

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

GABRIEL ELISBÃO DA SILVA

Análise do isolante térmico de um vaso de pressão de uma planta Heliotérmica.

Uberlândia

2023

GABRIEL ELISBÃO DA SILVA

Análise do isolante térmico de um vaso de pressão de uma planta Heliotérmica.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Mecatrônica

Área de concentração: Transferência de Calor

Orientador: Prof. Dr. Valério Luiz Borges

Uberlândia

2023

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

S586 Silva, Gabriel Elisbão da, 1998-
2023 Análise do isolante térmico de um vaso de pressão de
uma planta Heliotérmica [recurso eletrônico] / Gabriel
Elisbão da Silva. - 2023.

Orientador: Valério Luiz Borges.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Uberlândia, Graduação em
Engenharia Mecatrônica.

Modo de acesso: Internet.

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Mecatrônica. I. Borges, Valério Luiz, 1979-,
(Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia.
Graduação em Engenharia Mecatrônica. III. Título.

CDU: 621.03

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
 Coordenação do Curso de Graduação em Engenharia Mecatrônica
 Rodovia BR 050, KM 78, Bloco 1D, 2º andar - Bairro Glória, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
 Telefone: (34) 2512-6771 - www.mecanica.ufu.br - mecatronica@mecanica.ufu.br



ATA DE DEFESA - GRADUAÇÃO

Curso de Graduação em:	Engenharia Mecatrônica				
Defesa de:	FEMEC42100 - Projeto de Fim de Curso II				
Data:	10/02/2023	Hora de início:	09:30	Hora de encerramento:	11:00
Matrícula do Discente:	11711EMT005				
Nome do Discente:	Gabriel Elisbão da Silva				
Título do Trabalho:	Análise do isolante térmico de um vaso de pressão de uma planta Heliotérmica.				
A carga horária curricular foi cumprida integralmente?	<input checked="" type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não				

Reuniu-se de forma remota, através da Plataforma Digital Microsoft Teams (https://teams.microsoft.com/l/meetupjoin/19%3aONGxaat6_u1VMpA81nxhbF3cHs8_YZwm_vaZgYZSS81%40thread.tacv2/1675769397285?context=%7b%22Tid%22%3a%22cd5e6d23-cb99-4189-88ab1a9021a0c451%22%2c%22Oid%22%3a%2294c1664d-6f5a-46ae-9ace-e0554108d913%22%7d), a Banca Examinadora, designada pelo docente orientador, assim composta: Prof. Dr. José Sílvio Pessoa Filho - AMAZUL; Prof. Dr. Edson Alves Figueira Júnior - UFOP; e Prof. Dr. Valério Luiz Borges - FEMEC/UFU, orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos, o presidente da mesa, Prof. Dr. Valério Luiz Borges, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, e concedeu ao discente a palavra, para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do curso.

A seguir o(a) senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado sem nota.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Valério Luiz Borges, Professor(a) do Magistério Superior**, em 10/02/2023, às 11:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Edson Alves Figueira Júnior, Usuário Externo**, em 17/02/2023, às 12:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **José Sílvio Pessoa Filho, Usuário Externo**, em 22/02/2023, às 10:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4247417** e o código CRC **61D38276**.

Dedico esse trabalho a minha mãe que sempre me apoiou em todos os meus sonhos e minhas aspirações, instigou-me o desejo pelo conhecimento, a vontade e o amor, e também ao meu pai que com muito carinho me deu coragem e me mostrou a alegria de viver

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor Doutor Valério Luiz pelo incentivo, motivação e orientação nesta caminhada acadêmica, seus conselhos e ensinamentos levarei comigo por toda a vida. E também a toda a equipe da Faculdade de Engenharia Mecânica (FEMEC), aos coordenadores, professora Doutora Vera Lúcia e professor Doutor Elias Bitencourt pelo trabalho e carinho em desenvolver e evoluir o curso de Engenharia Mecatrônica.

“Se você quiser descobrir os segredos do Universo, pense em termos de energia, frequência e vibração. Não creio que haja uma emoção mais intensa para um inventor do que ver suas criações funcionando. Essas emoções fazem você esquecer de comer, de dormir, de tudo.”

(Nikola Tesla)

RESUMO

Usinas de energia Heliotérmica convertem energia solar em energia elétrica de maneira indireta, onde, painéis solares concentram os raios solares e transferem energia na forma de calor para um fluido que é então encaminhado a um sistema de armazenamento de energia térmica ou *Thermal Energy Storage (TES)*, o fluido armazenado a alta temperatura no reservatório é então, encaminhado a uma turbina, gerando, portanto, energia elétrica. Um *TES* se constitui num tanque onde é armazenado o fluido de trabalho da usina, esse tanque é revestido com um material isolante térmico. Este trabalho busca realizar uma análise da transferência de calor através do isolante térmico que reveste o tanque, portanto, apresentar uma solução para a transferência de calor na seção do isolante por meio de uma aproximação utilizando o método das diferenças finitas e partindo da observação da temperatura externa obter a temperatura interna, ou seja, um problema inverso.

Palavras-chave: isolante térmico, transferência de calor; armazenamento térmico; energia heliotérmica; termossolar.

ABSTRACT

Heliothermal power plants convert solar energy into electrical energy in an indirect way, whereby solar panels concentrate the sun's rays and transfer energy in the form of heat to a fluid that is then directed to a thermal energy storage system or Thermal Energy Storage (TES), the fluid stored at a high temperature in the reservoir is then directed to a turbine, thereby generating electrical energy. A TES consists of a tank where the power plant's working fluid is stored, and this tank is lined with a thermal insulating material. This work seeks to analyze the heat transfer through the thermal insulator lining the tank, therefore, to present a solution for the heat transfer in the section of the insulator by means of an approximation using the finite difference method and, based on the observation of the external temperature, obtain the internal temperature, i.e., an inverse problem.

Keywords: thermal insulator; heat transfer; thermal storage; heliothermal energy; thermosolar.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Torre solar, tecnologia de energia solar concentrada.....	13
Figura 2 – Esquema conversão de energia solar térmica.....	14
Figura 3– TES com isolamento	15
Figura 4 – Representação da medição da temperatura externa no TES com auxílio de um termômetro infravermelho.....	16
Figura 5 – Representação da interação entre os átomos em uma barra em aquecimento.....	18
Figura 6 – Transferência de calor e perfil linear de temperatura.....	19
Figura 7 – Fluido em escoamento com representação da camada limite, perfil de velocidade e de temperatura	21
Figura 8 – Volume de controle infinitesimal sob um fluxo de calor.....	23
Figura 9 – Rede de nós bidimensional	26
Figura 10 – Condução em um nó interior e seus nós adjacentes.....	27
Figura 11 – Curva de temperatura no volume de controle do nó interior	27
Figura 12 – Nó situado na superfície com convecção	29
Figura 13 – Nó situado no vértice com convecção.....	29
Figura 14 – Rede simples de nós sob convecção, isolamento superior e inferior e temperaturas prescritas à esquerda.....	34
Figura 15 – Usina Solar térmica de P. Primavera – SP	37
Figura 16 – Modelo do TES com a visualização do tanque interno de aço	38
Figura 17 – TES em detalhes.....	39
Figura 18 - Modelo do TES com a visualização superior e Gradiente para fins de exemplificação.....	40
Figura 19 – Visualização de parte da seção, camada de aço e lã de rocha.....	40
Figura 20 – Visualização completa da seção e malha de nós	41
Figura 21 – Visualização completa das medições e localização dos termopares.....	42
Figura 22 – Indicação da superfície externa na malha	43
Figura 23 – Demonstração do cálculo de energia perdida.....	45
Figura 24 – Passo 1, geração do gráfico	48
Figura 25 – Passo 2, geração do gráfico	48
Figura 26- Gráfico gradiente de temperatura	49
Figura 27 – Evolução do gradiente de temperaturas da seção em 24h.....	51
Figura 28 – Pontos escolhidos para a seção áurea.....	52

Figura 29 – Gráfico ao final de 10 interações da seção áurea	53
Figura 30 – Gráficos com dados da evolução das temperaturas e perda de calor para o ambiente	54
Figura 31 – Gráficos com dados do gradiente e perda de calor ao fim de 60 dias.....	55
Figura 32 – Evolução da Perda de calor para o ambiente com isolamento em lã de rocha; Da esquerda para a direita: 7 dias; 14 dias; 28 dias; 56 dias.....	55

LISTA DE SÍMBOLOS

k	condutividade térmica, $W/m \cdot K$; constante de Boltzmann
T	Temperatura, °C
T_s	Temperatura na superfície, °C
T_∞	Temperatura do ar natural externo, °C
q	taxa de transferência de calor, W
q_s	taxa de transferência de calor na superfície, W
L	comprimento, m
A	área, m^2
Fo	número de Fourier
Bi	número de Biot
h	coeficiente de transferência de calor por convecção, $W/m^2 \cdot K$, constante de Planck
\dot{E}_g	taxa de geração de energia, W
\dot{E}_{st}	taxa de elevação da energia armazenada em um volume de controle, W
\dot{E}_{in}	taxa de transferência de energia para dentro de um volume de controle, W
\dot{E}_{out}	taxa de transferência de energia para fora de um volume de controle, W
c_p	calor específico à pressão constante, $J/Kg \cdot K$
ρ	densidade de massa, Kg/m^3
t	tempo, s
α	difusividade térmica, m^2/s

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
1.1	Objetivos.....	16
1.2	Organização do trabalho.....	17
2	FUNDAMENTOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR.....	18
2.1	Condução.....	18
2.2	Convecção.....	20
2.3	Conservação de Energia e Equação da difusão de Calor	22
2.4	Método diferenças finitas.....	26
2.5	Discretização da Equação do calor para o caso transiente: Explícito	31
2.6	Discretização da Equação do calor para o caso transiente: Implícito.....	33
3	O TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO (TES) DA USINA DE P. PRIMAVERA.....	37
3.1	Modelo e características do TES	38
3.2	Considerações e formulação do problema	39
4	ANALISE COMPUTACIONAL DO PROBLEMA.....	46
4.1	Método das Diferenças Finitas: Implícito em Estado Estacionário no EES	47
4.1	Método das Diferenças Finitas: Implícito em Estado Transiente no MATLAB	50
5	CONCLUSÕES.....	56
	REFERÊNCIAS.....	57
	APÊNDICE A – CÓDIGO UTILIZADO NO EES	60
	APÊNDICE B.1 – CÓDIGO UTILIZADO NO MATLAB	62
	APÊNDICE B.2 – CÓDIGO UTILIZADO NO MATLAB PARA CALCULO SEÇÃO ÁUREA	65
	ANEXO A – THERMAL ENERGY STORAGE DIMENSÕES.....	67

1 INTRODUÇÃO

Segundo Nelson Fernandes Maciel, Diretor-Presidente do Centro de Produções Técnicas (CPT), a energia solar fotovoltaica, é a energia obtida através da conversão direta da luz em eletricidade por meio do efeito fotovoltaico, os módulos fotovoltaicos são compostos por muitas células solares, que são responsáveis pela conversão direta da luz, em eletricidade. Essa conversão é realizada pelas chamadas células fotovoltaicas, compostas por material semicondutor, normalmente o silício, as células solares são produzidas com uma camada positiva (com falta de elétrons) e uma camada negativa (com excesso de elétrons) que, juntas, criam um campo elétrico (formado por uma diferença de potencial existente entre os semicondutores), assim como em uma bateria.

Já na energia Solar Térmica, recolhe a energia térmica na radiação solar e utiliza-a a altas ou baixas temperaturas. As aplicações a baixa temperatura incluem água e aquecimento ambiente para edifícios comerciais e residenciais. Aplicações a altas temperaturas concentram a energia térmica do sol para produzir vapor para conduzir eletricidade geradores. A tecnologia de energia solar concentrada (CSP) tem a capacidade de armazenar energia térmica da luz solar e fornecer energia eléctrica durante a escuridão ou durante o pico da procura períodos. A sua utilidade tem sido demonstrada à escala comercial, com financiamento da investigação e desenvolvimento principalmente do governo e participação ativa de algumas empresas de eletricidade. Por conseguinte, a tecnologia CSP promete fornecer eletricidade de baixo custo e alto valor em grande escala (PATEL, Mukund R.).

A tecnologia mencionada por Mukund R. Patel utilizam altas torres que concentram a energia solar como ilustra a Figura 1.

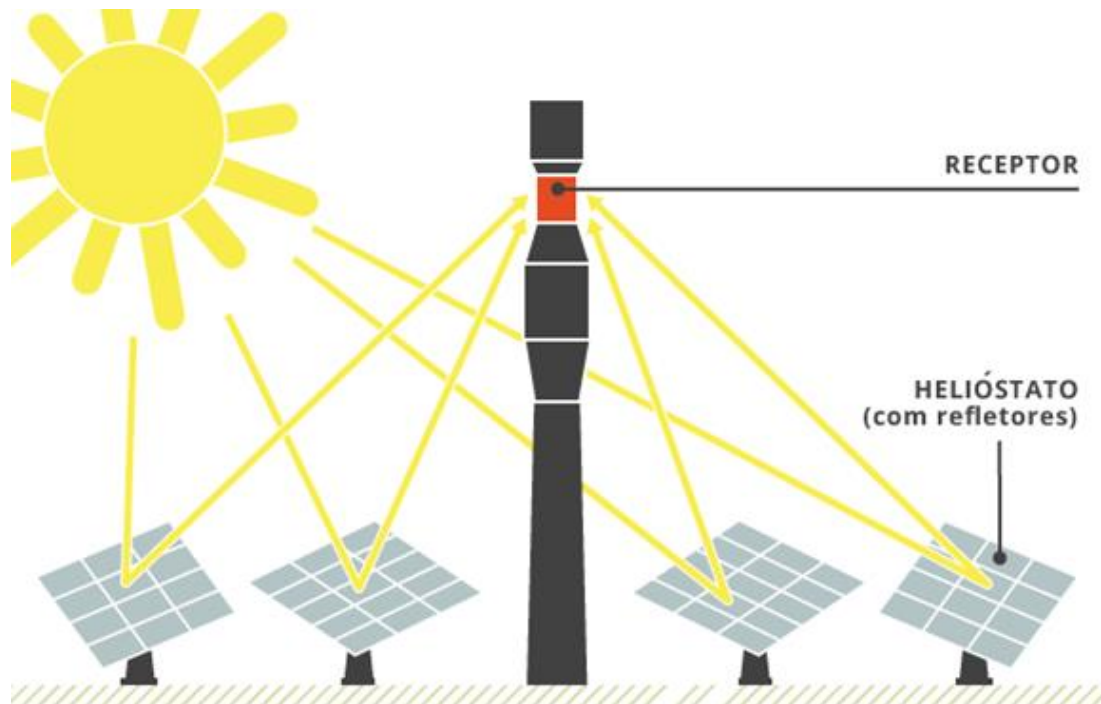


Figura 1 – Torre solar, tecnologia de energia solar concentrada

Fonte: Portal Solar; Disponível em: <https://www.portalsolar.com.br/energia-heliotermica-entenda-como-funciona>

A enorme quantidade de energia que está concentrada nos painéis refletores é utilizada para derreter um sal a alta temperatura. O sal derretido a quente é armazenado num tanque de armazenamento e utilizado quando necessário para gerar vapor e acionar um gerador de turbina. Depois de gerar vapor, o sal fundido usado, agora a baixa temperatura, é devolvido ao tanque de armazenamento de sal frio. A partir daqui o sal é bombeado para a torre receptora para ser aquecido novamente para o próximo ciclo térmico. A energia utilizável extraída durante um tal ciclo térmico depende das temperaturas de trabalho (PATEL, Mukund R.). A Figura 2 ilustra um esquema de uma usina Heliotérmica.

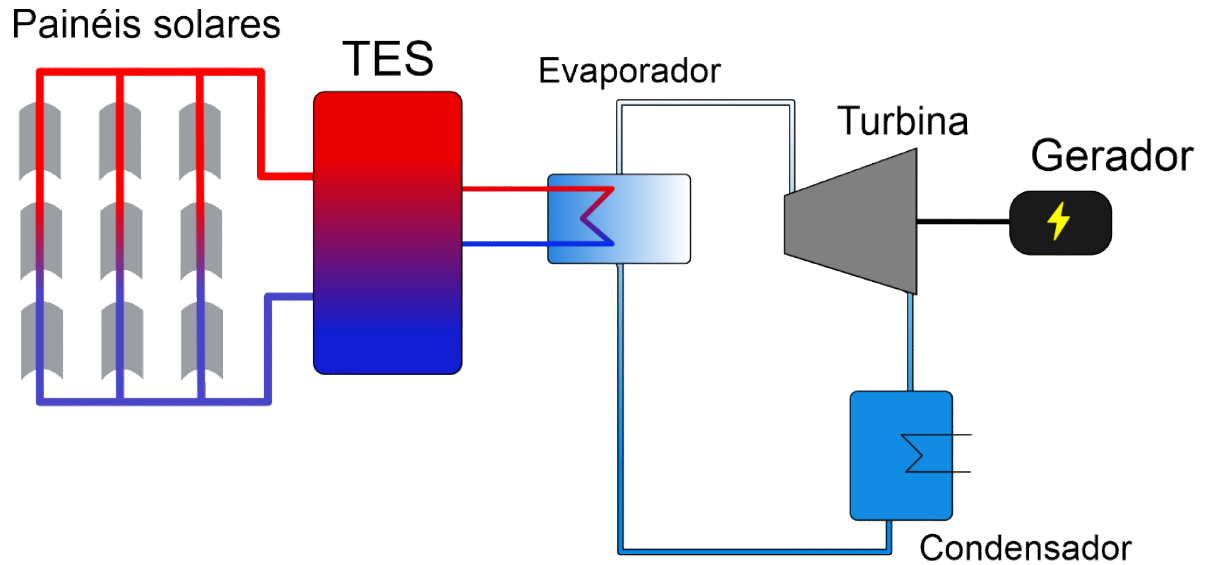


Figura 2 – Esquema conversão de energia solar térmica

Fonte: Autor

A usina de interesse neste trabalho é a usina de Porto Primavera – SP, mais precisamente, o revestimento do reservatório de armazenamento térmico da usina, o qual será analisado. Este reservatório, conhecido como vaso de pressão, armazenador de energia térmica, ou ainda, *Thermal Energy Storage* (TES), se encontra representado no esquema da figura 2, com a sigla TES.

Os sistemas de armazenamento de energia térmica (TES) podem armazenar calor ou frio para serem utilizados mais tarde em condições variáveis tais como temperatura, local ou potência. A principal utilização do TES é para superar o desfasamento entre a geração e o uso de energia. Em sistemas TES a energia é fornecida a um sistema de armazenamento para ser utilizada posteriormente, envolvendo três etapas: carga, armazenamento e descarga, dando um ciclo completo de armazenamento. Os tanques de reservatório térmico são projetados para minimizar a perda de calor e maximizar a eficiência energética, geralmente isso é feito através do uso de revestimentos isolantes, tais como espuma de poliuretano, lã de rocha ou outros (CABEZA L. F.).

A figura 3 ilustra o TES e alguns detalhes relevantes, este tanque é revestido com um material isolante térmico, a lã de rocha, representada na figura pelo contorno externo em azul. A figura também ilustra a entrada e saída do fluido, o HTF, um óleo térmico, mais precisamente o Dowtherm A, um fluido de transferência de calor orgânico termicamente estável composto por uma mistura eutética de compostos altamente estáveis, bifenilo, e óxido de difenilo (DOW Chemical Company, 1997). A entrada e saída desse fluido ocorre através

de difusores, os difusores de entrada são diferentes dos de saída e carregam e descarregam o fluido no centro do tanque, sendo os difusores para o fluido a alta temperatura na parte superior e os difusores a baixa temperatura na parte inferior.

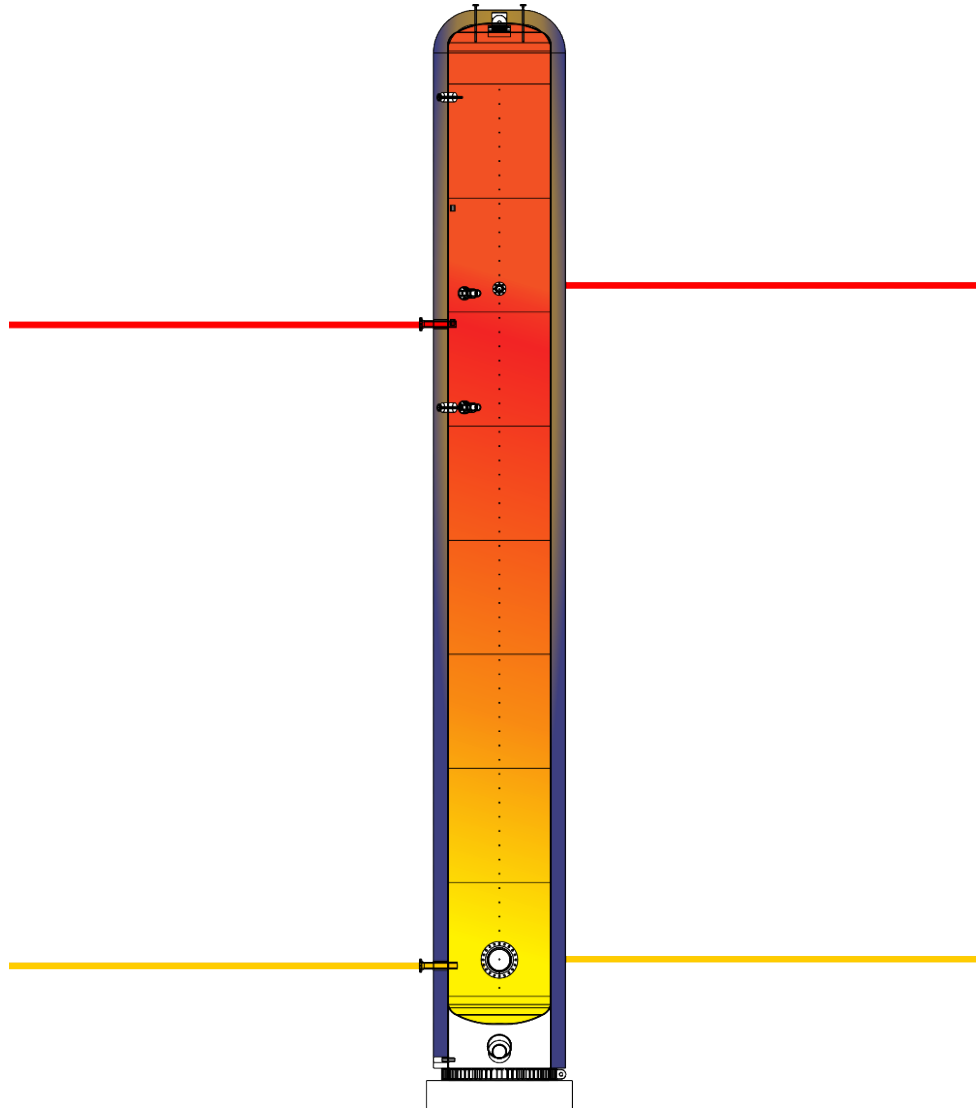


Figura 3– TES com isolamento

Fonte: Autor

1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é apresentar uma solução de problema inverso que envolve a análise do isolante do reservatório térmico ou vaso de pressão de uma planta de geração de energia solar térmica, esta solução compreende:

- Realizar um modelo com auxílio de *software* que evidencie em cores o campo de distribuição de temperaturas em condição transiente da seção transversal do revestimento isolante;
- Medir a temperatura externa do tanque com auxílio de um termômetro infravermelho (Figura 4);
- Com o modelo desenvolvido, encontrar uma condição de contorno das temperaturas internas em que a distribuição de temperaturas externas apresente valores próximos das medições realizadas na superfície externa do isolante.



Figura 4 – Representação da medição da temperatura externa no TES com auxílio de um termômetro infravermelho

Fonte: Autor

1.2 Organização do trabalho

Primeiramente, é explicitado toda a fundamentação teórica que compõe esse trabalho e que será de grande importância para entendimento dos cálculos realizados em *software*.

A segunda parte explica o processo e algumas simplificações que foram realizadas, além de algumas ressalvas e as diferentes maneiras pelas quais o problema foi tratado.

Finalmente é realizado algumas análises dos resultados obtidos pelo método de diferenças finitas, com algoritmos que solucionam de forma implícita as equações para o estado transiente no MATLAB e o problema inverso é concluído com a seção áurea e aproximação polinomial, com objetivo de obter a distribuição de temperaturas internas na situação analisada, ou seja, no momento em que as medições de temperatura externa foram realizadas.

2 FUNDAMENTOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Energia pode ser transferida por meio de interações entre um sistema e o seu ambiente, essas interações são chamadas de trabalho ou calor. A transferência de calor é uma interação em que a energia térmica transita entre sistemas devido a uma diferença espacial de temperatura. Há três diferentes meios pelos quais ocorre a transferência de calor: Condução, Convecção e Radiação (INCROPERA, F. P., 2008). Este tópico apresenta modelos e equações pertinentes no estudo deste trabalho, desde o cálculo da taxa de condução de calor através de superfícies até o modelo aproximado do gradiente de temperatura em seu interior por meio de um método numérico discreto.

2.1 Condução

A condução ocorre dentro de uma substância ou entre substâncias que estão em contato físico direto. Na condução a energia cinética dos átomos e moléculas (isto é, o calor) é transferida por colisões entre átomos e moléculas vizinhas. O calor flui das temperaturas mais altas (moléculas com maior energia cinética) para as temperaturas mais baixas (moléculas com menor energia cinética). A capacidade das substâncias para conduzir calor (condutividade) varia consideravelmente. Via de regra, sólidos são melhores condutores que líquidos e líquidos são melhores condutores que gases (LIOU, KUO-NAN, 1980). Essa interação entre moléculas mencionada por Liou está ilustrada na Figura 5.

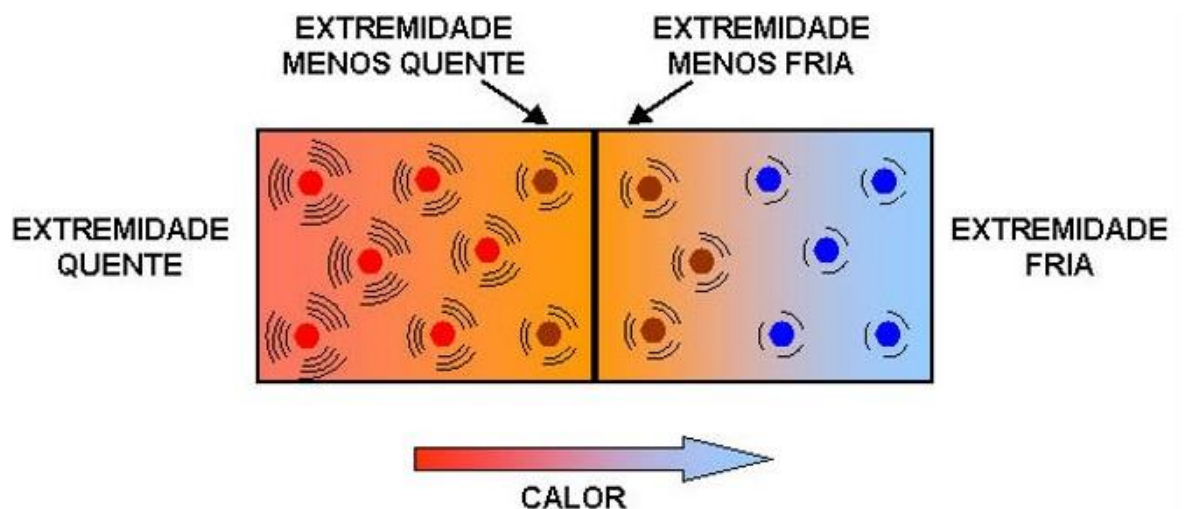


Figura 5 – Representação da interação entre os átomos em uma barra em aquecimento

Como consequência do aumento de agitação dos átomos de um lado da barra ilustrada na figura 5, calor flui das partículas mais agitadas para as menos agitadas, essa “agitação” é energia e o que chamamos de calor, altas temperaturas estão associadas a altas energias e conseqüentemente alta agitação dos átomos. As partículas da barra tendem a buscar um equilíbrio até que todas tenham a mesma energia.

Ao tratar da taxa de transferência de calor através do sólido de maneira unidimensional, é possível observar um gradiente de temperatura que é linear (Figura 6) e que a taxa de transferência pode ser quantificada segundo a Lei de Fourier (Equação 1.1) (INCROPERA, F. P., 2008).

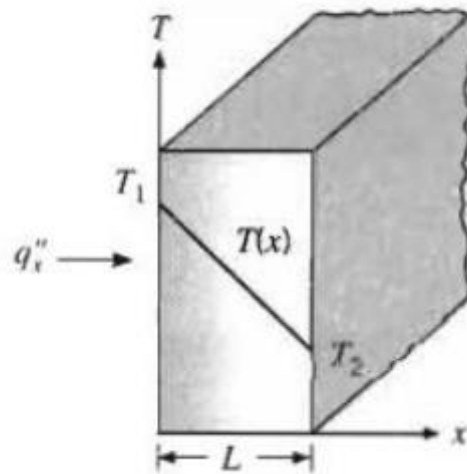


Figura 6 – Transferência de calor e perfil linear de temperatura

Fonte: INCROPERA, F. P., 2008

$$q''_x = -k \frac{dT}{dx} \quad (1.1)$$

O fluxo de calor q''_x (W/m²) é a taxa de transferência de calor na direção x por unidade de área perpendicular a direção de transferência e é proporcional ao gradiente $\frac{dT}{dx}$ nessa direção. O parâmetro k é uma propriedade conhecida como condutividade térmica (W/m · K) (INCROPERA, F. P., 2008).

Aplicando as condições de contorno da Figura 6 e considerando a distribuição linear de temperatura, o gradiente pode ser expresso da forma da Equação 1.2.

$$q_x'' = -k \frac{T_2 - T_1}{L} = k \frac{\Delta T}{L} \quad (1.2)$$

A taxa de transferência de calor total através de uma área A é dado pela Equação 1.3.

$$q_x = q_x'' \cdot A \quad (1.3)$$

A equação 1.1 leva em consideração um fluxo de calor unidirecional, em particular a direção do fluxo de calor é normal a área A . A direção do fluxo de calor é sempre normal a superfície de temperatura constante, chamada de isoterma (INCROPERA, F. P., 2008).

Se for considerado o fluxo de calor como uma quantidade vetorial pode ser obtida uma equação generalizada da Lei de Fourier (Equação 1.4), onde é utilizado o vetor gradiente de temperatura (INCROPERA, F. P., 2008).

$$q'' = -k \nabla T = -k \left(\mathbf{i} \frac{\partial T}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial T}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (1.4)$$

Percebe-se que a equação generalizada se trata da soma dos vetores de fluxo de calor nas 3 dimensões cartesianas expressa na Equação (1.5).

$$q'' = \mathbf{i}q_x'' + \mathbf{j}q_y'' + \mathbf{k}q_z'' \quad (1.5)$$

2.2 Convecção

A transferência de calor através da convecção compreende dois mecanismos, a transferência de energia devido ao movimento molecular aleatório (difusão) e a transferência devido ao movimento macroscópico do fluido. Esses movimentos na presença de um gradiente de temperatura contribuem para a transferência de calor (INCROPERA, F. P., 2008).

É interessante conhecer a transferência de calor por convecção entre um fluido em movimento e uma superfície que estão a diferentes temperaturas. A Figura 7 representa um fluido que escoar sobre uma superfície, como consequência do escoamento, forma-se uma região em que a velocidade do fluido varia de zero na superfície a um valor finito associado ao fluxo. Essa região é conhecida como camada limite de velocidade. O mesmo vale para a

temperatura, há uma região onde varia da temperatura na superfície até a temperatura do fluido, os dois casos são ilustrados na Figura 7. Essa última região é chamada de camada limite de temperatura e pode ser menor, maior ou do mesmo tamanho da camada limite de velocidade (INCROPERA, F. P., 2008).

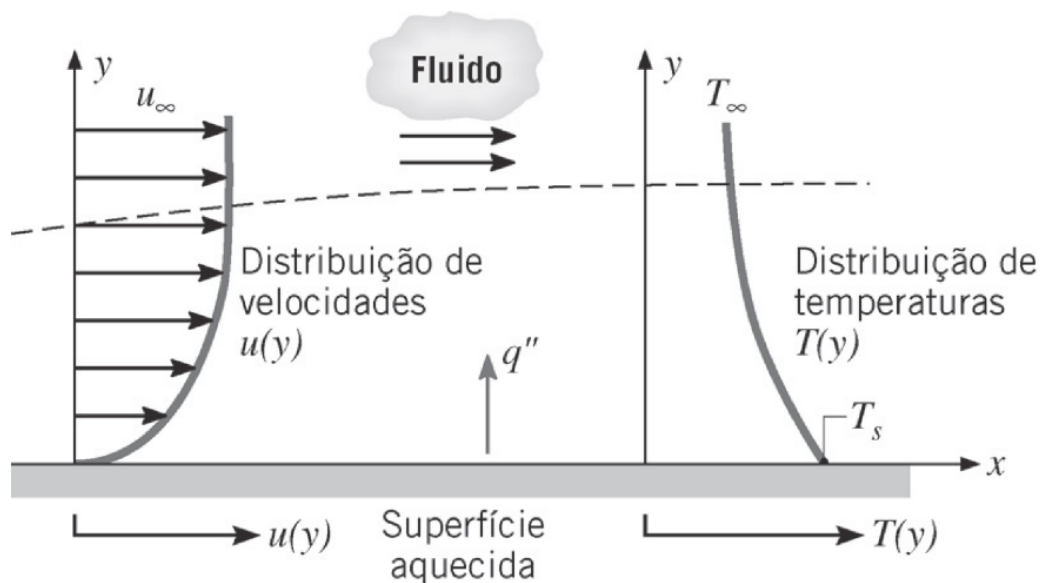


Figura 7 – Fluido em escoamento com representação da camada limite, perfil de velocidade e de temperatura

Fonte: INCROPERA, F. P., 2008

A contribuição da transferência de calor devido o movimento aleatório molecular domina próximo a superfície, uma vez que a velocidade do fluido é baixa. Em um modelo teórico é assumido que a velocidade do fluido na interface entre a superfície é zero e o calor é transferido devido apenas o movimento aleatório molecular. A contribuição do movimento macroscópico do fluido cresce conforme se afasta da superfície (INCROPERA, F. P., 2008).

A transferência de calor via convecção é também classificada conforme a natureza do fluxo, este pode ser forçado ou natural. Uma convecção forçada é dita a convecção formada devido a ação de um ventilador, uma bomba ou ventos atmosféricos, já uma convecção natural é causada devido apenas a diferença de densidade e temperatura, em muitos casos a convecção é causada devido ambas situações (INCROPERA, F. P., 2008).

A relação entre as condições na camada limite de temperatura e transferência de calor por convecção pode ser demonstrada. Em qualquer distância x da borda da superfície, o fluxo

de calor local pode ser obtido pela Lei de Fourier, para o fluido em $y = 0$ (Equação 1.6) (INCROPERA, F. P., 2008).

$$q_s'' = -k_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (1.6)$$

O subscrito s é para enfatizar que se trata do fluxo de calor na superfície, essa expressão é apropriada porque não há movimento do fluido na superfície e a transferência irá ocorrer apenas por condução (INCROPERA, F. P., 2008).

Independentemente da característica da convecção é possível utilizar a equação 1.7 para determinar a taxa de transferência de calor por convecção. A equação também é dita como lei de Fourier para refrigeração, sendo uma versão alternativa para o caso (INCROPERA, F. P., 2008).

$$q_s'' = h(T_s - T_\infty) \quad (1.7)$$

Combinando as equações o coeficiente de transferência de calor por convecção h pode ser dado pela Equação 1.8.

$$h = \frac{-k_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty} \quad (1.8)$$

Dessa forma, as condições na camada limite de temperatura que influenciam fortemente o gradiente de temperatura na superfície $\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$ determinam a taxa de calor transferido através da camada limite (INCROPERA, F. P., 2008).

2.3 Conservação de Energia e Equação da difusão de Calor

O maior objetivo da análise de condução de calor em um corpo é determinar o campo de temperatura, assim é possível observar a distribuição de temperaturas e como ela varia no

interior do corpo. Uma vez que é conhecida a distribuição de temperatura, é possível determinar o fluxo de temperatura em qualquer ponto do corpo, a partir da Lei de Fourier (INCROPERA, F. P., 2008). O conhecimento dessas variáveis é fundamental para determinar e dimensionar outras propriedades de interesse na Engenharia.

É possível determinar a distribuição de temperaturas definindo um volume de controle diferencial como o da Figura 8, onde ilustra o fluxo de calor e as condições de contorno (INCROPERA, F. P., 2008).

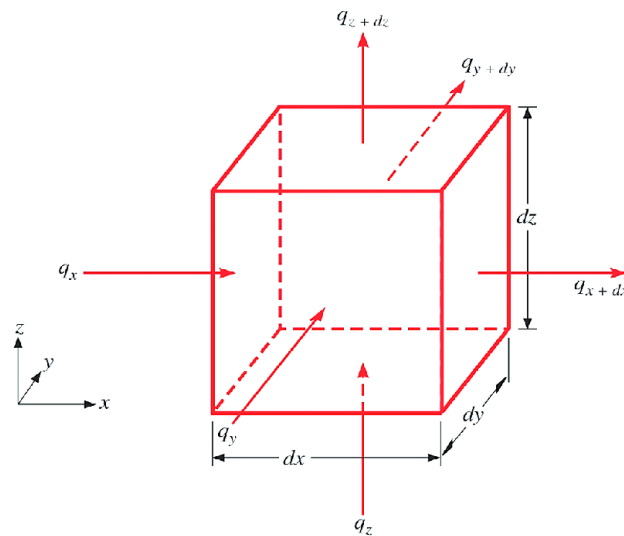


Figura 8 – Volume de controle infinitesimal sob um fluxo de calor

Fonte: INCROPERA, F. P., 2008

Considerando a Conservação de Energia no Volume de controle infinitesimal da Figura 8, e que há uma distribuição de Temperatura $T(x,y)$, é possível analisar o fluxo em cada uma das superfícies de controle perpendiculares e definir o taxa de transferência de calor na superfície oposta como nas Equações 1.9, 1.10 e 1.11. Basicamente a equação expressa que o fluxo que sai na superfície oposta é o fluxo que entra somado a parcela diferencial que representa o quanto o fluxo se alterou durante o percurso até a outra superfície (INCROPERA, F. P., 2008).

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (1.9)$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \quad (1.10)$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \quad (1.11)$$

É possível ainda analisar a Conservação de Energia de outra forma, considerando a Energia Gerada e a Energia armazenada no Volume de controle infinitesimal. Quanto a energia gerada no interior do volume $dx dy dz$ pode ser expressa segundo a Equação 1.12 (INCROPERA, F. P., 2008).

$$\dot{E}_g = \dot{q} dx dy dz \quad (1.12)$$

Onde \dot{q} é a Energia gerada por unidade de volume (W/m^3).

A Energia armazenada no material do volume de controle pode ser expressa segundo a Equação 1.13.

$$\dot{E}_{st} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (1.13)$$

Onde $\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$ é a taxa de mudança da energia armazenada do material por unidade de volume.

A energia armazenada e gerada, \dot{E}_g e \dot{E}_{st} , são consequências de diferentes processos físicos. A energia \dot{E}_g é a manifestação de um processo de conversão de energia envolvendo a energia térmica do material a alguma outra forma de energia interior, tais como, química, elétrica ou nuclear. Expressando a Conservação de energia no volume de controle segundo essas observações, é obtida uma forma geral pela equação 1.14 (INCROPERA, F. P., 2008).

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_g - \dot{E}_{out} = \dot{E}_{st} \quad (1.14)$$

Onde \dot{E}_{in} e \dot{E}_{out} , são as energias que entram e saem do volume de controle respectivamente.

Substituindo as equações das taxas de energia na conservação é obtida a Equação 1.15.

$$q_x + q_y + q_z + \dot{q} dx dy dz - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (1.15)$$

E ainda substituindo os termos definidos anteriormente nas Equações 1.9, 1.10 e 1.11, é obtida a Equação 1.16.

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz + \dot{q} dx dy dz = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (1.16)$$

As taxas de condução de calor q_x , q_y e q_z podem ainda ser expressas segundo a Lei de Fourier como segue nas Equações 1.17, 1.18 e 1.19.

$$q_x = -k dy dz \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.17)$$

$$q_y = -k dx dz \frac{\partial T}{\partial y} \quad (1.18)$$

$$q_z = -k dx dy \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1.19)$$

Substituindo as Equações 1.17, 1.18 e 1.19 na Equação 1.16 e dividindo os termos pelo volume $dx dy dz$, é obtida a Equação 1.20.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.20)$$

As propriedades ρc_p são características do material, onde ρ é a densidade e c_p o calor específico. Outra característica do material é a difusividade térmica α , que pode ser relacionada as outras características como apresentado na Equação 1.21 (INCROPERA, F. P., 2008).

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (1.21)$$

Por fim a Equação 1.20 pode ser simplificada e é definida como a Equação da difusão de calor (Equação 1.22).

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.22)$$

2.4 Método diferenças finitas

O método das diferenças finitas é um método numérico que pode ser aplicado em modelos tridimensionais e de geometria complexa. A solução numérica permite a determinação da temperatura somente em uma malha de pontos discretos, chamados de nós, serve como uma boa aproximação dependendo do tamanho da rede de nós considerada (INCROPERA, F. P., 2008).

Para utilização do método é preciso representar o sistema como uma rede de nós, assim como no exemplo da Figura 9. O método consiste em realizar o balanço de energia em cada nó, obtendo as equações de diferenças finitas da malha. Resolvendo o sistema de equações é possível mensurar a temperatura em cada nó da malha (INCROPERA, F. P., 2008).

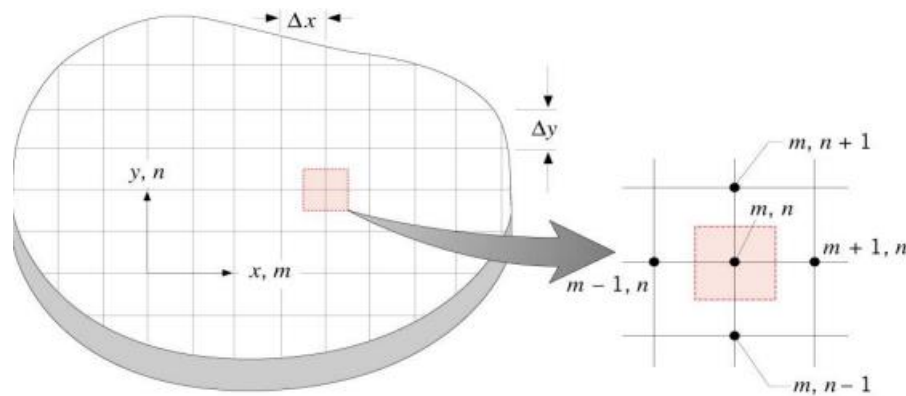


Figura 9 – Rede de nós bidimensional

Fonte: INCROPERA, F. P., 2008

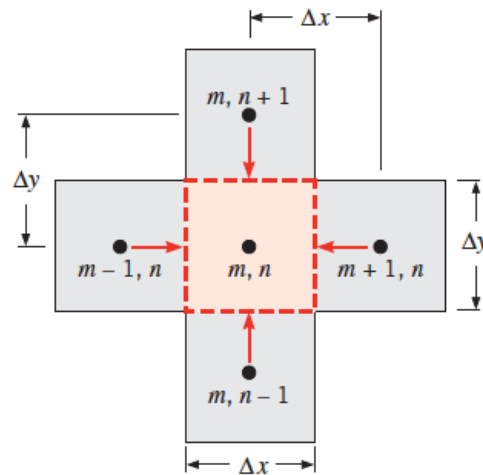


Figura 10 – Condução em um nó interior e seus nós adjacentes

Fonte: INCROPERA, F. P., 2008

Antes de tratar do balanço de energia, é preciso definir uma aproximação para o gradiente de temperatura no nó. Na Figura 10, (m, n) é a coordenada do nó na malha e é definido o volume de controle pela área $\Delta x \Delta y$ com o nó no centro, para o nó do exemplo apresentado é possível aproximar a curva de temperatura representada na Figura 11 como uma função linear e assim obter as equações 1.23 e 1.24 considerando apenas a direção do eixo x do fluxo de calor (INCROPERA, F. P., 2008).

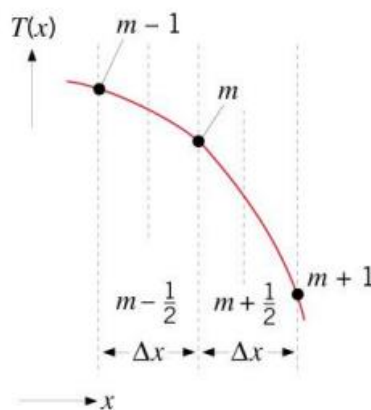


Figura 11 – Curva de temperatura no volume de controle do nó interior

Fonte: INCROPERA, F. P., 2008

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{m-1/2,n} \approx \frac{T_{m,n} - T_{m-1,n}}{\Delta x} \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{m+1/2,n} \approx \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \quad (1.24)$$

Quanto maior o número de nós, maior a acurácia do método, e as aproximações utilizadas tem baixo erro associado. A temperatura do nó representará a média de temperatura da região de área $\Delta x \Delta y$ ao entorno do nó (INCROPERA, F. P., 2008).

É possível aproximar a segunda derivada da Equação 1.22 como uma função linear da mesma forma que foi feita nas equações 1.23 e 1.24 como segue na Equação 1.25.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_{m,n} \approx \frac{\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{m+1/2,n} - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{m-1/2,n}}{\Delta x} \quad (1.25)$$

Realizando as substituições das Equações 1.23 e 1.24 na Equação 1.25 e devidas simplificações é obtida a Equação 1.26.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_{m,n} \approx \frac{T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}}{(\Delta x)^2} \quad (1.26)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \Big|_{m,n} \approx \frac{T_{m,n+1} + T_{m,n-1} - 2T_{m,n}}{(\Delta y)^2} \quad (1.27)$$

A mesma aproximação pode ser estendida para o fluxo na direção do eixo y (Equação 1.27). Aplicando a aproximação realizada das Equações 1.26 e 1.27 na Equação da difusão de calor (Equação 1.22) é obtido o balanço de energia geral do nó. Nesse caso é considerado apenas duas dimensões (x,y) , ao eliminar o termo em função de z e assumir $\Delta y = \Delta x$ dessa forma é obtida a Equação 1.28 (INCROPERA, F. P., 2008).

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n} + \frac{\dot{q}}{k}(\Delta x)^2 - 4T_{m,n} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} (\Delta x)^2 \quad (1.28)$$

A equação 1.28 foi demonstrada para obter a temperatura em um nó interior da malha representada, contudo, para obter uma malha de temperaturas completa é preciso obter as temperaturas nas superfícies laterais e superiores e também nos nós extremos aos cantos da malha.

Se for considerado uma malha de uma seção retangular de um corpo, são encontradas outras duas diferentes situações em que ocorre a transferência de calor segundo o método de diferenças finitas nos nós, os dois casos estão ilustrados nas figuras 12 e 13.

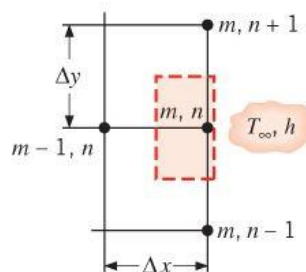


Figura 12 – Nó situado na superfície com convecção

Fonte: INCROPERA, F. P., 2008

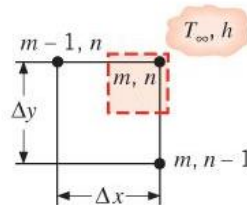


Figura 13 – Nó situado no vértice com convecção

Fonte: INCROPERA, F. P., 2008

O primeiro caso é observado nas superfícies externas, com alteração apenas da orientação em que se considera os fluxos de calor entrando e saindo da superfície de controle ao entorno do nó. Se considerado a orientação representada na figura 12, que é um nó na superfície direita, é possível analisar a conservação de energia no volume de controle utilizando a equação da lei de Fourier, assim os fluxos de calor que entram no volume são dados pelas Equações 1.29, 1.30, 1.31 e 1.32 (INCROPERA, F. P., 2008).

$$q_{(m,n-1)\rightarrow(m,n)} = k\left(\frac{\Delta x}{2}\right) \frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y} \quad (1.29)$$

$$q_{(m,n+1)\rightarrow(m,n)} = k\left(\frac{\Delta x}{2}\right) \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} \quad (1.30)$$

$$q_{(m-1,n)\rightarrow(m,n)} = k\Delta y \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \quad (1.31)$$

$$q_{(\infty)\rightarrow(m,n)} = h\Delta x(T_{\infty} - T_{m,n}) \quad (1.32)$$

A equação 1.32 é a lei de Fourier para a convecção, no caso em que se considera convecção na superfície exposta do volume de controle. As energias que atravessam o volume podem ser somadas e assumindo $\Delta y = \Delta x$ é possível obter a equação 1.34 segundo a conservação de energia (INCROPERA, F. P., 2008).

$$q_{(m,n-1)\rightarrow(m,n)} + q_{(m,n+1)\rightarrow(m,n)} + q_{(m-1,n)\rightarrow(m,n)} + q_{(\infty)\rightarrow(m,n)} + \dot{q}(\Delta x)^2 - \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} (\Delta x)^2 = 0 \quad (1.33)$$

$$T_{m,n-1} + T_{m,n+1} + 2T_{m-1,n} + \frac{2h\Delta x}{k} T_{\infty} - 2\left(2 + \frac{h\Delta x}{k}\right) T_{m,n} + 2\frac{\dot{q}(\Delta x)^2}{k} = \frac{2}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} (\Delta x)^2 \quad (1.34)$$

De modo semelhante, é possível demonstrar o balanço de energia no nó ao canto da figura 13, obtendo assim as equações 1.35, 1.36, 1.37 e 1.38, logo depois, somam-se as energias segundo a conservação de energia e obtida a equação 1.39.

$$q_{(m,n-1)\rightarrow(m,n)} = k\left(\frac{\Delta x}{2}\right) \frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y} \quad (1.35)$$

$$q_{(\infty\downarrow)\rightarrow(m,n)} = h\left(\frac{\Delta y}{2}\right)(T_{\infty} - T_{m,n}) \quad (1.36)$$

$$q_{(m-1,n)\rightarrow(m,n)} = k\left(\frac{\Delta y}{2}\right) \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \quad (1.37)$$

$$q_{(\infty\leftarrow)\rightarrow(m,n)} = h\left(\frac{\Delta x}{2}\right)(T_{\infty} - T_{m,n}) \quad (1.38)$$

$$T_{m,n-1} + T_{m-1,n} + \frac{2h\Delta x}{k} T_{\infty} - 2 \left(1 + \frac{h\Delta x}{k}\right) T_{m,n} + 2 \frac{\dot{q}(\Delta x)^2}{k} = \frac{2}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} (\Delta x)^2 \quad (1.39)$$

2.5 Discretização da Equação do calor para o caso transiente: Explícito

Os termos $\frac{\dot{q}(\Delta x)^2}{k}$ e $\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} (\Delta x)^2$, são a energia gerada no volume de controle e a energia acumulada respectivamente. Em certos casos é possível desconsiderar, quando não há geração ou acúmulo de energia relevante ou analisar o caso estático. No entanto, se for necessário considerar os termos $\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} (\Delta x)^2$ ou analisar o caso de forma transiente, é preciso além de discretizar o espaço, discretizar também o tempo, dessa forma, $t = p\Delta t$. Assim a aproximação da derivada parcial é representada pela equação 1.40 (INCROPERA, F. P., 2008).

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{m,n} \approx \frac{T_{m,n}^{p+1} - T_{m,n}^p}{\Delta t} \quad (1.40)$$

O subscrito p é usado para denotar a dependência do tempo da temperatura T , e derivada em função do tempo é dada em termos da diferença de temperaturas associadas a nova temperatura ($p+1$) e a temperatura anterior p (INCROPERA, F. P., 2008).

É possível substituir a Equação 1.40 na equação 1.28, dessa forma, desenvolver a equação 1.41.

$$T_{m,n+1}^p + T_{m,n-1}^p + T_{m+1,n}^p + T_{m-1,n}^p + \frac{\dot{q}}{k} (\Delta x)^2 - 4T_{m,n}^p = \frac{1}{\alpha} \frac{T_{m,n}^{p+1} - T_{m,n}^p}{\Delta t} (\Delta x)^2 \quad (1.41)$$

O subscrito p é utilizado para indicar as temperaturas anteriores.

Simplificamos a equação desconsiderando a energia gerada e definindo o número de Fourier FO (Equação 1.42).

$$FO = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} \quad (1.42)$$

A equação simplificada está representada na Equação 1.43.

$$T_{m,n}^{p+1} = Fo(T_{m,n+1}^p + T_{m,n-1}^p + T_{m+1,n}^p + T_{m-1,n}^p) + (1 - 4Fo)T_{m,n}^p \quad (1.43)$$

A equação 1.43 expressa a temperatura em $t = \Delta t$ ($p = 1$) uma vez que são conhecidas as temperaturas em $t = \Delta t$ ($p = 0$) em um nó interior, é possível continuamente obter a temperatura em ($p = n$) se a temperatura em ($p = n - 1$) for conhecida (INCROPERA, F. P., 2008).

A acurácia da solução de diferenças finitas pode ser melhorada reduzindo os valores de Δt e Δx .

Esse método de discretização é chamado método explícito, pois são utilizadas as temperaturas p para obter a temperatura em $p + 1$, ou seja, é determinada a temperatura num novo tempo a partir de temperaturas em um tempo anterior conhecidas (INCROPERA, F. P., 2008).

A escolha de Δx depende da acurácia requerida ou poder computacional disponível, no entanto a escolha de Δt é delicada, pois depende de uma condição de estabilidade. Em um problema transiente, a solução para as temperaturas nodais deve se aproximar à solução final, ou estado estacionário, com o incremento da variável de tempo. No entanto, essa solução pode ser caracterizada por oscilações numéricas induzidas, os quais impossibilitam a resolução do problema. As oscilações podem ser tornar instáveis, causando a divergência da solução as condições de estado estacionário (INCROPERA, F. P., 2008).

Para prevenir resultados errôneos, o valor de Δt deve ser mantido em um limite, o qual depende de Δx e outros parâmetros do sistema. O termo de dependência é o critério de estabilidade, e pode ser obtido matematicamente de um argumento termodinâmico. Esse critério pode ser obtido assumindo que coeficiente associado a temperatura do tempo anterior do nó que se quer determinar deve ser igual ou maior que zero (Equação 1.44) (INCROPERA, F. P., 2008).

$$1 - 4Fo \geq 0 \quad (1.44)$$

$$Fo \leq \frac{1}{4} \quad (1.45)$$

Para valores prescritos de Δx é possível utilizar do critério (Equação 1.45) para obter o limite superior para o valor de Δt .

De forma semelhante, é possível expressar também a temperatura em $(p+1)$ nos casos de nó na superfície externa ou em um dos cantos, pelas Equações 1.47 e 1.48 respectivamente. O número de Biot Bi é definido como segue na equação 1.46 (INCROPERA, F. P., 2008).

$$Bi = \frac{h\Delta x}{k} \quad (1.46)$$

$$T_{m,n}^{p+1} = Fo(T_{m,n+1}^p + T_{m,n-1}^p + 2T_{m-1,n}^p + 2BiT_\infty) + (1 - 4Fo - 2BiFo)T_{m,n}^p \quad (1.47)$$

$$T_{m,n}^{p+1} = 2Fo(T_{m,n-1}^p + T_{m-1,n}^p + 2BiT_\infty) + (1 - 4Fo - 4BiFo)T_{m,n}^p \quad (1.48)$$

Nos casos das equações 1.47 e 1.48, o coeficiente associado a temperatura do tempo anterior do nó que se quer determinar é diferente, portanto, os critérios de estabilidade determinado de forma semelhante são representados nas equações 1.49 e 1.51.

$$1 - 4Fo - 2BiFo \geq 0 \quad (1.49)$$

$$Fo(2 + Bi) \leq \frac{1}{2} \quad (1.50)$$

$$1 - 4Fo - 4BiFo \geq 0 \quad (1.51)$$

$$Fo(1 + Bi) \leq \frac{1}{4} \quad (1.52)$$

2.6 Discretização da Equação do calor para o caso transiente: Implícito

O método explícito sofre limitações na seleção de um Δt para que a solução atinja a estabilidade, com um Δt pequeno, é preciso de um grande número de intervalos de tempo para obter a solução, e com isso grande esforço dos recursos computacionais. O método

implícito não tem condições para que convirja para uma solução estável, com isso é possível reduzir o esforço dos recursos computacionais com um esquema de diferenças finitas diferente. A forma implícita é dada pela equação 1.53 de um nó interior, aqui a temperatura anterior p está em função das temperaturas em um novo tempo $p + 1$. A dedução utilizada para obter as equações de diferenças finitas para o caso transiente e implícito para os nós internos de uma rede nodal é adaptado de Çengel & Ghajar (2012).

$$T_{m,n}^p = (1 + 4Fo)T_{m,n}^{p+1} - Fo(T_{m,n+1}^{p+1} + T_{m,n-1}^{p+1} + T_{m+1,n}^{p+1} + T_{m-1,n}^{p+1}) \quad (1.53)$$

Para obter a solução por este método, é preciso resolver as equações de forma simultânea, ou seja, resolver o sistema de equações.

A solução implícita tem a grande vantagem de não ser preciso preocupar com os critérios de estabilidade, pois a solução é incondicionalmente estável.

É possível demonstrar a solução da forma implícita da malha de nós da figura 14, para isso, é preciso definir o vetor T de temperaturas, contendo a temperatura dos nós.

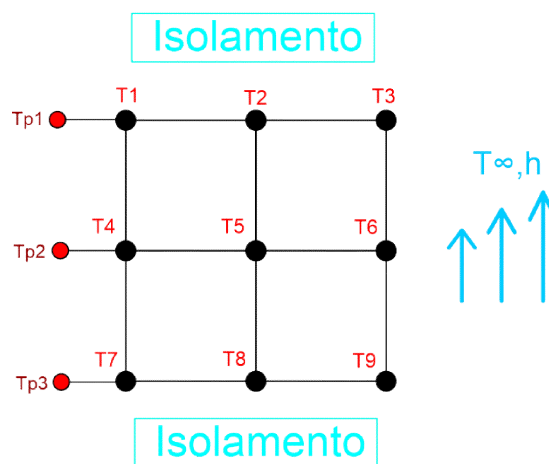


Figura 14 – Rede simples de nós sob convecção, isolamento superior e inferior e temperaturas prescritas à esquerda

Fonte: Autor

As equações de 1.54 a 1.62 são deduzidas para cada nó representado na figura 14.

$$T1 : (1 + 4Fo)T[1] - Fo(2T[4] + T[2]) = FoTp1 + T_{m,n}^p \quad (1.54)$$

$$T2 : (1 + 4Fo)T[2] - Fo(T[1] + T[3] + 2T[5]) = T_{m,n}^p \quad (1.55)$$

$$T3 : (1 + 4Fo + 2BiFo)T[3] - 2Fo(T[2] + T[6]) = 2FoBiT_{\infty} + T_{m,n}^p \quad (1.56)$$

$$T4 : (1 + 4Fo)T[4] - Fo(T[1] + T[7] + T[5]) = FoTp2 + T_{m,n}^p \quad (1.57)$$

$$T5 : (1 + 4Fo)T[5] - Fo(T[2] + T[4] + T[6] + T[8]) = T_{m,n}^p \quad (1.58)$$

$$T6 : (1 + 4Fo + 2BiFo)T[6] - Fo(T[3] + T[9] + 2T[5]) = 2FoBiT_{\infty} + T_{m,n}^p \quad (1.59)$$

$$T7 : (1 + 4Fo)T[7] - Fo(2T[4] + T[8]) = FoTp3 + T_{m,n}^p \quad (1.60)$$

$$T8 : (1 + 4Fo)T[8] - Fo(T[7] + T[9] + 2T[5]) = T_{m,n}^p \quad (1.61)$$

$$T9 : (1 + 4Fo + 2BiFo)T[9] - 2Fo(T[6] + T[8]) = 2FoBiT_{\infty} + T_{m,n}^p \quad (1.62)$$

A partir das equações de 1.54 a 1.62, é possível construir um sistema linear e arranjar os coeficientes e incógnitas em matrizes para resolver o sistema, os coeficientes A e B do sistema linear $(at+b)$ estão representados abaixo. Essa forma de solucionar o problema, envolve a inversão da matriz A e o cálculo da multiplicação matricial, este método foi adaptado de soluções lineares apresentadas em Anton & Rorres (2001).

$$A = \begin{bmatrix} (1+4Fo) & -Fo & 0 & -2Fo & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Fo & (1+4Fo) & -Fo & 0 & -2Fo & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2Fo & (1+4Fo+2BiFo) & 0 & 0 & -2Fo & 0 & 0 & 0 \\ -Fo & 0 & 0 & (1+4Fo) & -Fo & 0 & -Fo & 0 & 0 \\ 0 & -Fo & 0 & -Fo & (1+4Fo) & -Fo & 0 & -Fo & 0 \\ 0 & 0 & -Fo & 0 & -2Fo & (1+4Fo+2BiFo) & 0 & 0 & -Fo \\ 0 & 0 & 0 & -2Fo & 0 & 0 & (1+4Fo) & -Fo & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2Fo & 0 & -Fo & (1+4Fo) & -Fo \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2Fo & 0 & -2Fo & (1+4Fo+2BiFo) \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} T1 \\ T2 \\ T3 \\ T4 \\ T5 \\ T6 \\ T7 \\ T8 \\ T9 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} FoTp1 + T_{m,n}^p \\ T_{m,n}^p \\ 2FoBiT_{\infty} + T_{m,n}^p \\ FoTp2 + T_{m,n}^p \\ T_{m,n}^p \\ 2FoBiT_{\infty} + T_{m,n}^p \\ FoTp3 + T_{m,n}^p \\ T_{m,n}^p \\ 2FoBiT_{\infty} + T_{m,n}^p \end{bmatrix}$$

Pela demonstração é possível ver que o problema se resume na forma da Equação 1.63.

$$A \times T = B \quad (1.63)$$

Ou seja, é possível facilmente determinar o vetor T da forma da equação 1.64. É claro que devido a quantidade exaustiva de cálculos o problema é facilmente determinado com auxílio computacional de um *software* seja o MATLAB ou o EES.

$$T = A^{-1} \times B \quad (1.64)$$

3 O TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO (TES) DA USINA DE P. PRIMAVERA

A usina Heliotérmica de Porto Primavera (Figura 15) contém um tanque de armazenamento térmico (TES), o tanque pode ser visualizado na Figura 15. O trabalho foi desenvolvido levando em considerações as especificações do TES desta usina, o projeto teve a participação do professor Doutor Valério Luiz Borges. O modelo apresentado pode ser adaptado para outros sistemas de armazenamento de energia térmica.

Com relação as especificações do TES, este se constitui um tanque interno que é feito de aço carbono SA 516 GR. 70, onde armazena o óleo térmico HTF da Dow, o Dowtherm A. Todo o tanque interno é revestido então por uma camada de lã de rocha, um isolante térmico, e este é revestido por uma fina camada protetora de metal que protege a lã do clima e dos raios solares.

O tanque ainda conta com 64 termopares, que começam à 1908 mm da base, e se distribuem com um espaçamento de 300 mm até uma altura de 20,8 metros. Todo o tanque tem uma altura de 22,54 metros e 2178,10 mm de diâmetro.



Figura 15 – Usina Solar térmica de P. Primavera – SP

Fonte: Autor

3.1 Modelo e características do TES

O tanque de armazenamento térmico (TES) possui de 22,54 metros de altura, e o tanque interno de aço é cilíndrico e possui 2,178 metros de diâmetro, o revestimento externo de lã de rocha possui uma espessura de 300 milímetros. O modelo do tanque interno e a visualização externa estão representados na Figura 16.

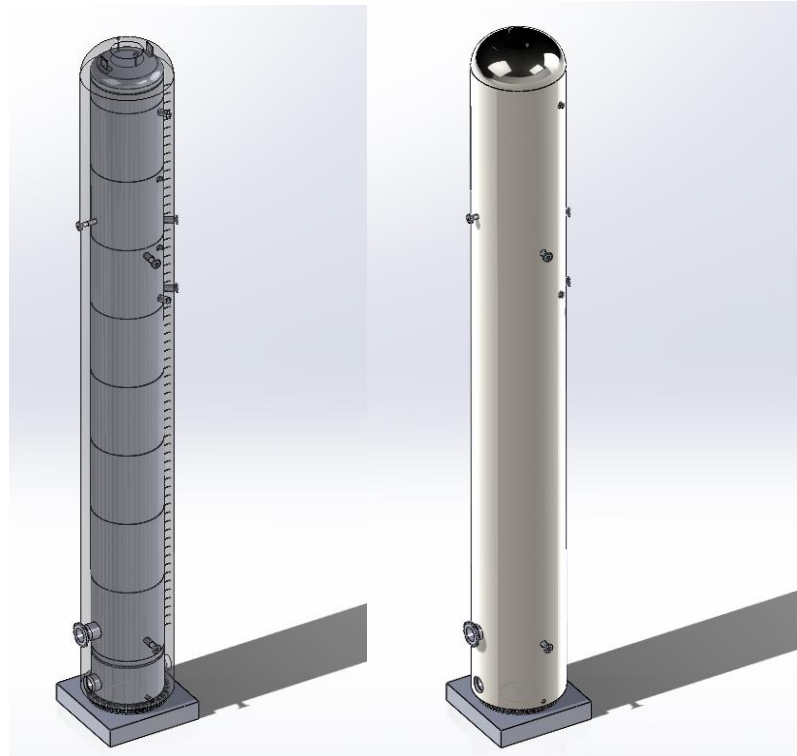


Figura 16 – Modelo do TES com a visualização do tanque interno de aço

Fonte: Autor

Na figura 16 é ilustrado a visualização do tanque interno e a visualização externa com o isolante que o reveste. O alvo deste trabalho é analisar o revestimento isolante, a figura 16 ilustra como este revestimento cobre toda a estrutura em aço que armazena o fluido térmico. Mais detalhes e todas as dimensões do tanque estão no Apêndice A.

O objetivo aqui é como o calor flui através da parede do tanque e do revestimento térmico. A Figura 17 ilustra um como a temperatura se distribui através do tanque, essa visualização leva em consideração apenas o conhecimento do isolante e de que o óleo a alta temperatura passa pelo topo do tanque, enquanto que o óleo a baixa temperatura passa pela parte mais baixa. Na Figura é representado também a localização dos difusores, responsáveis por carregar e descarregar o fluido no centro do tanque, esses estão ilustrados a direta.

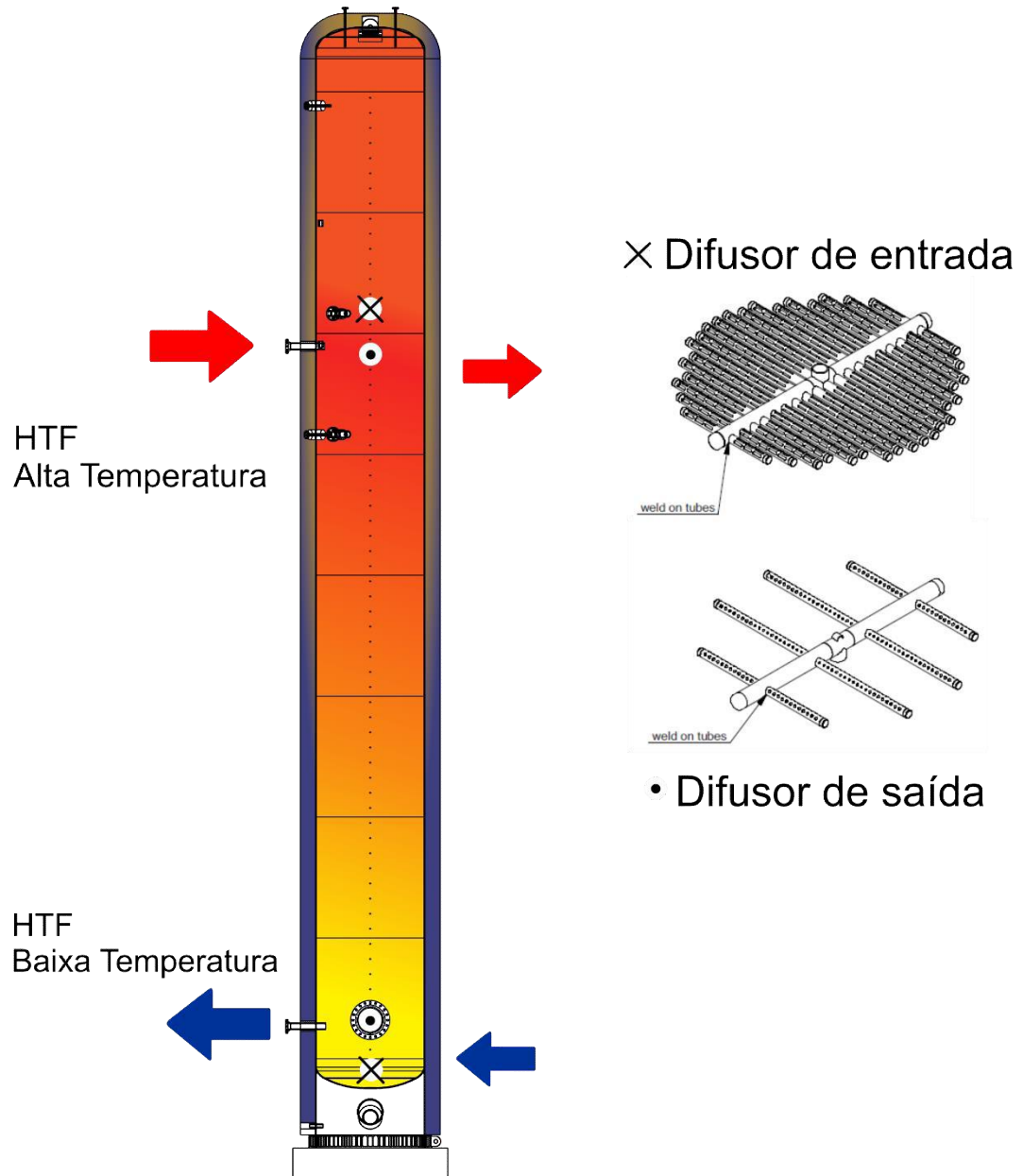


Figura 17 – TES em detalhes

Em condições normais de operação o fluido HTF é carregado no tanque a 390 C° e descarregado a 240 C° , uma diferença de 150 C° . O fluido a alta temperatura circula pela parte superior devido a menor densidade do fluido.

3.2 Considerações e formulação do problema

O tanque é cilíndrico, o líquido é depositado e flui ao centro do raio dessa estrutura, devido a simetria, o calor flui gerando isotermas circulares na direção radial, ou seja, não há

variação na direção tangente como ilustra a figura 18. Com base nessa análise, é tratado somente o fluxo de calor na direção radial.

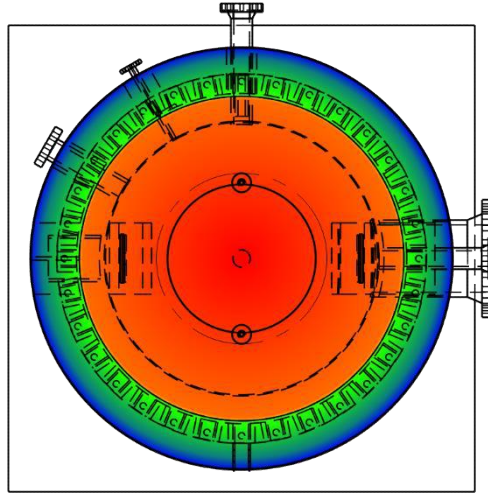


Figura 18 - Modelo do TES com a visualização superior e Gradiente para fins de exemplificação

Fonte: Autor

Seccionando o modelo ao centro, é possível analisar a temperatura na direção radial na seção do revestimento como ilustra a Figura 19, no local onde será apontado o termômetro infravermelho.

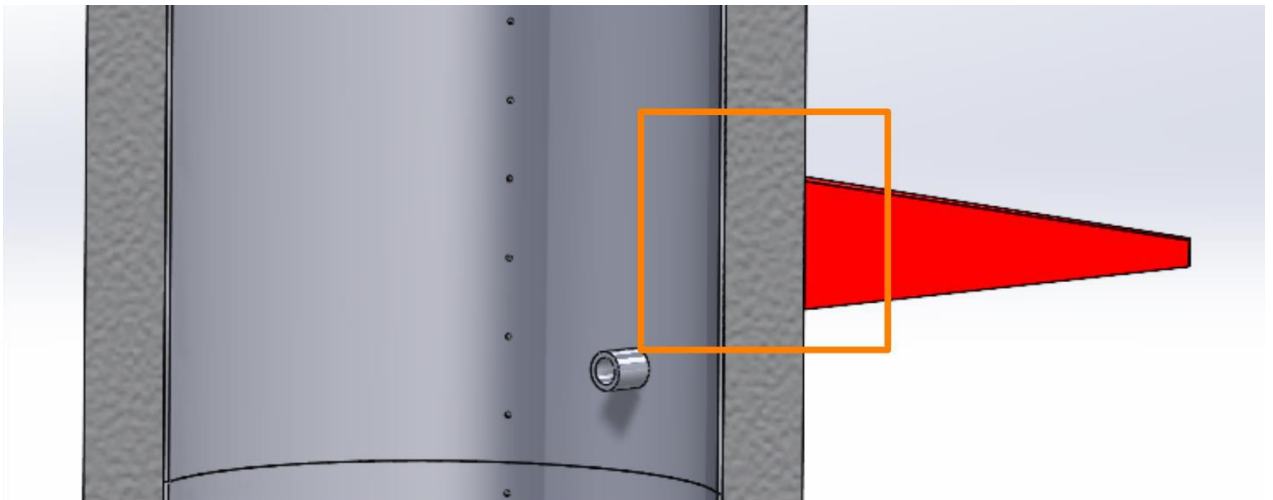


Figura 19 – Visualização de parte da seção, camada de aço e lã de rocha

Fonte: Autor

Portanto, a análise do problema segue com uma malha de nós na seção apontada na figura 19. A seção é tratada como uma fina parede, constituída de dois materiais, o aço e a lã de rocha. O revestimento mais externo que protege a lã de rocha não é considerado, pois devido a fina espessura, não apresenta relevância nos cálculos.

Para analisar a temperatura na seção do isolamento térmico de lã de rocha, para isso foi realizado mais algumas simplificações, foi considerado uma malha de 30 pontos na direção horizontal por 64 pontos na direção vertical, ou seja, um ponto para cada termopar. Além disso, foi considerado que na superfície superior e inferior da malha não ocorre trocas de calor devido o isolamento e na superfície esquerda foram escolhidas temperaturas prescritas, para cada termopar.

A Figura 20 ilustra toda a formulação e simplificação realizada do problema.

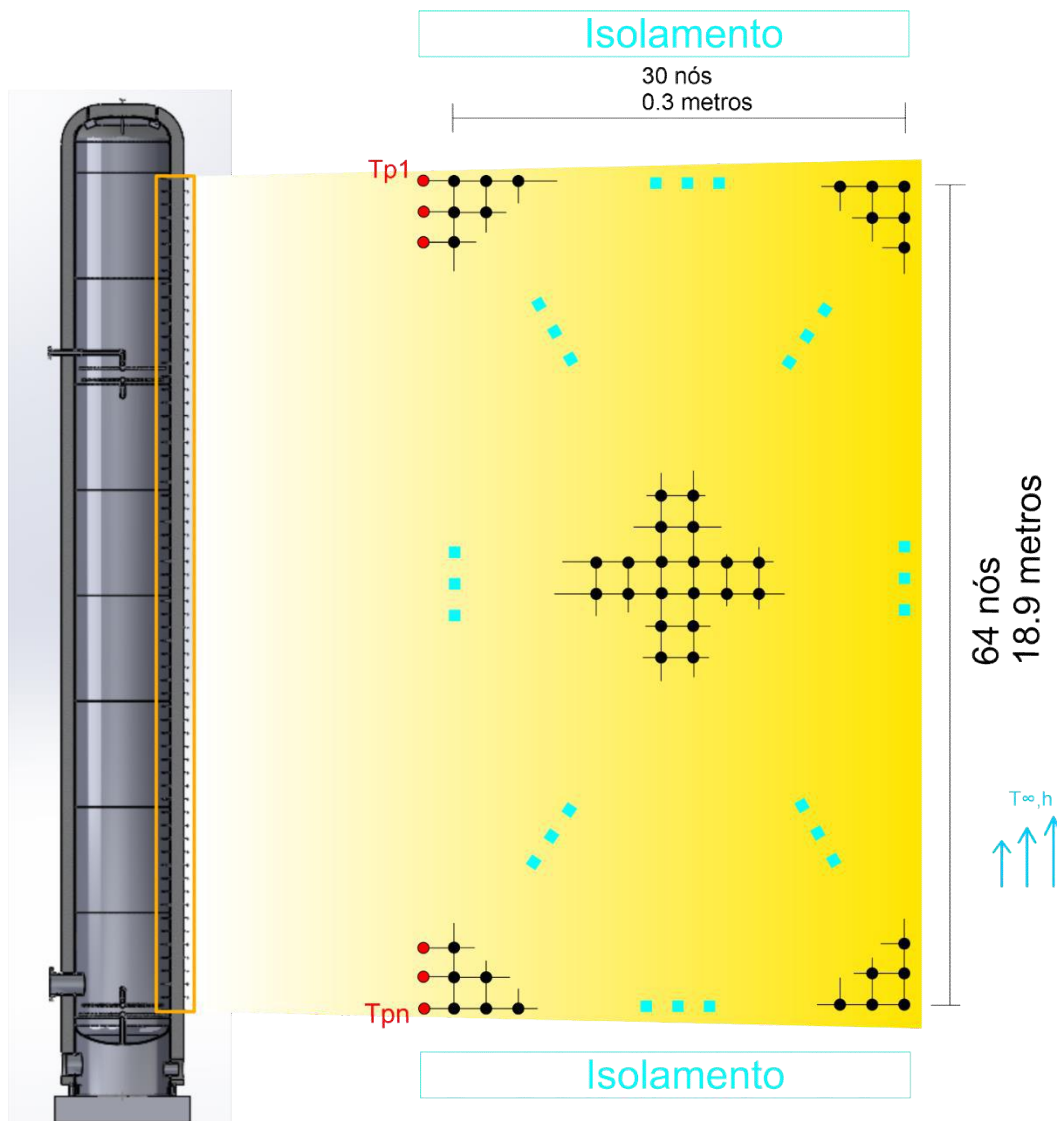


Figura 20 – Visualização completa da seção e malha de nós

Fonte: Autor

As temperaturas prescritas de T_{p1} a T_{pn} são importantes nas análises do problema inverso, elas são a entrada do algoritmo desenvolvido e a saída são as temperaturas da malha de nós. A superfície direita tem maior relevância na análise, uma vez que, a partir das temperaturas da superfície externa a direita, deseja-se obter as temperaturas internas. Portanto, o problema inverso consiste em escolher de forma arbitrária, valores para as temperaturas prescritas T_{p1} a T_{pn} (Figura 20), de forma a obter temperaturas na superfície à direita que se aproximem das temperaturas das medições realizadas.

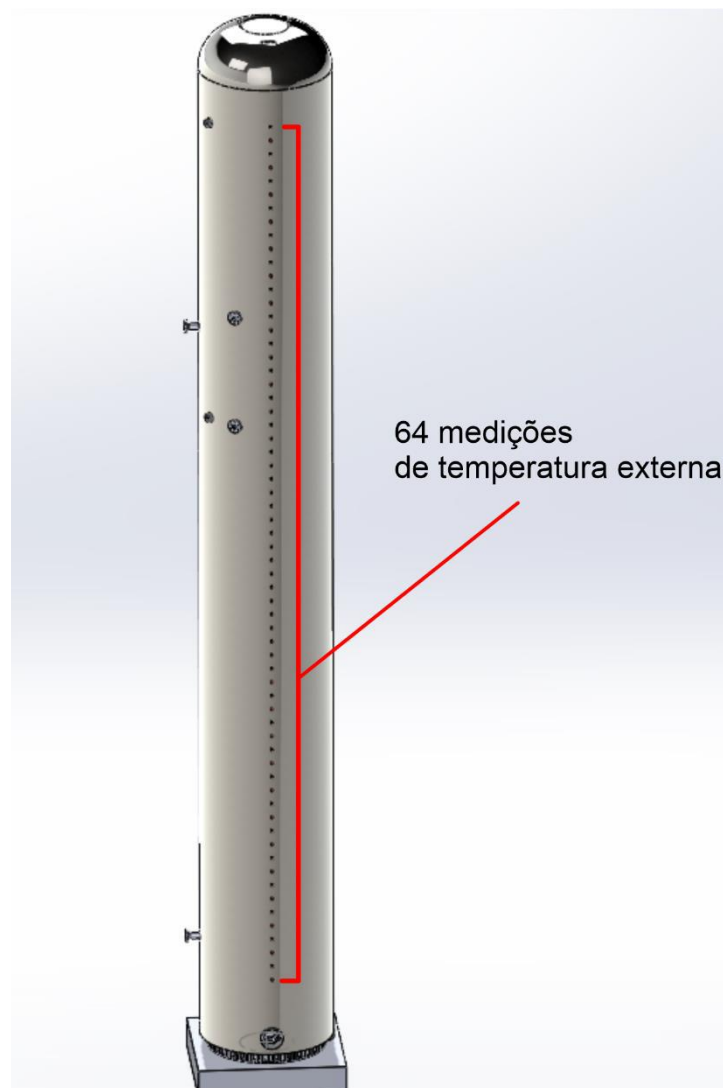


Figura 21 – Visualização completa das medições e localização dos termopares

Fonte: Autor

Foram então realizadas 64 medições de temperatura na superfície externa na localização dos termopares como indica a figura 21. Primeiro é realizada a solução do

problema implícito do método de diferenças finitas e posteriormente é realiza a escolha arbitrária de temperaturas interna de forma a realizar uma aproximação da temperatura da superfície externa do modelo indicada na Figura 22 com a superfície externa real, ou seja, com as medições realizadas.

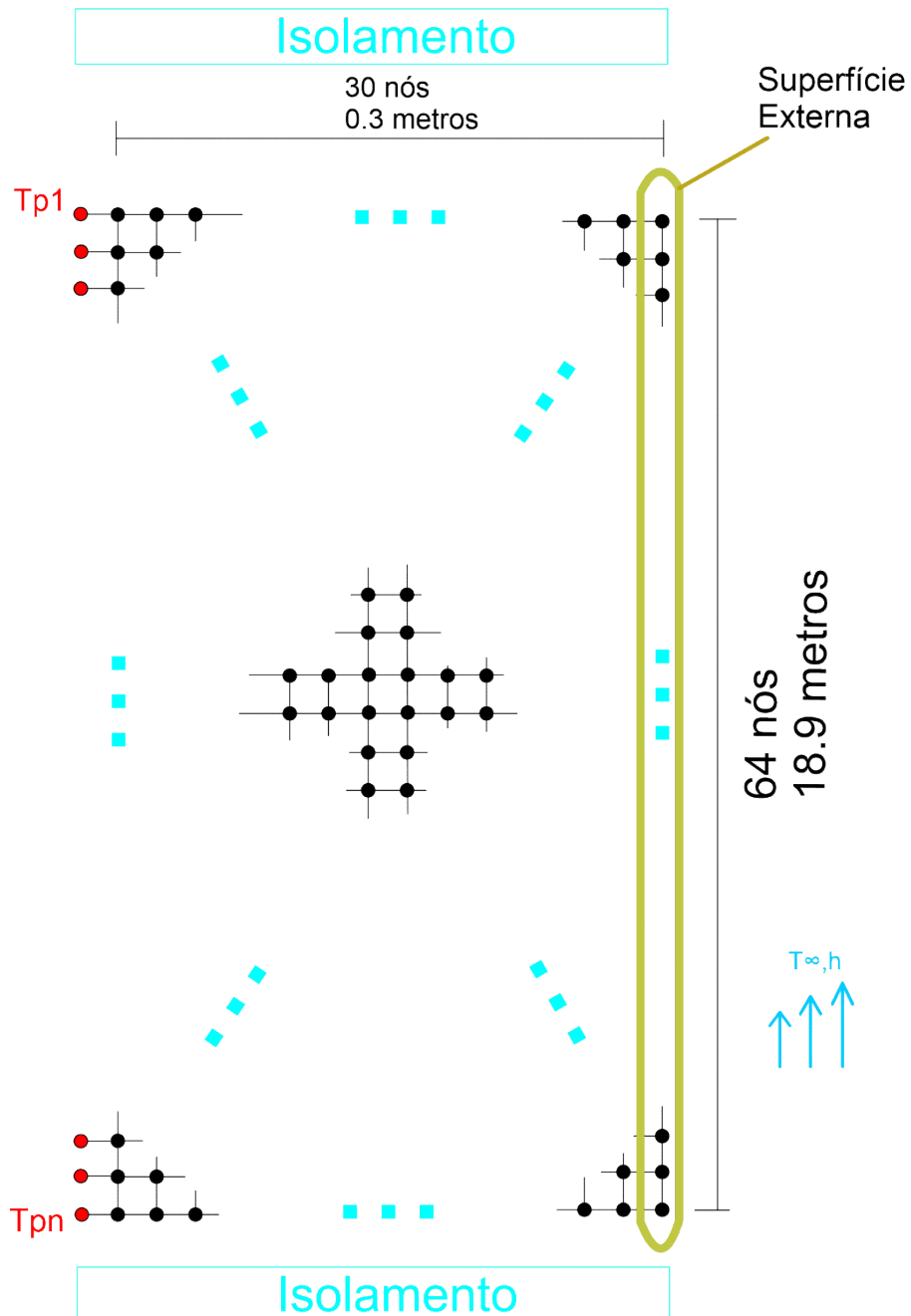


Figura 22 – Indicação da superfície externa na malha

Fonte: Autor

O método utilizado para tratar do problema inverso e a aproximação realizada é a Seção áurea.

Uma mudança realizada no desenvolvimento no modelo, são as propriedades do material isolante. A lã de rocha, a utilizada no sistema da usina possui uma baixa condutividade térmica e difusividade, tão baixa que não foi possível observar mudanças significativas de temperatura na superfície externa do modelo, portanto, o modelo foi calculado utilizando as propriedades da Alumina, um material cerâmico, também capaz de isolar calor devido à baixa condutividade e difusividade, mas com valores mais elevados que a da lã de rocha. A tabela 1 apresenta os valores das propriedades térmicas da Alumina e da Lã de Rocha.

Tabela 1 – Propriedades térmicas dos materiais

Material	c_p (J/kg-K)	$\alpha \times 10^6$ (m²/s)	k (W/m-K)
Alumina (Al ₂ O ₃)	775	7,6	39
Lã de Rocha	1030	0,022	0,039

Fonte: <https://www.nuclear-power.com/nuclear-engineering/heat-transfer/heat-losses/insulation-materials/stone-wool-rock-wool/>

Para realizar o cálculo de perda de energia do isolante para o ambiente, foi aplicada a seguinte metodologia ilustrada na figura 23, onde são calculados o fluxo de calor para cada anel de área A e altura Δy , com auxílio da lei de Fourier para refrigeração apresentada na Equação 1.7. As equações desenvolvidas para o cálculo da área e do calor estão apresentadas nas equações 1.65 e 1.66 respectivamente.

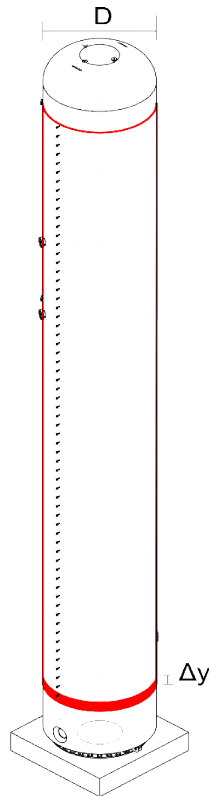


Figura 23 – Demonstração do cálculo de energia perdida

Fonte: Autor

$$A = \pi D \Delta y \quad (1.65)$$

$$Q = \sum Q_{anel} = \sum h(T_{ex} - T_{\infty}) A \quad (1.66)$$

A equação 1.66 realiza o somatório de cada anel calculado onde h é o coeficiente de convecção externo, T_{ex} é a temperatura de cada superfície externa da malha de nós como indicado na figura 22 e T_{∞} a temperatura do ar externo.

4 ANÁLISE COMPUTACIONAL DO PROBLEMA

Para aplicar o método de diferenças finitas, foram utilizados dois *softwares*, o EES e o MATLAB. Em cada *software*, aplicado um algoritmo diferente para resolver o mesmo problema, mas o primeiro em regime estacionário e o segundo em regime transitório. No decorrer deste trabalho foi constatado uma impossibilidade de resolver e visualizar o gradiente de temperaturas em regime transiente no *software* EES, por isso, foi optado por trocar o *software* para realizar a análise em regime transiente. Os resultados obtidos inicialmente com o algoritmo desenvolvido no EES também são apresentados.

O EES é um *software* bem leve que é capaz de solucionar um conjunto de equações algébricas, incluindo equações não-lineares, equações diferenciais e equações com variáveis complexas. Esse programa também é capaz de fazer otimizações, obter regressões lineares e não-lineares, gerar gráficos de alta qualidade para publicações, simplificar análises de incertezas e fazer animações.

O MATLAB é um *software* interativo de alta performance que integra análise numérica, cálculo com matrizes, processamento de sinais e construção de gráficos. É simples de ser utilizado, mas um pouco mais pesado.

Primeiro é apresentado os resultados obtidos no EES e depois análise em regime transiente realizada no MATLAB. Como dito anteriormente, o trabalho foi desenvolvido inicialmente no EES, mas devido a impossibilidade de observar os resultados em regime transiente, ocorreu uma mudança para a utilização do MATLAB, portanto são apresentados resultados em regime estacionário no EES e em regime transiente no MATLAB.

Para a modelagem do programa para o problema formulado é necessário definir algumas constantes, além disso é notável que o problema não implica em $\Delta y = \Delta x$, portanto a equação 1.28 não pode ser utilizada, assim como outras demonstrações realizadas na fundamentação teórica, no entanto isso pode ser facilmente contornado, com equações sem a simplificação e definindo $Fo1$ e $Fo2$ para o caso transiente como apresentado adiante.

Das constante definidas abaixo, foi possível desenvolver os algoritmos.

$$L = 0.3 \text{ – comprimento}$$

$$H = 18.9 \text{ – altura}$$

$$nx = 30 \text{ – pontos em } x$$

$$ny = 64 \text{ – pontos em } y$$

$$he = 20 \text{ – coeficiente convecção externo}$$

$kw = 39$ – condutividade térmica do material

$T_{\infty} = 30$ – Temperatura externa

$\alpha = 7.6 \times 10^{-6}$ – difusividade térmica

$TI = 30$ – temperatura inicial em toda a malha

4.1 Método das Diferenças Finitas: Implícito em Estado Estacionário no EES

Para a solução do método implícito pelo EES foi utilizado o código em apêndice (Apêndice A). Nesse código todas as equações para os nós nos vértices, superfícies externas e nos internos foram declaradas com auxílio do laço de repetição *Duplicate*.

As variáveis não inicializadas no código são interpretadas pelo EES como as incógnitas, portanto, as equações são escritas e devido a diferença $\Delta y \neq \Delta x$ mantidos os coeficientes de cada termo e não simplificados como na Equação 1.28.

Nessa etapa, foi optado por realizar uma demonstração de solução do problema de condução na seção utilizando o EES, poderá ser de grande valia em trabalhos futuros. A análise do Problema Inverso foi realizada com auxílio do MATLAB, onde é possível gerar a solução transiente do problema, portanto o mesmo problema inverso poderia ser tratado utilizando o EES considerando o regime estacionário do sistema.

Para a temperatura prescrita do problema foi considerado 64 temperaturas de uma temperatura superior de 390 °C a 240 °C igualmente espaçadas por $(390 - 240) / (64 - 1)$, ou seja, uma distribuição linear de temperaturas internas. É conhecido o comportamento do TES, portanto a distribuição linear é uma boa aproximação. A variável de tempo foi escolhida para 600s ou 10 min, $\Delta t = 600$.

As Figuras 24 e 25 mostram o passo a passo de geração do gráfico gradiente no EES, ao fundo é possível ver a matriz de temperaturas geradas. Em *Columns* na Figura 25 foram selecionadas as 30 colunas referentes aos 30 nós na direção x, além do comprimento real da malha que é de 0,3 metros, ou seja, cada ponto espaçado de 0,01 metros. De forma similar foi selecionado o eixo y, e um espaçamento aproximado de 0,29.

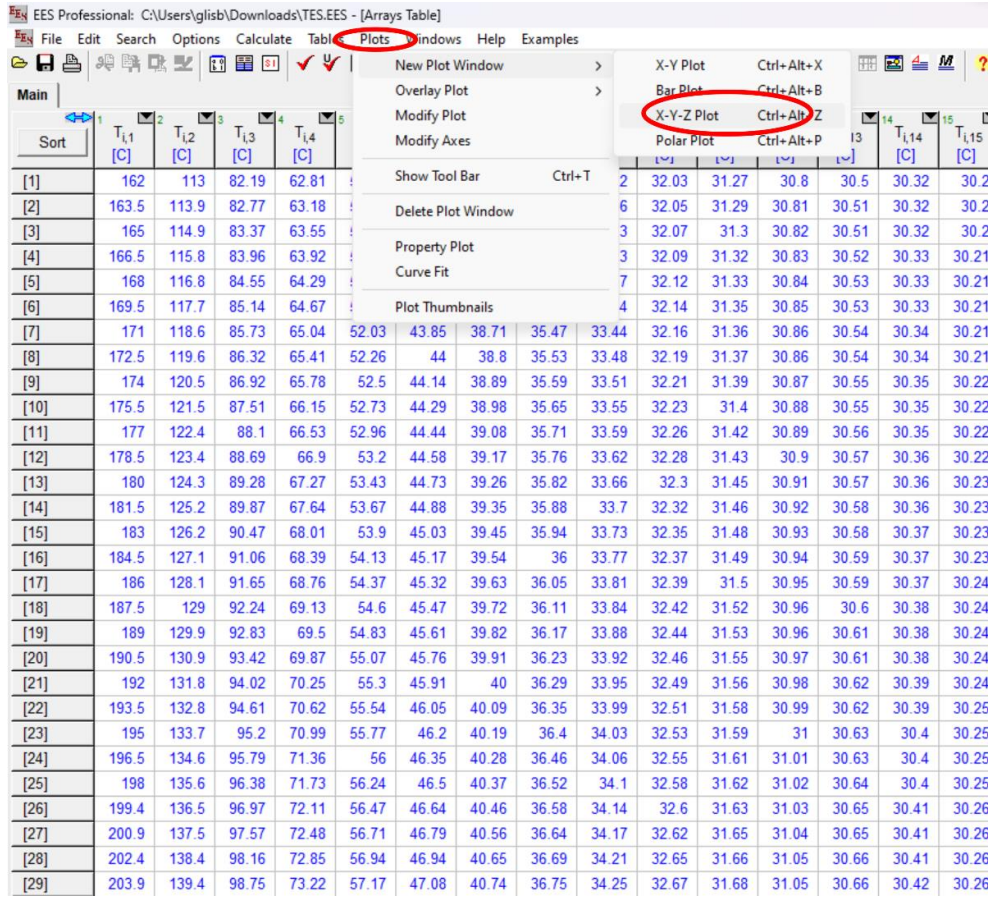


Figura 24 – Passo 1, geração do gráfico

Fonte: Autor

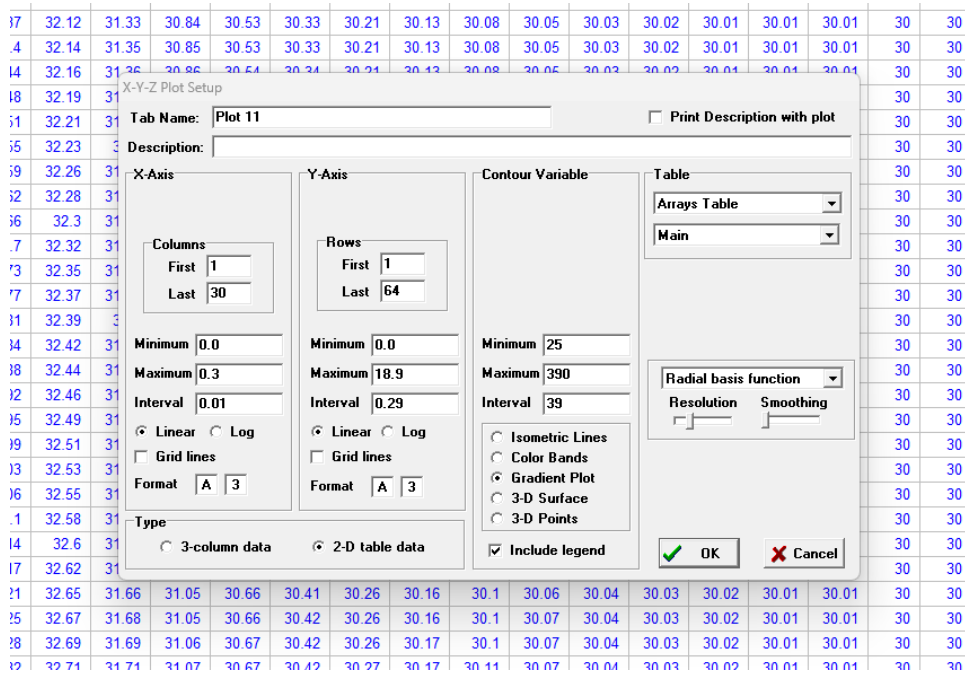


Figura 25 – Passo 2, geração do gráfico

Fonte: Autor

A Figura 26 apresenta o gráfico gerado, é possível perceber um pequeno gradiente, devido as características isolantes do material. Em 10 min é possível analisar também que a temperatura na superfície externa não se altera, são necessárias várias horas até que o sistema se estabilize. Para a análise do problema inverso, o problema transiente foi gerado para 24 horas, tempo necessário para observar uma alteração significativa na superfície externa do reservatório.

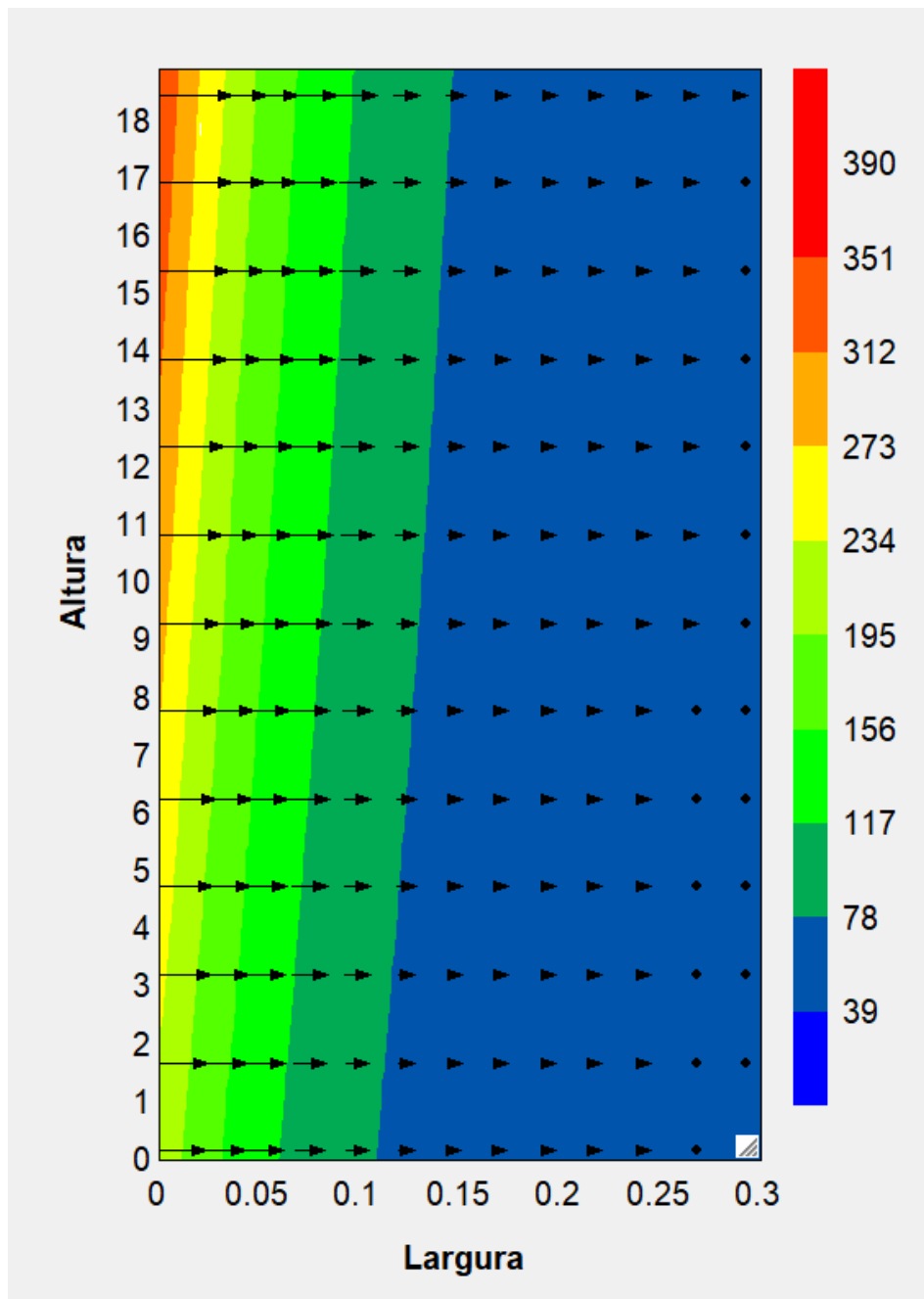


Figura 26- Gráfico gradiente de temperatura

Fonte: Autor

4.1 Método das Diferenças Finitas: Implícito em Estado Transiente no MATLAB

Para a solução do método implícito pelo MATLAB foi utilizado o código em apêndice (Apêndice B.1). Nesse código foi utilizado uma lógica diferente da apresentada no EES, aqui foi declarado a matriz de coeficientes para resolver o sistema linear como foi explicado na seção 2.6.

Com o laço de repetição *for* foram observadas as condições para cada nó e preenchida a matriz, a matriz *TH* armazena as temperaturas iniciais da malha, e a partir de um Δt arbitrário o sistema linear é solucionado em loop com a intenção de visualizar o comportamento transiente do sistema.

Foi estabelecido por meio das constantes *dt* e *ciclos* no código 1440 repetições de $dt = 60s$, ou seja, a simulação de 1 dia do sistema. As temperaturas prescritas superior e inferior são entradas da função, as demais são geradas com auxílio do *linspace*, que divide o intervalo em 64 valores igualmente espaçados. A função declarada *TCCSolucaoImplicita* será utilizada na análise do problema inverso, essa função retorna o somatório das temperaturas dos nós mais à direita, como sinalizado na figura 1.23.

O algoritmo aqui é diferente do utilizado no ESS, o código segue a lógica apresentada na seção 2.6. Para tanto é necessário declarar *Fo1* e *Fo2*, assim como, *Bi1* e *Bi2*, devido a desigualdade $\Delta y \neq \Delta x$.

$$Fo1 = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} \quad Fo2 = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta y)^2}$$

$$Bi1 = \frac{h \Delta x}{k} \quad Bi2 = \frac{h \Delta y}{k}$$

É então realizada algumas correções para apresentação dos resultados gráficos, e posteriormente a função retorna.

A execução da função para 440 e 290 °C de entrada tem como resultado gráfico ao longo das interações representadas na figura 27, onde simula a evolução do gradiente em 24 horas de funcionamento do sistema.

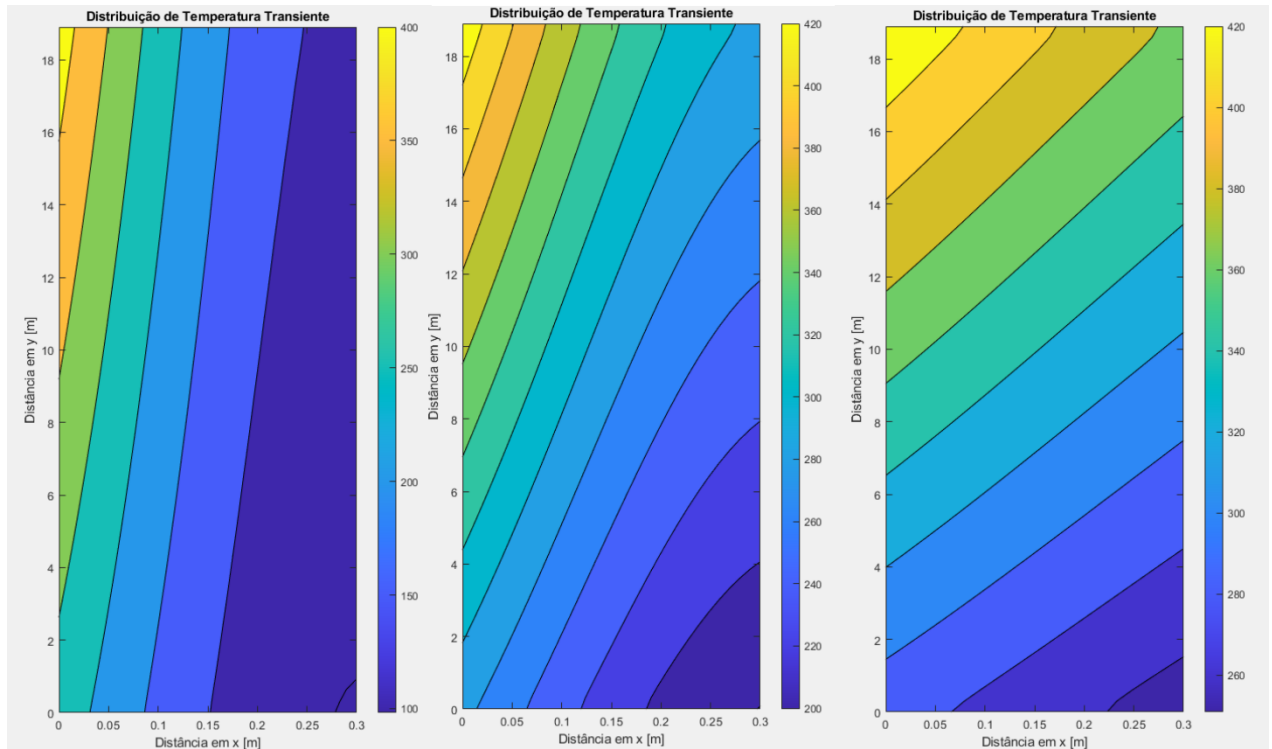


Figura 27 – Evolução do gradiente de temperaturas da seção em 24h

Fonte: Autor

Utilizando a função *TCCSolucaoImplicita*, foi desenvolvido outro código, este para aplicar a seção áurea. Duas considerações foram feitas, a primeira é de que a temperatura do primeiro e último termopares tem uma diferença constante de 150 °C, uma vez que, é conhecido que a temperatura entre o termopar ao topo e o inferior apresentam medidas que variam em média em 150 graus Celsius, a segunda é que foi calculado a seção áurea utilizando o somatório das temperaturas dos nós mais à direita, ou seja, o retorno da função *TCCSolucaoImplicita*. Com essas considerações é possível aproximar mais rapidamente de um resultado considerado ótimo e apresentar os resultados.

Com a seção áurea foi possível relacionar essas temperaturas à soma das temperaturas superior e inferior de entrada. A função $f(x)$ apresentada na equação 1.67 é o erro associado à soma das temperaturas na superfície externa, em que s é a soma das medições realizadas. A entrada da função é a soma da temperatura superior e inferior da distribuição de temperaturas internas, como segue na equação 1.68.

$s = \text{soma medições realizadas}$

$$f(x) = (\sum_i^{64} Tex_i - s)^2 \quad (1.67)$$

$$x = Tp1 + Tpn \quad (1.68)$$

A escolha das temperaturas para o início foi realizada de forma arbitrária, uma vez que se conhece a temperatura usual do sistema em média como sendo 390 a 240 C° na superfície interna na localização dos termopares. O conjunto de temperaturas utilizado: (440,290), (400,250), (350,200) e (330,180).

O resultado gráfico da seção áurea para os pontos escolhidos é apresentado na figura 28.

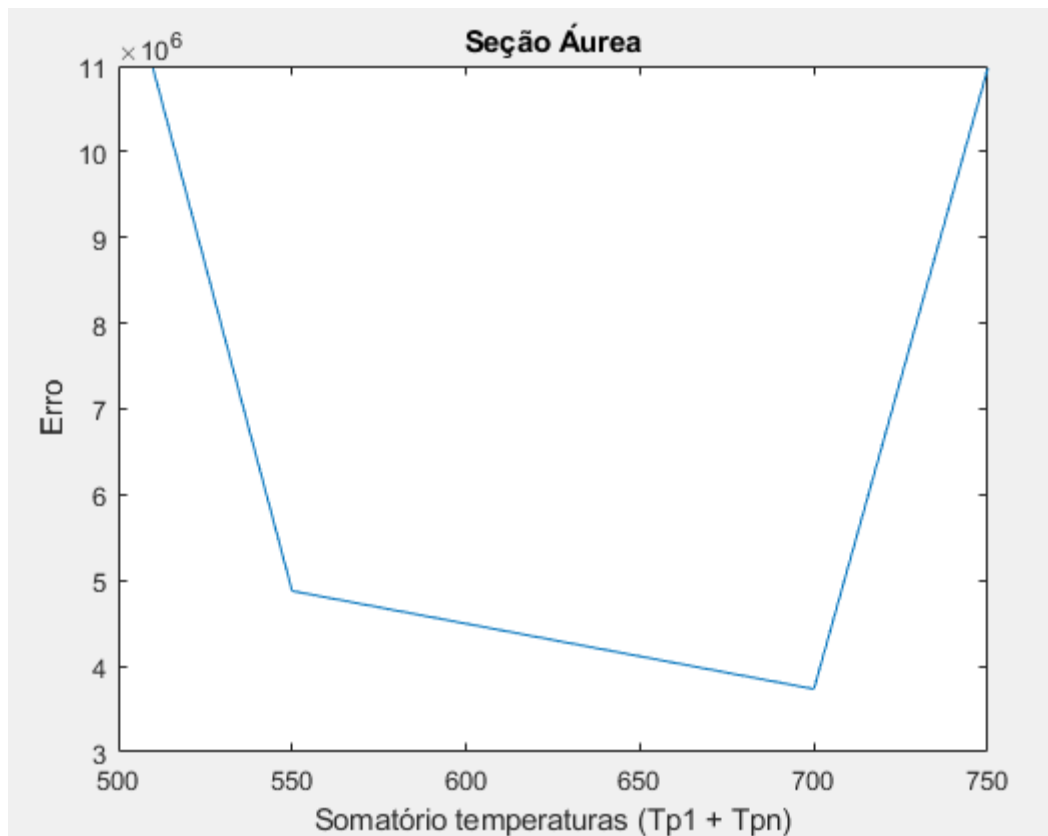


Figura 28 – Pontos escolhidos para a seção áurea

Fonte: Autor

Ao executar o código da seção áurea, o algoritmo se aproxima do ponto de mínimo da função, onde o erro é o menor possível entre o resultado real. De forma arbitrária foram realizadas 10 iterações do código, e obtido valores relativamente próximos como

apresentados no gráfico da figura 29. No gráfico da figura 29 é possível observar que o erro se reduziu e o somatório de temperaturas esperado se encontra entre 627 e 632.

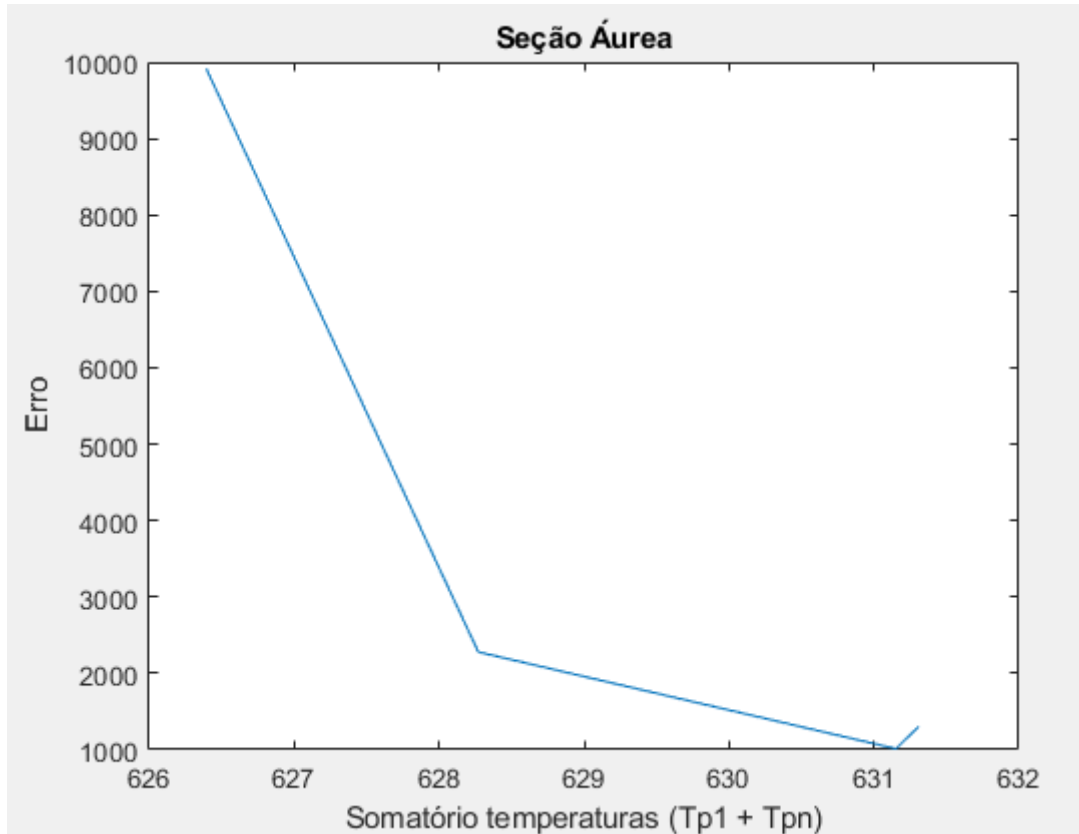


Figura 29 – Gráfico ao final de 10 interações da seção áurea

Fonte: Autor

Realizando os cálculos para a seção áurea (Apêndice B.2), foram encontradas 4 somas de temperaturas, posteriormente no código é realizado a média dessas temperaturas e após esse procedimento, divide-se a média por 2, subtrai-se 75 do resultado para obter a temperatura inferior e soma-se 75 para obter a temperatura superior.

Os dados obtidos com a aproximação:

$$T_s = 389,64 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_l = 239,64 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Valores de referência:

$$T_s = 390 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_l = 240 \text{ }^\circ\text{C}$$

A seção áurea foi calculada para $N = 10$, logo o resultado é plausível, uma vez que a temperatura após um dia de operação da usina é em média $390 \text{ }^\circ\text{C}$ ao topo e $240 \text{ }^\circ\text{C}$ no ultimo termopar. Resultados com maior precisão podem ser obtidos com um N maior, isso depende da tolerância admitida na análise.

Com o resultado obtido de $T_s = 389,64 \text{ }^\circ\text{C}$ e $T_l = 239,64 \text{ }^\circ\text{C}$, foi realizado uma análise da evolução da temperatura externa e da perda de calor do isolante para o ambiente externo, os resultados estão apresentados na Figura 30.

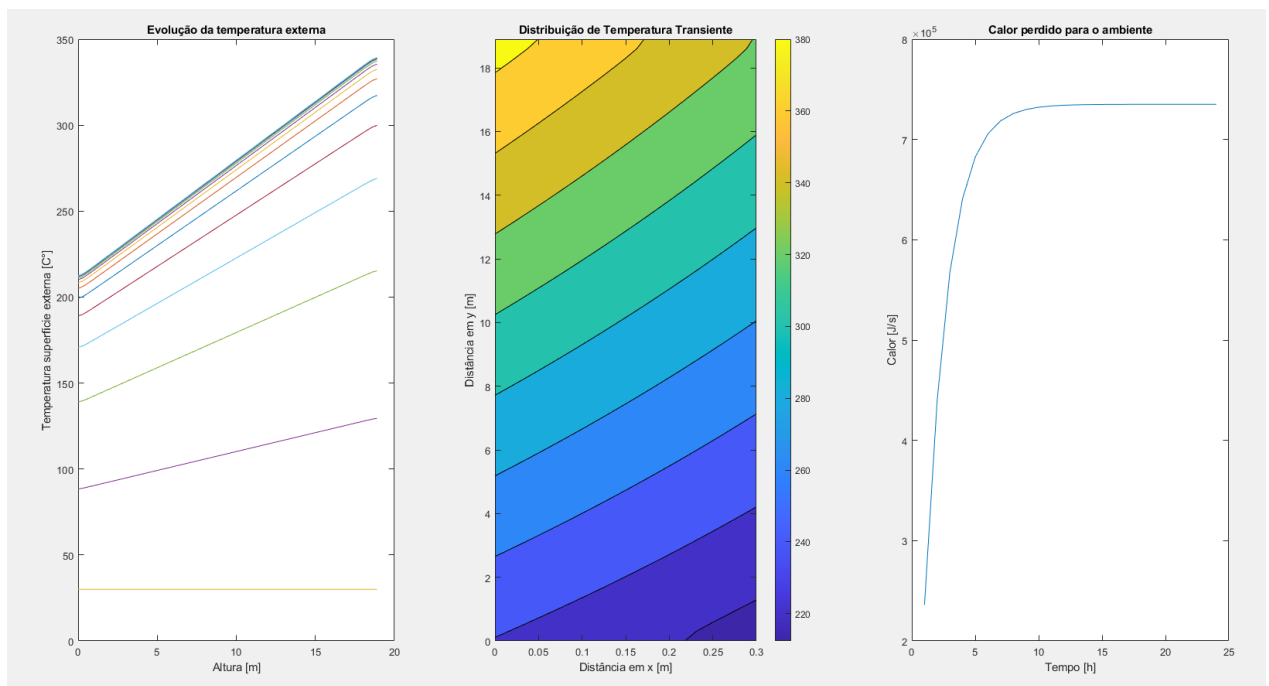


Figura 30 – Gráficos com dados da evolução das temperaturas e perda de calor para o ambiente

Fonte: Autor

Aqui é importante ressaltar que as análises realizadas utilizaram as propriedades da Alumina devido a alta capacidade isolante da lã de rocha utilizada no projeto real. Foram realizados alguns calculos com as propridades da lã de rocha, os resultados estão apresentados na giura 31, onde é possível visualizar o gradiente de temperaturas ao fim de 60 dias. É possível notar que há uma alteração na superfície externa do modelo, no entanto, foram necessários 60 dias, uma quantidade de tempo muito grande que aumenta muito a taxa de erro

do modelo devido as simplificações realizadas. A perda de calor, por exemplo se distancia da perda real com um tempo muito extenso.

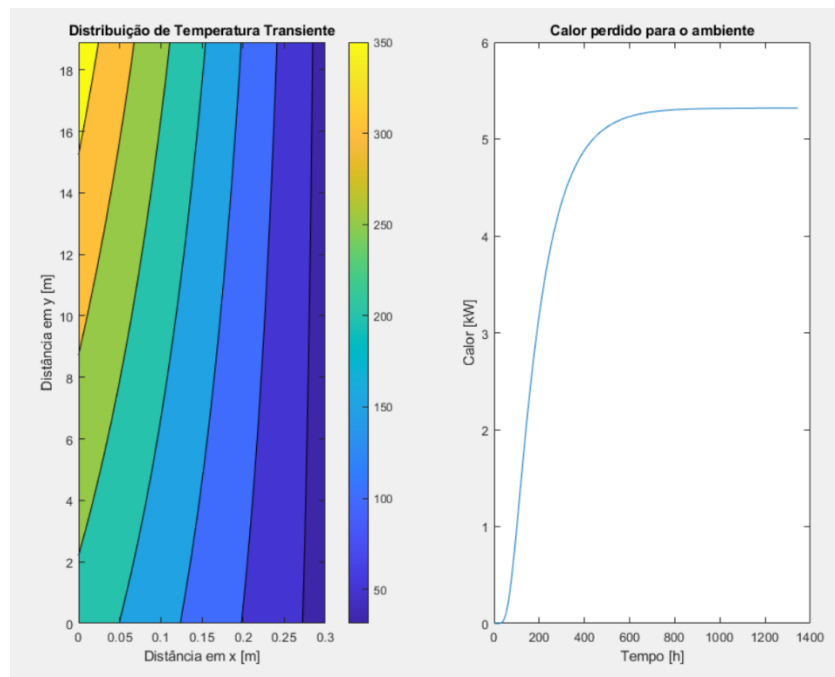


Figura 31 – Gráficos com dados do gradiente e perda de calor ao fim de 60 dias

Fonte: Autor

Em comparação com a Alumina é possível ver na Figura 32 que são necessários 28 dias até que o modelo comece a convergir para uma taxa de perda de calor constante, nos primeiros 14 dias a taxa de perda ainda aumenta exponencialmente devido as características isolantes da lã de rocha.

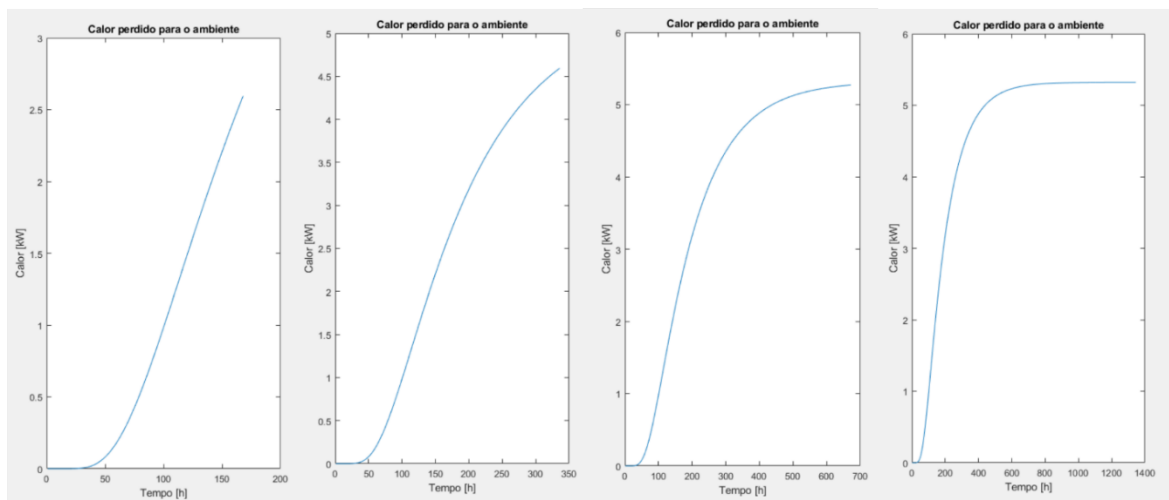


Figura 32 – Evolução da Perda de calor para o ambiente com isolamento em lã de rocha; Da esquerda para a direita: 7 dias; 14 dias; 28 dias; 56 dias.

Fonte: Autor

5 CONCLUSÕES

O isolamento térmico do sistema de armazenamento de uma usina é fundamental. O tanque interno que é de aço para resistir a alta temperatura possui grande condutividade térmica, portanto, perde energia para o ambiente muito rapidamente, a camada isolante que se constitui num material com baixa condutividade térmica, retarda o fluxo de calor para o ambiente e assim diminui a perda de energia e aumenta a eficiência do processo de geração.

5.1 Conclusão acerca do Problema Inverso e Projeto

Neste trabalho a análise realizada no isolante permite avaliar se a espessura da camada isolante está adequada, uma vez que, observado a temperatura na parede externa e realizado o cálculo de perda de energia.

O fluxo de calor através da seção é foi realizado com objetivo de estimar a temperatura na superfície externa a partir de dados de contorno das temperaturas na superfície interna do isolante. Algumas considerações foram realizadas, a seção em aço não foi considerada devido à alta condutividade térmica do material, e com a quantidade de nós escolhidos, considerar a camada apresentaria alterações pouco relevantes na temperatura, pois a espessura do aço é muito menor que a espessura do isolante.

Outra consideração realizada no modelo, foi o uso das propriedades térmicas da Alumina, uma vez que, a Lã de rocha apresenta uma condutividade ainda menor, que no modelo não apresentou resultados satisfatórios de forma que possibilitasse o prosseguimento da solução de problema inverso. Portanto, a camada isolante real de lã de rocha é adequada e bem dimensionada, uma vez que num período de 24 horas não houve alteração de temperatura na superfície externa do modelo.

Além da dificuldade em desenvolver os cálculos do modelo utilizando as propriedades térmicas da lã de rocha, alguns empecilhos foram encontrados durante o processo, dentre eles o uso do EES para desenvolver o modelo transiente, também a adaptação das equações e a solução de um sistema linear no MATLAB, mas o modelo foi concluído e grande quantidade cálculos e o elevado tempo de processamento pôde ser resolvido com o aumento da variável de tempo que não altera o resultado final.

A análise do isolante num sistema de armazenamento térmico tem grande relevância em termos de engenharia, uma vez que, se constata a adequação do tipo de isolante e da espessura necessária para retardar o fluxo de calor e consequentemente a perda de energia e

eficiência da usina. Apesar da dificuldade em utilizar as propriedades da lã de rocha no modelo, ficou observado o grande potencial deste material em retardar o fluxo de calor para o ambiente em relação a Alumina, que apesar de ser um material mais condutor térmico é um material cerâmico com baixa condutividade em relação a materiais de alta condutividade.

Evitar a perda de energia no ciclo do óleo térmico é fundamental no projeto e impacta no ciclo subsequente de Rankine que movimenta as turbinas e gera a energia elétrica.

5.2 Contribuição acadêmica e Trabalhos Futuros

Para trabalhos futuros pode-se considerar o calor recebido por radiação entre outras simplificações realizadas para a solução do problema. É importante lembrar que em um modelo real a camada isolante recebe calor do sol por efeito da radiação que não foi considerada nos cálculos, pode ser realizado uma análise de quanto a radiação influencia na temperatura externa da estrutura. Além ainda da camada em aço que não foi analisada, apesar de ter uma espessura menor, poderiam ser utilizados mais nós num modelo que considerasse dois diferentes materiais, o aço e o isolante.

Uma outra análise é da eficiência da usina como um todo, o quanto a perda de calor do sistema de armazenamento térmico impacta no produto final que é a energia elétrica.

A análise de custo material também pode ser realizada, ao comparar diferentes materiais isolantes e na camada interna do tanque.

REFERÊNCIAS

GOLDEMBERG, José; LUCON, Oswaldo; **Energias renováveis: um futuro sustentável.** Revista USP, São Paulo, n.72, p. 6-15, dezembro/fevereiro 2006-2007.

MACIEL, Nelson Fernandes; **Sistema solar fotovoltaico: o que é e como funcionamento,** Curso a Distância CPT Energia solar para o meio rural; Disponível em: <<https://www.cpt.com.br/cursos-energiaalternativa/artigos/sistema-solar-fotovoltaico-o-que-e-e-como-funcionamento>>. Acesso em: 10 de janeiro de 2023.

PATEL, Mukund R.; BEIK Omid; **Wind and Solar Power Systems. Design, Analysis, and Operation,** 3rd Edition, CRC Press, Boca Raton, 2021.

CABEZA L. F.; MARTORELL L.; MIRÓ L.; FERNÁNDEZ L.; BARRENECHE C.; **Introduction to thermal energy storage (TES) systems.** Universitat de Lleida, Spain; Universitat de Barcelona, Spain, 2013.

DOW CHEMICAL COMPANY; **Dowtherm A, Heat Transfer Fluid, Product Technical Data.** Midland 1997, Disponível em: <<https://www.dow.com/en-us/product-catalog.html>>. Acesso em: 10 de janeiro de 2023.

INCROPERA, F. P.; **Fundamentals of heat and mass transfer.** 6th, J. Wiley & Sons, USA, 2008.

INCROPERA, F.P.; DEWITT, D.P.; **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa.** 6a edição, LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., R. J. 2008.

ÇENGEL, Y. A., & GHAJAR, A. J.; **Transferência de Calor e Massa.** AMGH EDITORA LTDA, 2012.

LIU, KUO-NAN, **An Introduction to Atmospheric Radiation.** Academic Press, 1980.

ANTON, H., & RORRES, C.; **Álgebra linear com aplicações.** Porto Alegre: Bookman, 2001.

F-CHART SOFTWARE; **Engineering Equation Solver for Microsoft Windows Operating Systems.** Copyright 1992-2016 by S.A. Klein and G.F. Nellis. Disponível em: <<https://fchartsoftware.com/ees/mastering-ees.php>>. Acesso em: 10 de janeiro de 2023.

CONDUÇÃO. Centro de Referência Virtual do Professor, Santo Antônio, 11 de outubro de 2016. Disponível em: <<https://crv.educacao.mg.gov.br>>. Acesso em: 10 de janeiro de 2023.

STONE WOOL – ROCK WOOL. Nuclear Power, 18 de dezembro de 2014. Disponível em: <<https://www.nuclear-power.com/nuclear-engineering/heat-transfer/heat-losses/insulation-materials/stone-wool-rock-wool/>>. Acesso em: 10 de janeiro de 2023.

APÊNDICE A – CÓDIGO UTILIZADO NO EES

```

n=30
m=64
ax=0.3
by=18.9
dxw=ax/n
dxw=dxw
dxw=dxw
dyn=by/m
dys=dyn
Aw=dyn
Ae=Aw
An=dxw
As=An
kw=39
ke=kw
ks=kw
kn=kw
Vv=dxw*dyn
dt=60*10
alpha=7.6e-6
rhocp/kw=1/alpha
he=20
Tooe=30
Duplicate i=1,m
  TP[i]=240+(i-1)*((390-240)/(m-1))
End
Duplicate i=1,n
  x[i]=(i-1)*ax/(n-1)
End
Duplicate j=1,m
  y[j]=(j-1)*by/(m-1)
End
Duplicate i=1,m
  Duplicate j=1,n
    T_hat[i,j]=30
  End
End

```

"n° colunas eixo x - índice j"
 "n° linhas eixo y - índice i"
 "comprimento eixo x"
 "altura eixo y"

"volume interior"

Duplicate i=2,m-1

Duplicate j=2,n-1

$$(Aw*kw/dxw+Ae*ke/dxe+As*ks/dys+An*kn/dyn+rhocp*Vv/dt)*T[i,j]=(Aw*kw/dxw)*T[i,j-1]+(Ae*ke/dxe)*T[i,j+1]+(As*ks/dys)*T[i-1,j]+(An*kn/dyn)*T[i+1,j] +T_hat[i,j]*rhocp*Vv/dt$$

End

End

"volume oeste"

Duplicate i=2,m-1

$$(Ae*ke/dxe+Ae*ke/dxe+As*ks/dys+An*kn/dyn+rhocp*Vv/dt)*T[i,1]=(Ae*ke/dxe)*T[i,2]+(As*ks/dys)*T[i-1,1]+(An*kn/dyn)*T[i+1,1]+T_hat[i,1]*rhocp*Vv/dt+(Ae*ke/dxe)*TP[i]$$

End

"volume leste"

Duplicate i=2,m-1

$$(2*Aw*kw/dxw+As*ks/dys+An*kn/dyn+rhocp*Vv/dt+2*he*Ae)*T[i,n]=(2*Aw*kw/dxw)*T[i,n-1]+(As*ks/dys)*T[i-1,n]+(An*kn/dyn)*T[i+1,n]+T_hat[i,n]*rhocp*Vv/dt +2*he*Ae*Tooe$$

End

"volume norte"

Duplicate j=2,n-1

$$(Aw*kw/dxw+Ae*ke/dxe+2*An*kn/dyn+rhocp*Vv/dt)*T[1,j]=(Aw*kw/dxw)*T[1,j-1]+(Ae*ke/dxe)*T[1,j+1]+(2*An*kn/dyn)*T[2,j]+T_hat[1,j]*rhocp*Vv/dt$$

End

"volume sul"

Duplicate j=2,n-1

$$(Aw*kw/dxw+Ae*ke/dxe+2*As*ks/dys+rhocp*Vv/dt)*T[m,j]=(Aw*kw/dxw)*T[m,j-1]+(Ae*ke/dxe)*T[m,j+1]+(2*As*ks/dys)*T[m-1,j]+T_hat[m,j]*rhocp*Vv/dt$$

End

"volume noroeste"

$$(Aw*kw/dxw+Ae*ke/dxe+2*An*kn/dyn+rhocp*Vv/dt)*T[1,1]=(Ae*ke/dxe)*T[1,2]+(2*An*kn/dyn)*T[2,1]+T_hat[1,1]*rhocp*Vv/dt+(Aw*kw/dxw)*TP[1]$$
"volume nordeste"

$$(2*Aw*kw/dxw+2*An*kn/dyn+rhocp*Vv/dt+2*he*Ae)*T[1,n]=(2*Aw*kw/dxw)*T[1,n-1]+(2*An*kn/dyn)*T[2,n]+T_hat[1,n]*rhocp*Vv/dt+2*he*Ae*Tooe$$
"volume sudoeste"

$$(Aw*kw/dxw+Ae*ke/dxe+2*As*ks/dys+rhocp*Vv/dt)*T[m,1]=(Ae*ke/dxe)*T[m,2]+(2*As*ks/dys)*T[m-1,1]+T_hat[m,1]*rhocp*Vv/dt+(Aw*kw/dxw)*TP[m]$$
"volume sudeste"

$$(2*Aw*kw/dxw+2*As*ks/dys+rhocp*Vv/dt+2*he*Ae)*T[m,n]=(2*Aw*kw/dxw)*T[m,n-1]+(2*As*ks/dys)*T[m-1,n]+T_hat[m,n]*rhocp*Vv/dt+2*he*Ae*Tooe$$

APÊNDICE B.1 – CÓDIGO UTILIZADO NO MATLAB

```

function somatorio = TCCSolucaoImplicita(tp1,tpn)
%<Largura e altura da seção
L = 0.3;
H = 18.9;
%Número de nós em x e y
nx = 30;
ny = 64;
%Construção da matriz M dos coeficientes
%Deltas
deltax = (L-0)/(nx-1);
deltay = (H-0)/(ny-1);
%numero de nós
n_A = nx*ny;
%Matriz coeficientes A
A = zeros(n_A,n_A);
%Matriz coeficientes B
B = zeros(1,n_A);
%Temperatura Inicial
TI = 30.+zeros(n_A,1);
%Temperatura do ar externo
Tinf=30;
%Variável de tempo
dt=60;
ciclos = 1440;
%Alpha do Material
alpha=7.6*10^-6;
%rhocp/kw=1/alpha

Tp = linspace(tp1,tpn,64);

%Coeficiente de convecção extreno
he=20;

%Condutividade Térmica do Material
%kw=0.035;
kw=39;

%Malha de Temperaturas Finais
Temp1 = zeros(ny,nx);
Temp2 = zeros(ny,nx);

%Diametro externo
Dexterno = 2.1781+0.30;
%Area cilindro externo delta
AExterna = pi*Dexterno*deltay;

%Vetor fluxo de calor para o ambiente
SomaQ = zeros(1,24);

for c = 1:ciclos

    %Fo para dx e dy
    Fo1 = alpha*dt/(deltax^2);
    Fo2 = alpha*dt/(deltay^2);

    %Bi para dx e dy

```



```

Bi1 = he*deltax/kw;
Bi2 = he*deltay/kw;

%Contador Temperatura Prescrita
cont = 1;

for i = 1:n_A
    if ( i==nx || i==nx*ny )
        A(i,i) = 1+2*Fo1+2*Fo2+2*Bi1*Fo1;
        B(i)=(2*Bi1*Fo1)*Tinf+TI(i);
        %Vértice superior direito
        if(i==nx )
            A(i,i-1)=-2*Fo1;
            A(i,i+nx)=-2*Fo2;
        elseif(i==nx*ny) %Vértice inferior direito
            A(i,i-1)=-2*Fo1;
            A(i,i-nx)=-2*Fo2;
        end
    elseif(i>1 && i<nx) %Superfície superior
        A(i,i+1)=-Fo1;
        A(i,i-1)=-Fo1;
        A(i,i+nx)=-2*Fo2;
        A(i,i) = 1+2*(Fo1+Fo2);
        B(i)=TI(i);
    elseif(i>nx && mod(i,nx)==0 && i<(ny-1)*nx+1) %Superfície direita
        A(i,i-1)=-2*Fo1;
        A(i,i+nx)=-Fo2;
        A(i,i-nx)=-Fo2;
        A(i,i) = 1+2*(Fo1+Fo2)+2*Bi1*Fo1;
        B(i)=2*Fo1*Bi1*Tinf+TI(i);
    elseif(i==1) %Vértice superior esquerdo
        A(i,i+1)=-Fo1;
        A(i,i+nx)=-2*Fo2;
        A(i,i) = 1+2*(Fo1+Fo2);
        B(i)=Fo1*Tp(cont)+TI(i);
        cont = cont+1;
    elseif(i==(ny-1)*nx+1) %Vértice inferior esquerdo
        A(i,i+1)=-Fo1;
        A(i,i-nx)=-2*Fo2;
        A(i,i) = 1+2*(Fo1+Fo2);
        B(i)=Fo1*Tp(cont)+TI(i);
        cont = cont+1;
    elseif(i>(ny-1)*nx+1 && i<nx*ny) %Superfície inferior
        A(i,i-1)=-Fo1;
        A(i,i+1)=-Fo1;
        A(i,i-nx)=-2*Fo2;
        A(i,i) = 1+2*(Fo1+Fo2);
        B(i)=TI(i);
    else
        A(i,i) = 1+2*(Fo1+Fo2);
        if(i>1 && mod(i,nx)==1 && i<(ny-1)*nx+1) %Superfície esquerda
            A(i,i+1)=-Fo1;
            A(i,i+nx)=-Fo2;
            A(i,i-nx)=-Fo2;
            B(i)=Fo1*Tp(cont)+TI(i);
            cont = cont+1;
        else %Nós Interiores
            B(i)=TI(i);
        end
    end
end

```

```

        A(i,i-1)=-Fo1;
        A(i,i+1)=-Fo1;
        A(i,i-nx)=-Fo2;
        A(i,i+nx)=-Fo2;
    end
end
end

%Solução do sistema linear
mat = mtimes(inv(A), B');
TI=mat;

%Ordenamento matricial dos valores de temperatura
k = 0;
for i = 1:ny
    for j = 1:nx
        k = k+1;
        Temp1(i,j) = mat(k); %
    end
end
%Reescreve a matriz Temp para outras visualizações (para se adequar com o grid
cartesiano)
k = 0;
for i = 1:ny
    k = ny - (i-1);
    for j = 1:nx
        Temp2(i,j) = Temp1(k,j);
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%visualizar resultado

x = 0:deltax:L;
y = 0:deltay:H;
subplot(1,3,1);
plot(y,Temp2(:,nx))
xlabel('Altura [m]');
ylabel('Temperatura superfície externa [C°]');
title('Evolução da temperatura externa');

hold on;
subplot(1,3,2);
contourf(x,y,Temp2);colorbar
xlabel('Distância em x [m]');
ylabel('Distância em y [m]');
title('Distribuição de Temperatura Transiente');
pause(0.05)

Qanel = he.*(Temp2(:,nx)-Tinf).*AExterna;
SomaQ(c)=sum(Qanel);

end
subplot(1,3,3);
plot(1:24,SomaQ);
xlabel('Tempo [h]');
ylabel('Calor [J/s]');

```

```

title('Calor perdido para o ambiente');
somatorio = 0;
for i = 1:ny
    somatorio = somatorio + Temp2(i,nx);
end

end

```

APÊNDICE B.2 – CÓDIGO UTILIZADO NO MATLAB PARA CÁLCULO SEÇÃO ÁUREA

```

clc;
clear;

s1= TCCSolucãoImplicita(330,180);
s1 = TCCSolucãoImplicita(350,200);
s = TCCSolucãoImplicita(390,240);
s2 = TCCSolucãoImplicita(425,275);
su = TCCSolucãoImplicita(450,300);

F = [(s1-s)^2, (s1-s)^2,(s2-s)^2,(su-s)^2];
x = [(330+180),(350+200),(425+275),(450+300)];

% plot(x,F)
% ylabel('Erro');
% xlabel('Somatório temperaturas (Tp1 + Tpn)');
% title('Se o  urea');

tau = 0.381966;

N = 10;

for i = 1:N
    i
    if(F(2)>F(3))
        if (x(2)<x(3))
            x(1) = x(2);
            F(1) = F(2);
            x(2) = x(3);
            F(2) = F(3);
            x(3) = tau*x(1) + (1-tau)*x(4);
            newU = x(3)/2 + 75;
            newi = x(3)/2 - 75;
            F(3) = (TCCSolucãoImplicita(newU,newi)-s)^2;
        else
            x(4) = x(2);
            F(4) = F(2);
            x(2) = x(3);
            F(2) = F(3);
            x(3) = tau*x(1) + (1-tau)*x(4);
            newU = x(3)/2 + 75;
            newi = x(3)/2 - 75;
            F(3) = (TCCSolucãoImplicita(newU,newi)-s)^2;
        end
    end
end

```

```

else
    if(x(3)>x(2))
        x(4) = x(3);
        F(4) = F(3);
        x(3) = x(2);
        F(3) = F(2);
        x(2) = tau*x(4) + (1-tau)*x(1);
        newU = x(2)/2 + 75;
        newi = x(2)/2 - 75;
        F(2) = (TCCSolucãoImplicita(newU,newi)-s)^2;
    else
        x(1) = x(3);
        F(1) = F(3);
        x(3) = x(2);
        F(3) = F(2);
        x(2) = tau*x(4) + (1-tau)*x(1);
        newU = x(2)/2 + 75;
        newi = x(2)/2 - 75;
        F(2) = (TCCSolucãoImplicita(newU,newi)-s)^2;
    end
end
end

plot(x,F)
ylabel('Erro');
xlabel('Somatório temperaturas (Tp1 + Tpn)');
title('Seção Áurea');

media = (x(1)+x(2)+x(3)+x(4))/4;
media = media/2;
TempInf = media - 75;
TempSp = media + 75;

```

ANEXO A – THERMAL ENERGY STORAGE DIMENSÕES

