



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

IGOR VARGAS DE OLIVEIRA

MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO DE UMA ESCADA AUTOPORTANTE

Uberlândia  
2023

IGOR VARGAS DE OLIVEIRA

MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO DE UMA ESCADA AUTOPORTANTE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de graduação em Engenharia Civil da UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA, como requisito parcial para a Obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Maria Cristina Vidigal de Lima

Uberlândia  
2023

IGOR VARGAS DE OLIVEIRA

MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO DE UMA ESCADA AUTOPORTANTE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de graduação em Engenharia Civil da UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA, como requisito parcial para a Obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

BANCA EXAMINADORA

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Cristina Vidigal de Lima  
Universidade Federal de Uberlândia

---

Prof. Dr. Jesiel Cunha  
Universidade Federal de Uberlândia

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vanessa Cristina de Castilho  
Universidade Federal de Uberlândia

Dedico este trabalho aos meus pais e amigos, que sempre me incentivaram.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por ter tido todas as oportunidades de aprendizado e pelos ótimos momentos durante o curso. Aos meus familiares por todo o suporte. À minha orientadora por ter me conduzido na elaboração deste trabalho. Aos demais professores por me proporcionarem tanto aprendizado. Aos meus amigos por terem me acompanhado na jornada.

"Só sei que nada sei." (Sócrates)

## RESUMO

Neste trabalho, pretende-se analisar formas de cálculo, dimensionamento e detalhamento de escadas autoportantes. Para isso, foi feita uma revisão dos materiais e métodos conhecidos no meio acadêmico e partiu-se para uma comparação entre modelos de análise. Um deles emprega método dos elementos finitos, a partir de uma análise feita utilizando-se o software LISA e o outro é baseado na análise de esforços por meios de um sistema de barras de grelhas, este feito com uso do TQS. Ao fim dos processos de dimensionamento e detalhamento, pôde-se comparar as armaduras geradas por cada metodologia, analisando as possíveis causas das diferenças entre elas e os impactos de cada uma no comportamento estrutural. A análise por meio de elementos finitos mostrou-se refinada e permitiu verificar todos os tipos de esforços atuantes, de forma mais pontual, em cada nó definido, com mais precisão. Já o TQS, com o método de analogia de grelha, é mais prático e há um custo de tempo menor na geração dos resultados.

**Palavras-chave:** escada, autoportante, elementos finitos, modelos de análise.

## SUMÁRIO

1	<b>INTRODUÇÃO</b>	9
1.1	OBJETIVOS	9
1.2	JUSTIFICATIVA	9
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	10
2	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	11
2.1	MÉTODOS GERAIS DE ANÁLISE ESTRUTURAL	11
2.2	MODELOS DE ANÁLISE	12
2.2.1	<b>MODELO ANALÍTICO</b>	13
2.2.2	<b>MODELO DISCRETO</b>	15
2.2.3	<b>MODELO COMPUTACIONAL</b>	19
2.3	ESCADAS AUTOPORTANTES	19
3	<b>CÁLCULO DOS ESFORÇOS INTERNO DE UMA ESCADA AUTOPORTANTE UTILIZANDO ELEMENTOS FINITOS: UM ESTUDO DE CASO</b>	22
3.1	INTRODUÇÃO	22
3.2	DADOS	23
3.3	PRÉ-DIMENSIONAMENTO	25
3.4	LANÇAMENTO DA ESTRUTURA	27
3.5	DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA	28
3.5.1	<b>Dimensionamento da armadura negativa principal</b>	28
3.5.1.1	Trecho 1	31
3.5.1.2	Trecho 2	33
3.5.1.3	Trecho 3	34
3.5.1.4	Trecho 4	36
3.5.2	<b>Dimensionamento da armadura positiva principal</b>	38
3.5.3	<b>Dimensionamento da armadura negativa secundária</b>	39
3.5.3.1	Verificação nos lances	40
3.5.3.2	Verificação no patamar - trecho 1	40
3.5.3.3	Verificação no patamar - trecho 2	42
3.5.4	<b>Dimensionamento da armadura positiva secundária</b>	44
3.6	VERIFICAÇÃO AO CISALHAMENTO	45
3.7	VERIFICAÇÃO À TORÇÃO	49
3.7.1	<b>Verificação da diagonal comprimida de concreto</b>	51
3.7.2	<b>Cálculo da armadura transversal</b>	52
3.7.3	<b>Cálculo da armadura longitudinal</b>	53
3.8	VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO	55



4	<b>DIMENSIONAMENTO UTILIZANDO SISTEMAS CAD/TQS</b> .....	58
5	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	65
5.1	COMPARAÇÃO QUALITATIVA ENTRE MODELOS .....	65
5.2	COMPARAÇÃO QUANTITATIVA ENTRE MODELOS .....	65
6	<b>CONCLUSÃO</b> .....	68
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	69

## 1 INTRODUÇÃO

Uma das etapas mais importantes e fundamentais da construção de uma edificação é a fase de projetos, onde cada disciplina é concebida e analisada e são gerados insumos de suporte à execução. Atualmente, cada uma das especialidades que compõe o todo pode ser projetada independentemente das demais e, posteriormente, faz-se a compatibilização.

Especificamente tratando-se de estruturas de concreto armado, a modelagem de cada componente da edificação conta com o uso de ferramentas computacionais cada vez mais avançadas, que permitem simulações bastante realistas.

Barbosa (2008, *apud Ramos e Alves*) diz que, anteriormente, cada elemento estrutural (laje, viga e pilar, por exemplo) era calculado separadamente, com métodos próprios e sem que fosse considerada a interação entre eles. Essa manipulação estrutural integrada só pôde se efetivar com a chegada dos softwares, o que possibilitou análises bem mais próximas da realidade e, portanto, com um grau maior de certeza em relação aos esforços obtidos.

No que se refere a alguns tipos particulares de elementos estruturais, no entanto, a bibliografia não encontra-se tão atualizada, abordando modelos simplificadas, como destaca Ramos e Alves (2017). Na maioria dos casos, o cálculo aborda unicamente a situação de escadas bi-apoiadas, de fundo reto, calculadas conforme modelos de lajes maciças.

Tendo isso em vista, e considerando as aplicações dos softwares correntes de dimensionamento e detalhamento de estruturas, este trabalho se propõe a analisar a resposta estrutural de uma escada autoportante, levando-se em conta os resultados do cálculo manual, com esforços obtidos utilizando Método dos elementos finitos e o dimensionamento via gralhas, pelo TQS.

### 1.1 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é comparar as metodologias de cálculo do software TQS, que utiliza análises de gralhas, com o modelo de elementos finitos do LISA, que, por outro lado, permite uma análise mais refinada e pontual dos esforços.

Os objetivos específicos são:

- avaliar se os esforços encontrados em ambos os métodos são próximos, mostrando quais as condicionantes de cada caso e como isso pode impactar nos resultados.
- verificar como cada metodologia gera seus resultados e, para este estudo de caso, como isso afeta o trabalho em escritórios de cálculo.

### 1.2 JUSTIFICATIVA

Como trata-se de um elemento estrutural bastante complexo, com pontos de concentração de tensão e esforços de torção que não podem ser desprezados, usar métodos

analíticos pode representar uma simplificação exagerada do comportamento estrutural. Abordar diferentes formas de dimensionamento de escadas autoportantes permite fazer uma investigação e comparação entre os resultados, de forma a tentar entender as diferenças entre eles e os impactos das considerações de cada análise na elaboração do projeto. Explorando outros métodos de análise, é possível mostrar que há ferramentas práticas e com analogias menos simplistas que podem e devem ser utilizadas em escritórios de projeto, de forma a gerar resultados mais confiáveis.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

No segundo capítulo deste trabalho, será feita uma introdução sobre a teoria das diversas formas de modelagem de estruturas, desde modelos de cálculo manuais até o uso de elementos finitos.

Em seguida, será apresentado todo o memorial de cálculo manual da escada em questão, com a obtenção dos esforços e deslocamentos via elementos finitos. Na sequência, será mostrado o modelo produzido pelo TQS, que utiliza um sistema de grelhas para obtenção dos esforços.

Por fim, serão feitas as análises e comparações entre os modelos de grelha (do TQS) e do Método dos Elementos Finitos (com o LISA) e propostos eventuais novos estudos sobre o tema.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 MÉTODOS GERAIS DE ANÁLISE ESTRUTURAL

Quando se trata de resolver problemas de engenharia, de forma geral, podem ser aplicadas três tipos de abordagens, quais sejam: métodos analíticos, métodos experimentais e métodos numéricos.

No caso de métodos analíticos, utilizam-se fórmulas matemáticas desenvolvidas manualmente que permitem determinar variáveis de saída tendo sido dadas as variáveis de entrada. Para o cálculo de estruturas de concreto armado, por exemplo, são determinados os esforços atuantes e os deslocamentos produzidos, a partir do conhecimento dos carregamentos externos que, oportunamente, podem ser aplicados à estrutura. Tais fórmulas, buscam equacionar, matematicamente, as variáveis de interesse, tratando-as como entes numéricos.

No entanto, como sabe-se, cálculos analíticos, apresentam aspectos que limitam a sua aplicabilidade. Em muitos casos, para que seja um equacionamento capaz de identificar o valor dos esforços internos atuantes numa viga de concreto armado, por exemplo, se faz necessário implementar simplificações com relação às propriedades e comportamentos dos materiais. É como a questão da teoria básica que trata das deformações em um elemento de concreto que considera que as seções de uma viga são planas e permanecem planas após a deflexão provocada pela atuação de um carregamento externo.

Assim, os resultados obtidos por esses métodos, quando empregados em estruturas complexas, podem produzir um modelo com certo desvio em relação à realidade. Isso, no entanto, é passível de ser corrigido assim que são empregados coeficientes de segurança. Na prática, esses modelos analíticos são utilizados com essas condicionantes.

Para métodos experimentais, são construídos protótipos a serem submetidos a ensaios. São simuladas as condições reais de operação de determinada estrutura e são captados, pelos equipamentos devidos, os parâmetros relativos ao comportamento do elemento, como, por exemplo, os deslocamentos sofridos. Um caso conhecido em que é empregado esse tipo de análise é nos túneis de vento das fabricantes de automóveis e aeronaves, que fornecem dados para o melhor dimensionamento das estruturas componentes do produto (ESSS, 2017).

Outro grande exemplo, aplicado às estruturas de concreto, é o do uso dos túneis de vento na previsão de esforços sobre edifícios de múltiplos pavimentos, a ferramenta de trabalho mais eficiente para propiciar a prevenção e resolução dos problemas gerados pelo vento, de acordo com Souza *et al.* (2020). Basicamente, existem três tipos de túneis: os aerodinâmicos, os de camada limite e os tridimensionais, em que diversos tipos de escoamento podem ser simulados. No Brasil, um grande exemplo de uso dessa tecnologia é o Túnel de Vento Professor Joaquim Blesmann, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), um túnel de segunda geração, ou seja, os de camada limite, capaz de gerar ventos que simulam as principais características da atmosfera (SOUZA *et al.*, 2020).

A questão que se coloca é que testes experimentais demandam uma infraestrutura própria adequada ao tipo de ensaio, o que demanda investimentos maiores. Além disso, podem ser necessárias diversas iterações para que se atinja um nível suficiente de precisão, como em testes de fadiga, que, a depender da situação, podem demandar prazos maiores. Portanto, a abordagem experimental pode significar custos elevados e prazos extensos.

Por último, há ainda a solução por métodos numéricos, onde é desenvolvido um protótipo virtual do produto de interesse. Há sistemas de equações a serem resolvidas numericamente, utilizando, por exemplo, Método de Elementos Finitos (MEF). Podem ser utilizados softwares de simulação numérica ou mesmo algum outro código de programação desenvolvido pelo engenheiro. É uma abordagem mais equilibrada em relação às anteriores: embora seja necessário um investimento maior em hardwares e softwares, os custos ainda são inferiores se comparados aos de um ensaio experimental. Apesar de a modelagem numérica ainda considerar hipóteses simplificadores e fazer uso de aproximações, os resultados alcançados podem ser bastante próximos à realidade.

Vale destacar que o uso de métodos numéricos é relativamente mais recente em relação às abordagens tradicionais. No seu surgimento, havia questões de tempo de processamento não condizentes com o esperado pela indústria. Além disso, os profissionais capacitados eram mais restritos a ambientes acadêmicos, havendo grande demanda de mão-de-obra capacitada disponível para o mercado. Nos dias de hoje, ouve grande evolução com relação aos softwares de simulação numérica, hoje mais robustos e eficientes, com interfaces mais intuitivas. Além disso, há maior difusão do conhecimento teórico envolvido em análises numéricas, o que facilita o treinamento de profissionais do setor de construção.

O uso de simulação numérica, no entanto, não substitui os métodos tradicionais em todas as necessidades. Na verdade, todos são igualmente fundamentais na resolução de problemas de engenharia. Por exemplo, procedimentos analíticos baseados em normas são fundamentais para a certificação de equipamentos, materiais e processos. Além disso, informações experimentais e analíticas servem de base para calibração de ensaios numéricos, assegurando uma representação fiel do fenômeno de interesse. Um exemplo claro é o ensaio de tração uniaxial, que permite o levantamento da curva tensão-deformação, fazendo com que a resposta estrutural do material possa ser caracterizada. Os processos numéricos devem ser vistos como uma ferramenta complementar aos demais métodos, proporcionando mais recursos para o balanceamento da qualidade, tempo de produção e custo dos processos (ESSS, 2017).

## 2.2 MODELOS DE ANÁLISE

A concepção de um edifício passa por várias etapas, desde a elaboração do projeto

arquitetônico passando pelos projetos complementares, até chegar às etapas de orçamentação e elaboração de um cronograma de execução, antes de efetivamente serem iniciados os trabalhos no canteiro de obras.

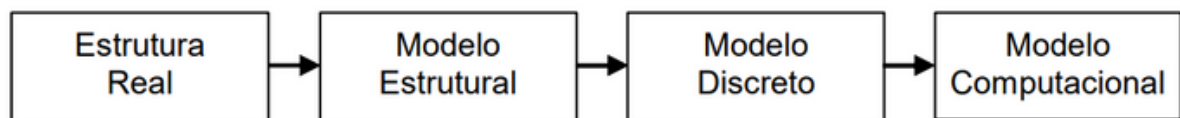
Dentre os projetos complementares, o projeto estrutural tem como objetivo conceber uma estrutura que seja adequada às demandas, satisfazendo questões de segurança, condições de utilização, condições econômicas, estéticas, ambientais, construtivas e legais, dentre outras. O resultado é um projeto que mostre todos os detalhes necessários e suficientes para a construção do edifício (MARTHA, 2010).

O projeto estrutural, por sua vez, se subdivide em várias fases, dentre elas, a fase de análise estrutural, na qual é feita a idealização do comportamento da estrutura. De forma genérica, o objetivo é determinar os esforços internos e externos, as correspondentes tensões, bem como os deslocamentos a que a estrutura estará sujeita. Para isso, todas as possíveis solicitações externas devem ser determinadas (MARTHA, 2010).

Inicialmente, o desenvolvimento das teorias que descrevem o comportamento das estruturas, se deu para estruturas reticuladas, isto é, estruturas compostas por barras, que são elementos definidos por seu eixo central. Esses são os tipos mais comuns de estruturas, como a de um telhado ou de um edifício metálico. Mesmo em casos de estruturas em que nem todos os elementos podem ser representados por barras, é comum analisar o comportamento global da estrutura por meio de modelos de barras. Edifícios em concreto armado são um exemplo, onde cada viga e cada pilar, não é somente composto por um único material (MARTHA, 2010).

Aprofundando na temática de análise estrutural, tem-se uma nova subdivisão. Atualmente, trabalha-se com quatro níveis de abstração, conforme a Figura 1. O primeiro é o da estrutura real, isto é, o nível do mundo físico, a estrutura como será executada.

Figura 1 — Quatro níveis de abstração para uma estrutura na análise estrutural



Fonte: Martha (2010).

### 2.2.1 MODELO ANALÍTICO

Conforme cita Martha (2010), o segundo nível é o do modelo analítico que é utilizado para representar matematicamente a estrutura. Esse modelo, também chamado de modelo

estrutural, ou de modelo matemático, abrange todas as teorias e hipóteses feitas para descrever o comportamento da estrutura. Essas suposições são baseadas em leis físicas de equilíbrio entre forças e em tensões, nas relações de compatibilidade entre deslocamentos e deformações e ainda nas leis constitutivas dos materiais que compõem a estrutura.

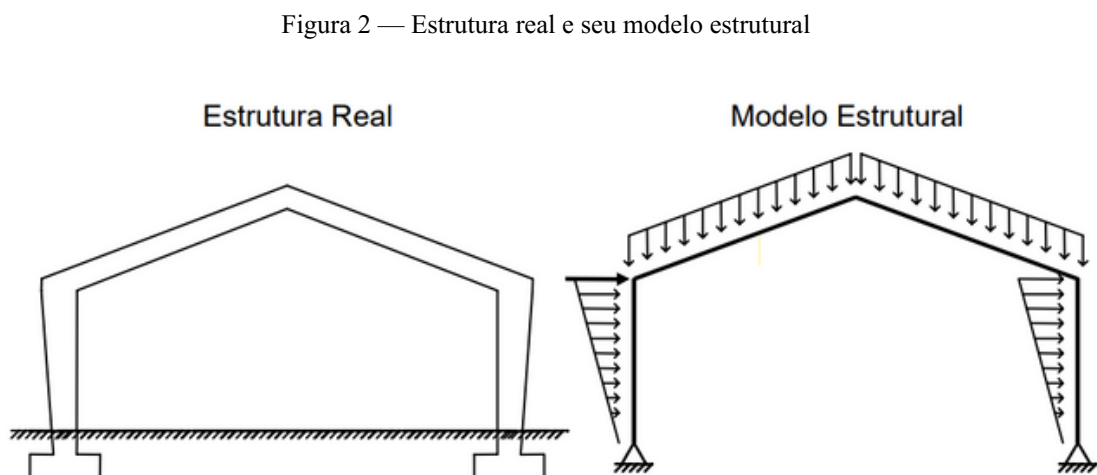
A criação de um modelo estrutural é uma tarefa bem importante no processo. Por exemplo, o modelo estrutural de um prédio pode ser formado por linhas que representam as vigas e pilares e pelas superfícies em malha, que representam as lajes. De outro lado, uma estrutura de um prédio construído para abrigar um reator de uma usina é bem mais complexa, envolvendo diversos tipos de elementos estruturais, como superfícies que representam paredes com furos, ou mesmo a casca de concreto armado que cobre o prédio (MARTHA, 2010).

Dentre as hipóteses simplificadoras adotadas, baseadas em teorias físicas e em resultados experimentais e estatísticos, tem-se, segundo Martha (2010):

- hipóteses sobre a geometria;
- hipóteses sobre as condições de suporte (ligação com o solo);
- hipóteses sobre o comportamento dos materiais;
- hipóteses sobre as solicitações que agem sobre a estrutura (cargas de ocupação ou pressão de vento, por exemplo).

No caso de estruturas reticuladas, conforme Martha (2010), o modelo matemático parte do princípio de as vigas terem um eixo bem definido e está embasado na Teoria de Vigas de Navier, que discorre sobre elementos estruturais solicitados predominantemente à flexão.

Na Figura 2, a seguir, observa-se a representação dos elementos estruturais por linhas. Cada barra carrega as informações de área da seção transversal e momentos de inércia. Portanto, como cita Martha (2010), para estruturas reticuladas, a tarefa é simples: os eixos de cada barra definem os eixos dos elementos estruturais.



Fonte: Martha (2010, p. 6).

No entanto, a representação no modelo estrutural de outros parâmetros importantes pode ser algo mais complexo. A consideração das solicitações (com suas várias intensidades) pode envolver alto grau de simplificação, o que seria coberto por coeficientes de segurança, proporcionais à incerteza dessas cargas. Outra questão discutível é com relação ao comportamento dos apoios: os pilares estão totalmente engastados? Deve-se considerar algum grau de deslocamento? De quantas maneiras se pode considerar o efeito do vento e de outras solicitações? (MARTHA, 2010).

Com isso, percebe-se que há várias formas para a concepção do modelo estrutural. Diversos fatores alteram os resultados, como a experiência do analista estrutural e a complexidade da estrutura e de suas solicitações (MARTHA, 2010).

### 2.2.2 MODELO DISCRETO

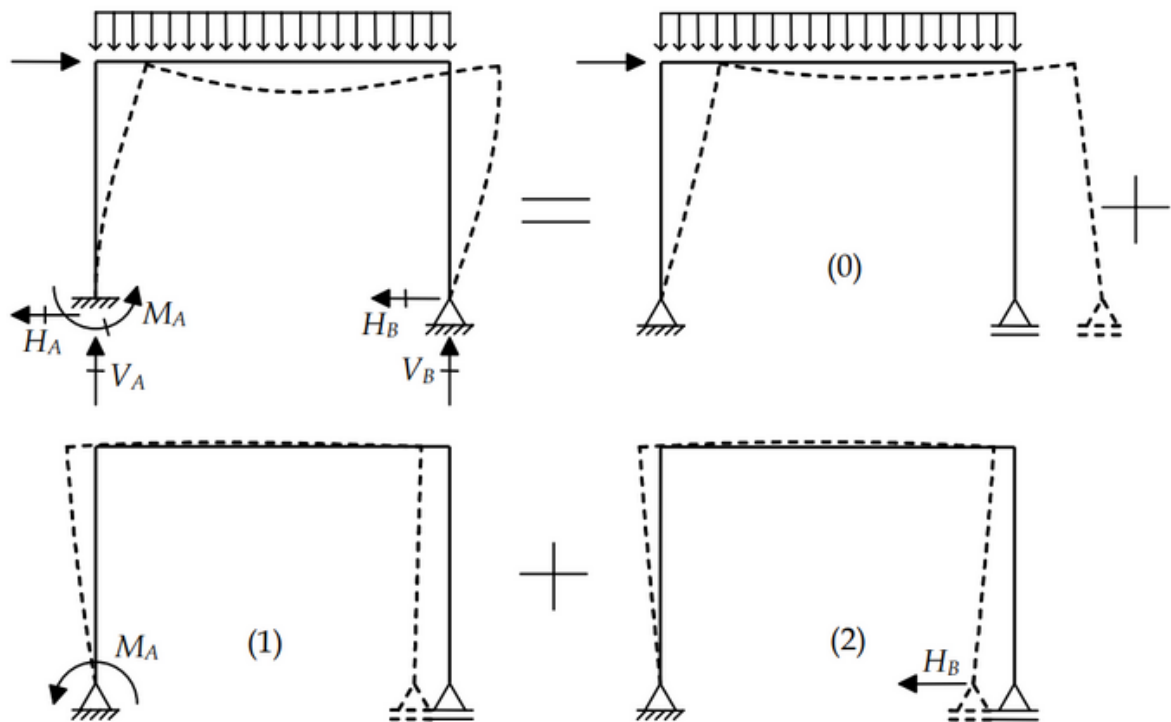
O terceiro nível nesta sequência é o modelo discreto, concebido dentro das metodologias de cálculo dos métodos de análise. Os métodos de análise utilizam um conjunto de variáveis ou parâmetros numéricos para representar o comportamento de uma estrutura. Nesse nível de abstração, o comportamento analítico é substituído por um comportamento discreto, em que soluções analíticas contínuas são representadas pelos valores discretos dos parâmetros adotados, ou seja, é feita a discretização (MARTHA, 2010).

Os tipos de parâmetros utilizados, dependem das características do método de análise. No chamado Método das Forças, por exemplo, os parâmetros adotados são forças ou momentos, que agem em determinada seção da peça estrutural. Já no Método dos deslocamentos, os valores utilizados são de deslocamentos ou mesmo rotações de uma seção qualquer (MARTHA, 2010).

A Figura 3, a seguir, mostra a discretização proposta pelo Método das Forças. Os parâmetros adotados são forças ou momentos redundantes para garantir o equilíbrio estático da estrutura. Esses elementos excedentes são chamados de hiperestáticos (MARTHA, 2010).



Figura 3 — Superposição de soluções básicas no Método das Forças

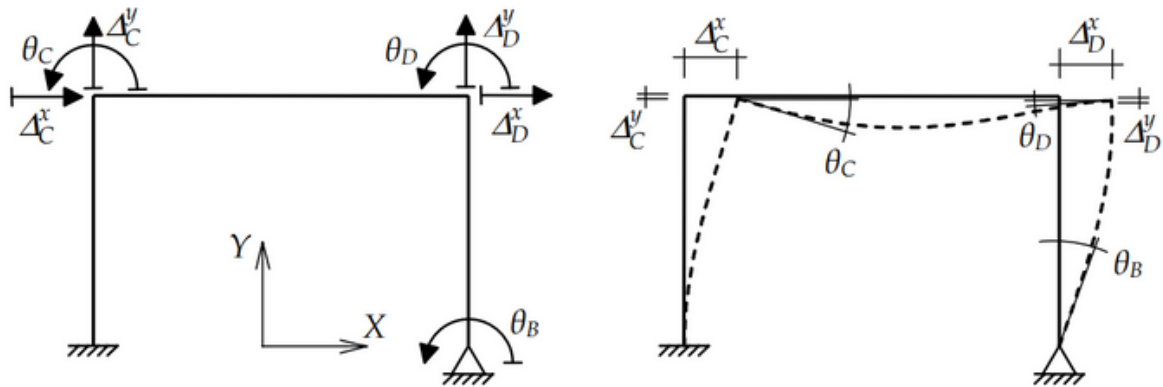


Fonte: Martha (2010, p. 8).

Nesse caso, os hiperestáticos adotados são o momento  $M_A$  e a força  $H_B$ . A estrutura utilizada nas soluções básicas é isostática obtida da estrutura original pela eliminação dos vínculos excedentes associados aos hiperestáticos. Cada uma das soluções básicas isola um determinado efeito ou parâmetro: o carregamento externo (a carga de uma parede sobre uma viga, por exemplo) e os esforços  $M_A$  e  $H_B$  (que são excedentes) das reações de apoio. Basicamente, a metodologia determina os valores que esses hiperestáticos devem assumir para recompor os vínculos eliminados (restrição à rotação no apoio da esquerda e ao deslocamento horizontal no da direita). Com isso, a solução do problema fica discretizada pelos hiperestáticos mencionados (MARTHA, 2010).

Já na solução via Métodos dos Deslocamentos, os parâmetros de interesse são valores de deslocamentos e rotações nos nós das barras. Esses parâmetros são as deslocabilidades. No exemplo da Figura 4, as deslocabilidades são os deslocamentos horizontais dos nós superiores,  $\Delta^x_C$  e  $\Delta^x_D$ , os deslocamentos verticais desses nós,  $\Delta^y_C$  e  $\Delta^y_D$ , e as rotações dos nós livres ao giro,  $\theta_B$ ,  $\theta_C$  e  $\theta_D$  (MARTHA, 2010).

Figura 4 — Parâmetros nodais utilizados na discretização pelo Método dos Deslocamentos



Fonte: Martha (2010, p. 9).

Para deixar mais clara a diferença entre modelo contínuo e modelo discreto, observe-se a Figura 4. Os valores das deslocabilidades representam a solução discreta (ponto a ponto). A deformada representa a solução contínua (ao longo de toda a barra). Nesse método, a solução contínua pode ser obtida por interpolação dos valores discretos dos deslocamentos e rotações. Em geral, a solução obtida por interpolação é igual à solução analítica do modelo estrutural. Segundo Martha (2010), isso ocorre porque as funções de interpolação que definem a configuração deformada contínua são compatíveis com a idealização matemática do comportamento das barras feita pela Resistência dos Materiais.

No caso de estruturas que não podem ser representadas por barras, normalmente se utiliza uma formulação em deslocamentos chamada de Método dos Elementos Finitos. Basicamente, o modelo da estrutura em análise é subdividido em domínio chamados de elementos finitos. É formada então uma malha de elementos finitos e os parâmetros que representam a solução discreta são valores de deslocamentos dos vértices da malha, algo comparável ao papel desempenhado pelos nós das barras numa estrutura reticulada. Martha (2010).

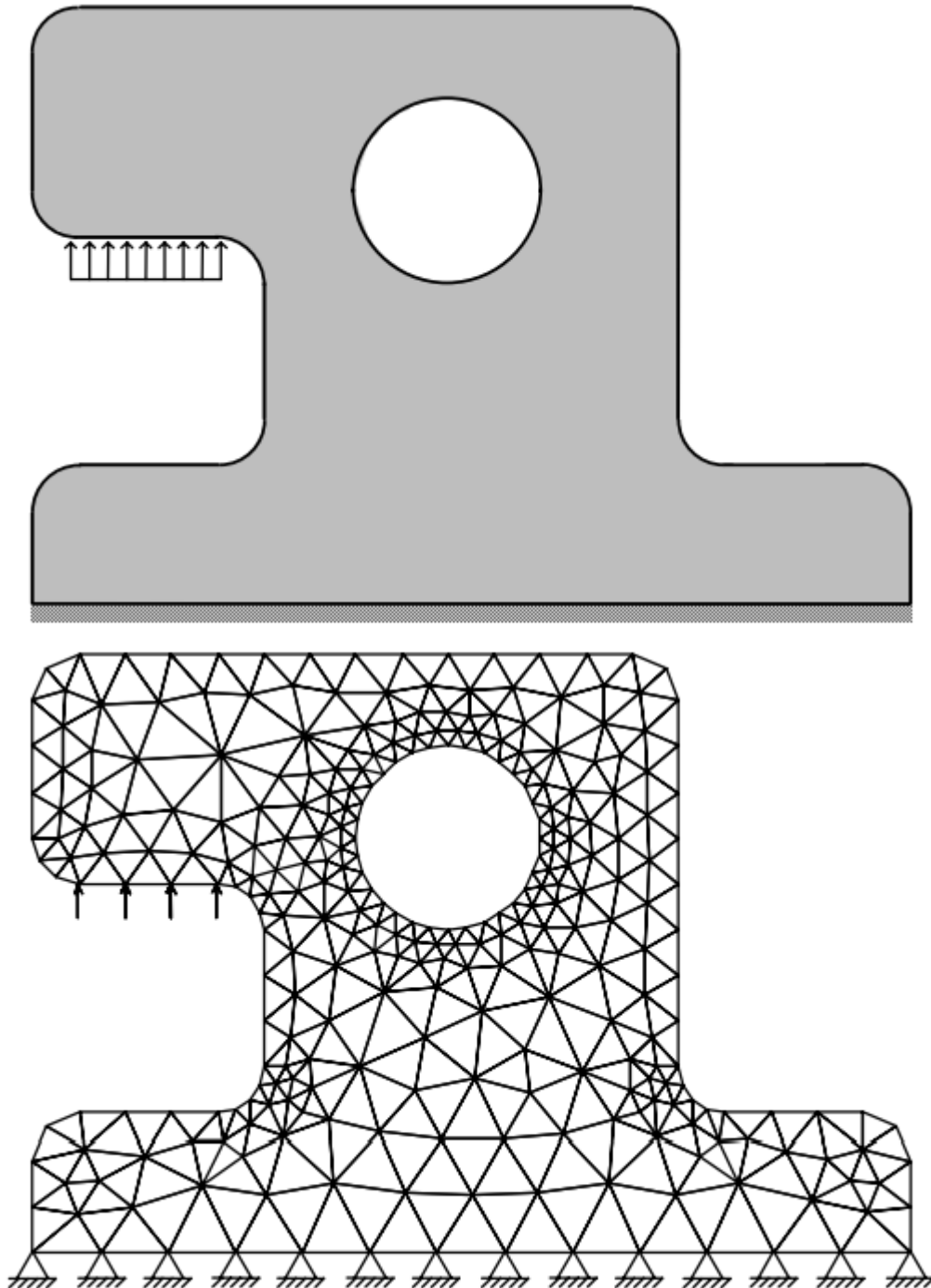
O Método dos Elementos Finitos, determina o estado de tensão e deformação de sólidos com quaisquer geometrias e que podem sofrer ações externas. O método se baseia na teoria de Rayleigh-Ritz, em que o elemento em estudo é subdividido em uma quantidade finita de parcelas de integração. Com isso, busca-se encontrar os esforços e determinar os deslocamentos em cada nó e, a partir disso, pode-se determinar os valores nos pontos entre os nós, de tal forma que quanto maior a quantidade de nós na malha, mais refinamento há no modelo e consegue-se mais precisão nos resultados. (FANTON, 2021).

Para a análise com esse método, é necessário realizar a divisão da estrutura em elementos e definir seu tamanho, formato e modelo. O elemento pode ser linear (barra), bidimensional (placa ou casca) ou tridimensional. O formato pode ser retangular, triangular, circular, dentre outros. (FANTON, 2021).

Na Figura 5, é mostrado um exemplo de como essa malha é caracterizada. São figuras

triangulares planas distribuídas em toda a superfície da peça.

Figura 5 — Discretização pelo Método dos Elementos Finitos para uma estrutura contínua.



Fonte: Martha (2010, p. 10).

Cabe destacar que a discretização em uma malha de elementos finitos introduz simplificações. As funções de interpolação que definem a deformada para uma malha não são

compatíveis com a idealização matemática elaborada para meios contínuos feita pela teoria da elasticidade. Portanto, a solução por meio de elementos finitos é uma aproximação em relação à solução analítica, ao passo que, como citado, uma estrutura reticulada é igual à formulação da Resistência dos Materiais (MARTHA, 2010).

### 2.2.3 MODELO COMPUTACIONAL

A análise de estruturas utiliza, atualmente, modelos desenvolvidos com auxílio de ferramentas computacionais que simulam o comportamento das estruturas. Mesmo para estruturas reticuladas, não é viável o uso de modelos totalmente manuais. (MARTHA, 2010).

A partir dos princípios adotados para o Método dos Deslocamentos, utiliza-se, computacionalmente, o Método da Rigidez Direta. Ainda é comum o uso de ferramentas mais apuradas, com desenvolvimento computacional do Método dos Elementos Finitos. Por sua vez, o Método das Forças já é pouco utilizado em programas de computador (MARTHA, 2010).

Outros aspectos precisam ser levados em conta na criação de programas computacionais. Questões como estruturas de dados e procedimentos de criação do modelo geométrico, geração do modelo discretizado, aplicação de atributos de análise (propriedades de materiais, carregamentos, condições de contorno, entre outros) e a interface ao usuário são importantes (MARTHA, 2010).

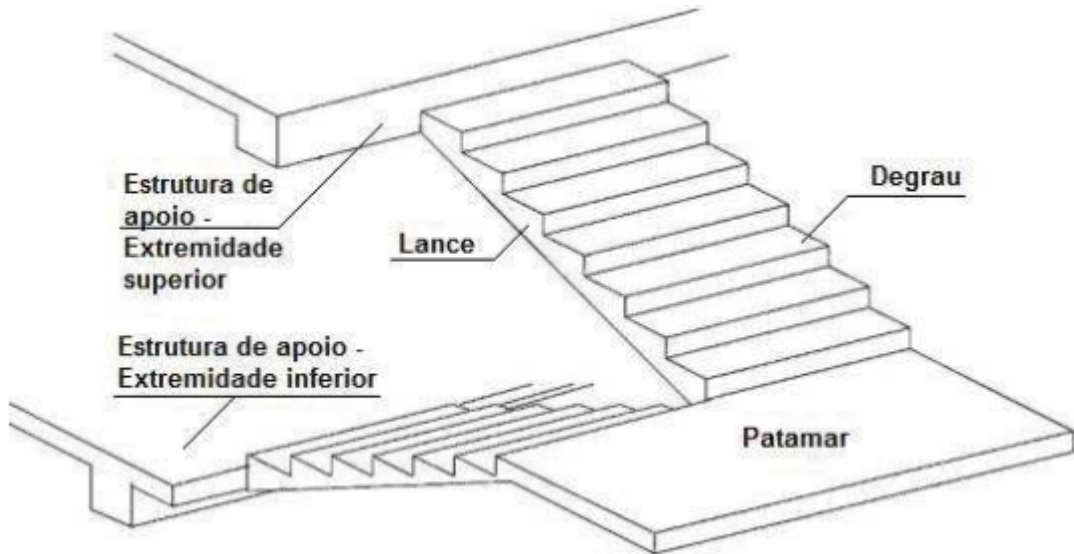
### 2.3 ESCADAS AUTOPORTANTES

De acordo com demandas arquitetônicas, as escadas podem envolver, além da função de transpor níveis de uma edificação, o aspecto estético. Assim, há variados formatos que são usualmente empregados, desde escadas de fundo reto, apoiadas em cada patamar, até os modelos chamados de autoportantes.

Em geral, escadas ditas convencionais, são calculadas e detalhadas como lajes, ou como vigas inclinadas, por meio dos mesmos modelos de cálculo já consagrados. De acordo com Deitos, elas podem ser armadas na direção longitudinal, quando se apoiam em vigas no topo e na base (neste caso, são calculadas como vigas inclinadas). Pode ainda ser feita uma armadura transversal, como se fosse uma laje em balanço apoiada em uma viga inclinada. Ou também há a possibilidade de armá-las nas duas direções, quando são apoiadas nos quatro bordos, como se fosse uma laje maciça.

Por sua vez, escadas autoportantes, destacam-se por serem constituídas de uma estrutura em que o patamar está em balanço, ou seja, há vinculações somente nos níveis dos pavimentos, como no exemplo da Figura 6.

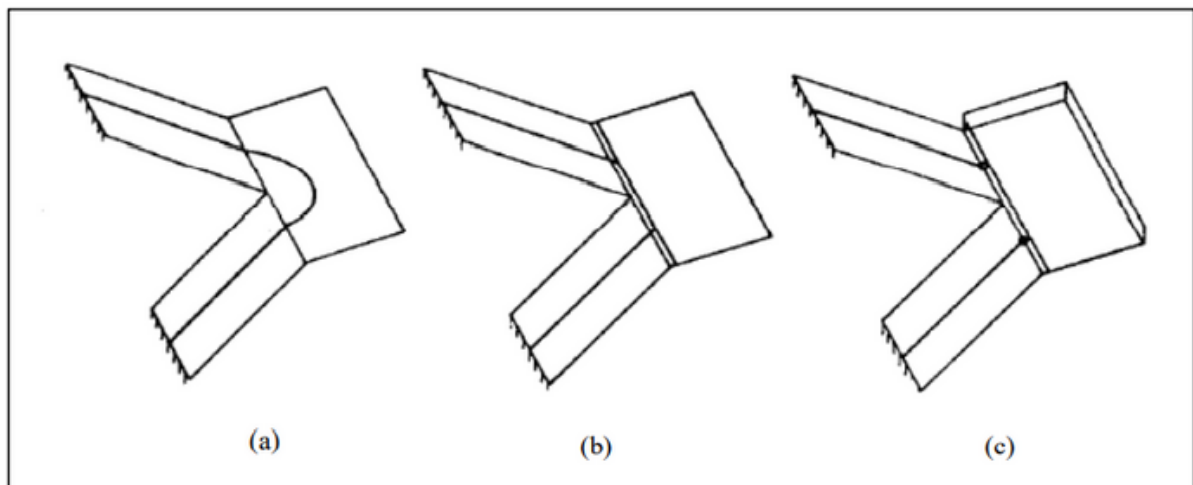
Figura 6 — Escada autoportante



Fonte: Deitos.

No início, era feita uma análise desse tipo de escada por meio de aproximações, com modelos de barras espaciais, como cita Deitos. Nessa linha de estudos, tem-se Fuchssteiner (1954, *apud* DEITOS, 2018), que simplificou a escada como um modelo de duas barras retas e inclinadas unidas por uma barra curva. Por sua vez, Cusens e Kuang (1966, *apud* DEITOS, 2018), propuseram também um modelo de duas barras inclinadas, mas ligadas por uma barra reta no patamar. Já Guerrin (1968, *apud* DEITOS, 2018) propôs que as barras inclinadas fossem articuladas no encontro com o patamar, que deveria ser suficientemente rígido para evitar deformação. A Figura 7 mostra uma visualização desses modelos.

Figura 7 — Modelos iniciais utilizados

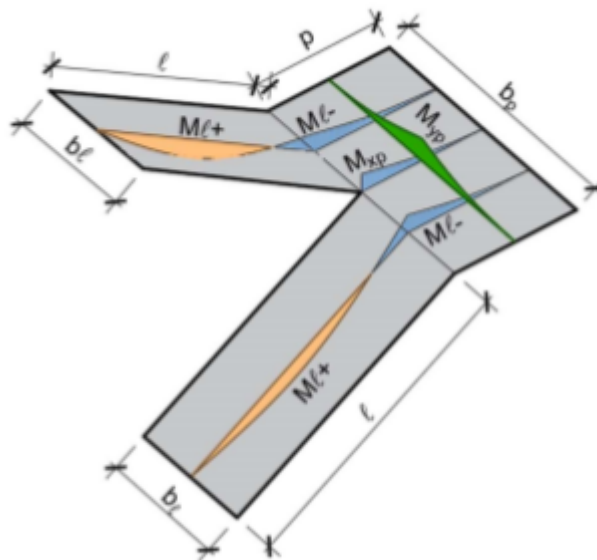


Fonte: Deitos.

Por não haver apoio intermediário, escadas autoportantes apresentam tendência à rotação. O aparecimento das primeiras fissuras é devido a esforços torcionais. De acordo com estudos de Cheiss, Glogau e Liebenberg (1966, *apud* DEITOS, 2018) e de Cusens e Kuang (1966, *apud* DEITOS, 2018), as primeiras fissuras aparecem com uma carga aproximadamente igual ao dobro da carga de projeto. Elas surgem na região da ligação do patamar com os lances, sendo que a ruptura final acontece exatamente nessa linha de ligação entre esses elementos da escada.

Nesse tipo especial de estrutura modelada com barras, os esforços são avaliados por um equacionamento para vigas, conforme cita Portela e Aguiar (2022). Os momentos nos lances podem ser definidos simplificada de forma similar a uma viga apoiada na extremidade de início e engastada na extremidade do patamar, de maneira que o momento negativo longitudinal do patamar seja dissipado para cada lance, como na Figura 8:

Figura 8 — Momentos calculados em escada discretizada como união de vigas



Fonte: Portela e Aguiar (2022).

Entretanto, conforme cita Mafaldo (2019), modelos como esses, utilizando barras somente, não representam bem o comportamento de uma estrutura tridimensional e sujeita a esforços de torção. Observa-se que, de maneira geral, modelos desse tipo são mais sensíveis às mudanças de vinculação apresentando maiores flechas para apoios rotulados e menores flechas para engastes, diferentemente de modelos de casca, que os valores são relativamente semelhantes.

### 3 CÁLCULO DOS ESFORÇOS INTERNO DE UMA ESCADA AUTOPORTANTE UTILIZANDO ELEMENTOS FINITOS: UM ESTUDO DE CASO

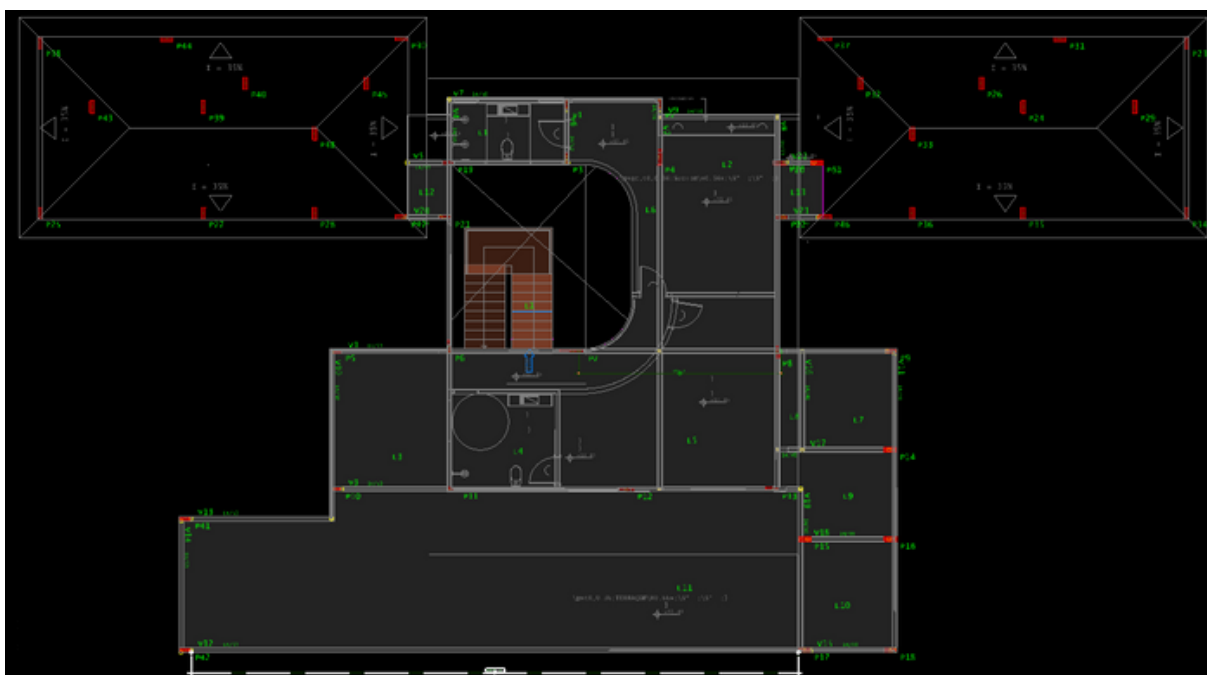
#### 3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, é apresentado um estudo de caso do projeto de uma escada autoportante, desenvolvido com auxílio do software baseado em elementos finitos LISA. São utilizados elementos tipo placa, bidimensionais e considera-se a escada totalmente engastada nas vigas do pavimento superior e do inferior.

A proposta é realizar uma análise mais refinada, por se tratar de um elemento estrutural bastante complexo. É um projeto adaptado de uma construção a ser executada na cidade de Uberlândia - MG. Envolve o dimensionamento e detalhamento da estrutura autoportante e a verificação do modelo produzido por outra ferramenta de projetos estruturais, o TQS. Com isso, pretende-se avaliar se os esforços encontrados nos dois modelos são próximos e deseja-se mostrar qual o potencial de cada ferramenta computacional, quais as condicionantes de cada uma e quais os possíveis efeitos no resultado do dimensionamento. São apresentados os dados iniciais, as considerações de projeto, as cargas consideradas, de acordo com norma específica, e todo o dimensionamento obtido.

Na Figura 9, é apresentada a planta baixa da edificação, com alguns elementos estruturais já lançados, como pilares (em vermelho), vigas e lajes.

Figura 9 — Planta de formas da edificação



Fonte: O autor (2023).

### 3.2 DADOS

Para este estudo de caso, os seguintes dados de entrada são considerados:

- Espelho: 17,5 cm;
- Passo: 30 cm;
- Largura de cada lance: 130 cm;
- Vão efetivo:  $2,40 + 2,40 = 4,80$  m (considerando como duas vezes o vão de um lance);
- Carregamento acidental:  $3,0$  kN/m<sup>2</sup> (uso residencial, tabela 10, NBR 6120:2019);
- Carregamento permanente:  $1,0$  kN/m<sup>2</sup> (revestimento cerâmico, tabela 4, NBR 6120:2019);
- Concreto: C25, com  $F_{cd}$  dado pela equação 1:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,4} \quad (1)$$

- Aço: CA-50;

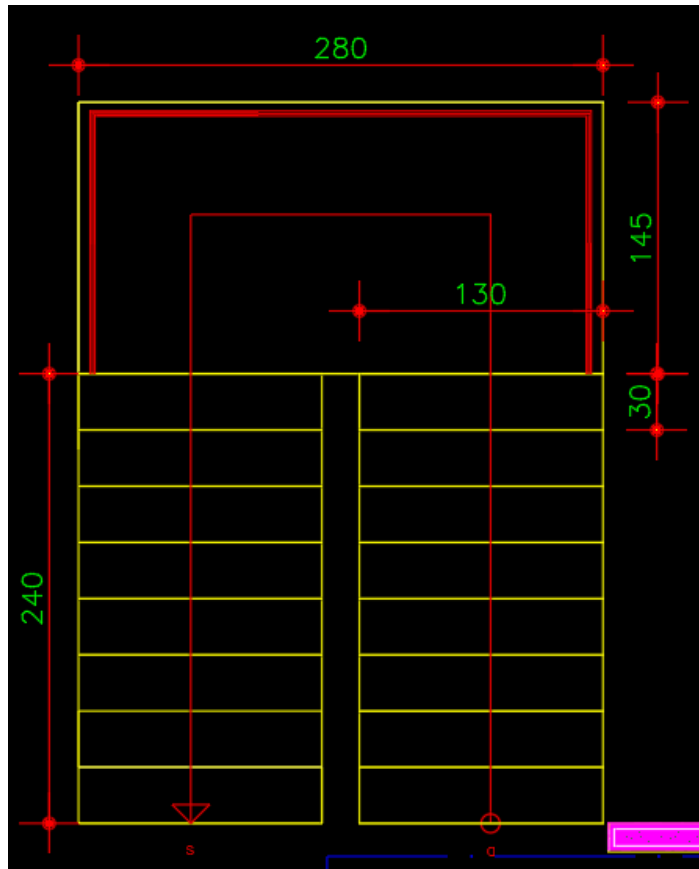
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,1 \cdot 1,2 \cdot \gamma_s} = \frac{500}{1,1 \cdot 1,2 \cdot 1,15} = 329,38 \text{ MPa} \quad (2)$$

- Cobrimento: 2,5 cm.

Pelas Figuras 10, 11, 12 e 13, tem-se quais são as dimensões da escada, em planta e em corte e ainda uma visualização 3D gerada a partir do software TQS.

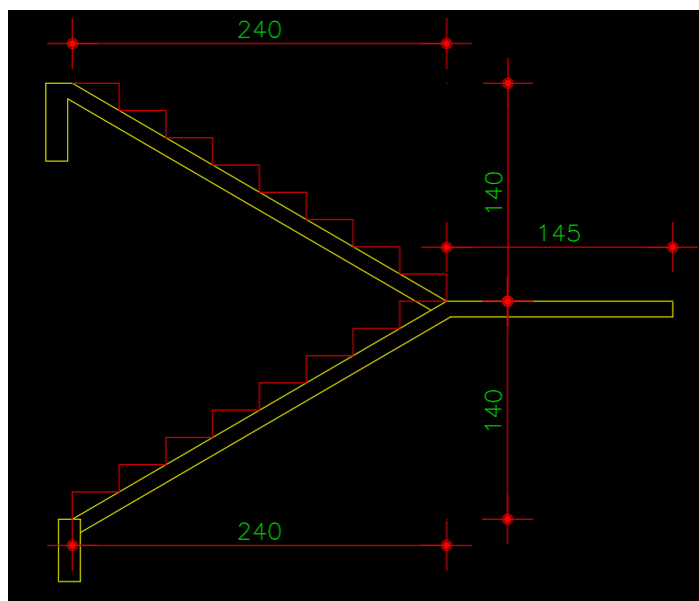


Figura 10 — Escada em planta (medidas em cm)



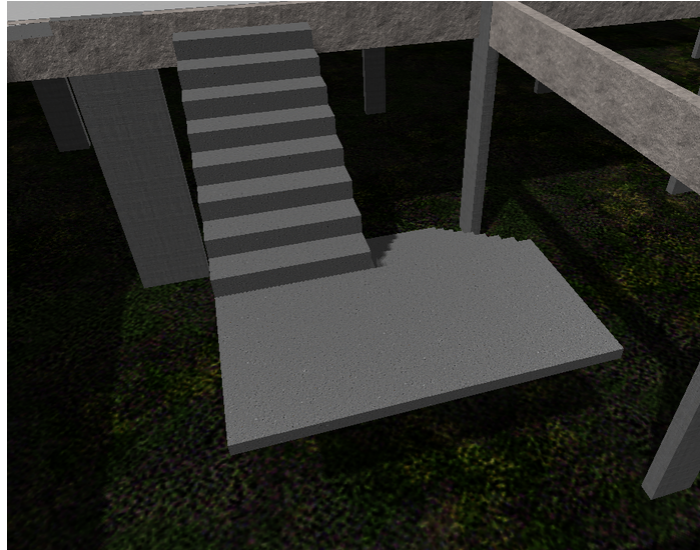
Fonte: O autor (2022).

Figura 11 — Escada em corte (medidas em cm)



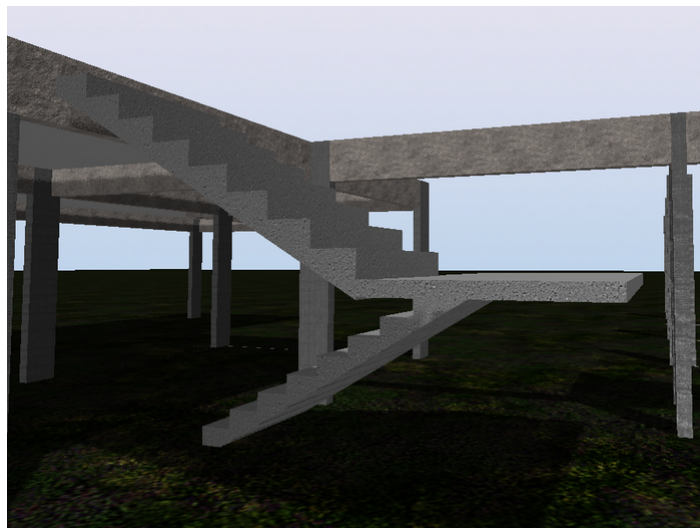
Fonte: O autor (2022).

Figura 12 — Vista 3D da escada



Fonte: O autor (2023).

Figura 13 — Vista 3D -lateral- da escada



Fonte: O autor (2023).

### 3.3 PRÉ-DIMENSIONAMENTO

Como trata-se de um elemento estrutural em placa, é feita analogia com uma laje em concreto armado, sendo feitas as devidas considerações e adaptações.

Assim, seguindo critérios de pré-dimensionamento de lajes, tem-se que a altura da laje da escada é de:

$$h = \frac{\text{vão efetivo}}{40} = \frac{480}{40} = 12\text{cm} \quad (3)$$

A seguir, tem-se o cálculo da altura média  $h_m$ , em função do ângulo de inclinação da escada e da medida do espelho, conforme as equações 4 e 5:

$$h_1 = \frac{h}{(\cos\alpha)} = 13,89 \quad (4)$$

$$h_m = h_1 + \frac{e}{2} = 22,64 \quad (5)$$

Assim, os pesos próprios da escada, para o lance e para o patamar é dado por, respectivamente:

$$q_{pp,lance} = \gamma_c \cdot h_m = 25 \cdot 0,2264 = 5,66\text{kN}/\text{m}^2 \quad (6)$$

$$q_{pp,patamar} = \gamma_c \cdot h = 25 \cdot 0,12 = 3\text{kN}/\text{m}^2 \quad (7)$$

Portanto, os carregamentos totais serão:

$$q_{T,lance} = q_{pp,lance} + q_{rev} + q_{sc} = 5,66 + 1 + 3 = 9,66\text{kN}/\text{m}^2 \implies \quad (8)$$

considerando a inclinação dos lances:

$$q'_{T,lance} = \frac{(q_{T,lance} \cdot 2,40)}{2,7784(*)} = \frac{9,66 \cdot 2,40}{2,7784} = 8,3443\text{kN}/\text{m}^2 = 0,00083443\text{kN}/\text{cm}^2 \quad (9)$$

onde (\*) representa a medida da hipotenusa, a partir da triangulação da escada.

Para o patamar, teremos:

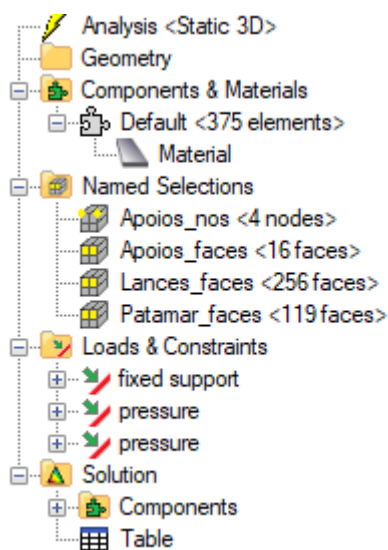
$$q_{T,patamar} = q_{pp,patamar} + q_{rev} + q_{sc} = 3 + 1 + 3 = 7\text{kN}/\text{m}^2 = 0,0007\text{kN}/\text{cm}^2 \quad (10)$$

### 3.4 LANÇAMENTO DA ESTRUTURA

Feitos os cálculos iniciais dos carregamentos é apresentado agora o lançamento da estrutura no software LISA, utilizando a versão educacional do programa, que possui uma limitação do número de nós.

Primeiramente, pela interface do programa, foram definidas as partes componentes do modelo: os apoios, os lances e o patamar da escada, conforme a Figura 14:

Figura 14 — Interface do LISA: lista de elementos



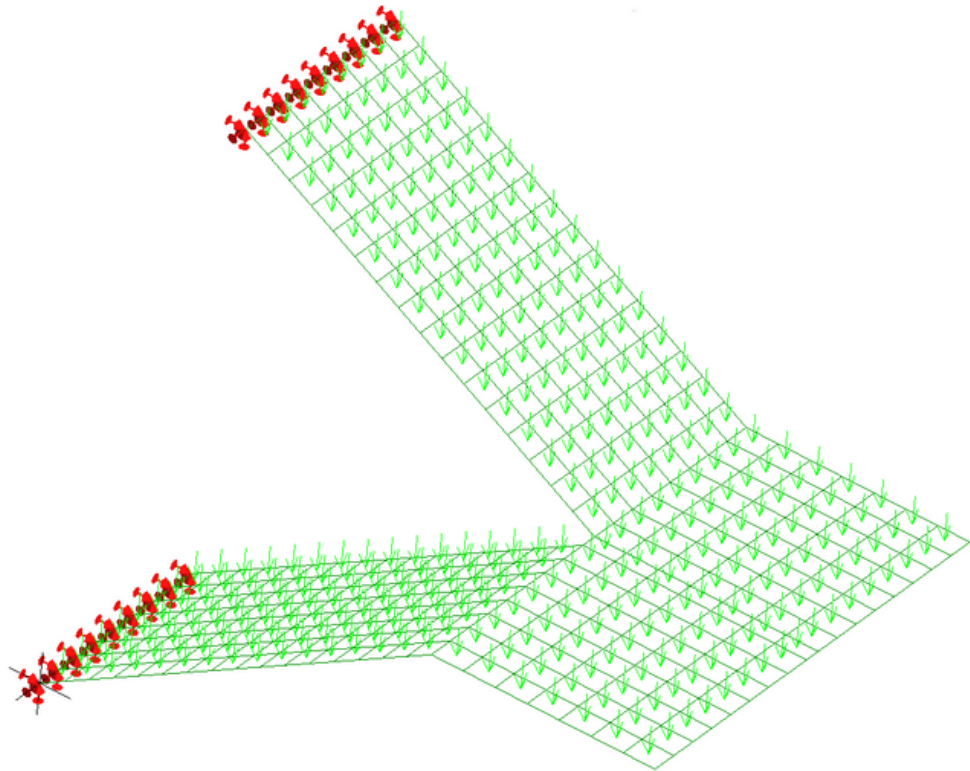
Fonte: O autor (2023).

Em seguida, para os lances e o patamar, foram criados os nós da malha, num total de 432. O nível de precisão é proporcional a essa quantidade de nós.

Na sequência, foi inserido o carregamento, mantendo-se a unidade de comprimento em centímetro. Pela Figura 15, nota-se a construção da malha de pontos, os apoios no piso superior e no térreo e, em cada nó, a seta indicativa da direção e sentido da aplicação do carregamento.

Aqui, são utilizados elementos tipo placa, bidimensionais.

Figura 15 — Malha de elementos finitos



Fonte: O autor (2023).

### 3.5 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA

Nesta parte, é apresentado o dimensionamento de todas as armaduras necessárias de acordo com os esforços obtidos pelo método dos elementos finitos. Em cada subitem, é abordado um tipo de esforço: momento fletor, força cortante e momento torsor, fazendo-se as análises de acordo com as recomendações da ABNT NBR 6118: 2014 e também seguindo um roteiro sugerido por Fanton (2021).

#### 3.5.1 Dimensionamento da armadura negativa principal

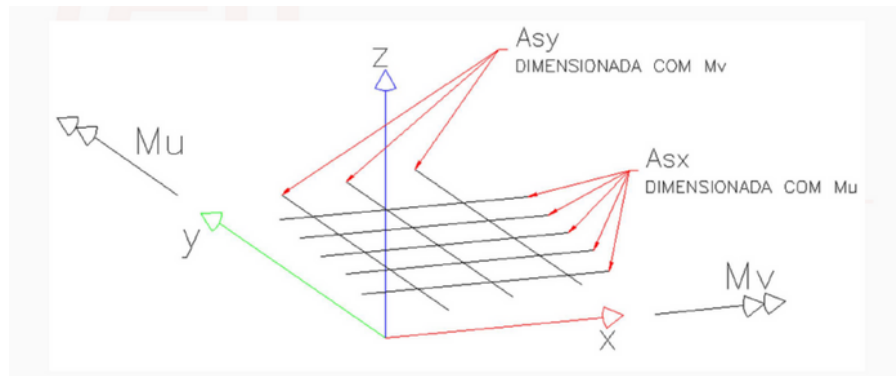
Nesta seção, será apresentado o dimensionamento das armaduras aos esforços de flexão. Posteriormente, haverá verificações à torção e ao cisalhamento.

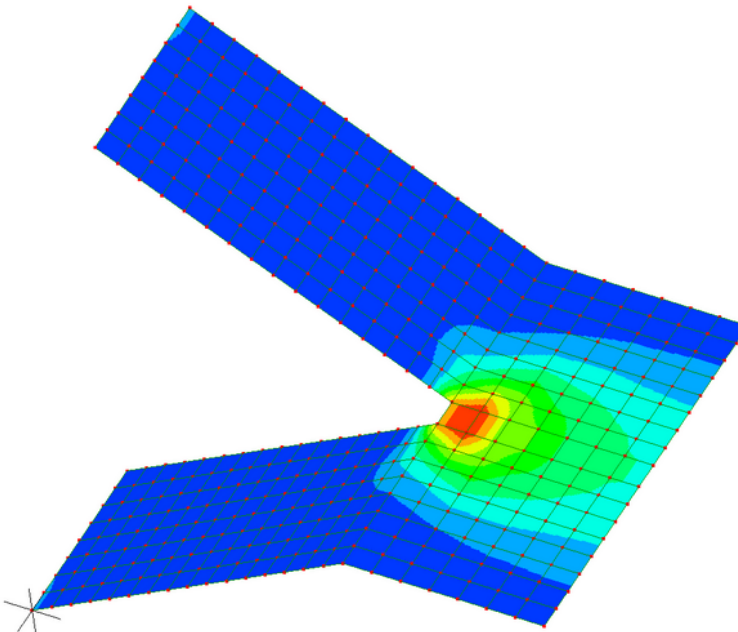
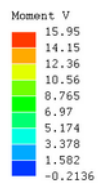
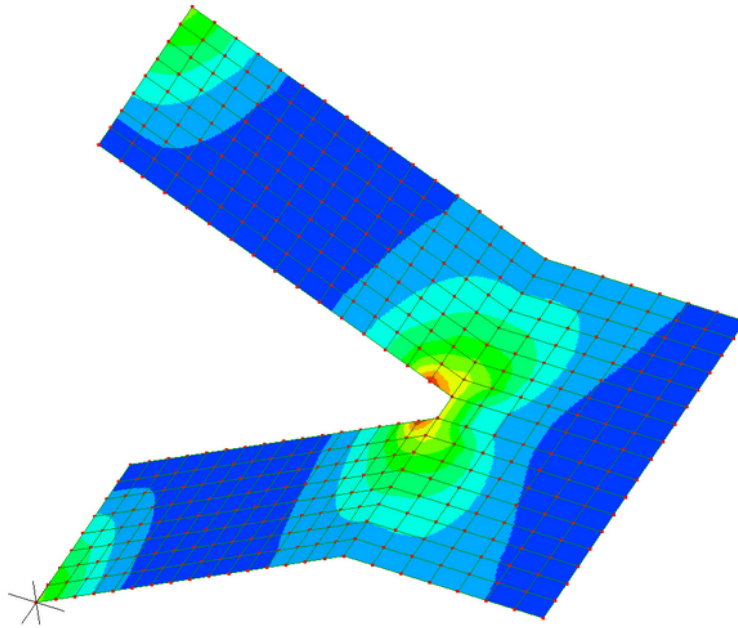
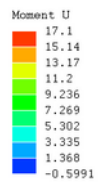
Primeiramente, calcula-se o índice de esbeltez:

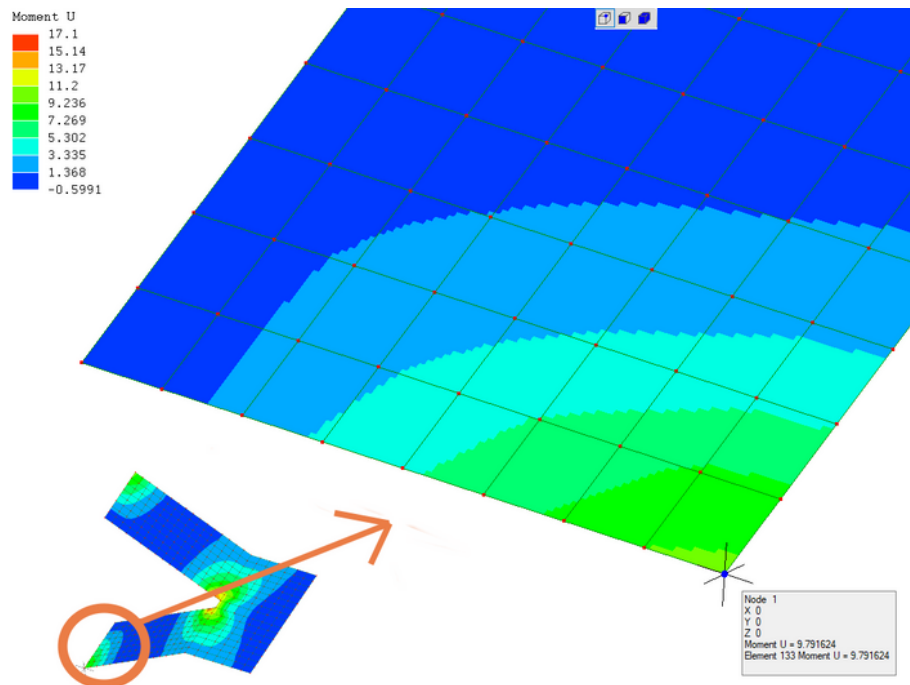
$$\lambda = \frac{l_x}{l_y} = \frac{385}{130} = 2,96 \quad (11)$$

onde  $l_x$  é o maior vão e  $l_y$  é o menor.

- Se  $\lambda \leq 2$ , a laje é armada em duas direções;
- 









**TABELA 1**  
**Dimensionamento de seções retangulares submetidas a ação de momento fletor – Armadura simples**

$\beta_x = x/d$	$k_c = \frac{b_w \cdot d^2}{M_{Sd}} \left( \frac{cm^2}{kN} \right)$							$k_s = \frac{A_s \cdot d}{M_{Sd}} \left( \frac{cm^2}{kN} \right)$			Domínios de deformações
	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	CA-25	CA-50	CA-60	
0,02	51,89	41,51	34,59	29,65	25,94	23,06	20,75	0,046	0,023	0,019	02
0,04	26,15	20,92	17,44	14,95	13,08	11,62	10,46	0,047	0,023	0,019	
0,06	17,58	14,06	11,72	10,05	8,79	7,81	7,03	0,047	0,024	0,020	
0,08	13,29	10,63	8,86	7,60	6,65	5,91	5,32	0,048	0,024	0,020	
0,10	10,72	8,58	7,15	6,13	5,36	4,77	4,29	0,048	0,024	0,020	
0,12	9,01	7,21	6,01	5,15	4,51	4,00	3,60	0,048	0,024	0,020	
0,14	7,79	6,23	5,19	4,45	3,89	3,46	3,12	0,049	0,024	0,020	
0,16	6,87	5,50	4,58	3,93	3,44	3,05	2,75	0,049	0,025	0,020	
0,18	6,16	4,93	4,11	3,52	3,08	2,74	2,47	0,050	0,025	0,021	
0,20	5,59	4,48	3,73	3,20	2,80	2,49	2,24	0,050	0,025	0,021	
0,22	5,13	4,10	3,42	2,93	2,57	2,28	2,05	0,050	0,025	0,021	
0,24	4,74	3,80	3,16	2,71	2,37	2,11	1,90	0,051	0,025	0,021	
<b>0,259</b>	<b>4,43</b>	<b>3,55</b>	<b>2,96</b>	<b>2,53</b>	<b>2,22</b>	<b>1,97</b>	<b>1,77</b>	<b>0,051</b>	<b>0,026</b>	<b>0,021</b>	
0,26	4,42	3,54	2,95	2,53	2,21	1,96	1,77	0,051	0,026	0,021	
0,28	4,14	3,31	2,76	2,37	2,07	1,84	1,66	0,052	0,026	0,022	
0,3	3,90	3,12	2,60	2,23	1,95	1,73	1,56	0,052	0,026	0,022	
0,32	3,69	2,95	2,46	2,11	1,84	1,64	1,48	0,053	0,026	0,022	
0,34	3,50	2,80	2,34	2,00	1,75	1,56	1,40	0,053	0,027	0,022	
0,36	3,34	2,67	2,23	1,91	1,67	1,48	1,34	0,054	0,027	0,022	
0,38	3,19	2,56	2,13	1,83	1,60	1,42	1,28	0,054	0,027	0,023	
0,4	3,06	2,45	2,04	1,75	1,53	1,36	1,23	0,055	0,027	0,023	
0,42	2,95	2,36	1,96	1,68	1,47	1,31	1,18	0,055	0,028	0,023	
0,44	2,84	2,27	1,89	1,62	1,42	1,26	1,14	0,056	0,028	0,023	
<b>0,45</b>	<b>2,79</b>	<b>2,23</b>	<b>1,86</b>	<b>1,59</b>	<b>1,39</b>	<b>1,24</b>	<b>1,12</b>	<b>0,056</b>	<b>0,028</b>	<b>0,023</b>	
0,46	2,74	2,19	1,83	1,57	1,37	1,22	1,10	0,056	0,028	0,023	
0,48	2,65	2,12	1,77	1,52	1,33	1,18	1,06	0,057	0,028	0,024	
0,5	2,57	2,06	1,72	1,47	1,29	1,14	1,03	0,058	0,029	0,024	

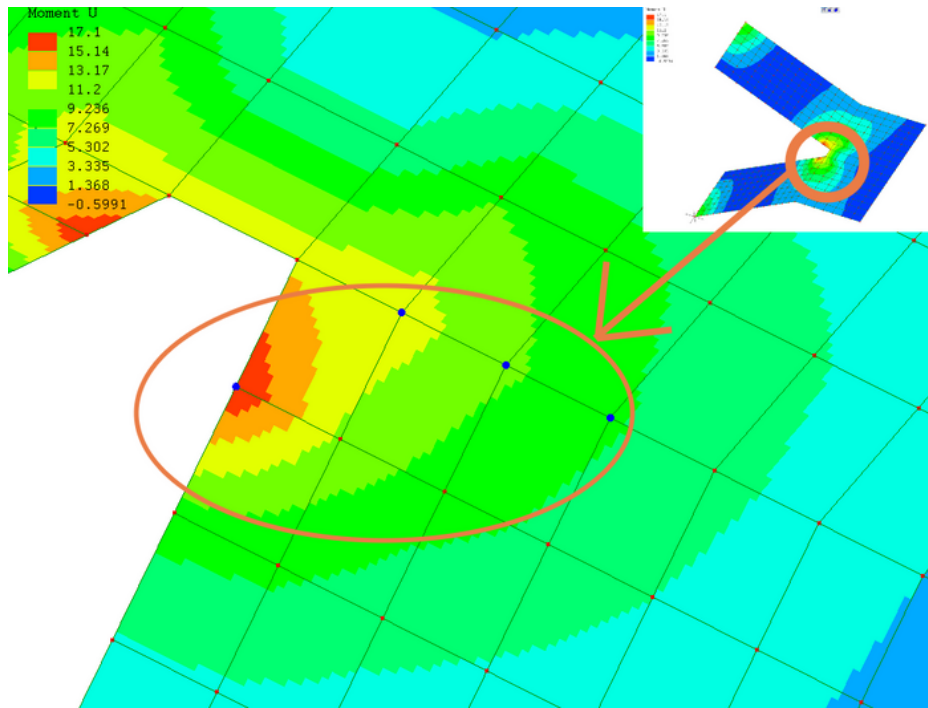
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



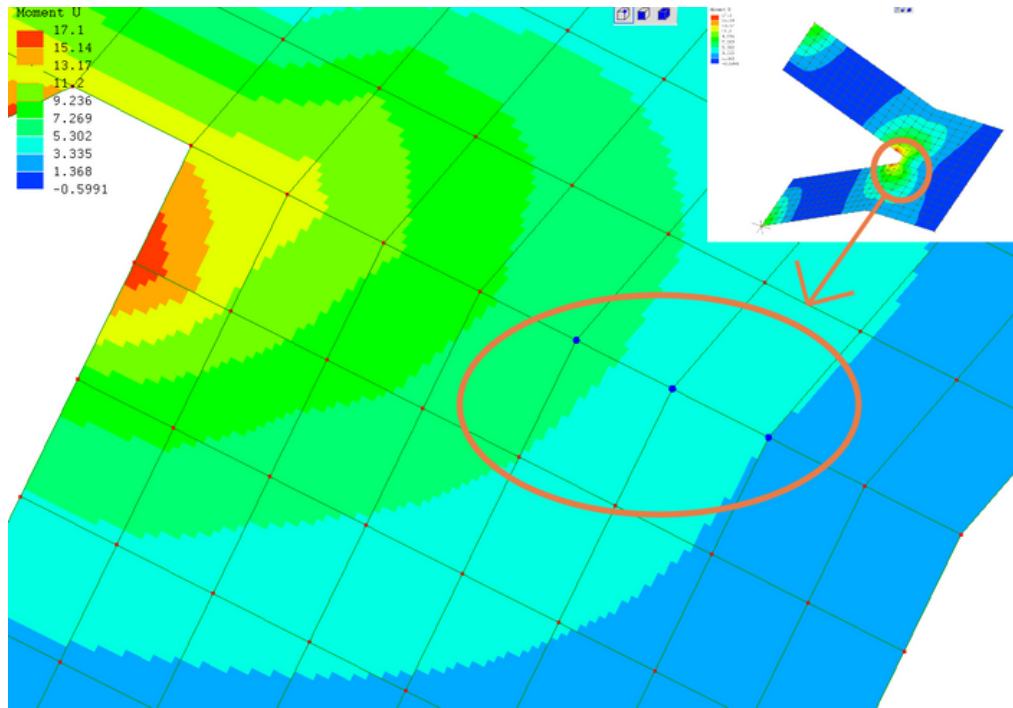


---

---

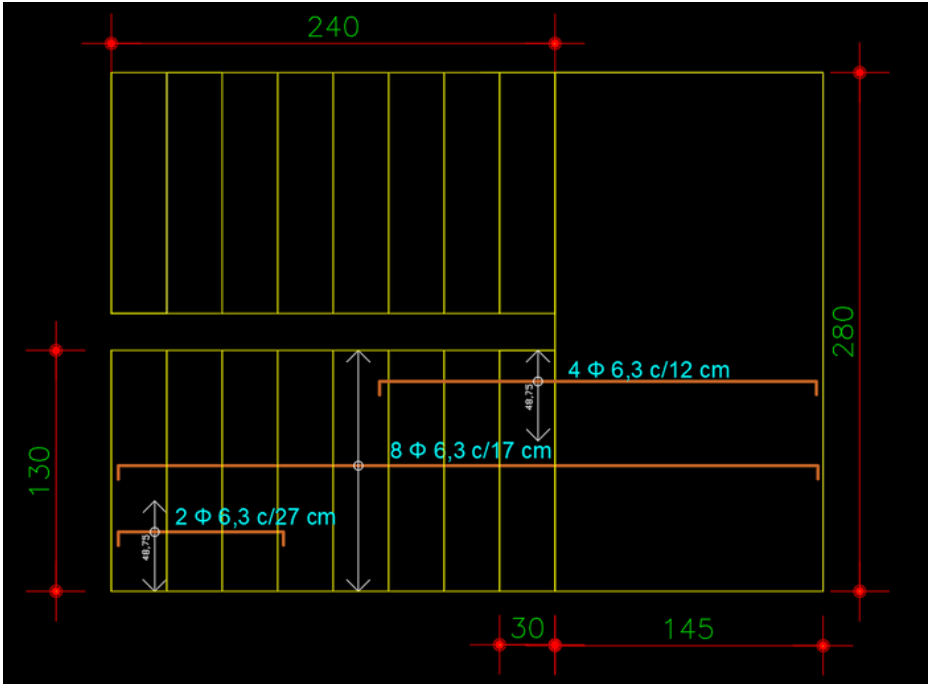
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

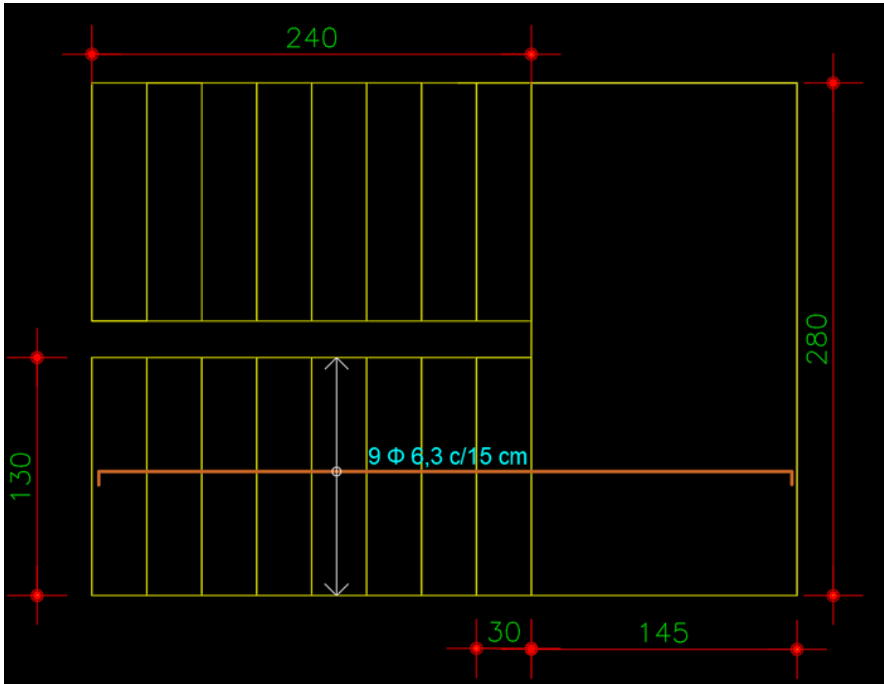


\_\_\_\_\_

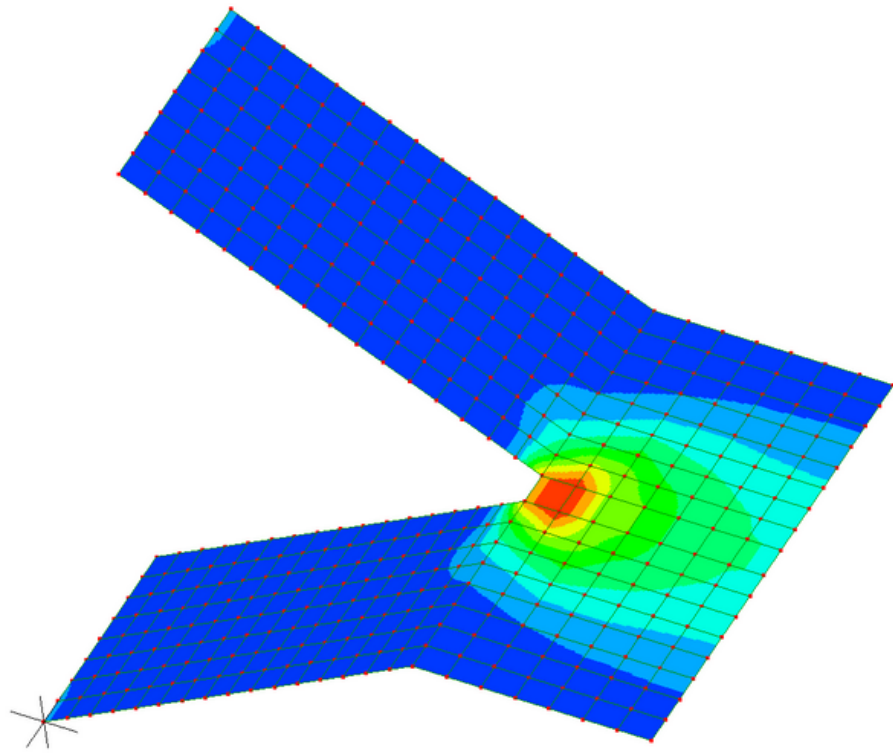
\_\_\_\_\_

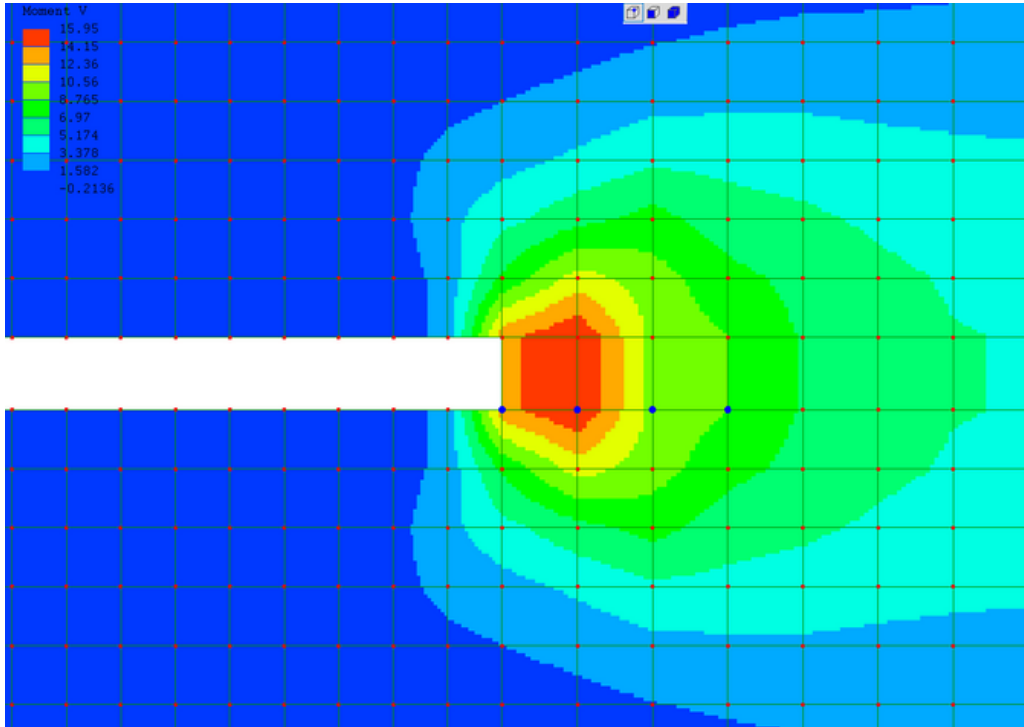


\_\_\_\_\_









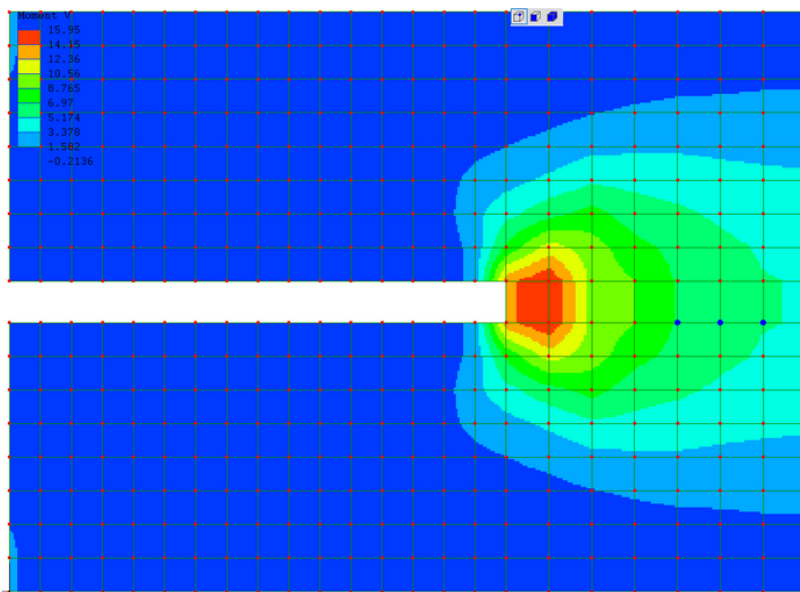
---

---

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



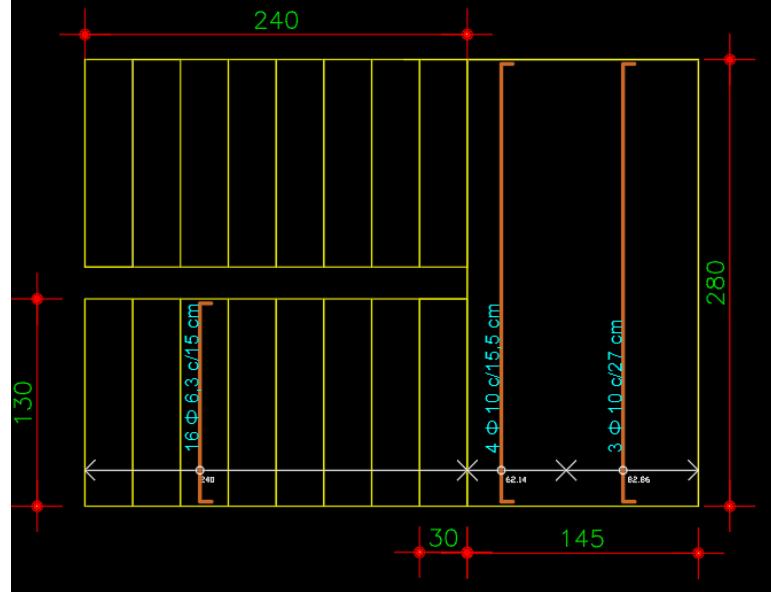
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## ARMADURA NEGATIVA SECUNDÁRIA

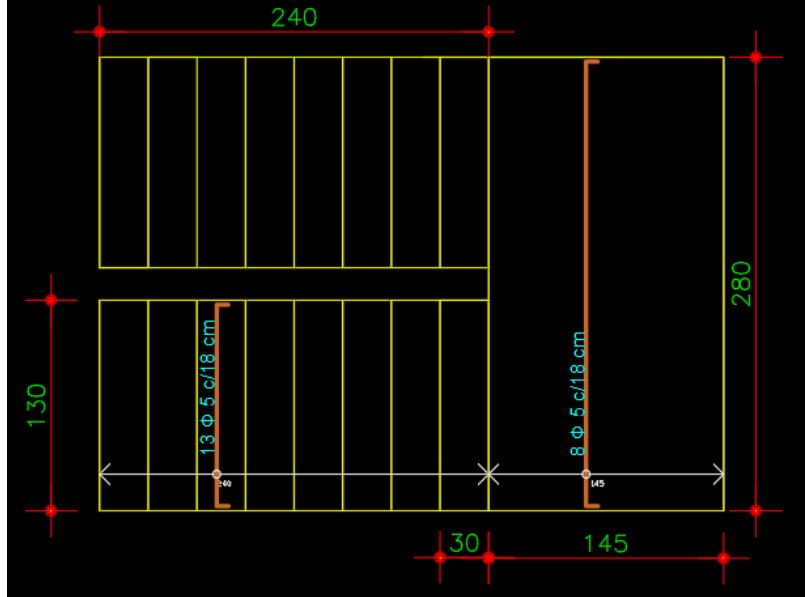


- 
- 
- 

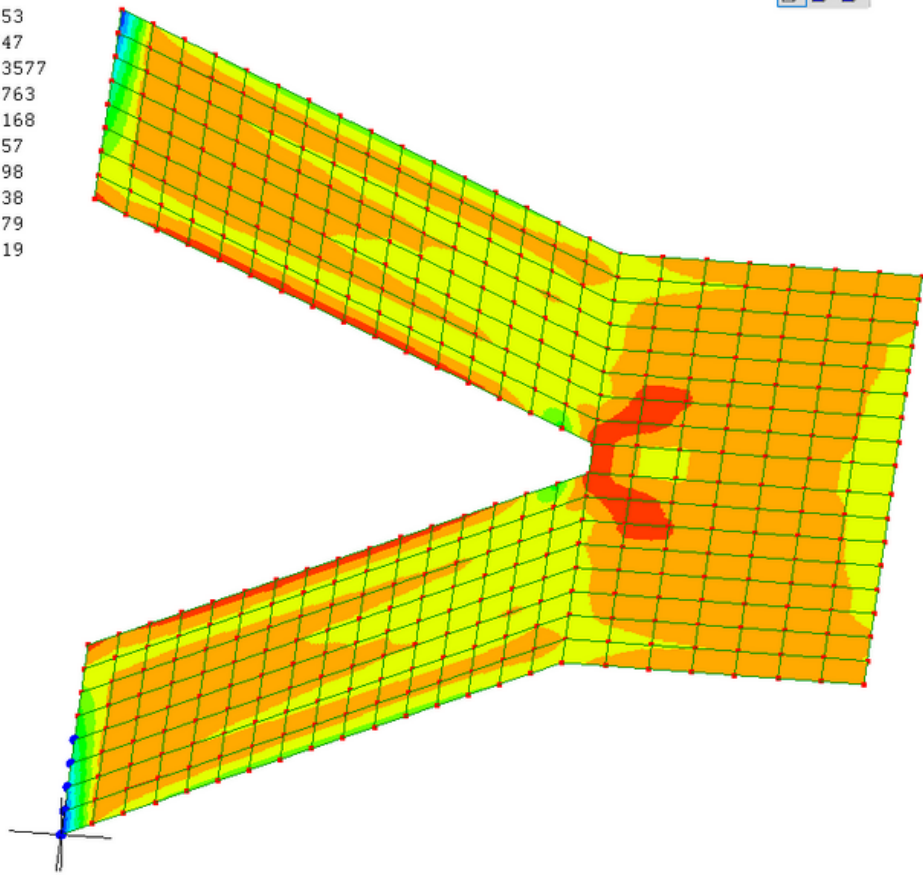
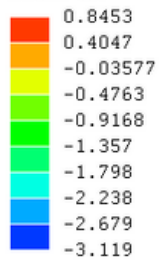
\_\_\_\_\_

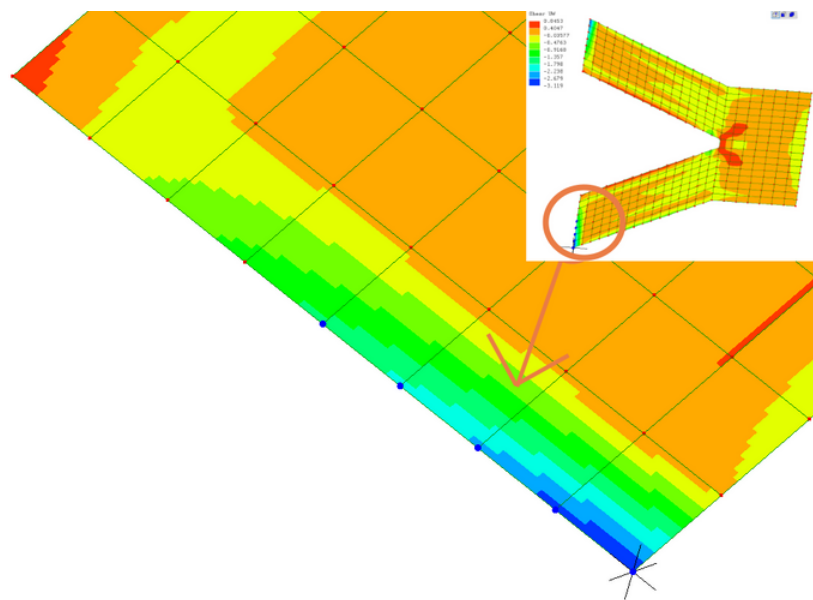
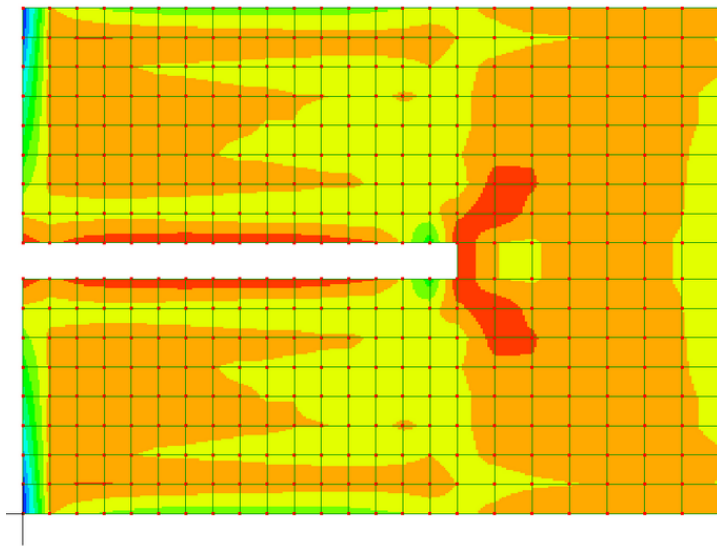
\_\_\_\_\_

# ARMADURA POSITIVA SECUNDÁRIA



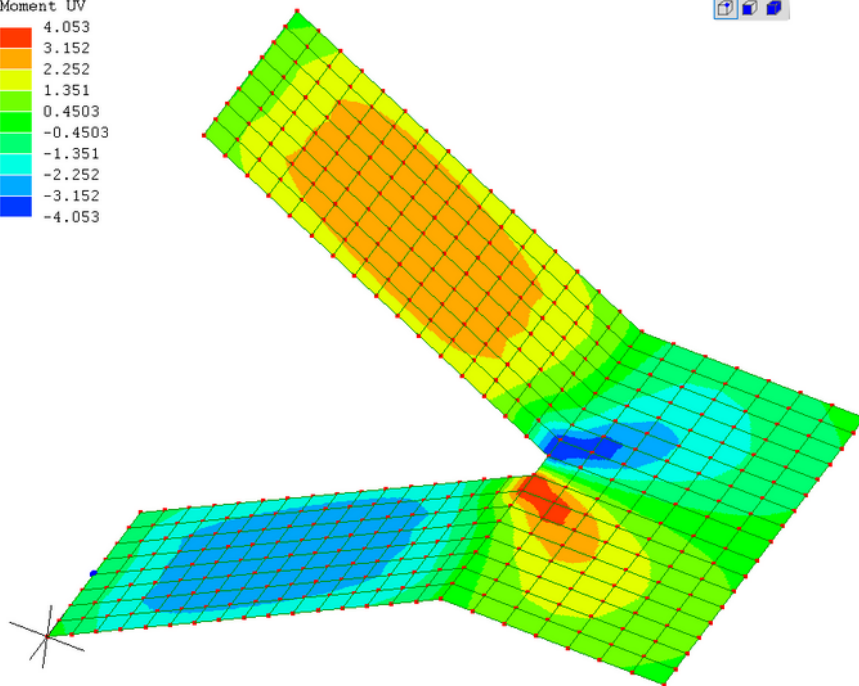
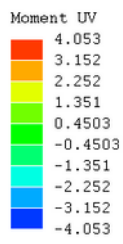
Shear UW

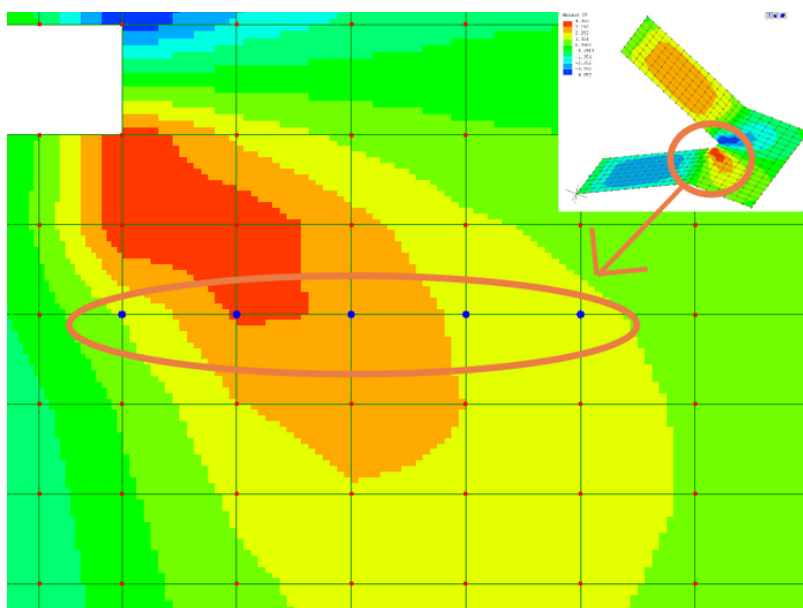
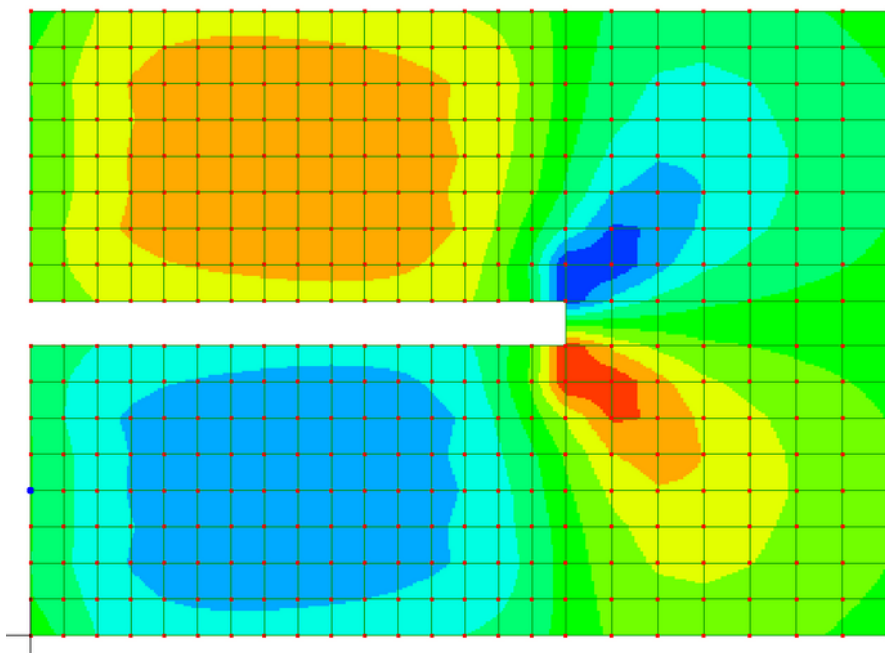












---

---

•

•

•

— —

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

---

---

---

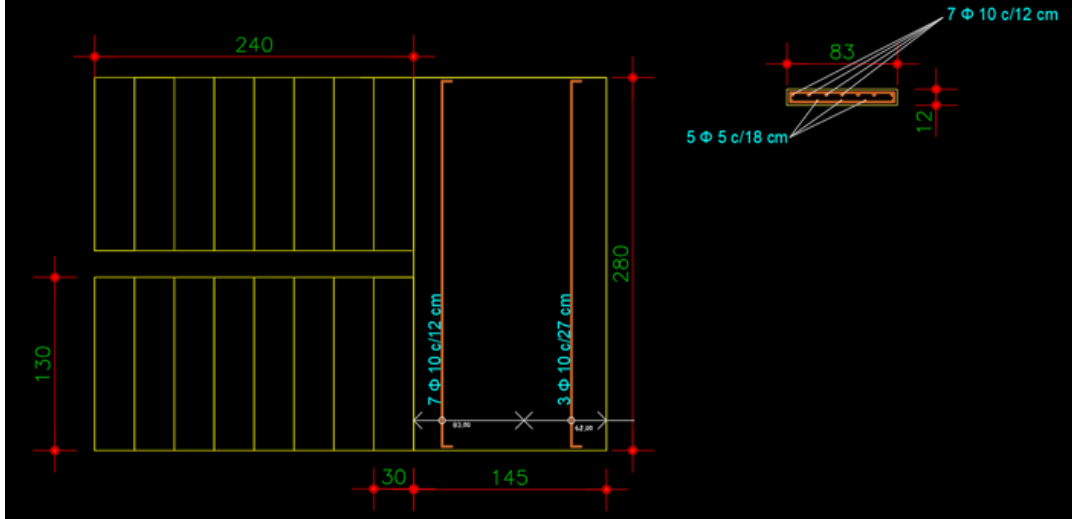
---

- 

- 

-

# ARMADURAS DE TORÇÃO + ARMADURAS DE FLEXÃO NO PATAMAR

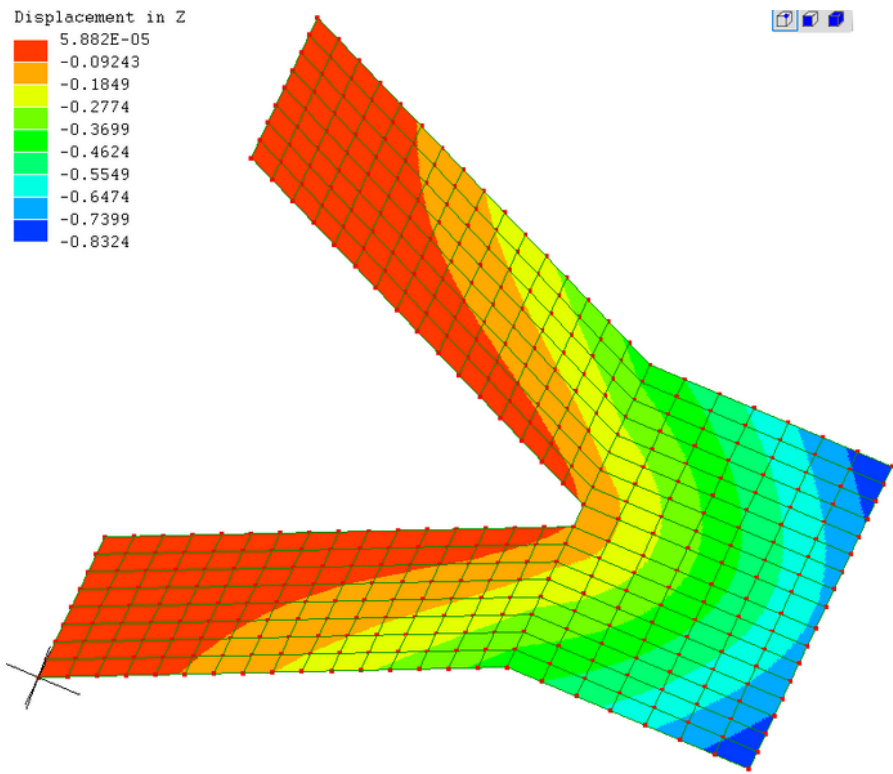


•

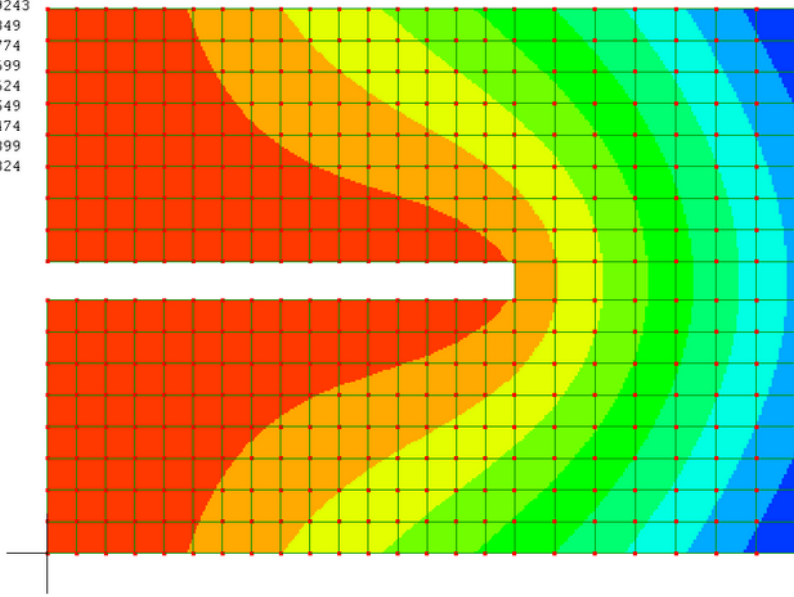
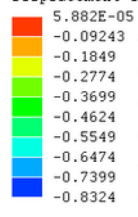
•



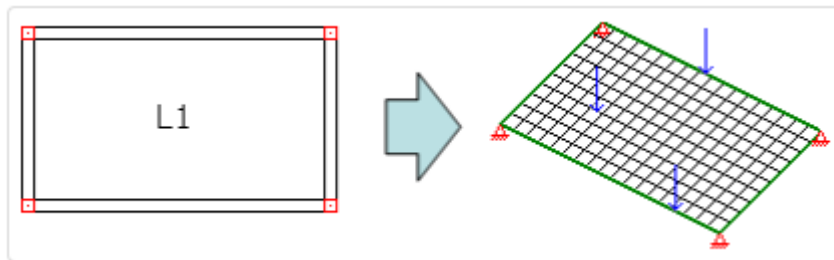
—

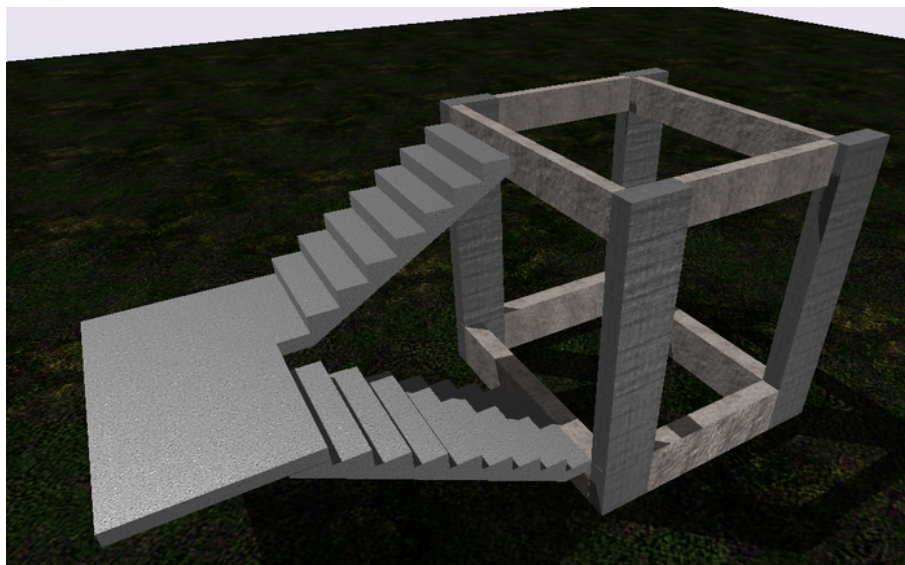
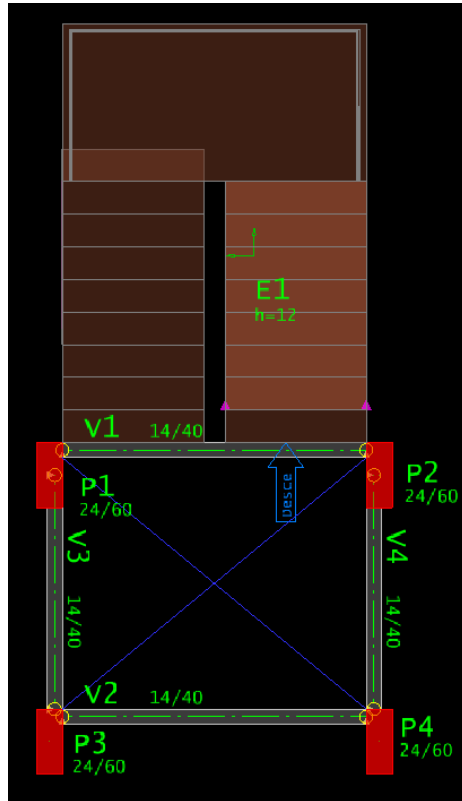


Displacement in Z



— —





## Avisos e erros - Edifício Escada autoportante-modelo VI

### Quantitativo




Classificação	Quantidade
Aviso/Leve	11
Aviso/Médio	2
Erro/Grave	0

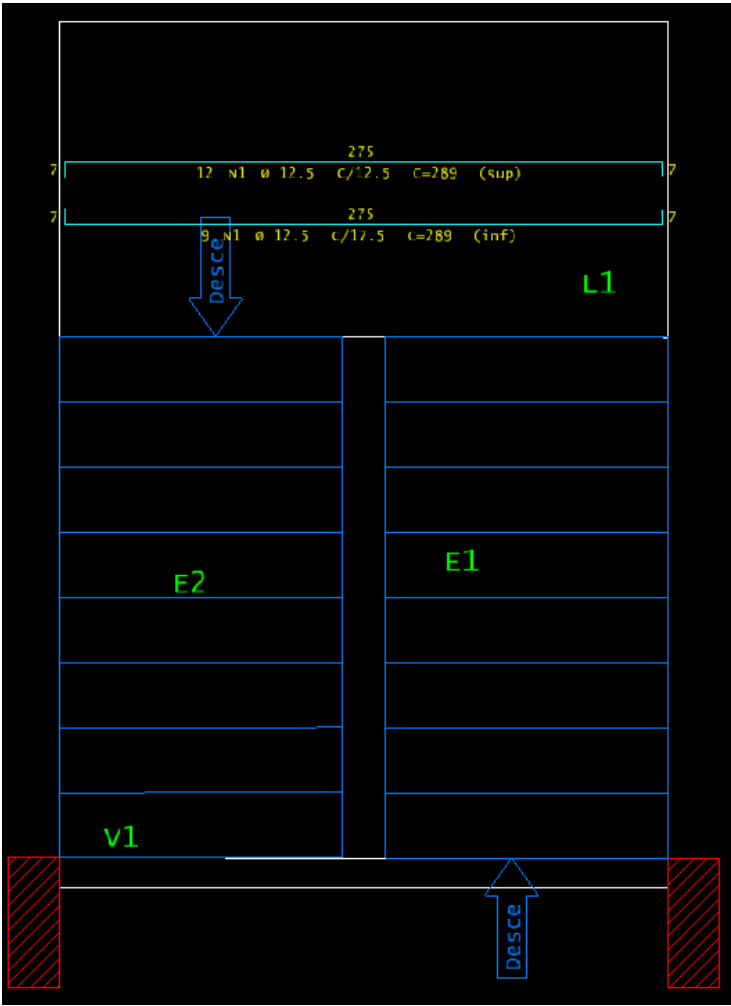
Para maiores detalhes, entre no visualizador de erros.

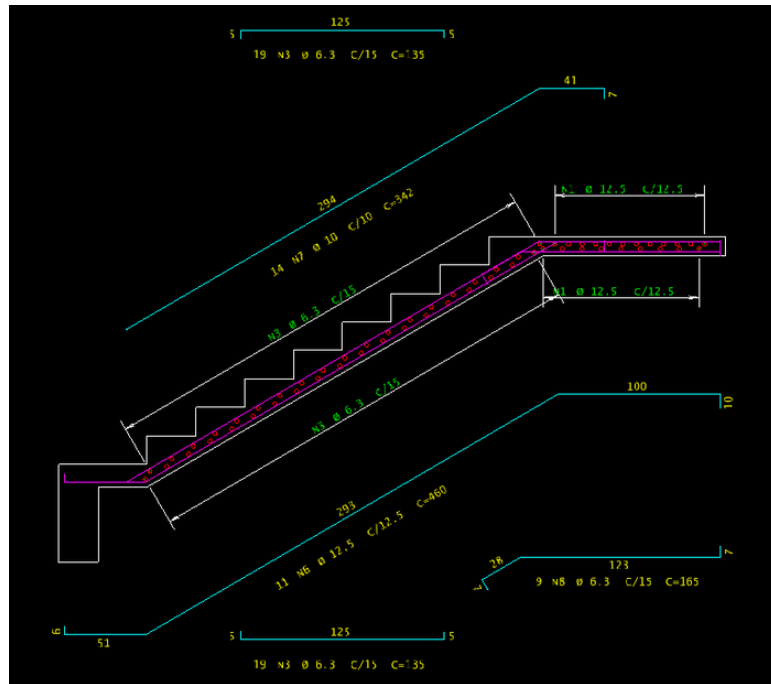
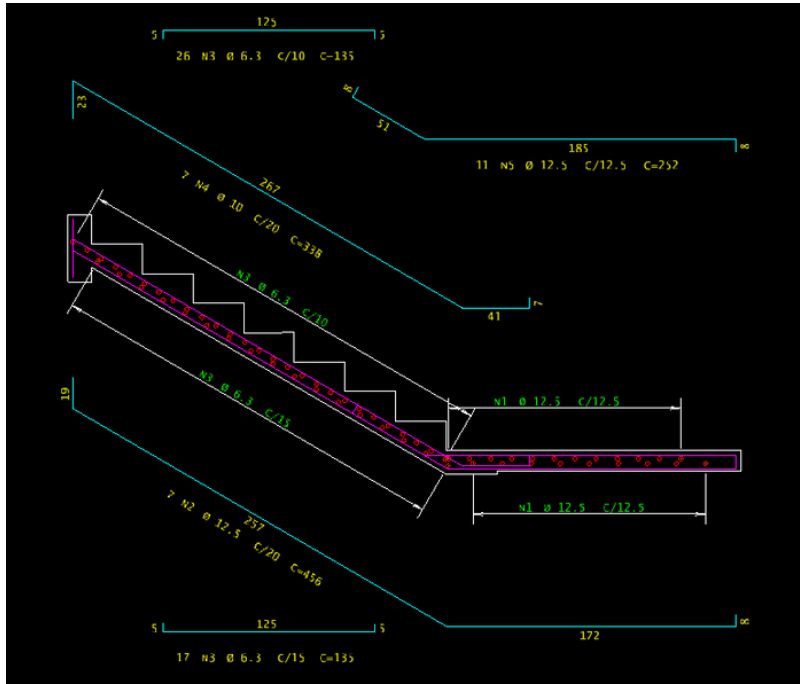
### Lista de erros graves

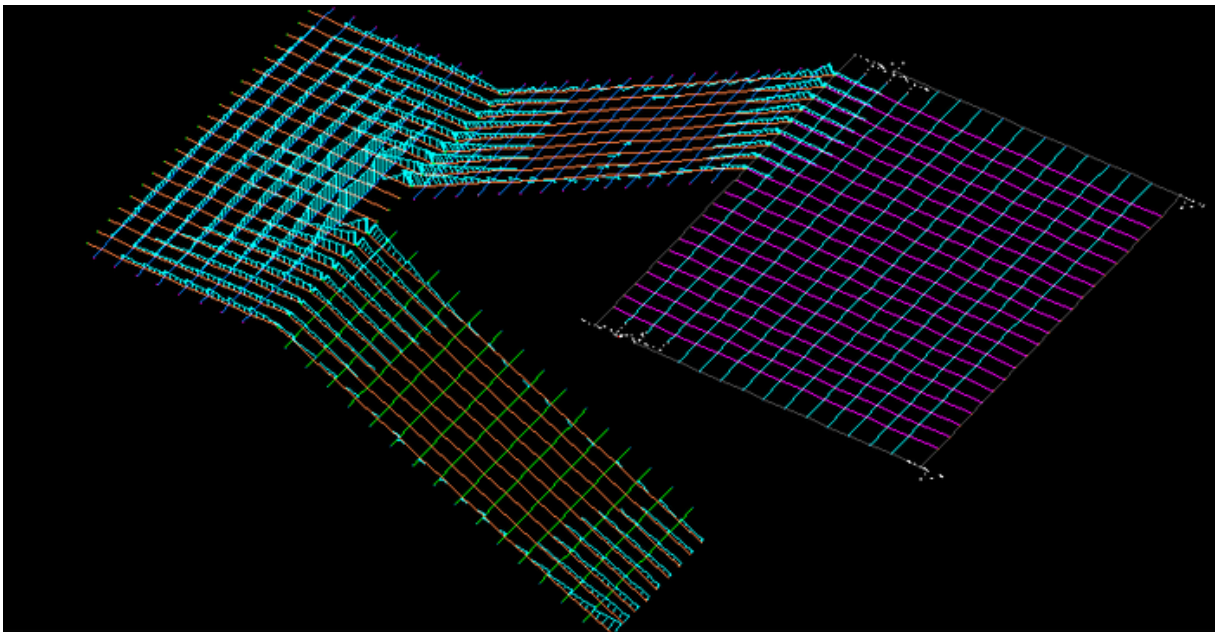
Não existem erros graves.

[Clique aqui](#) para abrir visualizador de erros

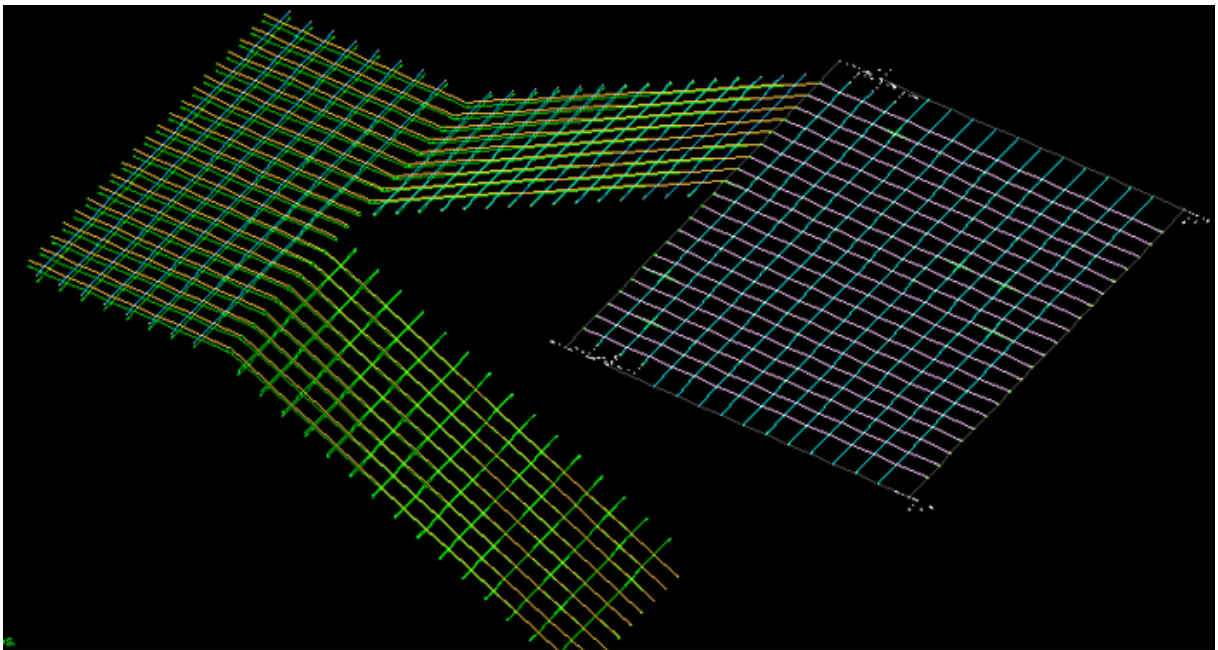
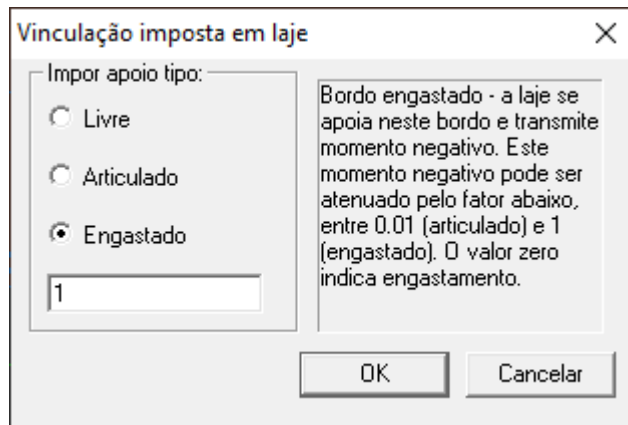
Sistema	Pavimento	Erro
	Fundação	Falta carga de alvenaria
		Falta carga de alvenaria
		Falta carga de alvenaria
		Falta carga de alvenaria
	Terreo	Retirado engaste de laje
		Apoio com engastes diferentes
		Falta carga de alvenaria
		Falta carga de alvenaria
		Falta carga de alvenaria
		Falta carga de alvenaria
	Terreo	Avisos na geração de grelha
		Normal não considerada na análise não-linear
	Espacial	GamaZ incompatível com número de pisos

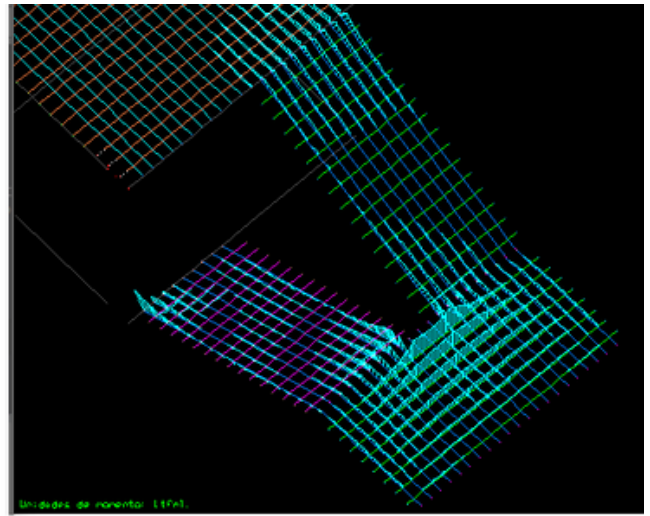
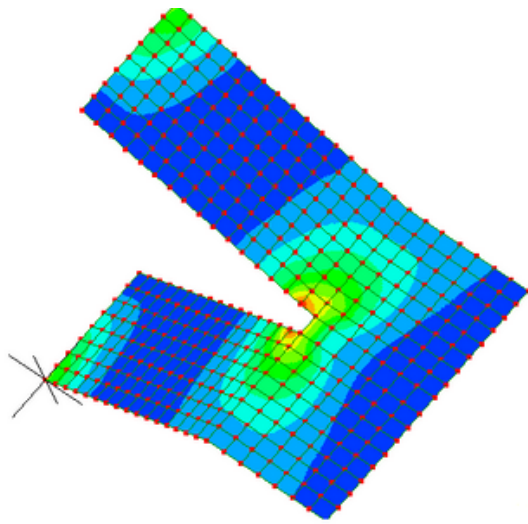












- 
- 
-









