D** (Figura 28), e controlar a visualização com o zoom +/- .

g) Clicar no ícone “Pirâmide”

e em seguida na opção “Cubo”,

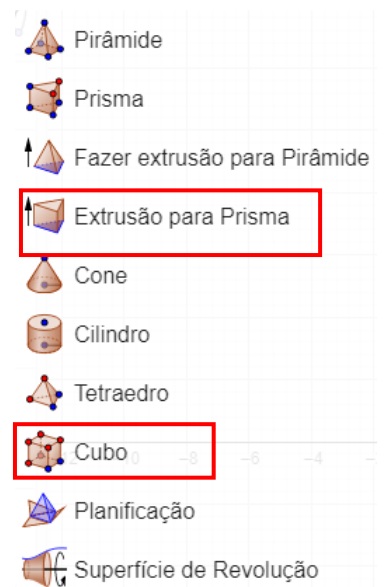
selecione na Janela de Visualização 3D

os pontos dois pontos “A” e “B”,

e pronto, construímos um “Cubo”

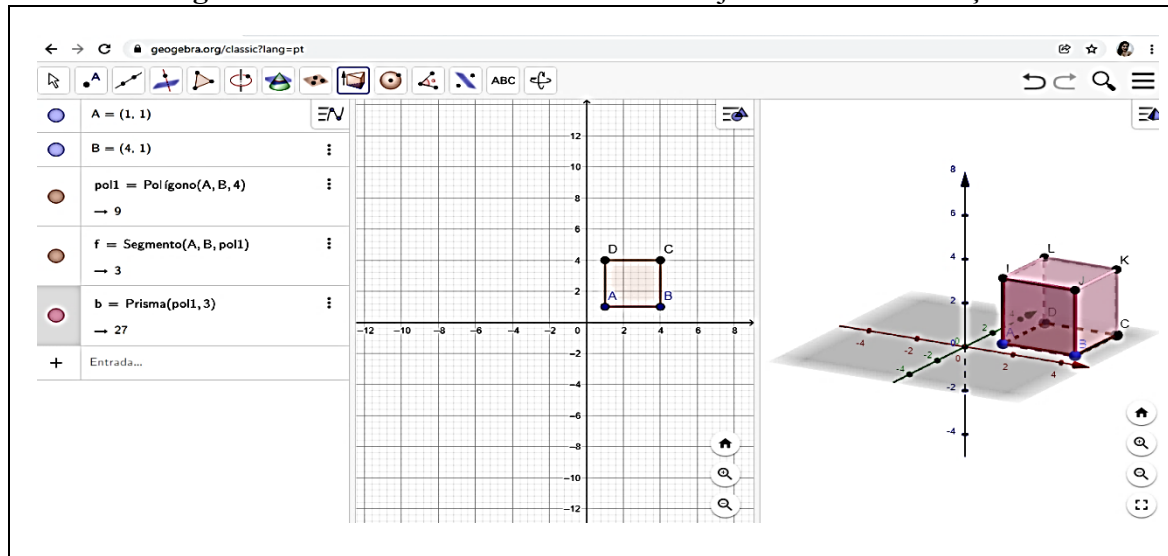
com as medidas do “Polígono” anterior.

h) Outra opção de construção do “Cubo”:



clicar no ícone “Pirâmide”,
em seguida a opção “Extrusão para Prisma”, selecione na Janela de Visualização **3D** um ponto do polígono, aparecerá uma janela solicitando a altura, como estamos construindo um “Cubo” a altura deve ser a distância entre os pontos A e B. Nesse exemplo, o lado tem medida “3”.

Figura 28 - Tela do GeoGebra com as três janelas de visualização



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

OBSERVAÇÃO:

Na Janela de Visualização 2D, aparece a imagem do “Polígono”.

Na Janela de Visualização 3D, aparece a imagem do “Cubo”.

Na Janela de Álgebra, aparece as coordenadas dos Pontos “A” e “B”, a área do “Polígono” (9), a distância entre os pontos “A” e “B” (3), e o volume do “Cubo” (27), que também é um “Prisma”.

h) Selecionar o ícone “Pirâmide”, na sequência “Planificação” e por fim, clicar na imagem do “Cubo”.

OBSERVAÇÃO:

Caso queira animar a planificação, basta clicar com o botão esquerdo do mouse no símbolo de **play** na frente do número 1 na Janela de Álgebra e pronto.

O resultado final no GeoGebra pode ser visto pelo link:

➔ <https://www.GeoGebra.org/m/qxrc3ku9>

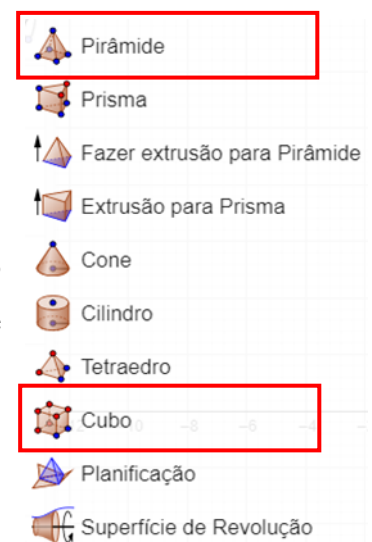
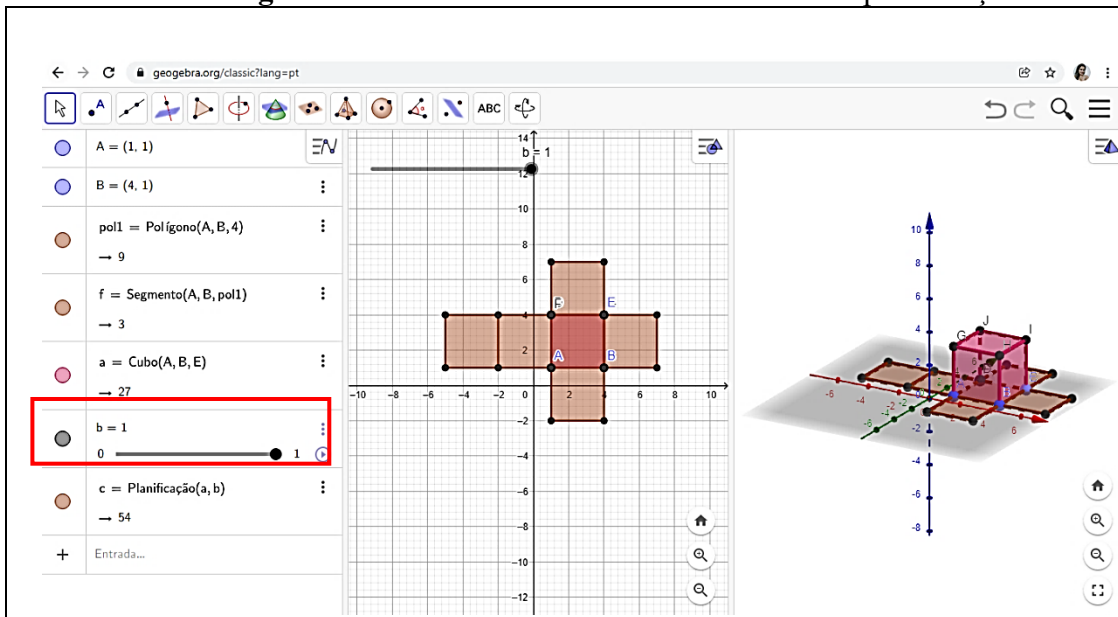


Figura 29 - Tela do GeoGebra com o cubo e sua planificação



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

2) Siga as instruções para a construção e planificação de um “Tetraedro” (Figuras 30, 31 e 32):

a) Abrir o GeoGebra e na sequência a Janela de Visualização 2D.

b) Clicar com o botão direito no ícone “Polígono”

e em seguida em Polígono Regular.



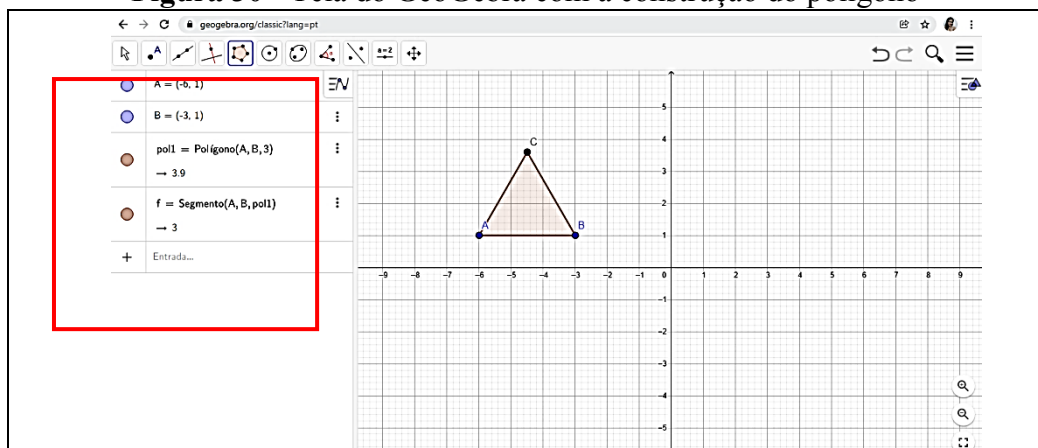
c) Clicar em dois pontos quaisquer no plano cartesiano,

A(-6,1) e B(-3,1) exemplos, em seguida aparecerá uma Janela Vértice para inserir número de vértices, digite “ 3 “ e clique em “ OK ”.

d) Observe, na figura abaixo, que aparecerá um Polígono de lados iguais (triângulo).

e) Observe que toda nossa movimentação aparece na Janela de Álgebra.

Figura 30 - Tela do GeoGebra com a construção do polígono



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

f) No menu de opções, selecionar a Janela de Visualização **3D**, e controlar a visualização com o zoom +/- .

g) Clicar no ícone “Pirâmide”

e em seguida na opção “Tetraedro”,

selecione na Janela de Visualização 3D

os pontos dois pontos “A” e “B”, e pronto,

construímos um “Tetraedro” com as medidas do “Polígono” anterior.

h) Outra opção de construção do “Tetraedro”:

desconsidere os passos de “a” até “e”, clicar no ícone “Pirâmide”,

em seguida a opção “Tetraedro”, selecione na Janela de

Visualização **3D** dois pontos “A” e “B”, e pronto, já teremos um “Tetraedro”.

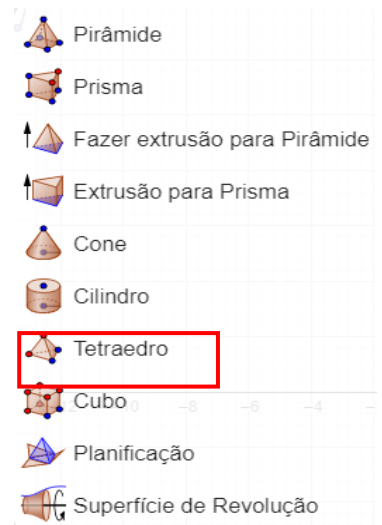
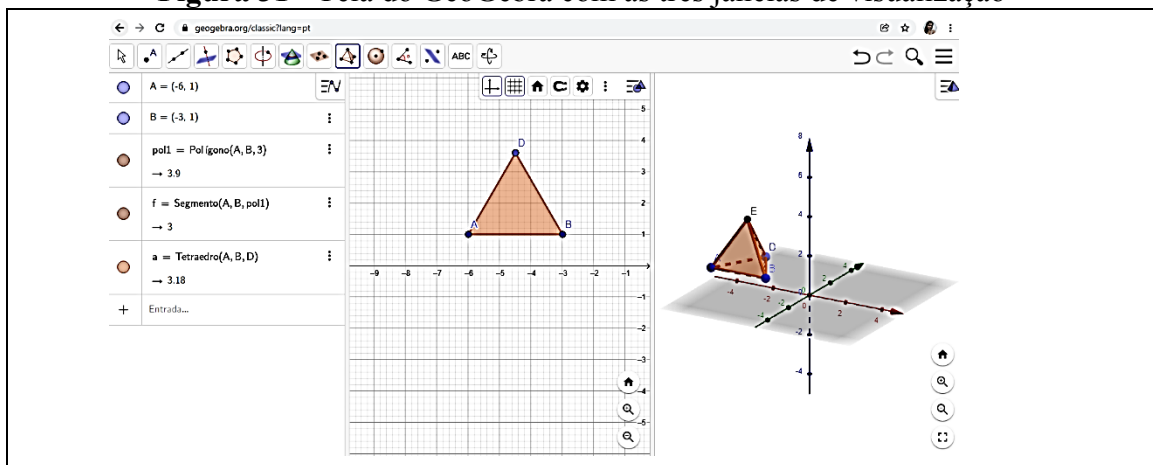


Figura 31 - Tela do GeoGebra com as três janelas de visualização



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

OBSERVAÇÃO:

Na Janela de Visualização 2D, aparece a imagem do “Polígono”.

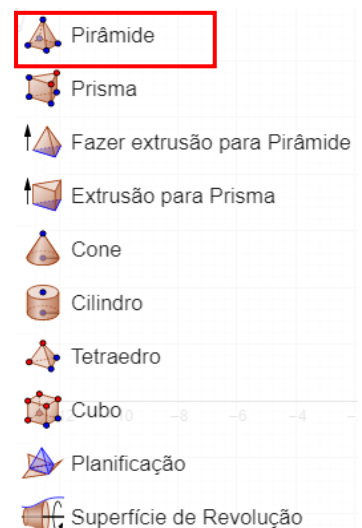
Na Janela de Visualização 3D, aparece a imagem do “Tetraedro”.

Na Janela de Álgebra, aparece as coordenadas dos Pontos “A” e “B”, a área do “Polígono”, a distância entre os pontos “A” e “B” (3), e o volume do “Tetraedro”.

h) Selecionar o ícone “Pirâmide”, na sequência

“Planificação” e por fim, clicar na imagem do “Tetraedro”.

OBSERVAÇÃO:

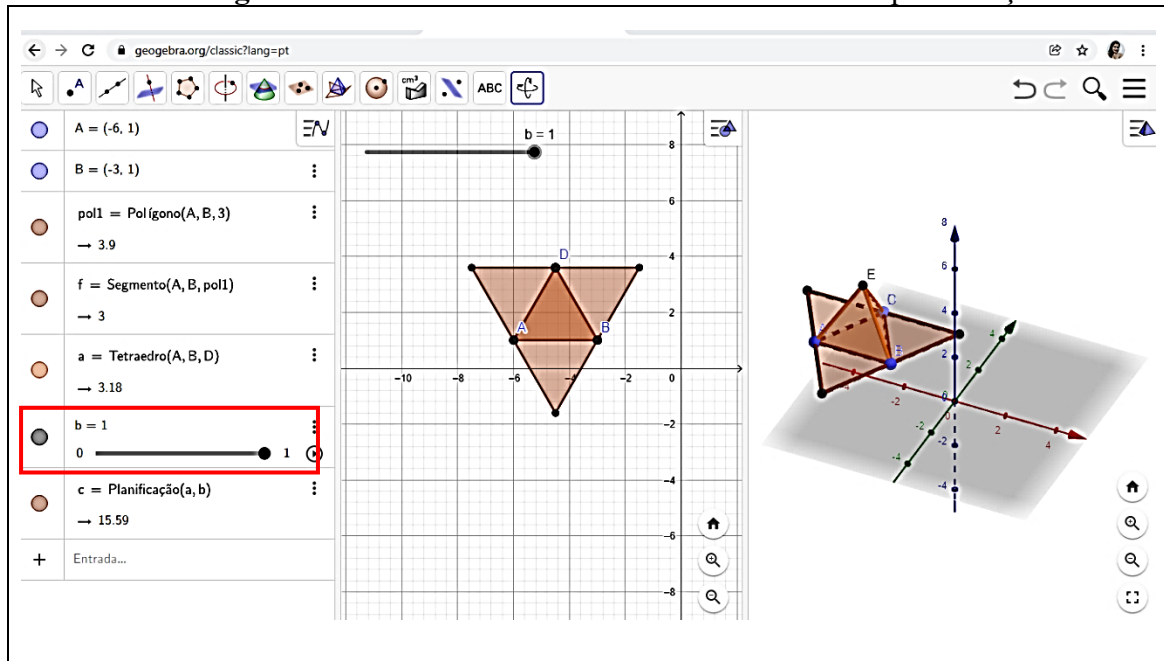


Caso queira animar a planificação, basta clicar com o botão esquerdo do mouse no símbolo de **play** na frente do número 1 na Janela de Álgebra e pronto.

O resultado final no GeoGebra pode ser visto no link:

➔ <https://www.GeoGebra.org/m/q6ursaff>

Figura 32 - Tela do GeoGebra com o tetraedro e sua planificação



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

3) Siga as instruções para a construção e planificação de um “Prisma Pentagonal Regular” (Figura 33, 34 e 35):

a) Abrir o GeoGebra e na sequência a Janela de Visualização 2D.

b) Clicar com o botão direito no ícone “Polígono” e em seguida em Polígono Regular.

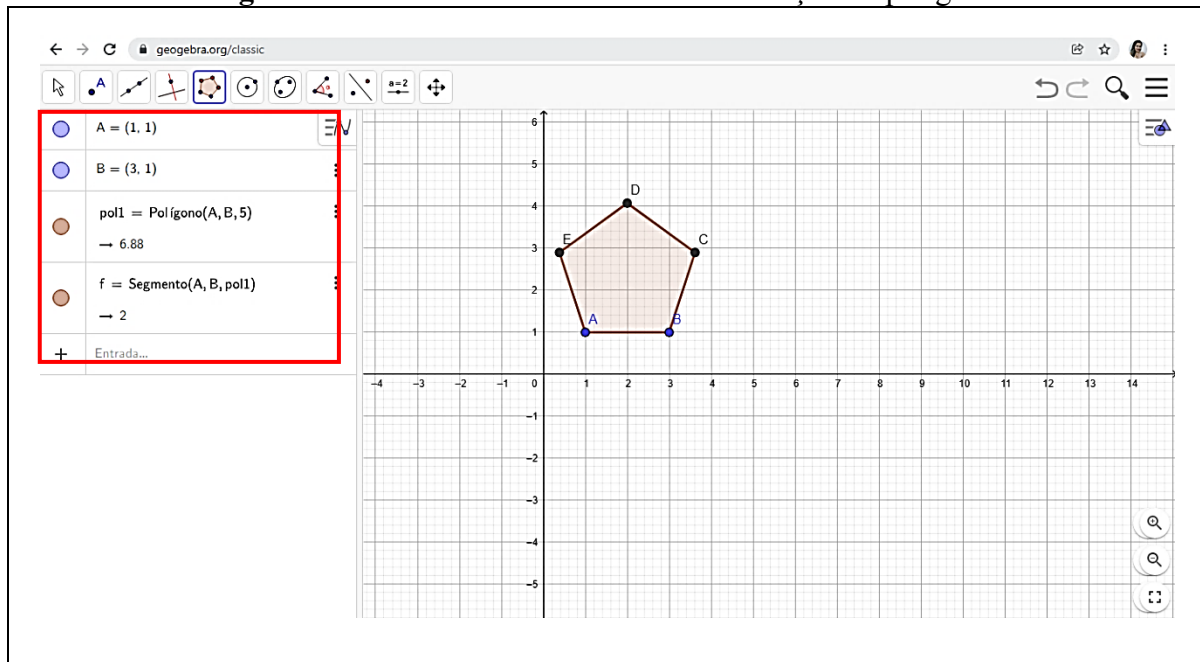


c) Clicar em dois pontos quaisquer no plano cartesiano, A(1,1) e B(3,1) exemplos, em seguida aparecerá uma Janela Vértice para inserir número de vértices, digite “ 5 “ e clique em “ OK ”.

d) Observe, na figura abaixo, que aparecerá um Polígono de lados iguais (pentágono).

e) Observe que toda nossa movimentação aparece na Janela de Álgebra.

Figura 33 - Tela do GeoGebra com a construção do polígono



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

- f) No menu de opções, selecionar a Janela de Visualização **3D**,
e controlar a visualização com o zoom +/- .
- g) Clicar no ícone “Pirâmide”
e em seguida na opção “Extrusão para Prisma”,
selecione na Janela de Visualização 3D
aparecerá uma janela solicitando a altura, um exemplo de medida “4”,
e pronto, construímos um “Prisma Pentagonal Regular”.

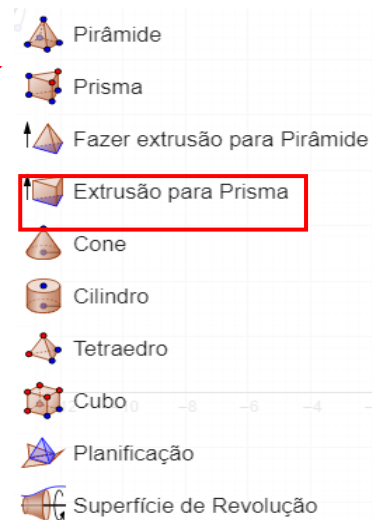
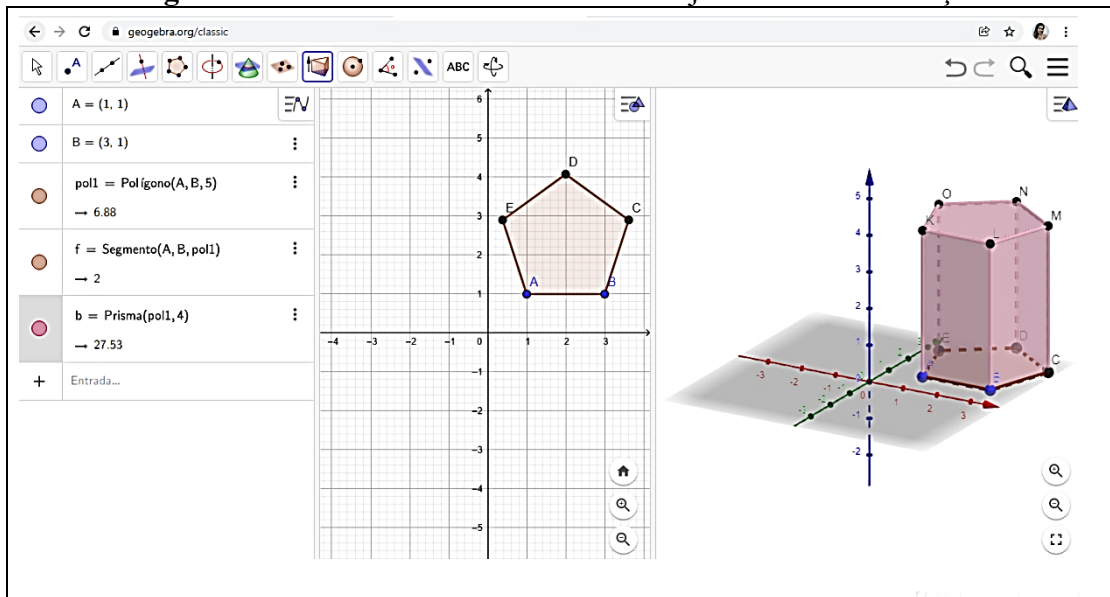


Figura 34 - Tela do GeoGebra com as três janelas de visualização



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

h) Selecionar o ícone “Pirâmide”, na sequência “Planificação” e por fim, clicar no “Prisma”.

OBS.: Caso queira animar a planificação, basta clicar com o botão esquerdo do mouse no símbolo de **play** na frente do número 1 na Janela de Álgebra e pronto.

O resultado final no GeoGebra pode ser visto no link:

→ <https://www.GeoGebra.org/classic/m8xbfxqs>

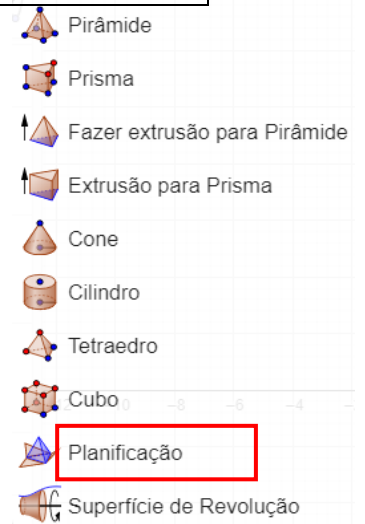
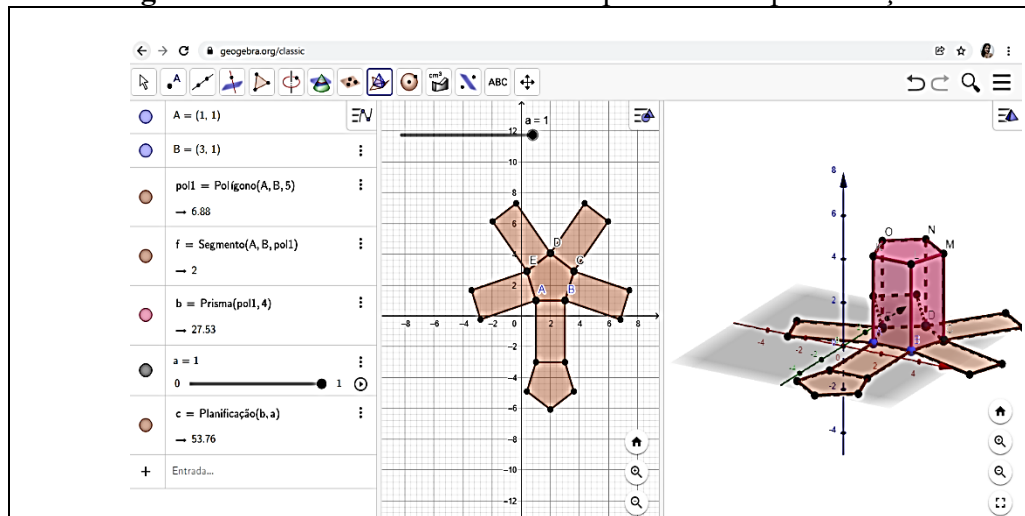


Figura 35 - Tela do GeoGebra com o prisma e sua planificação



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

4) Siga as instruções para a construção e planificação de um “Prisma Pentagonal Não Regular” (Figuras 36, 37 e 38):

a) Abrir o GeoGebra e na sequência a Janela de Visualização 2D.

b) Clicar com o botão direito no ícone “Polígono”

e em seguida em Polígono.

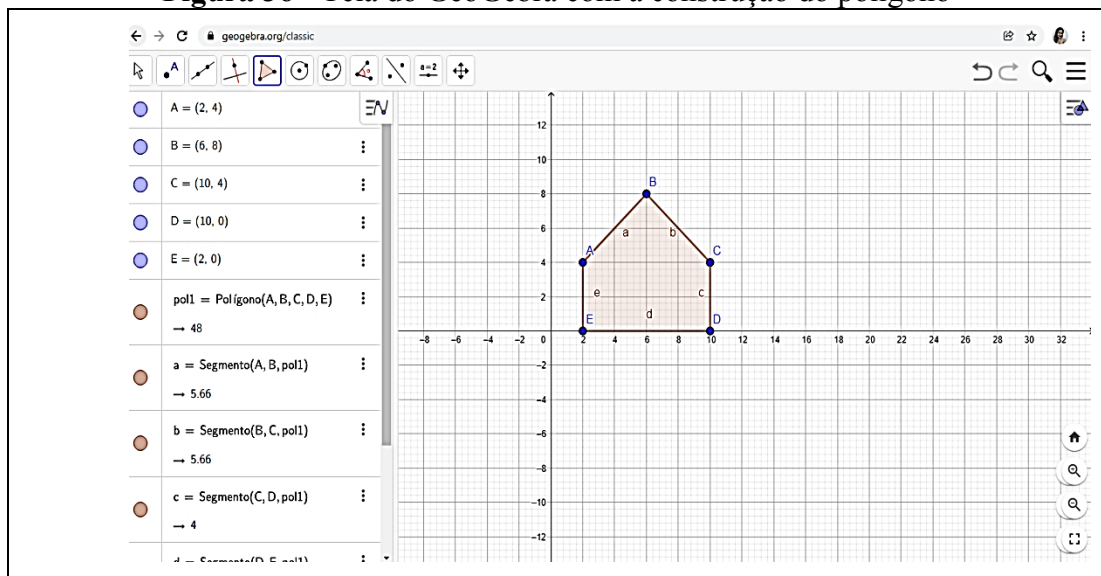
c) Clicar em cinco pontos consecutivos no plano cartesiano, formando um pentágono qualquer.

d) Observe, na figura abaixo, que o Polígono Pentagonal aqui representado tem o formato de uma casinha com dimensões diferentes (pentágono).

e) Observe que na Janela de Álgebra, aparece as coordenadas de todos os Pontos “A, B, C, D, E”, a distância entre os pontos e a área do Polígono



Figura 36 - Tela do GeoGebra com a construção do polígono



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

f) No menu de opções, selecionar a Janela de Visualização 3D,

e controlar a visualização com o zoom +/- .

g) Clicar no ícone “Pirâmide”

e em seguida na opção “Extrusão para Prisma”,

selecione na Janela de Visualização 3D,

aparecerá uma janela solicitando a altura, um exemplo de medida “7”,

e pronto, construímos um “Prisma Pentagonal Não Regular”.

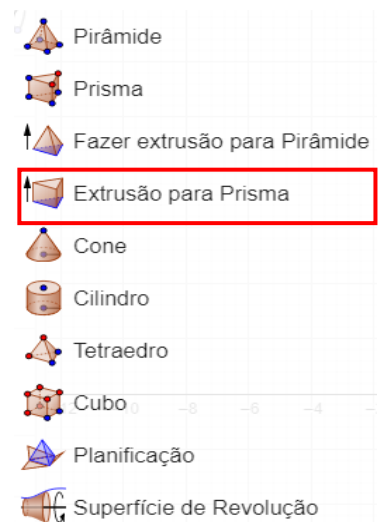
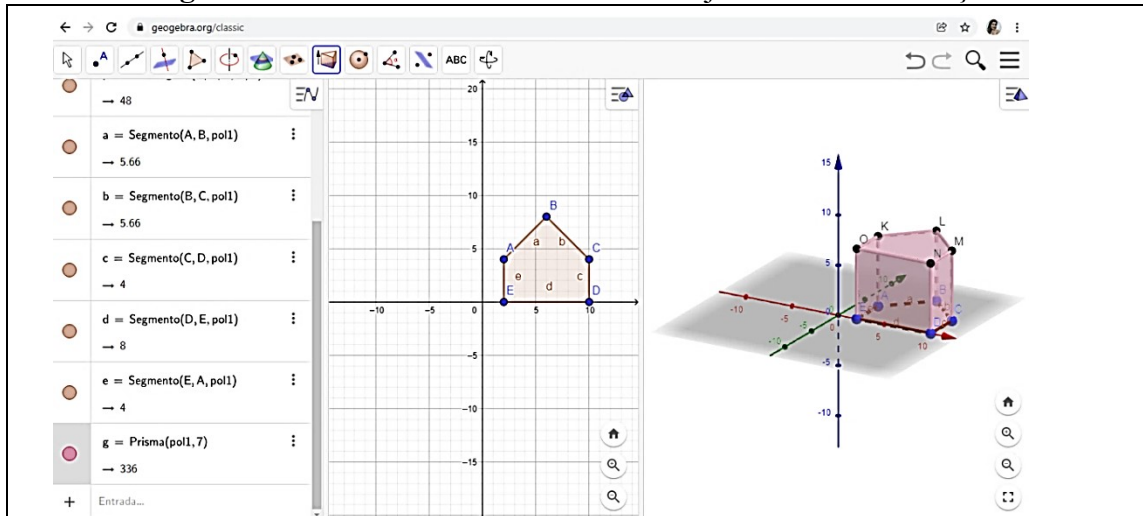


Figura 37 - Tela do GeoGebra com as três janelas de visualização



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

h) Selecionar o ícone “Pirâmide”, na sequência “Planificação” e por fim, clicar na imagem do “Prisma”.

OBS.: Caso queira animar a planificação, basta clicar com o botão esquerdo do mouse no símbolo de **play** na frente do número 1 na Janela de Álgebra e pronto.

O resultado final no GeoGebra pode ser visto no link:

➔ <https://www.GeoGebra.org/m/q6ursaff>

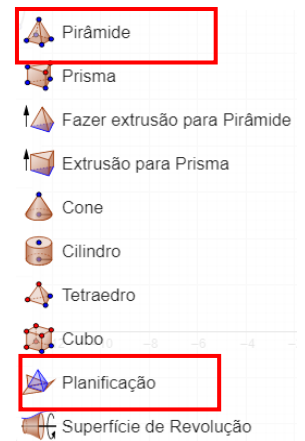
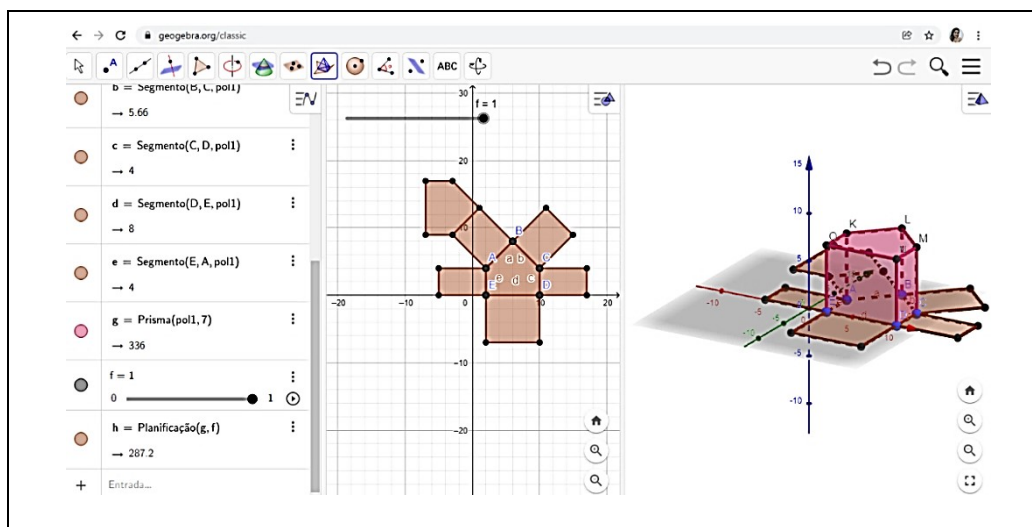


Figura 38 - Tela do GeoGebra com o prisma e sua planificação



Fonte: <https://www.GeoGebra.org/classic>

Os alunos realizaram todas as construções junto com a professora, pois tinham facilidade em trabalhar com aplicativos, e as novas informações foram agregadas de forma positiva. Lembrando que todas as instruções foram elaboradas pela professora, pensando sempre naquele aluno que possui uma certa dificuldade em trabalhar com as tecnologias digitais.

3ª ATIVIDADE – Construção de prismas e pirâmides com o uso do software GeoGebra 5.0.

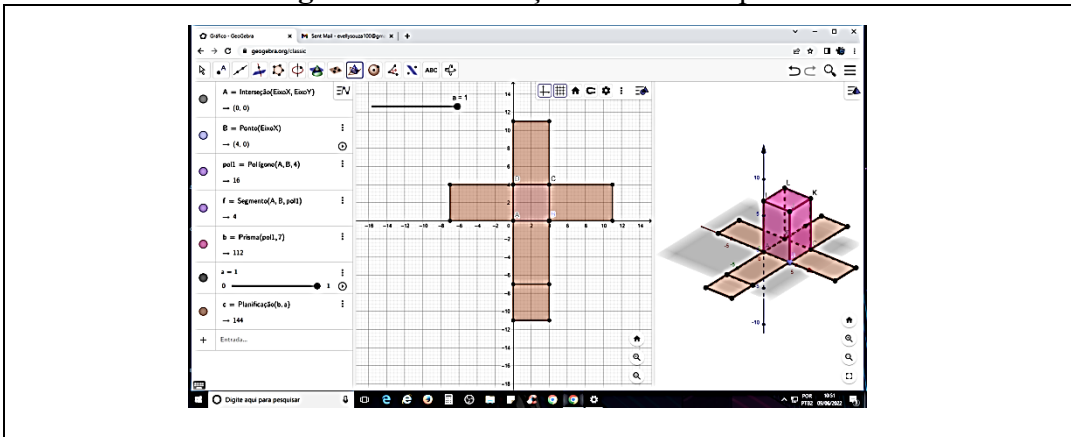
A professora, no laboratório de informática, acompanhou a realização das seis tarefas, ou seja, as construções dos sólidos geométricos propostos com o uso do software GeoGebra, com sua orientação individual, além das interações entre os alunos. A maioria dos alunos demonstrou entusiasmo na execução das tarefas; aqueles que tinham mais afinidade com as tecnologias de informática, além de explorarem outros comandos do software não apresentados pela professora, puderam auxiliar os colegas com mais dificuldade. Ao final de cada tarefa, os alunos enviavam para a professora via e-mail as imagens produzidas. Seguem abaixo as tarefas:

Tarefa 11: Construir um PRISMA REGULAR DE BASE QUADRANGULAR:

- a) Abrir o GeoGebra e na sequência a Janela de Visualização **2D**.
- b) Clicar com o botão direito no ícone “Polígono” e em seguida em “Polígono Regular”.
- c) Clicar em dois pontos no eixo “X”, 0 e 4, em seguida aparecerá uma Janela de Vértice, insira o número de vértices 4 e clique em “OK”. Obs.: formou um quadrado.
- d) No menu de opções, selecionar a Janela de Visualização **3D**, e controlar a visualização com o zoom +/-.
- e) Clicar no ícone “Pirâmide” e em seguida na opção “Extrusão para Prisma”, selecione na Janela de Visualização **3D** o polígono, aparecerá uma Janela de Altura, colocar medida “7”, e pronto, construímos um “Prisma Quadrangular”.
- f) Para planificar, selecionar o ícone “Pirâmide”, na sequência “Planificação” e por fim, clicar no “Prisma”.

Na Figura 39 ilustra imagem desta tarefa realizada por um dos alunos, onde todos os alunos realizaram com facilidade.

Figura 39 - Construções dos alunos para a Tarefa 11



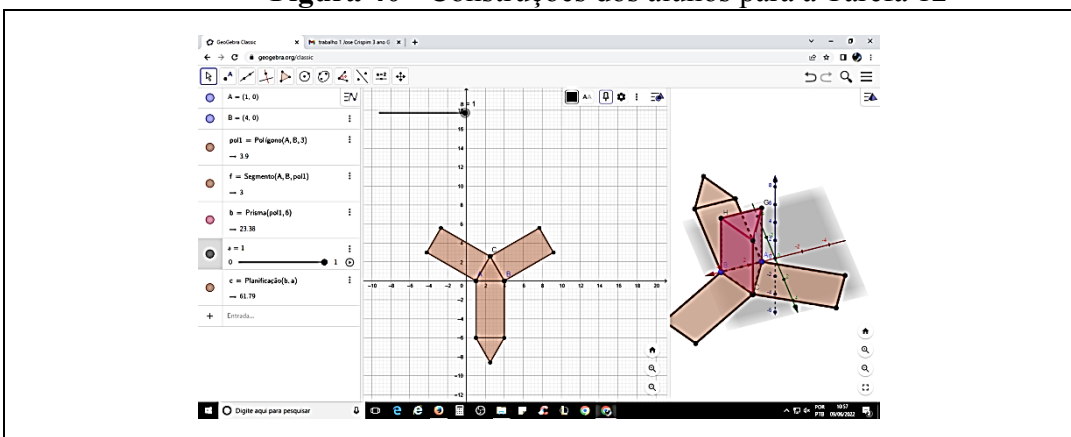
Fonte: Produção dos alunos no GeoGebra

Tarefa 12: Construir um PRISMA REGULAR DE BASE TRIANGULAR:

- Abrir o GeoGebra e na sequência a Janela de Visualização 2D.
- Clicar com o botão direito no ícone “Polígono” e em seguida em “Polígono Regular”.
- Clicar em dois pontos no eixo “X”, 1 e 4, em seguida aparecerá uma Janela de Vértice, insira o número de vértices 3 e clique em “OK”. Obs.: formou um triângulo.
- No menu de opções, selecionar a Janela de Visualização 3D, e controlar a visualização com o zoom +/- .
- Clicar no ícone “Pirâmide” e em seguida na opção “Extrusão para Prisma”, selecione na Janela de Visualização 3D o polígono, aparecerá uma Janela de Altura, colocar medida “6”, e pronto, construímos um “Prisma Triangular”.
- Para planificar, selecionar o ícone “Pirâmide”, na sequência “Planificação” e por fim, clicar no “Prisma”.

Na Figura 40 mostra imagem desta tarefa realizada por um aluno, onde seguindo corretamente o passo a passo não tiveram dificuldade.

Figura 40 - Construções dos alunos para a Tarefa 12



Fonte: Produção dos alunos no GeoGebra

Tarefa 13: Construir um PRISMA COM BASE EM “ L” :

- a) Abrir o GeoGebra e na sequência a Janela de Visualização 2D.
- b) Clicar com o botão direito no ícone “Polígono” e em seguida em “Polígono”.
- c) Clicar no plano cartesiano em pontos consecutivos buscando uma base no formato de “ L” .
- d) No menu de opções, selecionar a Janela de Visualização 3D, e controlar a visualização com zoom +/- .
- e) Clicar no ícone “Pirâmide” e em seguida na opção “Extrusão para Prisma”, selecione na Janela de Visualização 3D o polígono, aparecerá uma Janela de Altura, colocar medida “5”, e pronto, construímos um “Prisma com base em “ L”.
- f) Para obter o Volume, selecione o ícone “Ângulo”, na sequência a opção “Volume”, e clique na figura.

Na realização dessa construção, os alunos perceberam uma mudança de instrução na alternativa (f) da sequência e questionaram. Segue parte desse diálogo:

Alunos: Professora! Por que na alternativa (f) da sequência você não pediu para fazer planificação?

Professora: Ótima observação. Tentem fazer a planificação para ver como ela fica.

Alunos: Não aconteceu nada. Por quê?

Professora: Vamos observar as planificações anteriores e tentar analisar o porquê desse sólido não ter dado certo.

Aluno A1: Professora! Eu acho que sei.

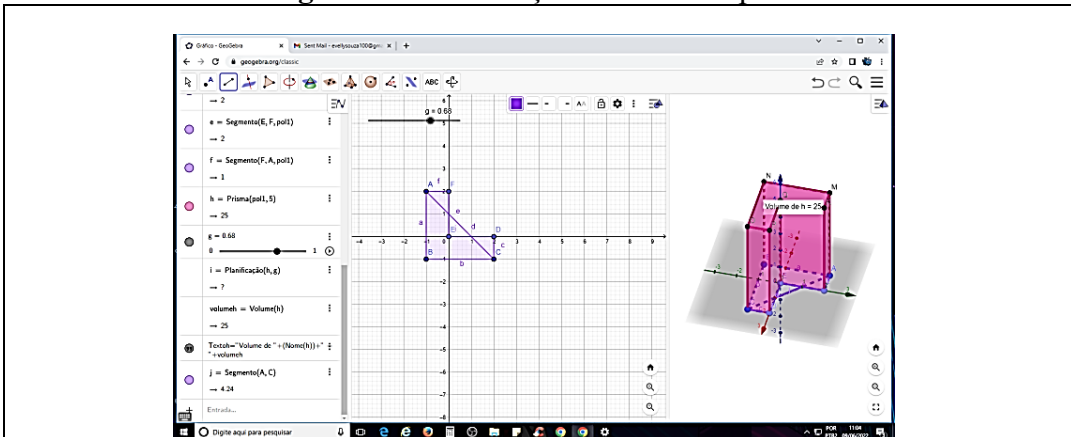
Professora: Então explique...

Aluno A1: Quando planificamos os sólidos as faces se abrem como uma caixa, com todas as suas faces laterais apoiadas em uma das bases. E no prisma com formato de L, se for abrirem seguindo essa lógica, uma face vai sobrepor à outra. Deve ser por isso que não dá certo.

Professora: Exatamente.

A professora explicou que nem todos os poliedros são planificados pelo software e que, mesmo existindo várias possibilidades de planificação (por exemplo, do cubo), o GeoGebra só consegue apresentar um tipo sempre partindo da base do poliedro. A realização dessa tarefa pode ser vista na Figura 41.

Figura 41 - Construções dos alunos para a Tarefa 13



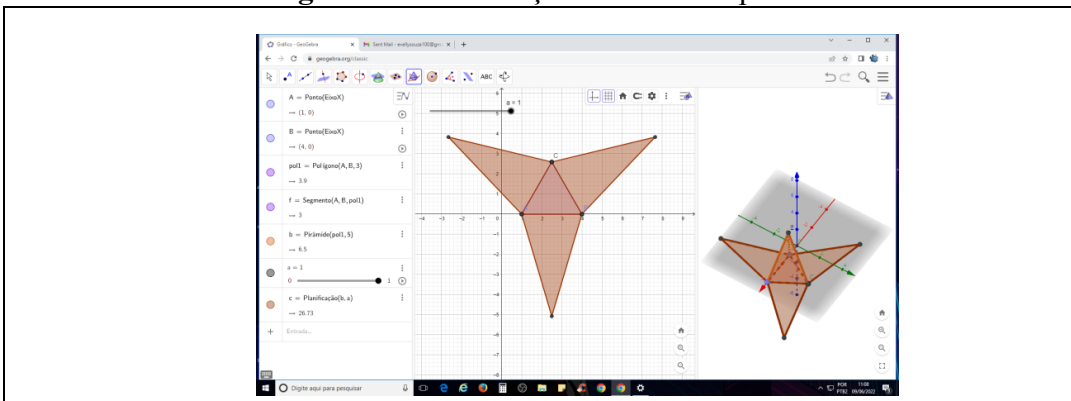
Fonte: Produção dos alunos no GeoGebra

Tarefa 14: Construir uma PIRÂMIDE REGULAR DE BASE TRIANGULAR:

- Abrir o GeoGebra e na sequência a Janela de Visualização 2D.
- Clicar com o botão direito no ícone “Polígono” e em seguida em “Polígono Regular”.
- Clicar em dois pontos no eixo “X”, 1 e 4, em seguida aparecerá uma Janela de Vértice, insira o número de vértices 3 e clique em “OK”. Obs.: formou um triângulo.
- No menu de opções, selecionar a Janela de Visualização 3D, e controlar a visualização com o zoom +/- .
- Clicar no ícone “Pirâmide” e em seguida na opção “Extrusão para Pirâmide”, selecione na Janela de Visualização 3D o polígono, aparecerá uma Janela de Altura, colocar medida “5”, e pronto, construímos uma “Pirâmide Triangular”.
- Para planificar, selecionar o ícone “Pirâmide”, na sequência “Planificação” e por fim, clicar na “Pirâmide”.

Mesmo mudando a tarefa de prisma para pirâmide, os alunos conseguiram realizar sem nenhuma dificuldade, conforme vista na Figura 42.

Figura 42 - Construções dos alunos para a Tarefa 14



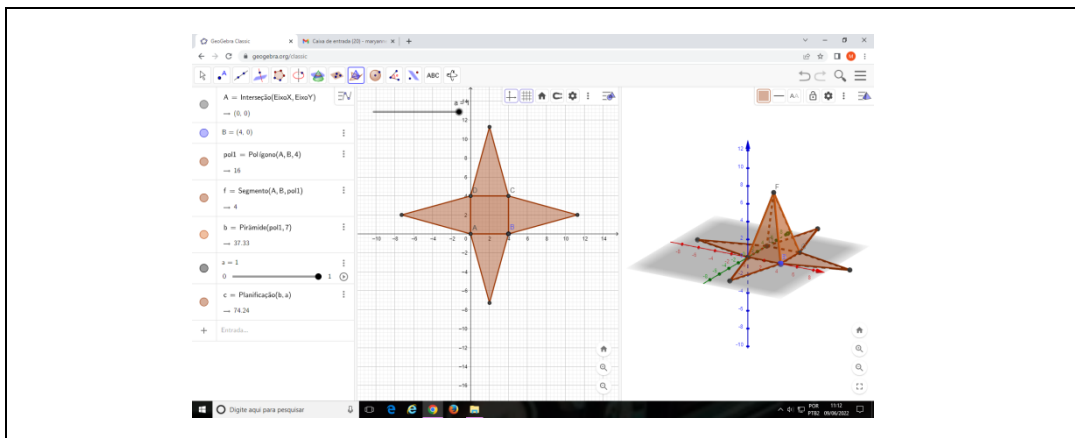
Fonte: Produção dos alunos no GeoGebra

Tarefa 15: Construir uma PIRÂMIDE REGULAR DE BASE QUADRANGULAR:

- Abrir o GeoGebra e na sequência a Janela de Visualização **2D**.
- Clicar com o botão direito no ícone “Polígono” e em seguida em “Polígono Regular”.
- Clicar em dois pontos no eixo “X”, 0 e 4, em seguida aparecerá uma Janela de Vértice, insira o número de vértices 4 e clique em “OK”. Obs.: formou um quadrado.
- No menu de opções, selecionar a Janela de Visualização **3D**, e controlar a visualização com o zoom +/-.
- Clicar no ícone “Pirâmide” e em seguida na opção “Extrusão para Pirâmide”, selecione na Janela de Visualização **3D** o polígono, aparecerá uma Janela de Altura, colocar medida “7”, e pronto, construímos uma “Pirâmide Quadrangular”.
- Para planificar, selecionar o ícone “Pirâmide”, na sequência “Planificação” e por fim, clicar na “Pirâmide”.

Essa tarefa foi realizada com facilidade pelos alunos, a Figura 43 ilustra a imagem desenvolvida por um dos alunos.

Figura 43 - Construções dos alunos para a Tarefa 15



Fonte: Produção dos alunos no GeoGebra

Tarefa 16: Construir um PRISMA NÃO CONVEXO:

- Abrir o GeoGebra e na sequência a Janela de Visualização **2D**.
- Clicar com o botão direito no ícone “Polígono” e em seguida em “Polígono”.
- Criar um polígono não convexo de sua preferência. Obs.: única regra que seja um polígono não convexo.
- No menu de opções, selecionar a Janela de Visualização **3D**, e controlar a visualização com o zoom +/- .

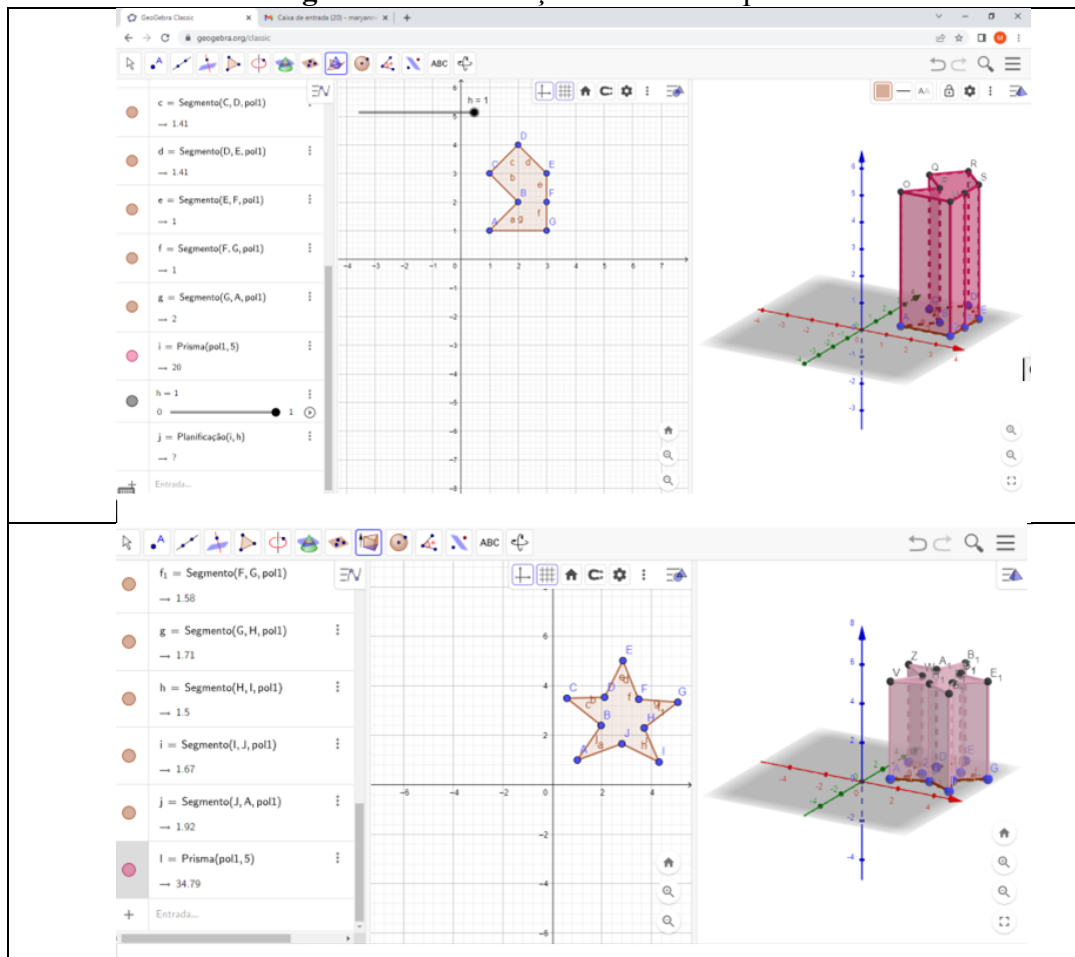
e) Clicar no ícone “Pirâmide” e em seguida na opção “Extrusão para Prisma”, selecione na Janela de Visualização 3D o polígono, aparecerá uma Janela de Altura, colocar medida da sua escolha.

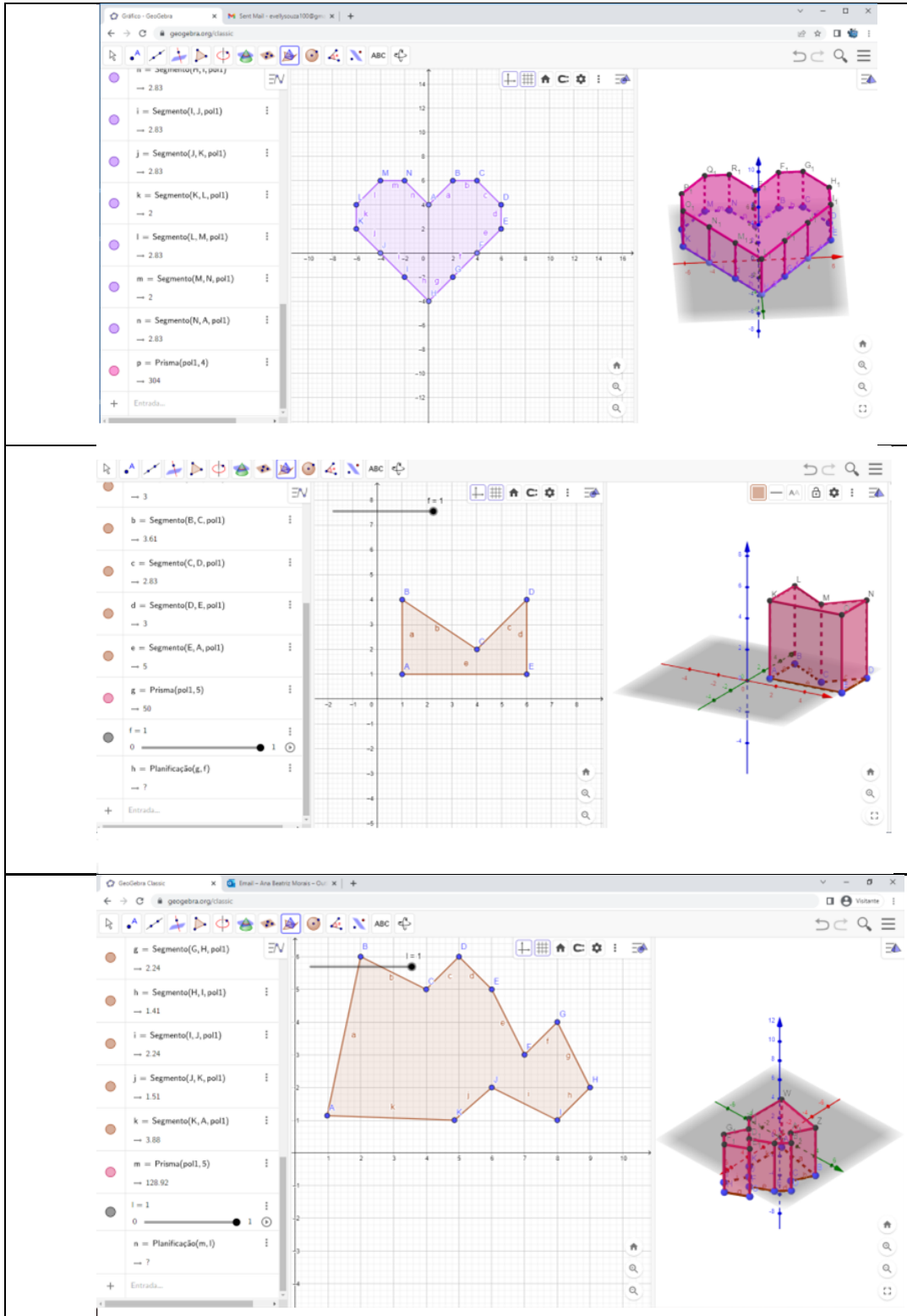
f) Por último, tente planificar, selecionar o ícone “Pirâmide”, na sequência “Planificação” e por fim, clicar no “Prisma”. Discuta com sua professora o que aconteceu e tente desvendar.

Todos notaram que as planificações não foram apresentadas. Com isso perceberam que o GeoGebra não apresenta planificação para os poliedros não convexos, mas que eles poderiam construí-las no papel.

Na Figura 44 podem ser vistos imagens da tarefa 16 realizada por um aluno de cada grupo.

Figura 44 - Construções dos alunos para a Tarefa 16





Fonte: Produção dos alunos no GeoGebra

Ao término desse módulo, espera-se que os alunos ao trabalharem com a dinâmica do software no processo de visualização partindo da janela de 2D para 3D, permitindo a manipulação e simulação de diferentes sólidos geométricos, torne mais claras as propriedades dos conceitos atribuindo significados aos conhecimentos geométricos.

5 ANÁLISES E DISCUSSÃO DOS DADOS

A sequência didática sobre geometria espacial apresentada neste trabalho foi elaborada valendo-se de materiais concretos e do software GeoGebra como recursos pedagógicos, tendo como orientação de conteúdos o Currículo Referência de Minas Gerais – CRMG (MINAS GERAIS, 2019) – elaborado a partir dos fundamentos educacionais da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018).

Teve também influências de temas encontrados nos trabalhos de Barbosa (2018), Boiago (2015), Guiana (2020), Silva (2018) e Viana (2011), que discutem questões relacionadas ao ensino da geometria a partir de aplicações de sequências didáticas para promover a aprendizagem significativa de conteúdos geométricos. Além disso, influenciaram a sua elaboração os aspectos teóricos e práticos da aprendizagem da geometria trabalhados no curso de extensão realizado pela Universidade Federal do ABC no primeiro semestre de 2021 – conforme pode ser visto em Viana, Gabriel e Teixeira (2022).

Nesse capítulo, conforme os objetivos previstos, a sequência didática será analisada quanto aos seguintes itens: a potencialidade significativa do material de aprendizagem e a contribuição para a formação conceitual e para o desenvolvimento de habilidades geométricas.

5.1 Análise da potencialidade significativa da sequência didática

Conforme mencionado, a potencialidade significativa do material de aprendizagem relativo à sequência didática nesta pesquisa será analisada seguindo os elementos teóricos da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003) compreendendo os itens: (i) a organização conceitual lógica e hierárquica do material da sequência didática; e (ii) os elementos evidenciáveis do mecanismo de aprendizagem significativa do material da sequência didática.

5.1.1 A organização conceitual lógica e hierárquica do material da sequência didática

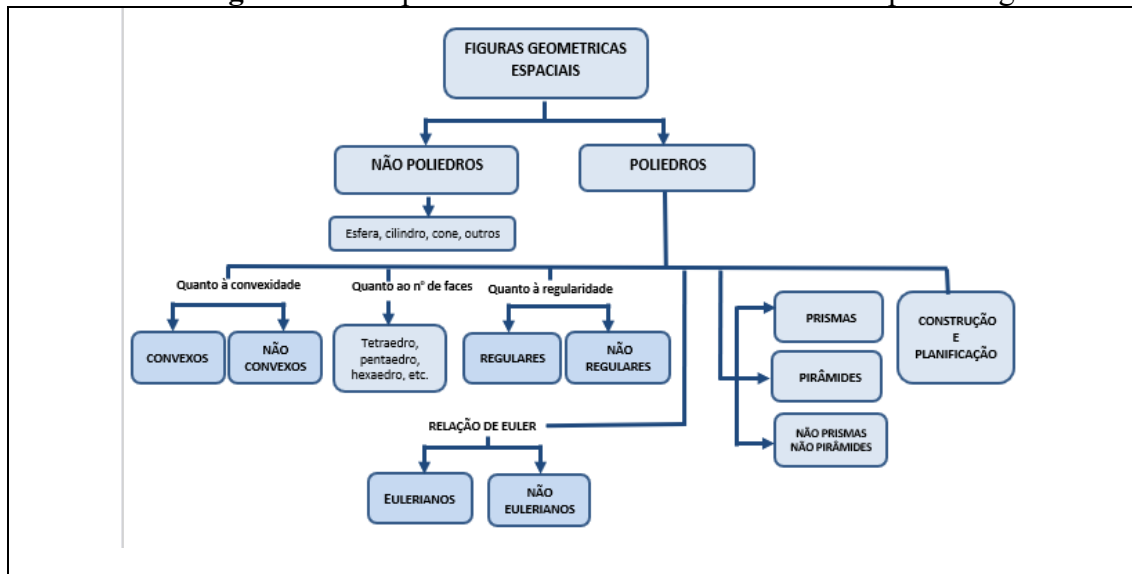
O primeiro item a ser analisado refere-se especificamente ao planejamento da sequência didática, ou seja, à organização dos dois primeiros módulos vinculada à escolha dos sólidos geométricos (a maioria deles foi confeccionada para a pesquisa) e do terceiro módulo cujas atividades se desenvolveram com o GeoGebra.

A teoria de Ausubel (2003) enfatiza que um material potencialmente significativo deve favorecer a mobilização de ideias âncoras relevantes e promover uma interação entre estas e os novos significados. Neste trabalho, o material de aprendizagem organizado na forma de uma sequência didática buscava possuir um significado lógico, isto é, cada novo conceito apresentado buscava estar relacionado de forma não arbitrária com um conceito ou ideia apropriada e relevante. Essas atribuições de significados foram favorecidas a todo o momento, por meio de diálogos e interações professor-estudante e estudante-estudante, assim como foram considerados nos trabalhos de Barbosa (2018) e D'Ávila (2018).

Conforme Pozo (1998), os conceitos científicos pertencem a sistemas conceituais organizados e, por fazerem parte de uma hierarquia ou rede de conceitos, não podem ser ensinados como elementos isolados. Tratando-se de geometria espacial, buscou-se organizar inicialmente as atividades em que se evidenciasse a formação de conceitos – o que acabou se concretizando no Módulo I (Explorando sólidos geométricos). Assim, a sequência foi organizada segundo uma hierarquia conceitual, partindo de conceitos mais gerais (figuras geométricas espaciais) e da classificação em poliedros e não poliedros até contemplar os conceitos mais específicos por meio das classificações dos poliedros quanto à convexidade, ao número de faces, à regularidade, à correspondência com o Teorema de Euler e, finalmente, à distinção entre prismas e pirâmides.

Assim, para organizar o material de aprendizagem foi necessário identificar a estrutura conceitual intrínseca do conteúdo, e uma das maneiras de fazê-lo foi elaborar um mapa conceitual para servir de apoio à professora. Segundo Novak (1998), nos mapas conceituais hierárquicos os conceitos mais inclusivos ficam no topo da hierarquia (parte superior do mapa) e os conceitos específicos, pouco abrangentes, ficam na base (parte inferior) e devem conter palavras que expressam o conceito e indicam algumas relações. Dessa forma, o mapa conceitual na Figura 45 ilustra como os conceitos foram organizados: a hierarquia conceitual pode ser notada de cima para baixo e a ordem como os conceitos foram explorados pode ser vista da esquerda para a direita.

Figura 45 - Mapa conceitual relativo ao material de aprendizagem



Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2023)

Observando-se o mapa, é possível verificar que a partir de “Poliedros” há vários critérios de classificação (quanto à convexidade, à regularidade etc.) o que leva à necessidade de se ter muitos objetos para formar todas as coleções necessárias. Assim, o mapa conceitual permitiu o planejamento da confecção dos kits de sólidos geométricos feitos de papel cartão – num total aproximado de 30 sólidos por kit. Nota-se que, na sequência da esquerda para a direita, a primeira classificação dos poliedros foi quanto à convexidade, já que nessa atividade não haveria a necessidade de o aluno analisar as faces; a seguir, o mapa mostra a classificação pelo número de faces e depois pela regularidade – o que deve ser amparado pelo conceito de polígono regular. Só então consta a Relação de Euler (uma proposição, conforme a teoria) cuja generalização permitiria reconhecer alguns poliedros como eulerianos ou não. A distinção de prismas e pirâmides não precisaria ter ficado para o final do Módulo I, mas a professora optou por seguir esse modelo para que as nomeações das figuras pudessem ficar mais completas: assim, por exemplo, uma pirâmide de base quadrada poderia ser identificada, ao final do módulo, como um poliedro convexo, pentaedro, não regular e euleriano – o que indicaria um conhecimento mais organizado dos conceitos envolvidos.

Ainda no mapa, finalmente, optou-se por colocar à direita uma caixa nomeada como “construção e planificação”; apesar de não pertencer à hierarquia conceitual, trata-se de duas ações que exigem conhecimento a respeito dos poliedros, especialmente das faces (o número de faces, os tipos dos polígonos referentes às faces, as faces que são bases de prismas ou de pirâmides, a disposição das faces no plano etc.). Essas ações foram contempladas nos Módulos 2 e 3, valendo-se de outros recursos, como planificações feitas em papel e

construções no GeoGebra. Considerou-se que a disposição dessas ações ao final da sequência poderia garantir maior autonomia aos alunos quanto à criação de significados, uma vez que boa parte das propriedades dos poliedros já teria sido explorada.

Convém esclarecer que a organização hierárquica mostrada na Figura 45 não garante, evidentemente, atribuição de significados por parte do aprendiz. Nessa perspectiva, Ausubel (2003) distingue significado lógico de psicológico. O significado lógico corresponde ao significado que o material de aprendizagem pode apresentar quando corresponde às exigências gerais para um potencial de significação; ou seja, as relações previstas pelo material “se situam no âmbito da capacidade de aprendizagem humana” (AUSUBEL, 2003, p.77).

Já o significado psicológico (verdadeiro) é um fenômeno cognitivo completamente idiossincrático, não depende apenas do material, mas é necessário que o aprendiz tenha ideias relevantes e adequadas e disposição para estabelecer as relações significativas.

Sendo assim, no planejamento do material de aprendizagem potencialmente significativo, é necessário levar em conta: quais são os aspectos da estrutura cognitiva dos aprendizes que são mais relevantes para relacionar com o novo conceito ou procedimento e até que ponto eles têm clareza e estabilidade; como levar os alunos a estabelecer semelhanças e diferenças entre as ideias anteriores e as novas e resolver contradições reais ou aparentes; e se há possibilidades de reformulação do material em termos dos antecedentes intelectuais idiossincráticos e do vocabulário do aprendiz em particular. Parte desses elementos é tratada a seguir.

5.1.2 Os elementos evidenciáveis do mecanismo de aprendizagem significativa

Esse segundo item de análise refere-se ao mecanismo de aprendizagem significativa, o que engloba a compreensão de aspectos mais gerais da teoria, a saber, distinção entre aprendizagem significativa e mecânica, conhecimentos prévios, aprendizagem por descoberta e por recepção, processos de diferenciação progressiva e reconciliação integradora – que foram evidenciáveis na aplicação das atividades.

Um dos princípios anunciados por Ausubel (2003) para explicar a ocorrência da aprendizagem significativa refere-se à disponibilidade, estabilidade e clareza de ideias ancoradas e especificamente relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz.

As ideias relevantes ancoradas na estrutura cognitiva com as quais se possam relacionar o novo material podem ser analisadas como conhecimentos prévios dos aprendizes. Mobilizar essas ideias foi ação constante ao longo das atividades da sequência didática.

Assim, a primeira atividade foi iniciada com a apresentação das figuras geométricas espaciais, também chamadas de sólidos geométricos e foram feitas indagações aos alunos de modo a avaliar se eles reconheciam e nomeavam alguns deles. Foi verificado que a nomeação das figuras era bastante restrita, o que indicou pouco conhecimento prévio a respeito da geometria espacial – aliás, a sequência foi organizada buscando contemplar os assuntos que acabaram não sendo estudados em anos anteriores por conta das poucas aulas assistidas durante a pandemia.

Quando a professora apresenta uma figura espacial, inicia um diálogo com questionamentos do tipo “qual polígono forma esta face?”, “os polígonos das faces são todos iguais?”; “quantas arestas se encontram nesse vértice?” etc., ela ativa aquelas ideias pré-existentes que, de modo organizado, se ampliam e se relacionam com o novo conceito a ser aprendido, o de poliedro. Na atividade seguinte, em que se solicita a formação de duas coleções (poliedros e não poliedros), cada sólido é examinado de modo a serem identificadas as propriedades do conceito, o que pode favorecer a aprendizagem significativa daquele conceito.

Ausubel (2003) distingue a aprendizagem mecânica da significativa. Apresentar ao estudante a definição e os elementos de um poliedro sem atentar para a construção de significados pode levar à aprendizagem mecânica: aqui talvez os alunos só identificassem como poliedros aqueles exemplos trazidos pelo professor, o que indicaria uma reprodução apenas literal do conceito. Neste tipo de aprendizagem mecânica, os conteúdos estão relacionados entre si de uma maneira arbitrária, o que dificulta a retenção.

Algumas respostas dos alunos podem servir de exemplos: no início da 12ª atividade, um grupo colocou prismas de base triangular na coleção das pirâmides; isso evidencia que o conceito de pirâmide pode ter sido aprendido de maneira mecânica, mesmo por alunos do ensino médio.

Por outro lado, quando são verificadas as descrições de prisma feitas por dois alunos na Tarefa 9: “*prisma: tem dois lados iguais e seus lados contém retângulos*” e “*prisma: 2 faces paralelas e iguais e as laterais são retângulos /paralelogramos*” (Figura 61), é possível identificar o estabelecimento de relações entre conceitos por meio de definições em que são utilizadas as próprias palavras, o que pode ser indício do processo de aprendizagem significativa – mais evidente na segunda descrição acima.

Para a aprendizagem ser significativa, é preciso levar os alunos a estabelecer semelhanças e diferenças entre as ideias anteriores e as novas. O professor pode optar pela estratégia de promover a aprendizagem por recepção (quando o conteúdo total do que está por aprender é apresentado ao aluno em sua forma acabada) ou por descoberta (quando o conteúdo principal do que está por aprender não é dado, mas deve ser descoberto de modo independente pelo aprendiz o próprio).

Na aplicação da sequência didática deste trabalho, nem os alunos descobriram o conteúdo de modo independente, nem a professora apresentou a definição logo no início da aula. Pode-se considerar que a estratégia utilizada caminhou pelo descobrimento guiado, em que apenas parte do conteúdo é explicitado diretamente. Como exemplo, convém notar a quarta e a nona atividades. Em ambas, foi solicitado que os alunos dispusessem os poliedros sobre a mesa, que tentassem adivinhar quais critérios tinham sido adotados pela professora para separá-los em duas coleções (convexos e não convexos na quarta atividade/ regulares e não regulares na nona atividade) e que fizessem a mesma classificação com o seu kit. Alguns alunos conseguiram perceber os critérios adotados, mas muitos não os identificaram. Assim, após orientação da professora, as propriedades necessárias à formação das coleções foram identificadas e os conceitos puderam ser definidos – o que caracteriza a aprendizagem por descobrimento guiado.

Nas atividades referentes ao Módulo 2 - Explorando planificações dos sólidos geométricos, não se estava trabalhando explicitamente a formação de conceitos e sim o desenvolvimento de habilidades, que será contemplado em outro item de análise. No Módulo 3 - Explorando Sólidos Geométricos com o uso do software GeoGebra, as atividades serviram para a revisão dos conceitos trabalhados no Módulo 1. A dinâmica do software que permite a construção e a manipulação de uma figura partindo da janela de 2D para 3D pode ter ajudado a tornar mais claras as propriedades dos conceitos; nesse sentido, Santos et al. (2020), Schwanz e Felcher (2020) e Souza et al. (2020) consideraram o GeoGebra como um recurso pedagógico favorável para a formação de conceitos. O domínio dos comandos necessários para as construções pode caracterizar a estratégia de aprendizagem de procedimentos¹¹ por recepção verbal, já que todos os passos para a construção foram conduzidos pela professora.

Outro princípio apontado por Ausubel (2003) para explicar a ocorrência da aprendizagem significativa é a capacidade para a diferenciação progressiva e a reconciliação

¹¹ A aprendizagem de procedimentos pode ser significativa quando implica em reconstruir a própria prática como produto de reflexão e de tomada de consciência sobre o que fazer e como fazer; isto significa a aquisição do controle da aplicação das técnicas, para adaptá-las às necessidades específicas de cada tarefa (COLL & VALLS, 1998).

integradora das ideias – processos mentais que permitem a assimilação de conceitos e proposições. Na sequência didática analisada, a ação de colocar, a cada nova atividade, vários poliedros em cima da mesa de modo a diferenciá-los por algum critério (por exemplo, pelo número de faces), depois por outro (por exemplo, pela regularidade das faces) e assim por diante, é uma forma de os alunos identificarem, progressivamente, as propriedades dessas figuras. Ao serem solicitados a formar as coleções, as semelhanças são identificadas, há uma associação entre as ideias pré-existentes e as novas ideias (por exemplo, associação entre polígonos regulares e faces congruentes), há contradições e inconsistências (por exemplo, a inconsistência conceitual que leva o aluno a colocar um prisma de base triangular junto com as pirâmides, conforme mostra a Figura 59) e esse mecanismo de reconciliação integradora faz parte do processo de aprendizagem significativa dos participantes dessa pesquisa.

Evidentemente, as explicações da professora nas atividades de exploração – lembrando que Ausubel (2003) realça a importância da linguagem no processo de aprendizagem – e as questões solicitadas nas tarefas que compuseram a sequência didática podem ter ajudado os alunos a resolver as contradições e inconsistências reais ou aparentes, a combinar ou integrar ideias semelhantes que eram logicamente relacionais umas com as outras e a tornar as relações mais claras e transferíveis, o que pode ter promovido a aprendizagem significativa da geometria espacial.

Finalmente, há que se considerar que, ainda que se considerem as condições relativas do material de aprendizagem – tanto aquelas que dizem respeito à organização lógica e hierárquica do material quanto as que evidenciam alguns elementos do mecanismo de atribuição de significados –, cabe-se ponderar que, de acordo com Ausubel (2003), a aprendizagem significativa não pode ser considerada como sinônimo de aprendizagem de material significativo. A aprendizagem é sempre relativa ao próprio sujeito, o que implica que o material aqui analisado tem potencialidade significativa, mas deve ser reformulado de acordo com os antecedentes intelectuais idiossincráticos e do vocabulário do aprendiz em particular.

5.2 Análise das contribuições da sequência didática para o desenvolvimento de conceitos e de habilidades geométricas

Um dos objetivos relacionados a este trabalho, além da potencialidade significativa do material de aprendizagem relativo à sequência didática, é analisar a sua contribuição para o desenvolvimento de conceitos e de habilidades geométricas. Buscou-se fundamentação nos níveis do pensamento geométrico de Van Hiele (1986) e nas habilidades geométricas de Hoffer (1981).

O Nível 1 do pensamento geométrico é caracterizado pelo reconhecimento de figuras por seu aspecto global, sem atenção às partes que as compõem. Como na sequência de atividades pretendeu-se partir de conceitos gerais para os mais específicos, os não poliedros foram tratados apenas no Nível 1, com o reconhecimento e a nomeação de esfera, cone, cilindro e outros – apesar de, em algumas falas da professora, terem sido apontadas algumas características do cilindro e do cone que não foram avaliadas posteriormente.

Já no Nível 2 o aluno analisa as propriedades de uma figura, mas ainda com pouca capacidade de relacioná-las. Nota-se que todas as atividades realizadas na sequência didática tinham por objetivo levar os alunos a, pelo menos, analisar os elementos das figuras (faces, vértices, arestas, por exemplo) para formar os conceitos pretendidos. Para analisar como foram desenvolvidas as atividades nesse nível, convém rever as fases do processo de aprendizagem descritas por Van Hiele: interrogação ou informação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração. Convém esclarecer que nem sempre essas fases são plenamente identificáveis e que, por conta disso, apenas algumas delas serão explicitadas na análise.

É possível notar, logo na primeira atividade da sequência, a preocupação da professora em estabelecer diálogos que visavam interrogar os alunos e, ao mesmo tempo, orientá-los de modo dirigido a explicar quais eram os polígonos que formavam as faces dos poliedros.

Tarefa mais complexa, chamada de orientação livre, foi aquela em que os alunos tiveram que classificar os sólidos em poliedros e não poliedros. Ainda no Nível 2, a fase de integração pode ser identificada na Tarefa 1, em que as definições de poliedro e de não poliedro e os desenhos em perspectiva puderam sintetizar as ideias aprendidas. Nesta tarefa, é possível identificar a forma como descreveram os atributos dos conceitos – o que leva a caracterizar a habilidade verbal dos estudantes sendo desenvolvida neste nível. O Quadro 4 ilustra as expressões utilizadas por três estudantes.

Quadro 4 - Linguagem utilizada por alunos na Tarefa 1

a)

Poliedros: Sem lados ou faces planas.
Poliedro: Sem parte arredondada, curvas e sem faces planas.

Poliedros- tem todas as faces planas
 (não poliedro)- tem parte arredondada, curvas e sem faces planas

b)

*Poliedro → contém faces, arestas, vértices e todos os faces mudam.
 Não poliedro → tem um ou mais faces arredondada que não encaixa em superfícies planas, e podem não conter vértices e arestas.*

Poliedro – contém faces, arestas, vértices e todas as faces necessariamente deverão encaixar em superfícies planas.
 Não poliedros – possuem pelo menos alguma face arredondada que não encaixa em superfícies planas e podem não conter vértices e arestas.

c)

*Poliedros são todas as formas que contém todos os três princípios: face, aresta e vértice.
 Não poliedros são as formas que faltam um desses três princípios ou com curvatura.*

Poliedros são todas as formas que contém todos os três princípios: face, aresta e vértice.
 Não poliedros são as formas que faltam um desses três princípios ou com curvatura.

Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2023)

Notou-se que a maioria dos alunos utilizou os elementos (faces, vértices e arestas) para descrever o conceito de poliedro conforme mostra o Quadro 4. Para a descrição do não poliedro, além do uso de expressões “face arredondada” e “parte arredondada, curvas e sem faces planas”, nota-se a negação de um desses elementos – relação lógica estabelecida pelos três estudantes.

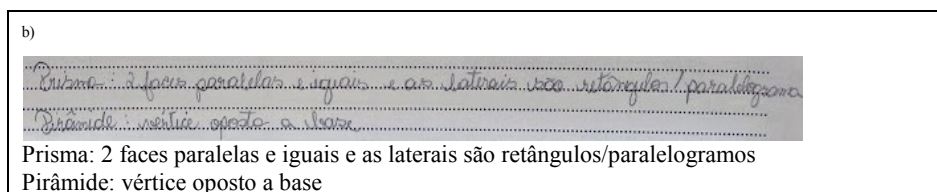
Considera-se que a 7ª Atividade (Classificando poliedros pelo número de faces), em que a professora não forneceu todos os nomes e sim levou os alunos a refletirem sobre os prefixos a serem utilizados para a nomeação, deve ter contribuído para o desenvolvimento da habilidade verbal no Nível 2 de formação de conceitos. Na descrição de prisma e de pirâmide notou-se que os alunos não se referiram a poliedros, o que leva a crer que a maioria deles não tenha avançado para o Nível 3. Convém acrescentar que não foram elaboradas tarefas para avaliar se os alunos fariam a inclusão de classes (por exemplo, toda pirâmide é um poliedro), característica desse nível. O Quadro 5 mostra a linguagem utilizada por dois alunos na Tarefa 9.

Quadro 5 - Linguagem utilizada por alunos na Tarefa 9

a)

Prisma: 2 faces paralelas e iguais, laterais são paralelogramos.
Pirâmide: 1 vértice oposto a base, laterais são triângulos.

Prisma – 2 faces paralelas e iguais laterais são paralelogramos
 Pirâmide – 1 vértice oposto a base, laterais são triângulos



Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2023)

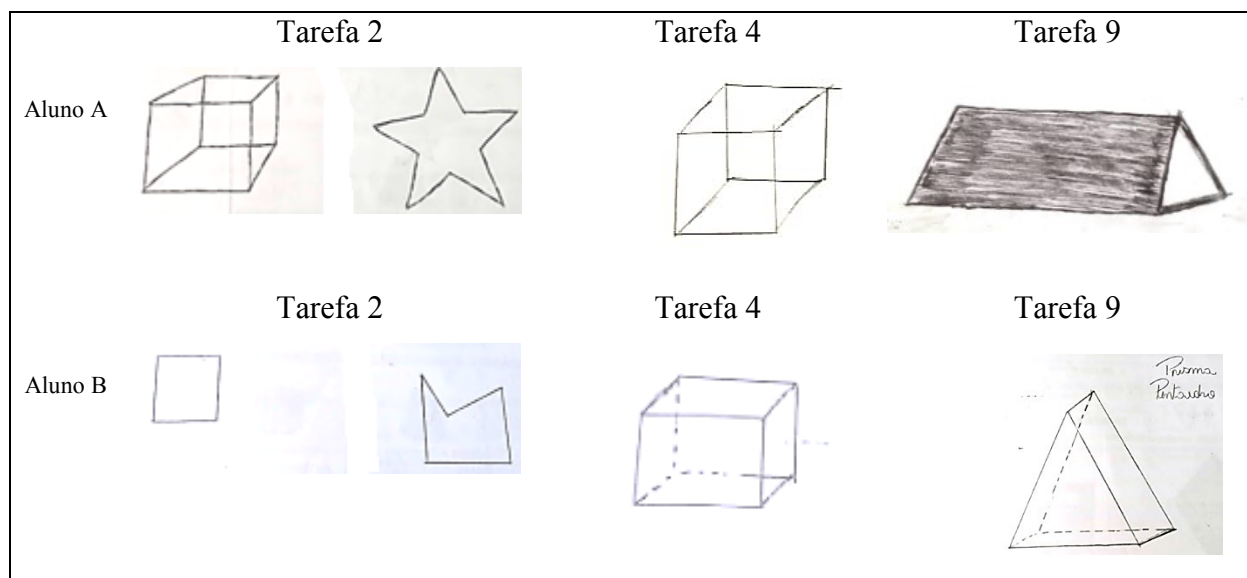
Uma tentativa de avançar para o Nível 3 pode ser vista na 10^a atividade (Definindo poliedros regulares e não regulares), quando a professora questiona os alunos: “*Os poliedros regulares são todos convexos? É possível ser regular e não convexo?*”. Como essas questões não constavam nas tarefas, não se pode afirmar que a sequência favoreceu a habilidade lógica necessária para responder essas perguntas e, assim, indicar possível avanço para o Nível 3. Outro avanço na busca de estabelecer relações entre as propriedades dos poliedros foi a verificação da Relação de Euler, na 11^a Atividade. Observando a tabela e conduzidos pela professora, os alunos encontraram a relação entre faces, vértices e arestas, validaram a Relação de Euler para dois poliedros apresentados (um regular e outro não regular), mas não se sabe se realmente avançaram no nível de formação de conceitos.

Quanto ao desenvolvimento da habilidade gráfica, certas situações puderam ser verificadas nas 6^a e 8^a Atividades em que se solicitava elaborar desenhos em perspectiva: de um poliedro convexo e de um poliedro não convexo (podiam escolher poliedros que estavam em cima da carteira). Observou-se que a maioria dos alunos optou por desenhar um cubo como exemplo de poliedro convexo e, como exemplo de não convexo, um dos prismas que estavam sobre a carteira. Alguns tentavam esboçar o desenho em perspectiva, outros apoiavam sobre a folha apenas uma das faces do prisma e a contornavam.

Já na 14^a atividade, que também solicitava esboçar um desenho à mão livre de um prisma ou pirâmide qualquer, verificou-se que boa parte dos alunos novamente optou pelo cubo ou paralelepípedo e, da mesma forma que nas tarefas mencionadas, vários deles contornaram a face de um prisma – acrescenta-se que apenas um aluno desenhou uma pirâmide entre todas as tarefas. Analisando os desenhos, pôde-se perceber dificuldades na habilidade gráfica, especialmente quando se observou o desenho de apenas uma face do poliedro – o que pode indicar que vários alunos não dominavam a perspectiva. Em outros casos, pôde-se verificar modificações nos desenhos quando foram comparadas as ilustrações de um mesmo aluno ao longo da sequência. O Quadro 6 mostra alguns desenhos de dois alunos, em três tarefas: nota-se que, apesar de insistirem no cubo nas Tarefas 2 e 4, (na verdade, o aluno B desenhou apenas um quadrado), ambos desenharam apenas o contorno de uma das faces para ilustrar um polígono não convexo (Tarefa 2), mas ilustraram o prisma com

um desenho em perspectiva (Tarefa 9), o que pode evidenciar algum desenvolvimento da habilidade gráfica.

Quadro 6 - Desenhos produzidos nas Tarefa 2, 4 e 9



Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2023)

Assim, analisando suas produções no Módulo 1, considera-se que os alunos apresentaram, de uma maneira geral, as habilidades verbal, desenho e lógica em um Nível 2 de formação conceitual.

Atividades que buscavam revisar as propriedades das figuras, mas principalmente desenvolver a habilidade visual, podem ser encontradas no Módulo 2, em que foi dada continuidade à manipulação de materiais concretos. Foi solicitado aos alunos que associassem figuras geométricas espaciais com as respectivas planificações representadas em papel, explorando as planificações possíveis ou não. Note-se que a professora usou uma sequência de ações com níveis diferentes de dificuldade: (a) dadas várias planificações, sem manipulá-las, decidir se eram planificações do cubo – para “testarem” a resposta os alunos valeram-se da manipulação; (b) desenho da planificação de um sólido escolhido pelo aluno e (c) reconhecimento do sólido a partir da planificação. As respostas orais dos alunos bem como os desenhos produzidos parecem sugerir que eles, de um modo geral, conseguiram formar as imagens mentais e empregar estratégias de manipulação dessas imagens de tal modo a associar os sólidos com as representações das superfícies rebatidas no plano. Assim, corroborando com as considerações de Lindote (2019) acerca da influência da utilização de recursos didáticos (utilização de materiais concretos, aplicação e manipulação das técnicas de

dobraduras) no desenvolvimento da habilidade visual de Alan Hoffer e no avanço no nível de pensamento geométrico de Van Hiele, as atividades desse módulo também devem ter proporcionado as mesmas contribuições.

No Módulo 3 – “Explorando o software GeoGebra”, os alunos se depararam com uma revisão das propriedades das figuras e com a exploração das suas planificações. A professora optou por uma série de poliedros: prismas e pirâmides regulares e não regulares, alternando as janelas 2D e 3D do software o que deve ter contribuído para entendimento da sequência lógica que se utiliza na construção geométrica. Note que os comandos do GeoGebra são identificados por figuras e principalmente por palavras que devem ser entendidas pelos alunos – o que promove o desenvolvimento da habilidade verbal.

A visualização na tela das planificações dos prismas e pirâmides construídos pode ajudar na fixação das propriedades que se referem ao número e à forma de suas bases e faces laterais – triangulares ou retangulares, regulares ou não, congruentes ou não – cujo conhecimento caracteriza o Nível 2 de pensamento geométrico. Acrescenta-se que os alunos tiveram a oportunidade de questionar o fato de o GeoGebra não apresentar a planificação de poliedros não convexos. A tentativa de formar a imagem mental de possíveis planificações de poliedros não convexos talvez tenha contribuído para desenvolver a habilidade visual – evidentemente, a tarefa teria sido mais proveitosa caso tivesse sido solicitado aos alunos que esboçassem no papel.

Ao final do módulo 3, a Tarefa 6 solicitou a construção de um prisma não convexo com uma base qualquer. As produções dos alunos parecem refletir entendimento dos passos da construção e do conceito de polígono não regular, já que optaram por bases bem distintas daquelas vistas nas atividades anteriores – o que pode consolidar a construção de poliedros não regulares. Nesse sentido, as construções dos sólidos geométricos com o uso do software GeoGebra”; ofereceram meios para que os alunos realizassem as atividades com autonomia e para que os conceitos fossem construídos naturalmente, assim como pôde ser visto nos trabalhos de Borsoi (2016), Silva (2017), D’Ávila (2018) e Rodrigues e Kaiber (2019), que se valeram da ferramenta tecnológica GeoGebra, como um recurso pedagógico facilitador da aprendizagem da geometria.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao término da apresentação deste trabalho, retoma-se a pergunta norteadora desta pesquisa: **Qual a potencialidade significativa de uma sequência didática direcionada a alunos do ensino médio no tema geometria espacial e qual a sua contribuição para o desenvolvimento de conceitos e habilidades geométricas?**

Apesar de a nossa experiência de sala de aula já indicar muitas dificuldades dos alunos em assuntos referentes à geometria espacial – constatadas especialmente no período pós-pandemia – foi a revisão de literatura que motivou o início dessa caminhada como professora pesquisadora. Fez-se necessário buscar respaldo em pesquisas que encontraram elementos que deram mais consistência ao esboço de planejamento da sequência didática.

Os achados de Barbosa (2018), D'Ávila (2018), Guiana (2020), Silva (2017) e Van Der Mer (2017) contribuíram para que se atentasse para a organização conceitual lógica e hierárquica do material de aprendizagem bem como para a forma de aplicação das atividades e a análise das situações que visavam a aprendizagem significativa. Assim como considerado pelos autores, a criação de significados requer esforço cognitivo do aprendiz, mas o empenho do professor em oferecer materiais adequados tem importância nesse processo.

As pesquisas de Borsoi (2016), Lindote (2019), Manoel (2019) e Rodrigues e Kaiber (2019) forneceram elementos comparativos para avaliar que a maioria das atividades da sequência aqui apresentada buscava o Nível 2 de formação conceitual e favorecia o desenvolvimento das habilidades visual, verbal e gráfica.

Finalmente, a leitura dos trabalhos de Santos et al. (2020), Schwanz e Felcher (2020) e Souza et al. (2020), que apresentavam a utilização do GeoGebra como recurso pedagógico, tornou mais sólida a opção pelo software que, pela nossa observação, tornou as aulas mais atrativas e motivadoras para o desenvolvimento de conceitos e da habilidade visual dos alunos.

A sequência didática elaborada e aplicada neste trabalho foi amparada por três perspectivas teóricas. A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003) influenciou dois aspectos que inicialmente não se tinha direcionado atenção: o material de aprendizagem e a forma de aplicação das atividades. Ainda que se tenha considerado o material como potencialmente significativo, cabe ponderar, com base no autor, que aprendizagem significativa não pode ser considerada como sinônimo de aprendizagem de material potencialmente significativo, uma vez que aquele processo é próprio do aprendiz. Concordando com as ideias do autor, tem-se que um material potencialmente significativo

também pode ser aprendido por meio da memorização (caso o mecanismo da aprendizagem do aprendiz não seja significativo) o que dificulta a retenção. Na nossa experiência, como havia um intervalo de uma semana entre uma aplicação e outra, notou-se que, quando se retomava o conteúdo no início da aula, os alunos se lembravam das informações anteriores, o que pode indicar alguns indícios de aprendizagem significativa daqueles conceitos.

Tomando ainda fundamentação em Ausubel (2003), que realça a importância da linguagem no processo de aprendizagem, ficam evidentes os diálogos como forma de se ativar os conhecimentos prévios dos alunos e de incentivar o estabelecimento de relações, o que deve ter favorecido os processos cognitivos de diferenciação progressiva e reconciliação integradora.

Vale refletir, também, sobre nossas ações de planejamento e de comandos na sala de aula: se antes se acreditava que as aulas “tradicionais”, ou seja, apresentação da teoria seguida de exemplos e de exercícios, eram suficientes para a aprendizagem do conteúdo, certamente após a realização deste trabalho a nossa prática tende a se modificar. A metodologia empregada na sala de aula (a chamada descoberta guiada), que permitiu uma interação entre os alunos e um diálogo direcionado para a formação dos conceitos, certamente modificou a nossa concepção acerca da dinâmica das nossas aulas futuras.

Considera-se que a sequência didática avançou pouco no desenvolvimento do Nível 3 de pensamento geométrico, conforme as características descritas por Van Hiele (1986); acredita-se que a continuidade do trabalho poderia ajudar os alunos a estabelecer mais relações entre as propriedades das figuras, envolvendo mais classificações (por exemplo, os paralelepípedos como prismas) e adentrando para os cálculos de áreas e volumes. Quanto às descrições de Hoffer (1981), talvez a habilidade visual tenha sido a mais favorecida, já que atividades de planificação foram intencionalmente planejadas na sequência. Outras habilidades poderiam ter sido contempladas, por exemplo: (a) em jogos com enunciado de propriedades a fim de contribuir para o desenvolvimento da habilidade verbal; (b) em testes com proposições para os alunos decidirem sobre sua veracidade (tipo V ou F) e assim utilizar a habilidade lógica; (c) em atividades de modelagem matemática envolvendo formas de objetos do cotidiano para favorecer a habilidade de aplicação. Essas ponderações têm especial relevância quando se lembra que os participantes são alunos oriundos de um ensino remoto precário em termos de formação em geometria espacial – o que indica a necessidade de ações efetivas para recuperar as aprendizagens nesse e em outros temas curriculares.

A utilização do GeoGebra nesta pesquisa certamente foi influenciada pela nossa participação no Curso de Extensão da UFABC. Pode-se afirmar que, sem ter participado do

curso, talvez não se tivesse segurança para organizar o tutorial para manipulação do software nem para construir as figuras valendo-se das animações oferecidas por esse recurso. No que se refere a aproveitar o potencial do GeoGebra na sala de aula, considera-se que, assim como relatado na literatura, o software parece auxiliar na análise de propriedades dos poliedros já que permite, pelas movimentações realizadas na janela 3D, visualizar as faces, vértices e arestas de um modo mais eficiente do que se assim fosse feito por meio das ilustrações de um livro didático. Apesar disso, acredita-se que o software poderia ter sido mais explorado, por exemplo, promovendo-se atividades de construção de figuras compostas (e assim possibilitar processos de modelagem matemática), identificação de diagonais, de ângulos e de alturas, elaboração de desenhos em perspectiva no papel a partir de imagens na tela, comparação de áreas e volumes etc.

Nessa pesquisa, um fator considerado importante foi à mudança de ambiente: a saída da sala de aula tradicional para outro ambiente – biblioteca e laboratório de informática – pode ter motivado os alunos a empregar esforço cognitivo para favorecer a aprendizagem significativa. O simples fato de poder trabalhar em mesas adequadas para grupos de estudo, a quantidade de material disponível para cada mesa e o modo como o material da sequência didática foi trabalhado compuseram uma situação um tanto diferenciada das aulas que são ministradas na escola. Entende-se que, na medida do possível, a experiência obtida deverá ser levada para outros professores que se interessem pelo processo de ensino e aprendizagem da geometria.

Nesse sentido, o trabalho aqui apresentado nos remete a pensar que, mesmo após ter-se enfrentado os problemas advindos da necessidade de ensino remoto na pandemia, a incorporação do uso das Tecnologias da Informação e Comunicação em um laboratório de informática com aparelhos suficientes para cada aluno ainda é um grande desafio para a realidade das escolas públicas.

Concordando com as indicações dos documentos oficiais BNCC e CRMG que afirmam que a aprendizagem da matemática no ensino médio não deve estar ligada somente a um conjunto de regras, fórmulas e técnicas, mas deve permitir o desenvolvimento de competência crítica para utilizar esse conhecimento de forma responsável e consciente, a serviço das diferentes práticas sociais, espera-se que os conhecimentos obtidos pelos participantes dessa pesquisa possa alicerçar a continuidade de seus estudos em níveis mais elevados de desenvolvimento conceitual.

Finalmente, cabe fazer referência a aspectos afetivos estudados pela Psicologia da Educação Matemática, principalmente aqueles que se referem às atitudes frente à geometria

(VIANA, 2005), já que os alunos demonstraram gostar do conteúdo e há indícios de que tenham obtido mais segurança para a aprendizagem – apesar de não terem sido colhidos, por escrito, depoimentos finais acerca dessa situação. Estudos nesse sentido fazem parte de nossos planos futuros.

Considerando que ao elaborar, aplicar e analisar a presente proposta didática realizada no âmbito do Programa de Mestrado Profissional do PPGECM/UFU, entendeu-se melhor as características da chamada “pesquisa do professor”, conforme aponta Carneiro (2008), e também os objetivos do programa que visa proporcionar a formação continuada a profissionais qualificados para o exercício da prática profissional avançada e transformadora de procedimentos no ensino das Ciências ou da Educação Matemática, buscando atender demandas sociais, organizacionais ou profissionais e do mercado de trabalho. Desta forma, concordando com Day (2001), Garcia (2009) e Marim e Rodrigues (2020) acerca da importância da formação continuada durante toda a carreira docente, pode-se avaliar que a experiência obtida com a realização deste trabalho contribuiu enormemente para a nossa formação continuada.

Finalmente, espera-se que o produto educacional gerado possa alcançar os professores que ensinam matemática, especialmente geometria, e que as ações pedagógicas propostas na sequência didática possam contribuir para sua prática em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALVES, A. J. A “revisão da bibliografia” em teses e dissertações: meus tipos inesquecíveis. **Cadernos de Pesquisa**, [s.l.], n. 81, 1992, p. 53-60.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano, 2003.

BARBOSA, A. C. I. **Aprendizagem significativa do conceito de polígono: uma sequência didática para o sexto ano do ensino fundamental**. 2018. 178 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.14393/ufu.di.2018.1409>. Acesso em: 20 set. 2022.

BOIAGO, C. E. P. **Área de figuras planas: uma proposta de ensino com modelagem matemática**. 2015. 251 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015. DOI: <https://doi.org/10.14393/ufu.di.2015.533>. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/18762> . Acesso em: 20 set. 2022.

BORSOI, C. **GeoGebra 3D no Ensino Médio: uma possibilidade para a aprendizagem da geometria espacial**. 2016. 159 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS. Porto Alegre, 2016. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/148179>. Acesso em: 27 mar. 2022.

BRASIL. **Parecer CNE/CP 9/2001**. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Conselho Nacional de Educação. Brasília, Distrito Federal, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/009.pdf>. Acesso em: 5 set. 2022.

BRASIL. **Lei Federal 13.415, de 16 de fevereiro de 2017**. Altera as Leis n.º 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e 11.494, de 20 de junho 2007, que regulamenta o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação, a Consolidação das Leis do Trabalho - CLT, aprovada pelo Decreto-Lei n.º 5.452, de 1.º de maio de 1943, e o Decreto-Lei n.º 236, de 28 de fevereiro de 1967; revoga a Lei n.º 11.161, de 5 de agosto de 2005; e institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral. Brasília, DF, 2017. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/l13415.htm. Acesso em: 17 nov. 2022.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 27 mar. 2022.

BRASIL. **Lei Federal 13.005, de 25 de junho de 2014**. Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências. Brasília, DF, 25. Jun. 2014. Disponível em: <http://pne.mec.gov.br/18-planos-subnacionais-de-educacao/543-plano-nacional-de-educacao-lei-n-13-005-2014>. Acesso em: 17 nov. 2022.

BRASIL. **Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial [da] União, ano CXXXIV, n. 248, p. 27.833-27.841, 23

dez. 1996. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm . Acesso em: 20 jul. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. **Orientações para APCN – 2019**. Brasília, DF: MEC, 2019 a. Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/ensino1.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2022.

BRASIL. **Resolução CNE/CP Nº 2/2019**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Conselho Nacional de Educação – Brasília, DF: CNE, 2019 b. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=135951-rcp002-19&category_slug=dezembro-2019-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 20 jan. 2022.

BRASIL. **Parecer CNE/CP Nº:5/2020**. Reorganização do Calendário Escolar e da possibilidade de cômputo de atividades não presenciais para fins de cumprimento da carga horária mínima anual, em razão da Pandemia da COVID-19. Conselho Nacional de Educação – Brasília, DF: CNE, 2020. Disponível em: https://normativasconselhos.mec.gov.br/normativa/pdf/CNE_PAR_CNECPN52020.pdf. Acesso em: 20 jan. 2022.

BRITO, M. R. F. Psicologia da educação matemática: um ponto de vista. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, n. Especial 1/2011, p. 29-45, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0104-40602011000400003>. Disponível em: <https://revistas.ufpr.br/educar/article/viewFile/22594/14833>. Acesso em: 27 dez. 2022.

CARNEIRO, V. C. Contribuições para a Formação do Professor de Matemática Pesquisador nos Mestrados Profissionalizantes na Área de Ensino. **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 21, n. 29, p. 199-222, 2008.

CHAQUIAM, M.; MAUÉS, D. de D. N.; CABRAL, N. F.; DIAS, G. N.; RODRIGUES, A. E.; PAMPLONA, V. M. S. A percepção de alunos e professores sobre o ensino e aprendizagem do cilindro reto circular. **Investigação, Sociedade e Desenvolvimento**, [S. l.], v. 9, n. 9, pág. e973998110, 2020. DOI: <https://doi.org/10.33448/rsd-v9i9.8110>. Disponível em: <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/8110>. Acesso em: 7 nov. 2022.

COLL, C.; VALLS, E. Aprendizagem e o Ensino de Procedimentos. In: COLL, C.; POZO, J. I; SARABIA, B.; VALLS, E. **Os conteúdos na reforma: ensino e aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes**. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médica, 1998, p.70-118.

DAY, C. **Desenvolvimento Profissional de Professores: os desafios da aprendizagem permanente**. Porto: Porto Editora, 2001.

D'AVILA, J. A. **Sequência didática como proposta metodológica para a aprendizagem significativa da geometria espacial no ensino médio**. 109 p. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, Bagé, 2018. Disponível em: <https://dspace.unipampa.edu.br/handle/rii/5566>. Acesso em: 10 ago. 2022.

ELIAS, C. D. S. R., SILVA, L. A. D., MARTINS, M. T. D. S. L., RAMOS, N. A. P., SOUZA, M. D. G. G., HIPÓLITO, R. L. Quando chega o fim? Uma revisão narrativa sobre terminalidade do período escolar para alunos deficientes mentais. **Smad: Revista Electrónica en Salud Mental, Alcohol y Drogas**, v. 8, n. 1, p. 48-53, jan./abr. 2012. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/803/80323610008.pdf> . Acesso em: 07 de nov. 2022.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

GALVÃO, M. C. B.; RICARTE, I. L. M. Revisão sistemática da Literatura: conceituação, produção e publicação. **Logeion: Filosofia da Informação**, Rio de Janeiro, v. 6 n. 1, p.57-73, 2020. DOI: <https://doi.org/10.21728/logeion.2019v6n1.p57-73>. Acesso em: 07 de nov. 2022.

GARCIA, M. C. Desenvolvimento profissional docente: passado e futuro. *Sisíto / Revista de Ciências da Educação*, Lisboa, n. 8, p. 7-16, jan./abr. 2009. Disponível em: https://idus.us.es/bitstream/handle/11441/29247/Desenvolvimento_profissional_docente.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 23 jul. 2022.

GUIANA, D. **Aprendizagem significativa da Geometria Espacial facilitada por materiais reutilizáveis**. 2020. 104 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus (AM), 2020. Disponível em: <https://tede.ufam.edu.br/handle/tede/7976>. Acesso em: 27 mar. 2022.

HOFFER, A. Geometry is more than Proof. **The Mathematics Teachers**, [s.l.], vol 74, n. 1, p. 11-18, 1981. DOI: <https://doi.org/10.5951/MT.74.1.0011>. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/27962295>. Acesso em: 27 mar. 2022.

JAIME, A. P.; GUTIÉRREZ, A. **Una Propuesta de Fundamentacion para la Enseñanza de la Geometria: el Modelo Teórico de Van Hiele**. In LINARES,S.C.(ed.).Teoria y Práctica en Educacion Matemática. Ediciones Alfar, Sevilha, 1990.

LINDOTE, C. F. **A influência do uso das técnicas de dobraduras e do uso de materiais concretos no ensino de geometria espacial em duas turmas do 7º ano do ensino fundamental**. 2019. 107 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2019. Disponível em: <https://tede.ufrj.br/handle/jspui/5424> . Acesso em: 29 out. 2022.

LÜDKE, M. A complexa relação entre o professor e a pesquisa. In: ANDRÉ, M. (org.). **O papel da pesquisa na formação e na prática dos professores**. Campinas: Papirus, p. 27- 54, 2001.

MANOEL, W. A. **Uma proposta de ensino para a geometria nos anos finais do ensino fundamental**. 2019. 86 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba (SP), 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/11168> . Acesso em: 26 out. 2022.

MARIM, V.; RODRIGUES, L. A. O papel da mobilidade internacional na formação docente: estudo comparado entre Brasil e Portugal. **Olhar de Professor**, [s.l.], v. 23, p. 1-18, 23 set. 2020. DOI: <https://doi.org/10.5212/OlharProfr.v.23.15041>. Disponível em: <https://orcid.org/0000-0002-4754-8802>. Acesso em: 10 ago. 2022.

MARQUES, V. D.; CALDEIRA, C. R. da C. Dificuldades e carências na aprendizagem da Matemática do Ensino Fundamental e suas implicações no conhecimento da Geometria.

Revista Thema, [S. l.], v. 15, n. 2, p. 403–413, 2018. DOI:

<https://doi.org/10.15536/thema.15.2018.403-413.851>. Disponível em:

<https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/851>. Acesso em: 21 abr. 2022.

MINAS GERAIS. **Currículo Referência de Minas Gerais**. Belo Horizonte: Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, MG, 2018. Disponível em:

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/curriculos_estados/documento_curricular_mg.pdf. Acesso em: 18 jun. 2022.

MINAS GERAIS. Secretária de Estado de Educação de Minas Gerais. **Currículo Referência de Minas Gerais**. Belo Horizonte: Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, 2019.

Disponível em: <https://curriculoreferencia.educacao.mg.gov.br/index.php/cbc>. Acesso em: 10 de jun. 2022.

MINAS GERAIS. Secretária de Estado. **Resolução SEE nº 4.310/2020 MG, em 17 de abril de 2020**. Dispõe sobre as normas para a oferta de Regime Especial de Atividades Não Presenciais, e institui o Regime Especial de Teletrabalho nas Escolas Estaduais da Rede Pública de Educação Básica e de Educação Profissional, em decorrência da pandemia Coronavírus (COVID-19), para cumprimento da carga horária mínima exigida. Belo Horizonte, MG, 2020a. Disponível em:

https://www2.educacao.mg.gov.br/images/documentos/Resolucao%20SEE_N__4310.pdf

Acesso: em 10 de jun. 2022.

MINAS GERAIS. Secretária de Estado de Educação de Minas Gerais. **Memorando Circular SEE nº 14/2020 de 30 de abril de 2020**. Comunicado: Informa sobre o objetivo da reunião com os Gestores Escolares da rede estadual de ensino realizada no dia 28/04/2020. Presta explicações da SEE sobre REANP- Regime Especial de Atividades Não Presenciais: PET- Plano de Estudos Tutorado; Programa Se Liga na Educação; Aplicativo Digital Conexão Escola; Execução do REANP; Acompanhamento; Greve. Belo Horizonte, MG, 2020b.

Disponível em:

https://www2.educacao.mg.gov.br/images/stories/2020/INSPECAO_ESCOLAR/Boletim_mai_o/Memorando-Circular_n%C2%BA_14_2020_SEE_SEE.pdf. Acesso em: 10 de jun. 2022.

MOREIRA, M. A. O que é afinal aprendizagem significativa? **Revista cultural La Laguna Espanha**, [s.l.], 2012. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf>. Acesso em: 27 jul. 2022.

MOREIRA, M.A. Organizadores prévios e aprendizagem significativa. **Revista Chilena de Educación Científica**, [s.l.], Vol. 7, Nº. 2, 2008, pp. 23-30. Revisado em 2012. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/ORGANIZADORESport.pdf>. Acesso em 27 jul. 2022.

NASSER, L. O desenvolvimento do raciocínio em Geometria. **Boletim do GEPEN**, ano XV, n. 27, p. 93-99, 1990.

Novak, J.D. (1998). **Learning, creating, and using knowledge: concept maps as facilitative tools in schools and corporations**. New York: Routledge. DOI:

<https://doi.org/10.4324/9781410601629>. Acesso em: 24 set. 2022.

PEREIRA, T.L.M. **O uso do software GeoGebra em uma escola pública**: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Juiz de Fora, 2012. Disponível em: <http://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/1790/1/thalesdelelismartinspereira.pdf>. Acesso em: 12 fev. 2022.

POZO, J. I. Aprendizagem e o Ensino de Fatos e Conceitos *In*: COLL, C; POZO, J. I; SARABIA; VALLS, E. **Os Conteúdos na Reforma. Ensino e Aprendizagem de Conceitos, Procedimentos e Atitudes**. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998, p. 17-71.

PROENÇA, M. C. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio**. 2008. 200 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, 2008. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/90947> . Acesso em: 24 set. 2022.

PROENÇA, M. C.; PIROLA, N. A. O conhecimento de polígonos e poliedros: uma análise do desempenho de alunos do ensino médio em exemplos e não exemplos. **Ciência & Educação**, UNESP, Rio Claro, v. 17, n. 1, p. 199-217, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1516-73132011000100013>. Acesso em: 24 set. 2022.

RODRIGUES, S. S. A. **A teoria de Van Hiele aplicada aos triângulos**: uma sequência didática para o 8º ano do Ensino Fundamental. 129 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Norte Fluminense, 2015.

RODRIGUES, D. S.; KAIBER, C. T. A Geometria Espacial no Ensino Médio: contribuições da utilização de uma Unidade de Ensino e Aprendizagem (UEA). **“Perspectivas da Educação Matemática”**, UFMS, v. 12, n. 28, p. 149-167, dez. 2019. DISPONÍVEL EM: <https://desafioonline.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/9463> . Acesso em: 24 set. 2022.

SANTOS, J.E.B.; ROSA, M. C.; SOUZA, D.S. O Ensino de Matemática Online: um cenário de reformulação e superação. **Revista Interações**, [s.l.], v. 16, n. 55, p. 165-185, 2020. DOI: <https://doi.org/10.25755/int.20894>. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/20894>. Acesso em: 10 mar. 2022.

SCHWANZ, C. B.; FELCHER, C. D. Reflexões acerca dos desafios da aprendizagem matemática no ensino remoto. **Redin**: Revista Educacional Interdisciplinar, [s.l.], v.9, n.1, p.91-106, 2020 (ISSN: 2594-4576). Disponível em: <http://seer.faccat.br/index.php/redin/article/view/1868>. Acesso em: 10 jun. 2022.

SETTIMY, T. F. O; BAIRRAL, M. Dificuldades envolvendo a visualização em geometria espacial. **Revista Vidya**, Santa Maria, v.40, n. 1, p177-195, 2020. DOI: <https://doi.org/10.37781/vidya.v40i1.3219>. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/3219>. Acesso em: 22 abr. 2022.

SILVA, L. R. P. **Congruência de triângulos no GeoGebra**: uma proposta didática para o ensino fundamental. 2018. 416f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018. DOI:

<http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2018.575>. Disponível em:
<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/26873>. Acesso em: 20 set. 2022.

SILVA, M. R.; MIRANDA, J.A.; VIANA, O. A. Modelagem Matemática no ensino de Geometria Plana. *In: ENCONTRO MINEIRO SOBRE INVESTIGAÇÃO NA ESCOLA*, 4, 2013, Ituiutaba. **Anais [...]**. Ituiutaba: Encontro Mineiro sobre Investigação na Escola, 2013.

SILVA, O. P. M. da. **A teoria de Ausubel e o modelo dos Van Hiele aplicados à geometria: uma proposta didática**. 2018. 74 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2018.

SILVA, Q. de O. V. da. **O uso do GeoGebra 3D e a aprendizagem significativa da geometria espacial no ensino médio**. 2017. 74, [3] f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) - Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy", Duque de Caxias, 2017.

SOUZA, R. J.; PATARO, P. R. M. **Vontade de saber Matemática**. 9º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

SOUZA, D. C.; LIRA, A. S.; BARBOSA, F. E.; CASTRO, J. B. **Tecnologias Digitais e Geometria Espacial: contribuições de uma formação de professores na perspectiva do ensino remoto**. *In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO*, 31, 2020. **Anais [...]**. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2020. p. 272-281. DOI: <https://doi.org/10.5753/cbie.sbie.2020.272>. Disponível em:
<https://sol.sbc.org.br/index.php/sbie/article/view/12783> . Acesso em: 27 mar. 2022.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA – UFU. Conselho de Pesquisa e Pós-Graduação. **Resolução SEI nº 14/2018**. Dispõe sobre o novo Regulamento do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional, do Instituto de Física da Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia: UFU, 2018. Disponível em:
<http://www.reitoria.ufu.br/Resolucoes/resolucaoCONPEP-2018-14.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2022.

USISKIN, Z. Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. *In: LINDQUIST, M.; SHULTE, A. P. Aprendendo e ensinando geometria*. (Trad. Hygino Hungueros Domingues), São Paulo: Atual. p.21-37. 1994.

VAN DER MER, I. A. S. **Aprendizagem do conceito de volume: uma proposta didática compartilhada com licenciandos da matemática**. 2017. 102 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017. DOI:
<http://doi.org/10.14393/ufu.di.2017.521>. Disponível em:
<http://repositorio.ufu.br/handle/123456789/19712>. Acesso em: 20 set. 2022.

VAN HIELE, P. **Structure and Insight: a theory of mathematics education**. Orlando: Academic Press, 1986

VIANA, O. A. As atitudes de alunos do ensino médio em relação à Geometria: adaptação e validação de escala. *ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 8, 2004, Recife. **Anais ...** Recife, 2004.

VIANA, O. A. **O Conhecimento Geométrico de Alunos do CEFAM Sobre Figuras Espaciais**: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito. 230 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

VIANA, O. A. Conceitos e habilidades espaciais requeridos pelas questões de geometria do ENC/Enade para a licenciatura em Matemática. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, v. 22, n. 34, p. 153-184, 2009.

VIANA, O. A. Conhecimentos prévios e organização de material potencialmente significativo para a aprendizagem da geometria espacial. **Ciência e Cognição**, [s.l.], v. 16, p.15-36, 2011. Recuperado de <http://www.cienciasecognicao.org/revista/index.php/cec/article/view/698>

VIANA, O. A. **Modelagem de logotipos figurais utilizando o GeoGebra**: aspectos teóricos e práticos da aprendizagem da geometria básica. Projeto de Curso de Extensão em atendimento ao Edital Fluxo Contínuo, Nível 1, PROEC/UFABC, 2020 (não publicado).

VIANA, O. A.; GABRIEL, G. A. F; TEIXEIRA, F. Modelagem de logotipos figurais no GeoGebra: uma análise do processo e dos conceitos e habilidades requeridos. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 17, p. 01-21, jan./dez., 2022. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2022.e86980>. Acesso em: 10 jan. 2023

APÊNDICES**APÊNDICE A: Ficha 1 – Tarefas 1 e 2****FICHA 1****Nome:** _____**TAREFA 1**

- a) Com suas palavras, explique: O que são Poliedros? E o que são Não Poliedros?

Resposta:

.....

.....

.....

.....

- b) Elaborar dois desenhos de figuras em perspectiva:

--	--

TAREFA 2

Elaborar dois desenhos de figuras em perspectiva:

De um convexo	De um não convexo
---------------	-------------------

APÊNDICE B: Ficha 2 – Tarefas 3,4 e 5

FICHA 2

Nome: _____

TAREFA 3

Complete a Tabela

Nº de faces	Nome do poliedro	Nº de faces	Nome do poliedro

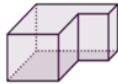
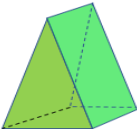
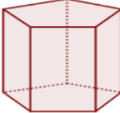
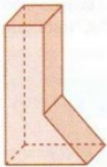
TAREFA 4

Faça um desenho em perspectiva de um poliedro, nomeie quanto à convexidade (convexo ou não convexo) e nomeie quanto ao número de faces.

Desenho	Nomeação

TAREFA 5

Para cada poliedro a seguir, nomeie quanto à convexidade e quanto ao número de faces.

a) 	b) 	c) 	d) 
Quanto à convexidade:	Quanto à convexidade:	Quanto à convexidade:	Quanto à convexidade:
Quanto ao nº de faces:	Quanto ao nº de faces:	Quanto ao nº de faces:	Quanto ao nº de faces:

APÊNDICE C: Ficha 3 – Tarefas 6, 7 e 8

FICHA 3

Nome: _____

TAREFA 6

Complete a tabela

Nome	Como são as faces?	Nº de faces (F)	Nº de vértices (V)	Nº de arestas (A)
Tetraedo regular	Triângulos equiláteros	4		

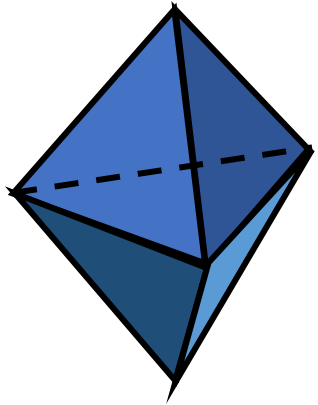
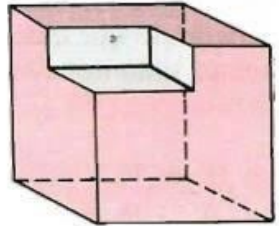
TAREFA 7

A partir da tabela anterior, qual a relação existente entre F, V e A?

RELAÇÃO DE EULER

TAREFA 8

Para cada poliedro a seguir, complete as afirmações:

<p>a)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Nome do poliedro (quanto ao número de faces): F=..... V=..... A=..... Vale a Relação de Euler? É um poliedro regular?</p>	<p>b)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Nome do poliedro (quanto ao número de faces): F=..... V=..... A=..... Vale a Relação de Euler? É um poliedro regular?</p>
--	--

APÊNDICE D: Ficha 4 – Tarefas 9 e 10

FICHA 4

Nome: _____

TAREFA 9

- a) Com suas palavras, explique: O que são Prismas? E o que são Pirâmides?

Resposta:

.....

.....

.....

.....

Escolha um prisma ou pirâmide qualquer, esboce um desenho e classifique sua nomenclatura quanto à base.

Desenho	Nomeação

TAREFA 10

Faça um desenho em perspectiva de uma planificação de um poliedro de sua escolha. (Se quiser pode usar régua).

Desenho