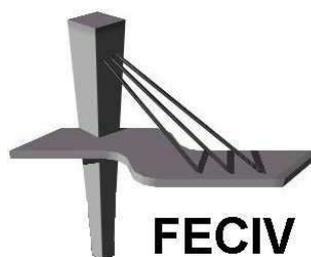


Trabalho de Conclusão de
Curso

**Dimensionamento de elementos retangulares
com barras não metálicas**

THIAGO PEREIRA BURGOS

UBERLÂNDIA, 01 DE DEZEMBRO DE 2022





UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



Thiago Pereira Burgos

Dimensionamento de elementos retangulares com barras não metálicas

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **Graduando em Engenharia Civil**.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Carlos dos Santos

Uberlândia, 01 de DEZEMBRO de 2022

AGRADECIMENTOS

Ao professor Antônio Carlos dos Santos por me orientar com sabedoria e competência.

Aos professores da graduação da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia por todo conhecimento oferecido durante o curso.

Aos meus colegas de graduação por compartilharem os momentos de estudo, as dúvidas e por me auxiliarem na busca de conhecimento.

Agradeço a Deus por guiar e iluminar os caminhos da minha vida e por me fortalecer a cada dia.

BURGOS, T. P. Trabalho de Conclusão de Curso, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2021.

RESUMO

Os materiais compósitos representam um caso de particular importância dentro dos designados materiais de engenharia não tradicionais. Entretanto, no Brasil não há prescrições normativas que estabeleçam parâmetros para a utilização do CRFBar. Dessa forma, o presente trabalho visa utilizar a ACI 440 que trata da utilização de barras não metálicas em elementos estruturais de concreto de uma forma geral por meio de um estudo interrelacionando com a norma brasileira NBR 6118-2014. O estudo tem finalidade de analisar e desenvolver uma rotina para o dimensionamento de elementos retangulares submetidos a flexão simples, assim destacado as diferenças adotadas pelas duas normas e desenvolver um denominador comum. Para o desenvolvimento da rotina foi utilizado a linguagem de programação ExcelVBA. O programa abrange o dimensionamento com diferentes compósitos de matrizes do concreto de resistências características à compressão variadas entre (20 MPa a 90 MPa) e duas barras não metálicas diferentes (fibra de carbono e vidro). Após a análise dos resultados obtidos, fez-se possível concluir que o programa gera resultados próximos aos desenvolvidos na literatura e foram necessárias pequenas adaptações para atendimento da norma brasileira.

Palavras-chave: Concreto armado com barras não metálicas - Métodos de dimensionamento – Rotina de Dimensionamento - VBA.

ABSTRACT

Composite materials represent a case of particular importance within the so-called non-traditional engineering materials. However, in Brazil there are no normative prescriptions that establish for the use of CRFBar. Thus, the present work aims to use an ACI 440 that deals with the use of non-metallic bars in concrete structural elements in general through a study interrelating with the Brazilian standard NBR 6118-2014. The study has the simple purpose of analyzing and developing a routine for the dimensioning of elements designed for flexure, as highlighted as elaborated by the standards and to develop a common denominator. For the development of the routine, the programming language VBA was used. The program covers design with different composite with the concrete matrix characteristics resistance between 20 MPa to 90 MP and two non-metallic carbon bars and fiberglass. After analyzing the possible results, the results close to the studies in the literature and the expected results were achieved by meeting the standard.

Keywords: Fiber reinforced concrete with bars - Design methods – Design Program - VBA.

SÍMBOLOS, ABREVIATURAS E SIGLAS

SÍMBOLOS

a) Letras romanas maiúsculas

Ac: Área transversal de concreto em compressão, (cm²): Área transversal: Área transversal

Af: Área de barras não metálicas externo (cm²) As = Área de reforço em aço (cm²)

bw: largura da alma de uma viga (cm)

CE: fator de redução ambiental (environmental reduction factor)

Ec: módulo de elasticidade do concreto (Gpa).

Eci: módulo de elasticidade tangente inicial do concreto aos 28 dias

Ecs: módulo de elasticidade secante do concreto aos 28 dias

Ef: módulo de elasticidade do FRP (Gpa).

M

Mn: capacidade resistente da seção à esforços de flexão (kNm)

M_d, *l i m* momento fletor limite solicitante de cálculo

M_r, *l i m* momento fletor limite resistente de cálculo

R_{cc}: força resistente do concreto comprimido

R_{sc}: força resistente do aço comprimido

R_{st}: força resistente do aço tracionado

b) Letras romanas minúsculas

ah - espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais na horizontal

av: espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais na vertical

c_{nom} – Cobrimento nominal

d est: distância da fibra comprimida até o centroide da barras de reforço em aço estimada (cm)

d cal: distância da fibra comprimida até o centroide da barras de reforço em aço estimada (cm)

df: distância da fibra comprimida até o centroide da barras não metálica. (mm)

d_{máx,agradado} - diâmetro máximo do agrgado

d': distância da fibra tracionada até o centroide da barras de reforço em aço estimada (cm)

f_{cd}: Resistência de cálculo do concreto (MPa)

f_{ck}: Resistência característica do concreto (MPa)

f_{yd}: Resistência de cálculo do aço (MPa)

f_{yk}: Resistência característica do aço (MPa)

f_{ct,ki,nf}: resistência do concreto à tração característica inferior

f_{ct,ksup}: resistência do concreto à tração característica superior

f_f: tensão instalada nas barras não metálicas (Mpa).

h: altura total da seção

n_{cam} – Número de barras em cada camada

x profundidade efetiva da linha neutra

x_{l i r}: profundidade efetiva limite da linha neutra

$x_{Li\ mDom\ 2-3}$: profundidade da linha neutra que delimita o início do domínio 3

$x_{Li\ mDom\ 3-4}$: profundidade da linha neutra que delimita o início do domínio 4

y : profundidade do diagrama retangular de compressão equivalente e distância do centro de gravidade até a fibra mais extrema da seção

c) Letras gregas

α_E : parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade

α : fator de modificação.

β_1 : fator de redução da resistência do concreto.

$\beta x_{máx}$: Fator de comparação entre a linha neutra e altura útil para satisfazer a ductilidade

γ_c : Coeficiente de ponderação da resistência do concreto no Estado Limite Último

γ_s : Coeficiente de ponderação da resistência do aço no Estado Limite Último

γ_f : Coeficiente de ponderação para majorar os esforços solicitantes;

ϵ_{c2} : Deformação específica de encruamento do concreto no início do patamar plástico

ϵ_{cu} : Deformação específica de encruamento do concreto na ruptura

ϵ_{cd} : Deformação calculada de encruamento do concreto

ϵ_{yd} : Deformação específica de escoamento do aço

ϵ_{sd} : Deformação calculada do aço

ϵ_{fu} : Tensão de ruptura de cálculo da fibra

ϵ_{fu*} : Tensão de ruptura garantida pelo fornecedor

σ_c : Tensão à compressão no concreto

σ_{ct} : Tensão à tração no concreto

σ_{Rd} : Tensão normal resistente de cálculo

σ_{Sd} : Tensão normal solicitante de cálculo

ϕ : diâmetro do aço principal em milímetros;

ϕ_e : diâmetro dos estribos em milímetros;

ρ_f : razão de armadura.

ρ_{fb} : razão equilibrado de armadura.

ABREVIATURAS

<i>FECIV/UFU</i>	- Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia
<i>FT</i>	- Fator de tenacidade
<i>LVDT</i>	- Transformador diferencial variável linear (Linear variable differential transformers)
<i>MOR</i>	- Módulo de ruptura
<i>Poli/USP</i>	- Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
<i>TCOD</i>	- Deslocamento total da abertura circunferencial (Total circumferential opening displacement)

SIGLAS

<i>ACI</i>	<i>American Concrete Institute</i>
<i>ABNT</i>	<i>Associação Brasileira de Normas Técnicas</i>
<i>CFRP</i>	<i>Carbon-Fiber Reinforced Polymer</i>
<i>CAA</i>	<i>Classe de Agressividade Ambiental</i>
<i>ELS</i>	<i>Estado Limite de Serviço</i>
<i>ELU</i>	<i>Estado Limite Último</i>
<i>FRP</i>	<i>polímeros reforçados com fibras.</i>
<i>GFRP</i>	<i>Glass Fiber Reinforced Polymer.</i>
GPa	Gigapascal
LN	Linha neutra
MPa	Megapascal
<i>NBR</i>	<i>Norma Brasileira</i>
VBA	Visual Basic for Applications

LISTADE FIGURAS, QUADROS E TABELAS

FIGURAS

Figura 1- Diagramas tensão-deformação teórico para o aço, experimental para GFRP e para CFRP	16
Figura 2 - Equilíbrio de momento para uma seção armada com fibra.....	19
Figura 3 - Seletor da classe de concreto	24
Figura 4 - Seletor de classe do aço	24
Figura 5 - Seletor de classe de agressividade ambiental	25
Figura 6 - Seletor de combinações	26
Figura 7 - Seletor de ações	26
Figura 8 - Propriedades Geométricas	27
Figura 9 - Exemplo de seleção de γ_f	28
Figura 10 - Momento solicitante característico	29
Figura 11 - Diagrama de tensão-deformação do concreto.....	29
Figura 12 - Domínios de estado-limite último de uma seção transversal.....	34
Figura 13 - Propriedades da fibra	39
Figura 14 - Equilíbrio de momentos para fibras.....	40
Figura 15 - Definição do tamanho da peça e momento solicitante no exemplo de fibras.....	41
Figura 16 - Guia de arquivo na barra do Excel	43
Figura 17 - Opções na barra de arquivos.....	43
Figura 18 - Central de Confiabilidade	44
Figura 19 Configuração de macro	44
Figura 20 - Visualização de tela de trabalho	45
Figura 21 - Exemplo do detalhamento aço.....	45
Figura 22 - Exemplo de dimensionamento das fibras	46
Figura 23 - Seletores iniciais.....	46
Figura 24 - Seletor de unidades.....	46
Figura 25 - Dados Exemplo 1 – Armadura Simples.....	47
Figura 26 - Propriedades Exemplo 1 - Armadura Simples.....	47
Figura 27 - Cálculos Preliminares Exemplo 1 - Armadura Simples	47
Figura 28 - Verificação de ductilidade Exemplo 1 - Armadura Simples	48
Figura 29 – Detalhamento Exemplo 1 - Armadura Simples	48
Figura 30 - Dados Exemplo 2 - Armadura Dupla	48
Figura 31 - Propriedades Exemplo 2 - Armadura Dupla.....	49
Figura 32 - Cálculos Preliminares Exemplo 2 - Armadura Dupla	49
Figura 33 - Verificação de ductilidade Exemplo 2 - Armadura Dupla	49
Figura 34 - Cálculo da armadura dupla Exemplo 2 - Armadura dupla	50
Figura 35 - Detalhamento do Exemplo 2 - Armadura Dupla	50
Figura 36 - Dados Exemplo 3 - Armadura de Pele	51
Figura 37 - Propriedades Exemplo 3 - Armadura de Pele.....	51
Figura 38 - Cálculos Preliminares Exemplo 3 - Armadura de Pele.....	51
Figura 39 - Verificação de ductilidade Exemplo 3 - Armadura de Pele.....	52
Figura 40 - Cálculo da armadura dupla Exemplo 3 - Armadura de pele.....	52
Figura 41 - Cálculo da armadura mínima, máxima e pele Exemplo 3 - Armadura de pele	52
Figura 42 - Detalhamento Exemplo 3 - Armadura de pele	53
Figura 43 - Dados Exemplo 4 - CRFP	53
Figura 44 - Propriedades Exemplo 4 - CRFP.....	53
Figura 45 - Valores de Cálculo Exemplo 4 - CRFP	54
Figura 46 - Cálculos preliminares Exemplo 4 - CRFP.....	54
Figura 47 - Cálculos de resistências momentos e taxas Exemplo 4 - CRFP	54
Figura 48 - Comparação de momentos Exemplo 4 - CRFP	54
Figura 49 - Detalhamento Exemplo 4- CRFP	55
Figura 50 - Dados Exemplo 5 - CRFP	55
Figura 51 - Propriedades Exemplo 5 - CRFP.....	55
Figura 52 - Valores de Cálculo Exemplo 5 - CRFP.....	55
Figura 53 - Cálculos preliminares Exemplo 5 - CRFP.....	56
Figura 54 - Cálculos de resistências momentos e taxas Exemplo 5 - CRFP.....	56

Figura 55 - Comparação de momentos Exemplo 5 - Fibras de Carbono	56
Figura 56 - Detalhamento Exemplo 5- Fibras de Carbono.....	56
Figura 57 - Propriedades Exemplo.....	59
Figura 58 - Valores de Cálculo Exemplo	60
Figura 59 - Cálculos de resistências momentos e taxas Exemplo	60
Figura 60 - Comparação de momentos Exemplo	60
Figura 61 - Detalhamento Exemplo	61

TABELAS

Tabela 1 - Minoração devido ao fator CE	18
Tabela 2 - Resistências de concreto selecionáveis em MPa.....	23
Tabela 3 - Cobrimento nominal em mm para vigas	25
Tabela 4 - Classe de Agressividade Ambiental (CAA).....	25
Tabela 5- Valores dos coeficientes γ_c e γ_s	25
Tabela 6 - Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$	26
Tabela 7 - Tipos de agregados graúdos	31
Tabela 8 - Modulo de Elasticidade mínimo para fibras	39

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	13
1.1 JUSTIFICATIVA.....	13
1.2 OBJETIVOS	14
1.2.1 <i>Objetivo geral</i>	14
1.2.2 <i>Objetivos específicos</i>	14
CAPÍTULO 2 - COMPORTAMENTO	15
2 CONCEITOS.....	15
2.1 BARRAS NÃO METÁLICAS	16
2.2 HISTÓRICO	17
2.3 ANALOGIA COM O CONCRETO ARMADO	18
CAPÍTULO 3 - MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO PARA BARRAS METÁLICAS E NÃO METÁLICAS.....	23
3 DIMENSIONAMENTO	23
3.1 DIMENSIONAMENTO DE CONCRETO REFORÇADO COM BARRAS DE AÇO	23
3.1.1 VALORES DE CÁLCULO.....	27
• CÁLCULO DAS RESISTÊNCIAS	27
3.1.2 CÁLCULO DA ALTURA ÚTIL	30
• CÁLCULO DA ALTURA ÚTIL ESTIMADO	30
• CÁLCULO DA ALTURA ÚTIL CALCULADO	30
3.1.4 VERIFICAÇÃO DE DUCTILIDADE E DEFINIÇÃO DE DOMÍNIOS.....	33
3.1.5 CÁLCULO DA ÁREA DE AÇO.....	35
• ARMADURA SIMPLES	35
• ARMADURA DUPLA	35
3.1.6 ARMADURA MÍNIMA E MÁXIMA	37
• ARMADURA MÍNIMA.....	37
• ARMADURA MÁXIMA	38
3.1.7 ARMADURA DE PELE	38
3.2 DIMENSIONAMENTO DE CONCRETO REFORÇADO COM BARRAS NÃO METÁLICAS	38
3.2.1 PROPRIEDADES DAS FIBRAS.....	38
3.2.2 FLEXÃO.....	40
3.2.3 RESISTÊNCIA A FLEXÃO	40
CAPÍTULO 4- FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA	43
4 INTRODUÇÃO	43
4.1 OPERAÇÃO.....	45
4.1.1 INSERÇÃO DE DADOS	46
4.2 UNIDADES.....	46
4.3 DETALHAMENTO DE ARMADURA SIMPLES	47
4.4 DETALHAMENTO DE ARMADURA DUPLA	48
4.5 DETALHAMENTO DE ARMADURA DUPLA E ARMADURA DE PELE	51
4.6 DETALHAMENTO DE CRFP	53
4.7 DETALHAMENTO DE CRFP COM DEFINIÇÃO DE RESISTÊNCIA.....	55
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES	57
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	58
APÊNDICE A.....	59
A.1 RESULTADOS DE DIMENSIONAMENTO EXEMPLO.....	59

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

O concreto é o material estrutural mais comumente usados no mundo. Tal material caracteriza-se por ser heterogêneo e por possuir um comportamento moldável e adaptável. Diante disso, para que o mesmo seja aplicado em diversas maneiras, faz-se importante compreender seu comportamento mecânico, suas propriedades e, particularmente, seu comportamento na presença das barras não metálicas.

A adição da armadura de barras não metálicas ao concreto confere ao mesmo um acréscimo na resistência à tração, uma vez que as fibras atuam como o aço em uma posição mais afastada da linha neutra, pela diferente composição da fibra e em alguns casos o fato dela não ser reagente possibilita a diversificação do uso em estruturas.

Com o propósito de discutir a respeito do dimensionamento do concreto reforçado com fibras em barras (CRFbar), este trabalho é constituído de 6 capítulos, organizados da seguinte maneira:

- Capítulo 1: Introdução ao tema, com a justificativa e os objetivos;
- Capítulo 2: Comportamento do concreto;
- Capítulo 3: Métodos de dimensionamento para barras metálicas e não metálicas;
- Capítulo 4: Explicação do funcionamento do programa;
- Capítulo 5: Conclusões.

1.1 JUSTIFICATIVA

No Brasil, não há norma que especifica e normatiza a utilização do concreto armado com barras não metálicas. Assim, a principal norma adotada para avaliar a resistência nesse trabalho é a americana (ACI 440), sendo que estas utilizam elementos com diversas formas de reforço em fibra, no entanto vamos nos ater apenas as barras não metálicas. Além dessas, ainda há a norma europeia que caracteriza o concreto armado com barras não metálicas.

O processo manual para a verificação e o dimensionamento de estruturas é um método árduo e repetitivo. Com o desenvolvimento de programas, essas rotinas podem ser simplificadas e agilizadas, de forma a facilitar o dia-a-dia de quem lida com o dimensionamento de peças estruturais.

Esse trabalho visa auxiliar, estudantes de graduação em engenharia e arquitetura, a guiar os estudos em estruturas de concreto armado. Além disso, há a possibilidade de tonar aulas sobre o assunto mais dinâmicas e poder contribuir na simplificação de rotinas de cálculo para profissionais.

As prescrições normativas brasileiras para estruturas de concreto são extensas e, em alguns casos abertas à interpretação. Desse modo, visa-se facilitar a tarefa de dimensionar estruturas em concreto armado através dos programas desenvolvidos neste trabalho. Ademais, foi uma forma de ampliar os conhecimentos de programação e ter programas para o uso profissional.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo principal a automação de rotinas de cálculo para dimensionamento e verificação de estruturas retangulares em concreto armado submetidas a flexão simples, conforme a NBR 6118 (2014) e ACI440.

1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho consistem em:

- Produzir um programa que a partir dos dados de entrada será possível fazer a verificação do dimensionamento realizado com armadura em barras metálicas e não metálicas;
- Comparar os resultados com os modelos de dimensionamento já definidos pela norma NBR6118/2014.

CAPÍTULO 2 - COMPORTAMENTO

2 Conceitos

A combinação dos materiais concreto e aço possuem boas propriedades para a utilização como solução estrutural, aspectos relacionados com a durabilidade constituem uma das suas principais lacunas, que levam, por vezes, à necessidade de intervenções posteriores de modo a salvaguardar condições de serviço e segurança das estruturas.

Como tal, as intervenções efetuadas para efeitos de reabilitação, reforço e manutenção de estruturas em concreto com armaduras de aço - as designadas estruturas de concreto armado convencionais - representam um encargo económico significativo. Originando a necessidade de desenvolvimento e utilização de novas soluções que garantam condições de durabilidade, sustentabilidade e segurança necessárias, para que as estruturas projetadas sejam viáveis a todos os níveis, minimizando o número de intervenções significativas durante a vida útil das mesmas.

O desenvolvimento de novos materiais compósitos, em especial os polímeros reforçados com fibras, do inglês Fiber-Reinforced Polymers ou Fiber-Reinforced Plastic (FRP), surge como uma das alternativas possíveis, quer para soluções de reforço estrutural, quer para a construção de novos elementos estruturais.

Atualmente são comercializados três tipos de FRP, fibra de aramida, fibra de carbono e fibra de vidro, que possuem características como elevada resistência química, transparência eletromagnética, bom isolamento térmico, acústico e elétrico e o facto de estarem menos sujeitos aos fenómenos de corrosão tradicionais [38].

Este trabalho apresenta o estudo de comportamento à flexão de vigas de concreto armadas com barras não metálicas de compósitos de fibras de vidro (GFRP) ou com barras de compósitos de fibras de carbono (CFRP). Será mantida a designação da norma ACI 440 (2003), do termo GFRP (Glass-Fiber Reinforced Polymer) referido às barras produzidas com materiais compósitos reforçados com fibras de vidro, já o CFRP (Carbon-Fiber Reinforced Polymer) refere-se às barras produzidas com materiais compósitos reforçados com fibras de carbono.

Os princípios de dimensionamento à flexão de vigas de concreto armadas com barras não metálicas seguem os mesmos estabelecidos nas normas internacionais que regulamentam o dimensionamento de estruturas de concreto armadas com barras de aço. Tais princípios, baseados no Estado Limite Último, devem conferir ductilidade à peça de modo que sua ruptura seja avisada.

O dimensionamento à flexão de vigas de concreto armadas com barras não metálicas deve levar em consideração o comportamento mecânico dos materiais envolvidos. A eminência de colapso do elemento estrutural se caracteriza por intenso alastramento das fissuras seguido de uma ruptura.

Ao contrário das vigas de concreto armadas com barras de aço, não é de se esperar das vigas de concreto armadas com barras não metálicas um comportamento dúctil. No entanto, para o dimensionamento das peças considera-se que a falência da mesma ocorra por esmagamento do

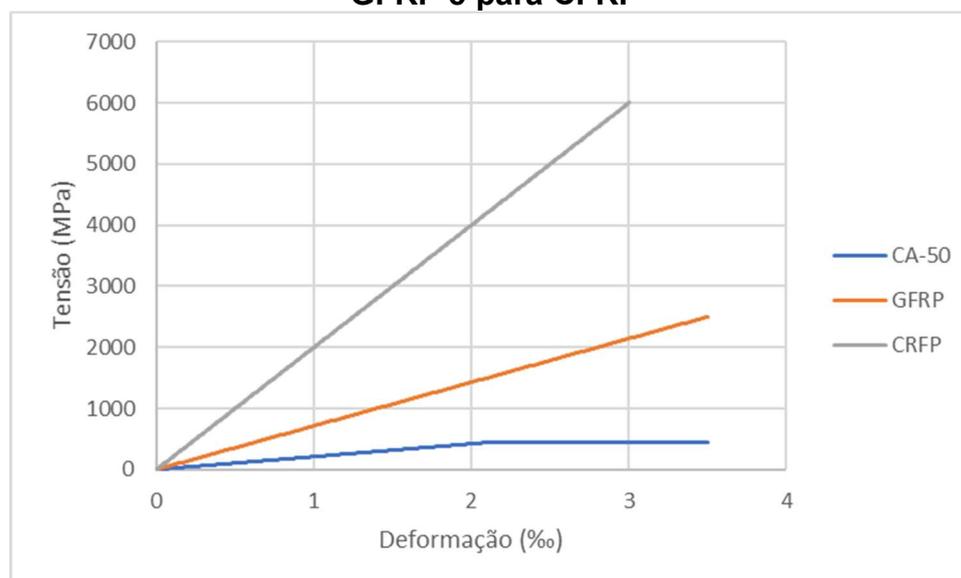
concreto (Domínios 3 e 4) exibem um certo comportamento plástico com maiores deformações associadas, sendo a ruptura progressiva menos catastrófica (MACHADO,2002).

2.1 Barras não metálicas

O desenvolvimento de materiais compósitos, envoltos em resinas poliméricas e reforçados com fibras, designados por FRP, cujas propriedades como o não serem corrosíveis, não possuírem condutividade magnética, possuírem elevada resistência à tração e à fadiga e reduzido peso próprio, fazem com que a aplicação deste tipo de materiais se torne atrativo para a engenharia civil. Na figura seguinte apresentasse um exemplo de varões de GFRP comercializados

Mas, como qualquer outro material, os FRP, possuem características que acabam por condicionar a sua utilização como o facto de serem materiais anisotrópicos, em que a elevada capacidade resistente é dada apenas na direção longitudinal. Apresentam ainda um comportamento elástico até à rotura, os FRP possuem uma extensão que aumenta com o incremento da tensão, mas não possuem um patamar em que para uma mesma tensão exista extensão, o designado comportamento dúctil característico do aço, este facto é visível na FIGURA 1

Figura 1- Diagramas tensão-deformação teórico para o aço, experimental para GFRP e para CFRP



Fonte: Autor (2022)

O fabrico de materiais compósitos de polímeros reforçados com fibras pode ser realizado através de processos manuais como a tecelagem, que envolve a construção de camadas de vidro cortadas ou esteiras de tecido de vidro tecido impregnado com resina em torno de um molde adequado, por compressão. Este processo consiste na aplicação de uma carga no molde, que é depois fechado e mantido a pressão elevada e, seguidamente, aquecido para iniciar a cura

Outros modos de fabrico possível são o entrançamento, processo em que filamentos contínuos de fibra, - chamadas mechas - estão saturadas com resina e são enrolados helicoidalmente em torno de um mandril, e o fabrico por pultrusão, processo de produção automatizado, que impregna, de forma contínua, resina de fibra de reforço, através de um molde aquecido, dando forma à secção transversal desejada, sem que existam limitações de comprimento das peças fabricadas.

A durabilidade das estruturas de concreto armado está diretamente ligada a fatores climáticos como umidade excessiva do ar e variações bruscas de temperatura. Devido ao extenso litoral brasileiro, o contato com a água salgada, a maresia e outros agentes químicos são fatores que afetam as estruturas de concreto. Isso contribui para a corrosão das armaduras de aço do concreto armado convencional, que fica em desvantagem quando comparado com o uso de barras de polímeros, pois estas são imunes

à corrosão. Mesmo que a utilização do PRF como armadura estrutural apresente grandes expectativas quanto à durabilidade, as características particulares deste material têm conduzido a novas investigações em relação ao projeto estrutural em concreto armado com PRF. Nos últimos anos, a construção civil é o setor que mais tem utilizado compósitos, mas no Brasil os estudos ainda são recentes nesta área, assim, é necessário avaliar o desempenho desse material ao comparar com o aço, que é um material amplamente utilizado e com suas características físicas e mecânicas conhecidas (RIBEIRO; DINIZ, 2013).

São muitas as vantagens desse material em substituição ao aço para armadura do concreto, sendo a principal a resistência à corrosão. Concreto armado com barras de FRP é hoje uma das melhores alternativas para obras em ambientes marinhos, ou onde há presença de agentes químicos corrosivos. Outra grande vantagem é a sua baixa massa específica, sendo as barras FRP entre 16% e 27% do valor da massa específica do aço, facilitando assim a armazenagem, transporte, manuseio, etc. Esse material não é condutivo de eletricidade nem calor, e tem transparência magnética, uma propriedade vantajosa para salas de tomografia computadorizada ou para usinas de geração de eletricidade.

2.2 Histórico

A nível histórico, a utilização de FRP começou após a 2ª Guerra Mundial, através da indústria aeronáutica, que reconheceu as potencialidades da elevada resistência e reduzido peso próprio dos materiais. A necessidade de utilizar materiais sem condutividade elétrica e que não interferissem com equipamentos de ressonância magnética e a deterioração de estruturas por efeitos de corrosão levou à expansão dos possíveis mercados de aplicação destes materiais.

A construção da ponte de uma autoestrada utilizando FRP pré-esforçado, em 1986 na Alemanha, marcou o começo da aplicação europeia, tendo o Canadá iniciado, no mesmo ano, a provisão para reforço com FRP. Já a China tornou-se, no século XXI, o grande utilizador destes materiais em novas construções.

Na década de 70 do século XX, começou a utilização de FRP em elementos de betão, sendo que no ano de 1987 a JSCE estabeleceu um comité específico para o estudo de materiais reforçados com fibras tendo sido estabelecido (nesse mesmo ano) no Canadá, através da CSCE, um comité técnico para FRP.

Em 1996 foi publicado um conjunto de recomendações de dimensionamento para concreto armado com FRP pela JSCE, designado “Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures Using Continuous Fiber Reinforced Materials”, e outro pela EUROCRETE.

No ano de 2003, o ACI publicou a segunda versão do 440.1R e, no ano seguinte, o “Guide to test methods for Fiber Reinforced Polymers (FRP) for Reinforcing and Strengthening Concrete Structures”, designado ACI-440.3R, e o “Presstressing Concrete Structures with FRP tendons”, ACI-440.4R.

Já em 2006 o ACI imprimiu a primeira versão do guia para dimensionamento e construção de betão armado com barras de FRP, o 440.1R-06 designado “Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars”.

O ACI publicou, em 2008, especificações para construção com varões de polímeros reforçados com fibras, o ACI-440.5-08 de título “Specification for Carbon and Glass Fiber-Reinforced Polymer Bar Materials for Concrete Reinforcement”, com recomendações para reforço de betão para CFRP e GFRP. Tendo publicado igualmente o ACI-440.2R-08, designado “Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures”, que corresponde a uma segunda revisão do guia para dimensionamento e construção de sistemas reforçados externamente.

2.3 Analogia com o concreto armado

Quanto às resistências de cálculo, elas são praticamente equivalentes, sendo que para o aço é especificada a partir da resistência ao escoamento minorada pelo coeficiente 1,15, enquanto que para as fibras é obtida a partir da resistência última multiplicada pelo fator de intemperismo igual a CE (ACI 440, 2003), que para o programa será conforme Tabela 1.

Tabela 1 - Minoração devido ao fator CE

Não exposto a terra ou umidade (Interior)	Classe I e II	Carbono	1,00
		Vidro	0,80
		Aramida	0,90
Exposto a terra ou umidade (Exterior/Ambientes agressivos)	Classe III e Classe IV	Carbono	0,90
		Vidro	0,70
		Aramida	0,80

Fonte: Autor (2022)

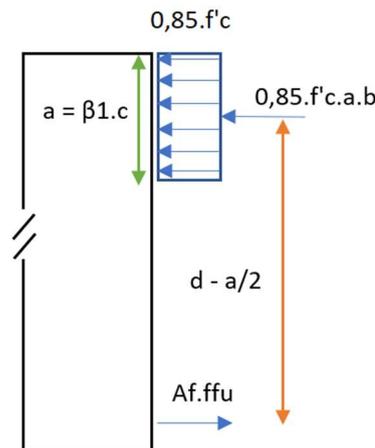
Assim para uma correlação entre as normas americanas e brasileiras foi adotada a seguinte abordagem. Os ambientes menos agressivos que são classe I e classe II se classificam como ambientes não expostos, já os com classe de agressividade mais severas como a classe III e classe IV são classificados como expostos. Sendo possível assim obter o fator de minoração para cada fibra e para cada classe.

Apesar do dimensionamento não diferir daquela utilizada tradicionalmente para o concreto armado, algumas adaptações devem ser introduzidas no que abrangem o comportamento mecânico das fibras, que não exibem comportamento dúctil mantendo-se elástico-linear até o limiar da ruptura. Normalmente, as peças em concreto armado são dimensionadas para que se esgote a capacidade resistente da mesma, no Estado Limite Último (ELU), por escoamento plástico excessivo das barras de aço. A imposição do escoamento das barras de aço precede o esmagamento do concreto e permite a manutenção do critério de ductilidade da seção.

Por outro lado, as mesmas imposições não podem ser aplicadas às peças de concreto armadas com fibras, pois as barras não apresentam comportamento dúctil e poderão acarretar numa ruptura frágil do elemento estrutural. O modo mais desejável de esgotamento da capacidade resistente de vigas de concreto armado com barras de fibras é aquele decorrente do esmagamento do concreto, que ainda poderá exibir algum comportamento plástico antes da ruptura.

A seguir, são apresentadas as expressões utilizadas no dimensionamento à flexão de vigas de concreto retangulares armadas com barras de fibras. O dimensionamento apresentado se aplica exclusivamente a seções retangulares, sendo que, outras seções não serão contempladas nesse trabalho. Paralelamente, são apresentadas as correlações com a NBR 6118:2014 que rege o dimensionamento à flexão de vigas de concreto armado com barras de aço.

Figura 2 - Equilíbrio de momento para uma seção armada com fibra



Fonte: Autor (2022)

Para facilitar a correlação entre os dimensionamentos segue:

Dimensionamento barras não metálicas	Dimensionamento com barras de aço
<i>Equação 1</i>	<i>Equação 3</i>
$M_n = A_f \cdot f_f \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$	$M_d = A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right)$
<i>Equação 2</i>	<i>Equação 4</i>
$M_n = 0,85 \cdot f'_c \cdot b \cdot a \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$	$M_d = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right)$
<i>Onde:</i>	<i>Onde:</i>
Mn: M (Md: M
Af: Áreatransversal	As: Áreatransversal
ff: tensão instalada nas barras de FRP,	fyd: Resistência de cálculo do aço (MPa)
(MPa)	d: altura útil
d: altura útil (cm)	λ: parâmetro para simplificação parábola-retângulo
a: base do diagrama parábola-retângulo (cm)	x: profundidade efetiva da linha neutra
f'c: Resistência de cálculo do concreto (MPa)	fcd: Resistência de cálculo do concreto (MPa)
b: largura da alma de uma viga (cm)	b: largura da alma da viga

Essas equações representam o momento resistente da seção. À medida que se aumenta a profundidade da linha neutra, menor será a capacidade portante da peça. A equação de equilíbrio das resultantes de tensão, indicadas na Figura 2, é dada por:

Equação 5

$$a = \beta_1 \cdot c = \frac{A_f \cdot f_f}{0,85 \cdot f'_c \cdot b}$$

Onde:

a: base do diagrama parábola-retângulo
 β_1 : fator de redução da resistência do concreto.
 c: profundidade efetiva da linha neutra
 A_f : Áreatransversal
 f_f : tensão instalada nas barras de FRP, (MPa)
 f'_c : Resistência de cálculo do concreto (MPa)
 b: largura da alma de uma viga

Equação 6

$$y = \lambda \cdot x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b}$$

Onde:

y: profundidade do diagrama parábola-retângulo
 λ : parâmetro para simplificação parábola-retângulo
 x: profundidade efetiva da linha neutra
 A_s : Áreatransversal
 f_{yd} : Resistência de cálculo do aço (MPa)
 x: profundidade efetiva da linha neutra
 f_{cd} : Resistência de cálculo do concreto (MPa)
 b: largura da alma da viga

A equação de compatibilidade de deformações, escrita para os domínios de dimensionamento 3 e 4, para as fibras, é dada por:

Equação 7

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{(\beta_1 \cdot d - a)}{a}$$

Onde:

ε_f : Deformação na barra não metálica
 β_1 : fator de redução da resistência do concreto.
 d: altura útil
 a: base do diagrama parábola-retângulo

Equação 8

$$\varepsilon_s = 3,5 \cdot \frac{(d - x)}{x}$$

Onde:

ε_s : Deformação na barra de aço
 d: altura útil
 x: profundidade efetiva da linha neutra

Define-se a taxa de armadura da fibra como sendo:

Equação 9

$$\rho_f = \frac{A_f}{b \cdot d}$$

Onde

ρ_f : razão de armadura barras não metálicas;
 A_f : área de armadura de barras não metálicas;
 b largura da secção;
 d: altura útil da secção.

Equação 10

$$\rho_s = \frac{A_s}{b \cdot h}$$

Onde

ρ_s : razão de armadura de aço;
 A_s : área de armadura de aço;
 b: largura da secção;
 h: altura da secção.

A partir do diagrama tensão-deformação das barras de fibras, apresentado na Figura 1, pode-se afirmar que o comportamento mecânico das fibras se mantém praticamente elástico-linear até o limiar da ruptura, sendo regido pela Lei de Hooke dada por:

Equação 11

$$\varepsilon_f = \frac{f_f}{E_f}$$

Onde:

ε_f : Deformação na barra não metálica
 f_f tensão instalada nas barras de FRP, (MPa)
 E_f módulo de elasticidade do FRP, (MPa);

Equação 12

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

Onde:

ε_s : Deformação na barra de aço
 σ_s : tensão instalada nas barras de aço, (MPa)
 E_s módulo de elasticidade do aço, (MPa);

Introduzindo-se as equações de momento resistente, deformação e assumindo a Lei de Hooke após algumas manipulações algébricas, chega-se a taxa de armadura balanceada, dada pela expressão:

Equação 13

$$\rho_{fb} = 0,85 \cdot \beta_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{fu}} \cdot \frac{E_f \cdot \varepsilon_{cu}}{E_f \cdot \varepsilon_{cu} + f_{fu}}$$

ρ_{fb} razão equilibrado de armadura;
 β_1 fator de redução da resistência do concreto;
 f_{cd} : Resistência de cálculo do concreto (MPa)
 E_f módulo de elasticidade do FRP, (MPa);
 ε_{cu} extensão última do betão, (‰)
 f_{fu} : tensão última nas barras de FRP, (MPa)

A partir desse momento as características do dimensionamento se distanciam. Dessa forma para as barras não metálicas assume-se que o esmagamento do concreto ocorre simultaneamente com o rompimento das barras. Substituindo-se as equações 5 e 11 em 7, chega-se a:

Equação 14

$$f_f = \left[\sqrt{\frac{(E_f \cdot \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f_{cd}}{\rho_f} \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu}} - 0,5 \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu} \right]$$

Onde:

f_f tensão instalada nos varões de FRP, [MPa]
 β_1 fator de redução da resistência do concreto;
 f_{cd} : Resistência de cálculo do concreto (MPa)
 E_f módulo de elasticidade do FRP, (MPa);
 ε_{cu} extensão última do betão, (‰)
 ρ_f razão de armadura barras não metálicas;

O dimensionamento é feito por tentativas. Inicialmente, adota-se a área das armaduras, constituída pelas barras não metálicas, e se calcula a taxa de armadura, dada pela Equação 9 e, em seguida, a tensão nas barras de fibra, aplicando-se a Equação 14. Finalmente, a capacidade nominal à flexão do elemento estrutural é dada pela Equação 1, sendo a profundidade da linha neutra previamente calculada utilizando-se a Equação 4. A partir deste ponto, calcula-se a taxa de armadura balanceada (Equação 13) para determinação dos fatores de carga propostos pelo ACI 440 (2003). Assim, no ELU pode-se escrever:

Equação 15

$$M_u \leq \Phi \cdot M_n$$

M_u momento atuante, (kNm).

Φ fator de redução da capacidade resistente do momento nominal,

M_n momento resistente, (kNm).

Equação 16

$$\phi = \begin{cases} 0,5 & \text{para } \rho_f \leq \rho_{fb} \\ \frac{\rho_f}{2 \cdot \rho_{fb}} & \text{para } \rho_{fb} < \rho_f < 1,4 \cdot \rho_{fb} \\ 0,7 & \text{para } \rho_f \geq 1,4 \cdot \rho_{fb} \end{cases}$$

Φ fator de redução da capacidade resistente do momento nominal,

ρ_f razão de armadura barras não metálicas;

ρ_{fb} razão equilibrado de armadura;

Dessa forma a interação de aumentar o número de barras não metálicas até que a inequação 15 seja satisfeita deve acontecer até que no programa seja atingido o número de 100 barras ou a linha neutra ultrapasse a 45% da altura da peça.

CAPÍTULO 3 - Métodos de dimensionamento para barras metálicas e não metálicas

3 Dimensionamento

3.1 Dimensionamento de concreto reforçado com barras de aço

Os primeiros passos para o dimensionamento de uma estrutura para resistir ao momento solicitante consiste em definir os dados principais. Esses dados, para facilitar o entendimento final do programa, foram subdivididos em categorias: Propriedades geométricas, Propriedades mecânicas, Momento solicitante.

As propriedades mecânicas são em suma as diversas propriedades, tanto do concreto como do aço. Nessa seção definirá a classe de agressividade ambiental que a peça será submetida, sendo:

-Concreto: resistência característica do concreto, considerando que a verificação da resistência será igual ou superior a 28 dias. No programa será definida uma gama de resistências variando de 15 MPa a 90 MPa. Para a seleção do concreto apresentam-se os seguintes modelos definidos pela tabela a seguir:

Tabela 2 - Resistências de concreto selecionáveis em MPa

Concreto	fck (MPa)
C15	15
C20	20
C25	25
C30	30
C35	35
C40	40
C45	45
C50	50
C55	55
C60	60
C70	70
C80	80
C90	90

Fonte: Autor (2022)

Para selecionar o concreto desejado, entre na guia de seleção demonstrada na figura a seguir:

Figura 3 - Seletor da classe de concreto

Classe de Agressividade Ambiental		II
Concreto	C35	OK
Aço	CA-50	
Elemento	Viga/Pilar	
Combinações	Normais	Tabela 12.1
Ações	Permanentes	Desfavoráveis

Fonte: Autor (2022)

Nesse exemplo selecionamos o concreto 35MPa, que ao final será alocado na célula I4 no programa.

-Aço: A resistência característica do aço, no programa, será definida pelas classes CA-50 e CA-60 com resistências de 500 MPa e 600 MPa respectivamente. Para selecionar o aço desejado entre na guia de seleção demonstrada na figura a seguir:

Figura 4 - Seletor de classe do aço

Classe de Agressividade Ambiental		II
Concreto	C35	OK
Aço	CA-50	
Elemento	Viga/Pilar	
Combinações	Normais	Tabela 12.1
Ações	Permanentes	Desfavoráveis

Fonte: Autor (2022)

Neste exemplo selecionamos o aço CA-50 que, ao final, será alocado na célula I1 no programa.

- Elemento: O elemento é definido como lajes, vigas / pilares e elementos em contato com o solo. Este será usado para a obtenção do cobrimento nominal. Na tabela a seguir retirada da NBR 6118:2014 está definido qual o cobrimento mínimo será adotado dependendo das características selecionadas pelo usuário.

No programa não foram considerados diversos elementos, sendo possível apenas o cálculo de vigas no dimensionamento:

Tabela 3 - Cobrimento nominal em mm para vigas

Elemento	Classe de agressividade ambiental (Figura 5)			
	I	II	III	IV
	Cobrimento nominal (mm)			
Viga	25	30	40	50

Fonte: NBR 6118:2014

- Classe de Agressividade Ambiental (CAA): Classe de agressividade que será escolhida pelo usuário dependendo do ambiente que a peça se encontra. A norma NBR 6118:2014 define quatro classes sendo demonstrado no item 6.4.2;

Tabela 4 - Classe de Agressividade Ambiental (CAA)

Classe de Agressividade Ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha	Grande
		Industrial	
IV	Muito Forte	Industrial	Elevado
		Respingos de Maré	

Fonte: NBR 6118:2014

Para selecionar o elemento desejado entre na guia de seleção ilustrado na figura a seguir:

Figura 5 - Seletor de classe de agressividade ambiental

Fonte: Autor (2022)

Associando o elemento e a classe de agressividade mostrada no exemplo, foi selecionado a Classe II, obtendo assim um cobrimento nominal de 30 mm.

- Combinações: essa seção de combinações tem o propósito de definir qual combinação será usado para assim definir os coeficientes de ponderação das resistências no estado-limite último (ELU)

Tabela 5- Valores dos coeficientes γ_c e γ_s

Combinações	Concreto γ_c	Aço γ_s
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1

Fonte: NBR 6118:2014

Para selecionar a combinação desejada, entre na guia de seleção demonstrada na figura a seguir:

Figura 6 - Seletor de combinações

Fonte: Autor (2022)

- Ações: essa seção de ações foi definida em duas categorias: as combinações de ações e ações propriamente ditas. Os valores-base para verificação são os apresentados na Tabela 6, para γ_{f1} . γ_{f3} . Para seleccionar as ações desejadas entre nas guias de seleção demonstradas na figura a seguir:

Figura 7 - Seletor de ações

Fonte: Autor (2022)

Tabela 6 - Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1}.\gamma_{f3}$

Combinções de ações	Ações					
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Recalques de apoio	
	D	F	G	T	D	F
Normais	1,4	1,0	1,4	1,2	1,2	1,0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	1,0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Fonte: NBR 6118:2014

Assumindo o que foi apresentado nas figuras 6 e 7 e usando a tabela 6 temos que o $\gamma_f = 1,4$

As propriedades geométricas são em suma as dimensões finais da peça e barras de aço a serem usadas na estrutura:

- bw: base da peça em análise em centímetros;
- h: altura da peça em análise em centímetros;
- d est: altura útil estimada em centímetros;
- d cal: altura útil calculada em centímetros;
- ϕ : diâmetro do aço principal em milímetros;
- ϕ_e : diâmetro dos estribos em mm;
- Agregado: qual o tipo de agregado será usado na mistura do concreto, bem como seu tamanho máximo do agregado;

Figura 8 - Propriedades Geométricas

	Tamanho da Peça	Altura útil
bw	30 cm	<input type="radio"/> Estimada
h	50 cm	<input type="radio"/> Estimada
d est	45,70 cm	<input checked="" type="radio"/> Calculada
d cal	43,48 cm	<input checked="" type="radio"/> Calculada
φ	16,0 mm	
φe	5,0 mm	
Agregado	Basalto e Diabásio	Brita 1

Fonte: Autor (2022)

Na figura estão destacados em amarelo as células que podem ser alteradas para influência nos cálculos.

No exemplo temos que:

-bw = 30 cm

-h = 50 cm

-d est = 46,20 cm

-d cal = 43,48 cm

-φ = 16 mm

- φe = 5 mm

-Agregado: Basalto, brita 1

No caso aparece também a seleção de uso da altura útil, neste exemplo selecionou-se a altura calculada.

3.1.1 Valores de cálculo

• Cálculo das resistências

O valor de cálculo para resistência característica do concreto, considerando que a verificação da resistência será igual ou superior a 28 dias é dado pela seguinte equação:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Sendo:

f_{cd} Resistência de cálculo do concreto (MPa)

f_{ck} Resistência característica do concreto (MPa)

γ_c Coeficiente da resistência do concreto no Estado Limite Último

Os valores utilizados na equação foram fruto dos dados fornecidos na seção de propriedades mecânicas, o f_{ck} foi definido em concreto e γ_c foi obtido na seção de combinações.

O f_{ck} definido no exemplo foi de 35 MPa. Para a obtenção do γ_c usamos a tabela 12.1 da norma 6118:2014 (ver Tabela 5), no exemplo a ser mostrado temos que:

$$f_{cd} = \frac{35}{1,4} = 25 \text{ MPa} = 2,5 \text{ kN/cm}^2$$

O valor de cálculo para a resistência do aço é determinado pela seguinte equação:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

Sendo:

f_{yd} Resistência de cálculo do aço (MPa)

f_{yk} Resistência característica do aço (MPa)

γ_s Coeficiente da resistência do aço no Estado Limite Último

Os valores utilizados na equação foram fruto dos dados fornecidos na seção de propriedades mecânicas, f_{yk} foi definido em aço e temos que $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ e γ_s foi obtido na seção de combinações que pelo exemplo temos $\gamma_s = 1,15$.

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 434,8 \text{ MPa} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$

• Cálculo dos Momentos

Além dos valores de cálculos resistentes calcula-se o valor de cálculo do momento, definido pela seguinte equação:

$$M_d = \gamma_f \cdot M_k$$

Sendo:

M_d Momento de cálculo (kN.cm)

M_k Momento característico (kN.cm)

γ_f Coeficiente de ponderação para majorar os esforços solicitantes

O exemplo que estamos seguindo, foi definido combinações normais permanentes e desfavoráveis neste exemplo temos que $\gamma_f = 1,4$ como podemos ver na figura a seguir

Figura 9 - Exemplo de seleção de γ_f

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ^a	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

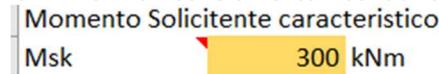
onde
D é desfavorável, *F* é favorável, *G* representa as cargas variáveis em geral e *T* é a temperatura.

^a Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

Fonte: NBR 6118:2014

O valor de M_{sk} deve ser fornecido pelo usuário em kN.m:

Figura 10 - Momento solicitante característico



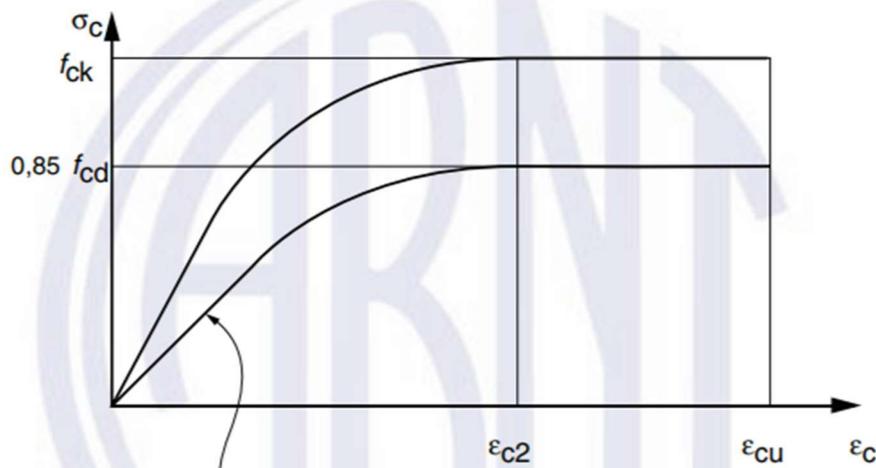
Fonte: Autor (2022)

Para o exemplo a ser seguido temos que

$$M_d = 1,4 \cdot 300 = 420 \text{ kN.m} = 42000 \text{ kN.cm}$$

Após isso definimos os diagramas de tensão deformação do concreto e do aço para prosseguirmos com os cálculos. Para análises no estado-limite último, podem ser empregados o diagrama tensão-deformação idealizado na Figura 11.

Figura 11 - Diagrama de tensão-deformação do concreto



Fonte: NBR 6118:2014

Assim para concretos com resistência à compressão com menos de 50 MPa temos $\epsilon_{c2} = 2\text{‰}$, $\epsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$ e para concretos com resistência a compressão variando entre 55 MPa e 90 MPa, segue-se as seguintes fórmulas $\epsilon_{c2} = 2\text{‰} + 0,085\text{‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53}$ e $\epsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 3,5\text{‰} \cdot \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4$.

Para o exemplo onde temos um concreto de 35 MPa temos:

$$\begin{aligned} \epsilon_{c2} &= 2 \text{‰} \\ \epsilon_{cu} &= 3,5 \text{‰} \end{aligned}$$

Onde:

ϵ_{c2} : deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico

ϵ_{cu} : deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

Para o aço CA-50 é adotado a deformação de cálculo de $\epsilon_{yd} = 2,07\text{‰}$, para o aço CA-60 é adotado a deformação de cálculo de $\epsilon_{yd} = 2,48\text{‰}$, sendo necessário o cálculo da tensão de tração do aço somente nos casos em que usamos aço na armadura dupla.

Para o exemplo onde temos um aço CA-50 temos:

$$\epsilon_{yd} = 2,07 \text{‰}$$

ϵ_{yd} – deformação específica de escoamento do aço

3.1.2 Cálculo da altura útil

• Cálculo da altura útil estimado

A altura útil d é a distância da fibra mais comprimida até o centro de gravidade da armadura longitudinal tracionada. Para início dos cálculos fazemos uma estimativa dos valores considerando que teremos apenas 1 camada de armadura principal chegando assim na seguinte fórmula:

$$d = h - c_{nom} - \phi_e - \frac{\phi}{2}$$

Sendo:

d – Altura útil (cm)

h – Altura total da peça (cm)

c_{nom} – Cobrimento nominal (cm)

ϕ_e - Diâmetro da barra utilizada para estribo (cm)

ϕ - Diâmetro da barra principal (cm)

Para o exemplo que estamos seguindo temos:

$$d = 50 - 3 - 0,5 - \frac{1,6}{2} = 45,70 \text{ cm}$$

• Cálculo da altura útil calculado

Agora assim que realizamos todos os cálculos de dimensionamento é possível gerar uma altura útil mais precisa, a fórmula se modifica utilizando todas as barras e espaçamentos previstos em norma.

$$d = \frac{\sum_{cont=1}^{barras} \left\{ h - c_{nom} - \phi_e - \left(\frac{cont}{n_{cam}} \right) \cdot \phi - \left(\frac{cont}{n_{cam}} \right) \cdot av - \frac{\phi}{2} \right\}}{barras}$$

Sendo:

d : Altura útil (cm)

h : Altura total da peça (cm)

c_{nom} : cobrimento nominal (cm)

ϕ_e : Diâmetro da barra utilizada para estribo (cm)

ϕ : Diâmetro da barra principal (cm)

$cont$: contador para identificação

n_{cam} : Número de barras em cada camada

$(cont/n_{cam})$: nessa divisão considera-se somente o quociente da divisão

$barras$: quantidade de barras principais obtidas no cálculo do dimensionamento

av : altura vertical prevista em norma

Para a obtenção do número de barras em cada camada é necessário o cálculo de a_h , o espaçamento horizontal, previsto no item 18.3.2.2 da NBR – 6118/2014.

$$a_h \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \phi \\ 1,2 \cdot d_{m\acute{a}x, agregado} \end{cases}$$

Onde:

a_h : altura horizontal prevista em norma

ϕ : Diâmetro da barra principal (cm)

$d_{m\acute{a}x, agregado}$: diâmetro máximo do agregado

Para o exemplo a ser seguido temos que $d_{máx,agregado} = 19 \text{ mm}$ pelo fato de termos selecionado brita 1, $\emptyset = 16 \text{ mm}$. Então $ah = 22,8 \text{ mm}$.

Assim usando a fórmula a seguir utiliza-se somente o quociente da divisão para obtenção do número de barras possíveis de serem alocadas em uma camada.

$$n_{cam} = \frac{b - 2 \cdot c_{nom} - ah}{ah + \emptyset}$$

Onde:

n_{cam} : Número de barras em cada camada

c_{nom} : cobrimento nominal (cm)

ah : altura horizontal prevista em norma

\emptyset : Diâmetro da barra principal (cm)

Para obtenção do diâmetro máximo do agregado usa-se a seguinte tabela:

Tabela 7 - Tipos de agregados graúdos

Brita 0	12,5 mm
Brita 1	19 mm
Brita 2	32 mm
Brita 3	64 mm

Fonte: NBR 7211

Já o cálculo de a_v , o espaçamento vertical, previsto no item 18.3.2.2 da NBR – 6118/2014 segue a seguinte recomendação:

$$a_v \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \emptyset \\ 0,5 \cdot d_{máx,agregado} \end{cases}$$

Onde:

a_v : altura vertical prevista em norma

\emptyset : Diâmetro da barra principal (cm)

$d_{máx,agregado}$: diâmetro máximo do agregado

Para o exemplo a ser seguido temos que $d_{máx,agregado} = 19 \text{ mm}$ pelo fato de termos selecionado brita 1, $\emptyset = 16 \text{ mm}$. Então $a_v = 20 \text{ mm}$

Para o exemplo foi necessário fazer os cálculos de um exemplo com as mesmas condições com a altura estimada e ao final obteve-se a quantidade de barras necessárias de 13 barras de 16 mm com 3 camadas. Assim a altura útil calculada está em $d_{cal} = 43,48 \text{ cm}$

3.1.3 Cálculo da linha neutra

A linha neutra se define como a distância da borda mais comprimida do concreto ao ponto que tem deformação e tensão nulas. Para cálculo de "x" (profundidade da linha neutra), se utiliza as recomendações da norma NBR 6118:2014 no item 17.2.2 e:

A distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo, definido em 8.2.10.1, com tensão de pico igual a $0,85 f_{cd}$, com f_{cd} definido em 12.3.3. Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de profundidade $y = \lambda x$, onde o valor do parâmetro λ pode ser tomado igual a:

— $\lambda = 0,8$, para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$; ou

— $\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50) / 400$, para $f_{ck} > 50$ MPa.

e onde a tensão constante atuante até a profundidade y pode ser tomada igual a:

— $\alpha_c f_{cd}$, no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida;

— $0,9 \alpha_c f_{cd}$, no caso contrário.

sendo α_c definido como:

— Para concretos de classes até C50, $\alpha_c = 0,85$

— Para concretos de classes de C50 até C90, $\alpha_c = 0,85 \cdot [1,0 - (f_{ck} - 50) / 200]$

Para o nosso exemplo por termos um concreto 35 MPa:

$$\begin{aligned}\lambda &= 0,8 \\ \alpha_c &= 0,85\end{aligned}$$

Fazendo o equilíbrio de momentos:

$$M_d = R_{cc} \cdot \left(d - \frac{x \cdot \lambda}{2} \right) + R_{sc} \cdot (d - d')$$

Onde:

M_d : momo de cálculo (kN.m)

R_{cc} : força resistente do concreto comprimido

R_{sc} : força resistente do aço comprimido

d : altura útil

x : profundidade efetiva da linha neutra

λ : parâmetro de diagrama parábola-retângulo

d' : altura útil da barra tracionada

Neste primeiro momento consideremos apenas a resistência da compressão do concreto, sendo $R_{sc} = 0$ assim somente considerando a armadura principal:

$$R_{cc} = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x$$

$$M_d = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x \cdot \left(d - \frac{x \cdot \lambda}{2} \right)$$

Desenvolvendo as contas

$$x = \frac{\frac{2 \cdot d}{\lambda} \pm \sqrt{\left(\frac{2 \cdot d}{\lambda}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2 \cdot M_d}{\lambda^2 \cdot b \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}}}}{2}$$

Admitindo somente a solução onde x é um valor interno a peça temos que:

$$x = \frac{\frac{2 \cdot d}{\lambda} - \sqrt{4 \cdot \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2 \cdot M_d}{\lambda^2 \cdot b \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}}}}{2}$$

$$x = \frac{d}{\lambda} - \sqrt{\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 - \frac{2 \cdot M_d}{\lambda^2 \cdot b \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}} \cdot \frac{d^2}{d^2}}$$

$$x = \frac{d}{\lambda} - \sqrt{\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 \cdot \frac{2 \cdot M_d}{d^2 \cdot b \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}}}$$

$$x = \frac{d}{\lambda} - \left(\frac{d}{\lambda}\right) \cdot \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_d}{d^2 \cdot b \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}}}$$

$$x = \frac{d}{\lambda} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_d}{d^2 \cdot b \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}}}\right)$$

Dessa forma o cálculo da distância da linha neutra se dá pela fórmula:

$$x = \frac{d}{\lambda} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_d}{(d^2 \cdot b \cdot \alpha_c \cdot f_{cd})}}\right]$$

Trazendo para o exemplo segue-se com:

$$x = \frac{42,1}{0,8} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2.42000}{(43,48^2 \cdot 30 \cdot 0,85 \cdot 2,5)}}\right] = 24,43 \text{ cm}$$

Logo a profundidade do retângulo de tensões é $y = \lambda \cdot x$, no exemplo $y = 0,8 \cdot 24,43 = 19,54 \text{ cm}$

3.1.4 Verificação de ductilidade e definição de domínios

A ABNT NBR 6118:2014, item 14.6.4.3 permite o uso apenas parte do domínio 3 assim é necessário estabelecer os limites do domínio de acordo com as seguintes premissas:

Quando $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$, $\beta_{xmáx} = 0,45$, quando $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$, $\beta_{xmáx} = 0,35$. Onde o cálculo do $\beta_{xmáx}$ é dado por:

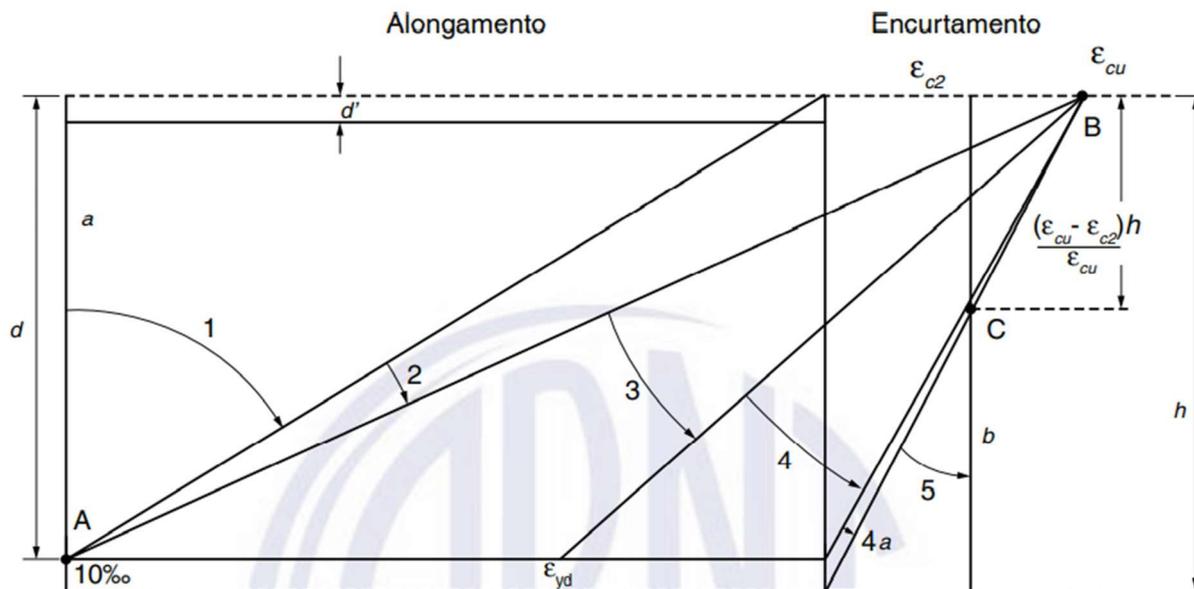
$$\beta_{xmáx} = \frac{x_{máx}}{d}$$

Assim a linha neutra limite para não ser necessário o uso de armadura dupla é:

$$x_{máx} = \beta_{xmáx} \cdot d$$

Seguindo assim para a delimitação dos domínios temos que os domínios representam as diversas possibilidades de ruína da seção; a cada par de deformações específicas de cálculo ϵ_{cd} e ϵ_{sd} corresponde um esforço normal, se houver, e um momento fletor atuante na seção. Essas informações estão dispostas tanto no item (NBR 6118:2014 Figura 17.1, 8.2, item 17.2.2 g). Para a situação dimensionada estaremos trabalhando com os Domínios 2, 3 e 4, onde:

Figura 12 - Domínios de estado-limite último de uma seção transversal



Fonte: NBR 6118

Domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\epsilon_c < \epsilon_{cu}$ e com o máximo alongamento permitido), a deformação do concreto varia de 0 a ϵ_{cu} , a deformação do aço é fixada em 10 ‰;

$$\frac{\epsilon_{cd}}{x} = \frac{10}{d - x}$$

Domínio 3: flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ($\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$), a deformação do concreto é fixada em ϵ_{cu} e a deformação do aço varia entre 10 ‰ a ϵ_{yd} ;

$$\frac{\epsilon_{cu}}{x} = \frac{\epsilon_{sd}}{d - x}$$

Domínio 4: flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ($\epsilon_s < \epsilon_{yd}$), a deformação do concreto é fixada em ϵ_{cu} e a deformação do aço varia entre ϵ_{yd} e 0;

$$\frac{\epsilon_{cu}}{x} = \frac{\epsilon_{sd}}{d - x}$$

Definindo assim com as semelhanças acima e as variações descritas temos os limites dos domínios:

$$x_{Li \ mDom2 - 3} = \frac{\epsilon_{cu} \cdot d}{(\epsilon_{cu} + 10)}$$

$$x_{Li \ mDom3 - 4} = \frac{3,5 \cdot d}{(3,5 + \epsilon_{yd})}$$

Assim, definido os limites, fazemos a comparação entre a linha neutra calculada no item 3.1.3 e os limites definidos acima, caso o valor de x seja menor que $x_{Li \ mDom2 - 3}$, estamos no domínio 2, caso x esteja entre $x_{Li \ mDom2 - 3}$ e $x_{Li \ mDom3 - 4}$, estamos no domínio 3, caso x seja maior que $x_{m\acute{a}x}$ e menor $x_{Li \ n \ Dom \ 3 - 4}$, será necessário o uso de uma armadura dupla, por fim se x

maior que $x_{Li\ mDom\ 3-4}$, estamos no domínio 4 que não é dimensionado, somente com armadura dupla que será explicado no item a seguir:

$$\begin{cases} se\ x < x_{m\acute{a}x} & armadura\ simples \\ se\ x > x_{m\acute{a}x} & armadura\ dupla \end{cases}$$

Trazendo para o exemplo segue-se com:

$$\begin{aligned} x_{m\acute{a}x} &= 0,45.43,48 = 19,57\ cm \\ x_{Li\ mDom\ 2-3} &= \frac{3,5.43,48}{(3,5 + 10)} = 11,27\ cm \\ x_{Li\ mDom\ 3-4} &= \frac{3,5.43,48}{(3,5 + 2,07)} = 27,32\ cm \end{aligned}$$

Como x calculado anteriormente é maior que $x_{m\acute{a}x}$ entraremos no caso de armadura dupla.

3.1.5 Cálculo da área de aço

• Armadura Simples

Com o valor de x encontrado, é possível calcular a área de aço necessária. Calculamos a área de aço por meio da seguinte equação:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \cdot \left(d - \frac{y_{cal}}{2} \right)}$$

Definindo assim a quantidade de barras na parte inferior por meio de uma divisão com um arredondamento para um número inteiro superior ao quociente.

$$barras = \frac{A_s}{\left(\frac{\pi \cdot \varnothing^2}{4} \right)}$$

• Armadura Dupla

Para o cálculo da armadura dupla entramos no caso: $x > x_{max}$, assim teremos que dimensionar como: viga com armadura dupla. Temos que dimensionar com o valor de $x = x_{max}$.

Consequentemente, devemos usar aço em compressão.

O momento fletor solicitante tem que ser equilibrado pelos momentos fletores internos resistentes:

$$M_{sd} = M_{rd,lim} + R_{sc} \cdot (d - d')$$

Calculamos o valor de $M_{rd,lim}$, considerando o limite de ductilidade do $\beta_{x_{m\acute{a}x}}$ pela seguinte fórmula:

$$\begin{aligned} M_{rd,lim} &= \lambda \cdot \alpha_c \cdot b \cdot \beta_{x_{m\acute{a}x}} \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \left(1 - \lambda \cdot \frac{\beta_{x_{m\acute{a}x}}}{2} \right) \\ M_{rd,lim} &= 0,8 \cdot 0,85 \cdot 30 \cdot 0,45.43,28^2 \cdot 2,5 \cdot \left(1 - 0,8 \cdot \frac{0,45}{2} \right) = 35585,07\ kN \cdot cm \end{aligned}$$

Partimos então para a definição da altura útil da barra comprimida que para estimativa fazemos $d' = h - d$, considerando assim que seria aproximadamente a mesma distância obtida na altura útil da barra tracionada.

Definimos assim as resistências da barra comprimida, do concreto comprimido e a soma dessas duas resistências é a resistência do aço da parte tracionada para o equilíbrio de forças:

$$R_{sc} = \frac{M_{sd} - M_{rd, lim}}{d - d'}$$

$$R_{sc} = \frac{42000 - 35585,07}{43,48 - 4} = 162,47 \text{ kN}$$

$$R_{cc} = \lambda \cdot \alpha_c \cdot b \cdot \beta_{x_{m\acute{a}x}} \cdot f_c d$$

$$R_{cc} = 0,8 \cdot 0,85 \cdot 30 \cdot 43,48 \cdot 0,45 \cdot 2,5 = 997,97 \text{ kN}$$

$$R_{st} = R_{sc} + R_{cc} = 1160,44 \text{ kN}$$

Calculamos a porcentagem de deformação do aço comprimido considerando que atingimos o $\beta_{x_{m\acute{a}x}}$, assim a fórmula para o deslocamento se transcreve assim:

$$\varepsilon_{sc} = \frac{3,5 \cdot (x_{max} - d')}{x_{max}}$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{3,5 \cdot (19,57 - 4)}{19,57} = 2,78\%$$

Caso a ε_{sc} tenha permanecido menor do que ε_{yd} podemos considerar que o aço comprimido não atingiu o escoamento assim o cálculo descreve uma função linear que se traduz na tensão do aço a ser comprimido $\sigma_{sc} = \varepsilon_{sc} \cdot E_s$. Caso tenha atingido o escoamento a tensão máxima permitida pra ser utilizada em cálculos é a f_{yd} .

Como o exemplo $\varepsilon_{sc} > \varepsilon_{yd}$, temos $\sigma_{sc} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$

Dessa forma de posse das resistências necessárias para tração e compressão juntamente com a tensão calculada podemos assim obter a área de aço das barras tracionadas e comprimidas:

$$A_{st} = \frac{R_{st}}{\sigma_{st}}$$

$$A_{st} = \frac{1160,44}{43,48} = 26,69 \text{ cm}^2$$

$$A_{sc} = \frac{R_{sc}}{\sigma_{sc}}$$

$$A_{sc} = \frac{162,47}{43,48} = 3,74 \text{ cm}^2$$

Definindo assim a quantidade de barras na parte inferior por meio de uma divisão com um arredondamento para um número inteiro superior ao quociente.

$$barras = \frac{A_{st}}{\left(\frac{\pi \cdot \phi^2}{4}\right)}$$

$$barras = \frac{26,69}{\left(\frac{\pi \cdot 1,6^2}{4}\right)} = 14 \text{ barras de } 16 \text{ mm}$$

$$barras_{sec} = \frac{A_{sc}}{\left(\frac{\pi \cdot \emptyset d^2}{4}\right)}$$

$$barras_{sec} = \frac{3,74}{\left(\frac{\pi \cdot 1^2}{4}\right)} = 5 \text{ barras de } 10 \text{ mm}$$

3.1.6 Armadura Mínima e Máxima

• Armadura Mínima

Verificação de armadura mínima de tração de acordo com (NBR 6118-2014, item 17.3.5.2.1), é para evitar a ruptura frágil das seções transversais. A armadura mínima de tração se calcula respeitando a taxa mínima absoluta de 0,15 % da área de concreto além de respeitar o momento de cálculo mínimo:

$$I_c = b \cdot \frac{h^3}{12}$$

$$w_0 = \frac{I_c}{y_t}$$

$$f_{ctk, sup} = 1,3 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$$M_{d, min} = 0,8 \cdot W_b \cdot f_{ctk, sup}$$

$$M_{d, min} = 0,8 \cdot \frac{I_c}{y_t} \cdot 1,3 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$$M_{d, min} = 0,026 \cdot b_w \cdot \frac{h^3}{y_t} \cdot f_{ck}^{2/3}$$

Usando a mesma equação utilizada em 3.1.3 para o cálculo da linha neutra temos:

$$M_{d, min} = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot \beta_x \cdot d^2 - \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \beta_x^2 \cdot d^2 \cdot \frac{\lambda^2}{2}$$

Pela resolução da equação quadrática acima temos os termos a seguir:

$$a = -\alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 \cdot \frac{\lambda^2}{2}$$

$$b = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot \beta_x \cdot d^2$$

$$c = -0,026 \cdot b_w \cdot \frac{h^3}{y_t} \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$$\beta_x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Admitindo apenas os valores de β_x dentro dos valores de ductibilidade temos:

$$\beta_x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

No exemplo obteve-se $Ml, min = 4172,95 \text{ kN.cm}$ e $\beta_x = 0,04$

Logo temos que:

$$A_{s,min} = \lambda \cdot \alpha_c \cdot b_w \cdot \beta_x \cdot f_{cd} \cdot \frac{d}{\sigma_{st}}$$

$$A_{s,min} = 0,8 \cdot 0,85 \cdot 30 \cdot 0,04 \cdot 0,25 \cdot \frac{43,48}{43,48} = 2,13 \text{ cm}^2$$

Ou:

$$\rho_{min} = 0,15\%$$

$$A_{s,min} = 0,15\% \cdot b_w \cdot h$$

$$A_{s,min} = 0,15\% \cdot 30 \cdot 50 = 2,25 \text{ cm}^2$$

Admite-se o maior valor entre os descritos acima, $A_{s,min} = 2,25 \text{ cm}^2$

• Armadura Máxima

Verificação de armadura máxima de acordo com (NBR 6118-2014, item 17.3.5.2.4). A soma das armaduras de tração e compressão não devem ser maior que 4 % da área de concreto (NBR 6118-2014, item 17.3.5.2.4).

$$A_{s,máx} = 4\% \cdot b_w \cdot h$$

$$A_{s,máx} = 4\% \cdot 30 \cdot 50$$

$$A_{s,máx} = 60 \text{ cm}^2$$

3.1.7 Armadura de Pele

A mínima armadura lateral deve ser 0,10% $A_{c,alma}$ em cada face da alma da viga e composta por barras de CA-50 ou CA-60, com espaçamento não maior que 20 cm e devidamente ancorada nos apoios, não sendo necessário uma armadura superior a 5 cm²/m por face.

As armaduras principais de tração e compressão calculadas anteriormente não devem ser computadas no cálculo da armadura de pele.

$$A_{s,pele} = 0,10\% \cdot b_w \cdot h$$

$$A_{s,pele} = 0,10\% \cdot 30 \cdot 50$$

$$A_{s,pele} = 1,5 \text{ cm}^2 / \text{face}$$

Em vigas com altura igual ou inferior a 60 cm, pode ser dispensada a utilização de armadura de pele. Que é o caso do exemplo descrito.

3.2 Dimensionamento de concreto reforçado com barras não metálicas

3.2.1 Propriedades das fibras

As propriedades do material fornecidas pelo fabricante, como a resistência à tração garantida, devem ser consideradas como propriedades iniciais que não incluem os efeitos de longo prazo de exposição ao meio ambiente. Porque a exposição prolongada a diferentes ambientes pode reduzir a resistência à tração e ruptura por fluência e resistência à fadiga de barras. As propriedades do material usadas nas equações de projeto devem ser reduzidas com base no tipo e nível de exposição ambiental. As

equações a seguir fornecem as propriedades de tração que devem ser usadas no decorrer do projeto. A resistência à tração deve ser determinada por

$$f_{fu} = C_e \cdot f_{fu}^*$$

Onde

f_{fu} : resistência à tração de cálculo, considerando as reduções para o ambiente de serviço, MPa;
 C_e : fator de redução ambiental, dado na Tabela 1 para vários tipos de fibra e condições de exposição;
 f_{fu}^* : resistência à tração garantida de uma barra, definida como a resistência à tração média de uma amostra

Para o exemplo irá ser utilizado a resistência e módulo de elasticidade mínima definida pela ACI 440, onde selecionou-se o tipo de fibra a ser utilizado, no caso Carbono, e o diâmetro da barra de reforço, no caso #19. Caso queria definir um valor para resistência da fibra selecione a caixa de seleção.

Figura 13 - Propriedades da fibra

<input type="checkbox"/> Definir resistência da fibra		camadas	1
		n por camada	5
		n	5
Fibra	Carbono	#	19
f_{fu}^*	1100 MPa	ϕ_f	19,1 mm
ϵ_{fu}^*	0,009973 mm/mm	df	55,415 cm
Ef	110300 MPa	C E	1

Fonte: Autor (2022)

A tensão de ruptura de projeto deve ser determinada como

$$\epsilon_{fu} = C_e \cdot \epsilon_{fu}^*$$

Onde

ϵ_{fu} : tensão de ruptura de cálculo da fibra
 ϵ_{fu}^* : tensão de ruptura garantida pelo fornecedor

O módulo de elasticidade de cálculo será o mesmo que o valor informado pela norma (Ef).

Tabela 8 - Modulo de Elasticidade mínimo para fibras

Tipo	Modulo de Elasticidade
	MPa
Carbono	110300
Vidro	39300
Aramida	68900

Fonte: 440.1R-03

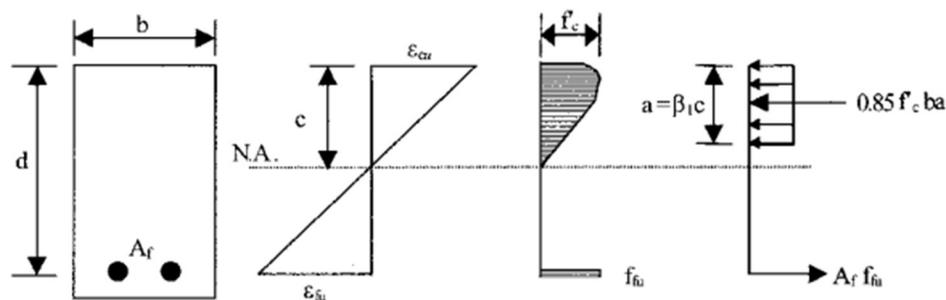
Os fatores de redução ambiental fornecidos na Tabela 1 são estimativas conservadoras, dependendo da durabilidade de cada tipo de fibra e são baseados no consenso do Comitê 440.

3.2.2 Flexão

Estruturas reforçadas com aço são comumente sub-reforçadas para garantir escoamento do aço antes do esmagamento do concreto. O comportamento não dúctil do reforço com fibras requer uma reconsideração desta abordagem. Se a armadura em fibra se romper, a falha da estrutura é repentina e catastrófica. Haveria um indício de falha iminente na forma de rachaduras de flexão devido ao alongamento significativo que as fibras sofreriam antes da ruptura. Em qualquer caso, a estrutura não exibiria ductilidade como é comumente observado em vigas de concreto armado sub-reforçadas com barras de aço.

O modo de ruptura por esmagamento do concreto é mais desejável para membros de flexão reforçados com barras de fibras não metálicas. Ao realizar o carregamento da estrutura de concreto, esta exhibe algum comportamento plástico antes da falha.

Figura 14 - Equilíbrio de momentos para fibras



Fonte: 440.1R-03

3.2.3 Resistência a Flexão

A metodologia do cálculo para a resistência afirma que a capacidade de flexão de cálculo de uma estrutura deve exceder a solitação de flexão.

$$\phi \cdot M_n \geq M_u$$

A capacidade de cálculo refere-se à resistência nominal da estrutura multiplicado por um fator de redução de resistência (ϕ), e a solitação refere-se aos efeitos de carga calculadas a partir de cargas fornecidas.

A resistência à flexão de um elemento reforçado com fibras pode ser determinada com base na deformação, no equilíbrio de força interna e no modo ruptura.

A resistência à flexão de uma estrutura reforçada com fibras depende se a falha é governada por esmagamento de concreto ou ruptura da fibra. A falha pode ser determinada realizando uma comparação entre o esmagamento do concreto e a ruptura da fibra, sendo que os cálculos fazem com que estas situações ocorram simultaneamente. A razão balanceada do reforço em fibras é calculada usando a seguinte equação:

$$\rho_f = \frac{A_f}{b \cdot d_f}$$

Para realizar um exemplo de dimensionamento de fibras iremos iniciar selecionando as dimensões da peça e momento solitante:

Figura 15 - Definição do tamanho da peça e momento solicitante no exemplo de fibras

Tamanho da Peça		Momento Solicitante característico
bw	30 cm	Msk
h	60 cm	200 kNm

Fonte: Autor (2022)

Após a definição dos tamanhos selecionamos qual é a fibra que faremos o dimensionamento com os dados do exemplo:

$$\rho_f = \frac{\pi \cdot 1,9^2}{4 \cdot 30 \cdot 55,415} = 0,0017$$

A taxa de armadura de fibras pode ser calculada a partir da equação a seguir:

$$\rho_{fb} = 0,85 \cdot \beta_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{fu}} \cdot \frac{E_f \cdot \varepsilon_{cu}}{E_f \cdot \varepsilon_{cu} + f_{fu}}$$

Onde:

$$\begin{cases} \text{se } 17 \text{ MPa} < f_{cd} < 27 \text{ MPa} \text{ então } \beta_1 = 0,85 \\ \text{se } f_{cd} > 27 \text{ MPa} \text{ então } \beta_1 = 1,05 - 0,05 \cdot \frac{f_{cd}}{6,9} \end{cases}$$

Para o nosso exemplo temos que o concreto utilizado foi C35, em que $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$. Assim $f_{cd} = 25 \text{ MPa}$, dessa forma $\beta_1 = 0,85$, $\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$ calculado da mesma forma que a NBR 6118:2014,

$$\rho_{fb} = 0,85 \cdot 0,85 \cdot \frac{25}{1100} \cdot \frac{110300 \cdot 0,0035}{110300 \cdot 0,0035 + 1100} = 0,00471$$

Passando para o cálculo da resistência da fibra

$$f_f = \left[\sqrt{\frac{(E_f \cdot \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f_{cd}}{\rho_f} \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu}} - 0,5 \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu} \right]$$

$$f_f = \left[\sqrt{\frac{(110300 \cdot 0,0035)^2}{4} + \frac{0,85 \cdot 0,85 \cdot 25}{0,0017} \cdot 110300 \cdot 0,0035} - 0,5 \cdot 110300 \cdot 0,0035 \right]$$

$$f_f = 1827,65 \text{ MPa}$$

Chegando assim no cálculo de M_n :

$$M_n = \rho_f \cdot f_f \cdot \left(1 - 0,59 \cdot \frac{\rho_f \cdot f_f}{f_{cd}} \right) \cdot b \cdot d^2$$

$$M_n = 0,0017 \cdot 1827,65 \cdot \left(1 - 0,59 \cdot \frac{0,0017 \cdot 1827,65}{25} \right) \cdot 300 \cdot 554,15^2$$

$$M_n = 268614,87 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$M_n = 26861,49 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\phi = \begin{cases} 0,5 \text{ para } \rho_f \leq \rho_{fb} \\ \frac{\rho_f}{2 \cdot \rho_{fb}} \text{ para } \rho_{fb} < \rho_f < 1,4 \cdot \rho_{fb} \\ 0,7 \text{ para } \rho_f \geq 1,4 \cdot \rho_{fb} \end{cases}$$

Como no exemplo $\rho_f \leq \rho_{fb}$, então $\phi = 0,5$.

Por fim comparamos M_n com M_u , caso a inequação não seja verdadeira, aumentamos a quantidade de barras previstas no primeiro cálculo fazendo a interação até que seja satisfeita a desigualdade:

$$\begin{aligned}\phi \cdot M_n &\geq M_u \\ \phi \cdot M_n &= 0,5 \cdot 26861,49 = 13430,74 \text{ kN} \cdot \text{cm} \\ M_u &= 1,4 \cdot 20000 = 28000 \text{ kN} \cdot \text{cm}\end{aligned}$$

Como no exemplo não foi atingida a desigualdade aumentamos a quantidade de barras, assim ao final das interações chegamos que seriam necessárias 5 barras para suportar o momento.

CAPÍTULO 4- Funcionamento do programa

4 INTRODUÇÃO

Para utilizar o programa será necessária uma versão superior ou semelhante ao Excel 2007, para que possa ser habilitada a macro. Dessa forma seguem os passos para habilitação da macro no Excel 2019:

Clique na guia Arquivo.

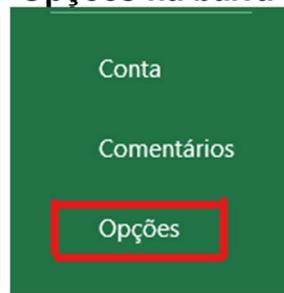
Figura 16 - Guia de arquivo na barra do Excel



Fonte: Autor (2022)

Clique em Opções.

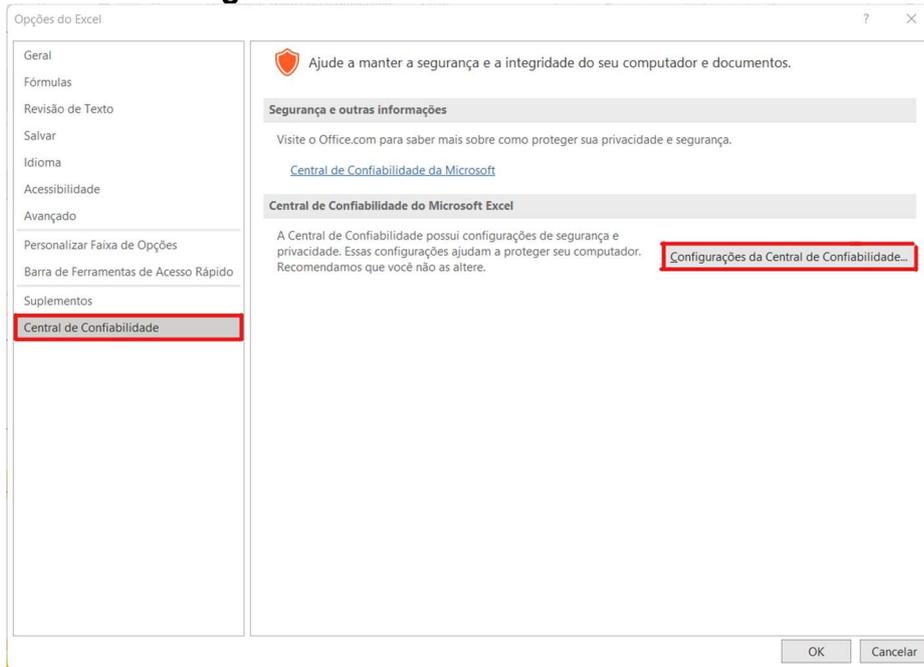
Figura 17 - Opções na barra de arquivos



Fonte: Autor (2022)

Clique em Central de Confiabilidade e em Configurações da Central de Confiabilidade.

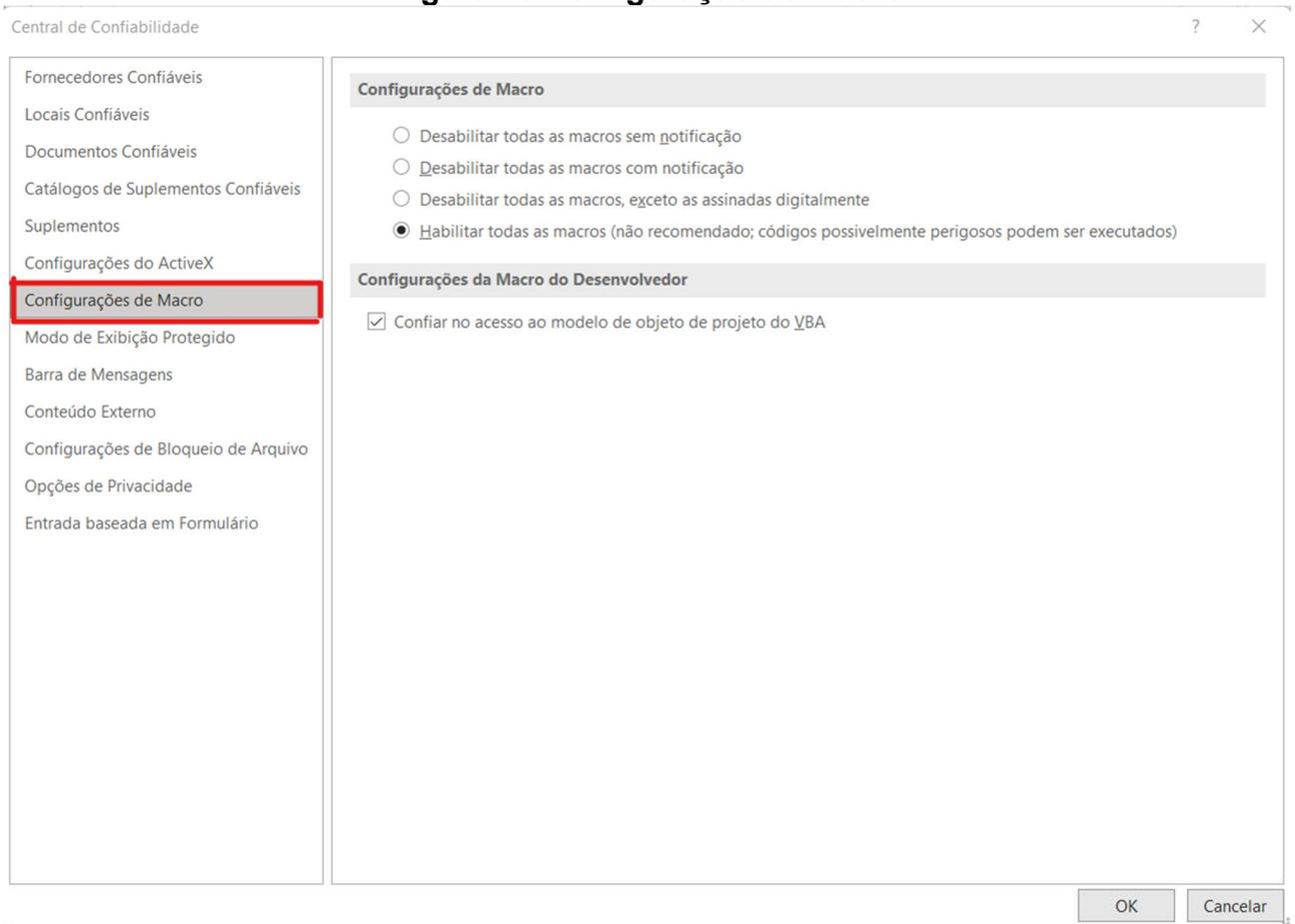
Figura 18 - Central de Confiabilidade



Fonte: Autor (2022)

Na Central de Confiabilidade, clique em Configurações de Macro e Habilitar todas as macros

Figura 19 Configuração de macro



Fonte: Autor (2022)

Por fim clique em ok. Caso seu Excel não apresente os mesmos passos apresentados na explicação anterior, procure algum método para habilitar a macro na sua versão específica.

4.1 Operação

Nesse item será explicado como utiliza-se o programa. Recomenda-se a visualizar desde a célula A1 até a célula V26, como demonstrado na figura a seguir:

Figura 20 - Visualização de tela de trabalho

The screenshot shows a software interface with several panels:

- Input Parameters:** Concrete (C35), Steel (CA-50), Environment (Ambiental), and various dimensions like b_w , h , d_{est} , d_{cal} , ϕ , ϕ_e , $d_{m\acute{a}x}$, ah , av .
- Material Properties:** f_{yk} (500 MPa), c_{nom} (25 mm), f_{ck} (38,64 MPa), γ_c (1,4), γ_s (1,15), γ_f (1,4), f_{cd} (2,76 kN/cm²), f_{yd} (43,48 kN/cm²), ϵ_{yd} (2,07 ‰), ϵ_{c2} (2 ‰), ϵ_{cu} (3,5 ‰).
- Calculation Results (1 Valores de Cálculo):** $M_{sd} = 2230$ kN.cm.
- Preliminary Calculations (2 Cálculos preliminares):** Shows formulas for α_e , E_c , and β_1 based on f_{ck} and f_{cd} values.
- Fiber Dimensioning (Dimensionar Fibra):** Includes a table for FRP Bar and GRFP properties, and a diagram of a rectangular section with fiber placement.
- Buttons:** 'Detalhamento', 'Limpar Detalhamento', 'Dimensionar Fibra', and 'Limpar Detalhamento'.

Fonte: Autor (2022)

Ao final da inserção dos dados clique em detalhamento caso queira o detalhamento em aço ou dimensionar fibra para realizar o dimensionamento das fibras.

O resultado final será apresentado caso não tenha sido infringida nenhuma norma:

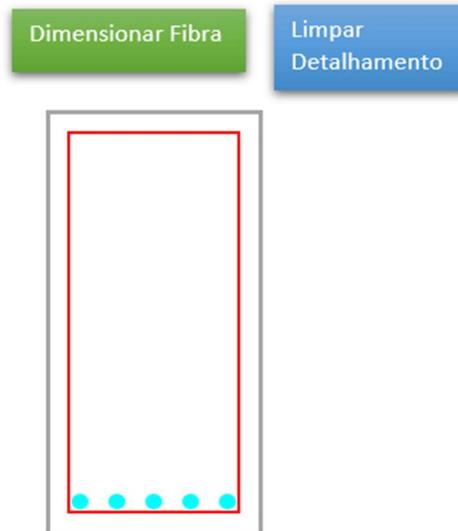
Figura 21 - Exemplo do detalhamento aço

The screenshot displays the results of the steel detailing process:

- Primary (Primária):** 5 bars per layer, 1 layer, 0,84% tax, 12,64 As, 4 bars.
- Double (Dupla):** 10 mm diameter, 1 layer, 4 bars.
- Skin (Pele):** 6,3 mm diameter, 4 bars per face, using the calculated effective height.
- Buttons:** 'Detalhamento' and 'Limpar Detalhamento'.
- Diagram:** A rectangular cross-section diagram showing the placement of primary bars (top and bottom), double bars (left and right), and skin bars (four on each face).

Fonte: Autor (2022)

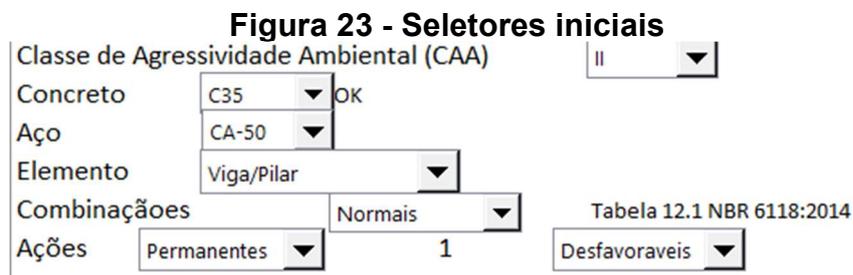
Figura 22 - Exemplo de dimensionamento das fibras



Fonte: Autor (2022)

4.1.1 Inserção de dados

As células destacadas em amarelo são as células que necessitam da inserção dos dados, bem como todas as outras com caixa de seleção. Como explicado no item 3.1, temos esses seletores a seguir:



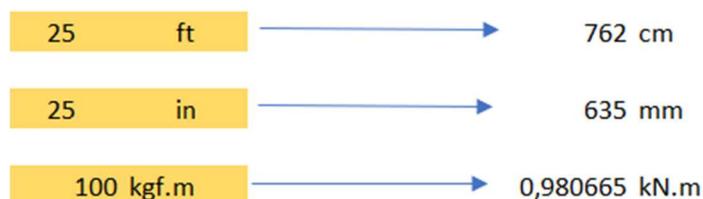
Fonte: Autor (2022)

Quando estiver satisfeito com os dados inseridos, clique no botão detalhamento.

4.2 Unidades

As unidades de todos os valores estão em frente a célula, caso seja necessário alguma transformação clique no botão unidade. Será levado para uma planilha com algumas transformações de unidade.

Figura 24 - Seletor de unidades



Fonte: Autor (2022)

Adicione nas células em amarelo o valor e a unidade que deseja converter para cm, mm ou kN.m, que são as unidades utilizadas.

4.3 Detalhamento de Armadura Simples

Nesse exemplo definimos:

Figura 25 - Dados Exemplo 1 – Armadura Simples

Classe de Agressividade Ambiental (CAA) II

Concreto C35 OK

Aço CA-50

Elemento: Vigas

Combinacões Normais Tabela 12.1 NBR 6118:2014

Ações Permanentes Desfavoráveis

Tabela 11.1 NBR 6118:2014

Tamanho da Peça

Altura útil

Estimada

Calculada

bw 30 cm

h 60 cm

d est 55,27 cm

d cal 55,27 cm

φ 22,0 mm

φe 6,3 mm

Agregado Basalto e Diabásio Brita 1

Momento Solicitante característico

Msk 200 kNm

Unidades

Fonte: Autor (2022)

Figura 26 - Propriedades Exemplo 1 - Armadura Simples

fyk	500 MPa
c nom	30 mm
fck	35 MPa
γc	1,4
γs	1,15
γf	1,4

fcd	2,50 kN/cm ²
fyd	43,48 kN/cm ²
εyd	2,07 ‰
εc2	2 ‰
εcu	3,5 ‰

Fonte: Autor (2022)

Figura 27 - Cálculos Preliminares Exemplo 1 - Armadura Simples

1 Valores de Cálculo

Msd=γf*Msk

Msd 28000 kN.cm

2 Calculos preliminares

αe 1,2

se 20 MPa < fck < 50 MPa então $E_c = \alpha_e \cdot 5700 \cdot \sqrt{f_{ck}}$

se fck > 50 MPa então $E_c = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_e \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25\right)^{1/3}$

$E_c = \alpha_e \cdot 5700 \cdot \sqrt{f_{ck}} = (1,2) \cdot 5700 \cdot \sqrt{35}$

E_c 40465,99 MPa

λ 0,8

αc 0,85

x 10,77 cm

y 8,62 cm

Fonte: Autor (2022)

Figura 28 - Verificação de ductilidade Exemplo 1 - Armadura Simples

3 Verificação de Dutilidade e domínios		
fck<50	$\beta_{m\acute{a}x}$	0,45
fck>50	$\beta_{m\acute{a}x}$	0,35
x max		24,87 cm
xLim 2-3		14,33 cm
xLim 3-4		34,73 cm
		Domínio 2
x adot		10,77 cm
y		8,62 cm
β_x		0,19
	ϵ_{cd}	2,42 ‰
	ϵ_{sd}	10,00 ‰
	ϵ_{st}	10,00 ‰
	σ_{st}	43,48 kN/cm ²

4.1 Cálculo da área de aço	
Armadura Simples	
As	12,64 cm ²
n	4

Fonte: Autor (2022)

Figura 29 – Detalhamento Exemplo 1 - Armadura Simples

Primária ●

n por camadas: 5

camadas: 1

Taxa: 0,84%

As: 12,64

barras: 4

Dupla ●

ϕ (mm): 10

n por camadas:

camadas:

As:

barras:

Pele ●

ϕ (mm): 6,3

As pele:

barras por face:

e:

Usando altura útil calculada

Detalhamento Limpar
Detalhamento

Fonte: Autor (2022)

4.4 Detalhamento de Armadura Dupla

Figura 30 - Dados Exemplo 2 - Armadura Dupla

Classe de Agressividade Ambiental (CAA) II

Concreto C35 OK

Aço CA-50

Elemento: Vigas

Combinações Normais Tabela 12.1 NBR 6118:2014

Ações Permanentes Desfavoráveis

Tabela 11.1 NBR 6118:2014

Tamanho da Peça

bw 30 cm

h 60 cm

d est 55,12 cm

d cal 53,25 cm

ϕ 25,0 mm

ϕ_e 6,3 mm

Agregado Basalto e Diabásio Brita 1

Momento Solicitante característico

Msk 500 kNm

Altura útil

Estimada

Calculada

Unidades

Fonte: Autor (2022)

Figura 31 - Propriedades Exemplo 2 - Armadura Dupla

fyk	500 MPa
c nom	30 mm
fck	35 MPa
yc	1,4
ys	1,15
yf	1,4
fcd	2,50 kN/cm ²
fyd	43,48 kN/cm ²
eyd	2,07 ‰
ec2	2 ‰
ecu	3,5 ‰

Fonte: Autor (2022)

Figura 32 - Cálculos Preliminares Exemplo 2 - Armadura Dupla

1 Valores de Cálculo	
Msd=yf*Msk	
Msd	70000 kN.cm
2 Calculos preliminares	
	αe 1,2
se 20 MPa < fck < 50 MPa então $E_c = \alpha_e \cdot 5700 \cdot \sqrt{f_{ck}}$	
se fck > 50 MPa então $E_c = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_e \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25\right)^{1/3}$	
$E_c = \alpha_e \cdot 5700 \cdot \sqrt{f_{ck}} = (1,2) \cdot 5700 \cdot \sqrt{35}$	
Ec	40465,99 MPa
λ	0,8
αc	0,85
x	34,96 cm
y	27,97 cm

Fonte: Autor (2022)

Figura 33 - Verificação de ductilidade Exemplo 2 - Armadura Dupla

3 Verificação de Dutilidade e domínios		
fck<50	βmáx	0,45
fck>50	βmáx	0,35
x max		23,96 cm
xLim 2-3		13,80 cm
xLim 3-4		33,46 cm
x adot		23,96 cm
y		19,17 cm
βx		0,45
ecd		3,50 ‰
esd		4,28 ‰
est		4,28 ‰
ost		43,48 kN/cm ²

Fonte: Autor (2022)

Figura 34 - Cálculo da armadura dupla Exemplo 2 - Armadura dupla

4.2 Momento de Calculo Limite para Armadura dupla	
$Bx \leq 0,45$	βx 0,45
$Mrd,lim = 0,68 * bw * Bx * d^2 * fcd * (1 - 0,4 * Bx)$	
Mrd,lim	53352,43 kN.cm
Mrd,lim	533,52 kN.m
d'	4,26 cm
Rsc	339,82 kN
Rcc	1221,97 kN
Rst	1561,79 kN
esc	2,88 ‰
osc	43,48 kN/cm ²
Ast	35,92 cm ²
n	
Asc	7,82 cm ²
n	

Fonte: Autor (2022)

Figura 35 - Detalhamento do Exemplo 2 - Armadura Dupla

Primária ●

n por camadas 5

camadas 2

Taxa 2,18%

As 35,92

barras 8

Dupla ●

ϕ (mm) 12,5

n por camadas 6

camadas 2

As 7,82

barras 7

Pele ●

ϕ (mm) 6,3

As pele

barras por face

e

Detalhamento

Limpar Detalhamento

Usando altura útil calculada

Fonte: Autor (2022)

4.5 Detalhamento de Armadura Dupla e Armadura de pele

Figura 36 - Dados Exemplo 3 - Armadura de Pele

Classe de Agressividade Ambiental (CAA) II

Concreto C35 OK

Aço CA-50

Elemento: Vigas

Combinações Normais Tabela 12.1 NBR 6118:2014

Ações Permanentes Desfavoráveis

Tabela 11.1 NBR 6118:2014

Tamanho da Peça

Altura útil

Estimada

Calculada

bw 30 cm

h 70 cm

d est 65,12 cm

d cal 63,25 cm

φ 25,0 mm

φe 6,3 mm

Agregado Basalto e Diabásio Brita 1

Momento Solicitante característico

Msk 600 kNm

Unidades

Fonte: Autor (2022)

Figura 37 - Propriedades Exemplo 3 - Armadura de Pele

fyk	500 MPa
c nom	30 mm
fck	35 MPa
γc	1,4
γs	1,15
γf	1,4

fcd	2,50 kN/cm ²
fyd	43,48 kN/cm ²
εyd	2,07 ‰
εc2	2 ‰
εcu	3,5 ‰

Fonte: Autor (2022)

Figura 38 - Cálculos Preliminares Exemplo 3 - Armadura de Pele

1 Valores de Cálculo

Msd=γf*Msk

Msd 84000 kN.cm

2 Calculos preliminares

αe 1,2

se 20 MPa < fck < 50 MPa então $E_c = \alpha_e \cdot 5700 \cdot \sqrt{f_{ck}}$

se fck > 50 MPa então $E_c = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_e \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25\right)^{1/3}$

$E_c = \alpha_e \cdot 5700 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 1,2 \cdot 5700 \cdot \sqrt{35}$

E_c 40465,99 MPa

λ 0,8

αc 0,85

x 32,88 cm

y 26,30 cm

Fonte: Autor (2022)

Figura 39 - Verificação de ductilidade Exemplo 3 - Armadura de Pele

3 Verificação de Dutilidade e domínios		
fck<50	$\beta_{m\acute{a}x}$	0,45
fck>50	$\beta_{m\acute{a}x}$	0,35
x max		28,46 cm
xLim 2-3		16,40 cm
xLim 3-4		39,74 cm
x adot		28,46 cm
y		22,77 cm
β_x		0,45
ϵ_{cd}		3,50 ‰
ϵ_{sd}		4,28 ‰
ϵ_{st}		4,28 ‰
σ_{st}		43,48 kN/cm ²

Fonte: Autor (2022)

Figura 40 - Cálculo da armadura dupla Exemplo 3 - Armadura de pele

4.2 Momento de Calculo Limite para Armadura dupla		
$B_x < 0,45$	β_x	0,45
$M_{rd,lim} = 0,68 * b_w * B_x * d^2 * f_{cd} * (1 - 0,4 * B_x)$		
Mrd,lim		75274,68 kN.cm
Mrd,lim		752,75 kN.m
d'		4,26 cm
Rsc		147,91 kN
Rcc		1451,47 kN
Rst		1599,38 kN
ϵ_{sc}		2,98 ‰
σ_{sc}		43,48 kN/cm ²
Ast		36,79 cm ²
n		
Asc		3,40 cm ²
n		

Fonte: Autor (2022)

Figura 41 - Cálculo da armadura mínima, máxima e pele Exemplo 3 - Armadura de pele

5 Armadura Mínima		
Ic		857500 cm ⁴
yt		35 cm
ws		24500,00 cm ³
fctk,sup		4,17 MPa
$M_{d\ min} = 0,8 * w_0 * f_{ctk,sup}$		
Md min		8178,98 kNcm
a	b	c
	-86508,53	216271,33 -8178,98
β_x		0,038
As min		2,93 cm ²
ou		
$\rho_s = 0,15\%$		
As min		3,15 cm ²
As máx		84 cm ²
6 Armadura de Pele		
As pele		2,1 cm ² / face
Em vigas com altura superior a 60 cm, a utilização de armadura de pele é necessária		

Fonte: Autor (2022)

Figura 42 - Detalhamento Exemplo 3 - Armadura de pele

Primária ●		<input type="button" value="Detalhamento"/> <input type="button" value="Limpar Detalhamento"/>
n por camadas	5	
camadas	2	
Taxa	1,87%	
As barras	36,79	
Dupla ●		
φ (mm)	12,5	
n por camadas	6	
camadas	1	
As barras	3,40	
Pele ●		<p>Usando altura útil calculada</p>
φ (mm)	6,3	
As pele	2,1	
barras por face	7	
e	20	

Fonte: Autor (2022)

4.6 Detalhamento de CRFP

Figura 43 - Dados Exemplo 4 - CRFP

Classe de Agressividade Ambiental (CAA) II

Concreto C35

Aço CA-50

Elemento: Vigas

Combinações Normais Tabela 12.1 NBR 6118:2014

Ações Permanentes Desfavoráveis

Tabela 11.1 NBR 6118:2014

Tamanho da Peça

bw 30 cm

h 70 cm

d est 65,12 cm

d cal 65,12 cm

φ 25,0 mm

φe 6,3 mm

Agregado Basalto e Diabásio Brita 1

Momento Solicitante característico

Msk 125 kNm Unidades

Altura útil

Estimada

Calculada

Fonte: Autor (2022)

Figura 44 - Propriedades Exemplo 4 - CRFP

<input type="checkbox"/> Definir resistência da fibra		camadas	1
		n por camada	5
		n	3
Fibra	Carbono	#	19
ffu*	1100 MPa	φf	19,1 mm
efu*	0,009973 mm/mm	df	65,415 cm
Ef	110300 MPa	C E	1

Fonte: Autor (2022)

Figura 45 - Valores de Cálculo Exemplo 4 - CRFP

1. Valores de Cálculo	
ffu = Ce . ffu*	
ffu = (1) . (1100)	
ffu	1100 MPa
efu = Ce . efu*	
efu = (1) . (0,01)	
efu	0,0100 mm/mm

Fonte: Autor (2022)

Figura 46 - Cálculos preliminares Exemplo 4 - CRFP

2 Cálculos preliminares	
se 17 MPa < fcd < 27 MPa então β1 = 0,85	
se fcd > 27 MPa então β1 = 1,05 - 0,05 . $\frac{f_{cd}}{6,9}$	
β1 = 0,85	
β1	0,85
ρf = Af/(b.d)	
ρf = 8,61/(30.65,42)	
ρf	0,0044

Fonte: Autor (2022)

Figura 47 - Cálculos de resistências momentos e taxas Exemplo 4 - CRFP

$f_f = \left[\sqrt{\frac{(E_f \cdot \epsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f_{cd}}{\rho_f} \cdot E_f \cdot \epsilon_{cu}} - 0,5 \cdot E_f \cdot \epsilon_{cu} \right]$	
ff	{\sqrt{[(110300.0,35\%)^2/4+(0,85.0,85.25)/0.110300.0,35\%]}-0,5.110300.0,35\%}
ff	1083,40 MPa
$M_n = \rho_f \cdot f_f \cdot \left(1 - 0,59 \cdot \frac{\rho_f \cdot f_f}{f_{cd}} \right) \cdot b \cdot d^2$	
Mn	0,0044 . 1083,4 . (1 - 0,59 . 0,0044.1083,4/(25)). 300 . (654,2)^2
Mn	540954,88 N.mm
Mn	540,95 kN.m
$\rho_{fb} = 0,85 \cdot \beta_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{fu}} \cdot \frac{E_f \cdot \epsilon_{cu}}{E_f \cdot \epsilon_{cu} + f_{fu}}$	
ρfb =	0,85.0,85.25.110300.0,0035/(1100.(110300.0,0035+1100))
ρfb	0,00471

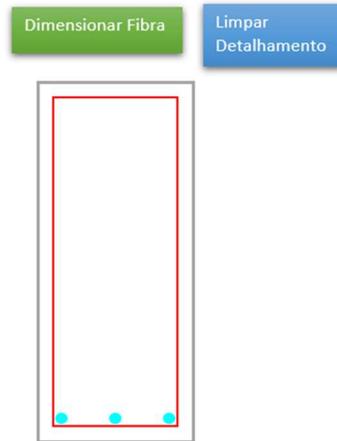
Fonte: Autor (2022)

Figura 48 - Comparação de momentos Exemplo 4 - CRFP

$\phi = \begin{cases} 0,5 \text{ para } \rho_f \leq \rho_{fb} \\ \frac{\rho_f}{2 \cdot \rho_{fb}} \text{ para } \rho_{fb} < \rho_f < 1,4 \cdot \rho_{fb} \\ 0,7 \text{ para } \rho_f \geq 1,4 \cdot \rho_{fb} \end{cases}$	
ρf<ρfb	
φ	0,5000
φ.Mn	27047,74 KN.cm
Mu	17500 KN.cm

Fonte: Autor (2022)

Figura 49 - Detalhamento Exemplo 4- CRFP



Fonte: Autor (2022)

4.7 Detalhamento de CRFP com definição de resistência

Figura 50 - Dados Exemplo 5 - CRFP

Classe de Agressividade Ambiental (CAA) II

Concreto C35 OK

Aço CA-50

Elemento: Vigas

Combinações Normais Tabela 12.1 NBR 6118:2014

Ações Permanentes Desfavoráveis

Tabela 11.1 NBR 6118:2014

Tamanho da Peça

bw 30 cm

h 70 cm

d est 65,12 cm

d cal 65,12 cm

φ 25,0 mm

φe 6,3 mm

Altura útil

Estimada

Calculada

Agregado Basalto e Diabásio Brita 1

Momento Solicitante característico Msk 200 kNm

Unidades

Fonte: Autor (2022)

Figura 51 - Propriedades Exemplo 5 - CRFP

		camadas	1
		n por camada	5
<input checked="" type="checkbox"/> Definir resistência da fibra		n	4
Fibra	Carbono	#	19
ffu*	1500 MPa	φf	19,1 mm
εfu*	0,0125 mm/mm	df	65,415 cm
Ef	120000 MPa	C E	1

Fonte: Autor (2022)

Figura 52 - Valores de Cálculo Exemplo 5 - CRFP

1. Valores de Cálculo	
ffu = Ce . ffu*	
ffu = (1) . (1500)	
ffu	1500 MPa
εfu = Ce . εfu*	
εfu = (1) . (0,0125)	
εfu	0,0125 mm/mm

Fonte: Autor (2022)

Figura 53 - Cálculos preliminares Exemplo 5 - CRFP

2 Cálculos preliminares

se $17 \text{ MPa} < f_{cd} < 27 \text{ MPa}$ então $\beta_1 = 0,85$
 se $f_{cd} > 27 \text{ MPa}$ então $\beta_1 = 1,05 - 0,05 \cdot \frac{f_{cd}}{6,9}$

$\beta_1 = 0,85$
 β_1 $0,85$

$\rho_f = A_f / (b \cdot d)$
 $\rho_f = 11,48 / (30 \cdot 65,42)$
 ρ_f $0,0058$

Fonte: Autor (2022)

Figura 54 - Cálculos de resistências momentos e taxas Exemplo 5 - CRFP

$$f_f = \sqrt{\frac{(E_f \cdot \epsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f_{cd}}{\rho_f} \cdot E_f \cdot \epsilon_{cu} - 0,5 \cdot E_f \cdot \epsilon_{cu}}$$

ff $\sqrt{[(120000 \cdot 0,35\%)^2 / 4 + (0,85 \cdot 0,85 \cdot 25) / 0,01 \cdot 120000 \cdot 0,35\%] - 0,5 \cdot 120000 \cdot 0,35\%}$
 ff $948,92 \text{ MPa}$

$$M_n = \rho_f \cdot f_f \cdot \left(1 - 0,59 \cdot \frac{\rho_f \cdot f_f}{f_{cd}}\right) \cdot b \cdot d^2$$

Mn $0,0058 \cdot 948,92 \cdot (1 - 0,59 \cdot 0,0058 \cdot 948,92 / (25)) \cdot 300 \cdot (654,2)^2$
 Mn $618374,05 \text{ N.mm}$
 Mn $618,37 \text{ kN.m}$

$$\rho_{fb} = 0,85 \cdot \beta_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{fu}} \cdot \frac{E_f \cdot \epsilon_{cu}}{E_f \cdot \epsilon_{cu} + f_{fu}}$$

$\rho_{fb} = 0,85 \cdot 0,85 \cdot 25 \cdot 120000 \cdot 0,0035 / (1500 \cdot (120000 \cdot 0,0035 + 1500))$
 ρ_{fb} $0,00291$

Fonte: Autor (2022)

Figura 55 - Comparação de momentos Exemplo 5 - Fibras de Carbono

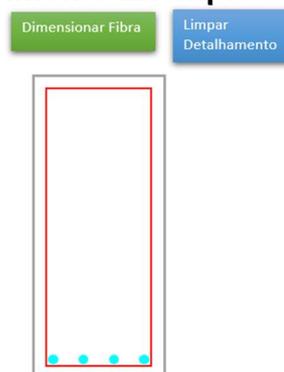
$$\phi = \begin{cases} 0,5 & \text{para } \rho_f \leq \rho_{fb} \\ \frac{\rho_f}{2 \cdot \rho_{fb}} & \text{para } \rho_{fb} < \rho_f < 1,4 \cdot \rho_{fb} \\ 0,7 & \text{para } \rho_f \geq 1,4 \cdot \rho_{fb} \end{cases}$$

$\rho_f > 1,4 \cdot \rho_{fb}$
 ϕ $0,7000$

$\phi \cdot M_n$ $43286,18 \text{ KN.cm}$
 Mu 28000 KN.cm

Fonte: Autor (2022)

Figura 56 - Detalhamento Exemplo 5- Fibras de Carbono



Fonte: Autor (2022)

CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES

Os organismos oficiais tendem a considerar estes materiais como soluções para o futuro e já fornecem guias para dimensionamento, no entanto, a falta de uma uniformização de critérios de análise dos materiais e a não existência de normas concretas para dimensionamento são das principais lacunas a colmatar para a difusão de FRP para soluções estruturais.

Da análise realizada ao estado atual do conhecimento pode-se descrever como elevado o interesse da comunidade científica e de entidades oficiais nos materiais FRP. Da comunidade científica e acadêmica tem surgido cada vez mais estudos demonstrando todas as potencialidades, e vantagens, da utilização de materiais compósitos na engenharia civil.

Os resultados obtidos através da utilização da aplicação são satisfatórios, sendo muito aproximados aos esperados, nos exemplos aplicados. A utilização da aplicação em qualquer um dos exemplos, presente nesta dissertação, revela que a automatização de cálculo permite uma atualização constante dos dados, i.e., ao ser utilizada a aplicação e ocorrendo a necessidade de alterar um determinado parâmetro os valores são todos atualizados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 440.2R-08**: Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures. ACI Committee 440. Detroit, USA, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Concreto – Projeto de estruturas de concreto - Procedimento, Rio de Janeiro, 2014.

CALLISTER JR., W. D. **Ciência e engenharia dos materiais**: uma introdução. Tradução: Sérgio Murilo Stamile Soares. 705 p. 7ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

CALLISTER JR., W. D.; RETHWISCH, D. G. **Ciência e engenharia dos materiais**: uma introdução. Tradução: Sérgio Murilo Stamile Soares. Revisão técnica: José Roberto Moraes d'Almeida. 817 p. 8ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

NEVILLE, A. M. **Propriedades do concreto**. 5ª ed. São Paulo: Bookman, 2016.

NEVILLE, A. M.; BROOKS, J. J. **Tecnologia do concreto**. 2ª ed. São Paulo: Bookman, 472 p. 2013.

RIBEIRO, S. E. C.; DINIZ, S. M. C. Reliability-based design recommendations for FRPreinforced concrete beams. *Engineering Structures*, v. 52, p. 273-283, July 2013

SOBRAL, E. S. **Propriedades do concreto fresco**. In.: Luiz Alfredo Falcão Bauer (Org.) *Materiais de construção*. Revisão Técnica: João Fernando Dias. 471 p. 5ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

APÊNDICE A

A seguir são apresentados

A.1 RESULTADOS DE DIMENSIONAMENTO EXEMPLO

Na ACI 440.1 -R3 apresenta o seguinte exemplo:

$$h = 35,6 \text{ cm}$$

$$b = 17,8 \text{ cm}$$

$$f_f u = 620,6 \text{ MPa}$$

$$F_c d = 27,6 \text{ MPa (Equivalente ao concreto 35 MPa)}$$

$$M_u = 15,93 \text{ kN.m}$$

$$\rho_f = 0,009 /$$

$$\rho_f b = 0,0086$$

$$\phi = 0,522$$

$$\phi \cdot M_u = 22,8 \text{ kN.m}$$

Chegando que seriam necessárias duas barras não metálicas de GRFP #16.

No programa, chegamos ao mesmo resultado.

Figura 57 - Propriedades Exemplo

c nom	38,0 mm		
ϕ_e	9,5 mm		
		camadas	1
<input checked="" type="checkbox"/> Definir resistência da fibra		n por camad	3
		n	2
FRP Bar	GRFP	#	16
$f_f u^*$	620,6 MPa	ϕ_f	15,9 mm
$\epsilon_f u^*$	0,013852679 mm/mm	d_f	24,955 cm
E_f	44800 MPa	C E	0,8

Fonte: Autor (2022)

Figura 58 - Valores de Cálculo Exemplo

1. Valores de Cálculo	
$f_{fu} = C_e \cdot f_{fu}^*$	
$f_{fu} = (0,8) \cdot (620,6)$	
f_{fu}	496,48 MPa
$\epsilon_{fu} = C_e \cdot \epsilon_{fu}^*$	
$\epsilon_{fu} = (0,8) \cdot (0,0139)$	
ϵ_{fu}	0,0111 mm/mm
2 Cálculos preliminares	
<i>se 17 MPa < f_{cd} < 27 MPa então $\beta_1 = 0,85$</i>	
<i>se f_{cd} > 27 MPa então $\beta_1 = 1,05 - 0,05 \cdot \frac{f_{cd}}{6,9}$</i>	
$\beta_1 = 1,05 - 0,05 \cdot (27,6)/6,9 = 0,85$	
β_1	0,85
$\rho_f = A_f/(b \cdot d)$	
$\rho_f = 5,74/(17,8 \cdot 24,8)$	
ρ_f	0,0130

Fonte: Autor (2022)

Figura 59 - Cálculos de resistências momentos e taxas Exemplo

$f_f = \sqrt{\frac{(E_f \cdot \epsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f_{cd}}{\rho_f} \cdot E_f \cdot \epsilon_{cu} - 0,5 \cdot E_f \cdot \epsilon_{cu}}$	
$f_f = \sqrt{\{(44800 \cdot 0,3\%)\^2/4 + (0,85 \cdot 0,85 \cdot 27,6)/0,01 \cdot 44800 \cdot 0,3\%} - 0,5 \cdot 44800 \cdot 0,3\%}$	
f_f	392,07 MPa
$M_n = \rho_f \cdot f_f \cdot \left(1 - 0,59 \cdot \frac{\rho_f \cdot f_f}{f_{cd}}\right) \cdot b \cdot d^2$	
$M_n = 0,013 \cdot 392,07 \cdot (1 - 0,59 \cdot 0,013 \cdot 392,07/(27,6)) \cdot 178 \cdot (248)\^2$	
M_n	49645,85 N.mm
M_n	49,65 kN.m
$\rho_{fb} = 0,85 \cdot \beta_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{fu}} \cdot \frac{E_f \cdot \epsilon_{cu}}{E_f \cdot \epsilon_{cu} + f_{fu}}$	
$\rho_{fb} = 0,85 \cdot 0,85 \cdot 27,6 \cdot 44800 \cdot 0,003 / (496,48 \cdot (44800 \cdot 0,003 + 496,48))$	
ρ_{fb}	0,00856

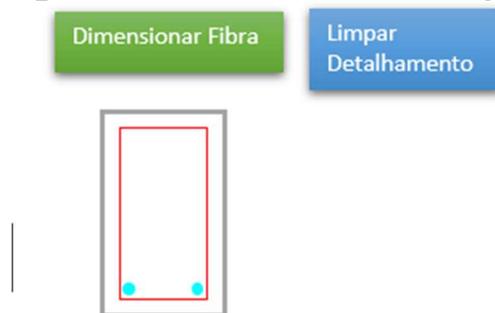
Fonte: Autor (2022)

Figura 60 - Comparação de momentos Exemplo

$\phi = \begin{cases} 0,5 & \text{para } \rho_f \leq \rho_{fb} \\ \frac{\rho_f}{2 \cdot \rho_{fb}} & \text{para } \rho_{fb} < \rho_f < 1,4 \cdot \rho_{fb} \\ 0,7 & \text{para } \rho_f \geq 1,4 \cdot \rho_{fb} \end{cases}$	
$\rho_f > 1,4 \cdot \rho_{fb}$	
ϕ	0,7000
$\phi \cdot M_n$	3475,21 KN.cm
M_u	2230 KN.cm

Fonte: Autor (2022)

Figura 61 - Detalhamento Exemplo



Fonte: Autor (2022)