

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO - FAGED
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO**

**APROPRIAÇÃO DE NOVAS SIGNIFICAÇÕES DAS OPERAÇÕES
FUNDAMENTAIS DE MATEMÁTICA POR PROFESSORES EM ATIVIDADE
DE FORMAÇÃO DE MODO REMOTO**

UBERLÂNDIA – MG
2022

MARIANA MARTINS PEREIRA

**APROPRIAÇÃO DE NOVAS SIGNIFICAÇÕES DAS OPERAÇÕES
FUNDAMENTAIS DE MATEMÁTICA POR PROFESSORES EM ATIVIDADE
DE FORMAÇÃO DE MODO REMOTO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito para a obtenção do Título de Doutor em Educação.

Linha de Pesquisa: Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Fabiana Fiorezi de Marco.

UBERLÂNDIA – MG
2022

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

P436
2022

Pereira, Mariana Martins, 1985-
Apropriação de novas significações das operações
fundamentais de matemática por professores em atividade
de formação de modo remoto [recurso eletrônico] /
Mariana Martins Pereira. - 2022.

Orientadora: Fabiana Fiorezi de Marco Matos.
Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Pós-graduação em Educação.

Modo de acesso: Internet.

Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.te.2022.473>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Educação. I. Matos, Fabiana Fiorezi de Marco, 1974-
(Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-
graduação em Educação. III. Título.

CDU: 37

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
 Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Educação
 Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1G, Sala 156 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
 Telefone: (34) 3239-4212 - www.ppged.faced.ufu.br - ppged@faced.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Educação				
Defesa de:	Tese de Doutorado Acadêmico, 19/2022/323, PPGED				
Data:	Dezesseis de agosto de dois mil e vinte e dois	Hora de início:	[8:30]	Hora de encerramento:	[12:45]
Matrícula do Discente:	11813EDU030				
Nome do Discente:	MARIANA MARTINS PEREIRA				
Título do Trabalho:	"Apropriação de novas significações das operações fundamentais de matemática por professores em atividade de formação de modo remoto"				
Área de concentração:	Educação				
Linha de pesquisa:	Educação em Ciência e Matemática				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	"Formação continuada de professores que ensinam matemática: um estudo sob a perspectiva histórico-cultural"				

Reuniu-se, através do serviço de Conferência Web da Rede Nacional de Pesquisa - RNP, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Educação, assim composta: Professores Doutores: Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes - UFSM; Vanessa Dias Moretti- UNIFESP; Cristiane Coppe de Oliveira - UFU; Elenita Pinheiro de Queiroz Silva - UFU e Fabiana Fiorezi de Marco Matos - UFU, orientador(a) do(a) candidato(a).

Iniciando os trabalhos o(a) presidente da mesa, Dr(a). Fabiana Fiorezi de Marco Matos, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato(a), agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado(a).

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Fabiana Fiorezi de Marco Matos, Professor(a) do Magistério Superior**, em 16/08/2022, às 12:53, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Cristiane Coppe de Oliveira, Professor(a) do Magistério Superior**, em 16/08/2022, às 14:05, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, Usuário Externo**, em 16/08/2022, às 15:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Elenita Pinheiro de Queiroz Silva, Professor(a) do Magistério Superior**, em 16/08/2022, às 15:44, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Vanessa Dias Moretti, Usuário Externo**, em 16/08/2022, às 16:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3839419** e o código CRC **03504D90**.

"Mestre não é aquele que sempre ensina, mas aquele que de repente aprende".

(ROSA, 1986)

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Hélio e Veronice, por sempre acreditarem e investirem em mim. Obrigada pelas sementes que semearam em minha vida para ser o humano que sou hoje.

Ao meu esposo, Igor, pelo companheirismo, amor e paciência ao compartilhar desse desafio comigo.

Ao nosso filho, Samuel, meu milagre objetivado durante o caminho deste processo formativo.

Aos amigos do caminho, que constituíram uma rede apoio, sem a qual eu não poderia realizar este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que me deu o fôlego de vida e me faz trilhar por caminhos, segundo os seus propósitos. Obrigada, Senhor, por me permitir não só chegar até aqui, mas viver os processos pelos quais passei, que contribuíram e ainda estão contribuindo para meu processo de humanização.

À Universidade Federal de Uberlândia, por ser uma instituição pública e de qualidade, pela qual me formei na graduação, na especialização, no mestrado e agora no doutorado. Universidade que me abriu caminhos que eu jamais imaginaria trilhar. Universidade que me oferece oportunidade de trabalho desde 2008. Sou fruto de luta, de resistência e de competência de uma universidade pública.

À Faculdade de Educação, em especial, ao Programa de Pós-Graduação em Educação, bem como a todos os professores e técnicos que, de forma direta ou indireta, desempenharam um papel muito importante e essencial em mais uma etapa da minha formação.

À Escola de Educação Básica da Universidade Federal de Uberlândia – a Eseba – por conceder dois anos de liberação para qualificação e pela oportunidade de exercer o tripé ensino, pesquisa e extensão. Sou grata pela equipe de gestores, técnicos, docentes, estagiários, cuidadores e discentes, sem os quais não seria constituído o espaço escolar.

Aos amigos da área de matemática da Eseba: Angela, Antomar, Arianne, Éderson, Leonardo, Máisa, Silene e Valmir, pelo compartilhar de significados, pela coletividade e pela amizade. Esta pesquisa é fruto de uma necessidade coletiva e mais uma ação do Grupo de Estudo e Pesquisa para o Ensino e Aprendizagem em Educação – Gepeaem. Privilégio ter vocês nesta caminhada!

À minha orientadora e amiga Prof.^a Dr.^a Fabiana Fiorezi de Marco, pela confiança nesta caminhada, pelos ensinamentos, pelo tempo de qualidade investido em minha formação e pela importância que tem em minha vida. Obrigada pela dedicação!

Às professoras Dr.^a Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, Dr.^a Vanessa Dias Moretti, Dr.^a Cristiane Coppe de Oliveira e Dr.^a Elenita Pinheiro de Queiroz Silva, por terem aceito nosso convite, pela leitura atenciosa e pelas sugestões na defesa da tese. Esses agradecimentos se estendem à professora Dr.^a Maria Teresa Menezes Freitas e ao professor Dr. Guilherme Saramago de Oliveira no exame de qualificação.

Aos professores organizadores do curso de extensão de modo remoto – o Focopemai –: Amanda, Angela, Arianne, Bruno, Éderson, Elivelton, Fabiana, João, Leonardo, Lóren, Regina, Sarah e Silene. Obrigada por terem aceito este desafio comigo em tempo de tantas incertezas decorrentes da pandemia e do isolamento social. Aos professores convidados, Dr.^a Anemari Roesler Luersen, Dr.^a Vanessa Dias Moretti e Dr.^a Flávia da Silva Ferreira Asbahr.

Aos participantes da pesquisa, professores que, diante de momentos desafiadores, foram em busca de formação contínua para realizarem sua atividade de ensino.

Ao programa #UFUEmCasa, uma parceria do Centro de Educação a Distância (CEaD) com a Pró-Reitoria de Extensão e Cultura (Proexc) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), que se caracterizou como um dos instrumentos mediadores no processo de formação contínua.

Ao Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica (Gepemape) e ao Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática e Desenvolvimento Profissional Docente (Gepedi), por me concederem a oportunidade de acesso aos embasamentos da Teoria Histórico-Cultural e acreditar que é possível organizar o ensino nessa perspectiva. Muito obrigada!

À amiga-irmã Lóren, companheira de caminhada formativa há 19 anos. Juntas na graduação, na especialização, no mestrado e no doutorado. Como me sinto privilegiada por ter sua presença em minha vida! Te amo!

À amiga-irmã Kellen, por me consolar com as consolações pelas quais foi um dia consolada! Em sua amizade sempre encontrei refrigério e acolhida para continuar a seguir nesta trilha formativa.

À amiga Sônia, pelo privilégio da amizade e da partilha durante o processo de doutoramento.

À minha amiga Angela e ao meu amigo Leonardo, pelos momentos de trocas e pela leitura atenciosa durante a realização da pesquisa.

À amiga-irmã Luciene, por me ajudar nos cuidados com as demandas domésticas e com meu filho Samuel. Nesse tempo pudemos estreitar nosso relacionamento. Obrigada por sua amizade!

À amiga-irmã Marta, pelas palavras de ânimo, pelo investimento espiritual e financeiro para que eu pudesse concluir mais este propósito.

Ao meus pais, por acreditarem e investirem em mim desde sempre. O amor incondicional de vocês por mim eu nunca encontrarei em outros humanos.

Às minhas avós Geny e Manoelina por sempre investirem na minha formação humana, pelo amor e pelo carinho demonstrados em toda minha trajetória.

Ao meu esposo Igor e ao meu filho Samuel, materialização da graça de Deus no período do doutoramento. Muitos desafios, mas, com certeza, infinitas bênçãos para contar.

À minha sogra Rosângela, pelas palavras de ânimo e pelos cuidados com o Samuel.

A todos os meus familiares e amigos, por entenderem minhas ausências nesse período, pelas orações, pelo apoio e por dividirem esta alegria comigo.

Aos meus irmãos em Cristo Jesus, à igreja do Deus vivo, que sempre me acalentaram e regaram, diante de Deus, orações a meu favor e também por serem uma fonte visível, inesgotável da provisão de Deus na minha vida. Sem palavras para agradecer-lhes! Minha eterna gratidão!

Enfim, agradeço a todos que não mencionei aqui, mas que se fizeram presentes neste processo, colaborando direta ou indiretamente com a pesquisa. Muito obrigada! Que Deus os abençoe e multiplique, em dobro, o que semearam em minha vida. Recebi muitas sementes, vindas de muitas sementeiras e quero devolvê-las multiplicando em vidas, em compartilhamento de conhecimento, no exercício da minha profissão e também por onde Deus me enviar. Obrigada, Jesus, por essa consciência gerada em mim!

RESUMO

Esta pesquisa objetivou investigar, analisar e compreender o movimento formativo de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, ao estabelecerem novas significações para as quatro operações fundamentais. A tese defendida neste trabalho é a organização intencional de um espaço de aprendizagem pautada na perspectiva histórico-cultural, tendo a AOF como base teórico-metodológica, pode colocar o professor em atividade, e os motivos apenas compreensíveis podem se tornar em motivos eficazes. Isso ocorre quando os professores, pela inter-relação com seus pares e/ou professores pesquisadores, atribuem novos sentidos à sua atividade pedagógica, ao se apropriarem de modos de organizar o ensino para a formação do pensamento teórico e dos conceitos científicos nos estudantes. O objeto de investigação foi a apropriação de novas significações para as operações fundamentais por professores, em um espaço de aprendizagem, organizado na forma de um curso de extensão, em ambiente virtual, com a participação de 34 cursistas habilitados a ministrar aula nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Desses 34 cursistas foram selecionadas 12 professoras, como representantes de determinados intervalos de tempo de atuação docente. A produção de material empírico para análise decorreu dos recursos disponíveis no Moodle e também das gravações das aulas *online* (sessões reflexivas), via Plataforma de WebConferência, o MConf. Para análise, organizou-se esse material em dois isolados: necessidades formativas e apropriação de novas significações. Os resultados ressaltam que, quando professores têm a oportunidade de participar de um espaço de aprendizagem em que são viabilizadas as negociações de significados sobre as operações fundamentais, pode ocorrer mudança em seus sentidos pessoais, que se exprimem no significado social desse conceito. Esse processo de apropriação de novas significações das operações fundamentais pelos professores pode ocorrer por meio da apropriação das ações mentais sobre o que significa adicionar, subtrair, multiplicar e dividir. Por meio das análises realizadas, destaca-se que o modo remoto, como um dos instrumentos de mediação, pode viabilizar que professores entrem em atividade, transformando sentidos, num processo de tomada de consciência. Para isso, foram elencadas algumas ações essenciais na organização desse espaço: embasamento teórico a partir da THC; intencionalidade na organização das ações de formação; constituição de um coletivo formativo tendo, em sua maioria, professores licenciados em Matemática; reuniões coletivas de estudo e de planejamento entre os professores formadores; participação de professores de outras universidades e estudiosos da temática da pesquisa; e, por fim, do apoio técnico do programa #UFUEmCasa em parceria com o Centro de Educação a Distância (CEaD) e com a Pró-Reitoria de Extensão e Cultura (Proexc) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Nesse sentido, acentua-se que a organização do ensino precisa ser intencional e que é necessário o domínio de instrumentos teórico-metodológicos por parte do professor, pois só assim será possível oportunizar no ambiente escolar um ensino que promova a aprendizagem do estudante e, conseqüentemente, seu desenvolvimento psíquico.

Palavras-chave: Formação de professores. Matemática. Operações Fundamentais. Anos iniciais do Ensino Fundamental. Atividade Orientadora de Formação.

ABSTRACT

This research aimed to investigate, analyze and understand the formative movement of teachers who teach mathematics in the early years, as they establish new meanings for the four fundamental operations. The thesis defended in this work is that the intentional organization of a learning space based on the cultural-historical perspective, with AOF as its theoretical and methodological basis, can put the teacher into activity, and the only understandable motives can become effective motives. This occurs when teachers, by the inter-relation with their peers and/or teacher researchers, attribute new meanings to their pedagogical activity, by appropriating ways to organize teaching for the formation of theoretical thinking and scientific concepts in students. The object of the investigation was the appropriation of new meanings for the fundamental operations by teachers, in a learning space organized as an extension course, in a virtual environment, with the participation of 34 students qualified to teach in the early years of elementary school. From these 34 students, 12 female teachers were selected as representatives of certain time intervals of teaching performance. The production of empirical material for analysis resulted from the resources available in Moodle and also from the recordings of online classes (reflective sessions), via WebConference Platform, the MConf. For analysis, this material was organized in two isolates: formative needs and appropriation of new meanings. The results highlight that when teachers have the opportunity to participate in a learning space in which the negotiation of meanings about the fundamental operations are made possible, there may be changes in their personal meanings, which are expressed in the social meaning of this concept. This process of appropriation of new meanings of the fundamental operations by teachers can occur through the appropriation of mental actions about what it means to add, subtract, multiply, and divide. Through the analyses performed, it is highlighted that the remote mode, as one of the mediation instruments, can enable teachers to become active, transforming meanings, in a process of consciousness-raising. For this, some essential actions were listed in the organization of this space: Theoretical foundation from the THC; intentionality in the organization of the training actions; constitution of a training group with, in its majority, teachers with a degree in Mathematics; collective meetings for study and planning among the teacher trainers; participation of teachers from other universities and scholars of the research theme; and, finally, the technical support of the #UFUEmCasa program in partnership with the Center for Distance Education (CEaD) and the Dean of Extension and Culture (Proexc) of the Federal University of Uberlândia (UFU). In this sense, it is emphasized that the organization of teaching needs to be intentional and that the mastery of theoretical and methodological tools by the teacher is necessary, because only then will it be possible to provide in the school environment a teaching that promotes student learning and, consequently, their psychic development.

Keywords: Teacher education. Mathematics. Fundamental Operations. Early years of elementary education. Training Guiding Activity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquema sobre o processo de humanização do professor	45
Figura 2: O movimento de constituição da AOE	47
Figura 3: Relação entre Atividade de Formação, Atividade e Atividade de Ensino.....	52
Figura 4: O movimento de constituição da AOF	54
Figura 5: Características dos conhecimentos empíricos	59
Figura 6: Características dos conhecimentos teóricos	60
Figura 7: Síntese do movimento de possibilidade de mudança dos sentidos dos professores...	62
Figura 8: O corvo sabe contar?	68
Figura 9: Exemplo do princípio da recorrência baseado em Ifrah (2005)	70
Figura 10: Imagens de ovelhas	71
Figura 11: Agrupamento de ovelhinhas de 5 em 5 unidades	71
Figura 12: Exemplo de símbolos	72
Figura 13: Solução da contagem de ovelhas.....	72
Figura 14: Exemplo de símbolos para agrupamentos com 5 unidades considerando a posição	73
Figura 15: Principais características do Sistema de Numeração Decimal	76
Figura 16: A necessidade da criação do conceito de número, do SND e das operações fundamentais, a partir do surgimento de uma situação-problema.....	77
Figura 17: Representação simbólica de uma adição	78
Figura 18: Esquema de síntese.....	79
Figura 19: Adições realizadas pelos egípcios	80
Figura 20: Ábaco Vertical.....	81
Figura 21: Ábaco Romano.....	82
Figura 22: Suan pan chinês	82
Figura 23: Soroban.....	83
Figura 24: Adição no ábaco	85
Figura 25: Representação simbólica de uma subtração	86
Figura 26: Ações mentais da subtração	87
Figura 27: A subtração no ábaco	90
Figura 28: Representação simbólica da realização do algoritmo da multiplicação.....	91
Figura 29: Esquema de síntese da multiplicação	92
Figura 30: Multiplicação com os dedos da mão	94
Figura 31: Multiplicação dos hindus.....	95
Figura 32: Representação simbólica da realização do algoritmo da divisão	103
Figura 33: Síntese das reflexões realizadas.....	109
Figura 34: Esquema do perfil dos organizadores do Focopemai	114
Figura 35: Distribuição de professores inscritos por estado	116
Figura 36: Página inicial do curso	121
Figura 37: Layout do Módulo 1	122
Figura 38: Layout do Módulo 2	124
Figura 39: Layout do Módulo 3	125
Figura 40: Layout do Módulo 4.....	125
Figura 41: Esquema do curso Módulo 1 e Módulo 2.....	127
Figura 42: Esquema do curso Módulo 3 e Módulo 4.....	128
Figura 43: Recursos utilizados para apreensão do fenômeno em movimento	131

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Pensamento teórico Professor-Estudante.....	50
Quadro 2: Exemplo das ações mentais da adição.....	84
Quadro 3: Exemplo das ações mentais da subtração.....	88
Quadro 4: Passo a passo da multiplicação.....	96
Quadro 5: Passo a passo da multiplicação do método “por quadriculagem”.....	98
Quadro 6: Exemplo de problemas envolvendo as ações mentais da multiplicação.....	99
Quadro 7: Exemplo de divisão efetuada pelos egípcios por meio de uma sucessão de duplicações.....	104
Quadro 8: Método da galera.....	105
Quadro 9: Método atual de realizar uma divisão.....	106
Quadro 10: Exemplo de problemas envolvendo as ações mentais da divisão.....	107
Quadro 11: Perfil dos participantes selecionados.....	129
Quadro 12: O movimento de apreensão do fenômeno.....	133
Quadro 13: Participantes da cena 1.1.....	135
Quadro 14: Registro dos participantes na cena 1.1.....	135
Quadro 15: Participantes da cena 1.2.....	140
Quadro 16: Registro dos participantes na cena 1.2.....	141
Quadro 17: Participantes da cena 2.1.....	145
Quadro 18: Registro dos participantes na cena 2.1.....	146
Quadro 19: Participantes da cena 2.2.....	151
Quadro 20: Registro dos participantes na cena 2.2.....	151
Quadro 21: Participantes da cena 3.1.....	155
Quadro 22: Registro dos participantes na cena 3.1.....	156
Quadro 23: Participantes da cena 3.2.....	163
Quadro 24: Registro dos participantes na cena 3.2.....	164
Quadro 25: Participantes da cena 3.3.....	173
Quadro 26: Registro dos participantes na cena 3.3.....	174
Quadro 27: Participantes da cena 3.4.....	186
Quadro 28: Registro dos participantes na cena 3.4.....	186
Quadro 29: Trabalhos selecionados na BDTD (período de 2010 a 2020).....	230

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Quantidade de professores que concluíram o curso e as cidades em que atuam	117
Gráfico 2: Quantidade de professores inscritos no curso que não concluíram ou nunca acessaram	118
Gráfico 3: Perfil de atuação dos participantes do curso	119
Gráfico 4: Perfil de formação dos participantes do curso	119
Gráfico 5: Tempo de atuação como docente	120

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AOE	Atividade Orientadora de Ensino
AOF	Atividade Orientadora de Formação
AP	Atividade Pedagógica
AVA	Ambiente Virtual de Aprendizagem
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
Capes	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEaD	Centro de Educação a Distância
Cemepe	Centro Municipal de Estudos e Projetos Educacionais Julieta Diniz
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
Diren	Diretoria de Ensino
Eseba	Escola de Educação Básica
Faced	Faculdade de Educação
Famat	Faculdade de Matemática
Fapemig	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais
Focopemai	Formação contínua de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais
Gepeaem	Grupo de Estudo e Pesquisa para o Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática
Gepedi	Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática e Desenvolvimento Profissional Docente
Gepemape	Grupo de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica
MEC	Ministério da Educação
OMS	Organização Mundial da Saúde
Obeduc	Programa Observatório da Educação
Paies	Programa Alternativo de Ingresso no Ensino Superior
PBG	Programa de Bolsas de Graduação
Pnaic	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
PPGECM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
PPGED	Programa de Pós-Graduação em Educação
Proexc	Pró-Reitoria de Extensão e Cultura
Prograd	Pró-Reitoria de Graduação
SND	Sistema de Numeração Decimal

TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
THC	Teoria Histórico-Cultural
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
USP	Universidade de São Paulo

Sumário

1- INTRODUÇÃO	20
1.1 TRAÇOS DE UMA TRAJETÓRIA: as vivências que conduziram à pesquisa sobre a formação contínua de professores que ensinam matemática nos anos iniciais	24
1.2 O FENÔMENO EM MOVIMENTO: a necessidade da organização de espaços de aprendizagem para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que ensinam matemática	29
2 - A FORMAÇÃO DO PROFESSOR E A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL (THC)	33
2.1 Levantamento de trabalhos em relação à temática da pesquisa	33
2.2 O professor como ser humano que está em processo de humanização	37
2.3 A Atividade Orientadora de Ensino como Atividade Orientadora da Formação para o desenvolvimento do pensamento teórico do professor.....	45
2.4 A apropriação de conceitos matemáticos por professores dos anos iniciais	55
3 - ALGUNS ASPECTOS HISTÓRICOS QUE NOS AJUDAM A COMPREENDER A ATIVIDADE HUMANA OBJETIVADA NAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS	64
3.1 O conceito de número	66
3.2 Adição	78
3.3 Subtração.....	86
3.4 Multiplicação.....	91
3.5 Divisão	103
4 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	110
4.1 O contexto e os objetivos do curso.....	112
4.2 Produção de material empírico para análise.....	129
4.3 Os isolados da pesquisa: um caminho para revelar as ações formadoras dos professores em AOF.....	131
5 - AS TRAMAS QUE REVELAM INDÍCIOS DA APROPRIAÇÃO DE NOVAS SIGNIFICAÇÕES DE PROFESSORES, SOBRE AS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS, EM UMA AOF	134
5.1 Episódio 1: Necessidades e motivos para participar do curso de extensão	134
Cena 1.1: Necessidade de apropriação teórico-metodológica para organizar o ensino....	134
Cena 1.2: Necessidades formativas sobre o ensino de conteúdos curriculares em Matemática	140
5.2 Episódio 2: Sentido pessoal inicial em relação ao conceito de número e das operações fundamentais	144
Cena 2.1: O conceito de número e do SND.....	145
Cena 2.2: O conceito das quatro operações fundamentais	150
5.3 Episódio 3: Apropriação de instrumentos teórico-metodológicos	155
Cena 3.1: O conceito de número e do SND.....	155
Cena 3.2: A adição e a subtração.....	163

Cena 3.3: A multiplicação e a divisão	173
Cena 3.4: Instrumentos sensoriais na organização do ensino das operações	185
6 ALGUMAS SÍNTESES DAS TRAMAS DESENCADEADORAS DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM AOF: O OLHAR DA PESQUISADORA.....	193
REFERÊNCIAS	200
APÊNDICES.....	210
APÊNDICE A: <i>Print screen</i> da tela de divulgação oficial do curso realizada pelo site da Proexc.....	210
APÊNDICE B – Perfil da equipe de formadores	211
APÊNDICE C – Fórum de apresentação do curso	215
APÊNDICE D – Lista de vídeos utilizados no curso formação contínua de professores que ensinam matemática nos anos iniciais - Focopemai.....	216
APÊNDICE E- Formulário de inscrição <i>online</i> Google Forms.....	218
APÊNDICE F - Formulário de TCL <i>online</i> pelo Google Forms	220
APÊNDICE G – Tarefa: Módulo 1 do curso	224
APÊNDICE H – Tarefa: Módulo 2 do curso – Fórum de discussão	225
APÊNDICE I – Tarefa: Módulo 3 do curso – Diário de reflexões – parte 1	226
APÊNDICE J – Tarefa: Módulo 3 do curso – Fórum de Discussão – parte 2.....	227
APÊNDICE K - Tarefa: Módulo 4 do curso.....	228
APÊNDICE L - Trabalhos selecionados na BDTD (período de 2010 a 2020).....	230
ANEXOS	234
ANEXO A: TCLE	234
ANEXO B: CEP	236
ANEXO C: Fascículo sobre os significados da adição elaborado pela autora.....	241

1- INTRODUÇÃO

No Brasil, a partir da década de 1990 houve uma intensificação nos processos de formação contínua de professores, com destaque para aqueles que atuam na Educação Básica, porém o impacto dessas formações tem-se mostrado insatisfatório diante dos baixos índices de desempenho dos estudantes desse nível de ensino (GATTI; BARRETO, 2009).

Em relação às necessidades formativas do professor dos anos iniciais em Matemática, encontramos importantes contribuições das pesquisas que vêm sendo desenvolvidas, das quais destacamos a de Passos (2016). O autor investigou como as necessidades de formação em Matemática, considerando saberes e conhecimentos necessários à docência, são representadas por 16 professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Constatou que os sujeitos da pesquisa apresentaram grandes limitações em relação ao conteúdo específico e ao conhecimento didático do conteúdo de Matemática e, diante deste fato, Passos (2016, p. 163) sugere que o “[...] delineamento dos cursos de formação tomem por base as necessidades formativas da prática docente, proporcionando ao formando espaços favoráveis ao processo de consciencialização das suas dificuldades e limitações ao longo da sua formação”.

Em relação à formação inicial do professor, Gatti (2010), ao realizar uma pesquisa em 71 cursos presenciais de Licenciatura em Pedagogia sobre a formação de professores dos anos iniciais e da educação infantil, analisou as ementas das propostas curriculares dos cursos e constatou que apenas 7,5% das disciplinas discorrem sobre “o que ensinar”, ou seja, pouco contemplam os conteúdos a serem ensinados nas séries iniciais do ensino fundamental. Gatti (2010, p. 1372) enfatiza que esses conteúdos, em sua maioria, aparecem de forma esporádica nos cursos de formação e “[...] na grande maioria dos cursos analisados, eles são abordados de forma genérica ou superficial, sugerindo frágil associação com as práticas docentes”.

No que se refere à formação contínua, Gatti e Barreto (2009) afirmam que os processos de formação contínua de professores, a partir da década de 1990, não produziram os efeitos esperados devido ao pouco impacto na aprendizagem dos estudantes, e entre as razões para esse resultado estão

[...] a dificuldade da formação em massa, a brevidade dos cursos, realizados nos limites dos recursos financeiros destinados, e a dificuldade de fornecer, pelos motivos citados, ou ainda pelo nível de preparação das instituições formadoras, os instrumentos e o apoio necessários para a

realização das mudanças esperadas. (GATTI; BARRETO, 2009, p. 201)

Gatti e Barreto (2009, p. 208), sintetizaram, em sua pesquisa, que a produção teórica e empírica sobre formação contínua de professores apontava avanços consideráveis, porém “[...] eles são ainda modestos quando confrontados com as expectativas de elevar o nível de desempenho dos alunos dos sistemas educacionais”. As autoras apresentaram dados sobre os estados da arte referentes à formação docente no Brasil, efetivados por André *et al.* (1999) e André (2004), mostrando o aumento de investigações sobre essa temática no País, registrando que

[...] na década de 90, de acordo com André (2004), a grande maioria das teses e dissertações, 76%, elege como foco a formação inicial no nível médio e superior; 14,8% abordam o tema da formação continuada e 9,2% se debruçam sobre a questão da identidade e da profissionalização docente. Os estudos sobre formação continuada no período cobrem um espectro abrangente de questões referentes a contextos, procedimentos e recursos de ensino utilizados. (GATTI; BARRETO, 2009, p. 208).

As autoras ainda trazem um levantamento de André (2004) sobre o crescente índice de teses e dissertações no período entre 2000 e 2008, encontradas na Biblioteca Digital Nacional da Capes, na Base de Dados Acervus do Sistema de Bibliotecas da Unicamp e no Sistema Dedalus da Faculdade de Educação da USP. Os estudos apontaram a predominância de trabalhos acadêmicos que versam sobre a formação contínua proposta e a prática pedagógica do professor. Gatti e Barreto (2009, p. 209) indicam que alguns estudos

[...] examinam a presença ou não de conteúdos e atividades que possam orientar o professor para uma prática bem-sucedida em sala de aula, enquanto outros, raros, avançam no sentido de acompanhar os efeitos da formação no cotidiano da ação docente. Na maioria dos casos, há evidências de que as práticas pedagógicas do professor apresentam algumas das transformações pretendidas durante o processo de formação. Entretanto, findo este, a tendência é a de uma permanência reduzida das novas práticas ou mesmo de uma apropriação de tal ordem que elas não são mais reconhecidas.

Esse cenário permite-nos reconhecer a necessidade de repensarmos a formação contínua do professor dos anos iniciais. Nessa perspectiva, partimos de um referencial teórico-metodológico que propicie ao professor ter acesso ao conhecimento matemático referente às operações fundamentais, considerando o conceito de atividade proposto por Leontiev (1978, 1983), que tem como base os princípios da teoria histórico-cultural e o

conceito de Atividade Orientadora de Formação (AOF), em consonância com os estudos de Marco e Moura (2016).

Nossas reflexões têm como aporte a teoria histórico-cultural, cuja origem está no materialismo histórico-dialético em Marx (2013, p. 101), na compreensão do professor como um indivíduo que se constitui humano, ao se apropriar da cultura produzida na história da humanidade, e considera o trabalho a “[...] atividade produtiva adequada a um fim”, a atividade que possibilita o desenvolvimento do mundo e da individualidade humana. Leontiev (1978, 1983, 2017) e Vigotski (2017) são considerados os autores precursores que se basearam nessas ideias. Autores contemporâneos, tais como Rigon, Asbahr e Moretti (2010), Martins (2010), Moura (2004), Moura, Sforini e Araújo (2011), Martins (2015), Rubinstein (2017), Araújo e Moraes (2017), Piotto, Asbahr e Furlanetto (2017), Brito e Araújo (2019), também se fundamentam nessa perspectiva e admitem que o homem não nasce humano, ele assim se constitui por meio do trabalho, num processo de humanização.

Em relação ao termo “formação contínua”, consideramos a abordagem de Moretti (2007, p. 23-24, *itálico*), ao admitir “[...] a formação contínua de professores como um processo que ocorre na continuidade da formação inicial e que visa à transformação da realidade escolar por meio da articulação entre teoria e prática docente”. A partir dessas considerações e das bases teóricas que adotamos para nossa investigação, assumimos a formação contínua de professores como sendo aquela que acontece após a formação inicial e possibilita ao professor estar em atividade, em busca da apropriação dos modos gerais de organização do ensino para que os estudantes formem o pensamento teórico e os conceitos científicos. E assim, contribui para o desenvolvimento psíquico de ambos.

Nesse sentido, acreditamos que a AOF, como unidade teórico-metodológica, permite a organização de espaços de aprendizagem¹ que possibilitem aos professores estarem em atividade de formação, num movimento em que possam significar conhecimentos matemáticos, ou seja, possam apropriar-se de novas significações para a realização do seu trabalho, que é a organização do ensino, de forma que o sentido pessoal se exprima nas significações sociais e favoreça a sua própria humanização e, conseqüentemente, a dos estudantes. Para fundamentar esta premissa, buscamos os autores precursores, Leontiev

¹ Assim como Cedro (2004, p. 47), “[...] utilizamos o termo espaço de aprendizagem como lugar da realização da aprendizagem dos sujeitos orientados pela ação intencional de quem ensina”.

(1978, 1983) e Vygotski² (1995), e os contemporâneos, Davidov (1988), Semenova (1996), Sforini (2003), Moraes (2008), Moura *et al.* (2010), Ribeiro (2011), Marco e Moura (2016), Araújo e Moraes (2017), Moura, Sforini e Lopes (2017), Panossian, Moretti e Souza (2017), Milani e Souza (2017), Moretti (2007), Pozebon (2014, 2017) e Brito e Araújo (2019).

Concordando com Pozebon (2014, p.73), enfatizamos que “[...] ao investigar e apropriar-se de novos conhecimentos, o professor encontra-se em um processo de aprendizagem contínua, onde evolui e percebe-se como um ser em constante transformação”. Assim, discutimos a importância do desenvolvimento humano do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois, à medida que se apropria de novos modos de organização do ensino, pode auxiliar na aprendizagem do estudante e contribuir para seu processo de humanização. Leontiev (1978) afirma que o ser humano não nasce com as aquisições históricas da humanidade, pois estas são resultado do

[...] desenvolvimento das gerações humanas, [que] não são incorporadas nem nele, nem nas suas disposições naturais, mas no mundo que o rodeia, nas grandes obras da cultura humana. Só apropriando-se delas no decurso da sua vida ele adquire propriedades e faculdades verdadeiramente humanas. (LEONTIEV, 1978, p.283)

E como se apropriar das objetivações que compõem o rico acervo cultural? Acreditamos que a escola tem o papel de proporcionar ao estudante vivências para que se aproprie das obras da cultura humana; e o professor, no desenvolvimento de sua atividade pedagógica, reconhece e considera a importância dos conhecimentos produzidos historicamente pela humanidade (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010). Coadunamos, ainda, com os dizeres de Rubinstein (2017) de que tanto o estudante quanto o professor não são apenas objetos do processo educativo, mas fazem parte desse processo, simplesmente porque esses papéis são inseparáveis da própria vida humana, pois

[...] é necessário desprender-se da ideia de homem como mero objeto da ação educativa, ideia que pressupõe dissimuladamente a divisão dos seres humanos em duas categorias, a de educadores e a de educandos. Todo indivíduo não é apenas objeto da educação; é ao mesmo tempo, sujeito dela, e o processo educativo é inseparável da própria vida dos seres humanos. (RUBINSTEIN, 2017, p.130)

² Ao longo de nossa produção textual desta tese adotamos a grafia dos nomes dos autores russos conforme o alfabeto ocidental (Vigotski, Davidov). No entanto, nas citações e referências respeitamos a grafia conforme a obra original do autor consultada (Vygotski/Vigotsky/Davydov, entre outras).

Aliado a essa ideia de inseparabilidade no processo educativo, Martins (2010, p. 21) entende que o produto da atividade pedagógica precisa ser a humanização dos indivíduos e diz que “[...] caberá à escolarização oportunizar os meios pelos quais o estudante se coloque como sujeito de sua aprendizagem, entendendo-se que, assim, conseqüentemente, ocupará seu lugar na sociedade de modo ‘crítico’ e ‘cidadão’”. A autora ainda acrescenta que efetivar essa humanização requer a mediação da própria humanidade dos professores.

Entendendo que o processo educativo é inseparável da própria vida humana, de acordo com Rubinstein (2017), e considerando o papel e a influência do ambiente no decurso do desenvolvimento, compartilhamos nos parágrafos seguintes algumas vivências que têm conduzido a pesquisadora nesse processo de humanização e têm mobilizado sua prática educativa nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

1.1 TRAÇOS DE UMA TRAJETÓRIA: as vivências que conduziram à pesquisa sobre a formação contínua de professores que ensinam matemática nos anos iniciais

A escolha do curso de Licenciatura Plena em Matemática se deu pela minha³ interação com o ambiente vivenciado durante o Ensino Médio, em uma escola pública da cidade de Itumbiara-GO. As aulas de Matemática sempre me despertavam interesse e, além disso, os aspectos afetivo-emocionais também influenciavam na relação professor-estudante-objeto, pois eu gostava de participar das aulas organizadas pelos professores que ministravam essa disciplina e, além disso, o bom relacionamento com eles contribuiu para a escolha do curso. Em 2003, aos 17 anos de idade, por meio do Programa Alternativo de Ingresso no Ensino Superior da Universidade Federal de Uberlândia (Paies), iniciei o curso de Licenciatura Plena em Matemática na Universidade Federal de Uberlândia, cuja conclusão ocorreu no início do ano de 2007.

Durante esse período, o motivo que me serviu de estímulo para a docência foi apenas o interesse pelas disciplinas pedagógicas de Metodologia para o Ensino da Matemática, de Estágio Supervisionado, de Práticas de Ensino, de Informática e Ensino, de Instrumentação para o Ensino da Matemática, de Oficina de Prática Pedagógica e de Didática Geral. As percepções pessoais que se estabeleceram nessa época acreditavam que as disciplinas pedagógicas deveriam assumir papel primordial na matriz curricular da licenciatura, pois a

³ Utilizamos, nesta subseção, a primeira pessoa do singular, por se tratar das vivências pessoais da pesquisadora.

maioria das disciplinas obrigatórias que cursamos apresentava muito do bacharelado e pouco das disciplinas pedagógicas, necessárias à formação docente. Nesse momento, eu ainda não conseguia atribuir sentido ao que fazia, ou seja, apenas era incitada à ação da docência, sem compreender que “[...] a tarefa pedagógica incide em criar motivos gerais significativos, que não somente incitem à ação, mas que também deem um sentido determinado ao que se faz” (LEONTIEV, 2017, p. 50).

Com a conclusão da graduação, ao assumir aulas de Matemática em escolas da rede municipal e estadual de Uberlândia, surgiram e persistiram questões como: “O que ensinar?”; “Como ensinar?”; “Como buscar uma fonte confiável que me oriente sobre como ensinar/organizar cada conteúdo?”; “Como tornar a aula de Matemática num ambiente agradável para os estudantes?”; “Quais são as atribuições do professor de Matemática?”; “Qual é a função do estudante?”; “Como o estudante aprende?”; “Existe alguma concepção de formação que possa contribuir com a mudança da qualidade do ensino de Matemática?”; “Que tipo de prática docente contribuiria para o desenvolvimento, para a aprendizagem e para o sucesso escolar dos estudantes?”. Inquietações, medos e angústias vividos nesse momento serviam para esclarecer sobre a necessidade de conceber a formação do professor como um processo contínuo, que se prolonga por toda a vida, pois essas perguntas ainda hoje existem e vão ganhando novos significados à medida que se realiza a atividade pedagógica.

Esse movimento de questionamentos sem respostas me motivou a ingressar no curso de Especialização em Geometria pela Faculdade de Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, concluído em março de 2010, com a defesa da monografia intitulada *A Geometria e suas Interações*. Entretanto, ainda percebia uma distância entre o que foi vivenciado no curso e as necessidades que eu enfrentava no início da carreira profissional, na qual atuava como professora substituta de Geometria dos anos finais do Ensino Fundamental, em uma escola pública rural. Hoje, reconheço que as necessidades eram inerentes não apenas às lacunas da formação inicial, mas decorriam das minhas vivências ao longo de todo meu processo de desenvolvimento como ser humano. Até aquele momento eu não compreendia que o professor é uma pessoa (NÓVOA, 1992), e que pensar na docência incluía também reconhecer que o desenvolvimento pessoal do professor não está desvinculado do seu desenvolvimento profissional.

Um novo horizonte se abriu a partir do meu ingresso, em julho de 2010, por meio de concurso público, como docente em regime de dedicação exclusiva, na Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico, no âmbito da educação básica e da

educação profissional e tecnológica, conforme disposto na Lei n.º 9.394, de 20 de dezembro de 1996, e na Lei n.º 11.892, de 29 de dezembro de 2008. Assumi a vaga na Escola de Educação Básica da Universidade Federal de Uberlândia (Eseba/UFU), e essa condição me possibilitou atuar no ensino, na pesquisa e na extensão. No ensino, iniciei uma caminhada como professora que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e as necessidades formativas inerentes a essa faixa etária me desafiaram muito, pois eu não sabia como ensinar conceitos básicos de Matemática para as crianças. Nessa escola, a atuação dos professores especialistas de Matemática se inicia a partir do 4.º ano do Ensino Fundamental.

A necessidade de compreender mais a fundo os conceitos matemáticos e as formas de organizar o ensino me motivou a participar de projetos de ensino e ações de extensão em conjunto com os colegas da área de Matemática da escola, ministrando cursos de formação para professores da rede municipal de Uberlândia e também em cidades vizinhas, por meio de convites das secretarias de educação. Também ministramos oficinas para licenciandos em matemática e pedagogia, publicando e apresentando as práticas de ensino em eventos científicos.

Pensando no tripé ensino, pesquisa e extensão, atuei desde o início da carreira profissional nessas três frentes. No ensino, além de ministrar aulas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, submeti à Pró-Reitoria de Graduação (Prograd) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), por meio da Diretoria de Ensino (Dirê), no Subprograma “Educação Básica e Profissional”, duas propostas de projetos de ensino para o Programa de Bolsas de Graduação (PBG), instituído pela Resolução n.º 08/2010, do Conselho de Graduação da UFU, mediante os editais que incluíam as Unidades Especiais de Ensino, a exemplo da Eseba, nos anos de 2013-2014 e 2017-2018.

Os projetos de ensino tinham como foco o estudo das quatro operações fundamentais⁴ e o uso de materiais didático-pedagógicos do Laboratório de Ensino de Matemática da Eseba, para o ensino-aprendizagem dos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, contando com a participação de dois estudantes bolsistas do curso de Graduação em Licenciatura Plena em Matemática em cada um dos editais. Um dos objetivos do programa era promover a integração da formação acadêmica com a futura atividade profissional, ou seja, nesse momento tivemos a oportunidade de estudar, planejar e realizar ações em conjunto com estudantes em formação inicial e também proporcionar o desenvolvimento de

⁴ Estamos considerando como fundamentais as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

ações pedagógicas que pudessem contribuir para a melhoria dos processos de aprendizagem dos estudantes da escola. Em relação a este aspecto, Perlin (2018, p. 178) alega que

[...] as relações estabelecidas pelos estagiários entre os elementos da teoria e da prática produzem novas relações, entre elas a relação entre o sentido pessoal que atribuem ao estágio e o motivo pelo qual o realizam, colocando o acadêmico em um movimento de aprendizagem da docência na direção da compreensão da atividade de ensino do professor e do seu papel na Atividade Pedagógica.

Ainda com relação ao ensino, em conjunto com a equipe de professores da área de Matemática da Eseba, publiquei aulas no ambiente virtual do Ministério da Educação (MEC), intitulado “Portal do Professor⁵”, que tem como objetivo

[...] envolver os professores em comunidades virtuais visando à troca de experiências e ideias, ao compartilhamento de conteúdos e atividades, ao fomento à produção individual e coletiva de metodologias e materiais, ao acesso a informações específicas da área entre outras atividades⁶ (BIELSCHOWSKY; PRATA, 2010, [s.p.]),

propiciando a interação entre professores em diferentes cidades do País e do exterior, ao acessarem sugestões de planos de aula e/ou baixarem mídias de apoio e terem notícias sobre educação e iniciativas do MEC.

Com relação à pesquisa, em 2014, em busca de conhecimentos teóricos sobre Educação e, mais especificamente sobre a Educação Matemática, ingressei no Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação, na Linha de Pesquisa “Educação em Ciências e Matemática” da Universidade Federal de Uberlândia. Na dissertação (PEREIRA, 2016), com título *Saberes metodológicos para o ensino de matemática na perspectiva do pacto nacional pela alfabetização na idade certa*, tive o intuito de pesquisar como os saberes metodológicos sobre o ensino de Matemática eram abordados no *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa* (Pnaic) e estabelecer relações dessas abordagens com estudiosos da área. O objeto de pesquisa do Mestrado surgiu em decorrência da minha atuação no tripé “ensino-pesquisa-extensão”, ao compor a equipe do Pnaic 2014, como parte do grupo de professores formadores de Matemática do curso de formação contínua para professores alfabetizadores. Com carga horária de 160 horas, seu conteúdo contemplava cinco Eixos Estruturantes: Número e Operações; Pensamento Algébrico; Espaço e Forma / Geometria; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação

⁵ Aulas disponíveis em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/perfil.html?id=54923> . Acesso em: 22 dez. 2020.

⁶ Aqui a palavra “atividade” está no sentido de tarefa, e não na perspectiva do significado apresentado por Leontiev (1978).

/ Estatística e Probabilidade (PEREIRA, 2016). Ter esse objeto como estudo me levou a mais indagações sobre “o quê?” e “como?”, ao ensinar conceitos básicos de Matemática nos anos iniciais, pois é a etapa da educação básica em que muitos conceitos são trabalhados pela primeira vez.

Desde então venho participando de diversas ações de extensão na cidade de Uberlândia e também em cidades vizinhas, em parcerias com as Secretarias de Educação, no âmbito da formação contínua de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais.

Essa trajetória descrita até aqui tem como objetivo compartilhar um pouco das trilhas por onde passei e que me conduziram ao caminho da formação contínua de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, pois são os traços e as tramas do meu próprio desenvolvimento humano e profissional.

Esse movimento dialético me impulsionou a continuar os estudos no curso de doutoramento pelo Programa de Pós-Graduação em Educação pela Faculdade de Educação da Universidade Federal de Uberlândia, e esse tem sido o lugar onde, pela primeira vez, tive o contato com a Teoria Histórico-Cultural e, mais especificamente, a Atividade Orientadora de Formação (MARCO; MOURA, 2016), juntamente com seus pressupostos teórico-metodológicos. Apesar do pouco tempo de imersão nesse caminho, tenho encontrado trilhas coerentes com minha trajetória e com a concepção de educação que tem me movido na busca de compreender e apreender: a gênese dos conceitos matemáticos introduzidos nos anos iniciais do Ensino Fundamental; a organização da atividade pedagógica; e o processo de ensino-aprendizagem-desenvolvimento que promove o desenvolvimento humano.

Ainda gostaria de ressaltar a criação do Grupo de Estudo e Pesquisa para o Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática (Gepeaem⁷), em 2017, composto pelos professores da área de Matemática da Eseba/UFU, que desde então tem tido como uma de suas atribuições realizar estudos que busquem mobilizar mudanças na prática pedagógica dos próprios professores integrantes do grupo. A participação no Gepeaem tem possibilitado a análise do currículo e estudos sobre o ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos abordados nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O trabalho com o grupo de professores tem gerado novas necessidades de estudos e também apontado possibilidades para a organização da atividade pedagógica, além de despertar interesse sobre a importância de

⁷ O Grupo de Estudo e Pesquisa para o Ensino e a Aprendizagem em Educação Matemática (Gepeaem), criado em 2017, é formado por professores e pesquisadores da área de Matemática da Eseba/UFU, que atuam do 4.º ao 9.º ano do Ensino Fundamental. Espelho do grupo no CNPq: <http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/3110606601727208>.

compreender a gênese e o desenvolvimento dos conceitos matemáticos trabalhados no Ensino Fundamental.

Essas ações me estimularam a defender que as intenções educativas podem ser concretizadas por meio da Atividade Orientadora de Formação (AOF), à luz da organização de princípios formativos nos espaços de aprendizagem, compreendendo atividade na perspectiva de Leontiev (1978) e Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como explicitam Moura *et al.* (2010). Além de considerar que professores, ao participarem de uma comunidade que tem como intuito o desenvolvimento de seus membros, estabelecem modos de se fazer ensino (MOURA, 2000).

Também tem feito muita diferença no meu desenvolvimento humano e profissional, desde 2018, em relação ao ensino de Matemática na perspectiva da AOE, o Grupo de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica (Gepemape⁸), formado pela Prof.^a Dr.^a Fabiana Fiorezi de Marco e seus orientandos de mestrado e doutorado, além daqueles que se interessam pela temática e se propõem a participar. Os estudos teóricos realizados durante nossas reuniões têm contribuído para o meu próprio desenvolvimento e, conseqüentemente, para os fundamentos que estruturam a presente pesquisa. Analisar o fenômeno a partir da lupa da teoria histórico-cultural tem me motivado a prosseguir os estudos e também a redirecionar minha atividade pedagógica.

Diante dos motivos expostos até o momento, que me impulsionaram a investigar a temática da formação contínua, apresentamos na próxima subseção alguns trabalhos que se aproximam da nossa investigação e a delimitação da nossa questão investigativa, bem como o objetivo geral e os específicos, incluindo o objetivo de cada seção desta pesquisa.

1.2 O FENÔMENO EM MOVIMENTO: a necessidade da organização de espaços de aprendizagem para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que ensinam matemática

⁸ O Grupo de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica (Gepemape), criado em 2015, é formado por pesquisadores e estudantes de pós-graduação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM/Famat) e do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGED/Faced) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU/MG). O grupo “tem por objetivo principal desenvolver atividades de ensino que integrem os conhecimentos de pesquisadores da Universidade com os conhecimentos produzidos pelos professores da Educação Básica e licenciandos. Os envolvidos têm a oportunidade de desenvolver estudos teóricos sobre a Teoria Histórico-Cultural, ensino de Matemática e formação docente, em nível de graduação e de pós-graduação”. Disponível em: <https://gepemapeufu.wixsite.com/gepemape>. Acesso em: 27 ago. 2020. Espelho do grupo no CNPq: <http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/1512313974318192>.

Dentre as pesquisas que se aproximam da nossa⁹ temática de investigação, identificamos¹⁰ as de Amaral (2015), Azerêdo (2013), Gladcheff (2015), Esteves (2016), Costa (2016), Brito (2017), Aguiar (2019), Durgante (2019) e Bemme (2020), que revelam a necessidade de organizar espaços de aprendizagem para formação contínua de professores, em que sejam realizadas ações com intencionalidade, o que lhes possibilita estar em atividade para desenvolver o seu pensamento teórico. Em relação às operações fundamentais, as pesquisas de Amaral (2015) e Durgante (2019) discutem a importância de apropriação desses conceitos matemáticos pelos professores e, conseqüentemente, pelos estudantes.

As pesquisas de Gladcheff (2015), Esteves (2016) e Aguiar (2019) destacam o processo de significação docente em formação contínua, mas não necessariamente tratam de alguma operação fundamental nas ações identificadas como formadoras da significação da atividade de ensino do professor. Na maioria dos trabalhos elencados, os espaços de aprendizagem foram organizados pelo próprio pesquisador, o que difere da nossa pesquisa, em que contamos com uma equipe de 14 professores na organização das ações de ensino, durante todo o processo formativo.

Diante do exposto até aqui, algumas questões se apresentam: “A AOE, como concepção teórico-metodológica, pode nos conduzir para um caminho de melhoria do ensino de matemática em nosso país?”, “De que forma a AOF, em um curso ofertado de modo remoto¹¹, pode contribuir para o processo de significação pessoal dos professores em relação aos significados e procedimentos que envolvem as quatro operações fundamentais?”.

Assim, para a presente pesquisa, tomamos como central esta questão de investigação: *Quais indícios de apropriação de novas significações sobre as operações fundamentais podem ser revelados por professores que ensinam Matemática em uma Atividade Orientadora de Formação realizada de modo remoto?* Para responder a essa questão investigativa, a pesquisa tem como objetivo geral investigar, analisar e compreender o movimento formativo de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, ao estabelecerem novas significações das quatro operações fundamentais.

⁹ A partir de agora utilizaremos a primeira pessoa do plural, porque entendemos que se trata de uma construção conjunta com a orientadora e tantos outros pesquisadores.

¹⁰ Na subseção 2.1 detalhamos o modo como foi realizado o levantamento e a síntese dessas pesquisas, a partir do nosso olhar.

¹¹ No momento de desenvolvimento desta pesquisa fomos acometidos pela pandemia causada pelo Coronavírus (Sars-CoV-2) e houve a necessidade de um isolamento social, o que levou à suspensão de aulas e ao início do ensino de modo remoto.

As tramas que nos ajudarão a alcançar esse objetivo são dadas pelos seguintes objetivos específicos:

- compreender as necessidades formativas dos professores em relação aos aspectos teórico-metodológicos das quatro operações fundamentais;
- apreender os sentidos iniciais que professores que ensinam Matemática nos anos iniciais atribuem às quatro operações fundamentais;
- apreender e revelar novos sentidos atribuídos pelos professores no processo de significações no âmbito das quatro operações fundamentais.

A tese que defendemos é a de que a organização intencional de um espaço de aprendizagem pautada na perspectiva histórico-cultural, tendo a AOF como base teórico-metodológica, pode colocar o professor em atividade, e os motivos apenas compreensíveis podem se tornar em motivos eficazes. Isso ocorre quando os professores, pela inter-relação com seus pares e/ou professores pesquisadores, atribuem novos sentidos à sua atividade pedagógica, ao se apropriarem de modos de organizar o ensino para a formação do pensamento teórico e dos conceitos científicos nos estudantes.

Diante do exposto, a presente de tese foi estruturada em quatro seções. Na primeira, intitulada “INTRODUÇÃO”, realizamos o movimento dialético materialista, ao contextualizarmos o problema da formação de professores no Brasil – contradição (TESE); a nossa formação (ANTÍTESE); e a nossa proposta de pesquisa (SÍNTESE) –, por meio do curso de formação, na perspectiva da AOF.

Na segunda seção, intitulada “FORMAÇÃO DO PROFESSOR E A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL (THC)”, realizamos um levantamento de teses de doutorado e dissertações de mestrado na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), no período de 2010 a 2020. A partir da revisão da literatura, discutimos a necessidade de organizar espaços de aprendizagem para formação contínua de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que ensinam matemática. Apresentamos, também, a fundamentação teórica que subsidiou nossa investigação. Objetivamos expor nossas sínteses sobre como ocorre o processo de humanização do professor na perspectiva histórico-cultural, considerando a aprendizagem como propulsora do desenvolvimento psíquico quando o homem está em atividade, de acordo a Teoria da Atividade de Leontiev (1978, 1983). Embasados nessa teoria, discorreremos nossas reflexões sobre a Atividade Orientadora de Formação (AOF) conforme Marco e Moura (2016), oportunizando o desenvolvimento do

pensamento teórico do professor em formação contínua, com o intuito de que ele se aproprie de modos de organizar o ensino para formar nos estudantes o pensamento teórico e conceitos científicos.

Na terceira seção, intitulada “ALGUNS ASPECTOS HISTÓRICOS QUE NOS AJUDAM A COMPREENDER A ATIVIDADE HUMANA OBJETIVADA NAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS”, buscamos compreender alguns aspectos históricos que exemplificam como o ser humano objetivou sua atividade nas operações fundamentais e ressaltamos que a história da Matemática não é abstrata e linear, nem ocorre em uma sucessão impecável de conceitos encadeados uns aos outros.

Na quarta seção, “PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA”, apresentamos a questão de investigação, o objetivo da pesquisa e as ações que realizamos, por meio de um curso de extensão de modo remoto, para apreensão do fenômeno em movimento. Como caminho para revelar as ações formadoras dos professores em AOF, consideramos os isolados: necessidades formativas e a apropriação de novas significações.

Na quinta seção, “AS TRAMAS QUE REVELAM INDÍCIOS DA APROPRIAÇÃO DE NOVAS SIGNIFICAÇÕES DE PROFESSORES SOBRE AS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS, EM UMA AOF” analisamos o material empírico, baseados no nosso referencial teórico, identificando (ou não) a apropriação de novas significações envolvendo as ações mentais das quatro operações fundamentais pelos professores em formação contínua.

E por último, na sexta seção, intitulada “CONSIDERAÇÕES FINAIS”, registramos nossas ponderações sobre a pesquisa, elencando as tramas que, acreditamos, revelam indícios de apropriação de novas significações das operações fundamentais por professores dos anos iniciais em atividade de formação de modo remoto. Esperamos contribuir para sua tomada de consciência sobre o trabalho que realiza, permitindo-lhes refletir se as ações que realizam os têm conduzido para o seu processo de humanização.

2 - A FORMAÇÃO DO PROFESSOR E A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL (THC)

O objetivo desta seção é conhecer pesquisas, mais especificamente teses e dissertações que se aproximam da temática desenvolvida na presente tese e também compreender como ocorre o processo de humanização do professor na perspectiva histórico-cultural, considerando a aprendizagem como propulsora do desenvolvimento psíquico que ocorre quando o homem está em atividade. Nesse sentido, discorreremos nossas reflexões sobre a Atividade Orientadora de Formação (AOF) como uma possibilidade teórico-metodológica para o desenvolvimento do pensamento teórico do professor em formação contínua, com o intuito de que ele se aproprie de modos de organizar o ensino para formar o pensamento teórico e conceitos científicos nos estudantes.

2.1 Levantamento de trabalhos em relação à temática da pesquisa

Realizamos uma busca, por meio de palavras-chave, na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD¹²), delimitando o período de 2010 a 2020. Para refinar ainda mais nossa pesquisa, olhamos cada título dos trabalhos e as informações sucintas disponibilizadas nos resumos e, quando identificamos investigações bem próximas do nosso objeto de pesquisa, realizamos a leitura de todo o trabalho.

A busca se deu a partir das seguintes palavras-chave: *formação continuada; matemática anos iniciais; teoria histórico-cultural*. Encontramos 13 trabalhos, mas, ao analisarmos os resumos, notamos que as pesquisas de Silva (2011), Reis (2016), Zborowski (2017) e Souza (2018) se distanciavam muito da nossa temática; por isso, não os elencamos para uma leitura mais profunda. Silva (2011) pesquisou a formação de conceitos de comprimento, massa e capacidade, inter-relacionando um diálogo com a Teoria dos Campos Conceituais, proposta por Vergnaud (2009) e com a abordagem histórico-cultural de Vigotsky (2000). A dissertação de Zborowski (2017) abarcou o conceito contribuições da engenharia didática como metodologia para o ensino de ciências nos anos iniciais, mais

¹² O Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia – Ibict – desenvolveu e coordena a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), que integra os sistemas de informação de teses e dissertações existentes nas instituições de ensino e pesquisa do Brasil, e também estimula o registro e a publicação de teses e dissertações em meio eletrônico. Para acessar a página, clique no *link* <https://bdtd.ibict.br/vufind/>. Acesso em: 05 jan. 2020.

especificamente sobre o conteúdo cadeias alimentares. Já a pesquisa de Reis (2016) investigou como professores universitários percebem e entendem a inserção das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) nos cursos de graduação, e como reagem sobre elas. E, por fim, a pesquisa de Souza (2018) objetivou compreender os aspectos formativos mediados por origami e tecnologias digitais, com vistas a contribuir para outras e novas percepções docentes sobre o ensino de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Em contrapartida, para identificar as aproximações com nossa pesquisa, selecionamos os trabalhos de Azerêdo (2013), Gladcheff (2015), Amaral (2015), Esteves (2016), Costa (2016), Brito (2017), Aguiar (2018), Durgante (2019) e Bemme (2020). Apresentamos, no Quadro 29: (APÊNDICE L), recortes do resumo dos trabalhos selecionados, destacando o nome, o título, o ano, a Universidade, o (a) Orientador (a), os objetivos e parte dos resultados que consideramos relevantes.

Azerêdo (2013), ao analisar o ensino da multiplicação evidenciando o lugar e o papel atribuído às representações semióticas, constatou a predominância do ensino dos significados da multiplicação centrado apenas na ideia de adição de parcelas iguais, relacionado a forte ênfase ao uso do material concreto, sem avançar nos demais significados, nem no trabalho com o cálculo mental por meio dos fatos fundamentais. Além disso, em relação à compreensão dos estudantes, Azerêdo (2013, p. 9) observou “[...] dificuldades em todos os significados da operação explorados, inclusive naqueles mais usados pelas professoras, sendo que nos problemas de multiplicação inversa e combinatória isto foi mais evidente”.

Gladcheff (2015) analisou as ações identificadas como formadoras da significação da atividade de ensino de matemática do professor e concluiu que a formação do professor é compreendida como aquela que possibilita ao professor constituir-se como profissional, tendo o ensino, como atividade principal, na perspectiva da atividade em Leontiev e da Atividade Orientadora de Ensino de Moura *et al.* (2010). Gladcheff demonstrou que os professores se apropriam dos modos de estudo por meio das ações formativas, e isso contribui para que eles as incorporem como conteúdo e modo geral de ação para sua atividade de ensino.

Amaral (2015), ao analisar os conhecimentos profissionais e as práticas pedagógicas de professores, referentes ao Sistema de Numeração Decimal (SND), constatou a necessidade de considerar a historicidade da criação desse conceito na atividade de ensino.

Além disso, destaca que o professor precisa ter condições objetivas de trabalho e que sua inserção num projeto coletivo que visa à aprendizagem docente é indispensável.

Esteves (2016) visou apreender a apropriação de novas significações acerca da relação conteúdo e forma nas ações de ensino de matemática. A autora esclarece que, apesar de um processo formativo considerar as necessidades imediatas dos professores, não pode se limitar a elas, pois é essencial que se apropriem de novos conhecimentos relacionados ao seu objeto de ensino e à sua organização. E, para a compreensão da sua atividade de ensino, esse movimento de apropriação é mediado por ações intencionais do pesquisador-formador.

Costa (2016), ao investigar o processo de significação do material didático como mediador na atividade pedagógica de matemática, revela sua compreensão de educação como produto das relações sociais e pondera que um projeto coletivo de formação de professores pode criar condições para alcançar objetivamente questões que envolvem o ensino e a aprendizagem, desde que as ações e as operações sejam planejadas e organizadas para promover mediações simbólicas.

A investigação de Brito (2017) evidenciou o processo de significação docente de professoras da educação infantil e dos anos iniciais, em situação de formação contínua. Dentre as sínteses elaboradas, a autora destaca a necessidade de perceber o professor como sujeito da atividade de ensino, pois ele, ao vivenciá-la, possibilita que “[...] seus motivos geradores de sentido orientem sua atividade de ensino e passem a atribuir uma significação coerente com a função social de seu trabalho: ensinar para o desenvolvimento” (BRITO, 2017, p. 102).

Aguiar (2018) acrescenta que o professor muda sua prática ao tomar consciência de suas ações e aponta para a necessidade de repensar as práticas de formação contínua dos professores, apresentando possibilidades para essa efetivação, por meio de novas formas de apropriação das aprendizagens docentes, oportunizadas na coletividade.

A pesquisa de Durgante (2019), ao identificar as possíveis aprendizagens de professores sobre as operações matemáticas, apresentou indícios da essencialidade de espaços de aprendizagem, com intuito de que o professor se coloque em atividade de estudo, para apropriar-se dos conceitos matemáticos. Para a autora, parte das limitações existentes, no que tange ao ensino-aprendizagem de matemática, podem ser superadas, se os professores participarem de cursos de formação onde ocorra o compartilhar de conhecimentos, experiências, o que certamente promove o desenvolvimento humano.

Bemme (2020) destacou em sua pesquisa que o processo de discussão e de negociação de significados promove a aprendizagem docente dos conhecimentos específicos e pedagógicos. Nesse quesito, dentre as análises, o autor sinalizou que o professor, ao ter conhecimento fragmentado em relação a um conceito, propõe um ensino que não evidencia as determinações necessárias para a construção conceitual. Esses são alguns problemas decorrentes dos processos formativos vivenciados por esses professores ao longo de sua trajetória, impossibilitando a construção de uma base sólida para o desenvolvimento necessário à docência.

Esse levantamento, contemplando teses e dissertações no período de 2010 a 2020, trouxe contribuições teóricas para fundamentar nossas análises da apropriação ou não do significado social das operações fundamentais, no processo de atribuição ou não de novos sentidos pelos professores em formação contínua. Assumimos, em nossa pesquisa, a AOF como base teórico-metodológica na atividade pedagógica, objetivada por meio da organização intencional de um espaço de aprendizagem, ofertado de modo remoto, permitindo a participação de professores de várias regiões do País, em momentos síncronos e assíncronos, com carga horária de 40 horas. Esse formato é interessante, pois permite romper com as distâncias espaço-temporais e oportunizar a formação contínua de professores que, em outro formato, não teriam acesso a esse espaço de compartilhamento de significados.

Outra lacuna com que nossa pesquisa tem a contribuir se refere à possibilidade de um grupo tão significativo de professores licenciados em matemática organizar intencionalmente um espaço de aprendizagem e possibilitar um diálogo próximo com professores licenciados em pedagogia, com intuito de que atribuam sentido pessoal que convirja para o significado social das operações fundamentais.

Diante do cenário sintetizado nesta seção sobre o levantamento das pesquisas relacionadas a partir das palavras-chave elencadas, reiteramos a importância de o professor estar em formação contínua para realização do seu trabalho e de podermos reconhecê-lo como um ser humano que está em atividade, atribui sentido pessoal ao que aprende e organiza ações de ensino para que o estudante esteja em atividade de aprendizagem e se desenvolva.

Assim sendo, na subseção 2.2 discutiremos a constituição do ser humano professor por meio do trabalho.

2.2 O professor como ser humano que está em processo de humanização

A Teoria Histórico-Cultural, cuja origem está no materialismo histórico-dialético em Marx (2013), tem como dois de seus precursores Vigotski (2017) e Leontiev (1978, 1983, 2017). Na esteira desses autores, alguns são contemporâneos, tais como Moura (2004), Rigon, Asbahr e Moretti (2010), Martins (2010, 2015), Moura, Sforini e Araújo (2011), Rubinstein (2017), Araújo e Moraes (2017), Piotto, Asbahr e Furlanetto (2017) e Brito e Araújo (2019).

Nesta perspectiva teórica, o homem é entendido como um ser que se constitui humano, ao se apropriar da cultura produzida na história da humanidade e por meio do trabalho, num processo chamado de humanização.

O trabalho para Marx (2013, p. 188) é um processo “[...] entre o homem e a natureza, processo este em que o homem, por sua própria ação, medeia, regula e controla seu metabolismo com a natureza”. Referenciando-se em Marx, Vigotski (2017, p. 32) enfatiza que “[...] o homem é um ser social, que, fora da interação social, ele nunca desenvolverá em si aquelas qualidades, aquelas propriedades que têm sido desenvolvidas como resultado da evolução histórica de toda a humanidade”, e Leontiev (1978, p. 267) acrescenta que “[...] o indivíduo aprende a ser um homem. O que a natureza lhe dá quando nasce não lhe basta para viver em sociedade. É-lhe ainda preciso adquirir o que foi alcançado no decurso do desenvolvimento histórico da sociedade humana”. Nesse entendimento, Rigon, Asbahr e Moretti (2010) trazem a definição do humano, a partir das obras de Marx, como sendo

[...] o resultado do entrelaçamento do aspecto individual, no sentido biológico, com o social, no sentido cultural. Ou seja, ao se apropriar da cultura e de tudo o que a espécie humana desenvolveu - e que está fixado nas formas de expressão cultural da sociedade - o homem se torna humano. Dessa forma, assume uma concepção do ser humano em seu processo de desenvolvimento, o que significa compreendê-lo no movimento histórico da humanidade, tanto nas dimensões filogenética como ontogenética. Esse fundamento permite a realização de uma análise teórica da natureza social do homem e de seu desenvolvimento sócio-histórico. (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 15-16)

Assim, é impossível compreender o ser humano apenas no sentido biológico, sem considerar os efeitos do social em seu processo de desenvolvimento na apropriação da cultura. Rubinstein (2017) também assume a concepção do humano na totalidade, ou seja, ele o concebe com um ser social.

Importante ressaltarmos que, quando o ser humano busca transformar a natureza por meio do trabalho, utilizando para isso os instrumentos que possui para mediar essa ação, ele não apenas satisfaz suas necessidades biológicas ao dominá-la, mas também transforma a si mesmo, a sua psique (LEONTIEV, 1978). Pelo trabalho, o homem

[...] se confronta com a matéria natural como com uma potência natural. A fim de se apropriar da matéria natural de uma forma útil para sua própria vida, ele põe em movimento as forças naturais pertencentes a sua corporeidade: seus braços e pernas, cabeça e mãos. Agindo sobre a natureza externa e modificando-a por meio desse movimento, ele modifica, ao mesmo tempo, sua própria natureza. Ele desenvolve as potências que nela jazem latentes e submete o jogo de suas forças a seu próprio domínio. (MARX, 2013, p.188)

Assim, compreendemos que o trabalho não tem um fim em si mesmo, pois modifica psicologicamente o homem, humanizando-o, ou seja, é o meio para constituí-lo humano, como um ser histórico-social, ao apropriar-se da cultura. Rigon, Asbahr e Moretti (2010, p. 23) apontam que a consciência e a atividade humana formam uma unidade dialética e, nessa relação, a “[...] consciência é a forma especificamente humana do reflexo psíquico da realidade, ou seja, é a expressão das relações do indivíduo com o mundo social, cultural e histórico, que abre ao homem um quadro do mundo em que ele mesmo está inserido”.

Martins (2015) pressupõe que considerar a unidade entre a consciência e a atividade é compreender o psiquismo oriundo de um processo em que a formação da consciência é condicionada pela atividade, e a atividade é regulada pela consciência. Nesse sentido, compreender o trabalho na perspectiva de Marx (2013) como sendo a atividade produtiva direcionada a uma finalidade nos faz entender o trabalho como atividade que possibilita o desenvolvimento humano.

Segundo Leontiev (1978), o trabalho é um processo mediado pelos instrumentos e também pelo coletivo. O instrumento não é apenas o objeto físico em si produzido, mas também é social, pois tem impregnados nele os modos de ação elaborados socialmente:

[...] o instrumento é um objeto social, o produto da prática social, de uma experiência social de trabalho. Por consequência, o reflexo generalizado das propriedades objetivas dos objetos de trabalho, que ele cristaliza em si, é igualmente o produto de uma prática individual. Por este fato, o conhecimento humano mais simples, que se realiza diretamente numa ação concreta de trabalho com a ajuda de um instrumento, não se limita à experiência pessoal de um indivíduo, antes se realiza na base da aquisição por ele da experiência da prática social. (LEONTIEV, 1978, p. 83)

Reiteramos que o homem, quando realiza uma atividade, não se relaciona apenas com a natureza, transformando-a, mas com a atividade comum coletiva, pois é por meio das relações determinadas uns com os outros na sociedade que as ações sobre a natureza são estabelecidas, onde os homens compartilham suas atividades.

Mas, afinal, o que entendemos por atividade? Nossas reflexões se embasam no conceito de atividade em Leontiev (1978). De acordo com o autor, atividades são “[...] os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo” (LEONTIEV, 1978, p. 296). Para o autor, para se dizer que um sujeito está em atividade, é necessário que a condição inicial para que tal se concretize é o surgimento de uma necessidade que só pode ser satisfeita quando encontra um objeto (o motivo), e o que impulsiona a atividade é o motivo, pois articula a necessidade a um determinado objeto.

Por motivo da atividade denomina-se “[...] aquilo que, refletindo-se no cérebro do homem, excita-o a agir e dirige a ação a satisfazer uma necessidade determinada. [...] O motivo estimula uma ação isolada correspondente ao objeto da ação, que é alcançado ao ser realizada” (LEONTIEV, 2017, p. 45-46). As ações com as quais se realiza a atividade constituem um de seus componentes fundamentais. Essas ações representam o processo pelo qual a atividade se realiza, e os meios para realizar essa ação são chamados de operações. Assim, podemos concluir que, de acordo com Leontiev (1983), os elementos que constituem a unidade de uma atividade são: os elementos de orientação (necessidade, motivo e objeto) e os elementos de execução (objetivo, ação e operação). Nesse sentido,

[...] do fluxo geral da atividade que forma a vida humana em suas manifestações superiores mediadas pelo reflexo psíquico, saem em primeiro plano, diferentes – especiais – atividades segundo os motivos que as impulsionam; então se desprendem das ações – processos – subordinadas a objetivos conscientes; e finalmente, as operações que dependem diretamente das condições para a realização do objetivo concreto dado. (LEONTIEV, 1983, p. 89, tradução nossa¹³)

¹³ [...] del flujo general de la actividad que forma la vida humana en sus manifestaciones superiores mediadas por el reflejo psíquico, se desprenden en primer término, distintas – especiales – actividades según el motivo que las impela; después se desprenden las acciones – procesos – subordinadas a objetivos conscientes; y finalmente, las operaciones que dependen directamente de las condiciones para el logro del objetivo concreto dado (LEONTIEV, 1983, p. 89).

É importante ressaltar que nem todo sujeito que realiza uma ação realiza uma atividade, e quando seu motivo não coincide com o seu objeto isso acontece. Leontiev (1978) ilustra com um exemplo a relação entre ação e a atividade:

Um estudante preparando-se para um exame realiza a leitura de um livro de História. Essa ação se caracterizará em uma atividade quando investigarmos qual o sentido do exame para o estudante, ou seja, se o objeto coincidiu com o motivo. Suponhamos que um amigo diz ao estudante que para a realização do exame não é absolutamente necessária a leitura do livro de História. Assim o estudante tem algumas opções: pode interromper a leitura ou pode continuá-la. Ao escolher a segunda opção podemos dizer que o conteúdo do livro era o motivo, pois se torna claro que este é que o incitava a lê-lo, que poderia ser a necessidade de compreender o que se tratava o livro. Agora, na primeira opção, em que o estudante abandona a leitura, o motivo que o incitava não era o conteúdo do livro e sim a necessidade de passar no exame, ou seja, o fim da leitura não coincidia com o motivo que levava o estudante a ler, e, portanto, a leitura do livro não consistia em atividade, mas em uma ação para passar no exame. Ler o livro era apenas de uma ação.

Aproveitando essa relação que Leontiev (1978) apresenta entre ação e atividade, atentemo-nos para esse terceiro fator determinante entre elas – o motivo. O mesmo autor apresenta que os motivos podem ser “apenas compreensíveis”¹⁴, quando são externos à atividade do sujeito – o caso em que o estudante queria apenas ler o livro para passar no exame; e “os motivos eficazes”, que deixam de ser externos à atividade do sujeito – no caso em que o estudante, mesmo sabendo que o livro não iria ajudá-lo tão especificamente a passar no exame, decide continuar a lê-lo para compreender o seu conteúdo. Nesse caso o motivo era ler o livro para conhecê-lo. O motivo está ligado com o sentido pessoal que o sujeito atribui à atividade que realiza, pois “[...] para encontrar o sentido pessoal devemos descobrir o motivo que lhe corresponde” (LEONTIEV, 1978, p. 97). O sentido pessoal é um dos principais componentes da consciência humana, juntamente com a significação e com o conteúdo sensível. De acordo com o autor, apesar de não exprimir em si toda a especificidade da consciência, o conteúdo sensível – as sensações, a imagem de percepção, as representações – é um componente-base e condicionante da consciência, que cria sua riqueza e suas cores.

Por significação, Leontiev (1978, p. 95) entende

¹⁴ Em algumas traduções das obras de Leontiev os motivos apenas compreensíveis também aparecem como “estímulos”, e os motivos eficazes como “geradores de sentido”.

[...] a generalização da realidade que é cristalizada e fixada num vector sensível, ordinariamente a palavra ou a locução. É a forma ideal, espiritual da cristalização da experiência e da prática sociais da humanidade. A sua esfera das representações de uma sociedade, a sua ciência, a sua língua existem enquanto sistemas de significações correspondentes. A significação pertence, portanto, antes de mais, ao mundo dos fenómenos objetivamente históricos.

Assim, o homem durante a sua vida se apropria da cultura das gerações antecedentes, ou seja, quando o ser humano nasce esse sistema de significações já está pronto, basta apropriar-se dele. E esse processo de apropriação se dá em atividade.

Leontiev (1978, p. 95) acrescenta que “[...] a significação mediatiza o reflexo do mundo pelo homem na medida em que ele tem consciência deste, isto é, na medida em que o seu reflexo do mundo se apoia na experiência da prática social e a integra”. O autor ainda complementa que “a significação é, portanto, a forma sob a qual um homem assimila a experiência humana generalizada e refletida” (p. 95). Tomemos como exemplo a seguinte situação: ao visualizar o algoritmo de uma operação de subtração, por exemplo, minha consciência pode ou não refletir a síntese de um conhecimento histórico de gerações antecedentes sobre como retirar uma quantidade de determinado agrupamento, ou seja, pode ou não refletir essa significação.

Em termos históricos, o algoritmo como um instrumento produzido pela humanidade objetiva uma síntese, mas, ao fazê-lo, não necessariamente o sujeito que utiliza esse algoritmo se apropria dessas sínteses. A relação entre o algoritmo e a significação histórica não é tão direta, senão não existiria a necessidade de processos de formação de professores. Muitas vezes esses instrumentos são utilizados de formas cristalizadas, o que não permite a tomada de consciência sobre esses processos de significações. Os processos de formação contínua, como entendido em nossa pesquisa, procuram intervir nesse processo: evidenciam quais são esses sentidos e possibilitam a apropriação de novas significações, de modo que esse algoritmo passe a ser utilizado de forma consciente, no sentido de tomada de consciência das ações. Leontiev (1978) acrescenta que, quando o homem satisfaz sua necessidade de conhecimentos, ele se apropria da significação de um conceito. Ademais, Pito, Asbahr e Furlanetto (2017, p. 105) ressaltam que “[...] o conceito não é, senão, a generalização, o significado fixado na palavra”.

E a apropriação dos sistemas de significações, por ser um componente importante da consciência social, depende de outro componente da consciência, que é o sentido pessoal que cada sujeito atribui a tais sistemas. Para Leontiev (1978, p. 98), o sentido pessoal “[...]

traduz precisamente a relação do sujeito com os fenômenos objetivos conscientizados”, ou seja, “‘sentido’ é uma relação que se cria na vida, na atividade do sujeito” (p. 98). Um sentido ainda não consciente é aquele que não foi objetivado e nem concretizado nas significações, ou seja, ainda não existe totalmente para o homem. Moura, Sforini e Araújo (2011) acrescentam que o conhecimento produzido pelo homem apenas se estabelece em significação para outros homens quando é inserido na atividade humana que é mediatizada por esse conhecimento, ou seja, no processo que lhe atribui significado social e sentido pessoal.

Leontiev (1983, p. 230, tradução nossa) afirma que o desenvolvimento dos sentidos tem sua gênese no desenvolvimento dos motivos da atividade:

[...] o desenvolvimento dos próprios motivos da atividade determina o desenvolvimento das relações reais com o mundo, condicionadas pelas circunstâncias objetivas e históricas de sua vida. A consciência, como uma relação, nada mais é do que o sentido que tenha para o homem da realidade refletida em sua consciência. Portanto, a conscientização dos conhecimentos se caracteriza justamente pela naturalização do sentido que eles têm para o homem.¹⁵

Ao pensarmos na atividade do professor, percebemos que ela é permeada pela relação entre sentido e significações, e “[...] os sujeitos, para realizarem uma atividade, precisam compreendê-la como aquilo que vai satisfazer as suas necessidades. É preciso que essa atividade tenha um sentido pessoal, pois, de algum modo, foi desencadeada por um motivo que moveu ou que pode movê-lo” (MOURA, 2004, p. 259).

Entendemos que há uma relação dialética entre significações e sentido que perpassa a relação individual-coletivo, tornando-se possível quando o sujeito está em atividade. Como o sentido não pode ser ensinado, é uma relação que se produz na vida do sujeito (LEONTIEV, 1978), e esse processo se dá em atividade. As significações estão nesse processo de produções de sentidos e apropriações de significações. E elas vão se constituindo nessas unidades de sentidos e, ao mesmo tempo, perpassam alguns grupos que têm essas significações mais estáveis, mais genéricas. Por meio do sentido pessoal, os sujeitos vão se apropriando do que vai mudando e também vão alterando a forma como eles se relacionam com esses significados. Enfim, de acordo com Piotto, Asbahr e Furlanetto (2017, p. 107),

¹⁵ [...] el desarrollo de los propios motivos de la actividad lo determina el desarrollo de las relaciones reales del hombre con el mundo, condicionadas por las circunstancias objetivo históricas de su vida. La conciencia como la relación, no es otra cosa que el sentido que tenga para el hombre la realidad que se refleja en su conciencia. Por consiguiente, la conscientización de los conocimientos se caracteriza precisamente por la naturaleza del sentido que ellos tengan para el hombre (LEONTIEV, 1983, p. 230).

“[...] o sentido não se constitui de forma individualizada, pelo contrário, ele se constitui em uma relação dialética, social e histórica”.

Mas qual a relação das reflexões apontadas até aqui com a educação escolar e, mais especificamente, com a formação do professor? Ao pensarmos nesta questão, compreendemos a educação como um meio para contribuir com o processo de humanização de cada ser humano, em que uma geração se apropria do desenvolvimento sócio-histórico da geração antecedente para que se possa superá-lo.

Como fundamento para esta compreensão, encontramos em Leontiev (1978) a importância do processo educativo para a apropriação da cultura produzida pelas gerações antecedentes por um processo de comunicação, de educação. O autor alega que, se hoje a população adulta de todo mundo fosse vitimada e só sobrassem as crianças, a história da humanidade teria que recomeçar, pois, mesmo que os tesouros da cultura continuassem a existir fisicamente, não haveria ninguém da geração antecedente para revelar a essas crianças os seus usos.

Assim, consideramos a educação escolar como um modo humano de generalizar as aprendizagens adquiridas e, conforme a compreensão de Araújo e Moraes (2017), a educação escolar encontra na Atividade Pedagógica (AP) os modos de ação que contribuem para a humanização do homem. Para as autoras, a AP possui dois nexos internos fundamentais que precisam ser conhecidos: o movimento lógico-histórico dos conceitos e os modos de ação para a apropriação desses conceitos pelas novas gerações. Esses nexos são possíveis de serem consolidados, se considerarmos a unidade ensino-aprendizagem-desenvolvimento na educação escolar.

Assim, pensar no professor em atividade de ensino é assumi-lo como ser humano que, de forma dialética, ao organizar o ensino para, de forma consciente, o aluno se desenvolver, também vivencia um processo de humanização. Dessa forma, a AP exige a intencionalidade do professor, para que o estudante esteja em atividade de aprendizagem, o que colabora para o desenvolvimento psíquico de ambos. Ou seja, a atividade de ensino do professor “[...] caracteriza-se pela relação direta com o conhecimento. Ao agir intencionalmente, desenvolvendo ações que visam favorecer a aprendizagem de seus estudantes, o professor objetiva em sua atividade o motivo que o impulsiona” (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 35).

Por trabalhar essencialmente com conceitos, o professor precisa ter “[...] acesso a meios que o levem ao entendimento de seu objeto de modo muito preciso, pois necessita

atribuir significado ao que ensina para que os seus educandos possam ver sentido naquilo que lhe diz ser importante de aprender” (MOURA, 2004, p. 258). Esse mesmo autor concebe o professor como “[...] criador de sentido para o que é ensinado e sua ferramenta principal é a palavra” e a escola como um “[...] lugar de produção e troca de significados constitutivos de sentido das ações dos sujeitos que realizam a atividade educativa” (p. 260).

Destacamos que a atividade do professor pode ser comparada ao trabalho alienado (MARX, 2013) quando, por exemplo, seu objetivo (ensinar e aprender) não coincide com o motivo que o impulsiona, pois, ao invés de ser a apropriação do conhecimento historicamente acumulado pelos estudantes e também por ele, o motivo que o impulsiona passa a ser uma progressão na carreira, um salário no final do mês, dentre outros. Leontiev (1978) traz como exemplo a produção capitalista, em que, para o operário, a sua atividade é transformada em algo diferente do que realmente ela é.

Infelizmente, no modelo capitalista vigente é possível que os professores se adaptem a esse sistema, organizando um ensino em que o sentido pessoal dos alunos não coincida com os significados sociais que determinam a essência dos conceitos científicos, a exemplo dos presentes no componente curricular da Matemática, ocorrendo assim o esvaziamento da atividade de ensinar o seu significado social. Assim, é necessário investir na formação docente, visto que os estudantes dependem do professor e da organização do ensino para se desenvolverem (BRITO; ARAÚJO, 2019).

Diante do exposto, defendemos a formação do professor que considere características de um trabalho não alienado de acordo com a perspectiva de Marx (2013). Concebemos a formação do professor como atividade produtiva adequada a um fim, em que o sentido pessoal depende do motivo, que se exprime nas significações sociais, possibilitando a sua própria humanização e a humanização dos estudantes. Assim, organizamos, na Figura 1.

Figura 1: Esquema sobre o processo de humanização do professor



Fonte: Síntese elaborada pela autora

Na próxima subseção (2.3) abordaremos a Atividade Orientadora de Formação como uma possibilidade para o desenvolvimento do pensamento teórico do professor, possibilitando que ele realize sua atividade de ensino e, conseqüentemente, o estudante possa também se desenvolver.

2.3 A Atividade Orientadora de Ensino como Atividade Orientadora da Formação para o desenvolvimento do pensamento teórico do professor

O que apresentamos a seguir é resultado de um estudo bibliográfico baseado em alguns dos autores precursores da Teoria Histórico-Cultural, como Leontiev (1978, 1983), Davidov (1988) e Vygotski (1995), e em autores contemporâneos, como Marco e Moura (2016), Semenova (1996), Sforini (2003), Moretti (2007), Moraes (2008), Moura *et al.* (2010), Ribeiro (2011), Araújo e Moraes (2017), Moura, Sforini e Lopes (2017), Panossian, Moretti e Souza (2017), Milani e Souza (2017), Pozebon (2017) e Brito e Araújo (2019).

A apropriação da cultura, visando às potencialidades máximas do sujeito no sentido da humanização, pode se concretizar por meio da educação escolar. Nesse contexto, a relação dialética entre a atividade de ensino (atividade do professor) e a atividade de aprendizagem (atividade do estudante) se realiza na atividade pedagógica.

A atividade pedagógica é compreendida por Araújo e Moraes (2017, p. 52) como sendo o “[...] trabalho educativo sistemático e intencional com as objetivações humano-genéricas nas diferentes esferas da vida, contribuindo para que estas sejam apropriadas pelas

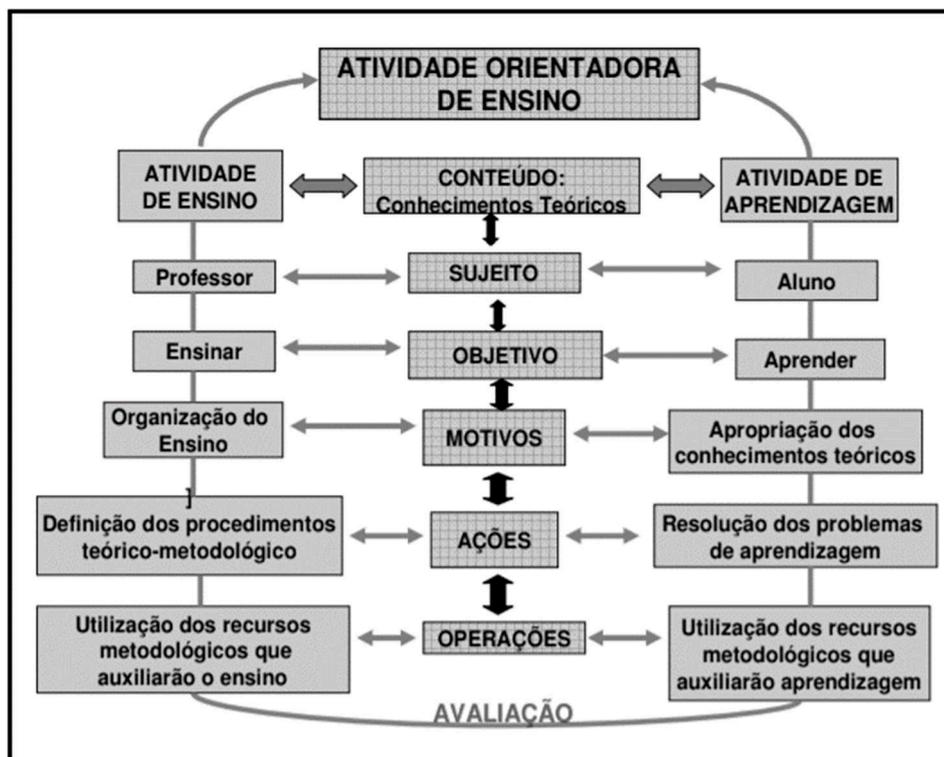
novas gerações, apresenta-se como determinante para formação da personalidade”. Logo, o professor em atividade de ensino precisa se apropriar de um modo geral de organização do ensino, que envolva a apropriação conceitual dos conteúdos a serem ensinados e a apropriação pedagógica de um modo de organizar o ensino.

Dessa forma, a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) se apresenta como elemento de mediação entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem, como base teórico-metodológica para a organização do ensino, que possibilite a apropriação da cultura, visando ao desenvolvimento do psiquismo, pela via do pensamento teórico.

[...] a AOE constitui-se no modo geral de organização do ensino, em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objeto é a constituição do pensamento teórico do indivíduo no movimento de apropriação do conhecimento. Assim, o professor ao organizar as ações que objetivam o ensinar, também requalifica seus conhecimentos, e é esse processo que caracteriza a AOE como unidade de formação do professor e do estudante. (MOURA *et al.*, 2010, p. 115)

A AOE possui os elementos estruturantes da atividade proposta por Leontiev (1978, 1983), tais como a necessidade – a do professor é ensinar e a do estudante é a de aprender – ; o objetivo: o do professor é ensinar e o do estudante é aprender; os motivos – o do professor é a organização do ensino e do estudante é a apropriação dos conhecimentos teóricos –; as ações: do professor são os modos de trabalhar com os conhecimentos teóricos e do estudante é resolução de problemas de aprendizagem; as operações – do professor é a utilização dos recursos metodológicos que auxiliarão no ensino e do estudante é a utilização dos recursos metodológicos que auxiliarão na aprendizagem (MOURA *et al.*, 2010). Tais elementos e suas relações são sintetizados por Moraes (2008), conforme a Figura 2:

Figura 2: O movimento de constituição da AOE



Fonte: Moraes (2008, p. 116)

A AOE caracteriza-se como elemento de mediação entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem e, nesse sentido, possui a dimensão de unidade formadora dos envolvidos nesse processo: o professor e o estudante. Ela também tem o caráter orientador porque

[...] a intencionalidade do professor para realizar o ensino é o seu ponto de partida como trabalhador que estabelece seu plano de ação mediante o conhecimento sobre o objeto idealizado: tem os pressupostos teóricos, define ações sustentadas por esses pressupostos, elege instrumentos mediadores dessas ações e, ao agir, em processo de análise e síntese, objetiva sua atividade. (MOURA; SFORNI; LOPES, 2017, p. 84)

Nesse sentido, o professor precisa compreender a docência como atividade e, para que ele atue com intencionalidade e estabeleça os planos de ação, importa conhecer os pressupostos teóricos do objeto idealizado, ou seja, apropriar-se dos conceitos teóricos, estar em aprendizagem contínua e desenvolver seu próprio pensamento teórico sobre a docência, ao lidar com sua necessidade de ensinar. Para tanto, o professor

[...] precisa apropriar-se dos conceitos matemáticos teoricamente – saberes específicos – e de modos de ação para a organização do ensino de tais conceitos – saberes pedagógicos. Isso significa contemplar a essência dos conceitos, revelada em seu movimento filogenético de desenvolvimento

humano e no movimento ontogenético de apropriação conceitual pelos sujeitos mediado pela cultura. (PANOSSIAN; MORETTI; SOUZA, 2017, p. 148)

Acreditamos que o professor, quando se coloca em processos de aprendizagem, desenvolve-se psicologicamente, ao se apropriar teoricamente de conhecimentos específicos e pedagógicos necessários para realização do seu trabalho. Vygotski (1995) aponta que o ensino organizado de modo adequado promove o desenvolvimento mental do sujeito, pois coloca em movimento vários processos de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas. De acordo com Cedro e Nascimento (2017, p. 37), “[...] as funções psicológicas superiores são o resultado de apropriação dos signos criados pelos homens nas diversas atividades humanas produzidas ao longo da história”. A criação e o emprego de signos é o processo que Vygotski (1995, p. 83, tradução nossa) chama de atividade de significação, com a qual o homem passa a controlar seu próprio comportamento:

[...] chamamos signos aos estímulos-meios artificiais introduzidos pelo homem na situação psicológica que cumprem a função de autoestimulação; atribuindo a este termo um sentido mais amplo e, ao mesmo tempo, mais exato do que normalmente é dado a essa palavra. De acordo com nossa definição, todo estímulo condicional criado pelo homem artificialmente e que se utiliza como meio para dominar a conduta – própria ou alheia – é um signo.¹⁶

Nesse sentido, ressaltamos que a relação signo e instrumento origina o processo de internalização, ou seja, da reconstrução interna da operação externa (VIGOTSKI, 1991), no qual “[...] as relações intrapsíquicas (atividade individual) constituem-se com base nas relações interpsíquicas (atividade coletiva). É nesse movimento do social ao individual que se dá a apropriação de conceitos e significações” (MOURA *et al.*, 2010, p. 83).

Desenvolver as máximas capacidades humanas do professor e do estudante requer o desenvolvimento do pensamento teórico, em que ocorre a apropriação das produções humanas objetivadas nos signos, mais especificamente, nos conceitos teóricos. Em relação ao pensamento teórico, Davidov (1988, p. 125, tradução nossa) destaca que seu conteúdo se refere à

[...] existência mediada, refletida, essencial. O pensamento teórico é o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objeto-prática, a

¹⁶ *Llamamos signos a los estímulos-medios artificiales introducidos por el hombre en la situación psicológica que cumplen la función de autoestimulación; adjudicando a este término un sentido más amplio y, al mismo tiempo, más exacto del que se da habitualmente a esa palabra. De acuerdo con nuestra definición, todo estímulo condicional creado por el hombre artificialmente y que se utiliza como medio para dominar la conducta —propia o ajena— es un signo* (VYGOTSKI, 1995, p. 83).

reprodução, nela, das formas universais das coisas. Essa reprodução ocorre na atividade de trabalho das pessoas como um experimento sensorial-objeto peculiar. Então esse experimento adquire cada vez mais um caráter cognitivo, permitindo que as pessoas passem, ao longo do tempo, aos experimentos realizados mentalmente.¹⁷

Assim, considerando o professor em atividade de aprendizagem, o desenvolvimento do pensamento teórico para a docência implica um processo de reflexão, análise e plano interior das ações (RIBEIRO, 2011). Conforme assinala Davidov (1988, p. 176, tradução nossa¹⁸), “[...] no decurso da formação da atividade de aprendizagem, [...] desenvolve-se uma importante neoeestrutura psicológica: as bases da consciência e do pensamento teórico e as capacidades psíquicas a elas ligadas (reflexão, análise, plano interior das ações)”.

Semenova (1996, p. 166) distingue cada um desses elementos estruturantes do pensamento teórico, ao propor que estudantes de matemática resolvam problemas. A reflexão, conforme a autora, “[...] consiste na tomada de consciência por parte dos sujeitos das razões de suas ações e de sua correspondência com as condições do problema”.

Em relação à formação de professores, Ribeiro (2011) alega que o professor, ao realizar uma reflexão, toma consciência das ações de ensino, ou seja, de acordo com Sforzi (2003, p. 99), o professor “[...] estabelece correspondência da composição operacional da ação com as condições de sua realização. Esse é, portanto, um elemento ausente na ação mecânica ou instintiva”.

Para a resolução de diferentes problemas, a análise “visa levantar o princípio ou modo universal” (SEMENOVA, 1996, p. 166), em que se permitem a identificação e a compreensão de elementos do modo geral de organização das ações de ensino, e revela-se, no entendimento de Sforzi (2003, p. 100), “na capacidade de generalizar, de encontrar o princípio geral, as condições essenciais, em meio às particularidades”. Em relação ao plano interior das ações, Semanova (1996, p. 166), destaca que é o “[...] que assegura a sua planificação e a sua efetivação mental”, e o estudante consegue internalizar mentalmente as ações necessárias para a resolução de problemas. Assim, para a formação de professores,

¹⁷ [...] existencia mediatizada, reflejada, esencial. El pensamiento teórico es el proceso de idealización de uno de los aspectos de la actividad objetual-práctica, la reproducción tiene lugar en la actividad laboral de las personas como peculiar experimento objetual-sensorial. Luego este experimento adquire cada vez más un carácter cognoscitivo, permitiendo a las personas pasar, con el tiempo, a los experimentos realizados mentalmente (DAVIDOV, 1988, p. 125).

¹⁸ [...] en el curso de la formación de la actividad de estudio, [...] se constituye y desarrolla una importante neoeestructura psicológica: las bases de la conciencia y el pensamiento teóricos y las capacidades psíquicas a ellos vinculados (reflexión, análisis, planificación) (DAVIDOV, 1988, p. 176).

Ribeiro (2011) enfatiza que é no plano interior das ações o momento onde ocorre a apropriação dos elementos, de um modo geral, no desenvolvimento das ações de ensino.

Com o intuito de evidenciar como cada elemento estruturante do pensamento teórico pode ser retratado nas atividades de ensino e de aprendizagem, Milani e Souza (2017) elaboraram um quadro objetivando contribuir com o professor para que perceba o movimento de aprendizagem do estudante na direção do desenvolvimento de seu pensamento teórico.

Quadro 1: Pensamento teórico Professor-Estudante

ELEMENTOS	PENSAMENTO TEÓRICO DO PROFESSOR	PENSAMENTO TEÓRICO DO ESTUDANTE
REFLEXÃO	Tomada de consciência sobre as ações de ensino.	Descoberta das razões de suas ações com relação às condições do problema.
ANÁLISE	Elementos do modo geral de organização das ações de ensino.	Modo geral de resolução: problema de aprendizagem em problemas concretos e práticos.
PLANIFICAÇÃO DAS AÇÕES	Apropriação de elementos do modo geral no desenvolvimento das ações de ensino.	Apropriação de elementos do modo geral no desenvolvimento das ações. Realiza generalizações.

Fonte: Milani e Souza (2017, p. 94)

Acreditamos que, para a realização da atividade pedagógica por meio da AOE, é essencial compreender o desenvolvimento do pensamento teórico do professor e do estudante, destacando a necessidade de sua imersão em situações que mobilizem ações mentais mais complexas, proporcionando a apropriação de conceitos teóricos e a produção de novos conhecimentos. Para Milani e Souza (2017, p. 93), é na prática social que

[...] emergem situações problemas que se apresentam ao homem e conduzem-no à produção de novos conhecimentos, mobilizando a atividade mental e seu processo de pensar. Nesta perspectiva, o que se defende à luz da Teoria Histórico-Cultural é que o professor possibilite aos estudantes meios de apropriação do conceito com o uso de análises, abstrações e generalizações teóricas. Esta maneira com que o professor organiza o ensino revela indícios do movimento de desenvolvimento do pensamento teórico.

Nesse sentido, ressaltamos novamente a necessidade de o professor dos anos iniciais se apropriar de significações, participando de espaços de aprendizagem (CEDRO, 2004) para a realização do seu trabalho: a atividade de ensino. Moretti (2007, p. 101) acrescenta que o professor se constitui professor, ao realizar a atividade de ensino, e enfatiza que “[...] se,

dentro da perspectiva histórico-cultural, o homem se constitui pelo trabalho, entendendo este como uma atividade humana adequada a um fim e orientada por objetivos, então o professor constitui-se professor pelo seu trabalho – a atividade de ensino.”

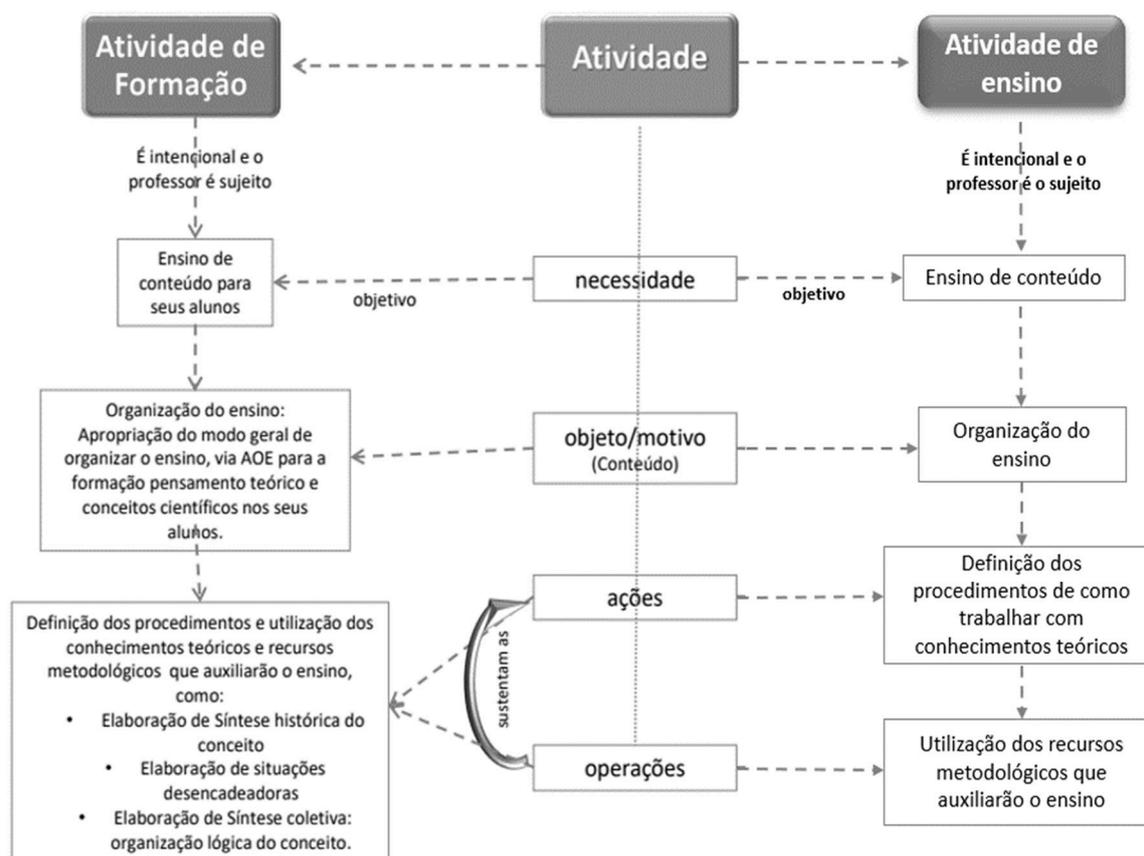
Para Marco e Moura (2016, p. 20), a AOE pode ser orientadora da formação docente quando se constitui em um instrumento teórico-metodológico, “[...] pois a organização e desenvolvimento da proposta elaborada possibilita a todos os envolvidos aprofundarem seus conhecimentos, sejam eles teóricos (professores e estudantes) ou metodológicos (pesquisador)”. A ancorados em Marco e Moura (2016), também consideramos a atividade de ensino como atividade de formação docente, pois ela possui os elementos estruturantes da atividade em Leontiev (1978, 1983) e também da atividade de ensino em Moura (2000). Marco e Moura (2016) especificam a intencionalidade da atividade de ensino como atividade de formação do professor, correlacionando cada um dos eixos estruturantes da atividade, com intuito de apropriação dos modos de organização do ensino via AOE.

Considerando a organização do ensino como uma atividade que permite a apropriação dos conhecimentos teóricos essenciais para o trabalho do professor, reiteramos a importância da AOE como orientadora da formação docente.

Sobre atividade de formação, Gladcheff (2015, p. 71) entende que esta “[...], por meio das ações que a conduz, deve considerar as necessidades individuais dos participantes que, ao serem compartilhadas, integram o processo formativo”. A autora ainda ressalta que a finalidade da atividade de formação é “[...] proporcionar ao professor, por meio da formação de seu pensamento teórico, a satisfação de suas necessidades relacionadas a sua prática educativa, como responsabilidade social, como formador da personalidade de seus alunos.” (p. 124).

Nessa mesma perspectiva, Marco e Moura (2016, p. 36) revelam a dinamicidade da atividade de formação e indicam atenção para a relação dialética do processo de formação docente, considerando o movimento de “[...] reflexão sobre conteúdos, estudo do conceito, elaboração de atividades de ensino e síntese histórica do conceito, com análise e síntese sobre o ocorrido, onde cada professor pode e deve adaptar a proposta para seu contexto institucional e social”. Esses autores, a partir da proposta elaborada por Moraes (2008), sintetizam suas compreensões sobre a atividade de formação, correlacionando-a com a atividade e a atividade de ensino, o que resulta na Figura 3:

Figura 3: Relação entre Atividade de Formação, Atividade e Atividade de Ensino



Fonte: Marco e Moura (2016, p. 26)

Ao lidar intencionalmente com o ensino, em que teoria e prática se constituem na unidade teórico-prática, o professor se forma num processo contínuo e desenvolve seu pensamento teórico, possibilitando a apropriação de novas significações de conceitos fundamentais para a realização do seu trabalho. Logo, podemos considerar a premissa de que atividade de formação é orientadora, pois se constitui na relação que os professores estabelecem com seus pares, durante o processo de formação, em momentos de reflexão, despertando neles a necessidade de avaliar suas ações continuamente, ou seja, os modos de organizarem o ensino para que os estudantes se desenvolvam (MARCO; MOURA, 2016).

Assim, a Atividade Orientadora de Formação (AOF) é caracterizada como

[...] uma atividade que tenha por finalidade a formação docente na qual este vivencia e analisa situações de ensino de sua prática, compartilha e valoriza a existência de diferentes conhecimentos com seus pares e elabora generalizações didático-pedagógicas acerca do ensino de matemática coletivamente. (MARCO; MOURA, 2016, p. 26)

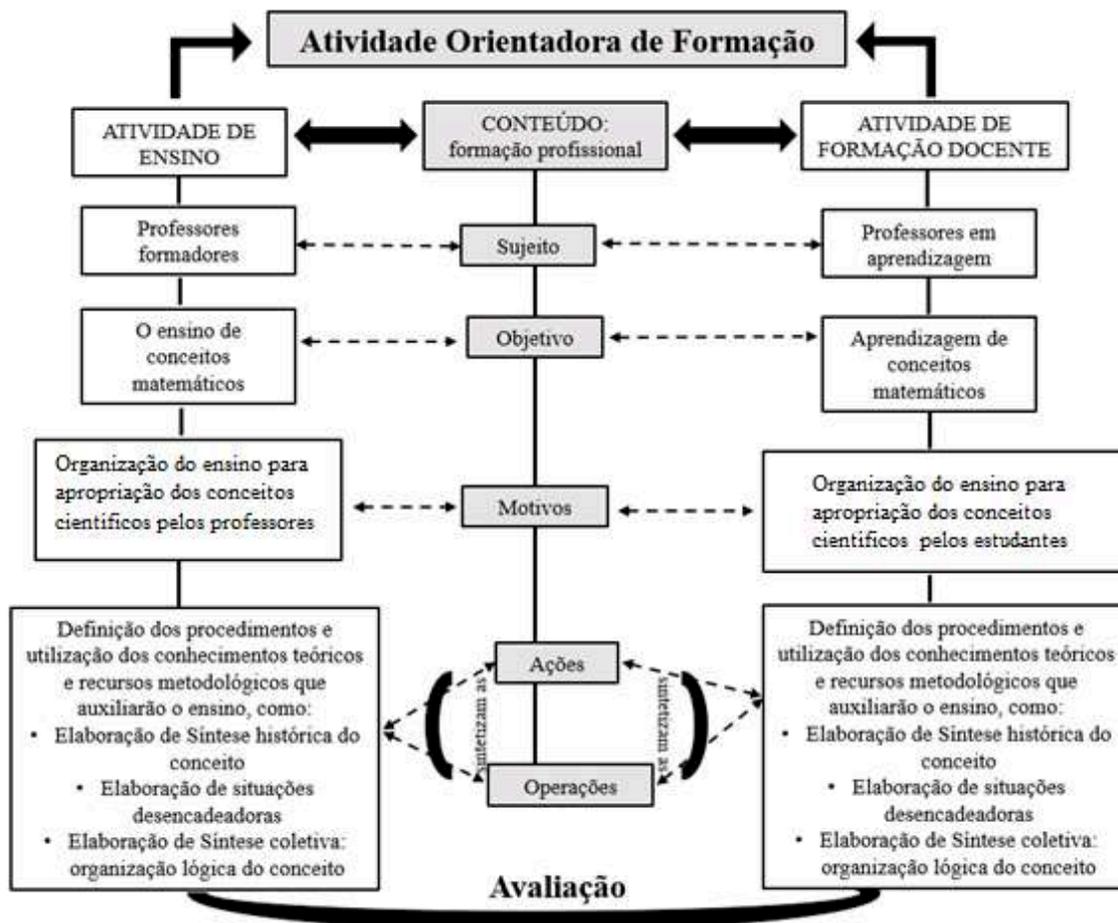
Os autores ainda destacam que

[...] uma atividade orientadora de formação (AOF) possui características semelhantes à atividade orientadora de ensino (AOE), ou seja, deve conter a síntese de um projeto formativo; deve ter uma necessidade coletiva: formação profissional; deve ser dos sujeitos; o ensino de conceitos matemáticos é o seu objetivo, onde coincidem motivo e objeto; deve compreender a aprendizagem matemática do professor como motivo; elaborar e propor atividade de ensino a seu estudante é uma ação, que resulta do processo de formação do professor. (MARCO; MOURA, 2016, p. 28, grifos dos autores)

Dentre as diferenças, os autores alertam que, na AOE, os sujeitos são o professor, que está em atividade de ensino, e o estudante, que está em atividade de aprendizagem. Na AOF a finalidade principal é a formação da atividade pedagógica dos sujeitos envolvidos no processo, em um espaço de aprendizagem também intencionalmente organizado. Além disso, na AOF, os sujeitos que estão em atividade de ensino e em atividade de aprendizagem são professores. Pozebon (2017, p. 258) contribui com a discussão, ao afirmar que os “[...] processos voltados à formação de professores podem ser constituídos de diferentes modos e em diferentes espaços, contudo só promovem a aprendizagem da docência quando intencionalmente organizados para isso”.

Diante das características expostas sobre os elementos estruturantes da AOF, baseados nas sínteses de Moraes (2008) e de Marco e Moura (2016), elaboramos um esquema com o intuito de sintetizar o movimento de constituição da AOF (Figura 4):

Figura 4: O movimento de constituição da AOF



Fonte: Atividade Orientadora de Formação elaborada pela autora a partir de Moraes (2008) e de Marco e Moura (2016)

Defendemos que AOF é a unidade teórico-metodológica que possibilita tanto aos professores formadores quanto aos professores participantes estarem em formação contínua nos espaços de aprendizagem, permitindo que possam significar conhecimentos matemáticos, ou seja, estar num movimento de apropriação de (novas) significações para a realização do seu trabalho, em que o sentido pessoal se exprima nas significações sociais, possibilitando a própria humanização e, conseqüentemente, a humanização dos estudantes. Nesse entendimento, Brito e Araújo (2019, p. 594) também se posicionam, ao dizerem que

[...] defender a formação docente em situação de trabalho significa considerá-la como um processo em desenvolvimento, marcado pelas relações pessoais e coletivas e pela intencionalidade pedagógica. Isto significa compreendê-la como um processo que articula e possibilita o desenvolvimento coletivo, do indivíduo (personalidade e consciência) e do currículo.

Desse modo, compreendemos que o produto do trabalho do professor se torna visível na humanização dos sujeitos envolvidos na atividade pedagógica, ou seja, nas ações que podem possibilitar a aprendizagem dos estudantes, ao se apropriarem dos conhecimentos sistematizados historicamente.

2.4 A apropriação de conceitos matemáticos por professores dos anos iniciais

Para discorrermos sobre a importância da apropriação dos conceitos matemáticos por professores dos anos iniciais, tomamos como subsídio, para elaborarmos nossa síntese, os seguintes autores: Leontiev (1978), Kopnin (1978), Davidov (1988), Moura, Sforini e Araújo (2011), Moura *et al.* (2010), Sousa, Panossian e Cedro (2014), Moretti e Souza (2015) e Santana e Mello (2017).

Diante das reflexões sobre o movimento do pensamento teórico do professor em formação, reconhecemos a AOF como base teórico-metodológica na atividade pedagógica, que pode possibilitar a apropriação do conhecimento historicamente acumulado pelo professor, visando às potencialidades máximas do sujeito no sentido da humanização. Assim, compreendemos que uma das ações do professor em atividade de ensino é eleger, estudar e organizar os conhecimentos para que possam ser apropriados pelos estudantes, de modo que as ações coletivas ou individuais dos estudantes, em atividade de aprendizagem, sejam providas de significado social e de sentido pessoal.

Moura, Sforini e Araújo (2011) defendem que, quando o homem realiza seu trabalho, produz conhecimento na relação com a natureza, ao transformá-la, e na relação com outros homens, potencializando ações para intervir, modificar e controlar os fenômenos circundantes. Quando esses conhecimentos se desprendem da atividade prática, permanecem materializados nos instrumentos físicos (objetos) e nos instrumentos simbólicos (linguagem), e esses instrumentos funcionam como mediadores entre o homem e a natureza. Esse fenômeno, em que os instrumentos carregam em si o produto da cultura, é denominado pelos autores de “objetivação”. Portanto, ao dominar e transformar a natureza em objetos sociais, novas necessidades foram sendo geradas, e

[...] os conhecimentos acerca da natureza foram se especializando, sendo posteriormente denominados artísticos, físicos, químicos, biológicos, matemáticos, humanos, geográficos, etc. É importante manter presente a ideia de que, tal como os primeiros conhecimentos, os conceitos dessas diferentes áreas do saber são objetivações da atividade física e mental do homem em busca do domínio dos fenômenos naturais e sociais. (MOURA; SFORINI; ARAÚJO, 2011, p. 41-42)

Compreendemos assim a matemática como objetivação humana, constituída historicamente, a partir das necessidades humanas, como um instrumento simbólico permeado de significados culturais, produto da atividade física e mental do ser humano. E, como instrumento, requer um modo de uso, sendo necessário um processo intencional de aprendizagem e apropriação. Daí a importância de a Matemática compor o currículo escolar. A partir dessas compreensões, ponderamos que

[...] a aquisição do instrumento consiste na apropriação das operações físicas ou mentais que nele estão incorporadas por meio de uma atividade prático-teórica. [...] nessa perspectiva, conhecer não se restringe a saber das propriedades dos objetos, descrevê-los, mas significa também incorporar o objeto de conhecimento como meio de operações físicas ou mentais. (MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2011, p. 42)

Reiteramos a importância de professores dos anos iniciais estarem em atividade de formação, para se apropriarem dos conhecimentos matemáticos e pedagógicos que envolvem esse conhecimento, decorrente do modo humano de resolução de situações para satisfação de suas necessidades. Moura *et al.* (2010, p. 103-104) reforçam a importância de o professor estar em atividade para se apropriar de

[...] conhecimentos teóricos que lhe permitam organizar ações que possibilitem ao estudante a apropriação de conhecimentos teóricos explicativos da realidade e o desenvolvimento do seu pensamento teórico, ou seja, ações que promovam a atividade de aprendizagem de seus estudantes. Além disso, é um profissional envolvido também com a sua atividade de aprendizagem, atividade essa que o auxilia a tomar consciência de seu próprio trabalho e a lidar melhor com as contradições e inconsistências do sistema educacional, na medida em que compreende tanto o papel da escola, dadas as condições sociais, políticas, econômicas, quanto o seu próprio papel na escola.

Acreditamos que, ao estar em atividade de formação para apropriação de conhecimento matemático produzido pelas gerações que o antecederam, o professor atribui ao trabalho que realiza sentidos que podem coincidir com o significado social, levando-o a continuar produzindo conhecimento.

Por conseguinte, entendemos que os números e as operações na matemática são instrumentos criados pela cultura, que possuem uma função simbólica e, ao serem dominados pelo professor ou pelo estudante, ampliam o processo das funções psíquicas superiores (SANTANA; MELLO, 2017), ou seja, ao dominarem o pensamento sobre um determinado modo de produção de um instrumento, ocorre o desenvolvimento psíquico dos

sujeitos envolvidos no processo de aprendizagem. Moura, Sforzi e Araújo (2011, p. 42) reforçam que

[...] as funções psicológicas superiores como atenção, percepção, memória, raciocínio, correspondem às interações materiais e humanas que o sujeito efetivamente estabelece com a cultura disponível socialmente, ou seja, a um determinado nível de desenvolvimento de instrumentos corresponde um nível de desenvolvimento psíquico.

Estes autores acrescentam que essa relação não é direta, pois o processo de objetivação-apropriação está ligado à estrutura social à qual o homem pertence. Em suma, podemos dizer que na relação entre aprendizagem e desenvolvimento, “[...] ao se apropriar de um objeto cultural, o homem apropria-se das operações motoras e intelectuais nele presentes, o que implica a formação ativa de novas aptidões, de funções psíquicas e motoras, correspondentes ao objeto apropriado” (MOURA; SFORZI; ARAÚJO, 2011, p. 42). Logo, é na ação do sujeito (o professor) em atividade sobre o instrumento (o conceito matemático) que se torna possível o processo de apropriação, e coadunando com Moura, Sforzi e Araújo (2011, p. 45), compreendemos que os conceitos também são instrumentos simbólicos, quando é possível “[...] pensar com eles, estabelecer relação entre seu significado social e o sentido pessoal que lhes atribuímos”.

Leontiev (1978) ressalta que o cálculo é uma ação mental e que para formá-la é preciso um processo de instrução, de tal forma que o sujeito, em atividade orientada, construa a sua ação mental acerca do objeto de conhecimento. O autor ainda acrescenta que para construir, por exemplo, a ação mental de adição no estudante é preciso, a princípio, exteriorizá-la e, após uma transformação progressiva, ela se interioriza. O autor ainda explica que

[...] a aquisição das ações mentais, que estão na base da apropriação pelo indivíduo da “herança” dos conhecimentos e conceitos elaborados pelo homem, supõe necessariamente que o sujeito passe das ações realizadas no exterior às ações situadas no plano verbal, depois a uma interiorização progressiva destas últimas. (LEONTIEV, 1978, p. 168)

Assim, entendemos que a educação escolar deve possibilitar a aquisição das ações mentais que estão nos conceitos elaborados pelo homem, e, para isso, é necessário que ocorra uma mudança no ensino. Concordamos com Santana e Mello (2017) quando alertam para a necessidade de superar um ensino de matemática pautado apenas em técnicas operatórias, em sistemas e fórmulas para um ensino de matemática que permita que o estudante compreenda o movimento de elaboração dos conceitos, que são produto da necessidade

humana de resolver alguma situação, em determinada época da história. E, em decorrência dessa compreensão, poder elaborar sínteses desse conhecimento, resultando em algoritmos e fórmulas. As autoras ainda ponderam que os

[...] métodos tradicionais de ensino, apresentados por meio de atividades muitas vezes denominadas “lúdicas”, centralizam-se nas técnicas operatórias, nos algoritmos e nas demonstrações das formas de resolução de problemas, baseadas nas soluções por meio de exercícios que estimulam a memorização e o fazer, em prejuízo da compreensão teórica dos conceitos, do estabelecimento de inter-relações entre eles e, conseqüentemente, das possibilidades de criação e aplicação autônoma de resoluções de problemas matemáticos. (SANTANA; MELLO, 2017, p. 282-283)

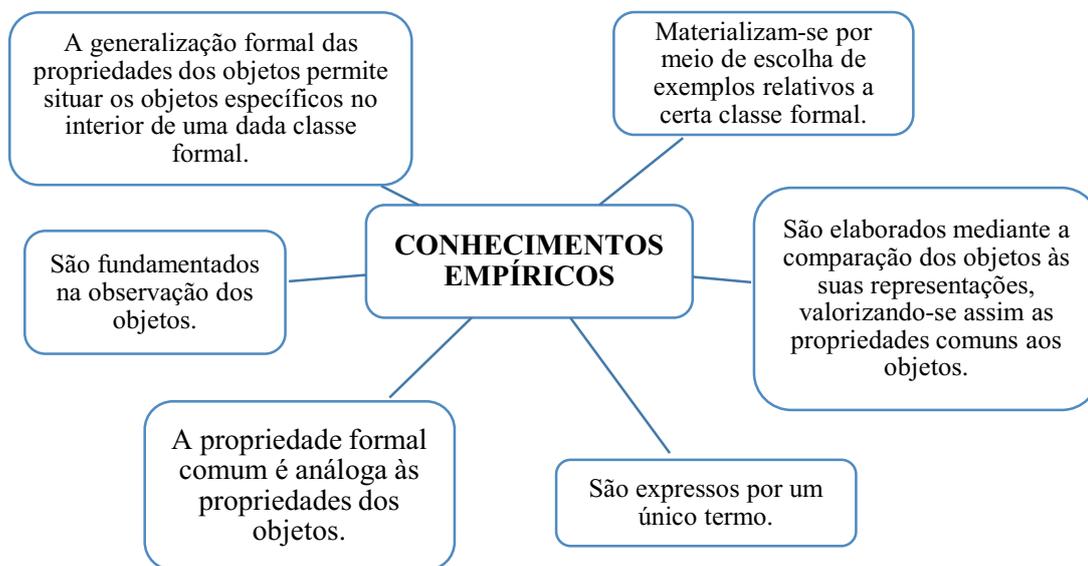
A partir dos estudos de Davidov (1988) e de Santana e Mello (2017) é possível percebermos que este é o tipo de ensino que predomina nas escolas da atualidade, pois limita-se apenas ao desenvolvimento do pensamento empírico, e não avança para o desenvolvimento do pensamento teórico.

Davidov (1988, p. 144) esclarece que o pensamento empírico

[...] tem um caráter classificador, catalisador e assegura a orientação da pessoa no sistema de conhecimentos já acumulados sobre as particularidades e traços externos de objetos e fenômenos isolados da natureza e da sociedade. Tal orientação é indispensável para fazeres cotidianos, durante o cumprimento de ações laborais rotineiras, porém é absolutamente insuficiente para assimilar o espírito autêntico da ciência contemporânea e os princípios de uma relação criativa, ativa e de profundo conteúdo face à realidade.

Entendemos que o desenvolvimento desse tipo de pensamento é importante, mas não é suficiente, se objetivamos uma mudança na educação escolar, pois o conhecimento empírico apresenta características que não permitem a apropriação da essência do conceito teórico, pois nem sempre os traços gerais desse tipo de conhecimento permitem o estabelecimento de uma relação entre seu significado social e o sentido pessoal que lhes atribuímos. Assim, destacando as características dos conhecimentos empíricos, tendo como referência a síntese realizada por Sousa, Panossian e Cedro (2014), elaboramos a Figura 5:

Figura 5: Características dos conhecimentos empíricos



Fonte: Elaboração da autora a partir de Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 64)

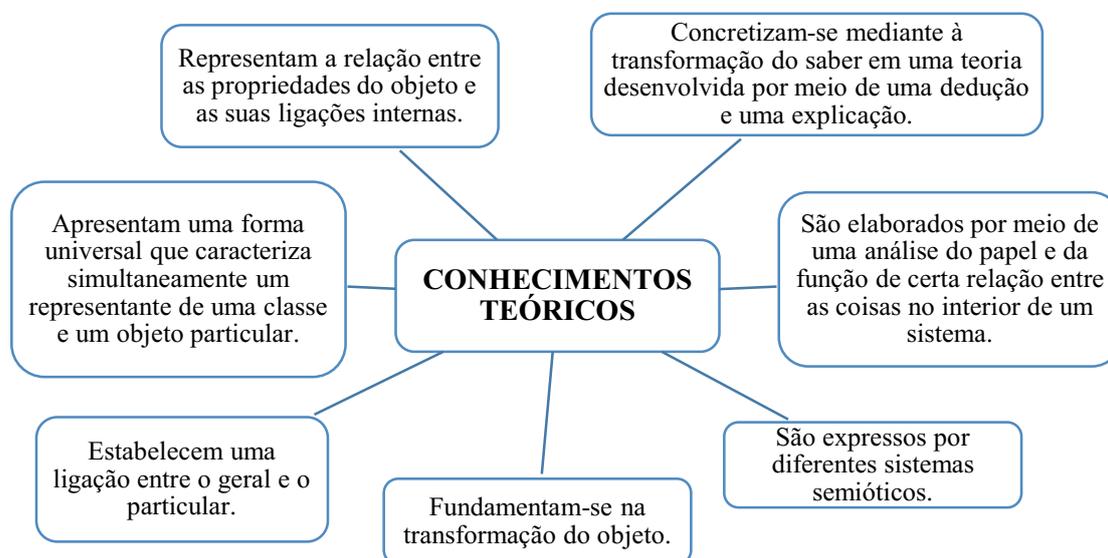
Diante dessa realidade, evidencia-se novamente a necessidade de continuidade de uma formação de professores para além da inicial: é preciso que as ações realizadas em um espaço de aprendizagem possibilitem aos professores estarem em atividade de formação, por meio da AOF, com o intuito de contribuir para apropriação de novas significações acerca dos conhecimentos matemáticos. Tal necessidade decorre do fato de que, muitas vezes, os conhecimentos dos professores dos anos iniciais em relação a essa área do saber são referentes àqueles provenientes da formação escolar anterior ou até mesmo dos conhecimentos pessoais que são apropriados em lugares sociais anteriores à carreira profissional, que podem ser os advindos da escola tradicional, tendo como base os conhecimentos empíricos. Davidov (1988, p. 116, tradução nossa¹⁹) garante que “[...] no processo de trabalho, o homem deve levar em consideração não apenas as propriedades externas dos objetos, mas também as conexões internas que permitem que eles mudem suas propriedades e os façam passar de um estado a outro”.

De tal modo, na perspectiva teórica que adotamos, a Teoria Histórico-Cultural, não há como o professor organizar o ensino para que o estudante se aproprie dos conhecimentos matemáticos apenas considerando o conhecimento empírico, ou seja, sem se apropriar do conhecimento teórico. Temos também como subsídio, para compreensão das características

¹⁹ [...] en el proceso de trabajo el hombre debe tomar en consideración no sólo las propiedades externas de los objetos, sino también las conexiones internas que permiten cambiar sus propiedades y harcelos pasar de un estado a otro (DAVIDOV, 1988, p. 116).

dos conhecimentos teóricos, as reflexões elencadas por Sousa, Panossian e Cedro (2014), conforme a Figura 6:

Figura 6: Características dos conhecimentos teóricos



Fonte: Elaboração da autora a partir de Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 79)

Sabemos que a apropriação dos conhecimentos teóricos relacionados à matemática dos anos iniciais é um desafio para a educação escolar, porém destacamos a importância de o professor compreender que esse é um caminho necessário a ser percorrido para compreensão, reflexão, apropriação, criação e, enfim, para organização do ensino, tendo como propósito o desenvolvimento psíquico dos estudantes. Moretti e Souza (2015, p. 47) apontam que “[...] o processo de apropriação conceitual exige mediação intencional e consciente do educador na direção de tornar explícito e consciente para as crianças o conceito envolvido no contexto da atividade desenvolvida”. Nessa perspectiva, Moura, Sforzi e Araújo (2011, p. 44) reforçam que

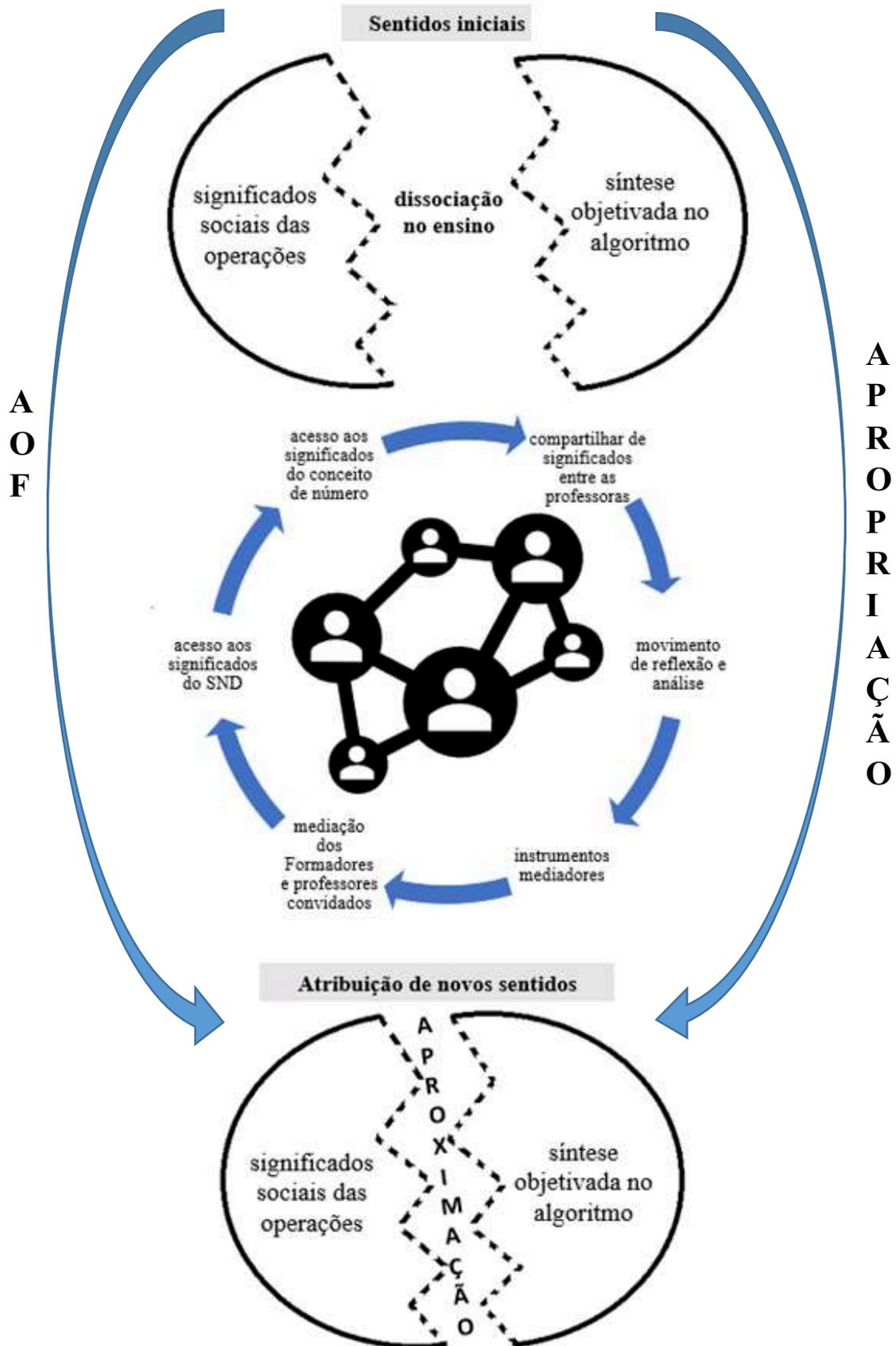
[...] a teoria histórico-cultural defende a tese de que o desenvolvimento da psique humana acontece por meio da apropriação pelo indivíduo, dos resultados do desenvolvimento histórico-social da humanidade e isto se realiza por meio de uma atividade (re)produtiva. Essa atividade é reprodutiva porque se faz a partir do legado de outras gerações, mas é também produtiva porque o sujeito pode produzir novos conhecimentos.

Assim, podemos dizer que, quando sabemos reproduzir mentalmente o conteúdo de um objeto, ou seja, quando nos apropriamos mentalmente dos produtos objetivados na atividade humana, significa que nos apropriamos de um conceito (DAVIDOV, 1988).

Em suma, para o professor se constituir humano por meio da atividade que realiza, precisa se apropriar da cultura produzida pelas gerações antecedentes, e acreditamos que a formação contínua é um dos caminhos para isso, pois ela pode possibilitar ao professor atribuir sentido pessoal que se exprima no significado social dos conceitos científicos.

No sentido de sintetizar o movimento de possibilidade de mudança de sentidos dos professores, elaboramos um esquema, expresso por meio da Figura 7:

Figura 7: Síntese do movimento de possibilidade de mudança dos sentidos dos professores



Fonte: Elaboração da autora

A partir dos estudos realizados, discutiremos, na seção 3, uma síntese de alguns aspectos culturais que podem nos ajudar a compreender o processo de apropriação de novas significações das operações fundamentais, que foi o objeto de conhecimento em movimento, no curso de extensão ministrado para os professores dos anos iniciais, fonte responsável pela produção de material empírico para nossa pesquisa.

3 - ALGUNS ASPECTOS HISTÓRICOS QUE NOS AJUDAM A COMPREENDER A ATIVIDADE HUMANA OBJETIVADA NAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

A intenção desta seção é compreender alguns aspectos históricos que exemplificam como o ser humano objetivou sua atividade nas operações fundamentais. Não é nossa intenção abarcar toda a historicidade da atividade humana objetivada nas operações fundamentais dentro dos limites desta pesquisa. Entendemos ser relevante destacar que esse processo se deu a partir das necessidades sociais, no movimento de formação desses conceitos. Para tanto, tomamos como referência os autores Dantzig (1970), Kopnin (1978), Leontiev (1978), Caraça (2000), Ifrah (2005), Moretti (2007), Moura, Sforini e Araújo (2011), Eves (2011), Moura *et al.* (1996), Moura (2012), Azerêdo (2013), Brasil (2014), Moretti e Souza (2015), Moura *et al.* (2015), Costa (2016), Moura, Sforini e Lopes (2017), Panossian, Souza e Moura (2017), Lopes *et al.* (2019) e Durgante (2019), para explicar nossa síntese em relação ao nosso objeto de conhecimento – as operações fundamentais.

Elencamos alguns traços da realidade objetivada nesses conceitos, fruto das soluções produzidas pela humanidade para atender às suas necessidades, na tentativa de compreender e explicar um movimento do pensamento em relação a tais conceitos. Essa escolha ocorre em função de entendermos que os conhecimentos matemáticos, como produto da atividade humana, tendo como premissa uma necessidade, foram fixados em forma de conceitos matemáticos. Neste sentido, Moura, Sforini e Lopes (2017, p. 89-90) defendem que esses conhecimentos

[...] foram sendo generalizados e se transformando em formas genéricas constitutivas do humano. Isso porque, quanto mais as diferentes comunidades foram se transformando de modo interdependente, menos local e imediato tornou-se o conhecimento necessário aos seus membros para poder participar dela. Ou seja, quanto mais a sociedade se globalizou, maior a necessidade de acesso a conhecimentos genéricos produzidos pelo conjunto de homens.

Mas, com a expansão da humanidade e do conhecimento produzido por ela, houve um distanciamento do acesso a tais conhecimentos pelos homens. De acordo com Marx (2013), a divisão social do trabalho distanciou o trabalhador do produto do seu trabalho e isso inaugurou uma contradição: a partir da realização da sua atividade, visando ao processo de humanização, o homem passou a lidar também com o processo de alienação.

Em se tratando da Matemática, é importante ressaltar que sua história não é abstrata e linear, com uma sucessão impecável de conceitos encadeados uns aos outros, mas a história da Matemática é

[...] a história das necessidades e preocupações de grupos sociais ao buscar recensear seus membros, seus bens, suas perdas, seus prisioneiros, ao procurar datar a fundação de suas cidades e de suas vitórias utilizando os meios disponíveis, às vezes empíricos, como o entalhe, às vezes estranhamente mitológicos, como no caso dos egípcios. (IFRAH, 2005, p. 10)

Nesse entendimento é que defendemos a necessidade de considerarmos o movimento lógico-histórico, ao ensinarmos um determinado conceito, compreendendo como a humanidade se apropriou da história do seu desenvolvimento, ou seja, como ocorreu o “[...] processo de objetivação na forma de instrumentos (materiais ou psíquicos) da experiência histórica da humanidade” (PANOSSIAN; SOUSA; MOURA, 2017, p. 127). Nos constructos teóricos de Kopnin (1978, p. 183-184), encontramos que

[...] por histórico subentende-se o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O histórico atua como objeto do pensamento, o reflexo do histórico, como conteúdo. O pensamento visa à reprodução do processo histórico real em toda a sua objetividade, complexidade e contrariedade. O lógico é o meio através do qual o pensamento realiza essa tarefa, mas é o reflexo do histórico em forma teórica, vale dizer, é a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações. O histórico é primário em relação ao lógico, a lógica reflete os principais períodos da história.

O histórico então revela os elementos essenciais para a apropriação do conhecimento de determinado objeto, e o lógico de certa forma se define quando organiza o histórico, ou seja, revela a apropriação desses elementos pelo pensamento humano. Kopnin (1978, p. 186, grifo do autor) ainda aponta que “[...] a unidade entre o lógico e o histórico é premissa metodológica indispensável na solução dos problemas da inter-relação do conhecimento e da estrutura do objeto e conhecimento da história e seu desenvolvimento”. Sabemos que, para revelar a essência do objeto, é necessário reproduzir o histórico real de seu desenvolvimento, mas isso é possível somente se conhecemos a essência do objeto (KOPNIN, 1978). Moretti (2007, p. 97) pondera que

[...] compreender a essência das necessidades que moveram a humanidade na busca de soluções que possibilitaram a construção social dos conceitos é parte do movimento de compreensão do próprio conceito. Assim, o aspecto histórico associa-se ao aspecto lógico no processo de conhecimento de um determinado objeto de estudo e é só nessa unidade dialética que o conhecimento desse objeto é possível.

Então, na busca de revelar a essência das operações fundamentais, elencamos alguns traços da realidade objetivada nesses conceitos, fruto das soluções produzidas pela humanidade para atender às suas necessidades, na tentativa de compreender e explicar um movimento do pensamento em relação a esses conceitos. É claro que é impossível abranger a totalidade histórica num texto, porém “[...] para se apropriar dos objetos ou dos fenômenos que são produto do desenvolvimento histórico, é necessário desenvolver em relação a eles uma atividade que os reproduza, pela sua forma, os traços essenciais da atividade encarnada, acumulada no objeto” (LEONTIEV, 1978, p. 268). Partindo dessa ideia, foi esse movimento que objetivamos proporcionar aos professores no espaço de aprendizagem, nas ações organizadas para que se apropriassem de alguns elementos essenciais para compreender o conceito de número, o sistema de numeração decimal e, enfim, as quatro operações fundamentais, sobre os quais discorreremos a seguir.

3.1 O conceito de número

Os conceitos matemáticos têm-se desenvolvido ao longo da história da humanidade sempre a partir de uma necessidade coletiva (MOURA, 2012). Ao compreendermos aspectos da história de um determinado conceito, estamos indiretamente compreendendo como o ser humano se desenvolveu em determinada época e, por isso, acreditamos que a apropriação da cultura Matemática é parte fundamental do processo de humanização do indivíduo. Moura (2012, p. 186) enfatiza a essencialidade de conhecer a história dos conceitos, destacando que isso é um elemento indispensável na formação do professor, pois a “[...] consciência sobre o modo de desenvolvimento da matemática nos processos de satisfação das necessidades humanas poderá propiciar o desenvolvimento de práticas educativas capazes de criar o motivo eficaz para a aprendizagem”.

Sabendo que uma das primeiras necessidades da humanidade foi a de controlar quantidades, e essa necessidade, na prática diária de contagens dos povos antigos, motivou a criação do número que conhecemos hoje, precisamos como professores apropriar-nos dos elementos essenciais para compreendê-lo, com o intuito de organizar o ensino que coloque o estudante nesse movimento. Para Lopes *et al.* (2019, p. 662),

[...] a apropriação do conceito de número por parte do aluno não se reduz à contagem mecânica e ao conhecimento dos signos numéricos e seus respectivos nomes. Significa, sim, apropriar-se de sua essência, expressa no controle de quantidades, que se desenvolveu por um longo caminho de

contar pedras, fazer marcas, contar nos dedos, calcular com ábaco, até chegar à síntese dos algoritmos e de instrumentos como a calculadora e o computador.

Contar, para Ifrah (2005, p. 44), é um atributo exclusivamente humano, pois “[...] contar os objetos de uma coleção é destinar a cada um deles um símbolo (uma palavra, um gesto ou um sinal gráfico, por exemplo) correspondente a um número tirado da ‘sequência natural de números inteiros’”. Em relação às condições psicológicas para a contagem e a concepção de número, Moretti e Souza (2015, p. 60), a partir de Ifrah (2005), apresentam três, a saber: “[...] atribuir lugar a cada objeto a ser contado; significar o número como se contivesse as unidades já calculadas; conceber a sucessão numérica”.

Assim, na história dos números, possivelmente os primeiros números inventados foram o um e o dois. Esses primeiros significados numéricos foram baseados nos sentidos que o homem atribuía a si mesmo e às associações ao seu redor. Sobre o um e o dois, Ifrah (2005, p. 17) diz que

[...] o Um é, com efeito o homem ativo, associado à obra da criação. É ele próprio no seio de um grupo social e sua própria solidão face à vida e à morte. [...] Quanto ao Dois, ele corresponde à evidente dualidade do feminino e do masculino, à simetria aparente do corpo humano. É também o símbolo da oposição, da complementaridade, da divisão, da rivalidade, do conflito ou do antagonismo.

Ampliar esse significado numérico ainda era um desafio para o homem. O ser humano já nasce com o senso numérico (IFRAH, 2005), e ele nos permite fazer ponderações sobre quantidades apenas pela observação, sem saber responder exatamente às perguntas: “Quantos são?”, “Quantos a mais?”, “Quantos a menos?”.

Lopes, Roos e Bathelt (2014, p. 6) dizem que o senso numérico é

[...] a capacidade que permite diferenciar, sem contar, pequenas quantidades de grandes quantidades, perceber onde há mais e onde há menos, quando há “tantos quantos” ou uma situação de igualdade entre dois grupos. O senso numérico é a capacidade natural que o ser humano e alguns animais possuem para apropriar-se de quantidades, ou seja, num golpe de vista consegue-se indicar quantidades pequenas, de um a cinco, mesmo que estas se refiram a objetos ou seres que podem estar em movimento, como animais ou aves em um pasto.

O interessante é que essa capacidade não permite identificar quantidades exatas e se limita a pequenas quantidades. Alguns autores como Dantzig (1970) e Ifrah (2005) dizem que o homem consegue identificar, em um golpe de vista, uma quantidade até 7; e, os

animais, até 5, embora de forma bastante rudimentar e limitada. Ifrah (2005, p. 20) afirma que “[...] distinguimos sem erro, no primeiro golpe de vista um, dois, três e até quatro elementos. Mas aí se detém nosso poder de identificação dos números. Porque além de quatro, tudo se confunde em nosso espírito, e nossa visão global não serve para mais nada”.

Dantzig (1970) cita exemplos de pássaros que conseguem identificar se são retirados dois ou mais ovos de seus ninhos, e apresenta o famoso relato do homem que queria matar um corvo (Figura 8):

Figura 8: O corvo sabe contar?



Fonte: Lopes, Roos e Bathelt (2014, p. 7).

Como o senso numérico não consegue responder às perguntas “quantos tem?”, “quanto a mais” ou “quanto a menos”, segundo Ifrah (2005), criou-se um novo procedimento aritmético, a correspondência um a um, ou seja, com a necessidade de conhecer a quantidade para controlá-la, o homem desenvolveu a estratégia de relacionar o objeto que queria contar com um outro objeto, sendo de mesma natureza ou não. A essa ação Ifrah (2005, p. 27, grifo do autor) chama de equiparação, correspondência biunívoca, bijeção, pois esse artifício “[...] não oferece apenas um meio de estabelecer uma comparação entre dois grupos: *ele permite também abarcar vários números sem contar nem mesmo nomear ou conhecer as quantidades envolvidas*”. A correspondência um a um é também um dos elementos essenciais para a compreensão do conceito de número.

Moura *et al.* (1996, p. 23) ressaltam que

[...] o trabalho com a correspondência um-a-um coloca a criança frente ao movimento das quantidades. São situações que criam a necessidade de controlar, movimentar, comparar e marcar quantidades, sem precisar utilizar o numeral. Desta forma ela opera com conceitos básicos na construção do número: através da contagem um-a-um lida principalmente com o aspecto cardinal do número, possibilitando a conquista da conservação de quantidades. E através da comparação de quantidades, desenvolve outro aspecto constitutivo do número: o aspecto ordinal.

Percebemos, com esse movimento de formação do conceito de número, que a necessidade é o que move o homem na busca de caminhos para resolver um problema. Caraça (2000, p. 7) diz que “[...] à medida que a vida social vai aumentando de intensidade, isto é, que se tornam mais desenvolvidas as relações dos homens uns com os outros, a contagem impõe-se como uma necessidade cada vez mais importante e mais urgente”.

Ifrah (2005, p. 29-30) ainda traz o exemplo de um pastor que guarda um rebanho de 55 carneiros todas as noites numa caverna, sem saber o que significa esse número, pois não sabe contar. Ele utiliza um procedimento pré-histórico chamado de “a prática do entalhe”. O autor descreve que o pastor:

[...] senta à entrada da caverna e faz entrar um por um os animais. Com um seixo, faz um entalhe num pedaço de osso cada vez que um carneiro passa a sua frente. Assim, sem conhecer a verdadeira significação matemática, ele fez exatamente cinquenta e cinco talhos com a passagem do último animal, e poderá em seguida verificar sem dificuldade se seu rebanho está completo ou não. Toda vez que voltar do pasto ele fará os carneiros seguirem um por um, colocando cada vez um dedo no talho. Se sobrar algum talho quando todos os animais tiverem passado, é porque algum se perdeu; senão, tudo vai bem. Se nascer algum filhote, bastará fazer um talho suplementar no seu pedaço de osso.

De acordo com Ifrah (2005), quando o pastor realiza essa equiparação de elementos termo a termo entre duas coleções, ele consegue ter o controle de variação de quantidades, sem saber contar. O que é interessante nesse procedimento é que nasce uma noção abstrata que suprime a natureza dos seres das coleções e exprime uma característica comum a essas duas coleções: a contagem permite a passagem da pluralidade concreta ao número abstrato. Além do aspecto cardinal, baseado no princípio da equiparação, a noção de número exige um outro aspecto complementar, que é o aspecto ordinal, que abarca simultaneamente o processo de agrupamento e o da sucessão. Ifrah (2005, p. 47, grifo do autor) afirma que

[...] a compreensão dos números exige então a sua “classificação em um sistema de unidades numéricas hierarquizadas que se encaixam consecutivamente umas nas outras”. Esta organização dos conceitos numéricos segundo uma ordem de sucessão invariável consiste na ideia que torna os números inteiros verdadeiras coleções de entidades abstratas,

obtidas sucessivamente, a partir de “1”, por acréscimo suplementar de uma unidade.

Esse processo de sucessão que gera a sequência numérica o autor define como sendo o princípio da recorrência. A Figura 9 mostra uma sequência do número diferente de “1”, que é gerada pelo acréscimo de uma unidade ao número que o precede.

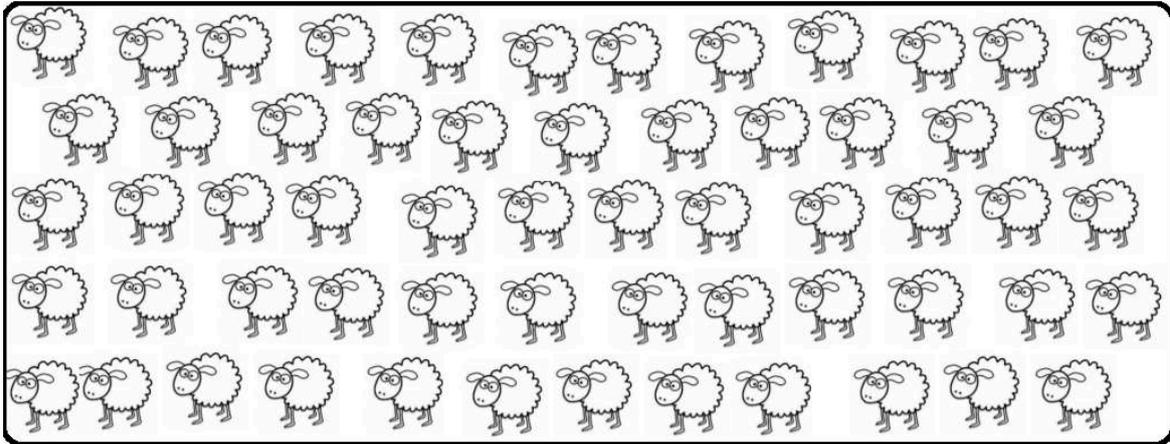
Figura 9: Exemplo do princípio da recorrência baseado em Ifrah (2005)

1		1
1+1		2
1+1+1		3
1+1+1+1		4
1+1+1+1+1		5

Fonte: Imagem adaptada. Disponível em: <https://rapidofazer.blogspot.com/2018/03/como-desenhar-uma-ovelha.html>. Acesso em: 24 jun. 2020.

Para realizar a equiparação em grupos com grandes quantidades, utilizando o menor número de símbolos, historicamente, a estratégia foi fazer agrupamentos de um para muitos, o que foi chamado de base. Com isso, os povos criaram seus sistemas numéricos com símbolos próprios e organizados em bases variadas (MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2011). Ao considerarmos certa quantidade de ovelhas, a exemplo da Figura 10, como contar a quantidade de ovelhas o mais rapidamente possível e representar essa contagem utilizando uma quantidade menor de signos-símbolos?

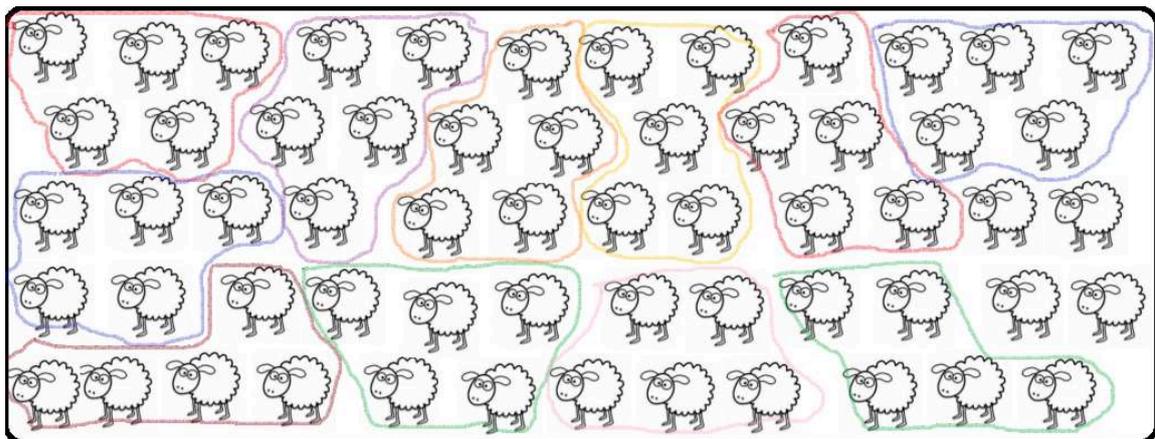
Figura 10: Imagens de ovelhas



Fonte: Imagem adaptada. Disponível em: <https://rapidofazer.blogspot.com/2018/03/como-desenhar-uma-ovelha.html> . Acesso em: 24 jun. 2020.

Uma possibilidade seria fazermos agrupamentos de 5 em 5 unidades (Figura 11):

Figura 11: Agrupamento de ovelhinhas de 5 em 5 unidades



Fonte: Imagem adaptada. Disponível em: <https://rapidofazer.blogspot.com/2018/03/como-desenhar-uma-ovelha.html> . Acesso em: 24 jun. 2020.

Podemos usar, por exemplo, para indicar a quantidade de ovelhas em grupos de unidades, os seguintes símbolos ☺♥☼☾△, sendo que cada símbolo representa uma quantidade (Figura 12).

Figura 12: Exemplo de símbolos

Fonte: Imagem adaptada. Disponível em: <https://rapidofazer.blogspot.com/2018/03/como-desenhar-uma-ovelha.html> . Acesso em: 24 jun. 2020.

Logo, dependendo das regras criadas, a Figura 13 pode ilustrar uma forma de representar a quantidade de ovelhas com um menor número de símbolos. Nessa solução a posição não importa.

Figura 13: Solução da contagem de ovelhas



Fonte: Elaboração da autora

Entretanto, para representar qualquer quantidade de ovelhas, essa forma não é interessante, pois será necessário repetir muitas vezes um mesmo símbolo. Esse fato originou o surgimento de uma nova necessidade para o ser humano e possibilitou a criação da ideia do valor posicional, ou seja, a depender da posição em que um símbolo é utilizado ele assumirá determinado valor. É importante ressaltar que os povos antigos, ao considerarem diferentes agrupamentos para propiciar a contagem e, conseqüentemente, o controle de variação de quantidades, precisaram pensar na questão posicional, pois se essa não existir, não há quantidades suficientes de símbolos para representar qualquer quantidade.

Assim, com essa nova ideia, foi necessário criar um símbolo para  ocupar a posição vazia, ou seja, um símbolo para representar o zero e, como temos agrupamentos de 5 em 5 no exemplo dado, não há necessidade de continuarmos com um símbolo para a quantidade cinco, bastando considerarmos, por exemplo, o símbolo  para representarmos a posição vazia, o zero (Figura 14):

Figura 14: Exemplo de símbolos para agrupamentos com 5 unidades considerando a posição

	
	
	
	
SÍMBOLO PARA O ZERO	

Fonte: Imagem adaptada. Disponível em: <https://rapidofazer.blogspot.com/2018/03/como-desenhar-uma-ovelha.html> . Acesso em: 24 jun. 2020.

Temos, então, a criação da ideia de base, a qual pode ser um agrupamento de 2 em 2 unidades, de 5 em 5 unidades, de 8 em 8 unidades ou qualquer outro tipo de agrupamento. Por *base*, entendemos *o número de unidades necessárias que, agrupadas, têm valor igual a uma unidade de ordem imediatamente superior*²⁰. *A base é igual ao número de símbolos diferentes que usamos no sistema numérico.*

Considerando a importância da ordem, para representar o número de ovelhas da Figura 14, na base 5, temos os signos .

Nos parágrafos seguintes, abordaremos apenas a base 10, por se tratar do nosso objeto de conhecimento, mas antes sintetizaremos os elementos essenciais para a compreensão do conceito de número: senso numérico, correspondência um a um, correspondência um para muitos (agrupamento), valor posicional, representação e base.

Coadunamos com Moretti e Souza (2015, p. 63) sobre essas noções, pois

[...] além do conceito de número não ser a soma dessas noções, uma vez que o conceito abstrato significa também a relação entre essas diferentes noções, também não é possível ensinar cada uma dessas noções separadamente e em ordem cronológica a ser cumprida rigorosamente. Todas essas noções se inter-relacionam. Daí que o conceito de número é bastante complexo e deve ser continuamente “cuidado” pelo professor ao longo das primeiras séries do Ensino Fundamental, evidentemente com níveis crescentes de aprofundamento.

²⁰ Síntese elaborada a partir das informações contidas no material elaborado por Prof.^a Dr.^a Anna Regina Lanner de Moura, Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura, Domicio Magalhães Maciel, Elaine S. Araujo, Erica da Silva Moreira Ferreira, Fabiana Fiorezi de Marco, Maria do Carmo de Sousa, Maria Elisa M. Bernardes, Micheline Kanaan, Sílvia C. A. Tavares, Wellington L. Cedro tendo como referências os textos de Luciano Castro Lima, Mário Takazaki e Roberto P. Moisés.

Essa pequena síntese sobre o conceito de número revela um pouco do movimento gerado pela necessidade de controle de variação de quantidade dos povos antigos. E, como professores, precisamos considerar o ensino que desenvolva o pensamento teórico dos estudantes com relação à essência de um determinado conceito. Caraça (2000, p. 4) nos alerta para o fato de que a ideia de número natural não surgiu separada da prática de contagem realizada pelos povos antigos, muito pelo contrário:

[...] a ideia de número natural não é um produto puro do pensamento, independentemente da experiência; os homens não adquiriram primeiro os números naturais para depois contarem; pelo contrário, os números naturais foram-se formando lentamente pela prática diária de contagens. A imagem do homem, criando uma maneira completa a ideia de número, para depois a aplicar à prática da contagem, é cômoda, mas falsa.

Nesta pesquisa temos como foco a compreensão, por parte de professores, das quatro operações fundamentais. Salientamos que os algoritmos das operações só foram possíveis a partir da criação do Sistema de Numeração Decimal. No entanto, é importante mencionarmos algumas descobertas do homem, que mudaram significativamente a maneira de representar e manipular os números e possibilitaram a prática de qualquer tipo de cálculo sem o uso de instrumentos sensoriais, tais como as mãos, as tábuas de contar, as pedras, os pedaços de madeira, dentre outros.

Ifrah (2005) descreve que a invenção da escrita e a invenção do zero e dos algarismos denominados “árabicos”, presentes na história da humanidade, no desenvolvimento da agricultura e da tecnologia, modificaram completamente a existência do ser humano. Para o autor, a escrita é uma nova linguagem, capaz de apreender e organizar o pensamento, ou seja,

[...] a escrita é muito mais que um simples instrumento. Ao tornar muda a palavra, ela não se limita a conservá-la, mas efetiva além disso o pensamento que, até então, permanece no estado de possibilidade. Por mais simples que sejam os traços desenhados pelo homem na pedra ou no papel, eles são mais que um meio, guardando e também ressuscitando a todo instante o seu pensamento. Além de ser uma forma de imobilização da linguagem, a escrita é, portanto, uma nova linguagem, evidentemente muda mas capaz de disciplinar o pensamento e de organizá-lo no ato de transcrição. A escrita não é apenas um processo destinado a fixar a fala, um meio de expressão permanente, mas também dá acesso diretamente ao mundo das ideias; é claro que ela reproduz a linguagem articulada, mas permite, além disso, a apreensão do pensamento, levando-o a atravessar o espaço e o tempo. (IFRAH, 2005, p. 130-131)

Nesse entendimento, o Sistema de Numeração Decimal (SND) reflete a síntese de um processo histórico de milhares de anos, e hoje nos parece muito simples representar qualquer número e operar sobre eles. Ifrah (2005) afirma que a superioridade desse sistema está ancorada em dois pilares: da reunião do princípio de posição e do significado do zero. No que se refere ao conceito fundamental do SND, Moura, Sforini e Araújo (2011, p. 46) sintetizam que

[...] relaciona-se ao entendimento do valor posicional, o que significa compreender que, por ter sua estrutura na base 10, a posição de cada algarismo define a potência pela qual será multiplicado, ou seja, a quantidade que um número representa depende da posição que ele ocupa. Compreender esse conceito significa desvencilhar-se de qualquer traço sensorial, visível na relação significante-significado, o que representa um salto qualitativo em termos de desenvolvimento do pensamento. Compreender que o valor de um determinado símbolo depende de sua posição, ou seja, que a qualidade de um símbolo é dada por seu valor posicional, é um salto qualitativo na relação da criança com a nossa cultura e em sua autonomia como sujeito nela inserido.

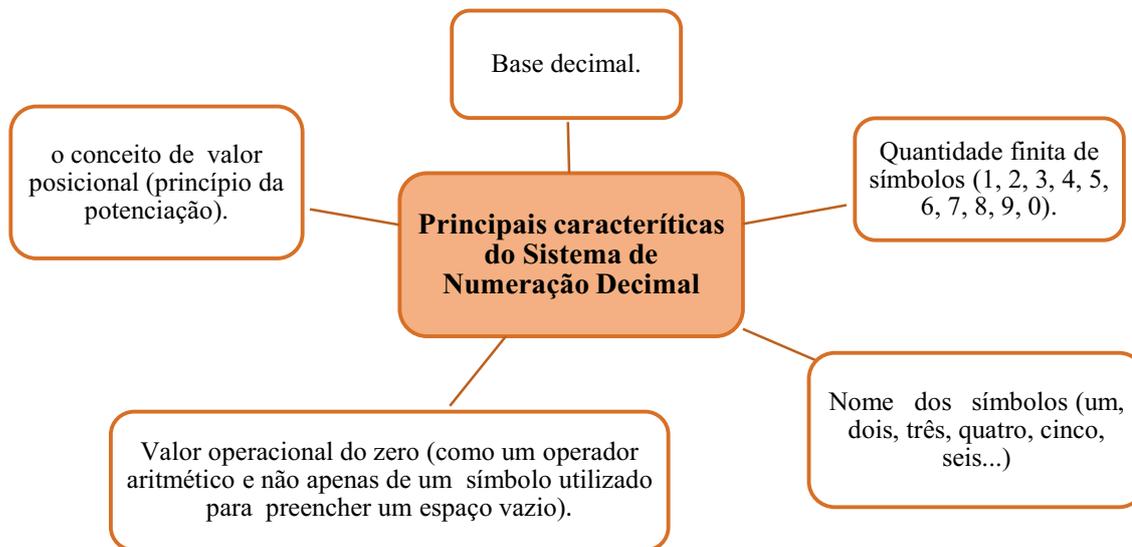
Diante desses apontamentos, entendemos que conseguimos realizar as operações aritméticas, na forma de algoritmos usuais que conhecemos na atualidade, em função desses pilares. Por isso, defendemos a importância de o professor organizar o ensino de maneira que os estudantes se apropriem de aspectos históricos, além do operatórios, ou seja, que percebam que o SND é uma síntese de um conhecimento matemático que contempla o movimento relacionado ao controle de variação de quantidades e às formas de registro e cálculos (MOURA; SFORINI; ARAÚJO, 2011).

Moura, Sforini e Araújo (2011, p. 49) ainda enfatizam que, ao reproduzir

[...] o movimento de (re)criação do conceito em suas subjetividades, realizamos o processo de internalização. Isto é, o valor posicional e a criação da base, como conhecimentos matemáticos, já estão objetivados no SND, entretanto, o processo de sua apropriação pelos estudantes demanda uma atividade de reprodução desse mesmo processo de objetivação em suas consciências e não apenas na sua utilização. Isto significa apropriar-se do conceito.

Assim, considerar as principais características do SND ao organizar o ensino é imprescindível, pois o estudante em atividade de aprendizagem, enfrentando situações que o impulsionem a resolver, pode desenvolver o pensamento teórico em relação ao SND. Em suma, a Figura 15 apresenta as principais características do Sistema de Numeração Decimal, também chamado por Moura, Sforini e Araújo (2011) de sistema de numeração indo-arábico:

Figura 15: Principais características do Sistema de Numeração Decimal

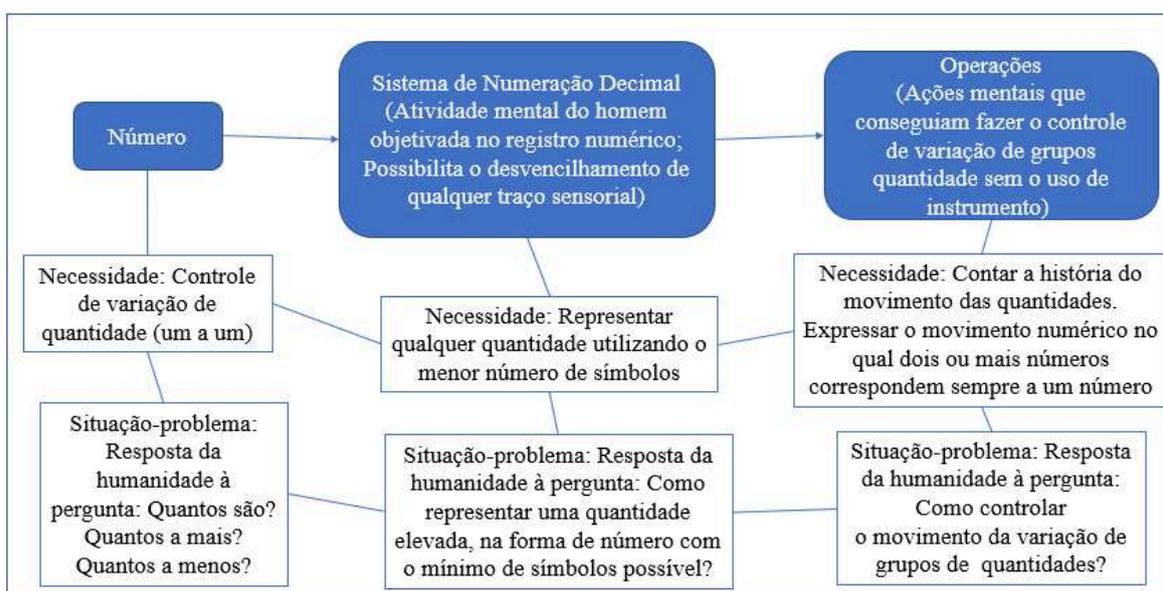


Fonte: Elaboração da autora, a partir de Moura, Sforzi e Araújo (2011)

Como aporte dessas breves considerações sobre os elementos essenciais para a compreensão do conceito de número e do Sistema de Numeração Decimal, elaboramos um esquema (

Figura 16), no qual elencamos a necessidade da criação do conceito de número, do SND e das operações fundamentais, a partir do surgimento de uma situação-problema. Primeiramente, houve a necessidade de controlar a quantidade (Número), depois a necessidade de representar essa quantidade, desvincilando-se de qualquer traço sensorial e com o menor número de símbolos (SND) e, por último, a necessidade de controlar a variação de grupos de quantidades (Operações Fundamentais).

Figura 16: A necessidade da criação do conceito de número, do SND e das operações fundamentais, a partir do surgimento de uma situação-problema



Fonte: Esquema elaborado pela autora, a partir de Moura, Sforni e Araújo (2011)

Assim sendo, exporemos nos subitens a seguir algumas reflexões a respeito das quatro operações fundamentais: a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão. Entendemos a matemática como instrumento simbólico permeado de significados culturais e, assim, reiteramos a importância de considerar o seu ensino nessa perspectiva. A temática que constituiu essa seção serviu como base para a organização do espaço de aprendizagem, que teve o intuito de colocar os professores dos anos iniciais em atividade de formação, para apropriação desses conceitos.

Ressaltamos que a separação da apresentação dessas reflexões se justifica apenas por finalidade didática, mas esses movimentos não se enquadram numa linha de tempo – muito

pelo contrário, eles se deram em tempos, épocas ou momentos ora simultaneamente, ora separadamente.

3.2 Adição

Ao visualizarmos a representação simbólica ($25 + 15 = 42$), expressa na Figura 17, podemos afirmar que ela traduz o que significa adicionar?

Figura 17: Representação simbólica de uma adição

$$\begin{array}{r} 27 \\ + 15 \\ \hline 42 \end{array}$$

Fonte: Elaboração da autora

A representação simbólica da Figura 17 não traduz o que significa adicionar e também não indica se o estudante que a resolveu compreendeu o que é adicionar. Essa representação simbólica é apenas a representação lógica do algoritmo que pode indicar a síntese do conhecimento em seu aspecto externo, ou seja, os algoritmos são os modos sintetizados para se realizar as operações. Entretanto, precisamos compreender a adição em sua essência, no percurso do seu desenvolvimento. Para Moura *et al.* (2015, p. 16), “[...] a adição significa um nível de abstração mais elevado que a contagem, tendo em vista que ela representa uma nova síntese”.

Ifrah (2005) nos traz exemplos dos modos como diferentes povos realizavam suas contagens e, conseqüentemente, criavam estratégias mentais e as representavam por meio de signos, encontrados em diversas formas de registro da época. E essas ações permitiram o desenvolvimento de habilidades aritméticas, utilizando-se muitas vezes, de alguns instrumentos sensoriais. Ifrah (2005, p. 116) afirma que “[...] a partir do momento em que o homem aprendeu a contar abstratamente segundo o princípio da base, ele se revelou suficientemente maleável para permitir todos os tipos de progresso”, ou seja, o método de fazer agrupamentos de pedras, pauzinhos, conchas, frutos duros etc., permitiu criar sistemas

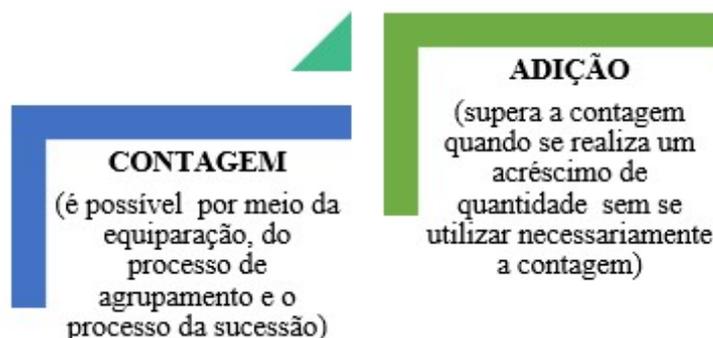
que se valessem do princípio da correspondência um a um e que não exigiam nenhuma memória nem conhecimento abstrato dos números. E foram as ações mentais realizadas a partir das ações com essas pedras, pauzinhos, conchas, frutos duros etc., que propiciaram a possibilidade de cálculos aritméticos. Moura, Sformi e Araújo (2011, p. 47) acrescentam que

[...] inicialmente, os objetos físicos estavam bastante vinculados aos objetos que se pretendia contar; aos poucos, eles foram se distanciando do referente material e passaram a ser símbolos abstratos que podem ser vinculados a qualquer objeto. Quando eles se tornaram abstratos, puderam ser movidos somente em termos ideais e não necessariamente materiais; [...] objetiva-se no registro numérico toda a atividade mental do homem na busca do controle de quantidades, de pequenas e grandes quantidades.

Assim sendo, como historicamente o homem foi movido pela necessidade de controlar a variação de quantidades, foi preciso criar estratégias para organizar itens para sua própria subsistência: saber o que se acrescentou, o que foi retirado e o que se manteve intacto e, para isso, certamente ações mentais precisaram ser desenvolvidas. E esse processo foi longo, acompanhando a própria evolução do homem (MOURA *et al.*, 2015). As operações surgem em decorrência da necessidade de controle de variação de quantidades agrupadas e expressam o movimento numérico no qual dois ou mais números correspondem sempre a um número. Para Caraça (2000, p.16), a adição é a operação mais simples, e dela todas as demais dependem, ou seja, “[...] a ideia adicionar ou somar está já incluída na própria noção de número natural – o que é a operação elementar de passagem de um número ao seguinte, senão a operação de somar uma unidade a um número?”.

Na Figura 18 apresentamos uma síntese de como a adição supera a contagem:

Figura 18: Esquema de síntese



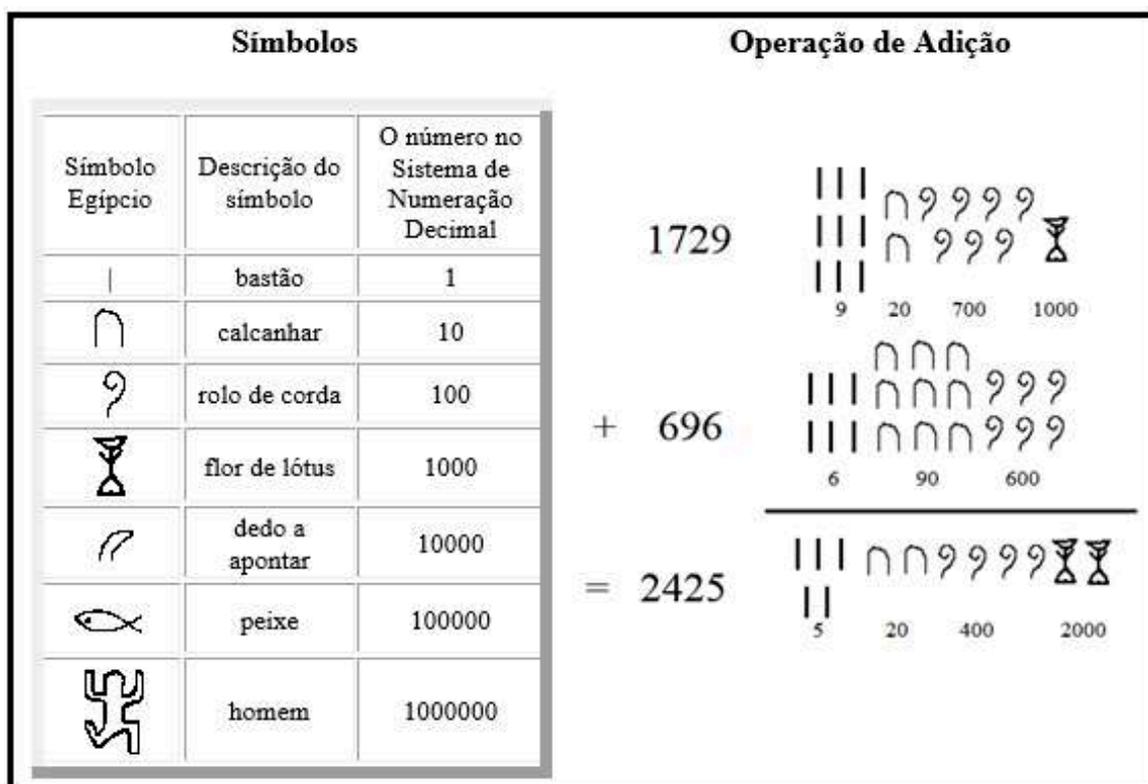
Fonte: Elaboração da autora

Nesse entendimento, destacamos que o importante aqui é considerarmos o movimento de elaboração, pela humanidade, desses conceitos, tendo em vista o

desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes. Por exemplo, como eram realizados os cálculos aritméticos pelos povos antigos? Eles utilizavam instrumentos sensoriais para realizarem esses cálculos? Eles sempre tiveram a mesma forma? A qual necessidade, em determinado tempo histórico, eles procuraram suprir? Questões como essas nos levam a refletir sobre o desenvolvimento dos cálculos aritméticos ao longo da história e hoje, o que acessamos é uma síntese que se expressa no algoritmo. Todo esse processo demorou milênios para se apresentar como tal, e é um movimento que ainda continua.

Os egípcios, por exemplo, realizavam adições conforme ilustra a Figura 19:

Figura 19: Adições realizadas pelos egípcios



Fonte: Imagem adaptada pela autora, a partir de Ifrah (2005, p. 167) e da imagem disponível em: <http://mathemaniacos.blogspot.com/2012/08/sistema-de-numeracao-egipcio.html>. Acesso em: 28 jan. 2021

Em relação aos instrumentos sensoriais para a realização dos cálculos, podemos citar as mãos do homem, consideradas como um importante acessório de contagem e de cálculo desde os primórdios (IFRAH, 2005). Outro instrumento sensorial importante utilizado até hoje é o ábaco, e pelos registros históricos a que se tem acesso ele surgiu a partir de estratégias que certas tribos criaram para contar seu exército de guerreiros, ao enfileirá-los:

iam se acrescentando guerreiros na primeira fileira e, ao completar um grupo de 10, acrescentava-se uma pedra na segunda fileira e assim por diante (IFRAH, 2005).

O ábaco vertical (Figura 20) é um material sensorial utilizado no ensino de Matemática, mais especificamente no trabalho com o SND, pois permite a exploração das ideias da base dez, de agrupamento e de valor posicional dos algarismos; e das operações, em especial a adição e a subtração de números naturais.

Figura 20: Ábaco Vertical



Fonte: Disponível em: <https://lista.mercadolivre.com.br/brinquedos-hobbies/abaco-vertical>. Acesso em: 28 jan. 2021.

No ábaco, cada haste equivale a uma posição do SND, sendo que a primeira haste, da direita para a esquerda, representa a unidade, e as imediatamente posteriores representam a dezena, a centena, a unidade de milhar e assim por diante, como ilustrado na Figura 20, um modelo do ábaco vertical utilizado nas escolas. Esse modelo se limita a cinco ordens e as peças são coloridas, fato que pode confundir o estudante quanto ao valor posicional, pois, na realidade, a posição independe da cor. Uma sugestão é colocar num mesmo ábaco vertical peças da mesma cor, para evitar este tipo de confusão por parte dos estudantes.

Existem, também, outros modelos de ábacos criados por diferentes povos. O ábaco romano (

Figura 21), chamado “calculadora de bolso”, funcionou antes da queda do Império Romano como um importante instrumento para efetuar operações aritméticas (IFRAH, 2005). A “calculadora de bolso” “[...] consistia numa pequena placa metálica com um certo número de ranhuras paralelas, ao longo das quais deslizavam botões móveis do mesmo

tamanho” (IFRAH, 2005, p. 121). Cada uma dessas ranhuras correspondia a uma ordem decimal, exceto as duas primeiras à direita, que representavam as frações.

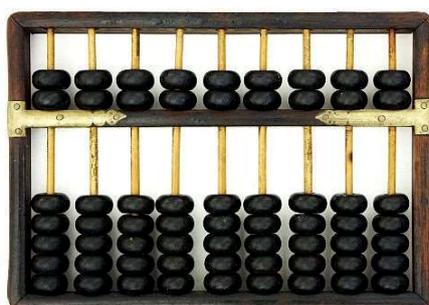
Figura 21: Ábaco Romano



Fonte: Disponível em: <http://pedagogiaematemtica7am.blogspot.com/2013/04/tipos-de-abaco.html> Acesso em: 28 jan. 2021

O *suan pan* chinês (Figura 22) é um instrumento de cálculo milenar, que tem a forma de um quadro retangular de madeira, com um certo número de hastes e cada uma dessas hastes contém sete bolas achatadas. O *suan pan* é utilizado até hoje na China popular e, para quem sabe utilizá-lo, é um auxiliar muito útil para o cálculo das operações aritméticas, pois cada uma das hastes corresponde a uma ordem decimal e cada haste situada à esquerda de uma outra vale 10 vezes mais que última (IFRAH, 2005).

Figura 22: Suan pan chinês



Fonte: Disponível em: <https://br.pinterest.com/pin/346636502539131948/> Acesso em: 28 jan. 2021

O *soroban* japonês (

Figura 23) – o ábaco japonês – é considerado também um contador mecânico, surgiu a partir do *suan pan* chinês, e ainda é utilizado nas escolas japonesas. É um instrumento de cálculo que tem como base o SND, e cada haste vertical representa uma unidade, dezena, centena e assim por diante. Cada haste contém duas partes: cada esfera superior vale cinco,

enquanto cada esfera inferior vale um. Para realizar a leitura, consideram-se as esferas que foram empurradas para o meio do ábaco.

Figura 23: Soroban



Fonte: Disponível em: https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-704615211-soroban-abaco-japons-calculadora-excelente-qualidade-_JM Acesso em: 28 jan. 2021.

Consideramos importante discorrermos brevemente sobre alguns ábacos que se tornaram instrumentos de efetuar cálculos em determinados povos, com o intuito de mostrar os diferentes movimentos de produção de conhecimento e criação de instrumentos, nos quais se objetivava uma atividade mental do ser humano para realizar as operações aritméticas (MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2011). De acordo com Moura, Araújo e Serrão (2019, p. 425),

[...] a criação do ábaco possibilitou expandir a capacidade humana na produção material e imaterial de sua existência. Nele estão cristalizados os principais elementos do sistema decimal de numeração, como o valor posicional, a base, a potência, que permitiram ao ser humano sofisticar as forças produtivas, ultrapassar as esferas da atividade comercial e criar campos de atuação humana nunca vistos antes na história. No âmbito da atividade de ensino, organizar ações com a intencionalidade de que tal instrumento seja apropriado permite também às novas gerações a formação e o desenvolvimento de capacidades especificamente humanas.

Entretanto, entendemos que o ábaco não é suficiente para a tomada de consciência, mas, ao objetivar essa síntese histórica, esse instrumento pode ser desencadeador no processo mediado dessa tomada de consciência sobre a estrutura do SND e do controle de variação de grupos de quantidades.

Diante do que foi exposto, ainda é possível perguntar: Quais são as ações mentais que envolvem a adição? Como o ábaco pode ser um instrumento sensorial utilizado no processo mediado da tomada de consciência sobre a operação de adição?

Moretti e Souza (2015), a adição envolve duas ações mentais: a ação de juntar, que ocorre quando dois ou mais conjuntos com contagens distintas são agrupados em um só, e a ação de acrescentar, efetuada quando em um conjunto são inseridos mais elementos. Tais ações mentais da adição podem ser ilustradas por meio das situações representadas no **Erro!**

Fonte de referência não encontrada.2:

Quadro 2: Exemplo das ações mentais da adição

ADIÇÃO		
Situações ²¹		Ação mental
Certo dia, ao brincar na fazenda de sua vovó, Lili resolveu contar os diferentes tipos de animais em seus ambientes: no chiqueiro havia 2 porcos, no curral 2 vacas, no galinheiro 6 galinhas e no canil 3 cachorros. Contou também 3 cavalos no pasto e 3 gatos ao redor da casa. Qual o total de animais que havia na fazenda da vovó de Lili?	O resultado é o mesmo nas duas situações-problemas mas a ação mental em	JUNTAR Nessa situação, a quantidade de cada subgrupo de animal, ao ser reunida pela ação de JUNTAR , compôs um todo, um grupo que contempla os subgrupos reunidos, sem ocorrer acréscimo de quantidade em algum subgrupo de animal.

²¹ No ANEXO C encontra-se um *print screen* do fascículo sobre os significados da adição, elaborado pela autora, a partir da organização do curso de extensão.

<p>Na fazenda da vovó de Lili havia 8 galinhas. Entretanto, a vovó Rosilda resolveu comprar de sua vizinha de fazenda mais 11 galinhas. Quantas galinhas há na fazenda da vovó de Lili após a nova aquisição de galinhas?</p>	<p>cada uma é diferente.</p>	<p style="text-align: center;">ACRESCENTAR</p> <p>A ação de ACRESCENTAR que Lili realizou está relacionada a outro significado da adição. Nesse caso, houve um acréscimo à situação inicialmente estabelecida, ou seja, houve uma mudança entre a situação inicial, em que já havia 8 galinhas na fazenda, para a situação final, quando essa quantidade aumentou para 19 galinhas.</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Elaboração da autora

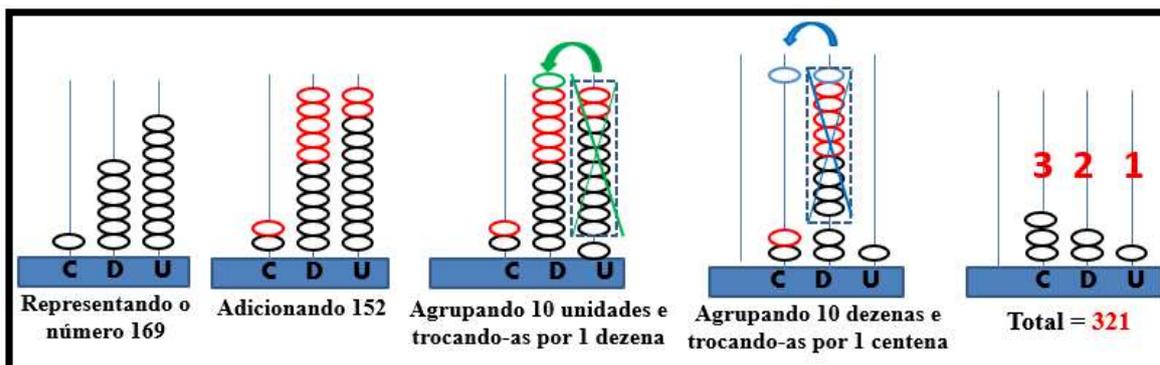
Salientamos que para resolver problemas diferentes pode ser preciso desenvolver ações mentais diferentes, que não estão presentes de forma espontânea na realização das operações e nem nos algoritmos, mas estão no modo como nós, professores, organizamos o ensino e apresentamos as situações para nossos estudantes.

Em relação a como utilizar o ábaco para operar uma adição, podemos citar o seguinte exemplo: Usando o ábaco, vamos fazer operação $169 + 152$ e expressar a ideia dos movimentos das quantidades da seguinte maneira:

- 1°. Representamos o número 169 no ábaco. (Para realizar a adição no ábaco pode-se iniciar com qualquer das ordens, porém para obter mais agilidade dos agrupamentos, sugerimos iniciar a partir da ordem das unidades simples, visto que a unidade é o referente para o início da contagem, pois é a partir delas que são gerados os demais números da sequência numérica).
- 2°. Adicionamos o número 152 no ábaco. (Idem comentário anterior).
- 3°. Como há mais de 9 unidades na ordem das unidades simples, é preciso realizarmos um agrupamento com 10 unidades simples, trocando-o por uma dezena. Em seguida, pelo mesmo motivo, é preciso agrupar 10 dezenas e trocá-las por 1 centena. Logo, como não há necessidade de realizar mais trocas, a soma é igual a 321.

O movimento da realização da adição ($169 + 152$) pode ser visualizado no ábaco por meio da Figura 24.

Figura 24: Adição no ábaco



Fonte: Elaboração da autora

Em suma, apropriar-se da operação da adição significa apropriar-se das ações mentais que envolvem essa operação, e isso pode ser mobilizado quando o estudante ou o professor em atividade de aprendizagem seja colocado em situações que contemplem o movimento lógico-histórico do conceito.

O ábaco, como exemplo de um material sensorial utilizado por muitos povos na realização das operações aritméticas, é apenas um instrumento que, sozinho, não desenvolve as ações mentais. Costa (2016, p. 157) afirma que “[...] o mais importante não são os materiais em si, mas as formas de utilizá-los para mediar o ensino, reconhecendo o papel das interações e do tempo necessário para que a criança consiga internalizar o conceito, apropriar-se dele e dar a ele um significado”.

Assim como discutimos sobre a adição, passaremos a pensar esse mesmo movimento para a subtração.

3.3 Subtração

Ao visualizarmos a representação simbólica expressa na Figura 25, podemos afirmar que ela traduz o que significa subtrair?

Figura 25: Representação simbólica de uma subtração

$$\begin{array}{r}
 \overset{6}{\cancel{7}} \overset{13}{3} \\
 - 58 \\
 \hline
 15
 \end{array}$$

Fonte: Elaboração da autora

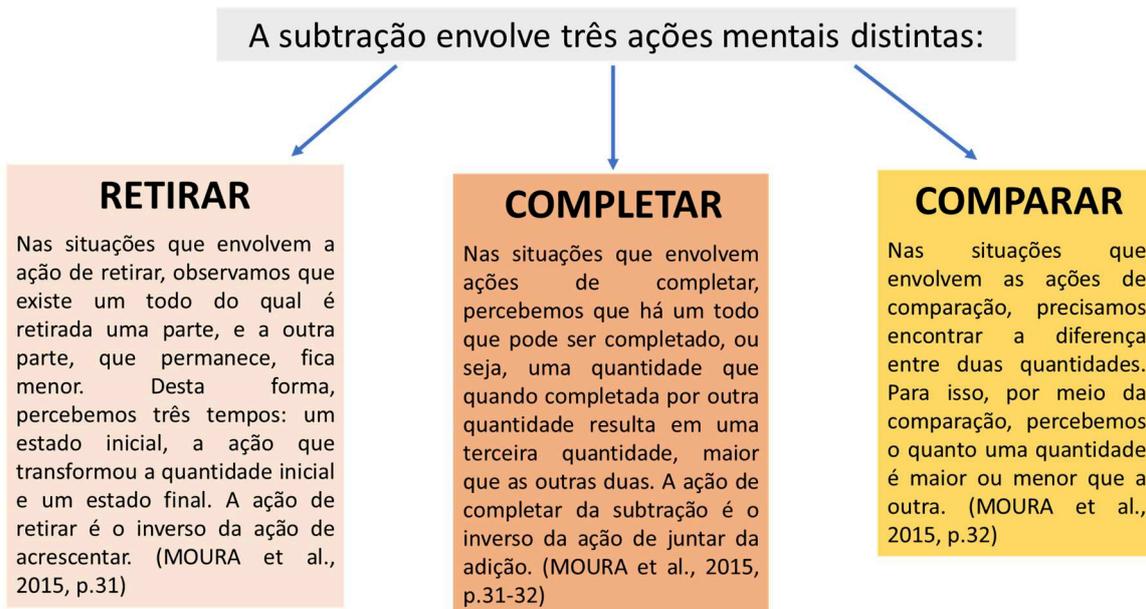
De modo semelhante ao que relatamos na representação simbólica explicitada sobre a operação adição (subseção 3.2), o formato retratado na Figura 25 não traz indicações da compreensão do estudante do que é subtrair, considerada no percurso do seu desenvolvimento lógico-histórico. Assim como a adição era utilizada com a função de controle para variação de quantidade, a subtração também exerce a mesma função, pois quando se conhece uma determinada quantidade, parte dela é retirada, sendo preciso quantificar o quanto restou, ou seja, esse movimento é o da necessidade determinada pelo decréscimo de quantidades (MOURA *et al.*, 2015). Para elucidar este aspecto, recorremos a dois exemplos de cunho social e prático do movimento numérico, apresentados por Ifrah (2005, p.116), cuja ação mental envolve a operação de subtração:

Em certas aldeias africanas, ainda há pouco tempo se recenseava deste modo as moças em idade de casar (ou os jovens aptos para as armas). Quando chegavam à idade exigida, entregavam um pequeno anel metálico à “casadeira” da aldeia que o enfiava numa correia junto a outros objetos parecidos. Um pouco antes da cerimônia, cada futura esposa retomava seu anel, e os anéis restantes permitiam avaliar facilmente o número de “moças para casar” no momento. Na Abissínia (atualmente Etiópia), os guerreiros faziam o mesmo quando partiam em expedição: no momento da partida cada soldado depositava uma pedra num monte, e na volta cada sobrevivente tirava uma pedra. Graças às pedras restantes, era possível saber o número exato de perdas em combate.

Assim sendo, quando observamos as necessidades sociais em que os povos precisavam criar estratégias que os levassem a operar com quantidades numéricas, verificamos que a subtração é uma das operações que estavam incluídas nesse processo histórico.

A operação de subtração envolve três ações mentais (MOURA *et al.*, 2015): retirar (inverso da ação de acrescentar), comparar (diferença entre duas quantidades) e completar (inverso da ação de juntar), conforme esquema representado pela Figura 26:

Figura 26: Ações mentais da subtração



Fonte: Esquema elaborado pela autora a partir de Moura *et al.* (2015)

Moretti e Souza (2015, p. 84) ponderam que essas ações “[...] se relacionam à ideia aditiva, pois pretendem responder a algumas questões, como ‘Quanto resta?’; ‘Quanto a mais/menos?’ e ‘Quanto falta?’”. Para melhor compreensão desses significados, recorreremos a um exemplo para cada uma das ações mentais da subtração, representadas no Quadro 3:

Quadro 3: Exemplo das ações mentais da subtração

SUBTRAÇÃO	
Problema	Ação mental
<p>Na fazenda da vovó de Lili havia 25 animais, porém 4 deles foram vendidos. De que maneira podemos descobrir quantos animais restaram na fazenda?</p>	<p style="text-align: center;">RETIRAR</p> <p>A solução do problema requer a ação mental de retirar, e essa ideia “[...] é a mais comum, vinculando-se com a variação de quantidade em um mesmo conjunto do qual se retiram elementos”. (MORETTI; SOUZA, 2015, p. 84)</p>

<p>Na fazenda da vovó de Lili há 8 galinhas e 2 vacas. Ela quer ter a mesma quantidade de vacas e galinhas, mas só vai comprar vacas. De que maneira podemos descobrir quantas vacas a vovó de Lili terá que comprar para ter a mesma quantidade de galinhas?</p> <p>Quanto falta de vacas para a vovó de Lili ter a mesma quantidade que ela tem de galinhas?</p>	<p style="text-align: center;">COMPLETAR</p> <p>A solução do problema requer a ação mental de completar, e esta</p> <p>[...] envolve dois conjuntos. Em geral, situações de completar apresentam perguntas como “Quanto falta para?” A diferença em relação ao comparar é que, para completar, é preciso comparar e contar a quantidade de elementos a menos que o conjunto menor possui ou acrescentar elementos ao conjunto menor até que ele fique com a mesma quantidade que o conjunto maior. (MORETTI; SOUZA, 2015, p. 85)</p>
<p>Na fazenda da vovó de Lili há 8 galinhas e 2 vacas. De que maneira podemos descobrir quantas galinhas há a mais que a quantidade de vacas? Ou, qual é a diferença entre as duas quantidades de animais?</p>	<p style="text-align: center;">COMPARAR</p> <p>A solução do problema requer a ideia de comparar, e esta</p> <p>[...] envolve duas contagens. Em geral, quando começam a se deparar com situações envolvendo a comparação, as crianças costumam recorrer à correspondência biunívoca por meio de desenhos como estratégia pessoal de solução. Problemas envolvendo situações de comparação apresentam questões como “Quem tem mais?”; “Quantos a mais?”; e “Quantos a menos?” (MORETTI; SOUZA, 2015, p. 85)</p>

Fonte: Elaboração da autora

Moura *et al.* (2015) nos chamam atenção para a necessidade de compreendermos primeiramente as operações simples de subtração, envolvendo números menores, sem necessidade de realizar desagrupamentos e reagrupamentos, com o intuito de percebermos os movimentos dos números, e só posteriormente poderemos aumentar o grau de dificuldades. Os autores ainda complementam que,

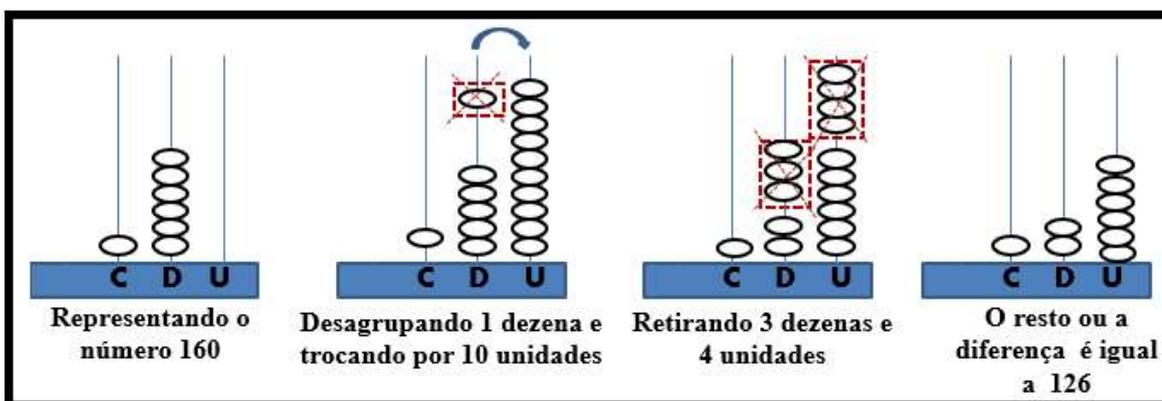
[...] após perceber que o aluno compreendeu este movimento, o professor pode planejar situações onde exista a necessidade do recurso, isto é, desfazer os agrupamentos para conseguir realizar a operação. Esse movimento também é conhecido como “pedir emprestado”, e consiste em decompor uma dezena em dez unidades, e somá-las com as unidades já existentes no primeiro valor... e assim por diante. (MOURA *et al.*, 2015, p. 32-33)

Utilizando o ábaco como instrumento sensorial, podemos perceber esse movimento da subtração por meio do exemplo $160 - 34$:

- 1°. Representamos o número 160 no ábaco. (Para realizar a subtração no ábaco pode-se iniciar com qualquer das ordens, porém para obter mais agilidade dos desagrupamentos, sugerimos iniciar a partir da ordem das unidades simples, visto que a unidade é o referente para o início da contagem, pois é a partir dela que são gerados os demais números da sequência numérica).
- 2°. Para retirarmos 4 unidades na ordem das unidades simples, desagrupamos 1 dezena e trocamos por 10 unidades. Logo, retiramos 4 unidades e restaram 6 unidades simples.
- 3°. Sobraram 5 dezenas na ordem das dezenas. Ao retirarmos 3 dezenas, restaram 2 dezenas na ordem das dezenas.
- 4°. O resto da subtração $160 - 34$ foi igual a 126.

O movimento da realização da subtração ($160 - 34$) pode ser visualizado no ábaco por meio Figura 27.

Figura 27: A subtração no ábaco



Fonte: Elaboração da autora

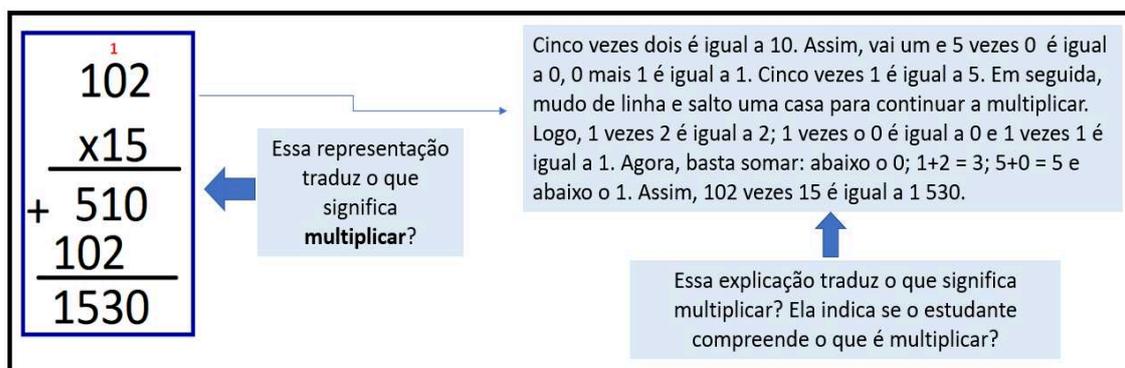
Acreditamos que não organizar o ensino contemplando situações que envolvem as diferentes ações mentais da subtração pode ser um dos motivos para a dificuldade dos estudantes, principalmente em resolver situações que envolvem a subtração. Muitos professores também não compreendem esse movimento e, por isso, ao organizarem o ensino envolvendo a subtração, reproduzem mecanicamente os modos de realizar o algoritmo e utilizam frases do tipo “pegar emprestado”. Por isso, reiteramos a importância de os professores dos anos iniciais atribuírem sentido pessoal que se exprima no significado social da operação de subtração, e esse movimento perpassa pela apropriação das ações mentais que envolvem essa operação.

A seguir, na subseção 3.4, apresentaremos elementos para a compreensão das ações mentais envolvidas na multiplicação.

3.4 Multiplicação

Ao visualizarmos a representação simbólica, expressa na Figura 28, podemos afirmar que ela traduz o que significa multiplicar? A explicação apresentada indica se o estudante ou o professor compreende o que é multiplicar?

Figura 28: Representação simbólica da realização do algoritmo da multiplicação



Fonte: Elaboração da autora

A pesquisa realizada por Durgante (2019) revelou que professores em formação contínua conheciam o algoritmo da multiplicação, mas não as ações mentais dessa operação. A investigação de Azerêdo (2013), tendo como sujeitos professores em formação contínua, também revelou a predominância do ensino da multiplicação centrado apenas na ação mental de “adição de parcelas iguais”, limitada ao uso apenas de material concreto. A pesquisa da autora constatou também dificuldades dos estudantes em todas as ações mentais da multiplicação.

Acreditamos que a representação simbólica da Figura 28 é apenas a representação do algoritmo que pode indicar a síntese do conhecimento em seu aspecto externo, e a explicação descreve um passo a passo de uma ação de cálculo de forma mecânica, o que não nos possibilita afirmar que temos indícios de que o estudante compreenda ou não o que significa multiplicar. Alertamos para a necessidade de considerarmos a multiplicação em sua essência e, para que isso ocorra, o professor tem uma contribuição fundamental nesse processo, pois, de acordo com Lopes *et al.* (2019, p. 659),

[...] o professor desempenha uma função essencial, ao organizar ações que, convertidas em atividades, possam provocar no estudante a necessidade de se apropriar dos conhecimentos produzidos historicamente. Tais conhecimentos que hoje são estudados e debatidos em sala de aula podem ser considerados sínteses de um processo que foi se constituindo ao longo dos anos. Por isso não podemos esquecer que eles possuem uma história e uma necessidade oriunda de seu surgimento.

Nesse aspecto, ao sentir a necessidade de controlar a variação de grandes quantidades, o ser humano desenvolveu a multiplicação, que supera a adição e possibilita de forma rápida os cálculos numéricos, agilizando a contagem. Para Moura *et al.* (2015, p. 16), “[...] este movimento se originou da necessidade humana de contar quantidades muito elevadas, pois quando não conseguia contar apenas por pequenos agrupamentos, passou a agrupar quantidades maiores e somar consecutivamente”. A

Figura 29 traz uma síntese de como a multiplicação supera a adição, e consequentemente, a contagem:

Figura 29: Esquema de síntese da multiplicação



Fonte: Elaboração da autora

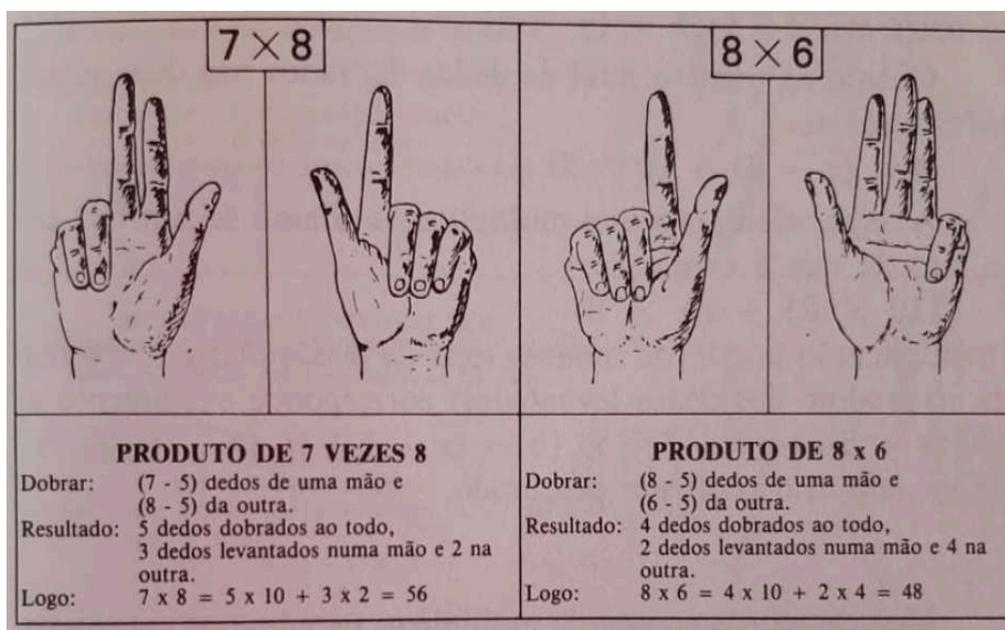
Diante desta síntese da multiplicação (Figura 29), podemos refletir sobre a questão: “Como desenvolver o pensamento teórico da multiplicação para além da adição de parcelas iguais, com o intuito de que os estudantes sintam a necessidade de fazer a multiplicação?”. Questão essa desafiadora, porém nos move a buscar e melhor compreender o movimento de formação desse conceito. Assim, outras perguntas se colocam com esse mesmo intuito: “Como o homem criou essa operação?”, “Quais estratégias e quais instrumentos sensoriais ele utilizou para desenvolver habilidades de calcular uma multiplicação?”. Certamente, alguns elementos históricos nos auxiliam nessa temática, porém escolhemos alguns trechos para exemplificar que o movimento lógico-histórico da multiplicação não se deu de um dia para o outro: tem-se desenvolvido desde os primórdios e levou milênios para chegarmos às sínteses a que temos acesso hoje em dia.

Um dos instrumentos sensoriais que contribuíram para a criação dessa operação é a mão do ser humano, pois, de acordo com Ifrah (2005, p.79), “[...] a mão do homem constitui seguramente a mais espantosa concentração natural de recursos a esse respeito. E o ser humano soube tirar dela o máximo proveito, a partir do momento em que foi capaz de contar de modo abstrato e de assimilar o princípio da base”.

A Figura 30 e os próximos parágrafos nos orientam sobre como os povos antigos faziam para obter os fatos básicos da multiplicação, já que “[...] este procedimento concreto, que os antigos descobriram sem dúvida de modo empírico, é infalível: *ele permite que se*

efetuem rapidamente multiplicações de todos os números compreendidos entre 5 e 10” (IFRAH, 2005, p. 95, grifo do autor).

Figura 30: Multiplicação com os dedos da mão



Fonte: Ifrah (2005, p. 95)

Para multiplicar 7×8 , o homem dobrava na primeira mão os dedos correspondentes às unidades suplementares de 7 em relação a 5 (isto é: $7 - 5 = 2$ dedos) e na outra mão, os dedos equivalentes às unidades suplementares de 8 em relação a 5 (ou seja: $8 - 5 = 3$ dedos). O resultado era obtido multiplicando por 10 o número total de dedos dobrados nas duas mãos – o que dava $(2 + 3) \times 10 = 50$ – e acrescentando esse resultado parcial ao produto dos dedos levantados de uma mão pelos dedos levantados da outra, isto é, $3 \times 2 = 6$. Logo, $7 \times 8 = (2 + 3) \times 10 + (3 \times 2) = 56$. (IFRAH, 2005).

Para multiplicar 8×6 , o homem dobrava na primeira mão os dedos correspondentes às unidades suplementares de 8 em relação a 5 (isto é: $8 - 5 = 3$ dedos) e na outra, os dedos equivalentes às unidades suplementares de 6 em relação a 5 (ou seja: $6 - 5 = 1$ dedo). O resultado era obtido multiplicando por 10 o número total de dedos dobrados nas duas mãos – o que dava $(3 + 1) \times 10 = 40$ – e acrescentando esse resultado parcial ao produto dos dedos levantados de uma mão pelos dedos levantados da outra (isto é: $2 \times 4 = 8$). Logo, $8 \times 6 = (3 + 1) \times 10 + (2 \times 4) = 48$. (IFRAH, 2005).

Para os povos antigos pensarem em uma multiplicação envolvendo números maiores, entre as diferentes estratégias elaboradas ao longo da história da humanidade para esse fim,

compartilhamos aqui como os hindus foram desenvolvendo algumas formas de multiplicar, quando a memória já não conseguia registrar números tão grandes em seus movimentos numéricos e, com isso, se tornou necessário criar estratégias para representar esse movimento por meio de signos. Moura *et al.* (2015, p.16) alegam que “[...] este movimento se originou da necessidade humana de contar quantidades muito elevadas, pois quando não conseguia contar apenas por pequenos agrupamentos, passou a agrupar quantidades maiores e somar consecutivamente”.

Movidos pela necessidade de operar com números grandes, os hindus

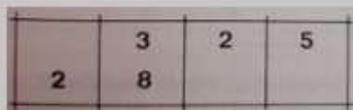
[...] mesmo antes de inventar o antecessor de nosso cálculo atual, os sábios hindus conseguiram arranjar-se durante muito tempo como os meios de que dispunham. E como para todos os calculadores do mundo antigo, as insuficiências de sua numeração escrita inicial os levaram, num primeiro momento, a recorrer a instrumentos aritméticos como o ábaco ou a “tábua de contar”. Para estes, o que parece predominar é o uso de uma espécie de ábaco de colunas, traçado sobre areia fina, sendo a primeira coluna da direita associada às unidades simples, a seguinte às dezenas, a terceira às centenas, e assim por diante. (IFRAH, 2005, p. 278)

Ifrah (2005) apresenta um problema em que desenvolve uma estratégia para efetuar a multiplicação com números maiores (Figura 31), e os procedimentos de sua solução foram organizados na Quadro 4.

Figura 31: Multiplicação dos hindus

Eis um operário com o salário de trezentos e vinte e cinco rupias por dia e que quer saber a soma do que lhe é devido ao fim de 28 dias de trabalho. Como ele mesmo não sabe efetuar esta multiplicação, consulta um calculador profissional. Este traça na areia cinco linhas paralelas, delimitando desde modo quatro colunas, no interior das quais dispõe os números 325 e 28 da seguinte maneira:

Figura 34: Disposição dos números para o cálculo



Fonte: Imagem digitalizada. (IFRAH, 2005, p.279)

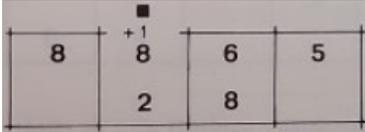
Fonte: Ifrah (2005, p. 279)

Quadro 4: Passo a passo da multiplicação

<p>1º) Ele colocou o número mais elevado do multiplicando na mesma coluna que o número mais baixo do multiplicador. A seguir, multiplica o 3 de cima pelo 2 de baixo. Como o resultado é igual a 6, coloca este número à esquerda do 3 de cima:</p> <p style="text-align: center;">Figura A</p>	<p>2º) Em seguida, multiplica o 3 de cima pelo 8 de baixo. E como dá 24, apaga o 3 de cima, substituindo-o por um 4 (ou seja, pelo número de unidades do número 24):</p> <p style="text-align: center;">Figura B</p>	<p>3º) Ao 6 de cima, ele acrescenta 2 unidades (correspondentes ao 2 do número 24 precedente):</p> <p style="text-align: center;">Figura C</p>
<p>4º) Nosso calculador acaba de terminar a primeira etapa do cálculo, tendo operado por meio do 3 de cima de todos os números do multiplicador 28. Agora vai passar à etapa seguinte, fazendo este último avançar uma casa à direita:</p> <p style="text-align: center;">Figura D</p>	<p>5º) Ele multiplica o 2 de cima (isto é, o segundo algarismo do multiplicador) pelo 2 de baixo. Como 2 vezes 2 são 4, ele acrescenta quatro unidades ao número 4 que se encontra à esquerda do 2 de cima:</p> <p style="text-align: center;">Figura E</p>	<p>6º) Depois multiplica o 2 de cima pelo 8 de baixo. Como obtém 16, ele substitui o 2 de cima por um 6:</p> <p style="text-align: center;">Figura F</p>

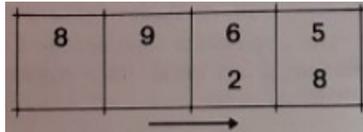
7º) E acrescenta uma unidade (o algarismo 1 do número 16) ao 8 colocado imediatamente à esquerda do novo 6 de cima:

Figura G



8º) Chegamos ao final da segunda etapa da operação, pois todos os algarismos do multiplicador já foram passados em revista pelo 2 de cima. Para chegar à terceira etapa, basta avançar para uma casa à direita os algarismos do número 28:

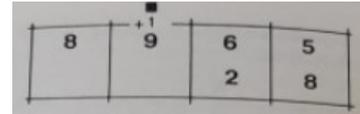
Figura H



9º) Desta vez ele multiplica o 5 de cima pelo 2 de baixo. Como o resultado é 10, o calculador não toca no 6 de cima (porque o número 10 não tem unidade), mas

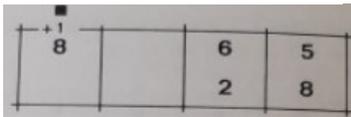
Figura I

acrescenta uma unidade ao número 9 da mesma linha:



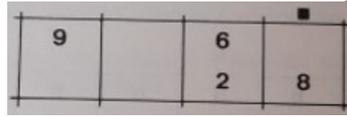
10º) Encontrando novamente o número 10 como resultado, ele apaga o 9, deixa a casa correspondente vazia e acrescenta uma unidade ao 8 colocado imediatamente à esquerda:

Figura J



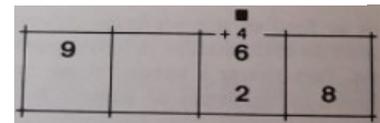
11º) Em seguida o calculador multiplica o 5 de cima pelo 8 de baixo. Chegando ao 40, apaga o 5 da linha superior e deixa vazia a casa correspondente (porque este resultado não tem unidade):

Figura K



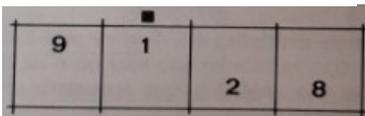
12º) E acrescenta quatro unidades ao 6 de cima:

Figura L



13º) Como o resultado é 10, ele apaga o número 6, deixa a casa correspondente vazia e acrescenta uma unidade à casa imediatamente à esquerda (que está vazia). Daí a representação do número 9 100 na linha de cima:

Figura M



Como o algarismo menor do multiplicador se encontra nessa etapa na coluna das unidades do ábaco, o especialista sabe que a multiplicação de 325 por 28 acabou. Nada mais lhe resta senão ler o número apresentado na linha superior para anunciar ao trabalhador que sua remuneração será de 9 100 rupias.

O princípio deste modo operatório consiste em proceder por tantas etapas quantas unidades existirem no multiplicando, correspondendo cada uma aos produtos de um número deste último pelos números sucessivos do multiplicador. No presente cálculo, ele atende à fórmula:

Figura N

$$\begin{aligned}
 325 \times 28 = & \boxed{\text{PRIMEIRA ETAPA}} \\
 & (3 \times 2) \times 1\,000 + (3 \times 8) \times 100 \\
 & + \\
 & \boxed{\text{SEGUNDA ETAPA}} \\
 & (2 \times 2) \times 100 + (2 \times 8) \times 10 \\
 & + \\
 & \boxed{\text{TERCEIRA ETAPA}} \\
 & (5 \times 2) \times 10 + (5 \times 8)
 \end{aligned}$$

Fonte: Ifrah (2005, p. 280-283)

De forma mais rápida, a partir do século VI os aritméticos hindus criaram um novo procedimento para calcular o produto de uma multiplicação chamado “por quadriculagem”. Podemos compreender tal procedimento por meio do exemplo apresentado por Ifrah (2005, p. 287-288) com a multiplicação 6538 por 547:

Quadro 5: Passo a passo da multiplicação do método “por quadriculagem”

<p>1º) Como o multiplicando comporta quatro algarismos e o multiplicador três, desenha-se um quadro retangular de quatro colunas e três linhas. Na parte de cima do quadro, da esquerda para a direita, escrevem-se os algarismos 6, 5, 3 e 8 do multiplicando; à esquerda, marcam-se os algarismos 5, 4 e 7 do multiplicador, partindo desta vez de baixo para cima:</p> <p style="text-align: center;">Figura O</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">7</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>		6	5	3	8	7					4					5					<p>2º) Em seguida se divide cada casa do quadro em duas meias casas, traçando uma diagonal de seu vértice superior esquerdo a seu vértice inferior direito. Depois se escreve em cada casa o produto dos dois números colocados no alto da linha e da coluna correspondente. Evidentemente, este produto é inferior a 100: escreve-se o algarismo de suas dezenas na meia casa inferior esquerda e o de suas unidades na meia casa superior direita. Se faltar uma destas ordens de unidades, basta colocar o zero na meia casa correspondente:</p> <p style="text-align: center;">Figura P</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">6</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table>		6	5	3	8	7	2	5	1	6	4	4	0	2	2	5	0	5	5	0	<p>3º) No exterior do retângulo, somam-se depois os algarismos de cada diagonal, começando por aquela que é formada pelo algarismo 6 no alto e à direita do quadro. Em seguida, procede-se por diagonal, partindo da direita para a esquerda e de cima para baixo. Se for preciso, guarda-se o resto de uma diagonal para a seguinte, obtendo-se assim, no exterior do quadro, um em seguida do outro, todos os algarismos do produto final. A leitura do resultado é feita sem hesitação, da esquerda para a direita. Aqui, 3576286:</p> <p style="text-align: center;">Figura Q</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">6</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td></td> </tr> </table>		6	5	3	8		7	2	5	1	6	6	4	4	0	2	2	8	5	0	5	5	0	2		3	5	7	6	
	6	5	3	8																																																																				
7																																																																								
4																																																																								
5																																																																								
	6	5	3	8																																																																				
7	2	5	1	6																																																																				
4	4	0	2	2																																																																				
5	0	5	5	0																																																																				
	6	5	3	8																																																																				
7	2	5	1	6	6																																																																			
4	4	0	2	2	8																																																																			
5	0	5	5	0	2																																																																			
	3	5	7	6																																																																				

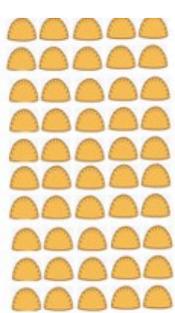
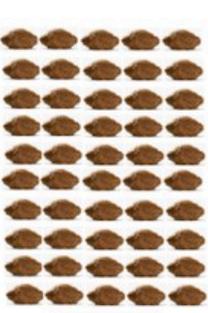
Fonte: Ifrah (2005, p. 287-288)

Diante dos exemplos anteriores sobre os modos de resolver uma multiplicação, é importante destacarmos que eles são superados pelo algoritmo que conhecemos atualmente e que, historicamente, tornou-se uma forma mais rápida e eficaz de resolver a multiplicação. Entretanto, entendemos que é importante que o professor se aproprie de modos como alguns povos, diante da necessidade de resolverem situações-problema envolvendo as operações, objetivaram suas atividades nas diferentes estratégias de resolução e de registros, baseando-se nas características do SND.

De acordo com Moura, Sforini e Araújo (2011, p.49) o processo de apropriação do SND, por exemplo, “[...] pelos estudantes demanda uma atividade de reprodução desse mesmo processo de objetivação em suas consciências e não apenas sua utilização. Isto significa apropriar-se de um conceito”. Assim sendo, compreendemos que o processo de apropriação do conceito das operações fundamentais pelos professores demanda uma atividade de reprodução do processo de sua objetivação, e não apenas da sua utilização.

A multiplicação envolve quatro ações mentais distintas: adição de parcelas iguais, combinação de elementos, disposição retangular e proporcionalidade. As ações mentais não estão na operação em si, mas na situação que é proposta de determinada ação mental, ou seja, na forma como é apresentada uma situação e que exige que o sujeito pense de determinado modo. Considerando essas ações, no Quadro 6 apresentamos um exemplo para cada uma delas:

Quadro 6: Exemplo de problemas envolvendo as ações mentais da multiplicação

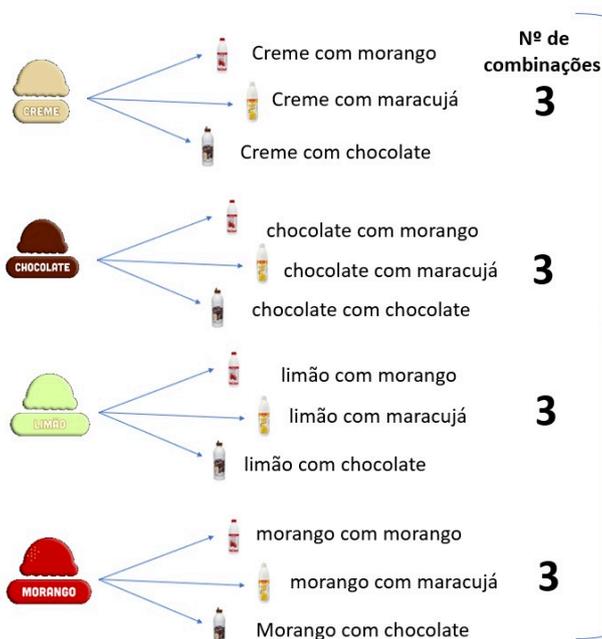
MULTIPLICAÇÃO					
Adição de parcelas iguais					
<p>A turma do 2.º ano do ensino fundamental resolveu organizar uma festa de aniversário para comemorar os aniversariantes do semestre. Para isso, tinham que providenciar docinhos, bolos, salgados, balões, sorvetes, dentre outros. Resolveram encomendar 50 salgados de cada tipo: coxinha, pastel, quibe, esfirra, cachorro quente e enroladinho. De que maneira as crianças podem descobrir quantos salgados foram encomendados para a festa de aniversário?</p> <p>De cada tipo de salgado temos 50 unidades. A SOMA DE PARCELAS IGUAIS contribui nessa situação problema, pois basta somarmos 6 vezes a quantidade 50.</p>					
 COXINHA 50	 PASTEL 50	 QUIBE 50	 ESFIRRA 50	 CACHORRO QUENTE 50	 ENROLADINHO 50
$50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 50 = 6 \times 50 = 300$					

Combinação de elementos

Pensando no sorvete que será servido na festa de aniversário, os estudantes do 2.º ano terão como possibilidade de escolha: quatro tipos de sabores e três tipos de coberturas. Veja a imagem abaixo:



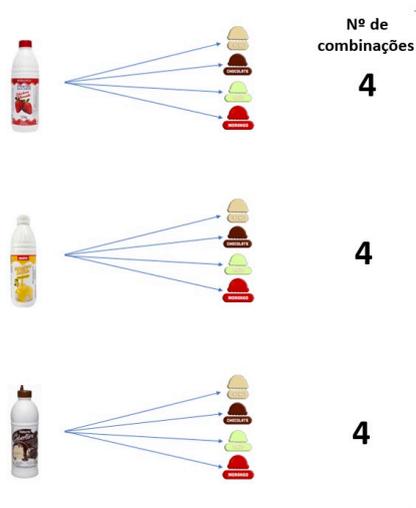
De quantas maneiras diferentes pode ser feito o sorvete, escolhendo somente um sabor e um tipo de cobertura?



Fixando os sabores,
temos a seguinte
multiplicação:

$$4 \times 3 = 12$$

Tipos de sabores
Tipos de coberturas
Combinações diferentes



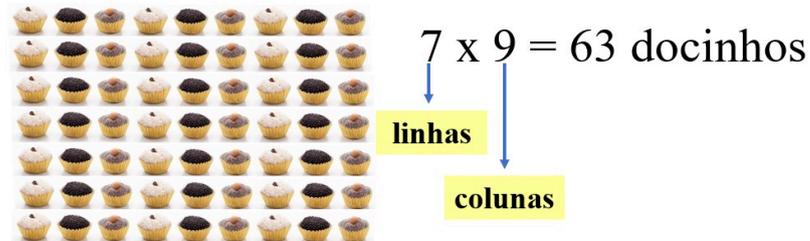
Fixando as coberturas
temos a seguinte
multiplicação:

$$3 \times 4 = 12$$

Tipos de cobertura
Tipos de sabores
Combinações diferentes

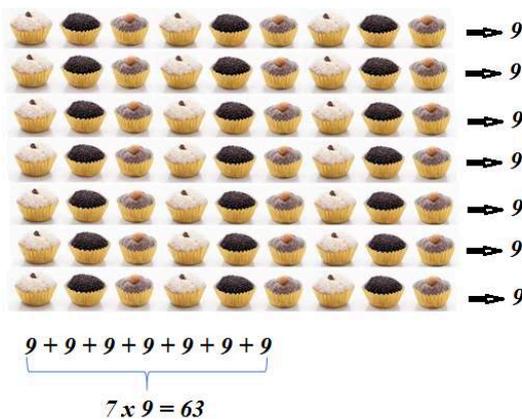
Disposição retangular

Os docinhos foram colocados em uma bandeja retangular da seguinte maneira: 7 fileiras com 9 docinhos em cada fileira, ou seja, estão dispostos em 7 linhas e 9 colunas. Assim, quais são as estratégias possíveis para determinarmos a quantidade de docinhos na bandeja? Qual estratégia supera a adição de parcelas iguais?

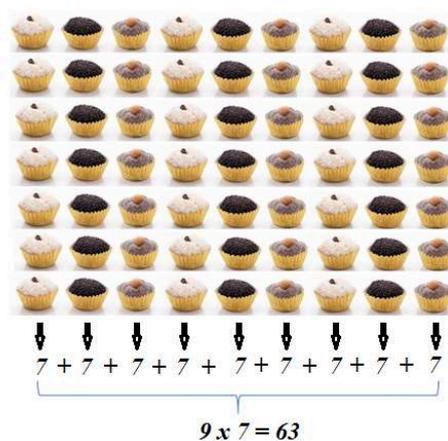


Fonte: Imagem adaptada. Disponível em <https://www.aminhafestinha.com/docinhos-de-festa/>

1ª estratégia



2ª estratégia



Outra estratégia possível é a contagem 1 a 1. No entanto, quantificar o número de elementos em disposição retangular, considerando o número de elementos das linhas ou das colunas, possibilita superar a adição de parcelas iguais e tomar a multiplicação como estratégia principal.

Proporcionalidade

Para enfeitar a sala, os estudantes do 2.º ano formaram arranjos de balões. Considerando que cada arranjo é composto de 3 balões grandes e 4 balões pequenos, para formarem 5 arranjos de balões serão necessários quantos balões grandes e quantos balões pequenos?



1 arranjo – 3 balões grandes e 4 balões pequenos

Resolvendo, temos que:

1 arranjo
 3 balões grandes e 4 balões pequenos

2 arranjos
 Dobrando o nº de arranjos, dobra-se o nº de balões grandes e também, o de balões pequenos. $\times 2$ $\left(\begin{array}{l} 3 \text{ balões grandes e } 4 \text{ balões pequenos} \\ 6 \text{ balões grandes e } 8 \text{ balões pequenos} \end{array} \right) \times 2$

3 arranjos
 Triplicando o nº de arranjos, triplica-se o nº de balões grandes e também, o de balões pequenos. $\times 3$ $\left(\begin{array}{l} 3 \text{ balões grandes e } 4 \text{ balões pequenos} \\ 9 \text{ balões grandes e } 12 \text{ balões pequenos} \end{array} \right) \times 3$

Em 1 arranjo temos 3 balões grandes e 4 balões pequenos
 Aumentando cinco vezes o nº de arranjos, aumentamos cinco vezes o nº de balões grandes e também, aumentamos cinco vezes o nº de balões pequenos. $\times 5$ $\left(\begin{array}{l} 3 \text{ balões grandes e } 4 \text{ balões pequenos} \\ 15 \text{ balões grandes e } 20 \text{ balões pequenos} \end{array} \right) \times 5$

Portanto, em 5 arranjos temos 15 balões grandes e 20 balões pequenos

Podemos concluir que o número de balões grandes e de balões pequenos aumentam, de modo proporcional ao número de arranjos

Fonte: Elaboração da autora

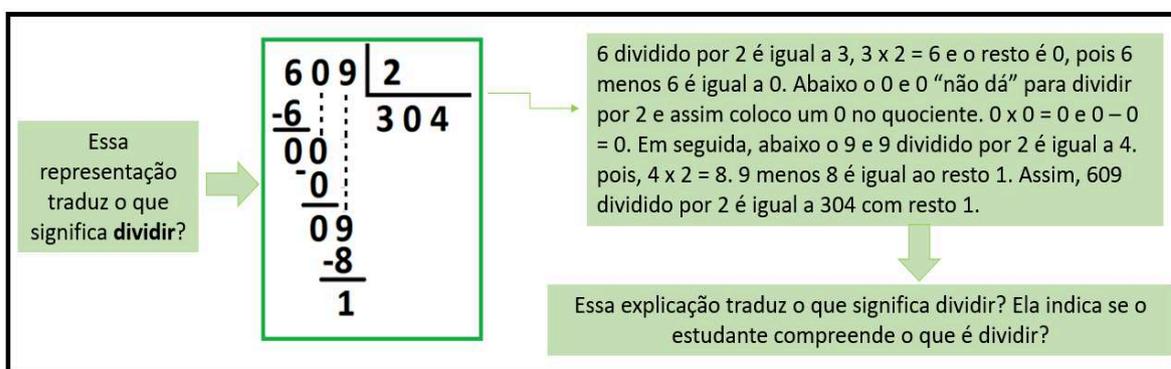
Uma das questões que nos levam à reflexão é: “Qual a diferença entre adição de parcelas iguais e proporcionalidade?”. Com base em nossos estudos, entendemos, até o presente momento, que ambas são bem próximas, e a diferença está na variação das grandezas, pois acreditamos que na adição de parcelas iguais está implícita a proporcionalidade, quando a razão entre as grandezas é igual à unidade. Acreditamos e defendemos, também, que a essência da multiplicação está na proporcionalidade, e não na adição de parcelas iguais e, se o estudante não conseguir desenvolver o seu pensamento teórico para além da adição de parcelas iguais, provavelmente não sentirá a necessidade de realizar uma multiplicação, pois a proporcionalidade é que permite avançar mais rápido e de diferentes formas, ou seja, é um modo mais elaborado de se pensar a multiplicação.

Na subseção 3.5, discutiremos alguns aspectos do movimento lógico-histórico da divisão.

3.5 Divisão

Ao visualizarmos a representação simbólica, expressa na Figura 32, podemos afirmar que ela traduz o que significa dividir? A explicação, geralmente apresentada, indica se o estudante ou o professor compreende o que é dividir?

Figura 32: Representação simbólica da realização do algoritmo da divisão



Fonte: Elaboração da autora

Considerando a explicação dos processos evidenciados no algoritmo da divisão, não podemos afirmar que temos indícios de que o estudante compreendeu ou não o que significa dividir. O que podemos dizer, de acordo com a pesquisa de Durgante (2019), é que a divisão é considerada por alguns professores como a operação que eles têm mais dificuldade de ensinar, e os estudantes, mais dificuldade de aprender. A representação simbólica da Figura 32 é apenas a representação do modo de fazer mecânico de uma divisão, ou seja, compreendê-la em sua essência demanda considerá-la no percurso do seu desenvolvimento.

Ao buscarmos as origens da divisão, notamos que, como o homem sentiu a necessidade de controlar quantidades, ele também sentiu a necessidade de reparti-las. Porém nem sempre o repartir foi em partes iguais, até porque as necessidades sociais dos povos antigos os moviam a realizar partições diversas. Portanto, convém considerar que toda divisão é uma repartição, mas nem toda repartição implica uma divisão.

Moura *et al.* (2015, p. 65) assim afirmam:

[...] a divisão surgiu quando o ser humano sentiu a necessidade de repartir, ainda que fosse desigual. Ao compartilhar o que tinham para

sobrevivência, realizavam uma divisão apenas social. Ao sentirem a necessidade de controlar quantidades, conseqüentemente surge a necessidade de repartir em partes iguais, desse modo a ideia matemática da divisão assume um importante papel nas relações de trocas e de convivência entre os pares.

Em estudos relacionados à História da Matemática, temos acesso a modos de fazer divisões dos povos antigos. Apresentamos aqui uma forma de fazer dos egípcios e um modo de fazer dos hindus numa determinada época na história. Um dos registros sensoriais de grande relevância para os egípcios desde os primórdios é o papiro Rhind, pois ele é

[...] uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga; descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, seu emprego da regra de falsa posição, sua solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas prático. (EVES, 2011, p. 70)

No papiro de Rhind encontramos uma forma de dividir dos egípcios, baseada no princípio de que todo número pode ser representado por uma soma de potências de 2, denominada como “duplicações sucessivas”.

Quadro 7: Exemplo de divisão efetuada pelos egípcios por meio de uma sucessão de duplicações

<p>Exemplo: Como dividir 753 por 26?</p> <p>Dobramos sucessivamente o divisor 26 até o ponto em que o próximo dobro exceda o dividendo 753. O procedimento está exposto ao lado. Observando que nas linhas com asteriscos na coluna ao lado, temos que o quociente é $16 + 8 + 4 = 28$ e que o resto é 25, já que $753 = 416 + 208 + 104 + 25$. “O processo egípcio de multiplicação e divisão não só elimina a necessidade de aprender uma tábua de multiplicação, como também se amolda tanto ao ábaco que perdurou enquanto esse instrumento esteve em uso e mesmo depois”. (referência?)</p>	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td>26</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">2</td><td>52</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">* 4</td><td>104</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">* 8</td><td>208</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">* 16</td><td>416</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">28</td><td></td></tr> <tr><td colspan="2">753 = 416 + 208 + 104 + 25</td></tr> </table>	1	26	2	52	* 4	104	* 8	208	* 16	416	28		753 = 416 + 208 + 104 + 25	
1	26														
2	52														
* 4	104														
* 8	208														
* 16	416														
28															
753 = 416 + 208 + 104 + 25															

Fonte: Eves (2011, p. 72-73)

Ifrah (2005, p. 171) também apresenta exemplos desse método; entretanto, faz uma ressalva, ao afirmar que esses exemplos têm “[...] o mérito de evitar que os calculadores recorressem à memória: para multiplicar ou dividir, bastava saber somar e multiplicar por 2. Faltaram-lhes, no entanto, flexibilidade e unidade, sendo lentos e muito complexos em comparação aos nossos meios atuais”.

Os hindus também desenvolveram seus métodos para realizar a divisão, diferente do que conhecemos tradicionalmente hoje em dia. Existiu um método utilizado antes do ano 1600, chamado “Método da galera” e, como exemplo, Eves (2011) nos apresenta como os hindus utilizavam de forma prática tal método para realizar a divisão 9413 por 37, conforme podemos verificar no Quadro 8:

Quadro 8: Método da galera

<p>1. Escreva o divisor, 37, abaixo do dividendo, como se mostra ao lado. Obtenha, da maneira habitual, o primeiro algarismo do quociente, 2, e escreva-o à direita do dividendo.</p>	$\begin{array}{r} 9413 \quad \quad 2 \\ 37 \end{array}$
<p>2. Faça mentalmente: $2 \times 3 = 6$ e $9 - 6 = 3$. Risque o 9 e o 3 e escreva 3 acima do 9. Faça mentalmente: $2 \times 7 = 14$, $34 - 14 = 20$. Risque 7, 3 e 4 e escreva 2 acima do 3 e 0 acima do 4.</p>	$\begin{array}{r} 2 \\ \cancel{3}0 \\ 9413 \quad \quad 2 \\ \cancel{3}7 \end{array}$
<p>3. Escreva o divisor, 37, uma casa à direita, diagonalmente. O dividendo resultante após o Passo 2 é 2013. Obtenha o próximo algarismo do quociente, 5. Faça mentalmente: $5 \times 3 = 15$, $20 - 15 = 5$. Risque 3, 2 e 0 e escreva 5 acima do 0. Faça mentalmente: $5 \times 7 = 35$, $51 - 35 = 16$. Risque 7, 5 e 1 e escreva 1 acima do 5 e 6 acima do 1.</p>	$\begin{array}{r} 1 \\ 25 \\ \cancel{3}06 \\ 9413 \quad \quad 25 \\ \cancel{3}77 \end{array}$
<p>4. Escreva o divisor, 37, mais uma vez, uma casa à direita e diagonalmente. O dividendo resultante após o Passo 3 é 163. Obtenha o próximo algarismo do quociente, 4. Faça mentalmente: $4 \times 3 = 12$, $16 - 12 = 4$. Risque 3, 1 e 6 e escreva 4 acima do 6. Faça mentalmente: $4 \times 7 = 28$, $43 - 28 = 15$. Risque 7, 4 e 3 e escreva 1 acima do 4 e 5 acima do 3.</p>	$\begin{array}{r} 3 \\ \cancel{1}1 \\ \cancel{2}54 \\ \cancel{3}065 \\ 9413 \quad \quad 254 \quad - \quad \begin{array}{ c } \hline 1 \\ \hline 5 \\ \hline \end{array} \\ \cancel{3}777 \\ \cancel{3}3 \end{array}$
<p>5. O quociente é 254 e o resto é 15.</p>	

Fonte: Eves (2011, p. 324)

Atualmente, temos algoritmos que são menos complexos e mais flexíveis para efetuar uma divisão, como a realização do algoritmo da divisão de 346 por 3, que apresentamos no Quadro 9:

Quadro 9: Método atual de realizar uma divisão

Método atual para realizar a divisão 346 por 3, utilizando um algoritmo:

The diagram shows the division of 346 by 3. The dividend is written as 346 with place value labels: C (Centena) above 3, D (Dezena) above 4, and U (Unidade) above 6. The divisor is 3. The quotient is written as 115, with C above 1, D above 1, and U above 5. The division steps are shown as follows:

$$\begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 3 \quad 4 \quad 6 \\ - 3 \\ \hline 0 \\ 4 \\ - 3 \\ \hline 1 \\ 1 6 \\ - 1 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

Labels with arrows indicate the steps: Centena (green arrow), Dezenas (red arrows), and Unidade (blue arrows). A thought bubble contains the text: "1 dezena corresponde a 10 unidades. Acrescentando as 6 unidades do número, ficamos com o total de 16 U."

1. É importante observar que, ao dividirmos ordem a ordem, fizemos as trocas com o resto, quando estes foram maiores que zero. No caso do exemplo 346 dividido por 3, o resto da centena foi 0. Assim, passamos para a divisão das dezenas. Ao fazer a divisão dessa ordem, obtivemos resto 1. Trocando 1 dezena por 10 unidades e acrescentando a quantidade expressa na ordem das unidades, temos 16 unidades a serem divididas.
2. Ressaltamos também que a linguagem apresentada na imagem inicial desse quadro – abaixa o 4, abaixa o 6 – desapareceu. Evidencia-se, assim, o raciocínio lógico da divisão, e não procedimentos mecânicos, desprovidos de sentido para o professor e para o estudante.
3. Observemos, também, que antes mesmo de iniciar o processo de divisão já é possível determinarmos a ordem do quociente. A primeira ordem que for possível dividir será a ordem que se obterá no quociente. Ex.: Na divisão de 346 por 4, observa-se que 3 centenas não dão para dividir em 4 partes. Assim, a primeira ordem possível será 34 dezenas. 34 Dezenas divididas em 4 partes (grupos) resultam em 8 Dezenas em cada grupo e 2 para trocarmos por Unidades, acrescentar as outras 6 e continuarmos a divisão.

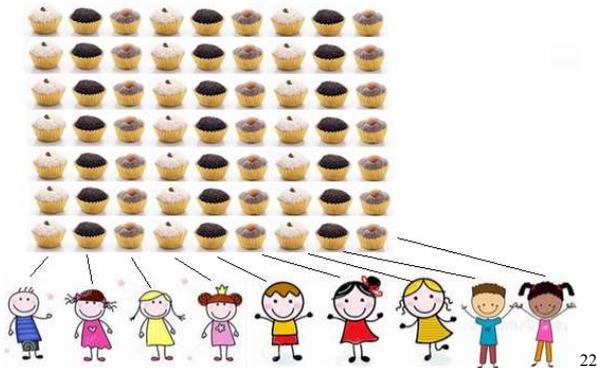
Fonte: Elaboração da autora

A divisão envolve duas ações mentais: subtrair sucessivamente e medir (MOURA *et al.*, 2015). Acreditamos e defendemos que a essência do conceito de divisão está na compreensão da seguinte ação mental: “a medida”. A medida (não precisa ser contínua, pode ser discreta), supera a outra ação mental da divisão, que é “subtrair sucessivamente”, pois, se o estudante não avançar na distribuição de um em um, não há necessidade de se utilizar a divisão. Ou seja, é possível distribuir uma determinada quantidade de elementos em uma determinada quantidade de grupos, fazendo subtrações sucessivas – de um em um ou de 2 em dois ou de 3 em três –, desde que se mantenha a mesma quantidade de elementos em

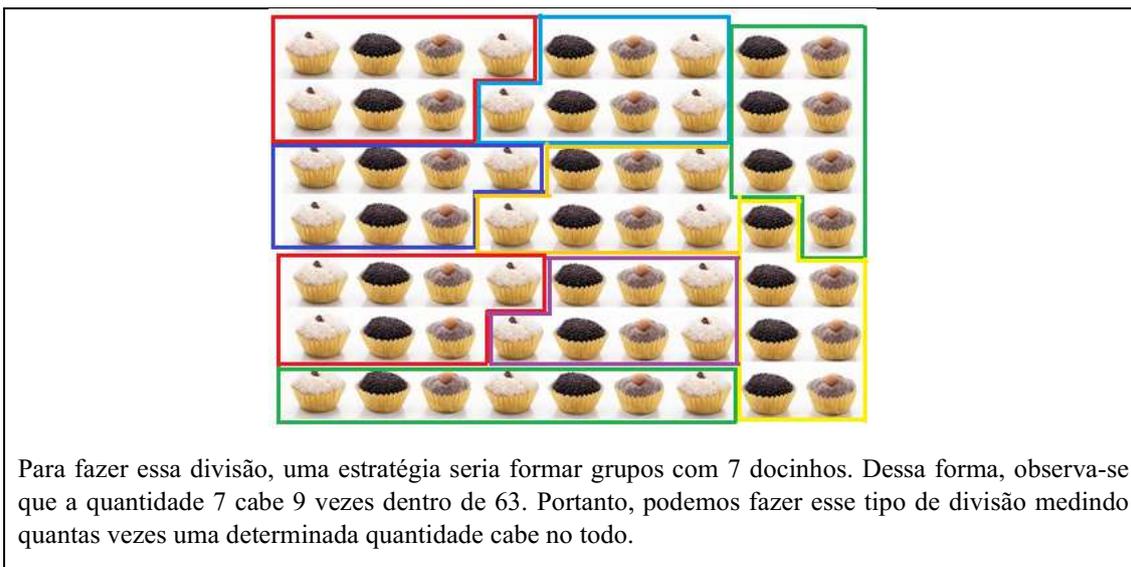
cada grupo. Já na medida, essa quantidade de elementos que terá em cada grupo já está estabelecida, e o que é determinado é a quantidade de grupos.

No Quadro 10 podemos visualizar um exemplo para cada uma das ações mentais da divisão:

Quadro 10: Exemplo de problemas envolvendo as ações mentais da divisão

DIVISÃO
Subtrair sucessivamente
<p>Na festa de aniversário de um estudante do 4.º ano havia 63 docinhos e 9 colegas convidados. Querendo que cada coleguinha receba a mesma quantidade de docinhos, quantos docinhos o aniversariante deveria entregar a cada um dos convidados?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Para fazer essa divisão, uma estratégia seria ir distribuindo os docinhos um a um. Observa-se que a cada docinho entregue, a quantidade de docinhos inicial irá diminuindo, sucessivamente. Dessa forma, nesta situação, podemos fazer a divisão por meio de subtrações sucessivas.</p>
Medir
<p>Na festa de aniversário de um estudante do 4.º ano havia 63 docinhos. Sabendo que cada colega convidado deveria receber 7 docinhos cada um, quantos colegas havia na festa?</p>

²² Fonte: Imagens adaptadas. Disponíveis em: <https://www.aminhafestinha.com/docinhos-de-festa/> e <https://br.images.search.yahoo.com/yhs/search?p=figuras+de+crian%C3%A7as&ft=yhs-avg-securebrowser&hspart=avg&hsimp=yhs-securebrowser&imgurl=https%3A%2F%2Fthumbs.dreamstime.com%2Fb%2Fstick-figure-happy-kids-diversity-kids-happy-kids-isolated-white-background-102345525.jpg#id=19&iurl=http%3A%2F%2Fwww.clker.com%2Fcliparts%2F9%2Fe%2Fd%2F4%2F1515680995861075181cute-stick-kid-clipart.hi.png&action=close>



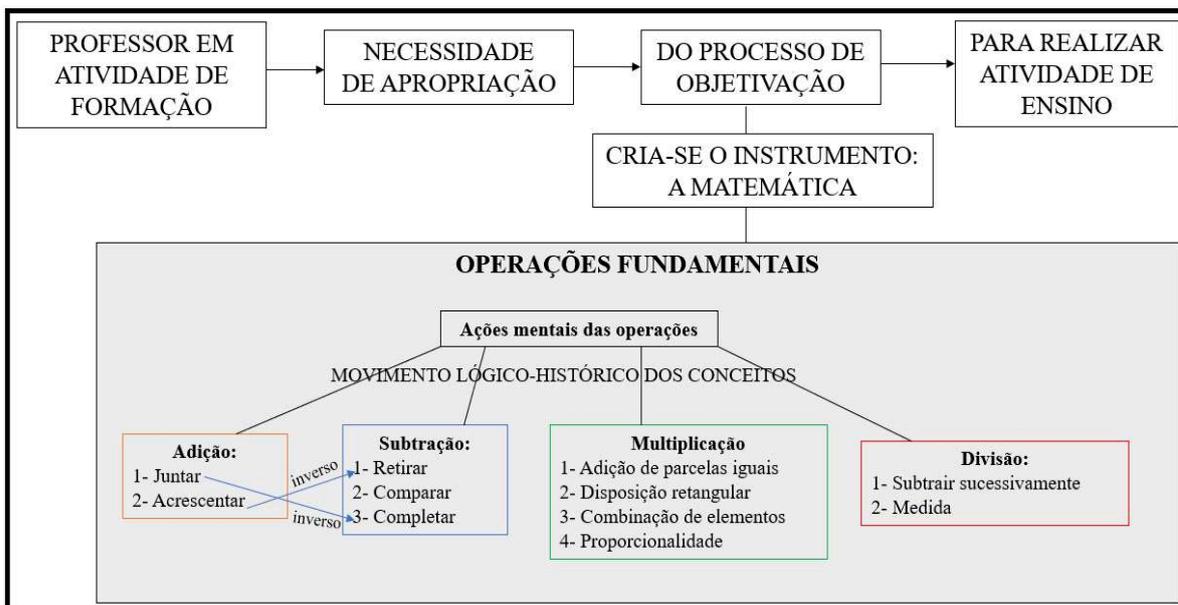
Fonte: Elaboração da autora

Perante o exposto, entendemos que considerar situações-problema que contemplem as ações mentais das operações fundamentais na atividade de ensino dos professores dos anos iniciais

[...] coloca-se como necessária quando se considera que os processos de objetivação e apropriação são produto da atividade humana. [...] para que essa síntese se constitua para as novas gerações como um nível mais elaborado de relação com o mundo, ela precisa ser compreendida em sua significação como instrumento da atividade humana. (MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2011, p. 49-50)

Assim sendo, entendemos ser importante que o professor, como organizador do ensino, tenha consciência de suas necessidades formativas para apropriação do processo de objetivação das operações fundamentais oriundas da atividade humana. Diante das considerações realizadas, elaboramos uma síntese por meio de um esquema, representado pela Figura 33.

Figura 33: Síntese das reflexões realizadas



Fonte: Elaboração da autora

Destacamos, ainda, a relevância de os professores terem oportunidade de estar em atividade de formação, com vistas a discutirem sobre os modos gerais de organização do ensino de matemática que contribua para a formação do pensamento teórico dos estudantes. Além disso, é um momento também para a apropriação de conhecimentos teóricos e dos modos de uso dos recursos metodológicos, essenciais para a realização do seu trabalho. Ancorados nas reflexões compartilhadas até o momento, versaremos os caminhos metodológicos da nossa investigação na próxima seção.

4 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Nesta seção apresentamos a metodologia que possibilitou a realização desta pesquisa, tendo como princípio metodológico a Teoria Histórico-Cultural, advindo do método materialismo histórico-dialético na perspectiva marxista.

Adotamos a concepção de homem segundo Marx (2013), como sendo aquele que se humaniza por meio do trabalho e, ao exercer uma atividade intencional, transforma a natureza circundante e desenvolve a sua consciência.

De acordo com Netto (2011, p. 25), o

[...] papel do sujeito é essencialmente ativo: precisamente para apreender não a aparência ou a forma dada ao objeto, mas a sua essência, a sua estrutura e a sua dinâmica (mais exatamente: para apreendê-lo como um processo), o sujeito deve ser capaz de mobilizar um máximo de conhecimentos, criticá-los, revisá-los e deve ser dotado de criatividade e imaginação. O papel do sujeito é fundamental no processo de pesquisa.

Assim, para apreender o fenômeno em questão na presente pesquisa, consideramos os princípios metodológicos da Teoria Histórico-Cultural, ancorados na análise das funções psicológicas superiores de Vigotski (1991, p. 46), que ponderam três fatores essenciais:

(1) uma análise do processo em oposição a uma análise do objeto; (2) uma análise que revela as relações dinâmicas ou causais, reais, em oposição à enumeração das características externas de um processo, isto é, uma análise explicativa e não descritiva; e (3) uma análise do desenvolvimento que reconstrói todos os pontos e faz retornar à origem o desenvolvimento de uma determinada estrutura.

O primeiro fator destaca a importância de analisarmos o fenômeno da nossa investigação “a formação de professores” em movimento e transformação, ou seja, no curso do seu desenvolvimento histórico. Assumimos “[...] a natureza do fenômeno psicológico como algo inacabado em um movimento de perene mudança de modo que conhecê-lo implica no olhar atento do pesquisador ao seu passado e presente, um olhar ao devir do fenômeno” (MORETTI; MARTINS; SOUZA, 2017, p. 36). Ademais, Vigotski (1995, p. 67, tradução nossa²³) acrescenta que “estudar algo historicamente significa estudá-lo em movimento. Este é o requisito fundamental do método dialético”.

Já o segundo fator se refere à necessidade de explicar o fenômeno, ao invés de apenas descrevê-lo, ou seja, compreender o objeto em sua essência, na sua totalidade, superando as

²³ *Estudiar algo historicamente significa estudiarlo en movimiento. Esta es la exigencia fundamental del método dialéctico* (VIGOTSKI, 1995, p. 67).

características externas. Cedro e Nascimento (2017, p. 26-27) afirmam que “[...] a característica principal do método histórico e dialético é a de que o fenômeno estudado deve ser apresentado de tal modo que permita a sua apreensão em sua totalidade”. Vigotski (1991, p. 44) pontua que a descrição não manifesta as relações dinâmico-causais reais ocultas no fenômeno e, citando Lewin, apresenta a diferença entre uma análise fenotípica e uma análise genotípica:

K. Lewin diferencia a análise fenomenológica, que se baseia em características externas (fenótipos), daquilo que chamamos análise genotípica, através da qual um fenômeno é explicado com base na sua origem, e não na sua aparência externa. A diferença entre esses dois pontos de vista pode ser elucidada por qualquer exemplo biológico. Uma baleia, do ponto de vista de sua aparência externa, situa-se mais próxima dos peixes do que dos mamíferos; mas, quanto à sua natureza biológica está mais próxima de uma vaca ou de um veado do que de uma barracuda ou de um tubarão.

O terceiro e último fator apresentado por Vigotski (1991) refere-se ao problema do comportamento fossilizado, que é visto como uma estagnação no seu desenvolvimento. Para evitar essa mecanização, é imprescindível que o pesquisador estude o fenômeno “[...] num movimento de constante mudança através da história, em busca de compreensão de suas verdadeiras origens o que mais uma vez vincula-se à historicidade e ao princípio do movimento” (MORETTI; MARTINS; SOUZA, 2017, p. 39).

Diante do exposto, nesta pesquisa tivemos como central a seguinte questão de investigação: *Quais indícios de apropriação de novas significações sobre as operações fundamentais podem ser revelados por professores que ensinam Matemática em uma Atividade Orientadora de Formação de modo remoto?* E, procurando responder a esta questão, tivemos como objetivo principal investigar, analisar e compreender o movimento formativo de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, ao estabelecerem novas significações para as quatro operações fundamentais.

Para tanto, elegemos os seguintes objetivos específicos da pesquisa:

- compreender as necessidades formativas dos professores em relação aos aspectos teórico-metodológicos das quatro operações fundamentais;
- apreender os sentidos iniciais que professores que ensinam Matemática nos anos iniciais atribuem às quatro operações fundamentais;
- apreender e revelar novos sentidos atribuídos pelos professores no processo de significações no âmbito das quatro operações fundamentais.

Assim, organizamos os subitens 4.1, 4.2 e 4.3 com intuito de apreendermos o fenômeno da nossa investigação.

4.1 O contexto e os objetivos do curso

Ao pensarmos a organização desta pesquisa, inicialmente a idealizamos por meio da oferta de um curso de formação contínua presencial no Centro Municipal de Estudos e Projetos Educacionais Julieta Diniz – Cemepe²⁴, em Uberlândia-MG. Essa parceria se constituiu a partir da necessidade do Cemepe de realizar programas de formação contínua em Matemática para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, e de nossa premência em buscar definir o campo para desenvolver o trabalho empírico, como parte das ações da pesquisa, no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia, iniciado no primeiro semestre de 2018. A formação, com contribuições da Teoria Histórico-Cultural, seria organizada de forma que proporcionasse aos professores participantes momentos de reflexão sobre a prática docente e sobre o desenvolvimento de conceitos científicos, em especial o conceito de número e as ações mentais das operações fundamentais.

Entretanto, em decorrência da caracterização, pela Organização Mundial da Saúde (OMS), de uma pandemia causada pelo coronavírus (Sars-CoV-2), em 18 de março de 2020, foi necessário adequar à forma remota a proposta das ações presenciais de formação, ou seja, programar ações 100% não presenciais.

A proposta sofreu reestruturações e foi ampliada para participantes de todo Brasil, ao enquadrar-se no programa “Rede de Extensão #UFUEMCASA”, com a parceria do Centro de Educação a Distância (CEaD) com a Pró-Reitoria de Extensão e Cultura (Proexc) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), conforme portaria Proexc n.º 17, de 25 de março de 2020. Essa portaria visou criar programas de extensão e cultura com ações remotas que pudessem envolver a comunidade acadêmica e extra-acadêmica em processos de formação e disseminação de conhecimentos úteis à comunidade em geral e, para isso, foi utilizado o

²⁴ O Cemepe – oficializado pela Secretaria Municipal de Educação por meio do Decreto N.º 5338, em 15/10/1992 – é uma instituição vinculada à Secretaria Municipal de Educação da Prefeitura Municipal de Uberlândia. Esse centro de estudos foi idealizado por profissionais da educação com o objetivo de desenvolver programas e projetos de estudos, pesquisas, ações de intervenção pedagógica no cotidiano das unidades escolares e, principalmente, ser um local de encontro dos servidores da rede municipal de ensino em prol da formação continuada desses profissionais e da troca de experiências. O Centro é uma conquista da cidade de Uberlândia com o objetivo de melhorar a qualidade da educação pública municipal. (UBERLÂNDIA, 1992).

Ambiente Virtual de Aprendizagem Moodle da Universidade para auxiliar na organização das ações não presenciais. Nos tipos de ação definidos pelo programa “Rede de Extensão #UFUEMCASA”, a presente pesquisa foi enquadrada como curso de atualização, cujas propostas deveriam ser oriundas das unidades acadêmicas²⁵ e especiais,²⁶ com a aprovação da coordenação de extensão da unidade ou do seu diretor. Assim, em decorrência da vinculação da pesquisadora, a ação foi submetida via unidade de ensino especial, à Escola de Educação Básica da Universidade Federal de Uberlândia – Eseba –, com apoio da unidade acadêmica, a Faculdade de Matemática – Famat. Os cursos também deveriam ser registrados no Sistema de Registro e Informação da Extensão (Siex) antes de seu início.

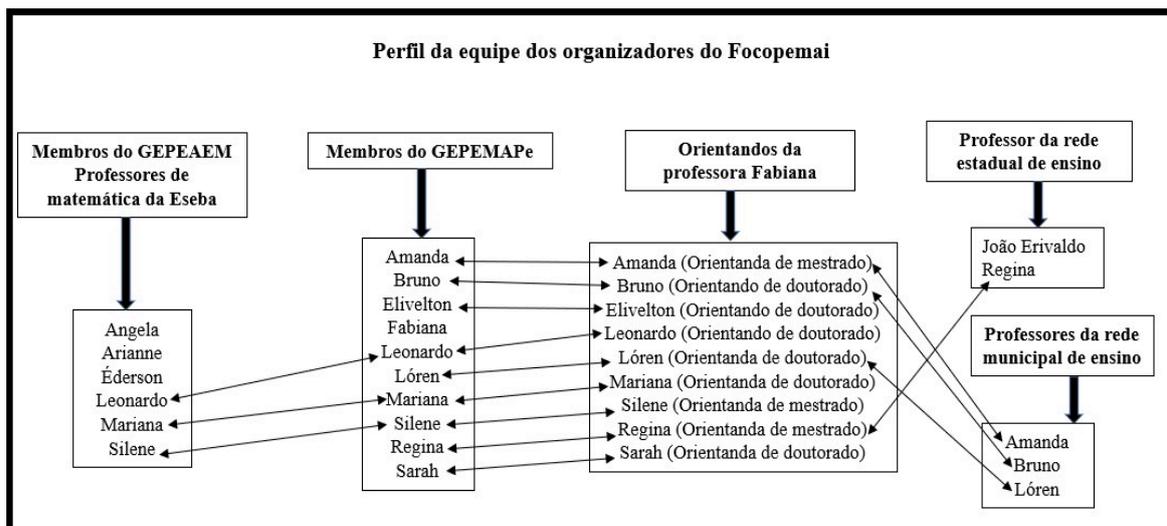
Intitulado “Formação contínua de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais - Focopemai”, o curso teve seu espaço de aprendizagem organizado por uma equipe constituída por 14 professores²⁷, sendo 6 da área de Matemática da Escola de Educação Básica da Universidade Federal de Uberlândia (Eseba), 1 professora da Faculdade de Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, 3 professores de Matemática da Rede Municipal de Uberlândia, 2 professores de Matemática da Rede Estadual de ensino, 1 professora pedagoga que atuava como técnica na Universidade Federal de Uberlândia e 1 doutorando bolsista. A constituição dessa equipe foi possível devido à proximidade dos integrantes do Grupo de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica (Gepemape) da Famat/UFU com os integrantes do Grupo de Estudo e Pesquisa para o Ensino e a Aprendizagem em Educação Matemática (Gepeaem) da Eseba/UFU, dos quais fazemos parte.

²⁵ A Unidade Acadêmica é o órgão básico da UFU, com organização, estrutura e meios necessários para desempenhar todas as atividades e exercer todas as funções essenciais ao desenvolvimento do ensino, da pesquisa e da extensão. Disponível em: <https://ufu.br/faculdades-institutos#:~:text=A%20Unidade%20Acad%C3%AAmica%20%C3%A9%20o,do%20ensino%2C%20pesquisa%20e%20extens%C3%A3o>. Acesso em: 11 jul. 2022.

²⁶ A Escola de Educação Básica (Eseba) caracteriza-se por Unidade Especial de Ensino dentro de uma Instituição de Ensino Superior a Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Sua finalidade é oferecer campo privilegiado de estágio para os(as) alunos(as) dos cursos de licenciatura da Universidade, ao mesmo tempo em que presta atendimento educacional ao público do Ensino Básico. A Eseba é concebida como um Colégio de Aplicação e, ao alcance de suas possibilidades, propicia o desenvolvimento de metodologias e práticas pedagógicas inovadoras e auxilia demais Unidades Acadêmicas no processo de formação de novos professores. Disponível em: <http://www.eseba.ufu.br/graduacao/educacao-infantil/conheca> Acesso em: 11 jul. 2022.

²⁷ Organizadores do Focopemai: Amanda Couto da Costa, Angela Cristina dos Santos, Arianne Vellasco Gomes, Bruno Tizzo Borba, Éderson de Oliveira Passos, Elivelton Henrique Gonçalves, Fabiana Fiorezi de Marco, João Erivaldo Belo, Leonardo Donizette de Deus Menezes, Lóren Grace Kellen Maia Amorim, Mariana Martins Pereira, Regina Ferreira Martins, Sarah Mendonça de Araújo e Silene Rodolfo Cajuela.

Figura 34: Esquema do perfil dos organizadores do Focopemai



Fonte: Elaboração da autora²⁸

A presente pesquisa faz parte de um projeto de maior abrangência, intitulado “Formação continuada de professores que ensinam matemática: um estudo sob a perspectiva histórico-cultural”, financiado pela Fapemig (Processo APQ-03108-17) coordenado pela orientadora desta tese. No entanto, para o desenvolvimento da pesquisa não contamos com financiamentos, em razão de em 2020 a Fapemig não ter repassado verbas aos projetos aprovados. Com isso, não contamos com bolsistas, e toda a parte burocrática, técnica e pedagógica ficou sob a responsabilidade da equipe organizadora. Ressaltamos, ainda, que estávamos vivendo um tempo de pandemia coronavírus (Sars-CoV-2), e os professores formadores contavam com uma grande demanda de tarefas em virtude do trabalho que cada um exercia de modo remoto em suas instituições.

A divulgação do curso foi realizada pelo *site* oficial da Proexc²⁹, pelas redes sociais e por meio de endereços eletrônicos (*e-mails*). As inscrições para a participação no curso ocorreram por meio do preenchimento de um formulário *online* elaborado no Google Forms³⁰. O perfil indicado para os participantes era o de ser habilitado a ministrar aula nos

²⁸ As setas presentes na figura 34 indicam que as pessoas se repetem.

²⁹ Para chegar à página de divulgação do curso acesse o *link*: http://www.proexc.ufu.br/acontece/2020/06/curso-de-formacao-continua-de-professores-que-ensinam-matematica-nos-anos-iniciais?fbclid=IwAR0FfkRSJOxcXbev3J9FCvoL47hRpI9DhB2Wi_hMIAIKiXAWdiQzy3utH1I. Acesso em: 08 jul. 2022.

³⁰ Google Forms é um aplicativo de gerenciamento de pesquisas lançado pelo Google, no qual é possível pesquisar e coletar informações sobre outras pessoas. Também pode ser usado para questionários e formulários de registro. Esse aplicativo permite que o usuário automaticamente tenha resultado das informações coletadas.

anos iniciais do Ensino Fundamental, mas não necessariamente estar atuando nessa etapa. Contamos com um total de 629 inscrições advindas de diversas regiões brasileiras, e a proposta inicial encaminhada ao Sistema de Registro e Informação da Extensão (Siex) havia sido aprovada apenas para 30 professores. Surgiu-nos, então, outra necessidade: como selecionar os professores inscritos? O caminho estabelecido foi o de seguir o que, geralmente, tem sido adotado pelo Centro de Educação a Distância da Universidade Federal de Uberlândia – CEaD: considerar as primeiras inscrições recebidas. Para confirmar o interesse em participar do curso e o perfil de participante para a pesquisa, enviamos *e-mail* para os 60 primeiros inscritos, solicitando que enviassem o comprovante de sua habilitação para ministrar aula nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Aqueles que não enviaram os documentos solicitados dentro do prazo indicado eram excluídos, verificava-se novamente a lista e um *e-mail* era enviado para o próximo inscrito. Infelizmente, não foi possível atender a demanda de todos os inscritos, pois o grupo de professores formadores, constituído por apenas 14 pessoas, precisou assumir outras demandas do curso e não tinha condições de acompanhar de modo próximo o total de participantes interessados.

Procurando atender um público um pouco maior, em equipe e com consulta ao Siex, decidimos ampliar de 30 para 60 o número de participantes do curso, porém nem todos enviaram em tempo as documentações necessárias para a efetivação da inscrição e, com isso, tivemos 58 participantes inscritos. O número de ampliação foi decidido, considerando as condições da equipe para realização do acompanhamento individual de cada participante, por meio do trabalho de tutoria, sendo que, dos 14 organizadores do curso apenas 6 tiveram disponibilidade para atuar como tutores. Tivemos a inscrição efetivada de 41 professores do estado de Minas Gerais (sendo a maioria de Uberlândia), 8 professores do estado de São Paulo, 5 professores do estado de Goiás, 2 professores do estado do Rio de Janeiro e 2 professores do estado do Mato Grosso do Sul (Figura 35):

Figura 35: Distribuição de professores inscritos por estado



Fonte: Imagem adaptada a partir de imagem disponível em <https://www.infoescola.com/geografia/mapa-do-brasil/>. Acesso em: 08 jul. 2022.

Dentre as ações assumidas pelos formadores estavam: organizar o espaço pedagógico no ambiente virtual de aprendizagem Moodle; elaborar materiais midiáticos como vídeos, textos em Power Point e Word; participar de sessões reflexivas *online*, conforme planejado nos módulos do curso; exercer a função de tutoria individual, destinada a acompanhar e a orientar o professor cursista, tanto na parte técnica quanto na parte pedagógica e teórica do curso.

O curso teve duração de 8 semanas e ocorreu no segundo semestre de 2020. A carga horária foi composta por 40 horas, divididas em 4 módulos, cuja temática perpassou pela discussão sobre os elementos essenciais para a compreensão do conceito de número natural, do Sistema de Numeração Decimal (SND) e das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Os módulos ficaram assim divididos:

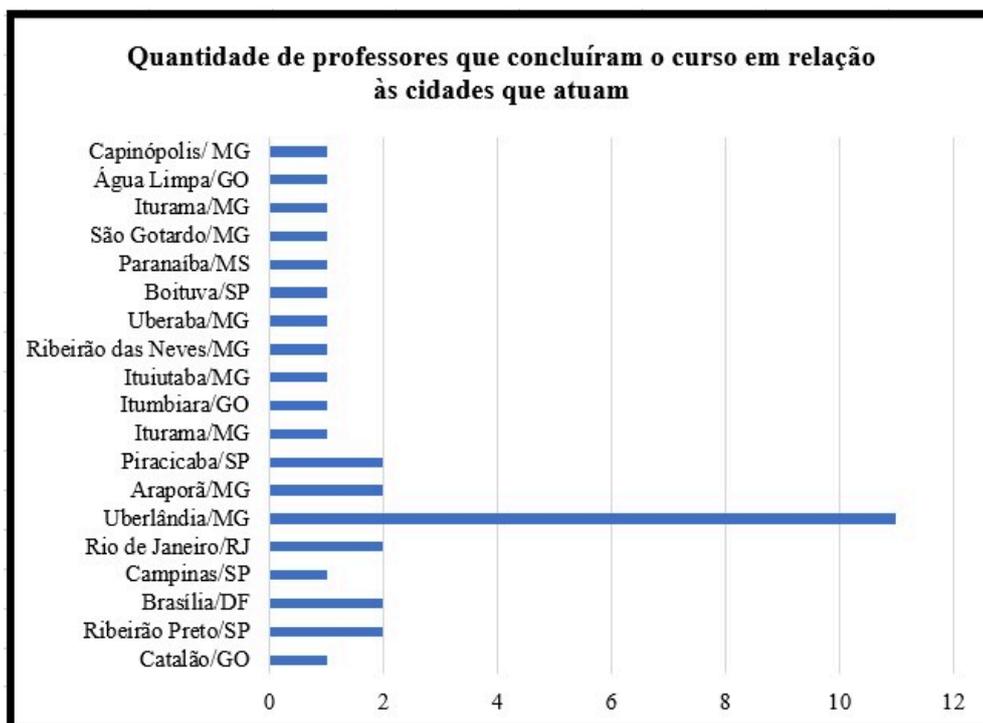
- ✓ Módulo 1 (5 horas): Tema: O conceito de número
- ✓ Módulo 2 (5 horas): Tema: Sistema de Numeração Decimal
- ✓ Módulo 3 (10 horas): Tema: Os significados das operações de adição e subtração
- ✓ Módulo 4 (20 horas): Tema: Os significados das operações de multiplicação e de divisão.

A proposta do curso justificou-se pela condição histórica e humana da realidade objetiva: a necessidade de formação contínua em relação às quatro operações fundamentais para professores que ensinam Matemática nos anos iniciais – de modo remoto, em tempo de isolamento social, devido à pandemia de Covid-19, vivenciada no Brasil no ano de 2020.

O objetivo geral do curso foi contribuir para a melhoria da educação escolar, pensando no processo de desenvolvimento humano e profissional do professor que ensina Matemática nos anos iniciais, no que se refere ao ensino das quatro operações fundamentais.

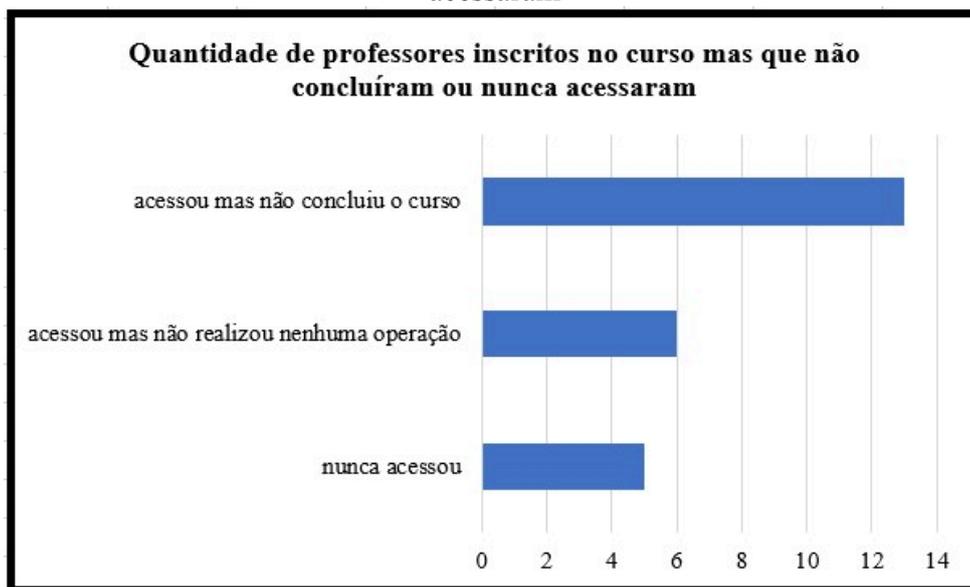
Conforme as orientações da Portaria (Proexc n.º 17, de 25 de março de 2020), os participantes seriam aprovados no curso se obtivessem, no mínimo, 75% de aproveitamento nas tarefas propostas nos módulos, disponíveis no ambiente virtual de aprendizagem (AVA) do curso – o Moodle. Desse modo, 34 professores, aqui representados no Gráfico 1: Quantidade de professores que concluíram o curso e as cidades em que atuam, concluíram o curso de acordo com as orientações dessa Portaria. Os demais participantes (24 professores), ou nunca acessaram o curso; ou acessaram, mas não participaram; ou acessaram, mas não concluíram o curso (Gráfico 1 e 2):

Gráfico 1: Quantidade de professores que concluíram o curso e as cidades em que atuam



Fonte: Elaboração da autora

Gráfico 2: Quantidade de professores inscritos no curso que não concluíram ou nunca acessaram



Fonte: Elaboração da autora

O perfil dos participantes do curso pôde ser traçado a partir do preenchimento do formulário de inscrição pelo Google Forms (APÊNDICE E), pela participação do fórum de apresentação inicial do curso (APÊNDICE C) e pelo preenchimento da ficha de avaliação final (APÊNDICE L), sendo que: 15 professores,³¹ apesar de serem habilitados a ministrarem aula nos anos iniciais, não estavam atuando como regentes nos anos iniciais; 7 professores estavam atuando no 5.º ano; 6 professores atuavam no 4.º ano; 5 professores estavam atuando no 3.º ano e 1 professor estava atuando no 1.º ano. Acreditamos que essas informações são importantes, visto que, mesmo que 15 professores não estivessem atuando nos anos iniciais, inscreveram-se no curso de extensão em busca de formação para a organização do ensino de matemática em relação à temática proposta. O

Gráfico 3 sintetiza o perfil de atuação dos participantes do curso.

³¹ Optamos por usar a palavra “professores” no masculino, por ela incluir tanto professores do sexo feminino quanto do sexo masculino.

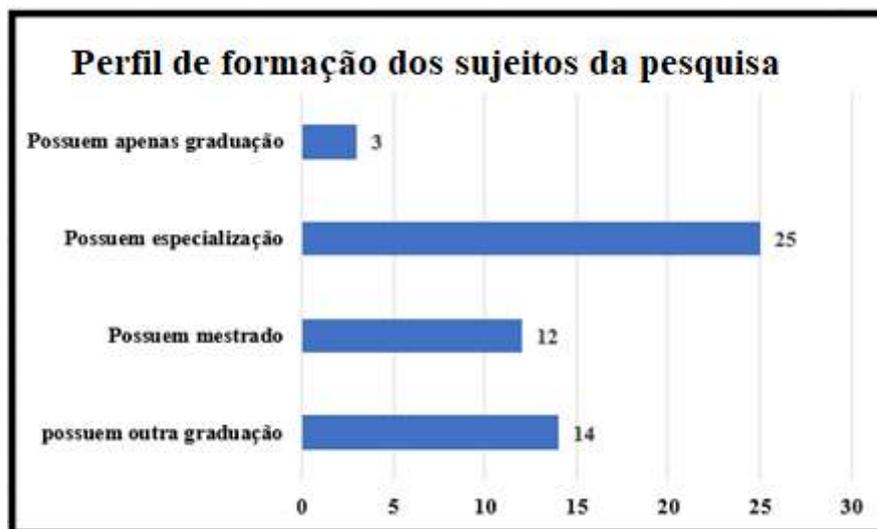
Gráfico 3: Perfil de atuação dos participantes do curso



Fonte: Elaboração da autora

Em relação ao perfil de formação dos participantes do curso, a maioria (25 professores) possui no mínimo especialização; 12 professores possuem mestrado; 14 possuem mais de uma graduação; 3 possuem apenas graduação. Esses dados indicam que a maioria dos inscritos no curso de extensão sente a necessidade de buscar formação para além da inicial.

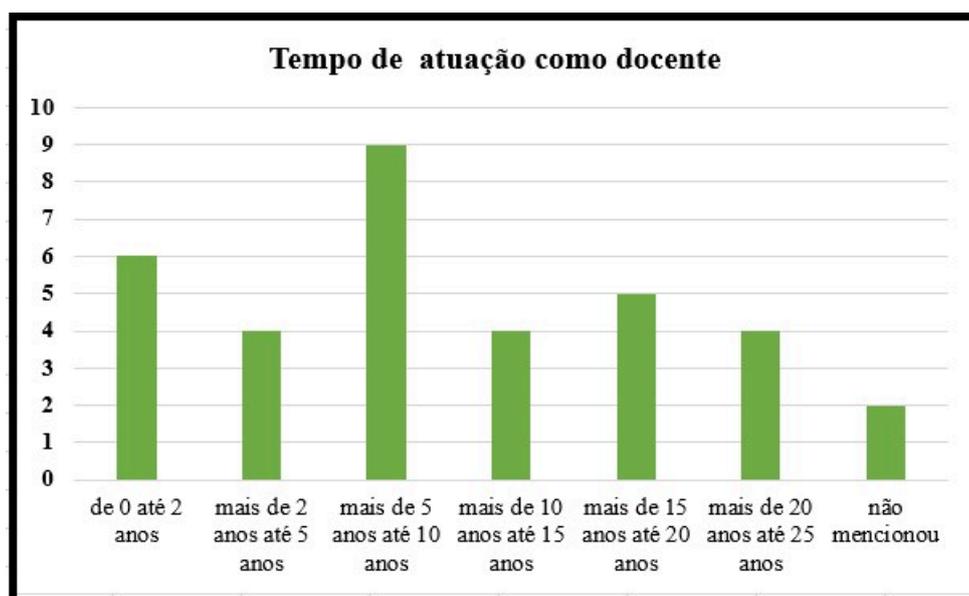
Gráfico 4: Perfil de formação dos participantes do curso



Fonte: Elaboração da autora

No que concerne ao tempo de atuação dos cursistas, constatamos uma heterogeneidade (Gráfico 5), pois tivemos 6 professores em início de carreira (de 0 a 2 anos de atuação); 4 com mais de 2 anos e até 5 anos de carreira; 9 com mais de 5 anos e até de 10 anos de carreira; 4 com mais de 10 anos e até 15 anos de carreira; 5 com mais de 15 anos e até 20 anos de carreira; 4 com mais de 20 anos e até 25 anos de carreira; e 2 professores não mencionaram o tempo de atuação como docentes.

Gráfico 5: Tempo de atuação como docente



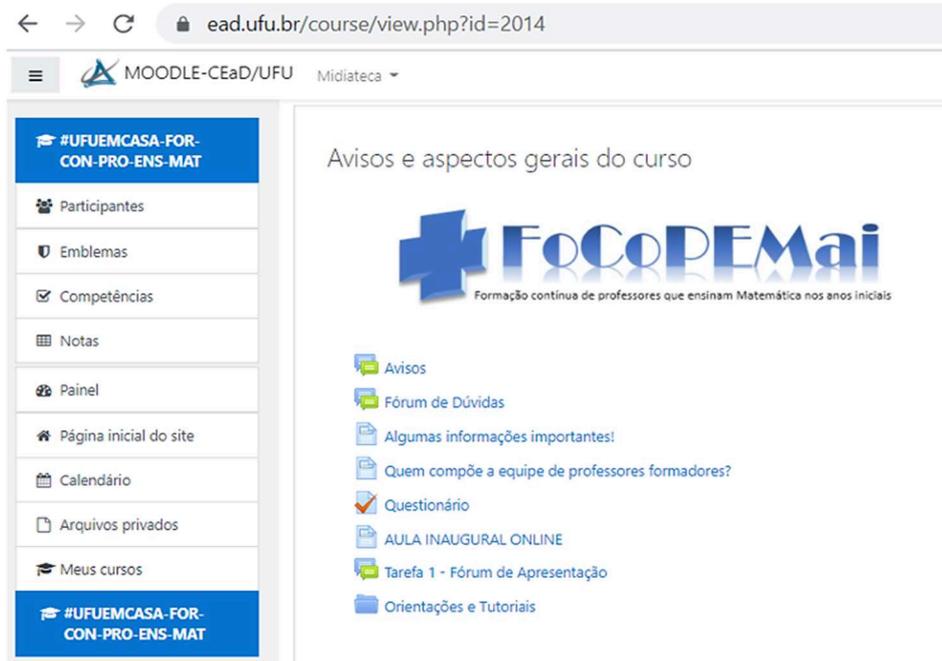
Fonte: Elaboração da autora

A certificação dos 34 professores que concluíram o curso ficou a cargo da Pró-Reitoria de Extensão e Cultura (Proexc), via Sistema de Informação de Extensão e Cultura (Siex). Durante a realização do curso, os participantes receberam apoio pedagógico e tecnológico para acessar o AVA, acessar o conteúdo do curso e participar dos fóruns, das palestras, das aulas *online*, das salas de bate-papo e dos demais recursos disponibilizados na plataforma, como textos, arquivos em Power Point e Word e, também, vídeos gravados por membros da equipe dos professores formadores.

A Figura 36 contempla a página inicial do curso com: avisos e aspectos gerais; fórum de dúvidas; apresentação da equipe de professores formadores; questionário inicial contendo perguntas sobre quais são os elementos essenciais para a compreensão do conceito de número e quais são as ações mentais de cada uma das operações fundamentais.

A tarefa 1 consistiu em um fórum de apresentação proposto aos cursistas, orientando-os a escrever sobre suas experiências profissionais, sobre seus objetivos e expectativas em relação ao curso e, também, orientando-os a relatar suas experiências com o ensino de Matemática nos anos iniciais, além das orientações para a participação da aula inaugural com a prof.^a Dr.^a Fabiana Fiorezi de Marco sobre a “A formação de conceitos científicos e a formação de professores”. As aulas *online* aconteciam pela Plataforma de Conferência Web, o MConf, que é uma ferramenta desenvolvida pela RNP, sem custo de licenças, e permite a realização de conferências pela Internet ao vivo, suportando a transmissão de voz e vídeo e também a utilização de *slides*, compartilhamento de arquivos, gravação das reuniões *online* etc. Dessa forma, todas as reuniões *online* foram gravadas e disponibilizadas em até 48 horas após seu término, para inserção no AVA do curso e, conseqüentemente, para acesso dos participantes. Este recurso permitiu que, quando um cursista não participasse de forma síncrona, assistisse às reuniões posteriormente.

Figura 36: Página inicial do curso



Fonte: Figura da página do AVA do curso

Na Figura 37 temos os tópicos abordados no Módulo 1 do curso, com a participação da prof.^a Dr.^a Vanessa Dias Moretti, via MConf, com gravação disponível para os professores participantes do curso que não puderam estar de forma síncrona em todos os momentos ou para aqueles que quisessem assistir novamente. Na aula, a professora abordou os elementos essenciais para a compreensão do conceito de número e do Sistema de Numeração Decimal e, após a aula, os participantes puderam fazer perguntas e dialogar sobre o que foi compartilhado. No Módulo 1 também foi possível o acesso aos materiais disponíveis em pdf, que tratavam justamente dos elementos essenciais para compreender o conceito de número e traziam sugestões de práticas que os professores poderiam utilizar como referência na organização da sua atividade pedagógica.

Figura 37: *Layout do Módulo 1*

The image shows a screenshot of a Moodle course page. The browser address bar displays 'ead.ufu.br/course/view.php?id=2014'. The Moodle header includes the logo and 'MOODLE-CEaD/UFU' with a 'Midiateca' dropdown menu. On the left, a sidebar menu for the course '#UFUEMCASA-FOR-CON-PRO-ENS-MAT' lists items like 'Participantes', 'Emblemas', 'Competências', 'Notas', 'Painel', 'Página inicial do site', 'Calendário', 'Arquivos privados', and 'Meus cursos'. The main content area features a blue box with a plus sign icon and the text 'Módulo 1' and 'O conceito de número'. Below this, a list of course activities is shown: 'Sobre o que iremos conversar neste módulo?', 'Aula Online - 19h' (with a sub-note: 'Aula online com a Profa. Vanessa Dias Moretti - Tema: "O conceito de número"'), 'Elementos essenciais para compreensão do conceito de número' (with a sub-note: 'Texto: O significado no número e alguns usos sociais: contar, operar, estimar...'), 'Sugestões de práticas' (with a sub-note: 'Texto: Sugestões de práticas'), 'Tarefa 2 - Elaborando propostas', and 'Sala de Bate-Papo Online - Das 19h às 20h' (with a sub-note: 'Sala de Bate-Papo Online é um momento de conversa sobre o que estudamos neste módulo.').

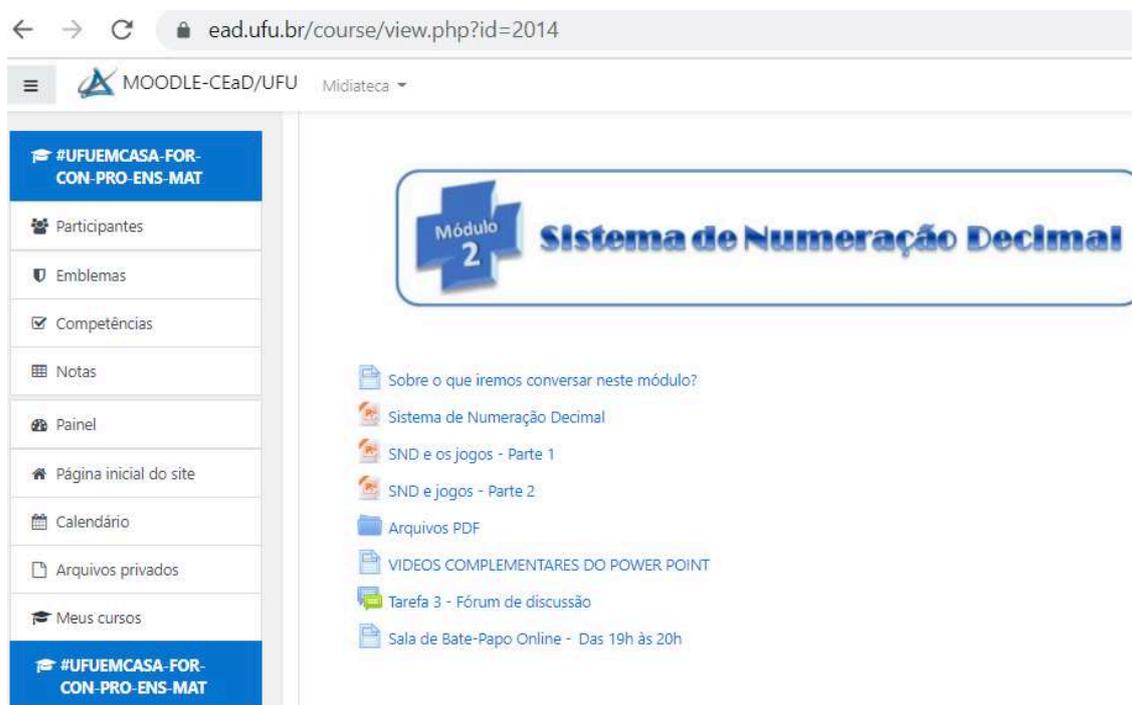
Fonte: Figura da página do AVA do curso

Além disso, os professores tinham a tarefa de elaborar e enviar uma sugestão de proposta para o trabalho com os estudantes, que abordasse, pelo menos, um dos aspectos dos elementos essenciais para a compreensão do conceito de número e detalhasse como a proposta poderia ser desenvolvida, destacando possíveis problematizações. E, por fim, havia o bate-papo *online* – que chamamos de “sessão reflexiva” – com os participantes e os professores formadores, via MConf, sobre o tema abordado no Módulo 1. Ibiapina (2008, p.96) caracteriza a sessão reflexiva como sendo “[...] o lócus em que cada um dos agentes tem o papel de conduzir o outro à reflexão crítica sobre a sua prática, questionando e pedindo esclarecimentos sobre as escolhas feitas”. Vaz (2013, p.75) acrescenta que na sessão reflexiva “[...] o pesquisador centra sua análise em longas conversas em pequenos grupos, a fim de haver trocas de opiniões sobre determinado problema”. No contexto do curso, as sessões reflexivas constituíram um importante espaço síncrono, onde os professores em formação contínua puderam discutir sobre os elementos essenciais para a apropriação de conceitos relacionados às quatro operações fundamentais no decorrer dos módulos.

A Figura 38 apresenta os tópicos abordados no Módulo 2 do curso, indicando a disponibilidade de arquivos em vídeo, Power Point e pdf, cujo conteúdo eram os elementos essenciais para a compreensão do Sistema de Numeração Decimal e sugestões metodológicas com o uso de materiais sensoriais, tais como o ábaco, o material dourado, as

fichas escalonadas³², os jogos, dentre outros. A tarefa do módulo era a participação no fórum de discussão, a partir da visualização da representação pictórica de um número que tinha o zero em uma das ordens. O ponto de discussão foi em torno das diferentes funções do zero e também sobre como o professor poderia explicar ao estudante essas funções. Esse fórum desencadeou um bate-papo *online* via MConf – a sessão reflexiva sobre as diferentes funções do zero.

Figura 38: Layout do Módulo 2



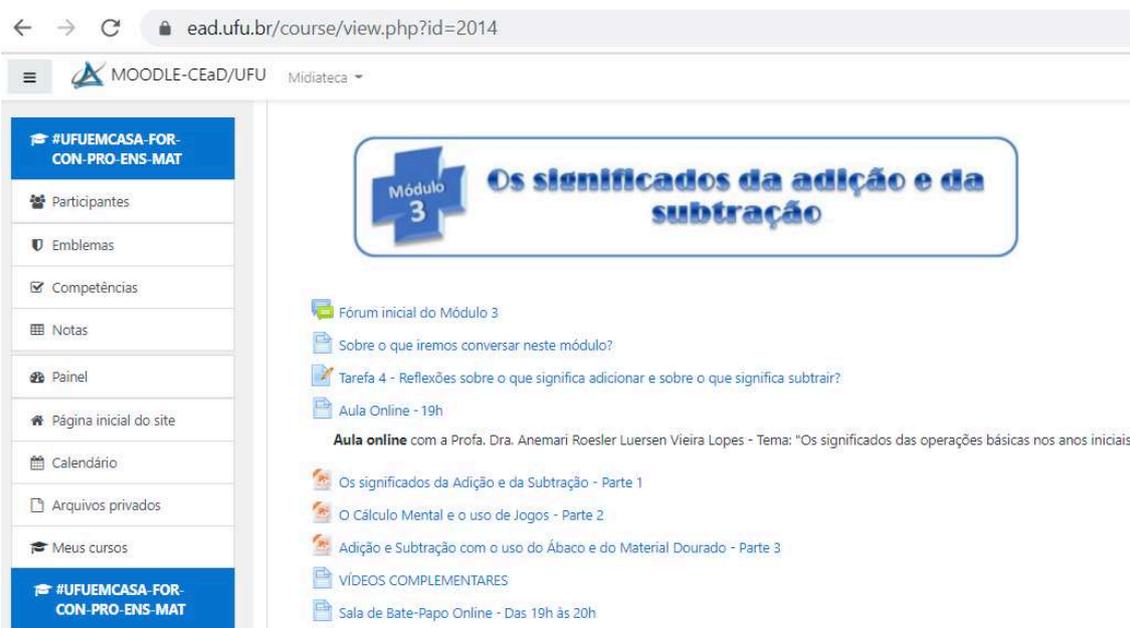
Fonte: Figura da página do AVA do curso

A Figura 39 ilustra a estrutura do Módulo 3. O Fórum inicial tinha como objetivo apreender os conhecimentos dos professores participantes do curso sobre os significados da adição e da subtração. A tarefa do módulo era a realização de um diário contendo reflexões sobre o que significa adicionar e sobre o que significa subtrair. A aula sobre as ações mentais da adição e da subtração foi ministrada pela prof.^a Dr.^a Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, via MConf, e a gravação ficou disponível no AVA. Arquivos em vídeo, Power Point e pdf com conteúdo sobre as ações mentais da adição e da subtração, sugestões sobre os modos de realizar essas operações com o uso do ábaco, do material dourado e de jogos

³² As fichas escalonadas são fichas numéricas com números organizados em ordens, o que possibilita a escrita e a leitura dos números, a composição e a decomposição no Sistema de Numeração Decimal e também a visualização do valor posicional de um algarismo.

também foram disponibilizados. O bate-papo *online* com os participantes do curso e os professores formadores, via MConf, a sessão reflexiva, teve como tema as ações mentais da adição e da subtração e as estratégias de cálculo mental.

Figura 39: Layout do Módulo 3



Fonte: Figura da página do AVA do curso

A Figura 40 ilustra a estrutura do Módulo 4, que também conteve um Fórum inicial sobre o que significa multiplicar e o que significa dividir. A aula sobre as ações mentais da multiplicação e da divisão também foi ministrada pela prof.^a Dr.^a Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, via MConf, e a gravação ficou disponível no Módulo 4 do curso. Além das ações mentais envolvendo as operações de multiplicação e divisão, foram disponibilizados arquivos em vídeo, Power Point e pdf, contendo sugestões metodológicas para o trabalho com os fatos básicos da multiplicação, para a compreensão dos algoritmos como a síntese de todo um processo histórico. Sugestões sobre os modos de realizar a divisão com o uso do material dourado e algumas propostas de jogos também foram disponibilizadas. Nesse módulo foram realizados dois bate-papos (sessões reflexivas) – um sobre a multiplicação e outro sobre a divisão –, devido às necessidades apresentadas pelos participantes a respeito dessa temática, e uma palestra intitulada “Jogos e resolução de problemas no ensino de Matemática”, ministrada pela prof.^a Dr.^a Fabiana Fiorezi de Marco.

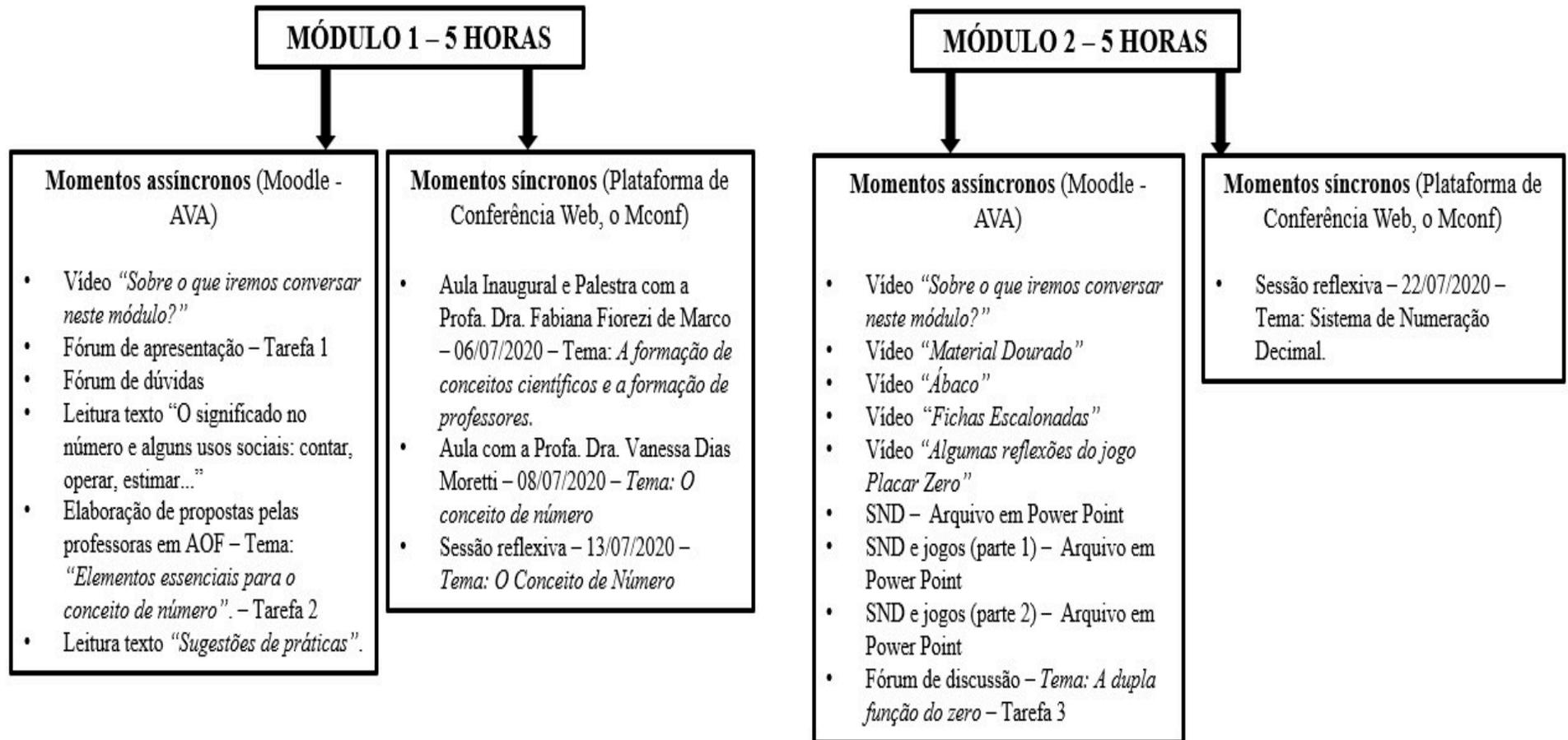
Figura 40: Layout do Módulo 4

The image shows a screenshot of a Moodle course page. The browser address bar at the top displays 'ead.ufu.br/course/view.php?id=2014'. The Moodle header includes the logo and 'MOODLE-CEaD/UFU' with a 'Midiateca' dropdown menu. On the left, a sidebar contains navigation options: '#UFUEMCASA-FOR-CON-PRO-ENS-MAT', 'Participantes', 'Emblemas', 'Competências', 'Notas', 'Painel', 'Página inicial do site', 'Calendário', 'Arquivos privados', and 'Meus cursos'. The main content area features a blue banner with a plus sign icon and the text 'Módulo 4 Os significados da multiplicação e da divisão'. Below the banner, the course content is listed: 'Tarefa 5 - Fórum Inicial do Módulo 4', 'Sobre o que iremos conversar neste módulo?', 'Aula Online - 19h', 'Aula online com a Profa. Dra. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes - Tema: "Os significados das operações de multiplicação e divisão nos anos iniciais"', 'Os significados da Multiplicação e da Divisão - PARTE 1', 'Os fatos básicos da Multiplicação e sugestões de Jogos - PARTE 2', 'A Divisão por meio do Material Dourado e sugestões de Jogos - PARTE 3', 'Arquivos em PDF', 'Bate-papo: Multiplicação', 'Bate-papo: Jogos no ensino de Matemática', 'Bate-papo: Divisão', 'Aula de encerramento do curso', 'VÍDEOS COMPLEMENTARES', 'Preenchimento do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido', and 'Tarefa 6 - AVALIAÇÃO FINAL'.

Fonte: Figura da página do AVA do curso

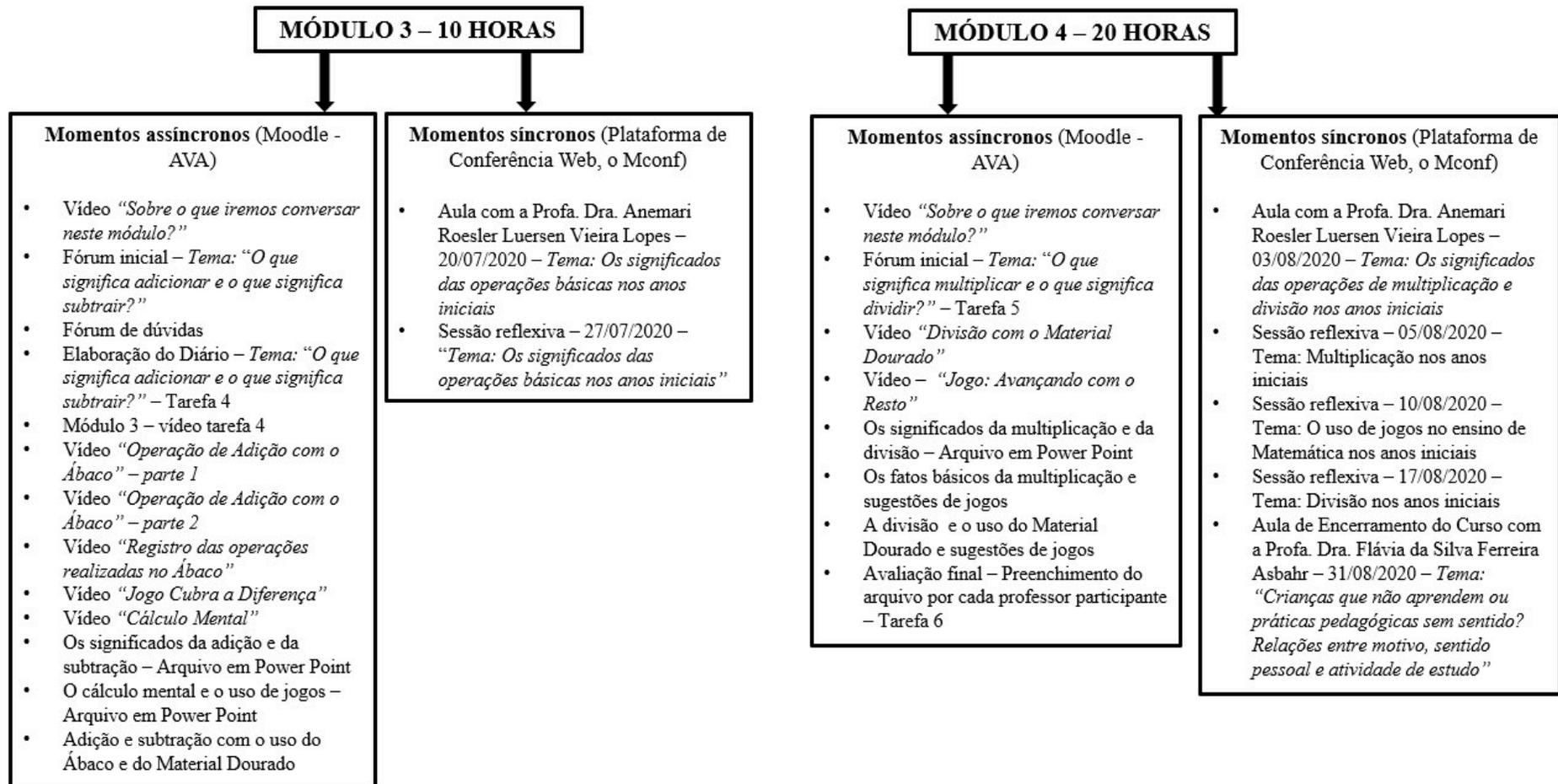
De maneira esquemática, apresentamos aqui o conteúdo do curso, dividido nos quatro módulos, por meio das Figuras 41 e 42:

Figura 41: Esquema do curso Módulo 1 e Módulo 2



Fonte: Elaboração da autora

Figura 42: Esquema do curso Módulo 3 e Módulo 4



Fonte: Elaboração da autora

4.2 Produção de material empírico para análise

A presente pesquisa tem o parecer consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP), cujo número do processo é 4.351.238 (ANEXO B). A produção de material empírico para análise se deu a partir do curso de extensão referenciado na subseção 4.1. Todos os 34 participantes que concluíram o curso foram convidados a serem sujeitos da nossa pesquisa e aceitaram o convite, ao assinarem o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (ANEXO A), via formulário *online* (APÊNDICE E), elaborado no Google Forms e também por meio de arquivo enviado por *e-mail* (ANEXO A), conforme orientações do CEP, tendo em vista o quadro mundial vivenciado de distanciamento social em função da pandemia.

Entretanto, dos 34 participantes que concluíram o curso, elencamos as produções de 12, sendo dois sujeitos representantes de cada intervalo de tempo de atuação docente, conforme explicitado no Quadro 11.

Quadro 11: Perfil dos participantes selecionados

Categoria	Participantes selecionados
0 a 2 anos	Alice: é professora em início de carreira (6 meses), tendo sua primeira experiência como professora regente das séries iniciais do Ensino Fundamental, atuando no 3.º ano.
	Luciene: é professora com mestrado em Química e finalizou recentemente a segunda licenciatura em pedagogia. Nunca havia atuado como professora dos anos iniciais até então.
Mais de 2 anos até 5 anos	Jaqueline: é professora há 5 anos, especialista em Psicopedagogia e Supervisão Escolar e também em História e Cultura Afro-brasileira.
	Luísa: é professora há aproximadamente 5 anos, formada em Pedagogia, Pedagogia Especial, Arquivologia e graduanda em Ciências Biológicas.
Mais de 5 anos até 10 anos	Laís: possui especialização em Orientação e Supervisão, atua na docência há 10 anos.
	Débora: é professora especialista em Psicopedagogia e Metodologia do Ensino da Matemática e atua na docência há 10 anos.
Mais de 10 anos até 15 anos	Manuela: é professora que atua há 11 anos na docência e está cursando mestrado em Educação.
	Elena: é professora com mestrado em Ensino de Ciências e Matemática e possui 15 anos de experiência na docência.
Mais de 15 anos até 20 anos	Lorena: é professora há 15 anos e atua como formadora em Matemática na Secretaria de Educação de um município do estado de SP.
	Rose: é professora há 19 anos nos anos iniciais.
Mais de 20 anos até 25 anos	Vera: é mestre, tem 24 anos de profissão, leciona matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e pesquisa sobre a organização do ensino de matemática nos anos iniciais.

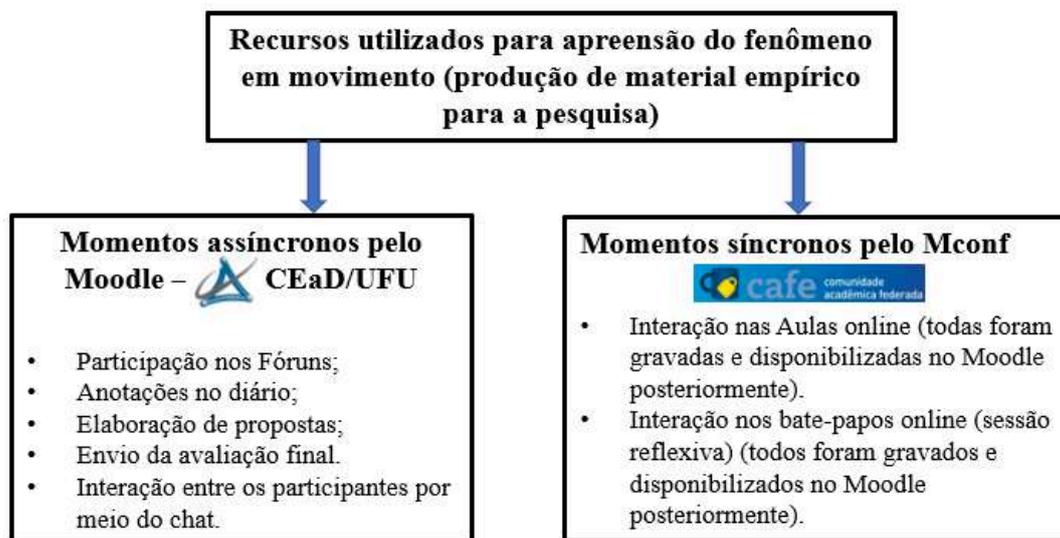
Categoria	Participantes selecionados
	Bruna: possui 25 anos de atuação como docente e atualmente faz atendimento no Laboratório de Aprendizagem em Matemática, acolhendo alunos não alfabetizados do 3.º, 4.º e 5.º anos dos anos iniciais. É mestre em Educação na alfabetização matemática.

Fonte: Informações organizadas pela autora a partir do preenchimento da ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso

Como critérios para a seleção desses representantes para a pesquisa, consideramos os registros nas plataformas Moodle e MConf, e o percentual de envolvimento, decorrentes da participação nas 40 horas do curso de extensão. Consideramos, ainda, esse intervalo de tempo de atuação docente para compreender se as necessidades formativas dos professores dos anos iniciais em Matemática acabam após a formação inicial ou após anos de atuação, já que a formação é contínua e ocorre sempre que o sujeito está em atividade (LEONTIEV, 1978, 1983), objetivando a apropriação dos modos gerais de organização do ensino que contribuam para o desenvolvimento psíquico tanto do professor quanto do estudante (MARCO; MOURA, 2016). Os participantes da pesquisa tiveram suas identidades preservadas, por meio de nomes fictícios, ao serem mencionados nas transcrições dos materiais empíricos, disponíveis na plataforma Moodle.

Como o curso de extensão foi realizado totalmente de modo remoto e com momentos síncronos e assíncronos, utilizamos o Moodle (AVA) para os momentos assíncronos, onde o curso foi hospedado, e o MConf para os momentos síncronos, para realização das aulas *online* e dos bate-papos *online*, que chamamos de sessões reflexivas. Todos os momentos síncronos foram gravados e disponibilizados, posteriormente, no Moodle, ou seja, todo o material empírico para a pesquisa estava presente no AVA para nossa análise. Tanto os momentos síncronos quanto os assíncronos permitiram a apreensão do fenômeno em movimento, pois ambos incluíram a interação entre os participantes do curso (Figura 43). A interação assíncrona foi propiciada e acompanhada por meio do Moodle pelos relatórios de participação individual de cada tarefa e também por um relatório individual de acessos em cada um dos recursos proporcionados no AVA.

Figura 43: Recursos utilizados para apreensão do fenômeno em movimento



Fonte: Elaboração da autora

Tendo explicado o processo de produção de material empírico para análise, passamos para a seção 4.3, onde elencaremos os isolados da pesquisa.

4.3 Os isolados da pesquisa: um caminho para revelar as ações formadoras dos professores em AOF

Para analisar os materiais empíricos produzidos para a pesquisa, ou seja, para analisar o fenômeno no movimento do curso de extensão, utilizamos o conceito de isolado, proposto por Caraça (2000, p. 112), ao assumir que “[...] na impossibilidade de abraçar, num único golpe, a totalidade do Universo, o observador recorta, destaca dessa totalidade, um conjunto de seres e fatos, abstraindo de todos os outros que com eles estão relacionados”. Assim sendo, os isolados da nossa pesquisa que emergiram de nossas análises são: *Necessidades formativas* e *Apropriação de novas significações*. Acreditamos que o isolado contém as características de uma totalidade, de uma realidade onde, como assevera Moura (2004, p. 167), permanecem “todos os fatores que, ao se interdependerem, têm influência marcante no fenômeno a estudar”.

Com intuito de revelar as ações formadoras dos sujeitos participantes da pesquisa dentro de cada isolado, utilizamos os episódios de formação de Moura (2004), pois acreditamos que eles contêm as relações essenciais dentro dos isolados que são indispensáveis para a explicação do fenômeno em movimento. Para Moura (2004, p. 276), os episódios podem ser “[...] frases escritas ou faladas, gestos e ações que constituem

cenar que podem revelar interdependência entre os elementos de uma ação formadora”. As cenas estruturadas a partir dos episódios “[...] buscam revelar as múltiplas determinações, as relações essenciais que possibilitam compreender o fenômeno para além da aparência, do imediato (ARAÚJO; MORAES, 2017, p. 68). Para essas autoras, esse método de exposição de análise possibilita que se fale com a teoria e não da teoria. Na produção de material empírico para análise advindo dos registros dos professores nos momentos assíncronos – participação nos fóruns, anotações no diário, elaboração de propostas, envio da avaliação final, interação entre os participantes por meio do *chat* – e nos síncronos: interação nas aulas *online* e nas sessões reflexivas, procuramos observar indícios que revelassem mudanças qualitativas na formação do professor.

Estruturalmente, o isolado *Necessidades formativas* contempla dois episódios: Necessidade e motivos para participar do curso de formação (Episódio 1) e Sentido pessoal inicial em relação ao conceito de número e das operações fundamentais (Episódio 2). O Episódio 1 possui duas cenas: 1.1: Necessidade de apropriação teórico-metodológica para organizar o ensino e Cena 1.2: Necessidades formativas sobre o ensino de conteúdos curriculares em Matemática. O Episódio 2 também é composto por duas cenas: Cena 2.1: O conceito de número e do SND e Cena 2.2: O conceito das quatro operações fundamentais. O intuito, com esses Episódios, é revelar e analisar as necessidades formativas dos participantes da pesquisa e os sentidos iniciais que eles possuem, referentes ao conceito de número e das quatro operações fundamentais.

O isolado *Apropriação de novas significações* é composto por um episódio: Apropriação de instrumentos teórico-metodológicos (Episódio 3), cujas cenas são: Cena 3.1: O conceito de número e do SND, Cena 3.2: A adição e a subtração, Cena 3.3: A multiplicação e a divisão e Cena 3.4: Instrumentos sensoriais na organização do ensino das operações. O intuito com esse episódio é apreender e revelar novos sentidos atribuídos pelos professores no processo de significações no âmbito das quatro operações fundamentais.

Com intuito de sintetizar nosso movimento do pensamento acerca da apreensão do fenômeno, foi elaborado o Quadro 12.

Quadro 12: O movimento de apreensão do fenômeno

Questão investigativa	Tramas que nos direcionaram	Critério de seleção dos participantes	Isolados	Episódios	Cenas	
Quais indícios de apropriação de novas significações sobre as operações fundamentais podem ser revelados por professores que ensinam Matemática em uma Atividade Orientadora de Formação de modo remoto?	1- compreender as necessidades formativas dos professores em relação aos aspectos teórico-metodológicos das quatro operações fundamentais;	1- Alice	NECESSIDADES FORMATIVAS	Episódio 1 Necessidades e motivos para participar do curso de extensão	Cena 1.1: Necessidade de apropriação teórico-metodológica para organizar o ensino.	
		2- Luciene			Cena 1.2: Necessidades formativas sobre o ensino de conteúdos curriculares em Matemática.	
		3- Jaqueline		Episódio 2 Sentido pessoal inicial em relação ao conceito de número e das operações fundamentais	Cena 2.1: O conceito de número e do SND.	
		4- Luísa			Cena 2.2: O conceito das quatro operações fundamentais.	
		5- Laís		APROPRIAÇÃO DE NOVAS SIGNIFICAÇÕES	Episódio 3 Apropriação de instrumentos teórico-metodológicos	Cena 3.1: O conceito de número e do SND.
		6- Débora				Cena 3.2: A adição e a subtração.
	7- Manuela	Cena 3.3: A multiplicação e a divisão.				
	8- Elena	Cena 3.4: Instrumentos sensoriais na organização do ensino das operações.				
	9- Lorena					
	3- apreender e revelar novos sentidos atribuídos pelos professores no processo de significações no âmbito das quatro operações fundamentais.	10- Rose				
		11- Vera				
		12- Bruna				

Fonte: Elaboração da autora

5 - AS TRAMAS QUE REVELAM INDÍCIOS DA APROPRIAÇÃO DE NOVAS SIGNIFICAÇÕES DE PROFESSORES, SOBRE AS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS, EM UMA AOF

Esta seção tem como objetivo analisar o material empírico e revelar indícios de apropriações de novas significações, em relação às quatro operações fundamentais, por professores dos anos iniciais em AOF. Destacamos que nem todas as cenas foram compostas pelos registros de todos os 12 participantes, pois consideramos os registros que se relacionavam com a respectiva temática de cada cena.

5.1 Episódio 1: Necessidades e motivos para participar do curso de extensão

O objetivo do episódio 1 foi o de compreender as necessidades formativas dos professores em relação aos aspectos teórico-metodológicos das quatro operações fundamentais. Para Leontiev (1978) toda atividade tem como gênese uma necessidade que é impulsionada por um motivo, o qual precisa articular a necessidade a um determinado objeto. Longarezi e Franco (2013, p.72) destacam que o motivo “[...] é o que move o sujeito para a satisfação de uma necessidade. Sem motivos e necessidades não existe atividade” e que o mesmo “[...] nasce do encontro entre a necessidade e o objeto, é ele que impulsiona a atividade, uma vez que objetos e ações por si só não são capazes de inicia-la”.

Para evidenciar que as necessidades dos professores para participação no curso de extensão foram mobilizadas por motivos, e estes poderiam ou não coincidir com o objeto, foram organizadas duas cenas: Cena 1.1: Necessidade de apropriação teórico-metodológica para organizar o ensino e Cena 1.2: Necessidades formativas sobre o ensino de conteúdos curriculares em Matemática.

Cena 1.1: Necessidade de apropriação teórico-metodológica para organizar o ensino

A cena 1.1 foi constituída a partir dos registros dos 12 participantes (Quadro 13) no fórum de apresentação (APÊNDICE C) e no diário de reflexões (APÊNDICE I), preenchidos nos momentos assíncronos no Moodle. Assim sendo, na cena 1.1, buscamos apreender os motivos que impulsionaram os professores a participarem do espaço de aprendizagem, objetivado por meio de um curso de formação contínua de modo remoto,

pois entendemos, assim como Longarezi e Franco (2013), que as necessidades e o objeto não são suficientes para produzirem a atividade.

Quadro 13: Participantes da cena 1.1

Categoria	Participantes
0 a 2 anos	1- Alice
	2- Luciene
Mais de 2 anos até 5 anos	3- Jaqueline
	4- Luísa
Mais de 5 anos até 10 anos	5- Laís
	6- Débora
Mais de 10 anos até 15 anos	7- Manuela
	8- Elena
Mais de 15 anos até 20 anos	9- Lorena
	10- Rose
Mais de 20 anos até 25 anos	11- Vera
	12- Bruna

Fonte: Dados organizados pela autora

Relacionando com a nossa realidade, as necessidades dos participantes do curso e a apropriação de novas significações relativas às operações fundamentais (objeto), precisam ser impulsionadas por motivos, pois é nessa articulação que pode ser produzida a Atividade Orientadora de Formação (AOF). Gladcheff (2015, p. 124) menciona que

[...] as necessidades destacadas juntamente com suas expectativas, ao encontrarem no objeto proposto pelo processo de formação a sua satisfação, podem se tornar o motivo pelo qual os professores se mantêm no movimento para, com isso, possibilitar que eles entrem em “atividade”. Essa, em nosso entendimento, deve ser a finalidade da atividade de formação: proporcionar ao professor, por meio da formação de seu pensamento teórico, a satisfação de suas necessidades relacionadas a sua prática educativa, como responsabilidade social, como formador da personalidade de seus alunos.

Postas essas considerações iniciais, recortamos as falas dos participantes³³ que evidenciam seus motivos de participação no curso de extensão de modo remoto e organizamos o Quadro 14. A função dos dígitos nos registros dos participantes tem o seguinte significado: os dois primeiros dígitos representam o número da cena e o terceiro dígito diz respeito ao número do participante no Quadro 14:

Quadro 14: Registro dos participantes na cena 1.1

1.1.1 Alice: <i>No momento estou ministrando aulas na turma do 3º ano B [...] para uma turma de 34 alunos com idades entre 7 e 11 anos. Desde março deste ano eu estou atuando como</i>

³³ Mantivemos os registros escritos como foram transmitidos na nossa comunicação *online*, durante o curso.

professora regente desta turma e durante esse tempo tive algumas inseguranças em ensinar a matemática principalmente no que se refere adição e subtração de números das casas das centenas, porque os alunos ficam confusos com os números que tem que subir ou descer nas continhas armadas. E também da multiplicação de modo geral. E também tenho algumas dúvidas em relação a tabuada se é ou não é necessário que o aluno a decore como antigamente, pois os tempos mudaram. A minha relação com a matemática nunca foi muito boa e eu sei que preciso mudar esta percepção da mesma, para poder ensinar os meus alunos de modo que seja um ensino significativo e agradável.

1.1.2 Luciene: Atualmente sou professora dos componentes curriculares do núcleo comum de matemática (8º ano) e língua moderna inglesa (9º ano). A docência não era um desejo ao concluir o ensino médio, no entanto, fui incentivada a cursar licenciatura e é minha paixão desde então. Acredito na educação como meio de transformação, e sendo assim, tendo a incentivar meus alunos neste sentido, a estudar e transformar sua própria realidade. Busco com este curso contribuir em minha formação, fazendo com que eu perceba novas metodologias de ensino e que eu construa constantemente meu ser e fazer docente.

1.1.3 Jaqueline: Gosto de fazer de tudo um pouco e de aprender também. Para adquirir conhecimento não tem idade e nem tempo certo, deve ser sempre, contínuo. Ainda mais agora com o grande desafio de ensinar a distância para crianças que às vezes não tem apoio em casa. Temos de ser dinâmicas e adotar métodos diversificados e eficazes. Quando se trata de Matemática, acho que é impossível querer ficar fora, pois a todo momento lidamos com a matemática. Inclusive meu trabalho final de conclusão de curso da minha graduação foi sobre a importância da Matemática nas Séries Iniciais. Ser professora é muito gratificante, mas, vejo esta profissão como uma das mais delicadas para atuar. O mundo atualmente oferece uma diversidade de meios de adquirir conhecimentos, sabendo disto os professores precisam ser dinâmicos e estar atualizados sempre, Para que o aluno sinta desejo de estar em contato com o professor. Então quando ouvi o comentário que iria abrir este curso, fiquei muito interessada, por ser em Matemática, e, por ser oferecido pela equipe da UFU, onde já tive a oportunidade de participar de 2 cursos maravilhosos, com professores capacitados, carismáticos e atenciosos. Acredito que este não seja diferente dos outros, pois já de princípio já pude perceber um grande carisma da equipe de formadores. Eu farei o possível para não perder nada e aproveitar o máximo de tudo que for exposto. Acredito que conhecimento nunca é demais, ainda mais depois deste período de isolamento social, é bom nos prepararmos para voltarmos para a sala de sala renovados, com uma bagagem diferenciada, tenho certeza de que o curso será ótimo.

1.1.4 Luísa: Meus objetivos são o aprimoramento dos conhecimentos e conseqüentemente a melhoria no ensino e aprendizagem dos alunos.

1.1.5 Laís: Amo minha profissão e por isso procuro sempre inovar meus conhecimentos, já que a Educação é um estudo continuado, nunca perco as oportunidades de aprender, algo novo com pessoas capacitadas em proporcionar um ensino de qualidade em prol da Educação.

1.1.6 Débora: Minha expectativa com o curso é a busca por conhecimento e compartilhar experiências sobre a aprendizagem das crianças nessa área.

1.1.7 Manuela: As minhas expectativas com relação ao curso são de poder aprender um pouco mais junto ao grupo, saberes relacionados à matemática nos anos iniciais, pois tenho afinidade com a matemática nesta etapa. Uma vez que o/a professor/a tenha domínio e clareza desses conhecimentos poderá auxiliar e contribuir com as crianças em seu processo de ensino e aprendizagem e assim oportunizar aprendizagens significativas.

1.1.8 Elena: *Adquirir novas experiências e conhecer pessoas novas. Feliz em participar desta formação.*

1.1.9 Lorena: *Minha expectativa com o curso é de aprimoramento profissional, que possamos estudar e trocar experiências sobre um ensino de matemática cada vez mais significativo para as crianças e para os professores, numa perspectiva de que as ideias e saberes matemáticos são construídos em torno do fazer e do compreender.*

1.1.10 Rose: *Tenho interesse em evoluir no campo da educação, aprimorando as didáticas e reflexões. Tenho feito vários cursos que agregam na minha formação e espero poder concluir mais uma etapa com esse curso que será iniciado.*

1.1.11 Vera: *Venho em busca de melhor compreender a formação dos conceitos básicos da disciplina e assim meu papel no ensino nos anos posteriores. [...] o que me interessou neste curso foi exatamente a proposta de tratar com os conceitos mais fundamentais da disciplina. E olhem estou transbordando de satisfação e alegria por estar aqui com vocês. Hoje meu pensamento diz a todo momento que volto meu olhar, meu tempo a este estudo - "Yes! É isso que eu precisava. Que bom que eu estou aqui!".*

1.1.12 Bruna: *Tenho forte interesse pelos processos de aprendizagem em alfabetização matemática, sendo este, motivo de pesquisa no que tange ao processo de construção de conhecimentos pelos alunos nessa fase escolarização. Atualmente, sou responsável pelo Projeto Laboratório de Aprendizagem em Matemática, na escola em que trabalho, que além de oferecer suporte aos professores no planejamento de atividades matemáticas, oferece atendimento para alunos não alfabetizados dos 3º, 4º e 5º anos dos anos iniciais.*

Fonte: Informações retiradas do Fórum de Apresentação - APÊNDICE C – Perfil dos professores participantes da pesquisa e do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso.

Frente aos registros desses participantes, analisamos que os interesses que impulsionaram o ingresso no curso de extensão de modo remoto contemplam quatro motivos: *necessidade de apropriação teórica, necessidade de apropriação metodológica, aprendizados advindos de outros espaços de aprendizagem e necessidade de formação contínua.* Organizamos dessa forma apenas para focarmos nos aspectos identificados com mais ênfase, porém salientamos que são permeados por entrelaçamentos.

Encontramos indicativos da necessidade de apropriação teórica nos registros de Alice (1.1.1), Manuela (1.1.7), Lorena (1.1.9), Vera (1.1.11) e Bruna (1.1.12), e entendemos a necessidade de apropriação teórica como necessidade de apropriação de conceitos matemáticos (PANOSSIAN; MORETTI; SOUZA, 2017).

O registro de Alice (1.1.1), professora em início de carreira, evidencia dificuldades conceituais quando menciona “[...] tive algumas inseguranças em ensinar a matemática principalmente no que se refere adição e subtração de números das casas das centenas, porque os alunos ficam confusos com os números que tem que subir ou descer nas continhas armadas” e, nessa dificuldade de ensinar o algoritmo da adição e da subtração para uma turma de 3.º ano, surgiu a necessidade de buscar soluções para resolver essa

situação. Alice (1.1.1) também foi impulsionada pelo motivo de apropriação dos conceitos matemáticos, que a direcionou ao objeto (apropriação conceitual), que poderia ser atendido por meio da vivência num espaço de aprendizagem de forma remota.

Pelo mesmo motivo de Alice (1.1.1), Vera (1.1.11), apesar de ter mais de 20 e menos de 25 anos de atuação como docente, afirma que o motivo de participar do processo formativo foi a busca pela apropriação teórica: *“Venho em busca de melhor compreender a formação dos conceitos básicos da disciplina”*. Nesta frase, a professora Vera expõe que sua experiência docente de mais de 20 anos ainda requer formação, pois a prática não foi suficiente para auxiliá-la na compreensão de conceitos essenciais a organizar o ensino da matemática.

Neste contexto, analisamos que o motivo “necessidades de apropriação teórica” é o que mais se aproxima dos motivos eficazes (LEONTIEV, 1978), uma vez que coincide com o objeto e garante as condições da atividade (LONGAREZI; FRANCO, 2013). Moura (2012) reitera a importância de o professor ter consciência dos processos de satisfação das necessidades humanas em relação ao desenvolvimento da matemática, pois só assim será possível criar motivos eficazes para a aprendizagem dos estudantes por meio de práticas educativas.

Identificamos, nos registros de Luciene (1.1.2), Manuela (1.1.7), Lorena (1.1.9), Rose (1.1.10) e Bruna (1.1.12), indicativos da necessidade de apropriação metodológica. Analisamos que esses são os motivos apenas compreensíveis (LEONTIEV, 1978), pois não coincidem com o objeto, não se direcionam ao objeto, ou seja, são insuficientes para conferir sentido à ação (LONGAREZI; FRANCO, 2013). Luciene (1.1.2), professora em início de carreira, elucida que seu objetivo, ao se inscrever no curso de extensão, a princípio, não era a apropriação de novas significações em relação às operações fundamentais, mas sim a apropriação de modos de ação, nos quais os motivos não garantem as condições da atividade: *“Busco com este curso contribuir em minha formação, fazendo com que eu perceba novas metodologias de ensino e que eu construa constantemente meu ser e fazer docente”*. Sobre os motivos, Longarezi e Franco (2013, p.73) enfatizam: *“Os motivos-estímulos³⁴ movem, mas por razões diversas, não aquelas que diretamente dizem respeito ao objeto da própria atividade. Na situação de não coincidência entre motivo e objeto encontramos o processo de ação”*.

³⁴ Longarezi e Franco (2013) utilizam a palavra “motivos-estímulos”, ao invés de “motivos apenas compreensíveis”.

Jaqueline (1.1.3) e Rose (1.1.10) registram que a necessidade de formação contínua tem se concretizado por meio da realização de vários cursos. Nesse sentido, percebemos que o motivo “aprendizados advindos de outros espaços de aprendizagem” impulsionaram, inicialmente, essas professoras a se inscreverem no curso de extensão. Rose (1.1.10) certifica: “*Tenho feito vários cursos que agregam na minha formação*”, e Jaqueline (1.1.3) destaca a relevância do papel da universidade nesse processo:

[...]quando ouvi o comentário que iria abrir este curso, fiquei muito interessada, por ser em Matemática, e, por ser oferecido pela equipe da UFU, onde já tive a oportunidade de participar de 2 cursos maravilhosos, com professores capacitados, carismáticos e atenciosos.

Em se tratando da relevância do papel da universidade na formação contínua do professor, Dias e Souza (2017, p.185) esclarecem que as condições institucionalizadas funcionam como meios que compreendem aprendizagens específicas e intencionais para a materialização da constituição do ser professor e afirmam que “[...] a constituição do ser professor demanda o suprimento de especificidades características da função que lhe cabe desenvolver na composição da estrutura social”. Em relação aos motivos “aprendizados advindos de outros espaços de aprendizagem” nos indicam que sejam apenas compreensíveis (LEONTIEV, 1978).

No que tange ao motivo “formação contínua”, encontramos indicativos nos registros de Luciene (1.1.2), Jaqueline (1.1.3), Luísa (1.1.4), Laís (1.1.5), Débora (1.1.6), Elena (1.1.8) e Lorena (1.1.9). O reconhecimento da necessidade de continuidade no processo de constituir-se professor pode ser identificado nos registros dessas professoras, quando afirmam: “*Para adquirir conhecimento não tem idade e nem tempo certo, deve ser sempre, contínuo. Ainda mais agora com o grande desafio de ensinar a distância³⁵ para crianças que às vezes não têm apoio em casa*” (Jaqueline, 1.1.3) e “*Amo minha profissão e por isso procuro sempre inovar meus conhecimentos, já que a Educação é um estudo continuado, nunca perco as oportunidades de aprender...*” (Laís, 1.1.5). Essas professoras compartilham que a formação do professor para além da inicial é uma necessidade presente no percurso docente e que o motivo “formação contínua” as impulsionou a participar do curso de extensão.

Entendemos a necessidade como aquele elemento que, mesmo não sendo suficiente para que o sujeito esteja em atividade, é o pontapé inicial que o orienta a

³⁵ A professora se referia ao momento de ensino remoto vivido em função da pandemia do COVID-19.

conhecer mais o objeto da sua atividade, ou seja, a conhecer melhor o ato de ensinar, no caso de professores. À medida que esses modificam seu objeto, modificam a si mesmos, pois “[...] o sujeito faz-se sujeito ao lidar com os objetos e que, ao agir, impacta a realidade, isto é, exerce uma ação modificadora sobre o objeto na qual a ação incide.” (MOURA, 2000, p. 10). Essa afirmação nos leva a refletir sobre a importância de o professor considerar suas necessidades, movimentar-se na busca por satisfazê-las, ter consciência de qual é o seu objeto e reconhecer que sua ação, ao mesmo tempo que pode modificar seu objeto, pode modificar a si mesmo. O que faz o professor se movimentar nessa busca é o motivo que o impulsiona, pois ele é elo que liga a necessidade ao objeto. Assim, a para que a necessidade dos participantes do curso seja satisfeita ao se encontrar no objeto (a apropriação de novas significações relativas às operações fundamentais), é necessário que o motivo coincida com o objeto (LEONTIEV, 1978).

Cena 1.2: Necessidades formativas sobre o ensino de conteúdos curriculares em Matemática

O objetivo da cena 1.2 é refletir sobre as necessidades formativas relacionadas aos conteúdos matemáticos que emergiram em vários momentos no espaço de aprendizagem, decorrentes de fragilidades na formação inicial, percebidas pelos próprios participantes. Os registros (Quadro 14) relacionados a essa temática correspondem a cinco participantes (Quadro 15), no preenchimento da ficha de avaliação final (Apêndice K) e durante as sessões reflexivas (gravação em vídeo e registros no *chat*), realizadas nos dias 13/07/2020 e 27/07/2020. Foram considerados apenas 5 de um total de 12 participantes elencados para análise, pois foi dos registros desses que emergiu a produção de material empírico relacionado à temática da cena 1.2.

Quadro 15: Participantes da cena 1.2

Categoria	Participantes
0 a 2 anos	2- Luciene
Mais de 10 anos até 15 anos	8- Elena
Mais de 15 anos até 20 anos	10- Rose
Mais de 20 anos até 25 anos	11- Vera
	12- Bruna

Fonte: Material organizado pela autora

Quadro 16: Registro dos participantes na cena 1.2

1.2.2 Luciene: *Infelizmente, por vezes, o professor regente não tem a formação necessária para lecionar, sobretudo a matemática. Sim, acredito que por mais que ele goste ele não consegue oferecer as ferramentas para que o aluno construa sua aprendizagem. (Fonte: Informações retiradas da Sessão reflexiva, chat, 13/07/2020). Em minha primeira licenciatura eu não tive a oportunidade, uma vez que não era o foco do curso, aprofundar no ensino de matemática, sobretudo para os anos iniciais. Obtive uma formação fragmentada para saber fazer e não para ensinar como fazer. Devido a minha área de atuação percebi muitas deficiências em minha formação e necessidade de complementação dos estudos, assim procurei fazer a segunda licenciatura em pedagogia, e ainda assim não encontrei os recursos que buscava. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

1.2.8 Elena: *Qualquer assunto da matemática tem validade para ser abordado com professores pedagogos. Vejo que existe uma carência de conteúdo matemático para professores dos anos iniciais. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). Acredito que a interação entre professores dos anos iniciais e finais é fundamental para a construção de uma base sólida... Acredito que a maior dificuldade da criança, muitas vezes é o professor... Que demonstra não gostar de matemática. O que me deixa feliz é ver esse movimento de professores dos anos iniciais se mobilizando em aprender cada dia mais e contribuir para a construção de uma base sólida nesse tema (Fonte: Informações retiradas da Sessão reflexiva, chat, 13/07/2020). A pedagogia nos forma em tudo e em nada ao mesmo tempo” (Fonte: Informações retiradas da Sessão reflexiva, chat, 22/07/2020)*

1.2.10 Rose: *Eu estava ensinando da forma como aprendi. Não tivemos uma formação prática para ensinar a matemática na graduação, apenas a teoria. Apesar do meu conhecimento com material dourado e ábaco, foi-me apresentada uma forma inovada para ensinar, aprimorando também meu saber e minha compreensão de todo o processo. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

1.2.11 Vera: *Lidar com as 4 operações a licenciados em Matemática sempre me pareceu óbvio. Mas não o é! Muito menos a pedagogos. Mesmo estando hoje (2020) nos anos finais do fundamental, lidar com essa questão em sala e, em pesquisas com professores dos anos iniciais, me possibilitou identificar fragilidades em docentes, discentes e pesquisadores (eu). Nós que a alguns anos desenvolvemos esta função – ensinar matemática, não tivemos em nossa formação os requisitos básicos para promover nem o nosso pensamento lógico matemático quanto mais o das crianças assistidas por nós. Logo nossa busca tem que ser consciente e persistente. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). As licenciaturas de alguns anos aí para trás kkk tinham seu currículo focado na sistematização. Com isso não nos apropriamos de argumentos teóricos para tratar com nossos alunos. E por isso estamos buscando o que possibilita um futuro mais promissor quanto a aprendizagem em matemática. (Fonte: Informações retiradas da Sessão reflexiva, chat, 27/07/2020).*

1.2.12 Bruna: *[...] uma coisa que me chamou muita atenção na proposta do curso foi a questão de nós termos professores licenciados da área da matemática interagindo com professores que não são licenciados na área da matemática. Eu destaco isso em razão de que me parece que ainda ver uma distância muito grande com relação aos aspectos didáticos-pedagógicos tão peculiares dos anos iniciais. E essa questão da abstração tão exigente no ensino da matemática quando as crianças vão avançando nos anos finais. (Fonte: Informações retiradas da Sessão reflexiva, chat, 13/07/2020).*

De modo geral, entendemos que o professor, mediante a necessidade de ensinar conteúdo matemático nos anos iniciais, percebe fragilidades em sua formação inicial. Moura (2000, p. 28) esclarece que o conteúdo é a “[...] a forma consciente de um desejo social de fazer com que se generalize o conhecimento de determinado fenômeno, de determinado objeto, de certos comportamentos...” e, nesse sentido, os registros de Luciene (1.2.2), Elena (1.2.8), Rose (1.2.10), Vera (1.2.11) e Bruna (1.2.12) revelam suas dificuldades na generalização do conhecimento matemático, ou seja, na formação de conceitos científicos com os estudantes.

Elena (1.2.8), com mais de uma década de atuação na docência, ao expor sua necessidade de participar do espaço de aprendizagem, percebe fragilidades em seu processo formativo. Ela assim menciona: *“Qualquer assunto da matemática tem validade para ser abordado com professores pedagogos. Vejo que existe uma carência de conteúdo matemático para professores dos anos iniciais”* e *“A pedagogia nos forma em tudo e em nada ao mesmo tempo”*. Esses relatos inferem a necessidade que o professor polivalente enfrenta, ao ter que lidar com o conhecimento matemático na organização do ensino nos anos iniciais. Em relação à formação de conceitos matemáticos essenciais para o trabalho do pedagogo, Brito (2022, p. 41) expõe que

[...] a formação do Professor Polivalente, ou do que seria a formação do Alfabetizador Matemático, por vezes é presa ao paradigma instrumentalista, com foco na memorização mecânica e desprovida de uma abordagem dos objetos matemáticos embasada em conceitos, e mais voltada à resolução dos algoritmos e à representação dos resultados matemáticos esvaziados de sentido. Distanciados dos fundamentos dos conteúdos matemáticos voltados à alfabetização matemática, tais como: o conceito de número, o sistema de numeração decimal e as operações aritméticas elementares, cujos fundamentos não são explícitos e, tampouco, simples de serem percebidos e/ou aprendidos.

Esse distanciamento dos conteúdos matemáticos ainda pode ser percebido por professores recém-formados, em início de carreira. Luciene (1.2.2), com menos de dois anos de atuação na docência, reconhece a necessidade de formação contínua para subsidiar o trabalho com conhecimentos teóricos (MOURA *et al.*, 2010), ao afirmar: *“Infelizmente por vezes o professor regente não tem a formação necessária para lecionar sobretudo a matemática. Sim, acredito que por mais que ele goste ele não consegue oferecer as ferramentas para que o aluno construa sua aprendizagem”*. Acreditamos que, quando os professores não se mobilizam na busca de compreenderem a docência como

atividade, acabam reproduzindo ações alienantes, mera reprodução, sem terem consciência de que

[...] o entendimento de docência como atividade envolve, centralmente, a apropriação conceitual de conteúdos a serem ensinados e a apropriação pedagógica de um modo de organizar o ensino. [...] a aprendizagem da docência não pode ser limitada a uma compreensão simplista de que se aprende na prática ou na reflexão sobre a prática, se esta for esvaziada teoricamente. (SOUZA; MORETTI, 2021, p. 8)

A exemplo disso, Vera (1.2.11), professora há mais de 20 anos, identifica esse esvaziamento teórico na sua formação inicial “*As licenciaturas de alguns anos aí para trás tinham seu currículo focado na sistematização. Com isso não nos apropriamos de argumentos teóricos para tratar com nossos alunos*” e complementa que essa carência formativa impacta os estudantes, pois “*Nós que há alguns anos desenvolvemos esta função – ensinar matemática –, não tivemos em nossa formação os requisitos básicos para promover nem o nosso pensamento lógico matemático quanto mais o das crianças assistidas por nós*”. Vera (1.2.11) relata que entendia que as dificuldades na organização do ensino era premissa apenas dos professores licenciados em pedagogia, porém, a partir da vivência com professores licenciados em matemática, percebeu que esse desafio os inclui também:

Lidar com as 4 operações a licenciados em Matemática sempre me pareceu óbvio. Mas não o é! Muito menos a pedagogos. Mesmo estando hoje (2020) nos anos finais do fundamental, lidar com essa questão em sala e, em pesquisas com professores dos anos iniciais, me possibilitou identificar fragilidades em docentes, discentes e pesquisadores (eu).
Vera (1.2.11)

Esses registros evidenciam que Vera (1.2.11) percebe a existência de necessidades formativas referentes ao ensino das operações fundamentais da matemática tanto para professores dos anos iniciais quanto para os professores dos anos finais. Reconhecemos que a necessidade é o ponto de partida para a possibilidade de o professor estar em atividade, e

[...] a possibilidade de compartilhar significados em atividades conjuntas é um pressuposto da teoria histórico-cultural, ao considerar o conhecimento como resultado do movimento de construção e apropriação dos saberes e saberes-fazeres em processo de significação das objetivações das atividades partilhadas. (MOURA, 2021, p.18)

Nesse entendimento, Bruna (1.2.12) destaca a importância de compartilhar significados em espaços de aprendizagem que envolvam professores licenciados em Pedagogia e os licenciados em Matemática, enfatizando que “[...] *uma coisa que me chamou muita atenção na proposta do curso foi a questão de nós termos professores licenciados da área da matemática interagindo com professores que não são licenciados na área da matemática*”. Ações formativas, organizadas intencionalmente, podem permitir que o professor entre em atividade, tome consciência de que, à medida que realiza seu trabalho, mudanças podem ocorrer nele mesmo e no estudante, pois ambos podem desenvolver-se. A exemplo disso, identificamos que Rose (1.2.10), professora há mais de 15 anos e menos de 20, tomou consciência de que o curso de extensão proporcionou a apropriação de novas significações para o uso de instrumentos sensoriais no ensino de conteúdos matemáticos, quando afirma:

Eu estava ensinando da forma como aprendi. Não tivemos uma formação prática para ensinar a matemática na graduação, apenas a teoria. Apesar do meu conhecimento com material dourado e ábaco, foi-me apresentada uma forma inovada para ensinar, aprimorando também meu saber e minha compreensão de todo o processo.

Assim sendo, essa cena 1.2 apresenta indicativos da existência de necessidades formativas relativas ao ensino de matemática nos anos iniciais entre professores que atuam tanto em início quanto em final de carreira docente. E o motivo “apropriar de novas significações” pode ser o mobilizador para que as necessidades formativas dessas professoras sejam satisfeitas. Em Leontiev (1978) compreendemos a dimensão orientadora da estrutura da atividade que contempla relação necessidade-motivo-objeto, em que, para a satisfação de uma necessidade, é imprescindível um motivo que corresponda a esse objeto.

5.2 Episódio 2: Sentido pessoal inicial em relação ao conceito de número e das operações fundamentais

Compreendemos que o motivo depende de um sentido pessoal que está interligado a um significado (LEONTIEV, 1978). Os motivos compreensíveis dos sujeitos podem se tornar em motivos eficazes, revelando indícios de apropriação de determinadas significações, se o sentido pessoal que os sujeitos atribuem à atividade que realiza, se exprime nos significados sociais de determinado conhecimento. Asbahr (2011, p. 88)

pondera que “[...] a forma como o indivíduo apropria-se de determinadas significações, ou mesmo se apropria ou não, depende do sentido pessoal que tenha para o sujeito”.

Posto isso, o objetivo do episódio 2 foi o de “apreender os sentidos iniciais que professores que ensinam Matemática nos anos iniciais atribuem às quatro operações fundamentais”. E, para evidenciar os sentidos iniciais atribuídos pelos professores, foram organizadas duas cenas: Cena 2.1: O conceito de número e do SND e Cena 2.2: O conceito das quatro operações fundamentais.

Cena 2.1: O conceito de número e do SND

Na cena 2.1 objetivamos elencar quais apropriações de significados do conceito de número e do SND os professores possuem, ao serem inseridos num espaço de aprendizagem. Para isso, analisamos os sentidos pessoais que os professores tinham em relação a esses conceitos, pois, se pretendemos apreender o fenômeno *indícios de apropriação de novas significações sobre as operações fundamentais em uma Atividade Orientadora de Formação*, precisamos averiguar se os motivos apenas compreensíveis desses professores podem se tornar em motivos eficazes.

Leontiev (1978) pondera que esse fato ocorrerá se os sujeitos atribuírem novos sentidos à sua atividade pedagógica; e, em nossa pesquisa, isso se dará se esses professores se apropriarem de novos sentidos relacionados aos aspectos teórico-metodológicos das operações fundamentais. Compreendemos que o motivo depende de um sentido pessoal que está interligado a um significado. Asbahr (2011, p. 88) acrescenta que “[...] a forma como o indivíduo apropria-se de determinadas significações, ou mesmo se apropria ou não, depende do sentido pessoal que tenha para o sujeito”.

A composição da cena 2.1 decorreu dos registros de dez participantes (Quadro 17), no preenchimento da ficha de avaliação final (Apêndice K) e na realização da tarefa do módulo 1 do curso (Apêndice G).

Quadro 17: Participantes da cena 2.1

Categoria	Participantes
0 a 2 anos	1- Alice
	2- Luciene
Mais de 2 anos até 5 anos	3- Jaqueline
	4- Luísa
Mais de 5 anos até 10 anos	5- Laís
	6- Débora

Categoria	Participantes
Mais de 10 anos até 15 anos	7- Manuela
	8- Elena
Mais de 15 anos até 20 anos	9- Lorena
	10- Rose

Fonte: Dados organizados pela autora

Assim sendo, passamos à análise desta cena, tomando como base os registros desses participantes, organizados no Quadro 18:

Quadro 18: Registro dos participantes na cena 2.1

2.1.1 Alice: *Durante a graduação eu já havia aprendido algumas estratégias de ensino no que se refere ao conceito de número, porém na prática eu ainda trabalhava de forma bem tradicional, pois era o mais fácil, além do que, eu sempre tive dificuldade com a matemática e não buscava novas formas e estratégias de ensino. Assim, se for para avaliar a minha prática antes do módulo 1 em relação ao ensino da matemática avalio como ruim. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

2.1.2 Luciene: *Desta forma, ao ingressar neste curso me encontrava muito perdida em meio aos questionamentos inclusive quanto ao SND, é incrível a quantidade de coisas que podemos saber e ainda ser tão pouco e superficial. Posso afirmar que meus conhecimentos sobre o SND eram unicamente de quando era aluna do fundamental, e com o passar do tempo o conceito acabou sendo suprimido por outros. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

2.1.3 Jaqueline: *Na verdade, eu conhecia e usava cada elemento em sua essência individual, desmembrados uns dos outros. Jamais tinha analisado a associação dos elementos para a formação do conceito de número. Até então fazia o caminho contrário, partia do conceito para as particularidades e através da participação neste módulo, constatei que na verdade partimos das particularidades dos elementos essenciais para a compreensão do conceito de número. Através desde módulo pude repensar minhas ações e métodos utilizados na minha prática pedagógica em sala de aula. Vale a pena nos capacitar sempre, é como uma injeção de ânimo, um adubo para a planta. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE G: Tarefa - Módulo 1 do curso). Acreditava que sabia o básico em Matemática, mas, apesar disso, nunca me senti a tal. Constantemente corria atrás para aprender e sentir segura do conteúdo o qual passaria para meus alunos. Para mim, ser professor é muito sério, pois, trabalhamos diretamente com seres humanos interferindo em todas as suas habilidades efetivas e emocionais. Podemos ajudar ou estragar completamente uma criança. E a partir do 1º Módulo já pude comprovar que eu sabia muito pouco sobre conceito de número, que nunca tinha ouvido de meus professores definições tão claras e embasadas. Também pude comprovar que ninguém dá o que não tem. Então eu também deixava a desejar quanto o que oferecia aos meus alunos. Mas foi só através da participação deste curso, logo no 1º encontro, pude me despertar sobre o assunto e reavaliar minhas ações. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

2.1.4 Luísa: *Não conhecia a respeito dos elementos essenciais para a compreensão do conceito de número, acredito que a possível explicação, seria o fato de não ter tido a oportunidade de trabalhar na educação infantil ou até mesmo nos anos iniciais de alfabetização. Pude perceber através do módulo 1 do curso, que grande parte da criança estão familiarizados com os números, o ato de contar fazem com que elas reconheçam os algarismos desde nova, porém isso não significa, que ela compreenda o que são esses números, geralmente a exploração das*

inúmeras ideias matemáticas existentes é deixada de lado. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE G: Tarefa - Módulo 1 do curso).

2.1.5 Laís: Sim apenas um pouco do assunto, no livro didático, o qual ministro aulas, mas não com tanta clareza, a ponto de me sentir mais segura no ato das mediações das aulas referente a número. Graças a aula da professora Vanessa e o material riquíssimo que ela disponibilizou entendi melhor os conceitos, apropriações que os alunos devem compreender e identificar os números nos diferentes contextos e suas diferentes funções. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE G: Tarefa - Módulo 1 do curso).

2.1.6 Débora: O trabalho com os elementos essenciais para a compreensão do conceito de número já era do meu conhecimento pois trabalho a formação continuada com os professores do ensino fundamental – anos iniciais essa mesma concepção e a importância das tarefas e atividades que proporcionam a reflexão sobre esses elementos e também as diferentes funções do número. Esse módulo foi importante para a minha formação pois trouxe mais elementos e propostas para discutir e compartilhar junto aos professores nos momentos de formação continuada. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE G: Tarefa - Módulo 1 do curso).

2.1.7 Manuela: Com relação aos domínios dos significados do conceito de número e das operações destaco que eles estavam mais relacionados a minha experiência enquanto aluna nos anos iniciais, as vivências na escola, aos estudos realizados por iniciativa própria e as necessidades sentidas ao ensinar alguns conceitos na sala de aula para as crianças. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

2.1.8 Elena: Eu já tinha ouvido falar sobre os elementos essenciais para a compreensão do conceito de número. Achei interessante quando no texto diz que não existe uma sequência exata para trabalhar os conceitos envolvidos, mas sim algumas noções que não obedecem a uma rigorosa ordem cronológica, e o conceito abstrato de número significa também a relação existente entre as diferentes noções explicitadas. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE G: Tarefa - Módulo 1 do curso).

2.1.9 Lorena: Já tinha conhecimento sobre os elementos essenciais para a compreensão do conceito numérico, e das complexas operações cognitivas envolvidas na aprendizagem sobre os números, principalmente de que um elemento não se sobrepõe ao outro ou devem aprendidos numa determinada ordem Para tanto, em sala de aula, o professor precisa ter clareza que as propostas de atividades, oferecidas às crianças, nos anos iniciais do Ensino Fundamental precisam ser as mais variadas possíveis, para que os pequenos possam escrever, ler, comparar números, resolver problemas e assim, avançar nas hipóteses que tem sobre a notação numérica, situações que os façam refletir sobre o funcionamento do sistema de numeração decimal. Conforme as crianças avançam na compreensão as regularidades do nosso sistema numérico, se tornam capazes de operar com procedimentos de cálculo mais complexos. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE G: Tarefa - Módulo 1 do curso).

2.1.10 Rose: Eu não tinha a mínima ideia sobre essa ênfase dos elementos essenciais para a compreensão do conceito de número. Está sendo um grande aprendizado, pois creio nas trocas de experiências e nos cursos que auxiliam o despertar do professor, sendo imprescindíveis a construção do saber e saber como utilizar as informações (fazer pedagógico). O aprendizado colabora para uma abrangência da nossa percepção e, conseqüentemente um enriquecimento na aplicação e na aprendizagem dos alunos. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE G: Tarefa - Módulo 1 do curso).

Alice (2.1.1), professora em início de carreira, avalia como ruim a sua prática antes do módulo 1 do curso e reconhece que sempre teve dificuldade em matemática e, em

razão disso, não buscava diferentes formas e estratégias de ensino. Por ocasião da pandemia ocasionada pelo vírus SARS-CoV-2, essa professora sentiu a necessidade de ensinar os algoritmos das operações de adição e subtração para seus estudantes de 3.º ano, no ensino remoto emergencial e, em busca de alternativas para ajudá-la nesse processo de organização do ensino, foi movida a se inscrever no curso de extensão. Explicitamos, durante nosso texto, que a condição primeira para que o professor esteja em atividade é o surgimento de uma necessidade, baseando-nos na estrutura da atividade de Leontiev (1978, 1983) e, com isso, analisamos que Alice (2.1.1), tendo como gênese a necessidade, por meio AOF, pode entrar em atividade.

Jaqueline (2.1.3) e Luísa (2.1.4), professoras também com menos de cinco anos de carreira docente, revelaram limitações a respeito dos elementos essenciais para a compreensão do conceito de número. Jaqueline (2.1.3) confirma que “*sabia muito pouco sobre conceito de número*” e que “[...] *ninguém dá o que não tem*”. A professora esclarece que não teria como ensinar o que nem ela mesmo conhecia e que o olhar para o conteúdo que julgava dominar um pouco assumiu nova qualidade. Luísa (2.1.4) declara que essas limitações existem porque nunca atuou na educação infantil até nem mesmo nos anos iniciais de alfabetização, apesar de ser licenciada em Pedagogia. Ela acredita que a apropriação desses elementos decorreria da atuação docente nesses anos de ensino.

Já a professora Laís (2.1.5), ao dizer que ministra suas aulas, mas com pouca clareza, revela que conhecia um pouco do assunto pelo livro didático, mas não se sentia segura ao ter que ensinar o conceito de número. Inferimos que Jaqueline (2.1.3), Luísa (2.1.4) e Laís (2.1.5), até o momento anterior ao curso, não se viam em situação de necessidade de apropriação do conceito de número, e isso parece ter impactado na atribuição de novos sentidos relativos ao conceito de número por essas professoras (MOURA, 2004).

Diante dessas constatações, para que os estudantes se apropriem dos conhecimentos matemáticos produzidos pelas gerações antecedentes, reafirmamos a importância de o professor que ensina matemática nos anos iniciais apropriar-se de conhecimentos, fixados na forma de conceitos que se materializam na organização curricular do conhecimento matemático escolar e que são indispensáveis para a realização da atividade pedagógica. Moura, Sforzi e Lopes (2017, p. 85) declaram que,

[...] ao agir voluntariamente com a intencionalidade de tornar o aluno – objeto da atividade de ensino – sujeito de sua atividade de aprendizagem, o professor coloca-se no movimento que possibilita uma mudança qualitativa em sua atividade de ensinar. É a compreensão do

verdadeiro alvo da atividade que poderá fazer com que o professor tenha o ensino como uma atividade.

Diante da realidade dos registros da cena 2.1, percebemos a necessidade de o professor colocar-se em movimento formativo que possibilite a mudança qualitativa que os autores mencionam. Ao perceber suas limitações, o professor pode mover-se, impulsionado a superá-las. A exemplo disso, identificamos Rose (2.1.10), professora com mais de 15 anos de atuação docente, ao reconhecer que sua participação no curso de extensão foi o início de um despertar para aprendizagem matemática, imprescindível para realização da sua atividade de ensino, menciona: *“Eu não tinha a mínima ideia sobre essa ênfase dos elementos essenciais para a compreensão do conceito de número”*.

Neste sentido, Cedro e Moura (2017, p. 116), asseguram que, “ao mostrar aos indivíduos as limitações dos seus próprios conhecimentos e oferecer a eles a possibilidade de coletivamente reconfigurarem as suas concepções, percepções e representações, estamos contribuindo para a apropriação das suas ações pedagógicas”. Assim sendo, o curso de extensão se configurou como esse espaço que permitiu aos participantes perceberem suas limitações e a possibilidade de reconfigurarem suas concepções em relação ao conceito de número, uma vez que tiveram oportunidades de dialogar e expor suas dúvidas, ansiedades, conquistas.

No que se refere às limitações referentes aos conceitos relacionados ao SND, Luciene (2.1.2), afirma: *“Desta forma, ao ingressar neste curso me encontrava muito perdida em meio aos questionamentos inclusive quanto ao SND, é incrível a quantidade de coisas que podemos saber e ainda ser tão pouco e superficial”*. Manuela (2.1.7) e Luciene (2.1.2) destacam que o conhecimento que possuíam a respeito do conceito de número era advindo da educação básica, tendo ficado, com o passar do tempo, suprimido por outros.

A propósito, Cedro e Moura (2017, p. 88-89) esclarecem que

[...] atualmente, o processo de formação de professores não se constitui como a condição necessária para emancipação dos indivíduos em formação e a consequente valorização da riqueza universal humana. Pelo contrário, o que percebemos é que a formação acaba se tornando um elemento que contribui decisivamente para o modelo reprodutivista proposto pela modernidade.

Considerando os esclarecimentos de Cedro e Moura (2017), entendemos que Jaqueline (2.1.3) e Elena (2.1.8) asseguram que conheciam os elementos essenciais para

a formação do conceito de número, porém, não compreendiam que esses elementos se inter-relacionam. Elena (2.1.8), em seus registros, elucida:

Eu já tinha ouvido falar sobre os elementos essenciais para a compreensão do conceito de número. Achei interessante quando no texto diz que não existe uma sequência exata para trabalhar os conceitos envolvidos, mas sim algumas noções que não obedecem a uma rigorosa ordem cronológica, e o conceito abstrato de número significa também a relação existente entre as diferentes noções explicitadas.

Por outro lado, já era de conhecimento de Débora (2.1.6) e de Lorena (2.1.9) “[...] de que um elemento não se sobrepõe ao outro ou devem ser aprendidos numa determinada ordem”. A esse respeito, Moretti e Souza (2015, p. 63), ponderam:

Além do conceito de número não ser a soma dessas noções, uma vez que o conceito abstrato significa também a relação entre essas diferentes noções, também não é possível ensinar cada uma dessas noções separadamente e em ordem cronológica a ser cumprida rigorosamente. Todas essas noções se inter-relacionam.

Em suma, concluímos, com essa cena 2.1, que os professores, imersos em um espaço de aprendizagem, possuem diferentes sentidos iniciais relacionados ao significado do conceito de número e partilhamos dos dizeres de Araújo (2009, [s.p.]), ao ponderar que “[...] a formação como aprendizagem afigura-se como um processo próprio aos seres vivos, ocorre sempre, ainda que de diferentes formas, com diferentes intencionalidades e com diferentes qualidades”. Consideramos assim, embasados em Leontiev (1983), que o sentido pessoal em relação a algo não pode ser ensinado, pois é gerado ao longo da vida do sujeito, mediado pela linguagem, a partir das relações sociais, do acesso aos bens produzidos culturalmente e, de acordo com o autor, o sentido pode ser educado.

Cena 2.2: O conceito das quatro operações fundamentais

Na cena 2.2 analisamos os sentidos pessoais que os professores, ao serem inseridos num espaço de aprendizagem, atribuem ao conceito das quatro operações fundamentais. Para tal, a cena 2.2 abarcou os registros de seis participantes (Quadro 19), no preenchimento da ficha de avaliação final (Apêndice K), durante a participação na sessão reflexiva (gravação em vídeo e registros no *chat*) realizada no dia 27/07/2020 e nos fóruns de discussão (Apêndice H).

Quadro 19: Participantes da cena 2.2

Categoria	Participantes
0 a 2 anos	2- Luciene
Mais de 5 anos até 10 anos	5- Laís
	6- Débora
Mais de 10 anos até 15 anos	8- Elena
Mais de 20 anos até 25 anos	11- Vera
	12- Bruna

Fonte: Informações organizadas pela autora

Na sequência, procederemos à análise, considerando os registros desses participantes, organizados no Quadro 20:

Quadro 20: Registro dos participantes na cena 2.2

2.2.2 Luciene: *A minha vivência me permite afirmar que os alunos que chegam para mim nos anos finais do ensino fundamental ou no ensino médio trazem consigo severas deficiências na aprendizagem nas operações básicas, no entanto, como eu afirmei mais acima eu fui ensinada a saber fazer e não a ensinar. Então, eu pensava que era tão simples e o que eu falava fazia sentido para eles, como na operação $42+8$, onde $2+8$ é igual a 10 então sobe 1, e ele simplesmente fazia porque também foi ensinado assim, mas por quê subia 1 e subia para onde? E eu dizia sobe no próximo número, como se isso realmente estivesse correto e fizesse sentido, porque para mim era isto o certo. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). Realmente eu tenho uma certa dificuldade para explicar aos meus alunos de forma mais didática. Por trabalhar com alunos maiores eu sempre sou mais objetiva, por supor que o aluno já tenha tais aprendizagens. Meu filho está iniciando os estudos da multiplicação e da divisão e percebo muita dificuldade por falta do professor no ensino presencial. Eu tenho tentado ajudá-lo, no sentido de ajudar a compreender primeiro o conceito, o que vem a ser cada um deles para depois realizar as operações. Para a multiplicação expliquei está vinculado à soma, ao acréscimo, que quando ele multiplica ele está aumentando os valores. Por exemplo, 7×8 , ele poderá resolver por meio da soma das parcelas, somando 7 vezes o 8 ou somando 8 vezes o 7, sendo, portanto, $7+7+7+7+7+7+7+7$. E com essa explicação ele construiu toda a tabuada, fazendo continhas de somar. Para a divisão expliquei que está vinculado à fragmentação do valor, à repartir, e tem sido mais fácil quando ele utiliza materiais para representar por exemplo 25 dividido por 5, ele junta 25 quadradinhos do material dourado e segue fazendo 5 grupinhos e repartindo a quantidade nesses grupos, assim ele consegue saber quantos ele colocou em cada um. Para as operações acima penso que seja o mesmo raciocínio, no entanto, esta explicação para crianças menores não seria eficiente. Na multiplicação 102×15 , o "vai 1" indica que 2×5 é 10, que o 0 foi colocado na unidade e que o 1 vai para a dezena que somado ao 0 do 5×0 resulta em 1 dezena. No 5×1 me refiro a centena, assim é o lugar onde coloco o valor. O "pular uma casa" indica que agora estou multiplicando o 1 que é o 1 dezena, ou seja, 10 unidades, podendo o aluno colocar também o 0 do 20 que resulta do produto de 10×2 . Fazendo por decomposição seria um dos recursos eficientes para explicar esta operação. Recurso este que aprendi durante o curso. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE M: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

2.2.5 Laís: *Essa maneira de resolvermos as operações, nos foi passada mecanicamente e aprendemos sem haver detalhamentos de explicações e muito menos com a utilização de ludicidade, quero dizer não utilizamos nenhum dos instrumentos que hoje nos são*

apresentados, para melhor entendermos o verdadeiro sentido das operações. Muita leitura é essencial, mas o fazer também nos auxilia bastante. O aprendizado dos alunos depende da bagagem que trazem da vida cotidiana, com a junção de ensinamentos escolares que os instiguem a pensar para que cheguem a uma situação problema, utilizando estratégias convencionais capazes de demonstrar sua compreensão e não a mecanização, embora na Matemática exista regras, símbolos e fórmulas que os alunos devam saber de cor para resolver uma situação problema, acredito que os alunos devam ter discernimento dos sinais das quatro operações e outros símbolos matemáticos, para quando chegarem em uma fase mais avançada de estudo, não ter estranhamento ao fazer a leitura em uma determinada situação problema. O nome das partes de cada operação também é importante, pois não tem fundamento se trabalhar uma determinada operação sem saber suas respectivas partes e funções. É como as partes de uma planta, não se estuda sem saber o nome de suas partes e sua finalidade. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

2.2.6 Débora: Os algoritmos apresentados na questão demonstram a técnica operatória que aprendi na escola. Não entendia o que era multiplicar e o que era dividir, somente aprendi uma técnica que era usada em listas de exercícios e algumas situações problemas que geralmente tinham algumas palavrinhas chaves para identificar a conta a se fazer. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE M: Tarefa - Módulo 4 do curso).

2.2.8 Elena: Acredito que o algoritmo seja o fim do processo e não o início. Na multiplicação já me incomodou esse espaço de uma casa para outra. Quando eu aprendi a multiplicação lá na 3ª série, me recordo que minha professora falava que quando multiplicava o número da dezena, deveríamos colocar um sinal de mais na unidade e fazer os cálculos, mas se estivéssemos multiplicando a centena deveríamos colocar dois sinais de mais: um na unidade e outro na dezena. Sempre soube realizar a multiplicação, mas nunca soube porque colocar sinais de mais, mas os colocava e dava certo. Curioso como esses pequenos ensinamentos afloram em nossa memória quando tocamos no assunto. Fui aprender o motivo do sinal de mais quando cursei o magistério, e me perguntei: por que ninguém me falou isso antes? (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE M: Tarefa - Módulo 4 do curso).

2.2.11 Vera: Cheguei até esse curso, por estar em busca de compreender porque meus alunos não compreendem o significado das operações básicas. Antes da pandemia meu planejamento para o 6º ano era voltado a construção desses significados. Minha surpresa é que eu também não tenho esses conceitos formados e sim superficialmente compreendido, decorado. (Fonte: Informações retiradas da Sessão reflexiva, chat, 27/07/2020). [...] talvez o que não nos possibilitaram foi exatamente pensar no significado destas operações. Assim considero que ao iniciar o módulo 3, além da ansiedade, me avalio para aquele momento como insegura e instrumentalista, apenas sabendo operar os algoritmos, sem se atentar para a importância dos seus significados. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

2.2.12 Bruna: Lendo o relato de experiência com seu filho, me ocorreu a seguinte reflexão: quando quantificamos quaisquer coleções de objetos não faz sentido algum iniciar do zero. Então, me recordei quem em 2009 trabalhava com uma turma de correção de fluxo, aqui no DF. Essa turma era destinada a corrigir distorções idade/série de modo que os alunos pudessem continuar seus estudos na série correta. Na turma havia alunos repetentes das antigas turmas de 2ª e 3ª série, que traziam grandes lacunas em seu processo de alfabetização. Certo dia, não me lembro exatamente o contexto da atividade, mas realizávamos cálculos de subtração. Os alunos participavam do processo e eu fazia questionamentos relacionados ao SND. Na ocasião, estava registrada no quadro a seguinte operação armada: 13-7. Nós começamos a pensar as estratégias de resolução. Algumas crianças fizeram cálculos aditivos (7+6); outras decomposeram o 13, fazendo 10-7 e somando o resultado com o 3; outras fizeram o registro convencional, usando conhecimentos anteriores decorrente de situações de

cálculo mental. Então, depois de socializar as diferentes formas de pensar para chegar ao resultado, perguntei: "Por que aqui (no cálculo convencional) você cortou o 1 e juntou com 3? Como é que juntando esse 1 com 3 virou 13? As respostas foram as mais diversas, entre elas, acho que uma das mais famosas: "Aprendi com a minha professora"! Enfim, a partir do registro e usando material manipulável (palitos, fichas numéricas, tapetinho e ligas elásticas) refizemos o cálculo, e fui explorando aspectos relativos à estrutura do SND. Após a explicação, veio o seguinte questionamento/afirmação de um aluno: "Professora, então quer dizer que quando a gente faz 10-7, a gente não tá tirando o 7 do zero. A gente faz desse mesmo jeito, aí, né"! Essa e outras falas bem marcantes em minhas experiências profissionais ecoam em minha mente e me ajudam a pensar sobre as formas de ensinar e as formas de aprender, de pensar e de fazer matemática dos nossos alunos. Embora, naquele momento não tivesse me detido em explicar a função do zero, mostrei a ele que a quantidade 10 existia no "1", e que o zero registrado no 10 significava que naquela posição em que ele estava não havia unidades registradas porque todas elas foram agrupadas formando o 10. Explicando que por isso usávamos o 1 e o zero para escrever o 10. São situações como essa, que corriqueiramente povoam salas de aula Brasil a fora que favorecem interações riquíssimas e tornam o processo ensino-aprendizagem significativo. Tão significativo que depois de um bom período de tempo explorando a estrutura do SND, durante uma atividade avaliativa, meu aluno Mateus, numa turma de 5º ano em 2010, me perguntou: "Professora, a senhora quer que a gente faça só o cálculo ou que a gente explique o que acontece 'por detrás' dos números" (rs, rs,...)? (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE H: Tarefa - Módulo 2 do curso – Fórum de discussão).

Ao serem desafiadas a refletir sobre os significados das operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), as professoras Luciene (2.2.2), Laís (2.2.5), Débora (2.2.6) e Vera (2.2.11) assumiram que os sentidos iniciais que atribuíam a essas operações se restringiam à apropriação da algoritmização, e não dos seus significados. Entendemos que esse tipo de apropriação, apesar de ser importante, é limitante, pois um ensino ou aprendizagem baseados em técnicas operatórias oportuniza apenas o desenvolvimento do pensamento empírico dos envolvidos nesse processo, e não avança para o desenvolvimento do pensamento teórico (DAVIDOV, 1988; SANTANA; MELLO, 2017; SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014).

Aliado a isso, os registros evidenciaram que os sentidos iniciais pessoais dessas professoras, referentes aos significados das operações fundamentais, não se exprimem nas significações sociais, ou seja, essas professoras não dominam a síntese do conhecimento matemático referente ao significado das operações fundamentais (MOURA, 2007). A esse respeito, Lopes *et al.* (2019, p.653) enfatizam que

[...] é compromisso do professor, na condição de responsável (embora não único) por socializar os conhecimentos produzidos historicamente, criar no ambiente escolar possibilidades de inserir o aluno em um movimento de apropriação de conhecimentos. A função do trabalho educativo implica em criar condições para que a aprendizagem se consolide como possibilidade de proporcionar ao aluno uma visão da matemática para além de algoritmos e regras preestabelecidas, compreendendo-a em sua essência, no percurso do seu desenvolvimento lógico e histórico.

Reiteramos que o professor, como trabalhador que objetiva ensinar matemática escolar, precisa compreender a essência do seu objeto, para que sua necessidade (o ensino) possa ser objetivada na aprendizagem do estudante. Os registros apresentados evidenciam que, tanto professores no início da carreira, como no caso de Luciene (2.2.2), quanto Vera (2.2.11), professora há mais de 20 anos, têm sentidos pessoais bem distantes dos significados sociais relacionados às operações fundamentais, produzidos pelas gerações antecedentes, pois o ensino que essas professoras organizavam era materializado em modos de fazer e em técnicas operatórias, e não nos aspectos essenciais do conceito.

Destacamos no registro de Vera (2.2.11) indícios de apropriação de modos de operar com o algoritmo e a declaração de que ela não se apropriou dos significados das operações fundamentais, pela falta de inserção em ambientes organizados para tal finalidade. Ela afirma que

[...] talvez o que não nos possibilitaram foi exatamente pensar no significado destas operações. Assim considero que, ao iniciar o módulo 3, além da ansiedade, me avalio para aquele momento como insegura e instrumentalista, apenas sabendo operar os algoritmos, sem se atentar para a importância dos seus significados. Vera (2.2.11)

E, no registro de Luciene (2.2.2), encontramos evidências da dificuldade ao lidar com o conceito das operações, o que impactou a objetivação da sua necessidade de ensinar a seus estudantes o conceito envolvendo as operações fundamentais, ao mencionar que foi “*[...] ensinada a saber fazer, e não a ensinar*”.

Por outro lado, os registros das professoras Elena (2.2.8) e Bruna (2.2.12) revelam indícios de que seus sentidos pessoais se aproximam do significado social das operações fundamentais. Ao visualizar a resolução de uma multiplicação por meio de um algoritmo, Elena (2.2.8) se expressa, mencionando acreditar “*que o algoritmo seja o fim do processo e não o início*”, e Bruna (2.2.12), ao socializar um relato referente à explicação de um estudante na resolução de uma situação-problema envolvendo a subtração, revela indícios de apropriação dos elementos essenciais do SND e de um dos significados da subtração. Com intuito de objetivar sua necessidade de ensinar a estudantes de turmas de correção de fluxo³⁶, Bruna (2.1.12), professora há mais de 20 anos, demonstra a organização intencional de suas ações, ao fazer questionamentos com esses estudantes e possibilitar a negociação de significados da subtração, utilizando para isso alguns instrumentos

³⁶ Essa turma era destinada a corrigir distorções idade/série, de modo que os alunos pudessem continuar seus estudos na série correta.

sensoriais como um dos mediadores nesse processo. Em vista disso, defendemos a proposição de espaços de aprendizagem para que os professores possam negociar significados relativos ao seu objeto de ensino e desejamos que o processo formativo seja contínuo. Por meio da AOF, no espaço de aprendizagem, materializado por meio do curso de extensão, foi possível apreender os sentidos que as professoras elencadas para a constituição da cena 2.2, atribuíam às operações fundamentais.

Em suma, esse episódio revela um distanciamento inicial entre os sentidos pessoais das professoras e os significados sociais das operações fundamentais. Revela também que as professoras vão tomando consciência da necessidade de apropriação dos conceitos de número, do SND e das operações fundamentais, superando uma prática focada no ensino de algoritmos.

5.3 Episódio 3: Apropriação de instrumentos teórico-metodológicos

Cena 3.1: O conceito de número e do SND

A Cena 3.1 objetiva apreender e revelar novas significações produzidas por professores a respeito do conceito de número e do SND. Como ações para o processo de significação da AOF, destacamos: a participação no fórum de discussão (Apêndice H) subsidiado pela situação desencadeadora de aprendizagem sobre a função do zero no SND; a discussão coletiva sobre o conceito do SND por meio da sessão reflexiva, realizada no dia 22/07/2020; as reflexões individuais preenchidas na ficha de avaliação final (Apêndice K) e na realização da tarefa (Apêndice G) sobre o conceito de número.

Quadro 21: Participantes da cena 3.1

Categoria	Participantes
0 a 2 anos	2- Luciene
Mais de 2 anos até 5 anos	3- Jaqueline
Mais de 5 anos até 10 anos	5- Laís
	6- Débora
Mais de 10 anos até 15 anos	7- Manuela
	8- Elena
Mais de 15 anos até 20 anos	9- Lorena
	10- Rose
Mais de 20 anos até 25 anos	11- Vera
	12- Bruna

Fonte: Informações organizadas pela autora

Para transcorrer a análise, organizamos os registros de dez participantes (Quadro 21), por meio do Quadro 22. Essa quantidade de participantes decorre das informações presentes sobre a temática da cena, na produção do material empírico para análise.

Quadro 22: Registro dos participantes na cena 3.1

3.1.2 Luciene: *Para me auxiliar a compreender a percepção da criança com relação as questões apresentadas, li para meu filho Gabriel (8 anos) o livro em anexo neste módulo O VALOR DE CADA UM. Foi muito engraçado porque ele mesmo ficou na dúvida de qual algarismo seria mais importante, no entanto, agora ele me afirmou que seria o 0. Eu não disse nada a ele, ou dei qualquer explicação, apenas lemos a história juntos. Eu não tenho experiência com a alfabetização matemática de crianças e ensino meu filho como fui ensinada quando criança, mas vejo que ele já possui suas reflexões dado o que aprendeu na escola. O zero é um elemento que sozinho pode indicar a simples ausência de algo, como no exemplo dado pela Ângela com relação a cesta vazia, no entanto, na representação acima ele auxilia na constituição do número determinando que não há uma dezena no caso do 201, ou que têm apenas 2 dezenas e 1 unidade no 21. A propósito Ângela, perguntei ao meu filho quantas balinhas tinham em minha mão, que estava vazia, e ele me respondeu "zero, nenhuma", e eu acho que isso é sim uma resposta. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE H: Tarefa - Módulo 2 do curso – Fórum de discussão).*

3.1.3 Jaqueline: *Os primeiros momentos de um curso são essenciais para que decidamos se realmente vamos continuar fazendo o curso ou se vamos desistir. E felizmente fomos muito agraciados por termos esta equipe maravilhosa nos proporcionando momentos de muito aprendizado, trocas de experiências, sugestões, esclarecimentos e embasamentos teóricos muito pertinentes. Dentre os conhecimentos aprendidos, cito o que a Professora Vanessa, Mariana e outras deixaram bem claro: de que para apropriarmos do conceito de n° passamos pela apropriação ou desenvolvimento de diferentes noções, ex: Senso numérico, correspondência um a um, ordenação e sequenciação numérica, cardinalidade, relação entre nome do número, quantidade e símbolo numérico, numeração. E que não é possível ensinar cada uma dessas noções separadamente em ordem cronológica a ser cumprida. E várias outras dicas e embasamentos teóricos. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). Mas foi só através da participação deste curso, logo no 1º encontro, pude me despertar sobre o assunto e reavaliar minhas ações. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

3.1.5 Laís: *Segundo Vanessa Dias Moretti o conhecimento prévio do aluno, sobre número não basta, para que ele se aproprie e desenvolva seu conhecimento é necessário, que ele de algumas noções como: Senso numérico, é a faculdade que permite ao sujeito reconhecer que alguma coisa mudou. [...] Correspondência um a um, Ordenação e Sequenciação numérica, Cardinalidade, Relação entre nome do número, quantidade e símbolo numérico, Numeração. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). Anteriormente, trabalhava utilizando o livro didático, complementando, o tema trabalhado com pesquisas na internet, e um método que eu costumava utilizar é passar um pequeno vídeo com a história dos números, para depois introduzir outros assuntos relacionados ao sistema de numeração decimal. A princípio gostei muito da introdução do Sistema de numeração no curso que além de aprofundar no histórico, sobre a origem dos números com uma história que embora já tenha visto, mas não com tanta atenção e foco de aprendizagem, no que realmente o autor tenta transmitir, pois é uma história que abrange a*

interdisciplinaridade, em uma sequência, extraordinária e sensibilizadora, facilitando e instigado o aluno ao interesse de aprender, através de vários jogos proporcionados e ensinados passo a passo pela professora Mariana e outros que contribuíram para o nosso aprendizado no decorrer do curso. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

3.1.6 Débora: Acredito que me faltava o pensar mais aprofundado o papel do zero no sistema de numeração. Foi um momento de estudo que me fez buscar mais referências que contribuíssem com minha formação em relação ao zero. E nesse módulo pude me aprofundar e estudar mais esse conteúdo. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). Acredito que o curso e as atividades vêm nos mostrando caminhos e possibilidades para se pensar o que muitas vezes fazemos de forma mecânica e parar para pensar em tudo isso nos traz consciência da prática e os porquês de ensinar. Pensando no zero muitas vezes ele é considerado e ensinado como um número qualquer que inicia a contagem, ou mesmo a reta numérica. Mas é preciso algumas considerações no momento de ensinar. O zero "nasceu" com uma das funções de "guardar" o lugar para outro número, como acontece nos exemplos dados com o ábaco na comanda da atividade, assim conseguimos diferenciar o 21 do 201 e 210. Quando damos ao zero somente a conotação de "nada" a criança fica em dúvida ao escrever o 10, por exemplo. Nesse momento, para ela, o dez aparece com uma função de representar muitos, pois sem ele o um valeria somente 1 unidade. Assim, é importante ao discutir a função do zero, nos anos iniciais, e também destacar que ao falar um número com o zero, ele não é pronunciado e sempre indica a troca de um conjunto de elementos por um maior (ex. 10 unidades por 1 dezena). (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE H: Tarefa - Módulo 2 do curso – Fórum de discussão).

3.1.7 Manuela: Com relação aos conhecimentos apreendidos no módulo 2 destaco os seguintes, a base numérica e os elementos essenciais do sistema de numeração decimal (a base é 10; os dez algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0; todo algarismo colocado a esquerda de outro representa uma unidade de ordem superior; em um número cada casa tem um valor ou uma base 10; cada algarismo em um número inteiro tem uma dupla função: ocupa a casa e mostra a frequência); a utilização de materiais como o Material Dourado, o Ábaco, as Fichas Escalonadas; sugestões e apresentações de jogos; as discussões no fórum sobre o zero. Foram momentos de leituras, reflexões e discussões que enriqueceram ainda mais a prática pedagógica junto as crianças nos anos iniciais. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

Os conhecimentos apreendidos no módulo 1 tiveram uma relevância significativa para a minha prática pedagógica nos anos iniciais com o ensino da Matemática. Dentre eles menciono os seguintes: o conceito de número, ampliou ainda mais diante dos conhecimentos e reflexões realizadas; o trabalho pedagógico com números tenha como objetivo possibilitar a criança identificar números nos diferentes contextos e funções; a apropriação do conceito abstrato de número passa pela apropriação ou desenvolvimento de diferentes noções tais como o senso numérico, correspondência um a um, ordenação e sequenciação numérica, cardinalidade, relação entre nome do número, quantidade e símbolo numérico e numeração; E que todas essas noções se inter-relacionam, portanto não podemos ensinar separadamente ou em ordem cronológica; a mediação do professor é fundamental nesse processo, e ainda temos um papel fundamental de fazermos perguntas que estimulem as crianças a estabelecer relações comparativas; e é de suma importância que o professor proponha as crianças situações envolvendo atividades lúdicas, como jogos e brincadeiras. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

3.1.8 Elena: A aula com a professora Vanessa foi enriquecedora, pois falas do texto que não deixavam as ideias tão claras, foram esclarecidas, como por exemplo quando aponta a contagem utilizando uma sequência no corpo humano. Achei muito interessante quando a professora Vanessa diferenciou grandezas contínuas e discretas, pois acredito que seja uma

dúvida para muitos profissionais dos anos iniciais. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE G: Tarefa - Módulo 1 do curso).

3.1.9 Lorena: No módulo 2, para mim, foi riquíssima a discussão sobre o ZERO. Que é um algarismo que assume dupla função na escrita numérica, a de indicar a ausência de quantidade como também assume função posicional dentro do SND. Na verdade, preciso estudar mais a respeito, pois não foi nada fácil explicar o papel do ZERO então imagino como deve ser complicado para as crianças. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

3.1.10 Rose: Esse módulo foi importante nas reflexões para a importância do numeral zero, o seu significado de acordo com a posição que ocupa. Foi significativo a aprendizagem sobre o manuseio e o conhecimento dos materiais a serem utilizados durante a aprendizagem no Sistema de Numeração Decimal, sendo esse sistema posicional e a base para criar condições efetivas na construção dos conceitos e dos processos matemáticos e com significância. Realizar um trabalho de composição e decomposição, não sendo um processo mecânico. (Fonte: Dados retirados da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

3.1.11 Vera: Essas reflexões conceituais é o que mais tem valorizado este curso. Não fomos formados neste formato “reflexivo” e formador. E é esse que tem sentido na nossa prática docente hoje. (Fonte: Informações retiradas da Sessão reflexiva, chat, 22/07/2020).

3.1.12 Bruna: Como já possuía conhecimento prévio sobre o assunto, quero dizer que realização do módulo enriqueceu meus conhecimentos e me deu ainda mais confiança para realizar o trabalho em sala de aula pensando em como se constrói o conceito de número. Pensando sobre a abordagem do módulo foi extremamente significativo oferecer subsídios ao trabalho do professor com as sugestões de jogos e de atividades até bem simples envolvendo todos os elementos tratados. Não houve um que fosse mais significativo para mim, considero todos muito importantes porque os vejo de modo articulado. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). Um dos assuntos que mais me chamou aqui foi a forma de abordagem acerca da função do zero. Gostei bastante. As discussões sobre para que serve o zero foi fundamental para me permitir, durante minhas interações no ambiente remoto com meus pares, reforçar esse aspecto que é pontuado em nosso currículo, compartilhando inclusive jogos que ajudem a perceber isso, entre eles os que estão propostos no módulo de jogos do PNAIC que já uso largamente. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

No registro de Jaqueline (3.1.3) identificamos mudança nos motivos que a fizeram permanecer em formação contínua no espaço de aprendizagem. Na cena 1.1, os motivos apresentados por ela para se inscrever no curso de extensão foram analisados como os motivos apenas compreensíveis (aprendizados advindos de outros espaços de aprendizagem), pois não se aproximavam daqueles que analisamos como os eficazes (apropriação teórica). Identificamos mudança nos motivos apenas compreensíveis em direção aos eficazes (LEONTIEV, 2010), quando Jaqueline (3.1.3) afirma que

Os primeiros momentos de um curso são essenciais para que decidamos se realmente vamos continuar fazendo o curso ou se vamos desistir. E felizmente fomos muito agradecidos por termos esta equipe

maravilhosa nos proporcionando momentos de muito aprendizado, trocas de experiências, sugestões, esclarecimentos e embasamentos teóricos muito pertinentes. [...] Mas foi só através da participação deste curso, logo no 1.º encontro, pude despertar sobre o assunto e reavaliar minhas ações.

Como já mencionamos, os motivos eficazes são os que se direcionam ao objeto e são suficientes para conferir sentido à ação e garantir a condição da atividade (LEONTIEV, 1978). Jaqueline (3.1.3) continuou no curso não apenas pelo motivo de uma experiência formativa anterior, mas também pelo objetivo de apropriação teórica relacionada à temática em questão, pois é possível inferirmos que ocorreu uma nova objetivação de sua necessidade inicial (LEONTIEV, 2010). Essa mudança no motivo nos revela indícios de que Jaqueline (3.1.3) estava em atividade. Araújo (2016, p. 115), fundamentada em Leontiev (2010), enfatiza que os motivos podem ser educados, e isso significa

[...] fazer com que o sujeito os conheça e que tenha a possibilidade de agir de forma consciente com esses motivos pois, quando se tem consciência do motivo como gerador da atividade, esse passa a ser um objetivo, no sentido de objetivação, um objetivo mais geral de onde podem emergir os objetivos imparciais que impactarão, de forma positiva, na execução das ações propostas.

Sendo um sujeito em atividade de formação, a partir das ações organizadas intencionalmente, em um espaço de aprendizagem, Jaqueline (3.1.3), registra que

[...] dentre os conhecimentos aprendidos, cito o que a Professora Vanessa, Mariana e outras deixaram bem claro: de que para apropriarmos do conceito de número passamos pela apropriação ou desenvolvimento de diferentes noções, ex: Senso numérico, correspondência um a um, ordenação e sequenciação numérica, cardinalidade, relação entre nome do número, quantidade e símbolo numérico, numeração.

Esse registro evidencia uma mudança no sentido pessoal de Jaqueline (3.1.3), que se exprime no significado social acerca do conceito de número, pois, conforme Souza e Moretti (2021, p. 6), “o encontro entre o sentido pessoal e o significado social se dá na atividade humana na qual é possível a apropriação pelo sujeito tanto de instrumentos materiais quanto sistemas de significação que são o resultado da produção humana histórica”. Jaqueline (3.1.3) ressalta a inter-relação entre os elementos essenciais para a compreensão do conceito de número, ao mencionar que “[...] não é possível ensinar cada uma dessas noções separadamente em ordem cronológica a ser cumprida. E várias

outras dicas e embasamentos teóricos”. Identificamos esses indícios também nos registros de Laís (3.1.5) e de Manuela (3.1.7).

No registro de Bruna (3.1.12), há evidências de que a apropriação de novas significações abarcou os modos de ação, quando Bruna (3.1.12) relatou novos sentidos nos aspectos metodológicos, em direção à organização do ensino do conceito de número:

[...] a realização do módulo enriqueceu meus conhecimentos e me deu ainda mais confiança para realizar o trabalho em sala de aula pensando em como se constrói o conceito de número. Pensando sobre a abordagem do módulo foi extremamente significativo oferecer subsídios ao trabalho do professor com as sugestões de jogos e de atividades até bem simples envolvendo todos os elementos tratados.

Já Luciene (3.1.2), Laís (3.1.5) e Elena (3.1.8) relatam a relevância do aspecto lógico-histórico na organização do ensino do SND (PANOSSIAN; SOUSA; MOURA, 2017). Luciene (3.1.2) e Laís (3.1.5) trazem reflexões acerca do livro *Matemática em mil e uma histórias: O Valor de cada um*³⁷, e Elena (3.1.8) destaca a aula da professora Vanessa sobre a contagem utilizando uma sequência no corpo humano, em que se discutia a relação nome do número, quantidade e símbolo numérico (MORETTI; SOUZA, 2015). Elena (3.1.8), ao registrar que achou “ *muito interessante quando a professora Vanessa diferenciou grandezas contínuas e discretas, pois acredito que seja uma dúvida para muitos profissionais dos anos iniciais*”, revela indícios de apropriação de novas significações relacionadas à diferença entre a função social do número como quantidade (grandezas discretas) e do número como medida (grandezas contínuas).

Quanto às principais características do SND, Manuela (2.1.7), professora há mais de 10 anos e menos de 15 anos, registra na cena 2.1 que o conhecimento que possuía a respeito do conceito de número, antes de participar do curso de extensão, se restringia à experiência enquanto aluna dos anos iniciais, e a busca por iniciativa própria se deu a partir das necessidades de ordem teórica, ao ter que organizar o ensino sobre essa temática. Já no registro de Manuela (3.1.7) na cena 3.1, durante a realização da AOF, notamos uma mudança qualitativa em relação à sua compreensão sobre as características do SND:

Com relação aos conhecimentos apreendidos no módulo 2 destaco os seguintes, a base numérica e os elementos essenciais do sistema de numeração decimal (a base é 10; os dez algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0; todo algarismo colocado à esquerda de outro representa uma unidade de ordem superior; em um número cada casa tem um valor ou

³⁷ TEIXEIRA, M. R. *Matemática em mil e uma histórias: O valor de cada um*. Editora FTD, 1999.

uma base 10; cada algarismo em um número inteiro tem uma dupla função: ocupa a casa e mostra a frequência).

Esse registro revela indícios da apropriação de novas significações, pois o sentido pessoal em relação ao SND se expressa no seu significado social. Assim sendo, defendemos a proposição de formação contínua, em espaços de aprendizagem organizados intencionalmente, para que o professor que ensina Matemática nos anos iniciais

[...] seja capaz de aproximar os significados postos no processo de formação com os sentidos gerados na dinâmica do processo de ensino e aprendizagem em Matemática, o que o conscientizará da necessidade de trabalhar na perspectiva da organização do ensino como atividade, do ensino como apropriação de conceitos. (ARAÚJO, 2016, p.116)

Nessa direção, o professor em formação pode atribuir um novo sentido pessoal, ao ter acesso aos significados sociais colocados em movimento pelo coletivo, por meio da AOF, e pode apropriar-se da síntese do conhecimento elaborado pelo homem ao longo da história da humanidade (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010). Como exemplo, os registros de Luciene (3.1.2), Débora (3.1.6), Lorena (3.1.9), Rose (3.1.10) e Bruna (3.1.12) evidenciam essa aproximação do sentido pessoal dessas professoras ao significado social da dupla função do zero no SND.

Na perspectiva da organização do ensino, como apropriação de conceitos, Bruna (3.1.12) manifesta que já houve impacto na sua prática pedagógica e esse significado passou a ser posto no processo de formação com os seus pares:

Um dos assuntos que mais me chamou aqui foi a forma de abordagem acerca da função do zero. Gostei bastante. As discussões sobre para que serve o zero foram fundamentais para me permitir, durante minhas interações no ambiente remoto com meus pares, reforçar esse aspecto que é pontuado em nosso currículo.

De acordo com Souza e Moretti (2021, p. 6),

[...] o sentido pessoal e a significação social estão intrinsecamente ligados uma vez que, embora a significação tenha um caráter mais geral, relacionado à experiência humana histórica, ela não existe independente dos sujeitos. Daí a relação dialética entre sentido e significado, a qual traz implicações para a organização da atividade de ensino e para a formação de professores uma vez que o significado se aproxima da ideia do objeto a ser ensinado porém só se objetiva na atividade de ensino por meio da apropriação que se dá na atividade coletiva e na produção de sentidos pessoais sobre tal objeto.

A partir da organização do ensino sobre o SND proposta no curso de extensão, Lorena (3.1.9), professora há mais de 15 anos, pôde revelar suas compreensões, ao expor novos sentidos acerca do significado da dupla função do zero, decorrentes da interação no Fórum de discussão (APÊNDICE H), impulsionados pelas proposições de Moretti e Souza (2015):

[...] para mim, foi riquíssima a discussão sobre o ZERO. Que é um algarismo que assume dupla função na escrita numérica, a de indicar a ausência de quantidade como também assume função posicional dentro do SND. Na verdade, preciso estudar mais a respeito, pois não foi nada fácil explicar o papel do ZERO, então imagino como deve ser complicado para as crianças. (Lorena 3.1.9)

Vera (3.1.11) acrescenta que *“essas reflexões conceituais é o que mais tem valorizado este curso. Não fomos formados neste formato “reflexivo” e formador. E é essa que tem sentido na nossa prática docente hoje”*. Por meio desses registros, podemos inferir que essas discussões possibilitaram a tomada de consciência (reflexão), a identificação e a compreensão (análise) dos professores sobre o modo geral de organização do ensino do conceito do SND. Reiteramos que a reflexão e a análise são elementos estruturantes do pensamento teórico para a docência (RIBEIRO, 2011) e, por isso, essenciais para o processo formativo do professor.

Ainda no que tange à compreensão do valor posicional, apontado por Moura, Sforzi e Araújo (2011) como conceito fundamental do SND, notamos um distanciamento do sentido pessoal de Débora (3.1.3) em relação ao significado social, quando ela registra que *“O zero “nasceu” com uma das funções de ‘guardar’ o lugar para outro número”*, pois o significado social se aproxima de um registro como *“O zero ‘nasceu’ com uma das funções de ‘guardar’ posição de uma ordem numérica ausente na representação do número”*. Moretti e Souza (2015, p.78) afirmam que *“[...] na escrita numérica o 0 ‘guarda a posição’ de uma ordem numérica ausente”*, ou seja, essa compreensão contribui para a apropriação da estrutura do SND, pois o zero indica a ausência de quantidade em determinada ordem, garantindo o valor posicional na formação do número.

No registro de Luciene (3.1.2) verificamos também esse distanciamento quando ela não identifica que no número 201 há 20 dezenas e que no número 21 há 21 unidades. Luciene não compreendeu que duas centenas correspondem a vinte dezenas no número duzentos e um e também não identificou que, no número vinte e um, duas dezenas equivalem a vinte unidades: *“O zero é um elemento que sozinho pode indicar a simples ausência de algo [...], no entanto, na representação acima ele auxilia na constituição do*

número, determinando que não há uma dezena no caso do 201, ou que têm apenas 2 dezenas e 1 unidade no 21”.

Em síntese, apropriar-se dos elementos essenciais do SND é indispensável para compreender o movimento de controle de variação de quantidades, ou seja, para apropriar-se dos conceitos que envolvem as operações fundamentais. Concordamos com Moura, Araújo e Serrão (2019, p. 425), ao ressaltarem que “[...] todos têm o direito de conhecer e se apropriar desse sistema de numeração, de modo consciente, como uma criação humana, na lida com grandezas discretas, e como um modo de se tornar humano”.

Diante do exposto, constatamos que professores, quando imersos em ambientes de aprendizagem, mediados pelos princípios da AOF, em que é posto em movimento o conhecimento matemático, podem atribuir novos sentidos pessoais que podem se exprimir no significado social do SND, no caso em estudo.

Cena 3.2: A adição e a subtração

O intuito da Cena 3.2 é revelar novas significações atribuídas por professores ao conceito das operações de adição e subtração. Como ações para o processo de significação da AOF, destacamos: a discussão coletiva por meio da sessão reflexiva, realizada no dia 27/07/2020; as reflexões individuais preenchidas na ficha de avaliação final (APÊNDICE K) e a realização da tarefa no Moodle intitulada “Diário de reflexões” (APÊNDICE I). Os registros de 12 participantes (Quadro 23) foram organizados no Quadro 24.

Quadro 23: Participantes da cena 3.2

Categoria	Participantes
0 a 2 anos	1- Alice
	2- Luciene
Mais de 2 anos até 5 anos	3- Jaqueline
	4- Luísa
Mais de 5 anos até 10 anos	5- Laís
	6- Débora
Mais de 10 anos até 15 anos	7- Manuela
	8- Elena
Mais de 15 anos até 20 anos	9- Lorena
	10- Rose
Mais de 20 anos até 25 anos	11- Vera
	12- Bruna

Fonte: Dados organizados pela autora

Quadro 24: Registro dos participantes na cena 3.2

3.2.1 Alice: *A subtração envolve três ações mentais distintas: retirar, completar e comparar. A adição envolve duas ações mentais distintas: juntar e acrescentar certa quantidade a uma inicialmente estabelecida. Antes para mim o cálculo era fundamental, hoje vejo que em ambas o cálculo é apenas uma forma de representar o algoritmo e não necessariamente faz o aluno entender o que é subtrair ou adicionar. (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso). Depois das aulas do módulo 3 eu vejo que posso trabalhar a adição e subtração por meio da resolução de probleminhas matemáticas que fazem parte do cotidiano da criança. E posso dar o material manipulável para os alunos fazerem os cálculos, pois assim vai fazer mais sentido para a criança. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

3.2.2 Luciene: *As formas como a criança realiza as operações mentais também foi algo novo e importante para as aprendizagens desenvolvidas no curso, pude compreender melhor como meu filho está desenvolvendo sua aprendizagem matemática de maneira que eu possa contribuir mais ativamente. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

3.2.3 Jaqueline: *Antes não via nas operações de adição e subtração os variados significados de interpretação. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). Hoje para mim adicionar não é somente juntar, somar por somar. Adição hoje para mim envolve ações mentais, associar 2 ou mais quantidade, acrescentar certa quantidade a uma quantidade inicial. A adição precisa ter um significado, precisamos adotar estratégias para resolução, dar significado para a operação. E principalmente usar recursos variados para despertar em nós ações mentais. Hoje para subtrair não é apenas montar uma operação, o maior valor em cima e o menor embaixo. Hoje para mim, vejo bem diferente a situação de subtrair, através das leituras e vídeos explicativos deste curso de formação maravilhoso vou mais além. Hoje posso ver uma situação de subtração como uma situação de retirar, uma situação de completar e como uma situação de comparar. Coisa que eu não fazia antes. Desfazer os agrupamentos, decompor uma dezena em dez unidades. Eu senti prazer em resolver as operações através da explicação da querida Mariana. Acredito que meus alunos sentiram o mesmo quando for pôr em prática tudo que eu estou aprendendo neste curso. As explicações da professora Anemari foram muito coerentes, claras e objetivas. Esclareceu como realmente realiza uma subtração ou adição. Pude dar significado para estas ações. Aprendi muito com a riquíssima aula do dia 20. Acredito que eu não serei a mesma professora de agora em diante na disciplina de Matemática. A minha bagagem hoje é outra, bem diferente da que tinha anterior ao curso de formação. A cada aula é um aprendizado novo, às vezes acho que eu era muito pobre de conhecimento e ações em relação às estratégias usadas por mim na sala de aula. A partir de agora porei em prática todo aprendizado e sugestões que foram apresentados neste curso. Na verdade, a minha concepção sobre números, operações, o valor do zero então... tenho outra visão, nunca durante a minha formação escolar tinha ouvido tantos esclarecimentos e maravilhas sobre a matemática. O jeito de aprender matemática. Eu estudei as séries iniciais na zona rural, sala multisseriada, um horror, aprendia através da pressão psicológica, a ferro e fogo. Vendo as professoras explicar a matemática no curso, eu desejava ser um aluno para ouvir e participar de aulas tão dinâmicas e atraentes. Quero poder fazer muitas destas sugestões para meus alunos. Quero tentar ser diferente, a partir desta capacitação. E vou ser! Se Deus quiser! é prazeroso ouvir e realizar a matemática de maneira tão diferente da que me foi oferecida quando criança. E mesmo na faculdade. Nunca me passaram essa visão tão boa de ensinar matemática. Estou muito grata aos colaboradores deste curso de formação. (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso).*

3.2.4 Luísa: *Não dominava o verdadeiro conceito de SND. Tinha uma ideia muito rasa dos conceitos de adição e subtração. Hoje consigo me apropriar dos conceitos trabalhados nesse módulo, além de ter entendido o significado das operações e jogos, que facilita o ensino para as crianças. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). Sim, além da ideia de subtrair/ retirar, ainda temos duas ações mentais, que dão ideia de completar (ideia aditiva) e de comparar (ideia de diferença). O que significa adicionar? Sim, além da ideia de somar em partes iguais, ainda tem duas ações mentais juntar (associar) e acrescentar certa quantidade a uma inicialmente estabelecida. (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso). Desde o início da minha vida estudantil, pude perceber, que não dominava as ideias das duas operações até o momento mostrada pelo curso, devido ao fato, de que na escola foi ensinado as operações em si, aprendi a realizar as operações pelas repetições. Pude mudar a concepção a partir da realização do curso, onde apropriei dos conceitos de algoritmos e do significado de operação e as ideias por trás do conceito adição e das ideias de subtração. (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso).*

3.2.5 Laís: *Possuía uma visão bem mecanizada no ensino matemático, reproduzia atividades de acordo com o aprendizado de outrora sem provocar o aluno para ser protagonista do pensar, para se chegar a uma solução problema com autonomia e segurança de demonstrar como aprendeu, a realizar tal cálculo. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

3.2.6 Débora: *Tinha muita dificuldade em operar com o algoritmo e não entender os procedimentos do vai 1. Somente depois que fui trabalhar como professora e buscar formação continuada na matemática consegui entender e assim comecei a me encantar pelo ensino da matemática. (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso). As operações facilitam a resolução de problemas com números. Quando penso nos termos subtrair e adicionar me remetem a ações (mentais) que estão relacionadas a ideias do campo aditivo. Na subtração as ideias de retirar, completar e comparar quantidades. Na adição as ideias de juntar e acrescentar. (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso).*

3.2.7 Manuela: *De acordo com a professora Anemari a adição significa um nível de abstração mais elevado do que a contagem, tendo em vista que ela representa uma nova síntese. Desse modo, a resolução de diferentes situações por meio da adição pode exigir diferentes ações mentais: juntar – significa associar duas (ou mais) quantidades (já identificadas); acrescentar – significa aumentar uma quantidade conhecida pela adição de outra. [...] a resolução de diferentes situações por meio da subtração pode exigir diferentes ações mentais como retirar (subtrativa), completar (aditiva), comparar (diferença). (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso). No módulo 3 as leituras, reflexões e discussões foram significativas para ampliar ainda mais os conceitos da adição (juntar e acrescentar), da subtração (retirar, completar e comparar), a relevância do cálculo mental, apresentação e sugestão de jogos e materiais. Fora mais um momento para parar e refletir em nossos conhecimentos teóricos e práticos diante de questões vivenciadas na sala de aula. O que demonstra o quanto precisamos ficar atentos com relação aos conceitos matemáticos utilizados com as crianças em nosso dia a dia. Será que temos nos permitido a pensar os conceitos? Será que temos escutado as crianças com as aprendizagens da matemática? Como temos realizados os planejamentos com relação à adição e subtração? Existem tempos e espaços para jogos, brincadeiras e cálculos mentais na sala de aula? Ou seja, é preciso que o(a) professor(a) tenha muito claro os seus objetivos que orientaram as ações a serem desenvolvidas para que as crianças consigam compreender os conceitos e resoluções de modo significativo. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

3.2.8 Elena: *Ainda estou perplexa com a aula. Não consegui internalizar que não posso dizer para o meu aluno “não dá” na subtração com recurso. (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso). Após a aula do dia 27, fiquei mais tranquila. Não preciso usar o termo “não dá” e nem “um dia vai dar”, posso utilizar com segurança e corretamente o termo desagrupamento. Não vou mais me esquecer disso quando ensinar subtração. Achei o máximo hoje a Silene falando sobre subtração. “Será que essa forma de calcular não foi criada por alguém que achou essa forma fácil e ela viralizou?” Eu nunca havia pensado dessa perspectiva... Realmente, quem inventou o algoritmo da subtração? Será que foi alguém que inventou como uma maneira de calcular para si mesmo porque achava fácil? Isso está me intrigando... Vou em busca dessa questão... (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso).*

3.2.9 Lorena: *A aula da Prof.^a Dr.^a Anemari Roesler Luersen Vieira, os vídeos e demais materiais apresentados nesse módulo contribuíram para que eu aprimorasse meus saberes a respeito das operações de adição e subtração. Não modifiquei o que pensava uma vez que abordar as diferentes ideias da adição e subtração como processos mentais distintos, dependendo do contexto no qual estão inseridas, é uma discussão que temos realizado constantemente em nossas propostas de formação. Com certeza, o que foi oferecido no curso fortaleceu essas ideias e apresentou possibilidades para ampliar os estudos a respeito do tema. Para finalizar, reforço que adicionar e subtrair envolve contexto, a ideia que está posta em cada situação. Já o modo como a criança vai chegar ao resultado, ou seja, o procedimento de cálculo que vai usar, vai depender dos constantes desafios que o professor planejará nas atividades oferecidas que possibilitarão seu avanço de maneira que consiga compreender e usar os mais rápidos e econômicos como é o caso do algoritmo convencional. (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso).*

3.2.10 Rose: *Ensinava o processo mecanicamente, como foi-me ensinado, partindo diretamente do cálculo. Esse módulo contribuiu para que possamos ensinar a adição e subtração de forma sistematizada e apresentando o valor de cada numeral, com as trocas e desagrupamentos para a efetivação da aprendizagem do processo em si. Podemos estimular o raciocínio, com lógica, com sentido e reflexão do que está ocorrendo nas operações. Apresentando que para chegar à um número há diversas composições: na adição podemos (juntar e acrescentar) e na subtração (retirar, completar e comparar). Com isso, estimulamos a flexibilidade cognitiva, onde a criança conseguirá aplicar em outras áreas. A utilização do material concreto é importante para quantificar e visualizar o processo. Dessa forma, o aluno irá significar o aprendido com os registros reflexivos dos seus pensamentos e estabelecer conceitos concretos de todo o processo matemático. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

3.2.11 Vera: *Compreendi após o módulo que operar necessita significados, pensamentos de acréscimos no sentido de juntar e acrescentar, que adicionar requer estes pensamentos, estas relações. E que subtrair também. Requer pensar na relação entre retirar, completar e comparar os valores iniciais. Um fato muito significativo neste módulo para mim foi o reforço na prática de desenvolver, ou provocar o cálculo mental. Pois muitas vezes fui obrigada a não considerar os meus raciocínios e os dos meus alunos por falta de condições de representar minha lógica, e as explicações não tiveram valor algum. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). O que mais me encanta na matemática é essa gama de possibilidades que nós temos para solucionar os problemas sociais. Fantástico! (Fonte: Informações retiradas da Sessão reflexiva, chat, 27/07/2020). Minha concepção não só mudou sobre subtrair e adicionar, ela está se constituindo ... mesmo depois de tanta experiência. A apropriação não é algo dado. E assim como os alunos, nós professores precisamos mudar nossos conceitos sobre determinadas coisas. E para isso precisamos antes de tudo ter acesso a outras, melhores, mais coesas e mais complexas para o*

tempo em que vivemos. Minhas limitações ainda se encontravam no momento de formalizar o algoritmo. Fazer o aluno pensar no processo da operação eu já havia conseguido desenvolver. Mas quando ia formalizar o processo não sabia como não reproduzir o processo pelo qual eu fui ensinada no século passado... (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso).

3.2.12 Bruna: Se considerar minha experiência recente, posso dizer que minhas compreensões a respeito disso já estavam modificadas. Mas, quando penso em meu início de carreira posso acertadamente dizer que não sabia sobre os significados da adição e da subtração. O módulo foi bem objetivo e claro em relação ao tema e favoreceu sim o aprimoramento dos conhecimentos sobre. Foi muito importante a fala da professora Anemari Luersen. Os exemplos dados por meio dos quais pudéssemos perceber claramente as ideias das operações tratadas foram excelentes. Gostei bastante do compartilhamento do projeto por ela desenvolvido e as sugestões apresentadas. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). Ações mentais realizadas em contexto de resolução de problemas que são requeridas com base num conjunto de relações coordenadas pelo sujeito em sua forma de organizar o pensamento matemático para chegar a um resultado. Nesse sentido, adicionar e subtrair não são o resultado imediato da resolução no algoritmo, pois, este requer a aplicação de um conjunto finito de ações para ser resolvido. Adicionar e subtrair envolvem conceitos matemáticos que envolvem transformação, composição e comparação de quantidades, por exemplo, e que estão interligados. (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso). O curso tem sua validade destacada pelo fato de provocar reflexões sobre nossa prática docente. Em sua organização faz um convite a repensarmos, não apenas do ponto de vista didático, mas, sobretudo, conceitual, o que se tem ensinado nas aulas de Matemática. No que diz respeito aos significados do que é adicionar ou subtrair reforça o que venho trabalhando com meus pares: não adianta tornar o nosso aluno habilidoso na realização de cálculos de modo aleatório se, quando desafiado a pensar sobre as ações de adicionar e subtrair, por exemplo, ao invés de analisar as transformações que estão ocorrendo, esse aluno apenas pense na reprodução de um conjunto de procedimentos finitos. Ter claro que adicionar ou subtrair não se limita ao algoritmo em si, embora devamos trabalhar com nosso aluno o porquê de resolvermos da forma como fazemos, explicando que isso faz parte de um longo processo de desenvolvimento do ser humano, é organizar as atividades para que o aluno mobilize conhecimentos matemáticos, analisando a pertinência ou não da aplicabilidade desse conhecimento em determinada situação, provocando a busca por uma solução de modo que analise, desenvolva e verifique diferentes estratégias de resolução, sendo também capaz de argumentar sobre as diversas formas de pensar por meio da discussão das soluções encontradas e socialização dos variados registros feitos pelos colegas. O trabalho com as operações matemáticas segue, em minha opinião, dois caminhos distintos, mas interligados: 1º) a formalização do algoritmo pela compreensão da estrutura do SND e 2º) a mobilização de diferentes conceitos que levam às ações mentais requeridas em situações, estando estes conceitos inter-relacionados. (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso).

Como já visto na seção 3 da presente tese, a adição e a subtração envolvem ações mentais distintas, a saber: a adição contempla a ação de acrescentar e a de juntar, e a subtração abarca a ação de retirar, completar e comparar (MORETTI; SOUZA, 2015; MOURA *et al.*, 2015). Alice (3.2.1), Jaqueline (3.2.3), Luísa (3.2.4), Rose (3.2.10) e Vera (3.2.11) relataram que, antes do curso de extensão, o sentido pessoal que atribuíam ao significado das operações de adição e subtração estava limitado à compreensão e à

realização do algoritmo. Em contrapartida, Bruna (3.2.12), professora há mais de 20 e menos de 25 anos, afirma que

[...] não adianta tornar o nosso aluno habilidoso na realização de cálculos de modo aleatório se, quando desafiado a pensar sobre as ações de adicionar e subtrair, por exemplo, ao invés de analisar as transformações que estão ocorrendo, esse aluno apenas pense na reprodução de um conjunto de procedimentos finitos.

Desse modo, compreendemos que, quando o sentido pessoal dos professores sobre as operações de adição e subtração é limitado à compreensão de algoritmos, o seu objeto de trabalho, que é o ensino, fica comprometido, pois entendemos que não há como o professor ensinar o que ele ainda não apropriou. A esse respeito, Sforzi e Galuch (2016, p.483) esclarecem que “Quando há descompasso entre significado social e sentido pessoal da ação, reduz-se a possibilidade de o sujeito desenvolver-se pessoal e profissionalmente, via trabalho.”

Compreendemos que as operações fundamentais são os modos de controlar a variação de grupos de quantidades de forma mais rápida, desvincilhando-se de qualquer traço sensorial, e os algoritmos são modos sintetizados de realizar esse movimento. Apropriar-se dos modos de realizar o algoritmo não significa que houve apropriação do significado social das operações. Em vista disso, Alice (3.2.1) registra: “*Antes para mim o cálculo era fundamental, hoje vejo que em ambas o cálculo é apenas uma forma de representar o algoritmo e não necessariamente faz o aluno entender o que é subtrair ou adicionar*”, e Luísa (3.2.4) admite:

Desde o início da minha vida estudantil, pude perceber que não dominava as ideias das duas operações até o momento mostradas pelo curso, devido ao fato de que na escola foi ensinado as operações em si, aprendi a realizar as operações pelas repetições. Pude mudar a concepção a partir da realização do curso, onde me apropriei dos conceitos de algoritmos, do significado de operação e as ideias por trás do conceito adição e das ideias de subtração.

Rose (3.2.10), professora há mais de 15 anos e menos de 20 anos, relata: “*Ensinava o processo mecanicamente, como foi-me ensinado, partindo diretamente do cálculo*”, e Vera (3.2.11), professora há mais de 20 anos e menos de 25 anos, também revela:

Compreendi após o módulo que operar necessita significados, pensamentos de acréscimos no sentido de juntar e acrescentar, que adicionar requer estes pensamentos, estas relações. E que subtrair também. Requer pensar na relação entre retirar, completar e comparar os valores iniciais.

Por outro lado, Jaqueline (3.2.3), com menos de 5 anos de atuação na docência, também reconhece sua condição limitante em relação aos significados da adição e da subtração, decorrente de processos formativos anteriores ao da participação no curso de formação contínua. Inclusive, essa professora relata sentimentos ruins da sua infância sobre sua aprendizagem matemática: “*Eu estudei as séries iniciais na zona rural, sala multisseriada, um horror, aprendia através da pressão psicológica, a ferro e fogo.*” Entretanto, a partir da sua participação no espaço de aprendizagem, Jaqueline (3.2.3) pôde ressignificar essa visão apavorante sobre a matemática e estabelecer novos objetivos para sua prática docente, ao apropriar-se de novas significações:

Acredito que eu não serei a mesma professora de agora em diante na disciplina de Matemática. A minha bagagem hoje é outra, bem diferente da que tinha anterior ao curso de formação. A cada aula é um aprendizado novo, às vezes acho que eu era muito pobre de conhecimento e ações em relação às estratégias usadas por mim na sala de aula. A partir de agora porei em prática todo aprendizado e sugestões que foram apresentados neste curso. [...] é prazeroso ouvir e realizar a matemática de maneira tão diferente da que me foi oferecida quando criança. E mesmo na faculdade. Nunca me passaram essa visão tão boa de ensinar matemática.

Entendemos que os modos de ação para organizar o ensino de matemática perpassam pelo modo como os professores compreendem os conceitos e podemos contribuir para uma formação alienante ou para uma formação humanizadora do indivíduo (LEONTIEV, 1978; MARTINS, 2010; RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010). Analisamos que Vera (3.2.11) teve essa compreensão, ao escrever:

A apropriação não é algo dado. E assim como os alunos, nós, professores, precisamos mudar nossos conceitos sobre determinadas coisas. E para isso precisamos antes de tudo ter acesso a outras, melhores, mais coesas e mais complexas para o tempo em que vivemos.

Assim sendo, defendemos a proposição de espaços de aprendizagem organizados intencionalmente, para professores dos anos iniciais, em que sejam colocados em movimento os conceitos matemáticos por meio AOF, como possibilidade para que as ações e as compreensões dos professores tenham nova qualidade.

Moura (2004) declara que os processos de aprendizagem dos professores têm se baseado em conhecimentos sobre novos modos ensino, e não sobre os modos de aprendizagem. Pelo registro de Jaqueline (3.2.3), percebemos que ela se vê em aprendizagem, que passa a conceber a matemática de outra perspectiva e a compreender

de uma nova maneira a ação de ensino que desenvolve. Nesse aspecto, Moura (2004, p. 265) enfatiza:

O professor, que não tinha como uma de suas necessidades essenciais o entendimento sobre os modos de apreender, passa a ver-se diante de um problema novo e, ao adquirir esse novo conhecimento, muda a qualidade da sua ação. Dessa forma, o professor não é mais o mesmo. É de qualidade nova. Muda o objeto sobre o qual incide a sua ação, muda o seu modo de agir. E mais, esse professor passa a exigir uma nova maneira de entender a ação que desenvolve.

Assim, analisamos que Alice (3.2.1), Jaqueline (3.2.3), Luísa (3.2.4), Rose (3.2.10) e Vera (3.2.11), ao se apropriarem dessa nova compreensão sobre as operações de adição e subtração, apropriaram-se também de novas significações. A exemplo disso, na aquisição das ações mentais da adição e da subtração, Jaqueline (3.2.3) relata:

Hoje, para mim, adicionar não é somente juntar, somar por somar. Adição hoje para mim envolve ações mentais, associar 2 ou mais quantidades, acrescentar certa quantidade a uma quantidade inicial. A adição precisa ter um significado, precisamos adotar estratégias para resolução, dar significado para a operação. E principalmente usar recursos variados para despertar em nós ações mentais. Hoje para mim subtrair não é apenas montar uma operação, o maior valor em cima e o menor embaixo. Hoje para mim, vejo bem diferente a situação de subtrair, através das leituras e vídeos explicativos deste curso de formação maravilhoso vou mais além. Hoje posso ver uma situação de subtração como uma situação de retirar, uma situação de completar e como uma situação de comparar.

A aquisição dessas ações mentais pelos professores dos anos iniciais pode decorrer a partir de ações intencionais de formação, em que seja proposta a resolução de situações-problema que requeiram a apropriação de diferentes ações mentais (MORETTI; SOUZA, 2015; MOURA *et al.*, 2015). Em relação à intencionalidade, Manuela (3.2.7) registra que “[...] é preciso que o(a) professor(a) tenha muito claros os seus objetivos que orientarão as ações a serem desenvolvidas para que as crianças consigam compreender os conceitos e resoluções de modo significativo”.

Débora (3.2.6), Lorena (3.2.9) e Bruna (3.2.12) afirmam que não houve mudanças em seus sentidos pessoais, em relação ao conceito da adição e da subtração. Entretanto, Bruna (3.2.12), professora há mais de 20 anos e menos de 25, reconhece a importância da intencionalidade da organização do ensino, se o professor objetivar a apropriação dos conceitos pelos estudantes.

Ter claro que adicionar ou subtrair não se limita ao algoritmo em si, embora devemos trabalhar com nosso aluno o porquê de resolvermos da forma como fazemos, explicando que isso faz parte de um longo

processo de desenvolvimento do ser humano, é organizar as atividades para que o aluno mobilize conhecimentos matemáticos, analisando a pertinência ou não da aplicabilidade desse conhecimento em determinada situação, provocando a busca por uma solução de modo que analise, desenvolva e verifique diferentes estratégias de resolução, sendo também capaz de argumentar sobre as diversas formas de pensar por meio da discussão das soluções encontradas e socialização dos variados registros feitos pelos colegas.

Entendemos que, antes de apresentar os modos sintetizados das operações (os algoritmos), é essencial explorar diversas resoluções de situações-problema, considerando as propriedades do SND e o cálculo mental, pois muitas vezes, quando operamos com os algoritmos, deixamos de pensar nas propriedades do SND. Concordamos com Parra (1996, p.189), quando define cálculo mental como

[...] o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido para obter resultados exatos ou aproximados. Os procedimentos de cálculo mental se apoiam nas propriedades do sistema de numeração decimal e nas propriedades das operações, e colocam em ação diferentes tipos de escrita numérica, assim como diferentes relações entre números.

Nessa perspectiva, Luciene (3.2.2), Manuela (3.2.7) e Vera (3.2.11) relataram como foi significativo o trabalho com o cálculo mental no curso de extensão:

As formas como a criança realiza as operações mentais também foi algo novo e importante para as aprendizagens desenvolvidas no curso, pude compreender melhor como meu filho está desenvolvendo sua aprendizagem matemática de maneira que eu possa contribuir mais ativamente. (Luciene 3.2.2).

No módulo 3 as leituras, reflexões e discussões foram significativas para ampliar ainda mais os conceitos da adição (juntar e acrescentar), da subtração (retirar, completar e comparar), a relevância do cálculo mental, apresentação e sugestão de jogos e materiais. Fora mais um momento para parar e refletir em nossos conhecimentos teóricos e práticos diante de questões vivenciadas na sala de aula. O que demonstra o quanto precisamos ficar atentos com relação aos conceitos matemáticos utilizados com as crianças em nosso dia a dia. Será que temos nos permitido pensar os conceitos? Será que temos escutado as crianças com as aprendizagens da matemática? Como temos realizado os planejamentos com relação à adição e subtração? Existem tempos e espaços para jogos, brincadeiras e cálculos mentais na sala de aula? (Manuela 3.2.7).

Um fato muito significativo neste módulo para mim foi o reforço na prática de desenvolver, ou provocar o cálculo mental. Pois muitas vezes fui obrigada a não considerar os meus raciocínios e os dos meus alunos por falta de condições de representar minha lógica, e as explicações não tiveram valor algum. (Vera 3.2.11).

Entendemos que, ao realizar o controle de variação de grupos de quantidades, as estratégias de cálculo mental consideram as características do SND, e, por outro lado, a compreensão mecanizada do algoritmo contribui para que o estudante deixe de considerar as características do SND. Por isso, enfatizamos que o algoritmo deve ser o ponto de chegada, e não o de partida no ensino das operações. O algoritmo é a síntese de um longo processo histórico produzido pela humanidade, ao ter que controlar a variação de grupos de elevadas quantidades.

E essa síntese é importante de ser apropriada pelos estudantes, porém não traduz o que significa adicionar e o que significa subtrair. Mesmo em relação à compreensão do algoritmo, analisamos que as professoras Jaqueline (3.2.3), Elena (2.1.8), Rose (3.2.10) e Vera (3.2.11) evidenciaram uma qualidade nova, ao apreenderem um novo conhecimento, ou seja, ao apropriarem-se de um novo modo de entender a ação que vêm desenvolvendo (MOURA, 2004).

Desfazer os agrupamentos, decompor uma dezena em dez unidades. Eu senti prazer em resolver as operações através da explicação da querida Mariana. (Jaqueline 3.2.3).

Ainda estou perplexa com a aula. Não consegui internalizar que não posso dizer para o meu aluno “não dá” na subtração com recurso. Após a aula do dia 27, fiquei mais tranquila. Não preciso usar o termo “não dá” e nem “um dia vai dar”, posso utilizar com segurança e corretamente o termo desagrupamento. (Elena 2.1.8).

Ensinava o processo mecanicamente, como foi-me ensinado, partindo diretamente do cálculo. Esse módulo contribuiu para que possamos ensinar a adição e subtração de forma sistematizada e apresentando o valor de cada numeral, com as trocas e desagrupamentos para a efetivação da aprendizagem do processo em si. Podemos estimular o raciocínio, com lógica, com sentido e reflexão do que está ocorrendo nas operações. (Rose 3.2.10).

Minhas limitações ainda se encontravam no momento de formalizar o algoritmo. Fazer o aluno pensar no processo da operação eu já havia conseguido desenvolver. Mas quando ia formalizar o processo não sabia como não reproduzir o processo pelo qual eu fui ensinada no século passado... (Vera 3.2.11).

Dessa forma, tanto na formação inicial de professores quanto na contínua, analisamos que ainda existe a necessidade de apropriação dos modos de operar utilizando algoritmos da adição e da subtração. Compreender os agrupamentos (na adição) e os desagrupamentos (na subtração) demanda a compreensão do SND. Nesse sentido, Manuela (3.2.7) questiona se, como professores, temos nos permitido pensar sobre os

conceitos, se temos dado voz aos nossos estudantes e se a organização do ensino tem valorizado essas estratégias de cálculo mental. Lorena (3.2.9) também enfatiza sobre importância do planejamento e, a esse respeito, Gladcheff (2015, p. 149) alerta sobre a intencionalidade pedagógica para a apropriação dos significados sociais pelos estudantes:

Provavelmente que, ao se apropriar dos significados mais elaborados, a criança vai atribuindo sentido ao conceito que, pela intencionalidade pedagógica do professor, pode convergir para o significado social criado pela atividade humana. Com essa intenção é que o professor deve agir.

Assim, após participarem de ações intencionalmente organizadas, em que os significados sociais das operações de adição e subtração foram postos em movimento, inferimos que houve mudança no sentido pessoal dessas professoras, exprimindo para o significado social, e ressaltamos a importância da “[...] *formalização do algoritmo pela compreensão da estrutura do SND*”. (Bruna, 3.2.12).

Cena 3.3: A multiplicação e a divisão

A Cena 3.3 objetiva revelar a apreensão de novas significações atribuídas por professores ao conceito das operações de multiplicação e divisão. Consideramos os registros (Quadro 26) de 12 cursistas (Quadro 25) na participação no fórum de discussão (Apêndice M), contemplando os algoritmos da multiplicação e divisão e questionando se eles traduzem os significados sociais dessas operações. Abordamos, também, as reflexões individuais preenchidas na ficha de avaliação final (Apêndice K).

Quadro 25: Participantes da cena 3.3

Categoria	Participantes
0 a 2 anos	1- Alice
	2- Luciene
Mais de 2 anos até 5 anos	3- Jaqueline
	4- Luísa
Mais de 5 anos até 10 anos	5- Laís
	6- Débora
Mais de 10 anos até 15 anos	7- Manuela
	8- Elena
Mais de 15 anos até 20 anos	9- Lorena
	10- Rose
Mais de 20 anos até 25 anos	11- Vera
	12- Bruna

Fonte: Dados organizados pela autora

Quadro 26: Registro dos participantes na cena 3.3

3.3.1 Alice: *Apesar de ter aprendido muito, depois do módulo 4 avalio a minha condição como regular, pois sei que ainda terei algumas dificuldades, principalmente se tratando da divisão. [...] Uma das coisas que mais gostei neste módulo foi aprender que posso trabalhar a multiplicação e a divisão trazendo exemplos do cotidiano para a sala de aula, e mais, posso fazer uma feira em sala de aula, por exemplo, ou um mercado, shopping... simular espaços do dia a dia que a criança está inserida para poder ensinar a divisão e multiplicação com o sistema monetário e também com o cálculo mental. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

3.3.2 Luciene: *No módulo de multiplicação e divisão reafirmo minhas limitações ao ensinar seus conceitos aos alunos, tendo em vista, os anteriormente apresentados. [...] As perguntas durante a aula online forma muito instigadoras, fiquei até receosa pela forma como me senti infantil por saber fazer, mas não saber colocar em palavras de forma a explicar como resolver os algoritmos. No entanto, as discussões propiciadas revelaram muitas explicações que me fizeram compreender o conceito e as possíveis intervenções que posso fazer com meus alunos. Ajudando sobretudo a compor aprendizagens que deveriam ter sido constituídas em anos anteriores, mas que nunca se é tarde para aprender. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). Meu filho está iniciando os estudos da multiplicação e da divisão e percebo muita dificuldade por falta do professor no ensino presencial. Eu tenho tentado ajudá-lo, no sentido de ajudar a compreender primeiro o conceito, o que vem a ser cada um deles para depois realizar as operações. Para a multiplicação expliquei que está vinculado à soma, ao acréscimo, que quando ele multiplica ele está aumentando os valores. Por exemplo, 7×8 , ele poderá resolver por meio da soma das parcelas, somando 7 vezes o 8 ou somando 8 vezes o 7, sendo, portanto, $7+7+7+7+7+7+7+7$. E com essa explicação ele construiu toda a tabuada, fazendo continhas de somar. Para a divisão expliquei que está vinculado à fragmentação do valor, à repartir, e tem sido mais fácil quando ele utiliza materiais para representar por exemplo 25 dividido por 5, ele junta 25 quadradinhos do material dourado e segue fazendo 5 grupinhos e repartindo a quantidade nesses grupos, assim ele consegue saber quantos ele colocou em cada um. Para as operações acima penso que seja o mesmo raciocínio, no entanto, esta explicação para crianças menores não seria eficiente. Na multiplicação 102×15 , o "vai 1" indica que 2×5 é 10, que o 0 foi colocado na unidade e que o 1 vai para a dezena que somado ao 0 do 5×0 resulta em 1 dezena. No 5×1 me refiro a centena, assim é o lugar onde coloco o valor. O "pular uma casa" indica que agora estou multiplicando o 1 que é o 1 dezena, ou seja, 10 unidades, podendo o aluno colocar também o 0 do 20 que resulta do produto de 10×2 . Fazendo por decomposição seria um dos recursos eficientes para explicar esta operação. Recurso este que aprendi durante o curso. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE M: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

3.3.3 Jaqueline: *Foi de grande contribuição as sugestões de adição de parcelas iguais, combinação de elementos, disposição retangular e proporcionalidade e principalmente o fórum de discussão sobre os algoritmos. Os Fóruns foram momentos maravilhosos... (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). Particularmente, uso muito dos métodos com os quais eu como aluna aprendi. Principalmente usando como apoio o material concreto e a repetição. Sendo assim uso muito a realidade dos alunos para adaptar meus conteúdos, para que o assunto tenha significado para a execução das atividades. Mas, apesar de tentar atender os alunos em suas particularidades, sempre tenho a tendência de usar na prática o modelo que eu aprendi quando aluna. Mas hoje, depois de ler, ver e ouvir explicações, trocas de experiências e informações valiosíssimas neste curso de formação, as quais me fizeram repensar meu modo de lecionar, vejo que preciso mudar muito. Também pude perceber que sabia muito pouco de matemática. Que oportunidade abençoada participar deste curso. Mas, enfim partindo do pressuposto que*

meu aluno já soubesse o que é uma multiplicação, apresentaria uma situação problema, provocaria a interpretação, e questionaria oralmente a ocupação dos algoritmos no quadro posicional e em seguida exploraríamos na malha quadriculada e montaríamos a operação, usando o método acima posto em questão, o qual uso em minhas aulas. Mas, sempre ensino meus alunos a colocarem o número 0 quando mudam de número para multiplicar, justificando que devem colocar unidades debaixo de unidades e dezenas debaixo de dezenas e aí por diante. Apresento a multiplicação para meus alunos como uma ideia de uma soma rápida ou adição de parcelas iguais. Percebe-se que quando a situação tem significado para o aluno ele resolve as operações que são apenas representação do algoritmo tanto para multiplicar como para dividir com mais facilidade e com menos erros. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE M: Tarefa - Módulo 4 do curso).

3.3.4 Luísa: Não dominava o verdadeiro conceito dessas operações, somente as operações, trabalhando a ideia de que a divisão é o contrário da multiplicação. Compreendi que o algoritmo em si não trabalha os sentidos da multiplicação e da divisão, além de sugestões de jogos para trabalhar com meus alunos. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

3.3.5 Laís: Aprendi que para se fazer a operação de Multiplicação vai além de decorar a tabuada, que podemos aprender a tabuada, através de estratégias diversificadas, havendo a construção e estruturação numérica no decorrer na nossa vida cotidiana no chão da escola, mas que sempre temos que ter um professor mediador capaz de nos proporcionar atividades de jogos estratégicos. Como a tabuada de feijões, Tabela de multiplicação, material dourado, Jogo intitulado Cubra a diferença e outros. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

3.3.6 Débora: A discussão sobre dividir e repartir foi bem significativa e não tinha ainda refletido e nem estudado sobre isso. A aula com a professora Anemari trouxe muitas propostas de atividades práticas para trabalhar esse conceito em sala de aula. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso). Quando fui para a sala de aula no ensino fundamental, já tinha uma experiência e um percurso formativo que considerava as aprendizagens dos alunos e me levava a buscar diferentes maneiras para discutir e propor situações problemas considerando diferentes estratégias de resolução. Multiplicar e dividir são conceitos amplos que precisa ser experienciado com diferentes recursos e estratégias de ensino, além de trazerem ideias (ações) que vão além de uma técnica operatória. A técnica operatória é um recurso para a resolução de problema, mas antes de chegar nela a criança precisa trilhar por muitos caminhos e possibilidades para que possam compreender as ideias envolvidas dentro ação de multiplicar e dividir. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE M: Tarefa - Módulo 4 do curso).

3.3.7 Manuela: No módulo 4 as leituras, reflexões e discussões foram significativas para ampliar ainda mais os conceitos da multiplicação (envolve quatro ações mentais distintas: adição de parcelas iguais, combinação de elementos, proporcionalidade, disposição retangular), da divisão (envolve duas ações mentais distintas: subtrair sucessivamente, medir). E que o planejamento de atividades que permitam as crianças resolverem situações-problema são fundamentais para o desenvolvimento de suas capacidades humanas: percepção, atenção, linguagem, memória, pensamento, emoção e outras. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

3.3.8 Elena: A multiplicação até que eu ensinava bem, mas a divisão me trazia um pouco de apreensão. Esse para mim foi o módulo mais significativo. A questão do “não dá” foi resolvida em minha vida. O jogo com material dourado apresentado para a divisão, passarei a usar, não conhecia antes do curso. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso) Sempre soube realizar a multiplicação, mas nunca soube porque colocar sinais de mais, mas os colocava e dava certo. Curioso como esses

pequenos ensinamentos afloram em nossa memória quando tocamos no assunto. Fui aprender o motivo do sinal de mais quando cursei o magistério, e me perguntei: por que ninguém me falou isso antes? Hoje quando penso a mesma coisa, faço um questionamento diferente: será que minha professora sabia ou apenas reproduzia a maneira que aprendeu? Bem curioso. Eu acredito que existem inúmeros caminhos para realizar o cálculo, gosto de iniciar com a decomposição: Eu diria para o meu aluno: Preciso saber o resultado de 15×102 . O número 15 é composto por $10 + 5$, portanto preciso multiplicá-los para saber o resultado. $10 \times 102 = 1020$. Já descobrimos a 1ª parte do resultado, agora vamos multiplicar o 5. 102×5 , vamos pensar em 100×5 , que resulta em 500, mas faltou multiplicar o 2, que vezes 5 resulta em 10. Agora vamos somar todos os nossos resultados: $1020 + 500 + 10 = 1530$. Não acredito que a explicação dada em cada episódio traduz o que significa multiplicar, pois realizar o algoritmo mecanicamente é fácil, fazer compreender é o grande desafio. Diferente da professora que me ensinou nos anos iniciais, eu ensino meus alunos a colocarem o número 0 quando mudam de linha, justificando que estão multiplicando a ordem da dezena e não mais unidades simples. Coloca-se 00 para multiplicar a centena, visto que é aquele número vezes 100. Quanto à conta expressa de divisão, ela se assemelha àquele caderninho de passos do processo longo. As professoras mais antigas, com a chegada de uma professora nova, logo apresentavam o caderninho amarelo de passos da divisão... Não acredito que essa conta traduz o que é dividir. Ela é um algoritmo automatizado, que não importa saber o que significa cada coisa... Se traduz no processo longo, que se retirar as subtrações, encontra-se o processo curto. Gosto muito de iniciar o assunto perguntando em que momentos precisam dividir e como fazem isso, também gosto de utilizar materiais concretos, pedindo que dividam, ou mesmo o material dourado, para que se realize as devidas trocas para conseguir dividir, mas o algoritmo que mais gosto é o do Método Americano, pois ele possibilita trabalhar também com o cálculo mental. Ele fala em partes inteiras para a divisão e não número a número do dividendo, sem valor posicional algum, como se todos se tratassem de unidades. Julgo válido e pertinente ensinar tanto o processo longo como o curto, mas sou contra iniciar por eles, eles devem ser o fim. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE M: Tarefa - Módulo 4 do curso).

3.3.9 Lorena: Tenho conhecimento quanto às ideias envolvidas na multiplicação e na divisão e como abordá-las em situações problemas, mas o conteúdo do módulo trouxe, pra mim, uma discussão sobre o ensino do algoritmo, principalmente da divisão. Destaco, das discussões do módulo, a importância da memorização dos fatos básicos (tabuada), mas de forma que as crianças possam compreender as relações entre as tabuadas. Outro ponto abordado é que saber “efetuar a conta” da multiplicação não é sinônimo de saber multiplicar e o mesmo acontece com a divisão, entretanto para se chegar ao algoritmo, há um longo processo, se desde o 1º ano, a criança resolve problemas, envolvendo os diferentes significados dessas operações, avançará, progressivamente nos procedimentos de cálculo até o uso do algoritmo. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

3.3.10 Rose: Ensinava o processo mecanicamente, como foi-me ensinado. Nesse módulo foi mais difícil a compreensão devido à minha dificuldade no entendimento do processo. Ficou claro que no ensino da divisão e multiplicação é de suma importância o entendimento dos passos básicos. A compreensão do processo, antecede a memorização. Com o curso, aprendemos um ensino relevante e inovado. Na multiplicação exploramos variados procedimentos para executá-la, como pela composição do número, pela malha quadriculada, pela decomposição, pela propriedade comutativa... Já na divisão, aprendemos que é a operação que envolve mais processos mentais e, que o algoritmo da divisão significa apenas a síntese do conhecimento do sistema de numeração decimal. Explorar as diferentes práticas de resolução em uma divisão pode contribuir para a compreensão das relações desta operação com as demais operações. Foi importante para desconstruir metodologia mecanizadas e que nos acompanharam durante toda a trajetória como docente. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).

3.3.11 Vera: *Este foi um módulo de muita apropriação. Compreendi claramente como apresentar e utilizar das propriedades da multiplicação a partir do desenvolvimento das ações mentais da multiplicação e da divisão. Os fóruns trouxeram muitas contribuições junto aos vídeos e sugestões de atividades para o ensino desses conceitos. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

3.3.12 Bruna: *Hoje, considerando o processo de formação continuada e as outras experiências adquiridas, acertadamente posso afirmar que a representação acima trata-se apenas da apresentação do algoritmo e que, por si só, não abarca o que é multiplicar e dividir, pois, estamos, nesse exemplo, tratando da execução de um conjunto de procedimentos, de técnicas determinadas. Como explicaria isso hoje para meus alunos? [...] Se pretendo que eles construam conceitos, proporia a resolução de problemas a partir de diferentes contextos (jogos, textos escritos, situações do cotidiano etc.) e também ofereceria algum suporte material (material dourado, réplica do dinheiro, por exemplo) para que os alunos pudessem registrar no material suas ações. Claro que o material manipulável não é o único recurso para a demonstração de estratégias de cálculo (há também desenhos, esquemas, textos e outros), mas por meio dele é possível mostrar aos alunos como as transformações ocorridas a partir de sua manipulação são representadas no algoritmo. A partir dessas explorações é que o professor fará as mediações necessárias a fim de ajudar os alunos a compreendam as ações matemáticas envolvidas no multiplicar e no dividir. Por outro lado, considero importante também (o que é minha preferência), propor a situação, deixar os alunos resolverem, compartilhar as estratégias utilizadas e discutir as soluções construídas. Esse momento de troca é riquíssimo para o aprendizado colaborativo, pois favorece a comparação de estratégias e a capacidade de argumentação. Por meio da comparação de estratégias com a argumentação do aluno são validadas ou não possibilidades resolutivas, apresentadas as lógicas empregadas e manifestos os conhecimentos matemáticos mobilizados. Isso é muito importante, pois ajuda o aluno a refletir sobre a própria atividade matemática e dá ao professor condições de trabalhar a formalização do cálculo de maneira mais significativa. Penso que a partir daí, pode-se ampliar a compreensão matemática dos alunos a respeito dos cálculos convencionais, desmitificando a concepção, por exemplo, de que resolver problemas é aplicar tão somente um a técnica de resolução. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE M: Tarefa - Módulo 4 do curso). Eu já conhecia a adição feita pelos egípcios, mas gostei demais da exploração da divisão como eles faziam. Penso que um pouco de conhecimento sobre a história da matemática nos ajuda a perceber melhor como chegamos ao que temos hoje em termos de sistema de numeração. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

Moura *et al.* (2015) apresentam três ações mentais que envolvem a multiplicação (adição de parcelas iguais, disposição retangular e combinação) e duas ações mentais para a divisão (subtrair sucessivamente e medir). Conforme discorreremos nas subseções 3.4 e 3.5, concordamos com Moura *et al.* (2015) sobre as ações mentais destas operações; entretanto, ampliamos nossa compreensão, ao defendermos que a essência da multiplicação está na proporcionalidade, e a essência da divisão está na medida, pois representam um modo mais elaborado de pensar essas operações. Entendemos que o professor, ao propor diferentes problemas, pode instigar a aquisição dessas ações mentais (LEONTIEV, 1978) em seus estudantes, com situações que lhes permitam identificar os diferentes significados das operações. Tais significados são importantes para o

desenvolvimento de ações mentais que favorecem tanto a resolução dessas situações de maneira prática e com segurança, por parte do estudante, quanto o desenvolvimento de suas capacidades humanas: percepção, atenção, linguagem, memória, pensamento, emoção, entre outras.

Assim sendo, após terem acesso aos conceitos elaborados pela humanidade, por meio da AOF, os registros das professoras Luciene (3.3.2), Jaqueline (3.3.3), Luísa (3.3.4), Laís (3.3.5), Manuela (3.3.7), Rose (3.3.10) e Vera (3.3.11) evidenciaram a apropriação de novas significações em relação às operações de multiplicação e divisão. Destacamos este registro da professora Vera (3.3.11), que atua como docente há mais de 20 e menos de 25 anos nos anos iniciais: *“Este foi um módulo de muita apropriação. Compreendi claramente como apresentar e utilizar das propriedades da multiplicação a partir do desenvolvimento das ações mentais da multiplicação e da divisão”*. Inferimos que a professora Vera (3.3.11) mudou a qualidade da sua compreensão em relação à multiplicação e à divisão, ao reconhecer que o ponto de partida para o ensino dessas operações decorre de situações que mobilizam os modos de pensá-las.

Por outro lado, não identificamos indícios de que Bruna (3.3.12) tenha mudado o sentido pessoal que possuía em relação ao significado da multiplicação e da divisão, mas seu registro traz reflexões sobre a importância de propor situações-problema para compreensão desses significados, de explorar os diferentes modos de resolução pelos estudantes e o compartilhamento de significados entre eles, para ampliar a compreensão dos algoritmos:

[...] considero importante também (o que é minha preferência), propor a situação, deixar os alunos resolverem, compartilhar as estratégias utilizadas e discutir as soluções construídas. Esse momento de troca é riquíssimo para o aprendizado colaborativo, pois favorece a comparação de estratégias e a capacidade de argumentação. Por meio da comparação de estratégias com a argumentação do aluno são validadas ou não possibilidades resolutivas, apresentadas as lógicas empregadas e manifestos os conhecimentos matemáticos mobilizados. Isso é muito importante, pois ajuda o aluno a refletir sobre a própria atividade matemática e dá ao professor condições de trabalhar a formalização do cálculo de maneira mais significativa. Penso que a partir daí, pode-se ampliar a compreensão matemática dos alunos a respeito dos cálculos convencionais, desmitificando a concepção, por exemplo, de que resolver problemas é aplicar tão somente um a técnica de resolução. (Bruna 3.3.12)

Sforni e Galuch (2016, p.483), pautadas nos conceitos formulados por Leontiev, afirmam que “[...] o significado é elaborado historicamente, portanto, está fixado na e

pela prática social, não dependendo da elaboração de cada sujeito particular; trata-se daquilo que nos apropriamos pelas mediações sociais”. Considerando que o algoritmo, historicamente, tornou-se uma forma mais rápida e eficaz de resolver a multiplicação e a divisão, analisamos que Luísa (3.3.4), Débora (3.3.6), Lorena (3.3.9) e Bruna (3.3.12) reconhecem que ele é ponto de chegada, e não deveria ser o ponto de partida no ensino do que significa multiplicar e do que significa dividir:

Compreendi que o algoritmo em si não trabalha os sentidos da multiplicação e da divisão. (Luísa 3.3.4)

Multiplicar e dividir são conceitos amplos que precisam ser experienciados com diferentes recursos e estratégias de ensino, além de trazerem ideias (ações) que vão além de uma técnica operatória. A técnica operatória é um recurso para a resolução de problema, mas antes de chegar nela a criança precisa trilhar por muitos caminhos e possibilidades para que possa compreender as ideias envolvidas dentro ação de multiplicar e dividir. (Débora 3.3.6)

Outro ponto abordado é que saber “efetuar a conta” da multiplicação não é sinônimo de saber multiplicar, e o mesmo acontece com a divisão, entretanto, para se chegar ao algoritmo, há um longo processo, se desde o 1.º ano, a criança resolve problemas, envolvendo os diferentes significados dessas operações, avançará, progressivamente nos procedimentos de cálculo até o uso do algoritmo. (Lorena 3.3.9)

[...] considerando o processo de formação continuada e as outras experiências adquiridas, acertadamente posso afirmar que a representação acima trata-se apenas da apresentação do algoritmo e que, por si só, não abarca o que é multiplicar e dividir, pois estamos, nesse exemplo, tratando da execução de um conjunto de procedimentos, de técnicas determinadas. (Bruna 3.3.12)

No que diz respeito à multiplicação, concordamos com Moura *et al.* (2015, p. 47), que assim esclarecem: “[...] os registros históricos atrelados à multiplicação possuem ênfase nos diferentes algoritmos desenvolvidos pelos povos, mas o professor deve lembrar que a essência não está no uso das diferentes técnicas, mas na compreensão do que significa multiplicar”. E, em relação à divisão, os autores alertam que se o professor organiza o ensino sobre essa operação limitado apenas à compreensão de algoritmos ou à ideia de que ela é a operação inversa da multiplicação, também não abarca a essência do conceito.

A exemplo disso, temos a professora Luísa (3.3.4) que reconhece que “*Não dominava o verdadeiro conceito dessas operações, somente as operações, trabalhando a ideia de que a divisão é o contrário da multiplicação*”. Em outro caso, analisamos os registros da professora Manuela (2.1.7), cujo sentido pessoal que atribuía às operações

era advindo da sua experiência enquanto estudante do ensino fundamental e também decorrente da busca para atender a sua necessidade, ao ter que ensinar tais conceitos. A partir do curso de extensão, os registros das professoras evidenciam mudanças no sentido inicial em direção ao significado social da multiplicação e da divisão:

No módulo 4 as leituras, reflexões e discussões foram significativas para ampliar ainda mais os conceitos da multiplicação (envolve quatro ações mentais distintas: adição de parcelas iguais, combinação de elementos, proporcionalidade, disposição retangular), da divisão (envolve duas ações mentais distintas: subtrair sucessivamente, medir). (Manuela 3.3.7)

Assim sendo, analisamos que Manuela (3.3.7) apropriou-se de novas significações em relação aos significados da multiplicação e da divisão. Quanto à multiplicação, os registros de Laís (3.3.5) e Lorena (3.3.9) evidenciam mudança no seu sentido pessoal acerca dos fatos básicos. Laís (3.3.5) ressalta que aprendeu “[...] *que para se fazer a operação de Multiplicação vai além de decorar a tabuada*” e Lorena (3.3.9) pontua sobre “[...] *a importância da memorização dos fatos básicos (tabuada), mas de forma que as crianças possam compreender as relações entre as tabuadas*”. Martins (2011), tendo como base Luria (1991), esclarece que o ato de memorizar tem relação com a atividade que o indivíduo exerce e, com isso, há que se considerar o fator da intencionalidade. A esse respeito, Martins (2011, p. 236) assevera que,

[...] para que o ensino escolar atue como influência positiva na formação e desenvolvimento da memória voluntária, há que se instituir à base de características que se proponham a tanto. Dentre tais características destacamos, fundamentalmente, sua própria organização e sistematização lógica, a promoção do estabelecimento de relações e conexões internas entre os objetos e fenômenos percebidos, mediando a percepção por conceitos lógicos, abstratos e, sobretudo, pelo domínio de significados a eles vinculados. Assim, a própria racionalidade organizativa do trabalho pedagógico se apresenta como esteio do desenvolvimento da memória superior.

Desse modo, tomando a memória voluntária como uma das funções psíquicas superiores que precisa ser desenvolvida, defendemos que ações intencionais sejam organizadas para que o estudante reconheça as propriedades associativa, comutativa e distributiva, na compreensão dos fatos básicos da multiplicação, ou seja, que se aproprie das propriedades a eles vinculados para que possa desenvolver-se psiquicamente. Souza e Moretti (2021, p. 6) acrescentam que “é na atividade que se mobiliza o desenvolvimento psíquico e que se torna possível o desenvolvimento do pensamento teórico que permite ao sujeito a apropriação de conhecimentos científicos”.

O desafio do professor é organizar o ensino que oportunize a aprendizagem dos estudantes, impulsionando seu desenvolvimento psíquico (LEONTIEV,1978,1983; MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2011). A esse respeito, Manuela (3.3.7) reconhece a importância de propor situações-problema para a aprendizagem do estudante e, conseqüentemente, para o desenvolvimento do pensamento teórico.

Nesse entendimento, analisamos que limitar o ensino da multiplicação apenas à adição de parcelas iguais não permite que os estudantes avancem na apropriação das ações mentais sobre o que significa multiplicar, pois, se sempre for possível utilizar como recurso apenas a adição para resolver as situações-problema, não há motivo para utilizar outra ação mental da multiplicação. Apesar de Jaqueline (3.3.3) e Luciene (3.3.2) reconhecerem a importância de compreender os significados da multiplicação, seus registros evidenciam que suas ações no ensino se limitavam à adição de parcelas iguais:

Apresento a multiplicação para meus alunos como uma ideia de uma soma rápida ou adição de parcelas iguais. Percebe-se que, quando a situação tem significado para o aluno, ele resolve as operações que são apenas representação do algoritmo tanto para multiplicar como para dividir com mais facilidade e com menos erros. (Jaqueline 3.3.3)

Para a multiplicação expliquei que está vinculado à soma, ao acréscimo, que quando ele multiplica ele está aumentando os valores. Por exemplo, 7×8 , ele poderá resolver por meio da soma das parcelas, somando 7 vezes o 8 ou somando 8 vezes o 7, sendo, portanto, $7+7+7+7+7+7+7+7$. (Luciene 3.3.2)

A pesquisa de Azerêdo (2013) também revela a limitação do ensino da multiplicação apenas ao significado de adição de parcelas iguais. Chamamos atenção para a afirmação de Luciene (3.3.2) de que, quando multiplicamos dois ou mais fatores, o produto será um número maior que os fatores. Essa constatação é válida quando os fatores são numerais naturais, mas pode não ser verdadeira, quando se opera com números racionais, por exemplo.

Quanto às professoras Luciene (3.3.2), Jaqueline (3.3.3) e Elena (3.3.8), analisamos os modos como elas ensinam o algoritmo da multiplicação:

Na multiplicação 102×15 , o “vai 1” indica que 2×5 é 10, que o 0 foi colocado na unidade e que o 1 vai para a dezena que, somado ao 0 do 5×0 , resulta em 1 dezena. No 5×1 me refiro a centena, assim é o lugar onde coloco o valor. O “pular uma casa” indica que agora estou multiplicando o 1 que é o 1 dezena, ou seja, 10 unidades, podendo o aluno colocar também o 0 do 20, que resulta do produto de 10×2 . Fazendo por decomposição, seria um dos recursos eficientes para explicar esta operação. Recurso este que aprendi durante o curso. (Luciene 3.3.2)

Mas, sempre ensino meus alunos a colocarem o número 0 quando mudam de número para multiplicar, justificando que devem colocar unidades debaixo de unidades e dezenas debaixo de dezenas e aí por diante. (Jaqueline 3.3.3)

Eu acredito que existem inúmeros caminhos para realizar o cálculo, gosto de iniciar com a decomposição: Eu diria para o meu aluno: Preciso saber o resultado de 15×102 . O número 15 é composto por $10 + 5$, portanto preciso multiplicá-los para saber o resultado. $10 \times 102 = 1020$. Já descobrimos a 1.ª parte do resultado, agora vamos multiplicar o 5. 102×5 , vamos pensar em 100×5 , que resulta em 500, mas faltou multiplicar o 2, que vezes 5 resulta em 10. Agora vamos somar todos os nossos resultados: $1020 + 500 + 10 = 1530$. Não acredito que a explicação dada em cada episódio traduz o que significa multiplicar, pois realizar o algoritmo mecanicamente é fácil, fazer compreender é o grande desafio. Diferente da professora que me ensinou nos anos iniciais, eu ensino meus alunos a colocarem o número 0 quando mudam de linha, justificando que estão multiplicando a ordem da dezena e não mais unidades simples. Coloca-se 00 para multiplicar a centena, visto que é aquele número vezes 100. (Elena 3.3.8)

Os registros evidenciam que as professoras compreendem a técnica operatória para encontrar o produto entre dois fatores. Além disso, o registro de Elena (3.3.8) revela que a professora se utiliza de características do SND para resolver a multiplicação. Nesse aspecto, reiteramos a importância de operar sem desvencilhar-se das características do SND, pois corremos o risco de apropriar-nos das técnicas operatórias sem identificar os elementos essenciais do SND e sem compreender o movimento lógico-histórico do conceito de número. O ensino que promove o desenvolvimento do pensamento teórico

[...] não pode se fixar nas técnicas operatórias, nos algoritmos, nos sistemas e nas fórmulas, mas deve pautar-se em ações analíticas e sintéticas sobre esses conteúdos, que permitam ao sujeito compreender os processos que levaram à sua elaboração. O aluno deve ser ensinado a pensar sobre o conteúdo e sua história para, ao trazê-la à sua realidade, compreender suas implicações e, assim, poder sistematizá-lo em fórmulas algoritmos. (SANTANA; MELLO, 2017, p.284)

Por outro lado, Jaqueline (3.3.3) afirma que reproduz o ensino das operações da forma como aprendeu enquanto estudante, porém, sua participação no espaço de aprendizagem fez com que tomasse consciência de suas limitações e contribuiu para gerar a necessidade de mudança qualitativa das suas ações como docente:

Mas, apesar de tentar atender os alunos em suas particularidades, sempre tenho a tendência de usar na prática o modelo que eu aprendi quando aluna. Mas hoje, depois de ler, ver e ouvir explicações, trocas de experiências e informações valiosíssimas neste curso de formação, as quais me fizeram repensar meu modo de lecionar, vejo que preciso

mudar muito. Também pude perceber que sabia muito pouco de matemática. (Jaqueline 3.3.3)

Ressaltamos que os fóruns de discussão, as sessões reflexivas e as interações durante os momentos *on-line* se constituíram como instrumentos mediadores (MOURA; SFORNI; LOPES, 2017) que permitiram momentos de compartilhamento dos sentidos pessoais que esses professores atribuíam às operações, permitindo diálogos e reflexões entre os professores. Lopes *et al.* (2016, p. 25) reforçam que “a possibilidade de diferentes sujeitos – com diferentes conhecimentos – interagirem de modo a permitir o compartilhamento de ações, de seus sentidos e significados, pode ser determinante na mudança de qualidade daquilo que por eles é desenvolvido”. Os registros de Luciene (3.3.2), Jaqueline (3.3.3) e Vera (3.3.11) revelam indícios da importância dessa interação no espaço de aprendizagem:

No módulo de multiplicação e divisão reafirmo minhas limitações ao ensinar seus conceitos aos alunos, tendo em vista os anteriormente apresentados. [...] As perguntas durante a aula online foram muito instigadoras, fiquei até receosa pela forma como me senti infantil por saber fazer, mas não saber colocar em palavras de forma a explicar como resolver os algoritmos. No entanto, as discussões propiciadas revelaram muitas explicações que me fizeram compreender o conceito e as possíveis intervenções que posso fazer com meus alunos. Ajudando sobretudo a compor aprendizagens que deveriam ter sido constituídas em anos anteriores, mas que nunca se é tarde para aprender. (Luciene 3.3.2)

Foi de grande contribuição as sugestões de adição de parcelas iguais, combinação de elementos, disposição retangular e proporcionalidade e principalmente o fórum de discussão sobre os algoritmos. Os Fóruns foram momentos maravilhosos. (Jaqueline 3.3.3)

Os fóruns trouxeram muitas contribuições junto aos vídeos e sugestões de atividades para o ensino desses conceitos. (Vera 3.3.11)

Concordamos com os dizeres das professoras sobre a atemporalidade para apropriação de novas significações referentes às operações, decorrentes da mudança dos sentidos pessoais das professoras, exprimindo-se no significado social das operações. Acreditamos que essa mudança certamente contribuirá para que elas realizem seu trabalho de forma consciente e não alienada (MARX, 2013), pois

[...] o que permite ao professor estar em formação é o processo de significação da atividade pedagógica; é o fato de ser sujeito em atividades de formação nas quais ações conscientes são aquelas que ele considera potencialmente relevantes para a sua aprendizagem sobre o ensino. (GLADCHEFF, 2015, p. 66)

Nesse entendimento, os registros de Débora (3.3.6), Elena (3.3.8), Lorena (3.3.9) e Rose (3.3.10) revelaram indícios de que elas consideraram pertinente a organização do espaço de aprendizagem, colocando em discussão o que significa dividir:

A discussão sobre dividir e repartir foi bem significativa e não tinha ainda refletido e nem estudado sobre isso. (Débora 3.3.6)

A multiplicação até que eu ensinava bem, mas a divisão me trazia um pouco de apreensão. Esse para mim foi o módulo mais significativo. A questão do “não dá” foi resolvida em minha vida. (Elena 3.3.8)

Tenho conhecimento quanto às ideias envolvidas na multiplicação e na divisão e como abordá-las em situações problemas, mas o conteúdo do módulo trouxe, para mim, uma discussão sobre o ensino do algoritmo, principalmente da divisão. (Lorena 3.3.9)

Ensinava o processo mecanicamente, como foi-me ensinado. Nesse módulo foi mais difícil a compreensão devido à minha dificuldade no entendimento do processo. Ficou claro que no ensino da divisão e multiplicação é de suma importância o entendimento dos passos básicos. (Rose 3.3.10)

Inferimos que a divisão foi a operação em que as professoras mais apresentaram dificuldade de apropriação do seu significado social e até mesmo da compreensão da síntese desse conhecimento, objetivada no algoritmo. Acreditamos que isso impacta na apropriação desse conhecimento pelos estudantes, pois, como o professor irá organizar o ensino que contemple os elementos essenciais de determinado conceito, se seu sentido pessoal em relação a ele não se exprime no seu significado social?

Elena (3.3.8) enfatiza a história da matemática como importante elemento metodológico para a apropriação da síntese do conhecimento relacionado à divisão produzido pelas gerações antecedentes:

Eu já conhecia a adição feita pelos egípcios, mas gostei demais da exploração da divisão como eles faziam. Penso que um pouco de conhecimento sobre a história da matemática nos ajuda a perceber melhor como chegamos ao que temos hoje em termos de sistema de numeração.

De acordo com Leontiev (1978), é dada à educação escolar a incumbência da apropriação da cultura pelas novas gerações. Assim, como professores, temos o desafio de continuarmos em formação contínua, participando de espaços de aprendizagem que coloquem em movimento conhecimentos teórico-metodológicos necessários para que consigamos realizar nossa atividade. Essa necessidade de formação contínua pode ser evidenciada por meio dos registros de Alice (3.3.1) e Luciene (3.3.2), que, mesmo após a

participação no espaço de aprendizagem, revelam que ainda precisam de apropriação teórica para o ensino da divisão:

Apesar de ter aprendido muito, depois do módulo 4 avalio a minha condição como regular, pois sei que ainda terei algumas dificuldades, principalmente se tratando da divisão. (Alice 3.3.1)

No módulo de multiplicação e divisão reafirmo minhas limitações ao ensinar seus conceitos aos alunos. (Luciene 3.3.2)

Em síntese, a cena 3.3 abrangeu o movimento de apreensão de indícios de novas apropriações relacionadas à multiplicação e à divisão pelas professoras. Entendemos que não é a quantidade de anos de atuação que prepara o professor para que exerça sua atividade – é o ensino. O professor precisa ter acesso a espaços de aprendizagem que coloquem em movimento conhecimentos teórico-metodológicos essenciais para que ele tenha condições de apropriar-se e, conseqüentemente, organizar o ensino para que ocorra o desenvolvimento do estudante.

Cena 3.4: Instrumentos sensoriais na organização do ensino das operações

Buscamos nessa cena analisar as novas apropriações metodológicas relacionadas aos instrumentos sensoriais, na organização do ensino das operações fundamentais. No curso de extensão, nomeamos os materiais didáticos como “instrumentos sensoriais”, os quais selecionamos como meios para viabilizar a negociação de significados do conceito de número, do SND e das operações fundamentais. Para esta cena, consideramos os registros (Quadro 28) de nove participantes (Quadro 27), oriundos das ações que serviram para impulsionar a aprendizagem dessas professoras, ao longo do curso de extensão: participação nos fóruns de discussão (APÊNDICE H e J); reflexões individuais preenchidas na ficha de avaliação final (APÊNDICE K); sessões reflexivas³⁸; diário de reflexões (APÊNDICE I); e realização de tarefas do curso (APÊNDICE G).

³⁸ Sessões reflexivas realizadas nos dias 13/07/2020 e 27/07/2020.

Quadro 27: Participantes da cena 3.4

Categoria	Participantes
0 a 2 anos	1- Alice
	2- Luciene
Mais de 5 anos até 10 anos	5- Laís
	6- Débora
Mais de 10 anos até 15 anos	7- Manuela
	8- Elena
Mais de 15 anos até 20 anos	9- Lorena
	10- Rose
Mais de 20 anos até 25 anos	12- Bruna

Fonte: Dados organizados pela autora

Quadro 28: Registro dos participantes na cena 3.4

3.4.1 Alice: *Eu já havia ouvido falar do material dourado, mas nunca tinha nem pesquisado a respeito, pois achava que uma atividade assim em sala faria com que eu perdesse o controle como professora de 34 alunos. E por isso eu só ensinava a matemática com continhas no quadro mostrando que unidade fica embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena. Os conhecimentos mais significativos neste módulo, são referentes as formas de ensinar as quatro operações para além do “arme e efetue”. Aprendi que com as fichas escalonadas, o material dourado e o ábaco eu tenho infinitas possibilidades. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

3.4.2 Luciene: *Para me auxiliar a compreender a percepção da criança com relação as questões apresentadas, li para meu filho Gabriel (8 anos) o livro O VALOR DE CADA UM. Foi muito engraçado porque ele mesmo ficou na dúvida de qual algarismo seria mais importante, no entanto, agora ele me afirmou que seria o 0. Eu não disse nada a ele, ou dei qualquer explicação, apenas lemos a história juntos. Eu não tenho experiência com a alfabetização matemática de crianças e ensino meu filho como fui ensinada quando criança, mas vejo que ele já possui suas reflexões dado o que aprendeu na escola. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE H: Tarefa - Módulo 2 do curso – Fórum de discussão).*

3.4.5 Laís: *O que me inspirou a participar desse curso é o seguinte: em todas as aulas de matemática que eu já tive eu encontro dificuldades no manuseio de certos materiais pedagógicos. Não vou negar, não tive assim aquela instrução assim minuciosa como na aula da Vanessa, foi assim, foi minuciosa a aula dela eu achei interessante porque ela fundamenta a finalidade daqueles materiais pedagógicos, no caso do ábaco, do material dourado, embora a gente trabalha com essas peças que são fundamentais para o aprendizado do aluno. Mas faltava isso aí, a prática do manuseio para ver onde é que se chega, explicar minucioso para o aluno. Como é que eu vou passar algo para o aluno se nem eu mesmo sei direito como é que se manuseia esse material? Mas eu confesso que eu fiquei muito feliz com a aula da Vanessa, aprofundou bastante e me ajudou bastante nesse sentido. Estou muito satisfeita e cada dia eu tenho mais vontade de participar do curso. (Fonte: Informações retiradas da Sessão reflexiva, 13/07/2020).*

3.4.6 Débora: *O zero "nasceu" com uma das funções de "guardar" o lugar para outro número, como acontece nos exemplos dados com o ábaco na comanda da atividade, assim conseguimos diferenciar o 21 do 201 e 210. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE H: Tarefa - Módulo 2 do curso – Fórum de discussão).*

3.4.7 Manuela: *A utilização de materiais como o Material Dourado, o Ábaco, as Fichas Escalonadas; sugestões e apresentações de jogos; as discussões no fórum sobre o zero. Foram momentos de leituras, reflexões e discussões que enriqueceram ainda mais a prática pedagógica junto as crianças nos anos iniciais. No módulo 3 as leituras, reflexões e discussões foram significativas para ampliar ainda mais os conceitos da adição (juntar e acrescentar), da subtração (retirar, completar e comparar), a relevância do cálculo mental, apresentação e sugestão de jogos e materiais. Fora mais um momento para parar e refletir em nossos conhecimentos teóricos e práticos diante de questões vivenciadas na sala de aula. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

3.4.8 Elena: *Achei muito interessante a forma como foi abordado o uso de materiais manipuláveis. O ábaco se mostrou bastante eficaz, se não associarmos cores às posições. As fichas escalonadas também são bem interessantes. Eu já fazia uso desses materiais, mas a novidade para mim foi em relação do uso de ábaco com as peças coloridas misturadas. O Jogo com material dourado apresentado para a divisão, passarei a usar, não conhecia antes do curso. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

3.4.9 Lorena: *O material didático por si só não resolve as dificuldades dos alunos, o professor precisa saber onde quer chegar com essas ferramentas didáticas, quais aspectos teóricos subsidiam. (Fonte: Informações retiradas da Sessão reflexiva, chat, 13/07/2020).*

3.4.10 Rose: *Eu achei muito significativo as explicações com ábaco na adição e subtração, pois eu não tinha essa visão na utilização do mesmo. Realmente, muito importante. (Fonte: Informações retiradas da Sessão reflexiva, chat, 27/07/2020). O que mudou na minha concepção sobre esses significados (subtrair e adicionar) a partir do curso de formação? Como exposto na aula a adição e subtração pode exigir diferentes ações mentais na resolução de diferentes situações. A adição e a subtração têm seus próprios significados. A maioria dos professores estão condicionados e limitados ao conhecimento dos números e efetuar as operações de forma simples, sem o reconhecimento do processo em si e da inovação dos conceitos e resoluções nas operações. A aula foi bem motivadora para a quebra de paradigmas. Eu estou aprendendo muito com as inovações sugeridas, principalmente quando a professora Mariana, em vídeo, nos mostrou a utilização do ábaco. Fiquei encantada e nunca teria pensado em utilizá-lo dessa forma, principalmente na subtração quando ensinou sobre o desagrupamento. Foi uma novidade e grande aprendizado. Acredito que o aluno tenha que realmente dominar os fatos fundamentais e o processo. E, com essa formação tenho um novo olhar para minha didática. Espero poder participar de novas práticas. (Fonte: Informações retiradas do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso). Foi significativa a aprendizagem sobre o manuseio e o conhecimento dos materiais a serem utilizados durante a aprendizagem no Sistema de Numeração Decimal, sendo esse sistema posicional e a base para criar condições efetivas na construção dos conceitos e dos processos matemáticos e com significância. Realizar um trabalho de composição e decomposição, não sendo um processo mecânico. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso).*

3.4.12 Bruna: *Pensando sobre a abordagem do módulo foi extremamente significativo oferecer subsídios ao trabalho do professor com as sugestões de jogos e de atividades até bem simples envolvendo todos os elementos tratados. Não houve um que fosse mais significativo para mim, considero todos muito importantes porque os vejo de modo articulado. (Fonte: Informações retiradas da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso) [...] Se pretendo que eles construam conceitos, proporia a resolução de problemas a partir de diferentes contextos (jogos, textos escritos, situações do cotidiano etc.) e também ofereceria algum suporte material (material dourado, réplica do dinheiro, por exemplo) para que os*

alunos pudessem registrar no material suas ações. Claro que o material manipulável não é o único recurso para a demonstração de estratégias de cálculo (há também desenhos, esquemas, textos e outros), mas por meio dele é possível mostrar aos alunos como as transformações ocorridas a partir de sua manipulação são representadas no algoritmo. (Fonte: Informações retiradas do APÊNDICE M: Tarefa - Módulo 4 do curso).

Conforme abordado na seção 2 da presente tese, os instrumentos físicos e simbólicos são objetivações produzidas pela relação entre homem e natureza, para satisfação de suas necessidades fisiológicas, instrumentais e integrativas (LEONTIEV, 1978; MOURA; ARAÚJO, SERRÃO, 2019). Moura, Sforini e Araújo (2011, p. 42) afirmam que “[...] o homem, ao se apropriar de instrumentos, modifica-se; ao interagir com o conhecimento objetivado nos instrumentos físicos e simbólicos, incorpora a atividade mental e física presente neles”.

Portanto, entendemos que o conhecimento matemático sobre as operações fundamentais é um instrumento simbólico que necessita de apropriação. Por meio da educação escolar, o ensino que gere a necessidade de aprendizagem demanda ações organizadas intencionalmente para que os estudantes atribuam sentido pessoal que se exprima no significado social desse conceito. Para realizar a atividade de ensino, Moretti e Moura (2011, p. 443) pontuam que

[...] o professor lida com: o conceito a ser ensinado, a história desse conceito, os materiais didáticos que elegerá como adequados às suas necessidades, e a organização intencional de suas ações, de modo a viabilizar o movimento indivíduo-coletivo na negociação de significados sobre o conceito em jogo.

Entendemos que a escolha dos materiais didáticos adequados na organização do ensino depende da intencionalidade do professor, de qual objetivo pretende alcançar, pois esses materiais, por si sós, não produzem a aprendizagem, tampouco desenvolvem conceitos, e são apenas instrumentos mediadores no processo de desenvolvimento das ações mentais para apropriação dos conceitos. Costa (2016) enfatiza que

[...] a mediação por meio de ferramentas ou instrumentos tem papel central na abordagem da atividade do sujeito, modelando sua forma de interagir com a realidade e refletindo as experiências de outras pessoas que as utilizaram para diversas atividades. Assim, o seu uso é um meio para a acumulação e transmissão de conhecimento social, influenciando a natureza, não só do comportamento externo, mas também do funcionamento da mente dos indivíduos. (KAPTELININ *et al.*, 1995 *apud* COSTA, 2016, p. 83)

Com essa compreensão, identificamos que Laís (3.4.5) e Lorena (3.4.9) reconheceram, a partir da formação contínua, a importância da intencionalidade docente

na seleção e no uso de instrumentos sensoriais e sinalizam o entendimento de que, por si sós, não promovem aprendizagem e também alertam para a importância de o professor conhecer os aspectos teóricos que os sustentam. Inferimos, também, que Laís (3.4.5) e Lorena (3.4.9) se apropriaram de novas significações para as formas de uso do ábaco e do material dourado, ao elucidar o impacto que sentiram após a formação:

O que me inspirou a participar desse curso foi o seguinte: em todas as aulas de matemática que eu já tive eu encontro dificuldades no manuseio de certos materiais pedagógicos. Não vou negar, não tive assim aquela instrução assim minuciosa como na aula da Vanessa, foi assim, foi minuciosa a aula dela eu achei interessante porque ela fundamenta a finalidade daqueles materiais pedagógicos, no caso do ábaco, do material dourado, embora a gente trabalha com essas peças que são fundamentais para o aprendizado do aluno. Mas faltava isso aí, a prática do manuseio para ver onde é que se chega, explicar minucioso para o aluno. Como é que eu vou passar algo para o aluno se nem eu mesmo sei direito como é que se manuseia esse material? Mas eu confesso que eu fiquei muito feliz com a aula da Vanessa, aprofundou bastante e me ajudou bastante nesse sentido. Estou muito satisfeita e cada dia eu tenho mais vontade de participar do curso. (Laís 3.4.5).

O material didático por si só não resolve as dificuldades dos alunos, o professor precisa saber onde quer chegar com essas ferramentas didáticas, quais aspectos teóricos subsidiam. (Lorena 3.4.9).

Porém, destacamos que não é somente a prática do manuseio do instrumento sensorial que vai preparar o professor para o uso em sala de aula, conforme declara Laís (3.4.5), mas é preciso atrelar ações ao processo de apropriação, que considerem a finalidade para qual socialmente esse instrumento foi produzido (LEONTIEV, 1978; MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2011). Da mesma forma, Esteves e Souza (2017) alegam que o desenvolvimento do pensamento teórico do professor, em propostas de formação contínua, precisa estar ancorado ao conhecimento científico, e não apenas a metodologias, para organização do ensino, pois essas pouco contribuem para mudanças.

Os registros de Alice (3.4.1) e Elena (3.4.8) evidenciam mudanças em seus sentidos pessoais, relacionados ao uso do material dourado para o ensino das operações:

Eu já havia ouvido falar do material dourado, mas nunca tinha nem pesquisado a respeito, pois achava que uma atividade assim em sala faria com que eu perdesse o controle como professora de 34 alunos. E por isso eu só ensinava a matemática com continhas no quadro, mostrando que unidade fica embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena. Os conhecimentos mais significativos neste módulo são referentes às formas de ensinar as quatro operações para além do “arme e efetue”. (Alice 3.4.1).

Achei muito interessante a forma como foi abordado o uso de materiais manipuláveis. O Jogo com material dourado apresentado para a divisão, passarei a usar, não conhecia antes do curso. (Elena 3.4.8).

O registro de Alice (3.4.1) evidencia sua resistência, antes do curso de extensão, ao uso de instrumentos sensoriais, justificando que essa opção metodológica, durante as aulas, geraria indisciplina, mas, ao participar da formação contínua, Alice atribuiu um novo sentido a esse aspecto. O registro de Elena (3.4.8) também apresenta indícios de que ela pôde se apropriar de aspectos teórico-metodológicos para o ensino da divisão a partir do uso do material dourado.

Sabemos que o material dourado tem suas limitações, pois não garante o valor posicional do SND e nem possibilita o desagrupamento das peças, porém seu uso pode ser um meio para a compreensão das trocas, dos agrupamentos no SND e da equivalência entre as peças. Com já discorremos anteriormente, a escolha do instrumento sensorial, como meio para organização do ensino, não deve ser isenta de uma intencionalidade e nem da apropriação conceitual pelo professor, mas precisa ter objetivos bem definidos sobre os modos de ação para viabilizar o processo de apropriação do conhecimento matemático pelo estudante. Costa (2016, p. 83) alerta para o fato de que,

[...] na atividade de ensino, a escolha do material didático deve ser intencional e direcionada ao alcance de um objetivo, à concretização de uma ação por meio de uma operação. Desse modo, para que o professor decida sobre qual material utilizar, é necessário que tenha se apropriado do conceito que pretende ensinar e dominado o uso de tais materiais para a execução das ações planejadas.

Nesse cenário, defendemos que o primeiro contato do estudante com o instrumento sensorial seja o livre manuseio, para que ele possa se familiarizar e, só após esse momento, o professor elucidar sua finalidade pedagógica. Esse é um processo que necessita de tempo, orientação do professor e viabilidade de compartilhamento de significados pelos sujeitos envolvidos na atividade de ensino.

Alice (3.4.1), Luciene (3.4.2), Manuela (3.4.7), Rose (3.4.10) e Bruna (3.4.12) relatam a importância de considerar os materiais (os livros paradidáticos, o material dourado, as fichas escalonadas, o ábaco, os jogos etc.) na organização do ensino para a apropriação dos elementos essenciais do SND e das operações fundamentais:

Apreendi que com as fichas escalonadas, o material dourado e o ábaco eu tenho infinitas possibilidades. (Alice 3.4.1)

Para me auxiliar a compreender a percepção da criança com relação às questões apresentadas, li para meu filho Gabriel (8 anos) o livro O

VALOR DE CADA UM. Foi muito engraçado porque ele mesmo ficou na dúvida de qual algarismo seria mais importante, no entanto, agora ele me afirmou que seria o 0. (Luciene 3.4.2)

A utilização de materiais como o Material Dourado, o Ábaco, as Fichas Escalonadas; sugestões e apresentações de jogos; as discussões no fórum sobre o zero. Foram momentos de leituras, reflexões e discussões que enriqueceram ainda mais a prática pedagógica junto às crianças nos anos iniciais. (Manuela 3.4.7)

Foi significativa a aprendizagem sobre o manuseio e o conhecimento dos materiais a serem utilizados durante a aprendizagem no Sistema de Numeração Decimal, sendo esse sistema posicional e a base para criar condições efetivas na construção dos conceitos e dos processos matemáticos e com significância. Realizar um trabalho de composição e decomposição, não sendo um processo mecânico. (Rose 3.4.10)

[...] Se pretendo que eles construam conceitos, proporia a resolução de problemas a partir de diferentes contextos (jogos, textos escritos, situações do cotidiano etc.) e também ofereceria algum suporte material (material dourado, réplica do dinheiro, por exemplo) para que os alunos pudessem registrar no material suas ações. Claro que o material manipulável não é o único recurso para a demonstração de estratégias de cálculo (há também desenhos, esquemas, textos e outros), mas por meio dele é possível mostrar aos alunos como as transformações ocorridas a partir de sua manipulação são representadas no algoritmo. (Bruna 3.4.12)

Dentre os diferentes instrumentos sensoriais utilizados durante a formação contínua, a utilização do ábaco desencadeou importantes momentos de compartilhamento de significados. Compreendemos que ele é um objeto social, produzido pelo homem, em resposta à necessidade de controlar quantidades, e nele estão materializados traços das características do SND: os agrupamentos de 10 em 10, a quantidade finita de símbolos, a dupla função do zero e o valor posicional. Assim,

[...] o seu uso torna necessária a explicitação de seus princípios. É a explicitação dos princípios do material que o tornará significativo enquanto objeto cultural, enquanto produto da necessidade humana. Podemos definir estratégias para o ensino do ábaco. Colocar a criança diante da necessidade de organizar a comunicação de quantidades pode ser uma estratégia para tal objetivo. Como vemos, o próprio material está carregado de conteúdo. Não é somente brinquedo, é instrumento, e como tal está cheio de significado. (MOURA, 2000, p. 32)

Mediante esses apontamentos, analisamos que os registros de Débora (3.4.6), Elena (3.4.8) e Rose (3.4.10) elucidam a apropriação de novas significações referentes a algumas dessas características essenciais do SND e ao controle de variação de quantidades, relacionado às operações de adição e de subtração:

O zero “nasceu” com uma das funções de “guardar” o lugar para outro número, como acontece nos exemplos dados com o ábaco na comanda da atividade, assim conseguimos diferenciar o 21 do 201 e 210. (Débora 3.4.6)

Achei muito interessante a forma como foi abordado o uso de materiais manipuláveis. O ábaco se mostrou bastante eficaz, se não associarmos cores às posições. As fichas escalonadas também são bem interessantes. Eu já fazia uso desses materiais, mas a novidade pra mim foi em relação do uso de ábaco com as peças coloridas misturadas. (Elena 3.4.8)

Eu achei muito significativo as explicações com ábaco na adição e subtração, pois eu não tinha essa visão na utilização do mesmo. [...] Eu estou aprendendo muito com as inovações sugeridas, principalmente, quando a professora Mariana, em vídeo, nos mostrou a utilização do ábaco. Fiquei encantada e nunca teria pensado em utilizá-lo dessa forma, principalmente na subtração, quando ensinou sobre o desagrupamento. Foi uma novidade e grande aprendizado. Acredito que o aluno tenha que realmente dominar os fatos fundamentais e o processo. E, com essa formação, tenho um novo olhar para minha didática. Espero poder participar de novas práticas. (Rose 3.4.10)

Outro aspecto colocado em movimento foi referente às cores das peças do ábaco. Mercadologicamente, um ábaco colorido chama mais atenção, porém atribuir o valor posicional às cores é um equívoco que pode ocorrer quando os estudantes estão operando com esse instrumento sensorial. O registro de Elena (3.4.8) revela que ela atribuiu um novo sentido a esse aspecto. Entendemos que o professor, como organizador do ensino, precisa colocar em movimento essas questões, ao orientar suas ações, sempre objetivando o desenvolvimento de ações mentais dos estudantes, no decorrer da atividade de ensino.

Em suma, apropriar-se de instrumentos sensoriais para o ensino significa apropriar-se do conceito a ser estudado ou em estudo e do processo de objetivação que produziu esse instrumento. Só assim será possível organizar o ensino com intencionalidade pedagógica.

A mudança dos sentidos iniciais, atribuídos pelas professoras em direção ao significado social das operações, evidencia a mudança dos motivos compreensíveis para motivos eficazes, revelando assim indícios de apropriação de novas significações. Esse movimento é extremamente importante para o desenvolvimento do professor e, concomitantemente, para realização da sua atividade de ensino.

6 ALGUMAS SÍNTESES DAS TRAMAS DESENCADEADORAS DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM AOF: O OLHAR DA PESQUISADORA

As tramas vividas por mim³⁹ durante a pesquisa de doutoramento foram fundamentais para que eu compreendesse e ratificasse a importância da tomada de consciência, da identificação e da compreensão dos elementos do modo geral de organização das ações de ensino sobre as operações fundamentais, visando ao desenvolvimento do pensamento teórico do professor (RIBEIRO, 2011; SFORNI, 2003). Afirmo isso, pois desde 2009, início da minha atuação como professora de matemática dos anos iniciais, busco compreender o objeto de ensino relativo às operações fundamentais.

A tomada de consciência sobre os motivos das minhas ações tem sua gênese com meu ingresso no Doutorado em 2018, que foi quando tive o primeiro contato com os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural para organização do ensino de matemática. Considero que o acesso a esse espaço de formação foi o divisor de águas na minha trajetória como professora e pesquisadora, que ensina matemática nos anos iniciais, pois desde então, tenho podido atribuir novos sentidos às minhas ações de ensino e extensão sobre as operações fundamentais, sentidos esses que se exprimem nos significados sociais dessas operações (LEONTIEV, 1978). Na esteira de Leontiev (1978), Almeida (2021, p. 201) elucida que novas ações “[...] podem transformar-se em atividades quando o motivo da mesma gera sentido pessoal ao sujeito, e este, ao coincidir com o significado social da atividade pode promover o seu desenvolvimento”.

Nesse sentido, com o intuito de oportunizar a ampliação dessas reflexões para professores que, assim como eu, reconhecem suas necessidades formativas e se movem de algum modo para supri-las, foi que organizamos⁴⁰, intencionalmente, um espaço de aprendizagem cujo objetivo era o de investigar, analisar e compreender o movimento formativo de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, ao estabelecerem novas significações para as quatro operações fundamentais.

³⁹ A partir de agora utilizaremos a primeira pessoa do singular, por ser um rememorar da trajetória docente da pesquisadora.

⁴⁰ A partir desse momento, voltaremos a utilizar a terceira pessoa do plural pois dialogaremos com os resultados das análises, advindos dos registros das professoras participantes da pesquisa, e também dialogaremos com autores que embasaram nossas reflexões.

Tal objetivo amparou-se na compreensão de que a atividade do professor é permeada pela relação entre sentido e significações, pois muitas vezes os instrumentos produzidos pela humanidade que objetivaram uma síntese são utilizados de forma cristalizada, o que não permitiu a tomada de consciência dos professores sobre esses processos de significações. Nossa pesquisa, por meio da formação contínua, procurou intervir nesse processo, evidenciando quais são esses sentidos e possibilitando a apropriação de novas significações, de modo que esses instrumentos passassem a ser utilizados de forma consciente pelos professores, no sentido de tomada de consciência das ações. Assim sendo, percorremos toda a pesquisa em busca de respostas para a questão: *Quais indícios de apropriação de novas significações sobre as operações fundamentais podem ser revelados por professores que ensinam Matemática em uma Atividade Orientadora de Formação de modo remoto?*

As tramas que nos ajudaram a responder a questão investigativa foram constituídas pelos seguintes objetivos específicos:

- compreender as necessidades formativas dos professores em relação aos aspectos teórico-metodológicos das quatro operações fundamentais;
- apreender os sentidos iniciais que professores que ensinam Matemática nos anos iniciais atribuem às quatro operações fundamentais;
- apreender e revelar novos sentidos atribuídos pelos professores no processo de significações no âmbito das quatro operações fundamentais.

No episódio 1, consideramos que percorremos o caminho em busca de *compreender as necessidades formativas dos professores em relação aos aspectos teórico-metodológicos das quatro operações fundamentais*. Como já mencionado nas seções anteriores, o surgimento de uma necessidade é a condição primeira para a possibilidade de o professor estar em atividade, e o motivo é o que a impulsiona e, para garantir a estrutura da atividade, o motivo precisa coincidir com o objeto (LEONTIEV, 1978). Os resultados das análises evidenciaram que nem todos os professores participantes da pesquisa se inscreveram no curso de extensão por um motivo eficaz, aquele que coincide com o objeto da nossa pesquisa: a apropriação de novas significações relativas às operações fundamentais.

De acordo com nossa base teórica, elencada nas seções 2 e 5, os motivos apenas compreensíveis não se direcionam ao objeto, sendo insuficientes para conferir sentido à ação (LEONTIEV, 1978; LONGAREZI; FRANCO, 2013). A análise do material empírico produzido revelou indícios de que os motivos apenas compreensíveis dos

respectivos professores se transformaram no decorrer da ação, passando a ser motivos eficazes, garantindo assim as condições da atividade e da Atividade Orientadora do Formação.

Inferimos que, como possibilidade de transformação dos motivos que impulsionam a atividade do professor, faz-se necessário que ele tenha acesso aos conhecimentos historicamente produzidos, que tome consciência de que muitas vezes o que realiza é apenas uma operação que o conduz para um trabalho alienado, ao invés de conduzi-lo à realização de uma atividade ensino potencializadora do desenvolvimento do pensamento teórico, das capacidades psíquicas superiores e de si mesmo. As análises indicaram também que as necessidades formativas são inerentes a professores do início ao final da vida docente, pois suas ações dissociavam o sentido pessoal do significado social das operações fundamentais. Tal fato pode ser evidenciado no registro de algumas professoras ao revelarem que suas aprendizagens na graduação não abarcaram o que precisavam apropriar para realização da sua atividade de ensino e que as aprendizagens vivenciadas no curso de extensão por meio dos diálogos e compartilhamentos de experiência lhes proporcionaram uma reflexão formadora. As análises do material empírico nos possibilitaram identificar e revelar que a formação baseada no saber fazer e não no saber pensar, na resolução de exercícios de matemática de nível superior, não fazem sentido para aqueles se formam e pretendem exercer a docência.

A partir do nosso entendimento sobre a existência da necessidade de formação do professor continuamente, foi que assumimos, no início desta pesquisa, a formação contínua de professores como sendo aquela que acontece após a formação inicial e que possibilita ao professor estar em atividade, buscar apropriar-se do modo geral de organização do ensino para a formação do pensamento teórico e dos conceitos científicos pelos estudantes, contribuindo para o desenvolvimento psíquico de professores e estudantes.

Seguindo com nossas sínteses, no episódio 2, o objetivo foi o de *apreender os sentidos iniciais que professores que ensinam Matemática nos anos iniciais atribuem às quatro operações fundamentais*. As análises revelaram que os sentidos iniciais que a maioria das professoras atribuía ao conceito de número e do SND se dissociavam das suas essências: ora esses sentidos se limitavam às suas experiências enquanto estudantes da educação básica, ora se restringiam ao livro didático. Inferimos que, quando as professoras percebiam suas limitações em relação à formação desses conceitos, se sentiam motivadas a permanecerem no espaço de aprendizagem para ressignificarem suas

compreensões. Em relação às operações fundamentais, os sentidos iniciais limitavam-se, em sua maioria, a compreensão de técnicas operatórias totalmente desvinculadas do processo que visa à apropriação “[...] dos traços essenciais da atividade encarnada, acumulada no objeto” (LEONTIEV, 1978, p. 268).

A partir da base teórica que assumimos nesta pesquisa, compreendemos e defendemos que o professor que desenvolve uma prática alienante pode não ter tido a oportunidade de acesso aos conhecimentos historicamente produzidos pela atividade humana. Posto isso, acreditamos que o professor, ao realizar sua atividade de ensino sobre as operações fundamentais, precisa dar sentido e significado ao conhecimento objetivado historicamente, fruto da atividade humana em busca de uma solução para situações-problema envolvendo o controle de variação de grupos de quantidade. Como o professor é quem organiza as ações de ensino, se não tiver essa compreensão, não terá condições de realizar ações intencionais que visem à aprendizagem que promova o desenvolvimento dos estudantes.

No episódio 3, almejamos *apreender e revelar novos sentidos atribuídos pelos professores no processo de significações no âmbito das quatro operações fundamentais*. As análises do material empírico revelaram indícios de apropriação de novas significações pelos professores, quando analisamos os registros que evidenciaram mudanças nos sentidos iniciais das professoras, na medida de suas aproximações aos significados sociais dos conceitos teórico-metodológicos postos em movimento durante o curso de extensão. Entendemos que esse caminho perpassa pela relação indivíduo-coletivo, já que o compartilhar de significados durante o processo formativo pode permitir que o professor atribua novos sentidos e se aproprie de novas significações. Para exemplificar, citamos o caso da professora Elena, que enfatizou nos seus registros a importância dessas interações durante o curso de extensão e pontuou a influência que pode ter na organização do ensino, caso o professor não “goste” de matemática. A professora mencionou a riqueza das discussões que ocorriam no *chat*, onde todos podiam expor suas dúvidas, anseios, certezas, conquistas, além do seu “fazer matemático”.

Pensamos que esse “gostar” ou não de matemática, relatado por Elena, pode estar ligado às próprias limitações formativas dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Não basta apenas o professor ter consciência de suas limitações, ele precisa realizar ações em busca de diminuí-las e superá-las, e isso demanda um processo formativo intencional e contínuo, que possibilite a apropriação de aspectos teórico-metodológicos para o ensino de matemática nos anos iniciais.

Concordamos com a professora Adriana, quando menciona em seus registros que um curso de extensão é insuficiente para dar conta de todo esse processo de apropriação, que novas necessidades sempre estarão presentes na atividade de ensino do professor e na apropriação de conhecimentos científicos que preencham lacunas. A professora menciona, ainda, que, como é estudiosa da psicologia histórico-cultural, pode perceber o movimento do método dialético e se perceber em atividade de estudo.

Assim sendo, destacamos que é preciso termos consciência da existência da relação do desenvolvimento do professor com seu objeto de trabalho que é o ensino, pois o professor, à medida que realiza sua atividade de ensino, também modifica a si mesmo. Reforçando o que já foi citado na seção 5, “[...] o sujeito faz-se sujeito ao lidar com os objetos e que, ao agir, impacta a realidade, isto é, exerce uma ação modificadora sobre o objeto na qual a ação incide” (MOURA, 2000, p. 10).

Em decorrência das análises, compreendemos que operar matematicamente nada mais é do que desenvolver estratégias mentais que garantam as características essenciais do SND, cuja finalidade é o controle de variação de grupos de quantidades. Essa variação ocorre, por exemplo, ao adicionar, ao subtrair, ao multiplicar, ao dividir, entre outras ações. E todo esse processo está interligado, em sua essência, à estrutura do SND. Inferimos, também, que existe um distanciamento entre o ensino da síntese desse conhecimento, objetivada nos algoritmos, e o movimento de sua formação, decorrente da produção da atividade humana, ao lidar com o controle de variação de grupos de elevadas quantidades. A compreensão mecanizada do algoritmo contribui para que o estudante deixe de considerar as características do SND. O ensino do algoritmo é uma síntese de grande relevância, produzida pela humanidade, para realizar, de forma mais rápida, cálculos de grupos de elevadas quantidades, porém não deve ser o pontapé inicial para o ensino das operações fundamentais, e sim o ponto de chegada.

Acreditamos que, se o ensino das operações fundamentais tiver sua gênese nos algoritmos, esse tipo de ensino não promoverá uma aprendizagem que impulse o desenvolvimento psíquico nem dos professores nem dos estudantes. Outra questão importante apreendida nas análises decorreu da validação do ensino das operações considerando as estratégias de cálculo mental, garantindo e elucidando as características do SND. Entendemos que esse modo de organização do ensino, contemplando a resolução de situações-problema que valorize o cálculo mental, pode permitir que o estudante desenvolva ações mentais, ao ter que criar estratégias, testar hipóteses, estabelecer relações entre as operações inversas.

Em relação ao modo remoto de constituição do espaço de aprendizagem, ressaltamos que foi um desafio para o momento de distanciamento social, no sentido de organizar as ações tendo como instrumentos mediadores o Moodle e o MConf. Por outro lado, a falta de conhecimento das potencialidades dessas plataformas nos impulsionou a participar de formações por meio de cursos ofertados pela UFU. Além disso, pudemos contar com a participação de 14 professores formadores e também com a participação de 3 professoras de outras regiões do país em algumas aulas. Outro ponto a enfatizar se refere à possibilidade de professores de diferentes regiões do País, participarem desse espaço de aprendizagem e terem a oportunidade de apropriar-se de novas significações para aspectos teórico-metodológicos para o ensino das operações fundamentais nos anos iniciais e de compartilhar suas diferentes experiências e vivências. A exemplo disso, as professoras Débora e Manuela registraram que

[...] o curso de formação elucidou a cada aula visitar alguns conteúdos que muitas vezes estão "dormindo", passamos por eles cotidianamente, mas não paramos para pensar nos conceitos e como a humanidade construiu historicamente esse percurso. Aproveito para dizer que a proposta do curso está sendo muito rica e significativa. (Fonte: Dados retirados do Diário de reflexões – parte 1 – APÊNDICE I: Tarefa – Módulo 3 do curso). Para o meu percurso formativo a sala de bate papo ao vivo foi um momento muito produtivo com muitas trocas de experiências. Foi maravilhoso, a dinâmica oferecida de estudo e discussões com fóruns ao vivo que trouxe um pouco da dinâmica do presencial e estar em contato e de promover trocas que foi riquíssimo. Os jogos e atividades com materiais manipulativos como estratégia de levar a criança a operar com significado e função social também foi muito rico. (Fonte: Dados retirados da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso) (Débora).

Mesmo o curso sendo realizado online, ele nos permitiu momentos de escutas, trocas e diálogos pertinentes ao ensino da matemática nos anos iniciais. Fica aqui o meu agradecimento pelas leituras, reflexões, diálogos, vídeos e vivências apreendidas nesses dias de formação junto ao grupo. Foram momentos para refletir e discutir alguns fundamentos teórico-metodológicos envolvendo número, as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. E assim, repensarmos os conceitos e práticas desenvolvidas na sala de aula junto às crianças nos anos iniciais. Com certeza não seremos os mesmos profissionais. O que nos faz considerar o quanto são importantes esses momentos de formação contínua e vivência. Obrigada a toda equipe pelas considerações, apontamentos e sugestões para com o grupo. Foram momentos de valorosa contribuição para a formação profissional e pessoal. (Fonte: Dados retirados da Ficha de avaliação final - APÊNDICE K: Tarefa - Módulo 4 do curso) (Manuela).

Diante das reflexões expostas até aqui, acreditamos que podemos confirmar nossa tese de que a organização intencional de um espaço de aprendizagem pautada na perspectiva histórico-cultural, tendo a AOF como base teórico-metodológica, pode colocar o professor em atividade, e os motivos apenas compreensíveis podem se tornar em motivos eficazes. Isso ocorre quando os professores, pela inter-relação com seus pares e/ou professores pesquisadores, atribuem novos sentidos à sua atividade pedagógica, ao se apropriarem de modos de organizar o ensino para a formação do pensamento teórico e dos conceitos científicos nos estudantes.

Entendemos que a tese dialoga com a relação entre a organização intencional do espaço de aprendizagem e o professor estar em atividade. Buscamos garantir mediações em diferentes momentos e em diferentes formas, ancorados nos elementos da THC. E, acreditamos que o modo remoto foi uma das mediações que permitiu que essas novas significações, a partir da lente teórica da THC, pudesse viabilizar que os professores entrassem em atividade. Assim, trazer contribuições de aspectos a serem cuidados para uma boa prática de formação, na direção da tomada de consciência pelo professor, é imprescindível. Enfatizar isso é essencial porque a tecnologia e os modos remotos de ensino são algo com os quais lidaremos cada vez mais e a sua negação não é mais uma possibilidade.

Nesse sentido, para garantir que o movimento de significação se desse nesse espaço de aprendizagem, de modo remoto, foi preciso: embasamento teórico a partir da THC; intencionalidade na organização das ações de formação; constituição de um coletivo formativo tendo, em sua maioria, professores licenciados em Matemática; reuniões coletivas de estudo e de planejamento entre os professores formadores; participação de professores de outras universidades que são estudiosos da temática discutida na pesquisa; e, por fim, do apoio técnico do programa #UFUEmCasa em parceria com o Centro de Educação a Distância (CEaD) e com a Pró-Reitoria de Extensão e Cultura (Proexc) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU).

Logo, para viabilizar que os professores entrassem em atividade, transformando sentidos, num processo de tomada de consciência, acreditamos que esses cuidados ao organizar um espaço de aprendizagem são essenciais. E, não objetivamos concluir nossas reflexões e nossas análises sobre a temática abordada nesta pesquisa, mas apenas traçar algumas considerações a respeito dos resultados deste trabalho e da forma como estes podem colaborar com a formação professores que ensinam matemática nos anos iniciais e com outras pesquisas.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, C. P. de. **Processos de aprendizagem da docência com professores que ensinam Matemática nos anos iniciais: a coletividade como princípio formativo.** 2019. 121. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR. Disponível em: <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/59728> Acesso em: 06 mar. 2021. <https://doi.org/10.7867/1809-0354202116e8867>
- ALMEIDA, C. de. **A significação do ensino de ciências da natureza nos anos iniciais: contribuições do espaço formativo compartilhado para a formação de professores.** 2021. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Santa Maria.
- AMARAL, E. H. do. **Sistema de numeração decimal: conhecimentos profissionais e práticas escolares de professores do 2º e 3º ano do 1º ciclo do ensino fundamental.** 2015. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Cuiabá, 2015. Disponível em: <https://ri.ufmt.br/handle/1/151> Acesso em: 06 mar. 2021.
- ARAÚJO, E. S. Mediação e aprendizagem docente. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE PSICOLOGIA ESCOLAR E EDUCACIONAL, 9., 2009, São Paulo. Disponível em: <https://silo.tips/download/mediaao-e-aprendizagem-docente-elaine-sampaio-araujo-ffclrp-usp-ribeirao-preto-s> Acesso em: 27 mar. 2022.
- ARAÚJO, E. S.; MORAES, S. P. G. de. Dos princípios da pesquisa em educação como atividade. *In*: MOURA; M. O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural.** São Paulo: Loyola, 2017. p. 47-70.
- ARAÚJO, N. A. de. Índícios de apropriação das significações de conceitos matemáticos por professores em atividade de aprendizagem. *In*: LOPES, A. R. L. V.; ARAÚJO, E. S.; MARCO, F. F. de (org.). **Professores e futuros professores em atividade de formação.** Campinas, SP: Pontes, 2016. p.101-127. (Coleção Princípios e práticas da organização do ensino de matemática nos anos iniciais, v.1). Disponível em: http://www.labeduc.fe.usp.br/wp-content/uploads/colecao_obeduc_livro_1.pdf. Acesso em: 07 jul 2022.
- ASBAHR, F. da S. F. **“Por que aprender isso, professora?”. Sentido pessoal e atividade de estudo na Psicologia Histórico-Cultural.** 22f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Psicologia, Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.
- AZERÊDO, M. A. de. **As representações semióticas de multiplicação: um instrumento de mediação pedagógica.** 2013. 279 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFPB-2_ca59eda6ee894dcd6642962864783d26 Acesso em: 06 mar. 2021.

BEMME, L. S. B. **Características da aprendizagem docente de professores que ensinam matemática**: articulações em uma comunidade de prática. 2020. 198f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Franciscana, Santa Maria - RS. Disponível em: <http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/872>. Acesso em: 06 mar. 2021.

BIELSCHOWSKY, C. E; PRATA, C. L. Portal Educacional do Professor do Brasil. **Revista de Educación**, mayo-agosto, 2010. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000013441.pdf>. Acesso em: 25 nov. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa**: Quantificação, Registros e Agrupamentos. Brasília, 2014. 88p.

BRITO, C. C. A Teoria Histórico-Cultural como fundamento para a formação do alfabetizador matemático. Tese (Doutorado) – Universidade Beira Interior, Covilhã, Portugal, 2022. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.6/12050>. Acesso em: 09 abr. 2022.

BRITO, K. D. M. de. **A constituição do coletivo e o processo de significação docente**. 2017. 177f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração: Políticas públicas e Organização do Trabalho Educacional, Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/59/59140/tde-26052017-132846/pt-br.php>. Acesso em: 06 mar. 2021.

BRITO, K. D. M. de; ARAUJO, E. S. Princípios e possibilidades da formação docente na perspectiva do trabalho coletivo. **Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, Uberlândia, MG, v. 2, n. 3, p. 591-617, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.14393/OBv2n3.a2018-47434>. Acesso em: 24 fev. 2020.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 2000.

CEDRO, W. L. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino**: o Clube de Matemática. 171f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004. DOI:10.11606/D.48.2004.tde-21062005-104453. Acesso em: 09 jul. 2022. <https://doi.org/10.11606/D.48.2004.tde-21062005-104453>

CEDRO, W. L.; MOURA, M. O. de. O conhecimento matemático do professor em formação inicial: um análise histórico-cultural do processo de mudança. *In*: MORETTI, V. D; CEDRO, W. L. (org.). **Educação matemática e a teoria histórico-cultural**: um olhar sobre as pesquisas. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2017. p. 87-121.

CEDRO, W. L.; NASCIMENTO, C. P. Dos métodos e das metodologias em pesquisas educacionais na teoria histórico-cultural. *In*: MOURA; M. O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Loyola, 2017. p. 13-46.

COSTA, R. C. da. **Materiais didáticos na atividade de ensino de Matemática: significação dos artefatos mediadores por professores em formação contínua.** 2016. 170p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-15082016-162237/pt-br.php>. Acesso em: 06 mar. 2021.

DANTZIG, T. **Número: a linguagem da ciência.** 4. ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1970.

DAVIDOV, V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico.** Habana: Editorial Progreso, 1988.

DIAS, M. da S.; SOUZA, N. M. M de. A atividade de formação do professor na licenciatura e na docência. *In*: MOURA; M. O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural.** São Paulo: Loyola, 2017. p. 183-209.

DURGANTE, P. M. **Formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e a organização do ensino das quatro operações matemáticas.** 2019. 148f. Dissertação (Mestrado) – Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2019. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFSM_820a2f5f1b47d497b515705283f0fc24. Acesso em: 06 mar. 2021.

ESTEVES, A. K. **Conteúdo e forma na atividade de formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2016. 167f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, do Centro de Ciências Humanas e Sociais, da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, MS. 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufms.br/handle/123456789/3045>. Acesso em: 06 mar. 2021.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Tradução de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011. Disponível em: <https://ia803005.us.archive.org/32/items/HistriaDaMatemtica/Hist%C3%B3ria%20da%20Matem%C3%A1tica.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2021.

GATTI, B. A. Formação de professores no Brasil: características e problemas. **Educ. Soc.**, Campinas, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, out./dez. 2010. Disponível em: <http://www.cedes.unicamp.br> Acesso em: 16 abr. 2021. <https://doi.org/10.1590/S0101-73302010000400016>

GATTI, B. A.; BARRETO, E. S. de S. **Professores do Brasil: impasses e desafios.** Brasília: UNESCO, 2009. 294p.

GLADCHEFF, A. P. **Ações de estudo em atividade de formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais.** 2015. 274f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2015. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-09032016-103554/pt-br.php>. Acesso em: 06 mar. 2021.

- IBIAPINA, I. M. L. de M. A ossatura da pesquisa colaborativa. *In*: IBIAPINA, I. M. L. de M. **Pesquisa Colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimentos**. Brasília: Liber Livro, 2008. (Série Pesquisa, v. 17).
- IFRAH, G. **Os números: história de uma grande invenção**. 11. ed. São Paulo, SP: Globo, 2005.
- KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.
- LEONTIEV, A. O homem e a cultura. *In*: LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978. p. 259-284.
- LEONTIEV, A. **Actividad, conciencia e personalidad**. Havana: Pueblo y Educación, 1983.
- LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. *In*: VIGOTSKII, L.; LURIA, A.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 2010.
- LEONTIEV, A. N. As necessidades e os motivos da atividade. *In*: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R.V. (org.). **Ensino desenvolvimental: antologia I**. Tradução de A. M. Longarezi e P. L. J. Franco. Revisão técnica de E. S. Araujo. Uberlândia: EDUFU, 2017. p. 39-57. (Coleção Biblioteca Psicopedagógica e Didática. Série Ensino Desenvolvimental, v.4).
- LONGAREZI, A. M.; FRANCO, P. L. J. A. N. Leontiev: a vida e a obra do psicólogo da atividade. *In*: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (org.). **Ensino desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. Uberlândia, MG: EDUFU, 2013, p.54-90. <https://doi.org/10.14393/EDUFU-978-85-7078-323-3>
- LOPES, A. R. L. V.; GOLIN, A. L.; GIACOMELLI, C. P.; KLEIN, M. L. Ensinar e aprender o conceito de número nos anos iniciais: o clube de matemática. **ACTIO**, Curitiba, v. 4, n. 3, p. 652-674, set./dez. 2019. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>. Acesso em: 13 jul. 2020. <https://doi.org/10.3895/actio.v4n3.10597>
- LOPES, A. R. L. V.; ROOS, L. T. W; BATHELT, R. E. Sobre a construção do número. *In*: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: Quantificação, Registros e Agrupamentos**. Brasília, 2014. 88p.
- LOPES, A. R. L. V.; MOURA, M. O. de; ARAUJO, E. S.; CEDRO, W. L. Trabalho coletivo e organização do ensino de matemática: princípios e práticas. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 24, n. 1, p. 13-28, 2016. DOI: 10.20396/zet.v24i45.8646526. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646526>. Acesso em: 31 jul. 2022.

MARCO, F. F.; MOURA, M. O. de. Quando ações desenvolvidas por professores em processo de formação se constituem em atividade orientadora de formação docente: alguns indicadores. *In*: LOPES, A. R. L. V.; ARAÚJO, E. S.; MARCO, F.F. (org.). **Professores e futuros professores em atividade de formação**. Campinas, SP: Pontes, 2016, p.19-39. (Coleção: Princípios e práticas da organização do ensino de matemática nos anos iniciais, v. 1). Disponível em: http://www.labeleduc.fe.usp.br/wp-content/uploads/colecao_obeduc_livro_1.pdf. Acesso em: 07 jul 2022.

MARTINS, L. M. O legado do século XX para a formação de professores. *In*: MARTINS, L. M.; DUARTE, N. (org.). **Formação de professores: limites contemporâneos e alternativas necessárias** [online]. São Paulo: Editora UNESP; Cultura Acadêmica, 2010. 191p. <https://doi.org/10.7476/9788579831034>

MARTINS, L. M. **O desenvolvimento do psiquismo e a educação escolar: contribuições à luz da psicologia histórico-cultural e da pedagogia histórico-crítica**. Tese (Livre-docência) – Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2011. <https://doi.org/10.1590/S1414-32832012000100025>

MARTINS, L. M. **A formação da personalidade do professor**. Campinas, SP: Autores associados, 2015.

MARX, K. **O capital: crítica da economia política**. Livro I: O processo de produção do capital. Tradução de Rubens Enderle. São Paulo: Boitempo, 2013.

MILANI, C. B. B.; SOUZA, F. D. O desenvolvimento do pensamento teórico de uma professora principiante de matemática no processo educativo. **Revista Transmutare**, Curitiba, v. 2, n. 1, p. 87-105, jan./jun. 2017. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rtr/article/view/6881>. Acesso em: 30 mar. 2021.

MORAES, S. P. G. de. **Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008. DOI:10.11606/T.48.2008.tde-16032009-145709. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-16032009-145709/pt-br.php>. Acesso em: 19 abr. 2020.

MORETTI, V. D. **Professores de Matemática em atividade de ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente**. 206f. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-05102007-153534/pt-br.php>. Acesso em: 09 nov. 2021.

MORETTI, V. D.; MOURA, M. O. de. Professores de matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva histórico-cultural para a formação docente. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 17, n. 2, p. 435-450, 2011 [online]. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1516-73132011000200012>. Acesso em: 9 abr. 2022.

MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M. M. de. **Educação Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: princípios e práticas pedagógicas**. São Paulo: Cortez, 2015. (Coleção biblioteca básica de alfabetização e letramento).

MOURA, M. O. de *et al.* **Controle da variação de quantidades:** atividades de ensino. São Paulo, FEUSP, 1996.

MOURA, M. O. de. **O educador matemático na coletividade de formação:** uma experiência com a escola pública. Tese (Livre-docência) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2000.

MOURA, M. O. de. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. *In:* BARBOSA, R. L. L. (org.). **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores.** São Paulo: Editora UNESP, 2004. p.257-284.

MOURA, M. O. Matemática na infância. *In:* MIGUEIS, M. R.; AZEVEDO, M. G. (org.). **Educação Matemática na infância:** abordagens e desafios. Portugal: Gailviro, 2007.

MOURA, M. O. de. Didática e prática de ensino para educar com a matemática. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 16., 2012, Campinas. **Anais eletrônicos:** Campinas, 2012. p.178-190. Disponível em: <http://endipe.pro.br/ebooks-2012/0052s.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2021.

MOURA, M. O. Atividade de formação em espaço de aprendizagem da docência: o Clube de Matemática. **RIDPHE – Revista Iberoamericana do Patrimônio Histórico-Educativo**, Campinas, SP, v. 7, n. 00, 2021, p. e021026, 2021. DOI: <https://doi.org/10.20888/ridpher.v7i00.16028>. Disponível em: <https://econtents.bc.unicamp.br/inpec/index.php/ridphe/article/view/16028>. Acesso em: 8 maio 2022.

MOURA, M. O. de.; ARAUJO, E. S.; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L.; RIBEIRO, F. D. A atividade orientadora de ensino com unidade entre ensino e aprendizagem. *In:* MOURA, M. O. (org.). **Atividade pedagógica na Teoria Histórico-Cultural.** Brasília: Liber Livro, 2010. p. 81-109.

MOURA, M. O.; ARAUJO, E.; SERRÃO, M. I. Atividade Orientadora de Ensino: fundamentos. **Linhas Críticas**, v. 24, p. 411-430, 2019. DOI: <https://doi.org/10.26512/lc.v24i0.19817>. Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/19817>. Acesso em: 13 jul. 2020.

MOURA, M. O.; LOPES, A. R. L. V.; ARAUJO, E. S.; CEDRO, W. L. (org.) **Atividades para o ensino de Matemática nos anos iniciais da Educação Básica.** Volume III: Números e Operações. São Paulo, LABEDUC – USP, 2015. Disponível em: http://www.labeduc.fe.usp.br/wp-content/uploads/e-book_livro3-N%C3%BAmerosOpera%C3%A7%C3%B5es-FINAL-16jan2019.pdf. Acesso em: 13 jul. 2020.

MOURA, M. O. de.; SFORNI, M. S. de F.; ARAUJO, E. S. Objetivação e apropriação de conhecimentos na atividade orientadora de ensino. **Revista Teoria e Prática da Educação.** v. 14, n. 1, p. 39-50, jan./abr. 2011. Disponível em:

<https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/TeorPratEduc/article/view/15674>. Acesso em: 30 mar. 2021

MOURA, M. O. de; SFORNI, M. S. de F., ARAÚJO, E. S. (2012). Objetivação e apropriação de conhecimentos na atividade orientadora de ensino. **Teoria e Prática da Educação**, v. 14, n. 1, p. 39-50. DOI: <https://doi.org/10.4025/tpe.v14i1.15674>.

Disponível em:

<https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/TeorPratEduc/article/view/15674>. Acesso em: 09 jul. 2022.

MOURA, M. O. de.; SFORNI, M. S. de F.; LOPES, A. R. L. V. A objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica. *In*: MOURA, M. O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Loyola, 2017. p.71-99.

NETTO, J. P. Introdução ao estudo do método de Marx. São Paulo: Expressão Popular, 2011.

NÓVOA, A. Formação de professores e formação docente. *In*: NÓVOA, A. **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

PANOSSIAN, M. L.; MORETTI, V. D.; SOUZA, F. D. de. Relações entre movimento histórico e lógico de um conceito, desenvolvimento do pensamento teórico e conteúdo escolar. *In*: MOURA, M. O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Loyola, 2017. p.125-152.

PANOSSIAN, M. L.; SOUSA, M. C.; MOURA, M. Nexos conceituais do conhecimento algébrico: um estudo a partir do movimento histórico e lógico. *In*: MORETTI, V.; CEDRO, W. (org.). **Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural: um olhar sobre as pesquisas**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2017. p. 125-160.

PARRA, C. Cálculo Mental na escola primária. *In*: PARRA, C; SAIZ, I. (org.). **Didática da Matemática – reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 186-235.

PASSOS, E. de O. **Necessidades formativas em Matemática representadas nas vozes de um grupo de professoras dos anos iniciais da rede pública de ensino**. 214 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Humanas) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2016. Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2016.230>. Acesso em: 31 jul. 2022

PEREIRA, M. P. **Saberes metodológicos para o ensino de matemática na perspectiva do pacto nacional pela alfabetização na idade certa**. 2016, 144f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

PERLIN, P. **Constituindo-se professor de matemática: relações estabelecidas no estágio curricular supervisionado determinantes na aprendizagem da docência**. 2018. 323p. Tese (Doutorado) – Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Maria,

Santa Maria, RS, 2018. Disponível em:
https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/15677/TES_PPGEDUCACAO_2018_PELIN_PATRICIA.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 12 jul. 2022.

PIOTTO, D. C.; ASBAHR, F. S. F.; FURLANETTO, F. R. Significação e sentido pessoal na psicologia histórico-cultural: implicações para a educação escolar. *In*: MOURA, M. O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Loyola, 2017. p.101-123.

POZEBON, S. **Formação de futuros professores na organização do ensino de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental**: Aprendendo a ser professor em um contexto específico envolvendo medidas. 2014. 193 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

POZEBON, S. **A formação de futuros professores de matemática**: o movimento de aprendizagem da docência em um espaço formativo para o ensino de medidas. 2017. 307p. Tese (Doutorado) – Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2017.

REIS, A. T. V. **A importância das TICs e da educação como processo comunicacional dialógico no ensino superior**: um estudo da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. 2016. [161f]. Tese (Comunicação Social) – Universidade Metodista de São Paulo, São Bernardo do Campo.

RIBEIRO, F. D. **A aprendizagem da docência na prática de ensino e no estágio**: contribuições da teoria da atividade. 2011. 196p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2011.

RIGON, A. J.; ASBAHR, F. da S. F.; MORETTI, V. D. Sobre o processo de humanização. *In*: MOURA, M. O. (org.). **Atividade pedagógica na Teoria Histórico-Cultural**. Brasília: Liber Livro, 2010. p.13-44.

RUBINSTEIN, S. L. O problema da educação. *In*: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (org.). Tradução de G. C. Darahem. Revisão técnica de E. S. Araújo. **Ensino desenvolvimental**: antologia: livro 1. Uberlândia: EDUFU, 2017. p.123-130. (Coleção Biblioteca Psicopedagógica e Didática. Série Ensino Desenvolvimental, v.4).

SANTANA, M. S. R.; MELLO, S. A. O ensino de matemática na perspectiva histórico-cultural: elementos para uma nova cultura escolar. *In*: MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L. (org.). **Educação matemática e a teoria histórico-cultural**: um olhar sobre as pesquisas. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2017. p. 263-290.

SEMENOVA, M. A formação teórica e científica do pensamento dos escolares. *In*: GARNIER, C. *et al.* (org.). **Após Vygotsky e Piaget**: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SFORNI, M. S. de F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino**: contribuições da teoria da atividade. 2003. 166f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SFORNI, M. S. de F.; GALUCH, M. T. B. Gestão escolar e trabalho coletivo: contribuição da teoria da atividade. **Revista Educativa-Revista de Educação**, GO, v. 19, n. 2, p. 474-497, maio/ago. 2016. <https://doi.org/10.18224/educ.v19i2.5403>

SILVA, C. C. R. da. **Construção de conceitos de grandezas e medidas nos anos iniciais**: comprimento, massa e capacidade. 2011. 230 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2011.

SOUSA, M. do C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino**: o percurso dos conceitos algébricos. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2014. ISBN 978-85-7591-334-5.

SOUZA, F. D. de; MORETTI, V. D. Teoria Histórico-Cultural e Educação Matemática: diálogos possíveis na formação de professores. **Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)**, v. 1, n. 2, 2021. e202106. DOI: <https://doi.org/10.54541/reviem.v1i2.8>.

SOUZA, J. K. da C. **Percepções docentes sobre o ensino e aprendizagem de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental**: reflexos e reflexões de uma experiência formativa. 157f. Dissertação (Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2018. Disponível em: <http://repositorio.ufpa.br:8080/jspui/handle/2011/12223>. Acesso em: 24 jun. 2022.

UBERLÂNDIA. **Centro Municipal de Estudos e Projetos Educacionais Julieta Diniz**. 1992. Disponível em: <https://www.uberlandia.mg.gov.br/prefeitura/secretarias/educacao/cemepe/> Acesso em: 22 nov. 2020.

VAZ, H. G. B. **A atividade orientadora de ensino como organizadora do trabalho docente em Matemática**: a experiência do clube de matemática na formação de professores dos anos iniciais. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VIGOTSKI, L. S. O problema do ambiente na Pedologia. *In*: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (org.). **Ensino desenvolvimental**: antologia: livro I. Tradução de A. B. Mattos, Revisão técnica de V. Garcez e R. V. Puentes. Uberlândia: EDUFU, 2017. p. 15-38. (Coleção Biblioteca Psicopedagógica e Didática. Série Ensino Desenvolvimental, v. 4).

VYGOTSKI, L. S. **Obras escogidas**. Tomo III. Madrid: Visor, 1995.

ZBOROWSKI, C. A. Contribuições da engenharia didática como metodologia para o ensino de ciências nos anos iniciais. 2017. 105f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, Santa Maria, RS. Disponível em:

<http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/590>. Acesso em: 24 jun. 2022.

APÊNDICES

APÊNDICE A: *Print screen* da tela de divulgação oficial do curso realizada pelo site da Proexc

The image is a screenshot of a web browser displaying the Proexc website. The browser's address bar shows the URL: proexc.ufu.br/acontece/2020/06/curso-de-formacao-continua-de-professores-que-ensinam-matematica-nos-anos-iniciais. The website header features the 'Extensão e Cultura' logo and navigation links such as 'Dados abertos', 'Serviços', 'Telefones', 'Perguntas frequentes', and 'Fale conosco'. A search bar is also present.

The main content area is titled 'Curso de formação contínua de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais'. It includes a sub-header 'Rede de Extensão #UFUemCASA divulga "Curso de formação contínua de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais"'. Below this, there is a date '04/06/2020 - 14:55' and a 'Atualizado em 04/06/2020 - 14:55' timestamp. A 'Compartilhar' button is visible.

The course details are as follows:

- Carga horária:** 20 horas
- Público Alvo:** profissionais habilitados para ministrar aulas nos anos iniciais da educação
- Inscrições:** de 08/06/2020 até 12/06/2020 via formulário de inscrição online (<https://forms.gle/QwVGNkEj8w0AyDg5>)
- Duração:** 06/07/2020 a 31/08/2020
- Local de Realização:** Plataforma Moodle
- Responsável:** Profa Fabiana Florenzi e a Profa Mariana Martins

A note at the bottom states: 'O curso é gratuito, as atividades são interativas e colaborativas e haverá certificação.'

On the left side of the page, there is a vertical navigation menu with categories: 'Extensão', 'Escola de Extensão', 'Apoio à Extensão', 'Publicações', 'Cultura', 'Fomento à Cultura', 'Promoção da Cultura', 'Museu do Índio', 'Programas Institucionais', 'Fluxos e Procedimentos', 'SIE', 'Assessorias', 'Centro de Incubação (CIEPS)', 'Observatório', and 'PROEXC'. A 'Agenda de Autoridades' link is located at the bottom of this menu.

APÊNDICE B – Perfil da equipe de formadores

Equipe de Formadores	
Formadores	Perfil (extraído do Fórum de apresentação ou do perfil dos formadores no AVA)
Fabiana Fiorezi de Marco (coordenadora)	Professora na Faculdade de Matemática e nos Programas de Pós-Graduação em Educação (PPGED) e em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), todos da Universidade Federal de Uberlândia. Atuou como professora da Educação Básica por 12 anos na Educação Básica e, há 15 anos na atua na UFU trabalhando com a formação de licenciandos em Matemática. Além da docência, atua como editora-chefe da Ensino em Re-Vista; é membro da diretoria da Revista Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica e coordenadora do Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica (GPEMAPe/UFU). Desenvolve trabalhos de ensino, pesquisa e extensão, com ênfase nos processos de ensino e de aprendizagem e, formação docente, atuando, principalmente, nos seguintes temas: educação matemática; ensino e aprendizagem de Matemática; tecnologia educacional; jogos no ensino de matemática; teoria da atividade; e, teoria histórico-cultural. (extraído do Fórum de apresentação)
Mariana Martins Pereira (coordenadora)	Professora, licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia e atua como professora de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, desde 28 de julho de 2010, na Escola de Educação Básica da Universidade Federal de Uberlândia. Desde então, começou a perceber a necessidade de buscar um novo sentido para suas próprias ações, visto que o que conhecia não era suficiente para realizar o trabalho com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Começou a pensar/estudar sobre como poderia trabalhar com a formação de conceitos que são fundamentais na Matemática. Percebeu que na maioria das situações só havia apropriado de aspectos externos do conceito, aquilo que não lhe daria condições para desenvolver propostas relevantes com os alunos de 4º e 5º ano. Onde trabalha os professores especialistas da área de Matemática começam a atuar desde o 4º ano. Assim, buscou participar de cursos de formação e também começou a ministrar coletivamente cursos com seus colegas da área de Matemática. Buscou também se qualificar cursando de 2014-2016 a pós-graduação em Educação em nível de Mestrado e, atualmente, está cursando o Doutorado em Educação. Percebeu que há uma necessidade contínua de (re)organizar coletivamente suas ações atribuindo novos sentidos à mediação e também à escolha de instrumentos para realização de propostas que permitam os alunos estarem em atividade. Seu objetivo com esse curso era refletir com o coletivo sobre a necessidade de continuamente (re)organizar a prática pedagógica tendo sempre em mente que o coletivo é um espaço de produção de conhecimento. No caso, discussão será em torno do eixo “Números e Operações”, compartilhando/elaborando propostas, refletindo sobre a importância de estar sempre em processo formativo. (extraído do Fórum de apresentação)
Amanda Couto da Costa	Possui graduação em Matemática - Licenciatura Ou Bacharelado pela Universidade Federal de Uberlândia (2018). Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: PIBID, Ensino Fundamental, ensino aprendizagem, escola pública e robótica educacional. Trabalha atualmente como professora de Matemática de uma escola Municipal da cidade de Uberlândia. Está cursando no presente momento, o Mestrado de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia. (extraído do perfil dos formadores no AVA)

<p>Angela Cristina dos Santos</p>	<p>Possui Licenciatura Plena Em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (1994), com habilitação em física. Especialista em Matemática e Física. Mestre em Educação, na área de História e Historiografia da Educação com ênfase na história do livro didático. Foi professora de Matemática da rede Estadual de Ensino de Minas Gerais (Ensino Fundamental e Médio) e da Municipal de Ensino em Uberlândia-MG. Ministrou aula de Física no Ensino Médio da rede pública estadual (MG) e também atuou como professora auxiliar na Universidade Luterana do Brasil (ILES_ULBRA/Itumbiara) nas áreas de estágio supervisionado, resolução de problemas, jogos matemáticos, ensino aprendizagem e operações algébricas. Atualmente é professora de matemática do Ensino Fundamental no Ensino Regular e na Educação de Jovens e Adultos na Escola de Educação Básica da UFU/ ESEBA e, além disso, possui e realiza pesquisa e trabalhos de extensão na área de formação de professores e avaliação. (extraído do perfil dos formadores no AVA)</p>
<p>Arianne Vellasco Gomes</p>	<p>Atualmente é pós-doutoranda junto a Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Campus Bauru, na área de Matemática Aplicada. Formação: Doutorado em Ciência e Tecnologia de Materiais (Matemática Aplicada na Física Quântica), Unesp-Campus Bauru, 2018; Mestrado em Biometria (Matemática Aplicada nos sistemas biológicos), Unesp-Campus Botucatu, 2014 e Graduação em Licenciatura em Matemática, UNESP-Campus Bauru, 2011. Trabalhou na Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo (FATEC), Campus Bauru, onde ministrou disciplinas de Fundamentos de Cálculo e Cálculo Diferencial e Integral II, no período de dois anos (2014 e 2015). Membro do Grupo de Pesquisa cf@fc - Cálculo Fracionário e Aplicações. Fez parte do grupo PIBID - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, que trabalha na unidade escolar de forma multi e interdisciplinar entre as disciplinas de Matemática, Física, Química e Biologia. Atuou no grupo de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática, com ênfase na Resolução de problemas e a Matemática escolar. Atualmente é professora de matemática do Ensino Fundamental no Ensino Regular e na Educação na Escola de Educação Básica da UFU/ ESEBA. (extraído do perfil dos formadores no AVA)</p>
<p>Bruno Tizzo Borba</p>	<p>Possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (2010); Especialização em Ensino de Matemática pela Universidade Cândido Mendes (2014); Especialização em Atendimento Educacional Especializado e Educação Especial pela Universidade Cândido Mendes (2018); Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (2017); Doutorado, em andamento, em Educação na linha de pesquisa Educação em Ciências e Matemática, pela Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Exerce a função de professor de Matemática da Rede Municipal de Uberlândia. É integrante do Grupo de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica (GEPEMAPE/UFU). Têm experiência na área de Educação Matemática com ênfase em: Educação de Jovens e Adultos, Educação Especial e Tecnologias da Informação e Comunicação. (extraído do perfil dos formadores no AVA)</p>
<p>Éderson de Oliveira Passos</p>	<p>Possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual de Goiás (2005) e mestrado em Educação pela Universidade Federal de Uberlândia (2016). Atualmente é professor do ensino básico, técnico e tecnológico na Escola de Educação Básica da Universidade Federal de Uberlândia. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Ensino-Aprendizagem, atuando principalmente nos seguintes temas: matemática, formação</p>

	profissional, necessidades formativas, erro, ensino e aprendizagem e ensino de equações. (extraído do perfil dos formadores no AVA)
Elivelton Henrique Gonçalves	Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Faculdade Cidade Patos de Minas (2012); Especialização em Docência e Didática do Ensino Superior pela Faculdade Cidade Patos de Minas (2014); Especialização em Mídias na Educação pela Universidade Federal de Ouro Preto (2015); Mestrado em Educação, na linha de pesquisa Educação em Ciências e Matemática, pela Universidade Federal de Uberlândia (2018); Doutorado, em andamento, em Educação pela Universidade Federal de Uberlândia. É integrante do Grupo de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica (GPEMAPe/UFU). Já atuou como professor de Matemática na Educação Básica e como tutor em cursos de graduação na modalidade a distância. Têm experiência na área de Educação Matemática com ênfase em: Educação a Distância, Tecnologias Digitais e Jogos. (extraído do perfil dos formadores no AVA)
João Erivaldo Belo	Pós-graduando em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Triângulo Mineiro (2020). Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (2019). Atua como professor do ensino fundamental de matemática na rede estadual de ensino de Uberlândia. (extraído do perfil dos formadores no AVA)
Leonardo Donizette de Deus Menezes	Possui graduação em Ciências: L. P. Habilitação em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Araguari/FAFI (2001); graduação em Ciências Biológicas: L. P. em Ciências Biológicas pela Universidade Presidente Antônio Carlos/UNIPAC (2005); mestrado em Educação pela Universidade Federal de Uberlândia/UFU (2011) e doutorando em Educação, na linha de pesquisa Educação em Ciências e Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia. Trabalhou como professor de Ciências e Matemática nas redes municipal e estadual de ensino, de 2001 até 2009. Atualmente é professor da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico na Escola de Educação Básica da Universidade Federal de Uberlândia/ESEBA-UFU, Uberlândia, Brasil. Atua no ensino, pesquisa e extensão em Educação Matemática. É membro do Grupo de Estudo e Pesquisa para o Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática (GEPEAEM) e do Grupo de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica (GPEMAPe). (extraído do perfil dos formadores no AVA)
Lóren Grace Kellen Maia Amorim	Possui Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (2007), Especialização em Geometria pela Universidade Federal de Uberlândia (2010) e Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (2016). Atualmente é aluna do doutorado no Programa de Pós-graduação em educação na Universidade Federal de Uberlândia (UFU), na linha de pesquisa Educação em Ciência e Matemática. Tem-se dedicado a ministrar aulas no Ensino Fundamental e trabalhado como tutora à distância no curso de Graduação em Matemática da UFU. (extraído do perfil dos formadores no AVA)
Regina Ferreira Martins	Possui graduação em Matemática pelo Centro Universitário de Patos de Minas (1997). Possui Pós Graduação em Matemática Superior pela Faculdade Integrada de Patrocínio (2002). Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (2020). Atualmente é professor de educação básica da Escola Estadual Agrotécnica Afonso Queiroz. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática. (extraído do perfil dos formadores no AVA)
Sarah Mendonça de Araújo	Possui graduação em Pedagogia pelo Centro Universitário Luterano de Palmas, Especialista em Supervisão Escolar, Mestre em Educação pela Universidade Federal de Uberlândia e doutoranda em Educação pela Universidade Federal de Uberlândia. Atualmente ocupa o cargo

	de Técnica em Assuntos Educacionais da Universidade Federal de Uberlândia e atua como assessora da Diretoria de Educação a Distância. Tem experiência na área de educação com ênfase em Tecnologias Educacionais, Educação a distância e Supervisão Escolar. (extraído do perfil dos formadores no AVA)
Silene Rodolfo Cajuela	Mestra em Educação pela Universidade Federal de Uberlândia (2019). Possui especialização em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (1997). Possui graduação em LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - Faculdades Integradas de Patrocínio (1992). Leciona Matemática na Educação Básica desde 1995, atuando em escolas públicas das redes Municipal, Estadual e Federal. Desde 2011 atua como docente na Escola de Educação Básica da Universidade Federal de Uberlândia. (extraído do perfil dos formadores no AVA)

APÊNDICE C – Fórum de apresentação do curso

Olá, professor(a),

Sabemos que cada um traz consigo uma história. Vamos nos conhecer melhor? Faça sua apresentação, conte-nos suas experiências profissionais, quais são seus objetivos e expectativas em relação ao curso. Aproveite também para nos contar sua experiência com o ensino de Matemática nos anos iniciais.

Ah, não se esqueça de citar a escola e o ano de ensino em que trabalha!

Aguardamos a participação de todos(as)!

APÊNDICE D – Lista de vídeos utilizados no curso formação contínua de professores que ensinam matemática nos anos iniciais - Focopemai

Vídeos hospedados no YouTube como “não listados”, isto é, apenas poderão ser acessados mediante link.

Módulo 1 – Tema: O conceito de Número

Módulo 1 – Tema: O conceito de Número	
<i>Temática</i>	<i>Endereço</i>
Aula Inaugural e Palestra com a Profa. Dra. Fabiana Fiorezi de Marco – 06/07/2020 – Tema: <i>A formação de conceitos científicos e a formação de professores</i>	https://youtu.be/FOMw49FzmrU
Sobre o que iremos conversar neste módulo?	https://youtu.be/-EZ3otUN56I
Aula com a Profa. Dra. Vanessa Dias Moretti – 08/07/2020 – Tema <i>O conceito de número</i>	https://youtu.be/maGvisYiMYE
Sessão reflexiva – 13/07/2020 – Tema: <i>O Conceito de Número</i>	https://youtu.be/f23BfRAiXaw

Módulo 2 – Tema: Sistema de Numeração Decimal

Módulo 2 – Tema: Sistema de Numeração Decimal	
<i>Temática</i>	<i>Endereço</i>
Sobre o que iremos conversar neste módulo?	https://youtu.be/AUwIfVIGpvs
Vídeo 1 – Material Dourado	https://youtu.be/IEy4Epa83RQ
Vídeo 2 - Ábaco	https://youtu.be/hJ6-IwIA_mo
Vídeo 3 - Fichas Escalonadas	https://youtu.be/yqzKjdJfmBc
Vídeo 4 - Algumas reflexões do jogo Placar Zero	https://youtu.be/Y4SJmFb2KXw
Sessão reflexiva – 22/07/2020 – Tema: <i>Sistema de Numeração Decimal</i>	https://youtu.be/CgwCYOoICfI

Módulo 3 – Tema: Os significados das operações de adição e subtração

Módulo 3 – Tema: Os significados das operações de adição e subtração	
<i>Temática</i>	<i>Endereço</i>
Sobre o que iremos conversar neste módulo?	https://youtu.be/bnXpjvcR4zk

Módulo 3 – Tarefa 4 – Lincoln	https://youtu.be/fvBpfHaBv9g
Aula com a Prof. ^a Dr. ^a Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes – 20/07/2020 – Tema: <i>Os significados das operações fundamentais nos anos iniciais</i>	https://youtu.be/waYWVdZk8bA
Vídeo 1 - Operação de Adição com o Ábaco - P. I	https://youtu.be/dVkx29pD00Y
Vídeo 2 - Operação de Subtração com o Ábaco - P. II	https://youtu.be/xnEilMEJqQU
Vídeo 3 - Registro das operações realizadas no Ábaco	https://youtu.be/WAWqlvXBxVw
Vídeo 4 - Jogo Cubra a Diferença	https://youtu.be/s3gccheofaGw
Vídeo 5 - Cálculo Mental – Lincoln	https://youtu.be/bRvg-40_YaU
Sessão reflexiva – 27/07/2020 – Tema: <i>Os significados das operações de adição e subtração nos anos iniciais</i>	https://youtu.be/8r6OSHQ-2a0

Módulo 4 – Tema: Os significados das operações de multiplicação de divisão

Módulo 4 – Tema: Os significados das operações de multiplicação de divisão	
<i>Temática</i>	<i>Endereço</i>
Sobre o que iremos conversar neste módulo?	https://youtu.be/zFMsbRWBaDg
Aula com a Prof. ^a Dr. ^a Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes – 03/08/2020 – Tema: <i>Os significados das operações de multiplicação e divisão nos anos iniciais</i>	https://youtu.be/a7po2Y8KUIM
Sessão reflexiva – 05/08/2020 – Tema: <i>Multiplicação nos anos iniciais</i>	https://youtu.be/4ui1NVBkqGA
Sessão reflexiva – 10/08/2020 – Tema: <i>O uso de jogos no ensino de Matemática nos anos iniciais</i>	https://youtu.be/4OX-852QZlw
Sessão reflexiva – 17/08/2020 – Tema: <i>Divisão nos anos iniciais</i>	https://youtu.be/EDvPtjVZqQk
Vídeo 1 - Divisão com o Material Dourado	https://youtu.be/HRMIIQgkYZ4
Vídeo 2 - Jogo: Avançando com o Resto	https://youtu.be/Sls9lbgKIM
Aula de Encerramento do Curso com a Profa. Dra. Flávia da Silva Ferreira Asbahr – 31/08/2020 – Tema: <i>Crianças que não aprendem ou práticas pedagógicas sem sentido? Relações entre motivo, sentido pessoal e atividade de estudo</i>	https://youtu.be/jKk3yyMBhBY

APÊNDICE E- Formulário de inscrição *online* Google Forms

16/04/2021

Formulário de inscrição no "Curso de Formação contínua de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais"

Formulário de inscrição no "Curso de Formação contínua de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais"

Para se inscrever no curso preencha o formulário com todos os dados solicitados e clique na opção "Enviar".

Aviso importante: Para se inscrever é necessário ser habilitado para ministrar aula nos anos iniciais do ensino fundamental. Número de vagas: 30.

***Obrigatório**

1. Endereço de e-mail *

1. IDENTIFICAÇÃO DO SOLICITANTE

2. Nome completo: *

3. CPF (digite os números sem pontos e traços e confira se está correto, porque os dados informados serão utilizados para emitir o certificado do curso pelo SIEX): *

4. Telefone celular: *

5. Município e Estado que reside: *

2. FORMAÇÃO E ATUAÇÃO PROFISSIONAL

6. Nível acadêmico *

Marcar apenas uma oval.

- Graduação
- Especialização
- Mestrado
- Doutorado
- Outro: _____

7. Caso esteja atuando como professor nos anos iniciais, em qual ano de ensino você está atuando?

Marcar apenas uma oval.

- 1º ano do Ensino Fundamental
- 2º ano do Ensino Fundamental
- 3º ano do Ensino Fundamental
- 4º ano do Ensino Fundamental
- 5º ano do Ensino Fundamental
- Outro: _____

8. O que te motivou a se inscrever no curso? *

APÊNDICE F - Formulário de TCL *online* pelo Google Forms



Pesquisa "A formação contínua de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais: contribuições de um espaço formativo à distância em relação ao campo de números e operações na abordagem da teoria Histórico-Cultural"

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

*Obrigatório

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa intitulada "A formação contínua de professores que ensinam matemática nos anos iniciais: contribuições de um espaço formativo à distância em relação ao campo de números e operações na abordagem da teoria histórico-cultural", sob a responsabilidade das pesquisadoras Fabiana Fiorezi de Marco – Universidade Federal de Uberlândia e Mariana Martins Pereira – Universidade Federal de Uberlândia. Nesta pesquisa nós estamos buscando investigar, compreender e analisar o movimento formativo de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais ao estabelecerem relações teórico-didático-metodológicas, envolvendo os significados das quatro operações básicas. O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido será obtido pela pesquisadora Mariana Martins Pereira, via formulário online enviado para o seu e-mail, tendo em

vista o quadro mundial que estamos vivenciando de distanciamento social por conta da pandemia, em momento acordado com você, participante. Você terá um tempo para decidir se quer participar da pesquisa conf. item IV da Resol. CNS 466/12 "c) conceder o tempo adequado para que o convidado a participar da pesquisa possa refletir, consultando, se necessário, seus familiares ou outras pessoas que possam ajudá-los na tomada de decisão livre e esclarecida" ou Cap. III da Resol. 510/2016. Ao receber o formulário online você terá duas opções: "aceito ou "não aceito". Ao clicar em "aceito" ou "não aceito" você estará "assinando" o TCLE. Você poderá receber a via assinada pela pesquisadora por correio ou de outra forma, se assim desejar. Você participará de um curso com duração de 40h, sendo 5 horas por semana, num período de 2 (dois) meses. O curso será na modalidade à distância e constará de atividades a serem realizadas com os recursos do ambiente virtual de aprendizagem (moodle) e também de momentos síncronos de web conferências. Portanto, não acarretará gastos para deslocamentos; serão feitas observações virtuais durante a realização do curso, por um período de 2 (dois) meses, observações essas que não atrapalharão o andamento das atividades profissionais e o resultado das mesmas preservará o anonimato de todos os envolvidos. As web conferências serão gravadas e as atividades no moodle serão utilizadas e após suas transcrições serão descartadas as gravações. Em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada. Você não terá nenhum gasto nem ganho financeiro por participar na pesquisa. Havendo algum dano decorrente da pesquisa, você terá direito a solicitar indenização através das vias judiciais (Código Civil, Lei 10.406/2002, Artigos 927 a 954 e Resolução CNS nº 510 de 2016, Artigo 19). Há um risco quanto à identificação do participante, seja pelo nome, ou por seu local de moradia. Para minimizar este risco, ou mesmo testificar de que não haja esta ocorrência, os participantes serão referidos nas transcrições das entrevistas por nomes fictícios. Outro risco seria transcrever algo que foi falado sob

emoção e que o participante, após os registros, venha a se arrepender de ter exposto tal assunto. Em vista disso, visando resguardar a dignidade da pessoa participante da pesquisa, será garantido o direito a devolutiva, ou seja, tudo que se recolher de dados durante o curso será encaminhado para os participantes fazerem a verificação antes que se construa o relatório final. Será assegurado o bem estar durante dos participantes durante todo o curso, dando a segurança que ele necessita, de forma que deixe bem claro para o mesmo que nenhuma informação passada será publicada sem o seu consentimento. Os benefícios serão significativos quanto fomentação de educação continuada no contexto e cidades que esses professores atuam, resultado dos conceitos apreendidos sobre as quatro operações fundamentais a partir dos pressupostos da Teoria Histórico- Cultural, na formação dos professores a partir dessa pesquisa/ação/capacitação, o que traz benefícios diretos ao ensino e aprendizagem do alunado, pois professores precisam estar em constante formação e profissionalização para rompimento de concepções arraigadas que não colaboram para redução de dificuldades de aprendizagem e escolarização nos contextos de educação formal, ou seja, os professores em formação contínua têm condições de se relacionar de forma diferente e (re)elaborar os conceitos que ensinam, questionando “verdades” matemáticas que lhes foram ensinadas como inquestionáveis, prontas e acabadas. Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem qualquer prejuízo ou coação. Até o momento da divulgação dos resultados, você também é livre para solicitar a retirada dos seus dados da pesquisa. Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você. Em caso de qualquer dúvida ou reclamação a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: Fabiana Fiorezi de Marco, telefone: (34) 3230-9455, Av. João naves de Ávila nº 2121, Bloco F, Campus Santa Mônica, Uberlândia /MG. Você poderá também entrar em contato com o CEP - Comitê de Ética na Pesquisa com Seres Humanos na Universidade Federal de Uberlândia, localizado na Av. João Naves de Ávila, nº

2121, bloco A, sala 224, campus Santa Mônica – Uberlândia/MG, 38408-100; telefone: 34-3239-4131. O CEP é um colegiado independente criado para defender os interesses dos participantes das pesquisas em sua integridade e dignidade e para contribuir para o desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos conforme resoluções do Conselho Nacional de Saúde.

Esta pesquisa é direcionada para professores habilitados a ensinar Matemática nos anos iniciais. Você aceita participar? *

- Aceito.
- Não aceito.

Enviar

APÊNDICE G – Tarefa: Módulo 1 do curso

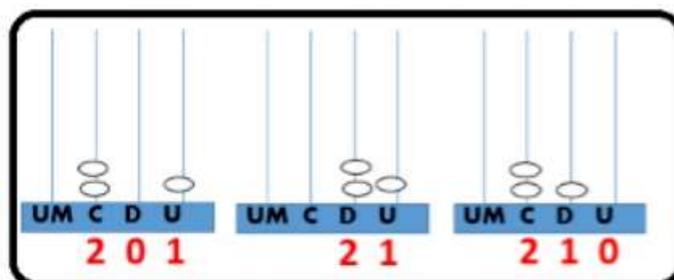
PARTE 1: Escreva um parágrafo (mínimo 5 linhas) destacando se você já conhecia ou não sobre os elementos essenciais para a compreensão do conceito de número e também em quais aspectos esse módulo contribuiu para sua formação docente.

PARTE 2: Elabore uma sugestão de proposta para o trabalho com os estudantes abordando **pelo menos um** dos aspectos desses elementos essenciais. Não se esqueça de detalhar como essa proposta pode ser trabalhada com os estudantes, destacando as possíveis problematizações.

APÊNDICE H – Tarefa: Módulo 2 do curso – Fórum de discussão

Professor(a),

A imagem abaixo contém a representação pictórica dos números 201, 21, 210:



Fonte: Adaptada de Moretti e Souza (2015. p.78)

Qual é a função do 0 nessa representação? Como você explicaria essa função para seu estudante? Redija um parágrafo (no mínimo 5 linhas). Converse com seus colegas aqui no Fórum.

APÊNDICE I – Tarefa: Módulo 3 do curso – Diário de reflexões – parte 1

Olá, professor(a),

Nesse módulo abordaremos os conceitos de adicionar e subtrair. A reflexão e o registro do seu conhecimento e de sua experiência são essenciais para enriquecer nossas reflexões e nossos momentos coletivos. O registro será feito no ícone “Iniciar ou editar a minha anotação no diário”, que se encontra no final desta página. O Diário é um recurso do Moodle que nos permite um registro periódico referente a determinado assunto. Esta atividade é privada e não pode ser visualizada por outras pessoas. Para iniciar suas anotações no Diário, ou mesmo editá-las, basta clicar no ícone referente à atividade no ambiente do Moodle e iniciar os registros de suas reflexões.

Para auxiliar na produção do Diário, além de suas observações pessoais que queira acrescentar, elegemos seis momentos. A saber:

Momento 1) Considerando sua experiência, como os estudantes resolveriam a adição: $48 + 32$?

Momento 2) Utilizando os recursos que você tem (de sua experiência e de sua formação), como você explicaria essa operação ($48 + 32$)?

Momento 3) Hoje, para você,

- O que significa subtrair?
- O que significa adicionar?

Momento 4) Assistir ao vídeo, refletir sobre ele e responder a seguinte pergunta: quais os recursos que o personagem do vídeo utiliza para adicionar e quais ele ainda precisa desenvolver para dominar a adição?

Momento 5) Após a aula *online*, você resignificaria as questões a seguir? Se sim, em quais aspectos?

- O que significa subtrair?
- O que significa adicionar?

Momento 6) A cada aula, a cada material ou atividade que realizar neste módulo, registre no diário, considerando a seguinte questão:

- O que mudou na sua concepção sobre esses significados (subtrair e adicionar) a partir do curso de formação?

APÊNDICE J – Tarefa: Módulo 3 do curso – Fórum de Discussão – parte 2

Fórum de Discussão

Olá, professor(a),

Antes de começar seus estudos no Módulo 3, escreva um relato, a partir da sua experiência em sala de aula, sobre como seu estudante explicaria a adição e a subtração representadas pela imagem a seguir:

The image shows two arithmetic problems. The first, in a blue box, is an addition:
$$\begin{array}{r} 27 \\ + 15 \\ \hline 42 \end{array}$$
 with a small red '1' above the tens column. The second, in a green box, is a subtraction:
$$\begin{array}{r} 73 \\ - 58 \\ \hline 15 \end{array}$$
 with a red '6' above the tens column and a red '13' above the units column, and a red slash through the '7'.

Fonte: do próprio autor

Aguardamos a participação de todos(as)!

APÊNDICE K - Tarefa: Módulo 4 do curso

FICHA DE AVALIAÇÃO FINAL

Caríssimo(a) professor(a),

A avaliação final é um momento importante do processo formativo. Essa contrapartida nos ajudará a refletir sobre as ações realizadas e a produzir e sistematizar um conhecimento que possa ser socializado com outros professores e educadores. Esta avaliação tem o objetivo de completar o perfil dos participantes que realizaram o curso de formação e identificar as contribuições do curso para sua formação profissional. A precisão de suas respostas é importante! Desde já agradecemos sua contribuição!

Perfil dos participantes

CÓDIGO DO PARTICIPANTE: _____

1- Com o objetivo de obter o perfil dos participantes que realizaram o curso de formação, responda:

1.1- Além da graduação em Pedagogia você possui outra graduação?

() Não () Sim. Em qual curso? _____

1.2- Possui especialização? () Não () Sim. Em quê?

1.3 - Possui mestrado? () Não () Sim. Em quê?

1.4 - Possui doutorado? () Não () Sim. Em quê?

1.5 - Atualmente exerce a atividade docente nos anos iniciais? () Não () Sim.
Em qual ano de ensino?

1.6 - Tempo de experiência na docência: _____

Perguntas específicas sobre cada módulo

2- A partir das aprendizagens em cada módulo do curso, responda:

2.1- Como você avalia a sua condição para a atividade docente com relação ao domínio do **conceito de número** antes de realizar o módulo 1?

2.2 - Aponte quais foram os conhecimentos adquiridos no módulo 1 mais significativos para sua formação na condição de professor habilitado a ensinar Matemática nos anos iniciais.

2.3 - Como você avalia a sua condição para a atividade docente com relação ao domínio do **sistema de numeração decimal** antes de realizar o módulo 2?

2.4 - Aponte quais foram os conhecimentos adquiridos no módulo 2 mais significativos para sua formação na condição de professor habilitado a ensinar Matemática nos anos iniciais.

2.5 – Como você avalia a sua condição para a atividade docente com relação ao domínio dos **significados da adição e da subtração** antes de realizar o módulo 3?

2.6 - Aponte quais foram os conhecimentos adquiridos no módulo 3 mais significativos para sua formação na condição de professor habilitado a ensinar Matemática nos anos iniciais.

2.7 - Como você avalia a sua condição para a atividade docente com relação ao domínio dos **significados da multiplicação e da divisão** antes de realizar o módulo 4?

2.8 - Aponte quais foram os conhecimentos adquiridos no módulo 4 mais significativos para sua formação na condição de professor habilitado a ensinar Matemática nos anos iniciais.

3- Deixe sugestões e críticas no que você considera que deve ser mantido e modificado referente a organização e ações do nosso curso de formação.

APÊNDICE L - Trabalhos selecionados na BDTD (período de 2010 a 2020)

Quadro 29: Trabalhos selecionados na BDTD (período de 2010 a 2020)

Autor	Título	Ano / Universidade / Orientador (a)	Trechos que revelam aproximações do nosso objeto de pesquisa com as trilhas reveladas nos resumos dos trabalhos encontrados no período de 2010 a 2020.
1) BEMME, L. S. B. Tese	Características da aprendizagem docente de professores que ensinam matemática: articulações em uma comunidade de prática	2020 Universidade Franciscana ISAIA, S. M. de A.	Objetivo: Identificar características sobre a aprendizagem docente que emergem em um processo de negociação de significados entre professores que ensinam Matemática e possuem distintas formações no contexto de uma Comunidade de Prática. Algumas considerações: Os resultados indicam que o ambiente formativo se converteu em um espaço de possibilidades de aprendizagem docente a partir dos movimentos da aprendizagem docente identificados. Indicou também que um espaço formativo organizado nos princípios de uma Comunidade de Prática favorece o processo de discussão e de negociação de significados, o que promove uma aprendizagem docente, tanto do conhecimento específico como pedagógico, dos sujeitos envolvidos.
2) DURGANTE, P. M. Dissertação	Formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental e a organização do ensino das quatro operações matemáticas	2019 Universidade Federal de Santa Maria LOPES, A. R. L. V.	Objetivo: Compreender a organização do ensino de professores dos anos iniciais, no que se refere às operações matemáticas. Algumas considerações: Um espaço formativo, ao ser organizado de forma intencional, partindo de ações que contemplem estudos, discussão, reflexão, organização do ensino e avaliação, pautado nos pressupostos elencados, pode promover aprendizagens que tendem a favorecer o desenvolvimento de novos modos de organização do ensino.
3) AGUIAR, C. P. de Dissertação	Processos de aprendizagem da docência com professores que ensinam Matemática nos anos iniciais: a coletividade como princípio formativo	2018 Universidade Federal do Paraná SOUZA, F. D. de	Objetivo: investigar possibilidades de aprendizagem da docência por professores que ensinam matemática nos anos iniciais, no contexto da constituição de um grupo de professores no interior da escola, adotando-se a coletividade como princípio formativo. Algumas considerações: A pesquisa possibilitou desvelar a necessidade de repensar as práticas de formação continuada dos professores na direção de novas formas de organizar as aprendizagens docentes,

			tendo-se a coletividade como princípio condutor das ações.
4) BRITO, K. D. M. de. Dissertação	A constituição do coletivo e o processo de significação docente	2017 Universidade de São Paulo ARAUJO, E. S.	Objetivo: Compreender a relação entre a aprendizagem das professoras ao participarem da atividade formativa. Algumas considerações: Foi evidenciado que as ações de estudo, de escrita do material didático, de planejamento das tarefas de ensino e de trabalho coletivo, orientadas ao desenvolvimento do pensamento teórico docente, possibilitaram o desenvolvimento da consciência e da personalidade do professor.
5) COSTA, R. C. da Tese	Materiais didáticos na atividade de ensino de Matemática: significação dos artefatos mediadores por professores em formação contínua	2016 Universidade de São Paulo MOURA, M. O. de	Objetivo: Investigar o processo de significação do uso de materiais didáticos na atividade pedagógica de matemática. Algumas considerações: A pesquisa contribuiu para o desenvolvimento das capacidades do professor de interagir e de articular os diversos saberes e ações práticas em matemática para a escolha e o trabalho com materiais didáticos em sua atividade.
6) ESTEVES, A. K. Tese	Conteúdo e forma na atividade de formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental	2016 SOUZA, N. M. M. de Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	Objetivo: investigar a relação conteúdo e forma na atividade de ensino em um processo de formação contínua, buscando compreender como mudanças na relação entre conteúdo e forma da atividade de ensino podem ser produzidas a partir dos modos de organização da formação contínua de professores. Algumas considerações: Ao se tomar o conhecimento científico como conteúdo da atividade de formação do professor, objetivando contribuir para o desenvolvimento de seu pensamento teórico, as ações realizadas a partir do trabalho coletivo na escola – visando à apropriação de novas significações acerca da organização do ensino de matemática e também de seus objetos de ensino – propiciam mudanças no conteúdo e, conseqüentemente, na forma da atividade de ensino do professor.
7) AMARAL, E. H. do. Dissertação	Sistema de numeração decimal: conhecimentos profissionais e práticas escolares de professores do 2º	2015 Universidade Federal de Mato Grosso	Objetivo: investigar os conhecimentos profissionais e as práticas pedagógicas de professores que atuam no 2.º e 3.º ano do 1.º ciclo do Ensino Fundamental, referentes ao Sistema de Numeração Decimal.

	e 3º ano do 1º ciclo do ensino fundamental	PALMA, R. C. D. da	Algumas considerações: Uma das constatações que a análise dos dados revelou foi que o ensino do SND deve considerar a historicidade da criação deste conceito a partir de situações problemas que possibilitem aos professores e aos estudantes vivenciá-lo como protagonistas. Para isso, o professor precisa ter condições objetivas de trabalho, estar inserido em um projeto coletivo de educação que possa oportunizar a socialização de ideias, práticas e novas aprendizagens. Além disso, é fundamental repensar a formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais.
8) GLADCHEFF, A. P. Tese	Ações de estudo em atividade de formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais	2015 Universidade de São Paulo MOURA, M. O. de	Objetivo: investigar o processo de significação da atividade de ensino evidenciado pelas ações dos professores para concretização da atividade de formação, para, assim, identificar ações desencadeadoras de tal processo. Algumas considerações: Os resultados ressaltam que a atividade de formação em matemática pode ser estruturada tendo como elementos essenciais a coletividade e o trabalho docente, e as ações potencialmente formadoras devem estar orientadas à formação do pensamento teórico dos professores, dado pela articulação entre a teoria e a prática educativa.
9) AZERÊDO, M. A. de. Tese	As representações semióticas de multiplicação: um instrumento de mediação pedagógica	2013 Universidade Federal da Paraíba RÊGO, R. G. do	Objetivo: analisar o ensino de multiplicação, buscando evidenciar o lugar/papel atribuído às representações semióticas no processo de ensino e aprendizagem, relacionando-as ao conceito de mediação pedagógica. Algumas considerações: uma das conclusões da autora foi que as representações semióticas de multiplicação podem constituir-se em instrumentos de mediação pedagógica à medida que o trabalho dos professores se encaminhe para tal finalidade, fomentando na sala de aula discussão e reflexão sobre diferentes registros semióticos, estratégias de solução de problemas.

Fonte: Sistematização da autora

APÊNDICE M: Tarefa - Módulo 4 do curso

Olá, professor(a),

Antes de começar seus estudos no Módulo 4, observe, na imagem abaixo, a representação do cálculo de uma multiplicação e o de uma divisão por meio do algoritmo. Analise as explicações apresentadas e reflita sobre as questões levantadas.

$$\begin{array}{r}
 102 \\
 \times 15 \\
 \hline
 + 510 \\
 102 \\
 \hline
 1530
 \end{array}$$

Cinco vezes dois é igual a 10. Assim, vai um e 5 vezes 0 é igual a 0, 0 mais 1 é igual a 1. Cinco vezes 1 é igual a 5. Em seguida, mudo de linha e salto uma casa para continuar a multiplicar. Logo, 1 vezes 2 é igual a 2; 1 vezes 0 é igual a 0 e 1 vezes 1 é igual a 1. Agora, basta somar: abaixo o 0; $1+2 = 3$; $5+0 = 5$ e abaixo o 1. Assim, 102 vezes 15 é igual a 1 530.

Essa representação traduz o que significa **multiplicar**?

Essa explicação traduz o que significa multiplicar? Ela indica se o aluno compreende o que é multiplicar?

Essa representação traduz o que significa **dividir**?

$$\begin{array}{r}
 609 \overline{) 2} \\
 \underline{-6} \\
 00 \\
 \underline{-0} \\
 09 \\
 \underline{-8} \\
 1
 \end{array}$$

6 dividido por 2 é igual a 3, $3 \times 2 = 6$ e o resto é 0, pois 6 menos 6 é igual a 0. Abaixo o 0 e 0 "não dá" para dividir por 2 e assim coloco um 0 no quociente. $0 \times 0 = 0$ e $0 - 0 = 0$. Em seguida, abaixo o 9 e 9 dividido por 2 é igual a 4, pois, $4 \times 2 = 8$. 9 menos 8 é igual ao resto 1. Assim, 609 dividido por 2 é igual a 304 com resto 1.

Essa explicação traduz o que significa dividir? Ela indica se o aluno compreende o que é dividir?

Elabore um relato contendo suas reflexões a respeito do que foi apresentado e questionado. Como você explicaria esses algoritmos para seus estudantes? Vamos dialogar com os demais participantes do curso.

Contamos com sua participação.

ANEXOS

ANEXO A: TCLE

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa intitulada “A formação contínua de professores que ensinam matemática nos anos iniciais: contribuições de um espaço formativo à distância em relação ao campo de números e operações na abordagem da teoria histórico-cultural”, sob a responsabilidade das pesquisadoras Fabiana Fiorezi de Marco – Universidade Federal de Uberlândia e Mariana Martins Pereira – Universidade Federal de Uberlândia.

Nesta pesquisa nós estamos buscando investigar, compreender e analisar o movimento formativo de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais ao estabelecerem relações teórico-didático-metodológicas, envolvendo os significados das quatro operações básicas.

O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido será obtido pela pesquisadora Mariana Martins Pereira, via formulário *online* enviado para o seu e-mail, tendo em vista o quadro mundial que estamos vivenciando de distanciamento social por conta da pandemia, em momento acordado com você, participante. Você terá um tempo para decidir se quer participar da pesquisa conf. item IV da Resol. CNS 466/12 “c) conceder o tempo adequado para que o convidado a participar da pesquisa possa refletir, consultando, se necessário, seus familiares ou outras pessoas que possam ajudá-los na tomada de decisão livre e esclarecida” ou Cap. III da Resol. 510/2016. Ao receber o formulário *online* você terá duas opções: “aceito ou “não aceito”. Ao clicar em "aceito" ou “não aceito” você estará "assinando" o TCLE. Você poderá receber a via assinada pela pesquisadora por correio ou de outra forma, se assim desejar.

Você participará de um curso com duração de 40h, sendo 5 horas por semana, num período de 2 (dois) meses. O curso será na modalidade à distância e constará de atividades a serem realizadas com os recursos do ambiente virtual de aprendizagem (moodle) e também de momentos síncronos de web conferências. Portanto, não acarretará gastos para deslocamentos; serão feitas observações virtuais durante a realização do curso, por um período de 2 (dois) meses, observações essas que não atrapalharão o andamento das atividades profissionais e o resultado das mesmas preservará o anonimato de todos os envolvidos. As webconferências serão gravadas e as atividades no moodle serão utilizadas e após suas transcrições serão descartadas as gravações. Em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada. Você não terá nenhum gasto nem ganho financeiro por participar na pesquisa.

Havendo algum dano decorrente da pesquisa, você terá direito a solicitar indenização através das vias judiciais (Código Civil, Lei 10.406/2002, Artigos 927 a 954 e Resolução CNS nº 510 de 2016, Artigo 19)

Há um risco quanto à identificação do participante, seja pelo nome, ou por seu local de moradia. Para minimizar este risco, ou mesmo testificar de que não haja esta ocorrência, os participantes serão referidos nas transcrições das entrevistas por nomes fictícios. Outro risco seria transcrever algo que foi falado sob emoção e que o participante, após os registros, venha a se arrepende de ter exposto tal assunto. Em vista disso, visando resguardar a dignidade da pessoa participante da pesquisa, será garantido o direito a devolutiva, ou seja, tudo que se recolher de dados durante o curso será encaminhado para os participantes fazerem a verificação antes que se construa o relatório final. Será assegurado o bem estar durante dos participantes durante todo o

curso, dando a segurança que ele necessita, de forma que deixe bem claro para o mesmo que nenhuma informação passada será publicada sem o seu consentimento.

Os benefícios serão significativos quanto fomentação de educação continuada no contexto e cidades que esses professores atuam, resultado dos conceitos apreendidos sobre as quatro operações fundamentais a partir dos pressupostos da Teoria Histórico- Cultural, na formação dos professores a partir dessa pesquisa/ação/capacitação, o que traz benefícios diretos ao ensino e aprendizagem do alunado, pois professores precisam estar em constante formação e profissionalização para rompimento de concepções arraigadas que não colaboram para redução de dificuldades de aprendizagem e escolarização nos contextos de educação formal, ou seja, os professores em formação contínua têm condições de se relacionar de forma diferente e (re)elaborar os conceitos que ensinam, questionando “verdades” matemáticas que lhes foram ensinadas como inquestionáveis, prontas e acabadas.

Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem qualquer prejuízo ou coação. Até o momento da divulgação dos resultados, você também é livre para solicitar a retirada dos seus dados da pesquisa. Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você.

Em caso de qualquer dúvida ou reclamação a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: Fabiana Fiorezi de Marco, telefone: (34) 3230-9455, Av. João Naves de Ávila nº 2121, Bloco F, *Campus* Santa Mônica, Uberlândia /MG. Você poderá também entrar em contato com o CEP - Comitê de Ética na Pesquisa com Seres Humanos na Universidade Federal de Uberlândia, localizado na Av. João Naves de Ávila, nº 2121, bloco A, sala 224, *campus* Santa Mônica – Uberlândia/MG, 38408-100; telefone: 34-3239-4131. O CEP é um colegiado independente criado para defender os interesses dos participantes das pesquisas em sua integridade e dignidade e para contribuir para o desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos conforme resoluções do Conselho Nacional de Saúde.

Uberlândia, ____ de _____ de 2020

Assinatura do(s) pesquisador(es)

Eu aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

Assinatura do participante da pesquisa

ANEXO B: CEP



UNIVERSIDADE FEDERAL DE
UBERLÂNDIA/MG



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: A FORMAÇÃO CONTÍNUA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: CONTRIBUIÇÕES DE UM ESPAÇO FORMATIVO À DISTÂNCIA EM RELAÇÃO AO CAMPO DE NÚMEROS E OPERAÇÕES NA ABORDAGEM DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

Pesquisador: Fabiana Fiorezi de Marco

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 38998820.8.0000.5152

Instituição Proponente: Faculdade de Educação - UFU

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 4.351.238

Apresentação do Projeto:

A pesquisa trata de uma investigação de abordagem qualitativa que visa contemplar reflexões acerca da necessidade formativa de professores que ministram aulas de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, frente a realidade insatisfatória do ensino dessa disciplina, predominante em nosso país. Os 30 participantes serão integrado a um curso com duração de 40h, sendo 5 horas por semana, num período de 2 (dois) meses. O curso será na modalidade à distância e constará de atividades a serem realizadas com os recursos do ambiente virtual de aprendizagem (moodle) e também de momentos síncronos de web conferências e contará com sessões reflexivas, fóruns e chats.

Objetivo da Pesquisa:

O objetivo da pesquisa é investigar, compreender e analisar o movimento formativo de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais ao estabelecerem relações teórico-didático-metodológicas, envolvendo os significados das quatro operações básicas.

Para tanto os objetivos específicos serão: pesquisar os significados produzidos pelo homem ao longo da história relativos às quatro operações fundamentais; apreender as necessidades formativas dos professores em relação aos aspectos teórico-didático-metodológico em relação às

Endereço: Av. João Naves de Ávila 2121- Bloco "1A", sala 224 - Campus Sta. Mônica
Bairro: Santa Mônica **CEP:** 38.408-144
UF: MG **Município:** UBERLÂNDIA
Telefone: (34)3239-4131 **Fax:** (34)3239-4131 **E-mail:** cep@propp.ufu.br

Continuação do Parecer: 4.351.238

quatro operações fundamentais e os seus respectivos significados; identificar os motivos que levaram os professores a participarem do espaço formativo; apreender e revelar possíveis mudanças na qualidade da compreensão dos professores a respeito das quatro operações fundamentais ao participarem de um espaço formativo.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Conforme o protocolo:

Riscos:

Há um risco quanto à identificação do participante, seja pelo nome, ou por seu local de moradia. Para minimizar este risco, ou mesmo testificar de que não haja esta ocorrência, os participantes serão referidos nas transcrições das entrevistas por nomes fictícios. Outro risco seria transcrever algo que foi falado sob emoção e que o participante, após os registros, venha a se arrepender de ter exposto tal assunto. Em vista disso, visando resguardar a dignidade da pessoa participante da pesquisa, será garantido o direito a devolutiva, ou seja, tudo que se recolher de dados durante o curso será encaminhado para os participantes fazerem a verificação antes que se construa o relatório final. Será assegurado o bem estar durante dos participantes durante todo o curso, dando a segurança que ele necessita, de forma que deixe bem claro para o mesmo que nenhuma informação passada será publicada sem o seu consentimento.

Benefícios:

Os benefícios serão significativos quanto fomentação de educação continuada no contexto e cidades que esses professores atuam, resultado dos conceitos apreendidos sobre as quatro operações fundamentais a partir dos pressupostos da Teoria Histórico- Cultural, na formação dos professores a partir dessa pesquisa/ação/capacitação, o que traz benefícios diretos ao ensino e aprendizagem do alunado, pois professores precisam estar em constante formação e profissionalização para rompimento de concepções arraigadas que não colaboram para redução de dificuldades de aprendizagem e escolarização nos contextos de educação formal, ou seja, os professores em formação contínua têm condições de se relacionar de forma diferente e (re)elaborar os conceitos que ensinam, questionando "verdades" matemáticas que lhes foram ensinadas como inquestionáveis, prontas e acabadas.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Pesquisa qualitativa na área de educação matemática.

Endereço: Av. João Naves de Ávila 2121- Bloco "1A", sala 224 - Campus Sta. Mônica
Bairro: Santa Mônica **CEP:** 38.408-144
UF: MG **Município:** UBERLÂNDIA
Telefone: (34)3239-4131 **Fax:** (34)3239-4131 **E-mail:** cep@propp.ufu.br

Continuação do Parecer: 4.351.238

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Adequados.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

De acordo com as atribuições definidas na Resolução CNS 466/12, Resolução 510/16 e suas complementares, o CEP manifesta-se pela aprovação do protocolo de pesquisa proposto.

O protocolo não apresenta problemas de ética nas condutas de pesquisa com seres humanos, nos limites da redação e da metodologia apresentadas.

Data para entrega de Relatório Final ao CEP/UFU: Janeiro de 2022.

* Tolerância máxima de 06 meses para atraso na entrega do relatório final.

Considerações Finais a critério do CEP:

OBS.: O CEP/UFU LEMBRA QUE QUALQUER MUDANÇA NO PROTOCOLO DEVE SER INFORMADA IMEDIATAMENTE AO CEP PARA FINS DE ANÁLISE E APROVAÇÃO DA MESMA.

O CEP/UFU lembra que:

- a- segundo as Resoluções CNS 466/12 e 510/16, o pesquisador deverá manter os dados da pesquisa em arquivo, físico ou digital, sob sua guarda e responsabilidade, por um período mínimo de 5 (cinco) anos após o término da pesquisa;
- b- poderá, por escolha aleatória, visitar o pesquisador para conferência do relatório e documentação pertinente ao projeto.
- c- a aprovação do protocolo de pesquisa pelo CEP/UFU dá-se em decorrência do atendimento as Resoluções CNS 466/12, 510/16 e suas complementares, não implicando na qualidade científica do mesmo.

Orientações ao pesquisador :

- O participante da pesquisa tem a liberdade de recusar-se a participar ou de retirar seu consentimento em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma e sem prejuízo ao seu cuidado (Res. CNS 466/12 e 510/16) e deve receber uma via original do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, na íntegra, por ele assinado.
- O pesquisador deve desenvolver a pesquisa conforme delineada no protocolo aprovado e descontinuar o estudo somente após análise das razões da descontinuidade pelo CEP que o

Endereço: Av. João Naves de Ávila 2121- Bloco "1A", sala 224 - Campus Sta. Mônica
Bairro: Santa Mônica **CEP:** 38.408-144
UF: MG **Município:** UBERLÂNDIA
Telefone: (34)3239-4131 **Fax:** (34)3239-4131 **E-mail:** cep@propp.ufu.br

Continuação do Parecer: 4.351.238

aprovou (Res. CNS 466/12), aguardando seu parecer, exceto quando perceber risco ou dano não previsto ao participante ou quando constatar a superioridade de regime oferecido a um dos grupos da pesquisa que requeiram ação imediata.

- O CEP deve ser informado de todos os efeitos adversos ou fatos relevantes que alterem o curso normal do estudo (Res. CNS 466/12). É papel do pesquisador assegurar medidas imediatas adequadas frente a evento adverso grave ocorrido (mesmo que tenha sido em outro centro) e enviar notificação ao CEP e à Agência Nacional de Vigilância Sanitária – ANVISA – junto com seu posicionamento.
- Eventuais modificações ou emendas ao protocolo devem ser apresentadas ao CEP de forma clara e sucinta, destacando a parte do protocolo a ser modificada e suas justificativas. Em caso de projetos do Grupo I ou II apresentados anteriormente à ANVISA, o pesquisador ou patrocinador deve enviá-las também à mesma, junto com o parecer aprobatório do CEP, para serem juntadas ao protocolo inicial (Res.251/97, item III.2.e).

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1613514.pdf	07/10/2020 17:47:39		Aceito
Outros	atividade_modulo_3_parte_2.docx	07/10/2020 17:47:24	Fabiana Fiorezi de Marco	Aceito
Outros	atividade_modulo_4.docx	07/10/2020 17:45:45	Fabiana Fiorezi de Marco	Aceito
Outros	atividade_modulo_3.docx	07/10/2020 17:45:06	Fabiana Fiorezi de Marco	Aceito
Outros	atividade_modulo_2.docx	07/10/2020 17:44:48	Fabiana Fiorezi de Marco	Aceito
Outros	atividade_modulo_1.docx	07/10/2020 17:44:29	Fabiana Fiorezi de Marco	Aceito
Outros	ficha_de_avaliacao.docx	07/10/2020 17:44:11	Fabiana Fiorezi de Marco	Aceito
Outros	questionario.docx	07/10/2020 17:39:24	Fabiana Fiorezi de Marco	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLPRONTO_23_09_20.doc	07/10/2020 17:37:49	Fabiana Fiorezi de Marco	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETOPRONTO26082020.pdf	26/08/2020 17:00:25	Fabiana Fiorezi de Marco	Aceito

Endereço: Av. João Naves de Ávila 2121- Bloco "1A", sala 224 - Campus Sta. Mônica
Bairro: Santa Mônica **CEP:** 38.406-144
UF: MG **Município:** UBERLÂNDIA
Telefone: (34)3239-4131 **Fax:** (34)3239-4131 **E-mail:** cep@propp.ufu.br

Continuação do Parecer: 4.351.238

Declaração de Pesquisadores	EquipeExecutora.pdf	26/08/2020 17:00:05	Fabiana Fiorezi de Marco	Aceito
Folha de Rosto	FolhaDeRosto.pdf	26/08/2020 16:58:10	Fabiana Fiorezi de Marco	Aceito
Outros	links_curriculos_lattes.docx	20/08/2020 08:50:31	Fabiana Fiorezi de Marco	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

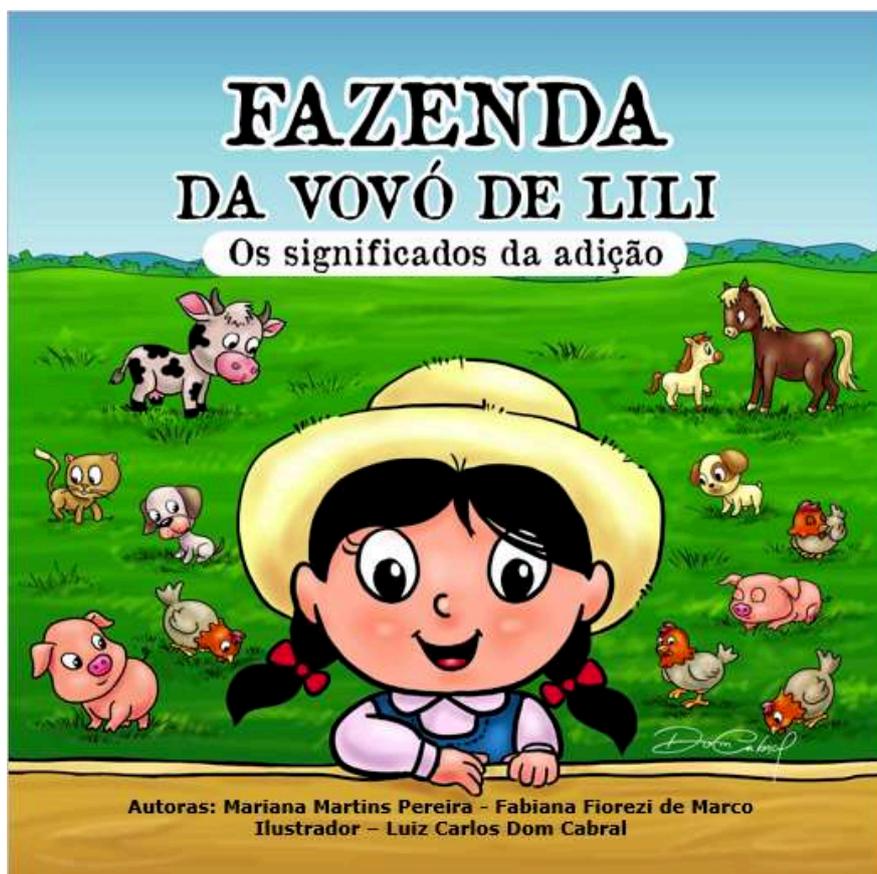
Não

UBERLÂNDIA, 20 de Outubro de 2020

Assinado por:
Karine Rezende de Oliveira
(Coordenador(a))

Endereço: Av. João Naves de Ávila 2121- Bloco "1A", sala 224 - Campus Sta. Mônica
Bairro: Santa Mônica **CEP:** 35.408-144
UF: MG **Município:** UBERLÂNDIA
Telefone: (34)3239-4131 **Fax:** (34)3239-4131 **E-mail:** cep@propp.ufu.br

ANEXO C: Fascículo sobre os significados da adição elaborado pela autora



**FAZENDA
DA VOVÓ DE LILI**
Os significados da adição

Dados Técnicos

Autoras: Mariana Martins Pereira
Fabiana Fiorezi de Marco

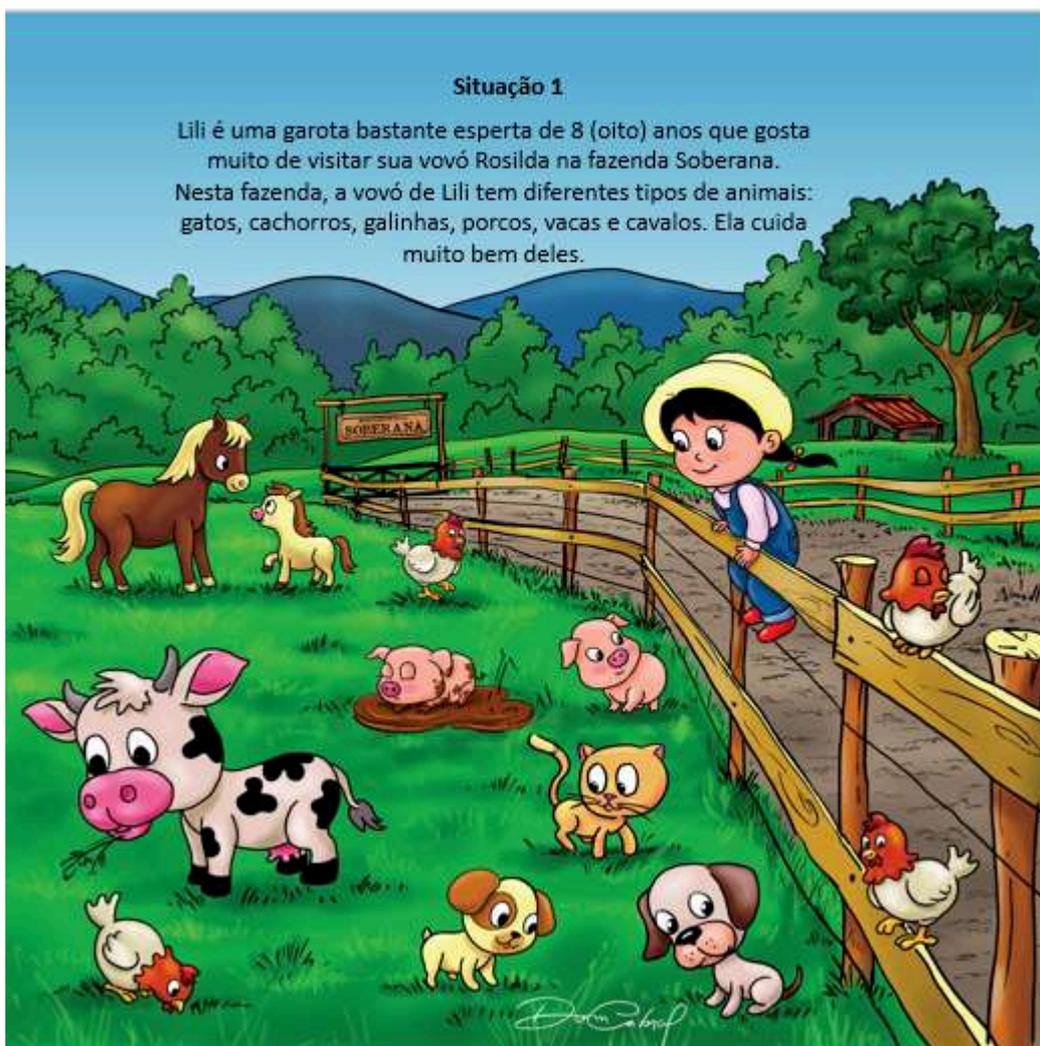
Colaboradora: Kellen Cristina Costa Alves
Bernardelli

Revisoras: Flordelice Souza Nunes
Ana Paula Gladcheff Munhoz
Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes
Ilustrador: Luiz Carlos "Dom Cabral"

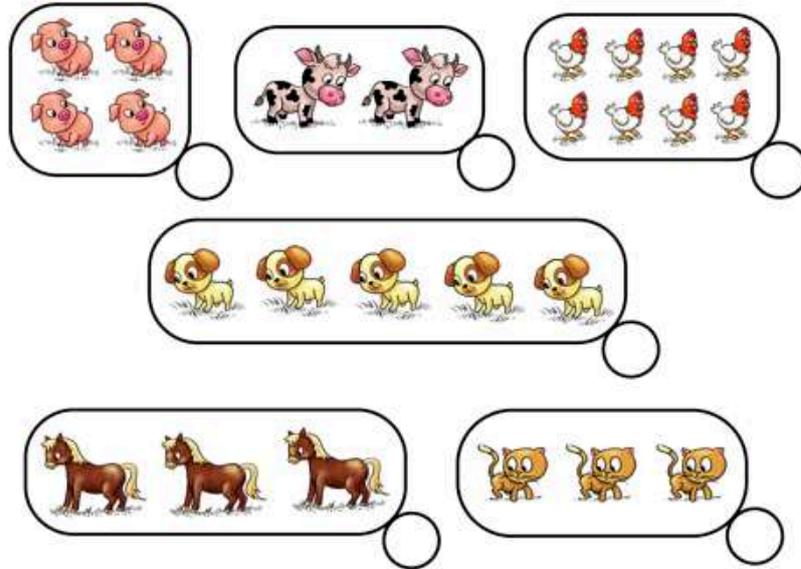
Toda obra original incluindo música,
imagens, vídeos, documentos digitais,
fotografias, arranjo gráfico etc., são
trabalhos que dão ao proprietário direito
exclusivo.

Situação 1

Lili é uma garota bastante esperta de 8 (oito) anos que gosta muito de visitar sua vovó Rosilda na fazenda Soberana. Nesta fazenda, a vovó de Lili tem diferentes tipos de animais: gatos, cachorros, galinhas, porcos, vacas e cavalos. Ela cuida muito bem deles.



Certo dia, ao brincar na fazenda, Lili resolveu contar os diferentes tipos de animais em seus ambientes. Assim, obteve a quantidade de cada grupo formado. No chiqueiro havia 4 (quatro) porcos, no curral 2 (duas) vacas, no galinheiro 8 (oito) galinhas e no canil 5 (cinco) cachorros. Contou também 3 (três) cavalos no pasto e 3 (três) gatos ao redor da casa.

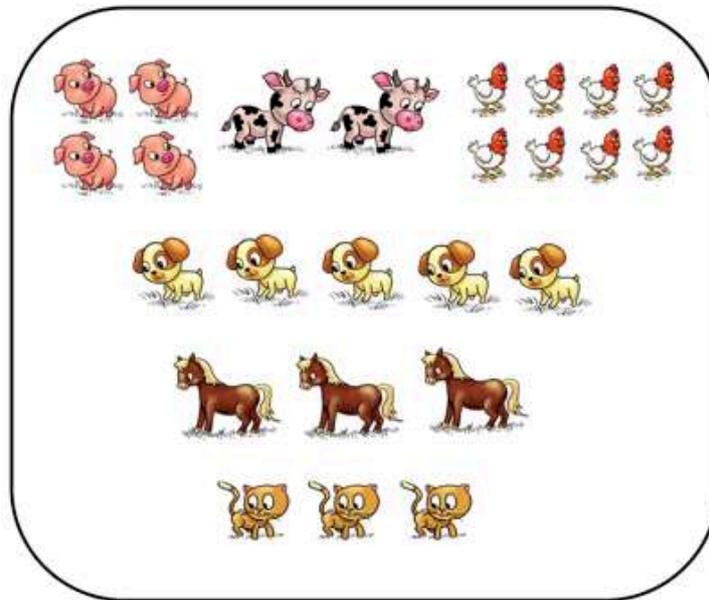


Após separar os animais em grupos, Lili decidiu verificar quantos animais havia na fazenda. Porém, Lili não sabia o que fazer para descobrir a quantidade de animais.

Como você faria para ajudar Lili a encontrar a quantidade de animais da fazenda?

A sheet of white paper with a spiral binding on the left side. The paper has seven horizontal blue lines for writing. The top and bottom edges of the paper are slightly irregular, as if torn.

Uma maneira que Lili encontrou foi JUNTAR todos os animais em um único grupo e realizar a contagem um a um.



Grupo total de animais

Ao realizar a contagem da quantidade de animais, Lili percebeu que na fazenda da vovó Rosilda há 25 (vinte e cinco) animais. Que legal!

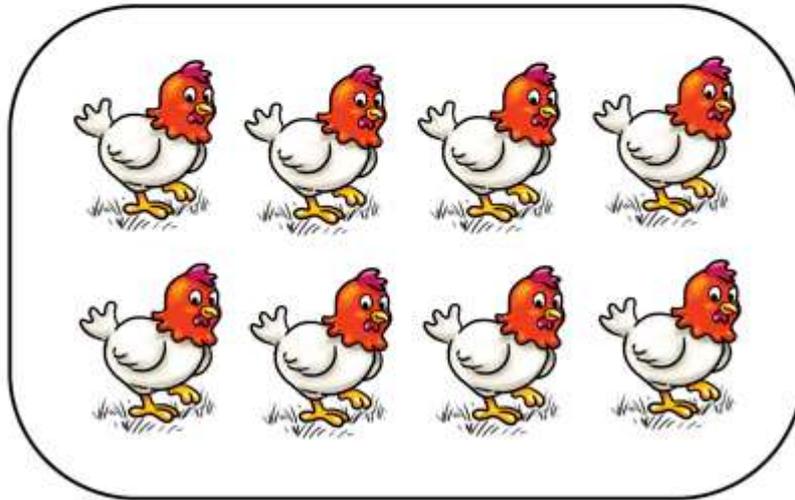
A ação de **JUNTAR** que Lili realizou está relacionada a um dos significados da operação matemática chamada adição. Nessa situação, a quantidade de cada subgrupo de animal, ao ser reunida pela ação de **JUNTAR**, compôs um todo, um grupo que contempla os subgrupos reunidos, sem ocorrer acréscimo de quantidade em algum subgrupo de animal.

Situação 2

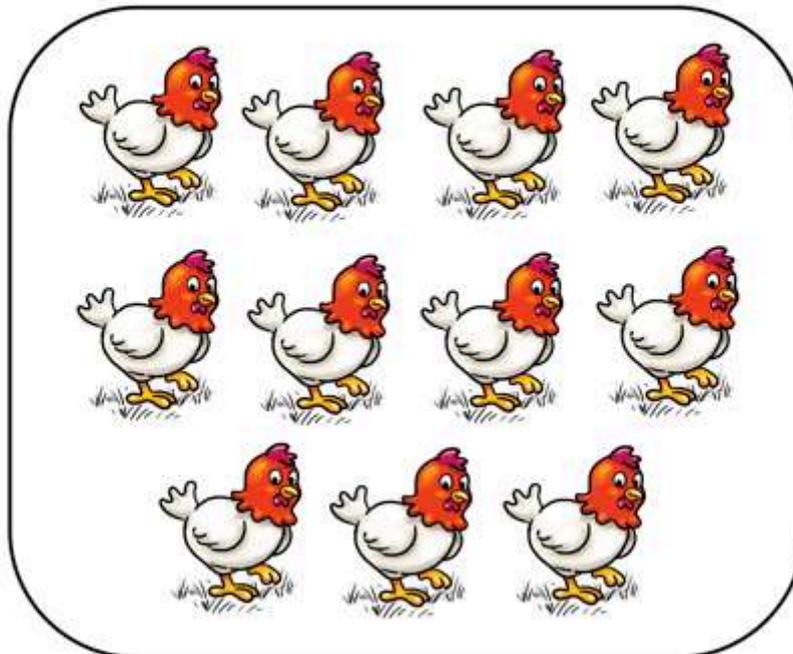
Vocês perceberam que Lili soube a quantidade de animais quando pôde JUNTAR todos num único grupo?

Agora, vamos aprender outro significado da adição. Qual será?

Lili havia contado na fazenda Soberana 8 (oito) galinhas.



Entretanto, a vovó Rosilda resolveu comprar de sua vizinha de fazenda mais 11 (onze) galinhas.



Lili adorou a compra das novas galinhas. Agora, quer descobrir qual o total de galinhas que há na fazenda.

Como você faria para ajudar Lili a encontrar a quantidade de galinhas da fazenda após o acréscimo de 11 (onze) galinhas?



Após o acréscimo de mais 11 (onze) galinhas, Lili somou as 8 (oito) que já havia. Assim descobriu que na fazenda da vovó há 19 (dezenove) galinhas.

A ação de **ACRESCENTAR** que Lili realizou está relacionada a outro significado da adição. Nessa situação houve um acréscimo a situação inicialmente estabelecida, ou seja, houve uma mudança entre a situação inicial, em que já havia 8 (oito) galinhas na fazenda Soberana, para a situação final, onde essa quantidade aumentou para 19 (dezenove) galinhas.

Após conseguir encontrar a nova quantidade de galinhas, existentes na fazenda Soberana, Lili se sentiu muito feliz por ter compreendido os dois significados da adição: juntar e acrescentar.

