

JOSÉ RICARDO FERREIRA OLIVEIRA

TESE DE DOUTORADO

DESENVOLVIMENTO DE TÉCNICAS EXPERIMENTAIS PARA ANÁLISE DOS
PARÂMETROS TERMOFÍSICOS PRESENTES NA EQUAÇÃO DA
BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

JOSÉ RICARDO FERREIRA OLIVEIRA

**DESENVOLVIMENTO DE TÉCNICAS EXPERIMENTAIS PARA ANÁLISE DOS
PARÂMETROS TERMOFÍSICOS PRESENTES NA EQUAÇÃO DA
BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR**

Tese apresentada como requisito à obtenção do grau de doutor em Engenharia Mecânica pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

Orientador: Prof. Dr. Gilmar Guimarães

Área de Concentração: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos.

Linha de Pesquisa: Dinâmica dos Fluidos e Transferência de Calor.

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

O48 2022	<p>Oliveira, José Ricardo Ferreira, 1985- DESENVOLVIMENTO DE TÉCNICAS EXPERIMENTAIS PARA ANÁLISE DOS PARÂMETROS TERMOFÍSICOS PRESENTES NA EQUAÇÃO DA BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR [recurso eletrônico] / José Ricardo Ferreira Oliveira. - 2022.</p> <p>Orientador: Gilmar Guimarães. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Modo de acesso: Internet. Disponível em: http://doi.org/10.14393/ufu.te.2022.578 Inclui bibliografia. Inclui ilustrações.</p> <p>1. Engenharia mecânica. I. Guimarães, Gilmar, 1960- (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós- graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 621</p>
-------------	--



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1M, Sala 212 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
Telefone: (34) 3239-4282 - www.posmecanicaufu.com.br - secposmec@mecanica.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Mecânica				
Defesa de:	Tese de Doutorado Acadêmico, nº 341, COPEM				
Data:	11/11/2022	Hora de início:	08:30	Hora de encerramento:	12:10
Matrícula do Discente:	11813EMC009				
Nome do Discente:	José Ricardo Ferreira Oliveira				
Título do Trabalho:	Desenvolvimento de Técnicas Experimentais para Análise dos Parâmetros Termofísicos presentes na Equação da Biotransferência de Calor				
Área de concentração:	Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos				
Linha de pesquisa:	Dinâmica dos Fluidos e Transferência de Calor				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	"PROBLEMAS INVERSOS APLICADOS EM ENGENHARIA BIOMECÂNICA, PROCESSOS DE FABRICAÇÃO E EM SUPERFÍCIE DE MATERIAIS"				

Reuniu-se por meio de videoconferência a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, assim composta: Professores Doutores: Rosenda Valdés Arencibia - FEMEC/UFU; Enio Pedone Bandarra Filho - FEMEC/UFU; Antonio Gilson Barbosa de Lima - UFCG, Carlos José de Araujo - UFCG e Gilmar Guimarães - FEMEC/UFU, orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos, o presidente da mesa, Dr. Gilmar Guimarães, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



[nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.](#)



Documento assinado eletronicamente por **Rosenda Valdes Arencibia, Professor(a) do Magistério Superior**, em 11/11/2022, às 12:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.](#)



Documento assinado eletronicamente por **Enio Pedone Bandarra Filho, Professor(a) do Magistério Superior**, em 11/11/2022, às 15:05, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.](#)



Documento assinado eletronicamente por **Carlos José de Araújo, Usuário Externo**, em 11/11/2022, às 15:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.](#)



Documento assinado eletronicamente por **Antonio Gilson Barbosa de Lima, Usuário Externo**, em 12/11/2022, às 10:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.](#)



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site

[https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0)

[acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **4053458** e o código CRC **51BF3886**.

AGRADECIMENTOS

À Fabiana, pela coragem, paciência, companheirismo, parceria e amor.

Ao Professor Gilmar, pela oportunidade, ética, ensinamentos e conselhos paternos.

À Cecília e à Maria Valentina, por serem minhas fontes de carinho e motivação.

À amiga Hortência e aos amigos Felipe Tabosa e Paulo César, pelo incentivo.

Ao amigo Andersson Guimarães, por compartilhar os mesmos propósitos de vida.

Aos amigos que fiz no doutoramento, Letícia, Léo e Zé Aguiar, por serem quem são.

À minha mãe, Íris, e às minhas irmãs, Laís e Lara, pela perene fé no meu sucesso.

Ao Padre José Anchieta e à Milson, pelo acolhimento em Uberlândia.

Aos meus cunhados, Anderson e Fábio, por todo apoio.

Aos sobrinhos Lara e Fábio, pela alegria e respeito.

Aos colegas Vinícius, Jefferson, Alisson e Guilherme, pelo bom convívio no LTCME.

Às meninas da secretaria da Pós, especialmente à Lu, por todo suporte concedido.

À Professora Rosenda Arencibia, pela serenidade e alta qualidade de ensino.

Ao Professor e amigo Daniel Dall'Onder, pelo reconhecimento em vários momentos.

Aos Professores Celso Rosendo e Carlos José, por serem meus exemplos.

À Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UFU, pela excelência acadêmica.

À CAPES, pela concessão de bolsa de estudo durante o meu doutoramento.

Às pessoas que direta ou indiretamente colaboraram com este trabalho.

Ao povo nordestino. Venci por vocês.

*“Andar com fé eu vou
que a fé não costuma faiá [...].”*

(Gilberto Gil)

RESUMO

Este trabalho objetiva desenvolver técnicas experimentais para avaliar as propriedades termofísicas da Equação de Biotransferência de Calor. O estudo foi realizado em tecidos *in-vitro*, denominadas fantomas, que mimetizam o tecido humano. Os fantomas são constituídos de silicone e partículas magnéticas nanométricas. Os experimentos para estimar difusividade térmica e condutividade térmica consistem no aquecimento parcial dos fantomas em apenas uma superfície ativa. Mede-se o fluxo de calor e a temperatura em dois pontos distintos da superfície. Aplicou-se o método a dois modelos térmicos distintos usando o mesmo conjunto de dados experimentais. O primeiro modelo utilizou a razão entre duas temperaturas superficiais medidas para estimar a difusividade térmica. O problema inverso foi então resolvido com Inferência Bayesiana. O segundo modelo aplicou Inferência Bayesiana aos valores teóricos e experimentais das temperaturas para determinar a máxima verossimilhança da função erro quadrático de temperatura, obtendo assim a condutividade térmica. A geração metabólica foi analisada a partir do aquecimento uniforme da amostra através de indução eletromagnética. A variação de temperatura em função do tempo foi medida em dois pontos da superfície e, através da Inferência Bayesiana, estima-se a geração de calor do fantoma. A influência da perfusão nas propriedades termofísicas foi avaliada num fantoma que possui canais internos para circulação de água. Aplica-se a razão de temperaturas e a Inferência Bayesiana para estimar a difusividade térmica e a condutividade térmica. Verifica-se que a perfusão pouco influencia na capacidade calorífica volumétrica da amostra. A quantificação das incertezas de medição indica que as propriedades estimadas possuem dispersão menor que 18,0 %, com 95,45 % de confiabilidade e fator de abrangência igual a 2,00. Por fim, um estudo realizado no COMSOL® explora a aplicação prática da técnica através de análises em tecidos simulados com perfusão e metabolismo.

Palavras-Chave: Equação da Biotransferência de Calor; Propriedades Termofísicas; Tecidos *in-vitro*; Inferência Bayesiana; Problemas Inversos; Quantificação de Incertezas.

ABSTRACT

This work aims to develop experimental techniques to evaluate the thermophysical properties of the Bioheat Transfer Equation. The study was performed on *in-vitro* tissues, called phantoms, which mimic human tissue. The phantoms are made of silicon and nano-sized magnetic particles. The experiments to estimate thermal diffusivity and thermal conductivity consist of partial heating of the phantoms on only one active surface. Heat flux and temperature are measured at two different points on the surface. The method was applied to two different thermal models using the same set of experimental data. The first model used the ratio between two measured surface temperatures to estimate the thermal diffusivity. The inverse problem was then solved with Bayesian Inference. The second model applied Bayesian Inference to the theoretical and experimental values of the temperatures to determine the maximum likelihood of the quadratic temperature error function, thus obtaining the thermal conductivity. Metabolic generation was analysed from uniform heating of the sample by electromagnetic induction. The time-dependent of the temperature variation was measured at two points on the surface and, through Bayesian Inference, the heat generation of the phantom was estimated. The influence of perfusion on thermophysical properties was evaluated on a phantom that has internal channels for water circulation. Temperature ratio and Bayesian Inference are applied to estimate the thermal diffusivity and thermal conductivity. It is found that perfusion has little influence on the volumetric heat capacity of the sample. Uncertainty quantification indicates that the estimated properties have a dispersion smaller than 18.0 %, with 95.45 % coverage probability and a coverage factor equal to 2.00. Finally, a study carried out in COMSOL® explores the practical application of the technique through analyses in simulated tissues with perfusion and metabolism.

Keywords: Bioheat Transfer Equation; Thermophysical Properties; *In-vitro* tissues; Bayesian Inference; Inverse Problems; Uncertainty Quantification.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1. Delineamento da técnica experimental.	20
Figura 3.2. Sistema físico unidimensional	22
Figura 3.3. Sistema físico tridimensional	23
Figura 3.4. Problema X22Y22Z22 – vista superior ($y = W$).	26
Figura 3.5. Modelo de biotransferência de calor	29
Figura 4.1. Modelo físico adotado.	35
Figura 4.2. Bancada experimental utilizado em experimentos 1D: A) Termopares; B) Transdutores; C) Resistência elétrica; D) Isolamento térmico; E) Fonte de potência; F) Amostra de PVC; G) Aquisitor de dados; H) Hardware; I) Transdutor de fluxo de calor; J) Visão geral da bancada.	42
Figura 4.3. Fluxo de calor imposto à amostra de PVC em experimentos 1D	44
Figura 4.4. Aumento de temperatura na amostra de PVC em experimentos 1D.....	45
Figura 4.5. PDF para α randômico via inferência bayesiana: PVC, modelo 1D.	46
Figura 4.6. Box-Plot da difusividade térmica estimada: PVC, modelo 1D.	46
Figura 4.7. PDF para k randômico via inferência bayesiana: PVC, modelo 1D.....	47
Figura 4.8. Box-Plot da difusividade térmica estimada: PVC, modelo 1D.	48
Figura 4.9. Montagem experimental utilizada nos experimentos 3D: A) Montagem e posicionamento da amostra; B) Resistência elétrica; C) Fonte de potência; D) Hardware; E) Aquisição de Dados; F) Termopares e Transdutor de fluxo de calor. .	49
Figura 4.10. Instrumentação da amostra de PVC para experimento 3D.	50
Figura 4.11. Fluxo de calor imposto à amostra de PVC em experimentos 3D	52

Figura 4.12. Aumento de temperatura na amostra de PVC em experimentos 3D....	52
Figura 4.13. PDF para α randômico via inferência bayesiana: PVC, modelo 3D.	53
Figura 4.14. Box-Plot da difusividade térmica estimada: PVC, modelo 3D.	54
Figura 4.15. Comparativo de α obtido pelos modelos 1D e 3D, com $M = 128$ amostragens.	54
Figura 4.16. PDF para k randômico via inferência bayesiana: PVC, modelo 3D.....	55
Figura 4.17. Box-Plot da difusividade térmica estimada: PVC, modelo 3D.	56
Figura 4.18. Comparativo de α obtido pelos modelos 1D e 3D, com $M = 128$ amostragens.	56
Figura 4.19. Temperaturas analíticas e experimentais: Modelo 3D, termopar T1. ...	57
Figura 4.20. Temperaturas analíticas e experimentais: Modelo 3D, termopar T2. ...	58
Figura 4.21. Desvio entre temperaturas analítica e experimental: Termopar T1.....	58
Figura 4.22. Desvio entre temperaturas analítica e experimental: Termopar T2.....	59
Figura 4.23. Fantasmas desenvolvidos para estimativa de α e k	61
Figura 4.24. Fluxo de calor imposto ao fantoma com 0,0 % em massa de Fe_3O_4 ...	63
Figura 4.25. Fluxo de calor imposto ao fantoma com 5,0 % em massa de Fe_3O_4 ...	63
Figura 4.26. Fluxo de calor imposto ao fantoma com 12,0 % em massa de Fe_3O_4 ..	64
Figura 4.27. Fluxo de calor imposto ao fantoma com 16,0 % em massa de Fe_3O_4 ..	64
Figura 4.28. Aumento de temperatura no fantoma com 0,0 % em massa de Fe_3O_4	65
Figura 4.29. Aumento de temperatura no fantoma com 5,0 % em massa de Fe_3O_4	65
Figura 4.30. Aumento de temperatura no fantoma com 12,0 % em massa de Fe_3O_4	66

Figura 4.31. Aumento de temperatura no fantoma com 16,0 % em massa de Fe_3O_4	66
Figura 4.32. PDF para α randômico via inferência bayesiana: 0,0 % em massa de Fe_3O_4	67
Figura 4.33. PDF para α randômico via inferência bayesiana: 5,0 % em massa de Fe_3O_4	68
Figura 4.34. PDF para α randômico via inferência bayesiana: 12,0 % em massa de Fe_3O_4	68
Figura 4.35. PDF para α randômico via inferência bayesiana: 16,0 % em massa de Fe_3O_4	69
Figura 4.36. PDF para k randômico via inferência bayesiana: 0,0 % em massa de Fe_3O_4	69
Figura 4.37. PDF para k randômico via inferência bayesiana: 5,0 % em massa de Fe_3O_4	70
Figura 4.38. PDF para k randômico via inferência bayesiana: 12,0 % em massa de Fe_3O_4	70
Figura 4.39. PDF para k randômico via inferência bayesiana: 16,0 % em massa de Fe_3O_4	71
Figura 4.40. Box-Plot da difusividade térmica estimada em fantomas.	71
Figura 4.41. Box-Plot da condutividade térmica estimada em fantomas.	72
Figura 4.42. Bancada experimental para aquecimento indutivo de fantomas: A) Circuito do aquecedor indutivo; B) Bobina de indução eletromagnética; C) Bomba para fluido de arrefecimento; D) Reservatório do fluido de arrefecimento; E) Célula de Peltier e dissipador de calor; F) Controle do termostato; G) Fonte de potência; H) Fantoma utilizado na bancada.	73
Figura 4.43. Aumento de temperatura no fantoma decorrente do aquecimento indutivo.	75
Figura 4.44. PDF para geração de calor randômica obtida via inferência bayesiana	77

Figura 4.45. Box-Plot da geração de calor estimada em fantomas.....	77
Figura 4.46. Bancada experimental desenvolvida nos experimentos de perfusão...	78
Figura 4.47. Fluxo de calor imposto ao fantoma com perfusão e sem Fe ₃ O ₄	79
Figura 4.47. Aumento de temperatura no fantoma com perfusão e sem Fe ₃ O ₄	80
Figura 4.48. PDF para α randômico: fantoma com perfusão e sem Fe ₃ O ₄	81
Figura 4.41. Box-Plot de α estimada em fantomas com e sem perfusão, ambos sem Fe ₃ O ₄	81
Figura 4.50. PDF para k randômico: fantoma com perfusão e sem de Fe ₃ O ₄	82
Figura 4.51. Box-Plot de k estimada em fantomas com e sem perfusão, ambos sem Fe ₃ O ₄	82
Figura 5.1. Fontes de erro na estimativa de propriedades termofísicas.....	85
Figura 5.2. Resíduos da razão de temperatura considerando diferentes valores de coeficiente de convecção de calor (h).	89
Figura 5.3. Coeficiente de sensibilidade da difusividade térmica.	89
Figura 5.4. Coeficiente de sensibilidade da condutividade térmica.	90
Figura 6.1. Fluxograma do estudo teórico em tecidos teóricos.....	91
Figura 6.2. Modelo físico 1D de biotransferência de calor.....	92
Figura 6.3. Condutividade térmica estimada de tecido teórico.....	97
Figura A.1. Montagem experimental para calibração do transdutor: A) Aquisitor de dados; B) Vacuômetro; C) Câmara de vácuo; D) Bomba de vácuo; E) Resistência elétrica; F) Transdutor; G) Amostra de material metálico; H) Apoios pontuais; I) Fonte de potência; J) Hardware.	111
Figura A.2. Curva de calibração do transdutor de fluxo de calor.....	112

Figura A.3. Bancada experimental desenvolvida para validação da calibração do transdutor de fluxo de calor: A) Aquisição de dados; B) Fonte de potência; C) Amostra, resistência elétrica e sensores; D) Amostra; E) Transdutor de fluxo de calor; F) Termopar tipo K da face aquecida; G) Termopar tipo K oposto ao aquecimento; H) Resistência elétrica.	113
Figura A.4. Medições realizadas: (a) Fluxo de Calor e (b) Diferença de Temperatura	115
Figura A.5. Histograma obtido pelo Método de Monte Carlo para condutividade térmica.	117
Figura B.1. Medições da bancada experimental 1D para fantasmas: (a) Fluxo de calor imposto e (b) aumento de temperatura. Amostra com 0,0 % de Fe ₃ O ₄	118
Figura B.2. Modelo 1D, fantoma com 0,0 % de Fe ₃ O ₄ : (a) Função densidade de probabilidade de α randômico e (b) Box-Plot de α estimado.	119
Figura B.3. Modelo 1D, fantoma com 0,0 % de Fe ₃ O ₄ : (a) Função densidade de probabilidade de k randômico e (b) Box-Plot de k estimado.....	119

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Valores médios e intervalo de confiança (IC) da sensibilidade (SB) e da especificidade (EP) de exames habituais para detecção de câncer de mama reportados na literatura (ARISTOKLI et al, 2022).	7
Tabela 4.1. Comparativo das propriedades termofísicas do PVC: Valores convencionais da literatura e valores obtidos neste trabalho, através do modelo 3D de transferência de calor.	48
Tabela 4.2. Dimensões características da amostra não condutora; regiões de aquecimento e posicionamentos dos termopares em $y = W$	51
Tabela 4.3. Comparativo das propriedades termofísicas do PVC: Valores convencionais da literatura e valores obtidos neste trabalho, através do modelo 3D de transferência de calor.	59
Tabela 4.4. Regiões de aquecimento e posicionamento dos termopares nos fantomas em $y = W$	62
Tabela 4.5. Propriedades estimadas dos fantomas em função do percentual em massa de partículas magnéticas (Fe_3O_4).	72
Tabela 4.6. Parâmetros das funções lineares ajustadas às medições de temperatura no fantoma ($SQR =$ Soma dos quadrados dos resíduos).	76
Tabela 4.7. Propriedades estimadas dos fantomas com e sem perfusão, ambos sem Fe_3O_4	83
Tabela 5.1. Tipos de avaliação da incerteza padrão.	86
Tabela 5.2. Incertezas expandidas da difusividade térmica e da condutividade térmica, com 95,45 % de confiança e fator de abrangência 2,00.	86
Tabela 5.3. Contribuição individual percentual da incerteza associada de variáveis de entrada na incerteza combinada da difusividade térmica.	86
Tabela 5.4. Contribuição individual percentual da incerteza associada de variáveis de entrada na incerteza combinada da condutividade térmica.	87
Tabela A.1. Incertezas associadas das variáveis de entrada.	116
Tabela A.2. Incertezas expandidas e suas funções densidade de probabilidade.	116

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Abreviaturas

<i>MM</i>	<i>Mamografia</i>
<i>MRI</i>	<i>Ressonância Magnética</i>
<i>PET</i>	<i>Tomografia por Emissão de Póstrons</i>
<i>US</i>	<i>Ultrassonografia</i>
<i>SB</i>	<i>Sensibilidade</i>
<i>EP</i>	<i>Especificidade</i>
<i>FP</i>	<i>Falso Positivo</i>
<i>FN</i>	<i>Falso Negativo</i>
<i>TC</i>	<i>Tomografia Computadorizada</i>
<i>IC</i>	<i>Intervalo de Confiança</i>
<i>IR</i>	<i>Infravermelho</i>
<i>PVC</i>	<i>Cloreto de Polivinila</i>
<i>PDF</i>	<i>Função Densidade de Probabilidade</i>
<i>FDPP</i>	<i>Função Densidade de Probabilidade a priori</i>
<i>MAP</i>	<i>Máximo a posteriori</i>
<i>ABS</i>	<i>Acrilonitrila Butadieno Estireno</i>
<i>PE</i>	<i>Poliestireno Expandido</i>
<i>SK</i>	<i>Assimetria</i>
<i>KT</i>	<i>Curtose</i>

Siglas

<i>IARC</i>	<i>Agência Internacional de Pesquisa sobre o Câncer</i>
<i>WHO</i>	<i>Organização Mundial de Saúde</i>
<i>INCA</i>	<i>Instituto Nacional do Câncer José Alencar Gomes da Silva</i>
<i>AWG</i>	<i>American Wire Gauge</i>
<i>JCGM</i>	<i>Joint Committee for Guides in Metrology</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Latinas

B	<i>Número de Biot</i>
c	<i>Calor Específico</i>
h	<i>Coefficiente de Convecção</i>
k	<i>Condutividade Térmica</i>
L	<i>Comprimento</i>
P	<i>Probabilidade</i>
Q	<i>Geração de Calor</i>
q''	<i>Fluxo de Calor</i>
R	<i>Largura</i>
t	<i>Tempo</i>
T	<i>Temperatura</i>
$T(X)$	<i>Temperatura analítica</i>
Y	<i>Temperatura experimental</i>

Letras Gregas

α	<i>Difusividade Térmica</i>
β_i	<i>Estimadores Bayesianos</i>
β_m	<i>Autovalor</i>
γ_m	<i>Autovalor</i>
μ_p	<i>Autovalor</i>
ε	<i>Erro</i>
θ	<i>Temperatura</i>
ρ	<i>Massa Específica</i>
σ^2	<i>Variância</i>
χ	<i>Função Erro Quadrático</i>
ω	<i>Perfusão Sanguínea</i>

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2	4
REVISÃO DA LITERATURA	4
2.1 O CÂNCER DE MAMA	4
2.2 TÉCNICAS TERMOMÉTRICAS PARA IDENTIFICAÇÃO DE CÂNCER	9
2.3 EQUAÇÃO DA BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR	14
2.4 ESTIMATIVA DE PROPRIEDADES TÉRMICAS DE TECIDOS VIVOS	16
CAPÍTULO 3	20
FUNDAMENTOS TEÓRICOS: CONCEPÇÃO E MODELAGEM DA TÉCNICA EXPERIMENTAL <i>IN VITRO</i>	20
3.1 DELINEAMENTO DA TÉCNICA EXPERIMENTAL	20
3.2 SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO 1D	22
3.3 SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO 3D	23
3.4 O MODELO 3D DE BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR	29
CAPÍTULO 4	35
ANÁLISE E OBTENÇÃO DE PARÂMETROS TERMOFÍSICOS DA EQUAÇÃO DA BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR EM TECIDOS <i>IN VITRO</i>	35
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	35
4.2 ESTIMATIVA DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA E DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA	36
4.2.1 Aplicação de Inferência Bayesiana para estimativa de parâmetros termofísicos	36
4.2.1.1 Aplicação da razão de temperaturas e inferência bayesiana para estimativa da difusividade térmica	40
4.2.1.2 Aplicação da inferência bayesiana para estimativa da condutividade térmica	41
4.2.2 Medição de propriedades termofísicas em modelos sem geração e sem metabolismo ...	42
4.2.2.1 Bancada para experimentos com modelo 1D	42
4.2.2.2 Bancada para experimentos com modelo 3D	49

4.3 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS COM FANTOMAS	60
4.3.1. Estimativa de difusividade térmica e condutividade térmica de fantomas	60
4.3.2. Estimativa da geração de calor em fantomas	73
4.3.3. Influência da perfusão nas propriedades termofísicas	78
CAPÍTULO 5	84
QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS	84
5.1 INCERTEZAS ASSOCIADAS ÀS ESTIMATIVAS DE DIFUSIVIDADE TÉRMICA E DE CONDUCTIVIDADE TÉRMICA	84
5.2 ANÁLISE QUALITATIVA DA INCERTEZA DA HIPÓTESE DE ISOLAMENTO TÉRMICO NA AMOSTRA DE PVC E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	87
CAPÍTULO 6	91
PROSPECÇÃO DA TÉCNICA PARA MEDIÇÃO DE PARÂMETROS TERMOFÍSICOS EM TECIDOS VIVOS	91
6.1. MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM TECIDOS VIVOS	92
6.2 ESTIMATIVA DE PROPRIEDADE TERMOFÍSICA DE UM TECIDO VIVO TEÓRICO	96
CAPÍTULO 7	98
CONCLUSÕES	98
REFERÊNCIAS.....	102
APÊNDICE A	111
CALIBRAÇÃO DO TRANSDUTOR DE FLUXO DE CALOR	111
A.1 MONTAGEM EXPERIMENTAL	111
A.2 VALIDAÇÃO DA CALIBRAÇÃO	113
APÊNDICE B	118
BANCADA EXPERIMENTAL 1D PARA FANTOMAS.....	118

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Segundo a Organização Mundial da Saúde (WHO), o câncer de mama foi o câncer mais diagnosticado em 2020, com 2,26 milhões de novos casos naquele ano. Trata-se do câncer com maior taxa de letalidade entre as mulheres, sendo responsável por 685 000 óbitos em todo mundo em 2020, o que corresponde a 7 % do total de mortes por câncer no planeta. Segundo a WHO, até 2040, a incidência de câncer de mama aumentará em 1/3, e a mortalidade desta enfermidade aumentará em quase 50 %. O câncer de mama é uma doença altamente curável quando detectada precocemente, porém altamente mortífera caso descoberta tardiamente.

O diagnóstico de câncer de mama pode ser realizado através de exames convencionais, quais sejam, mamografia, ultrassom e ressonância magnética, ou então através de exames mais recentes, como o PET/Scan. Contudo, estes são procedimentos desconfortáveis, invasivos e onerosos, onde, em alguns casos, o paciente fica exposto a radiações ionizantes durante os exames. Além disso, no tocante à mamografia, a probabilidade de identificar tumores em mulheres com mamas densas é muito baixa em relação às demais técnicas citadas. Existe ainda o inconveniente de pacientes com nanismo ou cadeirantes de realizar este procedimento.

Intentando reduzir o desconforto e o estresse gerado durante os exames convencionais de diagnóstico, faz-se necessário novos exames para triagem do câncer de mama, que sejam cômodos e não invasivos. Neste sentido, as técnicas termométricas apresentam grande potencial para detecção de inclusões em tecidos vivos, por serem procedimentos não invasivos.

O princípio físico das técnicas termométricas leva em conta que o crescimento celular desregulado num determinado tecido vivo, proveniente de um câncer, apresenta uma taxa metabólica maior, o que demanda um maior fluxo sanguíneo do que o tecido sadio circundante. Então, o calor adicional gerado é transferido ao tecido vizinho do tumor, causando perturbações no campo de temperatura superficial da pele. Esta perturbação pode ser observada através de câmeras infravermelhas ou por sensores de temperatura. As temperaturas medidas

são analisadas através de problemas inversos para inferir sobre a posição e o campo de temperatura tumoral. Este fato demanda técnicas experimentais capazes de estimar as propriedades termofísicas de tecidos vivos quando do conhecimento do campo térmico.

A Equação da Biotransferência de calor é um modelo matemático que relaciona o campo de temperatura de um tecido biológico com suas respectivas propriedades termofísicas. Neste sentido, o objetivo da presente Tese consiste em *desenvolver técnicas experimentais para análise de parâmetros termofísicos presentes na Equação da Biotransferência de Calor, como a difusividade térmica, condutividade térmica, geração metabólica e perfusão*. O diferencial deste trabalho constitui-se na aplicação da Inferência Bayesiana na solução de problemas inversos para estimativas de parâmetros termofísicos, considerando o aquecimento parcial de apenas uma superfície ativa de amostras *in-vitro* que mimetizam o tecido biológico.

De maneira específica, o presente trabalho visa:

- Modelar o problema direto 3D de transferência de calor num tecido vivo, considerando geração metabólica e perfusão sanguínea;
- Aplicar Inferência Bayesiana para resolver o problema inverso de transferência de calor, visando a estimativa de parâmetros termofísicos de um tecido *in vivo* ou *in-vitro*;
- Desenvolver bancadas experimentais para validação da técnica proposta em amostras isolantes, sem geração e sem perfusão;
- Fabricar amostras de tecidos *in-vitro* que mimetizam o tecido humano, no tocante à presença de metabolismo e perfusão no domínio físico;
- Desenvolver bancadas experimentais para analisar as propriedades termofísicas das amostras *in-vitro*;
- Quantificar as incertezas associadas aos parâmetros estimados.

Esta Tese encontra-se dividida em 7 Capítulos, a contar deste. No Capítulo 2 realiza-se uma revisão da literatura sobre os exames convencionais de identificação de câncer de mama, e quais os inconvenientes que possuem. Discute-se ainda sobre o potencial das técnicas termométricas como alternativa aos exames

habituais. Apresenta-se, ainda, a relação entre as técnicas termométricas e o modelo de Biotransferência de Calor de Pennes (1948).

No Capítulo 3 realiza-se a modelagem dos problemas diretos de condução de calor objetos deste estudo e apresenta-se o desenvolvimento das técnicas experimentais propostas no trabalho.

No Capítulo 4, inicialmente, apresenta-se os fundamentos da Inferência Bayesiana e o procedimento experimental de validação da técnica proposta. Na sequência, apresenta-se as bancadas experimentais para: a) estimativa de difusividade e condutividade térmica de tecidos *in-vitro*; b) estimativa da geração de calor *in-vitro* e c) avaliar a influência da perfusão na difusividade térmica e na condutividade térmica destas amostras.

No Capítulo 5 realiza-se uma análise quantitativa das incertezas de medição das incertezas associadas às variáveis de entrada do modelo, com base nas fontes de erro que podem afetar o resultado das propriedades estimadas. Procede-se também com uma análise da hipótese de isolamento térmico adotada na modelagem matemática do modelo 3D, além do estudo dos coeficientes de sensibilidade envolvidos na estimativa de parâmetros.

O Capítulo 6 apresenta um estudo numérico de estimativa de propriedades termofísicas de tecidos teóricos, visando identificar possíveis limitações da técnica quando da sua aplicação em tecidos *in vivo*.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões do estudo e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DA LITERATURA

2.1 O CÂNCER DE MAMA

Segundo Gonzalez-Hernandez *et al.* (2019), *câncer* é um termo utilizado para um grupo de distúrbios associados ao crescimento celular anormal. Estas células anormais possuem o potencial de se espalharem para outras partes do corpo (metástase). O câncer é classificado de acordo com sua extensão no instante do diagnóstico. Aqueles gerados em tecidos epiteliais são chamados de carcinomas. Carcinomas confinados nas camadas originais de tecido onde foram desenvolvidos são chamados de carcinomas *in situ* (estágios 0 e 1). Os tipos que entraram em outras camadas ou se espalharam para outras partes do corpo são referidos como carcinomas invasivos (estágios 2 a 4).

O câncer de mama se tornou o tipo de câncer mais comumente diagnosticado no mundo em 2020. A *Agência Internacional de Pesquisa sobre o Câncer (IARC)*, da *Organização Mundial da Saúde (WHO)*, estima que houve mais de 2,26 milhões de novos casos de câncer de mama e quase 685 000 mortes por câncer de mama em todo o mundo em 2020. O câncer de mama foi responsável por mais de 10 % de todos os novos casos de câncer e quase 7 % de todas as mortes por câncer em 2020. O câncer de mama foi a causa mais comum de morte por câncer em mulheres e a quinta causa mais comum de morte por câncer em geral. De acordo com Silva *et al.* (2018), o câncer de mama tem etiologia multifatorial que inclui fatores genéticos e de estilos de vida modificáveis, como sedentarismo, obesidade, dieta inadequada, ingestão de álcool e consumo de tabaco.

O ônus global da mortalidade por câncer de mama é marcado pela desigualdade. Em países de alta renda, onde o prognóstico para pacientes com câncer de mama é geralmente bastante favorável, existem disparidades na sobrevivência entre os diferentes grupos socioeconômicos. Em países de renda baixa e média, as barreiras ao diagnóstico e ao tratamento significam que as mulheres têm muito menos probabilidade de sobreviver à doença. Em 2020, meio milhão de mulheres em países de baixa e média renda morreram de câncer de mama; quase

três quartos das mortes globais pela doença ocorreram nesses países. Prevê-se que esta situação piore. A IARC estima que até 2040 a incidência de câncer de mama aumentará em mais de um terço, para mais de 3 milhões de novos casos por ano, e a mortalidade por câncer de mama aumentará em mais da metade, para mais de 1 milhão de mortes por ano. Esses aumentos serão impulsionados principalmente por fatores demográficos à medida que a população envelhece e os fatores de estilo de vida mudam, especialmente em países de baixa e média renda.

De acordo com o *Instituto Nacional de Câncer José Alencar Gomes da Silva* (INCA), para o Brasil, estimam-se 66 280 casos novos de câncer de mama para cada ano do triênio 2020-2022. Esse valor corresponde a um risco estimado de 61,61 casos novos a cada 100 mil mulheres. Sem considerar os tumores de pele não melanoma, o câncer de mama feminina ocupa a primeira posição mais frequente em todas as regiões brasileiras com um risco estimado de 81,06 por 100 mil na Região Sudeste; de 71,16 por 100 mil na Região Sul; de 45,24 por 100 mil na Região Centro-Oeste; de 44,29 por 100 mil na Região Nordeste; e de 21,34 por 100 mil na Região Norte.

Para Kandlikar *et al.* (2017), uma mama saudável consiste em glândulas que estão conectadas à superfície da pele por dutos. As glândulas e os dutos são envoltos por um tecido conjuntivo composto de vasos sanguíneos, linfonodos, canais linfáticos e nervos. O câncer de mama pode ser originado em qualquer parte da mama, onde mais de 20 tipos de câncer podem ser identificados, sendo o carcinoma ductal e o carcinoma lobular os tipos mais comuns. Chen *et al.* (2021) afirmam que o câncer de mama é uma doença altamente curável quando detectada precocemente, mas inevitavelmente mortal quando descoberta tardiamente. Mesmo diante deste cenário, dados estatísticos mostram que muitas mulheres com tumores de mama só procuram o hospital depois de sentirem um caroço bastante grande, após realização do autoexame (GATABI *et al.*, 2022).

De acordo com Barba *et al.* (2021), o câncer de mama adquire características biológicas específicas durante seu desenvolvimento que podem ser utilizadas para gerar melhores ferramentas de diagnóstico. Alterações metabólicas tumorais, variações de temperatura e da textura do tecido vivo podem consistir em fatores mensuráveis para sensores. Potenciais dispositivos, *softwares* e novas técnicas de biópsias podem utilizar esses fatores para o desenvolvimento de uma análise integrativa da agressividade do câncer levando a um melhor prognóstico. Contudo, a

implementação destes novos meios de diagnóstico requer ensaios clínicos que resultem evidências de segurança e eficácia, o que demanda tempo e elevados investimentos.

Métodos habituais de detecção e diagnóstico do câncer de mama na prática clínica incluem exames de mamografia (MM), ultrassonografia (US), ressonância magnética (MRI) e, recentemente, a Tomografia por Emissão de Pósitrons/Tomografia Computadorizada (PET/CT). A probabilidade de um tumor num determinado paciente ser detectado por uma destas técnicas é denominada sensibilidade (SB). A especificidade (EP) leva em consideração a precisão de diagnóstico positivo de uma técnica, ou seja, é probabilidade do diagnóstico fornecido por ela ser verdadeiro. Resultados falsos positivos (FP) ocorrem quando anomalias detectadas sugerem a presença de um câncer, mas, após exames complementares, esse diagnóstico não se comprova. Já os falsos negativos (FN) ocorrem quando existe a doença, mas o diagnóstico define que não.

De acordo com Menegaz e Guimarães (2019), a mamografia é o exame mais utilizado para detecção de anomalias mamárias. Consiste num exame de diagnóstico por imagem, que utiliza equipamentos geradores de raios-x para produzir radiação artificial e obter imagens. Estudos demonstraram que a exposição à radiação ionizante durante o exame pode induzir o aparecimento de câncer de mama. A mamografia muitas vezes não pode ser realizada em pacientes cadeirantes ou mulheres com baixa mobilidade ou nanismo — a mamografia exige que o paciente fique em pé. Além disso, requer a aplicação de contraste durante o exame, o que a torna uma técnica invasiva. De acordo com Li *et al.* (2019), os índices de falso positivo e falso negativo desta técnica são 62,1 % e 93,6 %, respectivamente.

A ressonância magnética (MRI) trata-se de um exame caro, que não detecta microcalcificações e, além disso, exige longos tempos de exame e imobilidade do paciente. A MRI utiliza um forte campo magnético junto com ondas sonoras pulsantes para obter uma imagem de alta resolução da mama em diferentes seções. Logo, pacientes com implantes metálicos não podem realizar esses exames devido ao alto campo magnético. Zacharioudakis *et al.* (2019) reportam valores de falsos positivos e falsos negativos de 92,3 % e 97,1 %, respectivamente.

A ultrassonografia (US) é uma técnica de diagnóstico por imagem que utiliza ondas sonoras de alta frequência para produzir imagens de estruturas internas do

corpo, permitindo a detecção de tecidos anômalos. De acordo com Liu et al (2020), apresenta percentuais de falsos positivos e falsos negativos equivalentes a 80,0 % e 73,5 %, respectivamente. Apresenta como inconvenientes o fato de as imagens obtidas pelo exame não conseguirem detectar microcalcificações e a dificuldade de obter imagens em pacientes obesos.

De acordo com Groheux e Hindie (2021), o PET/CT refere-se à técnica que combina a tomografia por emissão de pósitrons (PET) e a tomografia computadorizada de raios-X (TC) para obter imagens que identificam a localização anatômica da atividade metabólica anômala dentro do corpo. A técnica PET fornece informações da fisiologia do câncer em nível molecular, enquanto a TC produz imagens com as informações anatômicas. A principal desvantagem desta técnica é a exposição à radiação do paciente e do operador, fato que não pode ser mitigado. Outro inconveniente está na necessidade da aplicação de contraste durante o procedimento, tornando-o um exame invasivo. Conforme Kim et al (2020), apresenta valores de falsos positivos e falsos negativos iguais a 66,7 % e 97,2 %, respectivamente.

A Tabela 2.1 apresenta valores médios e os intervalos de confiança de sensibilidade (SE) e especificidade (ES) dos exames habituais de detecção de câncer de mama (MM, MRI e US) e das possíveis combinações entre estas técnicas. Estes valores foram reportados da literatura em recente trabalho de revisão de Aristokli *et al.* (2022).

Tabela 2.1. Valores médios e intervalo de confiança (IC) da sensibilidade (SB) e da especificidade (EP) de exames habituais para detecção de câncer de mama reportados na literatura (ARISTOKLI et al, 2022).

Exame	Média SB (%)	IC SB (%)	MÉDIA EP (%)	IC EP (%)
MM	54,5	27,0 - 86,8	85,5	62,9 - 98,8
MRI	94,6	85,6 - 100,0	74,2	25,0 - 100,0
US	67,2	26,9 - 87,5	76,8	18,8 - 96,9
MRI + MM	96,2	92 - 100	61,0	51,0 - 71,0
MRI + US *	94,5	-	65,7	-
MM + US	78,0	72,0 - 83,0	76,5	72,1 - 81,0
MRI + MM + US	97,7	95,0 - 100,0	63,3	37,1 - 87,5

(*) Apenas 1 trabalho reportado.

De acordo com a Tabela 2.1, a mamografia (MM) possui, de forma geral, sensibilidade menor do que outras técnicas convencionais (MRI e US). Este fato é mais agravante, sobretudo, em exames com pessoas que possuem tecidos mamários densos — característica comumente observada em pacientes com menos de 40 anos (MENEGAZ e GUIMARÃES, 2019). Neste caso, a sensibilidade e especificidade médias da MM são iguais a 48,7 % e 76,9 %, respectivamente. Comparativamente, o exame de ressonância magnética apresenta sensibilidade e especificidade médias iguais à 92,8 % e 62,1 %, respectivamente, para mamas com tecido denso (ARISTOKLI *et al.*, 2022). Como mencionado anteriormente, o PET/TC é um exame quem vem sendo adotado recentemente como alternativa aos exames convencionais. Resultados desta técnica podem ser vistos na pesquisa realizada por Kim *et al.* (2020), onde a sensibilidade e a especificidade do exame PET/CT em pacientes com menos 75 anos e tumores menores que 15 mm foram de 83,3 % e 93,3 %, respectivamente.

Nenhum dos exames convencionais (MM, MRI e US) é capaz sozinho de caracterizar anormalidades mamárias, sendo necessária para isso uma combinação entre estas técnicas. Na Tabela 2.1 é possível verificar elevadas possibilidades de detecção de tumores mamários quando a técnica MRI é combinada com a MM e/ou US. Entretanto, os valores de especificidade permanecem em patamares similares aos exames realizados isoladamente.

De acordo com Brabo *et al.* (2021), o desconforto e o estresse gerados durante os procedimentos convencionais de triagem e diagnóstico reduzem a disposição dos pacientes em realizar estes exames. Logo, são necessárias técnicas não-invasivas e confortáveis para triagem e o diagnóstico do câncer de mama. Neste sentido, novas técnicas de triagem e diagnóstico vem sendo desenvolvidas visando portabilidade, possíveis recursos vestíveis, conforto e conectividade aprimorada para compartilhamento de dados, além da associação de características biofísicas com dados clínicos.

Diante deste cenário, as técnicas termométricas apresentam grande potencial de detecção de inclusões em tecidos vivos. De acordo com Hakim e Awale (2020), a detecção de variações de temperatura da mama usando termografia pode revelar anormalidades, uma vez que a temperatura pode ser influenciada pelo aumento da atividade metabólica das células cancerígenas em comparação com mamas

saudáveis. De acordo com Mashekova *et al.* (2022), o princípio fundamental do diagnóstico por imagem infravermelha (IR) é que o crescimento desregulado das células apresenta uma taxa metabólica maior e requer mais fluxo sanguíneo do que o tecido saudável circundante. O calor adicional gerado é transferido ao tecido ao redor do tumor, causando um pico de temperatura na superfície da mama. Este pico de temperatura é observado usando imagens IR para detectar o tumor. O diagnóstico de câncer de mama usando termografia é baseado na identificação de características específicas dos padrões de calor da mama ao longo do tempo.

A próxima seção apresenta pesquisas empreendidas para o desenvolvimento de novas técnicas termométricas, visando a identificação de câncer.

2.2 TÉCNICAS TERMOMÉTRICAS PARA IDENTIFICAÇÃO DE CÂNCER

O trabalho de revisão apresentado por Kandlikar *et al.* (2017) procurou analisar o progresso ocorrido no uso de imagens térmicas para detecção de câncer de mama nas últimas três décadas além de apresentar aspectos que requerem um maior refinamento para que o uso de imagens térmicas se torne uma ferramenta confiável para o diagnóstico do câncer de mama. De acordo com os autores, embora as diretrizes atuais recomendem a mamografia para a triagem de pacientes, a sensibilidade e a especificidade desta técnica permanecem abaixo do ideal, especialmente para pacientes com tecido mamário denso. Avanços em câmeras infravermelhas que são usadas para obter imagens térmicas da mama, bem como ferramentas computacionais usadas para modelar com precisão a transferência de calor que ocorre dentro da mama, aumentaram significativamente a precisão da termografia. Avanços e sugestões recentes para trabalhos futuros no campo, incluindo o uso de métodos avançados de simulação, modelagem inversa e o uso de redes neurais artificiais para melhor prever a localização do tumor também são apresentados.

Em Sarigoz *et al.* (2018) foi apresentado o papel do diagnóstico de câncer de mama através da termografia infravermelha digital. A metodologia adotada neste trabalho consistiu inicialmente da seleção de 54 pacientes com alguma massa palpável nas mamas. Através da termografia infravermelha digital foram medidos os valores das temperaturas mínima, média e máxima de cada local da lesão e do lado oposto na mama. Após o exame de termografia infravermelha, todos os pacientes

foram submetidos a um exame de mamografia. Além disso, todas as lesões passaram por biopsia. Os resultados da termografia infravermelha digital foram comparados aos estudos histopatológicos. Os resultados obtidos mostraram que a termografia infravermelha digital pode diferenciar lesões benignas de malignas com sensibilidade de 95,24 % e especificidade de 72,73 %.

Zhou e Herman (2018) buscaram melhorar a detecção precoce do câncer de mama ao utilizarem a termografia infravermelha dinâmica. Esta técnica tem como objetivo aumentar o gradiente térmico através do resfriamento da mama. Um modelo de mama hemisférica 2D foi construído para calcular os perfis de temperatura de superfície estáveis e transitórios para tumores de diferentes dimensões (10 a 30 mm), profundidade (6,6 a 26,6 mm) e localização (15 mm a 90 mm). Tumores maiores e tumores mais próximos da superfície da pele deixam assinaturas térmicas suficientemente grandes ($-0,6\text{ }^{\circ}\text{C}$) para serem detectadas por imagens de infravermelhas de regime permanente. Tumores menores e mais profundos na porção média e inferior da mama, com contrastes térmicos abaixo de $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$, necessitam de imagens dinâmicas com resfriamento para obter um contraste térmico satisfatório para a detecção com infravermelho. Os resultados obtidos neste trabalho mostram que para ser obtido o máximo contraste térmico para tumores mais profundos e menores, o tecido deve ser resfriado por 5 a 15 minutos e, no máximo, o contraste térmico da fase de recuperação térmica aparece após 20 a 45 minutos. As influências da dimensão e profundidade do tumor no contraste térmico máximo foram analisadas sistematicamente para fornecer recomendações e diretrizes para aplicações clínicas.

Segundo Gonzalez-Hernandez *et al.* (2019), a termografia infravermelha da mama é uma técnica de rastreamento adjunta que tem sido associada à detecção de sinais precoces de câncer de mama. No entanto, seu sucesso foi limitado. A termografia infravermelha dinâmica foi introduzida para melhorar a detecção do câncer de mama e reduzir as taxas de falso positivo e falso negativo. Este trabalho analisa as diferentes modalidades de termografia infravermelha dinâmica, suas vantagens, deficiências e oportunidades para o desenvolvimento futuro. Este artigo também aborda avanços recentes, sugestões e direções possíveis para trabalhos futuros nas áreas de simulações numéricas, identificação automática de características e inteligência artificial para melhorar a detecção de câncer de mama usando termografia infravermelha dinâmica.

Lozano e Hassanipour (2019) procuraram delinear objetivamente evidências clínicas relacionadas com a termografia infravermelha como técnica de triagem e diagnóstico. Neste trabalho foram analisados 1527 pacientes com termogramas suspeitos numa população de 58 000 pacientes. Dos casos analisados, 18 % foram diagnosticados com câncer, enquanto 30 % foram diagnosticados com uma doença benigna da mama. Os restantes, cerca de 52 % (784 pacientes), foram inicialmente considerados normais. Deles, 298 pacientes (20 % do total) desenvolveram câncer de mama dentro de 4 anos, enquanto 486 pacientes (32 % do total) desenvolveram a doença. A conclusão da pesquisa foi que termogramas suspeitos forneceram um sinal de alerta precoce para os 20 % de pacientes normais que posteriormente desenvolveram câncer de mama dentro de 4 anos.

Gogoi *et al.* (2019) investigaram a eficiência da termografia infravermelha da mama, realizando análises baseadas em temperatura, intensidade e na localização do tumor. Nas análises baseadas em temperatura e intensidade, vários detalhes foram extraídos de cada termograma para caracterizar termogramas de mama saudáveis, benignos e malignos. Nas análises baseadas na localização do tumor os locais de regiões suspeitas em termogramas foram combinados com as localizações dos tumores em mamografias/imagens de citologia aspirativa por agulhas finas para comprovar a eficiência destas análises. Com base nos resultados deste estudo, a termografia infravermelha da mama apresenta potencial para ser utilizada como técnica proativa na detecção precoce de anormalidade mamária em população assintomática e, portanto, capaz de identificar os sujeitos que necessitam de atenção médica urgente.

Figueiredo *et al.* (2018) desenvolveram uma nova técnica capaz de identificar as coordenadas do centro geométrico de um tumor presente internamente em uma mama, usando apenas medidas de temperatura superficial adquiridas por uma câmera infravermelha. A técnica baseia-se no uso de correlações, soluções adimensionais do campo de temperatura na mama e definições de variáveis que não requerem conhecimento das propriedades térmicas e do metabolismo do tecido. Aplicações da técnica *in-vitro* (amostra de tecido fantasma ou *phantom tissue*) são apresentadas. O tecido fantasma é instrumentado com resistências elétricas de maneira a simular os efeitos internos de geração de calor causados por um tumor. Os resultados experimentais demonstram que o erro máximo na estimativa da profundidade do tumor foi de 3,82 mm. A técnica apresenta alto potencial para

aplicações *in vivo* e pode ser uma ferramenta eficaz para aumentar a especificidade na detecção de câncer de mama a partir de imagens infravermelhas.

Prosseguindo em seu trabalho, Figueiredo *et al.* (2019) tiveram como meta detectar e localizar os centros geométricos dos tumores mamários utilizando apenas temperaturas superficiais da pele da mama. A geometria anatômica 2D da mama foi simulada usando o *software* comercial COMSOL® para obter a distribuição da temperatura da pele nos três principais tipos de câncer de mama. Erros aleatórios de $\pm 2\%$ foram adicionados às temperaturas simuladas. A variação de temperatura causada por cada tipo de câncer no tecido saudável foi correlacionada com perfis de temperatura auxiliares. Esses perfis auxiliares de temperatura foram obtidos sem o conhecimento prévio das propriedades termofísicas do tumor, além dos valores médios de condutividade térmica e perfusão sanguínea das camadas de tecido mamário saudável. Os resultados mostraram que o erro máximo para a estimativa do centro geométrico foi de 0,32 cm para o carcinoma lobular invasivo, com diâmetro de 1 cm, posicionado a 5 cm da superfície da pele. Assim, Figueiredo *et al.* (2019) contribuíram para estudos que visam melhorar o uso da termografia infravermelha para o diagnóstico precoce do câncer de mama, pois os resultados mostraram que a localização de tumores utilizando apenas perfis de temperatura superficial não requer conhecimento prévio das propriedades termofísicas dos tecidos.

Figueiredo *et al.* (2020) apresentaram uma abordagem simplificada para a detecção precoce do câncer de mama por meio de imagens termográficas. Foi construído um modelo 3D de mama hemisférica composto por diferentes camadas (músculo, glândula, gordura e pele) para avaliar o comportamento térmico na superfície da pele a partir de simulações numéricas. O objetivo principal foi apresentar um conjunto de possíveis simplificações no processo de detecção precoce do câncer de mama por meio de imagens de IR. O modelo computacional foi criado usando o COMSOL e considerou sistematicamente as respostas térmicas superficiais da pele para tumores de diferentes tamanhos, profundidades, perfusões sanguíneas e condutividade térmica. Verificou-se que a alteração do tamanho, metabolismo, perfusão sanguínea e condutividade térmica de um tumor centralizado na mesma coordenada não modifica os perfis de variações de temperatura normalizadas na superfície da pele da mama. Assim, como uma das principais limitações na estimativa de tumores a partir de imagens termográficas está relacionada à dificuldade de se conhecer previamente as propriedades termofísicas

dos tecidos humanos, os resultados obtidos neste estudo fornecem valiosas simplificações para o diagnóstico precoce do câncer de mama por termografia infravermelha.

Menegaz e Guimarães (2019) desenvolveram um método que utiliza técnicas termográficas para a detecção de inclusões e que pode ser usado como alternativa na detecção precoce de tumores em mamas. A metodologia utilizada neste trabalho consistiu em realizar uma analogia entre sistemas térmicos e sistemas dinâmicos para detecção de inclusões, alterando a impedância destes sistemas. A impedância térmica refere-se à razão entre as variações da resposta da temperatura superficial da estrutura à aplicação de um fluxo de calor externo modulado. O procedimento proposto foi validado experimentalmente em materiais hiperplásticos com geometria simples. Fantomas de silicone (*phantom tissues*) foram analisadas. O método de impedância térmica mostrou sensibilidade para pequenas inclusões, demonstrando ter capacidade para detectar precocemente tumores mamários.

Segundo Verstockt *et al.* (2022), a variação da temperatura, tanto espacial quanto temporal, permite analisar como um corpo vivo regula a temperatura em seu estado basal, ou durante o exercício, e permite detectar diferentes anomalias tanto em corpos vivos quanto em corpos inertes. No corpo humano, a existência de alterações de temperatura permite identificar a presença de patologias na superfície ou subsuperfície da pele, desde a detecção de possíveis inflamações até ao diagnóstico precoce de vários tipos de câncer (predominantemente de pele, câncer de mama e de pulmão), enquanto a aplicação de uma variação de temperatura tanto na superfície quanto no interior de um corpo é um tratamento terapêutico cada vez mais utilizado para diversas doenças, como o câncer, por meio de diferentes técnicas, como a termoterapia intersticial induzida por laser.

Mukhmetov *et al.* (2021) mostraram uma técnica complementar à termografia infravermelha, que consiste numa análise numérica de características das pacientes, como geometria e padrões de temperatura da mama para detectar tumores no tecido mamário. De acordo com os autores, estudos anteriores na literatura utilizam modelos de mama semiesféricos idealizados sem validação experimental e dados personalizados. Para melhorar a precisão e confiabilidade do diagnóstico auxiliado por computador de tumores de mama, esta pesquisa define o modelo 3D real da mama em seu modelo numérico, que é validado por experimentos através da fabricação da mama usando impressão e moldagem 3D. É mostrado numérica e

experimentalmente que a geometria da mama é muito importante na determinação do campo de temperatura e na detecção do tumor mamário. Estudos computacionais posteriores mostram que para mamas com e sem tumores para tamanhos de copa variando de 120 a 260 mm e profundidade do tumor de 5 a 25 mm, as diferenças máximas nas temperaturas da superfície podem variar de 0,34 a 1,37 °C. O estudo concluiu que os principais fatores importantes para a detecção de modo preciso do tumor são a profundidade do tumor e a geometria da mama.

De acordo com Brabo *et al.* (2021), o exame por termografia infravermelha é incapaz de revelar características e detalhes anatômicos específicos em anormalidades teciduais, pois fornece apenas uma imagem térmica. Além disso, a medição de temperatura é realizada apenas na superfície, dificultando, deste modo, o diagnóstico de tumores profundos. Para superar essas limitações, os autores indicam que o processamento de termogramas deve ser realizado via problemas inversos. Através desta ferramenta matemática, os valores medidos da temperatura da pele são utilizados para deduzir a temperatura e a localização da inclusão. Isso é feito a partir da equação de biotransferência de calor, a qual relaciona propriedades termofísicas dos tecidos biológicos, como a condutividade térmica, a difusividade térmica, o metabolismo e a perfusão sanguínea. Estas propriedades, de acordo Patil e Maniyeris (2019), podem ser alteradas em tecidos danificados por células cancerígenas no corpo humano. A próxima seção apresenta a equação da biotransferência de calor e trabalhos que investigaram modelos que explicam o comportamento térmico de tecidos vivos.

2.3 EQUAÇÃO DA BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR

O trabalho de Pennes (1948) propõe um modelo térmico que descreve a transferência de calor em tecidos e órgãos humanos, assim como a relação entre o sangue arterial e a temperatura dos tecidos. Pode-se afirmar, portanto, que este modelo representa o balanço energético no interior dos tecidos biológicos vivos através da interação da perfusão sanguínea e do metabolismo. Apesar de sua simplicidade, o modelo matemático proposto por Pennes (1948) continua sendo a equação mais utilizada na descrição da transferência de calor e do campo de temperatura em tecidos biológicos vivos. A equação de Pennes é amplamente empregado por ser muito simples; representa uma forma modificada de equação de

condução de calor com o termo de perfusão sanguínea como termo de dissipador de calor. Contudo, de acordo com Andreozzi *et al.* (2022), não é um modelo tão preciso quanto outros modelos propostos devido suas suposições, como negligenciar a direção do fluxo sanguíneo, assumindo temperatura arterial constante para o termo do dissipador de calor e assumindo o equilíbrio térmico do tecido e da corrente sanguínea venosa.

A Equação da Biotransferência de Calor de Pennes pode ser escrita como:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T + \omega \rho_s c_s (T_a - T) + Q_m + Q_p, \quad (2.1)$$

onde ρ , c e k representam respectivamente, a massa específica, o calor específico e a condutividade térmica do tecido. As propriedades ω , ρ_s e c_s representam respectivamente a perfusão sanguínea, a massa específica e o calor específico do sangue, Q_m é a geração de calor metabólico, Q_p é o calor de uma fonte externa (que pode representar uma fonte adicional de calor devido alguma anormalidade das células), T é a temperatura do tecido e T_a é a temperatura arterial.

O trabalho de Xu *et al.* (2009) foi apresentado com objetivo de descrever analiticamente o processo de Biotransferência de Calor. Hazanee e Lesnic (2014) determinaram o coeficiente de perfusão sanguínea da Equação de Biotransferência de Calor, sob condições de contorno específicas, através da solução de um problema inverso pelo método de elementos de fronteira. Askarizadeh e Ahmadikia (2015) empregaram uma técnica analítica para resolver a Equação de Pennes, considerando as propriedades termofísicas do tecido, perfusão sanguínea, geração de calor metabólico e fluxo de calor imposto. Bojdi e Hemmat (2017) aplicaram o método *Wavelet* para resolver a equação de Pennes. Majdoubi *et al.* (2021) resolveram o problema de detecção de tumor cancerígeno invasivo a partir do perfil de temperatura do tecido canceroso. O processo envolve a geração de modelos de tumor de câncer que são baseados na equação de Pennes e o uso desses dados para treinar um modelo de rede neural que pode detectar os parâmetros do tumor de câncer a partir da distribuição do perfil de temperatura da superfície do corpo.

Nos trabalhos citados nesta seção, a solução analítica e/ou estudos numéricos da equação da biotransferência de calor dependem do conhecimento dos parâmetros termofísicos. Para isso, é necessário estabelecer técnicas experimentais

que possam identificar os parâmetros termofísicos presentes na Equação 2.1, como a difusividade térmica, a condutividade térmica e a perfusão sanguínea. Neste contexto, a próxima seção apresenta pesquisas associadas à medição de propriedades termofísicas de tecidos vivos.

2.4 ESTIMATIVA DE PROPRIEDADES TÉRMICAS DE TECIDOS VIVOS

Medições de propriedades termofísicas são extremamente importantes para prever o comportamento térmico não só em tecidos biológicos, mas também em várias aplicações de engenharia, como invólucros de edifícios, paredes de fornos, ferramentas de usinagem, corpos de motores, geradores e transformadores elétricos. De acordo com Carslaw e Jaeger (1959), os métodos de medição de propriedades termofísicas podem ser divididos em três categorias: (a) Métodos estacionários, (b) Métodos periódicos e (c) métodos transientes.

As técnicas estacionárias, com destaque para o método da placa quente protegida, são fundamentadas na lei de Fourier e amplamente utilizadas para medição de condutividade térmica, particularmente em materiais isolantes (FERREIRA-OLIVEIRA *et al.*, 2022). A maioria dos estudos que utilizam aquecimento periódico aplica o método de Angstrom (FERREIRA-OLIVEIRA *et al.*, 2021), bastante utilizado na estimativa de difusividade térmica de materiais condutores e isolantes. Os métodos *flash* (LI e AKOSHIMA, 2020) e do *fio quente* (JANNOT e DEGIOVANNI, 2019) são técnicas transitórias amplamente utilizadas para medição de propriedades termofísicas de condutores e isolantes. Contudo, a modelagem matemática dos métodos convencionais supracitados requer medição de temperatura em duas superfícies de acesso, tornando-as técnicas invasivas. Isto inviabiliza aplicações destas técnicas para medir parâmetros termofísicos em tecidos biológicos.

Patil e Maniyeris (2019) delinearam modelos computacionais unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais para estudar problemas de biotransferência de calor usando o método de diferenças finitas, visando a identificação térmica de cistos mamários. Em primeiro lugar, um modelo numérico baseado no método de diferenças finitas foi desenvolvido para resolver a equação de biotransferência de calor de Pennes em uma dimensão para obter perfis de temperatura normais à superfície da pele e validados com soluções analíticas existentes. Em segundo

lugar, o modelo numérico foi estendido para estudar o comportamento térmico da seção de mama humana embutida com cisto usando sistemas de coordenadas cilíndricas bidimensionais e validado com resultados de pesquisadores anteriores. O efeito do tamanho, localização e presença de múltiplos cistos na temperatura da superfície foi estudado. Por fim, o trabalho foi estendido para o caso de seção tridimensional da mama com cisto localizado no centro da mama. Os resultados numéricos obtidos usando modelos computacionais de uma, duas e três dimensões são muito úteis na detecção precoce de tecidos de câncer de mama e na localização dele dentro do corpo.

Bezerra *et al.* (2020) apresentaram uma metodologia para estimar propriedades térmicas com base nas imagens infravermelhas da mama. A temperatura máxima medida pela termografia na região da superfície da mama foi usada para estimar as propriedades termofísicas da mama e do tumor resolvendo um problema inverso. Para a simulação numérica foi adotado um software comercial que utiliza o Método dos Volumes Finitos. A Programação Quadrática Sequencial foi usada para resolver o problema inverso de transferência de calor para estimar a condutividade térmica e a perfusão sanguínea de tecidos mamários e tumores. Os resultados demonstraram que é possível determinar essas propriedades de forma satisfatória, embora apenas a temperatura máxima do termograma tenha sido utilizada. Com a metodologia proposta, foi possível determinar as propriedades termofísicas que mais influenciam a temperatura da superfície mamária. Os resultados obtidos com os valores ajustáveis da condutividade térmica da mama mostraram forte influência na temperatura superficial da mama. De acordo com os resultados, como a condutividade térmica da mama tem grande influência na temperatura de superfície da mama, foi proposta uma correlação empírica em função da idade das pacientes para determinar esse parâmetro. A distribuição de temperatura calculada usando esta correlação foi satisfatória.

Jena e Gupta (2021) apresentaram uma abordagem para estimar simultaneamente a condutividade térmica, capacidade calorífica volumétrica, difusividade térmica e efusividade térmica, a partir da resposta térmica medida em uma única superfície do material usando a técnica de termografia de aquecimento parcial. Os experimentos foram conduzidos em amostras poliméricas, que possuem baixa condutividade térmica. A abordagem proposta pode determinar mais de duas propriedades térmicas das amostras por vez a partir de sua resposta térmica obtida

experimentalmente, se mostrou mais promissora, pois pode determinar até quatro propriedades simultaneamente. Todas as propriedades térmicas estimadas experimentalmente apresentaram boa concordância com a literatura. Embora a abordagem tenha sido derivada para materiais isotrópicos, ela ainda pode ser usada para materiais que exibem comportamento anisotrópico — como é o caso dos tecidos vivos — e pode estimar as propriedades térmicas de espessura e capacidade térmica volumétrica de materiais anisotrópicos. Essa abordagem pode ser benéfica para aplicações *in situ* relacionadas à estimativa de propriedades térmicas e aplicações relacionadas à identificação de materiais.

Sudarsan *et al.* (2021) apresentaram um método computacional que faz uso da termometria de contato para estimar o centro geométrico, o tamanho e as propriedades termofísicas do tumor de mama. Sensores térmicos embutidos num dispositivo vestível mediram a temperatura de locais distintos da superfície da mama em tempo real. A distribuição contínua de calor sobre o domínio físico foi formulada usando análise direta de transferência de calor. O método de otimização estimou os parâmetros tumorais da mama, e um modelo térmico tridimensional foi desenvolvido a partir dos parâmetros estimados. Experimentos de laboratório em fantasmas de mama foram realizados para validar o método de estimativa. Além disso, as leituras de temperatura em tempo real de seres humanos foram registradas, e a localização e a dimensão estimadas foram comparados com os resultados da mamografia. Verificou-se que o centro geométrico bidimensional estimado e o tamanho do diâmetro do tumor correspondem aos resultados da mamografia. As propriedades termofísicas estimadas usando o método proposto tinham uma ordem superior em indivíduos com um tumor, tornando-o uma ferramenta para o rastreamento do câncer de mama.

Santos-Junior *et al.* (2022) apresentaram um método experimental para medir simultaneamente a condutividade térmica e a difusividade térmica de materiais sólidos condutores e não condutores, como liga de aço carbono 1045, carbetto de tungstênio e cloreto de polivinila (PVC). As amostras foram parcialmente aquecidas em uma superfície ativa e a temperatura foi medida em diferentes pontos da superfície para estimar as propriedades térmicas. O método foi ainda aplicado a dois modelos térmicos diferentes usando o mesmo conjunto de dados experimental. O primeiro modelo utilizou a razão de ganho entre duas temperaturas de superfície adquiridas para determinar a difusividade térmica. O problema inverso foi então

resolvido usando inferência Bayesiana. O segundo modelo aplicou a inferência Bayesiana sobre os valores teóricos e experimentais das propriedades para obter a máxima verossimilhança da função de erro quadrado da temperatura para estimar a condutividade térmica.

Tendo em vista a revisão da literatura, o presente trabalho é proposto visando o desenvolvimento de uma técnica experimental apropriada para análise dos parâmetros termofísicos da equação da biotransferência de calor. Esta técnica será fundamentada no método desenvolvido por este autor em coautoria com Santos-Júnior *et al.* (2022), cuja fundamentação teórica e modelagem matemática consiste no objeto do próximo capítulo.

Cumpre-se observar que esta técnica foi desenvolvida em parceria no LTCME (Laboratório de Ensino e Pesquisa em Transferência de Calor: Modelagem e Experimento), na Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, com dois objetivos:

- i. Aplicação em materiais metálicos (SANTOS-JÚNIOR *et al.*, 2022);
- ii. Aplicação em materiais não condutores, desenvolvida por este autor.

Este método possui grande potencial para aplicação em tecidos vivos por ser uma técnica não invasiva e possibilitar a estimativa de propriedades termofísicas em intervalos de tempo reduzidos, considerando pequenas variações de temperatura. No presente trabalho o estudo será restrito apenas a amostras *in-vitro*, denominadas fantasmas, sendo a aplicação da técnica em tecidos vivos escopo de trabalhos futuros.

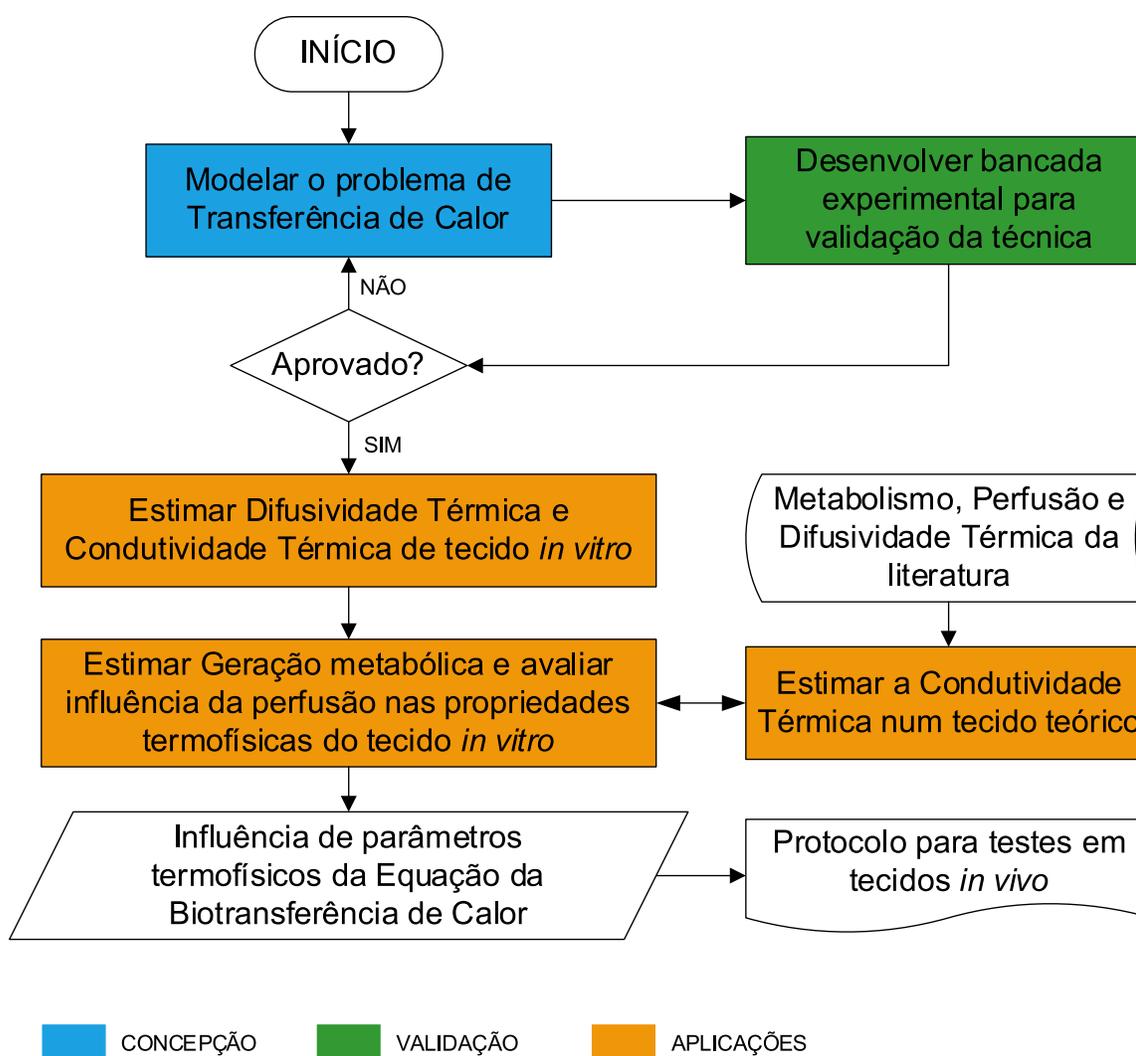
CAPÍTULO 3

FUNDAMENTOS TEÓRICOS: CONCEPÇÃO E MODELAGEM DA TÉCNICA EXPERIMENTAL *IN VITRO*

3.1 DELINEAMENTO DA TÉCNICA EXPERIMENTAL

O fluxograma da Figura 3.1 apresenta as etapas de concepção/modelagem, validação e aplicação da técnica experimental utilizada neste trabalho.

Figura 3.1. Delineamento da técnica experimental.



Na primeira etapa do trabalho aplica-se Funções de Green para solução do problema direto de transferência de calor. Inicialmente, realiza-se a modelagem matemática para um meio isolante, sem geração de calor e perfusão. Na sequência, resolve-se o problema de Biotransferência de Calor, considerando os parâmetros termofísicos presentes na Equação de Pennes (Eq. 2.1). Esta etapa é apresentada em detalhes nas seções subsequentes deste capítulo.

Na segunda etapa realiza-se o a montagem da bancada experimental para validar a técnica desenvolvida neste trabalho. O material utilizado é um material isolante com propriedades bem definidas (neste caso, foi utilizado o PVC). A validação consiste em comparar as propriedades termofísicas obtidas experimentalmente com valores da literatura. A montagem experimental utilizada neste trabalho é apresentada em detalhes no capítulo 4.

Durante os experimentos, a amostra é aquecida parcialmente em uma das superfícies. Realiza-se a medição de temperatura em determinados pontos da superfície aquecida. Utiliza-se, então, a razão de ganho de temperatura entre dois pontos da superfície e a inferência bayesiana para estimar a difusividade térmica. A condutividade térmica é obtida simultaneamente, a partir dos valores de difusividade térmica identificados e da inferência bayesiana.

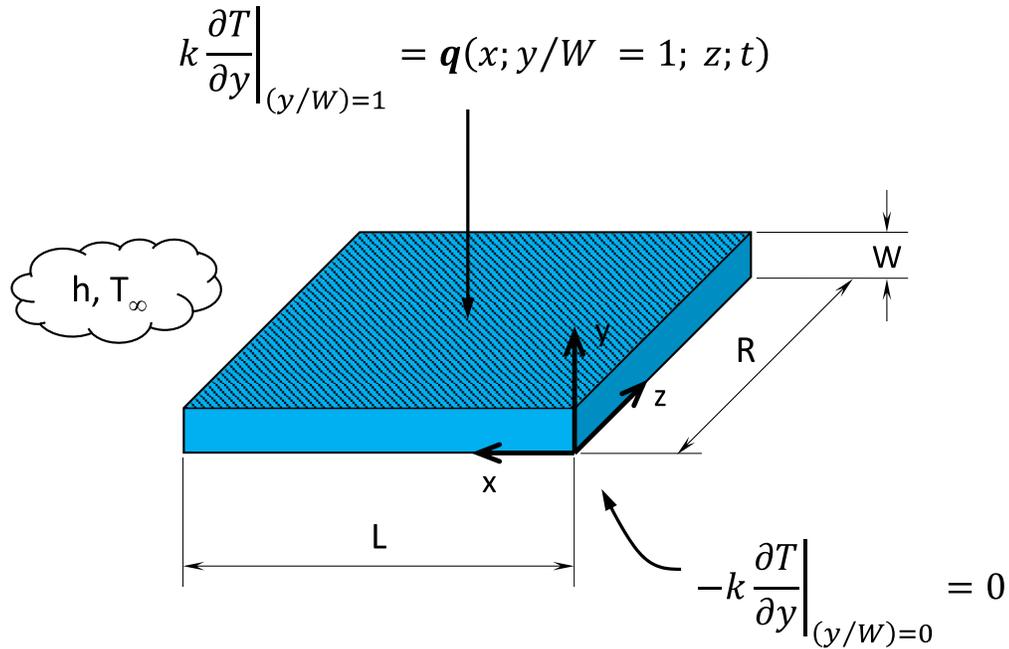
Após validação, aplica-se a técnica experimental para estimar a difusividade térmica e a condutividade térmica de tecidos *in-vitro* (fantomas) que mimetizam o tecido humano. Uma particularidade destas amostras é possuir, na sua constituição física, a presença de nanopartículas magnéticas, de tal sorte que, quando a amostra é submetida a um campo magnético, ocorrerá uma geração de calor decorrente de correntes elétricas parasitas ou correntes de Foucault. A determinação deste calor gerado no meio consiste em uma das aplicações deste trabalho, assim como a influência da perfusão nas propriedades efetivas do tecido *in-vitro*. Paralelamente a estas aplicações realiza-se uma análise numérica para estimar a Condutividade Térmica de um tecido teórico. O estudo numérico leva em consideração conhecimento prévio da difusividade térmica, da geração metabólica e da perfusão sanguínea.

A técnica experimental resulta em informações que possibilitem a análise de propriedades termofísicas da Equação de Pennes, de modo que possibilite a aplicação em análises térmicas de tecidos *in vivo*.

3.2 SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO 1D

A Figura 3.2 apresenta o sistema físico adotado para estimativa de propriedades termofísicas.

Figura 3.2. Sistema físico unidimensional



Um fluxo de calor q é imposto de maneira uniforme em $y = W$, numa placa quadrada com dimensões $L \times W \times R$, conforme apresentado na Fig. 3.2. Em $y = 0$ a face encontra-se isolada termicamente. As laterais do domínio estão sujeitas à convecção livre. Considerando que $L \approx R \gg W$, podemos admitir que, durante um certo tempo, a condução de calor é unidimensional no centro do domínio, ao longo da direção axial. Assim, o modelo matemático que representa o problema direto é dado pela Eq. 3.1:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.1)$$

Através do método de Funções de Green obtém-se a solução do problema direto proposto, como mostra a Eq. 3.2.

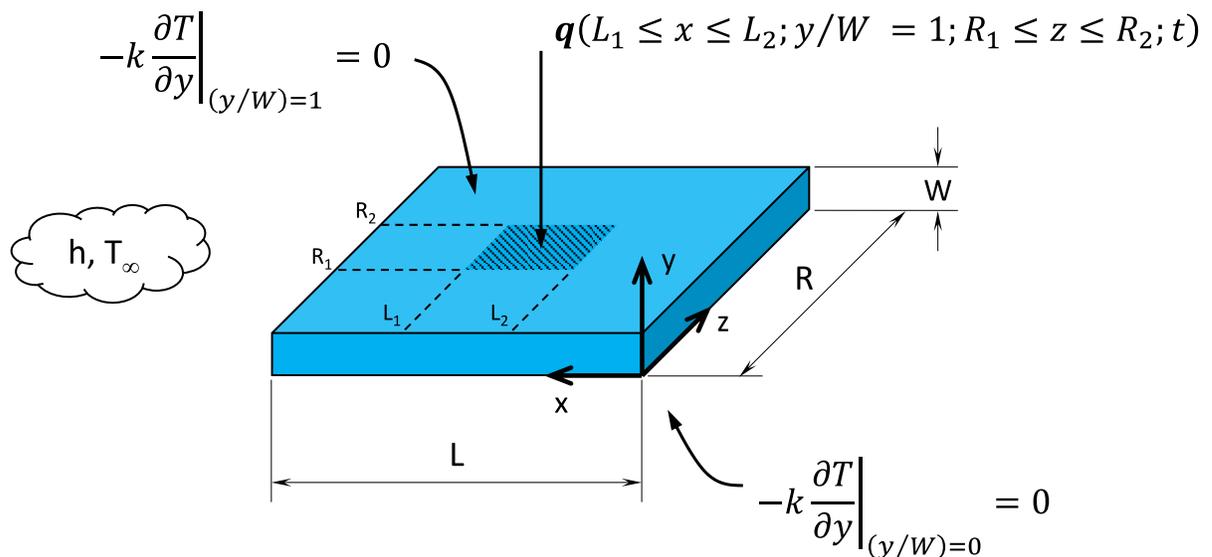
$$T(y,t) = T_0 + \frac{q \cdot \alpha \cdot t}{k \cdot W} + \frac{q \cdot W^2}{k} \left(\frac{W}{3} - y + \frac{y^2}{2W} \right) - \frac{2q}{k \cdot W} \sum_m \left[\cos \left(\frac{m\pi y}{W} \right) \frac{e^{\left[\left(\frac{m\pi}{W} \right)^2 \alpha t \right]}}{\left(\frac{m\pi}{W} \right)^2} \right] \quad (3.2)$$

3.3 SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO 3D

Utiliza-se funções de Green para obter soluções de problemas lineares em condução de calor, e, aplica-se também à diferentes problemas físicos descritos por um conjunto de equações diferenciais. Trata-se, portanto, de um método de solução de equações diferenciais lineares, assim como os métodos clássicos de separação de variáveis ou transformadas de Laplace (COLE *et al.*, 2010).

No presente estudo, utiliza-se um modelo tridimensional de condução de calor, o modelo X22Y22Z22, com dimensões L x W x R, conforme Figura 3.3. Todas as faces do domínio físico, exceto a região onde o fluxo de calor é imposto, estão isoladas. Trata-se de um problema transiente e sem geração de calor.

Figura 3.3. Sistema físico tridimensional



A equação governante para o problema em consideração é:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.3)$$

Onde T é a temperatura, t o tempo e α a difusividade térmica. Com condição de contorno na direção x :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (3.4)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (3.5)$$

Com condição de contorno na direção y :

$$k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (3.6)$$

$$k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=W} = q''(t) \quad (3.7)$$

Com condição de contorno da direção z :

$$k \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (3.8)$$

$$k \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=R} = 0 \quad (3.9)$$

Com condição inicial de:

$$T(x, y, z, 0) = T(x, y, z) - T_0 \quad (3.10)$$

Onde k é a condutividade térmica e q'' é o fluxo de calor imposto à peça.

Fazendo a substituição, $\theta = T - T_0$, as equações anteriores são homogeneizadas, assim:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3.11)$$

Sujeitas as seguintes condições de contorno:

$$k \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad k \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0 \quad (3.12)$$

$$k \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \quad k \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=W} = q''(t) \quad (3.13)$$

$$k \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad k \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=R} = 0 \quad (3.14)$$

E condição inicial:

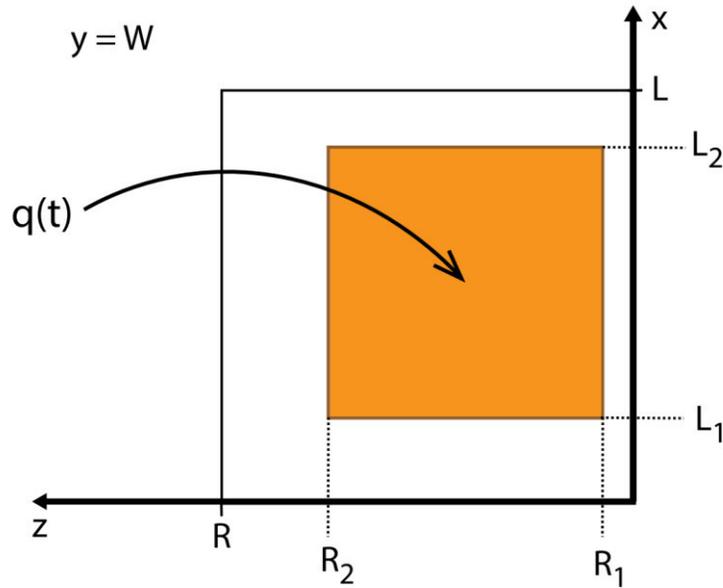
$$\theta_0 = \theta(x, y, z, 0) = T(x, y, z) - T_0 \quad (3.15)$$

A solução do problema homogêneo em termos das funções de Green é dada por Cole *et al.* (2010):

$$\theta(x, y, z, t) = \frac{\alpha}{k} \int_0^t \int_{L_1}^{L_2} \int_{R_1}^{R_2} q''(\tau) G(x, y, z, t|x', W, \tau) dx' dz' d\tau \quad (3.16)$$

O termo no lado direito da Equação 3.16 é referente a condição de contorno de fluxo de calor imposto à área arbitrária delimitada por $0 \leq L_1 \leq x \leq L_2 \leq L$ e $0 \leq R_1 \leq z \leq R_2 \leq R$ em $y = W$, como mostrado na Figura 3.4:

Figura 3.4. Problema X22Y22Z22 – vista superior ($y = W$).



Fonte: Santos-Júnior *et al.* (2022).

Obtém-se a função de Green $G(x, y, z, t|x', y', z', \tau)$ observando-se os tipos de condições de contorno nas direções de x , y e z , como sendo três problemas unidimensionais independentes. Então, obtém-se a função $G(x, y, z, t|x', y', z', \tau)$ como produto destas funções de Green, isto é, $G(x, y, z, t|x', y', z', \tau) = G_{x22}G_{y22}G_{z22}$. Na direção de x , y e z , tem-se as condições de contorno do tipo dois, que significa condição de fluxo de calor imposto, e a função de Green unidimensional é encontrada em Cole *et al.* (2010), na direção x como:

$$G_{x22}(x, t|x', \tau) = \frac{1}{L} + \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m^2 \alpha (t-\tau)/L^2} \left[\cos\left(\frac{\beta_m x}{L}\right) \cos\left(\frac{\beta_m x'}{L}\right) \right] \quad (3.17)$$

Esse mesmo procedimento é realizado nas direções y e z , tornando-se necessário apenas mudar as variáveis que caracterizam o problema no eixo y e z , respectivamente.

Assim, $G_{x22}G_{y22}G_{z22}$ é calculada como:

$$\begin{aligned}
G_{X22}G_{Y22}G_{Z22} &= \left[\frac{1}{L} + \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\frac{\beta_m^2 \alpha (t-\tau)}{L^2}} \left[\cos\left(\frac{\beta_m x}{L}\right) \cos\left(\frac{\beta_m x'}{L}\right) \right] \right] \\
&\cdot \left[\frac{1}{W} + \frac{2}{W} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{\gamma_n^2 \alpha (t-\tau)}{W^2}} \left[\cos\left(\frac{\gamma_n y}{W}\right) \cos\left(\frac{\gamma_n y'}{W}\right) \right] \right] \\
&\cdot \left[\frac{1}{R} + \frac{2}{R} \sum_{p=1}^{\infty} e^{-\frac{\mu_p^2 \alpha (t-\tau)}{R^2}} \left[\cos\left(\frac{\mu_p z}{R}\right) \cos\left(\frac{\mu_p z'}{R}\right) \right] \right]
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Os autovalores β_m , γ_n e μ_p são obtidos por meio das equações $\cos(\beta_m) = \cos(\gamma_n) = \cos(\mu_p) = 0$, onde os índices $m=1, \dots, M$, $n=1, \dots, N$ e $p=1, \dots, P$ definem a quantidade de interações (autovalores) necessárias para a convergência das séries, dado um erro de truncamento desejado.

Substituindo a Eq. (3.18) na Eq. (3.16) obtêm-se a expressão analítica do problema térmico em questão em termos da variável θ :

$$\theta(x, y, z, t) = \frac{\alpha}{k} \int_0^t \int_{L_1}^{L_2} \int_{R_1}^{R_2} q''(\tau) G_{X22}G_{Y22}G_{Z22} dx' dz' d\tau \tag{3.19}$$

A solução em termos da variável original T é dada por $T = \theta + T_0$. Assim, obtemos a Equação 3.20.

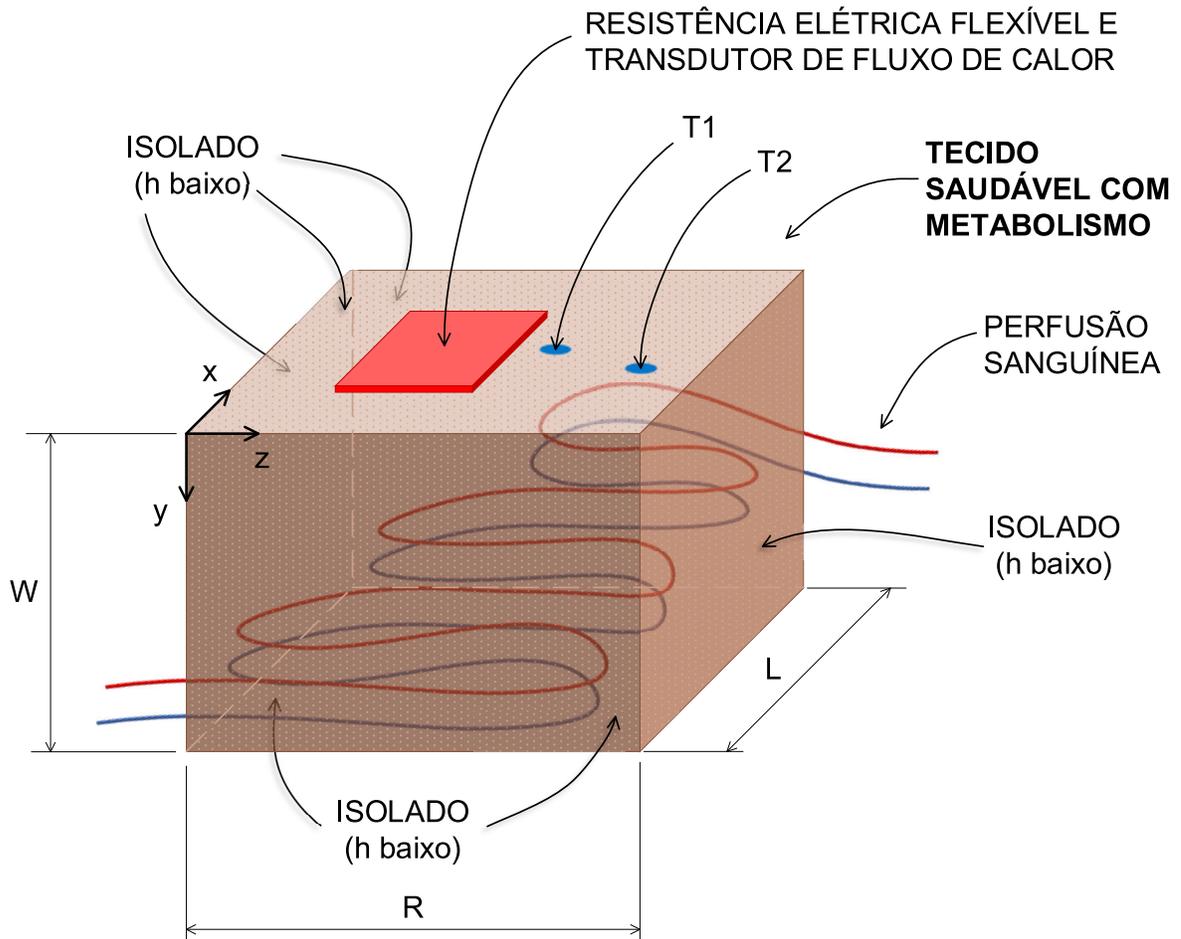
Observa-se que a solução para o problema direto de condução de calor $X22Y22Z22$ é determinada uma vez que o fluxo de calor, $q''(t)$, é conhecido. A presente solução trata-se de uma solução híbrida, já que para o fluxo de calor se dispõe de dados discretos. A solução híbrida para o problema direto é uma alternativa para o emprego de dados reais em concomitância a solução analítica. O fluxo de calor experimental é representado como um vetor de suas componentes, que são constantes em cada intervalo de tempo, isto é, $q''(t) = [q''_1, q''_1, \dots, q''_n]$, sendo q''_n a componente para o intervalo $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, com $n = 1, \dots, N - 1$. A solução Eq. (3.20) foi implementada numericamente no Matlab® e verificada pelos resultados de Fernandes *et al.* (2015).

$$\begin{aligned}
T(x, y, z, t) = & T_0 + \frac{\alpha}{k LWR} [L_2 - L_1][R_2 - R_1] \int_0^t q''(\tau) d\tau \\
& + \frac{\alpha}{k WR} [R_2 - R_1] \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\frac{m^2}{L^2}\pi^2\alpha t} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \left[\sin\left(\frac{m\pi L_2}{L}\right) - \sin\left(\frac{m\pi L_1}{L}\right) \right] \\
& \cdot \frac{1}{m\pi} \int_0^t q''(\tau) e^{-\frac{m^2}{L^2}\pi^2\alpha t} d\tau \\
& + \frac{\alpha}{k LWR} [L_2 - L_1][R_2 - R_1] \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{n^2}{W^2}\pi^2\alpha t} \cos\left(\frac{n\pi y}{W}\right) \cdot \cos(n\pi) \int_0^t q''(\tau) e^{-\frac{n^2}{W^2}\pi^2\alpha t} d\tau \\
& + \frac{\alpha}{k LW} [L_2 - L_1] \sum_{p=1}^{\infty} e^{-\frac{p^2}{R^2}\pi^2\alpha t} \cos\left(\frac{p\pi z}{R}\right) \left[\sin\left(\frac{p\pi R_2}{R}\right) - \sin\left(\frac{p\pi R_1}{R}\right) \right] \\
& \cdot \frac{1}{p\pi} \int_0^t q''(\tau) e^{-\frac{p^2}{R^2}\pi^2\alpha t} d\tau \\
& + \frac{\alpha}{k WR} [R_2 - R_1] \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{m^2}{L^2} + \frac{n^2}{W^2}\right)\pi^2\alpha t} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \left[\sin\left(\frac{m\pi L_2}{L}\right) - \sin\left(\frac{m\pi L_1}{L}\right) \right] \\
& \cdot \frac{1}{m\pi} \cos\left(\frac{n\pi y}{W}\right) \cos(n\pi) \int_0^t q''(\tau) e^{-\left(\frac{m^2}{L^2} + \frac{n^2}{W^2}\right)\pi^2\alpha t} d\tau \\
& + \frac{\alpha}{k W} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{m^2}{L^2} + \frac{p^2}{R^2}\right)\pi^2\alpha t} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \left[\sin\left(\frac{m\pi L_2}{L}\right) - \sin\left(\frac{m\pi L_1}{L}\right) \right] \frac{1}{m\pi} \\
& \cdot \cos\left(\frac{p\pi z}{R}\right) \left[\sin\left(\frac{p\pi R_2}{R}\right) - \sin\left(\frac{p\pi R_1}{R}\right) \right] \frac{1}{p\pi} \int_0^t q''(\tau) e^{-\left(\frac{m^2}{L^2} + \frac{p^2}{R^2}\right)\pi^2\alpha t} d\tau \\
& + \frac{\alpha}{k LW} [L_2 - L_1] \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{p^2}{R^2} + \frac{n^2}{W^2}\right)\pi^2\alpha t} \cos\left(\frac{n\pi y}{W}\right) \cos(n\pi) \cos\left(\frac{p\pi z}{R}\right) \\
& \cdot \left[\sin\left(\frac{p\pi R_2}{R}\right) - \sin\left(\frac{p\pi R_1}{R}\right) \right] \frac{1}{p\pi} \int_0^t q''(\tau) e^{-\left(\frac{n^2}{W^2} + \frac{p^2}{R^2}\right)\pi^2\alpha t} d\tau \\
& + \frac{\alpha}{k W} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{m^2}{L^2} + \frac{p^2}{R^2} + \frac{n^2}{W^2}\right)\pi^2\alpha t} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \left[\sin\left(\frac{m\pi L_2}{L}\right) - \sin\left(\frac{m\pi L_1}{L}\right) \right] \cdot \frac{1}{m\pi} \\
& \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{W}\right) \cos(n\pi) \cos\left(\frac{p\pi z}{R}\right) \left[\sin\left(\frac{p\pi R_2}{R}\right) - \sin\left(\frac{p\pi R_1}{R}\right) \right] \frac{1}{p\pi} \\
& \cdot \int_0^t q''(\tau) e^{-\left(\frac{m^2}{L^2} + \frac{p^2}{R^2} + \frac{n^2}{W^2}\right)\pi^2\alpha t} d\tau
\end{aligned} \tag{3.20}$$

3.4 O MODELO 3D DE BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR.

O modelo térmico 3D utilizado para estimar as propriedades termofísicas do tecido humano é apresentado na Fig. 3.5. Toda área superficial do domínio cartesiano encontra-se isolada, exceto uma pequena região do plano XZ, sobre a qual é imposto um determinado fluxo de calor por uma resistência elétrica.

Figura 3.5. Modelo de biotransferência de calor



O trabalho de Pennes (1948) propõe um modelo térmico que descreve a transferência de calor em tecidos e órgãos humanos, assim como a relação entre o sangue arterial e a temperatura dos tecidos. Pode-se afirmar, portanto, que este modelo representa o balanço energético no interior dos tecidos biológicos vivos através da interação da perfusão sanguínea e do metabolismo. A Equação da

Biotransferência de Calor de Pennes, que reflete o sistema físico apresentado na Fig. 3.5, é dada por:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T + \omega \rho_s c_s (T_a - T) + Q_m + Q_p, \quad (3.21)$$

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} = k \nabla^2 \theta + \omega \rho_s c_s \theta + Q_m + Q_p, \quad (3.22)$$

onde ρ , c e k representam respectivamente, a massa específica, o calor específico e a condutividade térmica do tecido. As propriedades ω , ρ_s e c_s representam respectivamente a perfusão sanguínea, a massa específica e o calor específico do sangue, Q_m é a geração de calor metabólica, Q_p é uma fonte adicional de calor devido alguma anormalidade celular, como um tumor. Considera-se na Equação (3.22) a mudança de variável $\theta = T_\infty - T$ e $\theta_a = T_a - T_\infty$, onde T é a temperatura do tecido, T_∞ é a temperatura do meio e T_a é a temperatura do sangue arterial. Considerando $q(t)$ como o fluxo de calor imposto ao tecido, conforme indicado na Fig. 3.5, as condições de contorno do problema são dadas por:

$$k \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_1 \theta; \quad -k \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=a} = h_2 \theta \quad (3.23)$$

$$-k \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = q_0(t); \quad (3.24)$$

$$-k \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} = h_5 \theta \quad (3.25)$$

$$-k \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=v} = h_6 \theta \quad (3.26)$$

$$\theta(x, y = W, z, t) = T_a - T_\infty = \theta_a \quad (3.27)$$

e com a condição inicial:

$$\theta(x, y, z, 0) = \theta_a \quad (3.28)$$

Onde T_a é a temperatura arterial. A Equação (3.22) pode ser resolvida em termos de Funções de Green, desde que o termo $w_{sp_s c_s} \theta$ seja removido. Desta forma, fazendo:

$$u^2 \theta = \frac{\omega_s \rho_s c_s}{k} \theta \quad (3.29)$$

e

$$Q = Q_m + Q_p \quad (3.30)$$

é definida uma nova variável:

$$\theta(r, t) = W(r, t) \times e^{-u^2 \alpha t} \quad (3.31)$$

onde r representa as coordenadas (x, y, z) . Substituindo as Equações (3.29), (3.30) e (3.31) na Equação (3.22) e omitindo a dependência de (x, y, z) tem-se:

$$\nabla^2 W(r, t) + Q \times e^{u^2 \alpha t} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial W(r, t)}{\partial t} \quad (3.32)$$

sujeita às condições de contorno:

$$k \frac{\partial W}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_1 W; \quad k \frac{\partial W}{\partial x} \Big|_{x=a} = -h_2 W \quad (3.33)$$

$$-k \frac{\partial W}{\partial y} \Big|_{y=0} = q_0(t) \times e^{u^2 \alpha t}; \quad k \frac{\partial W}{\partial y} \Big|_{y=b} = h_3 W \quad (3.34)$$

$$-k \frac{\partial W}{\partial z} \Big|_{z=0} = h_5 W \quad (3.35)$$

$$-k \frac{\partial W}{\partial z} \Big|_{z=v} = h_6 W \quad (3.36)$$

$$W(x, y = 0, z, t) = T_a - T_\infty = \theta_a \times e^{u^2 \alpha t} \quad (3.37)$$

e à condição inicial:

$$W(r, 0) = \theta(r, 0) = \theta_a \quad (3.38)$$

Portanto, a solução das Equações (3.32) a (3.38) pode ser escrita em Funções de Green como:

$$\begin{aligned} W(r, t) = & \theta_a + \frac{\alpha}{k} \int_0^t \int_0^a \int_0^b \int_0^c |G(r, t - \tau)| Q(\tau) \times e^{u^2 \alpha \tau} dx' dy' dz' d\tau \\ & + \frac{\alpha}{k} \int_0^t \int_0^a \int_0^b |G(r, t - \tau)|_{x'=0} q_0(\tau) \times e^{u^2 \alpha \tau} dx' dz' d\tau \\ & + \alpha \int_0^t \int_0^a \int_0^b \frac{\partial |G(r, t - \tau)|_{y'=0}}{\partial y} \theta_a \times e^{u^2 \alpha \tau} dx' dy' dz' d\tau \end{aligned} \quad (3.39)$$

onde

$$G(r, t|r', \tau) = G_{X33}(x, t|x', \tau) G_{Y12}(y, t|y', \tau) G_{Z33}(z, t|z', \tau) \quad (3.40)$$

em termos das Funções de Green GX22, GY12 e GZ33, dadas respectivamente por:

$$\begin{aligned} G_{X33}(x, t|x', \tau) = & \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\gamma_m^2 \alpha (t-\tau)} \left[\gamma_m \cos\left(\frac{\gamma_m x}{a}\right) + B_1 \sin\left(\frac{\gamma_m x}{a}\right) \right] \\ & \times \frac{\left[\gamma_m \cos\left(\frac{\gamma_m x'}{a}\right) + B_1 \sin\left(\frac{\gamma_m x'}{a}\right) \right]}{(\gamma_m^2 + B_1^2) \left[1 + \frac{B_2}{(\gamma_m^2 + B_1^2)} \right] + B_1} \end{aligned} \quad (3.41)$$

onde os autovalores são dados pela equação transcendental:

$$\tan \gamma_m = \frac{\gamma_m (B_1 + B_2)}{\gamma_m^2 - B_1 B_2} \quad \text{com: } B_1 = \frac{h_1 a}{k} \quad \text{e} \quad B_2 = \frac{h_2 a}{k} \quad (3.42)$$

$$G_{Y12}(y, t|y', t) = \frac{2}{R} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m^2 \alpha (t-\tau)} \cos\left(\frac{\beta_m \pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{\beta_m \pi y'}{b}\right) \quad (3.43)$$

onde β_m é o autovalor dado por:

$$\beta_m = \pi \left(m - \frac{1}{2} \right) \quad (3.44)$$

GZ33 é obtido usando as mesmas expressões dadas pelas Equações (3.41) e (3.42) substituindo α por β , B1 por B3, B2 por B4, a, b e c. As integrais da Equação (3.39) podem ser escritas em termos das Funções Transferência H1, H2 e H3. Observa-se que para minimizar as incertezas optou-se por isolar todas as faces da amostra. Nesse caso, os coeficientes de troca de calor por convecção são baixos. Usou-se um valor de $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_5 = h_6 = 0,05 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$.

$$\begin{aligned} W(x, y, z, t) = & W_0 + \frac{\alpha}{k} \int_0^t \int_0^a \int_0^b \int_0^c H_1(t - \tau) Q(\tau) \times e^{u^2 \alpha \tau} dx' dy' dz' d\tau \\ & + W(r, t) + \frac{\alpha}{k} \int_0^t \int_0^a \int_0^b H_2(t - \tau) q_0(\tau) \times e^{u^2 \alpha \tau} dx' dz' d\tau \\ & + \alpha \int_0^t \int_0^a \int_0^b H_3(t - \tau) \theta_a \times e^{u^2 \alpha \tau} dx' dy' dz' d\tau \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$H_0 = 1 \quad (3.46)$$

$$H_1(r, t - \tau) = \frac{\alpha}{k} G(r, t - \tau) \quad (3.47)$$

$$H_2(r, t - \tau) = \frac{\alpha}{k} |G(r, t - \tau)|_{x'=0} \quad (3.48)$$

$$H_3(r, t - \tau) = \alpha \frac{\partial |G(r, t - \tau)|_{y'=b}}{\partial x} \quad (3.49)$$

Aplica-se a transformada de Fourier, para se trabalhar no domínio da frequência:

$$H_1(r, \omega) = \mathcal{F}|H_1(r, t)| \quad (3.50)$$

$$H_2(r, \omega) = \mathcal{F}|H_2(r, t)| \quad (3.51)$$

$$H_3(r, \omega) = \mathcal{F}|H_3(r, t)| \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} W(\omega) = & \theta_0 H_0(\omega) + H_1(\omega) Q(\omega - m^2 \alpha) + H_2(\omega) q(\omega - m^2 \alpha) + \\ & + H_3(\omega) \theta(\omega - m^2 \alpha) \end{aligned} \quad (3.53)$$

ou

$$W(\omega) = \left[\frac{\theta_0/\omega}{q_0(\omega - u^2\alpha)} + \frac{H_1(\omega)Q(\omega - u^2\alpha)}{q_0(\omega - u^2\alpha)} + \frac{H_3(\omega)\theta_\alpha(\omega - u^2\alpha)}{q_0(\omega - u^2\alpha)} + H_2(\omega) \right] q_0(\omega - u^2\alpha) \quad (3.54)$$

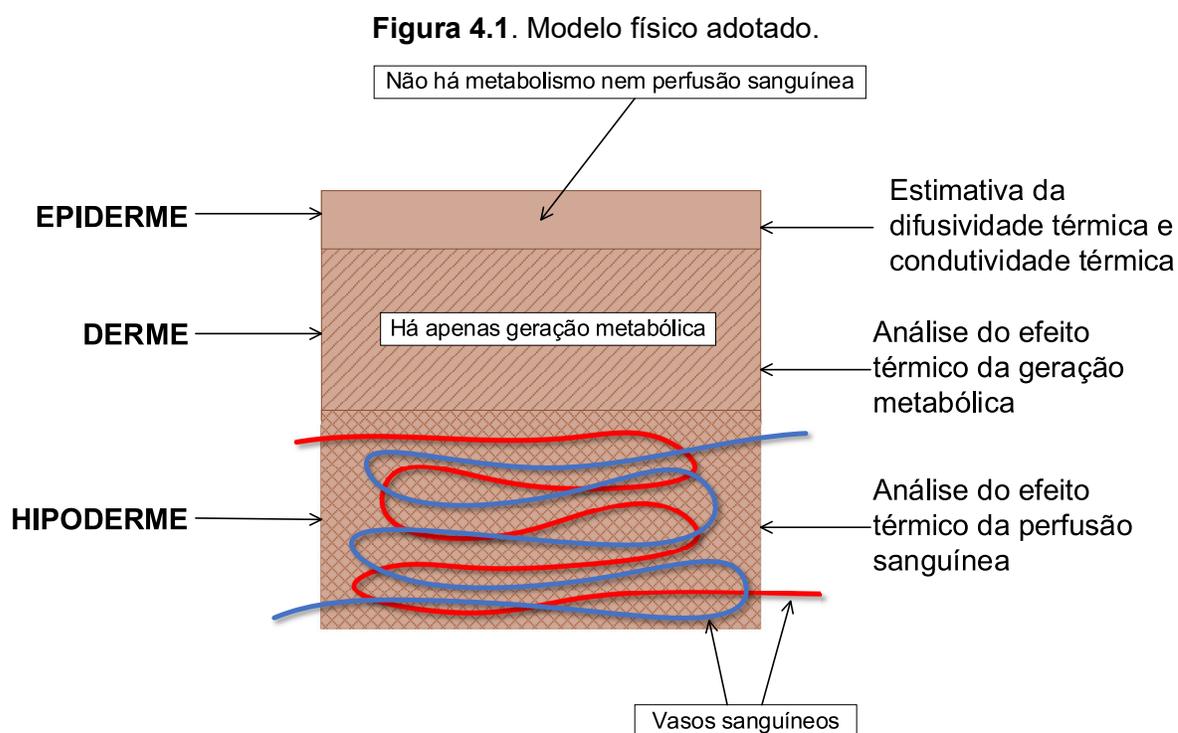
Apresenta-se a seguir a análise e a obtenção de propriedades termofísicas dos vários modelos térmicos apresentados neste capítulo. Inicialmente a técnica experimental é validada em modelos unidimensionais e tridimensionais sem geração de calor. Posteriormente, apresenta-se a abordagem da Equação de Pennes em fantasmas, visando a obtenção e análise dos parâmetros termofísicos presentes na Equação da Biotransferência de Calor.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE E OBTENÇÃO DE PARÂMETROS TERMOFÍSICOS DA EQUAÇÃO DA BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR EM TECIDOS *IN VITRO*

4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A Figura 4.1 apresenta um modelo físico de tecido vivo, considerando as camadas da pele humana.



De acordo com a Fig. 4.1, o modelo físico apresentado considera que na camada superficial de pele não há metabolismo nem perfusão sanguínea. Esta camada será considerada na estimativa da difusividade térmica e da condutividade térmica de tecidos *in vitro*. Vale ressaltar que a técnica proposta será validada num material isolante, com propriedades termofísicas bastante conhecidas na literatura.

Na camada intermediária do modelo físico, denominada derme, foi admitida apenas a presença de metabolismo. Assim, esta camada será aquela adotada para estimativa da geração metabólica na amostra que mimetiza o tecido humano.

Na camada denominada hipoderme foi considerada a existência de metabolismo e perfusão sanguínea. Assim, será realizado um estudo qualitativo da influência da perfusão sanguínea nas propriedades termofísicas de um determinado tecido *in vitro*.

4.2 ESTIMATIVA DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA E DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA

4.2.1 Aplicação de Inferência Bayesiana para estimativa de parâmetros termofísicos

A Inferência Bayesiana é utilizada para estimar a difusividade e a condutividade térmica, usando a modelagem do problema de transferência de calor obtido a partir das Funções de Green, conforme apresentado no capítulo 3 deste trabalho. A Inferência Bayesiana é baseada nos seguintes princípios: a) *Todas as variáveis incluídas no modelo são consideradas variáveis aleatórias*; b) *A aleatoriedade destas variáveis descreve o grau de informação sobre as suas realizações*; c) *O grau de informação relativa a estes valores é codificado em termo de Funções Densidade de Probabilidade (PDFs)*; d) *A solução do problema inverso é a distribuição de probabilidade posterior*. Logo, o Teorema de Bayes que relaciona os dados experimentais das temperaturas medidas Y de parâmetros desconhecidos X pode ser descrito como:

$$P(X|Y) = \frac{P(Y|X)P(X)}{P(Y)} \quad (4.1)$$

Onde $P(X|Y)$ é a densidade de probabilidade *a posteriori*, $P(Y|X)$ é a função de verossimilhança, $P(Y)$ é a constante de normalização, ou densidade de probabilidade marginal das medidas e $P(X)$ é distribuição a priori, ou densidade de probabilidade a priori, geralmente sendo uma informação subjetiva.

O termo $P(Y|X)$ representa a probabilidade de obter Y para um valor assumido de X , podendo ser obtido a partir de uma solução do problema direto e convertido para uma PDF. A informação de $P(X)$ é incorporada na análise mediante conhecimento dos parâmetros de interesse. No presente trabalho, o parâmetro X será a difusividade térmica e a condutividade térmica, a serem estimadas de modo sequencial e simultâneo.

Neste trabalho, a inferência bayesiana é empregada para que as temperaturas obtidas experimentalmente e a distribuição de temperatura simulada — para diferentes valores de propriedades — sejam as mais próximas possíveis. As hipóteses estatísticas para as estimativas de máxima verossimilhança levam em consideração erros de medidas ($Y_{medido} = Y_{simulado} + \varepsilon$) não-correlacionados, com distribuição normal ou gaussiana, média zero e desvio padrão constante σ .

Sendo $P(Y)$ uma constante de normalização, a função de densidade de probabilidade a *posteriori* pode ser escrita como sendo proporcional ao produto da verossimilhança e da distribuição a *priori*:

$$P(X|Y) = \frac{1}{\text{constante}} P(Y|X)P(X) \propto P(Y|X)P(X) \quad (4.2)$$

Considerando que os dados de temperatura são variáveis independentes e identicamente distribuídos, a verossimilhança de uma distribuição Normal pode ser escrita como:

$$P(Y|X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(Y - T(X))^T (Y - T(X))}{2\sigma^2}\right) \quad (4.3)$$

Onde $T(X)$ é a temperatura calculada em função dos parâmetros a serem estimados, de forma analítica, Y tem dimensão das n medidas disponíveis e σ^2 é a variância das medidas experimentais Y . A equação anterior pode ser rearranjada:

$$P(Y|X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right) \quad (4.4)$$

Onde:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{(Y_{medido,i} - Y_{simulado,i})^2}{\sigma^2} \right) \quad (4.5)$$

Na Equação 4.5, a variável $Y_{simulado,i}$ trata dos valores simulados de Y para um X assumido. E $Y_{medido,i}$ são os dados de temperatura medidos. Para uma distribuição a priori uniforme, ou seja, $P(X)$ é igual a 1, a função de densidade de probabilidade a posteriori (FDPP) é a própria PDF. Assim:

$$P(X|Y) = P(Y|X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp - \left(\frac{\chi^2}{2} \right) \quad (4.6)$$

O que é semelhante a estimativa de mínimos quadrados para o caso linear e não-linear. Mas a distribuição *a priori* pode regularizar os problemas inversos mal postos significativamente, o que auxilia no processo de estimativa de parâmetros. Para uma distribuição a priori normal $P(\beta)$ com parâmetros com média μ_p e desvio padrão σ_p , têm-se:

$$P(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_p^2}} \exp \left(\frac{-(X - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right) \quad (4.7)$$

Substituindo a Equação (4.7) na Equação (4.1) e sabendo que:

$$P(Y) = \int P(Y|\beta) \cdot P(\beta) dx \quad (4.8)$$

A PPDF para uma distribuição gaussiana torna-se:

$$P(\beta|Y) = \frac{\exp - \left(\frac{\chi^2}{2} + \frac{(\beta - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right)}{\int \exp - \left(\frac{\chi^2}{2} + \frac{(\beta - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right) dx} \quad (4.9)$$

Não é necessário realizar o cálculo do denominador da equação anterior, já que se trata de uma densidade marginal e que a distribuição conjunta não está disponível em primeira instância. Um estimador frequentemente utilizado é o MAP (Máximo *a posteriori*), e é calculado como:

$$\beta_{MAP} = \arg \max [P(\beta|Y)] \quad (4.10)$$

Esse estimador permite identificar dentre os parâmetros β 's testados qual apresentou melhor concordância entre a temperatura experimental Y e a temperatura calculada a partir desses parâmetros.

Para dados discretos, a média e a variância dos parâmetros estimados são calculados respectivamente, por:

$$\bar{\beta} = \frac{\sum_i \beta_i \exp - \left(\frac{\chi^2}{2} + \frac{(\beta - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right)}{\sum_i \exp - \left(\frac{\chi^2}{2} + \frac{(\beta - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right)} \quad (4.11)$$

$$\sigma_{\bar{\beta}}^2 = \frac{\sum_i (\beta_i - \bar{\beta})^2 \exp - \left(\frac{\chi^2}{2} + \frac{(\beta - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right)}{\sum_i \exp - \left(\frac{\chi^2}{2} + \frac{(\beta - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right)} \quad (4.12)$$

Com base no procedimento proposto neste estudo, β_i , ($\beta_i = \alpha$ e $\beta_i = k$) é estimado aplicando o teorema de Bayes, que também é a solução para problemas de estimativa de parâmetros dados pelo estimador de máximo *a posteriori*. Deve-se mencionar aqui que o estimador de máximo *a posteriori* se reduz ao estimador de máxima verossimilhança dentro do espaço de parâmetros dado pela distribuição *a priori* uniforme.

Apesar de sua similaridade, é importante enfatizar a distinção entre estimadores clássicos e bayesianos. Os primeiros são estatísticos e, portanto, possuem uma distribuição amostral a partir da qual suas propriedades serão estabelecidas. Os estimadores bayesianos baseiam-se na distribuição *a posteriori*

que é sempre condicional ao valor observado da amostra e, portanto, suas propriedades baseiam-se na distribuição *a posteriori*, um objeto totalmente diferente. No entanto, podem ser vistos como funções da amostra observada e, desta forma, comparados numericamente com a estimativa clássica (MIGON *et al.*, 2015).

4.2.1.1 Aplicação da razão de temperaturas e inferência bayesiana para estimativa da difusividade térmica

Serão estimados simultaneamente da difusividade térmica e da condutividade térmica efetiva, para isso será utilizado o modelo X22Y22Z22. Primeiramente determina-se a difusividade térmica sem o conhecimento da condutividade térmica e, posteriormente, a partir do conhecimento da difusividade térmica determina-se a condutividade térmica, a partir do mesmo experimento.

Pelo fato que a difusividade térmica ser diretamente proporcional ao tempo de difusão, ela é obtida avaliando-se a temperatura em dois momentos distintos. A razão da temperatura entre dois momentos diferentes, $T(t_2)/T(t_1)$, é proporcional à razão da função de Green nesses tempos, indicando que a razão da temperatura não depende de condutividade térmica, mas somente da difusividade térmica, como mostrado na equação Eq. (4.15).

Portanto, para $\theta(x, y, z, t)$ na localização (x_1, y_1, z_1) , no tempo t_1 é escrita como:

$$\theta(x_1, y_1, z_1, t_1) = \frac{\alpha}{k} \int_0^{t_1} \int_{L_1}^{L_2} \int_{R_1}^{R_2} q''(\tau) G(x_1, y_1, z_1, t_1 | x', y', z', \tau) dx' dz' d\tau \quad (4.13)$$

Similarmente, para $\theta(x, y, z, t)$ na localização (x_2, y_2, z_2) , no tempo t_2 é escrita como:

$$\theta(x_2, y_2, z_2, t_2) = \frac{\alpha}{k} \int_0^{t_2} \int_{L_1}^{L_2} \int_{R_1}^{R_2} q''(\tau) G(x_2, y_2, z_2, t_2 | x', y', z', \tau) dx' dz' d\tau \quad (4.14)$$

Finalmente, obtêm-se a razão $\theta(x_1, y_1, z_1, t_1)/\theta(x_2, y_2, z_2, t_2)$ por:

$$\frac{\theta(x_1, y_1, z_1, t_1)}{\theta(x_2, y_2, z_2, t_2)} = \frac{\int_0^{t_1} \int_{L_1}^{L_2} \int_{R_1}^{R_2} q''(\tau) G(x_1, y_1, z_1, t_1 | x', y', z', \tau) dx' dz' d\tau}{\int_0^{t_2} \int_{L_1}^{L_2} \int_{R_1}^{R_2} q''(\tau) G(x_2, y_2, z_2, t_2 | x', y', z', \tau) dx' dz' d\tau} = f(\alpha) \quad (4.15)$$

A razão da Eq. (4.15) não depende da condutividade térmica, mas somente da difusividade térmica. Assim, uma função de probabilidade com base na razão das temperaturas da superfície em quaisquer dois momentos, $\theta(r_1, t_1)/\theta(r_2, t_2)$, é usada para estimar a difusividade térmica, e assumindo que os dados de temperatura são independentes e identicamente distribuídos, a função de verossimilhança é:

$$P(\alpha|Y) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} \exp \left[-\frac{\left(\frac{\theta(r_1, t_1, \alpha)}{\theta(r_2, t_2, \alpha)} - \frac{Y(r_1, t_1)}{Y(r_2, t_2)} \right)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (4.16)$$

4.2.1.2 Aplicação da inferência bayesiana para estimativa da condutividade térmica

Com o valor da difusividade térmica calculado, estima-se o valor da condutividade térmica a partir da maximização de uma nova função de verossimilhança, com base na função erro quadrático das temperaturas teóricas e experimentais da amostra, dado por:

$$P(k|Y) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} \exp \left[-\frac{(\theta(x_i, W, z_i, t, k) - Y(x_i, W, z_i, t))^2}{2\sigma^2} \right] \quad (4.17)$$

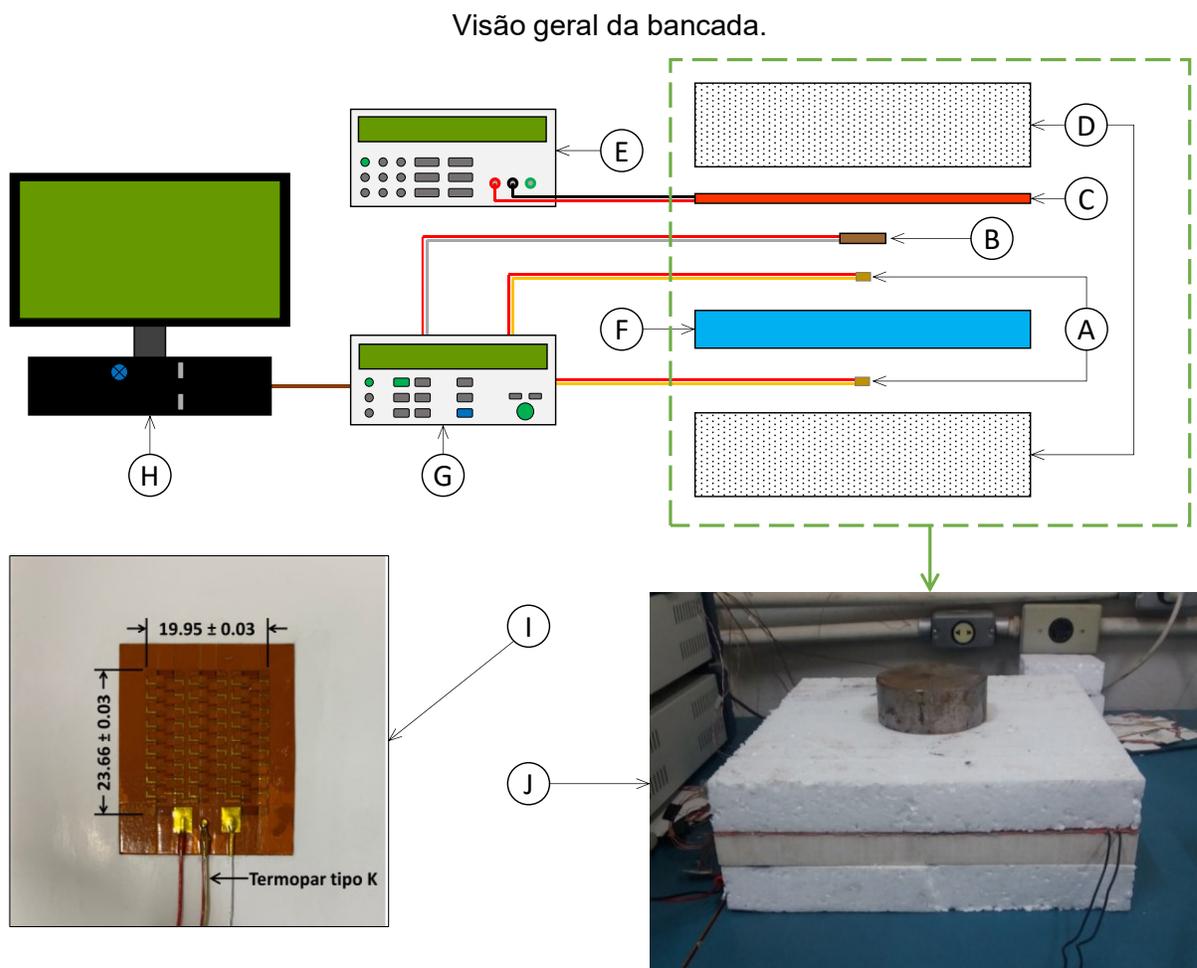
Portanto, a função de máxima verossimilhança, dada pela Eq. (4.17), é a condutividade térmica ótima entre as temperaturas teóricas e experimentais.

4.2.2 Medição de propriedades termofísicas em modelos sem geração e sem metabolismo

4.2.2.1 Bancada para experimentos com modelo 1D

A Figura 4.2 apresenta a bancada experimental desenvolvida para estimar propriedades termofísicas de uma amostra de PVC, considerando o modelo matemático unidimensional apresentado na seção 3.2.

Figura 4.2. Bancada experimental utilizado em experimentos 1D: A) Termopares; B) Transdutores; C) Resistência elétrica; D) Isolamento térmico; E) Fonte de potência; F) Amostra de PVC; G) Aquisitor de dados; H) Hardware; I) Transdutor de fluxo de calor; J) Visão geral da bancada.



A bancada experimental apresentada na Fig. 4.2 foi posicionada numa sala com temperatura controlada de $20,0 \text{ }^\circ\text{C} \pm 1,0 \%$. Esta temperatura foi medida por um termopar tipo K, AWG 36. A amostra analisada apresenta dimensões L x R x W

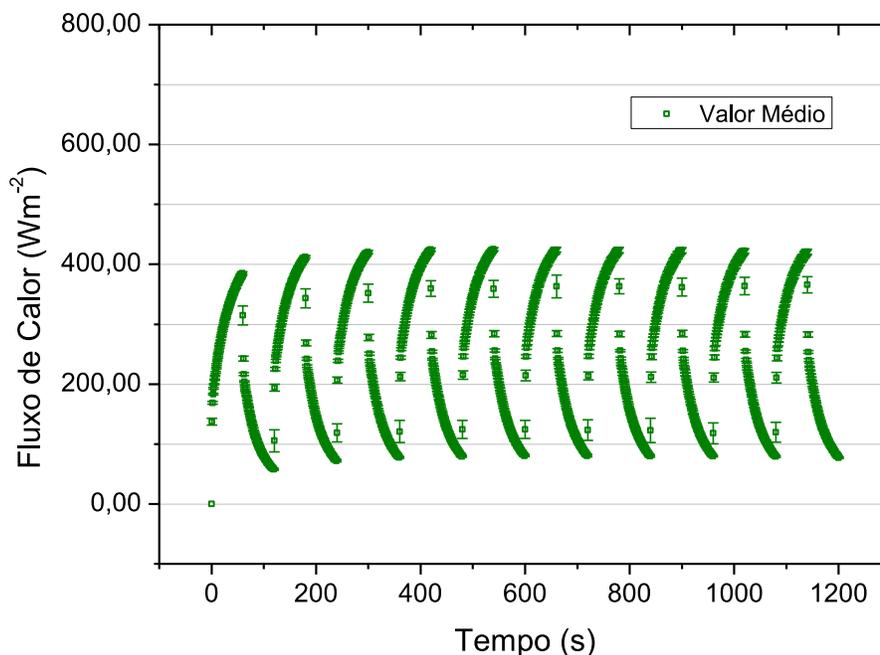
(comprimento x largura x espessura), com dimensões L e R iguais a 305,00 mm \pm 0,10 % e espessura W igual a 24,94 mm \pm 1,86 %. A fonte de potência 9206, da BK Precision, fornece tensão elétrica para uma resistência elétrica, que por sua vez dissipa calor de maneira uniforme para toda face superior da amostra. Acima da resistência há uma placa de poliestireno expandido (PE), cujo intuito é reduzir a perda de calor da resistência para o ambiente. Entre a resistência elétrica e a amostra, de maneira centralizada à amostra, localiza-se o transdutor de fluxo de calor HFS-3, da Omega Engineering. O procedimento de calibração deste sensor pode ser visto no Apêndice A. Abaixo do transdutor de fluxo de calor há um termopar CO1-K, da Omega Engineering, utilizado para realizar medições de temperatura na face superior da amostra. Abaixo da amostra encontra-se outra placa de PE, para garantir o isolamento térmico. Entre a placa de PE e a amostra, de modo centralizado, encontra-se outro termopar CO1-K, da Omega Engineering. As medições de fluxo de calor e temperatura são adquiridas pelo sistema de aquisição 34972A, da Keysight. O processamento destes dados é realizado pelo software BenchLink Data Logger 3. Os termopares utilizados nesta bancada possuem uma resolução de 40 μ V/ $^{\circ}$ C. Todos os valores aqui apresentados possuem confiabilidade de 95,45 %, considerando um fator de abrangência igual a 2,00.

É importante frisar que a hipótese de transferência de calor unidimensional pode ser admitida para os casos em que a razão de aspecto da amostra — razão entre o comprimento ou largura de amostras com seção quadrada pela sua espessura — seja maior ou igual a 10, como é o caso da amostra em análise. Outro ponto relevante para sustentar a referida hipótese é assegurar que a condição convectiva imposta nas laterais da amostra, conforme seção 3.2, não perturbe o campo de térmico da parte central durante os experimentos.

Durante cada experimento, o aquecimento da amostra foi realizado de modo periódico, onde a tensão elétrica fornecida ao aquecedor, com resistência de 18,40 Ω \pm 1 %, foi modulada conforme ondas quadradas, com períodos de 120 s. Foram realizados 40 experimentos, com duração de 1200 s cada. É importante ressaltar que os experimentos foram iniciados apenas quando as temperaturas medidas na amostra apresentarem valores estáveis, em equilíbrio térmico com o ambiente, considerando um intervalo de confiança de \pm 0,15 K, para um fator de abrangência de 95,45 %.

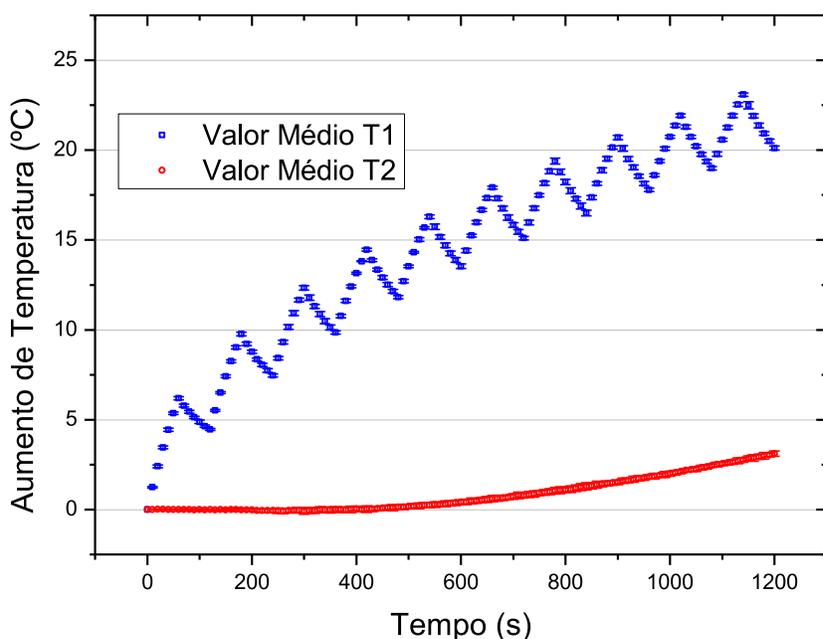
A Figura 4.3 apresenta o valor médio e a variabilidade do fluxo de calor imposto à amostra, enquanto a Fig. 4.4 apresenta os valores médios e a dispersão das temperaturas medidas pelos termopares, com nível de confiança de 95,45 % e fator de abrangência igual a 2,00.

Figura 4.3. Fluxo de calor imposto à amostra de PVC em experimentos 1D



Como a quantidade de experimentos realizados foi maior que 30, o que caracteriza uma grande amostragem de dados, de acordo com o Teorema do Limite Central (MONTGOMERY e RUNGER, 2011), a distribuição das variáveis de saída (fluxo de calor e temperatura) segue a distribuição normal. Neste caso, é considerada uma probabilidade de abrangência de 95,45 %, para um fator de abrangência igual a 2,00. (ARENCÍBIA *et al.*, 2019). O Critério de Chauvenet foi aplicado ao conjunto de dados experimentais, no intuito de identificar possíveis resultados que apresentem elevados desvios em relação ao valor médio, quando comparados com o desvio-padrão das medições (VUOLO, 1996). Isto pode decorrer de erros grosseiros, eventuais falhas momentâneas do equipamento ou, simplesmente uma flutuação estatística excepcional.

Figura 4.4. Aumento de temperatura na amostra de PVC em experimentos 1D



O fluxo de calor medido apresentou boa repetibilidade, uma vez que o desvio-padrão médio foi menor que 1,50 %. Medições de fluxo de calor realizadas no início e no fim dos ciclos de aquecimento apresentaram dispersão bem acima do valor médio. Isto decorre da elevada inércia térmica da resistência utilizada na bancada experimental. Os valores de temperatura também apresentaram baixas dispersões, uma vez que o desvio-padrão médio foi menor que a incerteza de medição dos termopares ($\pm 0,15$ K).

Com base nas medições de fluxo de calor de aumento de temperatura, realizou-se a estimativa da difusividade térmica e da condutividade térmica, utilizando para tal a razão dos aumentos de temperatura medidos por cada termopar e inferência bayesiana, conforme detalhamento realizado na subseção 4.2.1. Foi admitida probabilidade *a priori* uniforme para as duas propriedades termofísicas. O intervalo adotado para α foi de 10^{-8} e 10^{-6} m^2s^{-1} e de 10^{-2} a 10^1 $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ para k . O número de amostragens realizadas foi $M = 128$. As Figuras 4.5 e 4.6 apresentam, respectivamente, a função densidade de probabilidade (PDF) que relaciona os valores do intervalo adotado de α aos correspondentes valores de verossimilhança e o gráfico *Box-Plot* de α , considerando todos os experimentos.

Figura 4.5. PDF para α randômico via inferência bayesiana: PVC, modelo 1D.

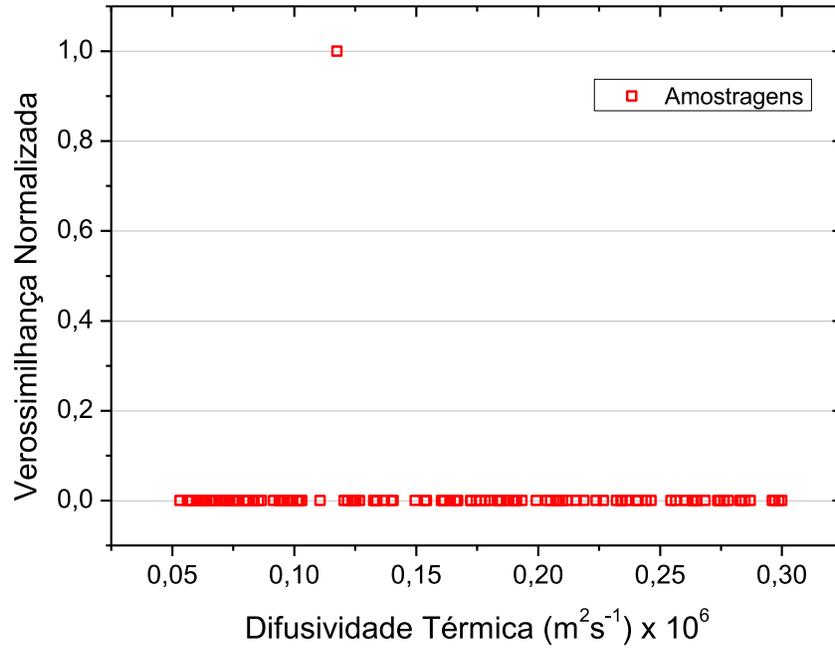
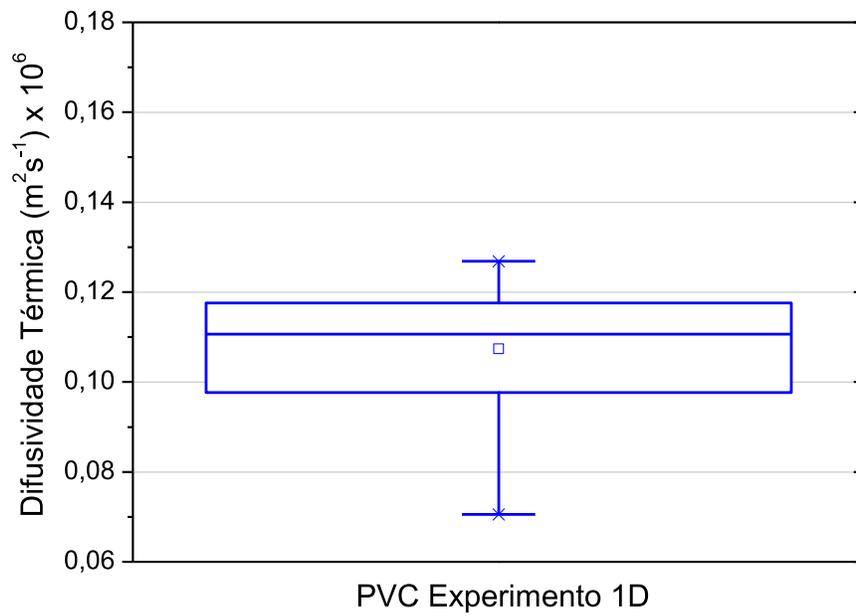


Figura 4.6. Box-Plot da difusividade térmica estimada: PVC, modelo 1D.



Conforme Figura 4.5, verifica-se que o valor de α correspondente à máxima verossimilhança é compatível com a ordem de grandeza da difusividade térmica de materiais isolantes. Conforme Figura 4.6, pode-se observar que o conjunto de dados de difusividade térmica obtidos experimentalmente, possui assimetria negativa, igual a - 0,703. Isto reflete a maior concentração dos valores entre o 3º Quartil (Q3) e o limite superior dos dados obtidos. Além do mais, o conjunto de dados possui curtose igual a 2,941, indicando que a dispersão dos valores de α em relação às medidas de tendência central segue um formato mesocúrtico, similar ao da distribuição normal. Os testes de *Shapiro-Wilk* e *Kolmogorov-Smirnov* foram aplicados para verificar a normalidade da distribuição dos resultados experimentais de α . Portanto, a um nível de 99 %, ambos os testes indicam que o conjunto de dados de α foram obtidos de uma PDF Normal.

Considerando a estimativa de α , obtém-se o valor experimental de k por inferência bayesiana. As Figuras 4.5 e 4.6 apresentam, respectivamente, a PDF que relaciona os valores do intervalo adotado de k aos correspondentes valores de verossimilhança e o gráfico *Box-Plot* de k , considerando todos os experimentos.

Figura 4.7. PDF para k randômico via inferência bayesiana: PVC, modelo 1D.

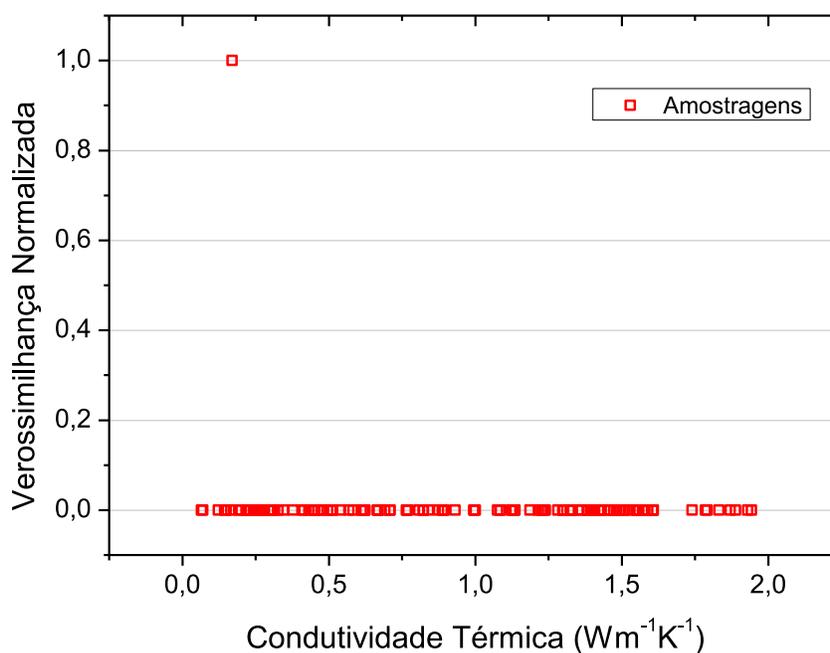
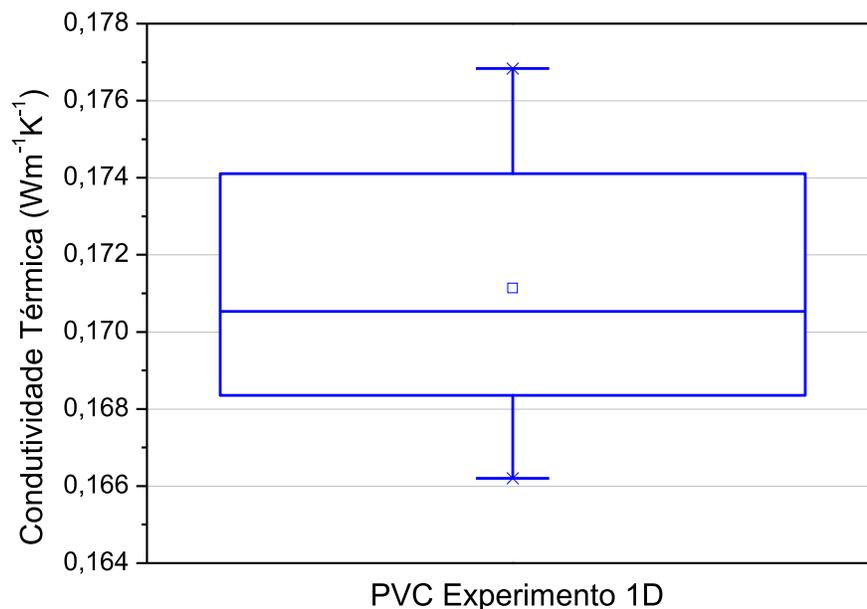


Figura 4.8. Box-Plot da difusividade térmica estimada: PVC, modelo 1D.

Conforme Figura 4.7, verifica-se que o valor de k correspondente à máxima verossimilhança é compatível com a ordem de grandeza desta propriedade em materiais isolantes. Pode-se verificar, ainda, que a PDF do conjunto de dados experimentais, possui assimetria negativa, com formato mesocúrtico. A aplicação dos testes de Shapiro-Wilk e Kolmogorov-Smirnov indicam que o conjunto de dados de k foram obtidos de uma PDF Normal, a um nível de 99 %.

A Tabela 4.1 apresenta o desvio entre os valores de α e k do PVC obtidos neste trabalho, considerando o modelo 1D, e valores da literatura.

Tabela 4.1. Comparativo das propriedades termofísicas do PVC: Valores convencionais da literatura e valores obtidos neste trabalho, através do modelo 1D de transferência de calor.

Propriedade	Este trabalho	Touloukian et al (1973)	Derbal et al (2014)
α	$0,11 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1} \pm 25,80 \%$	$0,12 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$	$0,12 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$
k	$0,17 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \pm 3,13 \%$	$0,16 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	$0,18 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$

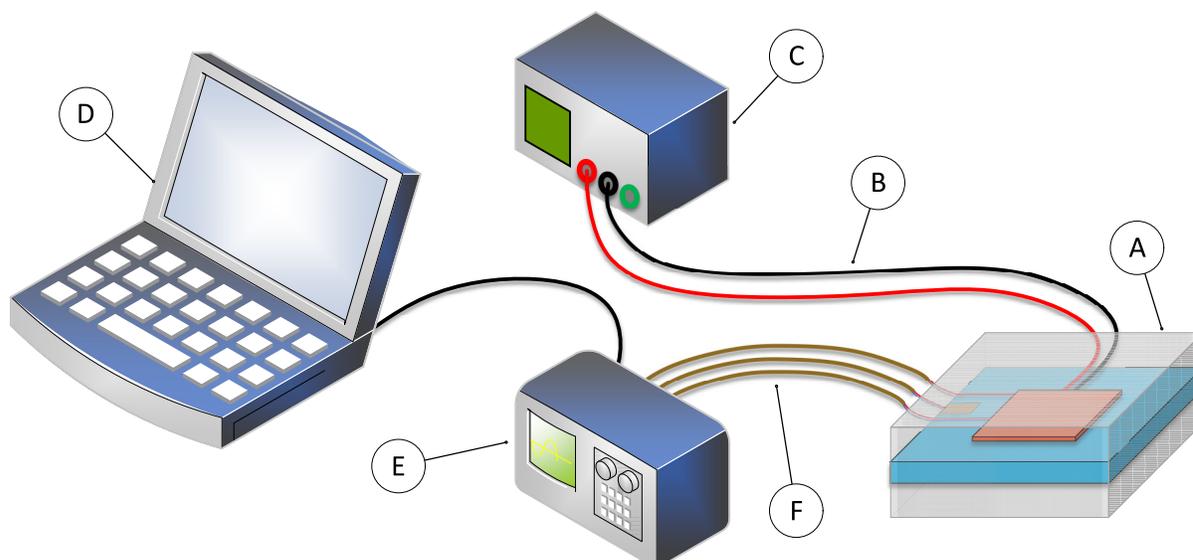
Os resultados apresentados a Tabela 4.1 indicam que a técnica apresentada neste trabalho possui uma boa exatidão quando aplicada ao modelo 1D, visto que os

valores estimados de α e k estimados apresentam boa concordância com valores convencionais da literatura. Do ponto de vista prático, contudo, a modelagem unidimensional não pode ser considerada em aplicações da técnica em tecidos vivos, uma vez que seria necessário um procedimento invasivo para verificar a temperatura na face oposta ao aquecimento. Assim, é necessário validar a técnica num modelo tridimensional, onde as temperaturas devem ser medidas em apenas uma superfície ativa o que será apresentado na próxima subseção.

4.2.2.2 Bancada para experimentos com modelo 3D

A Figura 4.9 ilustra a bancada experimental desenvolvida para estimar propriedades termofísicas do PVC, a partir do modelo matemático 3D apresentado na seção 3.3.

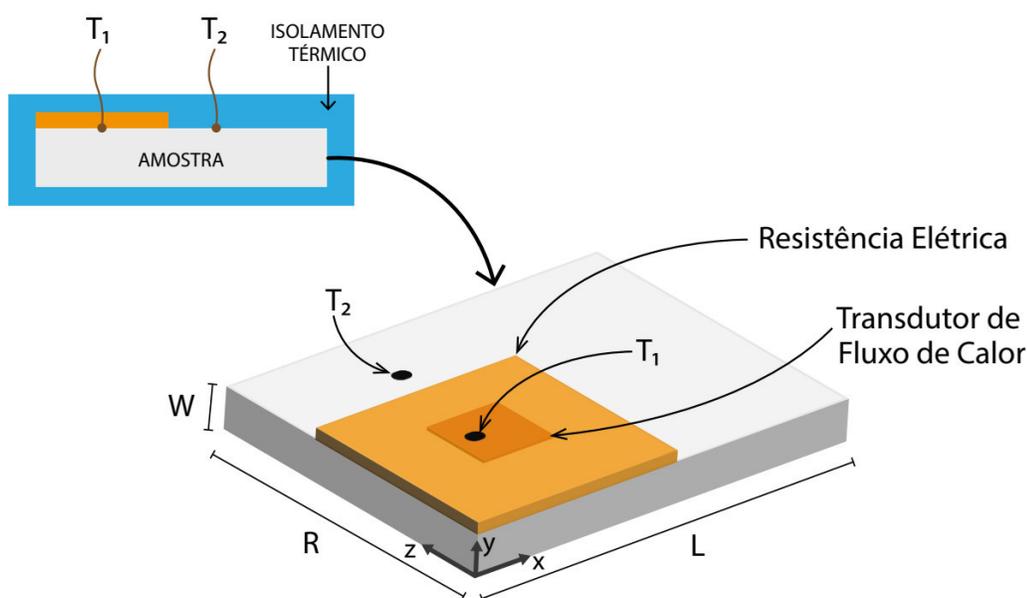
Figura 4.9. Montagem experimental utilizada nos experimentos 3D: A) Montagem e posicionamento da amostra; B) Resistência elétrica; C) Fonte de potência; D) Hardware; E) Aquisição de Dados; F) Termopares e Transdutor de fluxo de calor.



A maioria dos equipamentos utilizados no experimento unidimensional é a mesma utilizado na bancada de experimentos tridimensionais, que inclui o sistema de aquisição de dados, fonte de alimentação, transdutor e o hardware. Ao contrário do observado em experimentos tridimensionais que aplicam o mesmo método para

amostras metálicas (SANTOS-JÚNIOR *et al.*, 2022), as amostras utilizadas no presente não foram expostas ao vácuo, pois isto alteraria suas constituições físicas, visto que são materiais isolantes. Deve-se mencionar que as superfícies laterais das amostras utilizadas não foram expostas ao meio convectivo, mas encapsuladas por um material isolante (poliestireno expandido). Por sua vez, o material isolante tem uma espessura maior o suficiente para garantir a hipótese de isolamento. A Figura 4.10 mostra a montagem da amostra de PVC e o esquema de instrumentação.

Figura 4.10. Instrumentação da amostra de PVC para experimento 3D.



Fonte: Adaptado de Santos-Júnior *et al.* (2022).

Uma vez que a amostra alcança o equilíbrio térmico com o ambiente, aplica-se um aquecimento numa região da amostra localizada na superfície em $y = W$. Este aquecimento é provido durante 80 s por uma resistência elétrica de $26,0 \Omega \pm 1,0 \%$, com área de $315,28 \text{ cm}^2 \pm 0,03 \%$. A amplitude de tensão elétrica utilizada foi de $27,6 \text{ V} \pm 0,5 \%$. Uma particularidade desta resistência elétrica é seu revestimento externo de borracha de silicone, possibilitando uma boa aderência à superfície da amostra. Assim, foi necessário aplicar a película de pasta térmica apenas na interface entre resistência e transdutor de calor (o mesmo transdutor utilizado nos materiais condutores).

A medição de temperatura de determinados sítios da amostra foi realizada por dois termopares. O primeiro deles é do tipo K, AWG 30, que se encontra embutido

no transdutor de calor (ver Fig. 4.2). O segundo é o termopar do tipo K CO1-K (Omega® Engineering), apropriado para medições de temperatura em superfícies. Ambos possuem incerteza expandida de 0.15 K (OMEGA® ENGINEERING, 2017). Os termopares utilizados nesta bancada possuem uma resolução de 40 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$. As dimensões da amostra de PVC, o posicionamento da resistência elétrica e dos termopares podem ser observadas na Tab. 4.2.

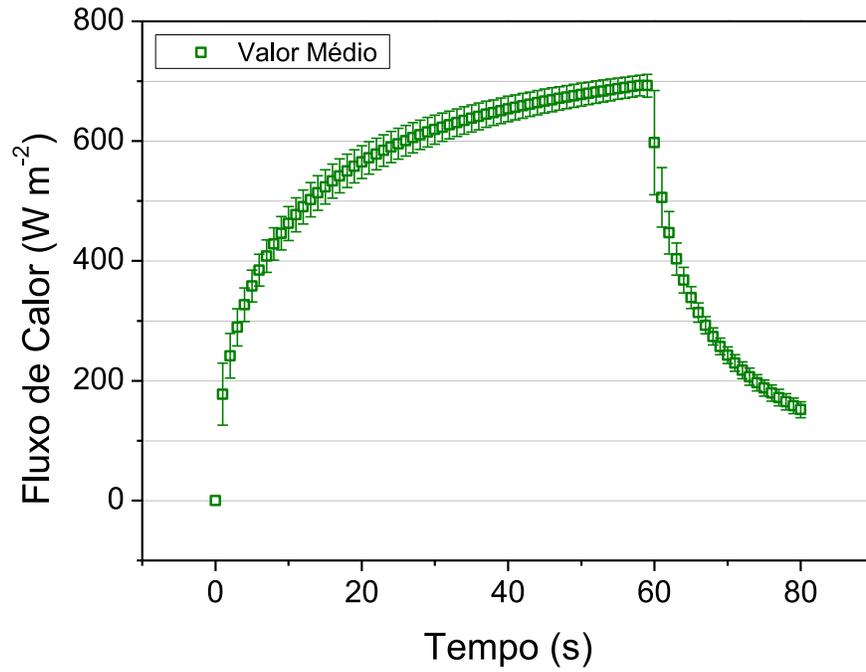
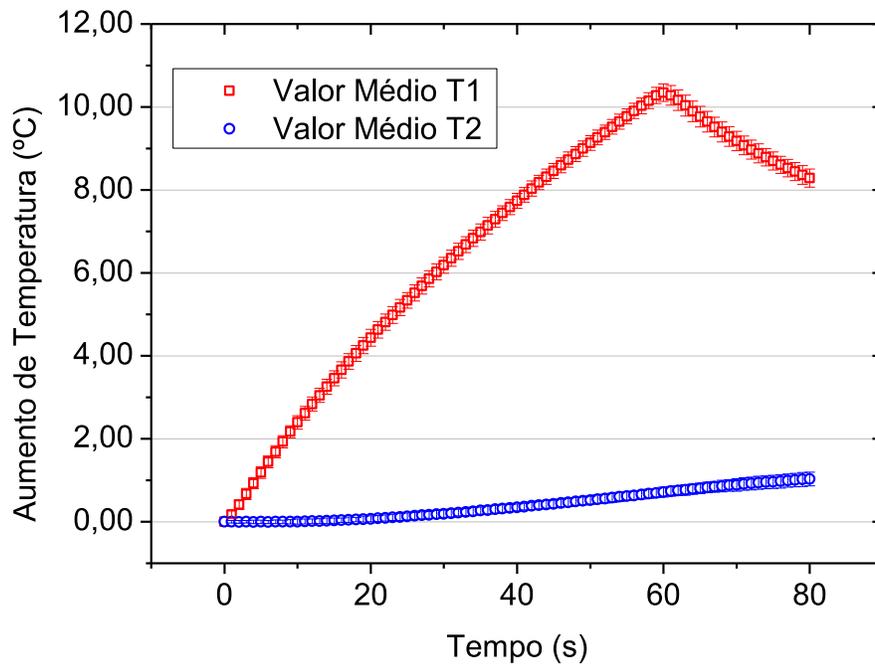
Tabela 4.2. Dimensões características da amostra não condutora; regiões de aquecimento e posicionamentos dos termopares em $y = W$.

L x R x W (mm ³)	Região de aquecimento (mm)	Coordenadas dos termopares (mm)	
(305,00 x 305,00 x 24,94) \pm 0,01	L1 = 0,00 \pm 0,03	T1	x = 88,81 \pm 0,02
	L2 = 177,62 \pm 0,03		z = 88,75 \pm 0,02
	R1 = 0,00 \pm 0,03	T2	x = 79,04 \pm 0,02
	R2 = 177,50 \pm 0,03		z = 181,07 \pm 0,02

Semelhante ao modelo unidimensional, o procedimento experimental com modelo 3D foi repetido 40 vezes. O Critério de Chauvenet também foi aplicado ao conjunto de dados experimentais do experimento tridimensional, no intuito de identificar erros grosseiros de medição.

As Figuras 4.11 e 4.12 mostram os resultados do experimento realizado 40 vezes para medições de fluxo de calor e temperatura na amostra de PVC.

As medidas de fluxo de calor apresentaram boa repetibilidade, ao nível de confiança de 95,45 %. A dispersão nas medições de temperatura também foi pequena, visto que o desvio não excedeu o valor da incerteza de medição dos termopares. Portanto, as medições de fluxo de calor e temperatura foram bastante precisas, considerando que o desvio médio de todos os 40 experimentos para ambos os parâmetros foi inferior a 5,0 %. Isso indica que o dispositivo desenvolvido neste trabalho é confiável e preciso quando utilizado em materiais isolantes — como é o caso do PVC — e considerando a modelagem 3D.

Figura 4.11. Fluxo de calor imposto à amostra de PVC em experimentos 3D**Figura 4.12.** Aumento de temperatura na amostra de PVC em experimentos 3D

A Figura 4.13 apresenta a PDF que relaciona o intervalo adotado na inferência bayesiana com a verossimilhança correspondente ao valor de α randômico. A Figura 4.14 sumariza o conjunto de valores experimentais de α , em função do número de amostragens randômicas utilizadas. A Figura 4.15 realiza um comparativo entre os conjuntos α obtidos a partir dos modelos 1 D e 3 D

Conforme Figura 4.13, observa-se que a PDF dos valores randômicos de α apresenta baixa dispersão. Além disso, o valor de α que possui a máxima verossimilhança está contido no intervalo considerado na inferência bayesiana. A Figura 4.14 indica que o valor de M apresentara influência desprezível na estimativa de α , a um nível de confiança de 95,45 %. Assim, a configuração com $M = 128$ foi escolhida para estimar α devido ao pequeno custo computacional. A Figura 4.15 indica que o α obtido pelo modelo 3D apresenta uma variabilidade bem menor que no modelo 1D em decorrência do maior controle das variáveis de entrada do modelo 3D (conforme apresentado no Capítulo 5 deste trabalho). Isto confere maior precisão ao conjunto de α obtidos através do modelo 3D.

Figura 4.13. PDF para α randômico via inferência bayesiana: PVC, modelo 3D.

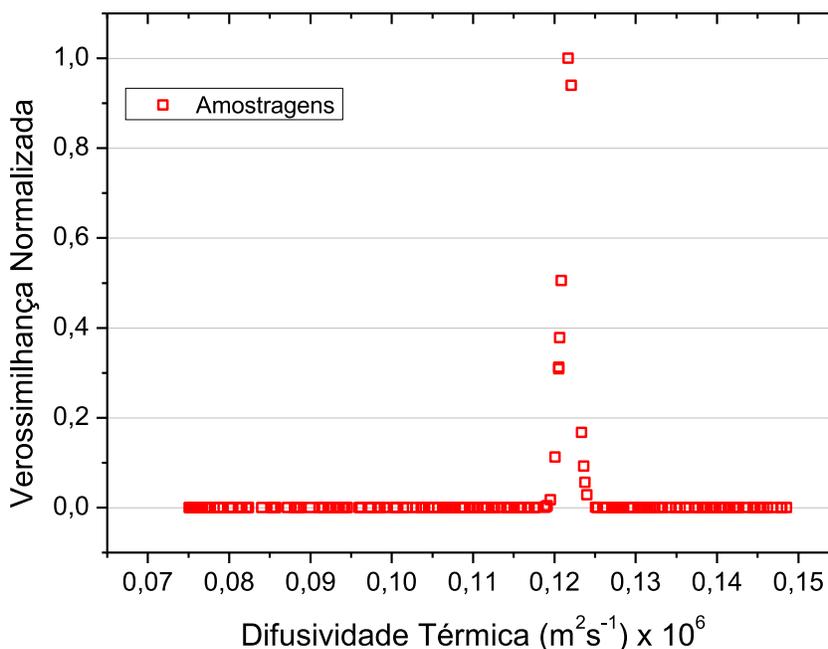


Figura 4.14. Box-Plot da difusividade térmica estimada: PVC, modelo 3D.

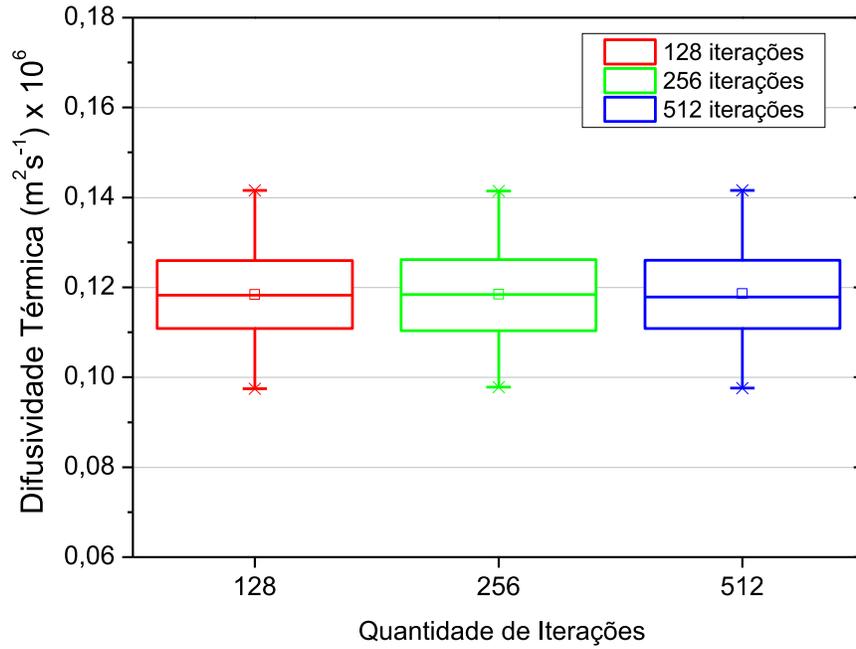
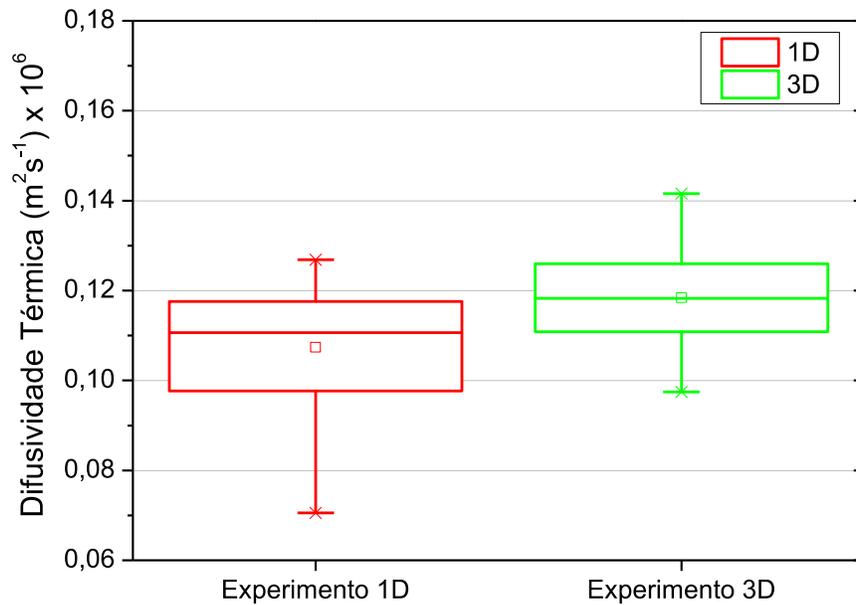


Figura 4.15. Comparativo de α obtido pelos modelos 1D e 3D, com $M = 128$ amostragens.



A Figura 4.16 apresenta a PDF da verossimilhança considerando o intervalo adotado para o k randômico. A Figura 4.17 mostra o comparativo das distribuições de probabilidade do conjunto de valores de k obtido experimentalmente em função da quantidade de amostragens randômicas utilizadas na inferência bayesiana. A Figura 4.18 apresenta c comparativo entre o k obtido através dos modelos 1D e 3D.

O valor de M apresentara influência desprezível, visto que não foi observada diferença significativa nos diferentes valores de k , a um nível de confiança de 95,45 %, similarmente ao ocorrido quando da estimativa de α . Assim, de forma análoga aos resultados anteriores, a configuração com $M = 128$ foi escolhida para estimar a condutividade térmica devido ao menor custo computacional.

A Figura 4.18 aponta para uma menor dispersão do conjunto de valores de k obtidos pelo modelo 3D, quando comparado aos valores obtidos pelo modelo 1D. De fato, observa-se um maior gradiente de temperatura no modelo 1D em relação ao 3D, ao longo do tempo, quando comparadas as Figs. 4.4 e 4.12. Este fato contribui para uma maior dispersão das propriedades termofísicas (α e k) no modelo 1D em relação ao modelo 3D, haja visto que estão são dependentes da temperatura.

Figura 4.16. PDF para k randômico via inferência bayesiana: PVC, modelo 3D.

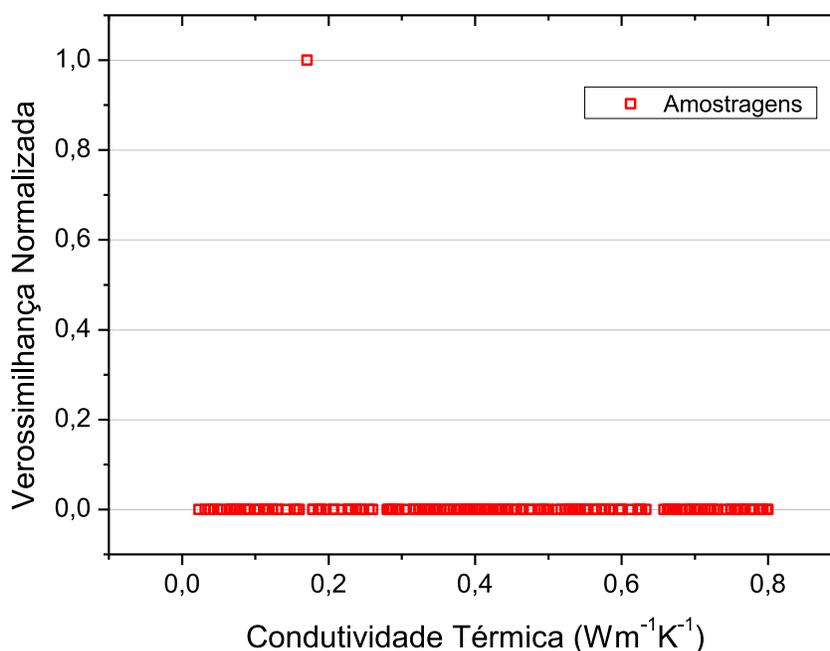


Figura 4.17. Box-Plot da difusividade térmica estimada: PVC, modelo 3D.

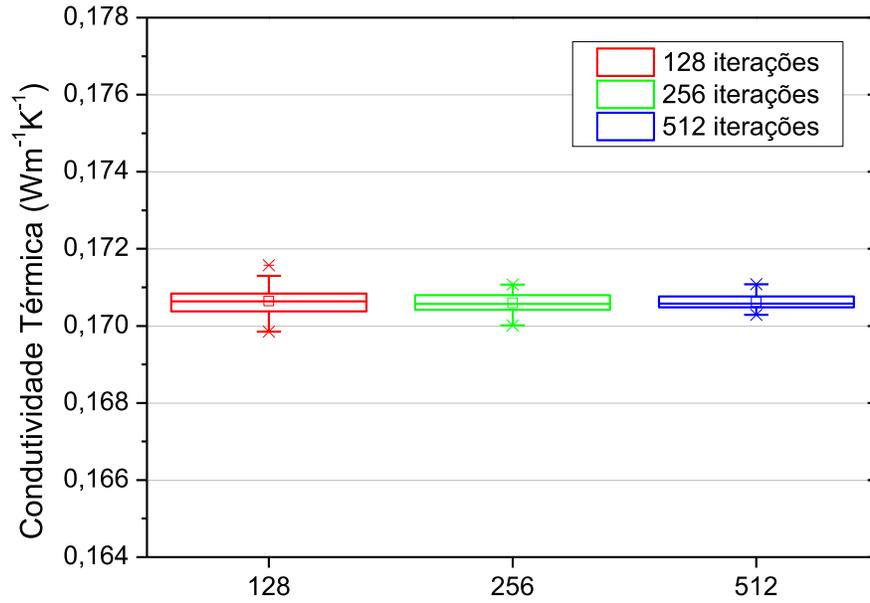
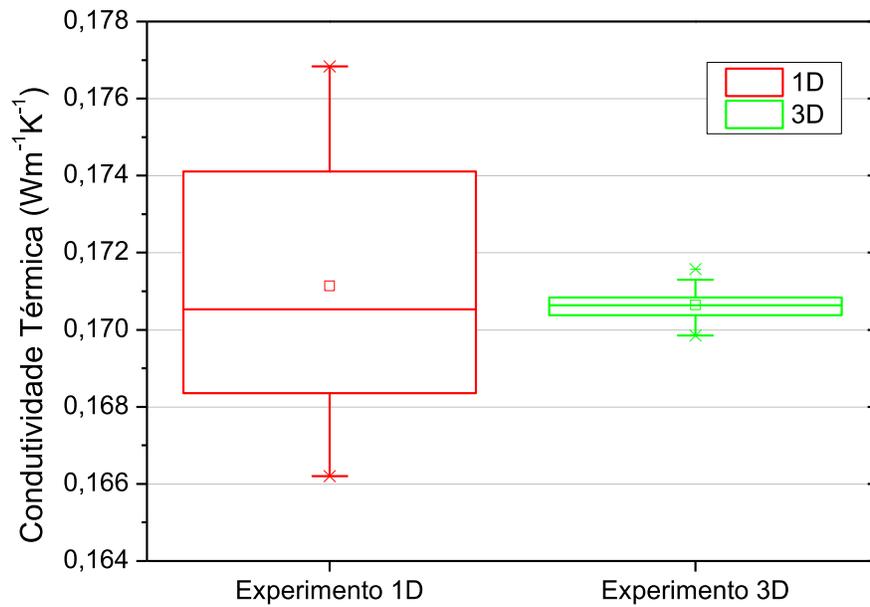


Figura 4.18. Comparativo de α obtido pelos modelos 1D e 3D, com $M = 128$ amostragens.



A aplicação dos testes de Shapiro-Wilk e Kolmogorov-Smirnov indicam que o conjunto de dados de k e α foram obtidos de uma PDF Normal, a um nível de 99 %.

Considerando que a difusividade térmica e a condutividade térmica do PVC foram estimadas pelo modelo tridimensional, podemos comparar as temperaturas teóricas e medidas. As Figuras 4.19 e 4.20 mostram as comparações usando os valores medidos de fluxo de calor e os estimados de α e k para calcular os valores de temperatura e comparar com os respectivos valores de temperatura experimentais. As Figuras 4.21 e 4.22 mostram os desvios nos valores estimados e calculados de temperatura, respectivamente.

Observa-se boa aderência entre as temperaturas analíticas e experimentais, em ambos os termopares, conforme observado nas Figs. 4.19 e 4.20. No termopar T1, durante o resfriamento, fica evidente uma diferença entre os valores analítico e experimental de temperatura. Isto decorre da inércia térmica da resistência elétrica. Os desvios observados nas Fig. 4.21 e 4.22 são da ordem da incerteza de medição dos termopares utilizados, que é de 0,15 K. O efeito da inércia térmica da resistência elétrica também é percebido na Fig. 4.21, a partir de $t = 60$ s.

Figura 4.19. Temperaturas analíticas e experimentais: Modelo 3D, termopar T1.

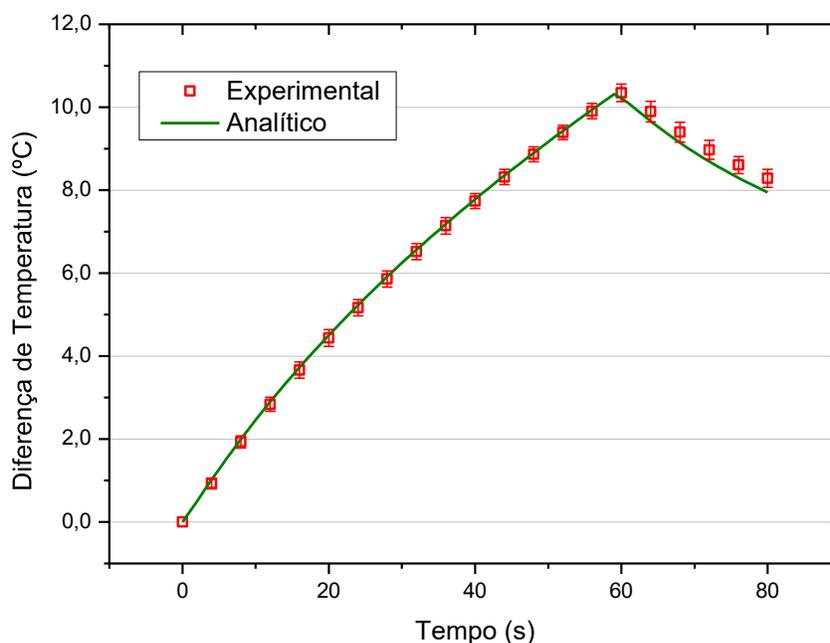


Figura 4.20. Temperaturas analíticas e experimentais: Modelo 3D, termopar T2.

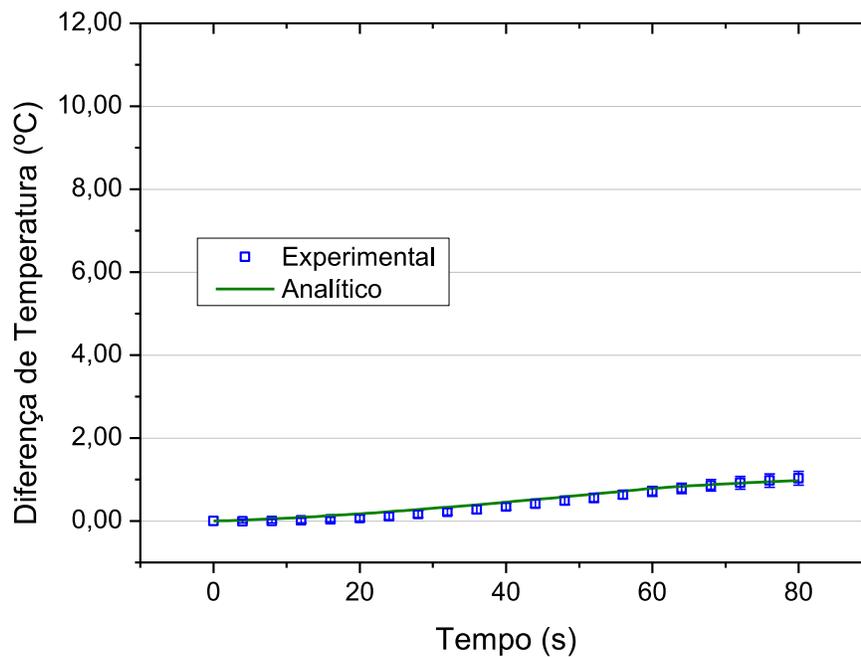


Figura 4.21. Desvio entre temperaturas analítica e experimental: Termopar T1.

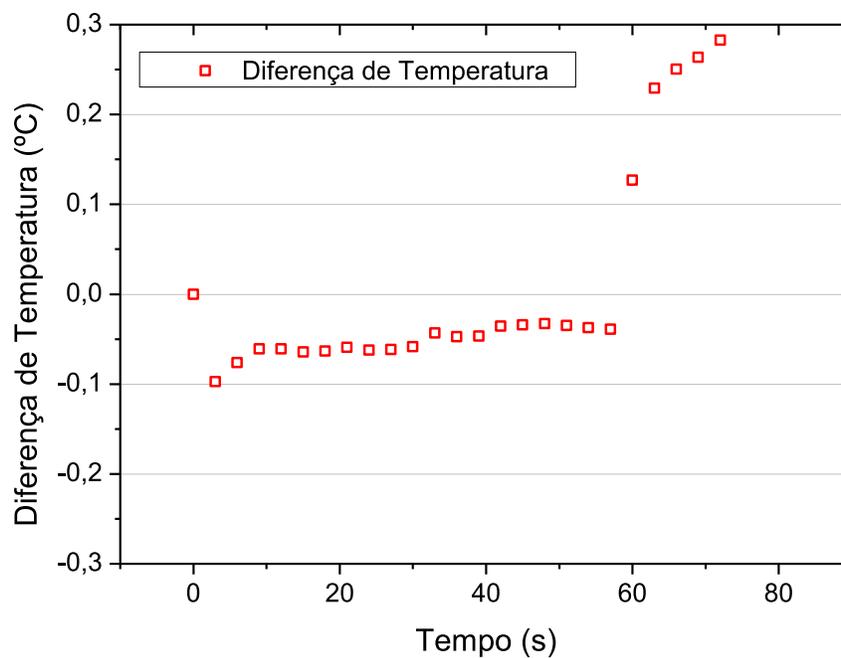
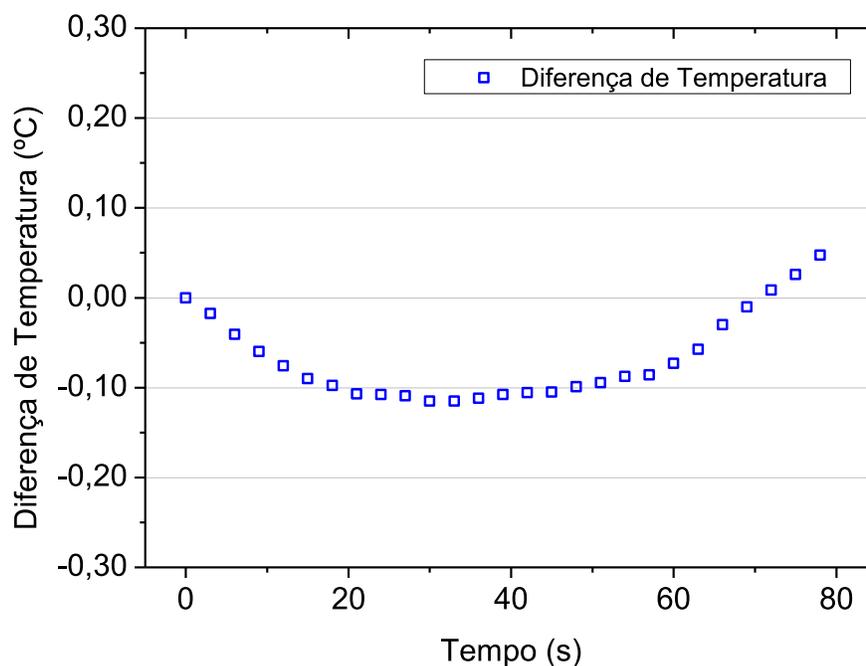


Figura 4.22. Desvio entre temperaturas analítica e experimental: Termopar T2.



A Tabela 4.3 apresenta o comparativo entre os valores experimentais de α e k , obtidos no presente trabalho através do modelo 3D, com valores convencionais da literatura.

Tabela 4.3. Comparativo das propriedades termofísicas do PVC: Valores convencionais da literatura e valores obtidos neste trabalho, através do modelo 3D de transferência de calor.

Propriedade	Este trabalho	Touloukian <i>et al.</i> (1973)	Derbal <i>et al.</i> (2014)
α	$0,12 \text{ m}^2\text{s}^{-1} \times 10^{-6} \pm 10,25 \%$	$0,12 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$	$0,12 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$
k	$0,17 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \pm 0,31 \%$	$0,16 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	$0,18 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$

As propriedades termofísicas estimadas neste trabalho para a amostra de PVC, utilizando modelagem tridimensional, apresentam elevada exatidão e baixa dispersão, a um nível de 95,45 % de confiabilidade, para um fator de abrangência igual a 2,00, conferindo elevada exatidão aos parâmetros medidos. Estes resultados, associados aos gráficos apresentados nas Figs. 4.19 e 4.20, validam a técnica delineada no presente trabalho.

4.3 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS COM FANTOMAS

Fantoma é um tipo de corpo-de-prova usado para simulação *in-vitro* do comportamento de tecidos vivos, sendo bastante utilizado para a calibração de instrumentos médicos. Possui várias composições, geometrias e propriedades (termofísicas, mecânicas, ópticas etc.), que podem ser modeladas de maneira controlada durante sua fabricação, conforme requisitos experimentais.

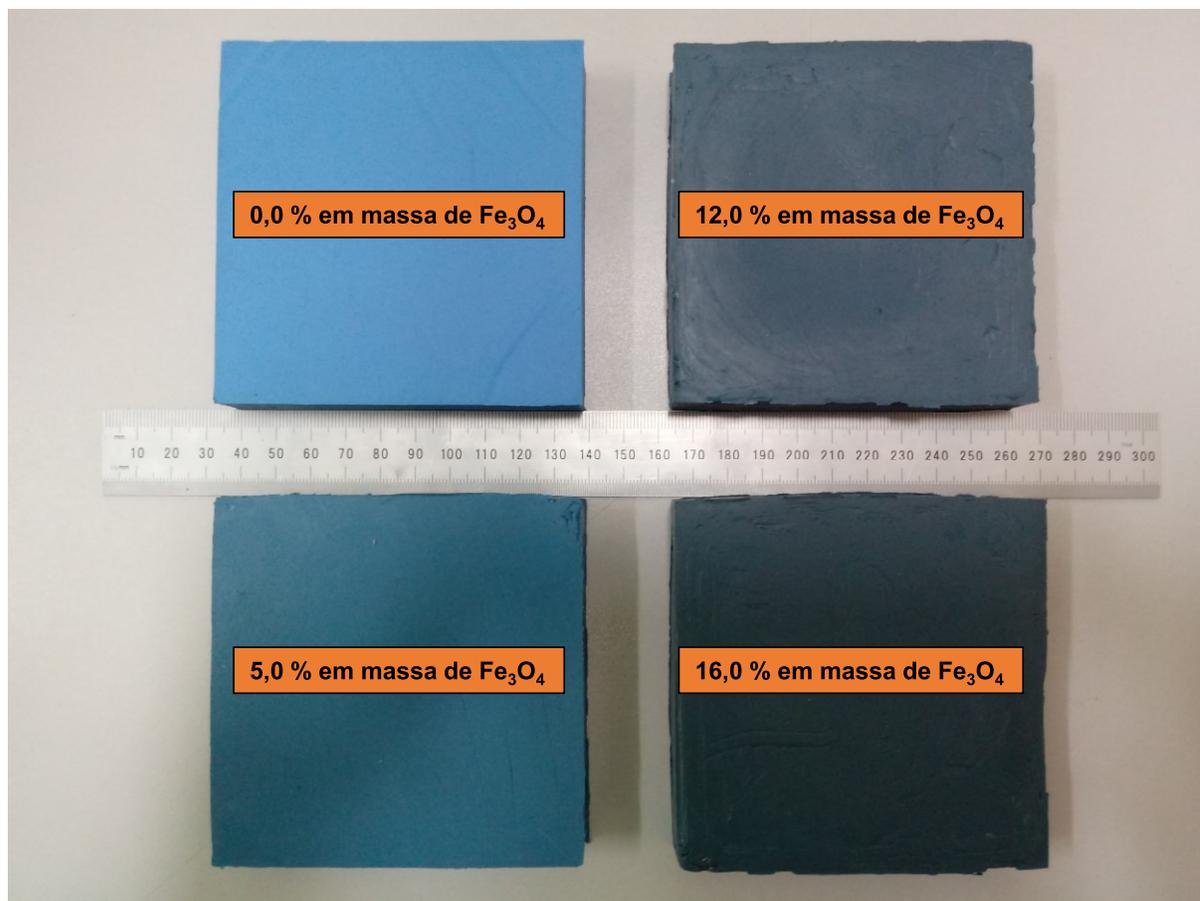
No presente trabalho foram desenvolvidos fantasmas à base de silicone para investigação experimental de parâmetros termofísicos presentes no modelo de biotransferência de calor de Pennes (1948), como difusividade térmica, condutividade térmica, geração metabólica e perfusão sanguínea. Apresenta-se nesta seção os procedimentos experimentais empreendidos para estimativa e análise destas propriedades.

4.3.1. Estimativa de difusividade térmica e condutividade térmica de fantasmas

De acordo com Zuvim *et al.* (2019), uma amostra de material magnético aquecerá quando submetido a uma indução eletromagnética, em decorrência de correntes elétricas parasitas ou correntes de Foucault. Admitindo que partículas de um material magnético sejam incorporadas a um determinado meio físico, e que este meio seja submetido a um campo magnético de indução, haverá um aquecimento uniforme do domínio físico considerado. Este princípio é utilizado no presente trabalho para replicar em amostras *in-vitro* a geração de calor metabólica de tecidos vivos. Isto dar-se-á através do aquecimento por indução de fantasmas, aos quais foram adicionadas homogeneamente partículas magnéticas de óxido de ferro (Fe_3O_4), com dimensão média de 11 nm — os procedimentos de síntese e análise dimensional destas partículas podem ser vistos em De Oliveira *et al.* (2022). O aquecimento destes fantasmas quando do seu posicionamento em determinado campo eletromagnético mimetiza o termo de geração metabólica presente na equação de Pennes. Obviamente que o valor do calor gerado é função do percentual de partículas magnéticas na amostra e da potência elétrica fornecida ao dispositivo de indução magnética. Todavia, o estudo da geração metabólica requer estimativa prévia de α e k dos fantasmas, em função da quantidade de partículas magnéticas presentes no meio físico analisado.

Neste contexto, foram fabricados 4 fantomas, com diferentes concentrações em massa de partículas magnéticas, conforme apresentado na Fig. 4.23.

Figura 4.23. Fantomas desenvolvidos para estimativa de α e k .



As massas de silicone e de partículas magnéticas foram medidas numa balança analítica digital com resolução de 0,0001 g. O molde utilizado na fabricação das amostras foi confeccionado numa impressora 3D de ABS e possui dimensões 100,00 x 100,00 x 20,00 mm³ ± 1,00 %. A mistura entre o silicone e a massa de partículas magnéticas foi realizada manualmente, durante 10 minutos, de forma a garantir uniformidade da massa resultante. Por fim, adiciona-se determinada quantidade de catalisador à mistura silicone + partículas magnéticas e realiza-se o derramamento no molde. Após esse processo, espera-se 24 horas para realizar a desmoldagem da amostra. Este período consiste no intervalo de tempo mínimo para ocorrer a cura do silicone. Uma vez desmoldados, procede-se com a estimativa de α e k destes fantomas.

A estimativa de propriedades termofísicas em tecidos vivos com a técnica 1D apresentada na subseção 4.2.2 não é possível do ponto de vista prático. Logo, deve-se adotar a técnica experimental 3D exposta na subseção 4.2.2 para estimativa de α e k (apresenta-se o experimento com bancada 1D no Apêndice B). Nesta técnica, o aquecimento e a medição de temperaturas são realizados em apenas uma superfície ativa, na qual são fixados o transdutor de fluxo de calor e os termopares. A Tabela 4.4 sumariza as posições dos termopares e da região de aquecimento.

Tabela 4.4. Regiões de aquecimento e posicionamento dos termopares nos fantasmas em $y = W$.

Fantoma (percentual mássico de Fe_3O_4)	Região de aquecimento (mm)	Coordenadas dos termopares (mm)	
0,0 %	L1 = $0,00 \pm 0,03$	T1	x = $5,08 \pm 0,02$
	L2 = $50,00 \pm 0,03$		z = $14,65 \pm 0,02$
	R1 = $0,00 \pm 0,03$	T2	x = $55,36 \pm 0,02$
	R2 = $50,00 \pm 0,03$		z = $35,50 \pm 0,02$
5,0 %	L1 = $25,00 \pm 0,03$	T1	x = $50,00 \pm 0,02$
	L2 = $75,00 \pm 0,03$		z = $50,00 \pm 0,02$
	R1 = $25,00 \pm 0,03$	T2	x = $42,37 \pm 0,02$
	R2 = $75,00 \pm 0,03$		z = $79,25 \pm 0,02$
12,0 %	L1 = $25,00 \pm 0,03$	T1	x = $49,25 \pm 0,02$
	L2 = $75,00 \pm 0,03$		z = $56,49 \pm 0,02$
	R1 = $25,00 \pm 0,03$	T2	x = $48,80 \pm 0,02$
	R2 = $75,00 \pm 0,03$		z = $18,46 \pm 0,02$
16,0 %	L1 = $25,00 \pm 0,03$	T1	x = $49,25 \pm 0,02$
	L2 = $75,00 \pm 0,03$		z = $56,49 \pm 0,02$
	R1 = $25,00 \pm 0,03$	T2	x = $54,54 \pm 0,02$
	R2 = $75,00 \pm 0,03$		z = $18,12 \pm 0,02$

Portanto, foram realizados 40 experimentos em cada fantoma da Fig. 4.23, utilizando a montagem experimental apresentada nas Figs. 4.9 e 4.10, exceto pela resistência elétrica, que no caso dos experimentos com fantasmas é de $16,0 \Omega \pm 1,0 \%$, com uma área de aquecimento de $25,00 \text{ cm}^2 \pm 0,03 \%$. A confiabilidade das medições de fluxo de calor e temperatura é de 95,45 %, para um fator de abrangência igual à 2,00. Os dados experimentais foram submetidos ao Critério de Chauvenet, visando identificar possíveis erros grosseiros de medição.

As Figuras 4.24 – 4.27 apresentam as medições de fluxo de calor, e as Figs. 4.28 – 4.31 apresentam as medições de temperatura.

Figura 4.24. Fluxo de calor imposto ao fantoma com 0,0 % em massa de Fe_3O_4

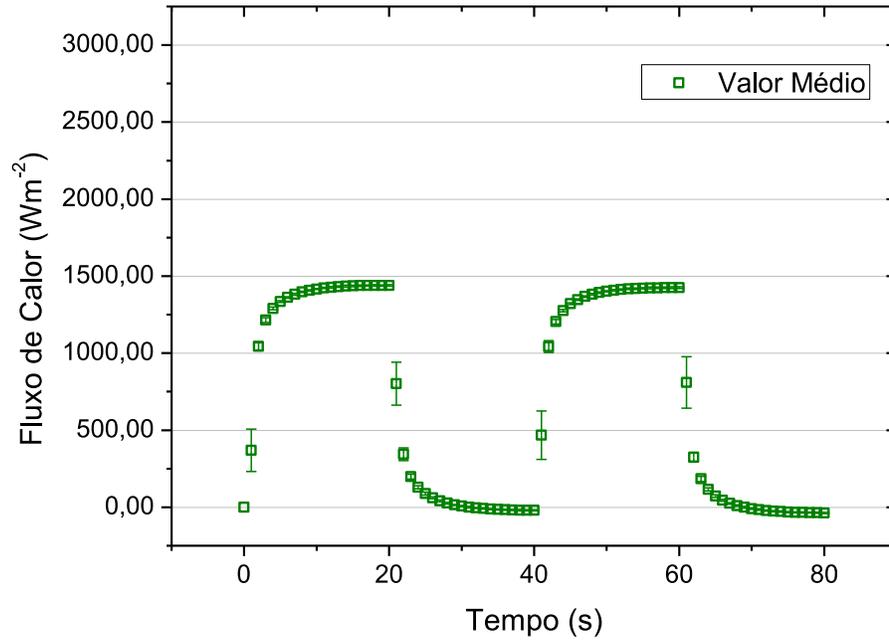


Figura 4.25. Fluxo de calor imposto ao fantoma com 5,0 % em massa de Fe_3O_4

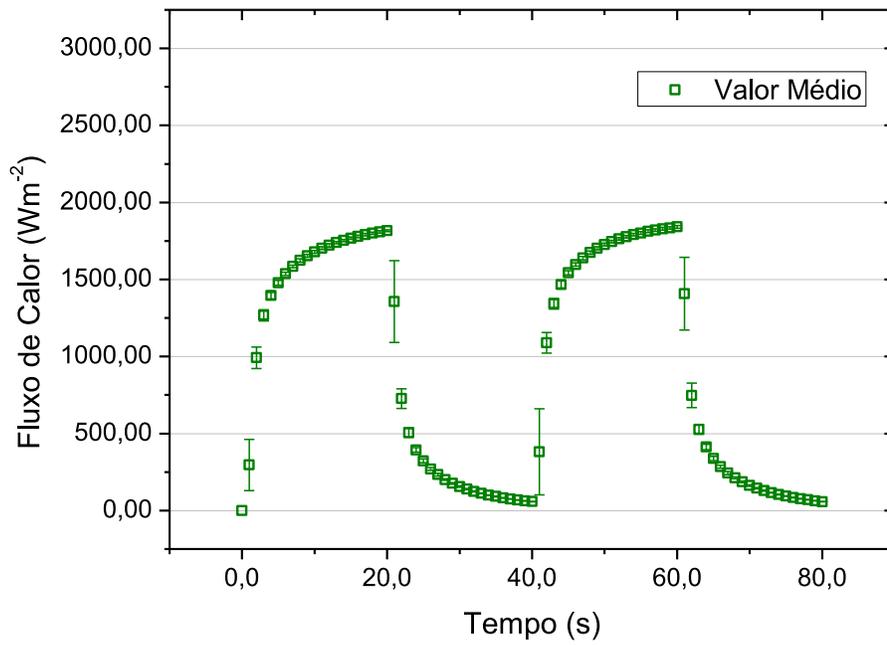


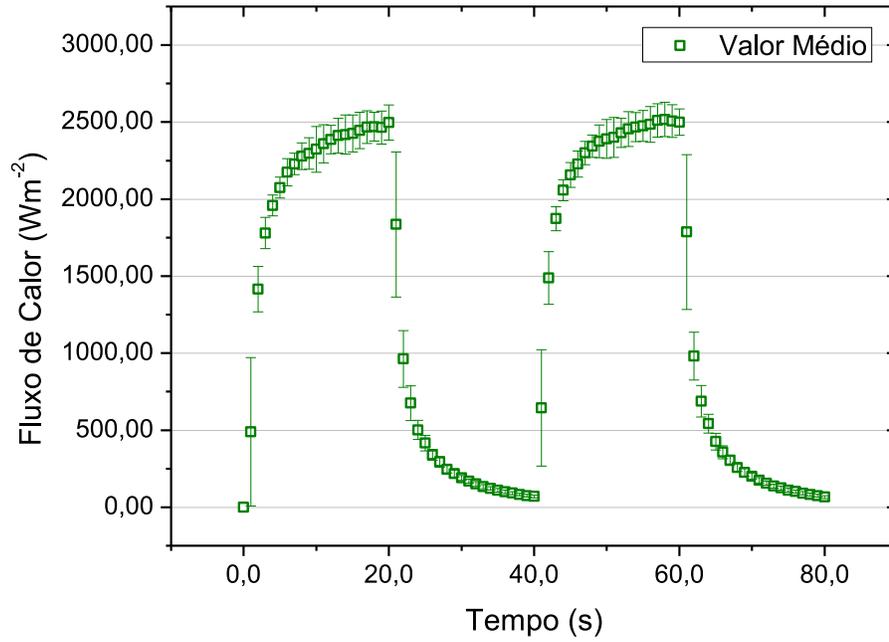
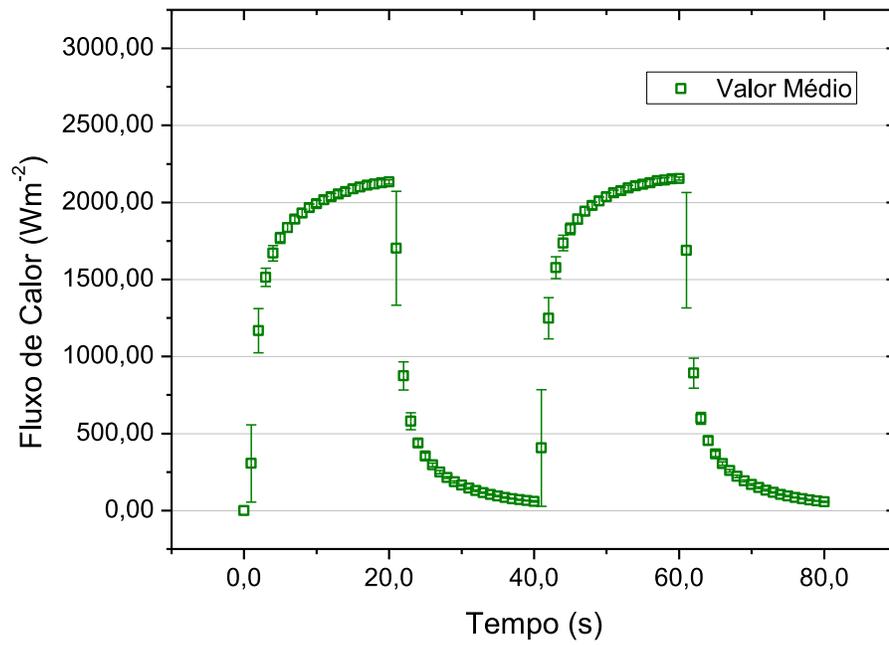
Figura 4.26. Fluxo de calor imposto ao fantoma com 12,0 % em massa de Fe_3O_4 **Figura 4.27.** Fluxo de calor imposto ao fantoma com 16,0 % em massa de Fe_3O_4 

Figura 4.28. Aumento de temperatura no fantoma com 0,0 % em massa de Fe_3O_4

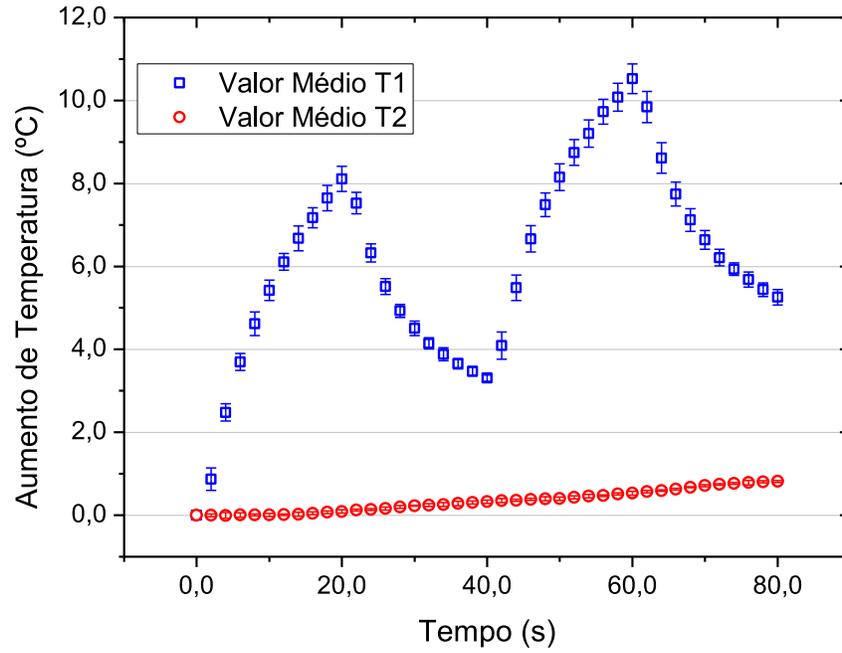


Figura 4.29. Aumento de temperatura no fantoma com 5,0 % em massa de Fe_3O_4

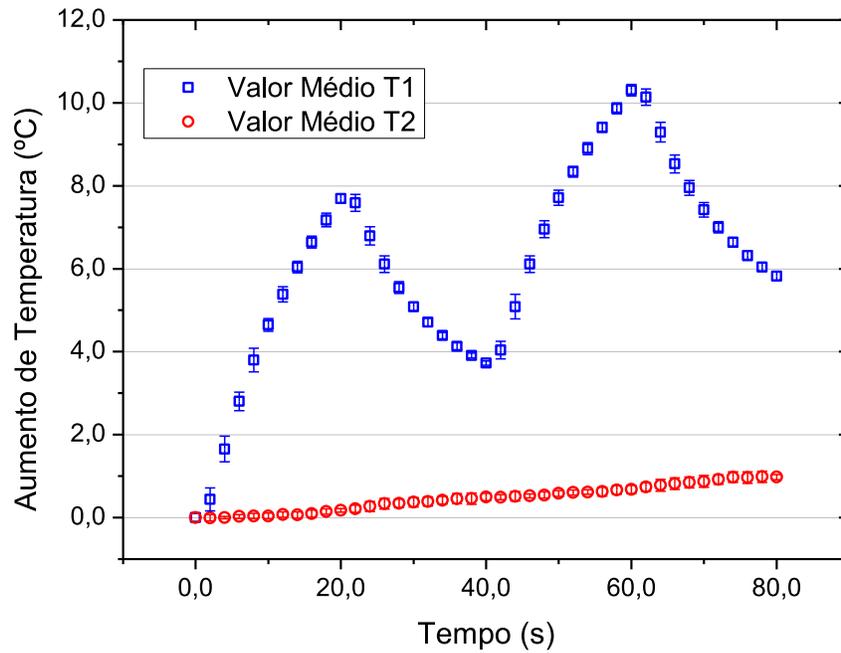


Figura 4.30. Aumento de temperatura no fantoma com 12,0 % em massa de Fe_3O_4

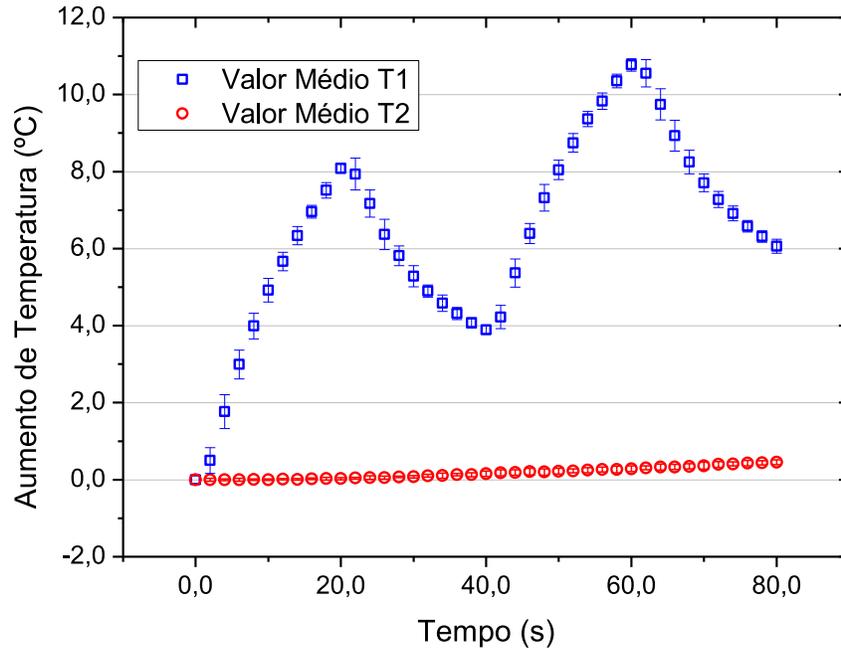
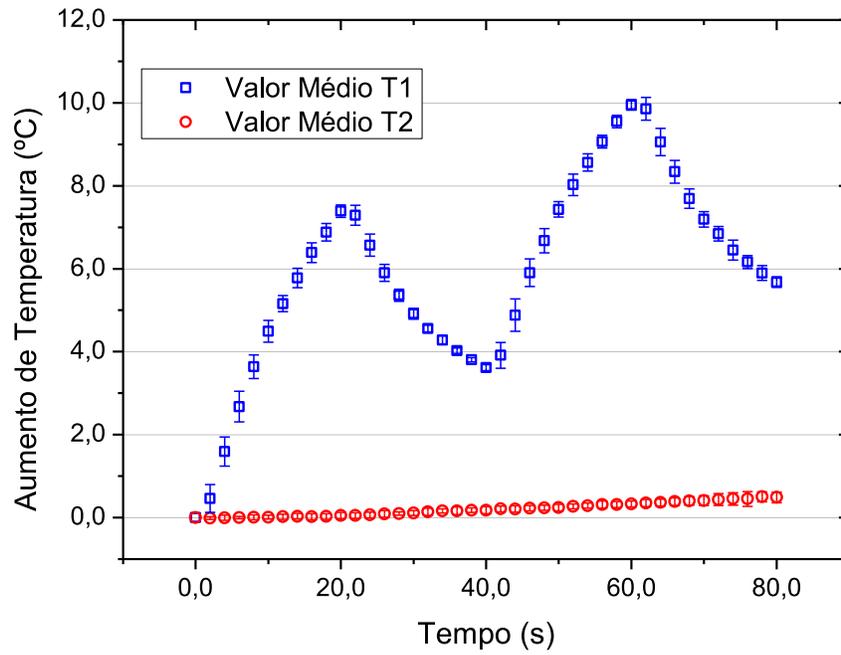


Figura 4.31. Aumento de temperatura no fantoma com 16,0 % em massa de Fe_3O_4



As medições de fluxo de calor apresentaram baixa dispersão, uma vez que possuem os desvios médios inferiores a 10,50 %. Algumas medições, ocorridas no início e no fim dos ciclos de aquecimento apresentaram desvios maiores, reflexo da elevada inércia térmica da resistência elétrica utilizada. As medições de temperatura efetuadas também apresentaram baixas dispersões, dado que o desvio-padrão médio foi menor que a incerteza de medição dos termopares ($\pm 0,15$ K).

Procedeu-se, com a estimativa da difusividade térmica e da condutividade térmica. Diante das medições de fluxo de calor de aumento de temperatura, utilizando para tal a razão dos aumentos de temperatura (Eq. 4.15) e inferência bayesiana, conforme detalhamento realizado na subseção 4.2.1. Foi admitida probabilidade *a priori* uniforme para as duas propriedades termofísicas. O intervalo adotado para α foi de 10^{-8} e 10^{-6} m^2s^{-1} e de 10^{-2} a 10^1 $Wm^{-1}K^{-1}$ para k . O número de amostragens realizadas foi $M = 128$. As Figuras 4.32 – 4.39 apresentam a PDF que relaciona os valores do intervalo adotado de α e k aos correspondentes valores de verossimilhança. As Figuras 4.40 e 4.41 e a Tabela 4.5 sintetizam o conjunto de dados estimados de α e k , para cada fantoma apresentado na Fig. 4.23.

Figura 4.32. PDF para α randômico via inferência bayesiana: 0,0 % em massa de Fe_3O_4 .

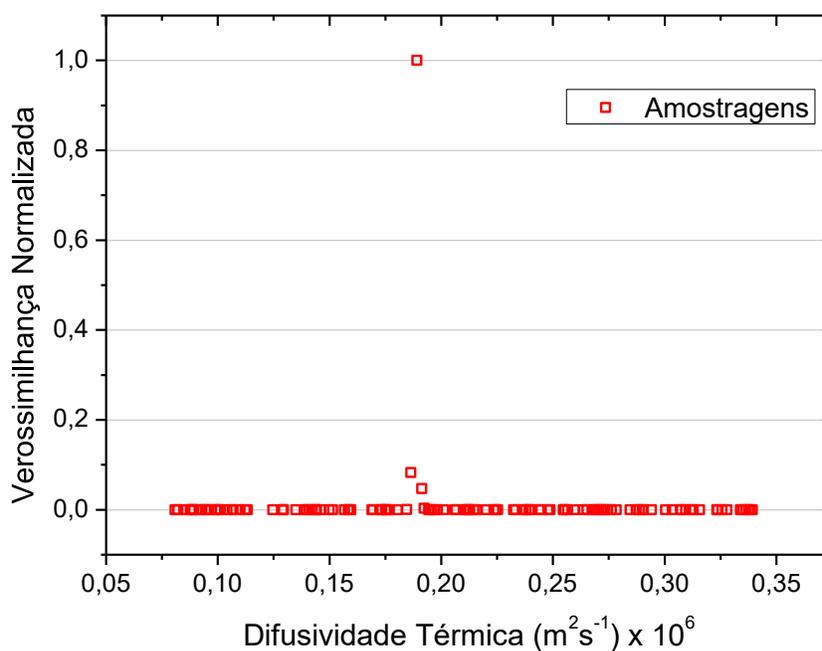


Figura 4.33. PDF para α randômico via inferência bayesiana: 5,0 % em massa de Fe_3O_4 .

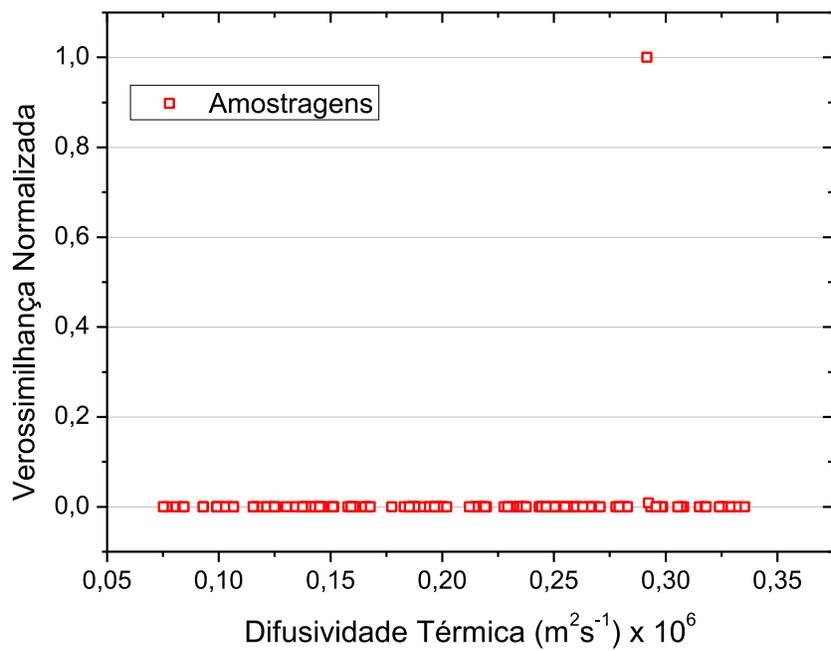


Figura 4.34. PDF para α randômico via inferência bayesiana: 12,0 % em massa de Fe_3O_4 .

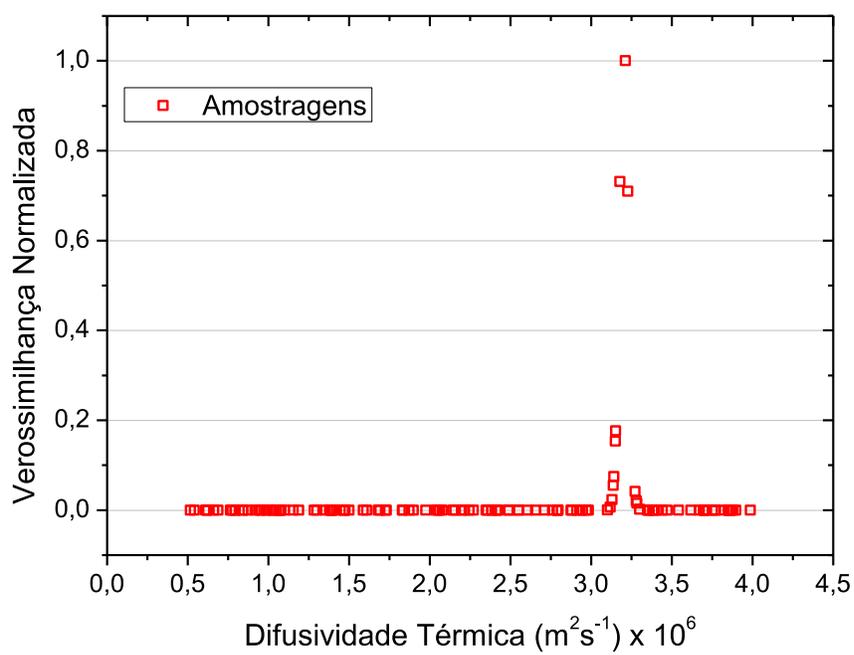


Figura 4.35. PDF para α randômico via inferência bayesiana: 16,0 % em massa de Fe_3O_4 .

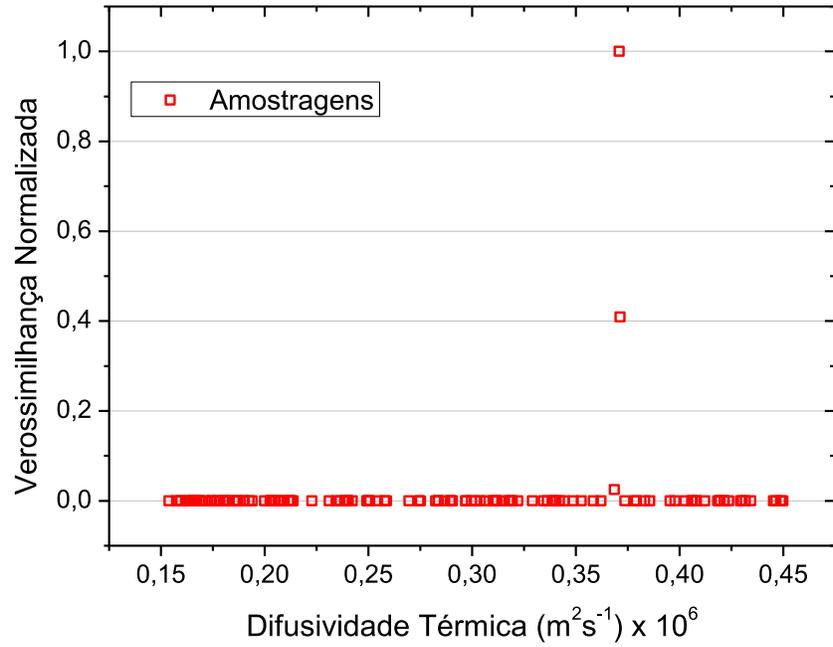


Figura 4.36. PDF para k randômico via inferência bayesiana: 0,0 % em massa de Fe_3O_4 .

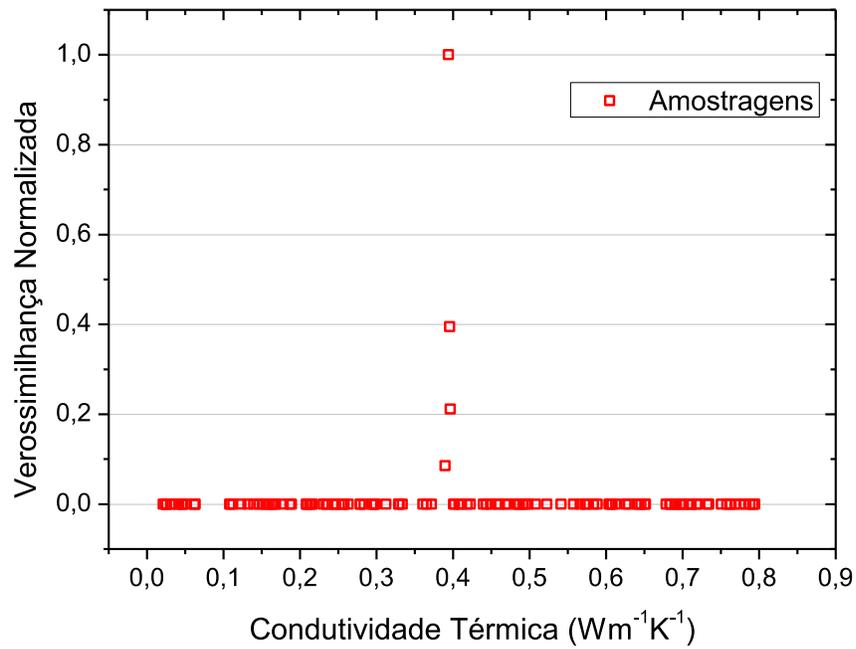


Figura 4.37. PDF para k randômico via inferência bayesiana: 5,0 % em massa de Fe_3O_4 .

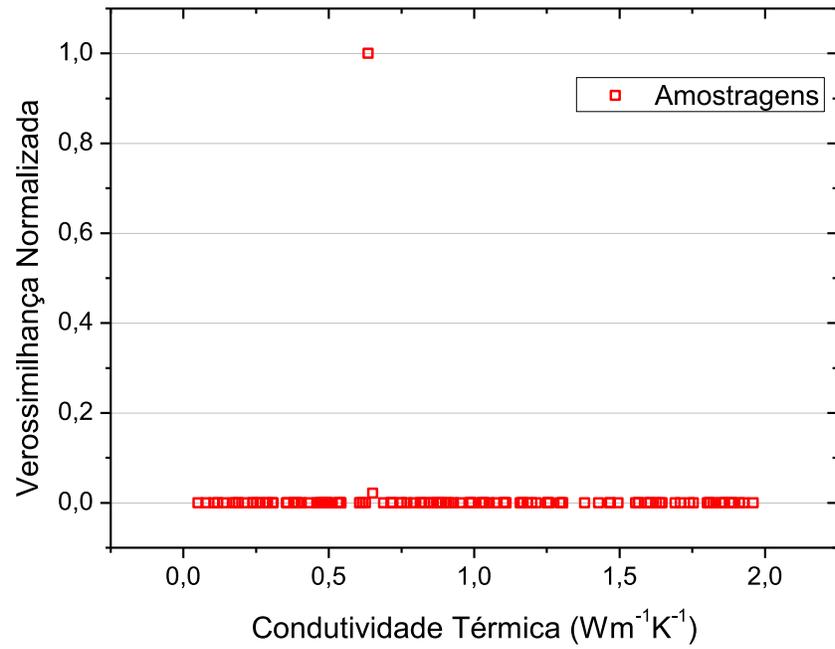


Figura 4.38. PDF para k randômico via inferência bayesiana: 12,0 % em massa de Fe_3O_4 .

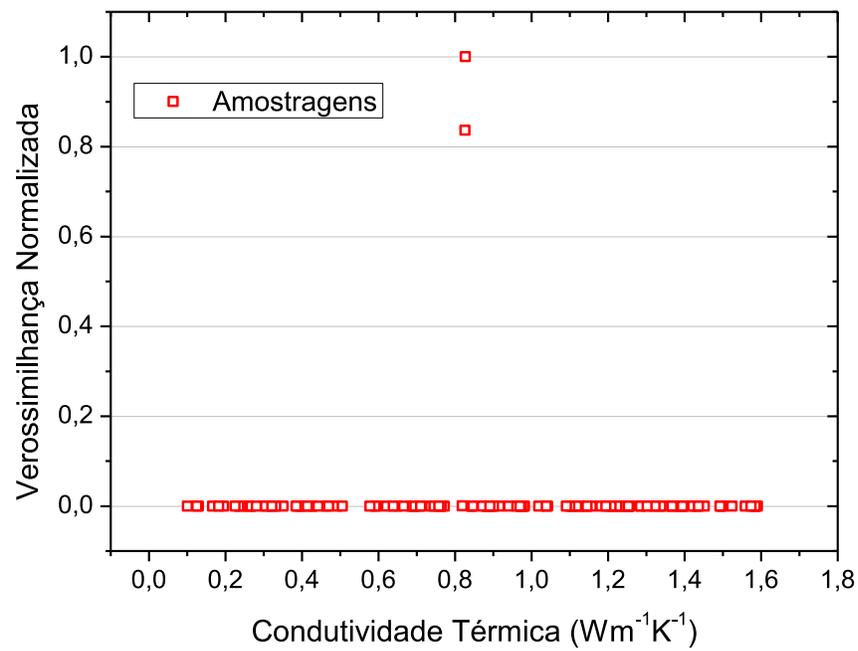


Figura 4.39. PDF para k randômico via inferência bayesiana: 16,0 % em massa de Fe_3O_4 .

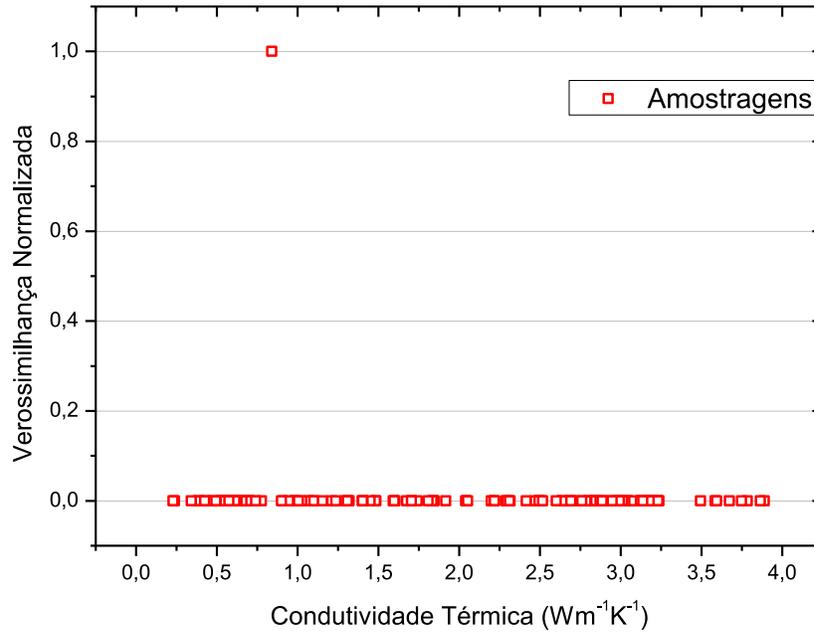


Figura 4.40. Box-Plot da difusividade térmica estimada em fantasmas.

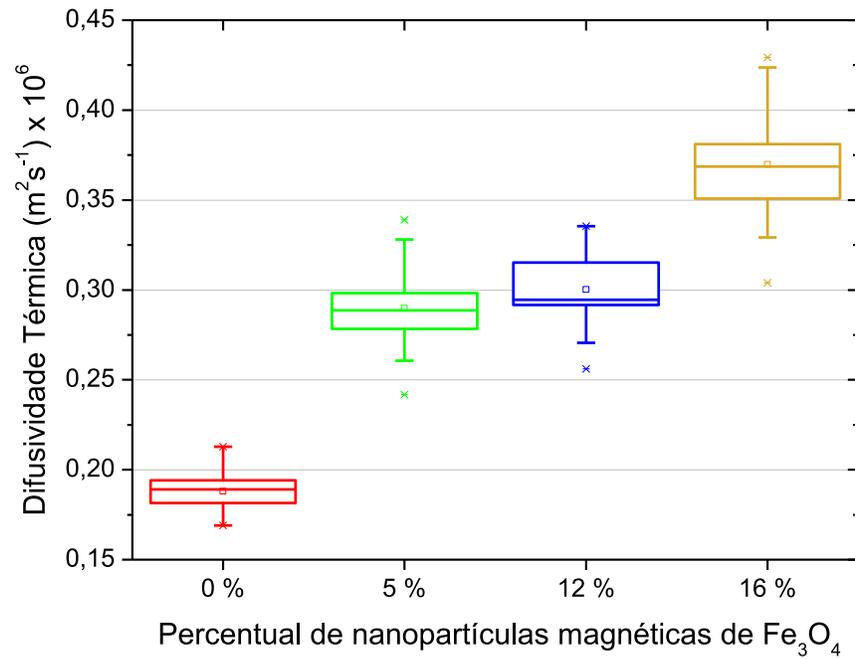
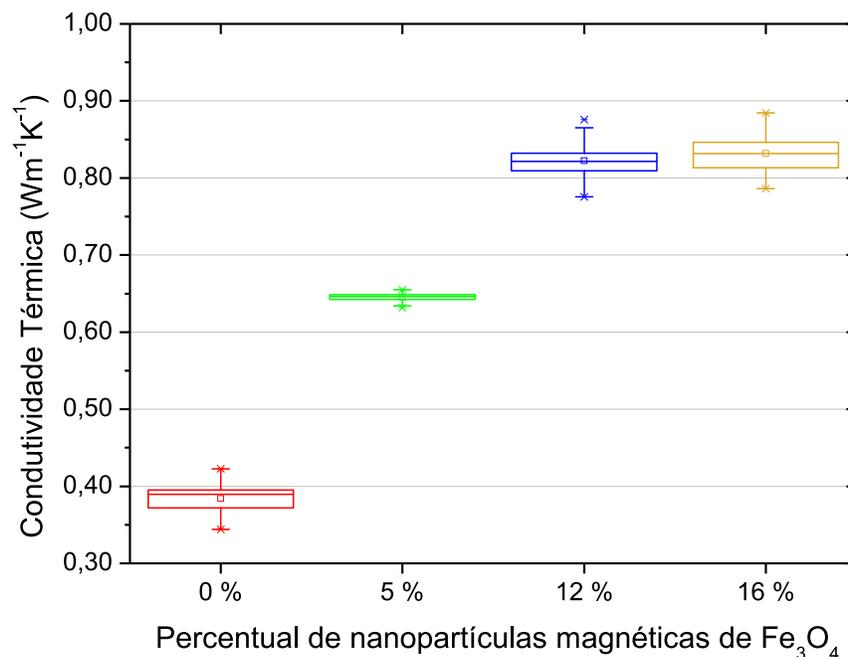


Figura 4.41. Box-Plot da condutividade térmica estimada em fantomas.**Tabela 4.5.** Propriedades estimadas dos fantomas em função do percentual em massa de partículas magnéticas (Fe₃O₄).

% de partículas	$\alpha \times 10^6$ (m ² s ⁻¹)	k (Wm ⁻¹ K ⁻¹)
0,0 %	0,19 ± 9,22 %	0,39 ± 8,30 %
5,0 %	0,29 ± 14,43 %	0,65 ± 2,31 %
12,0 %	0,30 ± 13,44 %	0,82 ± 4,99 %
16,0 %	0,37 ± 15,96 %	0,83 ± 5,62 %

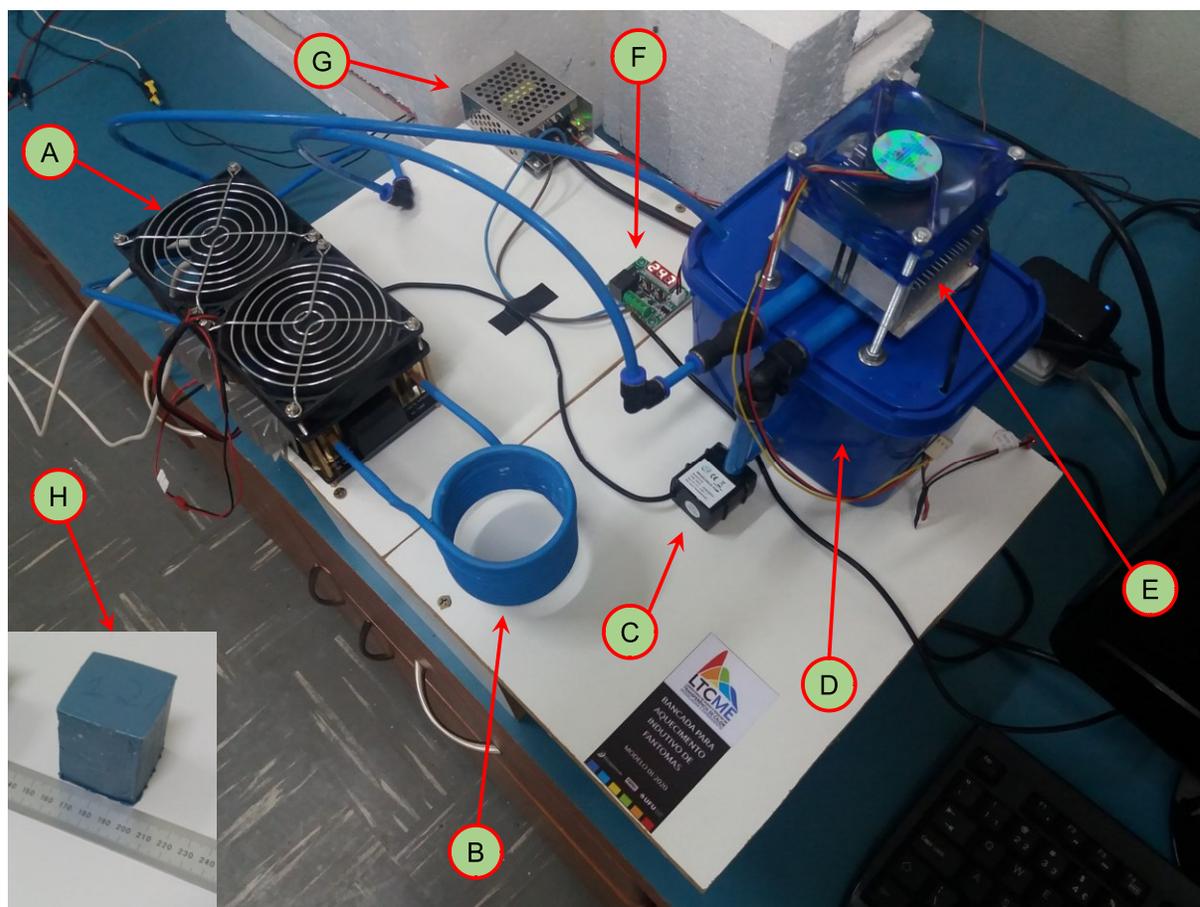
Verifica-se que os valores de α e k randômicos com máxima verossimilhança estão contidos nos intervalos considerados na inferência bayesiana. As Figuras 4.40 e 4.41 indicam que a magnitude das propriedades termofísicas estimadas aumenta de modo proporcionalmente em relação à massa de partículas magnéticas. O acréscimo destas partículas confere ao fantoma maior capacidade de transferência de calor por difusão. Ademais, quanto maior o percentual de partículas, maior será a rapidez de propagação de calor na amostra. Percebe-se dispersões pequenas e distorções moderadas nas distribuições de probabilidade de α , sobretudo na amostra de 12,00% em massa de partículas. Este fato decorre da maior variabilidade das

temperaturas medidas nesta amostra. a um nível de confiabilidade de 95,45 % de confiança, para um fator de abrangência de 2,00. Todavia, verifica-se dispersões e distorções pequenas nas distribuições de probabilidade de k . Isto é sustentado pela baixa dispersão das medidas de fluxo de calor. A aplicação dos testes de Shapiro-Wilk e Kolmogorov-Smirnov indicam que o conjunto de dados estimados de α e k foram obtidos de uma PDF Normal, a um nível de 99 %.

4.3.2. Estimativa da geração de calor em fantasmas

A Figura 4.42 apresenta uma visão geral da bancada experimental desenvolvida para aquecimento indutivo de fantasmas.

Figura 4.42. Bancada experimental para aquecimento indutivo de fantasmas: A) Circuito do aquecedor indutivo; B) Bobina de indução eletromagnética; C) Bomba para fluido de arrefecimento; D) Reservatório do fluido de arrefecimento; E) Célula de Peltier e dissipador de calor; F) Controle do termostato; G) Fonte de potência; H) Fantoma utilizado na bancada.



O aquecedor indutivo inclui circuito eletrônico de 1800 W, com uma bobina de tubo de cobre acoplada, cuja indutância é igual a $0,04 \text{ mH} \pm 5 \%$. A bobina possui diâmetro interno de $75,00 \text{ mm} \pm 1,00 \%$. É constituída por 10 espiras, feitas a partir de um tubo de parede fina de cobre, com diâmetro externo de $6,07 \text{ mm} \pm 0,10 \%$. Uma bomba hidráulica de 4,5 W, com vazão nominal de 240 L/h e altura manométrica de 0,3 mca ($\sim 2,94 \text{ kPa}$), promove o escoamento de água no interior da bobina no decorrer do experimento, evitando o sobreaquecimento deste componente. O fluido que sai da bobina retorna para um reservatório de 1,5 L. Entre o recalque da bomba e a entrada da bobina, há um dissipador de calor acoplado a uma Célula de Peltier de 60 W, com acionamento realizado através de uma fonte chaveada, de 12 V DC e 5 A. O controle da fonte é realizado por um termostato, que monitora a temperatura do fluido do reservatório através de um sensor PTC. Quando a temperatura da água do reservatório atingir determinado valor, o termostato aciona a fonte, que por sua vez fornece tensão à Célula de Peltier. Então, a água que passa pelo trocador de calor é resfriada antes de passar pela bobina de indução.

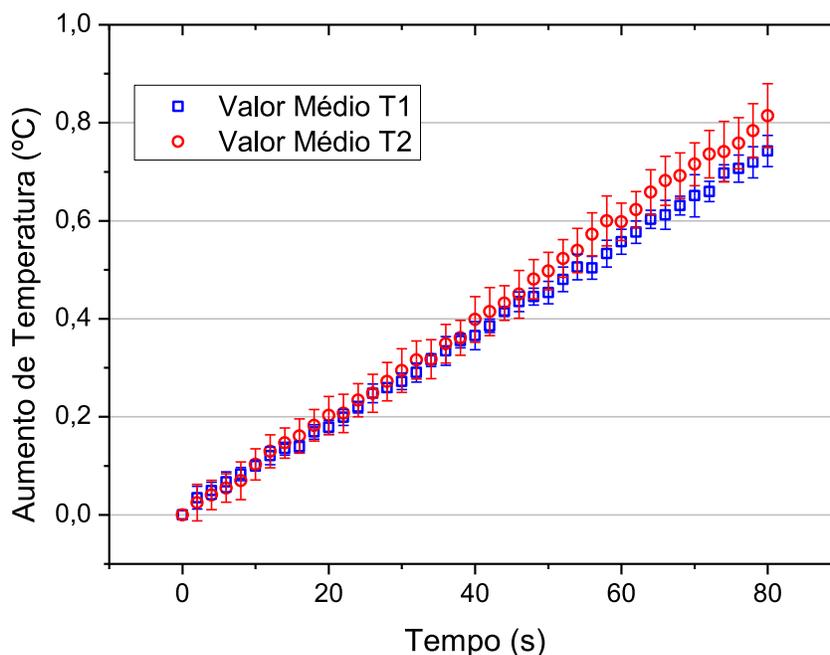
O fantoma fabricado para estimativa de Q_M possui 12,0 % em massa de partículas magnéticas, e suas dimensões são: $(40,00 \times 40,00 \times 10,00) \text{ mm}^3 \pm 0,03 \%$. Vale ressaltar que este fantoma e aquele com percentual em massa equivalente apresentado na subseção anterior são provenientes de uma única mistura (% silicone + % catalisador + % em massa de partículas magnéticas). Isto garante que diferentes fantasmas, utilizados em bancadas distintas, mas mesmo percentual de partículas possuam a mesma origem, eliminando assim incertezas associadas à dispersibilidade de Fe_3O_4 nas amostras.

Dois termopares CO1-T, da Omega Engineering®, foram fixados à amostra no centro geométrico de faces opostas. Optou-se pelo uso de termopares do tipo T, visto que as temperaturas medidas por sensores deste grupo não são afetadas por campos eletromagnéticos. Uma fonte de potência BK 9000 fornece tensão elétrica ao aquecedor indutivo. A passagem de corrente elétrica pela bobina de cobre gera um campo magnético, que provoca um aquecimento efetivo do fantoma por conta do aquecimento das partículas magnéticas, fenômeno esse decorrente do efeito de correntes elétricas parasitas ou de Foucault. As medições realizadas pelos termopares são adquiridas pelo sistema de aquisição 34972A, da Keysight. O processamento dos dados é realizado por um microcomputador.

Foram realizados 40 experimentos, nos quais o fantoma é aquecido por indução eletromagnética após acionamento do circuito apresentado na Fig. 4.42. Durante os experimentos, o fantoma foi posicionado de modo centralizado no interior da bobina de indução. O circuito foi acionado apenas quando a amostra atingiu o equilíbrio térmico com a temperatura do laboratório, mantida em $20,0\text{ °C} \pm 1,0\%$. Para estimar a geração metabólica (Q_M), substitui-se as temperaturas medidas durante a indução eletromagnética, juntamente com as propriedades termofísicas α e k do fantoma, na Eq. 3.22, considerando nulos os termos ω (perfusão) e Q_P (geração de calor adicional). Assim, aplicando inferência bayesiana a este modelo matemático foi obtido, desta forma, a geração de calor no fantoma.

A Figura 4.43 apresenta a medição do aumento de temperatura no fantoma ao longo de 80 s, em decorrência do aquecimento indutivo.

Figura 4.43. Aumento de temperatura no fantoma decorrente do aquecimento indutivo.



Conforme Figura 4.43, não é possível afirmar, a um nível de 95 %, que existe diferença entre as médias das temperaturas mensuradas pelos termopares T1 e T2 no decorrer dos experimentos. Após regressão dos dados experimentais, verifica-se

que os aumentos de temperaturas apresentaram bom ajuste com funções lineares, conforme Tabela 4.6.

Tabela 4.6. Parâmetros das funções lineares ajustadas às medições de temperatura no fantoma (SQR = Soma dos quadrados dos resíduos).

Termopar	Coeficiente linear (°C)	Coeficiente angular (°C s ⁻¹)	Coeficiente de Pearson (%)	Coeficiente de ajuste R ² (%)	SQR (°C ²)
T1	0,00511	0,00917	99,94	99,89	0,00417
T2	-0,00523	0,01018	99,93	99,86	0,00631

A estimativa da geração de calor do fantoma (G_M) foi realizada no ponto onde está localizado o termopar T1. Diante do aumento de temperatura medido, aplica-se inferência bayesiana. Para isso, admite-se que G_M possui probabilidade *a priori* uniforme. O intervalo adotado foi de 10^3 a 10^5 Wm⁻³ e o número de amostragens realizadas foi $M = 128$. A Figura 4.44 apresenta a PDF que relaciona os valores do intervalo adotado de G_M aos correspondentes valores de verossimilhança. A Figura 4.45 apresenta o conjunto de dados estimados de G_M .

A função densidade de probabilidade dos valores randômicos de G_M apresentou baixa dispersão, conforme Fig. 4.44. O valor de geração metabólica que possui a máxima verossimilhança está contido no intervalo considerado na inferência bayesiana. A Figura 4.45 indica pequenas dispersões e distorções da distribuição de probabilidade de G_M , obtido a partir do conjunto de dados experimentais de temperatura e das propriedades termofísicas α e k , estimadas na subseção anterior.

O valor estimado de geração metabólica foi de $39,26 \text{ kWm}^{-3} \pm 6,57 \%$ a um nível de confiabilidade de 95,45 % de confiança, para um fator de abrangência de 2,00. Vale ressaltar que a análise da geração metabólica compreendeu a camada intermediária de tecido apresentada na Fig. 4.1, ou seja, sem considerar a influência da perfusão sanguínea, a qual será objeto de estudo da próxima subseção.

Figura 4.44. PDF para geração de calor randômica obtida via inferência bayesiana

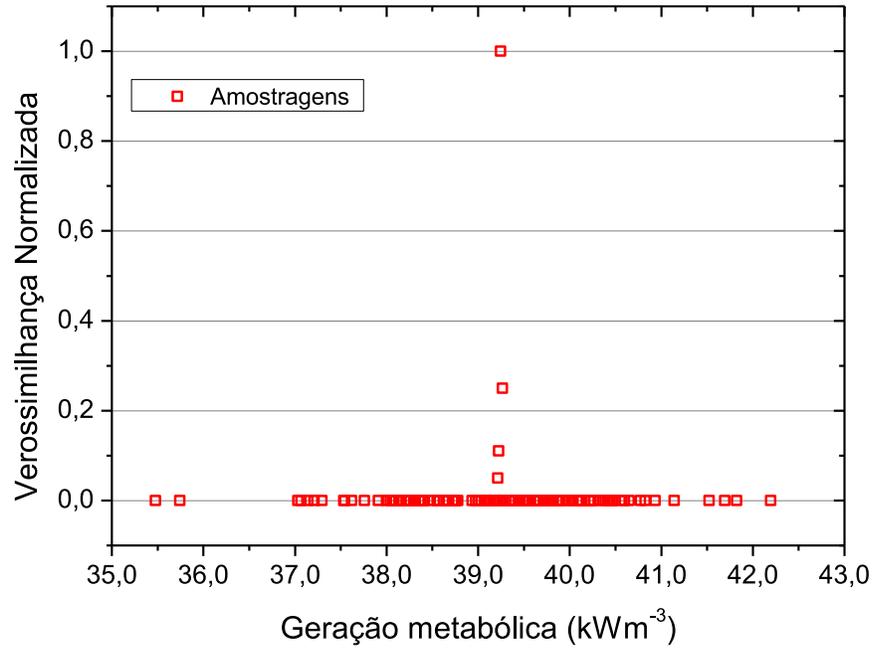
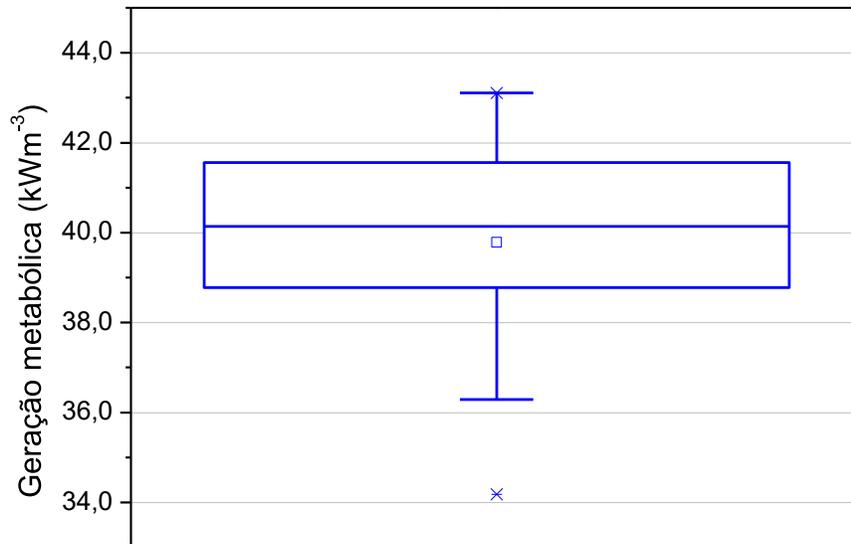


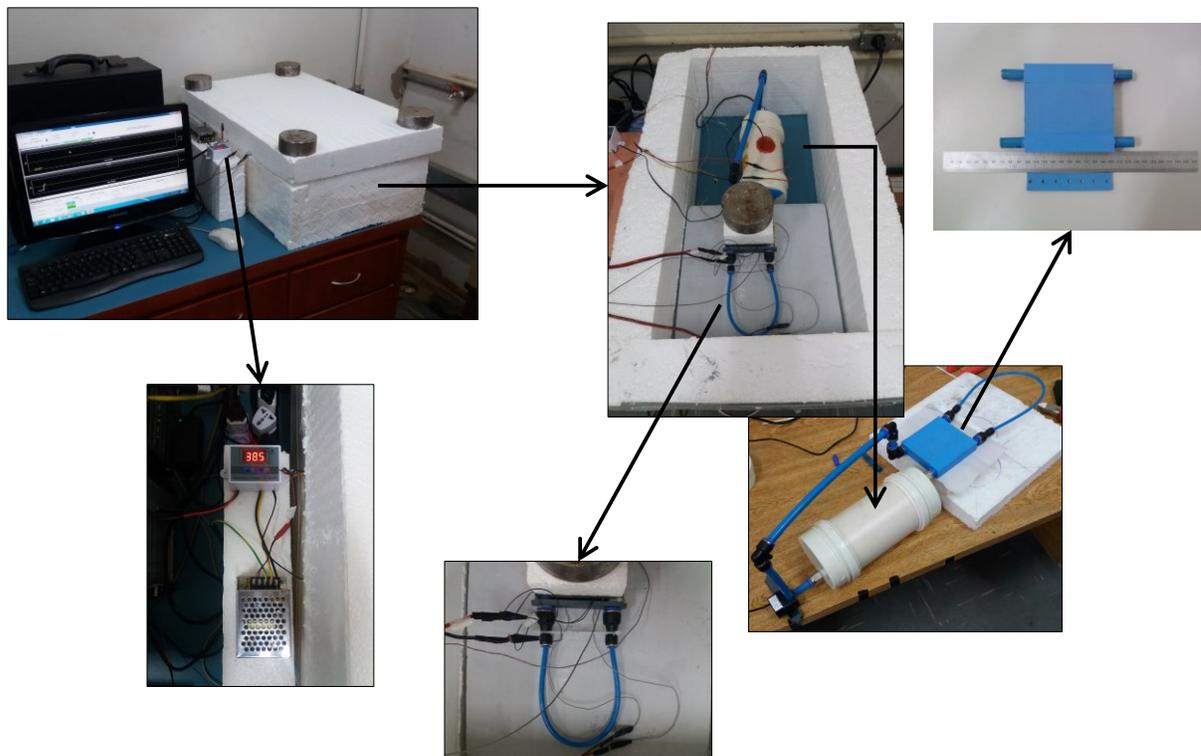
Figura 4.45. Box-Plot da geração de calor estimada em fantasmas.



4.3.3. Influência da perfusão nas propriedades termofísicas

A Figura 4.46 apresenta uma visão geral da bancada desenvolvida para os experimentos com perfusão.

Figura 4.46. Bancada experimental desenvolvida nos experimentos de perfusão.

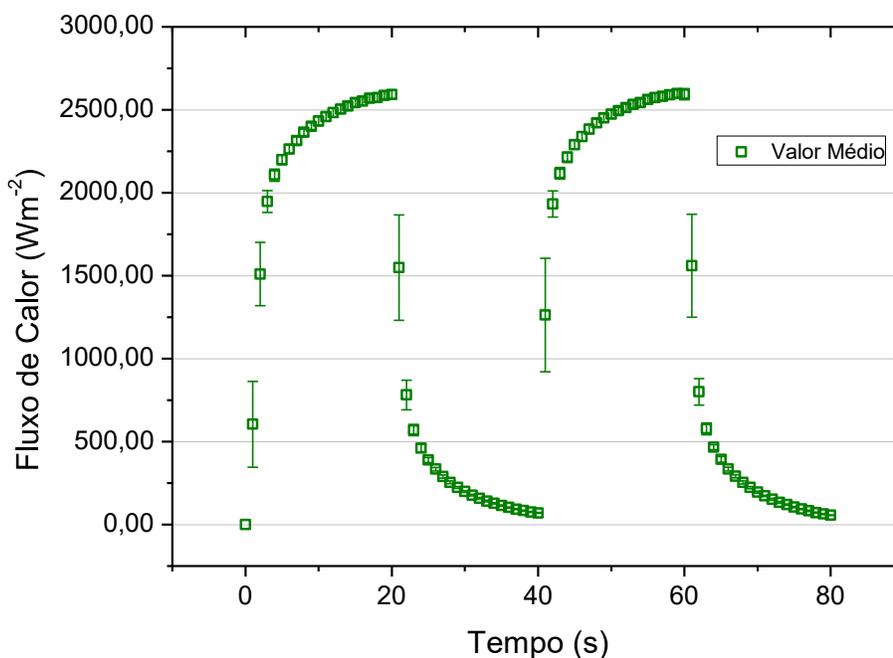


A influência da perfusão nas propriedades térmicas de fantasmas foi investigada considerando a camada de pele mais profunda, conforme apresentado na Fig. 4.1. O estudo foi realizado num fantoma sem partículas magnéticas, com dimensões similares às aquelas apresentadas na Figura 4.23. Contudo, o fantoma analisado nesta subseção possui internamente canais com $3,48 \text{ mm} \pm 0,28 \%$ de diâmetro, para escoamento de água, reproduzindo de modo qualitativo a perfusão sanguínea de tecidos vivos. Conforme Figura 4.46, a amostra foi posicionada sobre uma placa de isolante térmico comercial (Skamol®), no interior de uma caixa de Poliestireno Expandido (PE) com volume interno de $76,25 \text{ dm}^3 \pm 5,00 \%$. Abaixo do fantoma e acima da placa isolante encontra-se uma resistência elétrica de $10,10 \Omega \pm 1,00 \%$. O funcionamento deste aquecedor é controlado por um

termostato, que tem a função de manter a temperatura da face inferior do fantoma em $37,00\text{ °C} \pm 0,20\text{ °C}$. Esta temperatura é medida por um termopar CO1-K, da Omega Engineering. Na face superior da amostra, utiliza-se uma montagem similar àquela apresentada na subsecção anterior, na qual uma resistência elétrica ($16,0\ \Omega \pm 1,0\%$) impõe um fluxo de calor periódico numa determinada região superficial. A caixa é completamente preenchida com PE triturado, isolando termicamente o fantoma. A potência da bomba responsável pela perfusão é de 4,5 W, vazão nominal de 240 L/h e altura manométrica de 0,3 mca ($\sim 2,94\text{ kPa}$).

Foram realizados 40 experimentos conforme a técnica apresentada na subsecção 4.2.2. As Figuras 4.47 e 4.48 as medições de fluxo de calor e aumento de temperatura, respectivamente. Os experimentos possuem confiabilidade de 95,45 %.

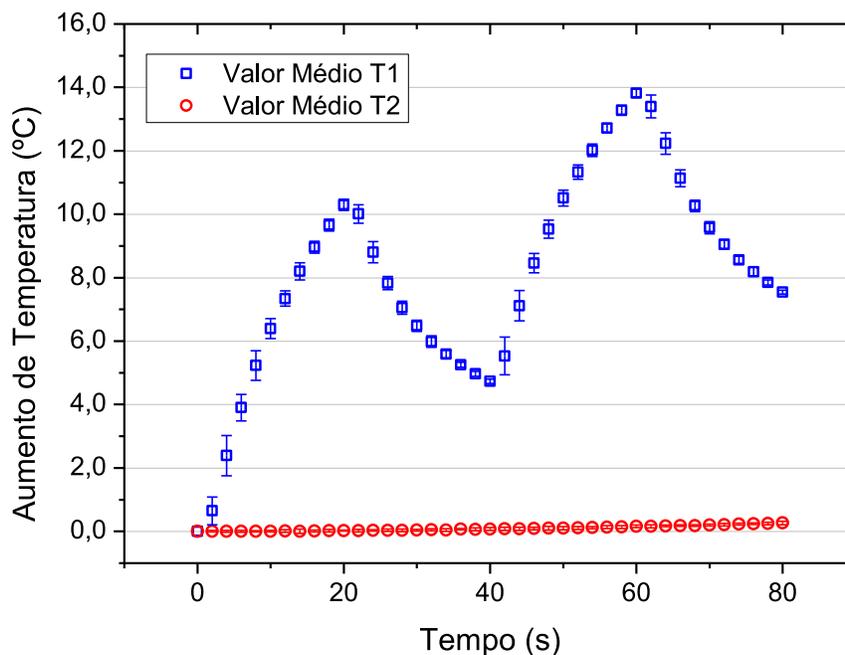
Figura 4.47. Fluxo de calor imposto ao fantoma com perfusão e sem Fe_3O_4 .



O fluxo de calor medido apresenta baixa dispersão, visto que o desvio médio é inferior à 4,0 %. Do mesmo modo que outras medições de fluxo de calor realizadas neste trabalho, observa-se no início e no final do aquecimento pontos com elevado desvio. Isto decorre da inércia térmica da resistência elétrica. Os aumentos de

temperatura medidos pelos termopares T1 e T2 apresentaram boa repetibilidade, com desvios inferiores à incerteza de medição dos termopares.

Figura 4.47. Aumento de temperatura no fantoma com perfusão e sem Fe_3O_4 .



A difusividade térmica da amostra é estimada aplicando a razão de aumento de temperatura e inferência bayesiana. Após estimativa de α estima-se o k por inferência bayesiana. As Figuras 4.48 e 4.49 apresentam, respectivamente, a PDF da verossimilhança em função da difusividade térmica randômica e a distribuição de probabilidade da difusividade térmica estimada.

Verifica-se que a distribuição do α estimado apresenta baixa dispersão e elevado grau de simetria. A difusividade térmica da amostra com perfusão é 88,81 % maior que a amostra sem perfusão, considerando os valores médios experimentais. Isto indica que o calor se propaga com maior rapidez no fantoma com perfusão do que no sem perfusão. Considerando a difusividade térmica estimada, aplica-se inferência bayesiana para estimar a condutividade térmica do fantoma com perfusão. As Figuras 4.50 e 4.51 apresentam, respectivamente, a PDF da verossimilhança em função da condutividade térmica randômica e a distribuição de probabilidade da condutividade térmica estimada.

Figura 4.48. PDF para α randômico: fantoma com perfusão e sem Fe_3O_4 .

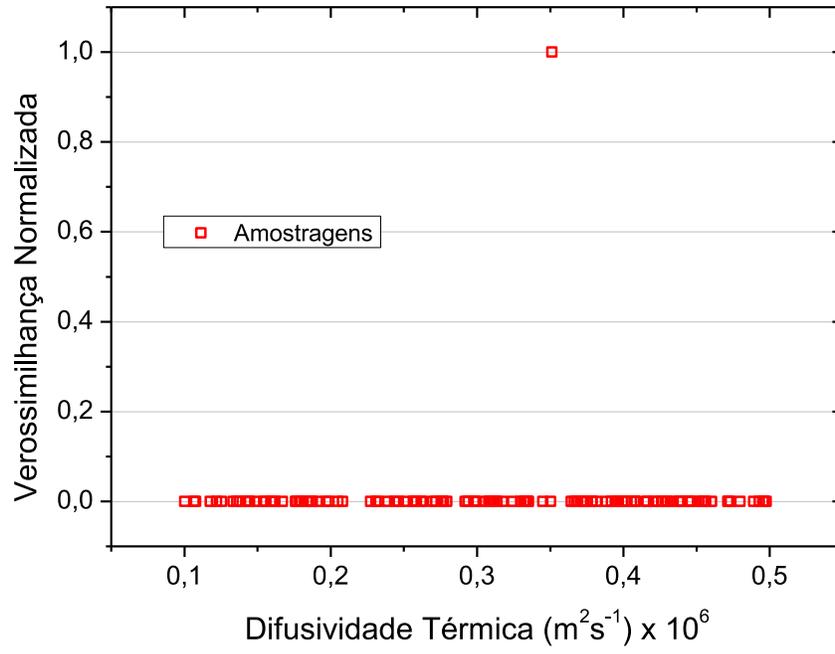


Figura 4.41. Box-Plot de α estimada em fantasmas com e sem perfusão, ambos sem Fe_3O_4 .

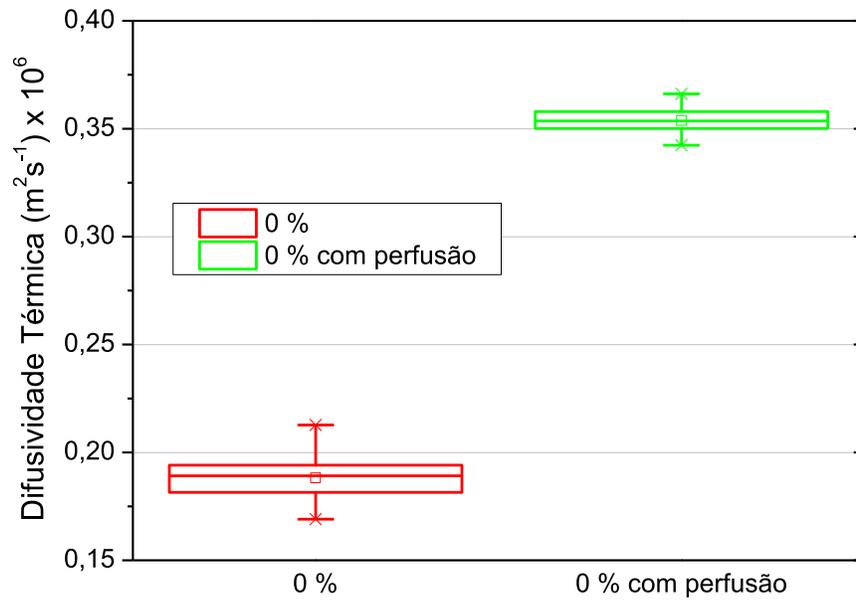


Figura 4.50. PDF para k randômico: fantoma com perfusão e sem de Fe_3O_4 .

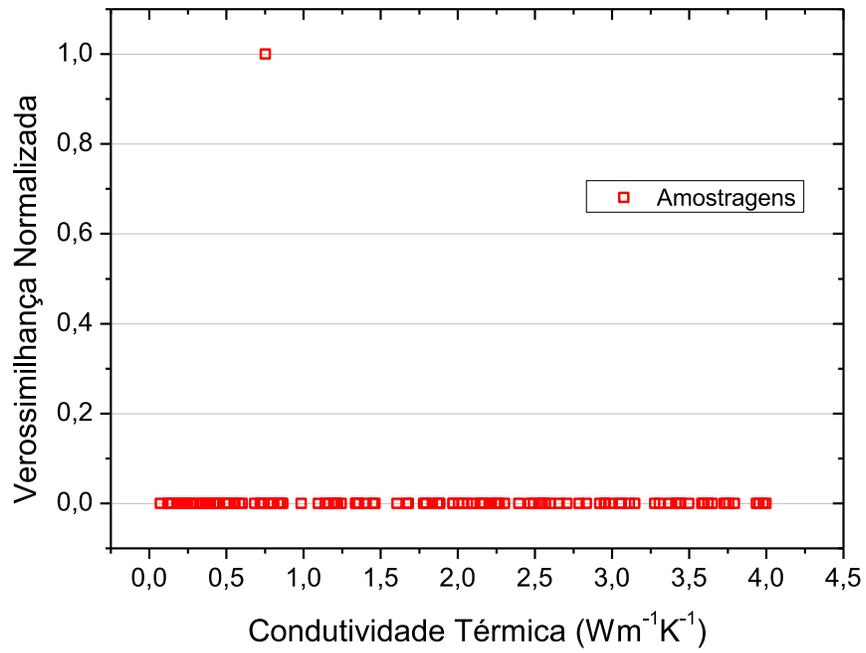
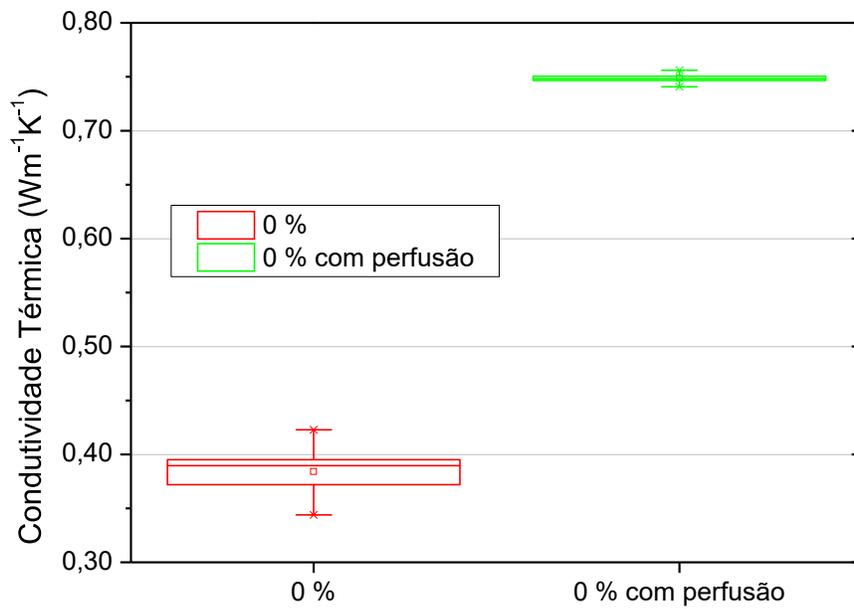


Figura 4.51. Box-Plot de k estimada em fantasmas com e sem perfusão, ambos sem Fe_3O_4 .



A condutividade térmica da amostra com perfusão é 94,25 % maior da amostra sem perfusão. A condutividade térmica estimada apresenta dispersão muito baixa, devido ao excelente isolamento térmico aplicado na bancada experimental, reduzindo drasticamente variações nas medições de temperatura e fluxo de calor realizadas no fantoma. Além disso, os controles da temperatura da água que circula nos canais internos do fantoma e da temperatura e na temperatura da face inferior do fantoma contribuem para a pequena variabilidade da condutividade estimada.

Por definição, a razão entre condutividade térmica e difusividade térmica de um material equivale à sua capacidade calorífica volumétrica, que é dada pelo produto entre a massa específica e o calor específico (ρc_p). A Tabela 4.7 sumariza os valores estimados de α , k e ρc_p dos fantomas com e sem perfusão.

Tabela 4.7. Propriedades estimadas dos fantomas com e sem perfusão, ambos sem Fe_3O_4 .

Amostra	$\alpha \times 10^6 \text{ (m}^2\text{s}^{-1}\text{)}$	$k \text{ (Wm}^{-1}\text{K}^{-1}\text{)}$	$\rho c_p \times 10^{-6} \text{ (Jm}^{-3}\text{K}^{-1}\text{)}$
Sem perfusão	$0,19 \pm 9,22 \%$	$0,39 \pm 8,30 \%$	$2,06 \pm 13,92 \%$
Com perfusão	$0,36 \pm 2,18 \%$	$0,75 \pm 0,97 \%$	$2,11 \pm 2,37 \%$

Os testes de Shapiro-Wilk e Kolmogorov-Smirnov indicam que o conjunto de dados das propriedades apresentadas na Tabela 4.7 foram obtidos de uma PDF Normal, a um nível de 99 %. Ao comparar a média e a variância do ρc_p dos dois fantomas, considerando que foram realizados 40 experimentos em cada amostra, é possível inferir, a um nível de confiança de 99 %, que a perfusão não possui influência na capacidade calorífica volumétrica. Ou seja, a vazão na qual ocorre o escoamento de água na amostra com perfusão pouco influencia na capacidade do fantoma armazenar energia térmica.

CAPÍTULO 5

QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS

Apresenta-se, neste capítulo, os processos para identificar e quantificar as componentes de incerteza associadas aos parâmetros medidos neste trabalho. Ademais, realiza-se uma análise qualitativa da incerteza associada ao isolamento térmico utilizado na bancada experimental apresentada na Fig. 4.10.

5.1 INCERTEZAS ASSOCIADAS ÀS ESTIMATIVAS DE DIFUSIVIDADE TÉRMICA E DE CONDUTIVIDADE TÉRMICA

Uma etapa fundamental na quantificação de incertezas é a identificação das fontes de erro, as quais terão influência no resultado da medição de uma determinada variável. Neste sentido, foi realizada uma análise das principais fontes de erro nas medições de fluxo de calor e temperatura, que são utilizadas neste trabalho para estimativa da difusividade térmica e da condutividade térmica de PVC e fantasmas, conforme apresentado no Capítulo 4. Esta análise resultou no diagrama de causa/efeito apresentado na Fig. 5.1.

Com base na Figura 5.1, as seguintes fontes de erro foram levadas em consideração na quantificação das incertezas associadas à difusividade térmica e da condutividade térmica: (a) variabilidade da difusividade e da condutividade térmica; (b) posição dos termopares; (c) tempo de resposta do sistema de aquisição, (d) natureza aleatória das medições de temperatura e fluxo de calor; (e) resistência de contato térmico decorrente da rugosidade superficial da amostra; (f) tempo de resposta do transdutor de fluxo de calor. As demais fontes de erro apresentadas na Fig. 5.1 não foram consideradas na quantificação de incerteza devido à sua influência desprezível.

O método utilizado para quantificar as incertezas foi baseado na fórmula geral de propagação de erros, proposta no *Guide to the expression of uncertainty in measurement* (JCGM, 2008). Assim, as incertezas combinadas da difusividade térmica (u_α) e da condutividade térmica (u_k) foram obtidas a partir das Eqs. 5.1 e 5.2, respectivamente.

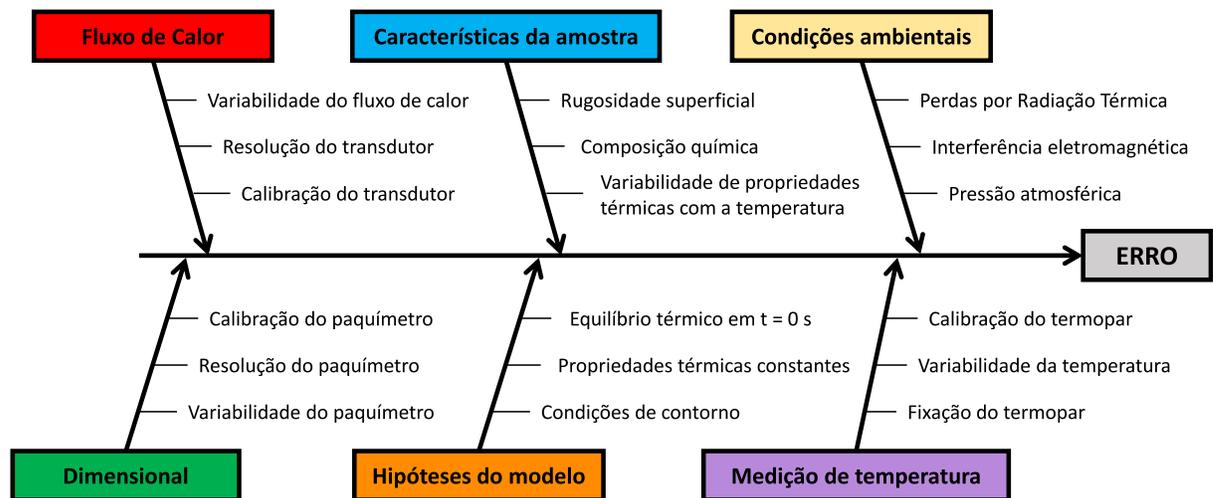
$$u_{\alpha}^2 = u_{\bar{\alpha}}^2 + u_{T1}^2 + u_{T2}^2 + u_{\theta1}^2 + u_{\theta2}^2 + u_{HF}^2 + u_{HFR}^2 + u_{DA}^2 \quad (5.1)$$

$$u_k^2 = u_{\bar{k}}^2 + u_{\alpha}^2 + u_{TCR}^2 + u_{HF}^2 + u_{HFR}^2 + u_{DA}^2 \quad (5.2)$$

Onde: $u_{\bar{\alpha}}$ e $u_{\bar{k}}$ são as incertezas associadas às variabilidades da difusividade térmica e da condutividade térmica, respectivamente; u_{T1} e u_{T2} são as incertezas associadas às posições dos termopares; $u_{\theta1}$ e $u_{\theta2}$ são as incertezas associadas à variabilidade das temperaturas medidas pelos termopares T1 e T2, respectivamente; u_{HF} é a incerteza associada à medição do fluxo de calor; u_{HFR} é a incerteza associada ao tempo de resposta do transdutor de fluxo de calor; u_{DA} é a incerteza associada ao equipamento de aquisição de dados de temperatura e fluxo de calor; u_{TCR} é a incerteza associada à resistência térmica de contato entre o transdutor de fluxo de calor e a amostra.

A incerteza expandida (U) de cada propriedade termofísica corresponde ao dobro de sua respectiva incerteza combinada e possui 95,45 % de confiança, para um fator de abrangência igual a 2,00.

Figura 5.1. Fontes de erro na estimativa de propriedades termofísicas.



A Tabela 5.1 relaciona o tipo de incerteza de cada fonte de erro considerada na quantificação das incertezas combinadas:

De acordo com Arencibia *et al.* (2019), a incerteza do tipo A é aquela obtida de uma análise estatística de uma série de observações de um mensurando,

assumindo uma distribuição normal ou outra qualquer. Um componente de incerteza obtido por uma avaliação do Tipo A é caracterizado por um desvio padrão que considera as flutuações aleatórias e as influências consideradas constantes dos resultados de um dado experimento. A incerteza do tipo B de uma componente de incerteza é obtida por outros meios, que não a análise estatística de uma série de observações repetidas, tais como considerações de manuais, especificações de fabricantes, certificados de calibração ou experiências prévias. Dependendo da quantidade de informação disponível e da forma como ela é apresentada, podem-se assumir diferentes distribuições de probabilidade para efetuar os cálculos.

Tabela 5.1. Tipos de avaliação da incerteza padrão.

u_T	u_θ	u_{HF}	u_{HFR}	u_{TCR}	u_{DA}	$u_{\bar{\alpha}}$	$u_{\bar{k}}$
A	B	A	B	B	B	A	A

Tabela 5.2. Incertezas expandidas da difusividade térmica e da condutividade térmica, com 95,45 % de confiança e fator de abrangência 2,00.

Inc. exp.	PVC	0,0 %	5,0 %	12,0 %	16,0 %	0,0 % perf.
U_α	10,78	9,80	14,81	13,84	16,30	3,97
U_k	10,76	12,83	14,98	14,70	17,23	4,05

Tabela 5.3. Contribuição individual percentual da incerteza associada de variáveis de entrada na incerteza combinada da difusividade térmica.

Amostra	u_{T1} (%)	u_{T2} (%)	$u_{\theta1}$ (%)	$u_{\theta2}$ (%)	u_{HF} (%)	u_{HFR} (%)	u_{DA} (%)	$u_{\bar{\alpha}}$ (%)
PVC	0,34	0,34	0,19	0,19	5,51	0,78	2,15	90,49
0,0 %	0,42	0,42	0,23	0,23	0,66	0,94	2,60	88,51
5,0 %	0,18	0,18	0,10	0,10	2,92	0,41	1,14	94,97
12,0 %	0,21	0,21	0,11	0,11	3,34	0,47	1,30	92,94
16,0 %	0,15	0,15	0,08	0,08	2,41	0,34	0,94	95,85
0,0 % perf.	2,53	2,53	1,39	1,39	40,53	5,70	15,83	30,09

Tabela 5.4. Contribuição individual percentual da incerteza associada de variáveis de entrada na incerteza combinada da condutividade térmica.

Amostra	$u_{\bar{\alpha}}$ (%)	$u_{\bar{k}}$ (%)	u_{HF} (%)	u_{HFR} (%)	u_{DA} (%)	u_{TCR} (%)
PVC	90,68	0,08	5,52	0,78	2,16	0,78
0,0 %	51,65	41,85	3,89	0,55	1,52	0,55
5,0 %	92,85	2,38	2,85	0,40	1,11	0,40
12,0 %	83,54	11,52	2,96	0,42	1,16	0,42
16,0 %	85,76	10,67	2,15	0,30	0,84	0,30
0,0 % perf.	28,99	5,74	39,04	5,49	15,25	5,49

A Tabela 5.2 sumariza as incertezas expandidas percentuais de α e k para cada amostra. As Tabelas 5.3 e 5.4 apresentam a contribuição individual percentual das incertezas das variáveis de entrada nas incertezas combinadas de α e k , respectivamente.

Dentre as amostras analisadas, verifica-se que a dispersão das propriedades estimadas é maior nos fantomas que possuem partículas de Fe_3O_4 . Por outro lado, a variável de entrada com maior influência nas incertezas combinadas é aquela relacionada com a variabilidade da difusividade térmica estimada. Estas duas afirmações são complementares. De fato, a dispersão do fluxo de calor é maior em fantomas com partículas magnéticas e, além do mais, o fluxo de calor é uma das variáveis presentes na expressão razão de temperatura, dada pela Equação 4.15.

5.2 ANÁLISE QUALITATIVA DA INCERTEZA DA HIPÓTESE DE ISOLAMENTO TÉRMICO NA AMOSTRA DE PVC E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

O uso do vácuo na investigação de propriedades termofísicas de meios não condutores é inviável, pois altera a constituição do material. Assim, a amostra de PVC foi isolada termicamente usando um material isolante tradicional, o poliestireno expandido (PE), conforme bancada experimental apresentada na Fig. 4.10. Uma análise numérica desse aparato experimental foi então realizada.

A Figura 5.2 mostra os resíduos da relação de temperatura relativa considerando diferentes valores de coeficiente de convecção (h) dentro da câmara de vácuo no modo desligado. A Equação 5.3 foi utilizada no cálculo destes resíduos.

$$\varepsilon = \left| \frac{\left[\frac{\theta(r_1, t)}{\theta(r_2, t)} \right]_{h=0} - \left[\frac{\theta(r_1, t)}{\theta(r_2, t)} \right]_{h_i=0}}{\left[\frac{\theta(r_1, t)}{\theta(r_2, t)} \right]_{h=0}} \right| \quad (5.3)$$

Observa-se que para a duração do experimento utilizado (cerca de 80 s), há uma influência do coeficiente de transferência de calor (por convecção e radiação combinadas) da ordem de 10^{-6} . Como a influência desses coeficientes é mínima, optou-se por utilizar a hipótese de isolamento térmico das superfícies das amostras, incluindo a região de aquecimento.

A estimativa dos valores ótimos de α e k é baseada nos valores experimentais e teóricos da razão de temperatura respectivamente. Um exame detalhado dos coeficientes de sensibilidade pode fornecer informações consideráveis sobre os problemas de estimativa.

Os coeficientes de sensibilidade, apresentados nas Equações 5.4 e 5.5, são definidos como a primeira derivada de uma variável dependente, como a razão de duas temperaturas, em relação a parâmetros desconhecidos, como α e k , podem determinar as possíveis áreas de dificuldade de estimativa, fornecendo um delineamento experimental aprimorado. Importante ressaltar que, se os coeficientes de sensibilidade são pequenos, o problema de estimativa de parâmetros é difícil e sensível a erros de medição.

$$X_\alpha = \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{\Theta_1}{\Theta_2} \right) \quad (5.4)$$

$$X_k = \frac{\partial \Theta}{\partial k} \quad (5.5)$$

As Figuras 5.3 e 5.4 apresentam os coeficientes de sensibilidade definidos pelas Equações 5.4 e 5.5.

Figura 5.2. Resíduos da razão de temperatura considerando diferentes valores de coeficiente de convecção de calor (h).

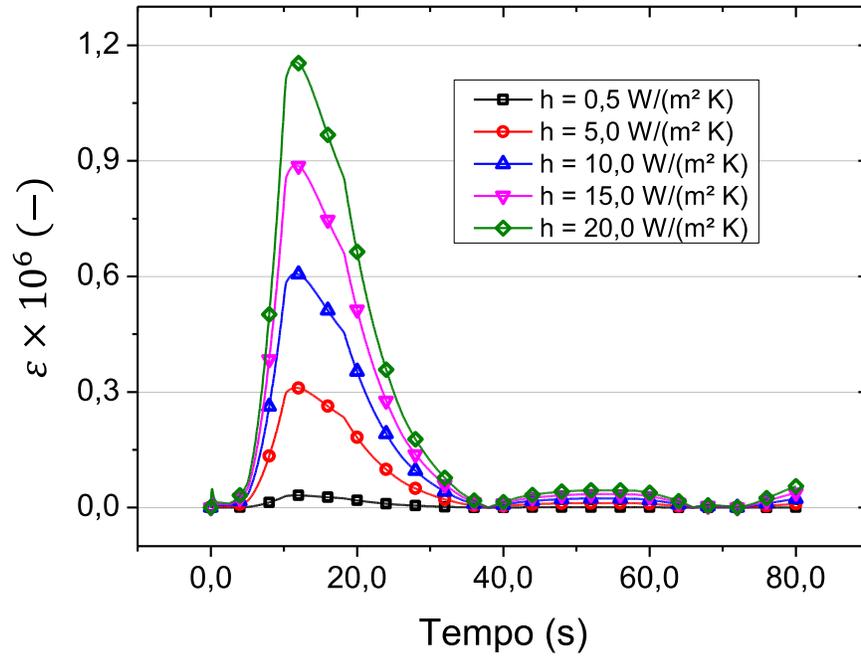


Figura 5.3. Coeficiente de sensibilidade da difusividade térmica.

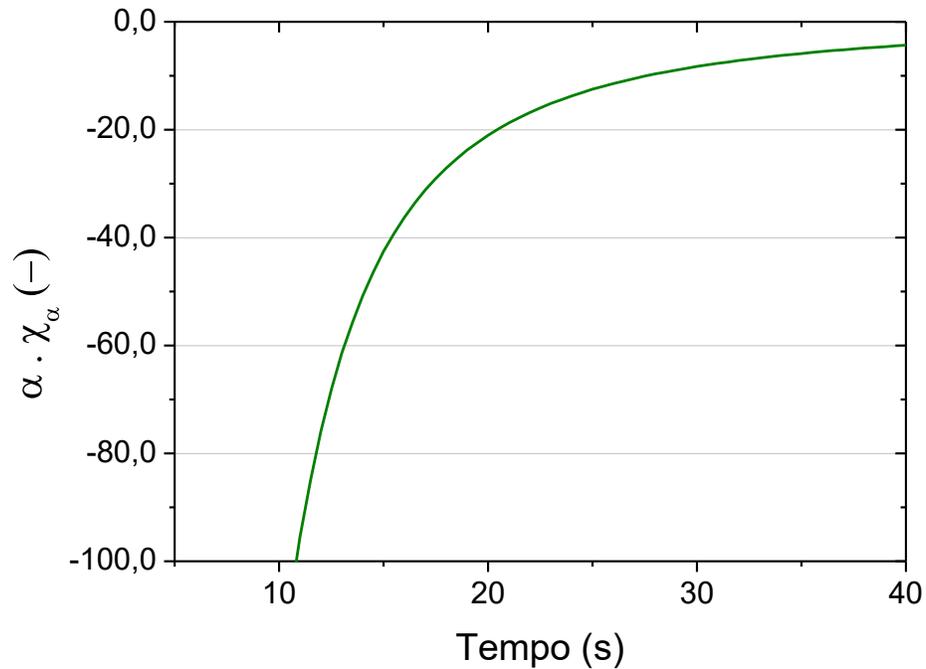
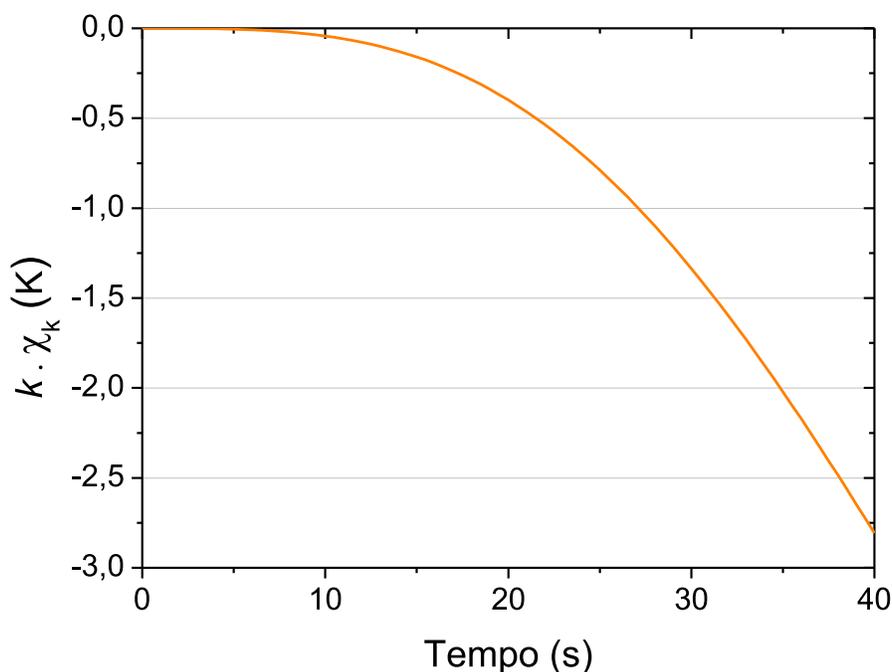


Figura 5.4. Coeficiente de sensibilidade da condutividade térmica.

Observou-se que a difusividade térmica apresentou um coeficiente de sensibilidade muito alto para tempos menores que 10 s devido aos pequenos valores de Θ_2 na ordem de incerteza dos termopares ($\pm 0,15$ K), levando a valores altos, porém instáveis das razões de temperatura. Portanto, as temperaturas medidas em tempos inferiores a 10 s foram desprezadas na estimativa da difusividade térmica. Em contraste, observou-se que o coeficiente de sensibilidade da condutividade térmica diminui com o tempo devido ao aumento da temperatura. No entanto, os primeiros 10 s também foram descartados na estimativa de k , pois fluxo de calor medido apresenta maior variabilidade neste intervalo, conforme Fig. 4.11. Portanto, o intervalo de tempo de medição considerado para estimativa da difusividade térmica e da condutividade térmica foi superior a 10 s.

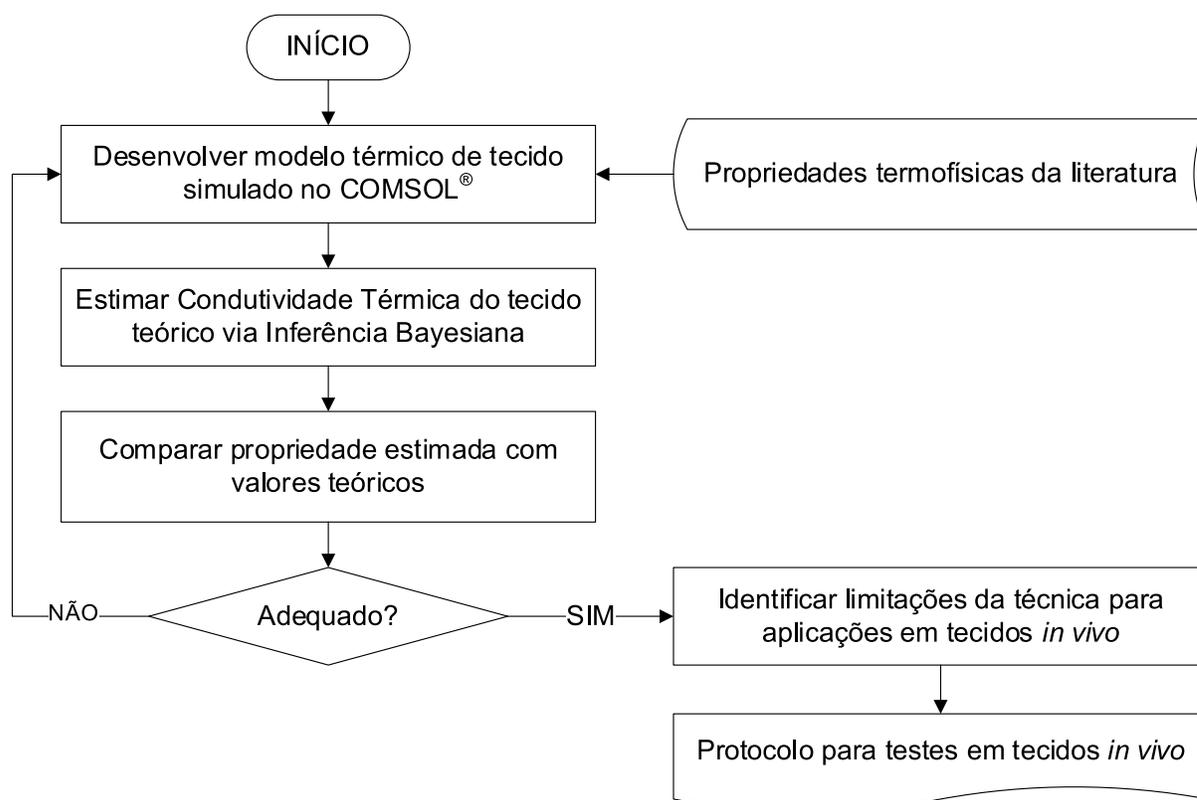
CAPÍTULO 6

PROSPECÇÃO DA TÉCNICA PARA MEDIÇÃO DE PARÂMETROS TERMOFÍSICOS EM TECIDOS VIVOS

A finalidade do presente trabalho consiste na concepção, modelagem teórica e validação de uma técnica experimental capaz de avaliar parâmetros termofísicos da Equação de Pennes (1948), em tecido *in vitro* ou fantasmas. Uma etapa seguinte desta pesquisa constituir-se-á na aplicação da técnica proposta para análise de propriedades termofísicas de tecidos *in vivo*, conforme apresentado na Figura 3.1.

Todavia, é prudente que esta aplicação seja antecedida de análises em tecidos teóricos, conforme Figura 6.1, no intuito de identificar possíveis limitações da técnica, quando do seu emprego em tecidos vivos.

Figura 6.1. Fluxograma do estudo teórico em tecidos teóricos

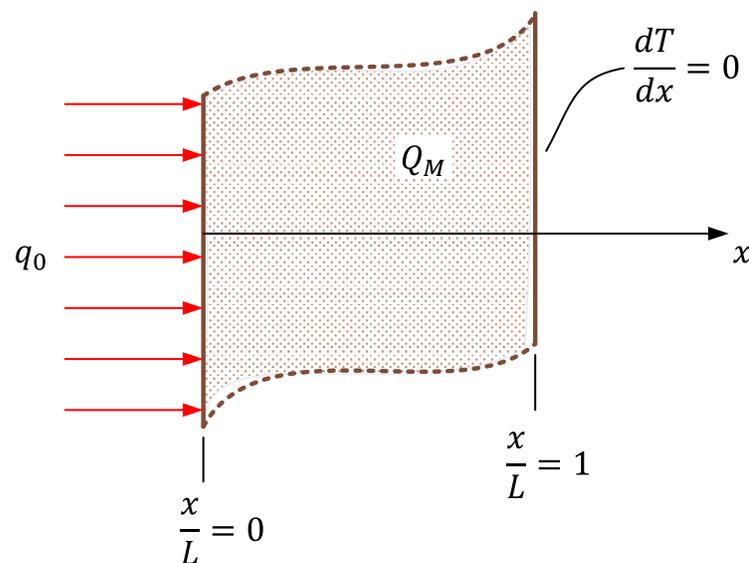


Este capítulo apresenta um estudo numérico da aplicação da técnica experimental delineada nos Capítulos 3 e 4 em tecidos biológicos teóricos, considerando valores de propriedades disponíveis na literatura.

6.1. MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM TECIDOS VIVOS

A Figura 6.2 apresenta o modelo 1D de um tecido vivo teórico:

Figura 6.2. Modelo físico 1D de biotransferência de calor



O problema apresentado nesta seção é do tipo X22, com fluxo de calor imposto em $x/L = 0$ e isolamento térmico em $x/L = 1$. A expressão que reflete o campo de temperatura do modelo proposto na Fig. 6.2 é a Equação 6.1:

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \omega \rho c (T_a - T) + Q_m = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (6.1)$$

A solução do campo de temperatura é apresentada na sequência. Admitindo a mudança de variável:

$$\theta = (T - T_a) \quad (6.2)$$

Separa-se também o termo de geração, que é constante:

$$Q = Q_m + Q_T \quad (6.3)$$

Logo, a Equação 6.1 torna-se:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{\omega \rho c}{k} \theta + \frac{Q}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (6.4)$$

Admite-se ainda:

$$m^2 = \frac{\omega \rho c}{k} \quad (6.5)$$

Portanto, a Equação 6.4 assume a forma:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - m^2 \theta + \frac{Q}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (6.6)$$

Admite-se agora a seguinte mudança de variável:

$$\theta(x, t) = W(x, t) \times e^{-m^2 \alpha t} \quad (6.7)$$

Logo, substituindo a Equação 6.7 na Equação 6.6, tem-se:

$$\frac{\partial^2 (W \times e^{-m^2 \alpha t})}{\partial x^2} - m^2 (W \times e^{-m^2 \alpha t}) + \frac{Q}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial (W \times e^{-m^2 \alpha t})}{\partial t} \quad (6.8.1)$$

$$\frac{\partial^2 (W)}{\partial x^2} e^{-m^2 \alpha t} - m^2 (W e^{-m^2 \alpha t}) + \frac{Q}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial (W)}{\partial t} e^{-m^2 \alpha t} - \frac{m^2 \alpha W}{\alpha} e^{-m^2 \alpha t} \quad (6.8.2)$$

Rearranjando os termos, obtém-se:

$$\frac{\partial^2(W)}{\partial x^2} e^{-m^2 \alpha t} + \frac{Q}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial(W)}{\partial t} e^{-m^2 \alpha t} \quad (6.9.1)$$

$$\frac{\partial^2(W)}{\partial x^2} + \frac{Q}{k} e^{m^2 \alpha t} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial(W)}{\partial t} \quad (6.9.2)$$

A solução geral da Equação 6.9.2 pode ser obtida por Funções de Green:

$$\begin{aligned} W(x, t) = & \int_A (T_0) G(x, t|x, 0) e^{m^2 \alpha \tau} dA + \frac{\alpha}{k} \int_0^t \int_A G(x, t|x', \tau) Q(\tau) e^{m^2 \alpha \tau} dx' d\tau \\ & + \alpha \int_{\tau=0}^t \int_{x'=0}^L \frac{q_0(\tau)}{k} \cdot G(x, t|x', \tau) e^{m^2 \alpha \tau} dx' d\tau \end{aligned} \quad (6.10)$$

Onde:

a) o termo de fluxo prescrito será igual à:

$$\begin{aligned} &= \frac{\alpha}{k} \int_{\tau=0}^t \int_{S'_1} \left(\frac{2}{L} \sum_{m=0}^{\infty} q_0(\tau) e^{-\beta_m^2 \alpha (t-\tau)/L^2} \cos\left(\beta_m \frac{x}{L}\right) \cos\left(\beta_m \frac{x'}{L}\right) \right)_{x'=0} dA' e^{m^2 \alpha \tau} d\tau \\ &= \frac{\alpha}{k} \int_{\tau=0}^t \left(\frac{2}{L} \sum_{m=0}^{\infty} q_0(\tau) e^{-\beta_m^2 \alpha (t-\tau)/L^2} e^{m^2 \alpha \tau} \cos\left(\beta_m \frac{x}{L}\right) \right) d\tau \\ &= \frac{\alpha}{k} \left(\frac{2}{L} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\int_{\tau=0}^t q_0(\tau) e^{-\beta_m^2 \alpha (t-\tau)/L^2} e^{m^2 \alpha \tau} d\tau \right) \cos\left(\beta_m \frac{x}{L}\right) \right) \\ &= \frac{\alpha}{k} \left(\frac{2}{L} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\int_{\tau=0}^t q_0(\tau) e^{-\beta_m^2 \alpha t/L^2} e^{\beta_m^2 \alpha \tau/L^2} e^{m^2 \alpha \tau} d\tau \right) \cos\left(\beta_m \frac{x}{L}\right) \right) \\ &= \frac{\alpha}{k} \left(\frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \cos\left(\beta_n \frac{x}{L}\right) \left(\sum_{ti=1}^t \int_{\tau=(ti-1)*\Delta t}^{(ti)*\Delta t} q_0(\tau) e^{-\beta_n^2 \alpha t/L^2} e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + m^2 L^2 \alpha}{L^2}\right) \tau} d\tau \right) \right) \quad (6.11) \\ &= \frac{\alpha}{k} \left(\frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\cos\left(\beta_n \frac{x}{L}\right) e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2}} \frac{L^2}{\beta_n^2 \alpha + m^2 L^2 \alpha} \sum_{ti=1}^t q_0(\tau) \left(e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + m^2 L^2 \alpha}{L^2}\right) * (ti) * \Delta t} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + m^2 L^2 \alpha}{L^2}\right) * (ti-1) * \Delta t} \right) \right) \right) \\ &= \frac{\alpha}{k} \left(\frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\cos\left(\beta_n \frac{x}{L}\right) \frac{L^2}{\beta_n^2 \alpha + m^2 L^2 \alpha} \sum_{ti=1}^t q_0(\tau) \left(e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2}} e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + m^2 L^2 \alpha}{L^2}\right) * (ti) * \Delta t} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2}} e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + m^2 L^2 \alpha}{L^2}\right) * (ti-1) * \Delta t} \right) \right) \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{\alpha}{k} \left(\frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\cos \left(\beta_n \frac{x}{L} \right) \frac{L^2}{\beta_n^2 \alpha + m^2 L^2 \alpha} \sum_{ti=1}^t q_0 \left(e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2} + \left(\frac{\beta_n^2 \alpha + m^2 L^2 \alpha}{L^2} \right) * (ti) * \Delta t} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2} + \left(\frac{\beta_n^2 \alpha + m^2 L^2 \alpha}{L^2} \right) * (ti-1) * \Delta t} \right) \right) \right)$$

b) O termo referente à temperatura inicial será dado por:

$$\begin{aligned} &= \int_{x'=0}^L F(x') G(x, t|x', 0) dx' \\ &= T_0 \int_{x'=0}^L \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_n^2 \alpha (t-\tau)/L^2} e^{m^2 \alpha \tau} \cos \left(\beta_n \frac{x}{L} \right) \cos \left(\beta_n \frac{x'}{L} \right) dx' \\ &= T_0 \int_{x'=0}^L \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_n^2 \alpha (t)/L^2} \cos \left(\beta_n \frac{x}{L} \right) \cos \left(\beta_n \frac{x'}{L} \right) dx' \\ &= T_0 \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_n^2 \alpha (t)/L^2} \cos \left(\beta_n \frac{x}{L} \right) \int_{x'=0}^L \cos \left(\beta_n \frac{x'}{L} \right) dx' \\ &= T_0 \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_n^2 \alpha (t)/L^2} \cos \left(\beta_n \frac{x}{L} \right) \left(\frac{L}{\beta_n} (\text{sen}(\beta_n)) \right) \\ &= T_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\beta_n} e^{-\beta_n^2 \alpha (t)/L^2} \cos \left(\beta_n \frac{x}{L} \right) \text{sen}(\beta_n) \end{aligned} \tag{6.12}$$

c) O termo de geração é dado por:

$$\begin{aligned} &\frac{\alpha q'''}{k} \int_{\tau=0}^t \left[\int_{x'=0}^a G(x, t|x', \tau) dx' \right] d\tau \\ &= \frac{\alpha q'''}{k} \int_{\tau=0}^t \int_{x'=0}^a \left(\frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta_n^2 \alpha (t-\tau)/L^2} e^{m^2 \alpha \tau} \cos \left(\beta_n \frac{x}{L} \right) \cos \left(\beta_n \frac{x'}{L} \right) \right) dx' d\tau \\ &= \frac{\alpha q'''}{k} \int_{\tau=0}^t \frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta_n^2 \alpha (t-\tau)/L^2} e^{m^2 \alpha \tau} \cos \left(\beta_n \frac{x}{L} \right) \int_{x'=0}^a \cos \left(\beta_n \frac{x'}{L} \right) dx' d\tau \\ &= \frac{\alpha q'''}{k} \int_{\tau=0}^t \frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta_n^2 \alpha (t-\tau)/L^2} e^{m^2 \alpha \tau} \cos \left(\beta_n \frac{x}{L} \right) \left(\frac{L}{\beta_n} \text{sen}(\beta_n) \right) d\tau \\ &= \frac{\alpha 2}{kL} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L}{\beta_n} \cos \left(\beta_n \frac{x}{L} \right) \text{sen}(\beta_n) \int_{\tau=0}^t q'''(\tau) e^{-\beta_n^2 \alpha (t-\tau)/L^2} e^{m^2 \alpha \tau} d\tau \\ &= \frac{\alpha 2}{kL} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L}{\beta_n} \cos \left(\beta_n \frac{x}{L} \right) \text{sen}(\beta_n) \int_{\tau=0}^t q'''(\tau) e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2} + \frac{\beta_n^2 \alpha \tau}{L^2}} e^{m^2 \alpha \tau} d\tau \\ &= \frac{\alpha 2}{kL} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L}{\beta_n} \cos \left(\beta_n \frac{x}{L} \right) \text{sen}(\beta_n) e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2}} \int_{\tau=0}^t q'''(\tau) e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + L^2 m^2 \alpha}{L^2} \right) \tau} d\tau \\ &= \frac{\alpha 2}{kL} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L}{\beta_n} \cos \left(\beta_n \frac{x}{L} \right) \text{sen}(\beta_n) e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2}} \sum_{ti=1}^t q'''(ti) \int_{\tau=(ti-1)*\Delta t}^{(ti)*\Delta t} e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + L^2 m^2 \alpha}{L^2} \right) \tau} d\tau \end{aligned} \tag{6.12}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\alpha}{kL} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L}{\beta_n} \cos\left(\beta_n \frac{x}{L}\right) \operatorname{sen}(\beta_n) \frac{L^2}{\beta_n^2 \alpha + L^2 m^2 \alpha} e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2}} \sum_{ti=1}^t q'''(ti) \left(e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + L^2 m^2 \alpha}{L^2}\right)(ti) * \Delta t} \right. \\
&\quad \left. - e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + L^2 m^2 \alpha}{L^2}\right)(ti-1) * \Delta t} \right) \\
&= \frac{\alpha}{kL} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L}{\beta_n} \cos\left(\beta_n \frac{x}{L}\right) \operatorname{sen}(\beta_n) \frac{L^2}{\beta_n^2 \alpha + L^2 m^2 \alpha} e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2}} \sum_{ti=1}^t q'''(ti) \left(e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + L^2 m^2 \alpha}{L^2}\right)(ti) * \Delta t} \right. \\
&\quad \left. - \frac{e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + L^2 m^2 \alpha}{L^2}\right)(ti) * \Delta t}}{e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + L^2 m^2 \alpha}{L^2}\right) * \Delta t}} \right) \\
&= \frac{\alpha}{kL} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L}{\beta_n} \cos\left(\beta_n \frac{x}{L}\right) \operatorname{sen}(\beta_n) \frac{L^2}{\beta_n^2 \alpha + L^2 m^2 \alpha} e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2}} \sum_{ti=1}^t q'''(ti) \left(e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + L^2 m^2 \alpha}{L^2}\right)(ti) * \Delta t} \left(1 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{1}{e^{\left(\frac{\beta_n^2 \alpha + L^2 m^2 \alpha}{L^2}\right) * \Delta t}} \right) \right)
\end{aligned}$$

6.2 ESTIMATIVA DE PROPRIEDADE TERMOFÍSICA DE UM TECIDO VIVO TEÓRICO

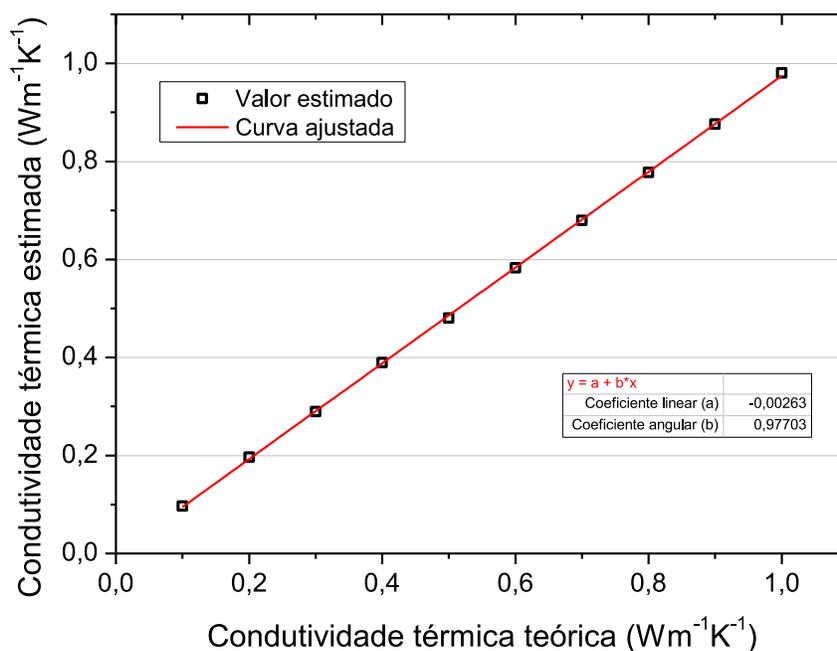
Realiza-se uma análise numérica da biotransferência de calor no modelo físico apresentado na Figura 6.2. Considera-se os seguintes parâmetros:

- Comprimento: $L = 66 \text{ mm}$
- Temperatura inicial: $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$
- Temperatura do sangue arterial: $T_a = 37 \text{ }^\circ\text{C}$
- Perfusão sanguínea: $\omega = 8 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$
- Calor específico: $c_p = 3,6 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- Massa específica: $\rho = 10^3 \text{ kgm}^{-3}$
- Fluxo de calor: $q(t) = q_0 = 10^3 \text{ Wm}^{-2}$
- Geração metabólica: $Q_M = 750 \text{ Wm}^{-3}$

Dessa forma, o campo de temperatura do modelo foi obtido no COMSOL®. Para isso, adotou-se um intervalo de condutividade térmica que varia de 10^{-1} até $1 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, com variações de $0,1 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ entre análises.

Aplica-se, portanto, inferência bayesiana para estimar a condutividade do tecido teórico, através da Eq. 4.17, onde as temperaturas experimentais consistem, na verdade, do campo térmico obtido no COMSOL®. A Figura 6.3 apresenta a condutividade térmica estimada em função da condutividade térmica medida do tecido teórico.

Figura 6.3. Condutividade térmica estimada de tecido teórico.



A condutividade térmica estimada apresentou boa concordância em relação à condutividade térmica teórica, uma vez que o erro médio absoluto entre estas foi de 2,86 %. Isto indica que a técnica proposta no presente trabalho apresenta grande potencial para estimativa de condutividade térmica de tecidos vivos. Uma das limitações do método está relacionada à impossibilidade de estimar a difusividade térmica do tecido. Este inconveniente provém do fato da razão de temperaturas não ser função apenas da difusividade térmica, conforme Eq. 4.15, mas também da condutividade térmica.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

Esta Tese versou sobre o desenvolvimento de técnicas experimentais para análise de propriedades termofísicas presentes na Equação de Biotransferência de Calor proposta por Pennes (1948). Para isso, foram realizados ensaios com tecidos *in-vitro*, conhecidos como fantasmas, os quais mimetizaram um tecido biológico.

A teoria do método de estimativa derivada neste estudo inclui uma descrição dos procedimentos matemáticos, equipamentos, processamentos das medições efetuadas, validação experimental e quantificação de incertezas.

O modelo tridimensional de condução de calor X22Y22Z22, utilizado no presente estudo, foi obtido através de Funções de Green. Para estimativa das propriedades utilizou-se a Inferência Bayesiana, por ser uma poderosa ferramenta para solução de problemas inversos em transferência de calor.

A técnica desenvolvida garante a aplicação e a medição de fluxo de calor em apenas uma superfície. Esse procedimento garante a estimativa das propriedades termofísicas (difusividade térmica e condutividade térmica) de meios e amostras não condutoras. A aplicação é direta em materiais já construídos e representa uma técnica não-destrutiva. A sua aplicação, portanto, em tecidos vivos (epiderme) é de grande potencial, representando um grande passo intermediário e uma grande contribuição para a detecção do câncer de mama.

A validação prévia da técnica experimental proposta foi realizada com uma amostra de PVC, que se trata de um material isolante, que não possui geração interna de calor nem perfusão. Logo, foram identificados apenas a difusividade térmica e a condutividade térmica. O experimento consiste no aquecimento parcial da amostra numa única superfície ativa, sendo o fluxo de calor medido por um transdutor e a temperaturas em função do tempo, de dois pontos distintos da superfície aquecida, medidas por dois termopares. Ao todo, foram realizados 40 experimentos, onde o Critério de Chauvenet foi utilizado no intuito de identificar possíveis erros grosseiros de medição.

Aplicou-se, desta feita, o procedimento a dois modelos térmicos distintos, usando o mesmo conjunto de dados experimentais. O primeiro modelo usou a razão

entre duas temperaturas superficiais para identificar a difusividade térmica, sem o conhecimento da condutividade térmica. Aplicou-se a Inferência Bayesiana no segundo modelo térmico nos valores teóricos e experimentais de temperatura para obter a máxima probabilidade da função verossimilhança, visando estimar a condutividade térmica. As propriedades estimadas apresentaram baixa dispersão, com desvios inferiores a 10,5 %, a um nível de confiança de 95,45 % para um fator de abrangência igual a 2,00. Os valores estimados de α e k do PVC apresentaram boa concordância com a literatura, com desvios absolutos iguais ou inferiores a 6,0% dos valores médios das respectivas propriedades. Os testes *Shapiro-Wilk* e *Kolmogorov-Smirinov* foram aplicados para verificar a normalidade da distribuição dos resultados experimentais de α e k . Portanto, a um nível de 99 %, ambos os testes indicam que o conjunto de dados de α e k foram obtidos de uma PDF Normal. O comparativo entre as temperaturas teóricas e experimentais, considerando as propriedades estimadas do meio, indicou boa aderência entre estas temperaturas, com desvios da ordem da incerteza de medição dos termopares (± 0.15 K), o que respalda a efetividade e a validade da técnica proposta.

O estudo do efeito da geração de calor metabólica foi possível pela adição de partículas magnéticas de Fe_3O_4 ao material base do fantoma, quando da fabricação das amostras. Inicialmente, verificou-se o efeito destas partículas na difusividade térmica e na condutividade térmica das amostras. Assim, estima-se estas propriedades de fantasmas com diferentes percentuais em massa de Fe_3O_4 . O procedimento para determinar α e k destas amostras foi semelhante ao aplicado na amostra de PVC. Foram verificadas dispersões inferiores a 16,0 % para estimativas de α e inferiores a 8,5 % para estimativas de k . Verifica-se um aumento nos valores médio de α e k com o aumento da massa de Fe_3O_4 . Isto é prudente, uma vez que o óxido de ferro possui ordem de grandeza superior de α e k em relação ao material base dos fantasmas, o silicone.

Na sequência, foi estimada a geração de calor de um fantoma com 12 % de partículas de Fe_3O_4 em sua constituição. Esta amostra foi sujeita a um campo magnético de indução, que provoca um aquecimento uniforme no meio em decorrência de correntes eletromagnéticas parasitas nas partículas de óxido de ferro. Mediu-se, então, a temperatura de dois pontos localizados em superfícies distintas do fantoma. Na sequência, a Inferência Bayesiana foi aplicada ao modelo de Biotransferência de calor para estimativa da geração de calor, mediante

conhecimento prévio de α e k do fantoma. A geração identificada apresentou dispersão inferior a 7,0 %, com 95,45 % de confiança e fator de abrangência 2,00.

A influência da perfusão foi verificada em duas amostras sem partículas de Fe_3O_4 , com dimensões externas similares. Porém, numa delas, foram moldados canais internos para circulação de água a uma determinada vazão e pressão. O procedimento para estimar α e k foi semelhante ao aplicado na estimativa destas propriedades na amostra de PVC.

Os desvios das propriedades termofísicas estimadas na amostra com perfusão foram inferiores a 2,5 % dos respectivos valores médios. Houve um aumento de 89,47 % do α e de 92,31 % do k , quando se compara as propriedades estimadas na amostra com perfusão em relação àquelas estimadas na amostra sem perfusão. Importante ressaltar que a perfusão pouco influenciou na capacidade calorífica volumétrica (ρc_p), indicando que, para este caso, as amostras com e sem perfusão apresentaram capacidades equivalentes de armazenamento de energia térmica em função do tempo.

A quantificação das incertezas expandidas indica que a faixa de dispersão das estimativas de α e k é inferior a 18,0 % dos respectivos valores médios destas propriedades em cada amostra estudada, com 95,45 % de confiança e fator de abrangência igual a 2,00. Isto confere à técnica experimental proposta um bom índice de repetibilidade. Verificou-se ainda que o coeficiente de convecção de calor pouco influencia na hipótese de isolamento térmico adotada no modelo 3D. Ademais, o estudo dos coeficientes de sensibilidade de α e k em relação ao campo de temperatura, indicam que, para tempos inferiores a 10 s, pequenos distúrbios nos valores de temperatura medidos podem acarretar elevados erros nos parâmetros estimados. Assim, a estimativa de α e k foi realizada em tempos superiores a 10 s.

O estudo numérico realizado num tecido simulado, no COMSOL®, apontou caminhos visando a prospecção da aplicação técnica proposta em tecidos vivos. Neste caso, a técnica apresentou a limitação de estimar apenas a condutividade térmica do tecido teórico, uma vez que a razão de temperaturas não é função apenas da difusividade térmica, considerando o modelo de Biotransferência de calor.

Com base na pesquisa desenvolvida nesta Tese, tem-se as seguintes propostas de trabalhos futuros:

- Avaliar o efeito combinado de geração de calor e perfusão nas propriedades efetivas dos fantasmas;
- Adequar a bancada experimental proposta neste trabalho para testes com amostras *ex-vivo*, como por exemplo, o peito de frango;
- Construir bancada experimental para identificar a profundidade e o campo de temperatura de inclusões em fantasmas, considerando a presença de geração de calor e perfusão;
- Adaptar a técnica proposta para avaliar propriedades termofísicas de modelos 3D de tecidos *in vitro* em coordenadas cilíndricas, esféricas e oblatas;
- Desenvolver dispositivos anatômicos visando aplicação da técnica experimental proposta em mamas reais.

REFERÊNCIAS

Agência Internacional de Pesquisa sobre o Câncer. *Breast Cancer Awareness Month 2021. International Agency for Research on Cancer*, 2021. Disponível em: < <https://iarc.who.int/featured-news/breast-cancer-awareness-month-2021/> >. Acesso em: 09/01/2022.

Andreozzi, A.; Brunese, L.; Iasiello, M.; Tucci, C.; Vanoli, G. P. *Variable porosity-based bioheat model vs variable perfusion-based Pennes' equation: A comparison with in vivo experimental data. Thermal Science and Engineering Progress*, v. 35, p. 101469, 2022. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tsep.2022.101469>

Arencibia, R. V.; Pitarelli-Filho, A.; Leal, J. E. S.; Rosa, V. A. O. *Incerteza de Medição: Metodologia de cálculo, conceitos e aplicações*. 1. ed. Editora Interciência, 2019.

Aristokli, N.; Polycarpou, I.; Themistocleous, S. C.; Sophocleous, D.; Mamais, I. *Comparison of the diagnostic performance of Magnetic Resonance Imaging (MRI), ultrasound and mammography for detection of breast cancer based on tumor type, breast density and patient's history: A review. Radiography*, v. 28, p. 848e856, 2022. <http://dx.doi.org/10.1016/j.radi.2022.01.006>

Askarizadeh, H; Ahmadikia, H. *Analytical study on the transient heating of a two-dimensional skin tissue using parabolic and hyperbolic bioheat transfer equations. Applied Mathematical Modelling*, v. 39, p. 3704–3720, 2015. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2014.12.003>

Barba, D.; León-Sosa, A.; Lugo, P.; Suquillo, D.; Torres, F.; Surre, F.; Trojman, L.; Caicedo, A. *Breast cancer, screening and diagnostic tools: All you need to know. Critical Reviews in Oncology / Hematology*, v. 157, p. 103174, 2021. <http://dx.doi.org/10.1016/j.critrevonc.2020.103174>

Bezerra, L. A.; Ribeiro, R. R.; Lyra, P. R. M.; Lima, R. C. F. *An empirical correlation to estimate thermal properties of the breast and of the breast nodule using thermographic images and optimization techniques. **International Journal of Heat and Mass Transfer***, v. 149, p. 119215, 2020.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.119215>

Bojdi, Z. K.; Hemmat, A. A. *Wavelet collocation methods for solving the Pennes bioheat transfer equation. **Optik***, v. 130, p. 345–355, 2017.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijleo.2016.10.102>

Carslaw, H. S.; Jaeger, J. C. *Conduction of heat in solids*. 2. ed. Oxford: **Clarendon press**, 1959.

Chen, H.; Zhou, Jq.; Chen, Q.; Deng, Yc. *Comparison of the sensitivity of mammography, ultrasound, magnetic resonance imaging and combinations of these imaging modalities for the detection of small (≤ 2 cm) breast cancer. **Medicine***, v. 100:26, p. e26531, 2021.

<http://dx.doi.org/10.1097/MD.00000000000026531>

Cole, K. D.; Beck, J. V.; Haji-Sheikh, A.; Litkouhi, B. *Heat Condition Using Green's Functions. **Taylor & Francis Group***, (Series in computational and physical process in mechanics and thermal sciences), 2010.

Derbal, R.; Defer, D.; Chauchois, A.; Antczak, E. *A simple method for building materials thermophysical properties estimation, **Construction and Building Materials***, v. 63, p. 197-205, 2014.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.04.076>

De Oliveira; L. R.; Rodrigues, T. A.; Costa, H. L.; Silva-Jr, W. M. *Scuffing resistance of polyalphaolefin (PAO)-based nanolubricants with oleic acid (OA) and iron oxide nanoparticles. **Materials Today Communications***, v. 31, p. 103837, 2022.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.mtcomm.2022.103837>

Fernandes, A. P.; Dos Santos, M. B.; Guimarães, G. *An analytical transfer function method to solve inverse heat conduction problems. **Applied Mathematical Modelling***, v. 39, n. 22, p. 6897–6914, 2015.

<https://doi.org/10.1016/j.apm.2015.02.012>

Ferreira-Oliveira, J.R.; De Lucena, L.R.R.; Reis, R.P.B.; De Araújo, C.J.; Bezerra-Filho, C.R.; Arencibia, R.V. *Uncertainty Quantification Through use of the Monte Carlo Method in a One-Dimensional Heat Conduction Experiment*. **International Journal of Thermophysics**, v. 41 (140), 2020. <http://dx.doi.org/10.1007/s10765-020-02724-6>

Ferreira-Oliveira, J.R.; De Lucena, L.R.R.; Reis, R.P.B.; De Araújo, C.J.; Bezerra-Filho, C.R. Thermal diffusivity measurement of stainless-steel alloys through use of the Angstrom's method, **Experimental Heat Transfer**, 2021, <http://dx.doi.org/10.1080/08916152.2021.1887407>

Ferreira-Oliveira, J.R.; Da Silva, P.C.S.; De Lucena, L.R.R.; Reis, R.P.B.; De Araújo, C.J.; Bezerra-Filho, C.R. **Thermal Diffusivity Measurement of a NiTi Shape Memory Alloy Using a Periodic Temperature Field**. **International Journal of Thermophysics**, v. 42 (147), 2021. <http://dx.doi.org/10.1007/s10765-021-02900-2>

Ferreira-Oliveira, J. R.; Santos-Junior, J. A.; Medeiros, V. S.; Guimarães, G. *Thermal Conductivity Measurement of a Polymer Material Using a Steady-State Temperature Field*. **Experimental Techniques**, 2022. <https://doi.org/10.1007/s40799-022-00566-5>

Figueiredo, A. A. A.; Fernandes, H. C.; Guimarães, G. *Experimental approach for breast cancer center estimation using infrared thermography*. **Infrared Physics and Thecnology**, v. 95, p. 100-112, 2018. <http://dx.doi.org/10.1016/j.infrared.2018.10.027>

Figueiredo, A. A. A.; Nascimento, J. G.; Malheiros, F. C.; Ignacio, L. H. S.; Fernandes, H. C.; Guimarães, G. *Breast tumor localization using skin surface temperature from a 2D anatomic model whitout knowledge of thermophysical properties*. **Computer Methods and Programs in Biomedicine**, v. 172, p. 65-77, 2019. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cmpb.2019.02.004>

Figueiredo, A. A. A.; Fernandes, H. C.; Malheiros, F. C.; Guimarães, G. *Influence analysis of thermophysical properties on temperature profiles on the breast skin surface*. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 111, p. 104453, 2020. <http://dx.doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2019.104453>

Gatabi, Z. R.; Mirhoseini, M.; Khajeali, N.; Gatabi, I. R.; Dabbaghianamiri, M.; Dorri, S. *The Accuracy of Electrical Impedance Tomography for Breast Cancer Detection: A Systematic Review and Meta-Analysis*. **The Breast Journal**, v. 2022, p. 8565490, 2022. <http://dx.doi.org/10.1155/2022/8565490>

Gogoi, U. R.; Majumdar, G.; Bhowmik, M. K.; Ghosh, A. K. *Evaluating the Efficiency of Infrared Breast Thermography for Early Breast Cancer Risk Prediction in Asymptomatic Population*. **Infrared Physics and Technology**, In Press, Accepted Manuscript, 2019. <http://dx.doi.org/10.1016/j.infrared.2019.01.004>

Gonzalez-Hernandez, J. L.; Recinella, A. N.; Kandlikar, S.G.; Dabydeen, D.; Medeiros, L.; Phatak, P. *Technology, application and potencial of dynamic breast termography for the detection of breast cancer*. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 131, p. 558-573, 2019. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.11.089>

Groheux, D.; Hindie, E. *Breast cancer: initial workup and staging with FDG PET/CT*. **Clinical and Translational Imaging**, v. 9, p. 221–231, 2021. <http://dx.doi.org/10.1007/s40336-021-00426-z>

Hakim, A.; Awale, R. N. *Thermal Imaging - An Emerging Modality for Breast Cancer Detection: A Comprehensive Review*. **Journal of Medical Systems**, v. 44:136, p. 1-18, 2020. <http://dx.doi.org/10.1007/s10916-020-01581-y>

Hazanee, A.; Lesnic, D. *Determination of a time-dependent coefficient in the bioheat equation*. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 88, p. 259–266, 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.05.017>

Instituto Nacional do Câncer José de Alencar Gomes da Silva (INCA). Estimativa 2020: Incidência de câncer no Brasil. Rio de Janeiro: **INCA**, 2019.

Jannot, Y.; Degiovanni, A. *An improved model for the parallel hot wire: Application to thermal conductivity measurement of low density insulating materials at high temperature*. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 142, p. 379-391, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2019.04.026>

JCGM 100, *Evaluation of measurement data—guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM), GUM 1995 with minor corrections*, Joint Committee for Guides in Metrology, **Joint Committee for Guides in Metrology**, BIPM, Paris, 2008

JCGM 101 - *Evaluation of Measurement Data - Supplement 1 to the guide to the expression of uncertainty in measurement—propagation of distributions using a Monte Carlo Method*, 1. ed., **Joint Committee for Guides in Metrology**, BIPM, Paris, 2008.

Jena, P.; Gupta, R. *Simultaneous estimation of multiple thermal properties using single-sided step heating thermography*. **Infrared Physics & Technology**, v. 115, p. 103726, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.infrared.2021.103726>

Kandlikar, S.G.; Perez-Raya, I.; Raghupathi, P.A.; Gonzalez-Hernandez, J. L.; Dabydeen, D.; Medeiros, L.; Phatak, P. *Infrared imaging technology for breast cancer detection - Current status, protocols and new directions*. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 108, p. 2303-2320, 2017. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.01.086>

Kim, J.; Cho, H.; Gwak, G.; Yang, K.; Kim, J.; Shin, Y.; Seo, Y. Y.; Park, I. *Factors affecting the negative predictive value of positron emission tomography/computed tomography for axillary lymph node staging in breast cancer patients*. **Asian Journal of Surgery**, v. 43, p. 193e200, 2020. <http://dx.doi.org/10.1016/j.asjsur.2019.02.011>

Li, M.; Akoshima, M. *Appropriate metallic coating for thermal diffusivity measurement of nonopaque materials with laser flash method and its effect*. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 148, p. 119017, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.119017>

Li, J.; Zhang, H.; Jiang, H.; Guo, X.; Zhang, Y.; Qi, D.; Guan, J.; Liu, Z.; Wu, E.; Luo, S. *Diagnostic Performance of Digital Breast Tomosynthesis for Breast Suspicious Calcifications From Various Populations: A Comparison With Full-field Digital Mammography*. **Computational and Structural Biotechnology Journal**, v. 17, p. 82–89, 2019. <http://dx.doi.org/10.1016/j.csbj.2018.12.004>

Liu, H.; Zhan, H.; Sun, D.; Zhang, Y. *Comparison of BSGI, MRI, mammography, and ultrasound for the diagnosis of breast lesions and their correlations with specific*

molecular subtypes in Chinese women. BMC Medical Imaging, v. 20:98, p. 1-12, 2020. <http://dx.doi.org/10.1186/s12880-020-00497-w>

Lozano III, A.; Hassanipour, F. *Infrared imaging for breast cancer detection: An objective review of foundational studies and its proper role in breast cancer screening. Infrared Physics and Technology*, v. 97, p. 244-257, 2019. <http://dx.doi.org/10.1016/j.infrared.2018.12.017>

Majdoubi, J.; Iyer, A. S.; Ashique, A. M.; Perumal, D. A.; Mahrous, Y. M.; Rahimi-Gorji, M.; Alibek Issakhov, A. *Estimation of tumor parameters using neural networks for inverse bioheat problem. Computer Methods and Programs in Biomedicine*, v. 205, p. 106092, 2021. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cmpb.2021.106092>

Mambou, S. J.; Maresova, P.; Krejcar, O.; Selamat, A.; Kuca, K. *Breast cancer detection using infrared thermal imaging and a deep learning model. Sensors*, v. 18, n. 9, p. 2799, 2018. <http://dx.doi.org/10.3390/s18092799>

Mashekova, A.; Zhao, Y.; Ng, E. Y. K.; Zarikas, V.; Fok, S. C.; Mukhmetov, O. *Early detection of the breast cancer using infrared technology – A comprehensive review. Thermal Science and Engineering Progress*, v. 27, p. 101142, 2022. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tsep.2021.101142>

Menegaz, G. L.; Guimarães, G. *Development of a new technique for breast tumor detection based on thermal impedance and a damage metric. Infrared Physics and Technology*, v. 97, p. 401-410, 2019. <http://dx.doi.org/10.1016/j.infrared.2019.01.019>

Menegaz, G. L.; Tsuruta, K. M.; Neto, R. M. F.; Steffen Jr., V.; Araujo, C. A.; Guimarães, G. *Use of the electromechanical impedance method in the detection of inclusions: application to mammary tumors. Structural Health Monitoring*, p. 1-16, 2019. <http://dx.doi.org/10.1177/1475921718825138>

Migon, H. S.; Gamerman, D.; Louzada, F. *Statistical Inference. An Integrated Approach*, USA: CRC Press: **Taylor Francis**, 2015.

Montgomery, D.; Runger, G. C. *Applied Statistics and probability for Engineers*, USA: **John Wiley Sons**, Inc., 2011.

Mukhmetov, O.; Igali, D.; Mashekova, A.; Zhao, Y.; Ng, E. Y. K.; Fok, S. C.; Teh, S. L. *Thermal modeling for breast tumor detection using thermography. International Journal of Thermal Sciences*, v. 161, p. 106712, 2021.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2020.106712>

Murphy E K, Mahara A, Wu X and Halter R J 2017 *Phantom experiments using soft-prior regularization EIT for breast cancer imaging. Physiological Measurement*, v. 38, p. 1262-1277, 2017. <http://dx.doi.org/10.1088/1361-6579/aa691b>

Omega Engineering®, *Temperature Measurement: Thermocouple sensors, connectors, wire, surface probes and accessories*, Vol. 2 (Omega Engineering®, United Kingdom, 2017), pp. 5–9.

Patil, H. M.; Maniyeri, R. *Finite difference method based analysis of bio-heat transfer in human breast cyst. Thermal Science and Engineering Progress*, v. 10, p. 42-47, 2019. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tsep.2019.01.009>

Pennes, H. H. *Analysis of Tissue and Arterial Blood Temperatures in the Resting Human Forearm. Journal of Applied Physiology*, v. 1, n. 2, 1948.

<http://dx.doi.org/10.1152/jappl.1948.1.2.93>

Reis, R.P.B; Ferreira-Oliveira, J.R.; Grassi, E.N.D.; Souto, C.R.; De Araújo, C.J. *Measurement of Phase Transformation Temperatures in Shape Memory Alloys Using a Peltier Thermoelectric Apparatus. International Journal of Thermophysics*, v. 43 (50), 2022. <http://dx.doi.org/10.1007/s10765-022-02977-3>

Santos-Junior, J.A.; Ferreira-Oliveira, J.R.; Nascimento, J.G.; Fernandes, A.P.; Guimarães, G. *Simultaneous estimation of thermal properties via measurements using one active heating surface and Bayesian inference, International Journal of Thermal Sciences*, v. 172, Part A, p. 107304, 2022.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2021.107304>

Sarigoz, T.; Ertan, T.; Topuz, O.; Sevim, Y.; Ciham, Y. *Role of digital infrared thermal imaging in the diagnosis of breast mass: A pilot study. Diagnosis of breast mass by thermography. Infrared Physics and Technology*, v. 91. p. 214-219, 2018.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.infrared.2018.04.019>

Silva, D. A. S.; Tremblay, M. S.; Souza, M. F. M.; Guerra, M. R.; Mooney, M.; Naghavi, M.; Malta, D. C. *Mortality and years of life lost due to breast cancer attributable to physical inactivity in the Brazilian female population (1990 - 2015)*. **Scientific Reports**, v. 8, p. 1-12, 2018. <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-018-29467-7>

Sudarsan, N.; Arathy, K.; Antony, L.; Sudheesh, R. S.; Muralidharan, M. N.; Satheesan, B.; Ansari, S. *A Computational Method for the Estimation of the Geometrical and Thermophysical Properties of Tumor Using Contact Thermometry*. **Journal of Medical Devices**, v. 15, p. 031012-2, <http://dx.doi.org/10.1115/1.4051517>

Touloukian, Y. S.; Powell, R. W.; Ho, C. Y.; Nicolau, M. C. *Thermophysical Properties of Materials*, v. 10, NY: **Plenum Press**, 1973.

Verstockt, J.; Verspeek, S.; Thiessen, F.; Tjalma, W.A.; Brochez, L.; Steenackers, G. *Skin Cancer Detection Using Infrared Thermography: Measurement Setup, Procedure and Equipment*. **Sensors**, v. 22, p. 3327, 2022. <http://dx.doi.org/10.3390/s22093327>

Vuolo, J. H.; *Fundamentos da Teoria dos Erros*, 2. ed. Blucher, 1996.

Xu, F.; Lu, T. J.; Seffen, K. A.; Ng, E. Y. K. *Mathematical Modeling of Skin Bioheat Transfer*. **Applied Mechanics Reviews**, v. 62, 2009. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3124646>

Zacharioudakis, K.; Kontoulis, T.; Vella, J. X.; Zhao, J.; Ramakrishnan, R.; Cunningham, D. A.; Mufti, R. A.; Leff, D. R.; Thiruchelvam, P.; Hogben, K.; Hadjiminias, D. J. *Can we see what is invisible? The role of MRI in the evaluation and management of patients with pathological nipple discharge*. **Breast Cancer Research and Treatment**, v. 178, p. 115–120, 2019. <http://dx.doi.org/10.1007/s10549-019-05321-w>

Zhou, Y.; Herman, C. *Optimization of skin cooling by computational modeling for early thermographic detection of breast cancer*. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 126, p. 864-876, 2018. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.05.129>

Zuvin, M.; Koçak, M.; Unal, O.; Akkoç, Y.; Kutlu, O.; Acar, H. Y.; Gozuaçik, D.; Koşar, A. *Nanoparticle based induction heating at low magnitudes of magnetic field strengths for breast cancer therapy*. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 483, p. 169-177, 2019. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmmm.2019.03.117>

APÊNDICE A

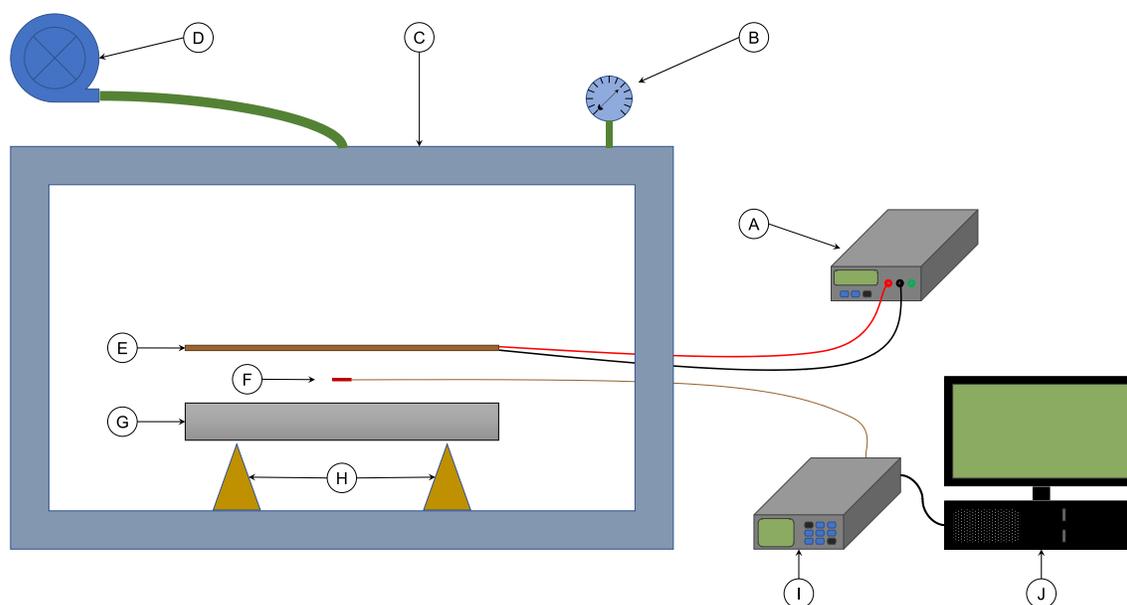
CALIBRAÇÃO DO TRANSDUTOR DE FLUXO DE CALOR

A.1 MONTAGEM EXPERIMENTAL

A Figura A.1 apresenta a montagem experimental utilizada para calibração do transdutor de calor HFS-3 (Omega Engineering®), cujo parâmetro característico é a sensibilidade. Trata-se de um parâmetro definido como a razão entre a tensão de saída e o fluxo de calor medido. De acordo com o fabricante, este transdutor de fluxo de calor possui uma sensibilidade nominal de $0,92 \mu\text{V m}^2 \text{W}^{-1}$.

O objetivo deste procedimento de calibração é determinar a sensibilidade do transdutor de fluxo de calor utilizado no presente trabalho.

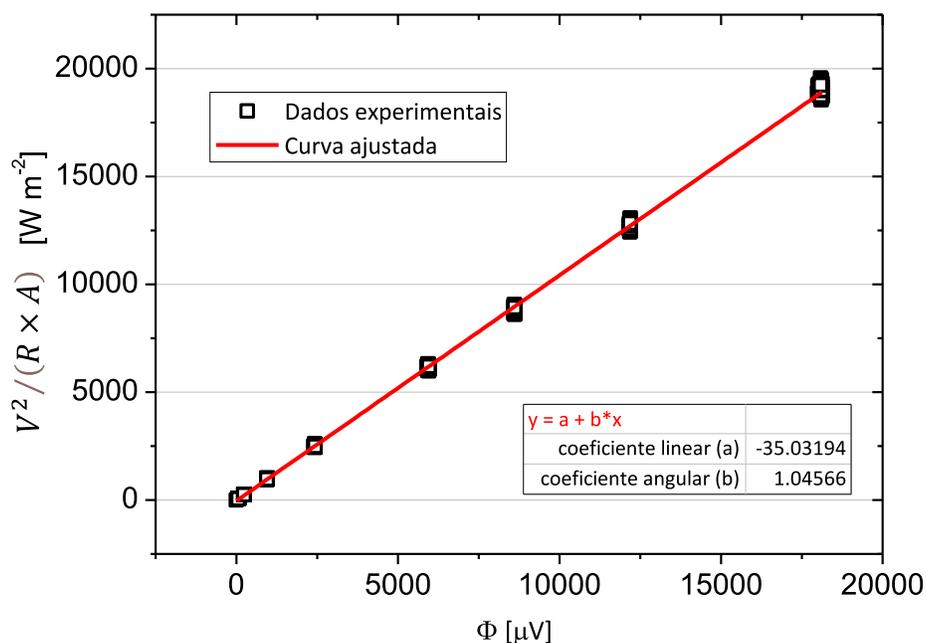
Figura A.1. Montagem experimental para calibração do transdutor: A) Aquisitor de dados; B) Vacuômetro; C) Câmara de vácuo; D) Bomba de vácuo; E) Resistência elétrica; F) Transdutor; G) Amostra de material metálico; H) Apoios pontuais; I) Fonte de potência; J) Hardware.



A calibração ocorreu no interior de uma câmara, com $8 \text{ kPa} \pm 5 \%$ de pressão absoluta. Isto implica que a maior parte do calor dissipado pela resistência elétrica será transferido por condução para a amostra de material metálico. De fato, Como o coeficiente de convecção é muito pequeno, por conta do baixo valor de pressão absoluta no interior da câmara, há uma perda mínima de calor para o ambiente.

O experimento consiste em fornecer tensão (V) e corrente elétrica (I) para um aquecedor com resistência elétrica R e área de contato A. Durante o procedimento experimental, o transdutor de fluxo fornece como variável de saída um determinado valor de tensão elétrica, denominado ϕ , em μV , proporcional ao fluxo de calor imposto pela resistência. O procedimento é realizado com diferentes potências dissipadas para a amostra (em cada valor de potência, o experimento foi repetido 40 vezes), resultando em diferentes valores de ϕ , conforme apresentado na Figura A.2.

Figura A.2. Curva de calibração do transdutor de fluxo de calor



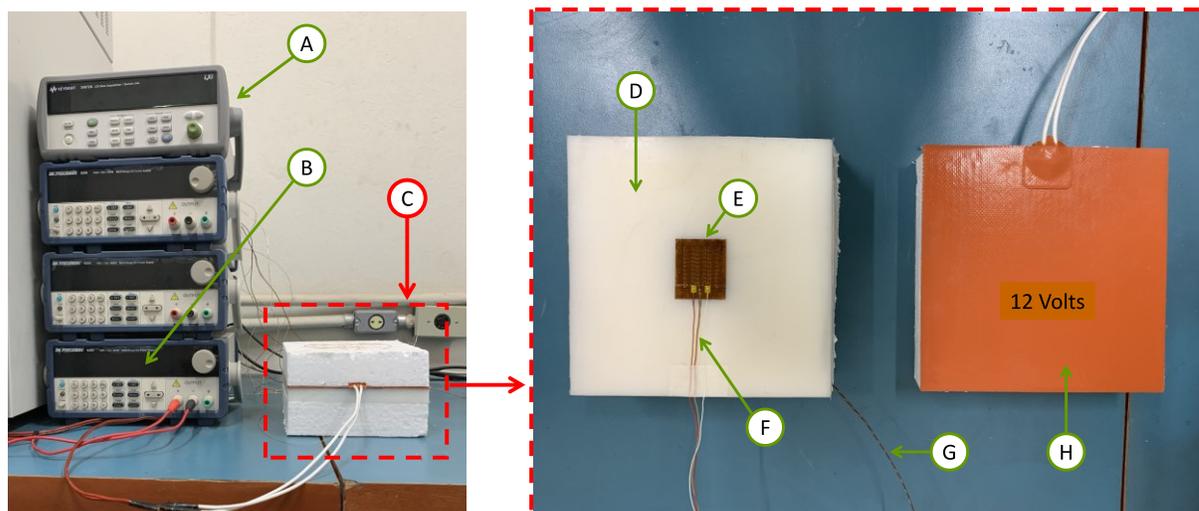
A Figura A.2 mostra o agrupamento de dados experimentais usado obter a relação $V^2/(R \times A)$ e ϕ . Uma regressão linear permite obter tal relação, cujo inverso do coeficiente angular da curva ajustada será igual ao valor medido da sensibilidade do transdutor. Este valor, conforme Figura A.2, foi $0,96 \mu\text{V m}^2 \text{ W}^{-1}$. A diferença

percentual entre os valores medido e nominal da sensibilidade foi 3,95 %, indicando que os resultados obtidos apresentam boa concordância com as informações do fabricante do transdutor.

A.2 VALIDAÇÃO DA CALIBRAÇÃO

A Figura A.3 apresenta a visão geral de uma bancada experimental desenvolvida para validar a calibração do transdutor de fluxo de calor. O objetivo é medir a condutividade térmica do nylon 66 (material isolante), considerando transferência de calor unidimensional em regime permanente. A amostra possui dimensões $L = R = 150,10 \pm 0,26$ mm e $W = 15,15 \pm 0,02$ mm. A razão entre os valores médios de L e W é aproximadamente 10. Assim, é possível supor que a condução de calor é unidimensional no eixo central da amostra. Uma fonte de alimentação BK 9000 fornece tensão elétrica de $3,00 \text{ V} \pm 0,50 \%$ para uma resistência elétrica de $1,80 \Omega \pm 1,00 \%$, com área de $225,00 \text{ cm}^2 \pm 0,24 \%$. O fluxo de calor que a resistência elétrica dissipa na amostra é medido pelo sensor de calor.

Figura A.3. Bancada experimental desenvolvida para validação da calibração do transdutor de fluxo de calor: A) Aquisição de dados; B) Fonte de potência; C) Amostra, resistência elétrica e sensores; D) Amostra; E) Transdutor de fluxo de calor; F) Termopar tipo K da face aquecida; G) Termopar tipo K oposto ao aquecimento; H) Resistência elétrica.



Fonte: Adaptado de Ferreira-Oliveira *et al.* (2022)

As temperaturas das faces superior e inferior da amostra são medidas por termopares tipo K, referência CO1-K, fabricados pela Omega Engineering. As medições de fluxo de calor e temperatura são adquiridas pelo equipamento 34970A, fabricado pela Agilent.

A correta medição da temperatura é um fator determinante em termos de qualidade e confiabilidade dos resultados obtidos, durante a realização de procedimentos experimentais para problemas de condução de calor. Quando uma amostra é submetida a um certo fluxo de calor, o campo de temperatura medido pode apresentar certa variabilidade. Isso resulta das incertezas associadas aos efeitos aleatórios das medições de temperatura feitas, a resolução do sistema de aquisição e a correção imperfeita dos resultados associados aos efeitos sistemáticos.

A medição do fluxo de calor é extremamente dependente do fornecimento de calor. A energia térmica dissipada pela resistência elétrica é dependente da tensão e corrente contínuas fornecidas pela fonte de alimentação. As incertezas associadas a estes parâmetros são 0,5 % (para a tensão elétrica) e 0,9 % (para a corrente elétrica) dos valores médios fornecidos.

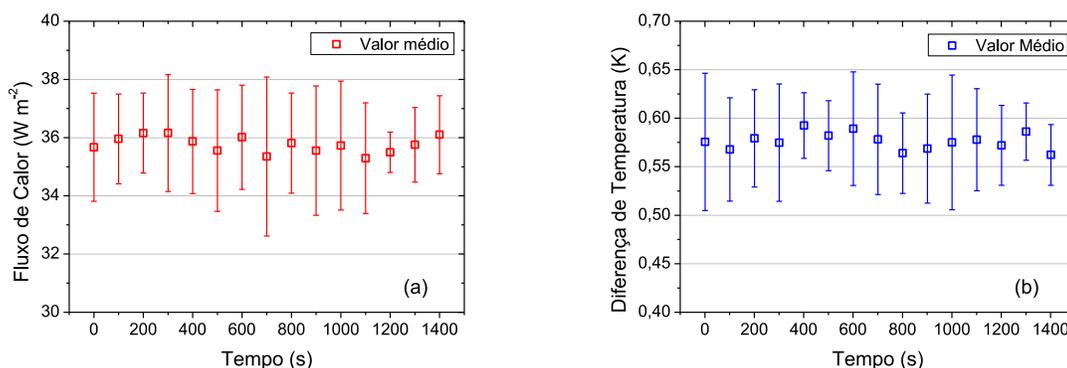
As suposições do modelo são uma fonte de erro, quando não são atendidas durante os experimentos ou têm influência mínima. Isso implica, por exemplo, que durante os experimentos a amostra seja submetida a um gradiente de temperatura para o qual a variação da condutividade térmica da amostra, considerada um meio isotrópico, seja desprezível. As hipóteses de transferência de calor 1D estão condicionadas a perdas de calor desprezíveis nas direções laterais do domínio físico analisado.

Algumas características da amostra podem ser causa de erros. Por exemplo, se a composição química for diferente do esperado, haverá erros durante a comparação com os resultados da literatura. Ou, se o comprimento da amostra for medido com uma régua, ao invés de um paquímetro, encontrar-se-á uma maior incerteza associada para aquele parâmetro. O contato entre a face da amostra em $(x/L) = 0$, com a resistência elétrica, deve ter a menor resistência térmica de contato possível.

A amostra, em equilíbrio térmico com o ambiente, é aquecida em sua face superior, até que o campo térmico atinja o estado estacionário. As medições de fluxo de calor e temperatura foram realizadas simultaneamente, durante o estado

estacionário. O intervalo entre as medições é de 1 s, e o tempo total de medição foi de 1500 s. Ao todo foram realizados 5 experimentos. As medições de fluxo de calor (q) medido e diferença entre as temperaturas medidas (θ) foram substituídas diretamente na Lei de Fourier, para obter a condutividade térmica do material em análise. A Figura A.4 apresenta as medições de fluxo de calor e diferença de temperatura em função do tempo, realizadas no regime de regime permanente.

Figura A.4. Medições realizadas: (a) Fluxo de Calor e (b) Diferença de Temperatura



Fonte: Adaptado de Ferreira-Oliveira *et al.* (2022).

A dispersão das medições de fluxo de calor e temperatura no estado estacionário foi relativamente baixa: menos de 5,40 % para q e 8,60 % para θ , com 95,45% de probabilidade de cobertura. Destaca-se aqui que o desvio padrão θ é menor que a incerteza dos termopares usados nos experimentos, que é de $\pm 0,15$ K. Esses resultados também mostram baixa influência de efeitos aleatórios e sistemáticos, especialmente os efeitos relacionados à tensão e corrente elétrica fornecida pela fonte de potência.

A Tabela A.1 detalha a incerteza associada (u) das fontes de erro para cada variável de entrada, os tipos de incerteza e as respectivas funções densidade de probabilidade (PDF) obtidas. A Tabela A.2 apresenta as incertezas expandidas (U) das variáveis de entrada, a assimetria (SK) e a curtose (KT) de suas PDFs, obtidas através do Método de Monte Carlo (JCGM-101, 2008).

As incertezas do tipo A apresentadas na Tabela A.1 estão associadas à variabilidade das medidas das respectivas variáveis de entrada. Essas incertezas foram obtidas através da razão entre o valor médio obtido para cada variável e a raiz quadrada do respectivo número de medições realizadas. Neste caso, como o

número de medições foi maior que 30 para todas as variáveis de entrada, a função densidade de probabilidade (PDF) obtida é Normal. Por outro lado, os valores das incertezas do tipo B, bem como seus respectivos PDFs, são provenientes de informações encontradas nos manuais dos fabricantes dos instrumentos de medição utilizados. As PDFs das variáveis de entrada seguem uma distribuição Normal, considerando que SK e KT apresentados na Tabela A.2 foram próximos de 0 e 3, respectivamente. Destaca-se aqui que os baixos valores de incerteza expandida (U), apresentados na Tabela A.2, confirmam a alta precisão do aparato experimental desenvolvido neste trabalho. A propagação das distribuições de probabilidade foi realizada considerando a Lei de Fourier, resultando no PDF da variável de saída da condutividade térmica da amostra em análise, conforme observado na Figura A.5.

Tabela A.1. Incertezas associadas das variáveis de entrada.

Variável de entrada	Fonte de erro	u	Tipo	PDF
q (Fluxo de Calor)	Variabilidade	0,0858 Wm ⁻²	A	Normal
	Resolução	0,0002 Wm ⁻²	B	Retangular
	Calibração	0,1789 Wm ⁻²	B	Normal
θ (Temperatura)	Variabilidade	0,0031 K	A	Normal
	Resolução	0,0029 K	B	Retangular
	Calibração	0,0003 K	B	Normal
L (Espessura)	Variabilidade	0,0033 mm	A	Normal
	Resolução	0,0029 mm	B	Retangular
	Calibração	0,0083 mm	B	Normal
	Paralelismo	0,0013 mm	B	Normal

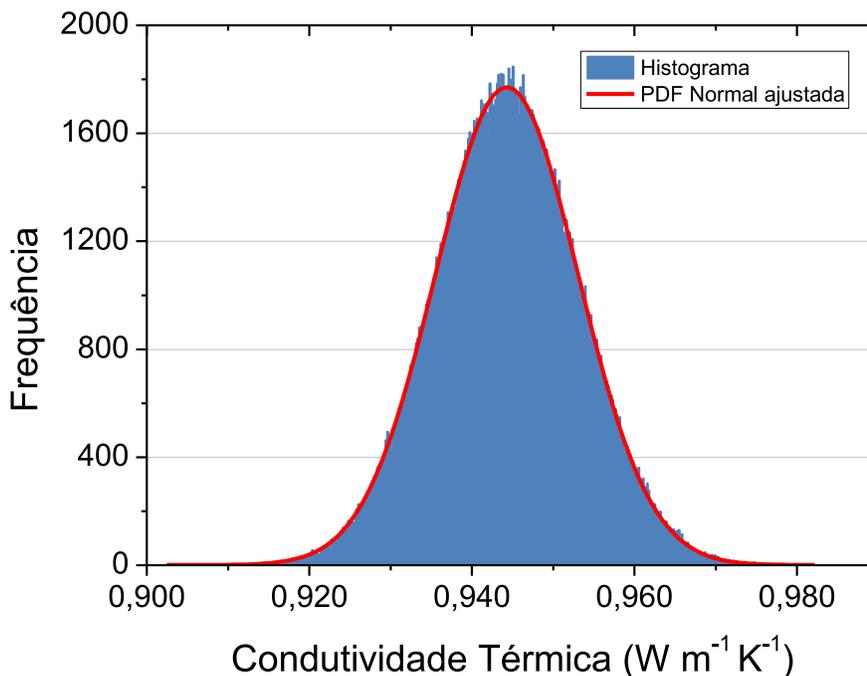
Fonte: Adaptado de Ferreira-Oliveira *et al.* (2022).

Tabela A.2. Incertezas expandidas e suas funções densidade de probabilidade.

Var. de entrada	Média	U	SK	KT	PDF
q	35,77 Wm ⁻²	1,15 %	-0,003	3,004	Normal
θ	0,58 K	1,47 %	-0,005	2,965	Normal
L	15,15 mm	0,12 %	-0,020	3,027	Normal

Fonte: Adaptado de Ferreira-Oliveira *et al.* (2022).

Figura A.5. Histograma obtido pelo Método de Monte Carlo para condutividade térmica.



Fonte: Adaptado de Ferreira-Oliveira *et al.* (2022).

A assimetria e curtose do histograma na Figura A.5 são iguais a 0,038 e 3,012, respectivamente. Assim, a PDF obtida apresenta uma distribuição Normal. O resultado da medição da condutividade térmica é, portanto, $0,94 \pm 2,00 \% \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, com 95,45 % de confiabilidade e um fator de cobertura igual a 2,00. Este valor médio está de acordo com Touloukian *et al* (1973), com desvio absoluto de 7,06 %. Isso indica que as hipóteses adotadas na modelagem matemática – transferência de calor unidimensional, meio isotrópico e estado estacionário – foram adequadas.

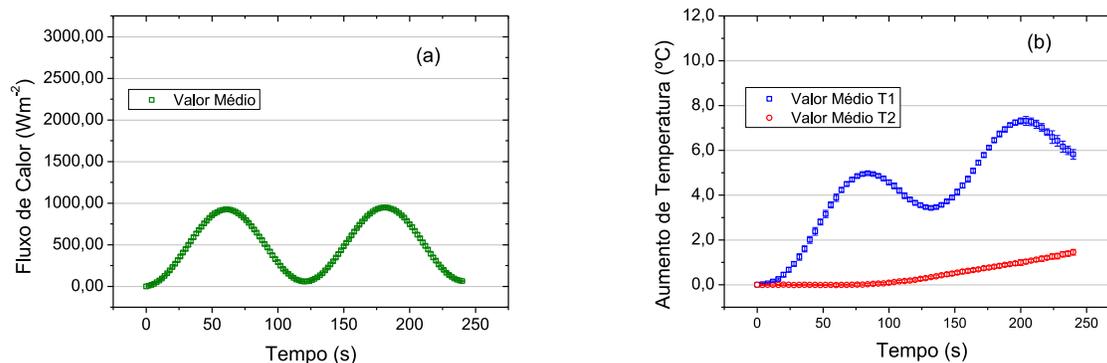
A baixa incerteza expandida comprova a eficiência e confiabilidade do procedimento experimental de calibração do transdutor de fluxo de calor, além de sua aderência à modelagem matemática.

APÊNDICE B

BANCADA EXPERIMENTAL 1D PARA FANTOMAS

Foram realizados 40 experimentos para estimativa de difusividade térmica e condutividade térmica do fantoma com 0,0 % de partícula magnética. A amostra utilizada é a mesma que foi ensaiada na seção 4.3. A técnica experimental é similar àquela apresentada na subseção 4.2.1.1, exceto pela resistência elétrica, que possui valor de $16,0 \Omega \pm 0,1 \%$. A Figura B.1 apresenta as medições de fluxo de calor e aumento de temperatura realizadas nestes experimentos.

Figura B.1. Medições da bancada experimental 1D para fantomas: (a) Fluxo de calor imposto e (b) aumento de temperatura. Amostra com 0,0 % de Fe₃O₄.



O fluxo de calor medido apresentou baixa dispersão, uma vez que o desvio-padrão médio foi menor que 5,0 %. As medições de temperatura também foram bastante precisas, uma vez que o desvio-padrão, no geral, foi menor que a incerteza dos termopares ($\pm 0,15 K$). O Critério de Chauvenet foi aplicado ao conjunto de dados experimentais, visando identificar erros grosseiros, eventuais falhas ocorridas no procedimento experimental.

As estimativas de difusividade térmica e de condutividade térmica foram realizadas com base nas medições de fluxo de calor e temperatura. A razão dos aumentos de temperatura e a inferência bayesiana foram aplicadas para estimar o α . A condutividade térmica foi estimada pela inferência bayesiana, quando do

conhecimento do α . Admite-se probabilidade *a priori* uniforme para as duas propriedades termofísicas analisadas. Os intervalos adotados para valores randômicos para difusividade térmica e condutividade térmica foram 10^{-2} a 10^{-6} m^2s^{-1} e 10^{-2} a 10^1 $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, respectivamente. O número de amostragens realizadas na inferência bayesiana foi de 128. A Figura B.2 apresenta a função densidade de probabilidade dos valores randômicos de difusividade térmica e o *Box-Plot* da estimativa experimental desta propriedade termofísica. A Figura B.3 apresenta a PDF dos valores randômicos da condutividade térmica e o *Box-Plot* do conjunto de dados desta propriedade estimados experimentalmente.

Figura B.2. Modelo 1D, fantoma com 0,0 % de Fe3O4: (a) Função densidade de probabilidade de α randômico e (b) *Box-Plot* de α estimado.

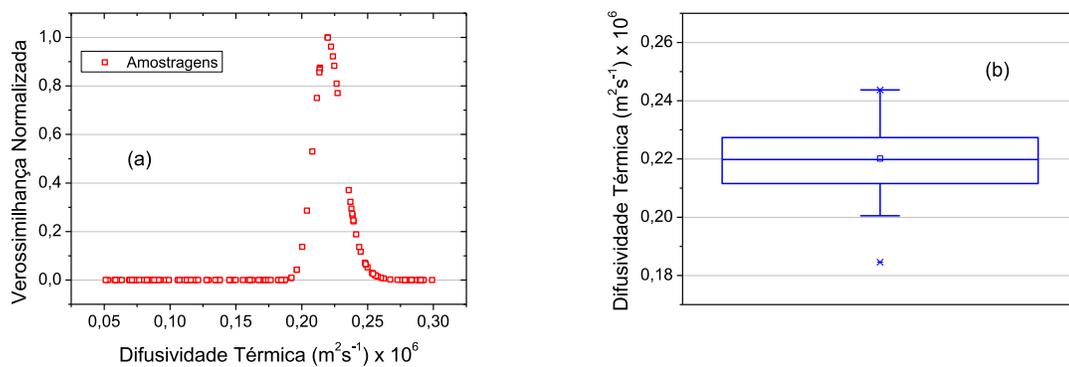
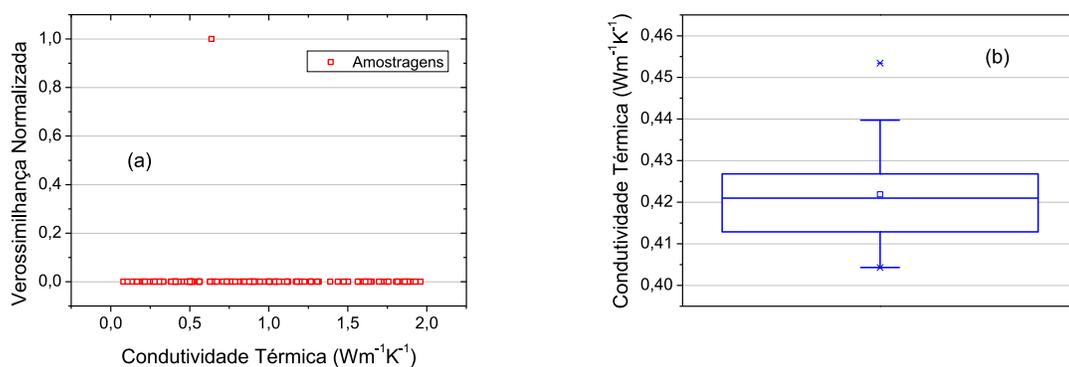


Figura B.3. Modelo 1D, fantoma com 0,0 % de Fe3O4: (a) Função densidade de probabilidade de k randômico e (b) *Box-Plot* de k estimado.



Verifica-se que a PDF de α randômico do modelo 1D apresenta dispersão maior que aquela apresentada para o modelo 3D (ver Fig. 4.32), considerando o mesmo fantoma. A difusividade térmica estimada foi de $0,22 \times 10^{-6} \pm 12,51 \% \text{ m}^2\text{s}^{-1}$, com 95,45 % de confiabilidade e fator de abrangência igual a 2,00. A um nível de confiança de 99 %, pode-se afirmar que a difusividade térmica estimada pelo modelo 1D é 8,81 % a 22,77 % maior que o α estimado pelo modelo 3D. Há uma diferença de 15,79 % entre o α médio estimado pelo modelo 1D em relação ao valor médio estimado pelo modelo 3D.

A condutividade térmica estimada foi de $0,42 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \pm 2,63 \%$, com confiança de 95,45 % e fator de abrangência 2,00. É possível afirmar, com 99% de confiabilidade, que o k estimado pelo modelo 1D é 4,13 % a 11,26 % maior que o valor da propriedade estimada pelo modelo 3D. Quando o comparativo é realizado entre os valores médios, o k médio do modelo 1D é 7,69 % maior que o do modelo 3D.

Os resultados indicam que as propriedades termofísicas através do modelo 1D serão maiores que aquelas estimadas pelo modelo 3D, com 99 % de confiabilidade. Esta tendência sistemática é proveniente do fato da hipótese de transferência de calor unidimensional não se adequar perfeitamente à amostra, uma vez que a razão de aspecto da amostra (comprimento \div espessura) é igual a 5 — o modelo 1D adequa-se em situações em que a razão de aspecto é maior ou igual a 10. Outro fator que influencia neste comportamento é o fato do modelo 1D possuir maior sensibilidade às condições ambientais. Ou seja, o coeficiente de convecção possui influência na estimativa de propriedades através do modelo 1D, diferente do modelo 3D, conforme comprovado na seção 5.2.